الفصل الرابع المتباينات

حل تمارين (1-4)

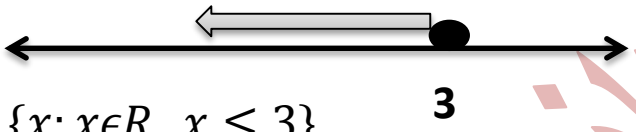
س٢/ حل كلا من المتباينات الاتية ومثل المجموعة الحل على خط الاعداد.

1) $2x + 3 \leq 9$

$2x \leq 9 - 3$

$2x \leq 6\ ] \div 2$

$x \leq 3$ $\quad s = \{x: x\epsilon R\ , x \leq 3\}$



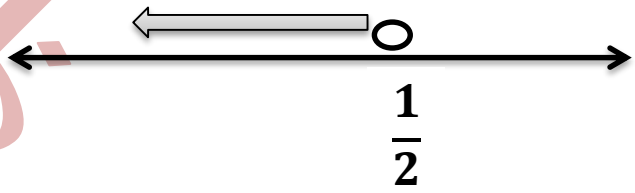
2) $5 - 2y > 4$

$-2y > 4 - 5$

$-2y > -1\ ] \times -1$

$2y < 1\ ] \div 2$

$y < \frac{1}{2}$ $\quad s = \{y: y\epsilon R\ ,\ y < \frac{1}{2}\}$



3) $3z + 5 > 17$

$3z > 17 - 5$

$3z > 12\ ] \div 3$

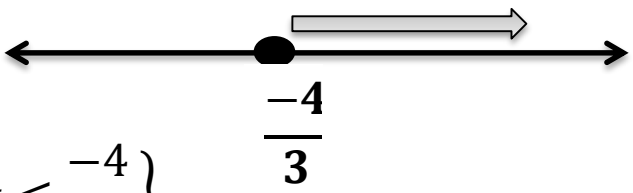
$z > 4$ $\quad s = \{z: z\epsilon R\ , z > 4\}$

4) $9 \leq 5 - 3t$

$3t \leq 5 - 9$

$3t \leq -4\ ] \div 3$

$t \leq \frac{-4}{3}$ $\quad s = \left\{t: t\epsilon R\ , t \leq \frac{-4}{3}\right\}$



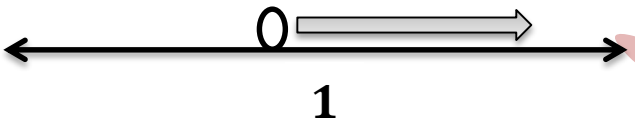
الأستاذ علي جويعد المالكي

5) $\frac{3k+5}{2} > 4$

$\frac{3k+5}{2} > 4\ ] \times 2$

$3k + 5 > 8$

$3k > 3\ ] \div 3$



$k > 1 \qquad s = \{k: k \in R\ , k > 1\}$

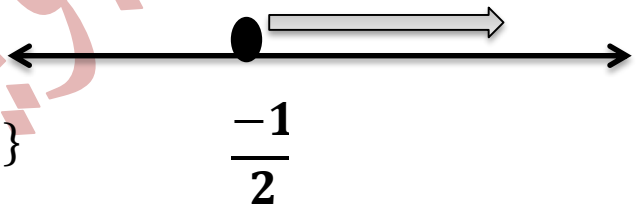
6) $\frac{2p-5}{-3} \leq 2$

$\frac{2p-5}{-3} \leq 2\ ] \times -3$

$2p - 5 \geq -6$

$2p \geq -6 + 5$

$2p \geq -1\ ] \div 2$



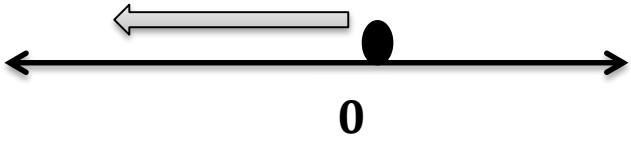
$p \geq \frac{-1}{2} \qquad s = \{p: p \epsilon R\ , p \frac{-1}{2}\}$

7) $2(2p-1) \leq 6 - (p+8)$

$4p - 2 \leq 6 - p - 8$

$4p + p \leq 6 - 8 + 2$

$5p \leq 0\ ] \div 5$



$p \leq 0 \qquad s = \{p: p \epsilon R\ , p \leq 0\}$

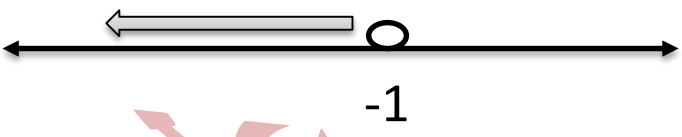
الأستاذ علي جويعد المالكي

$$8)\ \frac{1}{3}t+\frac{7}{12}>\frac{1}{2}t+\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{3}t-\frac{1}{2}t>\frac{3}{4}-\frac{7}{12}$$

$$\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)t>\frac{9-7}{12}$$

$$\frac{2-3}{6}\ t\ >\ \frac{2}{12}$$



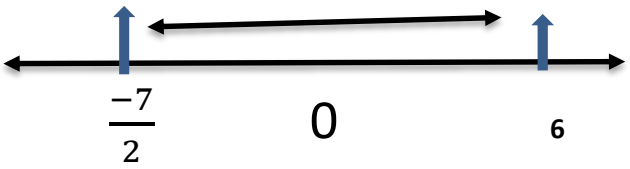
$$\frac{-1}{6}\ t\ >\ \frac{1}{6}\ ]\times -6$$

$$t<-1 \quad s=\{t: t\epsilon R\ , t<-1\}$$

$$9)-10\leq 2b-3\leq 9$$

$$-10+3\leq 2b\leq 9+3$$

$$-7\leq 2b\leq 12\ \ ]\div 2$$



$$\frac{-7}{2}\leq b\leq 6 \qquad s=\{b: b\epsilon R, \frac{-7}{2}\leq b\leq 6\}$$

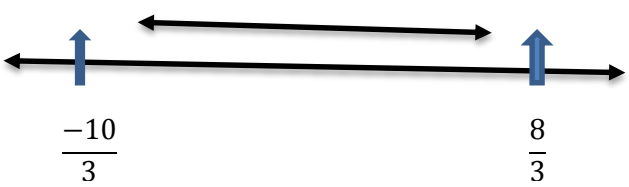
$$\mathbf{10)}-\mathbf{4}<\frac{\boldsymbol{3m+2}}{\boldsymbol{2}}<\mathbf{5}$$

$$-\mathbf{4}<\frac{\boldsymbol{3m+2}}{\boldsymbol{2}}<\mathbf{5}\ ]\quad\times\mathbf{2}$$

$$-\mathbf{8}<\boldsymbol{3m}+\mathbf{2}<\mathbf{10}\ ]\ -\mathbf{2}$$

$$-\mathbf{8}-\mathbf{2}<\boldsymbol{3m}<\mathbf{10}-\mathbf{2}$$

$$-\mathbf{10}<\boldsymbol{3m}<\mathbf{8}\ \ ]\quad\div\mathbf{3}$$



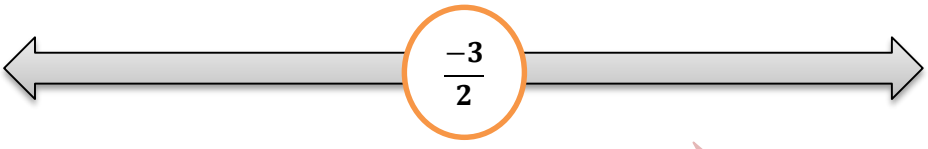
$$\frac{\boldsymbol{-10}}{\boldsymbol{3}}<\boldsymbol{m}<\frac{\boldsymbol{8}}{\boldsymbol{3}} \qquad \boldsymbol{s}=\left\{\boldsymbol{m}: \boldsymbol{m}\epsilon\boldsymbol{R}\ , \frac{\boldsymbol{-10}}{\boldsymbol{3}}<\boldsymbol{m}<\frac{\boldsymbol{8}}{\boldsymbol{3}}\right\}$$

الأستاذ علي جويعد المالكي

11) $\frac{-1}{3}y \neq \frac{1}{2}$

$\frac{-1}{3}y \neq \frac{1}{2}$] $\times -3$

$y \neq \frac{-3}{2}$ $s = R - \{\frac{-3}{2}\}$



12) $2(p-1)-3 > 2p+3$

$2p-2-3 > 2p+3$

$2p-2p > 3+5$

$0 > 8$ $\therefore s = \emptyset$

وهذه العبارة خاطئة وعليه مجموعة الحل مجموعة خاليه .

13) $10p-8 < 8+7p$

$10p-7p < 8+8$

$3p < 16$] $\div 3$

$p < \frac{16}{3}$ $s = \{p: p\epsilon R, p < \frac{16}{3}\}$

الاستاذ علي جويعد المالكي

س٣: a // اذا كانت درجة زيد في الامتحان الرياضيات في الشهر الأول (66) وكان يريد الحصول على معدل في الرياضيات يتراوح بين 70 ,80 درجة فكم درجة تتراوح الدرجة التي يجب ان يحصل عليها في الامتحان الثاني ؟

الحل // نفرض ان درجة امتحان زيد في الامتحان الثاني X

عليه يكون معدل زيد في الرياضيات حاصل جمع الامتحان الأول 66 و X مقسوم على 2 و تصبح لدينا المتراجحة التالية؟

$$70 < \frac{x+66}{2} < 80$$

$$[70 < \frac{x+66}{2} < 80\ ] \times 2$$

$$[140 < x + 66 < 160\ ] - 66$$

$$140 - 66 < x + 66 - 66 < 160 - 66$$

$$74 < x < 94$$

اذن الدرجة التي يجب الحصول عليها هي بين 74 , 94

B // جد مجموعة الاعداد الصحيحة التي اذا اضيف اليها 6 كان الناتج بين 3- ,7

$$-3 < x + 6 < 7\ ] - 6$$

$$-3 - 6 < x < 7 - 6$$

$$-9 < x < 1$$

مجموعة الاعداد الصحيحة = { 0,-1,-2,-3,-4, -5 ,-6 ,-7 ,-8 }

س٤:- اذا كانت a-b=1 فان a>b و الفرق بينهما موجب الإشارة

وان : اذا كانت $a - b > 0\ \ that\ a > b$

وان اذا : كانت $a - b = -2\ that\ \ a < b$

الأستاذ علي جويعد المالكي

حل تمرينات (2 - 4)

س١:- حل المعادلات التالية بالطريقة التعويض .

$a)\ 2x + 3y = 13 \ldots\ldots\ldots (1)$

$3x - 2y = 0 \ldots\ldots\ldots (2)$

$2x = 13 - 3y \Rightarrow \boxed{x = \frac{13 - 3y}{2}}$

من (١) نحصل على قيمة X نعوض في (٢) لنحصل على قيمة Y

$3x - 2y = 0 \Rightarrow 3\left(\frac{13 - 3y}{2}\right) - 2y = 0$

$\left[\frac{39 - 9y}{2} - 2y = 0\right] \times 2$

$39 - 9y - 4y = 0$

$[-13y = -39] \div -13$

$\boxed{y = 3}$

نعوض قيمة y في معادلة الثانية لنحصل على قيمة X

$3x - 2(3) = 0 \Rightarrow 3x - 6 = 0 \Rightarrow 3x = 6] \div 3$

$\boxed{x = 2}$ $\qquad s = \{(2,3)\}$

الأستاذ علي جويعد المالكي

$b)\ \ x-2y=11 \ldots\ldots(1)$

$2x-3y=18 \ldots\ldots(2)$

$x=11+2y$

من (١) نحصل على قيمة X نعوض في (٢) لنحصل على قيمة Y

$2x-3y=18 \Rightarrow 2(11+2y)-3y=18$

$22+4y-3y=18$

$y=18-22 \Rightarrow \boxed{y=-4}$

نعوض قيمة Y في معادلة الأولى لنحصل على قيمة X

$x-2y=11 \Rightarrow x-2(-4)=11$

$x+8=11 \Rightarrow x=11-8$

$\boxed{x=3}$ $s=\{(3,-4)\}$

س٢:- حل كلا من المعادلات الاتية بطريقة الحذف :

$a)\quad 3x-4y-12=0$

$5x+2y+6=0] \times 2$

يجب ان نضع المعادلات على صيغة $ax+bx=c$

$3x-4y=12$

$3x-4y=12 \ldots\ldots(1)$

$10x+4y=-12 \ldots\ldots\ldots(2)$ بالجمع

$13x=0 \Rightarrow \boxed{x=0}$

$3x-4y=12 \Rightarrow 3(0)-4y=12\ ] \div -4 \Rightarrow \boxed{y=-3}$

$s=\{(0,-3)\}$

$b)\ 0.1x - 3y = 12 \ldots\ldots(1)$

$0.2x - 4y = 24. \ldots\ldots(2)$

نضرب المعادلة الأولى في ٢ لنحصل على نفس معامل x في المعادلة الثانية لكنى نصفر المتغير x

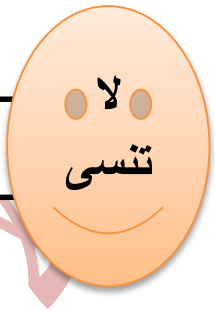
$0.2X - 6y = 24$

$\mp 0.2x \pm 4y = \mp 24$

بالطرح

$-2y = 0 \implies \boxed{y = 0}$

في حالة الطرح يجب ان نغير إشارات المعادلة الثاني(الأسفل)



$0.2x - 4y = 24 \implies 0.2x - 4(0) = 24$

$0.2x = 24\ ] \div 0.2 \implies \boxed{x = 120} \quad s = \{(0,120)\}$

للتحقق من صحة الحل يجب ان نعوض قيم x في المعادلة الثانية اذا حصلنا على نفس قيمة y السابقة فان الحل صحيح وخلاف ذلك فن الحل خاطء

س٢:- حل المعادلات التالية بيانيا وحقق الناتج بطريقة أخرى .

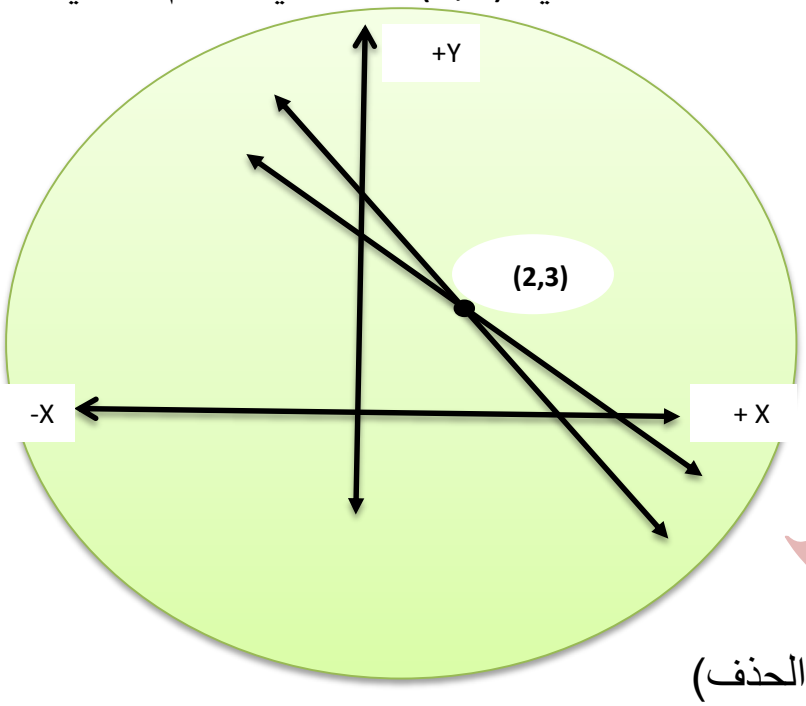
$a)\ 3x + 2y = 12 \ldots\ldots(1)$

$x + y = 5 \ldots\ldots(2)$

X	$X + y = 5$	Y	(x,y)
-1	-1+y=5	6	(-1,6)
0	0+y=5	5	(0,5)
1	1+y=5	4	(1,4)
2	2+y=5	3	(2,3)

X	$3x + 2y = 12$	Y	(x,y)
-1	3(-1)+2y=12	$\frac{15}{2}$	$(-1,\frac{15}{2})$
0	3(0)+2y=12	6	(0,6)
1	3(1)+2y=12	$\frac{9}{2}$	$(1,\frac{9}{2})$
2	3(2)+2y=12	3	(2,3)

لاحظ من الجدولين اعلاه تبين ان هنالك نقطة مشتركة بين المعادلتين أي عندما x=2 فان قيمة Y=3 لي كلا المعادلتين هذا يدل على ان مجموعة الحل هي (2,3) وكما في الرسم البياني للمعادلتين .



لاحظ يمكن حل المعادلتين اعلاه بطريقة (الحذف)

نضرب المعادلة الثانية في ٢ لنحصل على نفس معامل المتغير y لكي يختفي عند طرح المعادلتين

$$3x + 2y = 12 \ldots..(1)$$

$$\mp 2x \mp 2y = \mp 10 \ldots..(2)$$

بالطرح

$$\boxed{x = 2}$$

$$3x + 2y = 12 \implies 3(2) + 2y = 12 \implies 2y = 12 - 6$$

$$2y = 6 \implies \boxed{y = 3} \quad s = \{(2,3)\}$$

$$b)\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 2 \ldots\ldots(1)$$

$$2(x+1) + 3(y-3) = 2 \ldots..(2)$$

لحل المعادلات باي طريقة من الطرق يجب ان نبسط المعادلتين وجعلهما بابسط صورة

$$\left[\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 2\right] \times 6 \implies \quad 3x + 2y = 12 \ldots\ldots(1*)$$

$$2(x+1)+3(y-3)=2 \quad \Rightarrow \quad 2x+2+3y-9=2$$

$$2x+3y-7=2 \quad \Rightarrow \quad 2x+3y=9 \ldots\ldots(2*)$$

$$3x+2y=12 \ldots\ldots(1*)$$

$$2x+3y=9 \ldots\ldots(2*)$$

المعادلات الجديدة بعد التبسيط و الان نستطيع ان نحل المعادلات باي طريقة من الطرق

بطرقة التعويضية

$$3x=12-2y \quad \Rightarrow x=\frac{12-2y}{3}$$

$$2x+3y=9 \Rightarrow \left[2\left(\frac{12-2y}{3}\right)+3y=9\right]\times 3$$

$$24-4y+3y=27 \Rightarrow -y=27-24$$

$$[-y=-3]\div -1 \Rightarrow \boxed{y=3}$$

نعوض قيمة y في معادلة الأولى نحصل على قيمة x

$$3x+2y=12 \Rightarrow 3x+2(3)=12$$

$$3x+6=12 \Rightarrow 3x=12-6 \Rightarrow 3x=6]\div 3 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

س٤/ هل ان {(2,3)} مجموعة حل المعادلتين الاتيتين بين ذلك ؟

$$\frac{2x}{3}-\frac{y}{2}=1 \ldots\ldots(1)$$

$$\frac{3y}{2}+\frac{x}{3}=4 \ldots\ldots(2)$$

الحل / اذا كانت المجموعة أعلاه تمثل حل للمعادلتين يجب ان تحقق المعادلتين عند التعويض .

$$\frac{2x}{3}-\frac{y}{2}=1 \Rightarrow \frac{2(2)}{3}-\frac{(3)}{2}=1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}-\frac{3}{2}=1 \Rightarrow \frac{8-9}{6}=1$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{6}\neq 1$$

لا تمثل حل للمعادلتين أعلاه لا تساوي الطرف الأيمن عند التعويض فيهما؟

س٥/ اذا كانت { (2,-1)} هي مجموعة حل للمعادلتين : $2x - ay = 3$, $bx - 2y = -2$

جد a , b بحيث انت a ,b ثوابت حقيقية ؟

الحل / بما ان النقطتين حل للمعادلتين فئنهما تحققهما .

$bx - 2y = -2 \Rightarrow b(2) - 2(-1) = -2 \Rightarrow 2b + 2 = -2 \Rightarrow 2b = -2 - 2$

$[2b = -4\,] \div 2 \Rightarrow \boxed{b = -2}$

$2x - ay = 3 \Rightarrow 2(2) - a(-1) = 3 \Rightarrow 4 + a = 3 \Rightarrow a = 3 - 4 \Rightarrow \boxed{a = -1}$

حل تمارين (٣-٤)

صفحه ١١٢

س١/ حل كلا مما يأتي :-

1) $(x + 1)(x - 3) = 12$

$x^2 - 3x + x - 3 = 12 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$

$(x + 3)(x - 5) = 0$ اما $(x + 3) = 0 \Rightarrow x = -3$

او $(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 5$

2) $y^2 = 7y$

$y^2 - 7y = 0 \Rightarrow y(y - 7) = 0$

اما $y = 0$ او $(y - 7) = 0 \Rightarrow y = 7$

3) $3t^2 - 4 = -11t$

$3t^2 - 4 + 11t = 0 \Rightarrow 3t^2 + 11t - 4 = 0$

$(3t - 1)(t + 4) = 0 \Rightarrow$ اما $(3t - 1) = 0 \Rightarrow 3t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{3}$

او $(t + 4) = 0 \Rightarrow t = -4$

4) $(2x-1)^2=(2x-1)$

$[(2x-1)^2=(2x-1)] \div (2x-1)$

$(2x-1)=1 \implies 2x=1+1 \implies [2x=2] \div 2 \implies x=1$

5) $x^2-5=3x$

$x^2-5-3x=0 \implies x^2-3x-5=0$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4(1)(-5)}}{2(1)}$$

$$x=\frac{3\mp\sqrt{9+20}}{2} \implies x=\frac{3\mp\sqrt{29}}{2}$$

مجموعة الحل $s=\left\{\frac{3-\sqrt{29}}{2}\ ,\ \frac{3+\sqrt{29}}{2}\right\}$

6) $4x^2+9=12x$

$4x^2-12x+9=0 \implies (2x-3)(2x-3)=0$

اما $(2x-3)=0 \implies 2x=3 \implies x=\frac{3}{2}$

او $(2x-3)=0 \implies 2x=3 \implies x=\frac{3}{2}$

7) $\frac{1}{3}x^2=\frac{1}{2}x-\frac{5}{6}$

$\left[\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{5}{6}=0\right] \times 6 \implies 2x^2-3x+5=0$

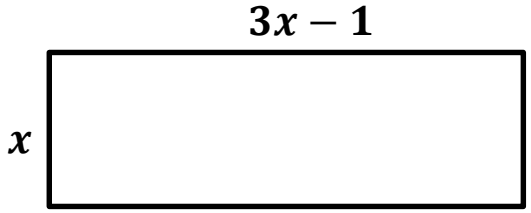
الأستاذ علي جويعد المالكي

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \implies x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(5)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{3 \mp \sqrt{9 - 40}}{4} \implies x = \frac{3 \mp \sqrt{-31}}{4}$$

لا يوجد لها حل في الاعداد الحقيقية

س٢/ طول مستطيل يقل عن ثلاثة أمثال عرضه بمقدار فاذا كانت مساحة المستطيل ($44cm^2$) جد ابعاد المستطيل ؟



الحل /نفرض ان عرضه المستطيل x . وطوله $3x - 1$

مساحة المستطيل = الطول x العرض

$$A = x(3x - 1) \implies 44 = x(3x - 1)$$

$$3x^2 - x = 44 \implies 3x^2 - x - 44 = 0$$

$$(x - 4)(3x + 11) = 0 \quad \text{اما } (x - 4) = 0 \implies x = 4$$

$$\text{او } (3x + 11) = 0 \implies 3x = -11 \implies x = \frac{-11}{3}$$

يهمل

العرض = 4 ، الطول $3(4) - 1 = 11$ ، الطول = 11

س٣/ ثلاث اعداد موجبة $(x - 1)$, x , $(x + 1)$ مجموع مربعاتها يساوي 149 جد هذه الاعداد.

الحل /

$$(x + 1)^2 + x^2 + (x - 1)^2 = 149$$

$$x^2 + 2x + 1 + x^2 + x^2 - 2x + 1 = 149$$

$$3x^2 + 2 = 149 \implies 3x^2 = 149 - 2 \implies [3x^2 = 147] \div 3$$

$$x^2 = 49 \implies x = \mp 7$$

العدد السالب يهمل

$$x = 7$$

$$x + 1 = 7 + 1 = 8$$

العدد الأول

$$x - 1 = 7 - 1 = 6$$

العدد الثاني

$$x = 7$$

العدد الثالث

س٤/ ما العدد الذي اذا اضيف (5) الى مربعه كان الناتج (30) ؟

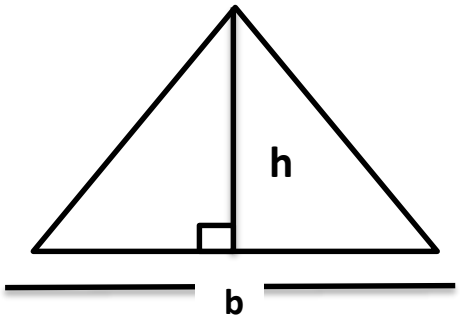
الحل / نفرض العدد x

$x^2 + 5 = 30$

$x^2 = 30 - 5 \implies x^2 = 25 \implies x = \mp 5$

∴ العدد هو اما 5 , -5

س٥/ مثلث طول قاعدة يزيد عن ارتفاعه بمقدار (1cm) فاذا زاد كل من ارتفاعه وقاعدته بمقدار (2cm) اصبحه مساحته ($21cm^2$) جد طول قاعدة وارتفاعه ؟



الحل/ نفرض ان ارتفاع المثلث = h

نفرص ان القاعدة =b

(١).....b=h+1

بعد الزيادة : الارتفاع = h+2

القاعدة = b+2

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ (القاعدة)(الارتفاع)

$A = \frac{1}{2}\, b \times h \implies \left[21 = \left(\frac{1}{2}\right)(h+2)(b+2)\right] \times 2$

نعوض عن قيمة b=h+1 بالقانون لنحصل على معادلة ذات متغير واحد

$42 = (h+2)(h+1+2) \implies 42 = (h+2)(h+3)$

$42 = h^2 + 3h + 2h + 6 \implies h^2 + 3h + 2h + 6 - 42 = 0$

$h^2 + 5h - 36 = 0 \implies (h+9)(h-4) = 0$

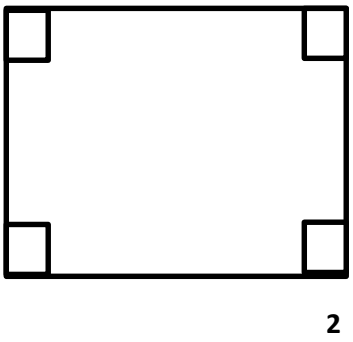
اما $(h+9) = 0 \implies h = -9$ يهمل

او $(h-4) = 0 \implies h = 4$

$b = h + 1 \implies b = 4 + 1 \implies b = 5$ القاعدة

الأستاذ علي جويعد المالكي

س٦/قطعه مربعه الشكل طول ضلعها (ycm) قطعة من زواياها مربعات متساوية طول ضلع كل منهما (2cm) وثنيت بعدها فتكون صندوق على شكل متوازي سطوح مستطيلة بدون غطاء حجمه $(242cm^2)$ جد طول القطعة المربعة ؟



الحل / حجم متوازي سطوح=(الطول)(العرض)(الارتفاع)

$$[242 = (y-4)(y-4)(2)] \div 2$$

$$121 = (y-4)(y-4)$$

$$(y-4)^2 = 121 \Rightarrow y-4 = \mp 11$$

يهمل لا يوجد بعُد بالسالب

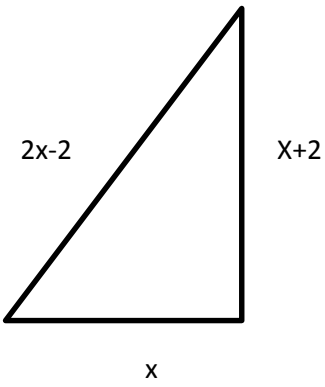
اما $y-4=-11 \Rightarrow y=-11+4 \Rightarrow y=-7$

او $y-4=11 \Rightarrow y=11+4 \Rightarrow y=16$

س٧/مثلث قائم الزاوية طول أحد ضلعيه القائمين يزيد بمقدار (2cm) عن الضلع القائم الاخر وطول وتره يقل(2cm) عن ضعفه طول الضلع القائم الصغير. جد اطوال أضلاع المثلث

الحل/ نفرض ان طول الضلع = x ، ∴ طول ضلع الاخر = x+2

∴ طول الوتر =2x − 2



نطبق نظرية فيثاغروس $(2x-2)^2 = (x+2)^2 + (x)^2$

$$4x^2 - 8x + 4 = x^2 + 4x + 4 + x^2$$

$$4x^2 + 8x + 4 - x^2 - 4x - 4 - x^2 = 0$$

$$2x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 2x(x-6) = 0$$

اما $2x=0$ غيرممكن او $x-6=0 \Rightarrow x=6$

اطوال $10cm$, $8cm$, 6 cm

مساحة المثلث

$$A = \frac{1}{2}bh \Rightarrow A = \frac{1}{2}(6)(8) \Rightarrow A = 24cm^2$$

س٨/ a- ما قيمة الثابت (m) التي تجعل المعادلتين جذرين متساويين ؟

$m(y^2+y+1)=y+1$

$my^2+my+m=y+1 \Rightarrow my^2+my+m-y-1=0$

$my^2+y(m-1)+(m-1)=0$ بالمميز $a=m\ ,\ b=(m-1)\ ,c=(m-1)$

$b^2-4ac=0 \Rightarrow [(m-1)^2-4m(m-1)=0]\div(m-1)$

$m-1-4m=0$

$m^2-2m+1-4m^2+4m=0 \Rightarrow [-3m^2+2m+1=0]\times -1$

$3m^2-2m-1=0$

$(3m+1)(m-1)=0 \Rightarrow$ اما $(3m+1)=5 \Rightarrow m=\frac{-1}{3}$

او $m-1=0 \Rightarrow m=1$

b- ما قيمة الثابت (n) التي تجعل جذري المعادلة متساويين ؟ $w^2-16=n(w+4)$

الحل /

$w^2-16-n(w+4)=0 \Rightarrow w^2-nw-4n-16=0$

$w^2-nw-4n-16=0 \Rightarrow$ بالمميز $b^2-4ac\ ,a=1\ ,b=-n\ ,c=-4n-16$

$b^2-4ac=0 \Rightarrow (-n)^2-4(1)(-4n-16) \Rightarrow n^2+16n+64=0$

$n^2+16n+64=0 \Rightarrow (n+8)^2=0$ بجذرالطرفين $\Rightarrow n+8=0 \Rightarrow n=-8$

س٩/ حل المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل ؟

$a)\ \frac{3y+5}{2y-1}=\frac{6y+2}{5y-4}\ ,\ (3y+5)(5y-4)=(2y-1)(6y+2)$

$15y^2-12y+25y-20=12y^2+4y-6y-3$

$15y^2-12y+25y-20-12y^2-4y+6y+3=0$

$3y^2+10y-18=0$

الأستاذ علي جويعد المالكي