المملكـة العربيـة السـعودية

المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

قررت المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني تدريس هذه الحقيبة في " المعاهد الثانوية الفنية "

مساحة

الحساب المساحي

الصف الثاني

نسخة أولية ١٤٢٥هـ

مقدمة

الحمد لله وحده، والصلاة والسلام على من لا نبي بعده، محمد وعلى آله وصحبه، وبعد:

تسعى المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني لتأهيل الكوادر الوطنية المدربة القادرة على شغل الوظائف التقنية والفنية والمهنية المتوفرة في سوق العمل، ويأتي هذا الاهتمام نتيجةٍ للتوجهات السديدة من لدن قادة هذا الوطن التي تصب في مجملها نحو إيجاد وطن متكامل يعتمد ذاتياً على موارده وعلى قوة شبابه المسلح بالعلم والإيمان من أجل الاستمرار قدماً في دفع عجلة التقدم التنموي: لتصل بعون الله تعالى لمصاف الدول المتقدمة صناعياً.

وقد خطت الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج خطوة إيجابية تتفق مع التجارب الدولية المتقدمة في بناء البرامج التدريبية، وفق أساليب علمية حديثة تحاكي متطلبات سوق العمل بكافة تخصصاته لتلبي متطلباته ، وقد تمثلت هذه الخطوة في مشروع إعداد المعايير المهنية الوطنية الذي يمثل الركيزة الأساسية في بناء البرامج التدريبية، إذ تعتمد المعايير في بنائها على تشكيل لجان تخصصية تمثل سوق العمل والمؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني بحيث تتوافق الرؤية العلمية مع الواقع العملي الذي تفرضه متطلبات سوق العمل، لتخرج هذه اللجان في النهاية بنظرة متكاملة لبرنامج تدريبي أكثر التصاقاً بسوق العمل، وأكثر واقعية في تحقيق متطلباته الأساسية.

وتتناول هذه الحقيبة التدريبية " الحساب المساحي " لمتدربي قسم" المساحة " للمعاهد الفنية للمراقبين الفنيين موضوعات حيوية تتناول كيفية اكتساب المهارات اللازمة لهذا التخصص.

والإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج وهي تضع بين يديك هذه الحقيبة التدريبية تأمل من الله عز وجل أن تسهم بشكل مباشر في تأصيل المهارات الضرورية اللازمة، بأسلوب مبسط يخلو من التعقيد، وبالاستعانة بالتطبيقات والأشكال التي تدعم عملية اكتساب هذه المهارات.

والله نسأل أن يوفق القائمين على إعدادها والمستفيدين منها لما يحبه ويرضاه: إنه سميع مجيب الدعاء.

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الحساب المساحي

حساب حجم الأشكال غير المنتظمة

حساب حجم الأشكال لغير المنتظمة

١

محتوى الوحدة :

- حساب مساحات الأشكال غير المنتظمة .
  - الأشكال المحددة بخطوط مستقيمة .
  - الأشكال المحددة بمنحنيات .
  - الأشكال الممتدة كالشرائح .
- حساب حجم الأشكال غير المنتظمة .
- حساب الحجم من خطوط الكنتور .

أهداف الوحدة :

١ -أن يستطيع الطالب حساب مساحة الأشكال غير المنتظمة .

٢ -أن يستطيع الطالب حساب حجم الأشكال غير المنتظمة .

٣ -أن يستطيع الطالب حساب حجم كميات الحفر والردم من خطوط الكنتور .

الوقت المتوقع للتدريب :

٢٤ ساعة تدريب

الوسائل المساعدة :

١ – القوانين الرياضية .

٢ – الأمثلة المحلولة .

٣ – الآلة الحاسبة .

حساب حجم الأشكال غير المنتظمة :

حساب الحجم للأشكال غير المنتظمة من الأعمال المساحية الضرورية لحساب كميات الحفر والردم سواء كان ذلك عن طريق الميزانية الشبكية أو عن طريق خطوط الكنتور ولحساب حجم أي شكل غير منتظم لا بدلنا من التذكير أولاً بأهم الطرق المستخدمة في حساب المساحات للأشكال غير المنتظمة والتي سبق دراسة بعضها في السنة الأولى وهي كالآتي : -

- **مساحات الأشكال المحددة بخطوط مستقيمة :**

ويمكن تحديد مساحتها بإحدى الطرق التالية: -

- التقسيم إلى مثلثات ثم حساب مساحة كل مثلث على حدة عن طريق أطوال الأضلاع الثلاثة أو طول ضلعين والزاوية المحصورة بينهما أو طول القاعدة والارتفاع ثم بجمع هذه المساحات نحصل على المساحة الكلية للشكل .
- التقسيم إلى مثلثات وأشباه منحرفات أو أي أشكال هندسية منتظمة وفيها يتم حساب مساحة كل شكل منتظم على حدة ثم بتجمع هذه المساحات نحصل على المساحة الكلية للشكل.

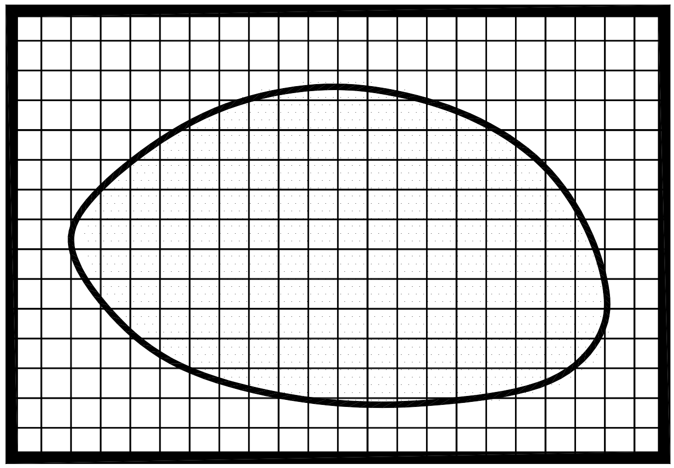
- **مساحات الأشكال المحددة بمنحنيات :**

ويمكن حساب مساحة الأشكال التي لها حدود منحنية بإحدى الطرق التالية : -

- **طريقة الحذف والإضافة :**

وهي طريقة تقريبية وتتلخص في تحويل الشكل إلى مضلع يكافئه في المساحة(بشكل تقريبي) ثم حساب مساحة هذا المضلع وذلك بتقسيمه إلى أشكال هندسية منتظمة (مثلثات ، أشباه منحرفات ، ....) ثم حساب مساحة هذه الأشكال كلا على حدة و بتجميعها نحصل على مساحة المضلع وبالتالي مساحه الشكل المطلوب وتتوقف دقة هذه الطريقة على مدى صحة تقدير الأجزاء المضافة و المحذوفة .

- **طريقة شبكة المربعات :**



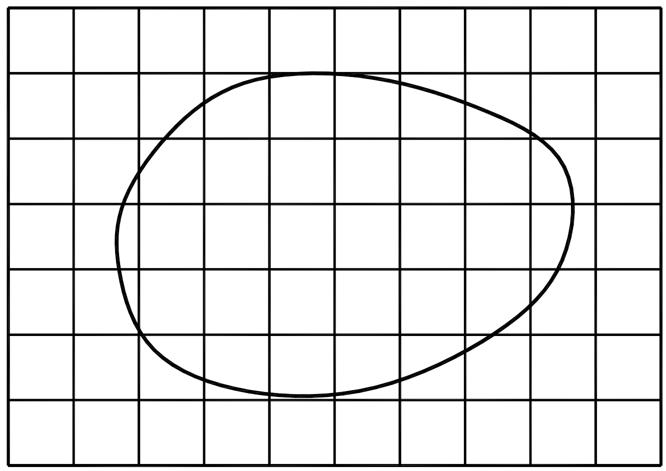
وهي طريقة تقريبية ولكنها أفضل من الطريقة السابقة وتتلخص في عمل شبكة مربعات على ورقة شفافة أو على الخريطة نفسها ($\frac{١}{٢}$ سم × $\frac{١}{٢}$ سم) كما هو موضح بالشكل ومن ثم نقوم بإحصاء عدد المربعات الكاملة وكذلك أجزاء المربعات الواقعة داخل حدود الشكل (خط الكنتور) ومن ثم يمكن حساب المساحة من القانون التالي :

المساحة = عدد المربعات × مساحة المربع الواحد × (مقياس الرسم)٢

ملاحظة :

كلما كانت مساحة المربع صغيرة كلما كانت النتائج أفضل .

مثال :



المطلوب حساب المساحة المحصورة داخل خط الكنتور الموضح بالشكل إذا كان مقياس الرسم ١ : ٥٠٠ وكانت شبكة المربعات ١ سم × ١ سم ؟

الحل :

بإحصاء عدد المربعات الكاملة الواقعة داخل حدود خط الكنتور = ١٧ مربع

وبإحصاء عدد أجزاء المربعات الواقعة داخل حدود خط الكنتور ≈ ١٠,٥ مربع

العدد الكلي للمربعات الواقعة داخل حدود خط الكنتور = ١٧ + ١٠,٥ = ٢٧,٥ مربع

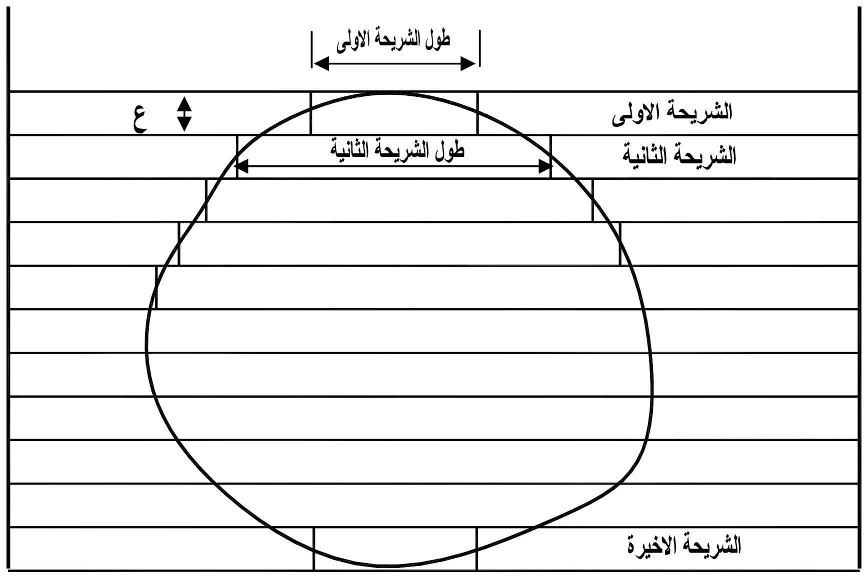
المساحة = عدد المربعات × مساحة المربع الواحد × (مقياس الرسم)٢

المساحة = ٢٧,٥ × ١ × ١ × (٥٠٠)٢

= ٦٨٧٥٠٠٠ سم٢

= ٦٨٧,٥ ... ...م٢ ....

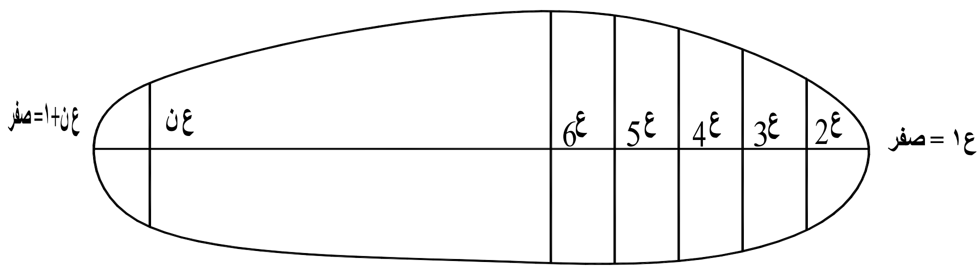
طريقة الخطوط المتوازية :

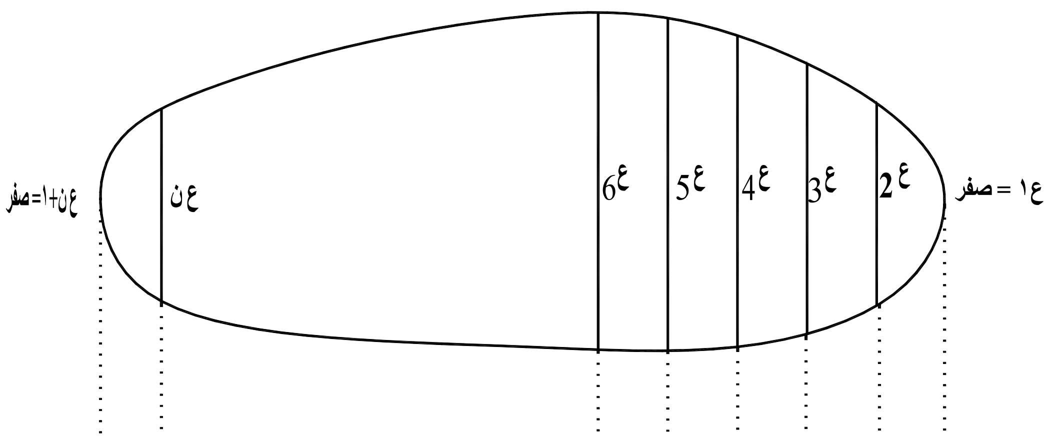


وتتلخص هذه الطريقة في رسم خطوط متوازية على مسافات متساوية (ع) وبذلك نقسم المساحة إلى شرائح ثم نحول كل شريحة إلى مستطيل يكافئ الشريحة في المساحة كما هو موضح بالشكل وتصبح المساحة الكلية كالتالي:

المساحة= ع × (طول الشريحة الأولى + طول الشريحة الثانية + ...+ طول الشريحة الأخيرة)

- **مساحات الأشكال الممتدة كالشرائح :**





إذا كانت الأرض المراد معرفة مساحتها عبارة عن شريحة ممتدة وحدودها منحنية يمكن حساب مساحتها بعدة طرق تعتمد كلها على فكرة واحدة وهي توقيع خط يوازي حدود المنطقة سواء كان هذا الخط داخل حدود قطعة الأرض أو خارجها كما هو موضح بالرسم ثم نقسم هذا الخط إلى أقسام متساوية (س) ونقيم أعمدة على الخط من نقاط التقسيم وحتى حدود قطعة الأرض وكلما كان عدد الأقسام كبير كلما كانت النتائج أفضل ويمكن حساب المساحة في هذه الحالة بإحدى الطرق التالية : -

١ - طريقة متوسط الارتفاعات .

٢ - طريقة أشباه المنحرفات .

٣ - طريقة سمسون .

- **طريقة متوسط الارتفاعات:**

وهي طريقة تقريبية وتستخدم في حالة كون الفرق بين أطوال الأعمدة المقامة على الخط الموازي لقطعة الأرض ليس كبيرا حيث تحول المساحة كلها إلى مستطيل طوله عبارة عن طول قطعة الأرض و ارتفاعه متوسط ارتفاع الأعمدة وتستعمل للحصول على فكرة سريعة عن المساحة من القانون التالي :

$$\text{المساحة} = \text{طول قطعة الأرض} \times \frac{\text{مجموع أطوال الأعمدة}}{\text{عدد الأعمدة}}$$

- **طريقة أشباه المنحرفات :**

وهي أدق من الطريقة السابقة و تستخدم في حالة كون حدود الأرض عبارة عن خطوط مستقيمة أو قريبة من ذلك أما في حالة كون حدود الأرض منحنية نقوم بتصغير المسافة بين الأعمدة (س) حتى نحصل على نتائج أفضل و تتلخص هذه الطريقة في أننا نحسب المساحة على أساس أن كل قسم هو شبه منحرف قاعدتاه العمودين و ارتفاعه هي المسافة بين الأعمدة (س) ويتم حساب المساحة من القانون التالي :

المساحة = ½ × س (طول العمود الأول + طول العمود الأخير + ٢ × مجموع باقي الأعمدة)

حيث :

س = عرض القسم = المسافة بين كل عموديين متتالين .

طريقة سمسون :

هي أدق الطرق وأفضلها وتطبق في حالة كون حدود الأرض منحنية وعدد الأقسام المحصورة بين الأعمدة عدد زوجي وتحسب المساحة من القانون التالي :

المساحة = $\frac{س}{3}$ × (طول العمود الأول + طول العمود الأخير + ٢ × مجموع أطوال الأعمدة الفردية + ٤ × مجموع أطوال الأعمدة الزوجية)

حيث

س = عرض القسم = المسافة بين كل عموديين متتالين .

ويراعى في تطبيق القانون السابق ما يلي :

١ – يجب أن يكون عدد الأقسام(ن) عدد زوجي .

٢ – عند أخذ الأعمدة الفردية لا يؤخذ العمود الأول و الأخير مرة أخرى .

٣ – إذا كان عدد الأقسام فردياً يحذف قسم عند أحد الأطراف (غالبا الأخير) وتحسب مساحته على أنه شبه منحرف أو مثلث وتضاف مساحته إلى المساحة المحسوبة بالقانون .

حالة خاصة

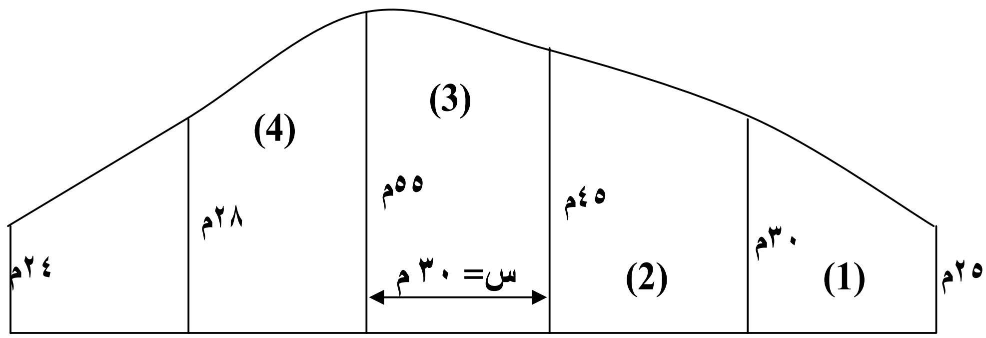
في طريقة سمسون إذا كان عدد الأقسام ثلاثة أقسام فقط يطبق القانون التالي :

المساحة = $\frac{٣س}{8}$ × ($ع_١$ + ٣ × $ع_٢$ + ٣ × $ع_٣$ + $ع_٤$)

ملاحظة هامة

في حالة استخدام طريقة سمسون أو أشباه المنحرفات و لا يوجد عمود في البداية أو النهاية يمكن اعتبار العمود الأول أو الأخير أو كلاهما معا = صفر .

مثال (١) :



أوجد مساحة قطعة الأرض الموضحة بالشكل بالطريقة المناسبة ؟

الحل

≥ حدود قطعة الأرض منحنية

″ الطريقة المناسبة لحساب المساحة هي طريقة سمسون

≥ عدد الأقسام ليس عدد زوجي

″ نأخذ الأقسام (١، ٢ ، ٣ ، ٤) ونحسب مساحتهم من القانون كما يلي :

مساحة الأقسام الأربعة = $\frac{س}{3}$ × (طول العامود الأول + طول العامود الأخير + ٢ × مجموع أطوال الأعمدة الفردية + ٤ × مجموع أطوال الأعمدة الزوجية)

= $\frac{30}{3}$ × ((٢٥ + ٢٨ + ٢ × (٤٥) + ٤ × (٣٠ + ٥٥))

=١٠ × (٥٣ + ٩٠ + ٣٤٠)

مساحة الأقسام الأربعة = ٤٨٣٠ م٢

مساحة الجزء الأخير (شب منحرف) =القاعدة المتوسطة × الارتفاع

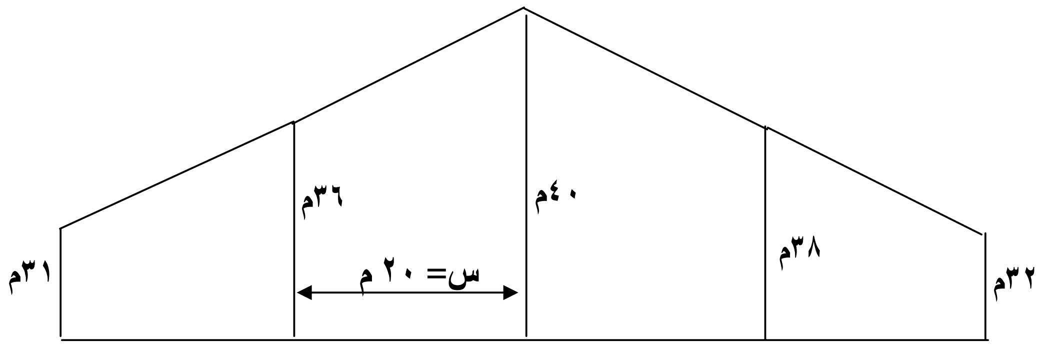
= ٣٠ × (٢٨ + ٢٤) ÷ ٢= ٣٠ × ٢٦

= ٧٨٠ م ٢

″ مساحة قطعة الأرض الكلية = مساحة الأقسام الأربعة + مساحة الجزء الأخير

= ٤٨٣٠ + ٧٨٠ = ٥٦١٠ م٢

مثال (٢) :



أوجد مساحة قطعة الأرض الموضحة بالشكل بالطريقة المناسبة ؟

الحل

≤ حدود الأرض عبارة عن خطوط مستقيمة والفرق بين أطوال الأعمدة ليس صغيراً .

″ الطريقة المناسبة لحساب المساحة هي أشباه المنحرفات .

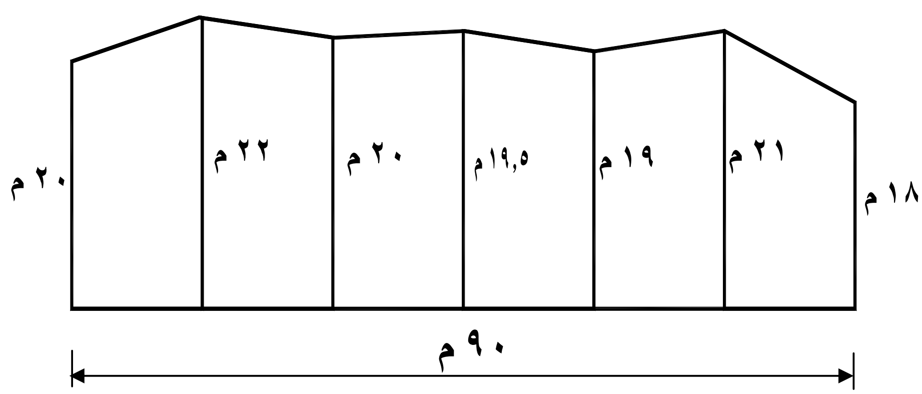
المساحة = ½ × س (طول العمود الأول + طول العمود الأخير + ٢ × مجموع باقي الأعمدة)

المساحة = ½ × ٢٠ (٣٢ + ٣١ + ٢ × (٣٨ + ٤٠ + ٣٦))

المساحة = ١٠ × (٦٣ + ٢ × ١١٤)

المساحة = ١٠ × (٦٣ + ٢٢٨) = ١٠ × ٢٩١ = ٢٩١٠ م٢ .

مثال (٣) :



أوجد مساحة قطعة الأرض الموضحة بالشكل بالطريقة المناسبة ؟

الحل

≥ حدود الأرض عبارة عن خطوط مستقيمة و الفرق بين أطوال الأعمدة صغيراً .

″ الطريقة المناسبة لحساب المساحة هي متوسط الارتفاعات وهي طريقة تقريبية .

المساحة = طول قطعة الأرض × (مجموع أطوال الأعمدة ÷ عدد الأعمدة)

= ٩٠ × (١٨ + ٢١ + ١٩ + ١٩,٥ + ٢٠ + ٢٢ + ٢٠) ÷ ٧

= ٩٠ × (١٣٩,٥) ÷ ٧

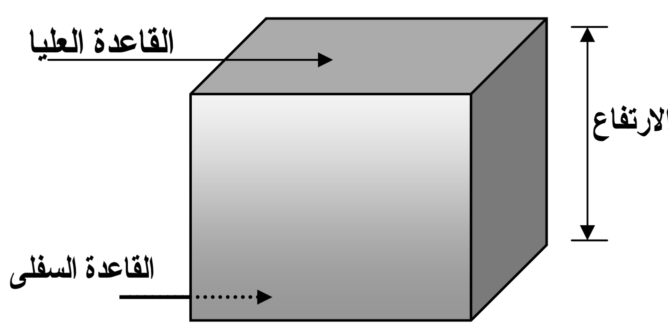
= ٩٠ × ١٩,٩٣ = ١٧٩٣,٧ م٢

المساحة بطريقة أشباه المنحرفات = ١٨٠٧,٥ م٢

حساب حجم الأشكال غير المنتظمة

- حساب حجم الأشكال المحددة بخطوط مستقيمة :

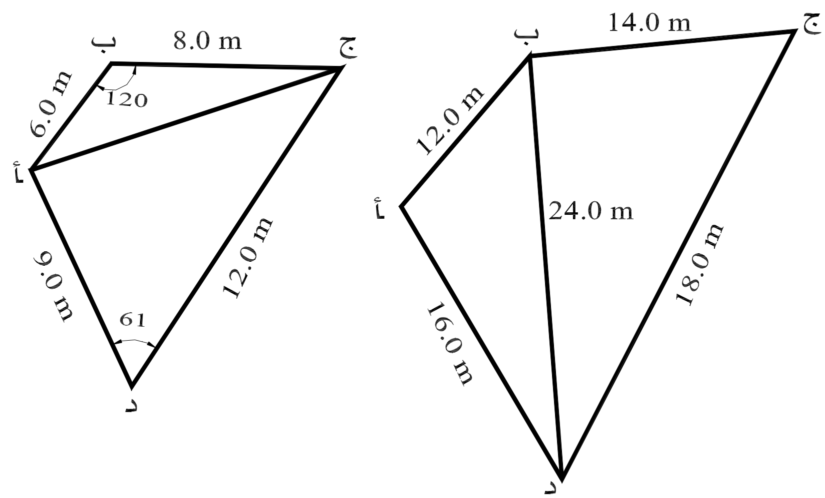
لحساب حجم أي شكل غير منتظم محدد بخطوط مستقيمة ما علينا سوى أن نحسب مساحة القاعدة العليا وكذلك السفلى بإحدى الطرق السابق شرحها ثم نحسب متوسط المساحتين وبضرب متوسط المساحة في ارتفاع قطعة الأرض نحصل على الحجم.



حجم الشكل غير المنظم = متوسط مساحة القاعدتين (العليا والسفلى) × الارتفاع بين القاعدتين

<u>مثال (١) :</u>

قطعة ارض شكلها غير منتظم وحدودها مستقيمة ويراد حفرها بعمق ٥ م احسب كمية الحفر إذا كان شكل قطعة الأرض من الأعلى و الأسفل كما موضح بالشكل التالي :



القاعدة السفلى　　　　القاعدة العليا

القاعدة العليا نقسمها إلى Δ Δ ا ب ج ، أ ج د

Δ أ ب ج = ½ × ٦ × ٨ × حا ١٢٠ = ٢٠,٧٨ م٢

Δ أ ج د = ½ × ٩ × ١٢ × حا ٦١ = ٤٧,٢٣ م٢

مساحة القاعدة العليا = Δ أ ب ج + Δ أ ج د = ٢٠,٧٨ + ٤٧,٢٣ = ٦٨,٠١ م٢

القاعدة السفلى نقسمها إلى ΔΔ أ ب د ، أ ج د

Δ أ ب د　ح = (١٦+١٢+٢٤) / ٢ = ٢٦ م

مساحة Δ أ ب د = √(٢٦ × ١٠ × ١٤ × ٢) = ٨٥,٣٢ م٢

Δ ب ج د　ح = (٢٤ + ١٤ + ١٨)/ ٢ = ٢٨ م

مساحة Δ ب ج د = √(٢٨× ٤ × ١٤ × ١٠) = ١٢٥,٢٢ م٢

" مساحة القاعدة السفلى = Δ أ ب د + Δ ب ج د = ٨٥,٣٢ + ١٢٥,٢٢ = ٢١٠,٥٤ م٢

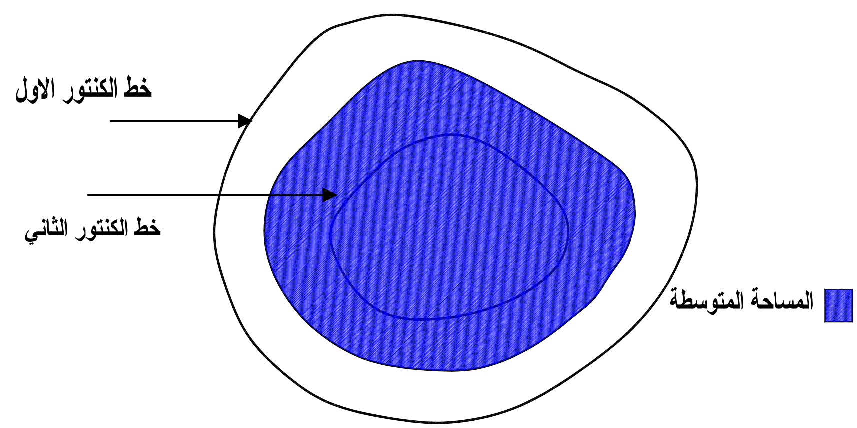
متوسط مساحة القاعدتين = (٦٨,٠١ + ٢١٠,٥٤) /٢ = ١٣٩,٢٨ م٢

حجم قطعة الأرض = متوسط المساحة × الارتفاع

= ١٣٩,٢٨ × ٥

= ٦٩٦,٤ م٣

- **حساب حجم الأشكال المحددة بمنحنيات**

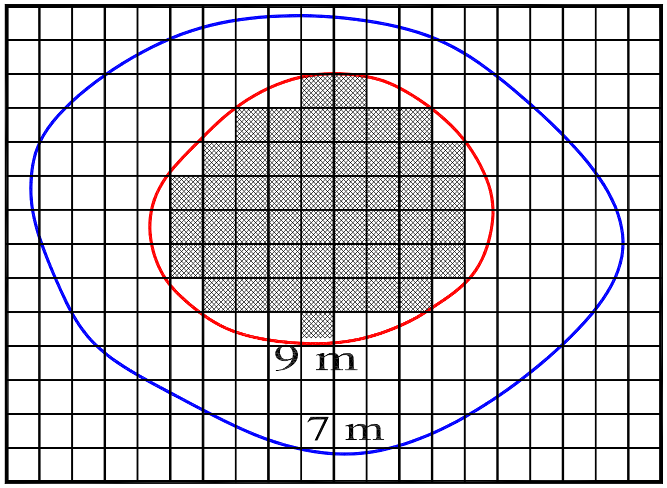


لحساب حجم أي شكل محدد بمنحنيات مثل حجم الحفر للتسوية على خط الكنتور الأول أو حجم الردم للتسوية على خط الكنتور الثاني(في الشكل الموضح) نبدأ بحساب المساحة المحصورة داخل خط الكنتور الأول ثم المساحة المحصورة داخل خط الكنتور الثاني وذلك بإحدى الطرق السابقة (شبكة المربعات) ثم حساب متوسط المساحتين وكذلك فرق المساحتين ويكون الحجم كالتالي :

حجم الحفر = متوسط مساحتي خطي الكنتور × الارتفاع " الفترة الكنتورية"

حجم الردم = فرق مساحتي خطي الكنتور × متوسط الارتفاع عن منسوب التسوية

مثال :



الشـكل الموضـح عبـارة عـن خطـي كنتـور منسـوب الخـط الأول ٩ م ومنسـوب الخـط الثـاني ٧ م والمطلوب حساب حجم الحفر للتسوية على منسوب ٧ م علما بأن خطوط الكنتور رسمت بمقياس رسم ١ : ٥٠٠ ؟

الحل

بعمل شبكة مربعات ½ سم × ½ سم على الخريطة كما هو موضح بالشكل ثم نقوم بإحصاء عدد المربعات المحصورة داخل خطي الكنتور :

عدد المربعات الكاملة المحصورة داخل خط الكنتور ٩ م = ٥١ مربع

عدد أجزاء المربعات المحصورة داخل خط الكنتور ٩ م ≈ ١٠,٥ مربعات

″عدد المربعات الكلية داخل خط الكنتور ٩ م = ٥١ + ١٠,٥ = ٦١,٥ مربع

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٩ م = عدد المربعات × مساحة المربع الواحد × مربع مقياس الرسم

=٦١,٥ × ½ × ½ × (٥٠٠)^{٢} = ٣٨٤,٤ م^{٢}

عدد المربعات الكاملة المحصورة داخل خط الكنتور ٧ م = ١٥٢ مربع

عدد أجزاء المربعات داخل خط الكنتور ٧ م ≈ ٢١ مربع

″عدد المربعات الكلية داخل خط الكنتور ٧ م = ١٥٢ + ٢١ = ١٧٣ مربع

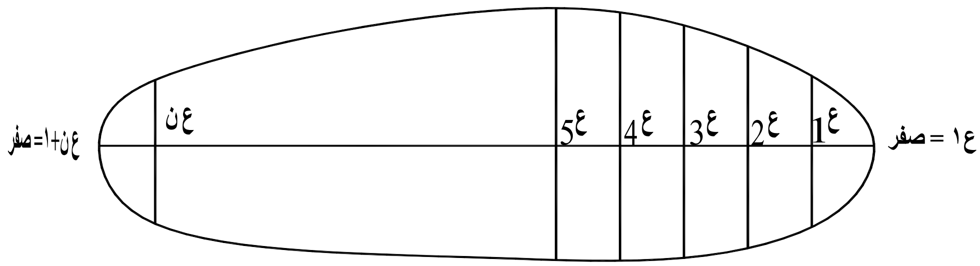
المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٧ م = ١٧٣ × ½ × ½ × (٥٠٠)^{٢} ≈ ١٠٨١ م^{٢}

متوسط المساحة = (٣٨٤,٤ + ١٠٨١) ÷ ٢ = ٧٣٢,٧ م^{٢}

حجم الحفر المطلوب للتسوية على منسوب ٧ م = متوسط المساحة × الفترة الكنتورية

= ٧٣٢,٧ × ٢ = ١٤٦٥,٤ م^{٣}

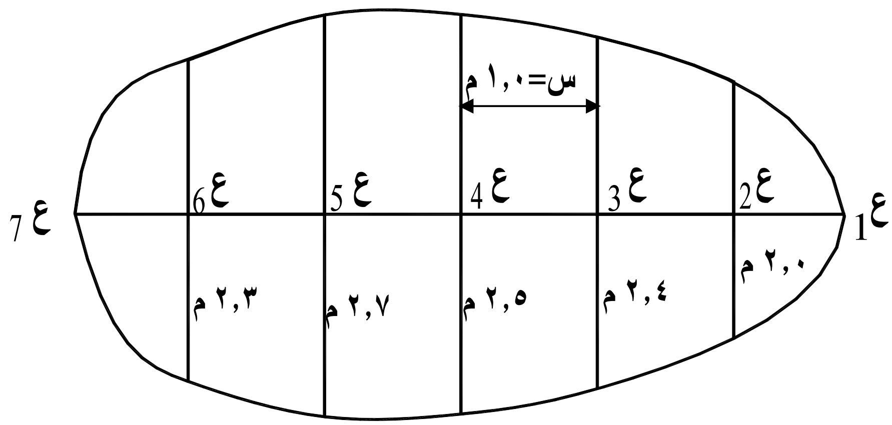
- **حساب حجم الأشكال الممتدة كالشرائح**



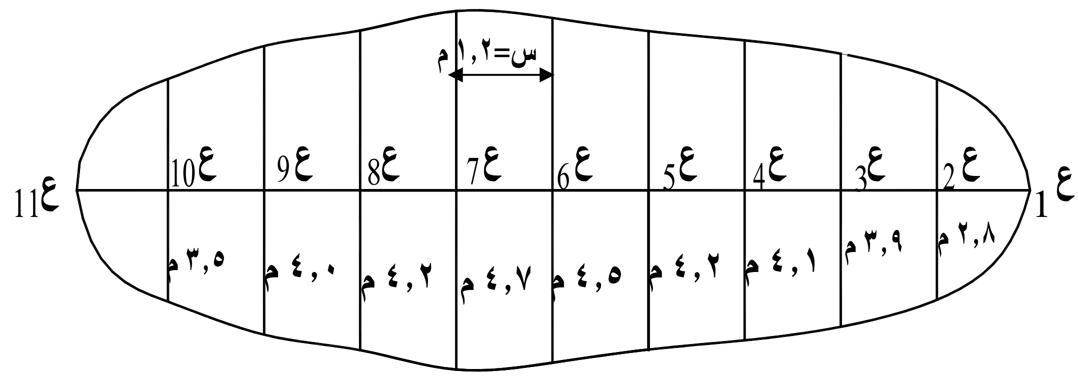
لحساب حجم أي شكل محدد بمنحنيات و ممتد كالشريحة مثل خطي كنتور متتاليين نحسب المساحة المحصورة داخل خط الكنتور الأول والثاني بإحدى الطرق السابقة ولتكن طريقة سمسون كما هو موضح بالشكل وذلك بتوقيع خط يوازي المنطقة سواء كان داخلها أو خارجها ثم نقسم هذا الخط داخل حدود خطوط الكنتور إلى أقسام متساوية بحيث يكون عدد الأقسام زوجي ثم نقيم أعمدة عند نقاط التقسيم وحتى خطوط الكنتور ونقيس أطوال هذه الأعمدة ثم نحسب المساحة داخل كل خط كنتور و يصبح الحجم كالتالي:

الحجم = متوسط المساحة × الارتفاع " الفترة الكنتورية "

مثال :



خط الكنتور ١٠,٠ م



الشكل الموضح عبارة عن خطي كنتور متتالين منسوب الخط الأول ١٠ م ومنسوب الثاني ١١,٥ م و المطلوب حساب حجم الحفر للتسوية على منسوب ١٠ م مع العلم بأن المسافة بين الأعمدة لخط الكنتور ١١,٥ م = ١,٠ م و المسافة بين الأعمدة لخط الكنتور ١٠م = ١,٢م ؟

الحل

نوقع خط على الخريطة يوازي خط الكنتور ويقع داخله ثم نقيس طوله ونقسمه إلى مسافات متساوية (س) بحيث يكون عدد الأقسام عدد زوجي ونقيم أعمدة عند نقاط التقسيم وحتى حدود خط الكنتور ونقيس أطوال هذه الأعمدة وباستخدام طريقة سمسون نحسب المساحة :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ١١,٥ م = $\frac{1}{3}$ × (صفر + صفر + ٢ × (٢,٤ + ٢,٧) + ٤ × (٢ + ٢,٥ + ٢,٣)) = $\frac{1}{3}$ × (صفر + ١٠,٢ + ٢٧,٢) = ١٢,٤٧ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ١٠ م = $\frac{1.2}{3}$ × (صفر + صفر + ٢ × (٣,٩ + ٤,٢ + ٤,٧ + ٤) + ٤ × (٢,٨ + ٤,١ + ٤,٥ + ٤,٢ + ٣,٥)) = $\frac{1.2}{3}$ × (صفر + ٣٣,٦ + ٧٦,٤)

= ٤٤ م٢

متوسط المساحة = (١٢,٤٧ + ٤٤) / ٢ = ٢٨,٢٤ م ٢

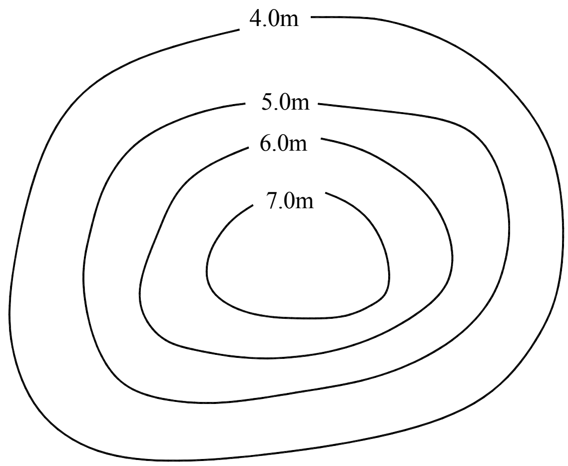
حجم الحفر المطلوب للتسوية على منسوب ١٠ م = متوسط المساحة × الارتفاع " الفترة الكنتورية "

= ٢٨,٢٣ × ١,٥ = ٤٢,٣ م٣

حساب الحجم من خطوط الكنتور

تستخدم هذه الطريقة لإيجاد كميات الأتربة اللازمة لردم المنخفضات أو تسوية المرتفعات على منسوب معين كما سوف يتبين من الأمثلة التالية .

مثال (١) :



الشكل الموضح هو عبارة عن خريطة كنتورية لمنطقة مطلوب تسويتها على منسوب ٥ م احسب كميات الحفر والردم علما بأن المساحة المحصورة داخل كل خط كنتور تم حسابها بطريقة شبكة المربعات فكانت كالتالي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٧ م = ٢٠ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٦ م = ٣٥ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٥ م = ٤٧ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٤ م = ٦٢ م٢

الحل

- حساب كميات الحفر

حجم الحفر للتسوية من منسوب ٧ م إلى منسوب ٦ م = ½ × الفترة الكنتورية × مجموع مساحتي خطي الكنتور

= ½ × ١ × (٢٠ + ٣٥) = ٢٧,٥ م٣

حجم الحفر للتسوية من منسوب ٦ م إلى منسوب ٥ م = ½ × ١ × (٣٥ + ٤٧) = ٤١ م٣

حجم الحفر الكلي للتسوية على منسوب ٥ م = ٢٧,٥ + ٤١ = ٦٨,٥ م٣

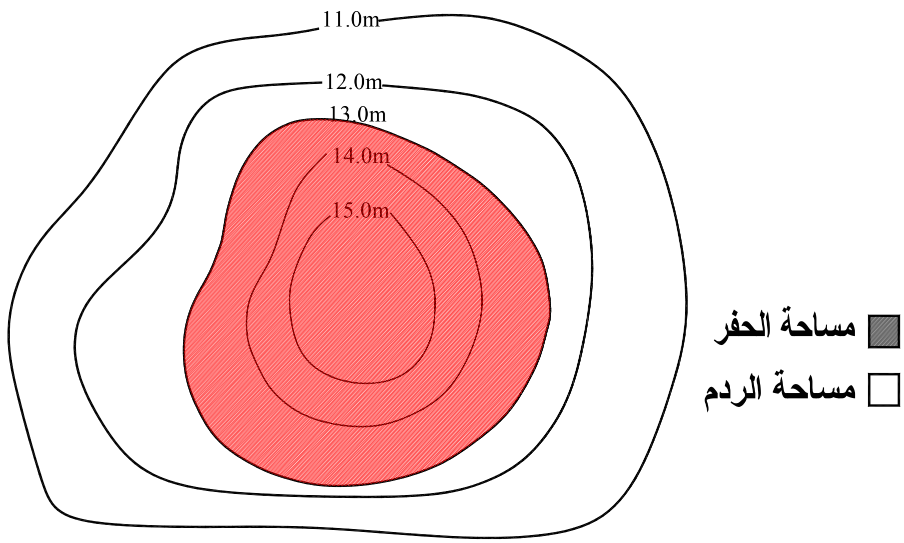
o حساب كميات الردم

حجم الردم للتسوية من منسوب ٤ م إلى منسوب ٥ م = متوسط الارتفاع × فرق مساحتي خطي الكنتور

= ١/٢ × (صفر + ١) × (٦٢ - ٤٧)

= ٧,٥ م٣

<u>مثال (٢) :</u>



الشكل الموضح هو عبارة عن خريطة كنتورية لقطعة أرض يراد تسويتها على منسوب ١٣ م احسب كميات الحفر و الردم إذا كانت المساحة المحصورة داخل كل خط كنتور تم حسابها بطريقة الخطوط المتوازية فكانت كالآتي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ١٥ م = ٢٥,٥ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ١٤ م = ٤٦,٤ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ١٣ م = ٥٥ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ١٢ م = ٧٣ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ١١ م = ٨٦ م٢

الحل

❖ كميات الحفر

كمية الحفر للتسوية من منسوب ١٥ م إلى منسوب ١٤ م = ١/٢ × ١ × (٢٥,٥ + ٤٦,٤) = ٣٥,٩٥ م٣

كمية الحفر للتسوية من منسوب ١٤ م إلى منسوب ١٣ م = ١/٢ × ١ × (٤٦,٤ + ٥٥) = ٥٠,٧٠م٣

كمية الحفر الكلية = ٣٥,٩٥ + ٥٠,٧٠ = ٨٦,٦٥ م٣

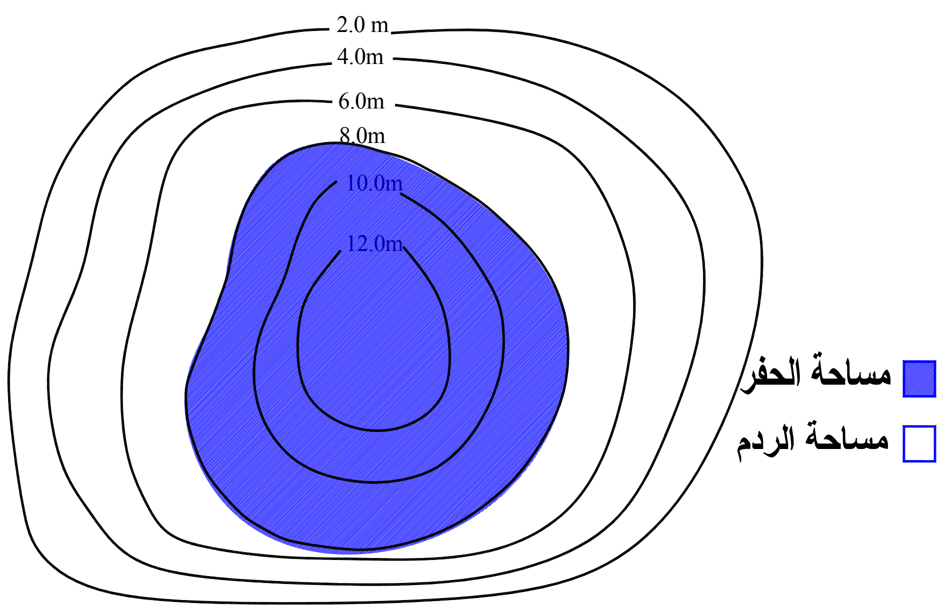
❖ كميات الردم

كمية الردم للوصول من منسوب ١٢ م إلى منسوب ١٣ م = (صفر + ١) /٢ × (٧٣ - ٥٥) = ٩ م٣

كمية الردم للوصول من منسوب ١١ م إلى منسوب ١٣ م = (٢ + ١) /٢ × (٨٦ - ٧٣) = ١٩,٥ م٣

كمية الردم الكلية = ١٩,٥ + ٩ = ٢٨,٥ م٣

مثال (٣) :



الشكل الموضح عبارة عن خريطة كنتورية لقطعة أرض يراد تسويتها على منسوب ٨ م احسب كميات الحفر و الردم إذا كانت المساحة المحصورة داخل خطوط الكنتور كما يلي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ١٢ م = ١٨,٥ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ١٠ م = ٣٠,٤ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٨ م = ٤٨,٦ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٦ م = ٦٦,٨ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٤ م = ٧٢,٩ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٢ م = ٨٩,٤ م٢

الحل

كمية الحفر = ½ × الفترة الكنتورية × مجموع مساحتي كل خطي كنتور متتالين

كمية الحفر = ½ × ٢ × [(١٨,٥ + ٣٠,٤) + (٣٠,٤ + ٤٨,٦)]

كمية الحفر = ١ × (٤٨,٩ + ٧٩) = ١٢٧,٩ م٣

كمية الردم = متوسط الارتفاع عن منسوب التسوية × فرق مساحتي كل خطي كنتور متتالين

= [(صفر + ٢)/٢ × (٦٦,٨ – ٤٨,٦)] + [(٢ + ٤)/٢ × (٧٢,٩ – ٦٦,٨)]

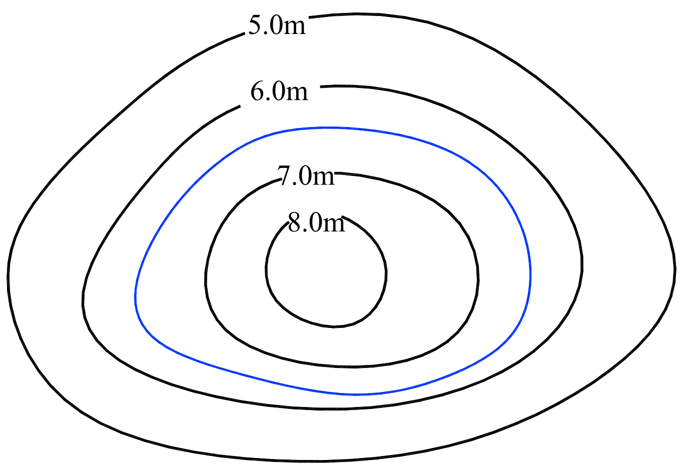
+ [(٤ +٦)/ ٢ × (٨٩,٤ – ٧٢,٩)]

= ١ × ١٨,٢ + ٣ × ٦,١ + ٥ × ١٦,٥

= ١٨,٢ + ١٨,٣ + ٨٢,٥

= ١١٩ م ٣

<u>مثال (٤) :</u>



الشكل الموضح عبارة عن خريطة كنتورية لقطعة أرض يراد تسويتها على منسوب ٦,٥ م احسب كميات الحفر و الردم ؟ إذا كانت المساحة المحصورة داخل خطوط الكنتور كما يلي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٨ م = ٥٦,٤ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٧ م = ٨٩,٥ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٦ م = ١٠٧,٦ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٥ م = ١٣٨,٢ م٢

الحل

نبدأ بحساب المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٦,٥ م بالنسبة والتناسب كالتالي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٦,٥ م =المساحة المحصورة داخل خط كنتور ٧ م + الفترة الكنتورية بين خطي كنتور ٧م و ٦,٥ م × الفرق بين مساحتي خطي الكنتور ٧م و ٦م.

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٦,٥ م = ٨٩,٥ + ½ × (١٠٧,٦ - ٨٩,٥)

= ٩٨,٥٥ م٢

<u>كميات الحفر</u>

حجم الحفر للوصول من منسوب ٨م إلى منسوب ٧م = ١/٢ × ١ × (٨٩,٥ + ٥٦,٤) = ٧٢,٩٥ م٣

حجم الحفر للوصول من منسوب ٧م إلى منسوب ٦,٥م = ١/٢ × ١/٢ × (٨٩,٥ + ٩٨,٥٥) = ٤٧,٠١ م٣

كمية الحفر الكلية = ٧٢,٩٥ + ٤٧,٠١ = ١١٩,٩٦ ≈ ١٢٠ م٣

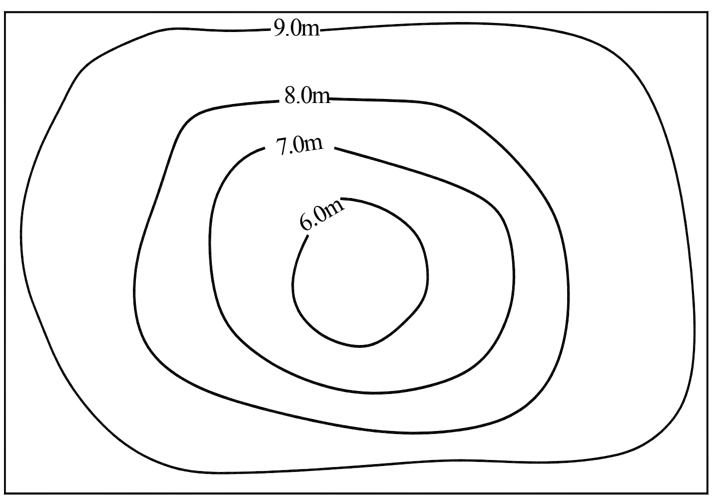
<u>كميات الردم</u>

حجم الردم اللازم للوصول من منسوب ٥م إلى منسوب ٦,٥م = (٠,٥ + ١,٥)/٢ × (١٣٨,٥ – ١٠٧,٦)
= ٣٠,٩ م٣

حجم الردم اللازم للوصول من منسوب ٦م إلى منسوب ٦,٥م = (صفر + ٠,٥)/٢ × (١٠٧,٦ – ٩٨,٥٥)
= ٢,٢٦ م٣

كمية الردم الكلية = ٣٠,٩ + ٢,٢٦ = ٣٣,١٦ ≈ ٣٣ م٣

<u>مثال (٥) :</u>



الخريطة الكنتورية الموضحة بالشكل لقطعة أرض عبارة عن مستنقع والمطلوب ردم هذا المستنقع حتى منسوب سطح الأرض (٩ م) احسب كمية الردم إذا كانت المساحات المحصورة داخل خطوط الكنتور كالتالي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٦ م = ١٦٥,٥ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٧ م = ٢٦٠ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٨ م = ٣٨٥ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٩ م = ٦٤٠,٥ م٢

الحل

كمية الردم للوصول من منسوب ٦م إلى منسوب ٧م = متوسط المساحه × الفترة الكنتوريه

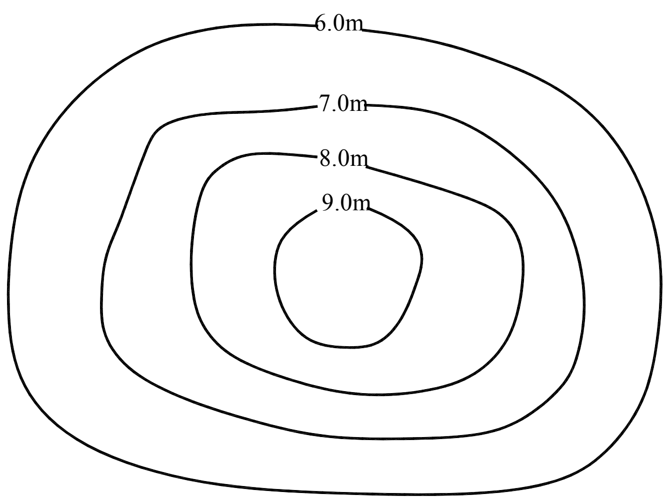
= ½ × (١٦٥,٥ + ٢٦٠) × ١ = ٢١٢,٧٥ م٣

كمية الردم للوصول من منسوب ٧م إلى منسوب ٨م = ½ × (٢٦٠ + ٣٨٥) × ١ = ٣٢٢,٥٠م٣

كمية الردم للوصول من منسوب ٨م إلى منسوب ٩م = ½ × (٣٨٥ + ٦٤٠,٥) × ١ = ٥١٢,٧٥ م٣

كمية الردم الكلية = ٢١٢,٧٥ + ٣٢٢,٥ + ٥١٢,٧٥ = ١٠٤٨ م٣

<u>مثال (٦) :</u>



الخريطة الكنتورية الموضحة لقطعة أرض جبلية و المطلوب تسوية هذه القطعة على منسوب ٦ م

أحسب كميات الحفر اللازمة للتسوية على منسوب ٦ م إذا كانت المساحة المحصورة داخل خطوط الكنتور كالتالي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٩ م = ١٧ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٨ م = ٢٥,٤ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٧ م = ٣٢,٥ م٢

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور ٦ م = ٥٧,٤ م٢

الحل

كمية الحفر للوصول من منسوب ٩م إلى منسوب ٨ م = متوسط المساحة × الفترة الكنتورية

= ½ × (١٧ + ٢٥,٤) × ١ = ٢١,٢ م٣

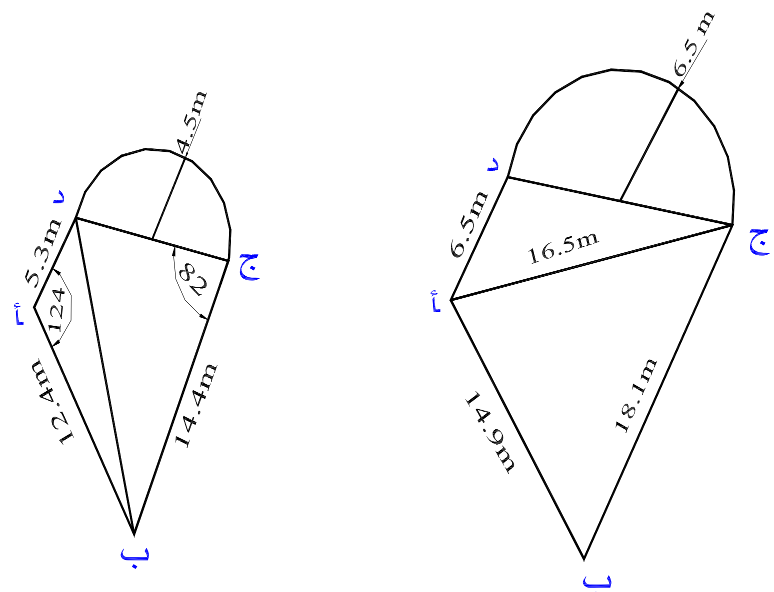
كمية الحفر للوصول من منسوب ٨ م إلى منسوب ٧ م = ½ × (٢٥,٤ + ٣٢,٥) × ١ = ٢٨,٩٥ م٣

كمية الحفر للوصول من منسوب ٧ م إلى منسوب ٦ م = ½ × (٣٢,٥ + ٥٧,٤) × ١ = ٤٤,٩٥ م٣

كمية الحفر الكلية = ٢١,٢ + ٢٨,٩٥ + ٤٤,٩٥ ≈ ٩٥ م٣.

تمارين على الوحدة الأولى

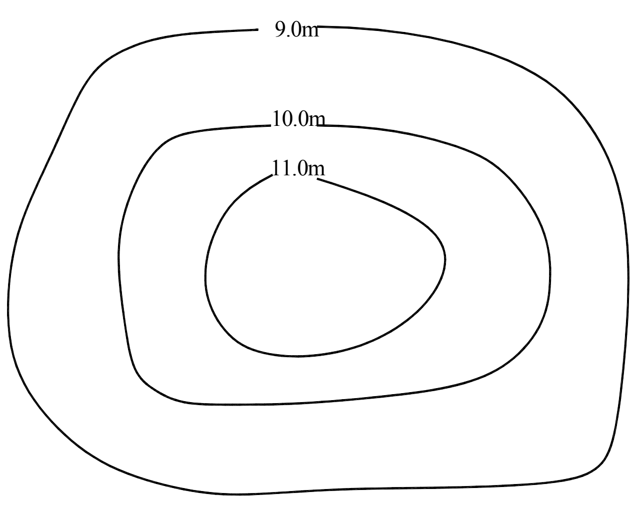
١ – احسب حجم الشكل غير المنتظم الموضح بالشكل إذا كان الارتفاع بين القاعدتين= ٣,٥ متر؟



القاعدة العليا القاعدة السفلى

٢ – احسب الحجم المحصور بين خطي كنتور متتالين إذا كانت المساحة داخل خط الكنتور الأول = ٤٦,٩ م٢ ، وخط الكنتور الثاني = ٩٧,٨ م ٢ والفترة الكنتوريه = ٢ م ؟

٣ -



احسب كمية الحفر و الردم لقطعة الأرض الموضحة بالشكل والمطلوب تسويتها على منسوب ١٠ م علماً بأن المساحات المحصورة داخل خطوط الكنتور كما يلي :

المساحة المحصورة داخل خط ١١ م - ١٠ م – ٩ م = ٣٢٠ - ٤٨٠ - ٦٥٠,٥ م٢ ؟

٤ - قطعة أرض على شكل مستنقع المطلوب ردمها وتسويتها على منسوب ٩ م احسب كمية و تكلفة الردم إذا كان سعر المتر المكعب = ٥٠ ريال علما بأن المساحات داخل خطوط الكنتور كما يلي :

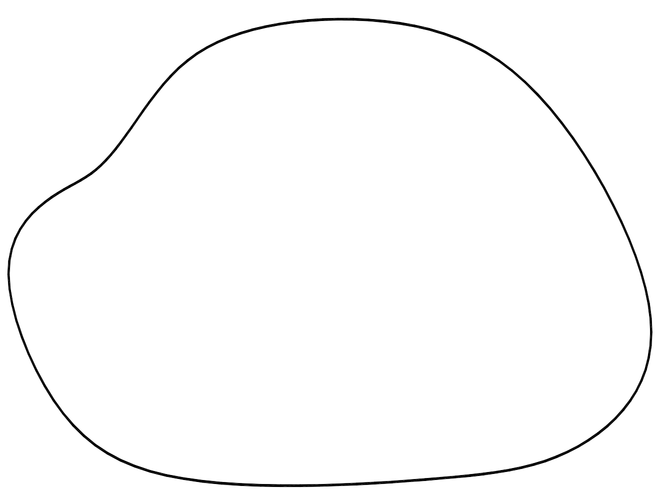
داخل كنتور ٣ م = ١٨,٩ م٢

داخل كنتور ٥ م = ٣٦,٥ م٢

داخل كنتور ٧ م = ٥٠,٦ م٢

داخل كنتور ٩ م = ٧٥,٤ م٢ ؟

٥ – احسب بالمتر المربع المساحة المحصورة داخل خط الكنتور التالي بطريقة شبكة المربعات علما بأن مقياس رسم الخريطة ١ : ٤٠٠ ؟



الحلول النهائية على تمارين الوحدة الأولى

١ – مساحة القاعدة السفلى = ٢٢١,٤٢ م٢
مساحة القاعدة العليا = ١٢٣,٢٢ م٢ .
الحجم = ٦٠٣,١٢ م٣ .

٢ – الحجم = ١٤٤,٧ م٣ .

٣ – كمية الحفر = ٤٠٠م٣
كمية الردم = ٨٥ م٣ .

٤ – كمية الردم = ٢٦٨,٥٠ م٣
تكلفة الردم = ١٣٤٢٥ ريال.

٥ – المساحة تقريباً = ٧٢٨ م٢.

المملكـة العربيــة الســعودية
المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الحساب المساحي

تقسيم الأراضي وتعديل الحدود

تقسيم الأراضي وتعديل الحدود

٢

تقسيم الأراضي وتعديل الحدود

محتوى الوحدة :

- تقسيم الأراضي بالطريقة التخطيطية (النصف حسابية) .
- تقسيم الأراضي بالطريقة الحسابية .
- حساب المساحة بواسطة الإحداثيات .
- اقتطاع مساحة .
- تعديل الحدود .

أهداف الوحدة :

١ - أن يستطيع الطالب تقسيم أي قطعة أرض بالطريقة التخطيطية .

٢ - أن يستطيع الطالب تقسيم أي قطعة أرض بالطريقة الحسابية .

٣ - أن يستطيع الطالب حساب المساحة بواسطة الإحداثيات .

٤ - أن يستطيع الطالب تعديل الحدود .

الوقت المتوقع للتدريب :

٣٢ ساعة تدريب

الوسائل المساعدة :

١ – القوانين الرياضية .

٢ – الأمثلة المحلولة .

٣ – الجداول الحسابية .

٤ – الآلة الحاسبة .

١ - حساب المساحات بواسطة الإحداثيات

حساب مساحة الأشكال المحددة بخطوط مستقيمة تعتبر من الأعمال المساحية الهامة سواءً تم حساب هذه المساحات من أرصاد مباشرة في الطبيعة أو من على الخريطة وهي الطريقة الأكثر شيوعاً.
وحساب مساحات الأشكال بطريقة الإحداثيات هي إحدى الطرق المستخدمة لحساب مساحة أي شكل محدد بخطوط مستقيمة مثل مضلع مغلق معلوم إحداثيات نقاطه (س،ص) ولحساب مساحة هذا المضلع يجب اتباع الآتي :

أولاً :

ترقيم نقاط المضلع في اتجاه دائري واحد سواءً مع عقارب الساعة أو عكس اتجاه عقارب الساعة ، وتكون المساحة الواقعة داخل حدود هذا المضلع تساوي نصف مجموع حاصل ضرب الإحداثي الأفقي للنقطة في الفرق بين الإحداثيات الرأسية للنقطتين الأمامية والخلفية :

$$\text{المساحة} = \frac{١}{٢} \times [\, \text{س}_{١} \times (\text{ص}_{٢} - \text{ص}_{\text{ن}}) + \text{س}_{٢} \times (\text{ص}_{٣} - \text{ص}_{١}) + \dots\dots\dots + \text{س}_{\text{ن}} \times (\text{ص}_{١} - \text{ص}_{\text{ن}-١}) \,]$$

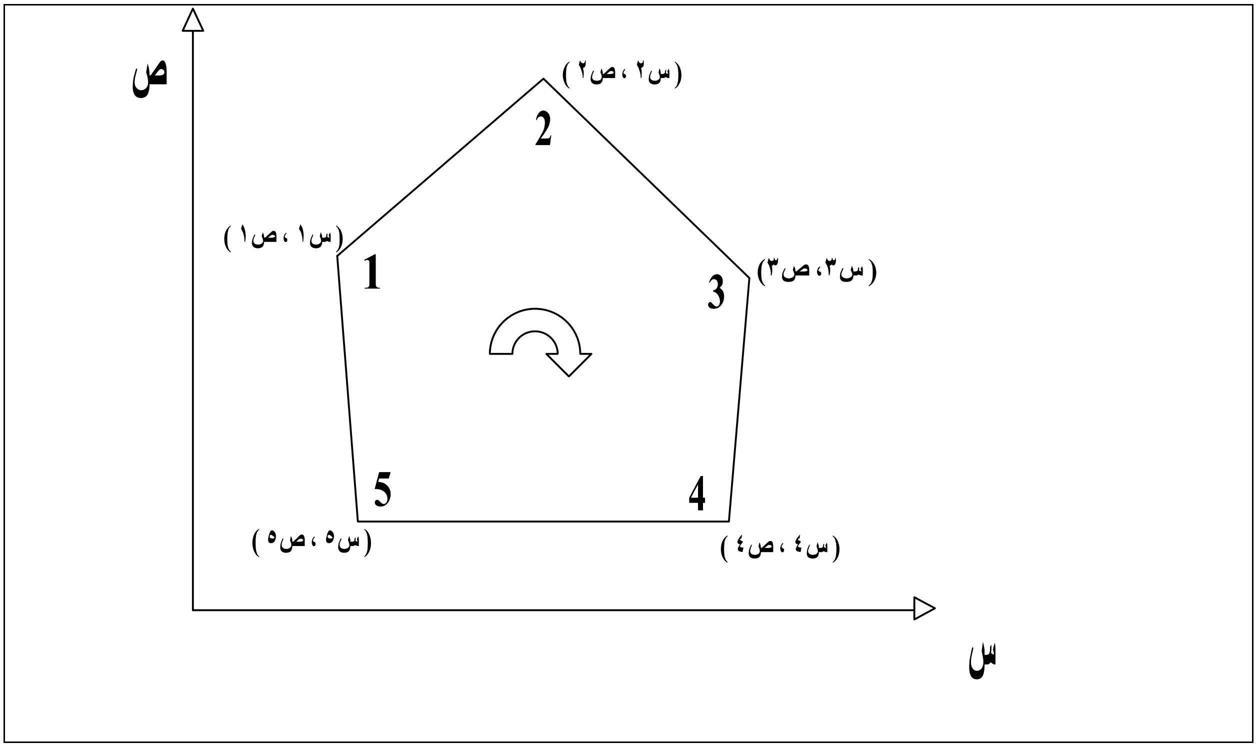
حيث :

ن : عدد نقاط الشكل

س : الإحداثي السيني للنقطة

ص : الإحداثي الصادي للنقطة

ولتوضيح كيفية حساب المساحة بطريقة الإحداثيات نفرض أن لدينا مضلع مغلق مكون من خمس نقاط تم ترقيمها في اتجاه عقارب الساعة كما هو موضح على الرسم:



وبتطبيق المعادلة السابقة والتعويض عن (ن) ابتداء من واحد إلى قيمة (ن) :

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times [\ س_{١} \times (ص_{٢} - ص_{٥}) +$$
$$س_{٢} \times (ص_{٣} - ص_{١}) +$$
$$س_{٣} \times (ص_{٤} - ص_{٢}) +$$
$$س_{٤} \times (ص_{٥} - ص_{٣}) +$$
$$س_{٥} \times (ص_{١} - ص_{٤})\ ]$$

ثانياً :

يمكن إيجاد المساحة بواسطة الإحداثيات بطريقة أسهل وهي مستنبطة من المعادلة السابق ذكرها في الطريقة الأولى وهي كالتالي :

١ - نضع إحداثيات كل نقطة من نقاط الشكل على هيئة بسط ومقام نضع في البسط الإحداثي السيني للنقطة (س) وفي المقام الإحداثي الصادي للنقطة (ص) وتوضع بترتيب دائري واحد بحيث ننتهي بالنقطة التي بدأنا بها .

لو فرضنا أن لدينا المضلع الموضح بالشكل وبدأنا بالنقطة رقم (١) وانتهينا عندها أيضاً كالتالي :

س١ / ص١ ← س٢ / ص٢ ← س٣ / ص٣ ← س٤ / ص٤ ← س٥ / ص٥ ← س١ / ص١

ملاحظة : - يجب وضع الإحداثيات بإشارتها الجبرية

٢ - نضرب كل بسط في مقام الكسر التالي وتسمى هذه المجموعة الأولى .

٣ - نضرب كل مقام في بسط الكسر التالي وتسمى هذه المجموعة الثانية.

٤ - نجمع حاصل ضرب المجموعة الأولى وكذلك نجمع حاصل ضرب المجموعة الثانية .

٥ - فتكون المساحة كالتالي :

المساحة = ½ [مجموع حاصل ضرب المجموعة الأولى – مجموع حاصل ضرب المجموعة الثانية]

= ½ [(س١ × ص٢ + س٢ × ص٣ + س٣ × ص٤ + س٤ × ص٥ + س٥ × ص١) -

(ص١ × س٢ + ص٢ × س٣ + ص٣ × س٤ + ص٤ × س٥ + ص٥ × س١)]

ويمكن التعبير عن هذه المعادلة بالجدول التالي :

رقم النقطة	س	ص	البسط × المقام التالي	المقام × البسط التالي
١	س١	ص١		
٢	س٢	ص٢	س١ × ص٢	ص١ × س٢
٣	س٣	ص٣	س٢ × ص٣	ص٢ × س٣
٤	س٤	ص٤	س٣ × ص٤	ص٣ × س٤
٥	س٥	ص٥	س٤ × ص٥	ص٤ × س٥
١	س١	ص١	س٥ × ص١	ص٥ × س١
المجموع			مجموع حاصل ضرب المجموعة الأولى	مجموع حاصل ضرب المجموعة الثانية

″ المساحة = $\frac{1}{2}$ (مجموع حاصل ضرب المجموعة الأولى - مجموع حاصل ضرب المجموعة الثانية)

<u>مثال رقم (١) :</u>

(أ ب جـ د) مضلع مغلق والمطلوب حساب مساحة هذا المضلع إذا كانت إحداثيات النقاط بالمتر كالتالي : ؟

النقطة	س	ص
١	٢	٣
٢	٥	٤
٣	٥	٩
٤	٣	١٠

- الطريقة الأولى للحل :

بتطبيق الصيغة العامة والتعويض عن قيمة ن من ١ إلى ٤

المساحة = $\frac{1}{2}$ [س$_{1}$ × (ص$_{2}$ − ص$_{4}$) + س$_{2}$ × (ص$_{3}$ - ص$_{1}$) +س$_{3}$ × (ص$_{4}$ − ص$_{2}$) +س$_{4}$ × (ص$_{1}$ − ص$_{3}$)]

= $\frac{1}{2}$ [٢ × (٤ − ١٠) + ٥ × (٩ - ٣) + ٥ × (١٠ − ٤) + ٣ × (٣ − ٩)]

= $\frac{1}{2}$ [(٢ × -٦) + (٥ × ٦) + (٥ × ٦) + (٣ × -٦)]

= $\frac{1}{2}$ [(-١٢) + (٣٠) + (٣٠) + (-١٨)]

= $\frac{1}{2}$ [٣٠]

= ١٥ م^{2}

- الطريقة الثانية للحل :

توضع إحداثيات النقاط على شكل كسر بسطه الإحداثي السيني ومقامه الإحداثي الصادي كالتالي:

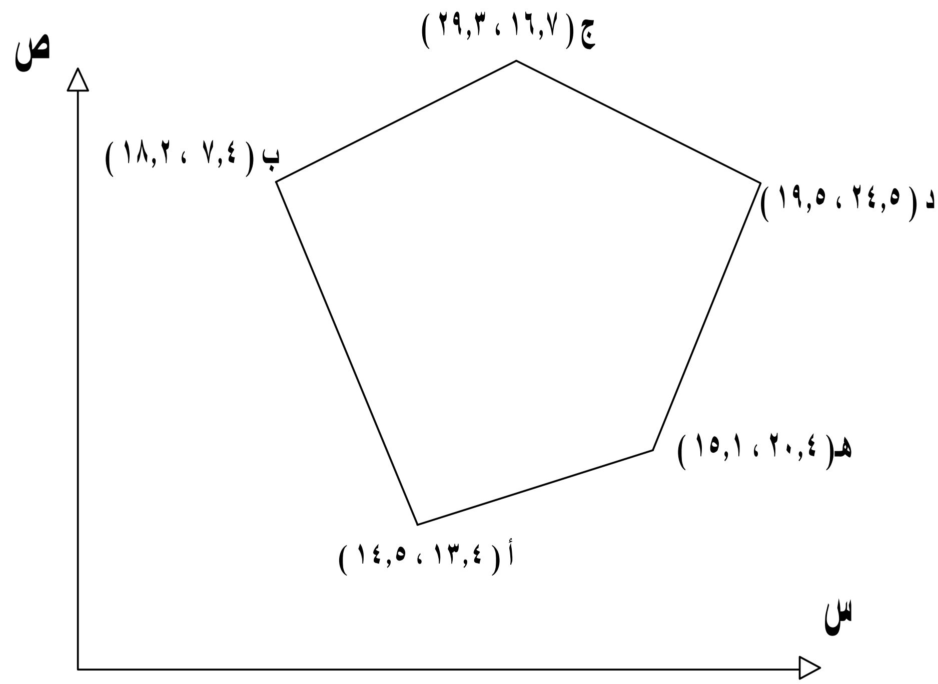
س١/ص١ ← س٢/ص٢ ← س٣/ص٣ ← س٤/ص٤ ← س١/ص١

النقطة	س	ص	البسط × المقام التالي	المقام × البسط التالي
١	٢	٣		
٢	٥	٤	٨	١٥
٣	٥	٩	٤٥	٢٠
٤	٣	١٠	٥٠	٢٧
١	٢	٣	٩	٢٠
المجموع			١١٢	٨٢

المساحة = ½ [١١٢ – ٨٢] = ½ × ٣٠ = ١٥ م٢

<u>مثال رقم (٢) :</u>

(أ ب جـ د هـ) مضلع مغلق معلوم إحداثيات رؤوسه بالمتر كما هو موضح بالشكل والمطلوب حساب المساحة المحصورة داخل هذا المضلع عن طريق الصيغة العامة و البسط والمقام ؟


ج (١٦,٧ ، ٢٩,٣)
ص
ب (٧,٤ ، ١٨,٢)
د (٢٤,٥ ، ١٩,٥)
هـ(٢٠,٤ ، ١٥,١)
أ (١٣,٤ ، ١٤,٥)
س

- الطريقة الأولى للحل :

وذلك بتطبيق الصيغة العامة وبالتعويض عن (ن) بالأرقام من ١ إلى ٥

المساحة = ½ [س١ × (ص٢ – ص٥) + س٢ × (ص٣ - ص١) + س٣ × (ص٤ – ص٢) +
س٤ × (ص٥ – ص٣) + س٥ × (ص١ – ص٤)]

= ½ [١٣,٤ × (١٨,٢ – ١٥,١) + ٧,٤ × (٢٩,٣ -١٤,٥) + ١٦,٧ × (١٩,٥ – ١٨,٢)
+٢٤,٥ × (١٥,١ – ٢٩,٣) + ٢٠,٤ × (١٤,٥ – ١٩,٥)]

= ½ [(١٣,٤ × ٣,١) + (٧,٤ ×١٤,٨) + (١٦,٧ × ١,٣) +(٢٤,٥ × -١٤,٢) + (٢٠,٤ × -٥)]

= ½ [(٤١,٥٤) + (١٠٩,٥٢) + (٢١,٧١) +(- ٣٤٧,٩) + (-١٠٢)]

= ½ [٢٧٧,١٣]

المساحة = ١٣٨,٥٧ م²

- الطريقة الثانية للحل :

س١	س٥	س٤	س٣	س٢	س١
ص١	ص٥	ص٤	ص٣	ص٢	ص١

13.4	20.4	24.5	16.7	7.4	13.4
14.5	15.1	19.5	29.3	18.2	14.5

" المساحة = ½ [(١٣,٤ × ١٨,٢ + ٧,٤ × ٢٩,٣ + ١٦,٧ × ١٩,٥ + ٢٤,٥ × ١٥,١ + ٢٠,٤ × ١٤,٥) – (١٤,٥ × ٧,٤ + ١٨,٢ × ١٦,٧+ ٢٩,٣ × ٢٤,٥ + ١٩,٥ × ٢٠,٤ + ١٥,١ × ١٣,٤)]

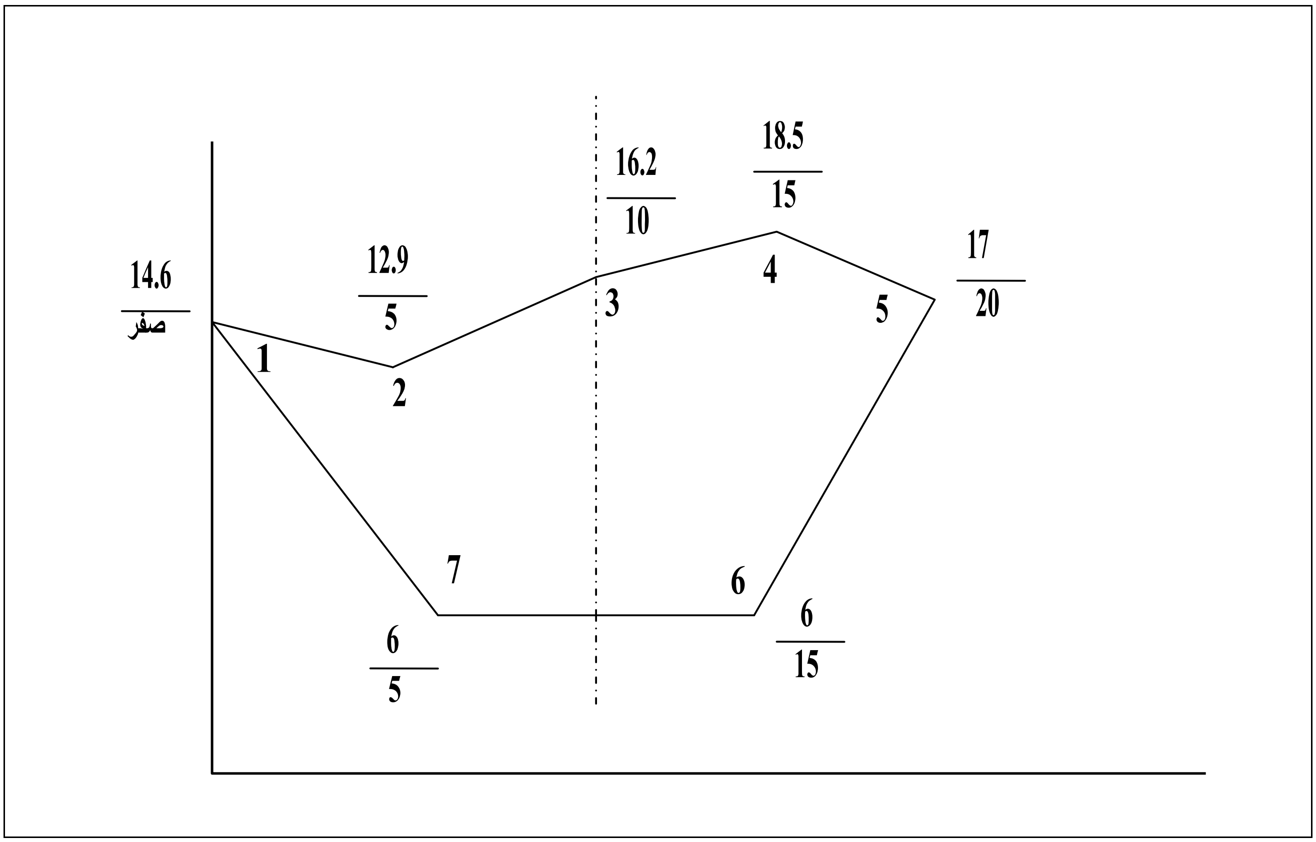
= ½ × [(١٧٢٩,٢٣) – (١٤٥٢,١)]

= ½ × [٢٧٧,١٣]

= ١٣٨,٥٧ م²

<u>مثال رقم (٣) :</u>

الشكل الموضح هو عبارة عن قطاع عرضي في طريق تم تعيين مناسيب جميع نقاطه بالمتر وكذلك بعد جميع النقاط عن المحور الرأسي المار بالنقطة التي في أقصى يسار القطاع بالمتر أيضا والمطلوب حساب مساحة هذا القطاع ؟



باعتبار أن المنسوب هو الإحداثي الصادي للنقطة والمسافة إلى النقطة رقم (١) هو الإحداثي السيني ووضعها في صورة كسر يمثل بسطه المنسوب (ص) ومقامه المسافة (س) كما هو موضح على الشكل

- الطريقة الأولى للحل :

بتطبيق المعادلة رقم (١) والتعويض عن (ن) بالأرقام من ١ إلى ٧ :

المساحة = ½ × [ص١ × (س٢ – س٧) + ص٢ × (س٣ – س١) + ص٣ × (س٤ – س ٢) +
ص٤ × (س٥ – س٣) + ص٥ × (س٦ – س٤) + ص٦ × (س٧ – س٥) +
ص٧ × (س١ – س٦)]

المساحة = ½ [١٤,٦ × (٥ – ٥) + ١٢,٩ × (١٠ – صفر) + ١٦,٢ × (١٥ – ٥) + ١٨,٥ × (٢٠ – ١٠)
+ ١٧ × (١٥ – ١٥) + ٦ × (٥ – ٢٠) + ٦ × (صفر – ١٥)]

= ½ [(١٤,٦ × صفر) + (١٢,٩ × ١٠) + (١٦,٢ ×١٠) + (١٨,٥ × ١٠) + (١٧ × صفر) +
(٦ × -١٥) + (٦ × -١٥)]

= ½ [(صفر) + (١٢٩) + (١٦٢) + (١٨٥) + (صفر) + (-٩٠) + (-٩٠)]

= ½ [٢٩٦] = ١٤٨ م²

- الطريقة الثانية للحل :

14.6	12.9	16.2	18.5	17.0	6.0	6.0	14.6
صفر	5.0	10.0	15.0	20	15.0	5.0	صفر

" المساحة = ½ [(١٤,٦ × ٥ + ١٢,٩ × ١٠ + ١٦,٢ × ١٥ + ١٨,٥ × ٢٠ + ١٧ × ١٥ + ٦ × ٥ + ٦ ×
صفر) – (صفر × ١٢,٩ + ٥ × ١٦,٢ + ١٠ × ١٨,٥ + ١٥ × ١٧ + ٢٠ × ٦ + ١٥ × ٦ +
5 × ١٤,٦)]

= ½ [(١١٠٠) – (٨٠٤)] = ½ [٢٩٦] = ١٤٨ م²

<u>مثال رقم (٤) :</u>

احسب المساحة المحددة بأضلاع المضلع (أ ب جـ د هـ و) إذا كانت إحداثيات رؤوسه كما يلي :

النقطة	أ	ب	ج	د	هـ	و
س	٤٢	٧٩	٦٧	٨٥	٥	١٦
ص	١٥	٥٠	٩٢	١٤٣	١٠٩	٤١

الحل :

المساحة = ½ [(٤٢ × ٥٠ + ٧٩ × ٩٢ + ٦٧ × ١٤٣ + ٨٥ × ١٠٩ + ٥ × ٤١ + ١٦ × ١٥) –
(١٥ × ٧٩ + ٥٠ × ٦٧+ ٩٢ × ٨٥ + ١٤٣ × ٥ + ١٠٩ × ١٦ + ٤١ × ٤٢)]

المساحة = ½ × [٢٨٦٥٩ – ١٦٥٣٦]

= ½ [١٢١٢٣] = ٦٠٦١,٥ م²

١ - تقسيم الأراضي :

لتقسيم الأراضي بين فردين أو أكثر ينبغي مراعاة عدة شروط منها : -

- أن تتساوى كل القطع في المزايا (بئر ماء ، شارع ، ....).
- حصول كل مالك على نصيبه مجمعاً كقطعه واحده وليس عدة قطع منفصلة .

وتوجد طريقتان لتقسيم الأراضي وهي :

أ) الطريقة التخطيطية (التقسيم بالرسم)

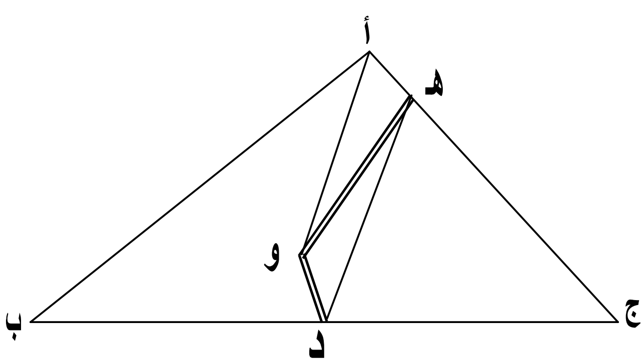
ب) الطريقة الحسابية .

أ) الطريقة التخطيطية :

يجب في هذه الحالة أن تكون قطعة الأرض المراد تقسيمها مرفوعة على خريطة فتقسم على الخريطة بالنسب المطلوبة ثم توقع خطوط التقسيم على الطبيعة .

مثال رقم (١) :

قطعة أرض (أ ب جـ) مثلثه الشكل يراد تقسيمها إلى قسمين متساويين علماً بأن نقطة (و) الواقعة داخل قطعة الأرض هي عبارة عن بئر ماء ؟



الحل :

١ - نصل نقطة (و) بأحد رؤوس المثلث ولتكن (أ) .

٢ - ننصف الضلع (ب جـ) المقابل للرأس (أ) في نقطة (د) .

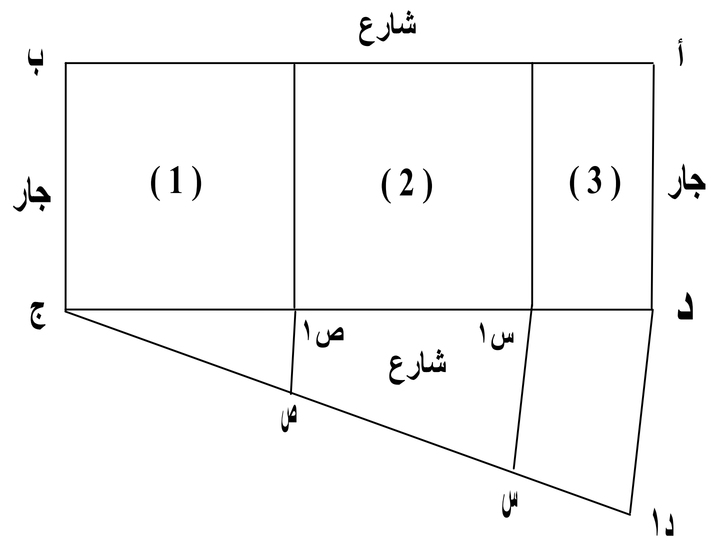
٣ - نرسم من نقطة (د) موازي للخط (و أ) فيقطع الخط (أ ج) في نقطة (هـ).

٤ - نصل (هـ و ، و د) فتكون :

مساحة الشكل (ج د و هـ) = مساحة الشكل (أ ب د وهـ)

مثال رقم (٢) :

(أ ب جـ د) قطعة أرض مستطيله الشكل والمطلوب تقسيمها إلى ثلاث قطع كإرث لرجلين وامرأ ه أي بنسبة (١:٢:٢) مع مراعاة أن تطل كل قطعة من القطع الثلاثة على الشارعين أ ب ، جـ د كما هو موضح في الرسم ؟



الحل:

نرسم من نقطة ج الخط ج د١ يصنع مع الخط ج د زاوية حادة كما هو موضح بالشكل ثم نوقع على الخريطة من نقطة ج مسافة ٢ سم فنحصل على النقطة ص ثم نوقع مسافة ٢ سم من النقطة ص فنحصل على النقطة س ثم نوقع مسافة ١ سم من النقطة س فنحصل على النقطة د١ وبذلك نكون قسمنا الخط ج د١ بنسبة ٢ : ٢ : ١ ثم نوصل الخط د١ د ونرسم من النقطتين س، ص موازي للخط د١ د فنحصل على النقطتين س١ ، ص١ وهي نقاط التقسيم ونقيم أعمدة من نقاط التقسيم على الخط ج د وحتى الخط أ ب فتكون القطعة رقم (١) لإحدى الرجلين و القطعة رقم (٢) للرجل الثاني والقطعة رقم (٣) للمر أه .

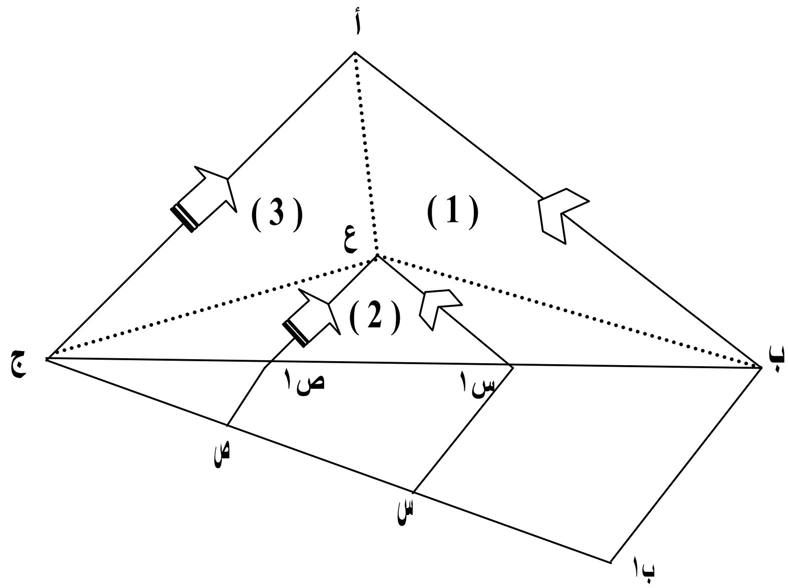
أو

نقسم إما الضلع أ ب أو جـ د إلى ثلاثة أقسام نسبها ٢:٢:١ أي نقيس طول الخط جـ د ونقسمه نسبياً

$\frac{2}{5}$ × جـ د ، $\frac{2}{5}$ × جـ د في النقاط ص١ ، س١ وتسمى هذه الطريقة بالنصف حسابية.

مثال رقم (٣) :

(أ ب جـ) قطعة أرض مثلثة الشكل المطلوب تقسيمها بين ثلاثة أشخاص بالتساوي بحيث تكون كل قطعة لها ضلع كامل من أضلاع المثلث ؟



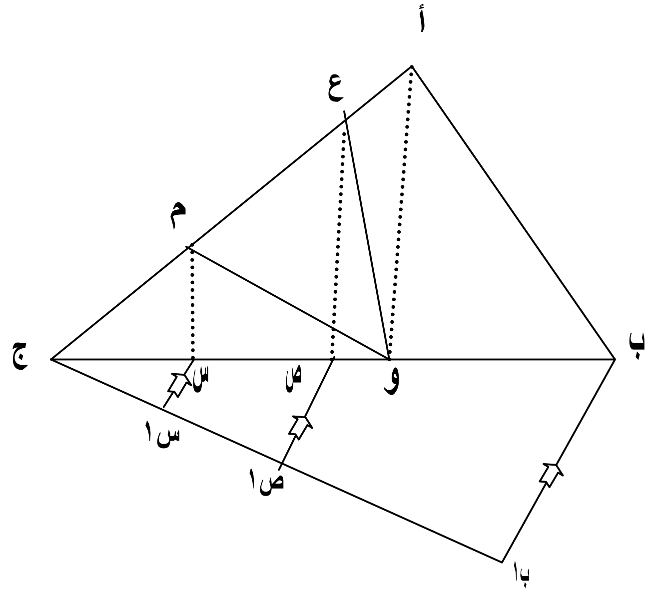
الحل :

١ - نقسم الضلع (ب جـ) إلى ثلاث أقسام متساوية في (س١ ، ص١) كما سبق .
٢ - نرسم من نقطة س١ خط موازي للضلع أ ب .
٣ - نرسم من نقطة ص١موازي للخط أ ج فيتقاطعان في نقطة ع .
٤ - نصل ع أ ، ع ب ، ع جـ فيكون :

مساحة المثلث ع أ ب = مساحة المثلث ع ب جـ = مساحة المثلث ع أ ج

مثال رقم (٤) :

(أ ب جـ) قطعة أرض زراعية مثلثة المطلوب تقسيمها كميراث بين امرأتان ورجل أي بنسبة ١:١:٢ مع العلم أن نقطة (و) الواقعة على الخط ب ج بئر ماء ؟



الحل

١ - نقسم الخط ج ب بنسبة ١:١:٢ بالطريقة السابقة في النقطتين س ، ص .
٢ - نصل نقطة (و) بالرأس (أ) المقابلة للضلع المقسم (ب ج) .
٣ - نرسم الضلع س م // أ و ، ص ع // أ و .
٤ - نصل الضلع و ع ، و م .
٥ - فتكون مساحة الشكل (أ ب و ع) للرجل.

وتكون مساحة الشكل (و ع م) للمرأة الأولى .

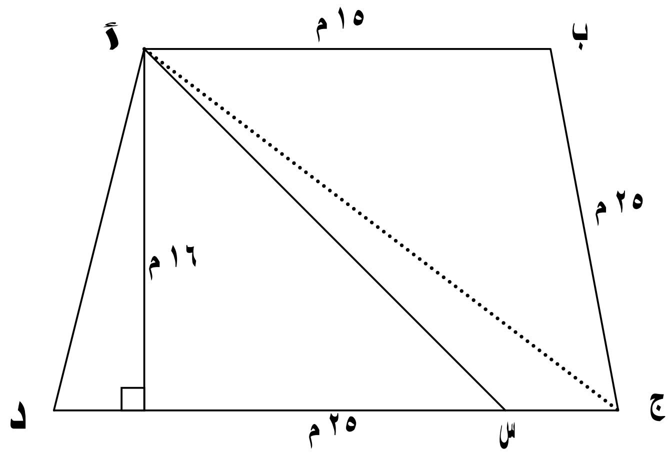
وتكون مساحة الشكل (و م ج) للمرأة الثانية .

ب) الطريقة الحسابية :

في هذه الطريقة نحصل على الأبعاد اللازمة لحساب المساحة من الطبيعة مباشرة أو من خريطة لقطعة الأرض المراد تقسيمها بحيث نستطيع أن نحصل على أي قياسات نحتاجها من على هذه الخريطة .

مثال رقم (١) :

(أ ب جـ د) قطعة أرض على شـــكل شـــبه منحرف أبعادها كما هو موضح على الرســـم والمطلوب تقسيم هذه القطعة إلى قســـــــمين متساويين على أن يمر خط التقسيم بالنقطة أ ؟



الحل

المساحة الكلية لقطعة الأرض (أ ب جـ د) = نصف مجموع القاعدتين × الارتفاع

= ½ (١٥ + ٢٥) × ١٦ = ٣٢٠ م²

نصف مساحة الأرض أو مساحة كل قسم = ٢/٣٢٠ = ١٦٠ م²

لو أعطينا القسم الأول الجزء المكون من المثلث أ جـ د

فتصبح مساحة القسم الأول = مساحة المثلث أ جـ د

= ½ × القاعدة × الارتفاع

= ½ × ٢٥ × ١٦ = ٢٠٠ م²

وهذا يعني أن القسم الأول يزيد عن نصف المساحة بمقدار = ٢٠٠ – ١٦٠ = ٤٠ م²

وهذا يعني أن مساحة المثلث أ ج س =٤٠ م٢

ولذلك يتم تقسيم الخط جـ د بنسبة الزيادة إلى مساحة المثلث أ ج د أي بنسبة ٤٠ : ٢٠٠

ج س ÷ ج د = مساحة المثلث أ ج س ÷ مساحة المثلث أ ج د

ج س = ج د × (مساحة المثلث أ ج س ÷ مساحة المثلث أ ج د)

وتكون المسافة جـ س = (٤٠ ÷ ٢٠٠) × ٢٥ = ٥ أمتار

وتصبح في هذه الحالة مساحة الشكل أ س د = مساحة الشكل أ ب جـ س

<u>حل آخر :</u>

نحتاج مساحة المثلث أ د س = ١٦٠ م^{٢}

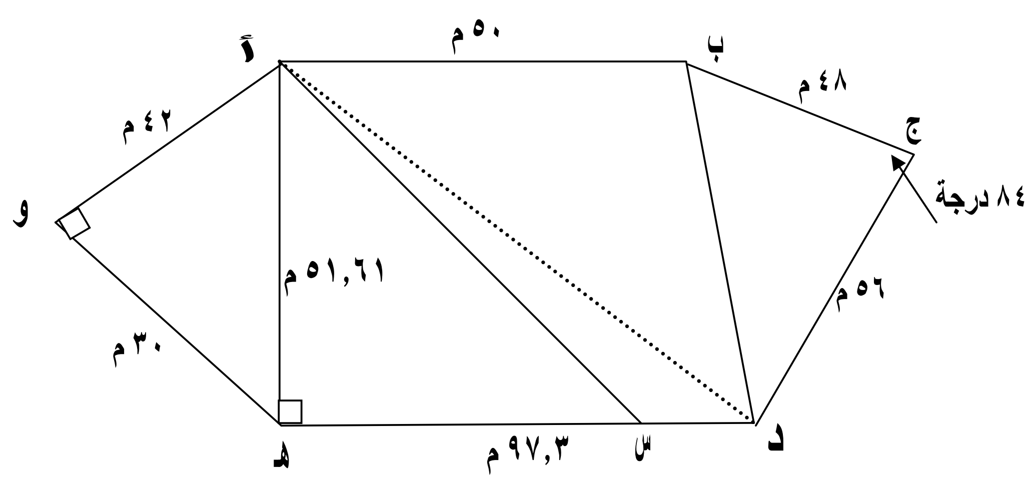
∴ ١٦٠ = ½ × د س × ١٦

د س = (٢ × ١٦٠) ÷ ١٦ = ٢٠ م

أي نقيس من نقطة د مسافة ٢٠م فنحصل على نقطة س وبتوصيل النقطة أ مع س نكون قد قسمنا الأرض إلى جزأين متساويين .

مثال رقم (٢) :

قطعة أرض (أ ب جـ د هـ و) أبعادها كما هو موضح على الرسم والمطلوب تقسيم هذه القطعة بين رجلين بالتساوي على أن يمر خط التقسيم بالنقطة (أ) لأنها بئر ماء ؟



الحل

بتوصيل الضلع (ب د) والضلع أ هـ ينتج مثلثين وشبه منحرف

مساحة المثلث ب جـ د = ½ × ٤٨ × ٥٦ × جا ٨٤ = ١٣٣٦,٦٤ م^{2}

مساحة المثلث أ هـ و = ½ × القاعدة × الارتفاع = ½ × ٣٠ × ٤٢ = ٦٣٠ م^{2}

مساحة شبه المنحرف أ ب د هـ = نصف مجموع القاعدتين × الارتفاع

ويمكن الحصول على الارتفاع أ هـ من المثلث القائم أ و هـ = $\sqrt{(٤٢)^{2} + (٣٠)^{2}}$

= ٥١,٦١ م^{2}

∴ مساحة شبه المنحرف أ ب د هـ = ½ × (٥٠ + ٩٧,٣) × ٥١,٦١ = ٣٨٠١,٠٨ م^{2}

∴ مساحة الأرض الكلية = ١٣٣٦,٦٤ + ٦٣٠ + ٣٨٠١,٠٨ = ٥٧٦٧,٧٢ م^{2}

نصيب كل رجل = نصف المساحة الكلية = ٥٧٦٧,٧٢ ÷ ٢ = ٢٨٨٣,٨٦ م^{2}

فإذا أخذ الرجل الأول المثلث أ هـ و ومساحته = ٦٣٠ م^{2}

وأخذ أيضاً المثلث أ هـ د ومساحته = ½ × ٩٧,٣ × ٥١,٦١ = ٢٥١٠,٨٣ م٢

∴ إجمالي ما حصل عليه الرجل الأول = ٦٣٠ + ٢٥١٠,٨٣ = ٣١٤٠,٨٣ م٢

∴ مقدار الزيادة للرجل الأول عن نصف المساحة = ما حصل عليه – نصف مساحة الأرض

= ٣١٤٠,٨٣ – ٢٨٨٣,٨٦ = ٢٥٦,٩٧ م٢

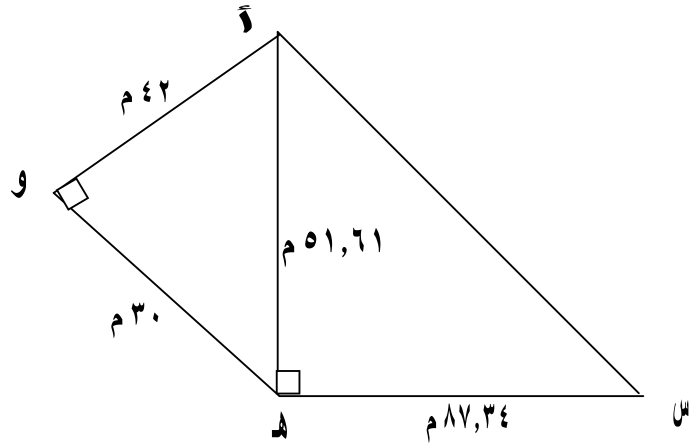
∴ يجب تقسيم طول الضلع د هـ بنسبة الزيادة إلى مساحة المثلث أ د هـ أي بنسبة
٢٥٦,٩٧ : ٢٥١٠,٨٣

∴ طول دس = (٢٥٦,٩٧ ÷ ٢٥١,٨٣) × ٩٧,٣ = ٩,٩٦ م

وبتوصيل النقطة أ بالنقطة س يكون الضلع أ س هو الحد الذي يقسم الأرض إلى قسمين متساويين

وتصبح مساحة الشكل أ س هـ و = مساحة الشكل أ ب ج د س = ٢٨٨٣,٨٦ م٢

وللتأكد من صحة الحل نحسب مساحة الشكل أ س هـ و ، مساحة الشكل أ ب ج د س كلا على حدة كالتالي :

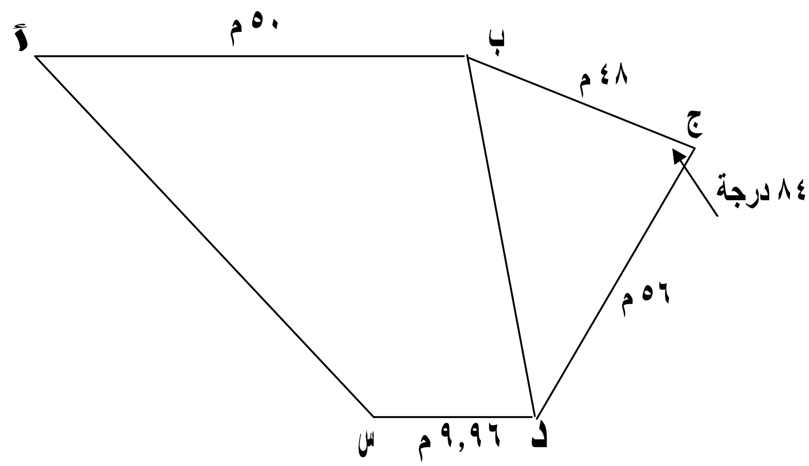


أولاً : مساحة الشكل أ س هـ و = مساحة المثلث أ س هـ + مساحة المثلث أ هـ و

مساحة المثلث أ س هـ = ½ × ٨٧,٣٤ × ٥١,٦١ = ٢٢٥٣,٨١ م٢

مساحة المثلث أ هـ و = ٦٣٠م٢

مساحة الشكل أ س هـ و = ٢٢٥٣,٨١ + ٦٣٠ = ٢٨٨٣,٨١ م٢



ثانياً :

مساحة الشكل أ س د ج ب = مساحة المثلث ب ج د+ مساحة شبه المنحرف أ ب د س

مساحة المثلث ب ج د = ١٣٣٦,٦٤ م٢

مساحة شبه المنحرف أ ب د س = ½ × (٥٠ + ٩,٩٦) × ٥١,٦١ = ١٥٤٧,٢٧ م٢

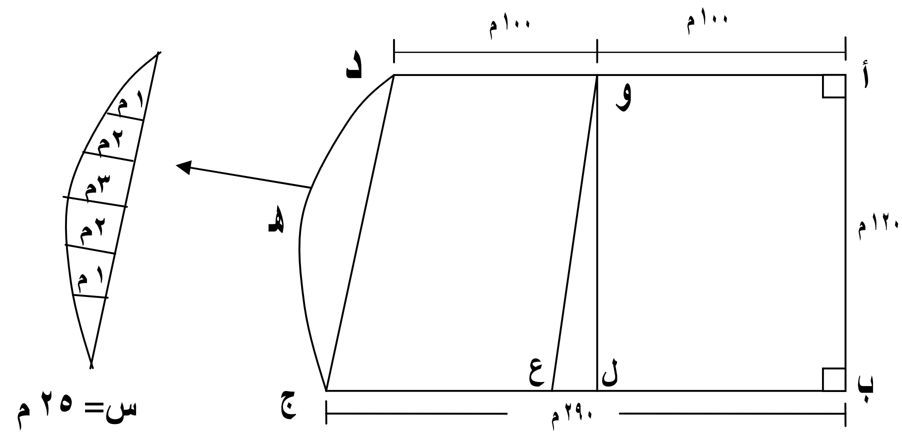
مساحة الشكل أ س د ج ب = ١٣٣٦,٦٤ + ١٥٤٧,٢٧ = ٢٨٨٣,٩١ م٢

ملاحظة :

هذا الفرق بين القسمين صغير جداً نتيجة التقريب (٠,١ م٢).

مثال (٣) :

قطعة ارض رباعية الشكل أ ب ج د المبينة بالشكل والمطلوب تقسيمها إلى قسمين متساويين في المساحة بحيث يمر خط التقسيم ببئر المياه الواقع في نقطة (و) وإيجاد بعد خط التقسيم عن نقطة ب ؟



الحل

مساحة الشكل أ ب ج د (شبة منحرف) = ½ (٢٠٠+٢٩٠) × ١٢٠ = ٢٩٤٠٠ م٢

مساحة الجزء المنحني د هـ ج يمكن إيجاده بطريقة سمسون :

المساحة = س÷٣ × (العمود الأول + العمود الأخير + ٢ × الأعمدة الفردية + أربعة أمثال الأعمدة الزوجية)

المساحة = ٢٥÷٣ (صفر + صفر + ٢ × (٢+ ٢) + ٤(١+ ٣ + ١))

= ٢٥ ÷ ٣ (صفر + ٨ + ٢٠) = ٢٣٣,٣٣ م٢

المساحة الكلية لقطعة الأرض = ٢٩٤٠٠ + ٢٣٣,٣٣ = ٢٩٦٣٣,٣٣ م٢

مساحة كل قسم = المساحة الكلية ÷ ٢ = ١٤٨١٦,٦ م٢

ننصف الخط ب ج في نقطة ل ثم نصل ول

مساحة الشكل أ ب ل و = مساحة الشكل و ل ج د

نفرض أن النقطة ع هي نقطة التقسيم وأن الخط و ع هو خط التقسيم

∴ مساحة المثلث و ل ع = نصف مساحة الجزء المنحني ج هـ د .

(ل ع × ١٢٠) ÷ ٢ = ½ × ٢٣٣,٣٣

∴ ل ع = ١,٩٤٤ متر.

∴ بعد خط التقسيم عن نقطة ب = ١٤٥ + ١,٩٤٤ = ١٤٦,٩٤٤ متراً .

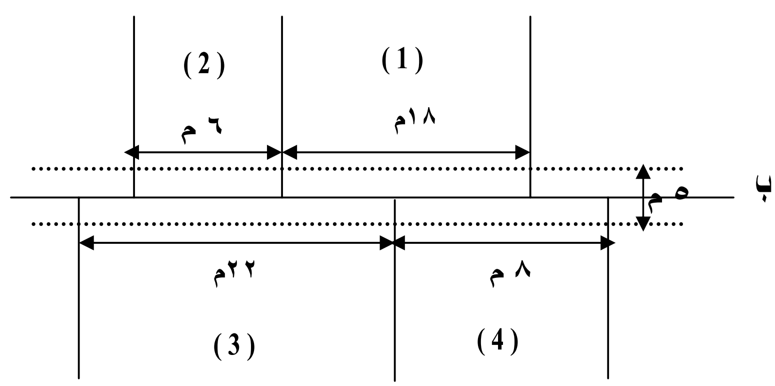
وتصبح مساحة القسم أ ب ع و = مساحة القسم و ع ج هـ د

اقتطاع مساحة :

اقتطاع مساحة معينة من قطعة أرض من الأعمال المساحية التي يتعرض لها المساح كثيراً وخصوصاً في حالات شق الطرق التي قد تعترض بعض الأراضي للأهالي والمطلوب من المساح توقيع محور الطريق ثم حساب المساحة المستقطعة من كل قطعة أرض حتى يتم تعويض أصحاب هذه الأراضي .

مثال رقم (١) :

الشكل التالي عبارة عن أربع قطع من الأراضي يملكها أربعة أشخاص وتقرر شق طريق يمر بهذه الأرض على أن يكون محور الطريق هو نفسه الحد الفاصل أ ب كما هو موضح بالرسم وعرض الطريق ٥ متر والمطلوب حساب المساحات المستقطعة من الأراضي ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ وقيمة التعويض لكل قطعة إذا كان سعر المتر = ١٠٠٠ ريال ؟



الحل

قطعة الأرض رقم ١ :

المساحة المستقطعة هي عبارة عن مستطيل طوله ١٨م وعرضه نصف عرض الطريق ٢,٥ م

∴ المساحة المستقطعة = ١٨ × ٢,٥ = ٤٥ م٢

قيمة التعويض = ٤٥ × ١٠٠٠ = ٤٥٠٠٠ ريال .

قطعة الأرض رقم ٢ :

المساحة المستقطعة = ٦ × ٢,٥ = ١٥ م٢

قيمة التعويض = ١٥ × ١٠٠٠ = ١٥٠٠٠ ريال

قطعة الأرض رقم ٤ :

المساحة المستقطعة = ٨ × ٢,٥ = ٢٠ م٢

قيمة التعويض = ٢٠ × ١٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ ريال

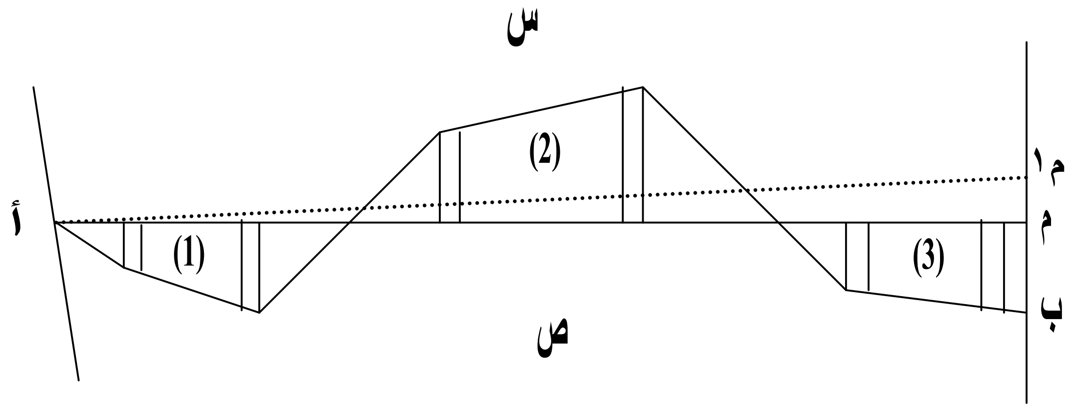
قطعة الأرض رقم ٣ :

المساحة المستقطعة = ٢٢ × ٢,٥ = ٥٥ م٢

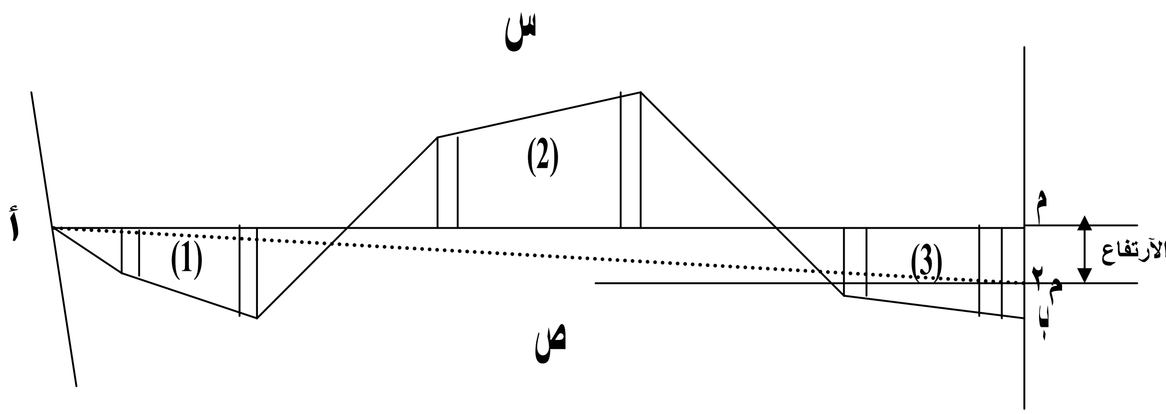
قيمة التعويض = ٥٥ × ١٠٠٠ = ٥٥٠٠٠ ريال

تعديل الحدود

في حالة وجود حد فاصل متعرج أو منحني أي غير مستقيم بين قطعتين من الأرض ويرغب أصحاب الأرض في تعديل هذا الحد الفاصل بينهما إلى خط مستقيم بحيث تحتفظ كل من القطعتين على جانبي خط التعديل بمساحتيهما بمعنى أن المساحة المضافة إلى إحدى القطعتين نتيجة هذا التعديل يجب أن تساوي المساحة المستقطعة منها .



الشكل (١)



الشكل (٢)

لو فرضنا أن لدينا قطعتين من الأرض س ، ص كما هو موضح بالشكل بينهما حد متعرج أ ب والمطلوب تعديل هذا الحد بخط مستقيم يمر بالنقطة أ .

الحل

١ - نضع الخط أ م كحد فاصل مستقيم بحيث تكون المساحة المضافة إلى إحدى القطعتين مساوية للمساحة المأخوذة بشكل تقريبي ويكون أ م عمودي على م ب إن أمكن .

٢ - نقوم بحساب المساحة المضافة للقطعة س (٢) وكذلك المساحة المأخوذة من القطعة س (١ ، ٣) بإحدى الطرق التي سبق شرحها .

٣ - إذا كانت المساحة المضافة (٢) = المساحة المأخوذة (١ ، ٣) فإن الخط أ م يكون هو الحد الفاصل المستقيم .

٤ - إذا كانت المساحة المضافة أكبر من المساحة المأخوذة هذا يعني أن نقطة م يجب تحريكها إلى الأعلى عند نقطة م١ الشكل رقم (١) ، أما إذا كانت المساحة المأخوذة أكبر من المساحة المضافة هذا يعني أن نقطة م يجب تحريكها إلى أسفل عند م٢ الشكل رقم (٢) بمعنى آخر حذف المثلث أ م م١ شكل (١) بالنسبة للقطعة (س) و إضافته للقطعة (ص) وإضافة المثلث أ م م٢ شكل (٢) إلى القطعة (س) وحذفه للقطعة (ص).

مساحة المثلث أ م م٢ = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

= $\frac{1}{2}$ × أ م × الارتفاع

∴ الارتفاع = (٢ × مساحة المثلث أ م م١) ÷ أ م

حيث مساحة المثلث أ م م١ = الفرق بين المساحة المضافة و المساحة المستقطعة من نفس القطعة .

ويصبح الحد الفاصل في الشكل (١) هو الخط أ م١ .

ويصبح الحد الفاصل في الشكل (٢) هو الخط أ م٢ .

٥ - في حالة الخط أ ب ليس عمودياً على الخط م ب نرسم خط موازي للخط أ م وعلى بعد منه يساوي الارتفاع المحسوب من المعادلة السابقة فيقطع الضلع م ب في نقطة (م ٢) ويكون الحد الفاصل هو أ م٢ كما في الشكل (٢) .

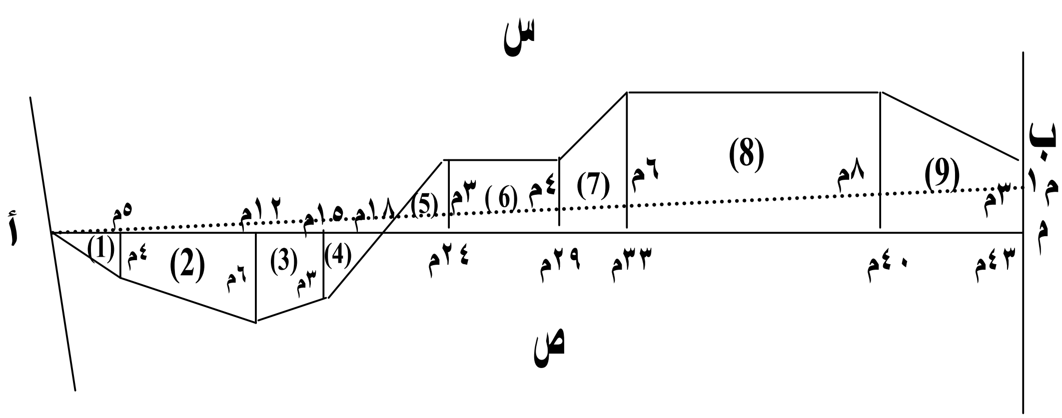
مثال رقم (١) :

س ، ص قطعتي أرض بينهما الحد المتعرج أ ب والمطلوب تعديل هذا الحد إلى حد آخر مستقيم يمر بنقطة (أ) ؟

الحل

الخطوة العملية :

نقوم بوضع الخط أ م بشكل تقريبي بحيث يمثل الحد الفاصل المستقيم بين القطعتين ثم نضع شريط على الخط أ م وبشريط أخر نقوم بقياس البعد العمودي على هذا الخط وحتى الحد المتعرج عند كل تغير فتكون الأبعاد كما هو موضح بالشكل .



الخطوة الحسابية :

عند اختيار الخط أ م نلاحظ أننا أضفنا إلى قطعة الأرض س المساحات ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ بينما أقتطعنا من نفس القطعة المساحات ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤

مساحة الجزء (١) = $\frac{1}{2}$ × ٥ × ٤ = ١٠ م^{٢}

مساحة الجزء (٢) = $\frac{1}{2}$ × (٤ + ٦) × ٧ = ٣٥ م^{٢}

مساحة الجزء (٣) = $\frac{1}{2}$ × (٣ + ٦) × ٣ = ١٣,٥ م^{٢}

مساحة الجزء (٤) = $\frac{1}{2}$ × ٣ × ٣ = ٤,٥ م^{٢}

إجمالي مساحة المأخوذ من القطعة س = (١٠ + ٣٥ + ١٣,٥ + ٤,٥) = ٦٣ م^{٢}

مساحة الجزء (٥) = $\frac{1}{2}$ × ٦ × ٣ = ٩ م^{٢}

مساحة الجزء (٦) = ½ × (٣ + ٤) × ٥ = ١٧,٥م٢

مساحة الجزء (٧) = ½ × (٤ + ٦) × ٤ = ٢٠ م٢

مساحة الجزء (٨) = ½ × (٨ + ٦) × ٧ = ٤٩ م٢

مساحة الجزء (٩) = ½ × (٣ + ٨) × ٣ = ١٦,٥ م٢

إجمالي المساحة المضافة للقطعة س = (٩ + ١٧,٥ + ٢٠ + ٤٩ + ١٦,٥)= ١١٢ م٢

∴ المساحة المضافة أكبر من المساحة المستقطعة

∴ يجب تحريك نقطة م إلى الأعلى عند م١

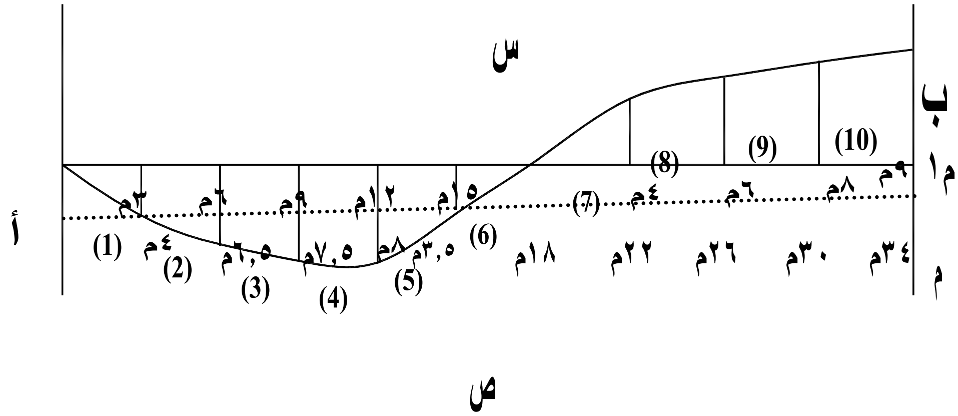
م م١ = (٢ × فرق المساحة) ÷ طول الحد أ م

= ٢ × (١١٢ – ٦٣) ÷ ٤٣ = ٢,٢٨ م

ويكون الحد الفاصل بين القطعتين هو الخط أ م١ كما هو موضح بالشكل .

مثال رقم (٢) :

س ، ص قطعتي أرض بينهما الحد المنحني أ ب والمطلوب تعديل هذا الحد المنحني بين القطعتين إلى حد مستقيم على أن يمر خط التقسيم بالنقطة أ ؟



الحل

الخطوة العملية :

١ - نبدأ بوضع الخط المستقيم أ م بشكل تقريبي ويعتبر الحد المستقيم الفاصل بين القطعتين وعمودياً على م ص .

٢ - نقسم الجزء المستقطع من س على الخط أ م إلى عدد زوجي متساوي بطول ٣م ونقيس الأبعاد العمودية من الخط أ م وحتى حدود المنحنى ونسجلها على الخريطة فتنتج المساحات ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ كما هو موضح بالشكل .

٣ - نقسم الجزء المضاف إلى القطعة س على الخط أ م إلى عدد زوجي متساوي بطول ٤م مثلاً ونقيس الأبعاد العمودية من الخط أ م إلى حدود المنحنى ونسجلها على الخريطة فتنتج المساحات ٧ ، ٨، ٩، ١٠ كما هو موضح بالشكل .

الخطوة الحسابية :

≥الحد بين القطعتين منحني وعدد الأقسام زوجي

″ يمكن تطبيق طريقة سمسون لحساب المساحات المضافة والمستقطعة للقطعة س .

المساحات المستقطعة من القطعة س (١+ ٢+٣+٤+٥+٦) = س÷٣ × (العمود الأول+ العمود الأخير + ٢ × الأعمدة الفردية+٤ × الأعمدة الزوجية)

= ٣÷٣ × [صفر + صفر + ٢ × (٦,٥ + ٨) + ٤ × (٤+ ٧,٥ + ٣,٥)]

= ١ × (٢٩ + ٦٠) = ٨٩ م^{٢}

المساحة المضافة للقطعة س (٧+٨+٩+١٠) = ٤÷٣ × [صفر + ٩ + ٢ × ٦ + ٤ × (٤ + ٨)]

= ٤÷٣ × (٦٩) = ٩٢ م^{٢}

≥ المساحة المضافة > المساحة المستقطعة بمقدار (٩٢ – ٨٩) = ٣ م^{٢}

″ يجب نقل نقطة م إلى الموضع م١ بمقدار =(٢ × ٣) ÷ ٣٤ = ٠,١٨ م = ١٨ سم

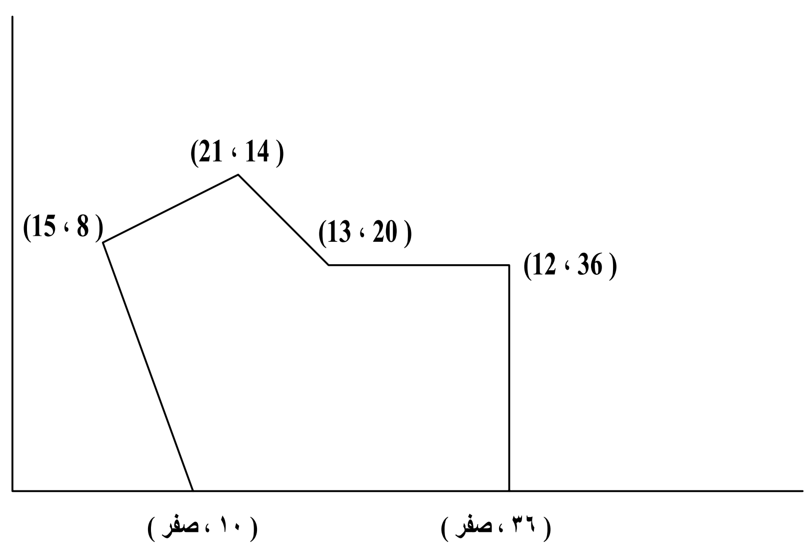
وبهذا يكون الحد الفاصل المستقيم بين القطعتين هو الخط أ م١ .

تمارين عامة على الوحدة الثانية

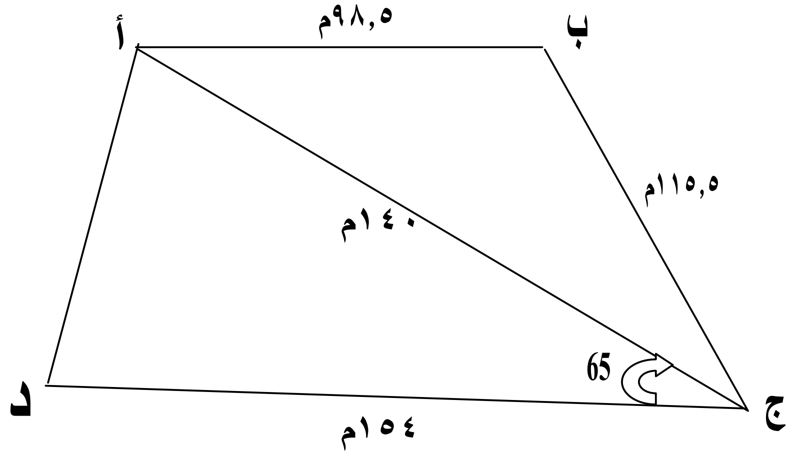
١ - احسب المساحة الواقعة داخل المضلع المغلق (أ ب جـ د هـ) إذا كانت إحداثيات رؤوسه بالمتر كما يلي : ؟

النقطة	س	ص
أ	١٥٠,٤	٨٥,٤
ب	١٧٠,٦	١٠٠,٣
جـ	١٧٦,٥	٩٠,٢
د	١٨٩,٤	٨٠,٦
هـ	١٨١,٥	٦٥,٣

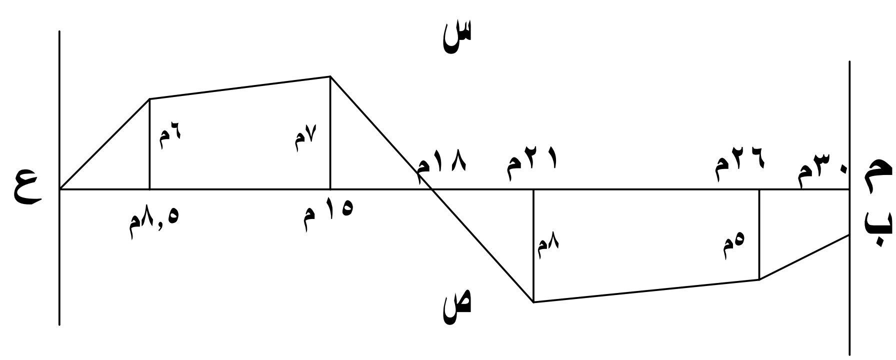
٢ - المطلوب حساب المساحة المحصورة داخل المضلع الموضح بالشكل علماً بأن الإحداثيات (س ، ص) الموضحة بالمتر ؟



٣ - قطعة الأرض الموضحة بالشكل يراد تقسيمها إلى قسمين متساويين على أن يمر خط التقسيم بنقطة أ علماً بأن الأبعاد الموضحة بالمتر ؟



٥ - قطعتي أرض س ، ص بينهما الخط المتعرج ع ب والمطلوب تعديل هذا الحد إلى خط مستقيم بحيث يمر هذا الخط المستقيم بالنقطة ع ؟



الحلول النهائية لتطبيقات الوحدة الثانية

١ – المساحة الواقعة داخل المضلع = ٦١٩,٥١٥ م٢.

٢ - المساحة الواقعة داخل المضلع = ٣٩٥ م٢.

٣ – بعد خط التقسيم عن نقطة ج على الخط ج د = ٣٢,٦٨ م.

٤ – خط التقسيم ع م١ حيث ارتفع م م١ = ١,٦٣ م للأعلى

المملكـة العربيــة الســعودية
المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الحساب المساحي

الحساب المساحي

الحساب المساحي

٣

أنواع الأخطاء ومصادرها

محتوى الوحدة :

- مصادر الأخطاء :
  - الأخطاء الشخصية .
  - الأخطاء الآلية .
  - الأخطاء الطبيعية
- أنواع الأخطاء :
  - الغلط .
  - الأخطاء المنتظمة .
  - الأخطاء العشوائية .

أهداف الوحدة :

١ - أن يستطيع الطالب تصنيف مصادر الأخطاء .

٢ - أن يستطيع الطالب التمييز بين أنواع الأخطاء .

٣ - أن يستطيع الطالب تصحيح الأخطاء المنتظمة .

الوقت المتوقع للتدريب :

١٦ ساعة تدريب

الوسائل المساعدة :

١ – القوانين الرياضية .

٢ – الأمثلة المحلولة .

٣ – الآلة الحاسبة .

مقدمة :

للحصول على قيمة عددية لأي زاوية أو مسافة فإن ذلك لا يأتي مباشرة ، بل إنه لا بد أن يقوم الراصد بعدة عمليات للحصول على هذه القيمة . فعلى سبيل المثال لو استخدمنا جهاز المحطة الشاملة (Total Station) للحصول على قيمة زاوية فإن على الراصد أن يقوم بالخطوات التالية :

١ - احتلال النقطة وتحقيق شروط الضبط المؤقت للجهاز (ضبط الأفقية والتسامت) .
٢ - التوجيه على الهدف .
٣ - تصفير قيمة الزاوية الأفقية .
٤ - التوجيه على الهدف .
٥ - قراءة قيمة الزاوية .
٦ - تسجيل القراءة .
٧ - حسابات الزاوية .

عند تطبيق هذه الخطوات نحصل على قيمة الزاوية المقاسة ولا تخلو جميع هذه الخطوات من الخطأ نتيجة اختلاف قدرات الراصد واختلاف العوامل الجوية وإمكانيات الجهاز المستخدم .

القياس :

هو إيجاد قيمة عددية للشيء المقاس (زاوية أو طول) وعملية القياس تشمل الأتي :

١ - راصد.
٢ - الجهاز المستخدم في القياس .
٣ - الطريقة المتبعة في القياس .
٤ - العوامل الطبيعية المحيطة .

ويرجع سبب اختلاف قيمة نفس الكمية المقاسة عند تكرار القياس إلى عدة عوامل هي :

١ - عدم الكمال في حواس الإنسان مثل السمع والبصر واللمس .
٢ - عدم إمكانية صنع أجهزة وأدوات قياس تصل إلى درجة الكمال .
٣ - اختلاف العوامل الجوية من حرارة ورياح وضغط أثناء القياس عنها أثناء المعايرة .

الخطأ الحقيقي : TRUE ERROR

هو الفرق بين القيمة المقاسة والقيمة الحقيقية وقد يكون سالباً أو موجباً ويمثل مدى ابتعاد القيمة المقاسة عن القيمة الحقيقية .

ويمكن حسابه كالتالي :

$$\boxed{\text{الخطأ الحقيقي} = \text{القيمة المقاسة} - \text{القيمة الحقيقية}}$$

نظراً لتعذر معرفة القيمة الحقيقية لأي شي مقاس فلا يمكن معرفة قيمة الخطأ الحقيقي ولذلك سوف يتم استبدال القيمة الحقيقية بقيمة أقرب ما يمكن إليها وهي المتوسط الحسابي ويسمى الخطأ في هذه الحالة بالفرق كما سوف يتم توضيحه في الوحدة الرابعة .

مصادر الأخطاء :

للأخطاء المحتمل حدوثها في القياسات مصادر ثلاثة هي :

١ - الأخطاء الشخصية　　٢ - الأخطاء الآلية　　٣ - الأخطاء الطبيعية .

١ - الأخطاء الشخصية : PERSONAL ERRORS

وهي أخطاء تنتج من إمكانيات الراصد نفسه فلكل راصد إمكانيات سمعية وبصرية وحسية وعدم الكمال في هذه الحواس يسبب هذا النوع من الأخطاء .

أمثلة على الأخطاء الشخصية	معالجة هذه الأخطاء
١ - عدم العناية والإهمال أثناء الرصد. ٢ - التوجيه الخطأ . ٣ - التسجيل الخطأ للأرصاد . ٤ - الخطأ في الحسابات.	التدريب الجيد للمساح واكتساب الخبرات

٢ - الأخطاء الآلية : INSTRUMENTAL ERRORS

وهي الأخطاء الناتجة من الأجهزة المستخدمة في الرصد نتيجة عدم صنع أجهزة وأدوات قياس تصل إلى درجة الكمال .

أمثلة على الأخطاء الآلية	معالجة هذه الأخطاء
١ - اختلاف الطول الحقيقي للشريط عن الطول الاسمي	معايرة الجهاز للتأكد من صلاحيته للرصد
٢ - عدم تساوي أقسام الدائرة الأفقية للجهاز	الرصد على عدة أقواس ببدايات مختلفة
٣ - عدم تعامد المحاور الرئيسية للجهاز	الرصد في الوضعين المتياسر والمتيامن
٤ - عدم مرور المستوى الذي ترتد منه الأشعة في العاكس بالمستوى الرأسي الذي يمر بالنقطة .	(mm بإدخال قيمة ثابت العاكس للجهاز)

٣ - الأخطاء الطبيعية : NATURAL ERRORS

وهي الأخطاء التي تنشأ نتيجة التغيرات المستمرة في العوامل الجوية من رياح وحرارة و ضغط جوي.

أمثلة على الأخطاء الطبيعية	معالجة هذه الأخطاء
١ - شدة الرياح	مراعاة الإرشادات بدليل كل جهاز حيث يمكن عن طريق معرفة درجة الحرارة والضغط الجوي أثناء العمل الحصول على الثابت النسبي p.p.m). (وإدخاله في الجهاز حتى يقوم بتصحيح المسافة المقاسة ونحصل على المسافة المصححة للعوامل الجوية .
٢ - درجة الحرارة	
٣ - الضغط الجوي	

أنواع الأخطاء :

تنقسم أنواع الأخطاء إلى ثلاثة أنواع هي:

١ - الغلط ٢ - الأخطاء المنتظمة ٣ - الأخطاء العشوائية

١ - الغلط : GROSS ERROR OR MISTAKE

وهو خطأ كبير المقدار وملحوظ بالنسبة لباقي الأرصاد ويوصى بحذف هذا النوع لكبر قيمته غير الطبيعية وسط الأرصاد .

أمثلة على هذا النوع	طريقة معالجة الخطاء
١ - عدم اهتمام الراصد أو إهماله	الحرص والاهتمام أثناء العمل
٢ - السهو أو النسيان	تطبيق الاشتراطات الهندسية مثل مجموع الزوايا حول نقطة يجب أن يساوي ٣٦٠ درجة .
٣ - التوجيه أو التسجيل الخطأ	تكرار عملية القياس .

مثال لتوضيح معنى الغلط :

زاوية أفقية (أ ب جـ) تم قياسها أربع مرات فكانت نتائج القياس كالآتي :

مسلسل	⊃	°	∧
١	٥٠	١٤	٩٣
٢	٣٠	١٤	٩٣
٣	١٠	١٤	٨٣
٤	٠٠	١٥	٩٣

وبمراجعة هذه الأرصاد نلاحظ أن الرصدة رقم ثلاثة هي غلط لأنها رصدة شاذة بالنسبة لباقي الأرصاد لذا يجب حذف هذه الرصدة .

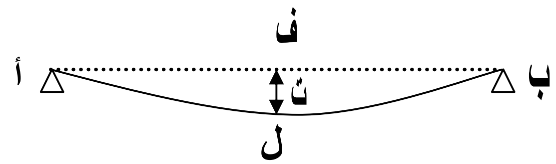
٢ - الأخطاء المنتظمة :_SYSTEMATIC ERRORS

وهي أخطاء منتظمة الحدوث حيث أنها تتبع قانون فيزيائي معين ويمكن التعبير عنها بمعادلة رياضية ومن ثم يمكن إيجاد قيمة الخطأ ثم إيجاد القيمة المصححة ويحدث هذا النوع من الأخطاء في القياسات نتيجة أسباب مختلفة ومصدر هذه الأخطاء إما شخصي أو طبيعي أو آلي .

أ - أخطاء منتظمة مصدرها شخصي :

وهي أخطاء تنتج من الراصد نفسه ويمكن التعبير عنها بمعادلة رياضية ومن هذه الأخطاء ما يلي:

١ - انحناء الشريط أثناء عملية القياس :



عند معايرة الشريط يكون مفروداً فوق سطح مستو ولكن عند استخدام الشريط في القياس عادة يكون محملاً من طرفيه وعلى هذا لا يكون مستقيماً كما في حالة المعايرة بل يأخذ شكل منحني طوله هو طول الشريط (ل) أما المسافة الأفقية (ف) والمطلوب قياسها بين النقطتين فهي يمكن حسابها من المعادلة التالية :

$$\boxed{ف = ل - \frac{٨ت^{٢}}{٣ل}}$$

حيث :

ف = طول الخط الحقيقي (الأفقي) .

ل = الطول المقاس (المنحني) .

ت = مقدار الانحناء في منتصف الشريط.

$$\frac{٨ت^{٢}}{٣ل}$$

= الخطأ الناتج من انحناء الشريط للطرحة الواحدة .

مثال رقم(١) :

قيست مسافة أفقية أ ب بشريط طوله = ٢٠ متراً وكانت قيمة الانحناء ت = ٤٠ سم في منتصف الشريط أحسب طول الخط الحقيقي إذا كانت نتيجة القياس ٤٠ متراً ؟

الحل

الخطأ في الطرحة الواحدة نتيجة الانحناء = $\frac{٨ت^{٢}}{٣ل}$ = ٨ × (٤٠)^{٢} ÷ (٣ × ٢٠٠٠) = ٢,١٣ سم

عدد الطرحات = المسافة المقاسه ÷ طول الشريط = ٤٠ ÷ ٢٠ = ٢ طرحة

الخطأ في الطرحتين = ٢ × ٢,١٣ = ٤,٢٦ سم ≈ ٤ سم= ٠,٠٤ متر . "

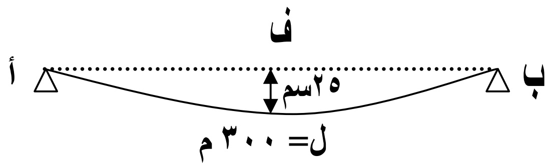
المسافة الأفقية (ف) = المسافة المقاسه - الخطأ الناتج من انحناء الشريط في الطرحتين "

ف = ٤٠ – ٠,٠٤ = ٣٩,٩٦ متر .

مثال رقم(٢):

قيست مسافة أفقية (أ ب) فكانت = ٣٠٠ متر تم ذلك بشريط طوله = ٢٠ متراً وكانت قيمة الانحناء عند منتصف الشريط = ٢٥ سم .

احسب طول الخط أ ب الحقيقي ؟



الخطأ في الطرحة الواحدة = $\frac{٨ت^{٢}}{٣ل}$ = ٨ × (٢٥)^{٢} ÷ (٣ × ٢٠٠٠) = ٠,٨٣ سم

عدد الطرحات = ٣٠٠ ÷ ٢٠ = ١٥ طرحة .

خطأ الانحناء في كل الطرحات = عدد الطرحات × الخطأ في الطرحة الواحدة "

أ = ١٥ × ٠,٨٣ = ١٢,٤٥ ≈ ١٢ سم = ٠,١٢ متر

المسافة الأفقية للخط (أ ب) = ل - الخطأ الناتج من انحناء الشريط"

= ٣٠٠ – ٠,١٢ = ٢٢٩,٨٨ م

٢ - **خطأ التوجيه :**

ينتج عند القياس في خط متعرج بدلاً من الخط المستقيم أي عند القياس على أكثر من طرحة نحصل على طول أكبر من الطول الحقيقي نتيجة الخطأ في التوجيه بالعين المجردة وتصبح قيمة التصحيح في هذه الحالة :

$$\text{مقدار التصحيح} = \frac{\text{ع}^{٢}}{\text{٢م}}$$

حيث :

ع = مقدار الخطأ في التوجيه

م = الطول المقاس

ويكون الطول الحقيقي كالتالي :

الطول الحقيقي = الطول المقاس - مقدار التصحيح

مثال رقم (١) :

قيس طول خط أ ب على عدة طرحات وكان خطأ التوجيه ع = ٥٠ سم

احسب الطول الحقيقي للخط أ ب إذا كان الطول المقاس = ٤٥ متراً ؟

الحل

مقدار التصحيح = $\frac{\text{ع}^{٢}}{\text{٢م}}$ = $(٠,٥)^{٢} \div (٢ \times ٤٥) = ٠,٠٠٣$ متراً

الطول الحقيقي للخط أ ب = الطول المقاس - مقدار التصحيح "

= ٤٥ - ٠,٠٠٣

= ٤٤,٩٩٧ متراً .

مثال رقم(٢):

قيس طول الخط س ص فكان طوله = ٣٨ متر وتم ذلك بخطأ توجيه عند نهاية الخط مقداره ٨٠ سم احسب الطول الحقيقي للخط س ص ؟

الحل

مقدار الخطأ نتيجة التوجيه = $\frac{ع^{٢}}{٢م}$ = (٠,٨)^{٢} ÷ (٢ × ٣٨) = ٠,٠٠٨ متراً.

الطول الحقيقي للخط = الطول المقاس - مقدار الخطأ"

= ٣٨ - ٠,٠٠٨ = ٣٧,٩٩٢ متراً.

ب - أخطأ منتظمة مصدرها آلي :

وهي أخطأ تنتج من الجهاز المستخدم ويمكن التعبير عنها بمعادلة رياضية ، ومن هذه الأخطاء :
استخدام شريط يختلف طوله الحقيقي عن طوله الاسمي ويمكن التعبير عن الطول الحقيقي بالمعادلة التالية :

الطول الحقيقي للشريط = الطول الاسمي للشريط ± مقدار الخطأ في طول الشريط

$$\text{الطول الحقيقي للخط} = \text{الطول المقاس للخط} \times \frac{\text{الطول الحقيقي للشريط}}{\text{الطول الاسمي للشريط}}$$

وإذا استخدمنا قياسات الشريط في تعيين مساحة قطعة الأرض فيمكن إيجاد المساحة الحقيقية كالتالي :

$$\text{المساحة الحقيقية} = \text{المساحة المعينة بالشريط} \times \left(\frac{\text{الطول الحقيقي للشريط}}{\text{الطول الاسمي للشريط}}\right)^{2}$$

يمكن حساب المساحة الحقيقية من القانون التالي : في حالة استخدام شريطين مختلفين

$$\frac{\text{المساحة الحقيقية}}{\text{المساحة المقاسة}} = \frac{\text{الطول الحقيقي للشريط الأول} \times \text{الطول الحقيقي للشريط الثاني}}{\text{الطول الاسمي للشريط الأول} \times \text{الطول الاسمي للشريط الثاني}}$$

مثال رقم (١) :

تم قياس المسافة أ ب فكانت = ١٩٨ م وذلك بشريط ينقص طوله بـ ١٠ سم عن الطول الاسمي ٢٠ متراً) احسب الطول الحقيقي للخط أ ب ؟

الحل

الطول الحقيقي للشريط = طول الشريط الاسمي - مقدار الخطأ في طول الشريط

= ٢٠ - ٠,١٠

= ١٩,٩٠م

الطول الحقيقي للخط أ ب = ١٩٨ × (١٩,٩ ÷ ٢٠)"

= ١٩٧,٠١ م

مثال (٢):

قيس طول الخط (أ ب) بشريط طوله ٣٠ متراً يزيد طوله الحقيقي عن طوله الاسمي بـ ١٥ سم فكانت المسافة = ١٢٢,٥ متراً .

احسب المسافة الحقيقية لطول الخط أ ب ؟

الحل

الطول الحقيقي للشريط = الطول الاسمي + الخطأ في طول الشريط

= ٣٠ + ٠,١٥

= ٣٠,١٥ متر

الطول الحقيقي للخط أ ب = الطول المقاس × (طول الشريط الحقيقي ÷ الطول الاسمي للشريط)

= ١٢٢,٥ × (٣٠,١٥ ÷ ٣٠) = ١٢٣,١١ متر

مثال رقم (٣) :

تم تعيين مساحة قطعة أرض بعد قياس أبعادها وذلك بشريط ينقص طوله الحقيقي عن طوله الاسمي بـ ٢٠ سم فكانت المساحة = ٤٥٠٠ م^{٢} .

احسب المساحة الحقيقية إذا كان طول الشريط الاسمي = ٣٠ م ؟

الحل

الطول الحقيقي للشريط = ٣٠ – ٠,٢٠ = ٢٩,٨٠ م

المساحة الحقيقية = المساحة المقاسه × (طول الشريط الحقيقي ÷ الطول الاسمي للشريط)٢ "

= ٤٥٠٠ × (٢٩,٨ ÷ ٣٠)٢

= ٤٤٤٠,٢ م٢

مثال (٤) :

أحسب المساحة الحقيقية لقطعة أرض على شكل مستطيل قيس طولها بشريط تيل طوله الاسمي ٢٠ متراً فكان ٢٢٥ متراً وعند معايرة الشريط وجد أن طوله الحقيقي ١٩,٢٠ متراً وقيس عرضها بشريط تيل آخر طوله الاسمي ٣٠ متراً فكان ١٨٠ متراً وعند معايرة الشريط وجد أن طوله الحقيقي ٢٩,٤٠ متراً ؟

الحل:

المساحة المقاسة = طول قطعة الأرض × عرضها

المساحة المقاسة = ٢٢٥ × ١٨٠ = ٤٠٥٠٠ متراً

$$\frac{\text{المساحة الحقيقية}}{\text{المساحة المقاسة}} = \frac{\text{الطول الحقيقي للشريط الأول} \times \text{الطول الحقيقي للشريط الثاني}}{\text{الطول الاسمي للشريط الأول} \times \text{الطول الاسمي للشريط الثاني}}$$

المساحة الحقيقية = ٤٠٥٠٠ × ((١٩,٢٠ × ٢٩,٤٠)/ (٢٠ × ٣٠))"

= ٣٨١٠٢,٤ م٢

جـ - أخطاء منتظمة مصدرها طبيعي :

وهي أخطاء تنتج من العوامل الطبيعية (درجة الحرارة – الضغط الجوي) ويمكن التعبير عنها بمعادلة رياضية مثل القياس في درجة حرارة تختلف عن درجة حرارة المعايرة .

مقدار التصحيح = معامل تمدد الشريط × (درجة الحرارة أثناء القياس - درجة الحرارة أثناء المعايرة) × الطول المقاس

مثال رقم(١) :

قيس طول الخط أ ب فكان ١٢٧,١٥م وتم ذلك بشريط صلب معامل تمدده (٠,٠٠٠٠١٢) وكانت درجة الحرارة ٣٨ درجة مئوية .احسب الطول المصحح للخط أ ب إذا علمت أن درجة حرارة المعايرة ٢٥ درجة مئوية ؟

الحل

مقدار التصحيح = ٠,٠٠٠٠١٢ × (٣٨ – ٢٥) × ١٢٧,١٥

= ٠,١٩٨ متر

الطول المصحح = الطول المقاس + مقدار التصحيح "

= ١٢٧,١٥ + ٠,١٩٨

≈ ١٢٧,٣٥ م

مثال رقم (٢):

قيست مسافة أفقية فكانت ١١٥,٤٠م بشريط صلب معامل تمدده ٠,٠٠٠٠١٢٥ لكل درجة مئوية وذلك في درجة حرارة ٢٠ درجة مئوية .

احسب المسافة الأفقية المصححة إذا علمت أن درجة حرارة المعايرة ٣٥ درجة مئوية ؟

الحل

مقدار التصحيح = ٠,٠٠٠٠١٢٥ × (٢٠ – ٣٥) × ١١٥,٤ = - ٠,٢١٦ م

المسافة الأفقية المصححة = ١١٥,٤ - ٠,٢١٦ = ١١٥,١٨ م

٣ - الأخطاء العشوائية : RANDAM ERRORS

هي أخطأ صغيرة المقدار في القياسات المتكررة تسلك سلوكاً عشوائياً بعضها سالب والبعض الآخر موجباً ولا يحكمها معادلة رياضية منها ما مصدره شخصي ومنها ما هو آلي ومنها ما هو طبيعي كما هو موضح بالجدول التالي:

<table>
<tr><th>مصدر الأخطاء العشوائية</th><th>أمثلة على الأخطاء العشوائية</th><th>كيفية معالجة هذه الأخطاء</th></tr>
<tr><td>شخصي</td><td>- عدم إجراء التسامت بدقة
- عدم ضبط الأفقية ضبطاً دقيقاً</td><td rowspan="3">لا يمكن حذف هذه الأخطاء العشوائية ولكن يمكن التقليل من تأثيرها بالأتي :
١ - بتكرار القياس وببدايات مختلفة وفي الوضعيين المتياسر و المتيامن.
٢ - أخذ المتوسط الحسابي.
٣ - الرصد في أوقات مختلفة لتلاشي الخطأ الناتج عن العوامل الجوية .</td></tr>
<tr><td>آلي</td><td>عدم تساوي أقسام الدائرة الأفقية للجهاز</td></tr>
<tr><td>طبيعي</td><td>وجود رياح أثناء العمل</td></tr>
</table>

مثال رقم(١) :

زاوية أفقية تم رصدها خمس مرات فكانت نتائج القياس كالتالي : أ ب ج

ن	⊃	٠	∧
١	٢٠	١٥	١٠٢
٢	٠٠	١٦	١٠٢
٣	١٠	٢٦	١١٢
٤	١٠	١٥	١٠٢
٥	١٥	١٥	١٠٢

والمطلوب تنقية هذه الأرصاد من الغلط وتقليل تأثير الأخطاء العشوائية ؟

الحل

١ - الرصدة رقم (٣) رصدة شاذة لذلك يجب حذفها حيث أنها تعتبر من الغلط .

٢ - لتقليل تأثير الأخطاء العشوائية نجمع الأرصاد الأربعة المتبقية ونقسمها على أربعة للحصول على المتوسط الحسابي للزاوية :

قيمة المتوسط الحسابي للزاوية = (٢٠ + ٦٠ + ١٠ + ١٥) ÷ ٤ = ٢٦,٢٥ ١٥ ١٠٢

تمارين على الوحدة الثالثة

١ - أذكر مصادر الأخطاء مع إعطاء مثال لكل نوع ؟

٢ - عدد أنواع الأخطاء مع إعطاء مثال لكل نوع ، وكيف يمكن معالجته ؟

٣ - اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس فيما يلي :

أ - عدم شد الشريط بشكل جيد هو خطأ (شخصي – آلي – طبيعي)

ب - عدم تساوي أقسام الدائرة الأفقية للجهاز هو خطأ (شخصي – آلي – طبيعي)

جـ - القياس في درجة حرارة مختلفة عن درجة المعايرة هو خطأ منتظم مصدره (شخصي – آلي – طبيعي)

د - عدم ضبط أفقية الجهاز بشكل جيد هو خطأ (غلط – منتظم – عشوائي)

هـ - خطأ توجيه الشريط أثناء القياس على عدة طرحات هو خطأ (غلط – منتظم – عشوائي) مصدره

(شخصي – آلي – طبيعي)

٤ - قطعة أرض على شكل مستطيل قيس طوله بشريط يزيد طوله عن الطول الاسمي (٣٠م) بمقدار ١٥سم فكان ٢٤,٦م ثم قيس عرض المستطيل بشريط آخر ينقص عن الطول الاسمي (٢٠م) بمقدار ١٠سم فكان ١٦,٥ م. احسب المساحة الصحيحة لقطعة الأرض ؟

٥ - قطعة أرض على شكل مثلث تم قياس القاعدة والارتفاع على أكثر من طرحة بانحناء في وسط الشريط ٦٠سم فكانت القاعدة ٣٦,٥م والارتفاع ٥٤,٦ م .

احسب المساحة الحقيقية لقطعة الأرض ؟ إذا علمت أن طول الشريط ٣٠م ؟

٦ - تم قياس طول الخط أ ب على عدة طرحات وكان خطأ التوجيه = ٩٠ سم والمسافة أ ب = ١٤٢,٩م احسب الطول الحقيقي للخط أ ب ؟

الحلول النهائية لتطبيقات الوحدة الثالثة

٣ – أ – شخصي .

ب – آلي .

ج – طبيعي .

د – عشوائي .

هـ - منتظم – شخصي .

٤ –

المساحة الحقيقية= ٤٠٥,٨٩ م٢.

٥ –

المساحة الحقيقية = ٩٩٤,٣٣ م٢ .

٦ –

طول الخط الحقيقي = ١٤٢,٨٩٧ م .

المملكة العربية السعودية
المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الحساب المساحي

ضبط الأرصاد المساحية

ضبط الأرصاد المساحية

٤

ضبط الأرصاد المساحية

محتوى الوحدة :

- ضبط القياسات الطولية والزاوية للأرصاد المتساوية الأوزان .
- ضبط القياسات الطولية والزاوية للأرصاد المختلفة الأوزان .
- حساب القيمة الأكثر احتمالا .
- حساب معايير دقة الأرصاد الثلاثة :
  - الخطأ المتوسط .
  - الخطأ المعياري .
  - الخطأ المحتمل .

أهداف الوحدة :

١ - أن يستطيع الطالب ضبط القياسات الطولية والزاوية للأرصاد المتساوية الأوزان .

٢ - أن يستطيع الطالب ضبط القياسات الطولية والزاوية للأرصاد المختلفة الأوزان .

٣ - أن يستطيع الطالب الحكم على مجموعة من الأرصاد عن طريق معايير دقة الأرصاد .

٤ - أن يستطيع الطالب تصحيح الزوايا الداخلية للأشكال المغلقة .

الوقت المتوقع للتدريب :

من ٣٠ - ٤٠ ساعة تدريب

الوسائل المساعدة :

١ – القوانين الرياضية .

٢ – الأمثلة المحلولة .

٣ – الآلة الحاسبة .

٤ – الجداول الحسابية .

ضبط الأرصاد الطولية والزاوية (للأرصاد المتساوية الأوزان)

الأرصاد المتساوية الأوزان (غير الموزونة) :

هي الأرصاد التي لها نفس درجة الثقة والتي تؤخذ في ظروف متشابهة (نفس الراصد ،نفس الجهاز ،نفس العوامل الجوية) .

ضبط الأرصاد الطولية : -

بعد تجميع الأرصاد الطولية من الطبيعة نتخلص من الغلط ثم الأخطاء المنتظمة يتبقى بعد ذلك الأخطاء العشوائية وتعالج هذه الأخطاء طبقا لنظرية الأخطاء أو الاحتمالات وذلك للتقليل من تأثيرها على الأرصاد وذلك بحساب القيمة الأكثر احتمالا للطول المقاس بمعرفة المتوسط الحسابي ، الفروقات ،الانحراف المعياري ، الانحراف المعياري للمتوسط الحسابي .

١ - **المتوسط الحسابي (م):** **ARITHMETIC MEAN**

يعتبر المتوسط الحسابي هو القيمة الأفضل و الأكثر قربا من القيمة الحقيقية ويحسب المتوسط الحسابي في حالة أن جميع الأرصاد لها نفس درجة الثقة من المعادلة التالية : -

المتوسط الحسابي = المجموع الجبري للأرصاد ÷ عدد مرات القياس

$$\text{م} = (\text{س}_1 + \text{س}_2 + \text{س}_3 + \ldots\ldots\ldots + \text{س}_{\text{ن}}) \div \text{ن}$$

$$\text{م} = \frac{[\text{س}]}{\text{ن}}$$

حيث م : المتوسط الحسابي

[س] : المجموع الجبري للأرصاد

ن : عدد مرات القياس

ويمكن حساب المتوسط الحسابي للأرصاد بطريقة أخرى من القانون التالي :

$$\text{المتوسط الحسابي (م)} = \text{س} + \frac{[\text{س} - \text{سَ}]}{\text{ن}}$$

حيث سَ قيمة ابتدائية مقدارها أقل من جميع القيم المرصودة . وهذه الطريقة لحساب المتوسط الحسابي مفيدة في حالة قياس زاوية عدة مرات حيث يكون الاختلاف غالباً في الثواني فيمكن اعتبار سَ هي الدرجات والدقائق كما سوف يتبين من الأمثلة التالية :

مثال (١) :

قيس طول خط أب خمس مرات وكانت الأرصاد بعد التخلص من الغلط وتصحيح الأخطاء المنتظمة كالتالي : -

١١٦,٥٦ – ١١٦,٥٥ – ١١٦,٥٠ – ١١٦,٤٨ - ١١٦,٤٦ متراً.

والمطلوب حساب المتوسط الحسابي لطول الخط أب ؟

الحل

الطريقة الأولى :

المتوسط الحسابي م = [س] / ن

م = (١١٦,٥٦ + ١١٦,٥٥ + ١١٦,٥٠ + ١١٦,٤٨ + ١١٦,٤٦) ÷ ٥

= ١١٦,٥١ متراً.

الطريقة الثانية :

باختبار قيمة ابتدائية أقل من جميع قيم الأرصاد سَ = ١١٦ متراً فتصبح القياسات بعد خصم ١١٦ م هي ٠,٥٦ ، ٠,٥٥ ، ٠,٥٠ ، ٠,٤٨ ، ٠,٤٦ متراً

المتوسط الحسابي (م) = سَ + [س – سَ] / ن

م = ١١٦ + (٠,٥٦ + ٠,٥٥ + ٠,٥٠ + ٠,٤٨ + ٠,٤٦) ÷ ٥

م = ١١٦ + ٠,٥١ = ١١٦,٥١ متراً.

مثال(٢) :

قيست زاوية أفقية أربع مرات فكانت نتائج القياس كما يلي : -

⊃	°	8
١٠	٤٣	٥٧
١٢	٤٣	٥٧
٨	٤٣	٥٧
١٤	٤٣	٥٧

والمطلوب حساب المتوسط الحسابي للزاوية :

الحل

الطريقة الأولى : -

م) = [س] ÷ ن المتوسط الحسابي

م =(١٠ ٤٣ ٥٧ + ١٢ ٤٣ ٥٧ + ٨ ٤٣ ٥٧ + ١٤ ٤٣ ٥٧) / ٤

٩٥٧٨ ٠٤٣ م = ١١

الطريقة الثانية : -

باختبار قيمة ابتدائية اقل من جميع قيم الأرصاد ولتكن الدرجات والدقائق حيث أنها لم تختلف في .

٩٥٧٨ قيم الأرصاد السابقة سَ = ٤٣

المتوسط الحسابي (م) = س + [س - سَ] / ن

م = ٤٣ ٥٧ + (١٠+ ١٢ + ٨ + ١٤) / ٤

٩٥٧٨ ٠٤٣ م =٤٣ ٥٧ + ١١ ثانية = ١١

٢ - **الفروقات (ف) : RESIDUALS**

هي عبارة عن الفرق بين المتوسط الحسابي (م) والكمية المقيسة (س) .

ف = م ـ س

ملاحظة : -

المجموع الجبري للفرو قات دائما = صفر حيث أن الفرو قات السالبة تلغي الفرو قات الموجبة لذلك يتم تربيع هذه الفرو قات حتى تعطي انطباعا عن مقدار التباعد في قيم القياسات .

٣ - الانحراف المعياري للرصدة الواحدة (ك) : STANDARD ERROR

يعرف الخطأ المعياري بأنه الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربع الفرو قات ويعتبر معياراً للدقة لأي كمية فردية مرصودة ضمن مجموعة أرصاد ويوضح الخطأ المعياري مقدار التشتت والتباعد في قيم الأرصاد عن القيمة المتوسطة ويرتبط دائما بالأخطاء العشوائية ويعرف بالخطأ المعياري أو الخطأ ألتربيعي المتوسط .

$$\Upsilon \qquad ك = \pm \sqrt{\frac{[\,ف^{2}\,]}{ن - ١}}$$

حيث

ك = الانحراف المعياري للرصدة الواحدة

ف٢ = مربع الفرو قات

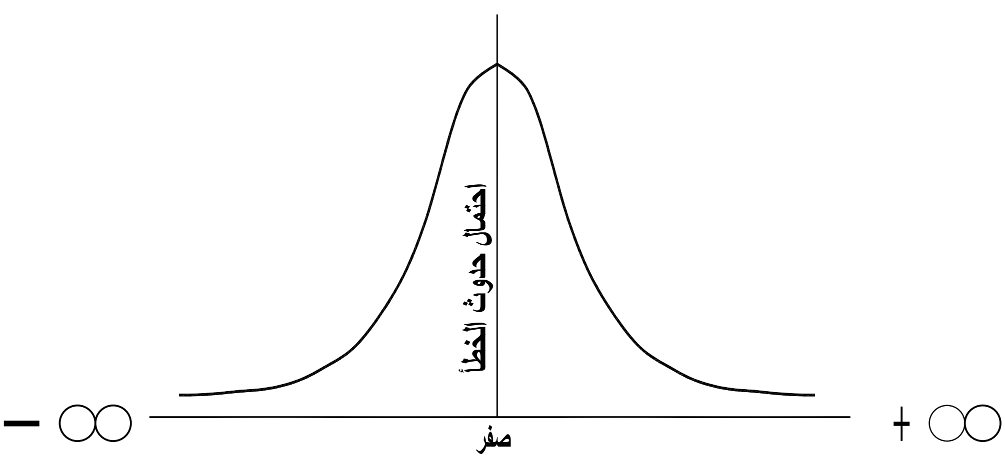
ن = عدد مرات القياس

[ ] = مجموع ما بداخلها

ومعادلة الخطأ المعياري مستنتجة رياضيا من منحنى التوزيع الطبيعي للأخطاء أو منحنى الاحتمال أو منحنى الأخطاء .

ومن المعروف أن نظرية الأخطاء أو الاحتمالات تتعامل مع الأخطاء الموجودة في كمية ما قيست عدد لانهائي من المرات وتم حساب قيمة الخطأ في كل مرة وهو الفرق بين القيمة المقاسة والقيمة المحتملة وتم تمثيل هذا بيانياً بحيث يمثل على المحور الأفقي مقدار الخطأ (الفرو قات) ويمثل على المحور الرئيسي نسبة عدد الأخطاء للعدد الكلي فإننا نحصل على منحنى الاحتمال أو الأخطاء .

وال



الخ

١

٢

٣

مقدار الخطأ(الفرق)

٤ - الخطأ الكبير جد نادر الحدوث لعدم تقاطع المنحنى مع المحور الأفقي (حيث التقاطع يحدث نظريا في ما لانهاية) .

٥ - القيمة الصحيحة لكمية ما هي متوسط عدد لانهائي من الأرصاد المباشرة .

٦ - نسبة الخطأ المتوقع حدوثها بين (± ٠,٦٧٤٥ ك) تساوى ٥٠ ٪ اى نصف الأخطاء ضمن هذا المقدار والنصف الآخر محتمل أن يكون خارجه لهذا سمي هذا المقدار (± ٠,٦٧٤٥ ك) بالخطأ المحتمل .

٧ - احتمال حدوث خطأ قيمته ± ك هو ٦٨ ٪ أو بمعنى آخر فإن ٦٨ ٪ من الأرصاد تحتوى على أخطاء تتراوح قيمتها بين ± ك .

٨ - احتمال حدوث أخطاء تتراوح قيمتها فيما بين ± ٢ ك هو ٩٥ ٪ أي أن ٩٥ ٪ من الأرصاد تحتوى على أخطاء تتراوح قيمتها بين ± ٢ ك .

٩ - احتمال حدوث خطأ تتراوح قيمته ± ٣ ك هو ٩٩,٧ ٪ أي أن ٩٩,٧ ٪ من عدد الأرصاد بها أخطاء تتراوح قيمتها بين ± ٣ك وعليه يجب استبعاد أي أرصاد بها خطأ أو فرق تزيد قيمته عن ± ٣ ك ويعتبر بمثابة غلط .

مثال :

قيس طول خط أ ب ٨ مرات فكانت نتائج القياس كالآتي : -

١٨٤,٢٤ ـ ١٨٤,٢٥ ـ ١٨٤,٢٦ ـ ١٨٤,٣٠ ـ ١٨٤,٢٨ ـ ١٨٤,٢٢ ـ ١٨٤,٢٥ ـ ١٨٤,٢ متراً

والمطلوب حساب :

١ - المتوسط الحسابي لطول الخط أب ؟

٢ - الخطأ التربيعي المتوسط للرصدة الواحدة ؟

٣ - هل هناك أرصاد يجب استبعادها ؟ ولماذا ؟

الحل

مسلسل ن	الكمية المقاسه س	المتوسط الحسابي م	الفرق ف = م - س	مربع الفرو قات ف ٢
١	١٨٤,٢٤		٠,٠١	٠,٠٠٠١
٢	١٨٤,٢٥		٠٠	٠٠
٣	١٨٤,٢٦		ـ ٠,٠١	٠,٠٠٠١
٤	١٨٤,٣٠		ـ ٠,٠٥	٠,٠٠٢٥
٥	١٨٤,٢٨	١٨٤,٢٥	ـ ٠,٠٣	٠,٠٠٠٩
٦	١٨٤,٢٢		٠,٠٣	٠,٠٠٠٩
٧	١٨٤,٢٥		٠٠	٠٠
٨	١٨٤,٢٠		٠,٠٥	٠,٠٠٢٥
المجموع	١٤٧٤		٠٠	٠,٠٠٧٠

م) = [س] / ن المتوسط الحسابي

م = ١٤٧٤ / ٨ = ١٨٤,٢٥ م

ك الخطأ التربيعي المتوسط للرصد ه الواحد ة = ϒ $\sqrt{\text{[ف٢] / ن – ١}}$

ك = $\sqrt{\text{٠,٠٠٧٠ / ٧}}$ = ± ٠,٠٣ متر

يجب التحقق من أن جميع الأرصاد لا يزيد الفرق لها عن ± ٣ك

٠,٠٩ م = ± ٠,٠٣ × ٣ϒ ٣ك = ϒ

و بمراجعة قيم الفروق (ف) بالجدول السابق نجد أنه لا يوجد أي رصدة يزيد فيها الفرق عن ± ٠,٠٩ م حيث أن اكبر فرق هو ± ٠,٠٥ م.

لا توجد أرصاد يجب استبعادها "

ملاحظة : -

في حالة استبعاد أي أرصاد يجب إعادة حساب المتوسط الحسابي مرة أخرى وكذلك الخطأ المعياري .

٤ - الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي(ك م) STANDARD DEVIATION :

يعتبر الخطأ المعياري للرصدة الواحدة أو لكمية فردية (ك) والخطأ المعياري للمتوسط الحسابي (ك م) من أهم العناصر الأساسية في تصميم وتنفيذ المشاريع المساحية حيث يتحدد على أساسهما عدد مرات القياس أو عدد مرات الرصد المطلوبة لكي تحقق الدقة المطلوبة في مواصفات المشاريع المساحية المختلفة ، حيث الخطأ المعياري للرصدة الواحدة يكون معروف القيمة ويحصل عليه من دليل الجهاز المستخدم في الرصد أما الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي فيمكن حسابه من المعادلة التالية :

$$\boxed{\text{ك م}} = \pm\ \text{ك} \div \sqrt{\text{ن}}$$

$$\text{ك م} = \pm\sqrt{\frac{[\ \text{ف٢}\ ]}{\text{ن} \times (\text{ن} - \text{١})}}$$

حيث :

$$\text{ك} = \sqrt{\pm\ [\text{ف٢}] / (\text{ن} - \text{١})}$$

ك : الانحراف المعياري للرصدة الواحدة

ف٢ : مربع الفرو قات

ن : عدد مرات القياس

[ ] : مجموع ما بداخلها

وهذه المعادلة مستنتجة على أساس أن الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي لا يعدو كونه مجموعة أرصاد كل رصده تحمل نفس الخطأ المعياري .

مثال :

في مواصفات إحدى المشاريع المساحية كان الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي المطلوب للزوايا المقاسة ٠,٤ ثانية و كان الخطأ المعياري للرصدة الواحدة للجهاز الذي سوف يستخدم في عملية الرصد = ٢ ثانية أحسب عدد مرات القياس للزوايا لكي تحقق المواصفات المطلوبة ؟

الحل

ك م = ± ك ÷ $\sqrt{ن}$ وبتربيع الطرفين

ك م^{٢} = ك^{٢} / ن

ن = ك^{٢} / ك م^{٢}

ن= (٢)^٢ / (٠,٤)^٢ = ٢٥ مرة.

٥ – القيمة الأكثر احتمالا : OST PROBABLE VALUE

هي مصطلح رياضي يعبر عن المدى الذي تقع بداخله القيمة الصحيحة ويمكن حساب القيم الأكثر احتمالا من المعادلة التالية : -

القيمة الأكثر احتمالا = المتوسط الحسابي ± الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي

القيمة الأكثر احتمالا = م ± ك م

مثال (١) :

قيس طول أب ست مرات وبعد تخليص القياسات من الغلط وكذلك تصحيح الأخطاء المنتظمة كانت النتائج كما يلي : -

١٧٥,٣٢ - ١٧٥,٤٠ - ١٧٥,٣٦ - ١٧٥,٣٨ - ١٧٥,٣٤ - ١٧٥,٣٠ م

والمطلوب حساب :

١ - قيمة الخطأ في قياس الخط أ ب (ك م) ؟

٢ - القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط أ ب ؟

الحل : -

ن	الكمية المقاسة س	المتوسط الحسابي م	الفرق ف= م - س	ف٢
١	١٧٥,٣٢		٠,٠٣	٠,٠٠٠٩
٢	١٧٥,٤٠		-٠,٠٥	٠,٠٠٢٥
٣	١٧٥,٣٦	١٧٥,٣٥	-٠,٠١	٠,٠٠٠١
٤	١٧٥,٣٨		-٠,٠٣	٠,٠٠٠٩
٥	١٧٥,٣٤		٠,٠١	٠,٠٠٠١
٦	١٧٥,٣٠		٠,٠٥	٠,٠٠٢٥
المجموع	١٠٥٢,٢		صفر	٠,٠٠٧

المتوسط الحسابي (م) = [س] ÷ ن

م = ١٠٥٢,٢ / ٦ = ١٧٥,٣٥ م

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي ك م = ± √([ف٢] / ن × (ن − ١))

= ± √(٠,٠٠٧ / ٦ × (٥)) = ٠,٠١٥ م

القيمة المحتملة لطول الخط أ ب = م ± ك م

= ١٧٥,٣٥ م ± ٠,٠١٥ م

= ١٧٥,٣٥ م ± ١,٥ سم.

مثال (٢) :

قيست مسافة أفقية و ع (١٢) مرة وكانت القياسات بعد حذف الغلط وتصحيح الأخطاء المنتظمة كما يلي : -

٢٢٠,١١ – ٢٢٠,٠٩ – ٢٢٠,٠٦ – ٢٢٠,٠٨ – ٢٢٠,٠٤ – ٢٢٠,٠٠ – ٢١٩,٩٦ – ٢٢٠,٠٥
٢١٩,٩٤ – ٢٢٠,٠٧ – ٢٢٠,١٠ – ٢١٩,٩٨ متر .

والمطلوب حساب :

١ - قيمة الخطأ في قياس المسافة و ع (ك م) ؟

٢ - القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط و ع ؟

الحل

ن	الكمية المقاسة س	المتوسط الحسابي م	الفرق ف= م - س	مربع الفروقات ف٢
١	٢٢٠,١١		٠,٠٧-	٠،٠٠٤٩
٢	٢٢٠,٠٩		٠,٠٥ -	٠،٠٠٢٥
٣	٢٢٠,٠٦		٠,٠٢-	٠،٠٠٠٤
٤	٢٢٠,٠٨		٠,٠٤ -	٠،٠٠١٦
٥	٢٢٠,٠٤		صفر	صفر
٦	٢٢٠,٠٠	٢٢٠,٠٤	٠,٠٤	٠,٠٠١٦
٧	٢١٩,٩٦		٠,٠٨	٠,٠٠٦٤
٨	٢٢٠,٠٥		٠,٠١ -	٠,٠٠٠١
٩	٢١٩,٩٤		٠,١ -	٠,٠١
١٠	٢٢٠,٠٧		٠,٠٣ -	٠,٠٠٠٩
١١	٢٢٠,١٠		٠,٠٦ -	٠,٠٠٣٦
١٢	٢١٩,٩٨		٠,٠٦	٠,٠٠٣٦
المجموع	٢٦٤٠,٤٨		صفر	٠,٠٣٥٦

م) = [س] ÷ ن المتوسط الحسابي

م = ٢٦٤٠,٤٨ / ١٢ = ٢٢٠,٠٤ متر

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي ك م = $\pm\sqrt{}$ [ف٢] / ن × (ن − ١)

= $\pm\sqrt{}$ ٠,٠٣٥٦ / (١٢ × ١١)

= ± ٠,٠١٦ م = ± ١,٦ سم

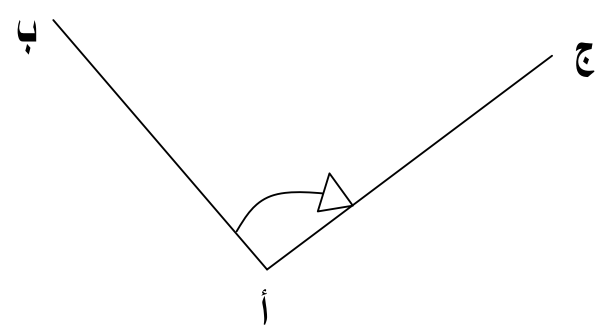
القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط و ع = م ± ك م

= ٢٢٠,٠٤ م ± ١,٦ سم

ضبط الأرصاد الزاوية :

للزاوية المرصودة عدة أخطاء منها ما هو طبيعي ويمكن التغلب على الأخطاء الطبيعية بالرصد في أوقات مختلفة أو اختيار أحسن الأوقات للرصد كالصباح الباكر أو عند الغروب . ومنها ما هو شخصي ويمكن التغلب على هذا النوع من الأخطاء بالرصد عن طريق أكثر من راصد . ومنها ما هو آلي وهو خطأ ناتج من الآلة المستخدمة فمثلا ميل المحور الرأسي للجهاز يمكن التغلب عليه برصد الزوايا على قوس كامل في الوضعيين المتياسر والمتيامن والخطأ في تدريج الدائرة الأفقية ويمكن تقليل هذا الخطأ بالرصد على بدايات مختلفة .

أ - الزوايا الأفقية المنفردة على قوس واحد (بدون قفل الأفق) :



بعد احتلال النقطة (أ) بالجهاز يتم التوجيه في الوضع المتياسر على الهدف ب ثم نصفر الزاوية الأفقية (٠٣٠ ٩٠٠ ٨٠٠) ثم الدوران في اتجاه عقارب الساعة حتى الهدف جـ ونقوم بقراءة قيمة الزاوية الأفقية و تسجيلها بجدول الأرصاد الموضح ثم نضع الجهاز في الوضع المتيامن والتوجيه على الهدف جـ وقراءة الزاوية الأفقية و تسجيلها بالجدول ثم الدوران في اتجاه عكس عقارب الساعة حتى الهدف ب ونأخذ قراءة الدائرة الأفقية ونسجلها بالجدول .

الأهداف	وضع الجهاز	الزوايا المرصودة			المتوسط	قيمة الزاوية المصححة
ب	س					
	م					
جـ	س					
	م					

حساب الزاوية الأفقية : -

١ - يتم حساب متوسط الاتجاه المرصود في الوضعيين المتيامن و المتياسر.

٢ - قيمة الزاوية المرصودة = متوسط الاتجاه أ جـ - متوسط الاتجاه أ ب المصححة .

ب - الزوايا الأفقية المنفردة على عدة أقواس :

وهى نفس الحالة السابقة ولكن يتم تكرارها بداية مختلفة ونحصل من كل قوس على قيمة للزاوية المصححة كما يلي :

رقم القوس	قيمة الزاوية س	المتوسط الحسابي م	الفرو قات (ف)	مربع الفرو قات ف٢
الأول				
الثاني				
الثالث				
:				
المجموع				

القيمة المتوسطة للزاوية م = [س] / ن حيث ن عدد الأقواس

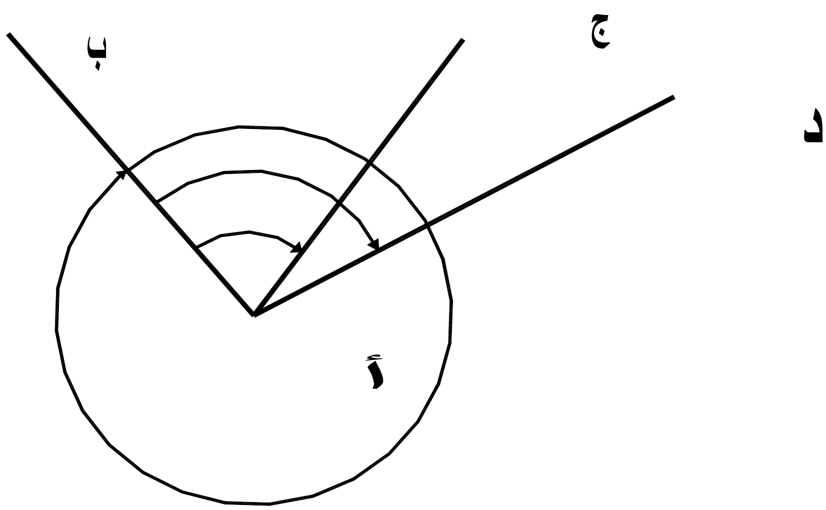
الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي ك م = $\pm\sqrt{\text{[ف٢] /(ن × (ن – ١))}}$

القيمة الأكثر احتمالا = المتوسط الحسابي ± الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي

القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = م ± ك م .

جـ - رصد الزوايا الأفقية المتجاورة بطريقة الاتجاهات :

لرصد مجموعة من الزوايا الأفقية المتجاورة مع قفل الأفق عند نفس النقطة بطريقة الاتجاهات هي نفس الخطوات لرصد الزوايا المنفردة مع قفل الأفق كما هو موضح على الرسم التالي:



ملاحظة:

وفي حالة تكرار الأقواس نوجد القيمة الأكثر احتمالا لكل زاوية كما في الحالة السابقة (ب) .

مثال (١) :

قيست زاوية أفقية أ ب جـ وذلك عن طريق قوس واحد بدون قفل الأفق وكانت النتائج كالتالي : -

الأهداف	وضع الجهاز	الزوايا المرصودة		
ب	س	٣٠	٠٠	٠٠
	م	٢٦	٠٠	١٨٠
جـ	س	٤٠	١٥	٦٩
	م	٤٤	١٥	٢٤٩

و المطلوب حساب قيمة الزاوية الأفقية المصححة ؟

الحل

الأهداف	وضع الجهاز	الزوايا المرصودة			المتوسط	قيمة الزاوية المصححة
ب	س	٣٠	٠٠	٠٠	٢٨ ٠٠ ٠٠	١٤ ١٥ ٦٩
	م	٢٦	٠٠	١٨٠		
جـ	س	٤٠	١٥	٦٩	٤٢ ١٥ ٦٩	
	م	٤٤	١٥	٢٤٩		

مثال(٢) :

رصدت مجموعة من الزوايا الأفقية المتجاورة مع قفل الأفق عند نقطة (أ) فكانت نتائج القياس كما هو مدون بالجدول:

الأهداف	وضع الجهاز	الزوايا المرصودة		
ب	س	٣٠	٠٠	٠٠
	م	٣٢	٠٠	١٨٠
جـ	س	١٢	١٠	٥٢
	م	١٨	١٠	٢٣٢
د	س	٤٣	١٦	٨٤
	م	٤٧	١٦	٢٦٤
ب	س	٣٢	٠٠	٠٠
	م	٣٦	٠٠	١٨٠

والمطلوب حساب قيم الزوايا الأفقية المصححة ؟

الحل : -

الأهداف	وضع الجهاز	الزوايا المرصودة			المتوسط	قيمة الزاوية	مقدار التصحيح	الزوايا المصححة
ب	س	٣٠	٠٠	٠٠	٣١ ٠٠ ٠٠	٤٤ ٠٩ ٥٢	١-	٤٣ ٩ ٥٢
	م	٣٢	٠٠	١٨٠				
جـ	س	١٢	١٠	٥٢	١٥ ١٠ ٥٢			
	م	١٨	١٠	٢٣٢		٣٠ ٠٦ ٣٢	١-	٢٩ ٠٦ ٣٢
د	س	٤٣	١٦	٨٤	٤٥ ١٦ ٨٤			
	م	٤٧	١٦	٢٦٤		٤٩ ٤٣ ٢٧٥	١-	٤٨ ٤٣ ٢٧٥
ب	س	٣٢	٠٠	٠٠	٣٤ ٠٠ ٠٠			
	م	٣٦	٠٠	١٨٠		٠٣ ٠٠ ٣٦٠	٣-	٠٠ ٠٠ ٣٦٠

خطأ القفل = ٠٣ ٠٠ ٣٦٠ - ٣٦٠ = ٣ ثواني

مقدار التصحيح = (-١ × خطأ القفل) ÷ عدد الزوايا

= -١ × ٣ / ٣ = - ١ ثانية

مثال (٣) :

قيست زاوية أفقية أ ب ج على أربع أقواس وبعد حل هذه الأقواس تم الحصول على القيمة المصححة للزاوية أ ب ج كالتالي :

	⊃	٠	^
القوس الأول	١٤	١٥	٦٩
القوس الثاني	١٨	١٥	٦٩
القوس الثالث	١٢	١٥	٦٩
القوس الرابع	١٦	١٥	٦٩

و المطلوب حساب القيمة المحتملة للزاوية ؟

الحل :

ن	الكمية المقاسة س	المتوسط الحسابي م	الفرق ف= م - س	ف٢
الأول	١٤ ١٥ ٦٩	١٥	١	١
الثاني	١٨ ١٥ ٦٩		-٣	٩
الثالث	١٢ ١٥ ٦٩		٣	٩
الرابع	١٦ ١٥ ٦٩		١	١
المجموع				٢٠

٩٦٩٨ ١٥٠١٥ المتوسط الحسابي للزاوية م = ١٥ ٦٩ + (١٤ + ١٨ + ١٢ + ١٦) ÷ ٤ =

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي ك م = ± √[ف٢] ÷ ن (ن -١)

ك م = ± √ ٢٠ /(٤ × ٣) = ± ١,٢٩ ثانية

القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = م ± ك م

القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = ١٥ ١٥ ٦٩ ± ١,٢٩ ثانية

مثال (٤) :

قيست مجموعة من الزوايا الأفقية المتجاورة عند نقطة أ بطريقة قفل الأفق على أربعة أقواس وتم تصحيح الزوايا الأفقية فكانت كما هو موضح بالجدول والمطلوب حساب القيمة المحتملة لكل زاوية ؟

القوس	الزاوية	الزوايا المصححة
الأول	ب أ ج	٤٤ ٠٩ ٥٢
	ج أ د	٢٩ ٠٦ ٣٢
	د أ ب	٤٧ ٤٣ ٢٧٥
الثاني	ب أج	٤٠ ٠٩ ٥٢
	ج أ د	٣٣ ٠٦ ٣٢
	د أ ب	٤٢ ٤٣ ٢٧٥
الثالث	ب أ ج	٤٣ ٠٩ ٥٢
	ج أ د	٣١ ٠٦ ٣٢
	د أ ب	٤٤ ٤٣ ٢٧٥

الحل

حساب القيمة الأكثر احتمالا للزاوية ب أ ج ١ -

ن	الكمية المقاسة س	المتوسط الحسابي م	الفرق ف= م - س	ف٢
١	٤٤ ٠٩ ٥٢	٤٢,٣٣	- ١,٦٧	٢,٧٨٨٩
٢	٤٠ ٠٩ ٥٢		٢,٣٣	٥,٤٢٨٩
٣	٤٣ ٠٩ ٥٢		٠,٦٧ -	٠,٤٤٨٩
المجموع				٨,٦٦٦٧

٩٥٢٨ ٤٢,٣٣٠٠٩ المتوسط الحسابي للزاوية م = ٠٩ ٥٢ + (٤٤ +٤٠ + ٤٣)/٣ =

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي ك م = ± √[ف٢] / ن (ن -١)

ك م = ± √ ٨,٦٦٦٧ /(٣ × ٢)

ك م = ± ١,٢٠ ثانية

القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = م ± ك م

القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = ٤٢,٣٣ ٠٩ ٥٢ ± ١,٢٠ ثانية

٢ - حساب القيمة الأكثر احتمالا للزاوية ج أ د

ن	الكمية المقاسة س	المتوسط الحسابي م	الفرق ف= م - س	ف٢
١	٢٩ ٠٦ ٣٢	٣١	٢	٤
٢	٣٣ ٠٦ ٣٢		٢-	٤
٣	٣١ ٠٦ ٣٢		صفر	صفر
المجموع				٨

٩٣٢٨ ٣١٠٠٦ المتوسط الحسابي للزاوية م = ٠٦ ٣٢ + (٢٩ +٣٣ +٣١)/٣ =

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي ك م = ± √[ف٢] / ن (ن -١)

ك م = ± √٨ ÷ (٣ × ٢)

ك م = ± ١,١٥ ثانية

القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = م ± ك م

القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = ٣١ ٠٦ ٣٢ ± ١,١٥ ثانية

٣ - حساب القيمة الأكثر احتمالا للزاوية د أ ب :

ن	الكمية المقاسة س	المتوسط الحسابي م	الفرق ف= م - س	ف٢
١	٢٧٥ ٤٣ ٤٧		٢,٦٧ -	٧,١٢٨٩
٢	٢٧٥ ٤٣ ٤٢	٤٤,٣٣	٢,٣٣	٥,٤٢٨٩
٣	٢٧٥ ٤٣ ٤٤		٠,٣٣ -	٠,١٠٨٩
المجموع				١٢,٦٦٦٧

المتوسط الحسابي للزاوية م = ٤٣ ٢٧٥ + (٤٧ +٤٢ +٤٤)/٣ = ٤٤,٣٣ ٤٣ ٢٧٥

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي ك م = ± √[ف٢] / ن (ن -١)

ك م = ± √١٢,٦٦٦٧ ÷(٣ × ٢)

ك م = ± ١,٤٥ ثانية

القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = م ± ك م

القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = ٤٤,٣٣ ٤٣ ٢٧٥ ± ١,٤٥ ثانية

ضبط الأرصاد الطولية والزاوية للأرصاد المختلفة الأوزان (الموزونة)

الأرصاد المختلفة الأوزان (الموزونة) : -

هي الأرصاد التي لها درجات متفاوتة من الثقة نتيجة اختلاف ظروف تجميع هذه الأرصاد (اختلاف الراصد ، اختلاف أجهزة الرصد ، اختلاف أوقات الرصد) .

وزن الأرصاد (و) :

عبارة عن مقياس نسبي يعبر عن درجة الثقة في هذه الأرصاد ويرمز له بالرمز (و) وهو يتناسب طردياً مع عدد مرات الرصد (ن) ويتناسب عكسياً مع مربع الخطأ المعياري ($ك^{٢}$).
ولتوضيح معنى كلمة مقياس نسبي نفرض أننا قمنا بقياس زاوية أفقية على ثلاثة أيام وكان عدد مرات القياس في اليوم الأول مرتين وعدد مرات القياس في اليوم الثاني ٤ مرات وعدد مرات القياس في اليوم الثالث ٣ مرات ويمثل ذلك كما يلي :

وزن اليوم الأول : وزن اليوم الثاني : وزن اليوم الثالث
٢ : ٤ : ٣

وهذا يعني أن وزن اليوم الثاني ضعف وزن اليوم الأول و وزن اليوم الثالث مرة ونصف وزن اليوم الأول وكذلك وزن اليوم الثاني مرة وثلث وزن اليوم الثالث و بضرب قيم هذه الأوزان أو بقسمتها على رقم ثابت سوف نحافظ على هذه النسب فمثلا بعد ضرب قيم هذه الأوزان في الرقم (٥) تصبح
١٠ : ٢٠ : ١٥ سوف يظل وزن اليوم الثاني ضعف وزن اليوم الأول و وزن اليوم الثالث مرة ونصف وزن اليوم الأول وكذلك وزن اليوم الثاني مرة وثلث وزن اليوم الثالث وهذا معنى كلمة مقياس نسبي .

- ❖ الوزن يتناسب طردياً مع عدد مرات القياس أي أنه كلما زاد عدد مرات القياس كلما زاد الوزن و كلما قل عدد مرات القياس كلما قل الوزن ويمكن التعبير عن هذا التناسب الطردي كما يلي :

$$و_{١} : و_{٢} : و_{٣} : \ldots\ldots : و_{ن} = ن_{١} : ن_{٢} : ن_{٣} : \ldots\ldots : ن_{ن}$$

❖ الوزن يتناسب عكسياً مع مربع الخطأ المعياري أي أنه كلما زاد مربع الخطأ المعياري كلما قل الوزن وكلما قل مربع الخطأ المعياري كلما زاد الوزن ويمكن التعبير عن هذا التناسب العكسي كما يلي :

و ١ : و ٢ : و ٣ : .... : و ن = ١ / ك١ ٢ : ١ / ك٢ ٢ : ١ / ك٣ ٢ : .... : ١ / ك ن ٢

مثال(١) :

قيست مسافة أفقية بواسطة أربع مجموعات وكانت عدد مرات القياس لكل مجموعة على التوالي ٤ – ٢ – ٣ – ١ والمطلوب حساب نسب الوزن للمجموعات الأربع ؟

الحل

الوزن يتناسب طرديا مع عدد مرات القياس≤

و ١ : و ٢ : و ٣ : و ٤ = ن ١ : ن ٢ : ن ٣ : ن ٤

و ١ : و ٢ : و ٣ : و ٤ = ٤ : ٢ : ٣ : ١

مثال (٢) :

قيست زاوية أفقية بواسطة أربع مجموعات وكان الخطأ المعياري للمجموعات الأربع على التوالي ٣ ، ٢ ، ١ ، ٦ ثانية احسب نسب الوزن للمجموعات الأربع ؟

الحل : -

الوزن يتناسب تناسب عكسياً مع مربع الخطأ المعياري ≤

و ١ : و ٢ : و ٣ : و ٤ = ١ / ك١ ٢ : ١ / ك٢ ٢ : ١ / ك٣ ٢ : ١ / ك٤ ٢

و ١ : و ٢ : و ٣ : و ٤ = ١ / ٣ ^٢ : ١ / ٢ ^٢ : ١ / ١ ^٢ : ١ / ٦ ^٢

و ١ : و ٢ : و ٣ : و ٤ = ١/٩ : ١ / ٤ : ١/١ : ١/٣٦

ولتحويل قيم هذه الأوزان إلى رقم صحيح بدلا من كسر حتى يسهل التعامل معها نختار رقم يقبل القسمة على كل الأرقام (١ ، ٤ ، ٩ ، ٣٦) وهو الرقم (٣٦) ويسمى ثابت التناسب وبضرب كل كسر في ثابت التناسب (٣٦) تصبح الأوزان كما يلي : -

و ١ : و ٢ : و ٣ : و ٤ = ٣٦ × ١ / ٩ : ٣٦ × ١ / ٤ : ٣٦ × ١ / ١ : ٣٦ × ١ / ٣٦

$و_1 : و_2 : و_3 : و_4$ = ٤ : ٩ : ٣٦ : ١"

حساب القيمة الأكثر احتمالا للأرصاد المختلفة الأوزان :

١ - المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة (م و) :

المتوسط الحسابي للأرصاد التي أخذت في ظروف مختلفة عبارة عن مجموع حاصل ضرب القياسات بأوزانها مقسوما على مجموع الأوزان.

$$م و = (و_1 \times س_1 + و_2 \times س_2 + و_3 \times س_3 + ... + و_ن \times س_ن) \div (و_1 + و_2 + ... + و_ن)$$

$$م و = \frac{[و \times س]}{[و]}$$

حيث

م و = المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة.

و = الوزن .

س = الكمية المقاسة . [ ] = مجموع ما بداخلها.

٢ - الفروقات (ف) للأرصاد الموزونة :

. هي عبارة عن الفرق بين المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة (م و) وقيمة الكمية المقاسة (س)

$$ف = م و - س$$

حيث : ف = الفرق

م و = المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة

س = الكمية المقاسة

ويجب التنويه أن المجموع الجبري للفرو قات في هذه الحالة لا يساوي صفر ولكن المجموع الجبري لحاصل ضرب الوزن × الفرق = صفر

و $_{١}$ × ف $_{١}$ + و $_{٢}$ × ف $_{٢}$ + و $_{٣}$ × ف $_{٣}$ +............ + و $_{ن}$ × ف $_{ن}$ = صفر

٣ - الخطأ المعياري للرصدة الواحدة للأرصاد الموزونة (ك و) :

هو عبارة عن الجذر التربيعي لمتوسط مجموع حاصل ضرب مربع الفرو قات في الوزن .

$$ك\ و = \pm \sqrt{\frac{[\ و \times ف^{٢}\ ]}{ن - ١}}$$

حيث:

ك و = الخطأ المعياري للأرصاد المختلفة الأوزان

و = الوزن

ف٢= مربع الفرو قات

ن = عدد مرات القياس

[ ] = مجموع ما بداخلها

٤ - الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي (ك م $_{و}$) للأرصاد الموزونة :

يحسب الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي (ك م $_{و}$) للأرصاد الموزونة بقسمة الخطأ المعياري للرصدة الواحدة على الجذر التربيعي لمجموع الأوزان .

$$(ك\ م_{و}) = \pm\ ك\ و \div \sqrt{[\ و\ ]}$$

$$(ك\ م_{و}) = \pm \sqrt{\frac{[\ و \times ف^{٢}\ ]}{[و] \times (ن-١)}}$$

حيث

ك م $_{و}$ = الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة

و = الوزن

ف٢= مربع الفرو قات

ن = عدد مرات القياس

[ ] = مجموع ما بداخلها

٥ - القيمة الأكثر احتمالا للأرصاد الموزونة :

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة. ϒللأرصاد الموزونة هو عبارة عن المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة.

المجموعة	طول الخط بالمتر	عدد مرات القياس
١	٥٩٢,٠٤	٩
٢	٥٩٢,٠١	٤

القيمة الأكثر احتمالا للأرصاد الموزونة = $م_و \pm ك\,م_و$

مثال(١):

قيست مسافة أفقية أ ب بواسطة أربع مجموعات فكانت نتائج القياس كالتالي :

٣	٥٩٢,١٠	٣٦
٤	٥٩٢,١٠	١

و المطلوب حساب :

١ - المتوسط الحسابي لطول الخط أ ب ؟

٢ - الخطأ المعياري للرصدة الواحدة ؟

٣ - الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي ؟

٤ – القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط أ ب ؟

الحل

الوزن يتناسب طرديا مع عدد مرات الرصد ≥

$و_١ : و_٢ : و_٣ : و_٤ = ن_١ : ن_٢ : ن_٣ : ن_٤$

$و_١ : و_٢ : و_٣ : و_٤ = ٩ : ٤ : ٣٦ : ١$

المجموعة	الكمية المقاسة س	الوزن و	و × س	المتوسط الحسابي م و	الفرق	و × ف٢
١	٥٩٢,٠٤	٩	٥٣٢٨,٣٦	٥٩٢,٠٨٢	٠,٠٤٢	٠,٠١٥٩
٢	٥٩٢,٠١	٤	٢٣٦٨,٠٤		٠,٠٧٢	٠,٠٢٠٧
٣	٥٩٢,١٠	٣٦	٢١٣١٥,٦٠		-٠,٠١٨	٠,٠١١٧
٤	٥٩٢,١٠	١	٥٩٢,١٠		-٠,٠١٨	٠,٠٠٠٣
المجموع		٥٠	٢٩٦٠٤,١٠			٠,٠٤٨٦

المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة م و = [و× س] / [و]

م و = ٢٩٦٠٤,١٠ / ٥٠ = ٥٩٢,٠٨٢ م

الخطأ المعياري للرصدة الواحدة (ك و) = ± $\sqrt{\text{[و × ف٢] / (ن – ١)}}$

ك و = ± $\sqrt{\text{(٠,٠٤٨٦ / ٣)}}$ = ± ٠,١٢٧ م

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي(ك م و) = ± [و × ف٢] / [و] × (ن-١)

ك م و = ± $\sqrt{\text{٠,٠٤٨٦} \div (\text{٣} \times \text{٥٠})}$ = ± ٠,٠١٨ م

القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط = م و ± ك م و

= ٥٩٢,٠٨٢ متر ± ٠,٠١٨متر

التحقيق الحسابي

و ١ × ف١ + و ٢ × ف٢ + و ٣ × ف٣ + و ٤ × ف ٤ = صفر

(٩ × ٠,٠٤٢) + (٤ × ٠,٠٧٢) + (٣٦× - ٠,٠١٨) + (١ × -٠,٠١٨) = صفر

مثال(٢) :

المسافة الأفقية س ص تم قياسها بواسطة ثلاث مجموعات فكانت نتائج القياس كما يلي : -

المجموعة	المسافة المقاسة بالمتر	الخطأ المعياري
١	١٧٣,٠٢	٣
٢	١٧٣,٠٥	٢
٣	١٧٣,١٠	٥

والمطلوب حساب القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط س ص ؟

الحل :

الوزن يتناسب عكسيا مع مربع الخطأ المعياري ≥

$و_١ : و_٢ : و_٣$ = ١ / $ك_١$٢ : ١ / $ك_٢$٢ : ١ / $ك_٣$٢

= ١/ $(٣)^٢$: ١/ $(٢)^٢$: ١/ $(٥)^٢$

= ١/ ٩ : ١/ ٤ : ١/٢٥ وباختبار ثابت تناسب ٩٠٠

$و_1 : و_2 : و_3$ = ١٠٠ : ٢٢٥ : ٣٦

المجموعة	المسافة المقاسة بالمتر	و	و × س	م و	ف	و × ف٢
١	١٧٣,٠٢	١٠٠	١٧٣٠٢	١٧٣,٠٤٧	٠,٠٢٧	٠,٠٧٢٩
٢	١٧٣,٠٥	٢٢٥	٣٨٩٣٦,٢٥		-٠,٠٠٣	٠,٠٠٢٠
٣	١٧٣,١٠	٣٦	٦٢٣١,٦		- ٠,٠٥٣	٠,١٠١١
المجموع		٣٦١	٦٢٤٦٩,٨٥			٠,١٧٦

المتوسط الحسابي م و = [و × س] / [و]

= ٦٢٤٦٩,٨٥ / ٣٦١ = ١٧٣,٠٤٧ م

ك و = $\pm\sqrt{\text{[و × ف٢] / ن - ١}}$

= $\pm\sqrt{\text{٠,١٧٦ ÷ ٢}}$ = ± ٠,٢٩٧ م

(ك م$_{و}$) = $\pm\sqrt{\text{[و × ف٢] / [و] × (ن - ١)}}$

= $\pm\sqrt{\text{٠,١٧٦ / ٣٦١ × ٢}}$ = ± ٠,٠١٦ م

القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط = م و ± ك م$_{و}$

= ١٧٣,٠٤٧ م ± ٠,٠١٦ م

التحقيق الحسابي:

[و × ف] = صفر

صفر ≈ ١٠٠ × ٠,٠٢٧ + ٢٢٥ × -٠,٠٠٣ + ٣٦ × -٠,٠٥٣ = ٠,١١٧

<u>مثال :</u>

قيست مسافة أفقية بواسطة أربع مجموعات فكانت نتائج القياس كما هو موضح بالجدول والمطلوب حساب القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط ؟

المجموعة	المسافة المقاسة بالمتر	الخطأ المعياري
١	٨٧,٥٠	٢

٢	٨٧,٤٢	٣
٣	٨٧,٥٦	٥
٤	٨٧,٤٨	٦

الحل:

الوزن يتناسب عكسيا مع مربع الخطأ المعياري ≥

$و_١ : و_٢ : و_٣ : و_٤ = ١ / ك_١^٢ : ١ / ك_٢^٢ : ١ / ك_٣^٢ : ١ / ك_٤^٢$

= ١/ (٢)٢ :١/ (٣)٢ : ١/ (٥)٢ : ١/ (٦) ٢

= ١/ ٤ : ١/ ٩ : ١/ ٢٥ : ١/ ٣٦ وباختيار ثابت تناسب ٩٠٠

$و_١ : و : و_٣ : و_٤$ = ٢٢٥ : ١٠٠ : ٣٦ : ٢٥ "

المجموعة	الكمية المقاسة	و	و × س	م و	ف	و × ف٢
١	٨٧,٥٠	٢٢٥	١٩٦٨٧,٥٠	٨٧,٤٨٤	-٠,٠١٦	٠,٠٥٧٦
٢	٨٧,٤٢	١٠٠	٨٧٤٢		٠,٠٦٤	٠,٤٠٩٦
٣	٨٧,٥٦	٣٦	٣١٥٢,١٦		٠,٠٧٦ -	٠,٢٠٧٩
٤	٨٧,٤٨	٢٥	٢١٨٧		٠,٠٠٤	٠,٠٠٠٤
المجموع		٣٨٦	٣٣٧٦٨,٦٦			٠,٦٧٥٥

المتوسط الحسابي م و = [و × س] / [و]

= ٣٣٧٦٨,٦٦ / ٣٨٦ = ٨٧,٤٨٤ م

الخطأ المعياري ك = ± $\sqrt{[و \times ف٢] / ن - ١}$

= ± $\sqrt{٠,٦٧٥٥ / ٣}$ = ± ٠,٤٧٥ م

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي ك م = ± $\sqrt{[و \times ف٢] / [و] ن - ١}$

= ± $\sqrt{٠,٦٧٥٥ / ٣٨٦ \times ٣}$ = ± ٠,٠٢٤ م

القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط = $م_و$ ± $ك م_و$

= ٨٧,٤٨٤ م ± ٠,٠٢٤م

التحقق الحسابي [و × ف] = صفر

$و_١ × ف_١ + و_٢ × ف_٢ + و_٣ × ف_٣ + و_٤ × ف_٤$ = صفر

٢٢٥× -٠,٠١٦ + ١٠٠ × ٠,٠٦٤ + ٣٦ × -٠,٠٧٦ + ٢٥ × ٠,٠٠٤ = ٠,١٦٤ = صفر

(حيث إن المتوسط الحسابي تم تقريبه)

ضبط الأرصاد الزاوية (الأرصاد المختلفة الأوزان):

مثال (١) :

رصدت زاوية أفقية ب أ جـ على قوسين تم تكرار القوس الأول ثلاث مرات بنفس البداية (٠٣٠ ٠٠ ٨٠٠ ٩٠٠) والقوس الثاني مرتين بنفس البداية (٤٠ ١٥ ٤٥) وكانت نتائج الرصد كما هو بالجدول والمطلوب حساب:

١ - قيم الزوايا المصححة لكل قوس ؟

٢ - القيمة الأكثر احتمالا للزاوية ؟

القوس الأول

الهدف	وضع الجهاز	القوس الأول ١	القوس الأول ٢	القوس الأول ٣
ب	س	٣٠ ٠٠ ٠٠	٣٠ ٠٠ ٠٠	٣٠ ٠٠ ٠٠
	م	٣٦ ٠٠ ١٨٠	٣٦ ٠٠ ١٨٠	٢٨ ٠٠ ١٨٠
جـ	س	٠٢ ١٩ ٤٧	٠٦ ١٩ ٤٧	٠٣ ١٩ ٤٧
	م	٥٨ ١٨ ٢٢٧	٠٠ ١٩ ٢٢٧	٠١ ١٩ ٢٢٧
ب	س	٣٢ ٠٠ ٠٠	٣٠ ٠٠ ٠٠	٣٠ ٠٠ ٠٠
	م	٣٤ ٠٠ ١٨٠	٣٤ ٠٠ ١٨٠	٢٤ ٠٠ ١٨٠

القوس الثاني

الهدف	وضع الجهاز	القوس الثاني ١	القوس الثاني ٢
ب	س	٤٠ ١٥ ٤٥	٤٠ ١٥ ٤٥
	م	٤٢ ١٥ ٢٢٥	٣٨ ١٥ ٢٢٥
جـ	س	١٠ ٣٤ ٩٢	٠٦ ٣٤ ٩٢
	م	٠٨ ٣٤ ٢٧٢	٠٢ ٣٤ ٢٧٢
ب	س	٤٢ ١٥ ٤٥	٤٠ ١٥ ٤٥
	م	٤٤ ١٥ ٢٢٥	٤٢ ١٥ ٢٢٥

الحل

القوس الأول ١

الأهداف		الزوايا المرصودة	متوسط الزوايا	قيمة الزوايا	مقدار التصحيح	الزوايا المصححة
ب	س	٠٠ ٠٠ ٣٠	٠٠ ٠٠ ٣٣	٤٧ ١٨ ٢٧	صفر	٤٧ ١٨ ٢٧
	م	١٨٠ ٠٠ ٣٦				
جـ	س	٤٧ ١٩ ٠٢	٤٧ ١٩ ٠٠			
	م	٢٢٧ ١٨ ٥٨				
ب	س	٠٠ ٠٠ ٣٢	٠٠ ٠٠ ٣٣	٣١٢ ٤١ ٣٣	صفر	٣١٢ ٤١ ٣٣
	م	١٨٠ ٠٠ ٣٤				
المجموع				٣٦٠ ٠٠ ٠٠	صفر	٣٦٠ ٠٠ ٠٠

خطأ القفل = مجموع الزوايا المرصودة - ٣٦٠ = ٣٦٠ - ٣٦٠ = صفر

مقدار التصحيح = -١ × خطأ القفل / عدد الزوايا المرصودة = -١ × / = صفر

القوس الأول ٢

الأهداف		الزوايا المرصودة	متوسط الزوايا	قيمة الزوايا	مقدار التصحيح	الزوايا المصححة
ب	س	٠٠ ٠٠ ٣٠	٠٠ ٠٠ ٣٣	٤٧ ١٨ ٣٠	٠,٥	٤٧ ١٨ ٣٠,٥
	م	١٨٠ ٠٠ ٣٦				
جـ	س	٤٧ ١٩ ٠٦	٤٧ ١٩ ٠٣			
	م	٢٢٧ ١٩ ٠٠				
ب	س	٠٠ ٠٠ ٣٠	٠٠ ٠٠ ٣٢	٣١٢ ٤١ ٢٩	٠,٥	٣١٢ ٤١ ٢٩,٥
	م	١٨٠ ٠٠ ٣٤				
المجموع				٣٥٩ ٥٩ ٥٩	١	٣٦٠ ٠٠ ٠٠

خطأ القفل = مجموع الزوايا المرصودة - ٣٦٠ = ٥٩ ٥٩ ٣٥٩ – ٣٦٠ = - ١ ثانية

مقدار التصحيح = -١ × خطأ القفل / عدد الزوايا المرصودة = -١ × - ١ / ٢ = ٠,٥ ثانية

القوس الأول ٣

الأهداف		الزوايا المرصودة	متوسط الزوايا	قيمة الزوايا	مقدار التصحيح	الزوايا المصححة
ب	س	٣٠ ٠٠ ٠٠	٢٩ ٠٠ ٠٠	٣٣ ١٨ ٤٧	١	٣٤ ١٨ ٤٧
	م	٢٨ ٠٠ ١٨٠				
جـ	س	٠٣ ١٩ ٤٧	٠٢ ١٩ ٤٧			
	م	٠١ ١٩ ٢٢٧		٢٥ ٤١ ٣١٢	١	٢٦ ٤١ ٣١٢
ب	س	٣٠ ٠٠ ٠٠	٢٧ ٠٠ ٠٠			
	م	٢٤ ٠٠ ١٨٠				
المجموع				٥٨ ٥٩ ٣٥٩	٢	٠٠ ٠٠ ٣٦٠

خطأ القفل = مجموع الزوايا المرصودة - ٣٦٠ = ٥٨ ٥٩ ٣٥٩ – ٣٦٠ = - ٢ ثانية

مقدار التصحيح = -١ × خطأ القفل / عدد الزوايا المرصودة = -١ × -٢ / ٢ = ١ ثانية

القوس الثاني ١

الأهداف		الزوايا المرصودة	متوسط الزوايا	قيمة الزوايا	مقدار التصحيح	الزوايا المصححة
ب	س	٤٠ ١٥ ٤٥	٤١ ١٥ ٤٥	٢٨ ١٨ ٤٧	- ١	٢٧ ١٨ ٤٧
	م	٤٢ ١٥ ٢٢٥				
جـ	س	١٠ ٣٤ ٩٢	٠٩ ٣٤ ٩٢			

	م	٠٨ ٣٤ ٢٧٢				
ب	س	٤٢ ١٥ ٤٥	٤٣ ١٥ ٤٥	٣٤ ٤١ ٣١٢	-١	٣٣ ٤١ ٣١٢
	م	٤٤ ١٥ ٢٢٥				
المجموع				٠٢ ٠٠ ٣٦٠	-٢	٠٠ ٠٠ ٣٦٠

خطأ القفل = مجموع الزوايا المرصودة - ٣٦٠ = ٠٢ ٠٠ ٣٦٠ — ٣٦٠ = ٢ ثانية

مقدار التصحيح = -١ × خطأ القفل / عدد الزوايا المرصودة = -١ × ٢ / ٢ = -١ ثانية

القوس الثاني ٢

الأهداف	الزوايا المرصودة		متوسط الزوايا	قيمة الزوايا	مقدار التصحيح	الزوايا المصححة
ب	س	٤٠ ١٥ ٤٥	٣٩ ١٥ ٤٥	٢٥ ١٨ ٤٧	-١	٢٤ ١٨ ٤٧
	م	٣٨ ١٥ ٢٢٥				
جـ	س	٠٦ ٣٤ ٩٢	٠٤ ٣٤ ٩٢			
	م	٠٢ ٣٤ ٢٧٢		٣٧ ٤١ ٣١٢	-١	٣٦ ٤١ ٣١٢
ب	س	٤٠ ١٥ ٤٥	٤١ ١٥ ٤٥			
	م	٤٢ ١٥ ٢٢٥				
المجموع				٠٢ ٠٠ ٣٦٠	-٢	٠٠ ٠٠ ٣٦٠

خطأ القفل = مجموع الزوايا المرصودة - ٣٦٠ = ٠٢ ٠٠ ٣٦٠ — ٣٦٠ = ٢ ثانية

مقدار التصحيح = -١ × خطأ القفل / عدد الزوايا المرصودة = -١ × ٢ / ٢ = -١ ثانية

متوسط القوس الأول = (٢٧ ١٨ ٤٧ + ٣٠,٥ ١٨ ٤٧ + ٣٤ ١٨ ٤٧) / ٣

٩٤٧٨ ٠١٨ ٣٠,٥ =

متوسط القوس الثاني = (٢٧ ١٨ ٤٧ + ٢٤ ١٨ ٤٧) / ٢

٩٤٧٨ ٠١٨ ٢٥,٥ =

القوس	مقدار الزاوية	و	و × س	م و	ف	و × ف٢
الأول	٣٠,٥ ١٨ ٤٧	٣	٣١,٥ ٥٥ ١٤١	٢٨,٥	٢ -	١٢
الثاني	٢٥,٥ ١٨ ٤٧	٢	٥١ ٣٦ ٩٤		٣	١٨
المجموع		٥	٢٢,٥ ٣٢ ٢٣٦			٣٠

المتوسط الحسابي = [و × س] / [و]

= ٢٢,٥ ٣٢ ٢٣٦ / ٥ = ٢٨,٥ 0١٨ 9٤٧8

ك و = ± $\sqrt{}$ [و × ف٢] / ن — ١

ك و = ± $\sqrt{}$ (٣٠) / (٢ - ١) = ± ٥,٤٨ ثانية

(ك م و) = ± $\sqrt{}$ [و × ف٢] / [و] × (ن -١)

ك م و = ± $\sqrt{}$ ٣٠ ÷ ((٢ - ١) × ٥) = ± ٢,٤٥ ثانية

القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = م و ± ك م و

القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = ٢٨,٥ ١٨ ٤٧ ± ٢,٤٥ ثانية

مثال (٢):

قيست زاوية أفقية منفردة على أربعة أقواس بدايات مختلفة وتم تكرار الأقواس كما هو موضح بالجدول والمطلوب حساب القيمة المحتملة للزاوية ؟

القوس	قيمة الزاوية	عدد مرات القياس (التكرار)
الأول	٢٢ ٣٠ ٦٥	٣
الثاني	١٨ ٣٠ ٦٥	٢
الثالث	١٥ ٣٠ ٦٥	٥
الرابع	٢٠ ٣٠ ٦٥	٤

الحل :

الوزن يتناسب طرديا مع عدد مرات القياس ≥

و$_{١}$: و$_{٢}$: و$_{٣}$: و$_{٤}$ = ن$_{١}$: ن$_{٢}$: ن$_{٣}$: ن$_{٤}$

و$_{١}$: و$_{٢}$: و$_{٣}$: و$_{٤}$ = ٣ : ٢ : ٥ : ٤

القوس	مقدار الزاوية س	و	و × س	م و	ف	و × ف٢
١	٢٢ ٣٠ ٦٥	٣	٦ ٣١ ١٩٦	١٨,٣٦	-٣,٦٤	٣٩,٧٤٨٨
٢	١٨ ٣٠ ٦٥	٢	٣٦ ٠ ١٣١		٠,٣٦	٠,٢٥٩٢
٣	١٥ ٣٠ ٦٥	٥	١٥ ٣١ ٣٢٧		٣,٣٦	٥٦,٤٤٨
٤	٢٠ ٣٠ ٦٥	٤	٢٠ ١ ٢٦٢		-١,٦٤	١٠,٧٥٨٤
المجموع		١٤	١٧ ٤ ٩١٧			١٠٧,٢١٤٤

المتوسط الحسابي(م) = [و × س] / [و]

م = ١٧ ٤ ٩١٧ / ١٤ = ١٨,٣٦ ٠٣٠ ٩٦٥٠ .

ك و = ± √([و × ف٢] / ن − ١)

ك و = ± √((١٠٧,٢١٤٤) / ٤ -١) = ± ٩٨,٥

(ك م و) = ± √([و × ف٢] / [و] × (ن -١))

ك م و = ± √(١٠٧,٢١٤٤ / (١٤ × ٣)) = ± ١,٥٩٨ = ± ١,٦٠ ثانية

القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = ١٨,٣٦ ٣٠ ٦٥ ± ١,٦٠ ثانية

صفر = التحقيق الحسابي [و × ف]

و$_{١}$ × ف$_{١}$ + و$_{٢}$ × ف$_{٢}$ + و$_{٣}$ × ف$_{٣}$ + و$_{٤}$ × ف$_{٤}$ = صفر

صفر ≈ ٠,٠٤ = ٣× -٣,٦٤ + ٢ × ٠,٣٦ + ٥ × ٣,٣٦ + ٤ × - ١,٦٤

ملاحظة :

الدرجات والدقائق متشابه إذن يمكن العمل على الثواني فقط للتسهيل مع الأخذ في الاعتبار الدرجات والدقائق عند حساب المتوسط الحسابي.

ضبط القياسات الزاوية ذات العلاقة (للأشكال المغلقة) :

بعد رصد كل زاوية عن طريق قوس كامل والحصول على الزوايا المصححة نكون بذلك قد تم ضبط الزوايا المنفردة أو المتجاورة أما إذا كان هناك علاقة رياضية تربط هذه الزوايا ببعضها البعض مثل مجموع الزوايا الداخلية للمثلث(أو أي شكل مقفل) يجب أن يكون مجموع الزوايا الثلاثة = ١٨٠ درجه وان كان غير ذلك يجب ضبط هذه الزوايا حتى يصبح المجموع = ١٨٠ درجه ويتم ضبط هذه الزوايا ذات العلاقة وهو ما يعرف بخطأ القفل الزاوي كما يلي :

١ - يحسب مجموع الزوايا ذات العلاقة .

٢ – يحسب المجموع الحقيقي (النظري) لهذه الزوايا من القانون التالي :

المجموع الحقيقي لزوايا الشكل = (ن – ٢) × ١٨٠

٣ – يحسب خطأ القفل من القانون التالي :

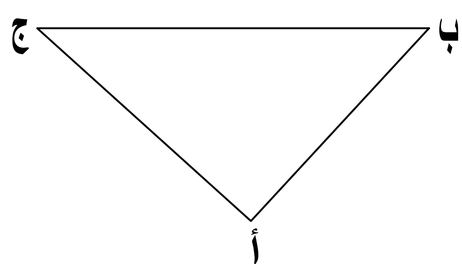
خطأ القفل = مجموع الزوايا المرصودة للشكل - المجموع الحقيقي لزوايا الشكل

٤ – يوزع خطأ القفل (إذا كان مسموحاً) بالتساوي على زوايا الشكل كما يلي :

مقدار التصحيح = (-١ × خطأ القفل) / عدد الزوايا

مثال (١) :

رصدت الزوايا الداخلية للشكل الموضح عن طريق قوس كامل وبعد تصحيح هذه الزوايا كانت كما يلي :



٨ ٩٨٤ ١٠⊃ أ - ٢٠

ب = ٣٧ ٣٠ ٤٠

ج = ٥١ ١٨ ٥٥

والمطلوب تصحيح خطأ القفل الزاوي لهذه الزوايا ؟

الحل

الزاوية	الزوايا المرصودة	مقدار التصحيح	الزوايا المصححة
أ	٢٠ ١٠ ٨٤	٤	٢٤ ١٠ ٨٤

ب	٣٧ ٣٠ ٤٠	٤	٤١ ٣٠ ٤٠
ج	٥١ ١٨ ٥٥	٤	٥٥ ١٨ ٥٥
المجموع	٤٨ ٥٩ ١٧٩	١٢	١٨٠

المجموع الحقيقي لزوايا الشكل = (ن – ٢) × ١٨٠

= (٣ – ٢) × ١٨٠ = ١٨٠درجة

خطأ القفل الزاوي = مجموع الزوايا المرصودة للشكل - المجموع الحقيقي لزوايا الشكل

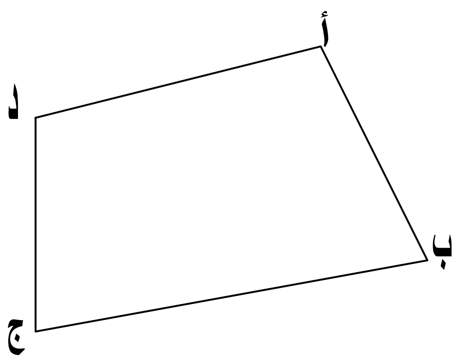
= ٤٨ ٥٩ ١٧٩ – ١٨٠ = - ١٢ ثانية

مقدار التصحيح = (-١ × خطأ القفل) / عدد الزوايا

= (-١ × -١٢) / ٣ = ٤ ثواني

مثال(٢) :

رصدت الزوايا الداخلية للشكل الموضح عن طريق قوس كامل وبعد تصحيح هذه الزوايا كانت كما يلي :



أ - ٤٤ ⊐١٩ ٩٨٥ ٨

ب = ١٩ ٣٥ ٨٩

ج = ١٨ ٥٣ ٨٤

د = ٣١ ١١ ١٠٠

والمطلوب تصحيح خطأ القفل الزاوي لهذه الزوايا ؟

الحل

الزاوية	الزوايا المرصودة	مقدار التصحيح	الزوايا المصححة

أ	٤٤ ١٩ ٨٥	٢	٤٦ ١٩ ٨٥
ب	١٩ ٣٥ ٨٩	٢	٢١ ٣٥ ٨٩
ج	١٨ ٥٣ ٨٤	٢	٢٠ ٥٣ ٨٤
د	٣١ ١١ ١٠٠	٢	٣٣ ١١ ١٠٠
المجموع	٥٢ ٥٩ ٣٥٩	٨	٣٦٠

المجموع الحقيقي لزوايا الشكل = (ن – ٢) × ١٨٠

= (٤ – ٢) × ١٨٠ = ٣٦٠ درجة

خطأ القفل الزاوي = مجموع الزوايا المرصودة للشكل - المجموع الحقيقي لزوايا الشكل

= ٥٢ ٥٩ ٣٥٩ – ٣٦٠ = - ٨ ثانية

مقدار التصحيح = (-١ × خطأ القفل) / عدد الزوايا

= (-١ × -٨) / ٤ = ٢ ثانيتين

مثال(٣) :

رصدت الزوايا الداخلية للشكل الموضح عن طريق قوس كامل وبعد تصحيح هذه الزوايا كانت كما يلي :

٨ ٩١١٣ ٣٤⊃ أ - ٥٣

ب = ٥٤ ٣٠ ١٠٣

ج = ٥٠ ٥٨ ١١٩

د = ٥٠ ٢٩ ١٠١

هـ = ٤٨ ٢٥ ١٠١

والمطلوب تصحيح خطأ القفل الزاوي لهذه الزوايا ؟

الحل

الزاوية	الزوايا المرصودة	مقدار التصحيح	الزوايا المصححة
أ	٥٣ ٣٤ ١١٣	-٣	٥٠ ٣٤ ١١٣
ب	٥٤ ٣٠ ١٠٣	-٣	٥١ ٣٠ ١٠٣
ج	٥٠ ٥٨ ١١٩	-٣	٤٧ ٥٨ ١١٩
د	٥٠ ٢٩ ١٠١	-٣	٤٧ ٢٩ ١٠١
هـ	٤٨ ٢٥ ١٠١	-٣	٤٥ ٢٥ ١٠١
المجموع	١٥ ٠٠ ٥٤٠	-١٥	٥٤٠

المجموع الحقيقي لزوايا الشكل = (ن – ٢) × ١٨٠

= (٥ – ٢) × ١٨٠ = ٥٤٠ درجة

خطأ القفل الزاوي = مجموع الزوايا المرصودة للشكل - المجموع الحقيقي لزوايا الشكل

= ١٥ ٠٠ ٥٤٠ – ٥٤٠ = ١٥ ثانية

مقدار التصحيح = (-١ × خطأ القفل) / عدد الزوايا

= (-١ × ١٥) / ٥ = ٢ ثانيتين

حساب معايير دقة الأرصاد

مقاييس دقة الأرصاد أو معايير دقة الأرصاد هي عدة أنواع من الأخطاء المعيارية تحسب من الأرصاد نفسها لأي كمية مقاسة وكلما صغرت قيمة الخطأ زادت الثقة والدقة في الأرصاد المأخوذة وأمكن المقارنة بين هذه الأرصاد ، وهناك ثلاث معايير شائعة الاستعمال لمقارنة دقة الأرصاد وهي :

١ – الخطأ المتوسط .

٢ – الخطأ المعياري .

٣ – الخطأ المحتمل .

وزيادة قيم هذه لأخطاء الثلاثة لأي مجموعة من الأرصاد يشير إلى وجود أخطأ كبيرة في عملية الرصد والعكس صحيح.

١ - الخطأ المتوسط (ك أ): AVERAGE ERROR

هو المتوسط الحسابي للأخطاء الحقيقية المطلقة أي بدون إشارة، وبما أنه لا يمكن حساب قيمة الأخطاء الحقيقية لذا سوف تستبدل بالفرو قات ويمكن حساب قيمة الخطأ المتوسط من العلاقة التالية :

$$\text{ك أ} = \frac{[\,|\text{ف}|\,]}{(\text{ن} - ١)}$$

حيث

ك أ : الخطأ المتوسط .

| ف | : الفرو قات المطلقة .

ن : عدد مرات القياس .

٢ - الخطأ المعياري (ك): STANDARD ERROR

يعرف الخطأ المعياري أو الخطأ التربيعي المتوسط للرصده الواحدة بأنه الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربعات الفرو قات ويحسب من المعادلة التالية :

$$ك = \sqrt{\frac{[\,ف^{٢}\,]}{ن - ١}} \qquad \Upsilon$$

حيث ك = الانحراف المعياري للرصدة الواحدة .

ف٢ = مربع الفرو قات .

ن = عدد مرات القياس.

[ ] = مجموع ما بداخلها .

٣ - الخطأ المحتمل (ك ح): PROBABLE ERROR

هو مقياس لمقارنة مجموعة من الأرصاد ويرمز له بالرمز ك ح ،ويعني الخطأ المحتمل أنه في أي مجموعة من الأرصاد يكون عدد الأرصاد التي بها أخطاء أصغر من الخطأ المحتمل تساوي عدد الأرصاد التي بها أخطاء أكبر منه ، أي إننا إذا أخذنا مجموعة من الأرصاد لكمية ما و حسبنا الفرق بينها وبين المتوسط الحسابي لها ثم رتبنا هذه الفرو قات ترتيباً تصاعدياً بالنسبة إلى مقاديرها فإن المقدار الواقع في الوسط من هذه المجموعة هو الخطأ المحتمل فإذا كان عدد الأرصاد فردي يكون الخطأ المحتمل هو الواقع في الوسط (قيمة واحدة فقط) ، أما إذا كان عدد الأرصاد زوجي فيكون الخطأ المحتمل هو متوسط قيمتين للفروق ويمكن حساب قيمة الخطأ المحتمل من المعادلات التالية :

أ - إذا كان عدد الأرصاد (ن) فردياً :

$$ك\,ح = ف\left(\frac{ن+١}{2}\right)$$

ب - إذا كان عدد الأرصاد (ن) زوجياً :

$$\text{ك ح} = \frac{\text{ف}\left(\frac{\text{ن}}{2}\right) + \text{ف}\left(\frac{\text{ن}}{2}+1\right)}{2}$$

مثال :

طلب من راصدين قياس قيمة زاوية أفقية بجهاز تيودوليت دقته ١ ثانية ، وقد اتفقت أرصاد الراصدين في الدرجات والدقائق فكانت ١٢ ٦٨ واختلفت في الثواني فكانت كما هو موضح بالجدول التالي :

مسلسل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الراصد الأول	٢٤	١١	٣٠	١٨	٢٧	١٣	١٢	٢٤	١٦	٢٥
الراصد الثاني	٢٢	٣١	٣٢	٢٨	٣٣	٣٠	٣٠	٤٠	١٠	٤٤

احسب معايير دقة الأرصاد الثلاثة لكل راصد ثم قارن دقة أرصاد الراصدين ؟

الحل

أولا الراصد الأول :

مسلسل	الكمية المقاسة س	المتوسط الحسابي م	الفرق ف	الفرق المطلق | ف |	مربع الفرق ف٢
١	٢٤	٢٠	-٤	٤	١٦
٢	١١		٩	٩	٨١
٣	٣٠		-١٠	١٠	١٠٠
٤	١٨		٢	٢	٤
٥	٢٧		-٧	٧	٤٩
٦	١٣		٧	٧	٤٩
٧	١٢		٨	٨	٦٤

٨	٢٤		٤-	٤	١٦
٩	١٦		٤	٤	١٦
١٠	٢٥		٥-	٥	٢٥
المجموع	٢٠٠		صفر	٦٠	٤٢٠

المتوسط الحسابي م١ = [س] / ن= ٢٠٠ / ١٠ = ٢٠ ١٢ ٦٨

الخطأ المتوسط ك أ = [| ف |] / ن - ١

ك أ = ٦٠ / ٩ = ٦,٦٧ ثانية

الخطأ المعياري

ك = √ [ف٢] / ن – ١ ϒ

ك = √ [٤٢٠] / ١٠ – ١ ϒ

ϒك = ٦,٨٣ ثانية

الخطأ المحتمل ك ح :

وبترتيب الفروقات تصاعدياً

ف١	ف٢	ف٣	ف٤	ف٥	ف٦	ف٧	ف٨	ف٩	ف١٠
٢	٤	٤	٤	٥	٧	٧	٨	٩	١٠

عدد الأرصاد عدداً زوجياً ≥

$$ك\ ح = \frac{ف\left(\frac{ن}{2}\right) + ف\left(\frac{ن}{2}+1\right)}{2}$$

ك ح =(ف (٢/١٠) + ف (٢/١٠ + ١)) / ٢

ك ح =(ف (٥) + ف (٦)) / ٢

ك ح = (٥ + ٧) / ٢

= ١٢/ ٢ = ٦ ثواني

ثانياً الراصد الثاني :

مسلسل	الكمية المقاسة س	المتوسط الحسابي م	الفرق ف	الفرق المطلق | ف |	مربع الفرق ف٢
١	٢٢		٨	٨	٦٤
٢	٣١		١-	١	١
٣	٣٢		٢-	٢	٤
٤	٢٨		٢	٢	٤
٥	٣٣		٣-	٣	٩
٦	٣٠	٣٠	صفر	صفر	صفر
٧	٣٠		صفر	صفر	صفر
٨	٤٠		١٠-	١٠	١٠٠
٩	١٠		٢٠	٢٠	٤٠٠
١٠	٤٤		١٤-	١٤	١٩٦
المجموع	٣٠٠		صفر	٦٠	٧٧٨

المتوسط الحسابي (م) = [س] / ن= ٣٠٠ / ١٠ = ٣٠   ١٢   ٦٨

الخطأ المتوسط (ك أ)= [| ف |] / ن - ١

ك أ = ٦٠ / ٩ = ٦,٦٧ ثانية

الخطأ المعياري :

ك = Υ √[ف٢] / ن – ١

ك = Υ √[٧٧٨] / ١٠ – ١

Υك = ٩,٣ ثانية

الخطأ المحتمل ك ح :

وبترتيب الفرو قات تصاعدياً

ف١	ف٢	ف٣	ف٤	ف٥	ف٦	ف٧	ف٨	ف٩	ف١٠
صفر	صفر	١	٢	٢	٣	٨	١٠	١٤	٢٠

عدد الأرصاد زوجي ≤

$$ك ح'' = \frac{ف\,(\frac{ن}{2}) + ف\,(\frac{ن}{2}+1)}{2}$$

ك ح =(ف (٢/١٠) + ف (٢/١٠ + ١)) / ٢

ك ح =(ف (٥) + ف (٦)) / ٢

ك ح = (٢ + ٣) / ٢ = ٥/ ٢ = ٢,٥ ثانية

مقارنة دقة الأرصاد :

أولا : الفرو قات:

بالنسبة لأرصاد الراصد الأول فإن الفرو قات تتراوح بين ٢ ، ١٠ ثانية أي أن المدى = ١٠ – ٢ = ٨ ثواني ، وبالنسبة لأرصاد الراصد الثاني فإن الفرو قات تتراوح بين صفر ، ٢٠ ثانية أي أن المدى = ٢٠ – صفر = ٢٠ ثانية .

من هذا نرى أن أرصاد الراصد الأول أكثر دقة من الراصد الثاني ، وذلك قبل المقارنة بواسطة معايير دقة الأرصاد .

ثانياً : معايير دقة الأرصاد

	الراصد الأول	الراصد الثاني
ك أ	٦,٦٧	٦,٦٧
ك ح	٦	٢,٥
ك	٦,٨٣	٩,٣٠

١ - تساوى الخطأ المتوسط للراصد الأول والثاني وهذا يعني أن للراصدين نفس الدقة .

٢ – الخطأ المحتمل للراصد الأول أكبر من الخطأ المحتمل للراصد الثاني وهذا يعني أن الراصد الثاني أكثر دقة من الراصد الأول .

٣ – الخطأ المعياري للراصد الأول أصغر من الخطأ المعياري للراصد الثاني وهذا يعني أن الراصد الأول أكثر دقة من الراصد الثاني .

بمعنى أصح أن الخطأ المتوسط لم يعطي أي انطباع وذلك لتساوي قيمته عند الراصدين ، والخطأ المحتمل أعطى انطباع غير صحيح وهو أن الراصد الثاني أكثر دقة من الراصد الأول ، الخطأ المعياري وهو المقياس الحقيقي لدقة الأرصاد يشير إلى أن أرصاد الراصد الأول هي الأكثر دقة .

وهذا الاختلاف نتيجة أن عدد الأرصاد ليس كبيراً بما يكفي حيى تعطى المعايير الثلاثة نفس الحكم .

تمارين على الوحدة الرابعة

١- أ – عرف منحنى الأخطاء واذكر خواصه مع التوضيح بالرسم ؟

ب – قيست مسافة أفقية عشر مرات فكانت نتائج القياس كما يلي :

ن	المسافة المقاسة بالمتر
١	١٢٥,٢٢
٢	١٢٥,٢٣
٣	١٢٥,٢٠
٤	١٢٥,٣٠
٥	١٢٥,٢٩
٦	١٢٥,٢٧
٧	١٢٥,٢٤
٨	١٢٥,٢٥
٩	١٢٥,٢٦
١٠	١٢٥,٢٨

والمطلوب حساب :

١ - المتوسط الحسابي لطول الخط ؟

٢ – الخطأ المعياري ؟

٣ – القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط ؟

٤ – هل هناك أرصاد يجب استبعادها ؟ ولماذا؟

٢ - أ - عرف الوزن ؟

٢ – ب - قيست زاوية أفقية بواسطة أربع مجموعات فكانت القياسات كالتالي :

المجموعة	متوسط الزاوية			عدد مرات القياس
١	٣٠	١٥	٦٧	٢
٢	٢٠	١٥	٦٧	٣
٣	١٠	١٥	٦٧	٥
٤	٥٥	١٤	٦٧	٣

أحسب القيمة الأكثر احتمالا للزاوية ؟

٣ـ أ - ضع علامة(✓) أمام العبارات الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارات الخاطئة :

١ - المجموع الجبري للفرو قات = صفر للأرصاد المتساوية الأوزان (   ) .

٢ – المجموع الجبري لحاصل ضرب(و × ف) = صفر في حالة الأرصاد الغير موزونة (   ) .

٢ - ب –قيست زاوية أفقية على أربع أقواس فكانت كما هو موضح بالجدول :

القوس	الزوايا المرصودة	الخطأ المعياري
الأول	٥٠ ٥٩ ٤٢	٢
الثاني	٤٠ ٥٩ ٤٢	٣
الثالث	٤٥ ٥٩ ٤٢	٢
الرابع	٥٥ ٥٩ ٤٢	٤

احسب القيمة المحتملة للزاوية ؟

٤ - أ - عرف معايير دقة الأرصاد الثلاثة مع كتابة القانون الخاص بكل معيار ؟

٤ – ب – قيست مسافة أفقية أ ب عشر مرات فكانت نتائج القياس كما يلي :

١١٦,٢٠-١١٦,٢٤ ١١٦,٢٦ـ ١١٦,١٨ـ ١١٦,١٦ـ ١١٦,٢١ـ ١١٦,١٤ـ ١١٦,٢٦ـ ١١٦,٢٥ـ-
١١٦,١٧ متراً.

احسب معايير دقة الأرصاد الثلاثة ؟

الحلول النهائية لتطبيقات الوحدة الرابعة

١ - ب -

المتوسط الحسابي (م) = ١٢٥,٢٥٤ م

الخطأ المعياري (ك) = ± ٠,٠٣٣ م

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي (ك م) = ± ٠,٠١ م

القيمة الأكثر احتمالا للطول = ١٢٥,٢٥٤م ± ٠,٠١ م

لا توجد أرصاد يجب استبعادها حيث أنة لا يوجد فرق اكبر من ± ٣ك (٠,٠٩٩ م) . ″

٢ – ب –

القيمة المحتملة للزاوية = ٢٤,٦٢ ١٥ ٦٧ ± ٨,٩٥ ثواني.

٣ – ب –

القيمة المحتملة للزاوية = ٤٧,٩٤ ٥٩ ٤٢ ± ٢,١٤ثواني.

٤ – ب –

الخطأ المتوسط (ك أ) = ٠,٠٤ ثانية.

الخطأ المعياري (ك) = ٠,٠٤ ثانية .

الخطأ المحتمل ك ح = ٠,٠٨ ثانية .

المصطلحات العلمية

ARITHMETIC MEAN	المتوسط الحسابي (م)
RESIDUALS	الفروقات (ف)
STANDARD ERROR	الانحراف المعياري (ك)
STANDARD DEVIATION	الانحراف المعياري للمتوسط الحسابي (ك م)
MOST PROBABLE VALUE	القيمة الأكثر احتمالا
AVERAGE ERROR	الخطأ المتوسط (ك أ)
PROBABLE ERROR	الخطأ المحتمل (ك ح)
TRUE ERROR	الخطأ الحقيقي (ك أ)
PERSONAL ERRORS	الأخطاء الشخصية
INSTRUMENTAL ERRORS	الأخطاء الآلية
NATURAL ERRORS	الأخطاء الطبيعية
GROSS ERROR OR MISTAKE	الغلط
SYSTEMATIC ERRORS	الأخطاء المنتظمة
RANDAM ERRORS	الأخطاء العشوائية

المراجع العلمية

١ – المساحة التفصيلية والطبوغرافية (١٩٨٩ م).
د . / محمود حسني عبد الرحيم
د . / محمد رشاد الدين مصطفى

٢ – المساحة الطبوغرافية و الجيوديسية (١٩٨٩ م) .
د . / محمود حسني عبد الرحيم
د . / محمد رشاد الدين مصطفى

٣ – الحساب المساحي
أ . د / مصطفى إمام شعبان

٤ - المساحة المستوية – الميزانيات و الكميات
د./ على شكري
د./ محمود حسني
د./ محمد رشاد

٥ – مذكرة الحساب الفني (١٤٢١ هـ)
م./ فتحي نصار
م./ أحمد إبراهيم

٦- **Geodesy and introduction.**
Dr. Mohammed M. Nassar

٧ - **The Surveying Handbook.**
Russell C. Brinker
Roy Minnick

فهرس الكتاب

فهرس الكتاب

الفصل الدراسي الثاني		
م	الموضوع الوحدة الثالثة أنواع الأخطاء ومصادرها	الصفحة

فهرس الكتاب

فهرس الجدول الحسابية

فهرس الأشكال (الرسومات)