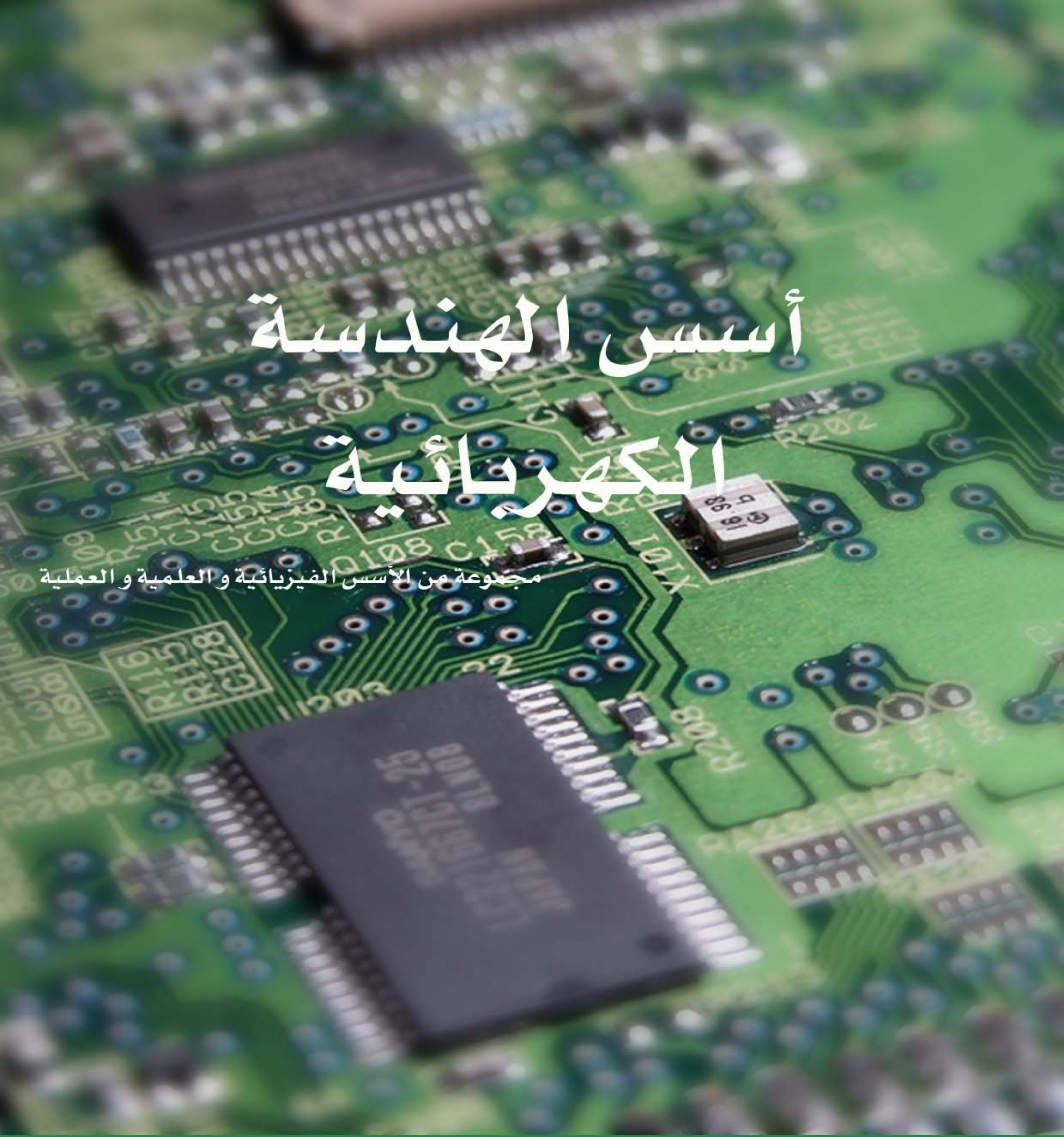


أسس الهندسة الكهربائية

مجموعة من الأسس الفيزيائية و العلمية و العملية

إحياء

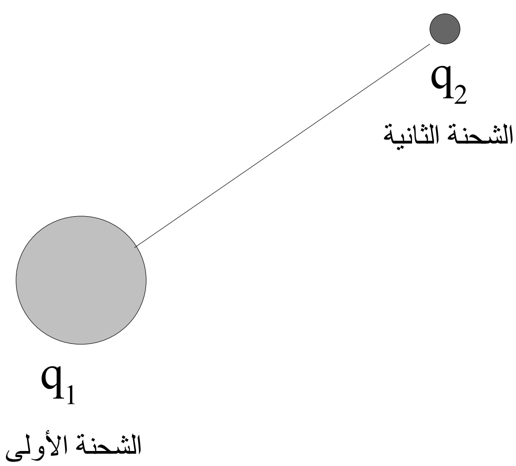
إحياء©

إحياء

القوى الرئيسية :

إن القوى الكهرطيسية واحدة من القوى الأربع الرئيسية في الفيزياء ،و للقوى الكهرطيسية دور أساسي في الكون و في الكيمياء أيضاً (الرابطة الهيدروجينية ، القوى الأيونية ،فاندير وول) ، ومن خلال فهم هذه القوى سوف نذهب بكم بعيداً لفهم خصائص المواد التي تتعامل معها يومياً .

قانون كولومب:



ينص قانون كولومب

إن القوة المتبادلة التي تؤثر بها شحنة على أخرى تساوي إلى جداء قيمة الشحنتبن مقسوماً على مربع البعد و بجهة شعاع الواحدة الواصل بين الشحنتين .

و بالتالي فإن :

$$\vec{F} = \frac{k\, q_1\, q_2}{r^2}\hat{r}$$

و هذا من أجل شحنتين فقط ، فماذا لو كان هناك 7 شحنات تؤثر على شحنة Q

و بالتالي فإن كل شحنة سوف تؤثر على الشحنة Q بشكل منفصل و بمنحاها الخاص و لذلك فإن القوة الكلية التي يتم التأثير بها على Q هي المجموع الشعاعي لهذه القوة المتفرقة .

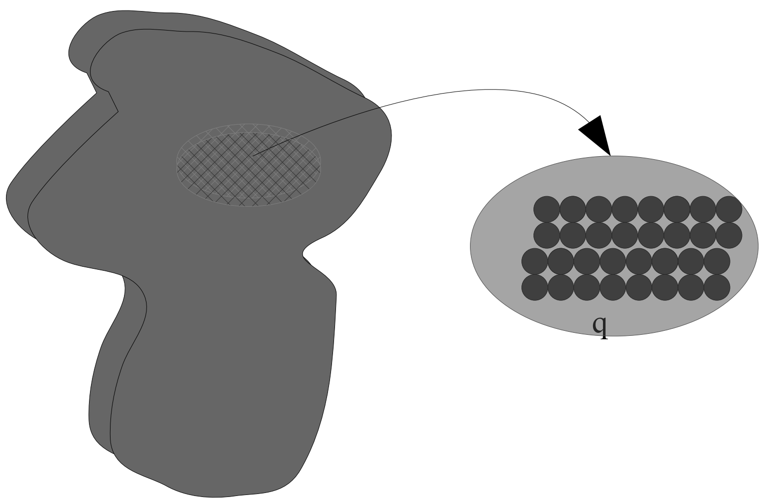
$$\vec{F}_{\text{الكلية}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 + \vec{F}_6 + \vec{F}_7$$

$$= \frac{k\,Q\,q_1}{r_1^{\,2}}\,\hat{r}_1 + \ldots\ldots\ldots + \frac{k\,Q\,q_7}{r_7^{\,2}}\,\hat{r}_7$$

و لو أردنا حساب القيمة الكلية للمحصلة أخرجنا طويلة الشعاع المُحصل و هي جذر مربع قيمة المسقط على السينات زائد مربع قيمة المسقط على العينات :

$$F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}}$$

وأما لو كانت هذه الشحنات موزعة في جسم ما توزعا لانهائياً أي أن المسافة بين كل شحنة و التي تجاورها صغيرة جداً لدرجة يمكن اعتبارها معدومة ، وباالتالي التوزع أصبح مستمر .



و هذه الشحنة الكلية q منقسة إلى شحنات عنصرية Δq في عنصر حجمي ΔV و في هذه الحالة فإننا نتكلم عن كثافة الشحنات في هذا الجسم ρ و بالتالي تصبح القوة المؤثرة من مجموع هذا الشحنات على شحنة خارجية Q :

$$\vec{F} = K \sum_{i=1}^{i=n} \frac{Q\,\Delta q_i}{r_i^{\,2}}\,\hat{r}_i$$

و لكن :

$$\Delta q = \rho\,\Delta V$$

و يصبح :

$$\vec{F} = K \sum_{i=1}^{i=n} \frac{Q\,\rho\,\Delta V_i}{r_i^{\,2}}\,\hat{r}_i$$

و لكن هذه الحجوم العنصرية صغيرة جداً بحيث تتناهى إلى الصفر و عددها يسعى إلى اللانهاية و بالتالي :

إحياء

$$\vec{F}=K\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{i=n}\frac{Q\rho\Delta V_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

و هذا يماثل تعريف النهاية و بالتالي :

$$\vec{F}=K\lim_{\Delta V\to 0}\sum_{i=1}^{i=n}\frac{Q\rho\Delta V_i}{r_i^2}\hat{r}_i=K\int\frac{Q\rho\,dV}{r^2}\hat{r}$$

و يعمم هذا القانون من أجل باقي الحالات :

التوزع السطحي: حيث تصبح الكثافة σ

$$\vec{F}=K\int\frac{Q\sigma\,dV}{r^2}\hat{r}$$

التوزع الخطي : حيث تصبح الكثافة λ

$$\vec{F}=K\int\frac{Q\lambda\,dV}{r^2}\hat{r}$$

حساب الطاقة في انتقال شحنة من مكان إلى آخر :

ليكن لدينا شحنة كهربائية q انتقلت من ال r_1 إلى r_2 و أردنا حساب الطاقة (العمل) الذي بُذل لتحقيق هذا الانتقال ، فيزيائياً هي القوة بالانتقال و بسبب هذا الانتقال الذي تتغير فيه المسافة فإنه تكامل القوة بالانتقال و بالتالي :

$$W=\int F\,.\,dr$$

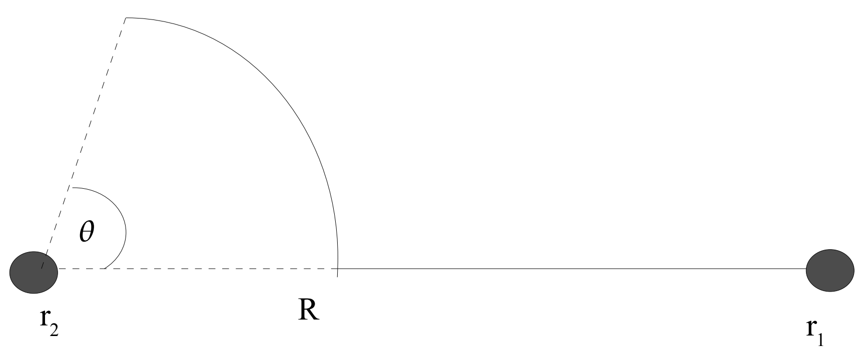
و هذه القوة مساوية لقوة كولومب بالقيمة المطلقة و معاكسة لها بالإشارة ،و بالتالي:

$$\mathrm{W}=\int -\mathrm{F}_{\text{كولومب}}\,.\,\mathrm{dr}$$

و على أساس أن هذا الانتقال وفق خط مستقيم فإن ناتج التكامل هو :

$$\mathrm{W}=\int -\mathrm{F}_{\text{كولومب}}\,.\,\mathrm{dr}=\int_{r_2}^{r_1}\frac{-\mathrm{kQq}}{\mathrm{r}^2}\,.\,\mathrm{dr}=\left[\frac{\mathrm{kQq}}{\mathrm{r}}\right]=\frac{\mathrm{kQq}}{\mathrm{r}_1}-\frac{\mathrm{kQq}}{\mathrm{r}_2}$$

و الآن لنفرض أن الانتقال هذا لم يتم عبر خط مستقيم و لكن عبر خط متعرج كالتالي :



فإن المسار هو من r_2 إلى R عبر زاوية θ و من R إلى r_1

وبالتالي التكامل يصبح

$$W=\int \frac{-KqQ}{r^2}\,dr=\int_{r_2}^{R} \frac{-KqQ}{r^2}\,dr+\int_{R}^{r_1} \frac{-KqQ}{r^2}\,dr+\int_{0}^{\theta} \frac{-KqQ}{r^2}(R\,d\,\theta)=\frac{kQq}{R}-\frac{KQq}{r_2}-\frac{KQq}{R}+\frac{KQq}{r_1}+0$$
$$=\frac{KQq}{r_1}-\frac{KQq}{r_2}$$

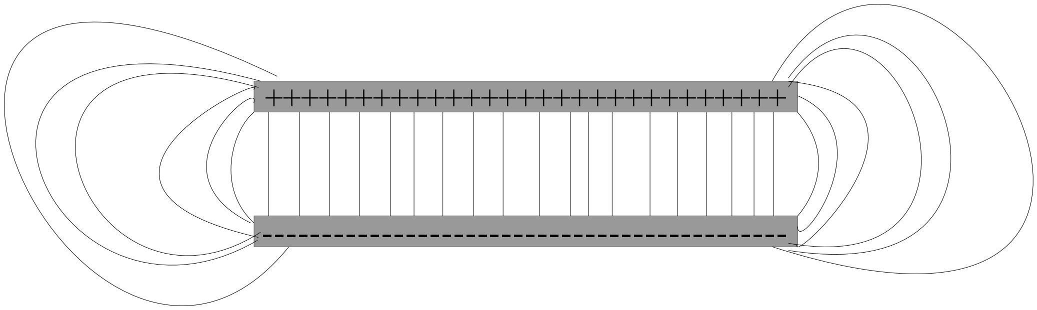
و بذلك نستنتج أن :

إن العمل المبذول لنقل شحنة من مكان إلى آخر لا يتوقف على الطريق المسلوكة

ملاحظة إن التغير في العمل المبذول يساوي إلى التغير في الطاقة الكامنة $\Delta W=-\Delta U$, وأيضاً W=U.

الحقل الكهربائي:

يستخدم مفهوم الحقل الكهربائي لتحديد سلوك الجسم المشحون فيما لو وضع في نقطة معينة من الحقل و إن خطوط الحقل تتجه من الموجب إلى السالب كما هو الحقل المتولد بين لبوس مكثفة و هذا شكل يوضح ذلك[1] :



و الآن و بما أنه لدينا :

$$F=Eq$$
$$E=\frac{F}{q}$$
$$E=\frac{kq}{r^2}$$

فإننا نعيد كتابة القوانين من أجل الحالات التي مرت في القوانين السابقة :

حساب الحقل من أجل توزع منفصل :

1 هذا الشكل توضيحي و ليس دقيق تماماً وقد حدد ماكسويل خطوط الحقل في هذه الحالة بدقة كبيرة .

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3$$
$$E=\sqrt{E_x^2+E_y^2}$$
$$\vec{E}=\frac{kq}{r^2}\hat{r}$$

حساب الحقل من أجل توزع مستمر :

$$E=\int dE=k\int\frac{dq}{r^2}$$

قانون غاوص

التدفق الكهربائي:

إن تدفق حقل كهربائي هو بالتعريف عدد خطوط الحقل الكهربائي التي تعبر سطحاً ما .و يعطى بالعلاقة :

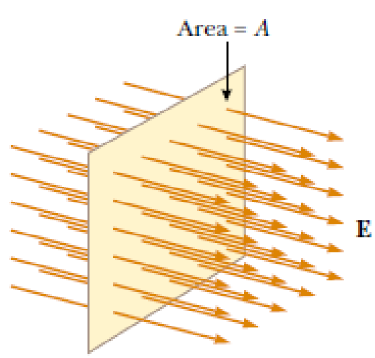
$$\phi=\mathrm{E.A}$$

E هي شدة الحقل الكهربائية الذي يجتاز السطح .

A هي مساحة السطح الذي تعبر من خلاله خطوط الحقل الكهربائية .

و تقاس بـ $[N.M^2/C]$

كما يوضحه الشكل[2] :



2 من كتاب physics for scienists and engineers راجع قسم المصادر لبيان الحقوق .

و هذه الحالة من أجل ورود موازي لشعاع الناظم على سطح مستوي و لكن في حال كان الورود غير موازي للناظم فإن العلاقة تعطى بالشكل :

$$\phi = E.A.\cos\theta : \theta(\vec{E},\vec{a})$$

و بالأحرى :

$$\phi = \vec{E}.\vec{A} = \vec{E}.\hat{n}\,A$$

تعميم قانون التدفق :

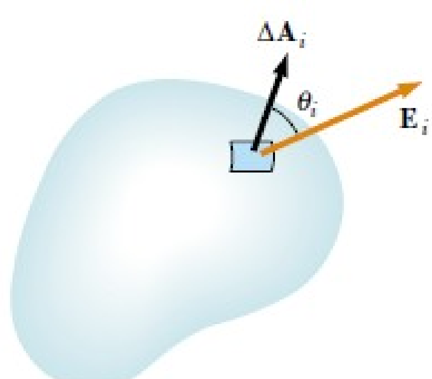
إن الحالة السابقة صحيحة من أجل سطح مستوي و لكن ماذا لوكان السطح منحني ؟ الحل أن نجزء السطح إلى مساحات عنصرية dA بحيث تكون صغيرة إلى درجة يمكن اعتبارها مستوية و يكون التدفق الكلي :

$$\phi = \int \vec{E}.d\vec{A} = \int E.d\,A\cos\theta$$

كما يوضحه الشكل [3]:

ملاحظة : لقد اتُفق أن شعاع السطح دوماً يكون متجه غلى الخارج .

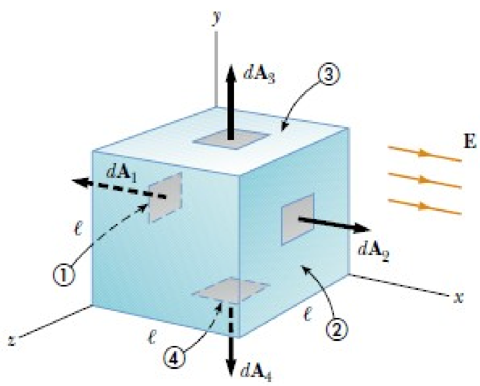
مثال :



3 من كتاب physics for scienists and engineers

مسألة (1)

ليكن لدينا المكعب التالي و الذي يخترقه حقل كما في الشكل ، و المطلوب حساب التدفق عبر السطوح الأربعة[4]



الحل :

إن التدفق عبر السطع 4 و 3 معدوم لأن الزاوية بين أشعة الحقل و شعاع السطح هي 90 و كما نعلم $cos90 = 0$

و بالتالي لم يبقّ لدينا سوى السطحين 1 و 2 و بالتالي نكتب :

$$
\begin{aligned}
&\Phi = E.A \\
&\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = E.A.\cos 180 + E.A.\cos 180 \\
&= -1(E.A) + 1(E.A) = 0 \\
&\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 = 0 + 0 - 1(E.A) + 1(E.A) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

قانون غاوص :

و ينص إن التدفق عبر أي سطح مغلق يساوي إلى شحنة السطح مقسومةً على ثابت عازلية الهواء .

$$\Phi = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

---

4 هذه المسألة من الكتاب السابق .

إحياء

سطح غاوص :

إن من تطبيقات قانون غاوص شدة الحقل الكهربائية الناتج عن أي توزع كان للشحنات الكهربائية ، ومن أجل استخدام قانون غاوص لحساب الحقل الكهربائي في مكان ما نتبع الخطوات التالية :

1-نختار سطح غاوص وهو سطح وهمي مغلق مار من النقطة المراد حساب شدة الحقل الكهربائية عندها .

2-يجب أن تقع الشحنات الكهربائية داخل سطح غاوص .

3-من الأفضل اختيار سطح غاوص متناظر لحساب مساحة سطحه .

و بالتالي نستطيع أن نكتب و بما أنه لدينا الآن قانونان لحساب التدفق(أو الحقل الكهربائي):

$$\Phi=\frac{q_{in}}{\varepsilon_0}=\int E.d\vec{A}$$

حيث q_{in} هي الشحنة داخل سطح غاوص و بينما A هي سطح غاوص .

مسألة (2)

بفرض لدينا شحنة نقطية و طلب منا حساب التدفق الكهربائي الناتج عنها و اخترنا سطح غاوص عبارة عن كرة و حسبنا

التدفق الكهربائية الناتج ، ماذا يحدث عندما :

(أ) نأخذ سطح غاوص مكعب بدلاً من كرة .

(ب) نغير موضع الشحنة .

(ج) نضاعف قيمة الشحنة .

(د) يتضاعق قطر الكرة (سطح غواض)

الحل :

(أ) نأخذ سطح غاوص مكعب بدلاً من كرة .

لن يوثر ذلك في التدفق الكهربائية شيء لأن عدد الخطوط التي ستعبر هذا السطح هو ذاتها .

(ب) نغير موضع الشحنة .

قانون غاوص يطبق بإهمال موضع الشحنة داخل سطح غاوص مهما كان موضعها، لذلك التدفق لن يتأثّر .

(ج) نضاعف قيمة الشحنة .

سيتضاعف قيمة التدفق .

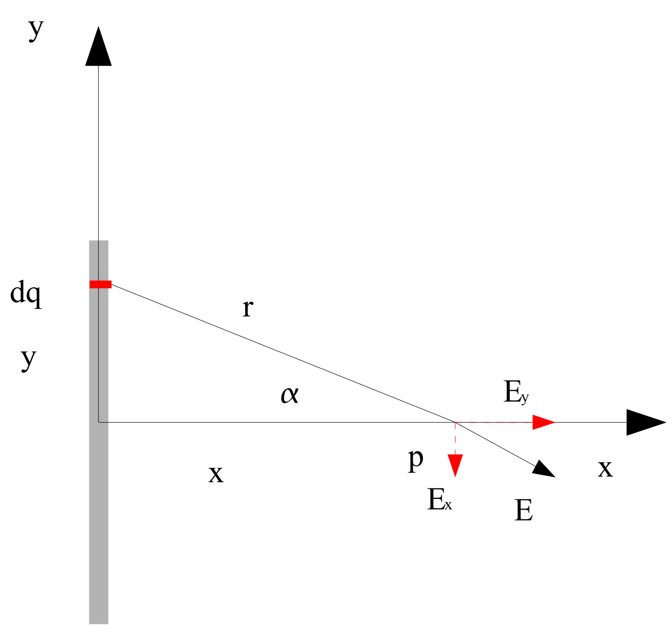
(د) يتضاعق قطر الكرة (سطح غواض)

التدفق لا يتأثر بتغير مساحة سطح ، سطح غاوص .

حساب الحقل الكهربائي الناتج عن بعض الأشكال:

التوزع الخطي(قطعة مستقيمة):

ليكن لدينا قطعة مستقيمة و شحناها بشحنة موجبة فإن هذه الشحنة تتوزع تلقائياً بشكل خطي على هذه القطعة.



حساب الحقل :

1-بطريقة التكامل :

نعلم أن :

$$\vec{E}=\vec{E}_x+\vec{E}_y$$

و بالتالي فإن القيمة الحبرية للحقل هي:

$$E=\sqrt{E_x{}^2+E_y{}^2}$$

و لكن لاحظ تناظر القطعة أي أن المحور الذي تتوضع عليه النقطة المراد حساب الحقل الكهربائي عندها في المنتصف ،و بالتالي المساقط على المحور oy معدومة و بالتالي تبقى المحصلة على محور الـ ox .

$$dE_x=dE.\cos\alpha$$

$$dE=\frac{k.dq}{r^2}$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$\cos\alpha=\frac{x}{r}$$

و بالتالي:

$$E=\int dE$$

$$E=\int_{-a}^{+a}\frac{k.dq}{r^2}\times\frac{x}{r}$$

$$E=\int_{-a}^{+a}\frac{k.dq}{(\sqrt{x^2+y^2})^3}\times x$$

و لكن :

$$dq=d(\lambda.y)$$

و بالتعويض :

$$E=\int_{-a}^{+a}\frac{k.d(\lambda.y)}{(\sqrt{x^2+y^2})^3}\times x$$

$$\lambda=\frac{q}{2a}$$

$$E=\int_{-a}^{+a}\frac{k.dy.q}{(\sqrt{x^2+y^2})^3.2a}\times x$$

$$E=\frac{k.q.x}{2a}\int_{-a}^{+a}\frac{dy}{(\sqrt{x^2+y^2})^3}$$

و بالتكامل نجد:

$$E=\frac{k.q}{x\sqrt{x^2+y^2}}$$

و نميز الحالات :

1- القطعة لا نهائية الطول :

نعوض q بـ $\lambda.2a$ و نقسم البسط و المقام على طول القطعة و بالتالي نجد :

$$E=\frac{2.k.\lambda}{x}$$

2- النقطة المراد حساب الحقل عندها بعيدة جداً بقارنة بطول القطعة المستقيمة:

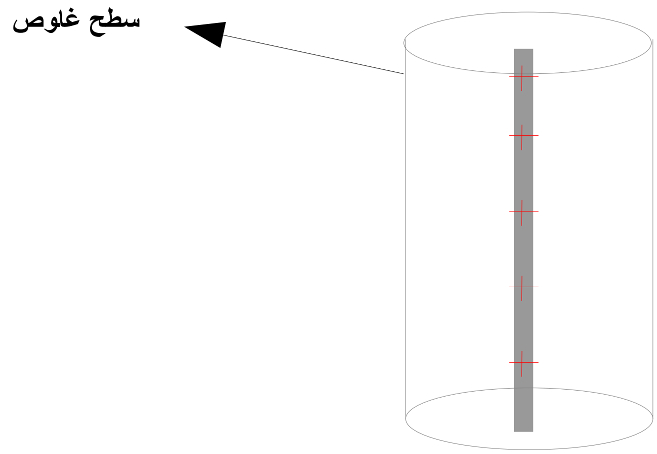
أي أن y مهملة أمام الـ x و بالتالي:

$$E=\frac{k.q}{x\sqrt{x^2}}$$

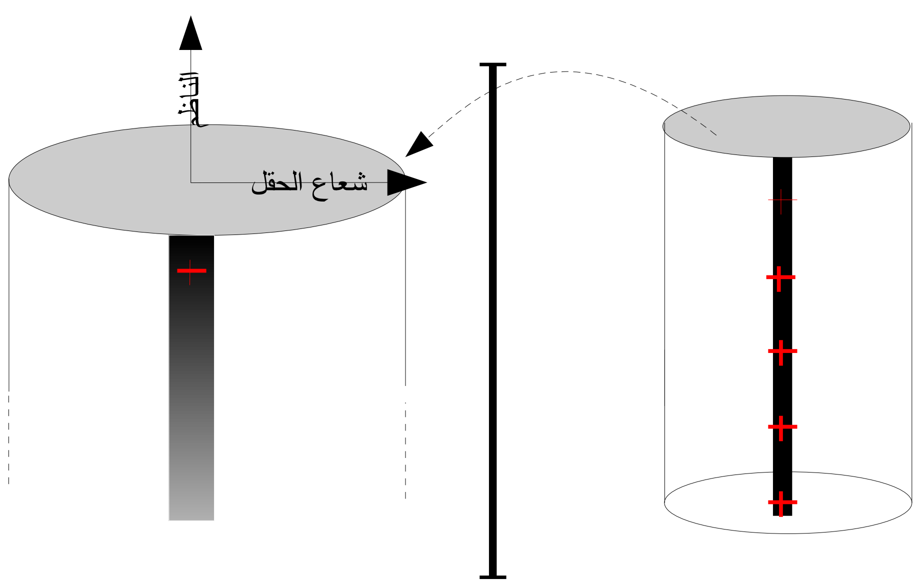
$$E=\frac{k.q}{x^2}$$

2-و الأن نحسب الحقل لنفس الحالة باستخدام قانون غاوص:

$\phi = \phi_{\text{قاعدتين}} + \phi_{\text{السطح الجانبي}}$



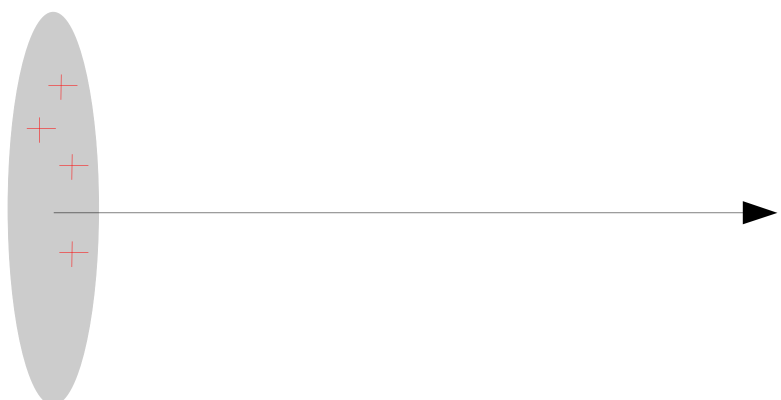
و لكن التدفق عبر القاعدتين معدوم لأن الزاوية بين ناظم كل من القاعدتين و الحقل الكهربائي قائمة و بالتالي التدفق معدوم



نكتب قانون غاوص :

$$\phi = E.\int dA = \frac{Q_{inclu}}{\epsilon_0}$$
$$\phi = E.2\pi\,.r.l = \frac{\lambda\,.l}{\epsilon_0}$$
$$E = \frac{\lambda\,.\cancel{l}}{2\pi\,\epsilon_0.r.\cancel{l}}$$
$$E = \frac{2\mathrm{k}\,\lambda}{r}$$

التوزع السطحي (سطح دائري):

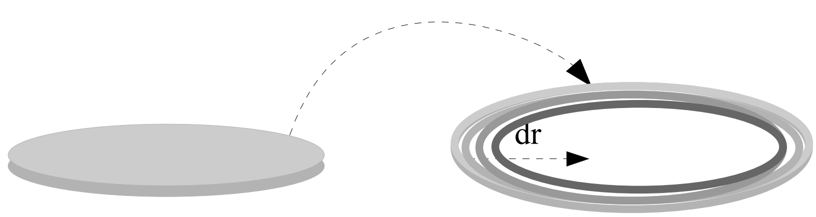


1-باستخدام التكامل:

لدينا أيضاً المحصلة على محور العينات معدومة و المحصلة على السينات هي :

$$E = \int dE\,.\cos\alpha$$
$$E = \int \frac{k.dq}{R^2} \times \frac{x}{R}$$

و لكن ة بما أن المساحة هي المحيط بالقطر في هذه الحالة



المحيط

فإن :

$$E=\int \frac{k.2\pi.r.dr.\sigma}{R^3}$$

$$E=k.2\pi.\sigma\int \frac{r.dr.}{(x^2+r^2)^3}$$

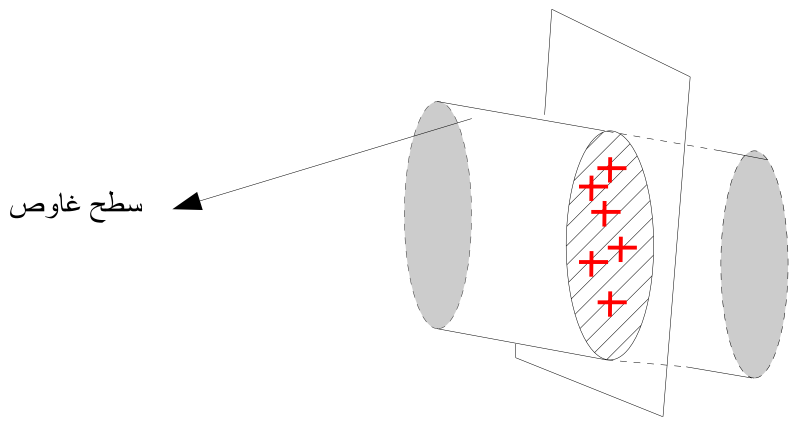
و هذا التكامل يمكن حسابه حيث نلاحظ أن البسط مشتق المقام و بالتالي الناتج النهائي بعد التويض بأطراف التكامل من 0 إلى R هو:

$$E=\frac{\sigma.x}{2\epsilon}\left[\frac{-1}{\sqrt{x^2+R^2}}+\frac{1}{x}\right]$$

وعندما يكون السطح لا نهائي فإن الحقل و بإهمال الـ x يصبح :

$$E=\frac{\sigma}{2\epsilon}$$

2-باستخدام سطح غاوص:



أخذنا سطح غاوص هو الأسطوانة و قاطعنا المستوي معه.
نكتب قانون غاوص :

$$\phi=\int E.dA=\frac{Q_{inclu}}{\epsilon_0}$$

$$\phi=E.A=\sigma.\frac{s}{\epsilon_0}$$

$$E.A=\sigma.\frac{s}{\epsilon_0}:(2s=A)$$

$$E=2.E_1=\frac{\sigma}{\epsilon_0.2}$$

الطاقة الكهربائية الكامنة في الحقل الكهربائي المنتظم :

إذا وضع جسم مشحون بشحنة كهربائية موجبة q_0 ضمن حقل كهربائية منتظم ، فإنه سيخضع إلى قوة كهربائية تعطى بالعلاقة

$$\vec{F}=q_0\vec{E}$$

و هذه القوة ستقوم بعمل ، لدى انتقال الشحنة مسافة قدرها dL، قيمته :

إحياء

$$dW = F\,dl = q_0\,E\,dl$$

و يكون العمل الكلي، من أجل انتقال الشحنة من النقطة a إلى النقطة b ، مساوياً:

$$W = \int dW = \int \vec{F}\,\vec{dl} = \int q_0\,\vec{E}\,\vec{dl}$$

و بما أن الحقل منتظم(له قيمة ثابتة في كل نقطة من نقاط الحقل) ، فإن العمل يساوي :

$$W = \int dW = \int F\,dl = \int q_0\,E\,dl$$

و إن العمل اللازم لنقل جسيم من نقطة a إلى نقطة b يساوي تغير الطاقة الكامنة u من a إلى b أي أن :

$$W_{a \to b} = -\Delta\,U_{ab} = U_a - U_b$$

و أيضاً حسب مبدأ انحفاظ الطاقة ، ونظرية العمل و الطاقة ، فإن العمل السابق يمثل الطاقة الحركية في a و الطاقة الحركية في b

$$W_{a \to b} = \Delta\,k_{ab} = k_b - k_a$$

و يمكن أن نكتب العلاقة السابقة بالشكل التالي :

$$U_a + k_a = U_b + k_b$$

و تدل العلاقة الأخيرة على مبدأ انحفاظ الطاقة ، أي أن مجموع الطاقة الحركية و الكامنة مصان ، فعندما تتسارع الشحنة الكهربائية q ضمن الحقل الكهربائي ،تزداد طاقتها الحركية و تنقص الكامنة .

الكمون الكهربائي :

تسمى النسبة التالية بالكمون الكهربائية و التي تمثل الطاقة الكامنة للشحنة المتأثرة من الحقل الكهربائي على مقدار الشحنة الكهربائي.

$$V = \frac{U}{q_0}$$

و بالتالي فإن الكمون مقدار سلمي [5] واحدته هي [جول/كولون] و لكن سيمت بال[الفولط[6]] .

5 هذا يعني أنه يتحدد بقيمة فقط و لا يحتاج إلى اتجاه و منحى بعكس القوة الميكانيكية و التي تعتبر مقدار شعاعي.

6 نسبة إلى العالم فولتا

و في حال أننا جلبنا شحنة كهربائية q_0 من مسافة بعيدة جداً عن الشحنة الكهربائية q إلى النقطة p و التي تبعد عنها مسافة r ، فإن العمل المبذول ضد القوة الكهربائية يساوي زيادة في الطاقة الكامنة .

فرق الكمون:

نستخدم عادةً فرق الكمون بين نقطتين a و b لأنَّ هذا الفرق يحدد التغير الطارئ على الطاقة الكامنة

للشحنة عندما تنتقل من نقطة إلى أخرى . فإذا قسّمنا العلاقة 3 على q_0 نجد :

$$\frac{W_{a\to b}}{q_0}=-\left(\frac{U_b-U a}{q_0}\right)=V_a-V_b$$

و هنا نلاحظ أن فرق الكمون هو العمل اللازم لنقل الشحنة الكهربائية من a إلى b [7]

و بذلك نستطيع أن نكتب الكمون الكهربائية الذي ورد تعريفه في الفقرة السابقة بالشكل :

$$V=\int_{\infty}^{p}\frac{F}{q_0}dr=\int_{\infty}^{p}\frac{\cancel{q_0}E}{\cancel{q_0}}dr$$

و لاحظ هنا أنه أصبح لدينا واحدتان متكافئتان للحقل الكهربائي و هما :

(نيوتن/كولون)[8] و (فولت/متر) .

السطح متساوية الكمون :

سطح تساوية الكمون هو المحل الهندسي للنقاط التي يكون كمونها V بالنسبة للمحاور الثلاثة، مقدار ثابت في جميع نقاط هذا السطح و كل سطح يوافق قيمة معينة من الكمون

و تتصف سطوح تساوي الكمون بالصفتين التاليتين :

- سطوح تساوي الكمون لا يمكن أن تتقاطع ، لأن الكمون الكهربائي له قيمة وحيدة في كل نقطة من نقاط الفراغ .

---

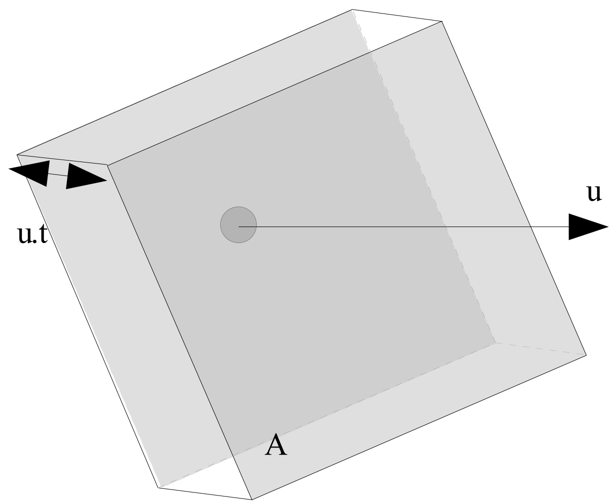
7 لاحظ إذاً الفرق بين الكمون و فرق الكمون من حيث التعريف .

8 من تعريف الحقل الكهربائي(E=F/Q)

– سطوح تساوي الكمون في أي نقطة ، يكون متعامداً مع استقامة الحقل الكهربائي.

التيار الكهربائي :

إن مصطلح التيار الكهربائي يصف عدد الشحنات خلال زمن ما و التي تتدفق عبر منطقة ما .
لنفترض أنه لدينا شحنات متماثلة q ذات كثافة ρ تتحرك بسرعة $\vec{u}$ ، فما هو التيار الذي يمر؟



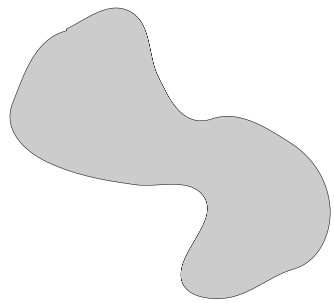
للإجابة عن هذا السؤال لابد لنا أن نعلم أن التيار و بحسب تعريفه هو : $\frac{\text{عدد الإلكترونات}}{\text{زمن ما}}$ و بالتالي يجب أن نحسب عدد الإلكترونات المتدفقة خلال Δt .
عدد هذه الإلكترونات = الكثافة * الحجم ، الكثافة هي ρ أما الحجم = مساحة الوجه* المسافة التي يمتدها هذا الشكل ، وهذه المسافة تساوي السرعة مضروبة بزمن القطع و بالتالي :

$$I = \frac{n}{\Delta t} = \frac{A\,u\,\Delta t\,\rho}{\Delta t} = A\,u\,\rho$$

و المقدار $u\rho$ يسمى تيار الكثافة j و بالتالي :

$$I = j\,A$$

تعميم :
لتعميم هذا القانون لابد لنا أن نناقش الحالة العامة و هي ، ماذا لو كان السطح غير منتظم و لا متناسق كهذا ، مثل :

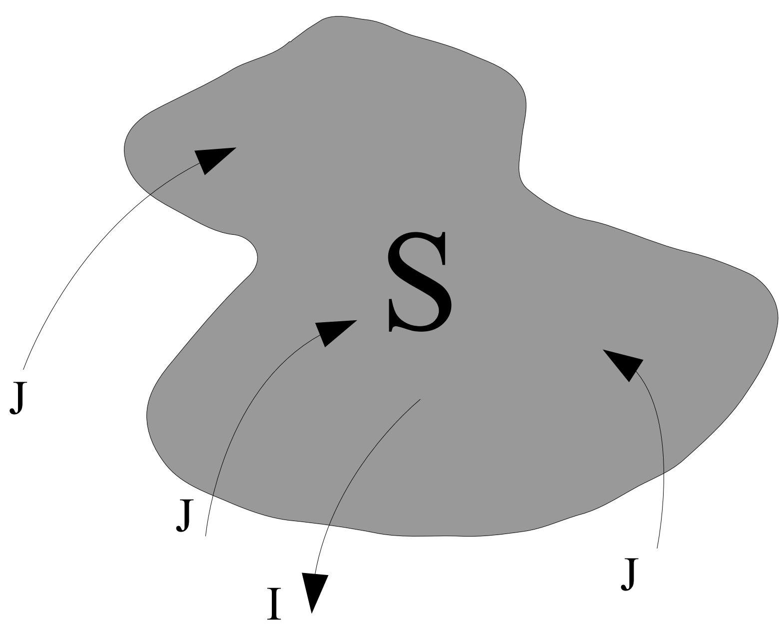


و بالتالي تعمم القانون بأن يصبح بالشكل التالي :

$$I = \int j\, dA$$

مبدأ انحفاظ الشحنات و الاستمرارية

ليكن لدينا شحنات تجتاز هذا السطح المغلق .



و لا بد أنه هناك شحنات تمر عبر هذا السطح :

$$\oint_{s} J\, dA = \frac{-d}{d\,t} Q\left(\text{الكلية}\right)$$

إحياء

و لكن باستخدام دساتير في التحويل إلى التكامل الثلاثي نكتب

$$\iiint \Delta J\, dv = \oint_s J\, dA$$

ونعلم أن $\rho = \frac{dq}{dv}$ و بالتالي $Q = \iiint \rho\, dv$ و بالعودة للعلاقة :

$$\iiint \Delta j\, dv = \frac{-d}{dt} \iiint \rho\, dv \quad (1)$$

$$= \iiint -\frac{d\rho}{dt} dv \quad (2)$$

و بالمقارنة بين 1 و 2 نجد أن :

$$\Delta j = \frac{-d\rho}{dt} \quad \text{بالتالي} \quad \Delta j + \frac{d\rho}{dt} = 0$$

و تسمى بمعادلة الاستمرارية وهي تخبرنا عندما يكون التيار ثابت عندما $\frac{d\rho}{dt} = 0$ و بالتالي $\Delta j = 0$

قانون أوم

إن التيار الكهربائي ناتج عن تطبيق حقل كهربائي على مادة معينة مما يسبب في انتقال هذه الشحنات و تحركها مسبباً مرور التيار الكهربائي و يتم رسم العلاقة بين هذا التيار و الحقل عبر قانون يسمى قانون أوم و الذي يقول :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

حيث J هي تيار الكثافة و σ هي ثابت ناقلية المادة .

ملاحظة : بعض الأناس يقترحون أن يتم إسناد الحرف c إلى σ كي نميرها عن تركيز الشحنات في السطح التي تستخدم الرمز نفسه ، فيصبح σ_c لثابت الناقلية و σ_q لتركيز الشحنات في السطح .

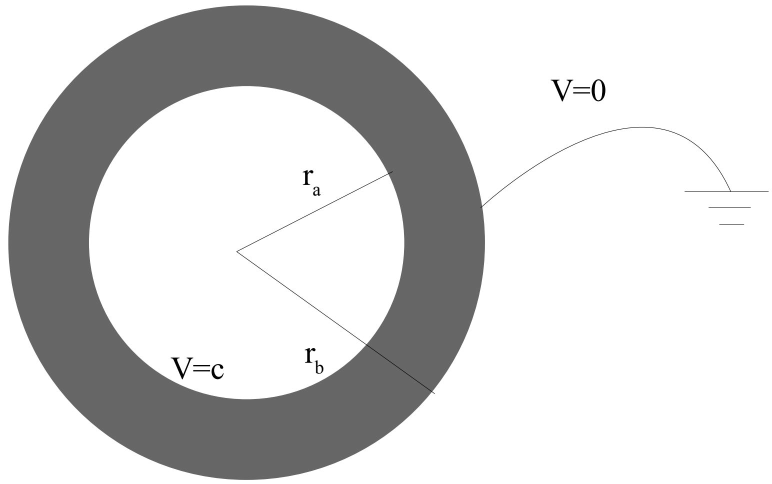
إن قانون أوم يأتي بصيغتين ، ولقد أردنا الأولى و التي تعتبر النسخة المصغرة عن القانون و الآن نورد النسخة الثانية و لكن لابد من شيء من التقديم إليها قبل ذلك .

كما علمنا أن $I = J\,A$ و أن $J = \sigma E$ و أن $V = E\,L$ (راجع فقرة فرق الكمون الكهربائي لتجد ذلك صحيح)و بالتالي و بالمساواة $J = \frac{I}{A} = \sigma\left(\frac{V}{L}\right)$ و بالتالي $V = \frac{1}{\sigma}\frac{L\,I}{A}$ ونسمي المقدار $\frac{1}{\sigma}\frac{L}{A}$ بـ R أو المقاومة و بالتالي يصبح القانون بالشكل التالي :

$$V = R\,I$$

حساب مقاومة ناقل ذو طبقة كروية :

يتألف هذا الناقل من كرة مفرغة من الداخل ذات غلاف سميك كما يلي :



لدينا حسب قانون أوم :

$J=\sigma_c E$ و أيضا $I=AJ$ و بالتالي $I=(4\pi r^2)(\sigma_c E)$ و لكن $R=\frac{V}{I}$ و نحسب الآن V

$$V=\int_{r_a}^{r_b} E.dr=\int_{r_a}^{r_b}\frac{KQ}{r^2}.dr=[\frac{-KQ}{r}]=\frac{KQ}{r_a}-\frac{KQ}{r_b}=\frac{KQ(r_b-r_a)}{r_a r_b}$$

نجد أن : $E=\frac{V r_a r_b}{(r_b-r_a)r^2}$ و لدينا $I=(4\pi r^2)(\sigma(\frac{V r_a r_b}{(r_b-r_a)r^2}))$ و بالتالي تقارن هذا الشكل مع الشكل $I=\frac{V}{R}$ و بالتالي :

$$R=\frac{r_b-r_a}{\sigma 4\pi r_a r_b}$$

حساب ناقلية مادة الكهربائية :

و المقصود هنا هي σ_c كما نعلم أن القانون يقول :

$R=\frac{\rho L}{A}$ و بالتالي فإن $\frac{AR}{L}=\rho$ و $\frac{L}{AR}=\sigma_c$ و بالتبديل في هذا القانون $\frac{LI}{AV}=\sigma_c$ و بالتالي و بكل سهولة يمكن حساب الناقلية بهذه الطريقة .

و ترتب المواد الناقلية من حيث ناقليتها كما يلي : (الفضة – النحاس-الذهب-الألمنيوم).

تغير المقاومة بتأثير درجة الحرارة :

إن المقاومة لا تظل ثابتة عند تغير درجة الحرارة حيث أن المقاومة قد تزيد أو تنقص و ذلك تبعاً لنوع المادة الناقلة(معدن-سائل-نصف ناقل) و هناك علاقة تنظم هذا الامر و تعتمد على المعامل الحراري α .

و تحسب حسب العلاقة : $\frac{R1}{R2}=\frac{1+\alpha t_1}{1+\alpha t_2}$ حيث R_1 هي المقاومة في درجة الحرارة t_1 و R_2 هي المقاومة في درجة الحرارة t_2.

و غالباً $\alpha=\frac{1}{t_0}$ حيث أن t_0 هي درجة الحرارة التي تصبح المقاومة فيها معدومة و تقدر درجات الحرارة هذه بالسيليسيوس .

أنواع المقاومات

هناك نوعين من أنواع المقامومات : ثابتة و متغيرة[9]

ثابتة

متغيرة

الطاقة في النظم الكهربائية و الإلكترونية:

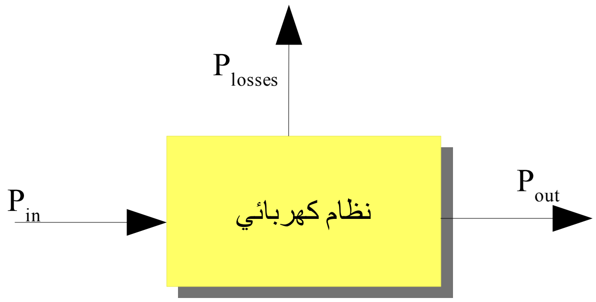
بما أن $I=\frac{Q}{t}, V=\frac{W}{Q}$ ومنه $W=QV$ و بالتالي الطاقة تعطى بالعلاقة $W=VIt$ و توجد علاقة تربط بين الاستطاعة الكهربائية و الاستطاعة الميكانيكية و هي حصان بخاري=746 واط .

المردود

إن المردود السئ يؤدي إلى طاقة ضاقة ضاعة و تكاليف زائدة ، و برمز لها بالرمز η و هو عبارة عن السطاعة الناتجة على الإستطاعة الأصلية .

9 الصور من كتاب Circuit Analysis Theory And Practice

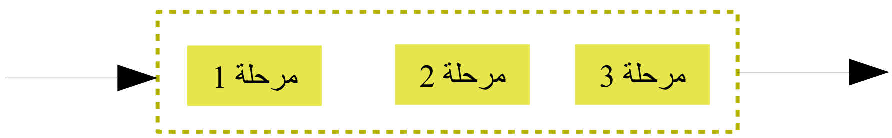
$$\eta=\frac{P_{out}}{P_{in}}\times 100$$



و بالتالي فإن $P=P_{in}+P_{losses}$ و منه $\eta=\frac{P_{out}}{P_{out}+P_{losses}}\times 100$ ينتج $\eta=\frac{1}{1+\frac{P_{losses}}{P_{out}}}\times 100$

و بالتالي لاحظ أنه كلما كان نسبة الضياع صغيرة جداً كلما سعى هذا الكسر إلى الصفر و بالتالي المردود أصبح قريب من المئة ، و عندما يكون الاستطاعة الناتجة تساوي الاستطاعة الضائعة يكون قيمة الكسر تساوي الوحد و بالتالي المردود يكون 50 بالمئة .

و إذا كان الجهاز يتألف من عدة مراحل فإن المردود الكلي يساوي جداء مردودات كل مرحلة .



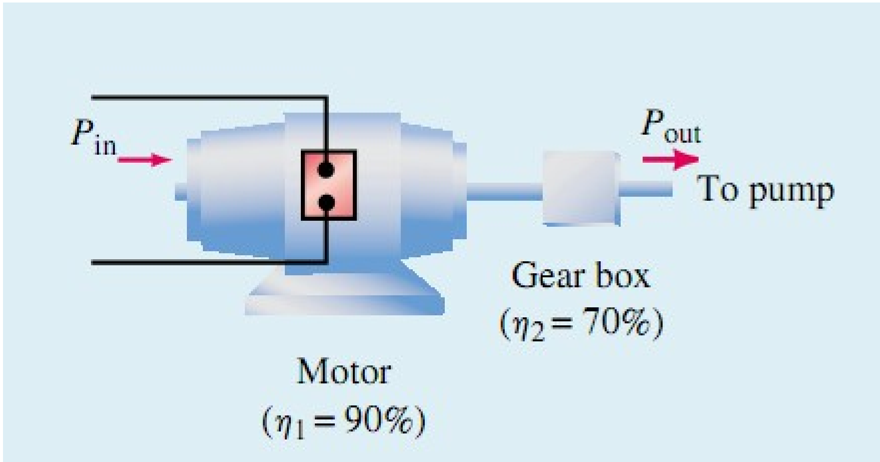
$$\eta_{\text{الكلي}}=\eta_1\times\eta_2\times\eta_3$$

مسائل عن الاستطاعة و المقاومة

المسألة (1) [10]:

إذا كان لدينا الشكل التالي يبين لنا آلة تتألف من موتور و قضيب يستخدم للحفر و يبين الشكل المردود في كل مرحلة و كان الجهد الذي يستهلكه المحرك هو 1200 واط فما هي القوة الميكانيكية الناتجة .

10 هذه المسألة من كتاب Circuit Analysis Theory And Practice



الحل:

$$\eta_{\text{الكلي}} = \eta_{motor} \times \eta_{gear\ box}$$
$$= 0.9 \times 0.7 = 6.3$$
$$P_{out} = \frac{1200 \times 6.3}{746} = 1.013404826 \qquad \text{horsepower}$$

المسألة(2)[11]:

تضخ مضخة ماء إلى منزل يبعد عهنا مستفة 11 متر فإذا كانت قيمة مقاومة الدارة الكهربائية التي تؤمن عمل المصخة تساوي 0.56 أوم أوجد مقطع السلك الناقل علماً أن الدارة تتألف من سلكين .

الحل:

$$R = \rho \frac{L}{S} \longrightarrow 11*2$$

0.56

$1.724*10^{-8}$

$$S = [6.773 \times 10^{-7}] m^2$$

المسألة(3):

ما هي الطاقة اللازمة لإنارة مصباح كهربائي استطاعته 60 واط لمدة سنة كاملة 360 يوم

$$W = P.T = (60)\overbrace{(360)(24)}^{\text{ساعي}} = 518400 \text{ واط ساعي}$$

مسألة(4):

كم دقيقة عمل لجهاز تلفزيون استطاعته(205)واط يمكن أن يعمل ،إذا كانت الطاقة المتوفرةهي:(4) واط ساعي.

الحل:

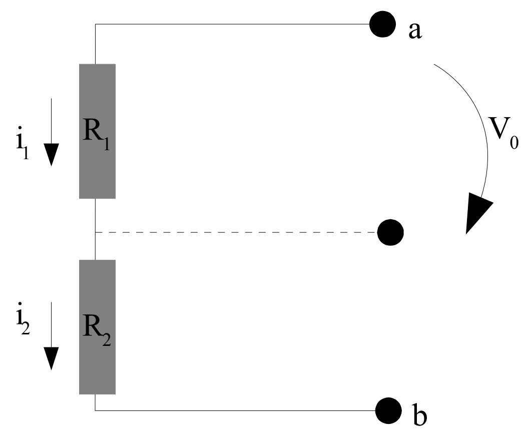
$$T = \frac{W}{P} = \frac{4}{205} = 1.17 \text{ دقيقة}$$

---

11 باقي المسائل التي سترد من كتاب مسائل محلولة في الهندسة الكهربائية

مجزئ التوتر

تأتي فكرة مجزئ التيار من وصل مقاومات على التسلسل فكما نعلم أن التيار الذي يمر عبرها متساوي و أما التوتر فلا ، فلو وصلنا مقاومتين لجزئنا التوتر و هذا توضيح ذلك .



فلو كنا نعلم التوتر الكلي V_{ab} مثلاً و أردنا حساب V_1 فالعمل هو حساب المقاومة الكلية و حساب شدة التيار i وهي بطبيعة الحال مساوية لـ i_1 و i_2 و بالتالي

$$i_{\text{الكلي}} = i_2$$

$$\frac{V}{R} = \frac{V_2}{R_2}$$

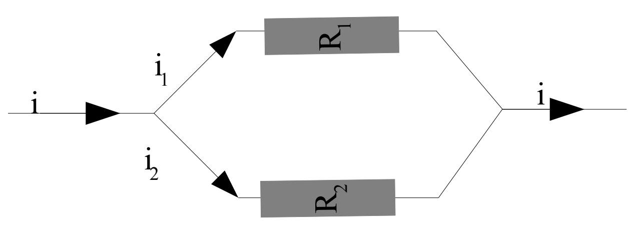
$$\boxed{V_2 = V\frac{R_2}{R}}$$

و بالتالي يعمم هذا القانون .

و يستفاد من هذه الطريقة في التحكم في الكمون الناتج بين طرفي كل مقاومة من المقاومات الموصولة على التسلسل .

مجزئ التيار:

كما ورد سابقاً مع اختلاف وصل المقاومات على التفرع و يكون عندها فرق الكمون متساوي بين المقاومتين



و بفرض أن التوتر الكلي معلوم ،فإنه يتم حساب المقاومة المكافئة و التيار الكلي عبر قانون أوم و يتم حساب التيار في كل فرع عبر مايلي :

$$V_{كلي} = V_1$$
$$R.i = R_1 . i_1$$
$$\boxed{i_1 = i\frac{R}{R_1}}$$

المكثفات

يرمز للمكثفات بالرمز التالي :

و تتألف من لبويسن بينهما عازل و تستخدم المكثفات في اختزان الشحنات و بالتالي الطاقة .

تقدر سعة المكثفة بالفاراد و هي واحدة كبيرة أي تقابل مكثفة كبيرة جداً لذلك نستخدم أجزاء هذه الوحدة الميكرو(10^{-6}) و البيكو(10^{-12}) و النانو(10^{-9}).

قوانين تتعلق بالمكثفة :

السعة :

يعطى بالعلاقة

$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

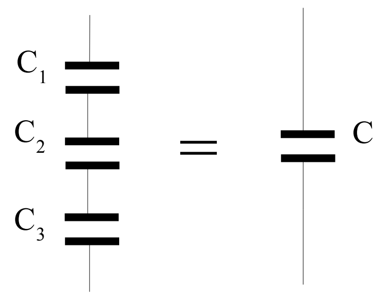
الطاقة المختزنة :

تستنتج كما يلي

$$dw = V\,dq$$
$$w = \int dw = \int V\,dq = \int (\frac{q}{C})\,dq$$
$$w = 1/2\,\frac{q^2}{c} = 1/2\,c\,v^2$$

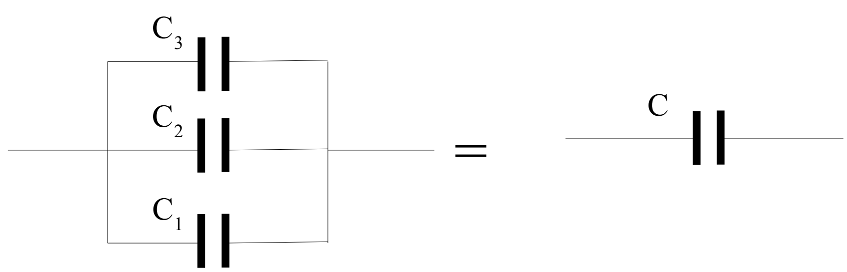
وصل المكثفات :

على التسلسل :



$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$$

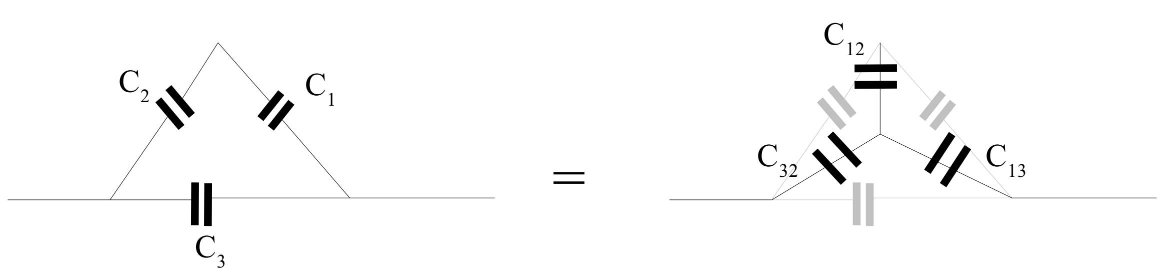
على التفرع :



$$C=C_1+C_2+C_3$$

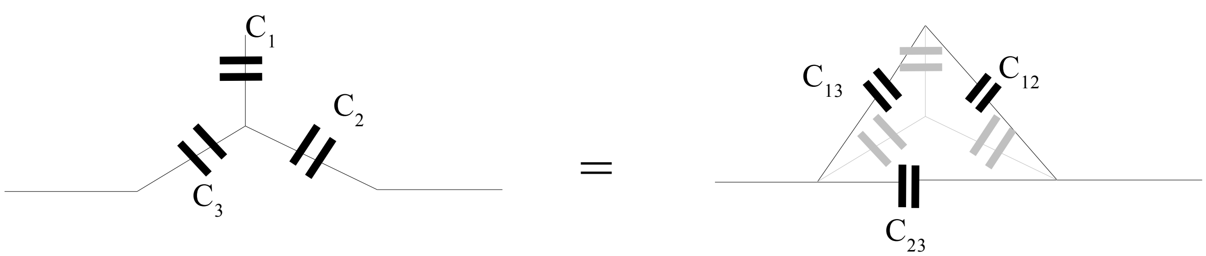
قوانين التحويل في التوصيل :

من مثلثي Δ إلي نجمي* :



$$C_{12}=C_1+C_2+\frac{C_1C_2}{C_3}$$
$$C_{32}=C_3+C_2+\frac{C_3C_2}{C_1}$$
$$C_{13}=C_1+C_3+\frac{C_1C_3}{C_2}$$

من نجمي* إلى مثلثي Δ **:**



$$C_{13}=\frac{C_1C_3}{C_1+C_3+C_2}$$
$$C_{12}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_3+C_2}$$
$$C_{23}=\frac{C_2C_3}{C_1+C_3+C_2}$$

أنواع التيارات [12]

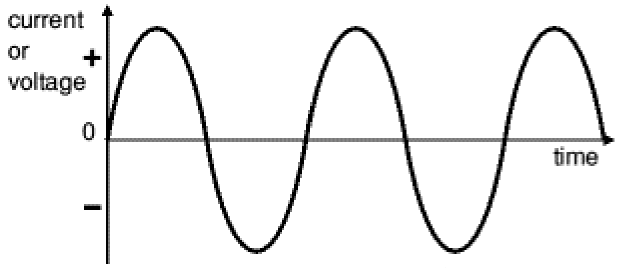
التيار المتناوب Alternating Current

أو يرمز له اختصاراً AC

إن فولط التيار التناوب يتناوب بين الموجبية و السالبية مع تغير الزمن و معدل هذا التغير يسمى **frequency** و هو مقلوب الزمن اللازم لإعادة الدورة خلال الزمن و يقدر بالـ هرتز(HZ) ، ويظهر تغير الفوط خلال الزمن كالشكل الآتي :

---

12 هذه الفقرة من موقع إلكتروني



و عادة ما يكون تيار المدن ذو توتر 50 هرتز كما في بريطانيا وبالتالي فإن زمن إعادة الدورة في هذا التيار تساوي :

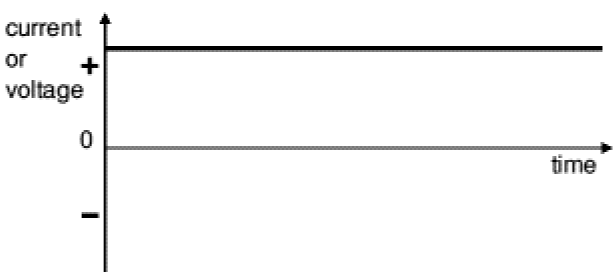
$$\text{time} = \frac{1}{\text{frequency}} = \frac{1}{50} = 0.02\,\text{sec}$$

و يكون التيار التناوب مناسباً لتشغيل بعض الأجهزة مثل المصابيح و لكن بعض الأجهزة تتطلب تياراً مستمراً.

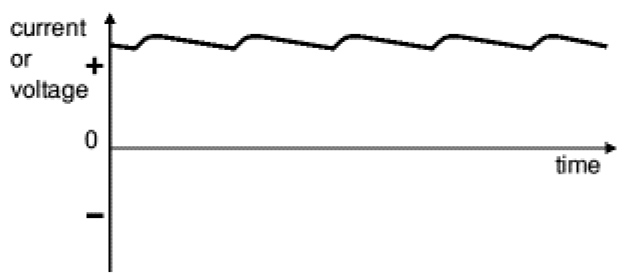
التيار المستمر direct current

أو يرمز له اختصاراً DC

و يكون الفولط ثابت تماماً و يكون إما موجب أو سالب و للتيار المستمر أشكال منها



Steady DC



Smooth DC

أمّا **steady dc** فهو ناتج عن منبع مثل البطارية أما **smooth dc** فهو ناتج عن تقويم التيار المتناوب باستخدام أنصاف النواقل و المكثفات [13]

---

13 كما سنرى في كتاب" التجارب العملية في إثبات القوانين النظرية" والذي سنطرحه إن شاء الله تعالى فور انتهائه .

قوانين كيرشوف:

قانون كيرشوف الاول:

المجموع الجبري للتيارات الكهربائية التي تلتقي في عقدة واحدة يساوي الصفر إذا أخذنا التيار الذي يخرج من العقدة موجباً و الذي يدخل إلى العقدة سالباً .قانون كيرشوف الأول

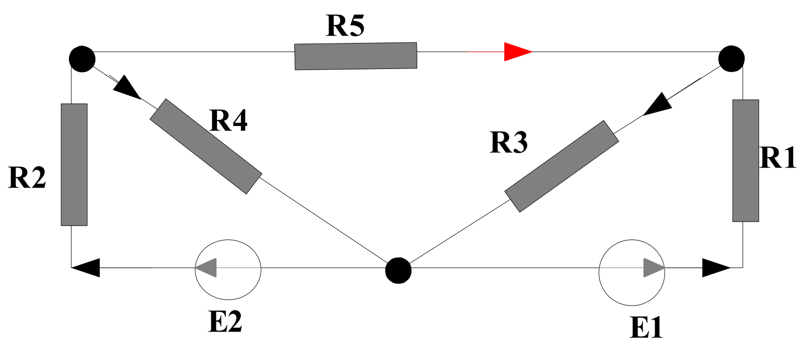
قانون كيرشوف الثاني :

مجموع القوى المحركة التي تعمل على مختلف أضلاع حلقة في دارة كهربائية يساوي مجموع هبوطات التوتر الكهربائي على جميع أضلاع هذه الحلقة و التي تنتج بسبب مرور التيارات الكهربائية في هذه الأضلاع قانون كيرشوف الثاني

طرق حل الدارات الكهربائية

طريقة تيارات مكسويل :

تعتمد طريقة تيارات مكسويل على تخفيض عدد المجاهيل في معادلات كيرشوف 2 :
لنفترض لدينا الدارة التالي:



يعتمد تطبيق هذه النظرية على الخطوات التالية :

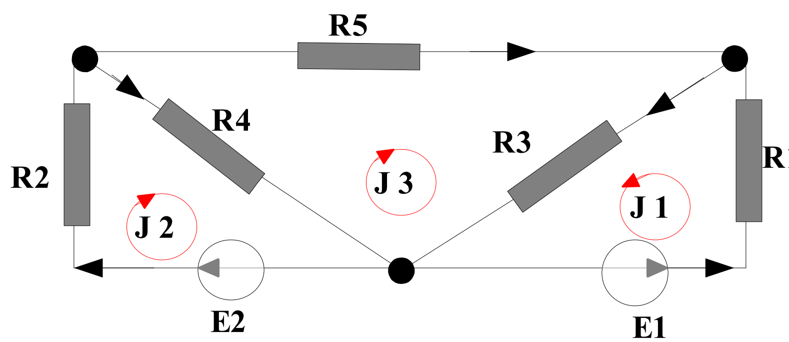
- تحديد عدد الأضلاع و عدد العقد لتحديد عدد المعادلات الناتجة المستقلة و التي تساوي:

عدد معادلات مكسويل = عدد الأضلاع – عدد العقد +1

- تحديد جهة التيارات المارة في الأضلاع و يؤخذ في عين الاعتيار :

أن جهة التيار في الضلع الذي يحوي قوة محركة يكون في جهتها و في الأضلاع التي يلتقي فيهاتيارين فإننا نضع الجهة بجهة التيار الأقوى ، و في حال التخبط* و عدم معرفة الجهة الصحيحة فإنك تضع اتجاهاً افتراضياً من عندك و تتابع الحل و في حال كانت قيمة التيار **موجبة** كان اختيارك **صحيحاً**
و في حال كانت النيجة **سالبة** فإن الاتجاه المفروض **بعكس** الاتجاه الصحيح.

- تحديد تيار مكسويل الافتراضي و الذي يكون بجهة الأكثرية في كل حلقة كما يلي :



- كتابة معادلات مكسويل :

المعادلة في كل حلقةتتألف من طرفين ؛ طرف يحوي على القوى المحركة ، و الطرف الثاني يحوي على هبوطات التوتر بدلالة تيار مكسويل J .

و الآن نكتب معادلات مكسويل للشكل السابق :

<u>**1:**</u>

$$E_1 = J_1(R_1 + R_3) + \ J_3(R3)$$ (ملاحظة)

<u>**2:**</u>

$$E_2 = J_2(R_2 + R_4) - \ J_3(R4)$$

<u>**3:**</u>

$$0 = J_3(R_5 - R_4 + R_3) - \ J_2(R4) + \ J_1(R_3)$$

(ملاحظة) من أجل الضلع المشتركة نضع المقاومة مضروبة بـ **ناقص** تيار مكسويل الحلقة المجاورة في حال كان لهما **عكس** الجهة في

* كما في حالة السهم الأحمر

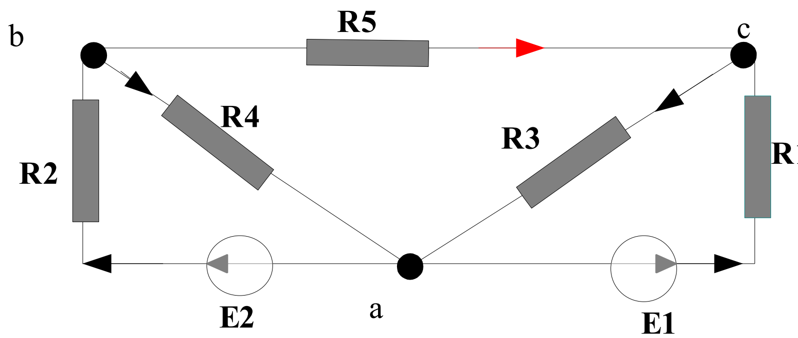
الضلع و **زائد** في حال لهما **نفس** الجهة و هذا الأمر يكافئ أن نكتب المعادلة الأولى بالشكل :

$$E_1 = J_1(R_1) + (J_1 - J_3) \times R_3$$

فرق الكمون العقدي:

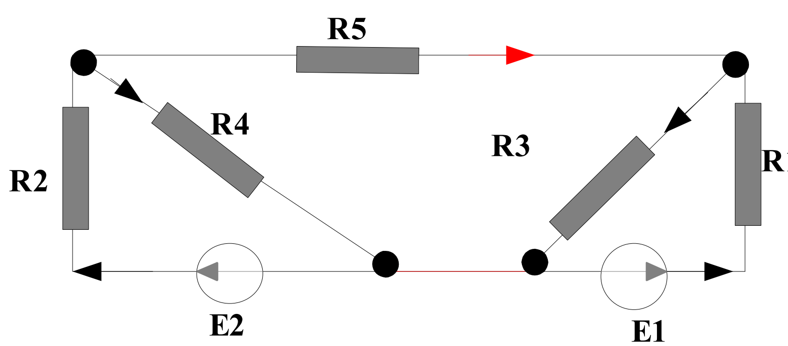
تستخدم هذه الطريقة لمعرفة كمونات العقد في الدارة و بعرفة كمونات العقد نستطيع معرفة التيارات المارة و بالتالي نكون قد حللنا الدارة و تقوم فكرة هذه الطريقة على تأريض إحدى العقد و إخراج قيم باقي العقد بعد التأريض.

لنفرض أنه لدينا الدارة السابقة :

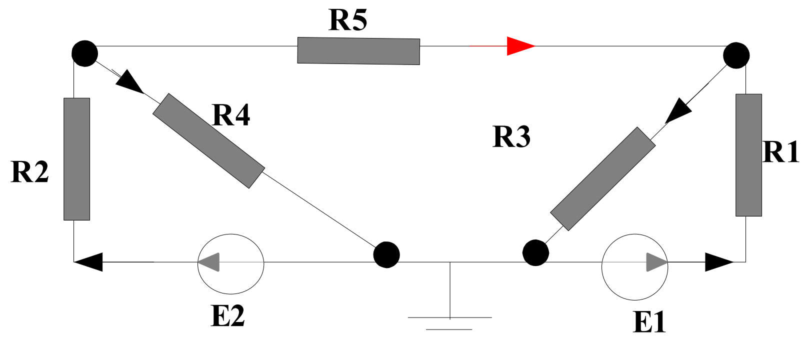


و نريد استخدام طريقة الكمون العقدي ، فإننا نتبع الخطوات التالية:

- تحديد العقد في الدارة .
- التخلص من العقد الزائدة كما في المثال التالي:



فإننا باستطاعتنا أن نزيل السلك الأحمر على أنه فارغ و **لا حمل عليه** و في الحقيقة هذه الخطوة غير مهمة جداً و قد لا نلجأ لها لأنه في الكتب المرجعية (يؤرضون السلك)و بالتالي نحصل على نفس النتيجة .



خطوات العمل :

- نطبق كيرشوف واحد على (N-1)عقدة :

$$-i_4-i_3+i_2+i_1=0$$
$$-i_5-i_1+i_3=0$$

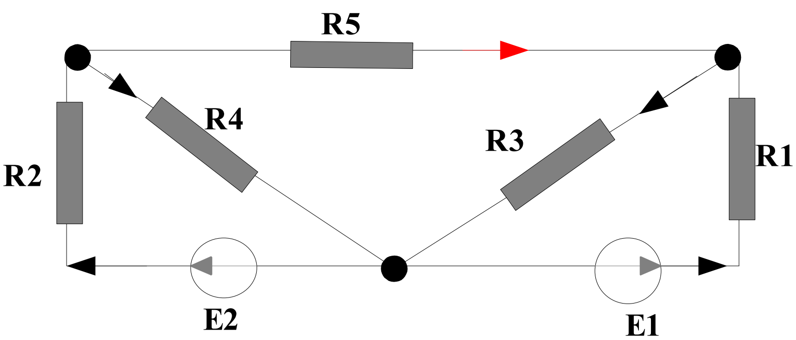
- نكتب معادلة التشغيل للأضلاع :

$$E_2+\overbrace{(v_a-v_b)}^{U_2}=i_2.R_2\Rightarrow i_2=\frac{E_2+(v_a-v_b)}{R_2}$$
$$E_1+\overbrace{(v_a-v_c)}^{U_1}=i_1.R_1\Rightarrow i_1=\frac{E_1+(v_a-v_c)}{R_1}$$
$$\overbrace{(v_b-v_a)}^{U_4}=i_4.R_4\Rightarrow i_4=\frac{(v_b-v_a)}{R_4}$$
$$\overbrace{(v_c-v_a)}^{U_3}=i_3.R_3\Rightarrow i_3=\frac{(v_c-v_a)}{R_3}$$
$$\overbrace{(v_b-v_c)}^{U_5}=i_5.R_5\Rightarrow i_5=\frac{(v_b-v_c)}{R_5}$$

- نعوض التيارات التي أخرجناها بمعادلات كيرشوف .
- نؤرض العقدة الأكثر تكراراً في المعادلة الناتجة و نحل ما تبقى .
- نخرج التيارات من معادلات التشغيل .

طريقة التراكم :

تعتمد هذه النظرية على مبدأ التراكم في العلوم الميكانيكية فإذا أثرت مجموعة من القوى في تحريك جسم ما تحريكاً ناشئ عن تأثير خطي ،فإن النتيجة الكلية يمكن حسابها كمجموع تأثير كل قوة من القوى فيما لو عملت منفردة.
و ليكن لدينا الشكل التالي:

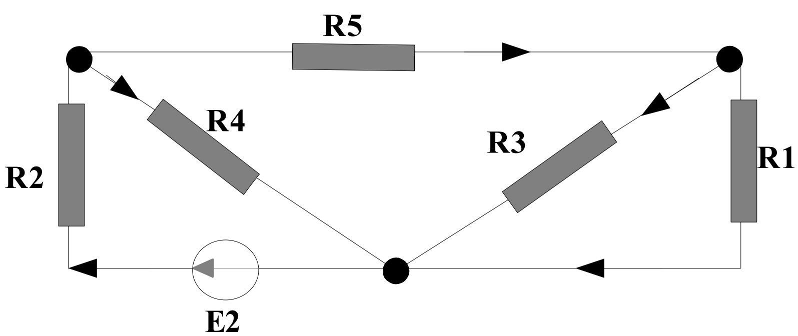


خطوات الحل:

- بما أن المسبب لحركة الإلكترونات في الأسلاك هي مولدات فرق الكمون (المنابع) فإننا نقول بعزل تأثر كل واحدة منها على حدى.

- عزل (قصر)E1:

يصبح الشكل كالتالي ولكن بعد أن نعيد ترتيب التيارات المارة في الدارة :



و نحل هذه الدارة بالنسبة لهذا المنبع و أسهل طريقة لإيجاد التيارات التي ستمر في هذه الحالة في الأضلاع هي باستخدام مجزئ التيار و هو يؤخذ بالقانون التالي:

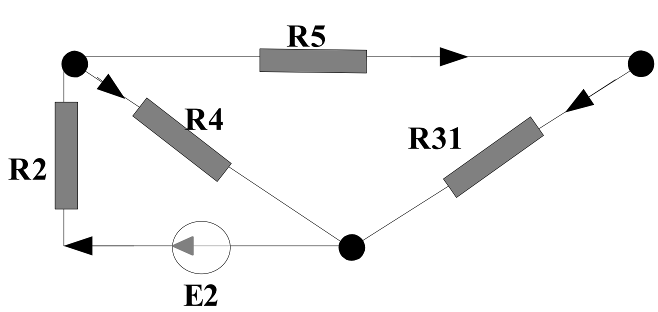
$$I_{\text{الفرع المطلوب}} = I_{\text{الداخل}} \times \left(\frac{R_{\text{الفرع الثاني}}}{R_{\text{الفرع الثاني}} + R_{\text{الفرع المطلوب}}} \right)$$

و هذا القانون بمكن إثباته بسهولة و باستخدام معادلات التشغيل لذلك يمكن استخدامه بهذا الشكل مباشرة و يجب الملاحظة أنه له شكل آخر و هو:

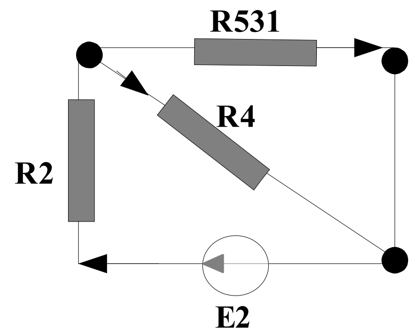
$$I_{\text{الفرع المطلوب}} = I_{\text{الداخل}} \times \left(\frac{R_{\text{الفرع المطلوب}}}{R_{\text{الكلية}}} \right)$$

و نجمل خطوات الحل في الجدول التالي:

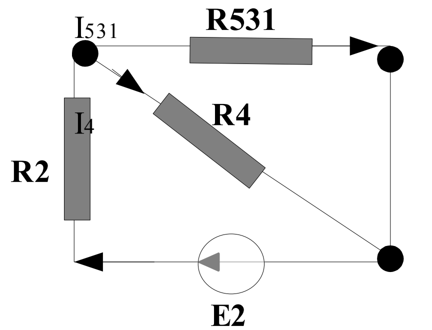
1



2

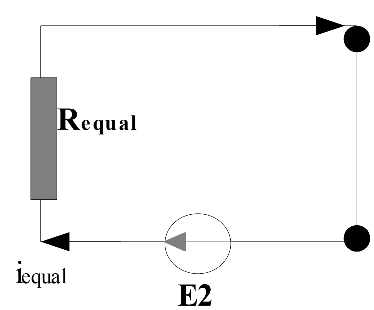


3



4

نحسب R الكلية لكي نخرج التيار الكلي المتولد من E2



$$i_{equal}=\frac{U_2}{R_{equal}}=i_2\ (\text{على التسلسل})$$

5

راجع الشكل في ثلاثة

و باستخدام مجزئ التيار :

$$i_4=i_2\times\left(\frac{R_{531}}{R_{531}+R_4}\right)$$
$$i_{531}=i_2-i_4$$

6

$$i_{531}=i_5=i_{31}\ (\text{على التسلسل})$$

و نستخدم خاصية مجزئ التيار بين R3 و R1 :

$$i_3=i_{31}\times\left(\frac{R_1}{R_3+R_1}\right)$$
$$i_1=i_{31}-i_3$$

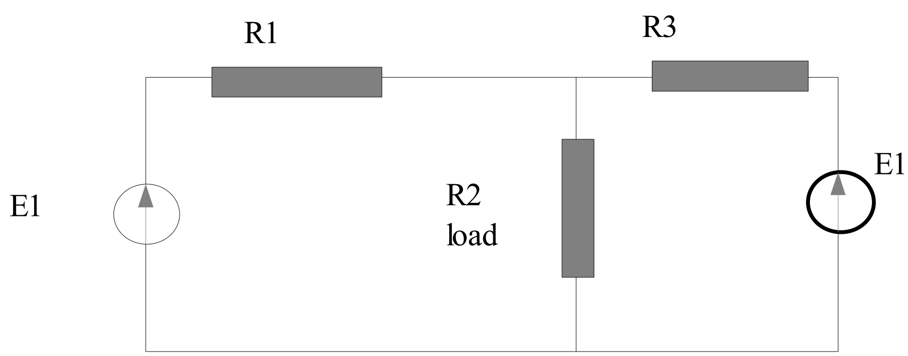
- نعيد الكرة ذاتها للمنبع الثاني و التيارات النهائية في الأضلاع هي **مجموع** التيارات التي حسبناها للضلع في كل حالة لو كانت **بنفس الجهة** و **طرحها** لو كانت **متعاكسة.**

طريقة ثيفنين و نورتون :

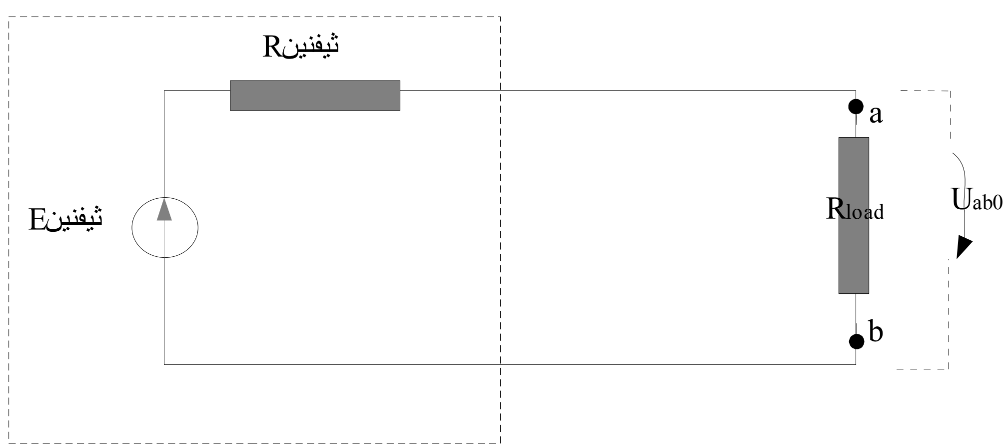
تنص نظرية ثيقنين على أنه يمكننا تبسيط أي دارة خطية مهما بلغت من التعقيد إلى منبع واحد و سلسلة من المقاومات موصولة إلى حمل ، و نقصد بالخطية هو أنه العلاقة في كافة أجزاء الدارة بين التيار و التوتر هي خطية(ترسم بيانياً بخط)مثل المقاومات أو المكثفات .

و في طريقة ثيفنين إننا نعتبر أحدا المقاومات(حسب الحاجة أو المطلوب) هي الحمل و الباقي هو دارة ثيفنين .

مثال :ليكن لدينا الدارة التالية



و بعد التحويل نجد:



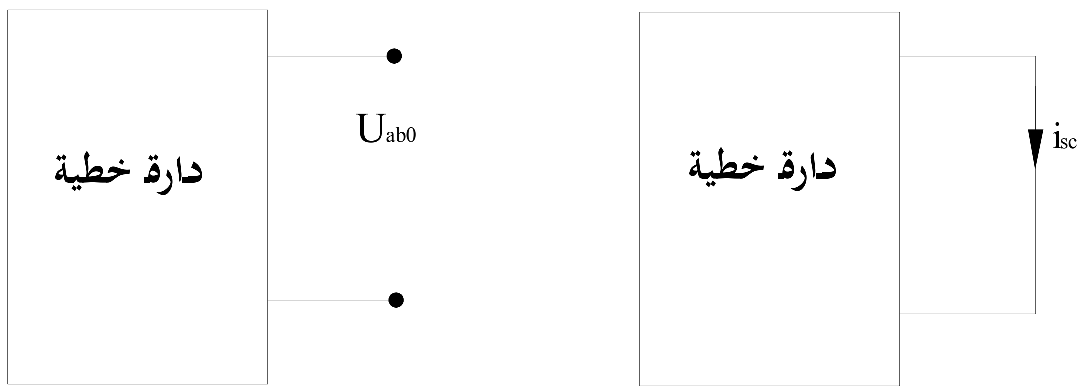
دارة ثيفنين المكافئة

و من ثم نزيل المقاومة الحمل و يصبح محلها U_{ab0} أي توتر اللاحمل و نطبق إما أحد قوانين كيرشوف أو إحدى الطرق السابقة لإيجاد التيارات و التوترات و توتر اللاحمل .

و الدستور المستعمل في ثيفنين هو :

$$i_{\text{المطلوب}} = \frac{U_{ab0}}{R_{ab} + R_{load}}$$

و أما الفرق بين طريقة ثيفنين و نورتون فهو ملخّص في الشكل التالي:



أي أننا نستبدل المقاومة الحمل بسلك أو تيار القصر(sc) و أيضاً نحتاج في لتوتر اللاحمل الذي استخدمناه في طريقة ثيفنين لأن طريقة نورتون تستخدم القوانين التالية:

$$i\ \text{المطلوب} = \frac{i_{sc}}{G_{ab} + G_{load}}$$

$$i_{sc} = \frac{U_{ab0}}{R_{ab}}$$

ملاحظة:إن $R_{ab} = R_{\text{ثيفنين}}$

إحياء

توصية

سبحانك اللهم و بحمدك سبحان ربي العظيم أستغفرك و أتوب إليك . اللهم لا علم لنا إلا ما علمتنا .
احرص أخي المسلم ألا تستخدم علمك إلا فيما يرضي الله و يعز المسلمين و يهزم أعداءهم و هذا كل ما نرجوه منك بعد الدعاء لمن ساهم في هذا العمل بالتوفيق و الرشاد و الفوز بالجنة و بمغفرة قيوم السموات و الأرض.

مسؤولية الفريق

الفريق لا يتحمل أي تبعة من تبعات ورود أخطاء لأن الفريق في طور النشأة و كل ابن آدم خطّاء،و لا ينصح باستخدام إنتاجياته مصادر تعليمية

في حال ورود خطأ:

يرجى التبليغ على بريد الفرق e7aaproj@gmail.com و لكم جزيل الشكر .

تحديثات:

سيتم بإذنه تعالى تحديث الكتاب كل فترة لذا يرجى الانتباه لهذا النقطة.

الحقوق :

إن ماورد في الكتاب معتمد على عدة مصادر و هي :

كتاب الفيزياء 2 جامعة دمشق - مادة الفيزياء في معهد MIT رقم 8.022 - كتاب Circuit Analysis Theory And Practice - كتاب مسائل محلولة في الهندسة الكهربائية (د.م.حسن الحاجي)-كتاب أسس الهندسة الكهربائية

أما بالنسبة للرسوميات فما كان اقتباساً فلقد تم الإشارة إليه ،وإلا كان من إنتاجيات الفريق .