الشحنات والقوى

الكهربائية

Electric Charges

بأسلوبٍ تلخيصيٍ

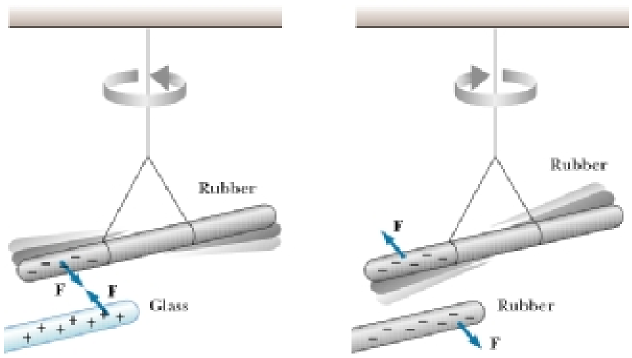
al-ghafri@hotmail.com

تعتبر القوة الكهرومغناطيسية الناتجة بفعل الأجسام المشحونة أحد القوى الأساسية في الطبيعة، وسنبدأ في هذه الوحدة بإذن الله بعرض بعض خصائص القوة الكهربائية.

ثم سنتطرق **لقانون كولومب** (Coulomb's law) الذي له أهمية كبيرة في معرفة مقادير القوة -والكميات المتعلقة بها- الخاصة بالأجسام المشحونة المتأثرة ببعضها، بعدها سنتحدث في وحدة منفصلة عن المجال الكهربائي وخصائصه وكيفية حساب مقاديره باستخدام طرق التفاضل و التكامل.

§ خصائص الشحنات الكهربائية (Properties of Electric Charges)

يمكن للعديد من التجارب البسيطة إثبات وجود الشحنات والقوى الكهربائية، خذ مثالا على ذلك، عندما تقوم بإمرار مشط تصفيف الشعر خلال شعرك لفترة، تلاحظ أن المشط يصبح قادرا على جذب قطعة صغيرة من ورقة بيضاء، أيضا يمكنك فرك بالونة منفوخة بقطعة من الصوف ثم قم بتقريب البالونة من الجدار لتلاحظ التصاق البالونة في ذلك الجدار لساعات، تسمى الأجسام التي تتصرف بهذا الأسلوب بالمواد **المُكهرَبة** (*electrified*)، أو **الأجسام المشحونة كهربائيا** (electrically charged)، وبسلسلة من التجارب البسيطة أمكن إثبات أن هناك نوعين من الشحنات أصطلح على أن إحداها **موجبة** والأخرى **سالبة**، وللتأكد من ذلك عمليا، قم بفرك قضيب من المطاط الصلب بقطعة من الفراء ومن ثم قم بتعليق القضيب بخيط لا موصل[1]، ثم افرك قضيبا آخر من الزجاج بقطعة من الحرير ثم علّقه بنفس الطريقة، قرّب القضيبين من بعضيهما لتلاحظ أن القضيبين يجذبان بعضيهما كما هو موضح في الشكل، ثم قم بتقريب قضيبين من نفس النوع لتلحظ أنهما يدفعان بعضيهما باتجاه مضاد.



[1] لمنع الشحنات من الانجراف خلال الخيط يستعمل خيط من مادة عازلة غير قابلة لنقل الشحنة.

من التجربة السابقة نستطيع القول أن الشحنات المتشابهة تتنافر، بينما الـــشحنات المختلفة تتجاذب بقوة معينة ومكمّمة سنتعرف على أنها خاضعة لقانون كولومب.

الجدير بالذكر أن من أثار نظريات الشحنة "المبدئية" ونوعياتها بناءً على التجارب بنجامين فرانكلين[1] (1706 – 1790)، ومن نتائجه المهمة أن **الشحنة كمية محفوظة**، بمعنى أن نشوء شحنة في القضيب المفروك لا يعني إيجادها من العدم، إنما العملية ببـــساطة هي عبارة عن انتقال الإلكترونات بين ذرات القضيب الزجاجي والـــصوف –مـــثلا-، وبالتالي فإن كمية الشحنة السالبة الناشئة في جسم معين تكون مساوية مقـــدارا لكميـــة الشحنة الموجبة الناشئة في الجسم الآخر على فرض أن الجسمين تكهربا بفعل احتكاكهما معا.

وبالفعل، ففي العام 1909 أثبت ميليكان من خلال **تجربة قطرة الزيت** أن أي جـــسم مشحون يمتلك شحنة تساوي مضاعفات صحيحة لكمية معينة هـــي **مقـــدار شـــحنة الإلكترون** التي تـــساوي ($e = -1.6021917 \times 10^{-19}$ C)، أي أن $q = Ne$ حيث N عدد صحيح.

وسنأتي على تجربة ميليكان بشكل مفصل فيما بعد.

§ قانون كولومب (COULOMB'S LAW)

تمكن تشارلز كولومب من قياس **مقدار** القوة الناتجة بين جسيمين مشحونين، باســـتخدام ميزان التواء قام باختراعه بنفسه والشكل يوضح صورة لميزانه.

1 (ولد في 17 يناير، 1706 - توفي في 17 ابريل 1790). كان فرانكلين من أحد أبرز المؤسسين الأوائل للولايات المتحدة، وكان مشهورا بفضوله وإبداعه وذكائه وحكمته.

و من خلال ميزانه (ولن نخوض هنا للكيفية) أثبت كولومب أن القـــوة الناشـــئة نتيجة المجال بين جسيمين مشحونين تتناسب مع معكوس مربع المـــسافة بـــين هـــاذين الجسيمين، أي أن

$$F_e \propto \frac{1}{r^2}$$

إضافة على ذلك وضح كولومب أيضا أن هذه القوة تتناسب مع نـــاتج ضـــرب مقدار شحنة الجسمين، أي أن

$$F_e \propto |q_1|\,|q_2|$$

فتكون القوة بالإجمال متناسبة مع ناتج ضرب مقدار شحنتي الجسمين ومعكوس مربع المسافة بين الجسمين، أي

$$F_e \propto \frac{|q_1|\,|q_2|}{r^2}$$

من هذه المشاهدات أستنتج كولومب أن مقدار القوة يمكن حسابه بالقانون التالي:

$$F_e = k_e \frac{|q_1|\,|q_2|}{r^2}$$

حيث k_e ثابت التناسب ويسمى ثابت كولومب، وفي نظام SI أعتمدت قيمـــة مضبوطة لهذا الثابت هي $k_e = 8.9875 \times 10^9\ Nm^2/C^2$ ، ويمكن كتابة ثابـــت كولومب بتعبير رياضي آخر كما في هذه المعادلة:

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

حيث يسمى الثابت ε_0 **ثابت سماحيـــة الفـــراغ** (*permittivity of free space*) ويساوي $8.854\,2 \times 10^{-12}\ C^2/N.m^2$.

مثال توضيحي:

تحوي ذرة الهيدروجين على إلكترون وبروتون واحد تفصل بينهما مسافة تساوي تقريبا 5.3×10^{-11} m ، احسب مقدار القوة الكهربائية وقوة التجاذب الكتلي الناشئة بين الإلكترون والبروتون.

الحل:

نستطيع حل السؤال بسهولة وبتطبيق مباشر لقانون كولومب وقانون نيوتن لقوى التجاذب الكتلي، باستخدام القيم الموضحة في الجدول

$$F_e = k_e \frac{|e|^2}{r^2} = \left(8.99 \times 10^9 \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right) \frac{(1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})^2}{(5.3 \times 10^{-11}\ \mathrm{m})^2}$$

$$= \boxed{8.2 \times 10^{-8}\ \mathrm{N}}$$

$$F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2}$$

$$= \left(6.7 \times 10^{-11} \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right)$$

$$= \times \frac{(9.11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg})(1.67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})}{(5.3 \times 10^{-11}\ \mathrm{m})^2}$$

$$= \boxed{3.6 \times 10^{-47}\ \mathrm{N}}$$

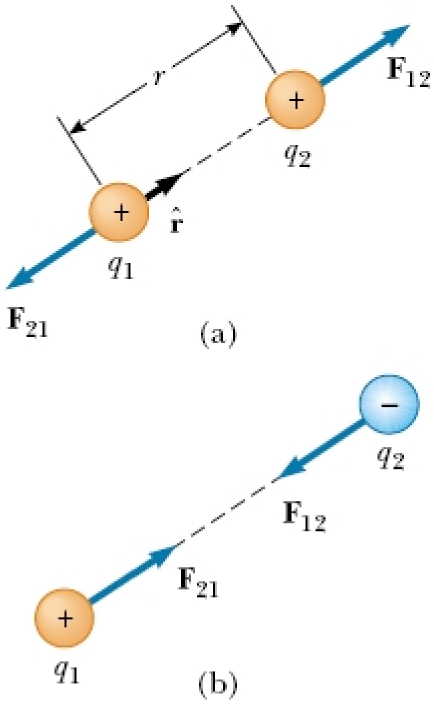
Particle	Charge (C)	Mass (kg)
Electron (e)	$-1.602\,191\,7 \times 10^{-19}$	$9.109\,5 \times 10^{-31}$
Proton (p)	$+1.602\,191\,7 \times 10^{-19}$	$1.672\,61 \times 10^{-27}$
Neutron (n)	0	$1.674\,92 \times 10^{-27}$

عندما نتعامل مع قانون كولومب يجب علينا إدراك أننا نتعامل مع **كمية متجهة** (quantity vector)، لهذا، يكتب القانون على هيئة **تعبير رياضي متجه**، بحيث إذا أثرت شحنة q_1 على شحنة أخرى q_2 ، يُعبّر عن القوة الكهربائية المتجهة الناتجة على الصورة:

$$F_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$

حيث $\hat{\mathbf{r}}$ متجه الوحدة (unit vector)، يتجه من q_1 إلى q_2 ، لاحظ أن القانون المبدئي لكولومب قاس القوة الكهربائية **مقدارا** فقط .

قانون كولومب المتجه يأخذ بعين الاعتبار نوعية الشحنات ضمنيا ، وماهية القوة المــؤثرة من حيث كونها تجاذبا (attractive) أو تنافرا (repulsive)، حيث من المعروف أن الشحنات ذات النوع الواحد تتنافر بينما الشحنات المختلفة نوعا تتجاذب، ومما لا شــك فيه أن القوة الكهربائية الناشئة بين الشحنات هي قوى خاضعة لقانون نيوتن الثالث، أي أنها قوى فعل ورد فعل في اتجاه مضاد، أو بتعبير رياضي بسيط فــإن $F_{12} = -F_{21}$ ،.. تأمل الشكل لمزيدٍ توضيحٍ.

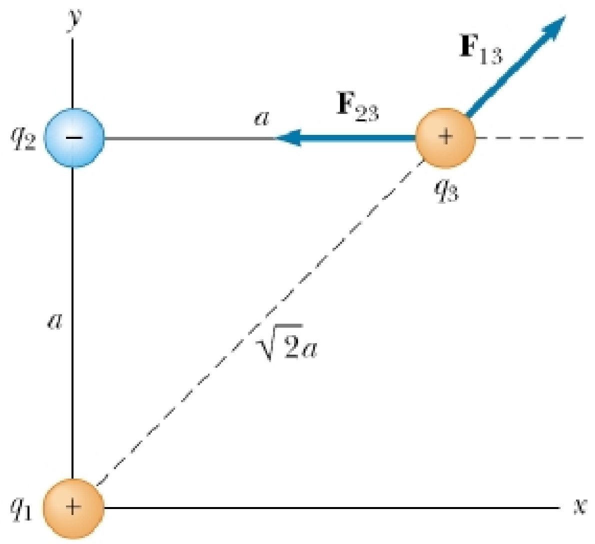


<u>في حال كان لدينا أكثر من شحنتين تُنتج قوى كهربائية مــؤثرة علــى بعــضها البعض، فإن القوة الكلية المؤثرة على أحد الشحنات تساوي **المجموع الإتجاهي** (vector sum) لكل قوة متجهة ناتجة من الشحنات الأخرى.</u>

مثال توضيحي:

افترض أن لدينا ثلاث شحنات واقعة على رؤوس مثلث قائم الزاويــة (right triangle) كما في الشكل، بحيث $q_1 = q_3 = 5\ \mu C$ ، $q_2 = -2\ \mu C$ ، $a = 0.10\ m$ ، احسب القوة الكهربائية الكلية المؤثرة على q_3 (عبّر عنها اتجاهيا).

الحل:



نلاحظ من الشكل أن q_3 و q_2 تؤثران على بعضيهما بقوة تجاذب لاختلافهما في نوعية الشحنة، بينما q_3 و q_1 تؤثران على بعضيهما بقوة تنافر لاتفاقهما في نوعية الشحنة، نلاحظ كذلك أن q_2 تؤثر بقوة كهربائية (F_{23}) على q_3 على شكل متجه واقع على المركبة (x) تماما وفي الاتجاه السالب للمحور، في حين أن مركبته الصادية (y) تساوى صفرا، بينما تؤثر q_1 على q_3 بقوة كهربائية (F_{13}) على شكل متجه له مركبتان (F_{13x}) و (F_{13y}).

لحساب القوة (F_{23}):

$$F_{23} = F_{23x}\ \mathbf{i} + F_{23y}\ \mathbf{j}$$

وحيث أن $F_{23y} = 0$ فإن:

$$F_{23} = F_{23x}\ \mathbf{i} = -k_e \frac{|q_2 q_3|}{r^2}\mathbf{i}$$
$$= -9\ \mathbf{i}\quad \mathrm{N}$$

لحساب مقدار القوة F_{13}:

$$F_{13} = k_e \frac{q_1 q_3}{(\sqrt{2}a)^2} = 11\ \mathrm{N}.$$

ولأن المثلث متساوي الضلعين (equilateral triangle) فإن المتجه ذي المقدار F_{13} يميل بزاوية 45° عن المحور (x) بذلك أمكن تحليله لمركبتيه الصادية والسينية مع مراعاة إشارة الاتجاه:

$$F_{13} = F_{13}\cos 45\ \mathbf{i} + F_{13}\sin 45\ \mathbf{j}$$
$$= 7.78\ \mathbf{i} + 7.78\ \mathbf{j}$$
$$F_3 = (7.78 - 9)\ \mathbf{i} + 7.78\ \mathbf{j} = (-1.2\ \mathbf{i} + 7.8\ \mathbf{j})\ \mathrm{N}.$$

**** في آخر الوحدة مزيد من التمارين والأفكار المهمة + حل جميع الأسئلة المطلوبة.***

ملخص عام للوحدة:

مفاهيم الشحنة الكهربائية:

1- يوجد نوعان من الشنحة الكهربائية، موجب (+) وسالب (-).

2- القوة بين الشحنات ذات الإشارة الواحدة تنافرية، والقوة بين الشحنات ذات الإشارة المختلفة تجاذبية.

بقاء الشحنة

لا يمكن خلق أو تدمير شحنة موجبة أو سالبة صافية في أية عملية فيزيائية.

قانون كولومب

يعطي مقدار القوة الكهربائية بين شحنتين q_1 و q_2 نقطيتين تفصل بينهما مسافة r بالعلاقة $F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$

حيث k ثابت فيزيائي كوني يعرف بثابت قوة كولوم.

تمارين وأفكار مهمة:

1- شحنتان نقطيتان q_1 و q_2 موضوعتان على بعد 60 cm من بعضهما البعض، وتتنافران بقوة مقدارها 0.3 N والمجموع الجبري للشحنتين هو +7.2 μC، أوجد كلا من q_1 و q_2 .

الحل:

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \longrightarrow 0.3 = k_e \frac{|q_1||q_2|}{1.2} \longrightarrow q_1 q_2 = \frac{0.108}{k_e} = 1.2\times10^{-11}$$

$$q_1 q_2 = 1.2\times10^{-11}$$

$$q_1 + q_2 = 7.2\times 10^{-6}\ \mathrm{C} \longrightarrow q_2 = 7.2\times10^{-6} - q_1$$

$$q_1(7.2\times10^{-6} - q_1) = 1.2\times10^{-11} \longrightarrow -(q_1)^2 + 7.2\times10^{-6}\, q_1 - 1.2\times10^{-11} = 0 \longrightarrow (q_1)^2 - 7.2\times10^{-6}\, q_1 + 1.2\times10^{-11} = 0$$

$$q_1 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{7.2\times10^{-6} \pm \sqrt{5.9\times10^{-11} - 4.8\times10^{-11}}}{2} = \frac{7.2\times10^{-6} \pm 3.3\times10^{-6}}{2}$$

$$If\ \ q_1 = 5.25 mC,\ \ then\ q_2 = \frac{1.2\times10^{-11}}{5.25\times10^{-6}} = 2.29 mC.$$

$$If\ \ q_1 = 1.95 mC,\ \ then\ q_2 = \frac{1.2\times10^{-11}}{1.95\times10^{-6}} = 6.15 mC.$$

2- كرتان متماثلتان على هيئة نقطية كتلة كل منهما 60g وتفصل بينهما مسافة 240 cm وتحملان شحنات متشابهة من حيث المقدار ومختلفتان في الإشارة، ما مقدار الشحنة التي من شأنها جعل قوى التجاذب الكهروستاتيكية والتجاذب التثاقلي متساوية.

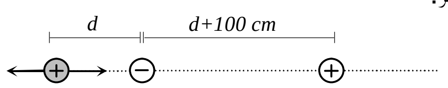
الحل:

$$F_e = F_g \longrightarrow k_e \frac{|q^2|}{r^2} = G\frac{m^2}{r^2} \longrightarrow q = 4.45\ pC.$$

3- وضعت شحنتان نقطيتان على المحور x بحيث: الشحنة -5×10^{-9} C عند $x=0$ ، والشحنة $+6\times10^{-9}$ C عند $x=100$ cm، عند أي موقع (مواقع) بالقرب من هذه الشحنات يمكن وضع شحنة $+4\times10^{-9}$ C بحيث لا تقع تحت تأثير أية قوة صافية؟

الحل:

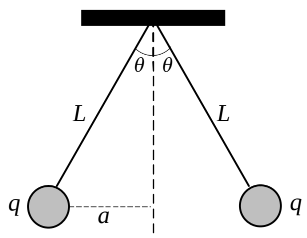
حتى نضع الشحنة في مكانٍ محصلة القوى فيه عليها يكون صفرا، فإنه يجب أن تكون القوى المؤثرة متساوية في المقدار ومتعاكسة في الاتجاه، وحتى يتحقق هذا الشرط فإن الشحنة الثالثة يجب أن توضع خارج الشحنتين وبالقرب من الشحنة الأصغر.



$$F_{31} = F_{32} \longrightarrow k_e \frac{|q_3||q_1|}{r_{31}^2} = k_e \frac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2} \rightarrow \frac{5\times10^{-9}}{d^2} = \frac{6\times10^{-9}}{(d+1)^2} \Leftrightarrow (d+1)^2 5\times10^{-9} = 6\times10^{-9} d^2 \rightarrow \frac{5\times10^{-9}}{6\times10^{-9}} = \frac{d^2}{(d+1)^2}$$

$$\left[\frac{d}{d+1}\right]^2 = \frac{5}{6} \quad \rightarrow \frac{d}{d+1} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \quad \rightarrow d = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} \approx 10.5 m.$$

4- كرتان مشحونتان متماثلتان، كتلة كلٍ منهما تساوي $m = 3\times10^{-9}\ kg$ ، معلقتان في حالة اتزان بخيط لا موصل كما في الشكل، طول كل خيط يساوي $L = 0.15 m$ ، والزاوية q تساوي 5^0 ، أوجد مقدار الشحنة في كل كرة.



الحل:

نلاحظ من الشكل أن:

$$\sin q = a/L \rightarrow a = L \sin q \rightarrow a = 0.15 \sin 5 = 0.013 m$$

إذن المسافة بين الكرتين $r = 2a = 2(0.013) = 0.026 m$ ، ولأن أيا من الكرتين في حالة اتزان، نحلل مركبات القوة على إحدى الكرتين كما في الشكل الثاني، بذلك نستطيع استخدام قوانين الاتزان كالتالي:

$$\begin{pmatrix} (1) \sum F_x = T\sin q - F_e = 0 \\ (2) \sum F_y = T\cos q - mg = 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} T = \frac{mg}{\cos q}[this\ from (2), \text{substitute}\ in(1)] \\ F_e = mg \tan q = 2.6\times10^{-2} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} F_e = k\frac{|q|^2}{r^2} \\ |q|^2 = \frac{F_e r^2}{k} \rightarrow |q| = 4.4\times10^{-8} \end{pmatrix}$$