المملكـة العربيــة السـعودية
المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

تقنية مدنية

ستاتيكا

١٠٣ مدن

الحمد لله وحده، والصلاة والسلام على من لا نبي بعده، محمد وعلى آله وصحبه، وبعد:

تسعى المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني لتأهيل الكوادر الوطنية المدربة القادرة على شغل الوظائف التقنية والفنية والمهنية المتوفرة في سوق العمل، ويأتي هذا الاهتمام نتيجة للتوجهات السديدة من لدن قادة هذا الوطن التي تصب في مجملها نحو إيجاد وطن متكامل يعتمد ذاتياً على موارده وعلى قوة شبابه المسلح بالعلم والإيمان من أجل الاستمرار قدماً في دفع عجلة التقدم التنموي: لتصل بعون الله تعالى لمصاف الدول المتقدمة صناعياً.

وقد خطت الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج خطوة إيجابية تتفق مع التجارب الدولية المتقدمة في بناء البرامج التدريبية، وفق أساليب علمية حديثة تحاكي متطلبات سوق العمل بكافة تخصصاته لتلبي متطلباته ، وقد تمثلت هذه الخطوة في مشروع إعداد المعايير المهنية الوطنية الذي يمثل الركيزة الأساسية في بناء البرامج التدريبية، إذ تعتمد المعايير في بنائها على تشكيل لجان تخصصية تمثل سوق العمل والمؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني بحيث تتوافق الرؤية العلمية مع الواقع العملي الذي تفرضه متطلبات سوق العمل، لتخرج هذه اللجان في النهاية بنظرة متكاملة لبرنامج تدريبي أكثر التصاقاً بسوق العمل، وأكثر واقعية في تحقيق متطلباته الأساسية.

وتتناول هذه الحقيبة التدريبية " ستاتيكا " لمتدربي قسم" تقنية مدنية " للكليات التقنية موضوعات حيوية تتناول كيفية اكتساب المهارات اللازمة لهذا التخصص.

والإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج وهي تضع بين يديك هذه الحقيبة التدريبية تأمل من الله عز وجل أن تسهم بشكل مباشر في تأصيل المهارات الضرورية اللازمة، بأسلوب مبسط يخلو من التعقيد، وبالاستعانة بالتطبيقات والأشكال التي تدعم عملية اكتساب هذه المهارات.

والله نسأل أن يوفق القائمين على إعدادها والمستفيدين منها لما يحبه ويرضاه: إنه سميع مجيب الدعاء.

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

يهتم علم السكون أو الاستاتيكا Statics بدراسة وتحليل الأجسام التي هي في حالة السكون مثل عناصر المباني والمنشآت الأخرى التي هي ثابتة وفي حالة اتزان.

تهدف حقيبة **الاستاتيكا** تعليم وتدريب الطالب أساسيات علم السكون (Statics) ومبادئ التحليل الإنشائي المبسط مثل تحليل القوى، معرفة وإيجاد ردود الأفعال الخارجية والداخلية للعناصر الإنشائية البسيطة (مثل الكمرة والعمود)، رسم منحنى القص والعزم للكمرة البسيطة، إيجاد قيمة الانفعال والإجهاد في العناصر الإنشائية البسيطة.

الأهداف السلوكية:

أن يكون قادر على:

- تحليل القوى وإيجاد محصلة القوى.
- معرفة أنواع الدعامات (الركائز)
- تحليل ورسم الجسم الحر Free Body Diagram.
- حساب عزم قوة أو قوى حول نقطة معينة.
- حساب ردود الأفعال والقوى الداخلية في العناصر الانشائية البسيطة مثل الكمرة والهياكل والجملونات.
- رسم منحنى القص والعزم في الكمرات والهياكل البسيطة المحددة ستاتيكيا (في مستوى واحد).
- تحليل القوى وإيجاد ردود الأفعال الداخلية في أعضاء الجملون البسيط Truss System

حساب الانفعال والإجهاد في العناصر الانشائية البسيطة

لتحقيق أهداف المرجوة من هذه الحقيبة فقد قسمت إلى الوحدات التالية:

- العمليات على القوى في مستوى
- العزوم والازدواج
- أنواع الدعامات في الكمرات البسيطة
- توازن الأجسام في مستوى
- التحليل الإنشائي للكمرات البسيطة
- التحليل الإنشائي للجملونات البسيطة في مستوى
- الانفعال والإجهاد

المملكـة العربيـة السـعودية
المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

ستاتيكا

العمليات الأساسية على القوى

العمليات الأساسية على القوى

١

الجدارة:

معرفة أنواع المتجهات ومختلف العمليات على المتجهات وتحليل القوى الاستاتيكية في مستوى وإيجاد المحصلة ومعرفة العمليات الأساسية على القوى.

الأهداف:

عندما تكمل هذه الوحدة يكون لديك القدرة على:

- تحليل المتجهات وتطبيق العمليات الأساسية عليها
- تحليل القوة إلى مركبتين وإيجاد محصلة القوى
- حساب اتزان الأجسام

مستوى الأداء المطلوب : أن يصل الطالب إلى إتقان هذه الجدارة بنسبة **100**٪.

الوقت المتوقع للفصل: ٧ ساعات

الوسائل المساعدة :

- آلة حاسبة
- مسطرة ومنقلة وفرجار
- ورق ميليمتري

متطلبات الجدارة:

معرفة ما سبق دراسته في مقرر الرياضيات التخصصية وخاصة معرفة نظريات الزوايا والمثلثات والعمليات على المتجهات Vectors.

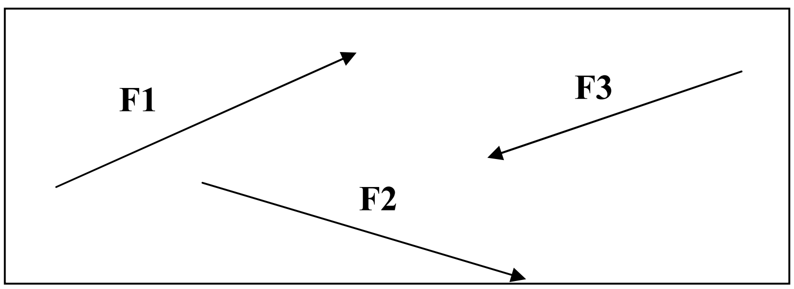
تعريف المتجه Vector

المتجه عبارة عن كمية معرفة بمقدار عددي واتجاه، مثال على المتجهات هي السرعة والازاحة والقوة. ويمثل المتجه بخط مستقيم عليه سهم يدل على الاتجاه طوله مناسب لمقدار المتجه ، ويمكن تمثيل المتجه كما هو مبين في الشكل ١. الأمثلة على المتجهات هي: القوة ، السرعة ، الجاذبية ، الخ.

٢,١ أنواع المتجهات

١) المتجهات في مستوى و احد Coplanar Vectors

المتجهات التي هي في مستوى واحد



شكل ١

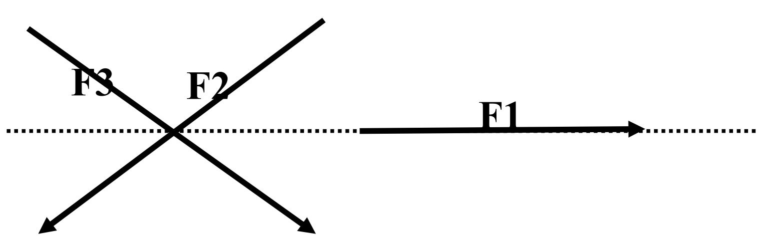
٢) متجهات على نفس الخط Colinear Vectors

وهي متجهات تعمل أو تأثر في نفس الخط كما هو مبين في الشكل رقم ٢.

شكل ٢

3) متجهات مقيدة في نفس نقطة التأثير Concurrent Vectors

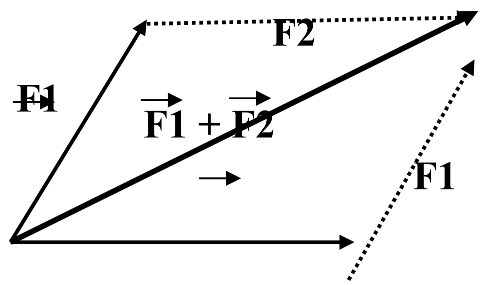
وهي متجهات لها خط التأثير يمر على نفس النقطة كما هو مبين في الشكل ٣.



شكل ٣

٣,١ جمع متجهين

يمكن جمع متجهين باستخدام قاعدة متوازي الأضلاع كما هو مبين في الشكل رقم ٤.



شكل ٤

من الناحية التحليلية فإن جمع متجهين يكون:

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

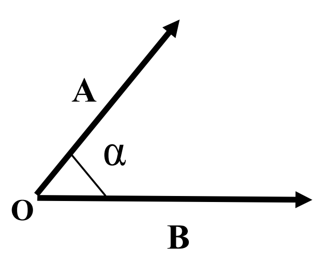
أي أن جمع متجهين هو عملية تبديلية.

٤,١ ضرب المتجهات

يمكن ضرب متجهين A و B محصورين بزاوية α (أنظر شكل رقم ٥) والناتج عبارة عن كمية قياسية ويحسب كالتالي:

$$\vec{A}.\vec{B} = A.B.Cos(\alpha)$$

مع ملاحظة أن ناتج الضرب هو قيمة قياسية scalar وليست متجه vector.



شكل ٥

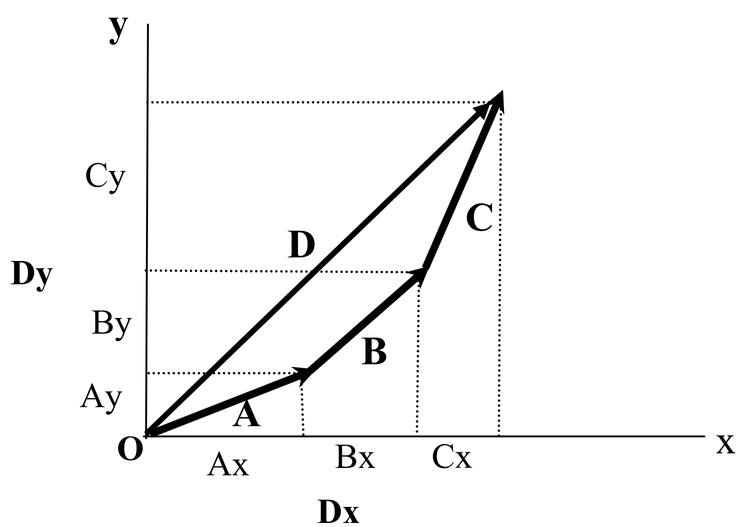
٥,١ إيجاد محصلة مجموعة من المتجهات في مستوى.

١ - الطريقة التحليلية

ليكن لدينا ثلاثة متجهات C, B,A (أنظر شكل رقم ٦) نريد حساب الجمع بالطريقة التحليلية كالتالي:

A = Acos(α1) + ASin(α1)
B = BCos(α2) + BSin(α2)
C = CCos(α3) + CSin(α3)

حيث أن α1 ، α2 ، α3 هي الزوايا بين المتجهات C, B, A والمحور الأفقي.



شكل ٦

ومن الشكل رقم ٦ فإن مسقط المحصلة D على المحور x والمحور y يساوي المجموع الجبري لمساقط المتجهات على نفس المحاور وهي كالتالي:

$$D_x = A.Cos(\alpha 1) + B.Cos(\alpha 2) + C.Cos(\alpha 3)$$
$$D_y = A.Sin(\alpha 1) + B.Sin(\alpha 2) + C.Sin(\alpha 3)$$

وبالتالي فإن المحصلة الاجمالية D تصبح :

$$D = \sqrt{D_x^2 + D_y^2}$$

$$Tan(\alpha) = D_y / D_x$$

$$\alpha = Tan^{-1}(D_y / D_x)$$

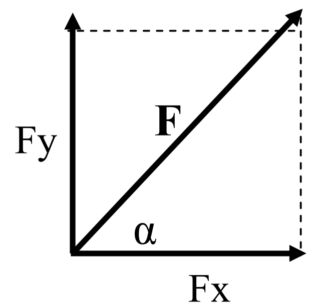
حيث أن α هي الزاوية المحصورة بين محصلة المتجهات D والمحور الأفقي.

٦,١ تعريف القوة

ان دراسة سلوك المنشآت والتصميم الانشائي يعتمد على دراسة وتحليل القوى المؤثرة على المنشآت. ويمكن تمثيل القوة المؤثرة على المنشأ على شكل متجه vector له قيمة واتجاه معين ونقطة تأثير، وتقاس قيمة القوة بالكيلونيوتن kN أو النيوتن N. واتجاه القوة يمكن أن يكون عمودي مثل قوة الجاذبية، أو اتجاه أفقي مثل قوة الرياح أو الزلازل ، أو في اتجاه بزاوية.
وتنقسم أنواع القوى إلى نوعين: قوة استاتيكية (أو ساكنة) وقوة ديناميكية (متغيرة مع الزمن).

محصلة قوتين:

لنفترض أن لدينا قوة مقدارها F ذات اتجاه وقيمة بحيث تأثر في مستوى كما هو مبين في الشكل رقم ٧، فإننا يمكن تحليل هذه القوة إلى مركبتين: : مركبة أفقية Fx ومركبة عمودية Fy كما هو مبين في الشكل ٧، حيث أن α هي الزاوية بين القوة F والمحور الأفقي.



شكل ٧

إيجاد المركبة الأفقية والعودية كالتالي:

$$F_x = FCos(\alpha)$$
$$F_y = FSin(\alpha)$$

وتصبح قيمة القوة المحصلة F كالتالي:

$$F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}}$$
$$\alpha = Tan^{-1}\left(F_y / F_x\right)$$

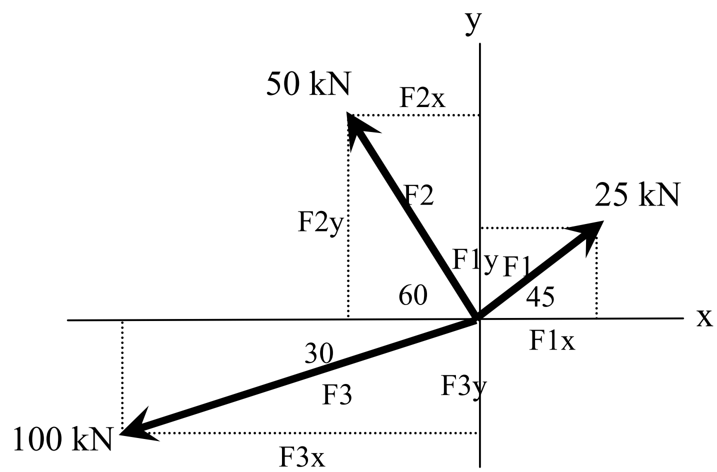
مثال ١:

أوجد محصلة القوى الثلاث المبينة في الشكل رقم ٨ بحيث :

F1 = 25 kN, F2 = 50 kN, F3 = 100 kN

الحل :

كما هو موضح في الشكل رقم ٨ نقوم بتحليل كل قوة إلى مركبتيها في اتجاه المحور x والمحور y. (مركبة أفقية ومركبة عمودية).



شكل ٨

$F1x = F1\cos 45 = 25\cos 45 = 17.68$ kN $F1y = F1\sin 45 = 25\sin 45 = 25$ kN $F2x = -\ 50\cos (60) = -25$ kN $F2y = 50\sin (60) = 43.30$ kN $F3x = 100\cos(30) = -86.60$ $F3y = 100 \sin(30) = -50$ kN

يلاحظ أن قيمة القوى F2x, F3x, F3y هى بالسالب لأنها في الاتجاه المعاكس للاتجاه الموجب للمحاور.

$$Rx = F1x + F2x + F3x = 17.68 - 25 - 86.60 = -93.92 \text{ kN}$$
$$Ry = F1y + F2y + F3y = 17.68 + 43.30 - 50 = 10.98 \text{ kN}$$

وتصبح قيمة المحصلة R تساوي:

$$R = \sqrt{R_x{}^2 + R_y^2}$$

$$\alpha = Tan^{-1}\left({R_y}/{R_x}\right)$$

محصلة القوى تساوي:

$$R = \sqrt{(-93.92)^2 + (10.98)^2} = 94.56 \quad kN$$

$$\alpha = Tan^{-1}(10.98/93.92) = 6.67^0$$

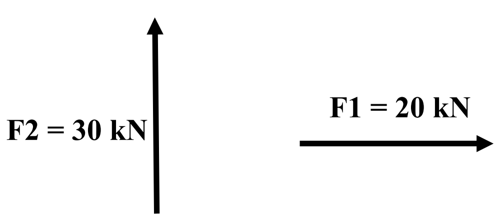
٧,١ إيجاد محصلة القوى باستعمال الطريقة البيانية Graphical Method

في الطريقة البيانية يتم رسم المتجهات على شكل أضلاع كما هو مبين في الشكل رقم ٦ باستخدام مقياس رسم مناسب ويكون الخط أو الضلع الذي يربط بين بداية المتجه الأول ونهاية المتجه الأخير هو المحصلة للمتجهات من ناحية المقدار والاتجاه.

مثال :

أوجد محصلة القوة الأفقية F1= 20 kN و القوة العمودية F2 = 30 kN كما هو مبين بالشكل رقم ٩ باستخدام الطريقة البيانية.

الحل:

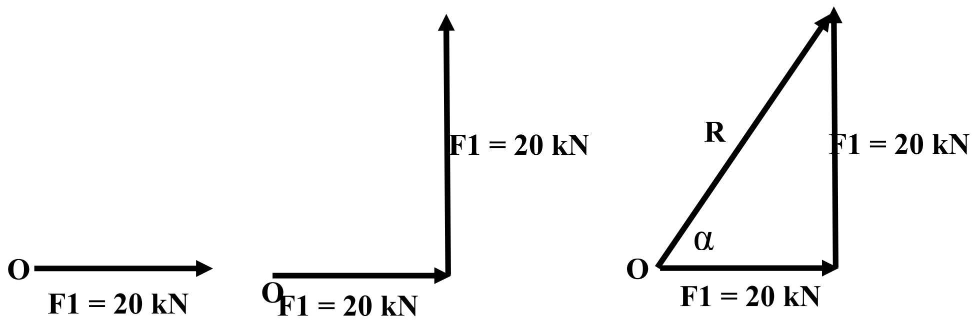


شكل ٩

لنستعمل مقياس رسم يساوي ١ سم ├──┤ يمثل 10 kN

من النقطة O نرسم خط أو متجه أفقي يمثل $20\ kN$ ومن نهاية هذا المتجه نرسم متجه يساوي مقدار القوة $30\ kN$ كما هو مبين في الشكل رقم ١٠. وتكون محصلة القوتين R هي وصل بداية المتجه الأول ونهاية المتجه الثاني لنحصل على المحصلة كما هو مبين في الشكل ١٠. مع ملاحظة استعمال نفس

مقياس الرسم المستعمل لرسم القوتين. وفي الأخير نقيس طول المتجه R الذي يعطينا قيمة محصلة القوتين، كذلك يمكن قياس الزاوية المحصورة بين المحصلة والمحور الأفقي باستعمال المنقلة.



شكل ١٠

ملاحظة هامة:

تعتبر الطريقة البيانية لإيجاد محصلة القوى بسيطة بالنسبة إذا كان عدد القوى قليل، ولكنها غير دقيقة في حالة إذا كان عدد القوى كبير بحيث يصبح من الصعب رسم عدد كبير من المتجهات والتي يمكن أن تؤدي إلى خطأ في إيجاد محصلة القوى.

٨,١ توازن الجسيم Particle

يمكن تعريف الجسيم أنه هو الجسم الذي يمكن اهمال الأبعاد والشكل عند دراسة الجسم تحت تأثير القوى. ويكون الجسيم في حالة اتزان إذا كانت محصلة كل القوى المؤثرة عليه تساوي صفرا.

٩,١ القوى المؤثرة في البعد الثالث

في الفقرات السابقة كانت القوى تؤثر في مستوى (البعد الثنائي)، ولكن في الواقع وفي أغلب الأحيان فإن القوى تكون مؤثرة في البعد الثالث (الفضاء). القوة في البعد الثالث لها ثلاث مركبات (Fx, Fy, Fz) حسب المحاور z, y, x بحيث يمكن حساب محصلة القوى كالتالي (أنظر الشكل رقم ١١):

$$\vec{F} = \vec{F_x} + \vec{F_y} + \vec{F_z}$$

$$F_x = F\ \mathrm{Cos}(\alpha_x)$$
$$F_y = F\ \mathrm{Cos}(\alpha_y)$$
$$F_z = F\ \mathrm{Cos}(\alpha_z)$$

حيث أن:

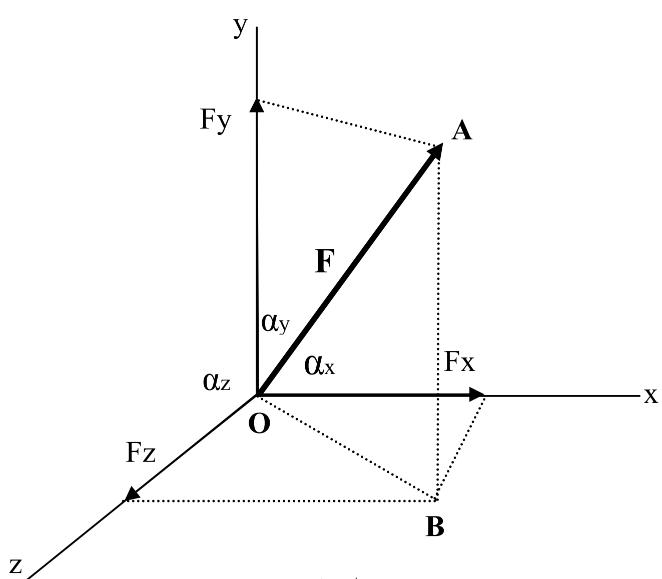
α_x هي الزاوية بين محصلة القوى والمحور x

α_y هي الزاوية بين محصلة القوى والمحور y

α_z هي الزاوية بين محصلة القوى والمحور z

وتصبح محصلة القوى تساوي:

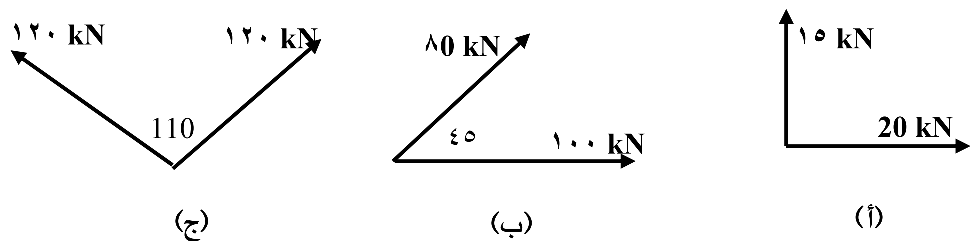
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$



شكل ١١

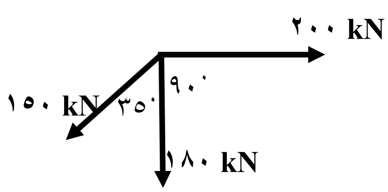
تمارين

١. أوجد محصلة القوى المبينة في الشكل ١٢ باستعمال الطريقة البيانية.



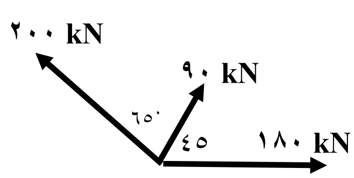
شكل ١٢

٢. أوجد محصلة القوى المبينة في الشكل ١٣ باستعمال الطريقة البيانية. أوجد الزاوية المحصورة بين المحصلة والمحور الأفقي. تحقق من النتيجة باستخدام الطريقة التحليلية.



شكل ١٣

٣. أوجد محصلة القوى المبينة في الشكل رقم ١٤ باستعمال الطريقة التحليلية. أوجد الزاوية المحصورة بين المحصلة والمحور الأفقي. تحقق من النتيجة باستخدام الطريقة البيانية.

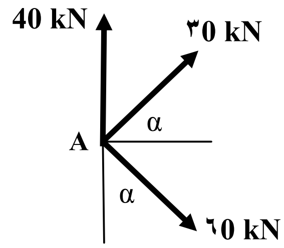


شكل ١٤

ثلاث قوى تؤثر على النقطة A كما هو مبين في الشكل ١٥.

(أ) أوجد قيمة الزاوية α بحيث يكون اتجاه محصلة القوى الثلاثة أفقية.

(ب) أوجد مقدار محصلة القوى في هذه الحالة.



شكل ١٥

ستاتيكا

العزوم والازدواج

العزوم والازدواج

٢

الجدارة:

معرفة حساب عزم قوة حول نقطة معينة وكذلك حساب عزم مجموعة من القوى وكيفية تحليل قوة إلى قوة وعزم.

الأهداف:

عندما تكمل هذه الوحدة يكون لديك القدرة على:

- حساب عزم قوة حول نقطة معينة
- حساب عزم مجموعة من القوى
- حساب عزم الازدواج
- كيفية تحليل قوة إلى قوة وعزم ازدواج

مستوى الأداء المطلوب : أن يصل الطالب إلى إتقان هذه الجدارة بنسبة 100٪.

الوقت المتوقع للفصل: ٥ ساعات

الوسائل المساعدة :

- آلة حاسبة
- مسطرة ومنقلة وفرجار
- ورق ميليمتري

متطلبات الجدارة:

معرفة ما سبق دراسته في مقرر الرياضيات التخصصية ومعرفة بتحليل القوى في الفصل السابق.

١,٢ العزم الناتج عن قوة

عزم قوة حول نقطة O (أنظر الشكل رقم ١) هو العزم الذي يحاول عمل دوران حول النقطة O.
ويحسب العزم بالعلاقة التالية:

العزم = (قيمة القوة) x (المسافة العمودية بين خط تأثير القوة والنقطة المراد حساب العزم حولها)

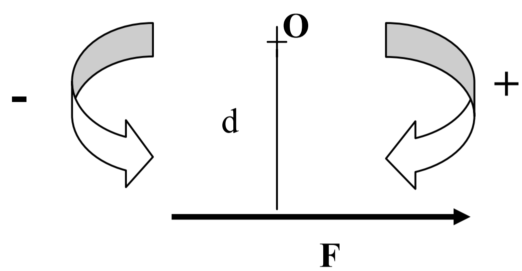
$$\text{Moment} = \text{Force x Perpendicular Distance}$$
$$M = F \times d$$

حيث أن:

M هو عزم القوة F حول النقطة O وتقاس بـ N.m أو kN.m

d هى المسافة العمودية بين خط تأثير القوة F والنقطة O وتقاس بـ m.

وتكون إشارة العزم موجبة إذا كان اتجاه الدوران مع عقارب الساعة، ويكون سالبا إذا كان اتجاه دوران العزم عكس دوران عقارب الساعة.

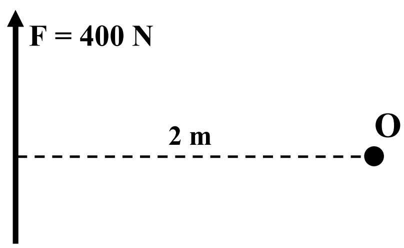


شكل ١

مثال ١:

أوجد قيمة العزم الناتج عن القوة F= 400 N حول النقطة O كما هو مبين في الشكل ٢.

الحل:



شكل ٢

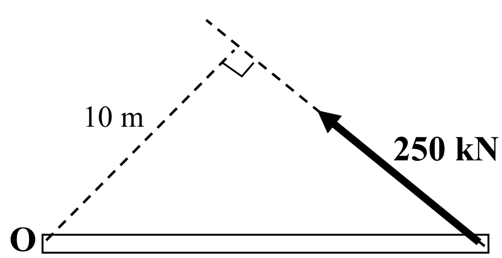
العزم حول النقطة O يساوي:

$$Mo = + 400 \times 2 = + 800 \text{ N.m}$$

يلاحظ أن قيمة العزم بالموجب وهذا لأن اتجاه دوران العزم هو مع اتجاه عقارب الساعة.

مثال ٢:

أوجد قيمة العزم حول النقطة O للقوة F= 250 kN المبينة في الشكل رقم ٣.



شكل ٣

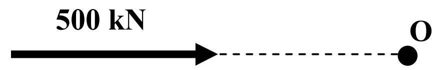
العزم حول النقطة O يساوي:

$$Mo = - 250 \times 10 = - 2500 \text{ N.m}$$

يلاحظ أن إشارة العزم هي سالبة وهذا لأن اتجاه الدوران هو عكس اتجاه عقارب الساعة.

مثال ٣ :

احسب قيمة العزم حول النقطة O كما هو مبين في الشكل ٤.



شكل ٤

الحل :

يلاحظ من الشكل ٤ أن خط تأثير القوة يمر على النقطة O وبالتالي فإن قيمة المسافة d تساوي صفر، وبالتالي لايوجد دوران حول النقطة O. ويكون لدينا :

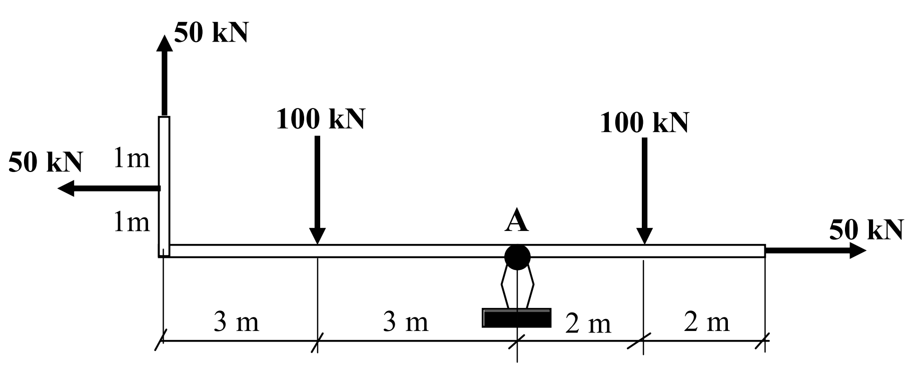
$$Mo = 500 \text{ x } 0 = 0 \text{ kN.m}$$

٢,٢ عزم مجموعة قوى

اذا كان لدينا جسم تحت تأثير مجموعة من القوى، فإن قيمة العزم حول نقطة معينة تساوي جمع عزوم القوى المنفردة.

مثال ٤ :

أوجد قيمة العزم حول النقطة A للقوى المؤثرة على الجسم المبين في الشكل رقم ٥.



شكل ٥

الحل:

بما أن لدينا خمس قوى مؤثرة على الجسم فسوف يكون لدينا خمسة عزوم مؤثرة حول النقطة A، وقيمة العزم لكل قوة حول النقطة A تساوي ضرب قيمة القوة بالمسافة العمودية بين خط تأثير القوة والنقطة A. مع ملاحظة أن إشارة العزم الموجبة عندما يكون اتجاه الدوران مع عقارب الساعة.

$$M_A = -50\times0 + 100\times2 - 100\times3 + 50\times6 - 50\times1 =$$
$$= 0 + 200 - 300 + 300 - 50 = +150 \text{ kN.m}$$

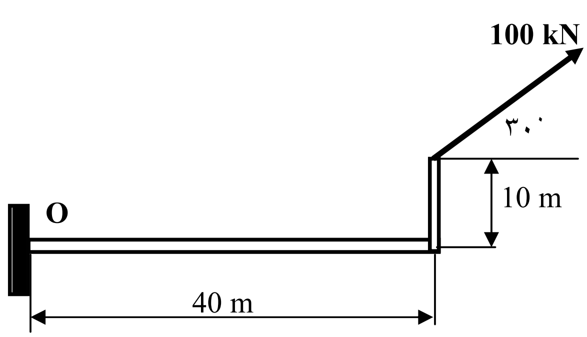
يلاحظ أن القوة التي قيمتها 50 kN والتي هي في الطرف الأيمن من الشكل يمر خط تأثيرها على النقطة A وبالتالي المسافة العمودية بين القوة والنقطة A تساوي صفر مما يعني أن قيمة العزم لهذه القوة حول النقطة A يساوي صفر.

٣,٢ نظرية "فارينيون" Varignon's Theorem

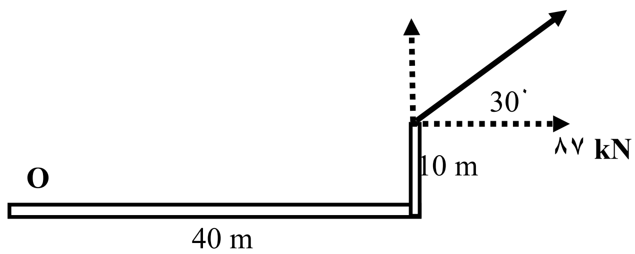
تنص نظرية "فارينيون" (تعرف كذلك باسم نظرية العزم) أن عزم قوة ما F حول نقطة O يساوي مجموع عزوم مركبات هذه القوة حول نفس النقطة O ، سوف تساعد هذه النظرية في حل المسائل الهندسية في الفصول اللاحقة.

مثال ٥:

أوجد قيمة العزم للقوة F = 100 kN حول النقطة O كما هو مبين في الشكل رقم ٦.



شكل ٦



شكل ٧

الحل:

كما هو مبين في الشكل رقم ٦ فإن القوة $F = 100 \text{ kN}$ تعمل زاوية مقدارها ٣٠ درجة مع المحور الأفقي، وقيمة العزم حول النقطة O يساوي مجموع عزوم مركبتي الأفقية والعمودية للقوة حول النقطة O.

إيجاد المركبة الأفقية والعمودية للقوة F كالتالي (أنظر شكل ٧):

المركبة الأفقية: $Fx = F\cos(30) = 100x\cos(30) = 87 \text{ kN}$

المركبة العودية: $Fy = F\sin(30) = 100x\sin(30) = 50 \text{ kN}$

عزم القوة الأفقية حول النقطة O يساوي =

$$+ 87 \times 10 = +870 \text{ kN.m}$$

يلاحظ أن إشارة العزم هي موجبة وذلك لأن الدوران مع عقارب الساعة

عزم القوة العودية حول النقطة O يساوي:

$$- 50 \times 40 = -2000 \text{ kN.m}$$

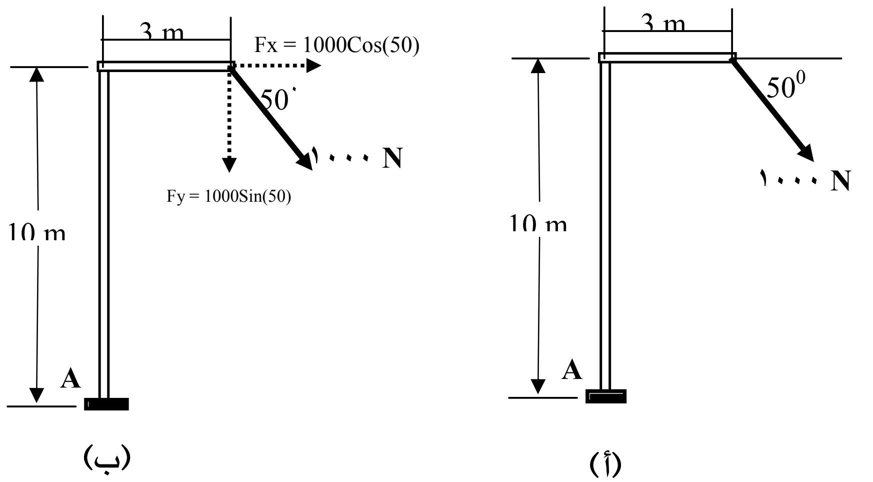
يلاحظ أن إشارة العزم هي سالبة وذلك لأن الدوران هو عكس اتجاه عقارب الساعة.

اذا يصبح عزم القوة F حول النقطة O يساوي مجموع عزوم المركبتين الأفقية والعمودية:

$$Mo = -2000 + 870 = -1130 \text{ kN.m}$$

مثال ٦:

أوجد قيمة العزم للقوة F = 1000 N حول النقطة A كماهو مبين في الشكل رقم ٨ (أ).



شكل ٨

الحل:

نقوم بتحليل القوة F إلى مركبيتين أفقية Fx وعمودية Fy كما هو مبين في الشكل ٨ (ب) ونقوم بحساب عزم كل مركبة حول النقطة A.

المركبة الأفقية = $Fx = F\cos(50) = 1000 \times \cos(50) = 642.78\ N$

المركبة العمودية = $Fy = F\sin(50) = 1000 \times \sin(50) = 766\ N$

عزم المركبة الأفقية حول النقطة A يساوي:

$$Mx = +642.78 \times 10 = +6427.8\ N.m$$

عزم المركبة العمودية حول النقطة A يساوي:

$$My = +766 \times 3 = +2298\ N.m$$

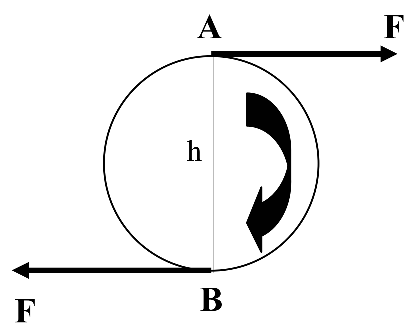
اذا عزم القوة F حول النقطة A يساوي مجموع عزم المركبة الأفقية والمركبة العمودية:

$$M_A = +6427.8 + 2298 = +8725.8\ N.m$$

يلاحظ أن إشارة العزم هي موجبة وذلك لأن الدوران هو مع اتجاه عقارب الساعة.

٤,٢ عزم الازدواج Couple

يعرف الازدواج بأنه تأثير قوتين متساويتين في المقدار ومتوازيتين ومتضادتين في الاتجاه يأثران في نقطة معينة بحيث يكون العزم في تلك النقطة ثابت، أي أن الازدواج له تأثير دوراني حول أي نقطة واقعة في مستوى القوتين المؤلفتين للأزدواج وهذا التأثير يعرف باسم الازدواج Mo كما هو مبين في الشكل رقم ٩.



شكل ٩

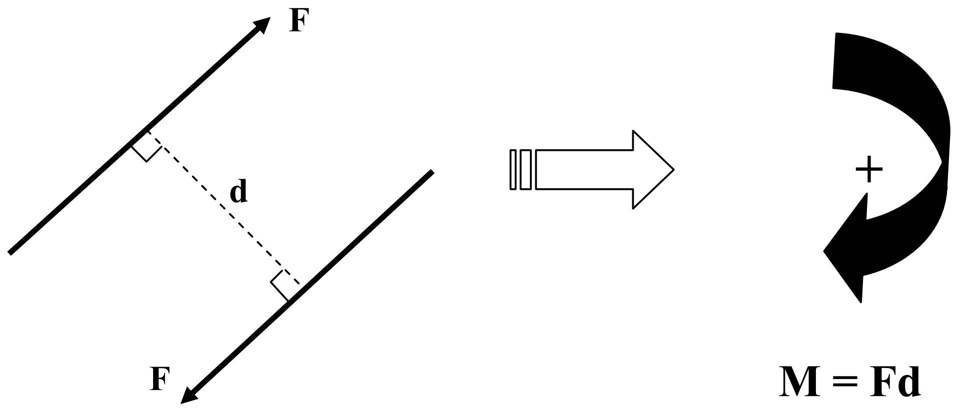
وتصبح قيمة الازدواج تساوي مجموع عزمي القوتين حول النقطة التي هي منتصف المسافة العمودية بين القوتين أي $h/2$ كما هو مبين في الشكل ٩. بحيث يصبح:

$$M1 = Fxh/2$$
$$M2 = Fxh/2$$

عزم الازدواج =

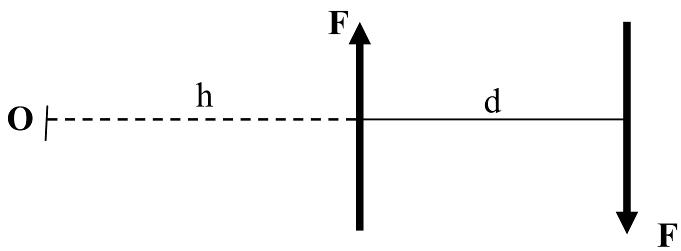
$$M1 + M2 = F(h/2 + h/2) = Fxh/2 + Fxh/2 = Fxh$$

أي أن الازدواج له تأثير دوراني حول أي نقطة واقعة في مستوى القوتين ومقدار الازدواج يساوي قيمة القوة ضرب المسافة العمودية بين القوتين. ويمكن تمثيل الازدواج الناتج عن قوتين متساويتين في المقدار ومتضادتين في الاتجاه كما هو مبين في الشكل ١٠.



شكل ١٠

مع ملاحظة أن قيمة الازدواج حول أي نقطة هو ثابت، فمثلا ليكن لدينا قوتين متوازيتين ومتضادتين في الاتجاه ومتساويتين في المقدار F ولتكن المسافة d هى المسافة العمودية بين القوتين كما هو مبين في الشكل رقم ١١.



شكل ١١

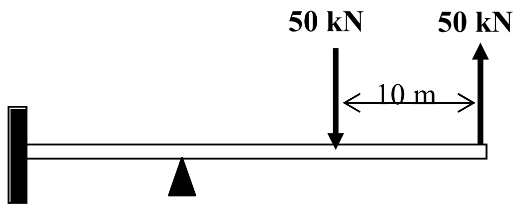
لنفرض نقطة O تبعد عن القوة التي هي في اليسار (شكل ١١) بمسافة مقدارها h. يمكن حساب قيمة عزم الازدواج الناتج من القوتين حول النقطة O كالتالي:

$$\mathbf{Mo = Fx(d + h) - Fxh}$$
$$\mathbf{= Fxd + Fxh - Fxh = Fxd}$$

يتضح من هذا المثال أن قيمة الازدواج حول أي نقطة هو ثابت ولا يتأثر بموقع أو مسافة النقطة المراد حساب العزم حولها.

مثال ١:

أوجد مقدار واتجاه الازدواج الناتج عن القوتين المؤثرتين على الكمرة كما هو مبين في الشكل رقم ١٢.



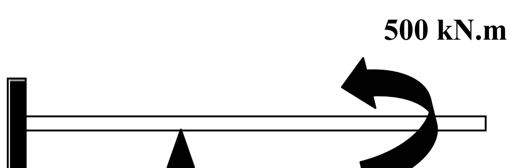
شكل ١٢

الحل:

كما هو مبين في الشكل ١٢ ، فإن القوتين متوازيتين ومتساويتين في المقدار ومتضادتان في الاتجاه فإنهما يحدثان عزم ازدواج، وقيمة الازدواج تساوي قيمة أحدى القوتين ضرب المسافة العمودية بينهما كما يلي:

$$C = -\ 50 \times 10 = -500 \text{ kN.m}$$

إشارة السالب في قيمة الازدواج تشير إلى أن اتجاه دوران الازدواج هو عكس دوران عقارب الساعة وذلك لأن اتجاه دوران القوتين هو كذلك عكس اتجاه عقارب الساعة. ويمكن تبديل تأثير القوتين بعزم ازدواج مقداره 500 kN عكس اتجاه عقارب الساعة كما همو مبين في الشكل رقم ١٣.



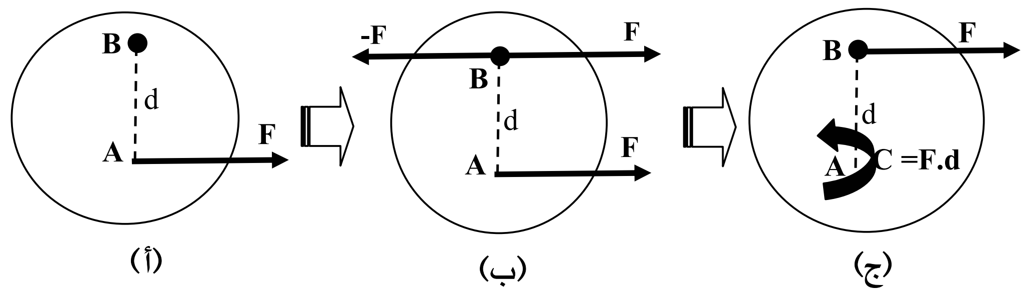
شكل ١٣

٥.٢ تحليل قوة إلى قوة وعزم ازدواج

في بعض الأحيان يمكن نقل قوة F تؤثر على جسم من نقطة A إلى نقطة أخرى B (أنظر شكل ١٤(أ)) مع فرض قوتين متوازيتينF و F– عند النقطة B وتكون محصلة القوى الثلاثة على الجسم هى نفس القوة الأصلية F المؤثرة عند النقطة A كما هو مبين في الشكل ١٤(ب). وبما أن القوتين F المؤثرة في النقطة A والقوة F– المؤثرة في النقطة B هما متوازيتين ومتساويتين في المقدار ومتضادتين في الاتجاه فإنهما يكونان عزم ازدواج عكس اتجاه عقارب الساعة ويمكن تبديلهما بعزم الازدواج كما هو مبين في الشكل ١٤(ج) كالتالي:

$$C = -Fxd$$

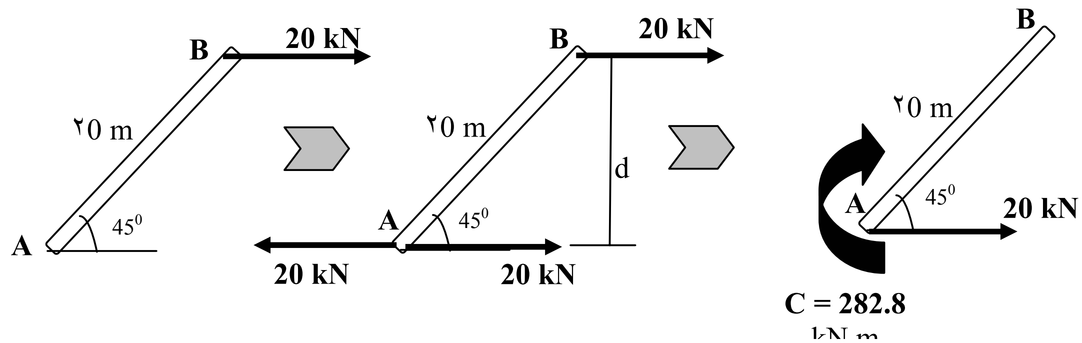
وبالتالي يمكن نقل قوة من نقطة تأثيرها إلى نقطة أخرى بحيث تكون القوة موازية لنفسها مع إضافة عزم ازدواج كما هو موضح في الشكل رقم ١٤(ج).



شكل ١٤

مثال ٢:

استبدل القوة الأفقية F = 20 kN المؤثرة في النقطة B بقوة مماثلة وعزم ازدواج في النقطة A كما هو مبين في الشكل رقم ١٥(أ).



(أ) (ب) (ج)

شكل ١٥

الحل:

نقوم بتطبيق قوتين متوازيتين مع القوة F ومتساويتين ومتضادتين في الاتجاه في النقطة A وتساوي كل واحدة منها 20 kN كما هو مبين في الشكل ١٥(ب). وبما أن القوة في النقطة B والقوة على يسار النقطة A هما متساويتين ومتوازيتين ومتضادتان في الاتجاه فإنهما يكونان عزم ازدواج يساوي C بحيث يكون:

$$C = +20xd \quad kN.m$$

حيث أن d هي المسافة العمودية بين القوتين وتساوي:

$$d = 20xSin(45^0) = 20x0.707 = 14.14 \text{ m}$$

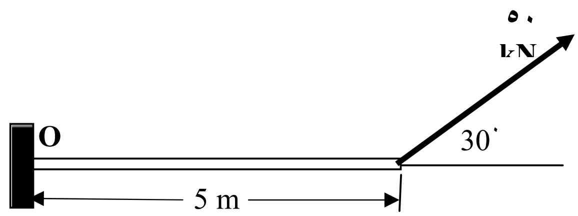
ويصبح عزم الازدواج يساوي:

$$C = +20x14.14 = +282.8 \text{ kN.m}$$

مع ملاحظة أن إشارة عزم الازدواج هي موجبة وذلك لأن الدوران هو في اتجاه دوران عقارب الساعة. وبالتالي يمكن تغيير مكان تأثير القوة F من النقطة B إلى النقطة A مع إضافة عزم ازدواج في النقطة A مقداره 282.8+ kN.m كما هو مبين في الشكل رقم ١٥(ج)، وتصبح الحالة في الشكل ١٥(أ) هي مكافئة للحالة في الشكل ١٥(ج).

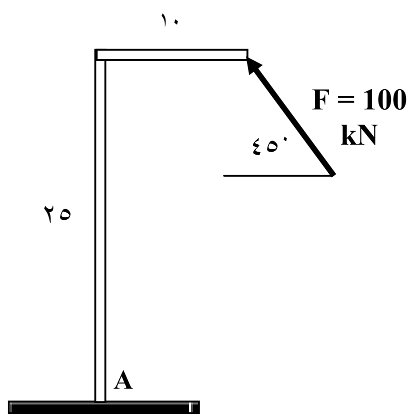
٦,٢ تمارين

١) أوجد قيمة العزم حول النقطة O الناتج عن القوة F = 50 kN كما هو مبين في الشكل رقم ١٦.



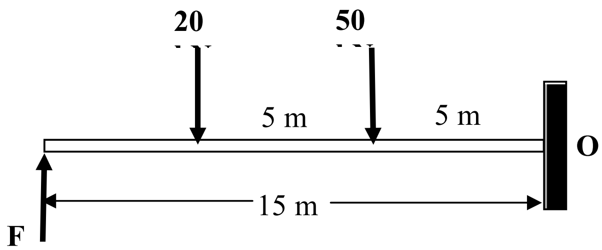
شكل ١٦

٢) أوجد قيمة العزم للقوة Fحول النقطة A كما هو مبين في الشكل رقم ١٧.



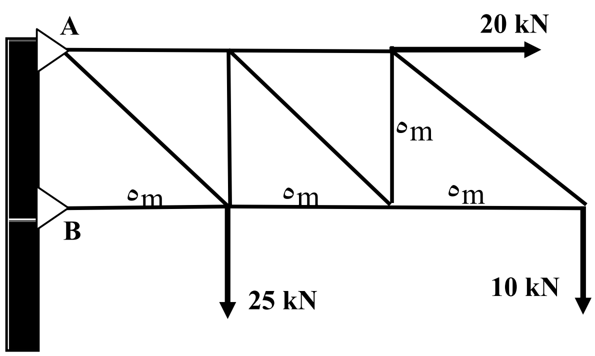
شكل ١٧

٣) أوجد قيمة القوة F بحيث تكون محصلة عزوم القوى حول النقطة O يساوي صفر كما هو مبين في الشكل رقم ١٨.



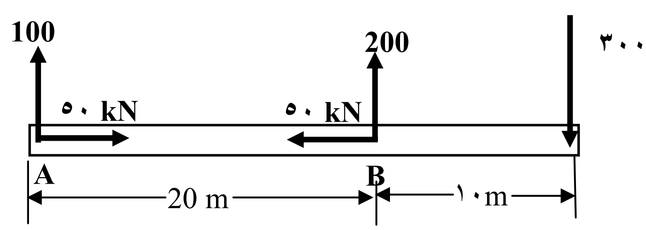
شكل ١٨

٤) أوجد قيمة العزم الناتج عن القوى الخارجية حول النقطة A كما هو مبين في الشكل ١٩.



شكل ١٩

٥) أوجد قيمة العزم حول النقطة B الناتج عن القوى الخارجية كما هو مبين في الشكل ٢٠.



شكل ٢٠

ستاتيكا

الجسم الحر و معادلات الاتزان

الجسم الحر و معادلات الاتزان

٣

الجدارة:

معرفة أنواع الركائز (الدعامات) المستعملة في الكمرات، وكيفية رسم الجسم الحر free body digram وإيجاد وتطبيق معادلات الاتزان.

الأهداف:

عندما تكمل هذه الوحدة يكون لديك القدرة على:

- معرفة أنواع الركائز في الكمرات والجملونات والهياكل الانشائية
- رسم الجسم الحر لكمرة أو الجملون أو الهيكل
- تطبيق معادلات الاتزان لإيجاد ردود الأفعال في الكمرات والجملونات

مستوى الأداء المطلوب : أن يصل الطالب إلى إتقان هذه الجدارة بنسبة **100**٪.

الوقت المتوقع للفصل: ١١ ساعات

الوسائل المساعدة :

- جهاز حاسب آلي
- آلة حاسبة
- مسطرة ومنقلة وفرجار

متطلبات الجدارة:

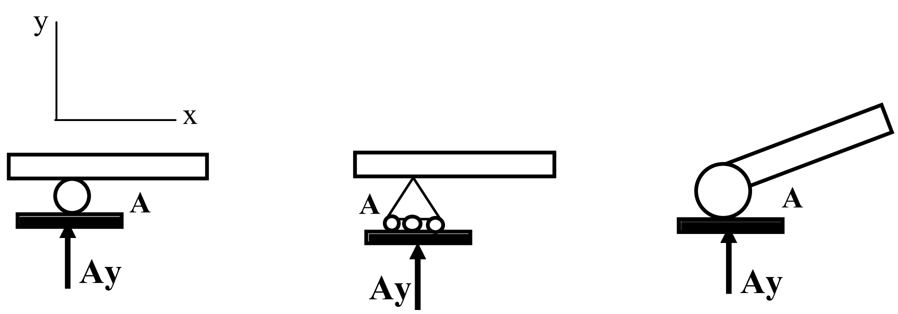
معرفة ما سبق دراسته في مقرر الرياضيات التخصصية ومعرفة بتحليل القوى والعزوم في الفصل الأول والثاني.

١,٣ مقدمة

هناك عدة أنواع من الدعامات (أو الركائز) التي تستعمل في الكمرات. والهدف الأساسي من الدعامة هو لتحمل الكمرات وتحويل الأحمال في المبنى من الكمرات إلى عناصر أخرى مثل العمود أو كمرة أوحائط أو الأساس. وعلى الطالب أن يعرف كيف يفرق بين أنواع الدعامات حتى يستطيع معرفة وحساب أنواع ردود الأفعال في الكمرات أو عناصر انشائية أخرى في المبنى.

٢,٣ الدعامة المنزلقة Roller Support

هذا النوع من الدعامة يسمح للكمرة أن تتحرك في اتجاه محور الكمرة كما هو مبين في الشكل ١. مع العلم أن الكمرة يمكن أن تتعرض لإجهاد داخلي ناتج عن التمدد الذي يمكن أن يحدث بسبب التغير في الحرارة الخارجية وبالتالي فإن الدعامة المنزلقة تسمح للكمرة أن تتمدد في نطاق محدد بحيث لا تؤدي إلى وجود تصدعات بسبب الإجهاد الناتج عن التمدد. ويلاحظ أن الدعامة المنزلقة لها رد فعل واحد عموديى على الدعامة وليس لها رد فعل أفقي ($Ax = 0$) وكذلك هي تسمح بالدوران حول النقطة A (أي ليس لها مقاومة لعزم الدوران حول النقطة A) كما هو مبين في الشكل ١.



شكل ١

٣,٣ الدعامة المفصلية Hinge Support

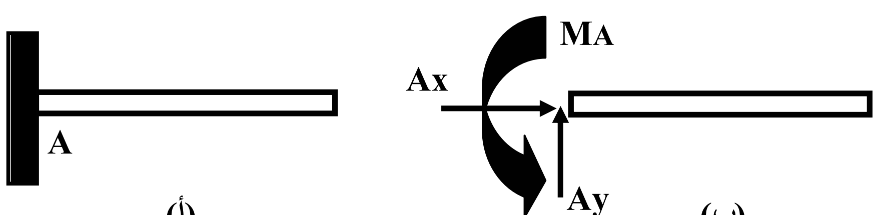
الدعامة المفصلية لا تسمح بالتحرك في الاتجاه الأفقي ولا في الاتجاه العمودي وتسمح بالدوران حول النقطة A كما هو مبين في الشكل ٢(أ). وللدعامة المفصلية رد فعل أفقي ورد فعل عمودي وليس لها مقاومة لعزم الدوران كما هو مبين في الشكل ٢(ب).

(أ) (ب)

شكل ٢

٤,٣ الدعامة الثابتة أو الكابولية Fixed or Cantiliver Support

الدعامة الثابتة لا تسمح بالحركة في الاتجاه الأفقي والعمودي ولا الدوران حول النقطة A كما هو مبين في الشكل 3(أ). أي أن للدعامة الثابتة ثلاثة ردود أفعال وهي: رد فعل أفقي ورد فعل عمودي وعزم دوران حول النقطة A كما هو مبين في الشكل ٣(ب).



(أ) (ب)

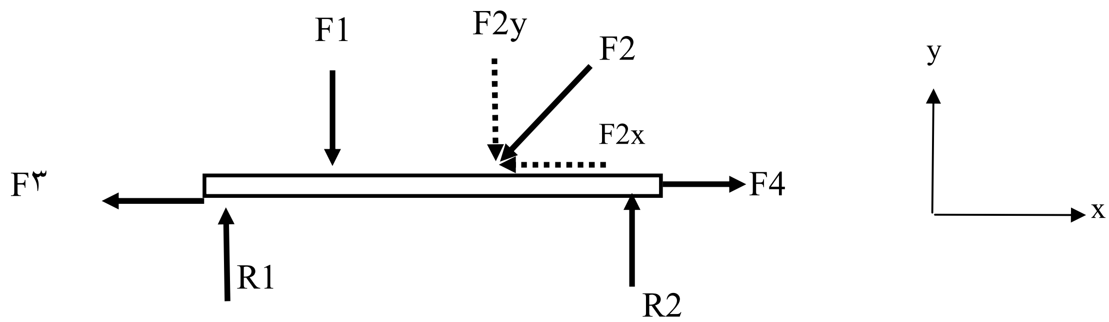
شكل ٣

٥,٣ شروط الاتزان Equilibrium Conditions

عندما يكون أي جسم تحت تأثير قوة ما فإنه سيحاول التحرك في اتجاه تأثير القوة وبالتالي فإن الجسم يصبح في حالة عدم اتزان. كذلك فإن الجسم عندما يكون تحت تأثير مجموعة من القوى ومجموعة من العزوم فإن الجسم سوف يتحرك تحت تأثير القوى والعزوم. والحالة الوحيدة التي يكون فيها الجسم في حالة اتزان هو عندما تكون محصلة القوى الخارجية وردود الأفعال تساوي صفرا وكذلك محصلة العزوم تساوي صفرا. بعبارة أخرى يكون الجسم في حالة اتزان عندما تكون مجموع القوى والعزوم الخارجية المؤثرة على الجسم تساوي ردود أفعال والعزوم الناتجة في دعامات الجسم.

٦,٣ الحالة العامة لتوازن جسم في مستوى

لنفترض جسم ما تحت تأثير عدد معين من القوى في مستوى كما هو مبين في الشكل رقم 4،



شكل٤– جسم تحت مجموعة من القوى

بعد تحليل كل قوة إلى مركبتيها الأفقية والعمودية حسب المحور x والمحور y يمكن كتابة معادلة اتزان الجسم في اتجاه كل محور كالتالي:

١) مجموع القوى في اتجاه المحور x يساوي صفرا وتعبر بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\sum F_x = 0$$

F4 – F2x – F3 =0

2) مجموع القوى في اتجاه المحور y يساوي صفرا وتعبر بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\sum F_y = 0$$

R1 + R2 – F1 –F2y = 0

3) عزم كل القوى (القوى الخارجية وردود أفعال الدعامات) حول أي نقطة يساوي صفرا وتعبر بالعلاقة الرياضية التالية:

$$\sum M = 0$$

وتعرف المعادلات الثلاث السابقة بمعادلات الاتزان أو قانون "نيوتن" للاتزان.

٧,٣ بعض الحالات الخاصة للتوازن:

أ) حالة القوى المؤثرة في نفس الخط Colinear Forces

حالة القوى المؤثرة في نفس الخط مبينة في الشكل رقم ٥ بحيث لايوجد دوران.

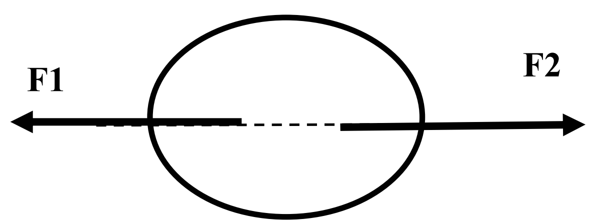
في حالة يكون اتجاه القوتين في نفس الاتجاه إلى اليمين أو اليسار فإن الجسم سوف يتحرك إلى اليمين أو اليسار ويصبح في حالة عدم اتزان. في حالة مثلا القوة F1 أكبر من القوة F2 فإن الجسم يتحرك في اتجاه القوة F1.

في حالة القوتين متساويتين في المقدار وخط عملهما واحد ولكن في اتجاهين متعاكسين فإن الجسم يصبح في حالة اتزان ويصبح لدينا:

$$\sum F_x = 0$$

$$F2 - F1 = 0$$

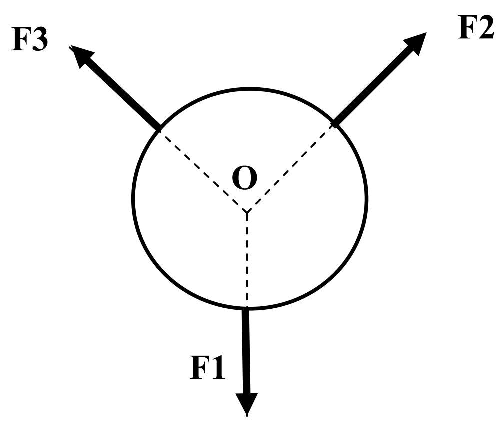
$$F1 = F2$$ أي



شكل ٥ : قوى في نفس الخط

ب) حالة القوى المقيدة في نفس نقطة التأثير Concurrent Forces

في حالة القوى المقيدة في نفس نقطة التأثير فإن تأثير القوى يمر على نفس نقطة التأثير. كما هو مبين في الشكل رقم ٦. وفي هذه الحالة لكي يصبح الجسم في حالة اتزان لا بد من تحقق شروط الاتزان وهي: لابد من نقطة تأثير القوى الثلاثة يمر على النقطة المشتركة O ومحصلة القوى في اتجاه محور x ومحور y يساوي صفر.



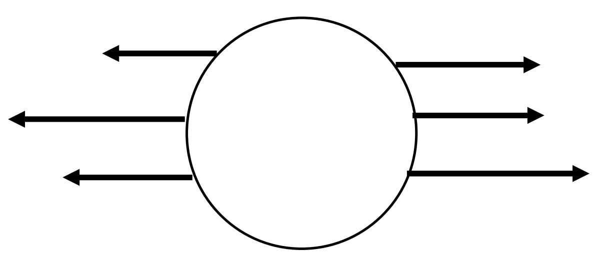
شكل ٦ : قوى في نفس نقطة

ج) حالة القوى المتوازية Parallel Forces

عندما تكون القوى متوازية يمكن أن يكون الجسم في حالة اتزان عندما تكون محصلة كل القوى تساوي صفر كما هو مبين في الشكل رقم ٧.، أي أنه يجب تحقيق المعادلة التالية:

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum M = 0$$

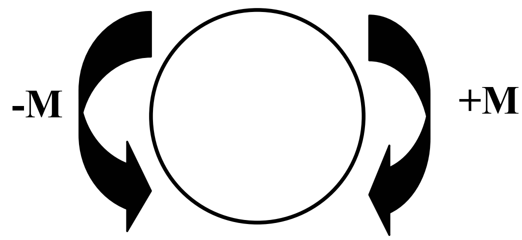
حيث أنه لاتوجد قوى عمودية وبالتالي معادلة القوى العمودية محققة $\sum F_y = 0$.



شكل ٧ : قوى متوازية

د) حالة ازدواجين متعاكسين Opposite Couples

في حالة يكون الجسم تحت تأثير ازدواجين متساويين في المقدار ومتعاكسين في الاتجاه والإشارة فإن الجسم يكون في حالة اتزان كما هو مبين في الشكل رقم ٨.



شكل ٨ : ازدواجين متعاكسين

٨,٣ الجسم الحر Free-Body Diagram

لإيجاد معادلات الاتزان لجسم ما لابد من عزل الجسم من المحيط الذي فيه واستبدال الدعامات بردود الأفعال ويمكن استبدال الجسم والدعامات والقوى الخارجية برسم بياني يسمى الرسم البياني للجسم الحر Free-Body Diagram الذي يوضح فيه الجسم الأصلي مع القوى الخارجية و العزوم وردود أفعال الدعامات (أو الركائز).

مثال ١ لرسم الجسم الحر:

المطلوب رسم الجسم الحر للكمرة AB المبينة في الشكل رقم ٩(أ).

الحل:

لرسم الجسم الحر للكمرة AB نقوم بعزل الكمرة وتوضيح الأحمال المؤثرة على الكمرة واستبدال الدعامات بردود الأفعال. فيلاحظ أن الدعامة في النقطة A هي دعامة مفصلية hinge support لها رد فعل أفقي Ax ورد فعل عمودي Ay وليس لها عزم، الدعامة B هي دعامة منزلقة roller support ليس لها رد فعل أفقي ولها رد فعل عمودي By وليس لها مقاومة للعزم (أي العزم يساوي صفر)، وبالتالي فإن الجسم الحر للكمرة AB هو مبين في الشكل ٩(ب). ويلاحظ أنه

باستخدام معادلات الاتزان يمكن معرفة قيمة ردود الأفعال في كل من الدعامة A والدعامة B باتباع الخطوات التالية:

تطبيق معادلات الاتزان:

أ) محصلة القوى الأفقية يساوي صفر: $\sum F_x = 0$

$$Ax = 0$$

ب) محصلة العزوم حول النقطة A يساوي صفر كالتالي:

$$\sum M_A = 0$$

$$+100x2 +100x4 - Byx6 = 0$$

$$+200 +400 - 6By = 0$$

$$+6By = 600$$

$$By = + 600/6 = + 100 \text{ kN}$$

اذا الرد الفعل العمودي By عند الدعامة B يساوي 100 kN+ والإشارة الموجب تعني أن اتجاه رد الفعل هو إلى الأعلى حسب نظام المحاور x و y.

يلاحظ أن رد الفعل عند الدعامة A (أنظر شكل ٩ب) يمر على النقطة A وبالتالي فإن العزم الناتج عن رد الفعل Ay يساوي صفر.

ج) محصلة القوى العمودية يساوي صفر، أي :

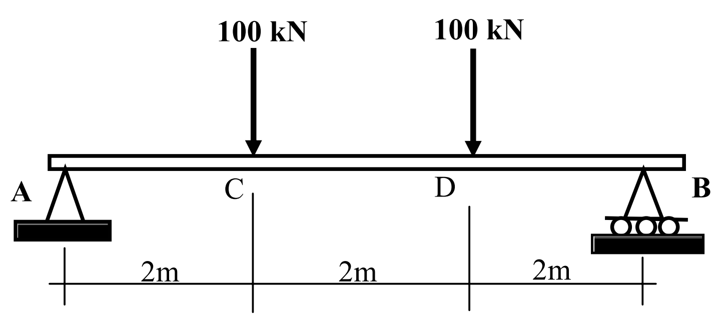
$$\sum F_y = 0$$

$$Ay + By -100 -100 = 0$$

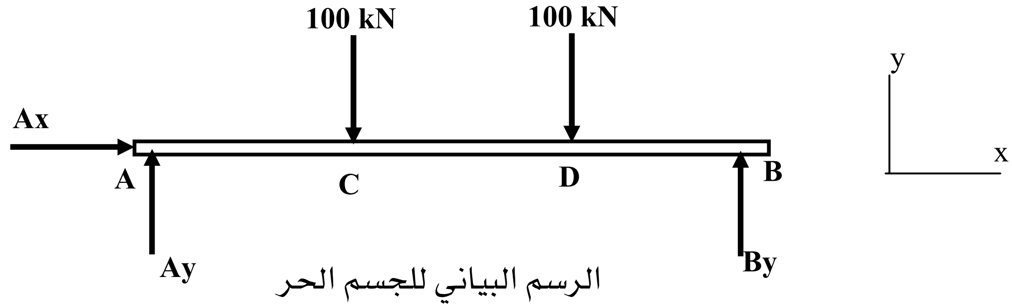
$$Ay = 200 - By$$

وبالتعويض بقيمة By = +100 kN من الخطوة (ب) نحصل على قيمة رد الفعل العمودي Ay:

$$Ay = 200 - 100 = +100 \text{ kN}$$



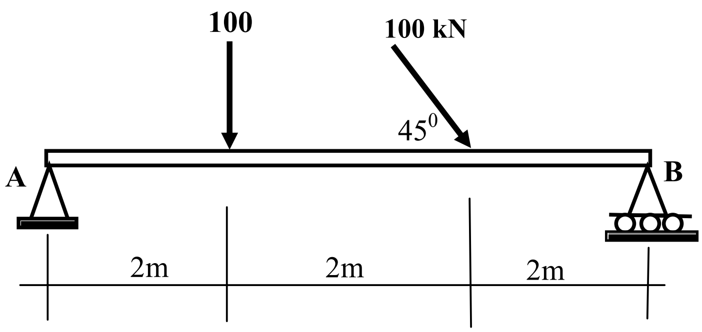
شكل ٩ (أ) – كمرة بسيطة



شكل ٩ (ب) : الجسم الحر

مثال ٢:

ارسم الجسم الحر للكمرة المبينة في الشكل رقم ١٠ (أ) وأوجد قيمة ردود الأفعال عند الدعامة A و الدعامة B باستعمال معادلات الاتزان.



شكل ١٠ (أ) : كمرة بسيطة تحت تأثير

الحل:

لرسم الجسم الحر للكمرة AB نقوم بعزل الكمرة وتوضيح الأحمال المؤثرة على الكمرة واستبدال الدعامات بردود الأفعال لكل نوع من الدعامة. ويلاحظ أن الدعامة A هي دعامة مفصلية hinge support لها رد فعل أفقي Ax ورد فعل عمودي Ay وليس لها عزم، الدعامة B هي دعامة منزلقة roller support ليس لها رد فعل أفقي ولها رد فعل عمودي By وليس لها مقاومة للعزم (أي العزم يساوي صفر)، وبالتالي فإن الجسم الحر للكمرة AB هو موضح في

الشكل ١٠(ب). ويلاحظ أن القوة الخارجية المائلة بزاوية ٤٥ درجة تم تحليلها إلى مركبة أفقية ومركبة عمودية كالتالي:

المركبة الأفقية: $+70.7\ kN = +100Cos(45)$

المركبة العمودية: $+70.7\ kN = +100Sin(45)$

تطبيق معادلات الاتزان لإيجاد ردود الأفعال:

(أ) محصلة القوى في اتجاه المحو x يساوي صفر: $\sum F_x = 0$

$$Ax + 70.7 = 0 \longrightarrow Ax = -70.7\ kN$$

يلاحظ أن قيمة رد الفعل الأفقي للدعامة A بالسالب، أي أن الاتجاه الحقيقي لرد الفعل عكس اتجاه الموجب للمحور x.

ب) محصلة العزوم حول النقطة A يساوي صفر: $\sum M_A = 0$ مع ملاحظة أن العزم الموجب هو مع اتجاه عقارب الساعة.

$$+100x2 + 70.7x4 - Byx6 = 0$$
$$+200 + 282.8 = 6By$$
$$By = +482.8/6 = +80.47\ kN$$

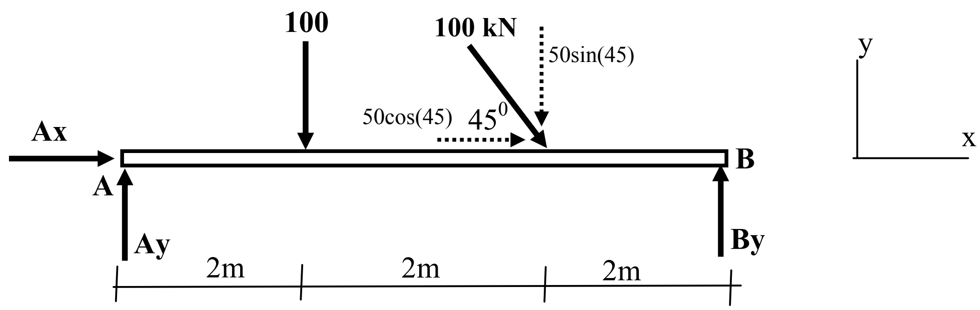
يلاحظ أن رد الفعل في الدعامة A يمر من النقطة A وبالتالي ليس له عزم.

ج) محصلةالقوى العمودية يساوي صفر، أي : $\sum F_y = 0$

$$Ay + By - 100 - 70.7 = 0$$
$$Ay + By = +170.7$$
$$Ay = +170.7 - By = +170.7 - 80.47 = +90.23\ kN$$

اذا الرد الفعل العمودي Ay في الدعامة A هو: $Ay = +90.23\ kN$

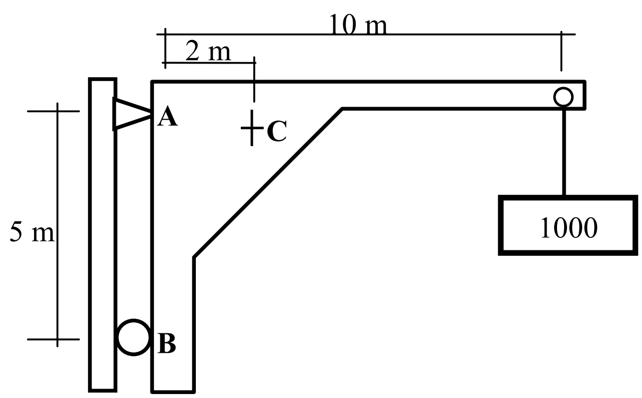
وهو موجب ويعني أن اتجاه رد الفعل إلى الأعلى.



شكل ١٠ (ب) : الجسم الحر

مثال ٣:

أوجد ردود الأفعال في الرافعة المبينة في الشكل رقم ١١(أ)، مع العلم أن وزن الرافعة يساوي 50 kN وهو يؤثر في النقطة C.



شكل ١١ (أ) : رافعة

الحل:

الرسم البياني للجسم الحر للرافعة ١١(أ) موضح في الشكل رقم ١١(ب)

١) تطبيق معادلات الاتزان:

يلاحظ أن معادلة الاتزان في اتجاه المحور x : $\sum F_x = 0$ سوف تؤدي إلى وجود مجهولين بمعادلة واحدة أي:

$$Bx - Ax = 0$$

ولا يمكن حل هذه المعادلة وبالتالي سوف نلجأ إلى استعمال المعادلة الثانية للاتزان في اتجاه محور y :

$$\sum F_y = 0$$
$$Ay - 50 - 1000 = 0$$
$$Ay = +1050 \text{ kN}$$

٢) معادلة اتزان العزم حول النقطة A : $\sum M_A = 0$ (الموجب مع دوران عقارب الساعة)

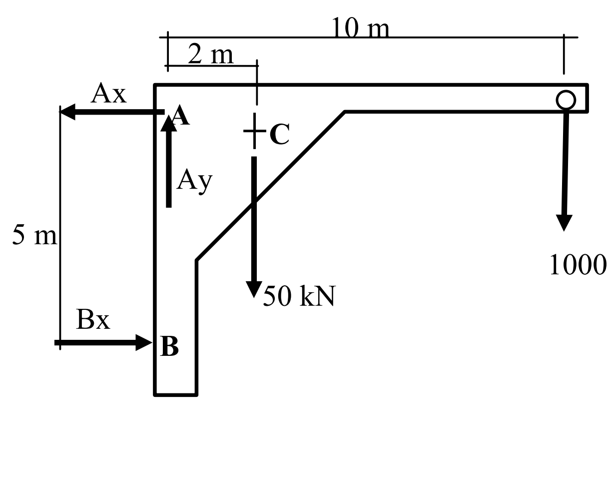
$$+1000x10 + 50x2 - B_x x5 = 0$$
$$+10000 + 100 - 5Bx = 0$$
$$+10100 = 5Bx$$
$$Bx = +10100/5 = +2020 \text{ kN}$$

وبتعويض بقيمة Bx في المعادلة الأولى نحصل على قيمة Ax كالتالي:

$$Bx - Ax = 0$$
$$Ax = Bx = +2020 \text{ kN}$$

يلاحظ أن قيمة رد الفعل الأفقي Ax بالموجب وهذا يعني أن اتجاه Ax الذي اختير في الجسم الحر هو الاتجاه الصحيح، أي أن اتجاه Ax هو عكس اتجاه محور x الموجب.

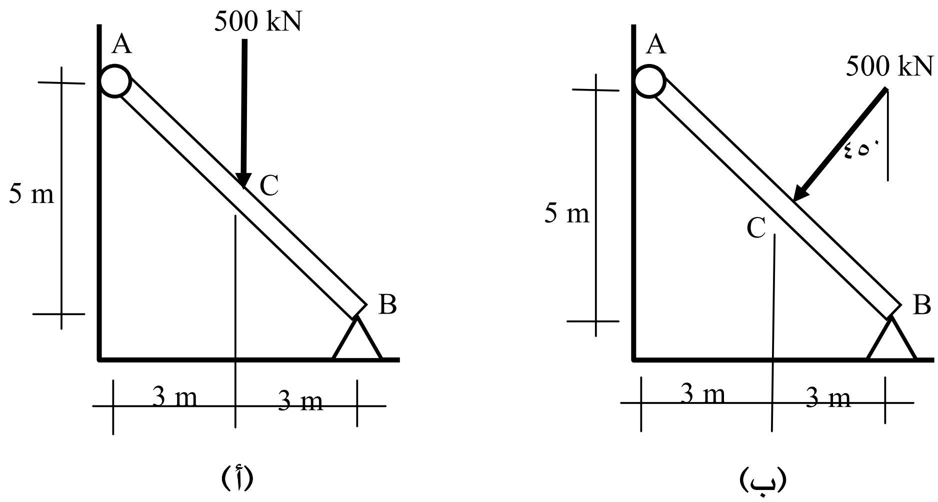
١



شكل ١١ (ب) : الجسم الحر

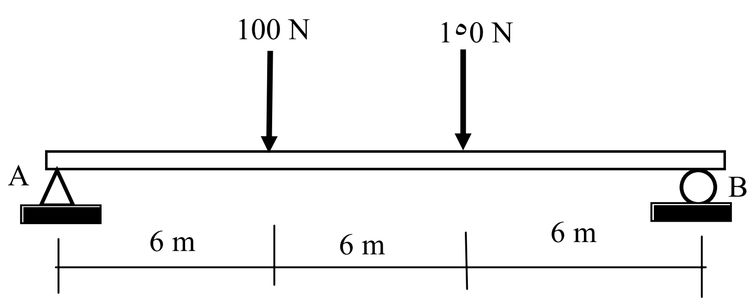
٩,٣ تمارين

١) ارسم الجسم الحر للشكل المبين في الشكل رقم ١٢(أ) و ١٢(ب) وبعد ذلك أوجد قيمة ردود الأفعال في الدعامات.

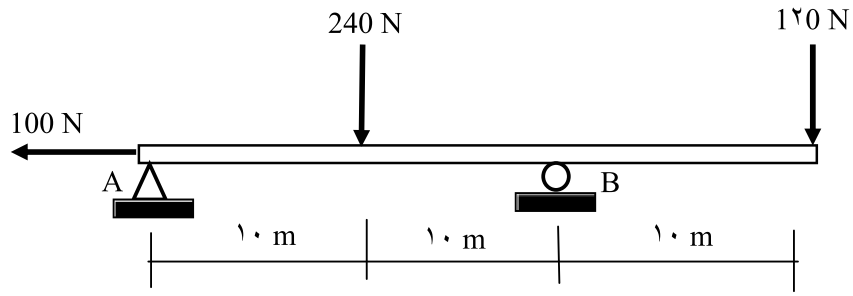


شكل ١٢

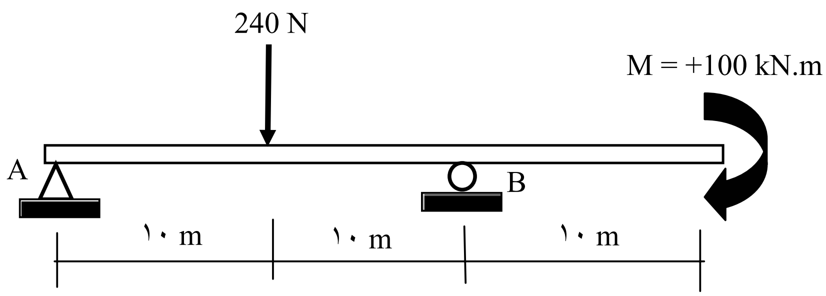
٢) ارسم الجسم الحر للكمرة المبينة في الشكل رقم ١٣(أ ،ب،ج،د) وأوجد قيمة ردود الأفعال في الدعامات باستعمال معادلات الاتزان.



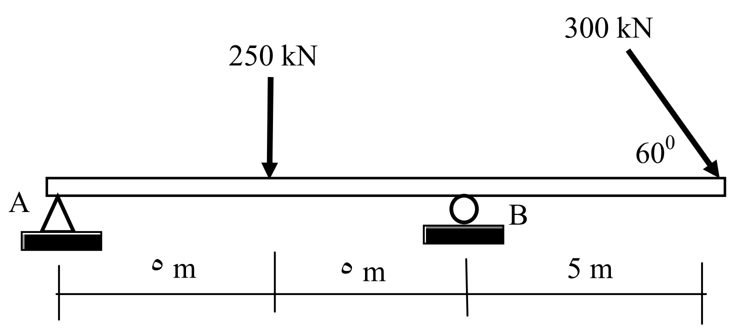
شكل (أ)


240 N
1٢0 N
100 N
A
B
١٠ m
١٠ m
١٠ m

(ب)


240 N
M = +100 kN.m
A
B
١٠ m
١٠ m
١٠ m

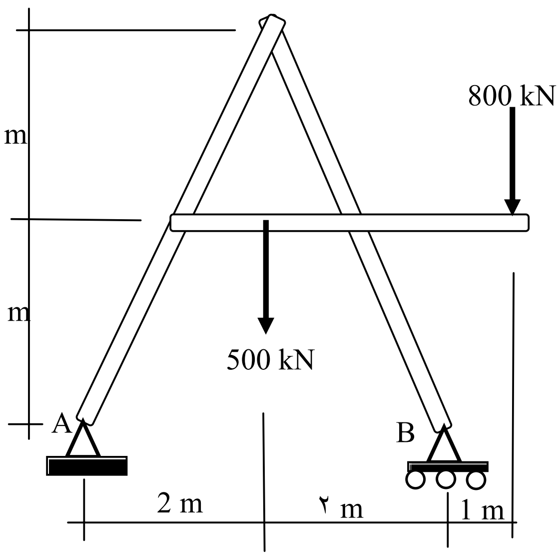
(ج)


250 kN
300 kN
60⁰
A
B
٥ m
٥ m
5 m

(د)

شكل ١٣

٣) ارسم الجسم الحر للهيكل المبين في الشكل رقم ١٤١. وأوجد قيمة ردود الأفعال في الدعامات باستعمال معادلات الاتزان.



شكل ١٤

المملكـة العربيــة الســعودية
المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

ستاتيكا

تحليل الكمرات البسيطة

تحليل الكمرات البسيطة

٤

الجدارة:

معرفة أنواع الكمرات المستعملة في المباني وأنواع الحمولة المؤثرة عليها ، عمل التحليل الانشائي للكمرات البسيطة باستعمال طرق مبسطة وكيفية إيجاد ردود الأفعال والقوى الداخلية مثل قوى القص والعزم ورسم منحنى قوى القص والعزم.

الأهداف:

عندما تكمل هذه الوحدة يكون لديك القدرة على:

- معرفة أنواع الكمرات المستعملة في المباني
- معرفة أنواع الأحمال المؤثرة على الكمرة
- عمل التحليل الانشائي للكمرات وإيجاد ردود الأفعال وقوى القص والعزم في المناطق الحرجة
- رسم منحنى قوى القص والعزم للكمرات البسيطة

مستوى الأداء المطلوب : أن يصل الطالب إلى إتقان هذه الجدارة بنسبة **100**٪.

الوقت المتوقع للفصل: ١٦ ساعات

الوسائل المساعدة :

- جهاز حاسب آلي
- آلة حاسبة
- مسطرة ومنقلة وفرجار

متطلبات الجدارة:

معرفة ما سبق دراسته في مقرر الرياضيات التخصصية ومعرفة بتحليل القوى والعزوم في الفصل الأول والثاني.

١,٤ تعريف الكمرة

يمكن تعريف الكمرة بأنها عنصر انشائي طولي (عادة له مساحة مقطع ثابت) وظيفته مقاومة الأحمال الخارجية (قوى القص والعزم) التي تؤثر عموديا على محور الكمرة الطولي.

٢,٤ أنواع الكمرات

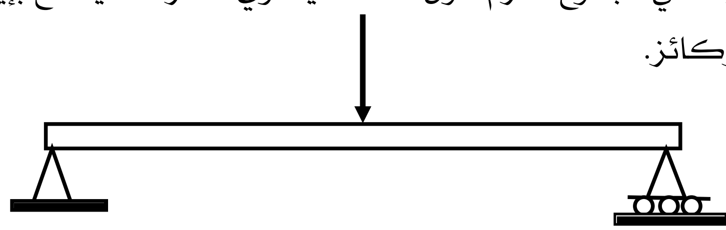
يمكن تصنيف الكمرات حسب نوع الدعامات (أو الركائز) التي ترتكز عليها. ومن أهم أنواع الكمرات المستعملة هي موضحة في الشكل رقم ١ وهي كالتالي:

- **كمرة بسيطة** **Simple Beam** كما هو موضح في الشكل ١(أ)
  تتصف بثلاثة ردود أفعال (٣ مجاهيل). يمكن حل المجاهيل باستعمال معادلات الاتزان.
- **كمرة مستمرة** **Continuous Beam** كما هو موضح في الشكل ١(ب)
  عدد ردود الأفعال أكبر من ثلاثة وبالتالي لا يمكن حل المجاهيل باستخدام معادلات الاتزان فقط، لابد من الاستعانة بطرق أخرى.
- **كمرة كابولية** **Cantiliver Beam** كما هو موضح في الشكل ١(ت)
  تتصف بثلاثة ردود أفعال (٣ مجاهيل). يمكن حل المجاهيل باستعمال معادلات الاتزان.
- **كمرة بسيطة مع جزء معلق** **Overhanging Beam** كما هو موضح في الشكل ١(ج)
  تتصف بثلاثة ردود أفعال (٣ مجاهيل). يمكن حل المجاهيل باستعمال معادلات الاتزان.
- **كمرة مثبتة من الطرفين** **Built-in Beam** كما هو موضح في الشكل ١(ح)
  عدد ردود الأفعال يساوي ٦ وهو أكبر من ثلاثة وبالتالي لا يمكن حل المجاهيل باستخدام معادلات الاتزان فقط، لابد من الاستعانة بطرق أخرى.
- **كمرة كابولية مع دعامة منزلقة** **End-supported Cantiliver Beam**
  كما هو موضح في الشكل ١(خ)
  عدد ردود الأفعال يساوي ٤ وهو أكبر من ثلاثة وبالتالي لا يمكن حل المجاهيل باستخدام معادلات الاتزان فقط، لابد من الاستعانة بطرق أخرى.

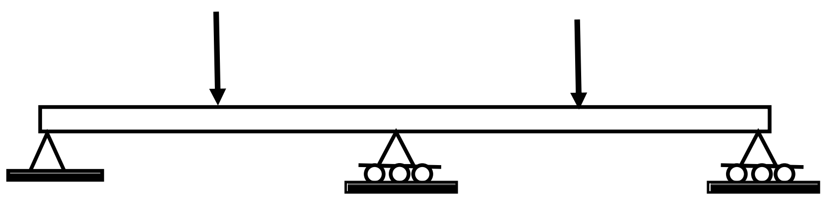
- **كمرة مركبة Compound Beam**

كما هو موضح في الشكل ١(د) و ١(ذ)

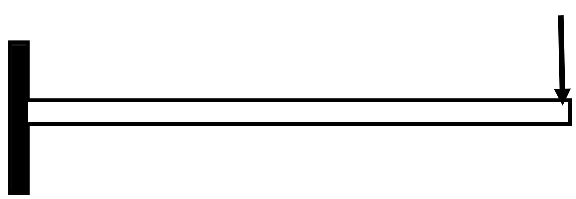
وهي عبارة عن كمرة كابولية موصولة مع كمرة بسيطة عن طريف مفصلة hinge داخلية أو مدحلة roller، المفصلة توفر معادلة اتزان اضافية حيث أن المفصلة لا تقاوم العزم وبالتالي مجموع العزم حول المفصلة يساوي صفر مما يسمح بإيجاد ردود الأفعال في الركائز.



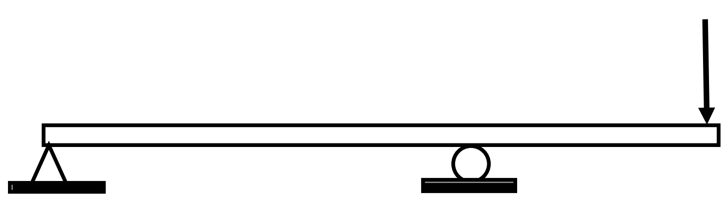
شكل ١(أ) : كمرة بسيطة Simple Beam

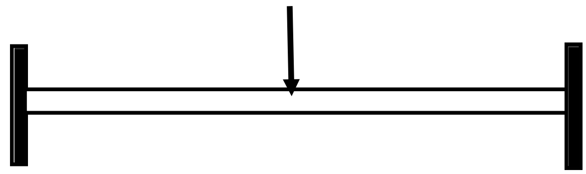


شكل ١(ب) : كمرة مستمرة Continuous Beam

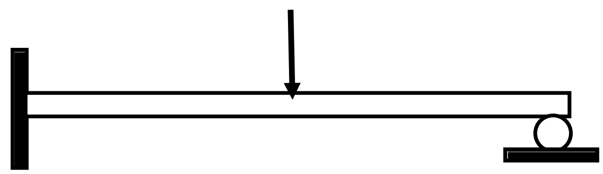


شكل ١(ت) : كمرة كابولية Cantiliver Beam

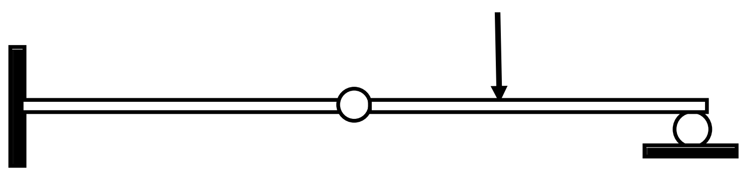




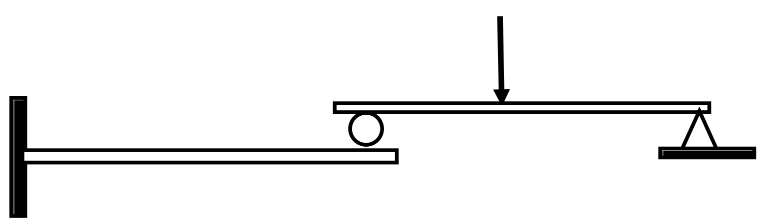
شكل ١(ح) : كمرة مثبتة من الطرفين
Built-in Beam



شكل ١(خ) : كمرة كابولية مع دعامة منزلقة
End-supported cantiliver Beam



شكل ١(د) : كمرة مركبة من كابول مع كمرة بسيطة موصولة بمفصلة داخلية
Compound Beam composed of cantiliver and simple beam connected by internal hinge



شكل ١(ذ) : كمرة مركبة من كابول مع كمرة بسيطة موصولة بمدحلة
Compound Beam composed of cantiliver and simple beam connected by internal roller

٣,٤ أصناف الأحمال المؤثرة على الكمرات

١) الحمل المركز:

وهو حمل مركز يؤثر في مساحة ضيقة كما هو مبين في الشكل رقم ٢(أ)، مثل تأثير عمود على كمرة.

٢) الحمل الموزع المنتظم:

الحمل الموزع بانتظام هو الحمل الذي يؤثر على مساحة أو طول معين وله نفس القيمة على الطول أو المساحة كما هو مبين في الشكل رقم ٢(ب). مثال على الحمل الموزع بانتظام هو الوزن الذاتي للبلاطة والكمرة أو الحمل الحي.

٣) حمل موزع غير منتظم التوزيع:

وهو حمل يؤثر على طول أو مساحة معينة بحيث تتغير قيمة الحمل على طول الكمرة كما هو مبين في الشكل رقم ٢ (ت).

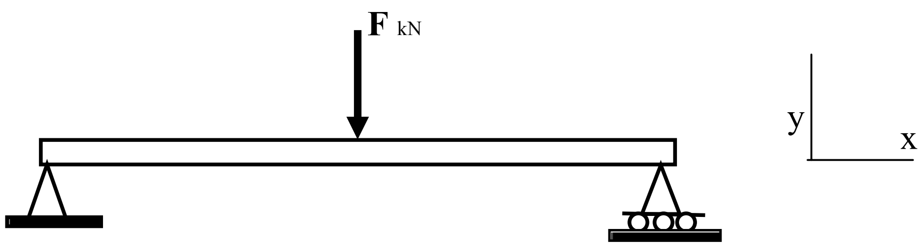
٤) الحمل الموزع على شكل مثلث:

وهو حمل يؤثر على طول أو مساحة معينة بحيث يكون الحمل موزع على شكل مثلث كما هو مبين في الشكل رقم ٢(ج).

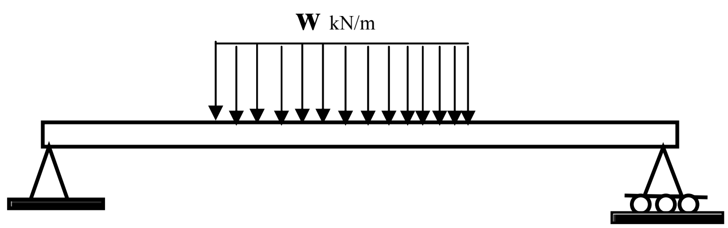
٥) عزم مركز مؤثر في نقطة:

وهو حمل على شكل عزم مركز في نقطة معينة كما هو مبين في الشكل رقم ٢(ح).

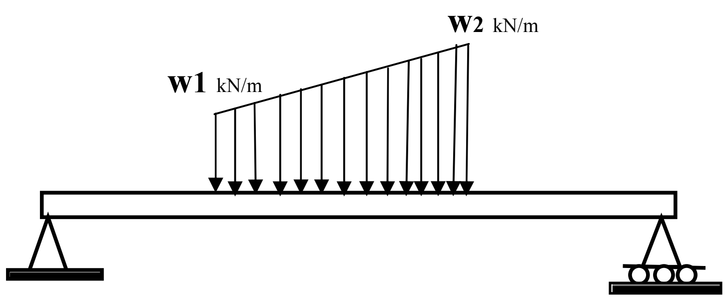
الأحمال المذكورة آنفا يمكن أن تكون ناتجة من نوعين من الأحمال: حمل ميت (أو ذاتي) وحمل حي. الحمل الميت هو الوزن الذاتي لعناصر المنشأ مثل الحوائط، البلاطات، الكمرات ، الأعمدة، الخ. أما الحمل الحي فهو الحمل الناتج عن الحمولة المتحركة مثل وزن الأشخاص والأثاث في المباني أو السيارات المتحركة في الجسور، وكذلك قوى الرياح تعتبر حمولة متحركة، الخ. وتعتمد قيمة الحمل الحي على نوع المنشأ وتقدر حسب المواصفات القياسية المعمول بها في البلد.



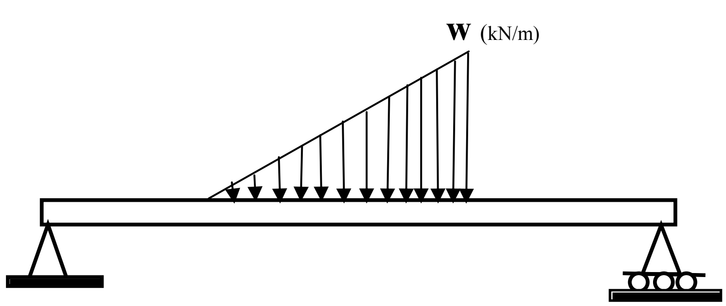
(أ) : حمل مركز



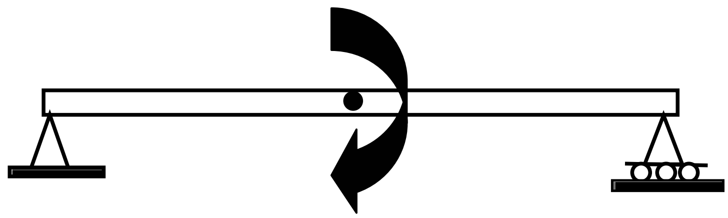
(ب) : حمل منتظم التوزيع



(ت) : حمل غير منتظم التوزيع



(ج) : حمل موزع على شكل مثلث



(ح) : عزم مركز

شكل ٢ : أصناف الأحمال المؤثرة على الكمرات

٤,٤ إشارة الحمل الموجبة والسالبة

تعتبر إشارة الحمل موجبة إذا كان اتجاه الحمل مع الاتجاه الموجب للمحور y أو محور x. وتكون الإشارة سالبة إذا كان اتجاه الحمل عكس اتجاه الموجب للمحور x أو y. ويكون العزم موجبا إذا كان الاتجاه مع عقارب الساعة.

٥,٤ خطوات تحليل الكمرات البسيطة

١) الخطوة الأولي

إيجاد ردود الأفعال وذلك باستعمال معادلات الاتزان بعد رسم الجسم الحر بحيث تحقق معادلات الاتزان التالية:

محصلة القوى الأفقية يساوي صفر.	$\sum F_x = 0$
محصلة القوى العمودية يساوي صفر.	$\sum F_y = 0$
محصلة العزوم حول الركيزة A أو B يساوي صفر	$\sum M = 0$

٢) الخطوة الثانية:

إيجاد قيمة القوى الداخلية (قوة القص والعزم) في النقاط الحرجة في الكمرة على امتداد المحور الأفقي x. ويمكن عمل هذه الخطوة بقص الكمرة في أي نقطة (مثل النقطة O التي تبعد مسافة x من الركيزة A كما هو مبين في الشكل ٣(أ)) ورسم الجسم الحر لكل جزء من الكمرة (الجزء AO والجزء OB كما هو مبين في الشكل رقم ٣(ب).

قوة القص Vx:

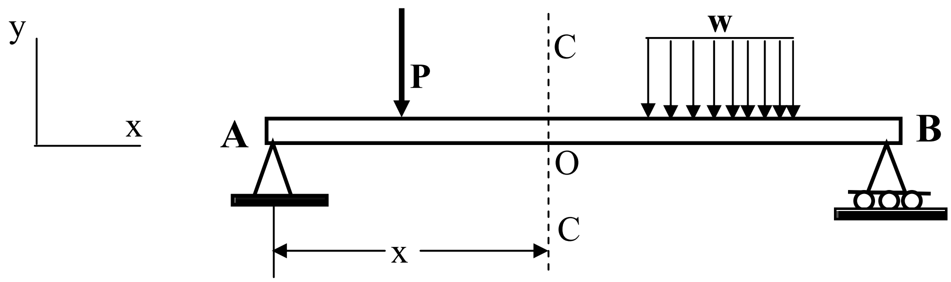
Vx تعني قوة القص الداخلية في الكمرة على بعد مسافة x من الركيزة A كما هو مبين في الشكل رقم ٣. ويمكن إيجاد قيمة قوة القص Vx في النقطة O وذلك بحساب محصلة القوى العمودية والتي تساوي صفر والمؤثرة على الجسم الحر كما هو مبين في الشكل رقم ٣(ب). وإشارة قوة القص الموجبة هي مبينة في الشكل رقم ٣(ت).

قوة العزم Mx:

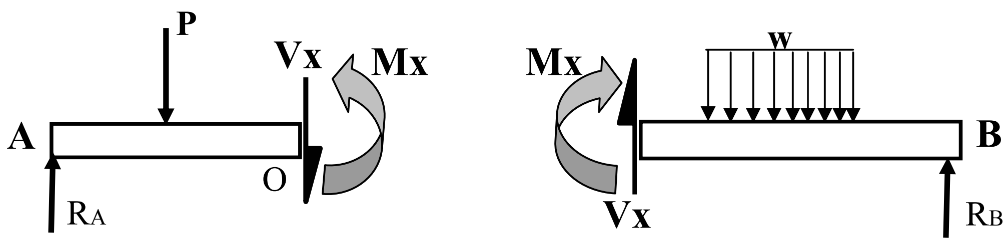
يمكن حساب قيمة العزم Mx في النقطة C وذلك بحساب مجموع العزوم حول النقطة C للجسم الحر AO أو الجسم الحر OB بحيث تكون محصلة العزم في النقطة O تساوي صفر.

٣) الخطوة الثالثة:

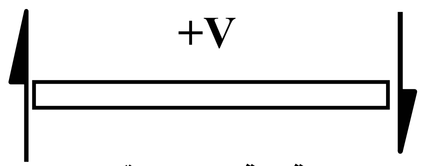
رسم منحنى قوى القص والعزم على طول الكمرة.



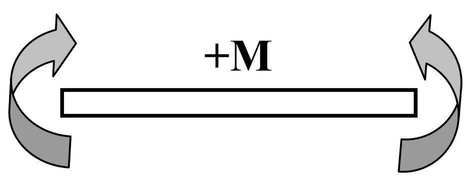
شكل ٣(أ) : كمرة بسيطة محملة



شكل ٣(ب)



قوة قص موجبة

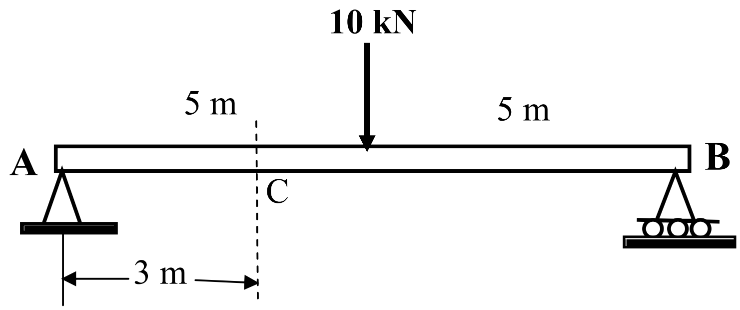


قوة العزم موجبة

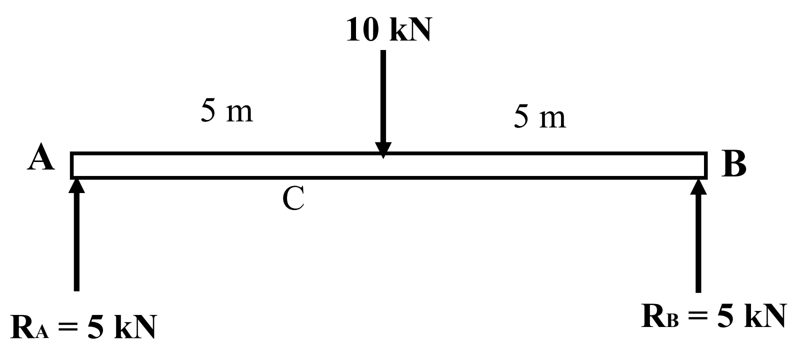
شكل ٣(ت) : إشارة قوة القص

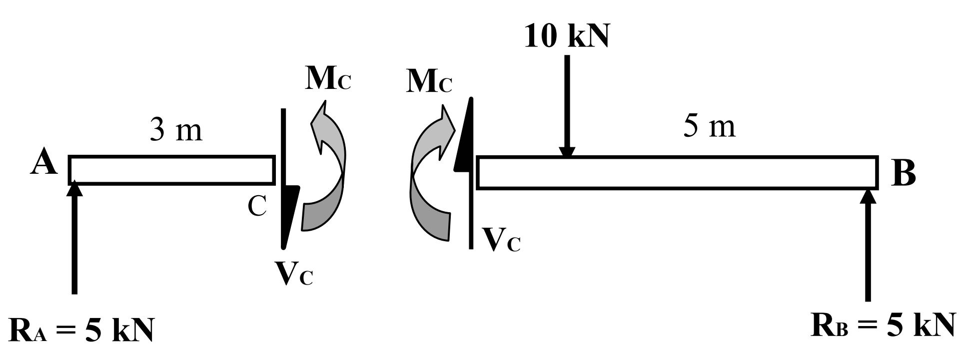
مثال ١:

أوجد قيمة قوة القص والعزم في النقطة C للكمرة المبينة في الشكل رقم ٤(أ).



شكل 4 (أ) : كمرة بسيطة محملة بحمل مركز





شكل 4 (ب) : الجسم الحر

الحل:

١) إيجاد قيمة قوة القص في النقطة **C** عن طريق حساب محصلة القوى العمودية في الجسم الحر AC :

$$\sum F_y = 0$$

$$R_A - V_c = 0 \qquad V_c = R_A = +5\ kN$$

٢) إيجاد قيمة العزم في النقطة **C** وذلك بحساب مجموع العزوم حول النقطة C للجسم الحر AC **:**

$$\sum M = 0$$

$$R_A.3 - M_c = 0 \qquad M_c = 5x3 = +15\ kN.m$$

٦,٤ رسم منحنى قوى القص والعزم للكمرات البسيطة

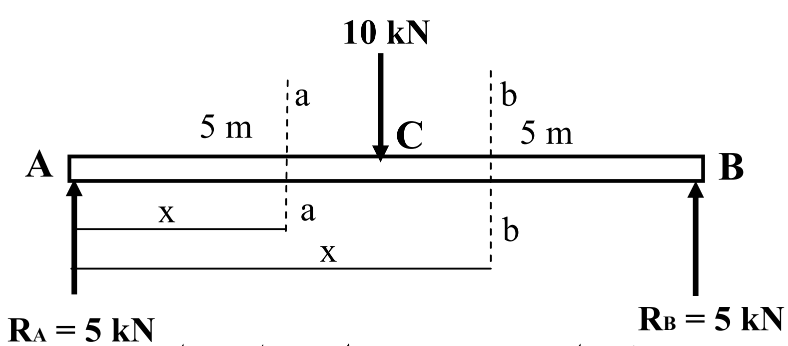
١) طريقة القطع والتوازن

في هذه الطريقة نقوم بعمل قطاع في الكمرة على مسافة معينة من إحدى الركيزتين ورسم الجسم الحر وحساب ردود الأفعال الداخلية (قوى القص والعزم) في القطاع وذلك باستخدام معادلات الاتزان، وبعد ذلك نقوم رسم منحى قوة القص والعزم في النقاط الحرجة في الكمرة.

مثال ٢:

ارسم منحنى قوة القص والعزم في الكمرة المبينة في الشكل رقم ٤(أ) (أنظر مثال رقم ١).

من المثال رقم ١ فإن ردود الأفعال للكمرة هي: $R_A = R_B = +5kN$ كما هو مبين في الشكل ٥.



شكل ٥ : كمرة بسيطة محملة بحمل مركز

الخطوة الأولى هي عمل قطاع **a-a** ما بين النقطة **A** و **C** على بعد **x** من الركيزة **A** في الكمرة كما هو مبين في الشكل رقم ٥ ورسم الجسم الحر لهذا القطاع كما هو مبين في الشكل رقم ٦. وإيجاد قيمة قوى القص والعزم في القطاع. باستعمال معادلة الاتزان في الاتجاه العمودي وحساب العزم حول القطاع كالتالي:

$$\sum F_y = 0$$

$$5 - V = 0$$

$$V = 5 \text{ kN}$$

يلاحظ أن قيمة قوة القص هي ثابتة في المجال x من صفر إلى ٥ وتساوي +5kN.

مجموع العزوم حول القطاع **a-a**:

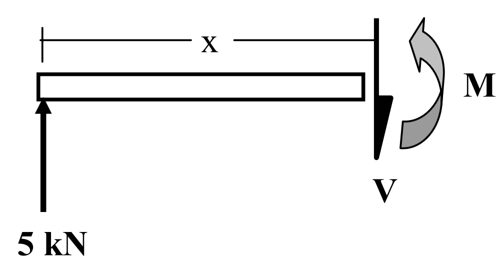
$$\sum M_a = 0$$

$$5.x - M = 0$$

$$M = 5x$$

يلاحظ أن قيمة العزم هي بدلالة المسافة x وهي معادلة خطية. ويبين الجدول التالي قيمة العزم بدلالة قيمة x (قيمة x محصورة بين ٠ و ٥m):

قيمة x (m)	٠	١	٢	٣	٤	٥
قيمة العزم M kN.m	٠	٥	10	15	20	25



شكل ٦ : الجسم الحر للقطاع **a-a**

الخطوة الثانية هي عمل قطاع **b-b** ما بين النقطة **C** و **B** على بعد **x** من الركيزة **A** في الكمرة كما هو مبين في الشكل رقم ٥ ورسم الجسم الحر لهذا القطاع كما هو مبين في الشكل رقم 7. وإيجاد قيمة قوى القص والعزم في القطاع. باستعمال معادلة الاتزان في الاتجاه العمودي وحساب العزم حول القطاع b-bكالتالي: (مع العلم أن قيمة x هي محصورة بين ٥ و ١٠).

$$\sum F_y = 0$$

$$5 - 10 - V = 0$$

$$V = -5 \text{ kN}$$

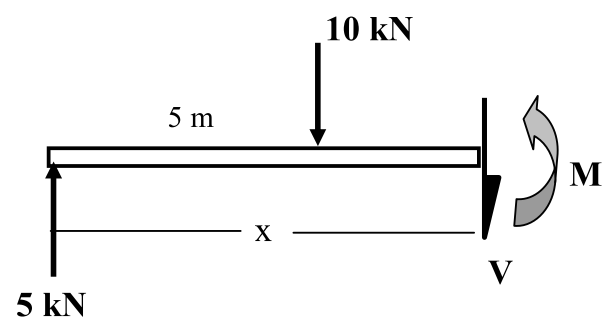
يلاحظ أن قيمة قوة القص هي ثابتة في المجال x من ٥ إلى ١٠ وتساوي 5 kN-.

مجموع العزوم حول القطاع **b-b**:

$$\sum M_b = 0$$

$$5.x - ١٠.(x - 5) - M = 0$$

$$M = 5x - 10.x + 50 = 50 - 5.x = 5(10 - x)$$

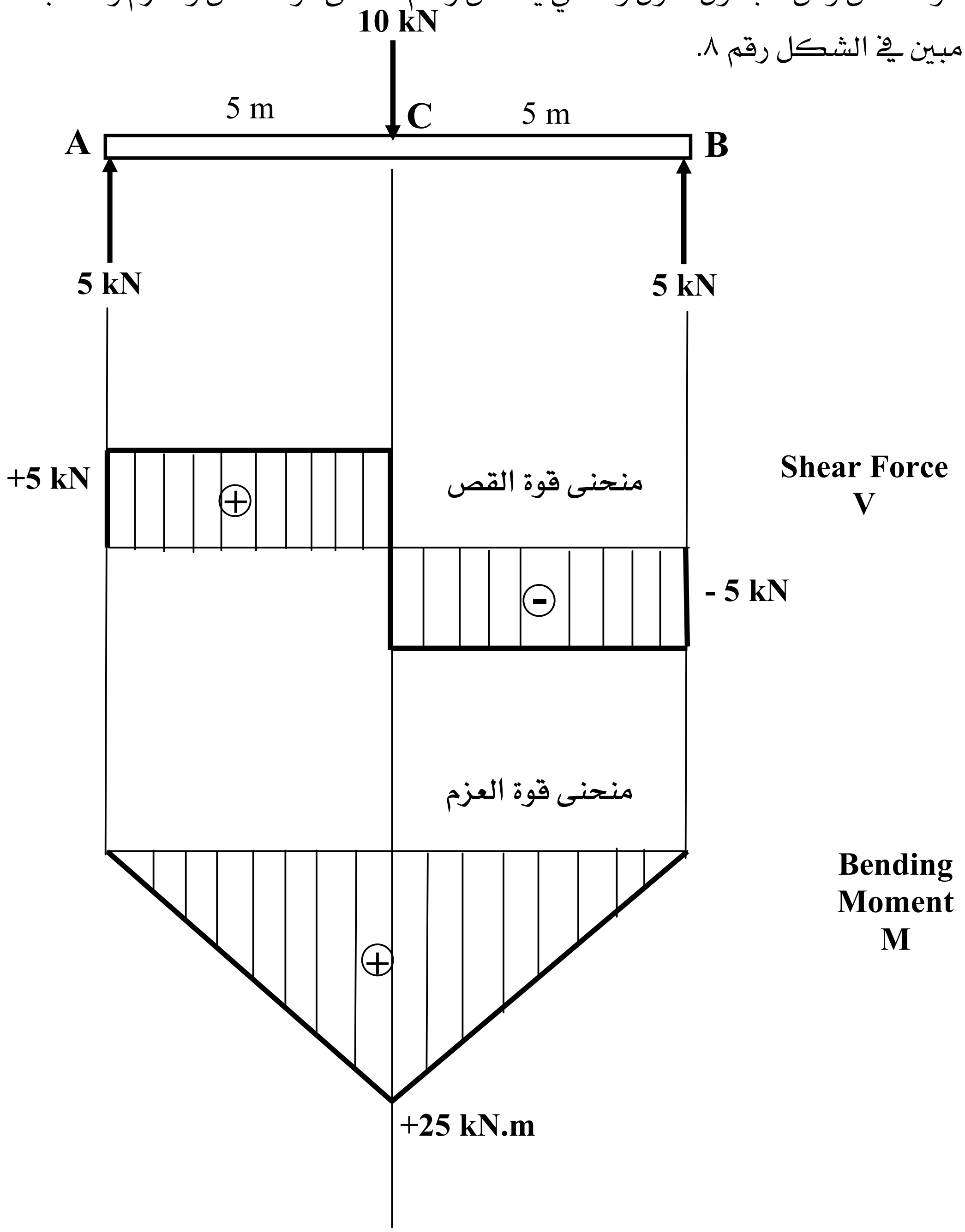


شكل 7 : الجسم الحر للقطاع **b-b**

يلاحظ أن قيمة العزم هي بدلالة المسافة x وهي معادلة خطية. ويبين الجدول التالي قيمة العزم بدلالة قيمة x (قيمة x محصورة بين ٥ و 10 m):

قيمة x (m)	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
قيمة العزم M kN.m	٢٥	٢٠	١٥	١٠	٥	٠

من معادلة قوة القص ومن الجدول الأول والثاني يمكن رسم منحنى قوة القص والعزم وذلك بدلالة قيمة x كما هو مبين في الشكل رقم ٨.



شكل ٨ : منحنى قوى القص والعزم

مثال ٢:

ارسم منحنى قوى القص والعزم في الكمرة تحت تأثير حمل موزع بانتظام المبينة في الشكل رقم ٩.

الحل:

1) **إيجاد ردود الأفعال**

يلاحظ أن محصلة الحمل الموزع تساوي الحمل الموزع ضرب طول الكمرة:

$$P = 5x10 = 50 \text{ kN}$$

محصلة الحمل الموزع تأثر في منتصف طول الكمرة، ويكون ردود أفعال الكمرة متساويتين في المقدار (تطبيق معادلات الاتزان)، أي:

$$R_A = R_B = 50/2 = +25 \text{ kN}$$

2) **إيجاد معادلة قوى القص والعزم في القطاع a-a**

عمل قطاع **a-a** على بعد **x** من الركيزة **A** في الكمرة كما هو مبين في الشكل رقم 9 ورسم الجسم الحر لهذا القطاع كما هو مبين في الشكل رقم 10. إيجاد معادلة وقيمة قوى القص والعزم في القطاع.

باستعمال معادلة الاتزان في الاتجاه العمودي وحساب العزم حول القطاع كالتالي:

مع ملاحظة أن محصلة الحمل الموزع على المسافة x في القطاع a-a تساوي قيمة الحمل ضرب المسافة x (أنظر شكل ١٠):

$$P = 5.x$$

والمحصلة تبعد على مسافة x/2 من الركيزة A.

$$\sum F_y = 0$$

$$25 - 5.x - V = 0$$

$$V = 25 - 5x$$

يلاحظ أن معادلة قوة القص هي معادلة خطية بدلالة المسافة x (حيث أن قيمة x هي محصورة بين ٠ و 10 m).

مجموع العزوم حول القطاع **a-a**:

$$\sum M_a = 0$$

$$25\,.x - 5\,x.\frac{x}{2} - M = 0$$

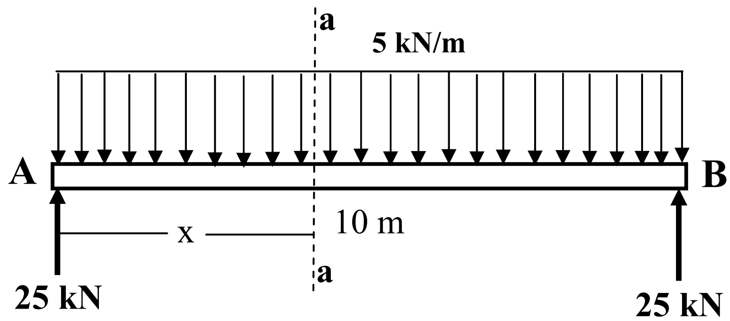
$$25\,x - 5\,\frac{x^2}{2} - M = 0$$

$$M = 25\,x - \frac{5}{2}x^2$$

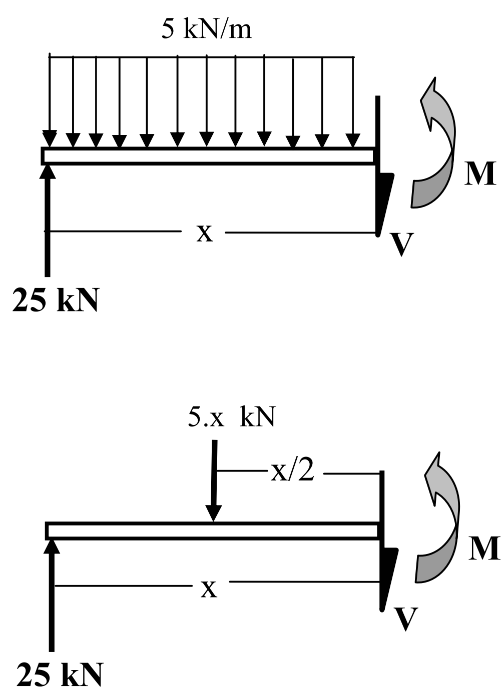
يلاحظ أن معادلة قوة العزم هي معادلة من الدرجة الثانية بالنسبة للمسافة x. ويبين الجدول التالي قيمة كل من قوة القص والعزم بدلالة قيمة المسافة x (قيمة x محصورة بين ٠ و ١٠م) وذلك بالتعويض في كل من معادلة قوة القص والعزم السابقتين:

قيمة x (m)	٠	١	٢	٣	٤	٥	6	7	8	9	10
قيمة قوة القص kN	25	20	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20	-25
قيمة العزم M kN.m	0	22.5	40	52.5	60	62.5	60	52.5	40	22.5	0

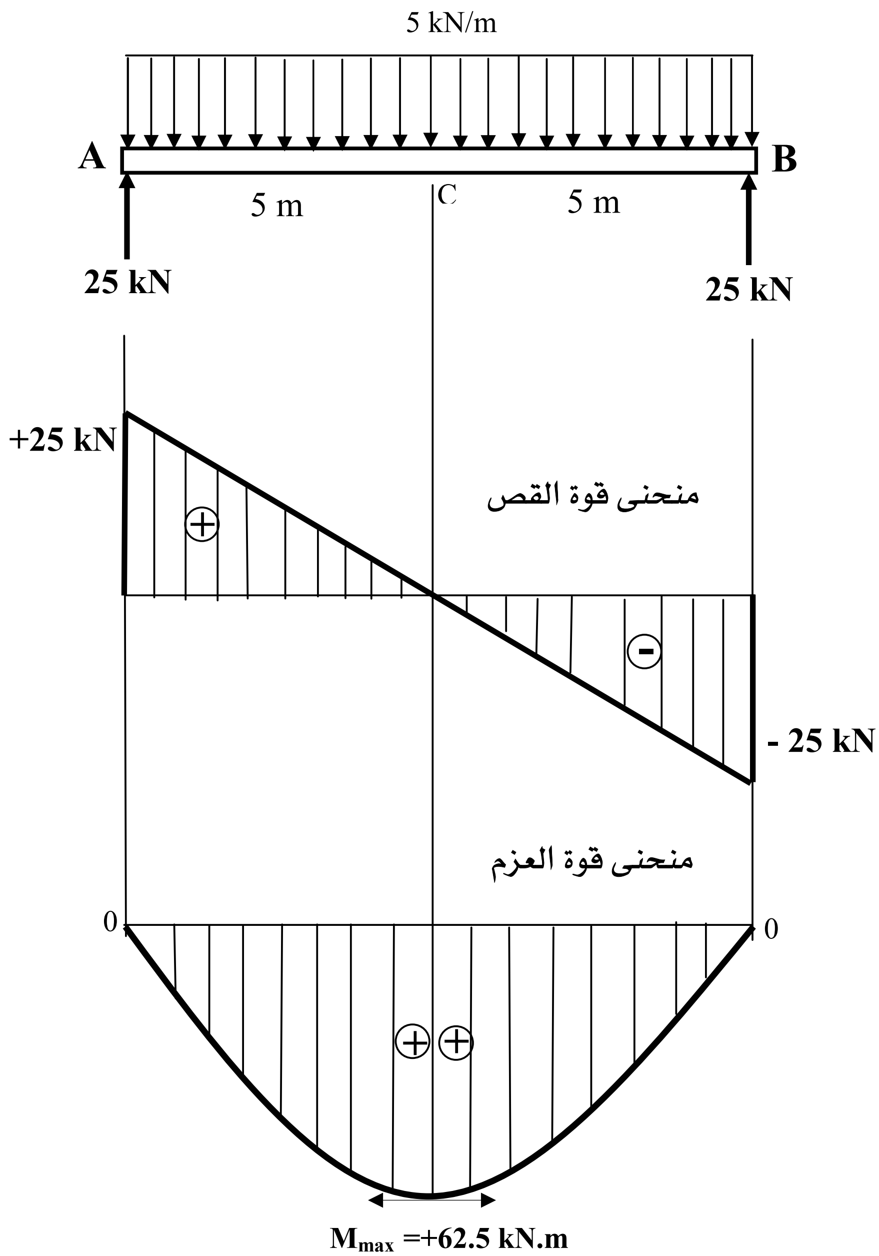
من معادلة قوة القص وقوة العزم ومن الجدول يمكن رسم منحنى قوة القص والعزم وذلك بدلالة قيمة x كما هو مبين في الشكل رقم ١١. كما يلاحظ من الجدول والشكل رقم ١١ أن قيمة العزم القصوى هي في المسافة x=5 m ويقابلها قيمة قوة القص تساوي صفر. وأن شكل منحنى قوة القص هو على شكل خطي وشكل منحنى العزم هو منحنى من الدرجة الثانية. كما يلاحظ أن قيمة قوة القص هي القصوى في الركائز يقابلها قيمة العزم تساوي صفر (حيث أن كما هو معلوم أن قيمة العزم في الركائز المفصلية والمنزلقة في الكمرات البسيطة يساوي صفر).



شكل 9 : كمرة بسيطة تحت حمل موزع بانتظام



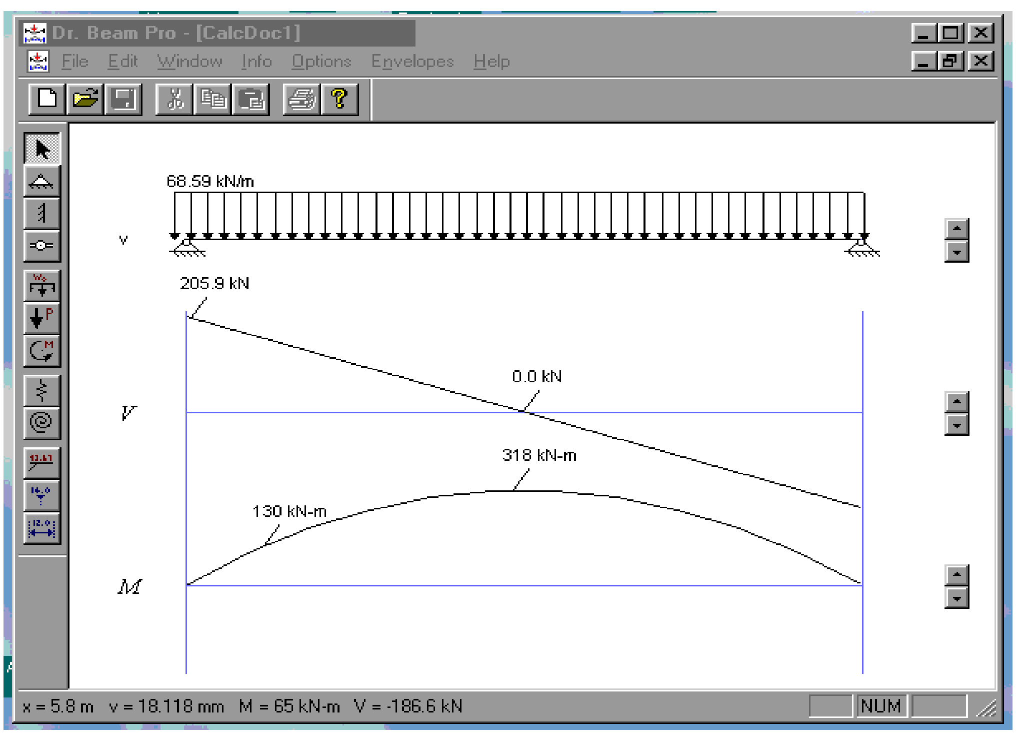
شكل 10 : الجسم الحر للقطاع a-a



شكل ١١ : منحنى قوى القص والعزم

٧,٤ تطبيقات برامج الحاسب في تحليل الكمرات ورسم منحنى قوى القص والعزم

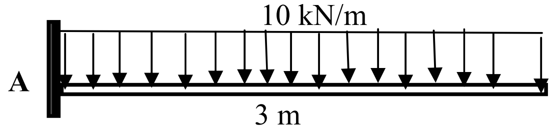
هناك عدة برامج حاسب أكاديمية أو تجارية تقوم بتحليل الكمرات البسيطة والمستمرة وإيجاد ردود الأفعال ورسم منحنى قوى القص والعزم. ويمكن للطالب أن يستعين بهذه البرامج لحل الكمرات ورسم منحنى قوى القص والعزم ومقارنة نتائج البرامج مع الحل التقليدي الذي يقوم به الطالب. مميزات استخدام برامج الحاسب لتحليل الكمرات هو سرعة ودقة تحليل ورسم منحنى قوى القص والعزم خاصة إذا كانت الكمرة غير بسيطة مقارنة مع استخدام الحل اليدوي. ويبقى دائما الطالب أو مستخدم البرنامج مسؤول عن نتائج تحليل البرنامج حيث أنه هو الذي يدخل البيانات الأولية مثل أبعاد الكمرة وقيمة الحمولة ونوع الركائز على البرنامج. ومن أمثلة البرامج البسيطة لتحليل الكمرات البسيطة نذكر برنامج Dr. BeamPro الذي يقوم بتحليل الكمرات البسيطة والمستمرة وإيجاد ورسم قيمة العزم والإجهاد والازاحة على طول الكمرة كما هو مبين في الشكل رقم ١٢.



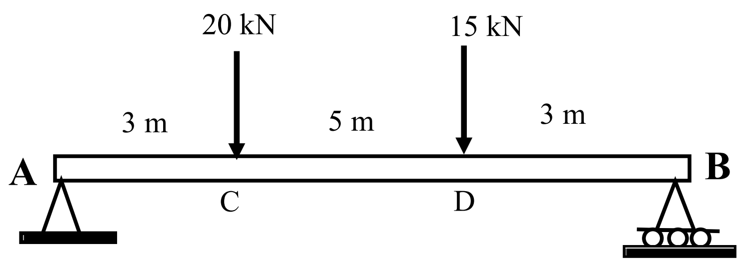
شكل ١٢ : مثال على البرنامج Dr. BeamPro لتحليل الكمرات البسيطة والمستمرة

٨,٤ تمارين:

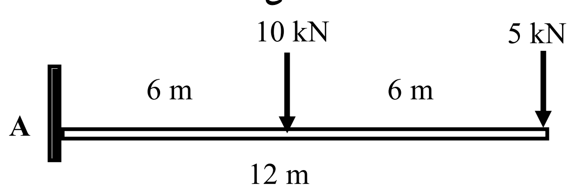
أوجد ردود الأفعال وارسم منحنى قوى القص والعزم للكمرات المبينة في الشكل رقم ١٣ ، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ، ٢٢، ٢٣.



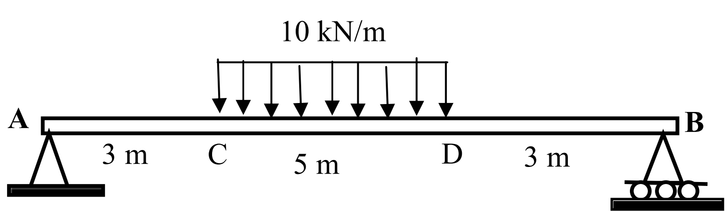
شكل ١٣



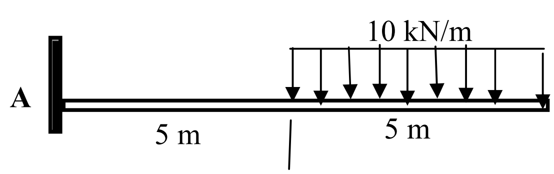
شكل ١٤



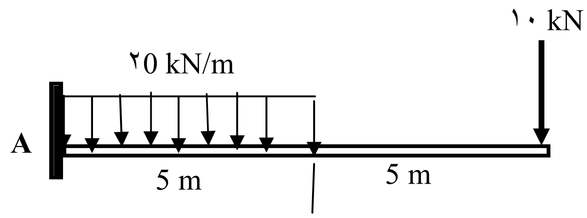
شكل ١٥



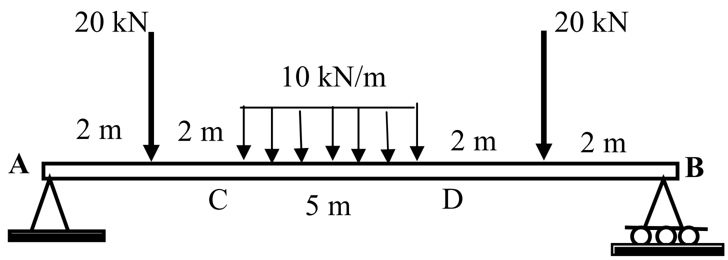
شكل ١٦



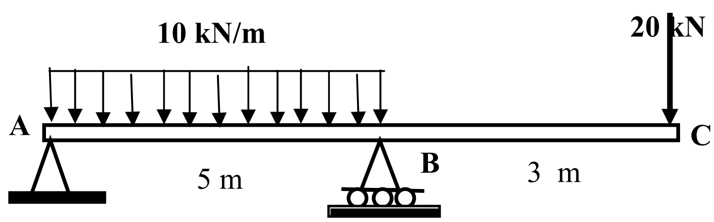
شكل ١٧



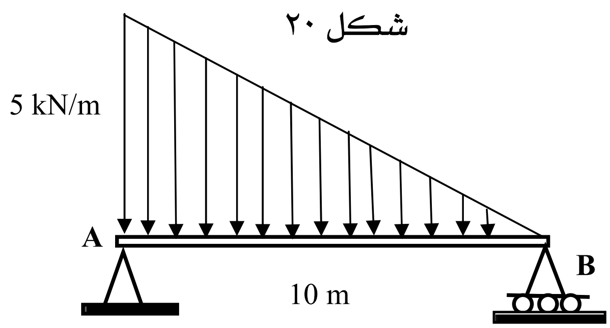
شكل ١٨



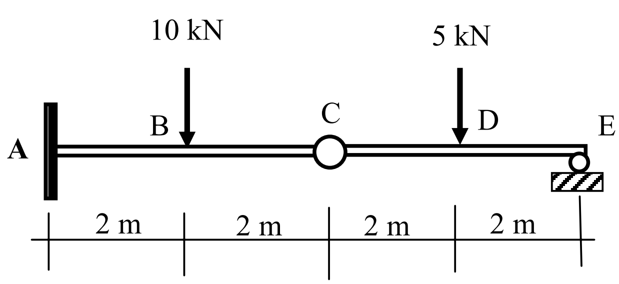
شكل ١٩



شكل ٢٠



شكل٢١



شكل ٢٢

المملكة العربية السعودية
المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

ستاتيكا

تحليل الجملونات

تحليل الجملونات

٥

الجدارة:

معرفة أنواع الجملونات المستعملة في المباني والجسور وأنواع الحمولة المؤثرة عليها، عمل التحليل الانشائي للجملونات البسيطة باستعمال طرق مبسطة وكيفية إيجاد ردود الأفعال والقوى الداخلية المحورية مثل قوة الشد والضغط في عناصر الجملون.

الأهداف:

عندما تكمل هذه الوحدة يكون لديك القدرة على:

- معرفة أنواع الجملونات المستعملة في المباني والجسور
- معرفة أنواع الأحمال المؤثرة على الجملون
- تحديد نوع الجملون من ناحية الاتزان (أوالاستقرار)
- عمل التحليل الانشائي للجملون وإيجاد ردود الأفعال والقوى المحورية الداخلية في عناصر الجملون

مستوى الأداء المطلوب : أن يصل الطالب إلى إتقان هذه الجدارة بنسبة 100٪.

الوقت المتوقع للفصل: ١١ ساعات

الوسائل المساعدة :

- جهاز حاسب آلي
- آلة حاسبة
- مسطرة ومنقلة وفرجار
- ورق ميليمتري

متطلبات الجدارة:

معرفة ما سبق دراسته في مقرر الرياضيات التخصصية ومعرفة بتحليل القوى والعزوم وأنواع الركائز في الفصول السابقة.

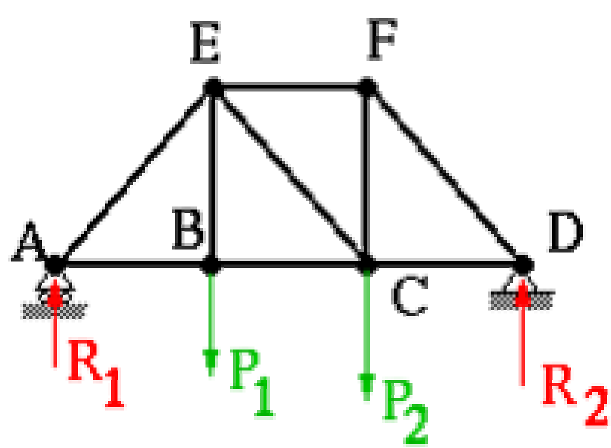
١,٥ تعريف الجملون

الجملون عبارة عن هيكل مكون من مجموعة من العناصر الطولية (قضبان) المتصلة مع بعضها البعض عن طريق التلحيم أو المسامير الملولبة أو التوصيلات المبرشمة بحيث تكون منشأ صلب مثل الجسر والسقف الخ. نقطة التقاء العناصر الطولية تعرف باسم العقدة joint وتكون الحمولة الخارجية المؤثرة على الجملون مركزة في العقد كما هو مبين في الشكل رقم ١.

الجملون الواقع في مستوى يعرف باسم جملون في مستوى. العناصر الطولية المكونة للجملون تقاوم الحمولة عن طريق الضغط أو الشد ولا تقاوم العزم كما هو مبين في الشكل رقم ٢. إذا كانت القوة الداخلية للعنصر موجبة فإن العنصر في حالة شد واذا كانت القوة الداخلية سالبة فإن العنصر في حالة ضغط.

أنواع الجملونات

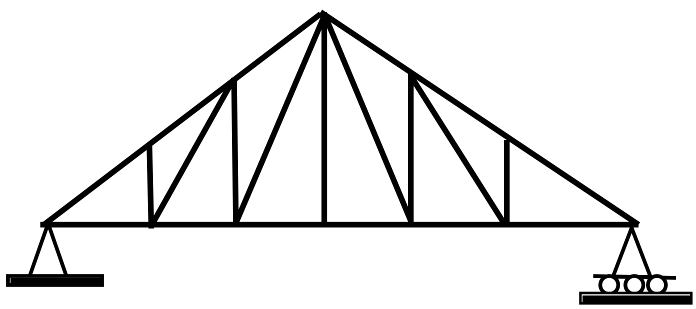
هناك عدة أنواع من الجمونات المستعملة في الأسقف والجسور ومنشآت أخرى ومن أهمها موضح في الشكل رقم ٣ ، ٤، ٥. في هذا الفصل سوف نقوم بدراسة وتحليل الجملونات المحددة سكونيا statically determinate trusses وذلك باستعمال معادلات الاتزان.



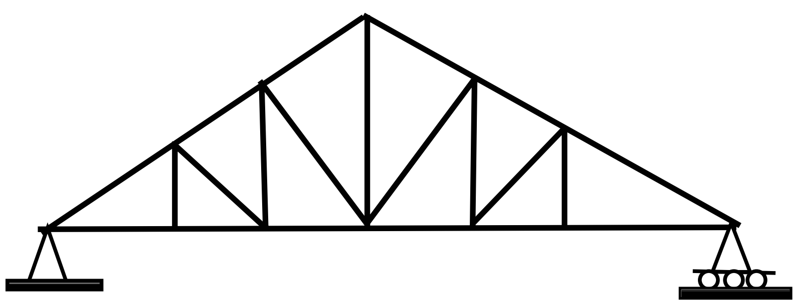
شكل ١ : نموذج لجملون تحت تأثير قوى مركزة في العقد

شكل ٢ قضبان الجملون تحت تأثير قوة الشد أو الضغط

شكل ٣ مثال على جملون مستعمل في جسر

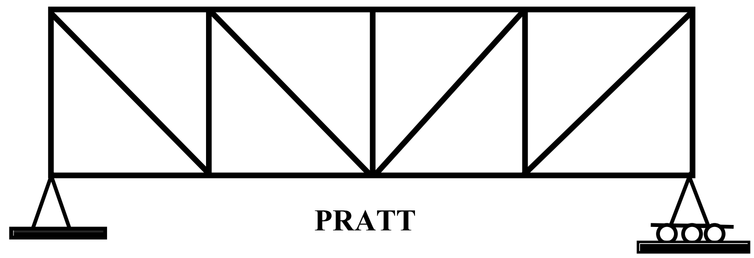


PRATT

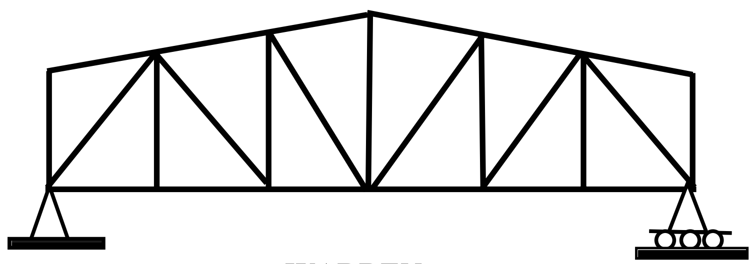


ENGLISH HOWE

شكل ٤ : بعض أنواع الجملونات المستعملة في الأسقف

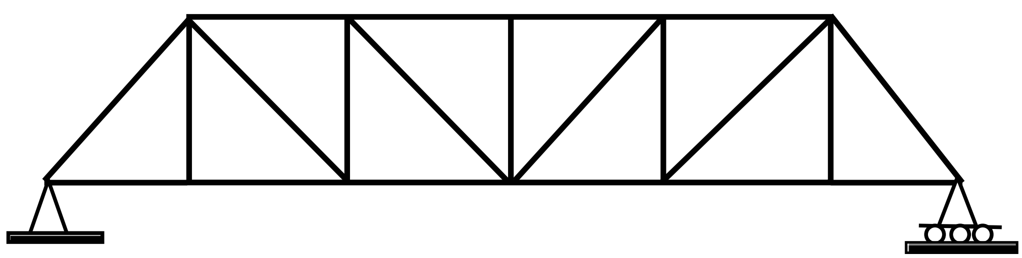


PRATT

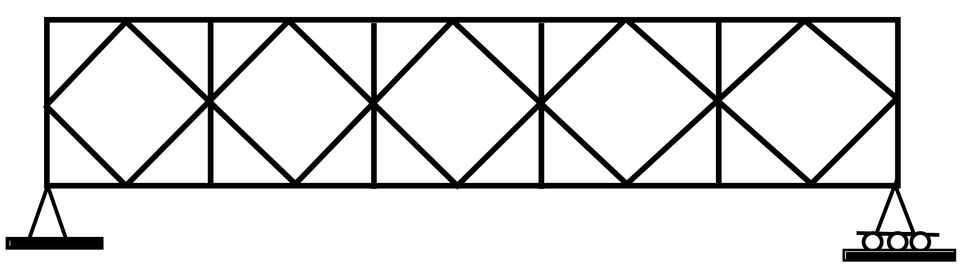


WARREN

شكل ٤ (تابع) : بعض أنواع الجملونات المستعملة في الأسقف

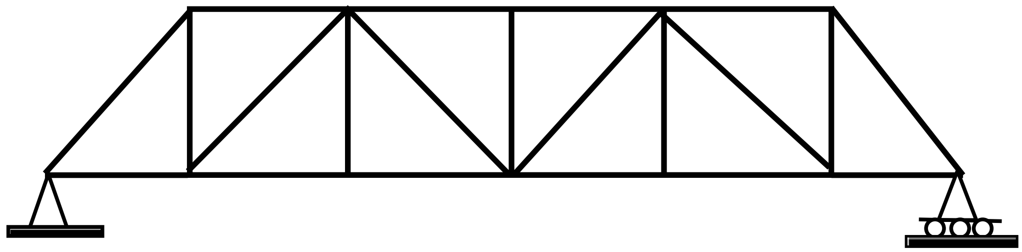


PRATT



BAILEY

شكل ٥ : بعض أنواع الجملونات المستعملة في الجسور



WARREN

شكل ٥ (تابع) : بعض أنواع الجملونات المستعملة في الجسور

٣,٥ التوازن العام للجملون وتحديد نوع الجملون Determinacy

كما ذكرنا سابقا فإن الجملون يتكون من عناصر (أو قضبان) المتصلة مع بعضها البعض عن طريق المفاصل joints لتكون بما يسمى هيكل الذي يرتكز على ركائز كما هو مبين في الشكل رقم ١. وكل عنصر من عناصر الجملون يمثل قوة داخلية محورية مجهولة ، وبالتالي فإن عدد المجاهيل في الجملون تحسب كالتالي:

عدد مجاهيل الجملون = عدد عناصر الجملون (القوى الداخلية) + عدد ردود الأفعال في الركائز

فاذا رمزنا الى: **b** عدد عناصر (قضبان) الجملون

r عدد ردود الأفعال في الركائز

J عدد العقد (أو المفاصل) joints في الجملون

فإن العدد الاجمالي للمجاهيل في الجملون = **b + r**

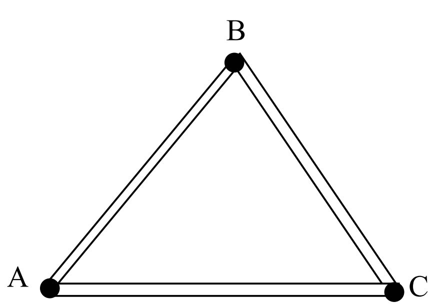
وفي كل عقدة أو مفصل يكون لدينا معادلتين اتزان وهما : $\sum F_x = 0$ و $\sum F_y = 0$

ويصبح عدد معادلات الاتزان الاجمالي للجملون = 2J وعدد المجاهيل = **b + r**.

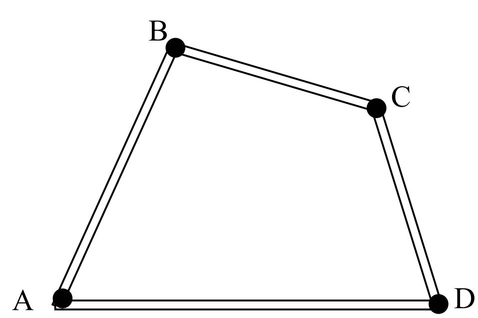
ويبين الجدول التالي القاعدة العامة لمعرفة توازن وحالة الجملون.

القاعدة أو الشرط	حالة الجملون
$b + r \langle 2J$	الجملون غير مستقر (متزن) unstable
$b + r = 2J$	الجملون محدد سكونيا statically determinate مع شرط أن يكون مستقر (متزن)
$b + r \rangle 2J$	الجملون غير محدد سكونيا statically indeterminate (أي عدد المجاهيل أكبر من عدد معادلات الاتزان وبالتالي لا يمكن حل معادلات الاتزان)

مع ملاحظة أن الشرط : $b + r \le 2J$ لايمكن أن يضمن أن الجملون هو في حالة اتزان (أو استقرار). وبصفة عامة فإن ثلاثة قضبان متصلة مع بعضها البعض عن طريق المفاصل أو العقد كما هو مبين في الشكل رقم ٦(أ) يمثل هيكل مستقر وصلب rigid frame. بينما الجملون المبين في الشكل رقم ٦(ب) والمكون من أربعة قضبان (أو عناصر) يعتبر هيكل غير مستقر nonrigid frame وذلك لأنه إذا فرضنا أن قوة تؤثر في العقدة B للجملون في الشكل رقم ٦(ب) سوف يؤدي إلى تشوه شكل الجملون بحيث يصبح غير مستقر، ولجعل هذا الجملون مستقر يمكن إضافة عنصر (أو قضيب) بحيث يوصل العقدة (أو المفصل) A مع العقدة C أو عنصر من العقدة B مع العقدة D.



(أ)

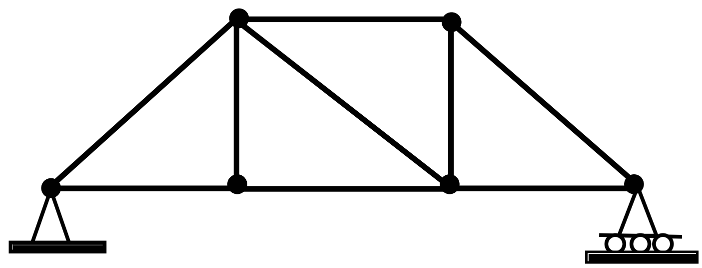


(ب)

شكل ٦ : اتزان جملون

مثال ١:

حدد حالة وتوازن الجملون المبين في الشكل رقم ٧.



شكل ٧

الحل:

كما هو موضح في الشكل رقم ٧ فإن عدد العقد أو المفاصل J يساوي ٦ وعدد عناصر الجملون b يساوي ٩ وعدد ردود الأفعال r يساوي 3 وبالتالي يصبح لدينا:

$$b + r = 9 + 3 = 12$$
$$2J = 2x6 = 12$$

اذا لدينا: $b + r = 2J$

الجملون محدد سكونيا وهو مستقر (أو متزن) stable.

مثال ٢:

حدد حالة وتوازن الجملون المبين في الشكل رقم ٨.

الحل:

عدد العقد (أو المفاصل) $J = 5$

عدد عناصر الجملون $b = 6$

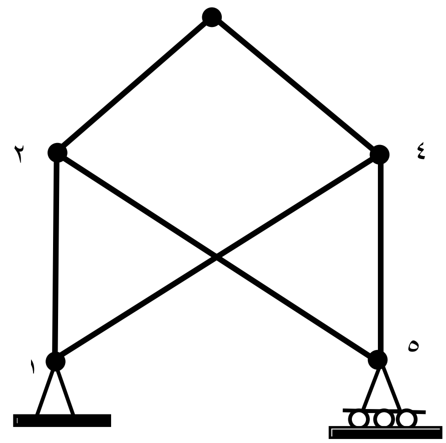
عدد ردود الأفعال $r = 3$

ويكون لدينا: $b + r = 6 + 3 = 9$

$$2J = 2x5 = 10$$

اذا: $b + r \langle 2J$

الجملون غير مستقر (متزن) unstable.



شكل ٨

٤,٥ - تحليل الجملونات البسيطة

هناك طريقتين لتحليل الجملونات البسيطة: طريقة العقد Joints Method و طريقة القطع Section Method وفي كل طريقة يتم تعريف أو تسمية العقد بأحرف كما هو مبين في الشكل رقم ٩ وتحليل الجملون لإيجاد القوى الداخلية في عناصر الجملون (قوة شد أو ضغط) والتي هي ناتجة عن القوى الخارجية المؤثرة في الجملون.

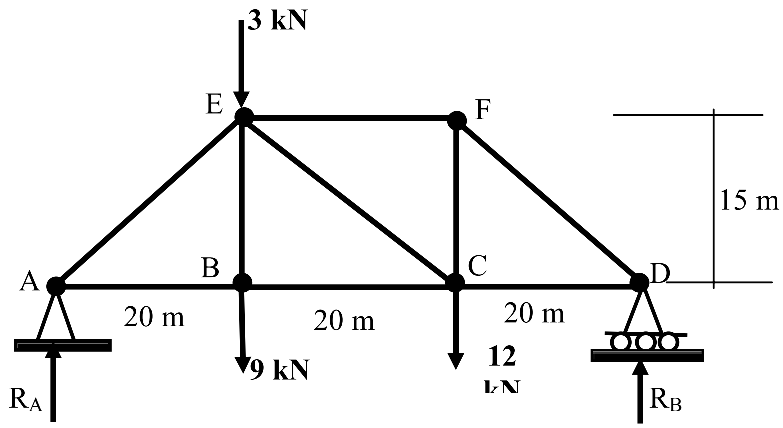
١) تحليل الجملون باستعمال طريقة العقد (أو المفاصل) Joints Method

في طريقة العقد نقوم بعزل العقدة مع توضيح القوى الخارجية والداخلية المؤثرة في العقدة حيث أن عناصر الجملون تكون في حالة شد أو ضغط (قوى داخلية والتي هي على امتداد المحور الطولي للعنصر)، وبما أن الجملون يكون في حالة اتزان فإن كل عقدة في الجملون هي كذلك في حالة اتزان بحيث يمكن تطبيق معادلات الاتزان على العقدة وإيجاد القوى الداخلية في عناصر الجملون المتصلة مع العقدة. في كل عقدة هناك معادلتين اتزان (محصلة القوى الأفقية يساوي صفر ومحصلة القوى العمودية يساوي صفر). وينصح في طريقة العقد بالبدء بالعقدة التي لها عدد من المجاهيل يساوي ٢ أو أقل (أي عدد العناصر يساوي ٢ أو أقل).

المثال التالي يبين كيفية استعمال طريقة العقد لتحليل الجملون:

مثال ١:

أوجد قيمة القوى الداخلية (أوالقوى المحورية) في كل عنصر من عناصر الجملون المبين في الشكل رقم ٩ وذلك باستخدام طريقة العقد joints method.



شكل ٩

الحل:

الخطوة الأولى هي إيجاد ردود الأفعال في ركائز الجملون.

١) حساب محصلة العزم حول النقطة D كالتالي : $\sum M_D = 0$ إشارة الموجب مع عقارب الساعة

$$R_A.60 - 9x40 - 3x40 - 12x20 = 0$$
$$Rax60 = 720$$
$$R_A = 720/60 = 12 \text{ kN}$$

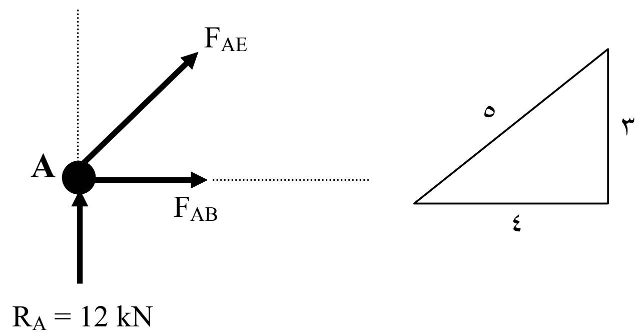
محصلة القوى العودية: $\sum F_y = 0$

$$R_A + R_B - 9 - 3 - 12 = 0$$
$$R_A + R_B = +24$$
$$R_B = 24 - R_A = 24 - 12 = 12 \text{ kN}$$

٢) إيجاد القوى الداخلية في عناصر الجملون:

أ) العقدة **A** (متصل بها عنصرين)

كما هو مبين في الشكل المقابل فإن القوة الداخلية في العنصر **AE** مائلة بزاوية وبالتالي يمكن تحليلها إلى مركبتين.



نقوم بتحليل القوة $\mathbf{F_{AE}}$ إلى مركبتين أفقية $\mathbf{F_{AEx}}$ وعمودية $\mathbf{F_{AEy}}$

$$\mathbf{F_{AEy} = 3/5\ F_{AE}} \qquad \mathbf{4/5\ F_{AE} = F_{AEx}}$$

محصلة القوى العمودية في العقدة **A** يساوي صفر :

$$\sum F_y = 0$$

$$\mathbf{R_A + F_{AEy} = 0}$$
$$\mathbf{12 + (3/5)xF_{AE} = 0}$$
$$\mathbf{F_{AE} = -\ (5/3)x12 = -\ 20\ kN}$$

يلاحظ أن قيمة القوة الداخلية المحورية في العنصر **AE** هي بالسالب مما يعني أن العنصر هو في حالة ضغط.

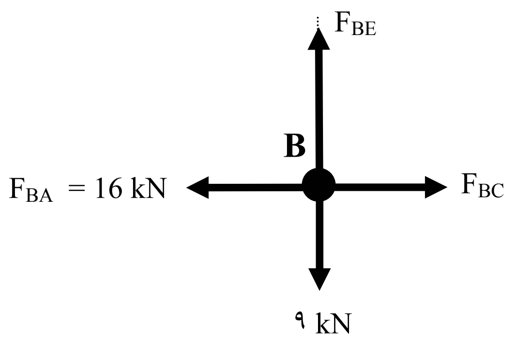
محصلة القوى الأفقية في العقدة **A** يساوي صفر :

$$\sum Fx = 0$$

$$\mathbf{F_{AB} + F_{AEx} = 0}$$
$$\mathbf{F_{AB} + (4/5)xF_{AE} = 0}$$
$$\mathbf{F_{AB} = -\ (4/5)xF_{AE} = -(4/5)x\ (-20) = +16\ kN}$$

يلاحظ أن قيمة القوة الداخلية المحورية في العنصر **AB** هي بالموجب مما يعني أن العنصر هو في حالة شد.

ب) تحليل العقدة **B**



$$\sum Fx = 0$$

$$\mathbf{F_{BC} - 16 = 0}$$

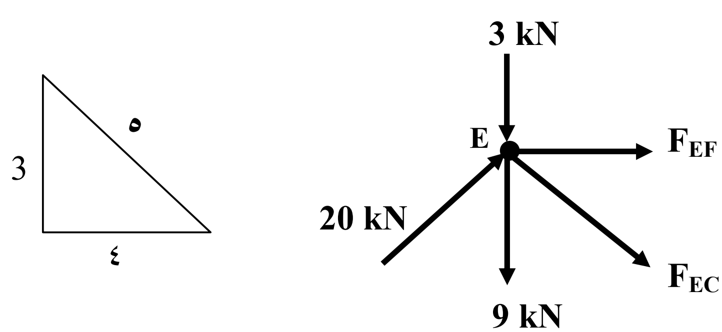
$$\mathbf{F_{BC} = +\,16\ kN}\ \text{Tension}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\mathbf{F_{BE} - 9 = 0}$$

$$\mathbf{F_{BE} = +\,9\ kN}\ \text{Tension}$$

ت) تحليل العقدة **E**



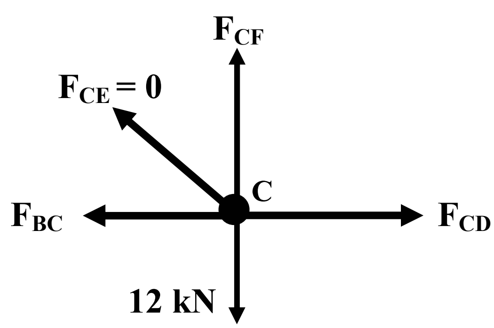
$$\sum F_y = 0$$

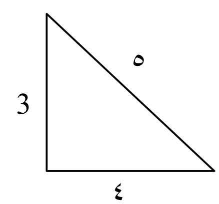
$$-9 - 3 - (3/5)xF_{EC} + (3/5)x20 = 0$$
$$(3/5)xF_{EC} = 12 - 12 = 0 \text{ kN}$$
$$F_{EC} = 0$$

$$\sum Fx = 0$$

$$F_{EF} + (4/5)\,F_{EC} + (4/5)x20 = 0$$
$$F_{EF} = -(4/5)x20 - (4/5)xF_{EC} = -16 \text{ kN} \quad \text{Compression}$$

ث) تحليل العقدة C





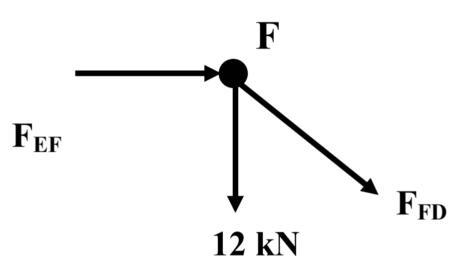
$$\sum Fx = 0$$

$$F_{CD} - F_{BC} = 0$$
$$F_{CD} = F_{BC} = +16 \text{ kN} \quad \text{Tension}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{CF} - 12 = 0$$
$$F_{CF} = +12 \quad \text{Tension}$$

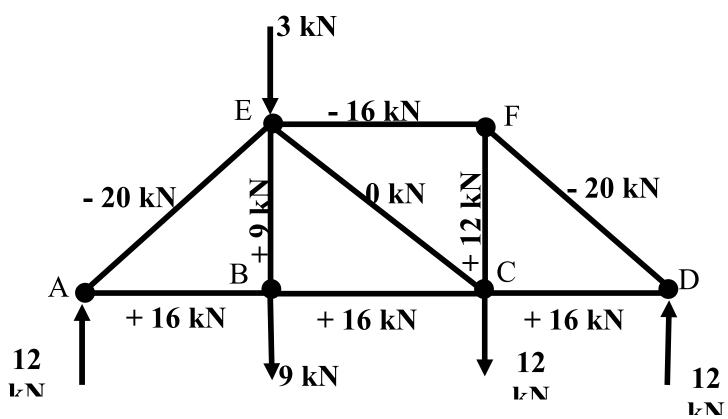
ت) تحليل العقدة F



$$\sum Fx = 0$$

$$(4/5)\, xF_{FD} + F_{EF} = 0$$
$$(4/5)xF_{FD} = -F_{EF} = -16\ \text{kN}$$
$$F_{FD} = -(5/4)x16 = -20\ \text{kN} \quad \text{Compression}$$

ويبين الشكل رقم ١٠ قيمة القوى الداخلية في كل عنصر من عناصر الجملون مع ملاحظة أن الإشارة + تعني قوة شد والإشارة – تعني قوة ضغط.



<u>الإشارة:</u>

+ قوة شد

– قوة ضغط

شكل ١٠

٢) تحليل الجملون باستعمال طريقة القطع Section Method

يتم استعمال طريقة القطع لتحليل الجملون عندما نريد إيجاد القوى الداخلية لعدد معين من عناصر الجملون. ويمكن كذلك استعمال طريقة القطع لمراجعة أو تدقيق حل طريقة العقد لعناصر محددة. وتعتبر طريقة القطع أسرع وأقصر مقارنة مع طريقة العقد خاصة إذا كان عدد عناصر الجملون كبير.

و يتم في طريقة القطع عمل قطاع يمر على عدد محدد من عناصر الجملون ورسم الجسم الحر للقطاع وإيجاد القوى الداخلية في عناصر الجملون وذلك باستعمال معادلات الاتزان مع شرط أن لا يتعدى عدد المجاهيل في الجسم الحر على ٣ مجاهيل.

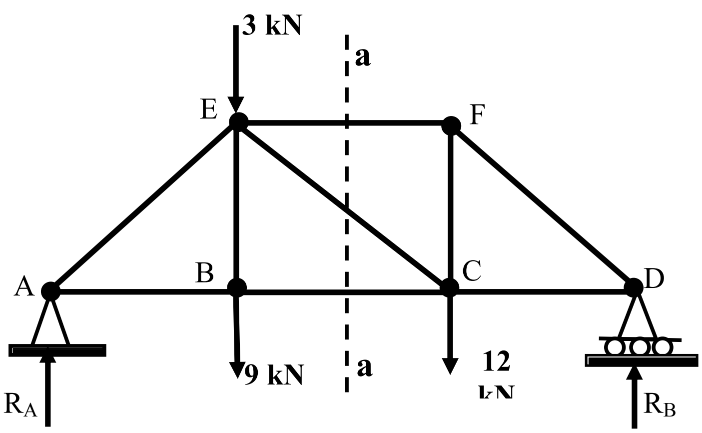
المثال التالي يبين كيفية استعمال طريقة القطع لتحليل الجملون:

مثال ٢:

أوجد قيمة القوى الداخلية (أوالقوى المحورية) في العناصر BC وEF و CE في الجملون المبين في الشكل رقم ٩ وذلك باستخدام طريقة القطع section method.

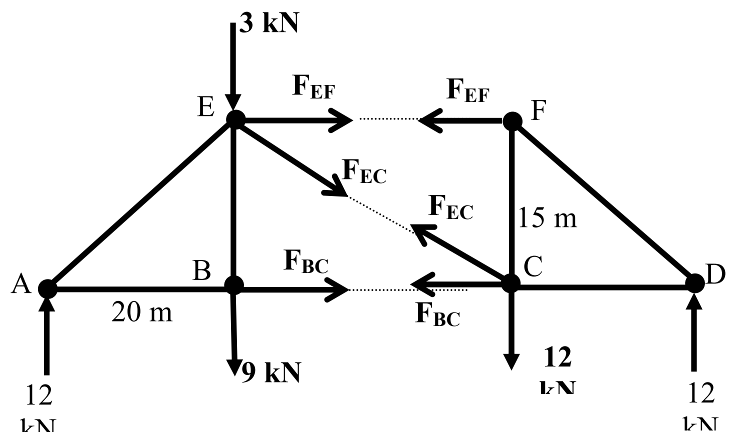
الحل:

في طريقة القطع نقوم بعمل قطاع يمر قدر الامكان على العناصر المراد إيجاد القوى الداخلية فيها. في الشكل رقم ١١ يمكن عمل قطاع a-a يمر على العناصر BC وEF و CE كما هو مبين في الشكل رقم ١١.



شكل ١١

وينتج عن القطاع a-a جسم حر على يمين القطاع وجسم حر ثاني على يسار القطاع كما هو مبين في الشكل رقم ١٢، ويبين الجسم الحر القوى الداخلية في العناصر BC وEF و CE. ويمكن اختيار الجسم الحر على يمين أو يسار القطاع لتطبيق معادلات الاتزان وإيجاد قيمة المجاهيل (القوى الداخلية).



شكل 12

يمكن اختيار الجسم الحر على يمين القطاع a-a وتطبيق معادلة محصلة العزم حول العقدة C وذلك لإيجاد قيمة القوة الداخلية F_{EF} كالتالي:

١) محصلة العزوم حول العقدة C يساوي صفر:

$$\sum M_C = 0$$
$$-F_{EF} \times 15 - 12 \times 20 = 0$$
$$F_{EF} = -240/15 = -16 \text{ kN} \quad \text{Compression}$$

٢) اختيار الجسم الحر على يسار القطاع a-a وتطبيق معادلة محصلة العزم حول العقدة **E لإيجاد قيمة القوة F_{BC}** كالتالي :

$$\sum M_E = 0$$
$$+12 \times 20 - F_{BC} \times 15 = 0$$
$$F_{BC} = +240/15 = +16 \text{ kN} \quad \text{Tension}$$

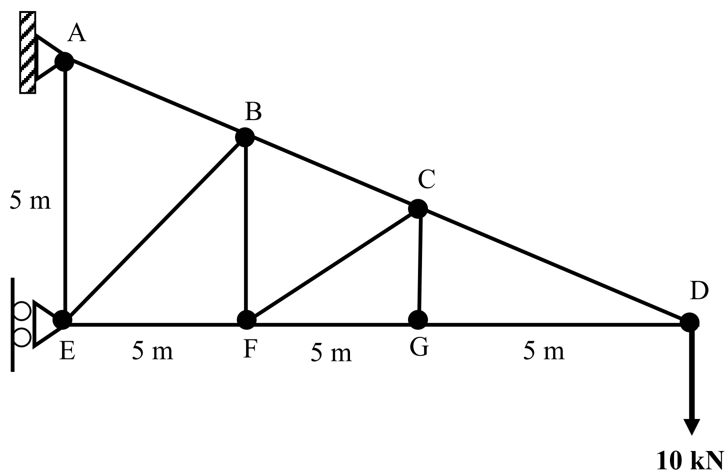
٣) اختيار الجسم الحر على يسار القطاع a-a وتطبيق معادلة محصلة القوى العمودية لإيجادقيمة **القوة F_{EC}** كالتالي :

$$\sum Fy = 0$$
$$12 - 9 - 3 - (3/5)\, F_{EC} = 0$$
$$12 - 12 - (3/5)\, F_{EC} = 0$$
$$F_{EC} = 0$$

يلاحظ أن قيمة القوة في العنصر EC تساوي صفر مما يعني أن العنصر لا يتحمل أي قوة وهو ليس في حالة شد ولا ضغط.

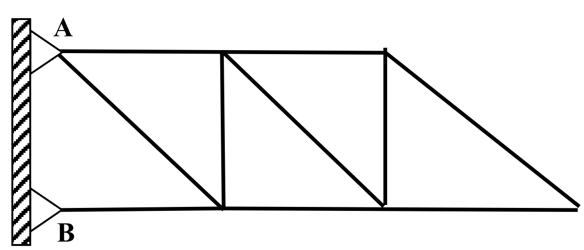
٥,٥ تمارين

١) حدد نوع وحالة الجملون المبين في الشكل رقم ١٣ ، أوجد قيمة القوى في عناصر الجملون باستخدام طريقة العقد joints.



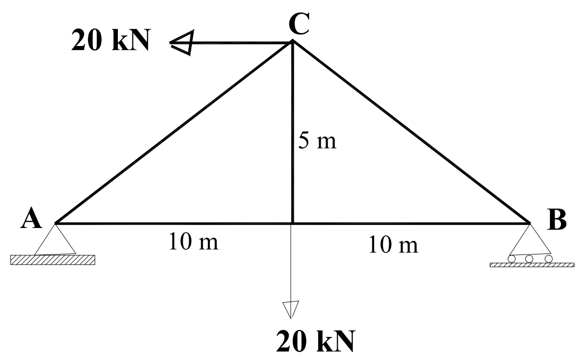
شكل 13

٢) حدد حالة وتوازن الجملون المبين في الشكل رقم ١٤.



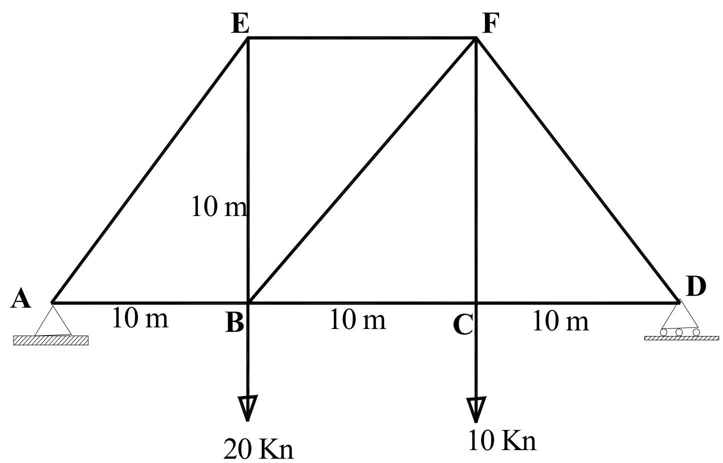
شكل 14

٣) حدد نوع وحالة الجملون المبين في الشكل رقم ١٥ ، أوجد قيمة القوى في عناصر الجملون باستخدام طريقة العقد joints وحدد إذا كان العنصر في حالة شد أو ضغط.



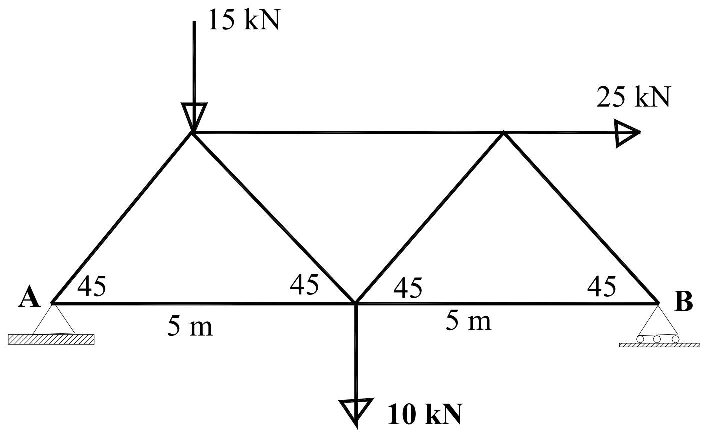
شكل ١٥

٤) حدد نوع وحالة الجملون المبين في الشكل رقم ١٦ ، أوجد قيمة القوى في عناصر الجملون باستخدام طريقة العقد joints وحدد إذا كان العنصر في حالة شد أو ضغط.



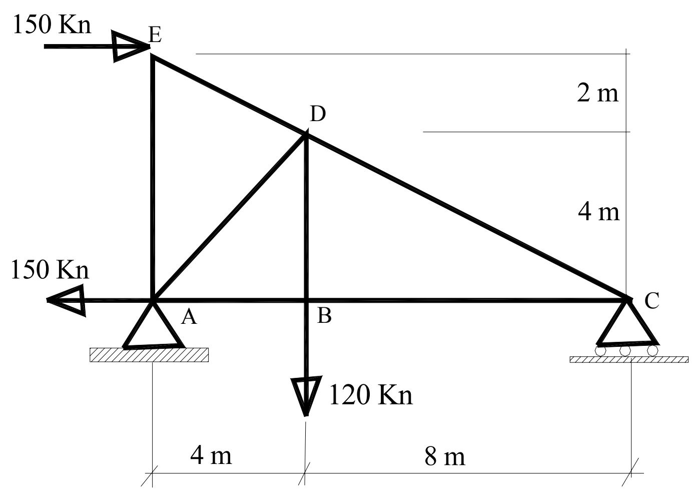
شكل ١٦

٥) حدد نوع وحالة الجملون المبين في الشكل رقم ١٧ ، أوجد قيمة القوى في عناصر الجملون باستخدام طريقة العقد jointsوحدد إذا كان العنصر في حالة شد أو ضغط.



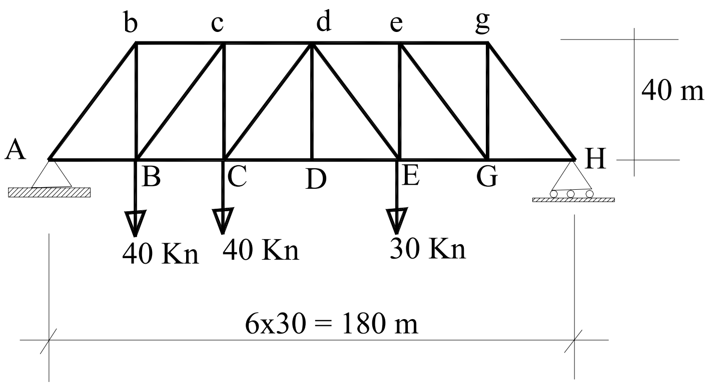
شكل ١٧

٦) أوجد قيمة القوى في عناصر الجملون المبين في الشكل رقم ١٨ باستخدام طريقة العقد joints.



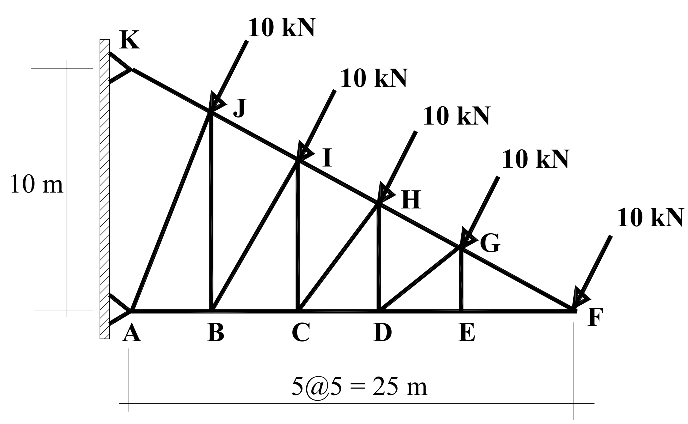
شكل ١٨

٧) أوجد قيمة القوى في العناصر cd, Cd, CD, BC, cC في الجملون المبين في الشكل رقم ١٩ باستخدام طريقة القطع section method وحدد إذا كان العنصر في حالة شد أو ضغط.



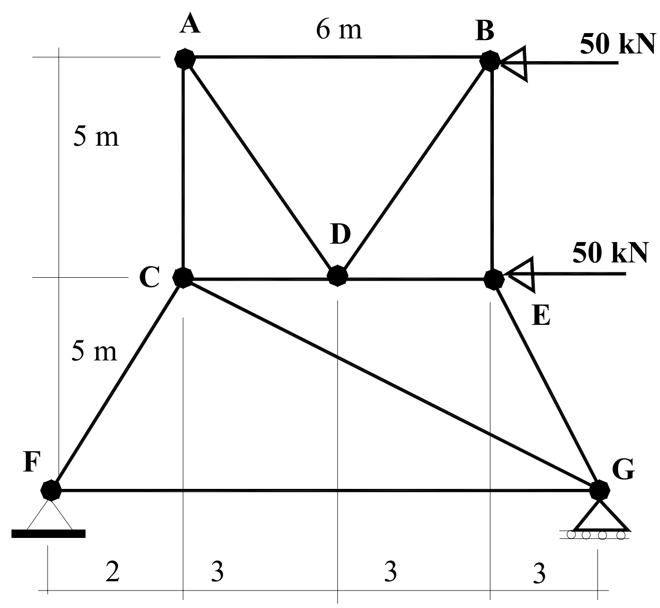
شكل١٩

٨) أوجد قيمة القوى في العناصر CH, CI, BJ في الجملون المبين في الشكل رقم ٢٠ باستخدام طريقة القطع section method وحدد إذا كان العنصر في حالة شد أو ضغط.



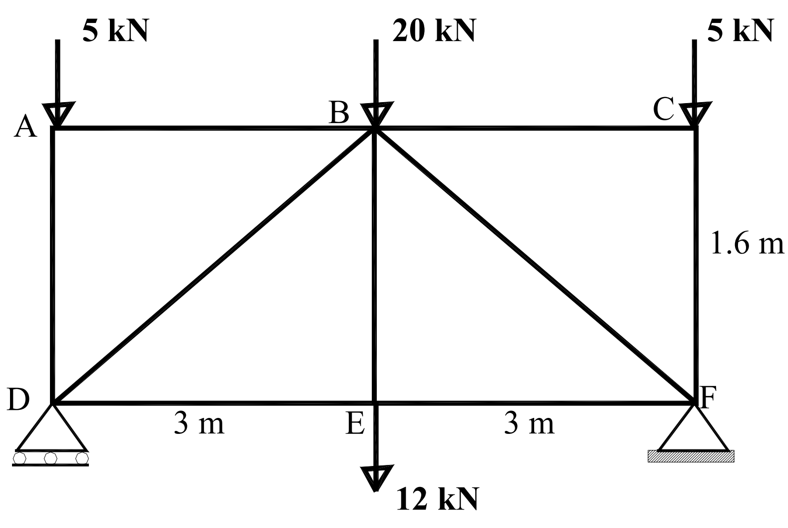
شكل20

٩) أوجد قيمة القوى في العناصر DB و AD في الجملون المبين في الشكل رقم ٢١.



شكل ٢١

١٠) أوجد قيمة القوى في عناصر الجملون المبين في الشكل رقم ٢٢ وحدد العناصر التي لها قوى داخلية تساوي صفر.



شكل ٢٢

ستاتيكا

الانفعال والإجهاد

الجدارة:

معرفة أنواع الانفعال والإجهاد الناتجة عن القوى المحورية والقص والعزم في الكمرات والأعمدة وعناصر الجملون. معرفة العلاقة الرياضية بين الإجهاد والانفعال في الحالة المرنة وكيفية حساب قيمة الانفعال والإجهاد في مقطع كمرة أو عناصر الجملون تحت تأثير القوى الخارجية.

الأهداف:

عندما تكمل هذه الوحدة يكون لديك القدرة على:

- معرفة أنواع الانفعال والإجهاد في الكمرات والأعمدة وعناصر الجملون
- حساب الانفعال والإجهاد الناتج عن القوة المحورية
- حساب الانفعال والإجهاد الناتج عن قوى القص
- رسم منحنى الانفعال والإجهاد

مستوى الأداء المطلوب : أن يصل الطالب إلى إتقان هذه الجدارة بنسبة **100**٪.

الوقت المتوقع للفصل: ٨ ساعات

الوسائل المساعدة :

- جهاز حاسب آلي
- آلة حاسبة
- تجربة الشد والضغط لبعض مواد البناء

متطلبات الجدارة:

معرفة ما سبق دراسته في مقرر الرياضيات التخصصية وما سبق دراسته في الفصل الثالث والرابع والخامس من هذا المقرر.

١,٦ الإجهاد المحوري الناتج عن قوة الشد والضغط

ان تصميم أي عنصر من أي منشأ يحتاج إلى معرفة الإجهاد الداخلي في العنصر الناتج عن القوى الخارجية. في هذا الفصل سوف نركز فقط على الإجهاد البسيط الناتج عن قوة الشد والضغط وقوة القص والانحناء. لنفترض أن لدينا قضيب من الحديد مقطعه دائري الشكل معرض لقوة شد F محورية كما هو مبين في الشكل رقم ١. تحت تأثير قوة الشد F فإن القضيب سوف يقاوم بقوة داخلية قيمتها نفس قيمة القوة الخارجية F ويكون قيمة الإجهاد في القضيب في أي مقطع يساوي القوة المؤثرة F تقسيم مساحة مقطع القضيب ويرمز للإجهاد المحوري بالرمز σ وهي تقاس بـ N/m2 أو N/mm2 ويحسب بالعلاقة التالية:

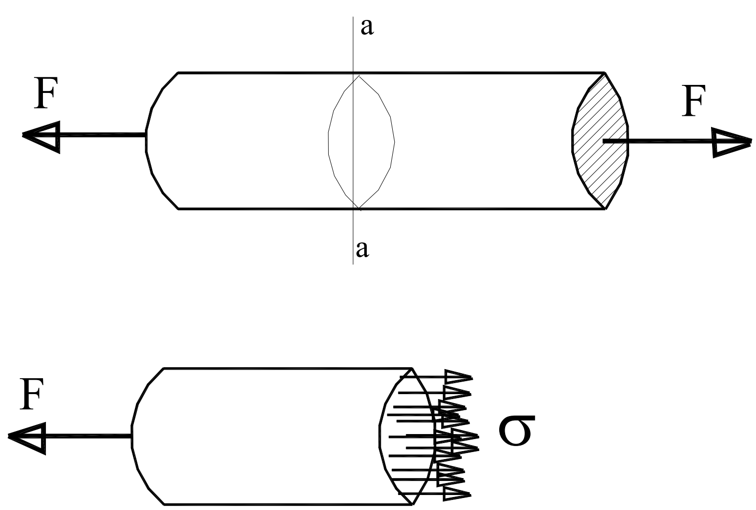
$$\boxed{\sigma = \frac{F}{A}}$$

حيث أن:

σ : الإجهاد المحوري في القضيب ويقاس بـ kN/mm2, N/m2, N/mm2

F : القوة المحورية المؤثرة على القضيب (قوة الشد أو ضغط) وتقاس بـ kg, kN , N

A: مساحة مقطع القضيب وتقاس بـ m2 , cm2, mm2

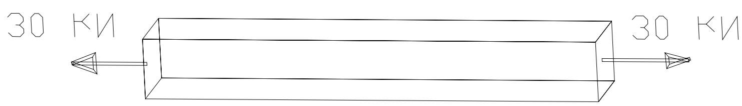


Section a-a-

شكل ١ : قضيب تحت تأثير قوة شد محورية

مثال ١:

لدينا قضيب من المعدن تحت تأثير حمل شد محوري يساوي $P = 30\ kN$، احسب قيمة الإجهاد في القضيب مع العلم أن مقطع القضيب هو على شكل مستطيل أبعاده 3cmx2cm.



الحل:

مساحة مقطع القضيب A تساوي :

$$A = 3x\ 2 = 6\ cm2 = 6x10^{-4}\ \ m2$$

الإجهاد في القضيب الناتج عن قوة الشد 30 kN يساوي :

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{30x10^3}{6x10^{-4}} = 5x10^7\ {}^{N}\!/_{m2} = 50\,{}^{N}\!/_{mm2}$$

٢,٦ الانفعال المحوري الناتج عن قوة الشد أو قوة الضغط

عندما يكون أي قضيب طوله الأصلي L_0 تحت تأثير قوة شد أو ضغط F فإن القضيب يحدث له استطالة (أو انكماش) يرمز لها بـ ΔL كما هو مبين في الشكل رقم ٢، فإن نسبة الاستطالة (أو الانكماش) على الطول الأصلي للقضيب تعرف باسم الانفعال ويرمز لها بـ ε وتحسب بالعلاقة التالية:

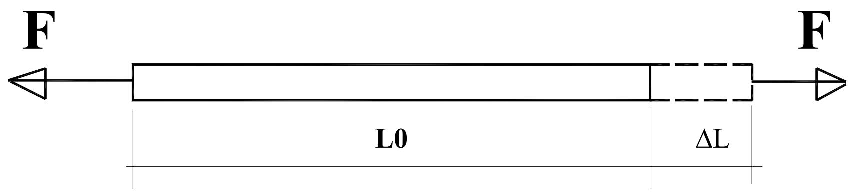
$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}}$$

حيث أن:

ΔL استطالة القضيب وتقاس بـ m , cm, mm

L_0 الطول الأصلي للقضيب ويقاس بـ mm, cm, m

ε هو الانفعال وليس له وحدة (حيث أنه عبارة عن طول تقسيم طول).

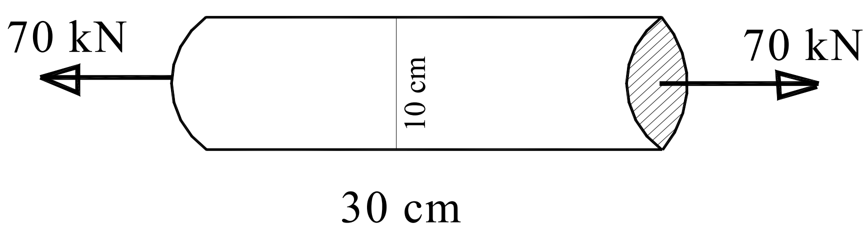


شكل ٢ : الاستطالة تحت تأثير قوة شد

مثال ٢:

قضيب على شكل اسطوانة كما هو مبين في الشكل رقم ٣.، الطول الأصلي للقضيب L_0 يساوي 30 cm وقطره يساوي 10 cm ويتحمل قوة ضغط F مقدارها 70 kN أدت إلى حدوث انكماش مقداره 0.02 cm. المطلوب حساب قيمة الإجهاد والانفعال في القضيب.

الحل:



شكل ٣

أ) حساب مساحة مقطع القضيب A

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{\pi}{4}(0.1)^2 = 7.85x10^{-3}\, m^2$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{70x10^3}{7.85x10^{-3}} = 8.92x10^6\, N/m^2 = 8.92\, MN/m^2$$

ب) حساب قيمة الإجهاد المحوري $\boldsymbol{\sigma}$ في القضيب

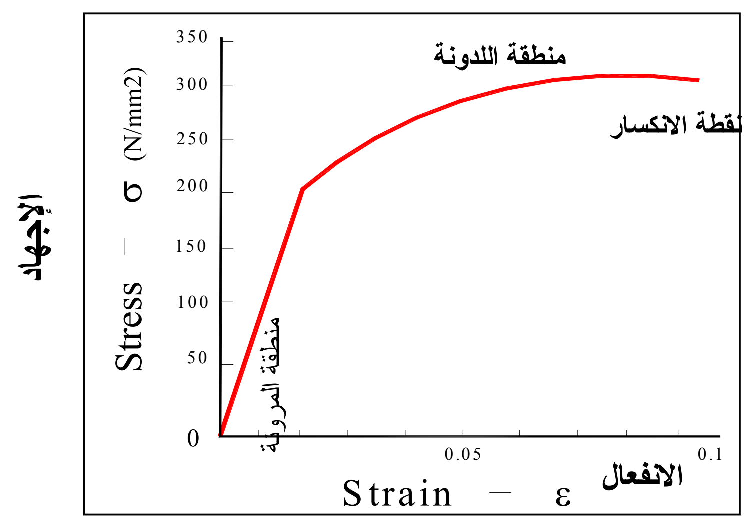
$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{70x10^3}{7.85x10^{-3}} = 8.92x10^6 \, N/m^2 = 8.92 \, MN/m^2$$

ج) حساب قيمة الانفعال **ε** في القضيب

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{0.02 \ x10^{-2}}{30 \ x10^{-2}} = 0.67 \ x10^{-3}$$

٣,٦ العلاقة بين الانفعال والإجهاد

يمكن إيجاد العلاقة بين القوة والاستطالة أوالانفعال والإجهاد لمادة ما عن طريق تجربة الشد للمواد. ويبين الشكل رقم ٤ مثال لمنحى الإجهاد والانفعال في حالة الشد لمعدن الحديد عالي المقاومة high-strength steel. وكما يظهر في المنحنى فإن العلاقة بين الإجهاد والانفعال هي علاقة خطية في منطقة المرونة المحصورة بين الإجهاد يساوي ٠ والإجهاد 200 N/mm2 أي أن العلاقة بين الإجهاد والانفعال تخضع لقانون Hooke أي أن نسبة الإجهاد على الانفعال في المنطقة المرنة هى قيمة ثابتة وتعرف باسم معامل المرونة (Young's modulus) Elastic modulus ويرمز له بـ **E** وهو يعتمد على نوع المادة المكونة لجسم القضيب ويبين الجدول رقم ١ بعض قيم معامل المرونة E لبعض أنواع المواد.



شكل 4 : منحنى الإجهاد والانفعال للحديد عالي المقاومة تحت تأثير قوة الشد

معامل المرونة E ويحسب كالتالي:

$$\boxed{\begin{aligned} E &= \frac{\sigma}{\varepsilon} \\ \sigma &= E.\varepsilon \end{aligned}}$$

وحدة معامل المرونة هي نفس وحدة الإجهاد أي: kN/m2 , N/mm2

هذه العلاقة صالحة فقط عندما تكون العلاقة بين الإجهاد والانفعال علاقة مرنة (علاقة خطية) أي أن إذا حذفنا القوة عن القضيب فإن القضيب يعود إلى طوله الأصلي. يلاحظ من الشكل رقم ٤ أن معامل المرونة E يمثل زاوية الميلان للجزء الخطي من منحنى الإجهاد والانفعال.

فاذا كان لدينا :

F : قوة الشد أو الضغط المؤثرة على القضيب

A : مساحة مقطع القضيب

L_0 : الطول الأصلي للقضيب

ΔL : الاستطالة الناتجة في القضيب تحت تأثير قوة الشد F فيصبح لدينا:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon}}$$

وبالتعويض بقيمة σ وقيمة ε نحصل على :

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{F.L_0}{\Delta L.A}}$$

وتصبح معادلة الاستطالة بدلالة القوة F ومعامل المرونة E ومساحة مقطع القضيب A والطول الأصلي L_0 كالتالي:

$$\Delta L = \frac{F.L_0}{E.A}$$

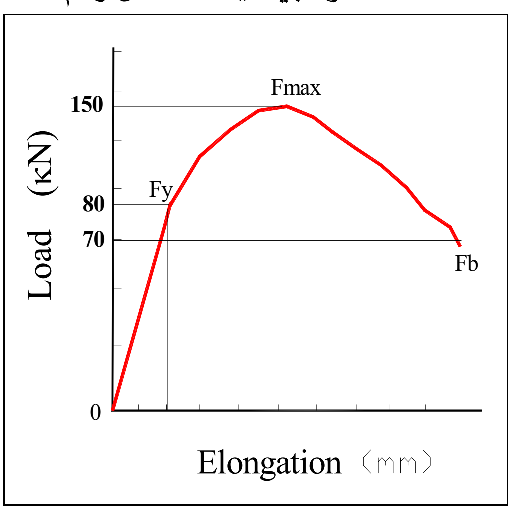
ويلاحظ من المنحى في الشكل رقم ٤ أن القضيب يصبح في الحالة غير المرنة عندما تزداد قيمة القوة وتصبح أكبر من حد المرونة مما يؤدي إلى تشوه القضيب وتصبح له استطالة دائمة إلى أن يحدث الانكسار كما هو مبين في الشكل رقم ٤.

جدول ١ : معامل المرونة لبعض أنواع المواد

نوع المادة	قيمة معامل المرونة E (Gpa)
الحديد	١٩٠ — ٢١٠
الألمنيوم	٧٠ - ٧٩
النحاس	٩٦ - ١١٠
البلاستيك	٠,٧ — ١٤
الخرسانة (في الضغط)	١٧ — ٣١
الخشب	١١ - ١٣

مثال ٣:

في تجربة الشد لقضيب من الحديد قطره 2 cm كانت قيمة القوة عند الخضوع yield load تساوي Fy = 80 kN وأقصى قوة تحملها القضيب كانت تساوي Fmax = 150 kN ونقطة الانكسار في القضيب كانت عند Fb = 70 kN كما هو مبين في الشكل رقم ٥.



شكل ٥ : منحنى قوة الشد والاستطالة

المطلوب حساب التالي:

١) قيمة الإجهاد عند نقطة الخضوع
٢) القيمة القصوى للإجهاد المحوري
٣) قيمة الإجهاد عند نقطة الانكسار مع العلم أن قطر القضيب عند نقطة الانكسار أصبح يساوي 1 cm.

الحل:

١) قيمة الإجهاد عند نقطة الخضوع

حساب قيمة مساحة مقطع القضيب قبل الانكسار A_0

$$A_0 = \frac{\pi}{4}(0.02)^2 = 0.314x10^{-3}\,m^2$$

قيمة الإجهاد عند نقطة الخضوع :

$$\sigma_y = \frac{F_y}{A_0} = \frac{80x10^3}{0.314x10^{-3}} = 254x10^6\,N/m2$$

٢) القيمة القصوى للإجهاد :

$$\sigma_{max} = \frac{F_{max}}{A_0} = \frac{150x10^3}{0.314x10^{-3}} = 477x10^6\,N/m2$$

٣) قيمة الإجهاد عند نقطة الانكسار

مساحة مقطع القضيب عند نقطة الانكسار

$$A = \frac{\pi}{4}(0.01)^2 = 0.0785x10^{-3}\,m^2$$

قيمة الإجهاد عند نقطة الانكسار :

$$\sigma_b = \frac{F_b}{A} = \frac{70x10^3}{0.0785x10^{-3}} = 892x10^6\,N/m2$$

٤,٦ الإجهاد الناتج عن قوة القص

عندما تكون القوة المؤثرة على قضيب موازية لمساحة مقطع القضيب (قوة قص) فإن هذا يؤدي إلى وجود إجهاد يعرف باسم إجهاد القص shear stress كما هو مبين في الشكل رقم ٦ ورقم ٧، ويحسب معدل إجهاد القص بالعلاقة التالية:

$$\boxed{\tau = \frac{V}{A}}$$

حيث أن :

τ هو معدل إجهاد القص الموازي لمساحة المقطع ويقاس بـ N/m2, kg/cm2, N/mm2

V هو قوة القص المؤثرة على مساحة مقطة القضيب وتقاس بـ kG, kN, N

A مساحة مقطع القضيب وتقاس بـ m^2, cm^2, mm^2

ويعرف الانفعال تحت قوة القص بـالرمز γ وهو يعطى بالعلاقة (أنظر شكل رقم ٧):

$$\boxed{\gamma = \frac{\Delta L}{L}}$$

حيث أن :

ΔL : الاستطالة تحت تأثير قوة القص وهي موازية لمساحة مقطع القضيب وتقاس بـ m, cm, mm

L الطول الأصلي للقضيب بـ m, cm, mm

γ هو الانفعال تحت تأثير قوة القص وهو بدون وحدة.

مع ملاحظة أن منحنى إجهاد القص والانفعال يشبه منحنى الإجهاد والانفعال تحت تأثير قوة الشد. وهناك علاقة تربط إجهاد القص بالانفعال في حدود المرونة كالتالي:

$$\boxed{\tau = G\gamma}$$

حيث أن:

G هو معامل المرونة للقص ويقاس بـ N/mm2, kN/m2 وهو يختلف حسب نوع المادة، ويبين الجدول رقم 2 بعض قيم معامل الرمونة G لبعض أنواع المواد. وهناك علاقة تربط معامل المرونة للقص G بمعامل المرونة في الشد (أو الضغط) E كالتالي:

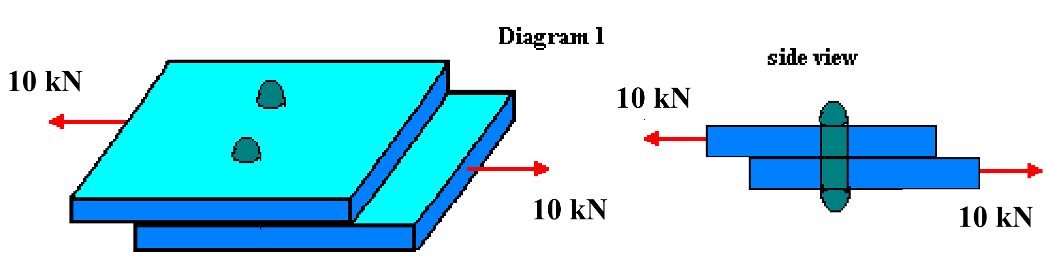
$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\upsilon)}}$$

حيث أن :

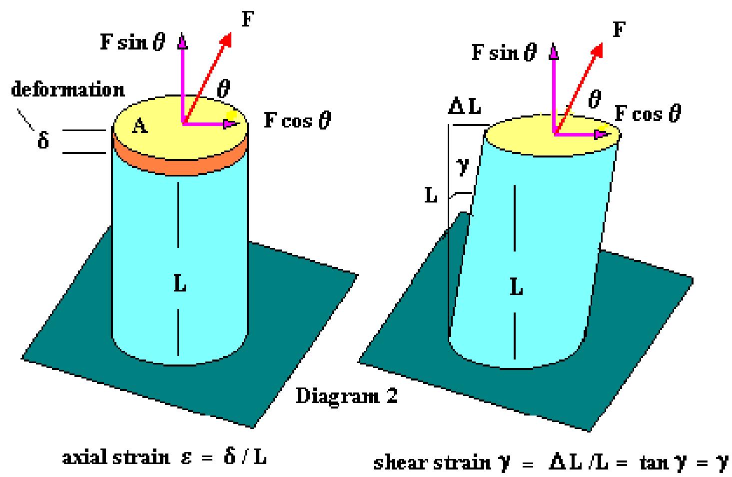
ν هو معامل "بواسون" Poisson's ratio

جدول 2 : معامل مرونة القص لبعض أنواع المواد

قيمة معامل المرونة G (Gpa)	نوع المادة
80 – 75	الحديد
30 - 26	الألمنيوم
41 - 36	النحاس



شكل ٦ : وصلة معدنية تحت تأثير قوة القص



شكل ٧ : الانفعال تحت تأثير قوة القص وقوة الشد

٥,٦ إجهادالانحناء

عندما تكون كمرة تحت تأثير أي حمل كما هو مبين في الشكل رقم 8 فإنها تنحني ويحدث إجهاد داخل مقطع الكمرة ويعرف هذا الإجهاد بإجهاد الانحناء، ويعطى بالعلاقة التالية:

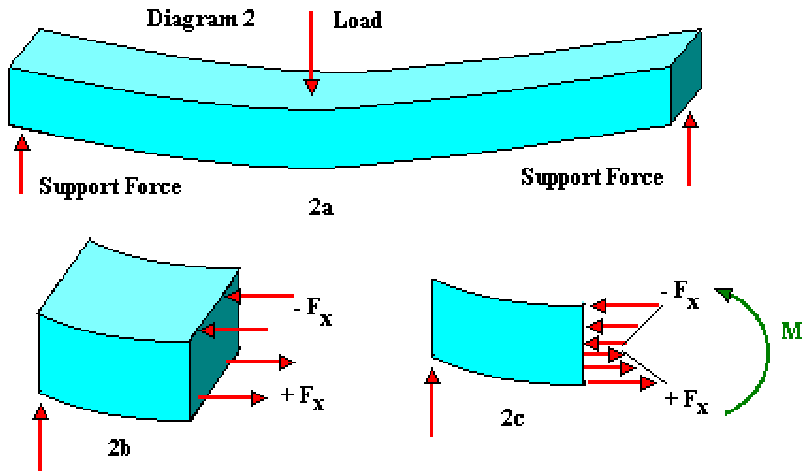
$$\boxed{\sigma = \frac{M}{I} y}$$

حيث أن:

M: هو عزم الانحناء الناتج عن القوى المؤثرة على الكمرة ويقاس بـ kG.m , N.m , kN.m

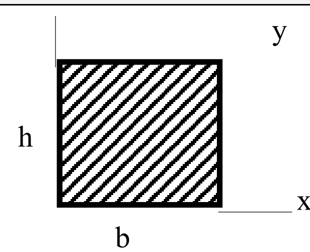
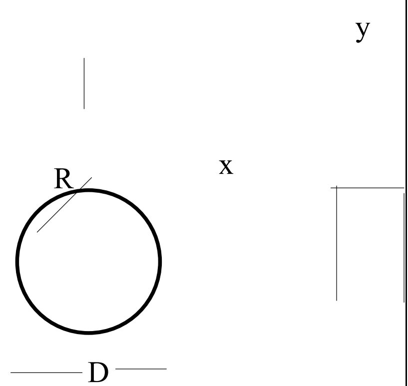
I : هو عزم العطالة moment of inertia ويقاس بـ mm^4 , cm^4, m^4

y: هي المسافة بين المحور الحيادي neutal axis والنقطة المراد حساب إجهاد الانحناء فيها.



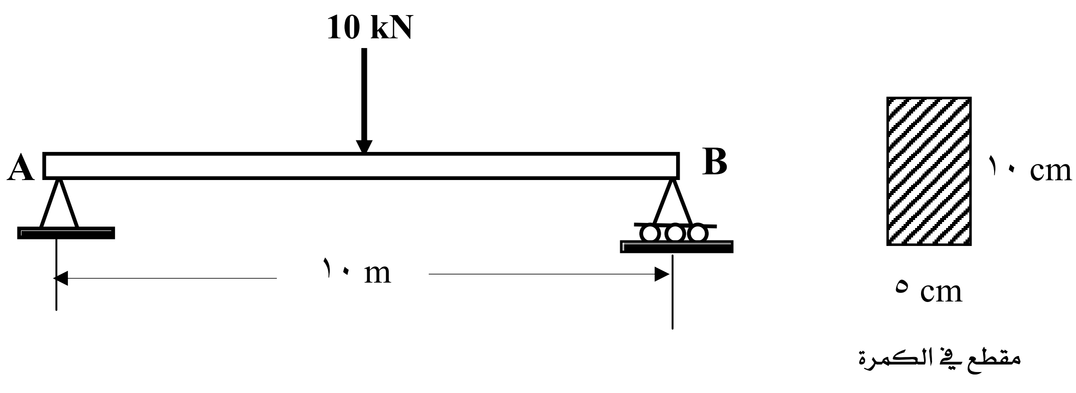
ويبين الجدول رقم ٣ والملحق **A** قيمة عزم ا لقصور الذاتي لبعض الأشكال الهندسية (أو المقاطع).

جدول ٣ : قيمة عزم القصور الذاتي لبعض الأشكال الهندسية

عزم العطالة	الشكل
$I_x = \dfrac{bh^3}{12}$ $I_y = \dfrac{hb^3}{12}$	
$I_x = I_y = \dfrac{\pi R^4}{4} = \dfrac{\pi D^4}{64}$	

مثال:

أوجد قيمة إجهاد الانحناء الأقصى في الكمرة المبينة قي الشكل رقم ٩.



شكل ٩

الحل:

ردود الأفعال في الركائز = RA = RB = + ٥ kN

أقصى قيمة للعزم هي:

$$M = 5x5 = 25kN.m$$

$$I = \frac{b.h^3}{12} = \frac{5x10^3}{12} = 0.42x10^3 cm^4$$

عزم العطالة :

المسافة بين المحور الحيادي وحافة مقطع الكمرة :

$$y = h/2 = \frac{10}{2} = 5cm$$

إجهاد الانحناء يساوي:

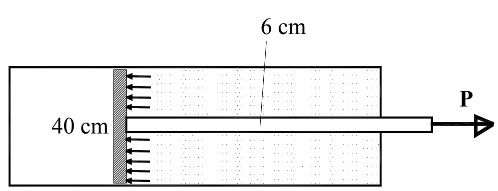
$$\sigma = \frac{M}{I}y = \frac{25x10^3 x10}{0.42x10^3}x5 = 2976\frac{N}{cm^2} = 29.76\frac{N}{mm^2}$$

٦,٦ تمارين

١) قضيب دائري الشكل قطره 2.5 cm تحت تأثير قوة شد مقدارها F = 20 kN، معامل المرونة يساوي E = 70 GN/m2 أوجد نسبة الاستطالة في القضيب.

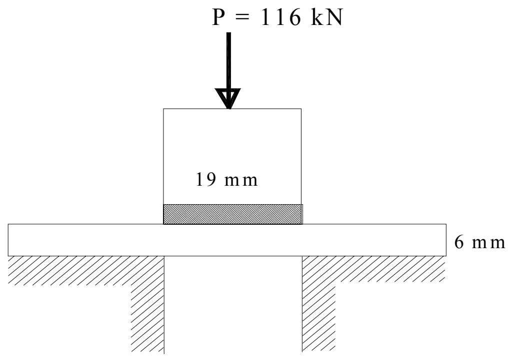
٢) صمام ماء دائري الشكل قطره 40 cm له قضيب قطره 6 cm كما هو مبين في الشكل

قوة ضغط الماء على الصمام تساوي 1 MN/m2 ، أوجد قيمة الإجهاد في القضيب و قيمة الاستطالة للمتر الطولي في القضيب إذا علمنا أن الصمام هو تحت ضغط القضيب. معامل المرونة E = 200 GN/m2.

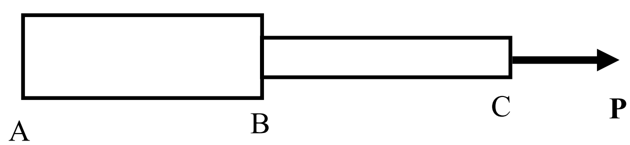


٣) قضيب قطره 19 mm يستعمل لعمل ثقب في لوحة معدنية سمكها 6 mm كما هو مبين في الشكل أدناه، لعمل الثقب في اللوحة لابد من قوة ضغط على القضيب مقدارها 116 kN.

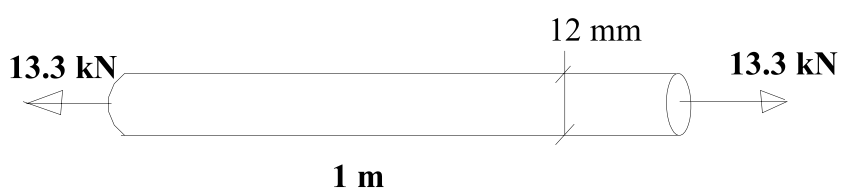
احسب قيمة إجهاد القص في اللوحة المعدنية وإجهاد الضغط على القضيب.



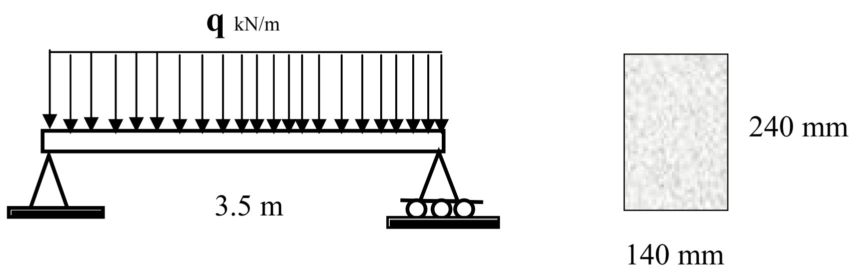
٤) قضيب ABC متدرج له قطرين مختلفين في منطقتين مختلفتين كما هو مبين في الشكل تحت تأثير قوة شد P ، المنطقة AB قطرها 50 mm والمنطقة BC قطرها 38 mm. إذا كان الإجهاد المحوري في المنطقة AB يساوي 40 Mpa فما هو الإجهاد المحوري σ في المنطقة BC.



٥) قضيب من الحديد طوله 1m وقطره 12 mm يؤثر عليه حمل شد مقداره 13.3 kNكما هو مبين في الشكل أدناه، تحت تأثير هذا الحمل فإن طول القضيب ازداد بمقدار 0.5 mm ، احسب قيمة الإجهاد المحوري والانفعال المحوري في القضيب.



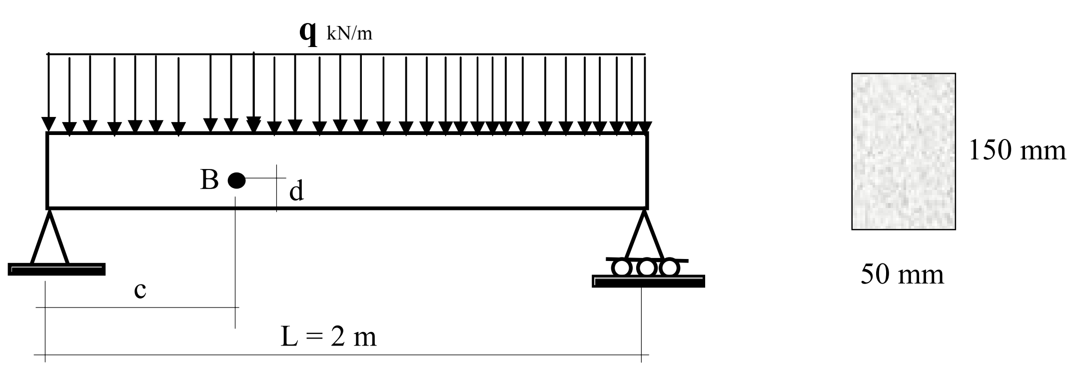
٦) لدينا كمرة طولها 3.5 m تحت تأثير حمل موزع قيمته $q = 6.4$ kN/m كما هو مبين في الشكل. المطلوب حساب القيمة القصوى لإجهاد الانحناء إذا علمنا أن شكل قطاع الكمرة هو مستطيل $(b = 140 \text{ mm}, h = 240 \text{ mm})$ كما هو مبين في الشكل.



٧) لدينا كمرة طولها 2 m تحت تأثير حمل موزع قيمته $q = 60$ kN/m إذا علمنا أن شكل قطاع الكمرة هو مستطيل $(b = 50 \text{ mm}, h = 150 \text{ mm})$ كما هو مبين في الشكل.

١) المطلوب حساب القيمة القصوى لإجهاد الانحناء .

٢) أوجد قيمة إجهاد الانحناء عند النقطة B التي تبعد عن الركيزة بـ $c = 500$ mm وعن الحافة السفلى لقطاع الكمرة $d = 25$ mm كما هو مبين في الشكل المقابل.



٨) لدينا كمرة من مادة الخشب تحت تأثير حملين مركزين قيمة كل واحد منهما يساوي P = 16 kN كما هو مبين في الشكل. إذا علمنا أن قطاع الكمرة هو مستطيل الشكل (b = 100 mm, h = 250 mm) كما هو مبين في الشكل.

المطلوب حساب القيمة القصوى لإجهاد الانحناء في الحالات التالية:

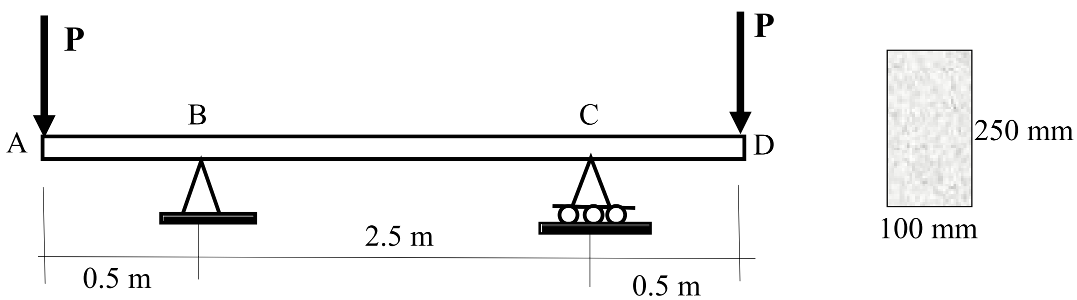
١) تأثير الحمولة المركزة مع اهمال وزن الكمرة

٢) وزن الكمرة بدون تأثير الحمولة المركزة.

٣) تأثير الحمولة المركزة مع إضافة وزن الكمرة

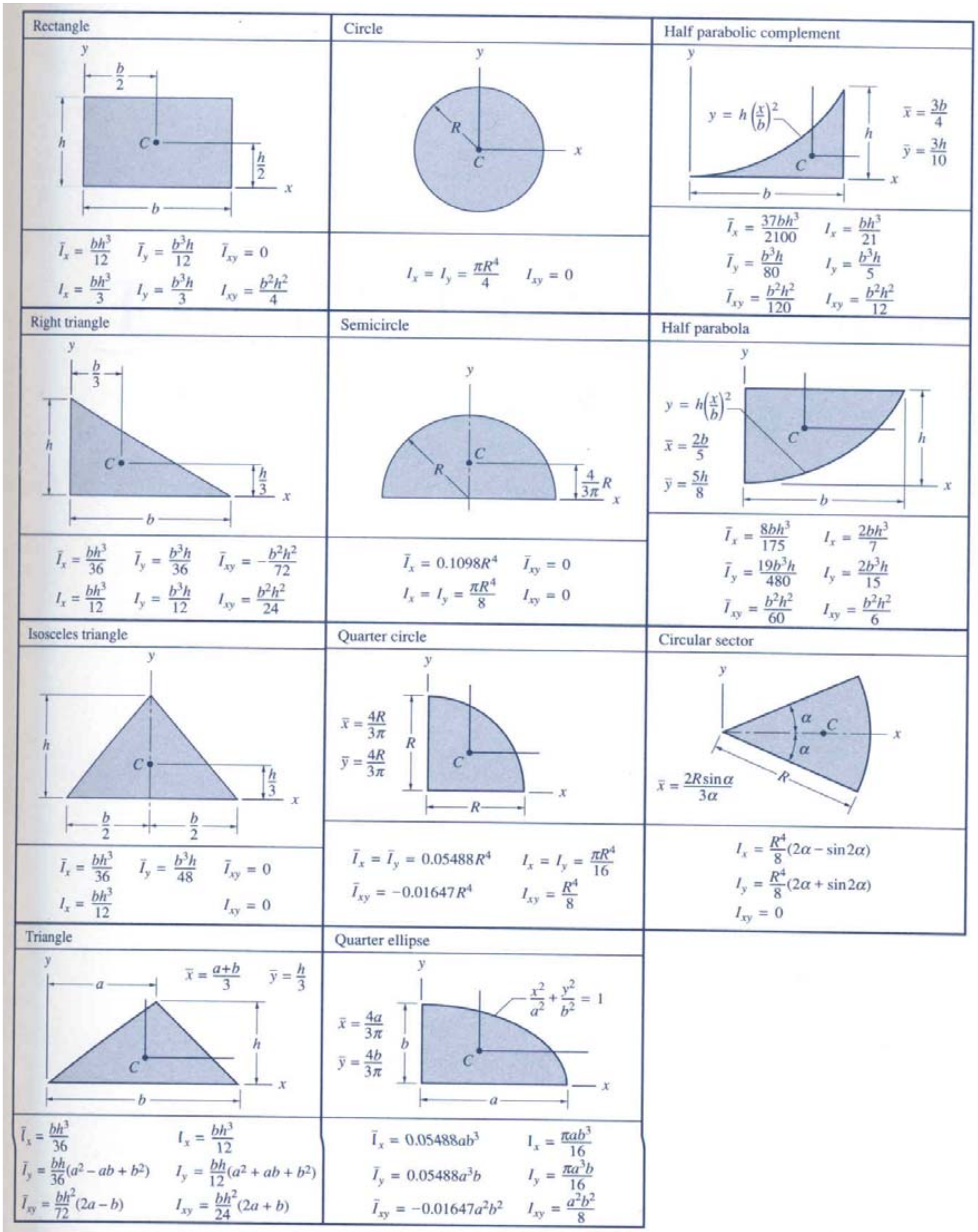
مع افتراض أن كثافة الخشب تساوي 5.5 kN/m3

احسب قيمة معدل إجهاد القص في الكمرة.



الملحق - عزم العطالة لبعض الأشكال الهندسية

Area Moments of Inertia



Rectangle

$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12} \quad \bar{I}_y = \frac{b^3h}{12} \quad \bar{I}_{xy} = 0$$
$$I_x = \frac{bh^3}{3} \quad I_y = \frac{b^3h}{3} \quad I_{xy} = \frac{b^2h^2}{4}$$

Circle

$$I_x = I_y = \frac{\pi R^4}{4} \quad I_{xy} = 0$$

Half parabolic complement

$$y = h\left(\frac{x}{b}\right)^2 \quad \bar{x} = \frac{3b}{4} \quad \bar{y} = \frac{3h}{10}$$
$$\bar{I}_x = \frac{37bh^3}{2100} \quad I_x = \frac{bh^3}{21}$$
$$\bar{I}_y = \frac{b^3h}{80} \quad I_y = \frac{b^3h}{5}$$
$$\bar{I}_{xy} = \frac{b^2h^2}{120} \quad I_{xy} = \frac{b^2h^2}{12}$$

Right triangle

$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{36} \quad \bar{I}_y = \frac{b^3h}{36} \quad \bar{I}_{xy} = -\frac{b^2h^2}{72}$$
$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad I_y = \frac{b^3h}{12} \quad I_{xy} = \frac{b^2h^2}{24}$$

Semicircle

$$\frac{4}{3\pi}R$$
$$\bar{I}_x = 0.1098R^4 \quad \bar{I}_{xy} = 0$$
$$I_x = I_y = \frac{\pi R^4}{8} \quad I_{xy} = 0$$

Half parabola

$$y = h\left(\frac{x}{b}\right)^2 \quad \bar{x} = \frac{2b}{5} \quad \bar{y} = \frac{5h}{8}$$
$$\bar{I}_x = \frac{8bh^3}{175} \quad I_x = \frac{2bh^3}{7}$$
$$\bar{I}_y = \frac{19b^3h}{480} \quad I_y = \frac{2b^3h}{15}$$
$$\bar{I}_{xy} = \frac{b^2h^2}{60} \quad I_{xy} = \frac{b^2h^2}{6}$$

Isosceles triangle

$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{36} \quad \bar{I}_y = \frac{b^3h}{48} \quad \bar{I}_{xy} = 0$$
$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad I_{xy} = 0$$

Quarter circle

$$\bar{x} = \frac{4R}{3\pi} \quad \bar{y} = \frac{4R}{3\pi}$$
$$\bar{I}_x = \bar{I}_y = 0.05488R^4 \quad I_x = I_y = \frac{\pi R^4}{16}$$
$$\bar{I}_{xy} = -0.01647R^4 \quad I_{xy} = \frac{R^4}{8}$$

Circular sector

$$\bar{x} = \frac{2R\sin\alpha}{3\alpha}$$
$$I_x = \frac{R^4}{8}(2\alpha - \sin 2\alpha)$$
$$I_y = \frac{R^4}{8}(2\alpha + \sin 2\alpha)$$
$$I_{xy} = 0$$

Triangle

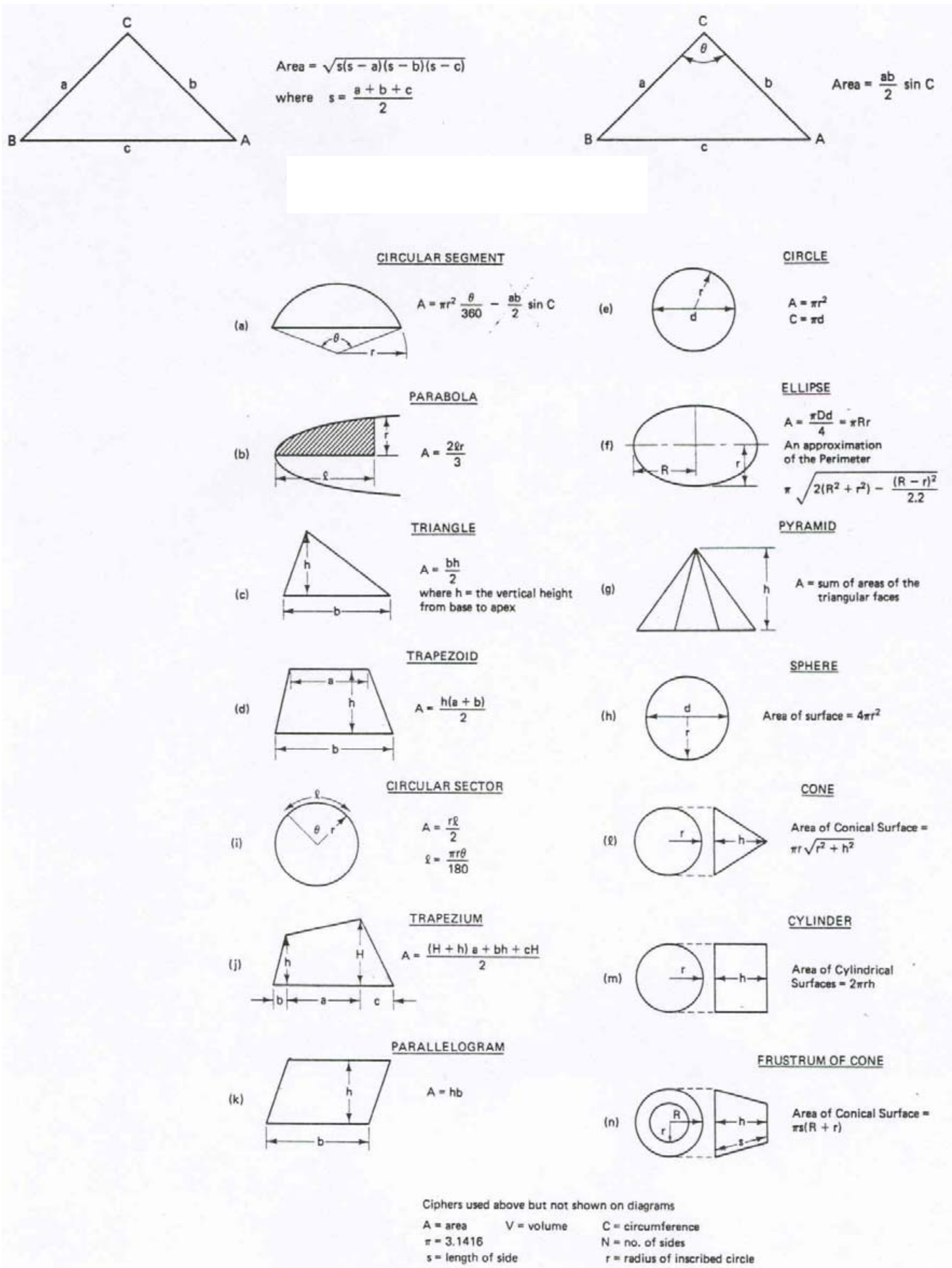
$$\bar{x} = \frac{a+b}{3} \quad \bar{y} = \frac{h}{3}$$
$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{36} \quad I_x = \frac{bh^3}{12}$$
$$\bar{I}_y = \frac{bh}{36}(a^2 - ab + b^2) \quad I_y = \frac{bh}{12}(a^2 + ab + b^2)$$
$$\bar{I}_{xy} = \frac{bh^2}{72}(2a - b) \quad I_{xy} = \frac{bh^2}{24}(2a + b)$$

Quarter ellipse

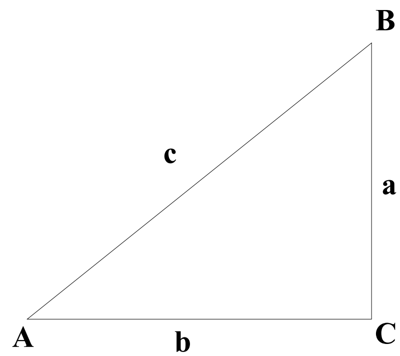
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \bar{x} = \frac{4a}{3\pi} \quad \bar{y} = \frac{4b}{3\pi}$$
$$\bar{I}_x = 0.05488ab^3 \quad I_x = \frac{\pi ab^3}{16}$$
$$\bar{I}_y = 0.05488a^3b \quad I_y = \frac{\pi a^3b}{16}$$
$$\bar{I}_{xy} = -0.01647a^2b^2 \quad I_{xy} = \frac{a^2b^2}{8}$$

ملحق B - حساب المساحة والحجوم لبعض الأشكال الهندسية

Areas and Volume



1. Right Angles



$$\sin A = \frac{a}{c} = \cos B$$
$$\cos A = \frac{b}{c} = \sin B$$
$$\tan A = \frac{a}{b} = \cot B$$
$$\sec A = \frac{c}{b} = \text{cosec } B$$
$$\text{cosec } A = \frac{c}{a} = \sec B$$
$$\cot A = \frac{b}{a} = \tan B$$

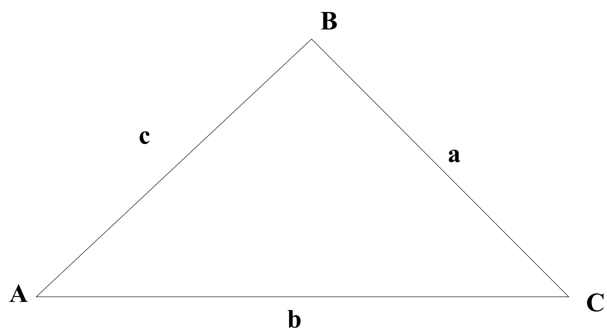
2. Derived Relationships

$$a = c \sin A = c \cos B = b \tan A = b \cot B = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = c \cos A = c \sin B = a \cot A = a \tan B = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$c = \frac{a}{\sin A} = \frac{a}{\cos B} = \frac{b}{\sin B} = \frac{b}{\cos A} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

3. Oblique Triangles



a- Sine Law

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

b- Cosine Law

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\cos C$$

4. General Trigonometric Formulas

$$\sin A = 2\sin\frac{1}{2}A\cos\frac{1}{2}A = \sqrt{1-\cos^2 A} = \tan A\cos A$$

$$\cos A = 2\cos^2\frac{1}{2}A - 1 = 1 - \sin^2\frac{1}{2}A$$

$$\cos A = \cos^2\frac{1}{2}A - \sin^2\frac{1}{2}A = \sqrt{1-\sin^2 A}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sin 2A}{1+\cos 2A} = \sqrt{\sec^2 A - 1}$$

a- Addition and Subtraction Identities

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cdot \cos B \pm \sin B \cdot \cos A$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cdot \cos B \pm \sin A \cdot \sin B$$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \pm \tan A \cdot \tan B}$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{1}{2}(A + B) \cdot \sin \frac{1}{2}(A - B)$$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{1}{2}(A + B) \cdot \sin \frac{1}{2}(A - B)$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{1}{2}(A + B) \cdot \cos \frac{1}{2}(A - B)$$

$$\cos A - \cos B = 2 \sin \frac{1}{2}(A + B) \cdot \sin \frac{1}{2}(A - B)$$

b- double-Angle Identities

$$\sin 2A = 2 \sin A \cdot \cos A$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2\sin^2 A = 2\cos^2 A - 1$$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

c- Half-Angle Identities

$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}}$$

$$\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos A}{2}}$$

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{\sin A}{1 + \cos A}$$

١. د. فؤاد زين العرب، الميكانيكا العامة ١: الاستاتيكا ، دار الراتب الجامعية، ١٩٩٠.
٢. الميكانيكا الجزء الأول – الاستاتيكا
شوم سلسة المسائل المحلولة، تأليف جوزيف شيلي ، ترجمة أمين الأيوبي
دار أكاديميا بيروت ، ١٩٩٩ (١٢ -٤ -٠٠٤٠).
٣. شوم سلسة المسائل المحلولة، تأليف جوزيف شيلي ، ترجمة أمين الأيوبي
دار أكاديميا بيروت ، ١٩٩٩ (١٢ -٤ -٠٠٤٠).

. Engineering Mechanics – Statics, 2nd Edition.٤
By Anthony Bedford and Wallace Fowler, Addison-Wesley, 1999.

Chapman & Hall, New York, 1986. . Jafar Vossoughi, Statics for Architects,٥

for Engineers, . Ferdinand P. Beer and E. Russell Johnston, Vector Mechanics٦
McGraw-Hill Book Company, Singapore, 1990.

الصفحة

تقدر المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني الدعم

المالي المقدم من شركة بي آيه إي سيستمز (العمليات) المحدودة

GOTEVOT appreciates the financial support provided by BAE SYSTEMS

BAE SYSTEMS