# كتاب حلول مسائل في المبادلات الحرارية

**تأليف أسامة محمد المرضي سليمان خيال**

**أستاذ مساعد ، كلية الهندسة والتقنية**

**جامعة وادي النيل ، عطبرة ، السودان**



**الطبعة الأولى مارس 1995م**

**الطبعة الثانية أغسطس 2018م**

# شكر وعرفان

الشكر والعرفان لله والتبريكات والصلوات على رسوله وخادمه محمد وعلى آله وصحابته وجميع من تبعه وتَقفِّى أثره إلى يوم القيامة.

يود الكاتب ان يتقدم بالشكر أجذله لكل من ساهم بجهده وفكره ووقته في إخراج هذا الكتاب بالصورة المطلوبة ، ويخُص بذلك الزملاء/ الأساتذة بقسم الهندسة الميكانيكية بجامعة وادي النيل . عطبرة ، وأيضاً الإخوة/ الأساتذة بقسم الهندسة الميكانيكية بجامعة البحر الأحمر . بورتسودان.

الشكر والتقدير والعرفان للبروفيسور/ **محمود يس عثمان** الذي ساهم بقدر كبير في مراجعة وإعادة مراجعة محتويات الكتاب.

اهدي هذا الكتاب بصفة أساسية لطلاب دبلوم وبكالوريوس الهندسة في جميع التخصصات خاصة طلاب قسم الهندسة الميكانيكية ، حيث يستعرض هذا الكتاب الكثير من التطبيقات في مجال الهندسة الميكانيكية وبالأخص في مجال تكنولوجيا المبادلات الحرارية.

وأُعبر عن شُكري وامتناني إلى المهندس/ **أسامة محمود محمد علي** بمركز دانية لخدمات الحاسوب والطباعة بمدينة عطبرة، الذي أنفق العديد من الساعات في طباعة ، مراجعة وتعديل وإعادة طباعة هذا الكتاب أكثر من مرة. والشكر موصول أيضاً للمهندس/ **عوض علي بكري** الذي شارك في تنسيق هذا العمل.

أخيراً ، أرجو من الله سبحانه وتعالي أن يتقبل هذا العمل المتواضع والذي آمل أن يكون ذا فائدة للقارئ.

# مقدمة

يشتمل هذا الكتاب على مجموعة متنوعة من المسائل في مقرر المبادلات الحرارية لفائدة طلاب قسم الهندسة الميكانيكية وهندسة التصنيع.

يتضمَّن هذا الكتاب تعريفاً لبعض مصطلحات المبادلات الحرارية وكيفية حسابها. على سبيل المثال متوسطا فرق درجة الحرارة الحسابي واللوغاريثمي، فاعلية المبادلات الحرارية متوازية ومتعاكسة السريان، أطوال وأقطار ومساحة سطح المبادل الحراري، معدَّل سريان كتل الموائع الباردة والساخنة، تفاوت درجات الحرارة بين مدخل ومخرج المبادل الحراري، مقارنة بين المبادل الحراري متوازي السريان ومتعاكس السريان من وجهة نظر مساحة السطح ومتوسط فرق درجة الحرارة اللوغاريثمي (LMTD)، المقاومات الحرارية وعوامل الإتساخ، درجات حرارة الموائع الباردة والساخنة عند مدخل ومخرج المبادل الحراري. بالإضافة لملخص يشتمل على أهم القوانين والصيَّغ الرياضية المستخدمة في المبادلات الحرارية.

**والله الموفق**

**المؤلف**

**أغسطس 2018 م**

# أسئلة وإجاباتها النموذجية في المبادلات الحرارية
# (Questions and Model Answers in Heat Exchangers)

**المسألة (1):-**

عند أي قيمة من نسبة فروقات درجة الحرارة الطرفية $\frac{\theta_1}{\theta_2}$ يكون متوسط فرق درجة الحرارة الحسابي أكبر بمقدار 5% من متوسط فرق درجة الحرارة اللوغاريثمي؟

**الحل:-**

$\bar{\theta} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$، متوسط فرق درجة الحرارة الحسابي.

$\theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\log_e(\theta_1/\theta_2)}$، متوسط فرق درجة الحرارة اللوغاريثمي.

$$\frac{\bar{\theta}}{\theta_m} = \frac{\left[\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right]}{\frac{\theta_1 - \theta_2}{\log_e(\theta_1/\theta_2)}} = \frac{(\theta_1 + \theta_2)}{2(\theta_1 - \theta_2)} \log_e\left[\frac{\theta_1}{\theta_2}\right]$$

معطي أنَّ $\bar{\theta}$ يكون أكبر بمقدار 5% عن $\theta_m$

$$\frac{\bar{\theta}}{\theta_m} = 1.05 = \frac{\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)+1}{2\left[\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)-1\right]} \ln\left[\frac{\theta_1}{\theta_2}\right]$$

$$\text{or} \quad \frac{\left(\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)+1\right)}{\left(\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)-1\right)} \times \ln\left[\frac{\theta_1}{\theta_2}\right] = 2 \times 1.05 = 2.1$$

بالمحاولة والخطأ نحصل على،

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \underline{2.2}$$

عليه فإنَّ متوسط فرق درجة الحرارة الحسابي يعطي نتائج في حدود دقة أو خطأ مقداره 5% عندما

تتفاوت فروقات درجة الحرارة الطرفية بمقدار لا يزيد عن العامل $\frac{\theta_1}{\theta_2} = 2.2$.

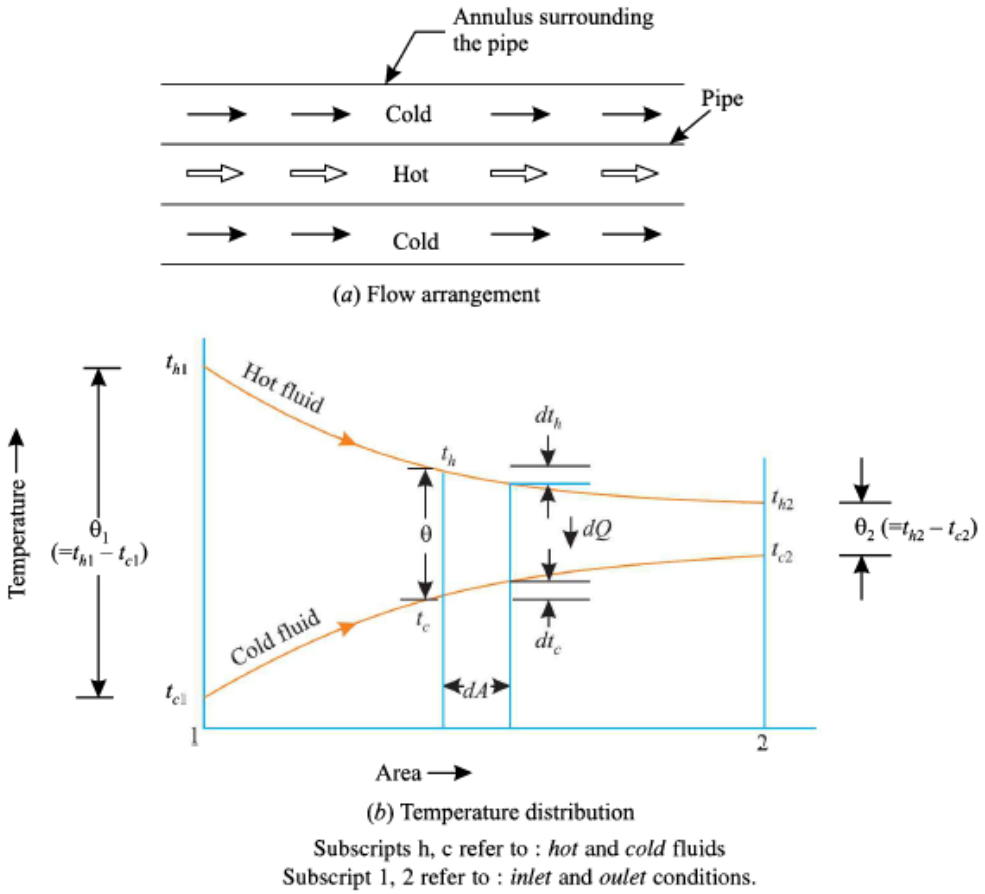
**المسألة(2):-**

(a) إشتَّق تعبيراً لفاعلية مبادل حراري متوازي السريان بدلالات عدد وحدات إنتقال الحرارة NTU، ونسبة السعة $R = C_{min}/ C_{max}$.

(b) في مبادل حراري متوازي السريان مزدوج الأنبوب ينساب الماء خلال أنبوب داخلي ويتم تسخينه من 20°C إلي 70°C.

الزيت المنساب خلال تجويف خارجي يتم تبريده من 200°C إلي 100°C. من المرغوب فيه تبريد الزيت لدرجة حرارة مخرج دنيا بزيادة طول المبادل الحراري. حدِّد درجة الحرارة الدنيا التي يمكن بها تبريد الزيت.

**الحل:-**




(a) Flow arrangement

(b) Temperature distribution

Subscripts h, c refer to : *hot* and *cold* fluids
Subscript 1, 2 refer to : *inlet* and *oulet* conditions.

**شكل (1)**

(a) الفاعلية لمبادل حراري متوازي السريان:-

بالرجوع للشكل رقم (1) عاليه. معدَّل إنتقال الحرارة dQ خلال مساحة dA للمبادل الحراري يُعطي بـ :-

$$dQ = U.dA(t_h - t_c) \qquad (1)$$

$$= -\dot{m}_h c_h dt_h = \dot{m}_c c_c dt_c$$

$$= -C_h dt_h = C_c dt_c \qquad (2)$$

من المعادلة (2)، نحصل على،

$$dt_h = -\frac{dQ}{C_h} \quad \text{و} \quad dt_c = -\frac{dQ}{C_c}$$

$$\therefore dt_h - dt_c = -\frac{dQ}{C_h} - \frac{dQ}{C_c}$$

$$d(t_h - t_c) = -dQ\left[\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right]$$

بتعويض قيمة dQ من المعادلة (1) وبإعادة الترتيب، نحصل على

$$\frac{d(t_h - t_c)}{(t_h - t_c)} = -U.dA\left[\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right]$$

بالتكامل ما بين المقطعين (1) و (2) نحصل على

$$\ln\left[\frac{(t_{h_2} - t_{c_2})}{(t_{h_1} - t_{c_1})}\right] = -UA\left[\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right]$$

$$\ln\left[\frac{(t_{h_2} - t_{c_2})}{(t_{h_1} - t_{c_1})}\right] = \frac{-UA}{C_h}\left[1 + \frac{C_h}{C_c}\right]$$

أو $\left[\frac{t_{h_2} - t_{c_2}}{t_{h_1} - t_{c_1}}\right] = e^{\frac{-UA}{C_h}\left[1+\frac{C_h}{C_c}\right]}$ (3)

من معادلة سابقة، لدينا تعبيراً للفاعلية،

$$\text{الفاعلية}\ ،\ \in = \frac{\text{الحرارة المنتقلة الفعلية}}{\text{الحرارة المنتقلة القصوى الممكنة}} = \frac{Q}{C_{min}\left(t_{h_{max}} - t_{c_{min}}\right)}$$

$$\therefore \in = \frac{C_h\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \frac{C_c\left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} \qquad (4)$$

$$\text{بالتالي}\ ،\ t_{h_2} = t_{h_1} - \frac{\in C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)}{C_h} \qquad (5)$$

$$t_{c_2} = t_{c_1} - \frac{\in C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)}{C_c} \qquad (6)$$

بتفادي $t_{h_2}$ و $t_{c_2}$ من المعادلة (3)، بمساعدة المعادلتين (5) و (6)، نحصل على

$$\frac{1}{\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \left[\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right) - \in C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)\left\{\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right\}\right] = e^{\frac{-UA}{C_h}\left[1+\frac{C_h}{C_c}\right]}$$

$$\text{أو} \quad 1 - \in C_{\min}\left\{\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right\} = e^{\frac{-UA}{C_h}\left[1+\frac{C_h}{C_c}\right]}$$

$$\text{أو} \quad \in = \frac{1 - e^{\frac{-UA}{C_h}\left[1+\frac{C_h}{C_c}\right]}}{C_{\min}\left\{\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right\}} \qquad (7)$$

إذا كانت $C_c > C_h$ بالتالي $C_{min} = C_h$ و $C_{max} = C_c$ بالتالي تصبح المعادلة (7) كالآتي:

$$\in = \frac{1 - e^{\frac{-UA}{C_{\min}}\left[1+\frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right]}}{1 + \left\{\frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right\}} \qquad (8)$$

إذا كانت $C_c < C_h$ بالتالي $C_{min} = C_c$ و $C_{max} = C_h$ بالتالي تصبح المعادلة (7) كالآتي:

$$\in = \frac{1 - e^{\frac{-UA}{C_{\max}}\left[1+\frac{C_{\max}}{C_{\min}}\right]}}{1 + \left\{\frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right\}} \qquad (9)$$

بإعادة ترتيب المعادلات (8) و (9)، نحصل على معادلة مشتركة.

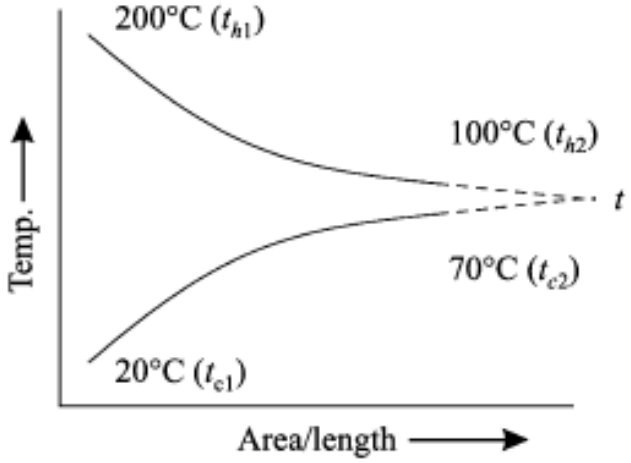
$$\in = \frac{1 - e^{\frac{-UA}{C_{\min}}\left[1+\frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right]}}{1+\frac{C_{\min}}{C_{\max}}}$$

- المجموعة $UA/C_{min}$ هي تعبير لا بعدي تُعرف بعدد وحدات إنتقال حرارة NTU.
- $C_{min} / C_{max}$ هي كمية متغير لا بعدية تُعرف بنسبة السعة R.

عليه فإنَّ فاعلية مبادل حراري متوازي السريان تُعطي بـ

$$\in = \frac{1 - e^{-NUT[1+R]}}{1+R} \qquad (10)$$

(b)




**شكل (2)**

$$t_{h_1} = 200°C \quad ; t_{h_2} = 100°C$$

$$t_{c_1} = 20°C \quad ; t_{c_2} = 70°C$$

$$Q = \dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = \dot{m}_c c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

أو

$$\frac{\dot{m}_c c_c}{\dot{m}_h c_h} = \frac{100}{50} = 2$$

إجعل t هي درجة الحرارة الأدنى التي يمكن تبريد الزيت إليها والتي ستكون درجة الحرارة الأقصى للماء (إرجع للشكل (2) عاليه).

بالتالي،

$$\dot{m}_h C_h (200 - t) = \dot{m}_c C_c (t - 20)$$

$$200 - t = \frac{\dot{m}_c c_c}{\dot{m}_h c_h}(t - 20)$$

$$200 - t = 2(t - 20)$$

$$200 - t = 2t - 40 \qquad \text{أو}$$

$$t = \underline{\underline{80}}°C \qquad \text{أو}$$

**المسألة (3):-**

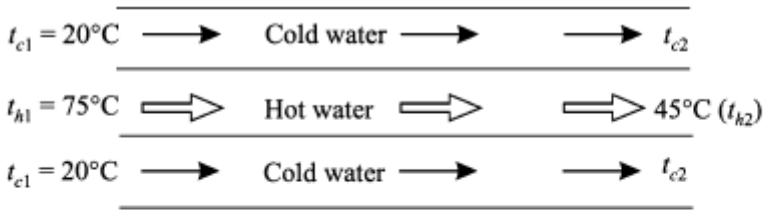
معدلات السريان لجداول من ماء ساخن وبارد تمر من خلال مبادل حراري متوازي السريان هما 0.2kg/s و 0.5kg/s على الترتيب. درجات حرارة المدخل على الجانبين الساخن والبارد هما 75°C و 20°C على الترتيب. درجة حرارة مخرج الماء الساخن هي 45°C. إذا كانت معاملات إنتقال الحرارة المفردة على كلا الجانبين هي 650W/m$^2$°C، أحسب مساحة المبادل الحراري. خذ c للماء 4.187kj/kg°C.

**الحل:-**

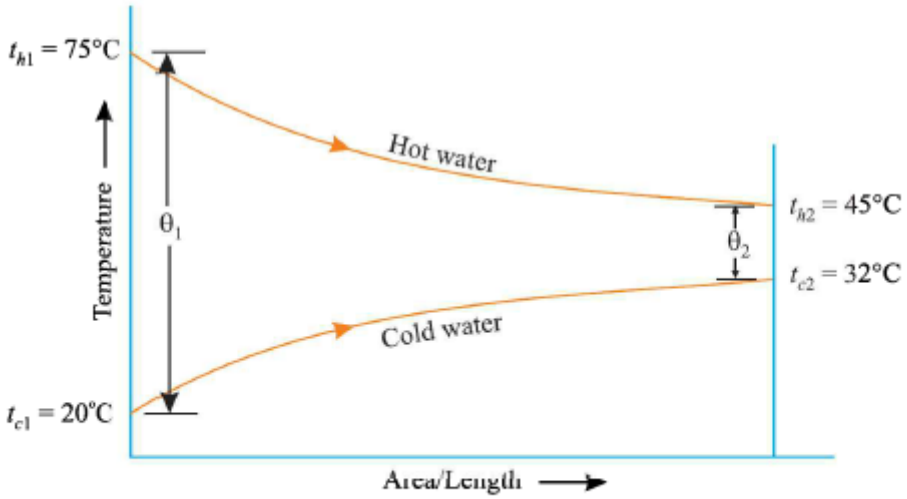
معطي: $\dot{m}_h = 0.2kg/s$ ؛ $\dot{m}_c = 0.5kg/s$ ؛ $t_{h_1} = 75°C$ ؛ $t_{h_2} = 45°C$ ؛ $t_{c_1} = 20°C$ ؛

$h_i = h_o = 650W/m^2°C$ .

يتم توضيح المبادل الحراري تخطيطياً في الشكل (3) أدناه




(*a*) Flow arrangement




(*b*) Temperature distribution

**شكل (3)**

معدَّل إنتقال الحرارة، $Q = \dot{m}_h \times c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)$

$$= 0.2 \times 4.187 \times (75 - 45) = \underline{25.122}\ kj/s$$

الحرارة المكتسبة بالمائع البارد = الحرارة المفقودة بالمائع الساخن

$$\dot{m}_h \times c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = \dot{m}_c \times c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

$$25.122 = 0.5 \times 4.187 \times \left(t_{c_2} - 20\right)$$

$$\Rightarrow \qquad \therefore t_{c_2} = \underline{32}\,°C$$

متوسط فرق درجة الحرارة اللوغاريثمي يُعطي بـ

$$LMTD = \theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\log_e \frac{\theta_1}{\theta_2}}$$

أو $\theta_m = \dfrac{\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right) - \left(t_{h_2} - t_{c_2}\right)}{\log_e \left\{\dfrac{t_{h_1} - t_{c_1}}{t_{h_2} - t_{c_2}}\right\}} = \dfrac{(75-20)-(45-32)}{\log_e \left\{\dfrac{75-20}{45-32}\right\}}$

$$\theta_m = \frac{55-13}{\log_e \frac{55}{13}} = \underline{29.12}\ ^\circ C$$

معامل إنتقال الحرارة الإجمالي يُحسب من المعادلة التالية،

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}$$
$$= \frac{1}{650} + \frac{1}{650} = \frac{2}{650} = \frac{1}{325}$$
$$\therefore U = \underline{325}\ W/m^2\,^\circ C$$

أيضاً $Q = UA\theta_m$ ،

$$A = \frac{Q}{U\theta_m} = \frac{25.122\times10^3}{325\times29.12} = \underline{\underline{2.65}}\ m^2$$

**المسألة (4):-**

البيانات التالية تتعلق بمبادل حراري متوازي السريان يتم فيه تسخين هواء بغازات عادم.

الحرارة المنتقلة في الساعة 155450kj

معامل إنتقال الحرارة الداخلي $120W/m^2°C$

معامل إنتقال الحرارة الخارجي $195W/m^2°C$

درجات حرارة مدخل ومخرج المائع الساخن $450°C$ و $250°C$ على الترتيب.

درجات حرارة مدخل ومخرج المائع البارد $60°C$ و $120°C$ على الترتيب.

الأقطار الداخلية والخارجية للأنبوب 50mm و 60mm على الترتيب.

أحسب طول الأنبوب المطلوب لحدوث إنتقال الحرارة الضروري. تجاهل مقاومة الأنبوب.

**الحل:-**

$t_{h_2} = 250°C$ ؛ $t_{h_1} = 450°C$ ؛$h_o = 195W/m^2°C$ ؛$h_i = 120W/m^2°C$ ؛Q = 155450kj/h

$d_o$=60mm=0.06m ؛ $d_i$=50mm=0.05m ؛ $t_{c_2} = 120°C$ ؛ $t_{c_1} = 60°C$

$$(LMTD), \theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\log_e \frac{\theta_1}{\theta_2}} = \frac{(t_{h_1} - t_{c_1}) - (t_{h_2} - t_{c_2})}{\log_e \left\{ \frac{t_{h_1} - t_{c_1}}{t_{h_2} - t_{c_2}} \right\}}$$

$$= \frac{(450-60)-(250-120)}{\ln\left\{\frac{450-60}{250-120}\right\}} = \frac{390-130}{\ln\frac{390}{130}} = \underline{236.66}\,°C$$

معامل إنتقال الحرارة الإجمالي يُعطي بـ

$$\frac{1}{UA_o} = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{1}{h_o A_o}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{A_o}{h_i A_i} + \frac{1}{h_o} = \frac{\pi d_o L}{\pi d_i L \times h_i} + \frac{1}{h_o} = \frac{d_o}{d_i}\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}$$

$$= \frac{0.06}{0.05}.\frac{1}{120} + \frac{1}{195} = \underline{0.01513}$$

$$\therefore U = 66.09\ W/m^2\,°C$$

معدَّل إنتقال الحرارة الكلي يُعطي بـ

$$Q = UA\theta_m = U \times (\pi d_o L) \times \theta_m$$

$$or\ L = \frac{Q}{U \times \pi d_o \times \theta_m} = \frac{155450 \times (10^3/3600)}{66.09 \times \pi \times 0.06 \times 236.66} = \underline{\underline{14.65}}\ m$$

**المسألة (5):-**

مائع ساخن عند 200°C يدخل مبادل حراري بمعدَّل سريان كتلة $10^4$kg/h، حرارته النوعية 2000J/kgK. يتم تبريده بواسطة مائع آخر يدخل عند درجة حرارة 25°C بمعدَّل سريان كتلة 2500kg/h وحرارة نوعية 400J/kgK. معامل إنتقال الحرارة الإجمالي المؤسس على مساحة خارجية بمقدار $20m^2$ هو 250W/m$^2$K. أوجد درجة حرارة مخرج المائع الساخن عندما يكون المائعان في سريان متوازي.

**الحل:-**

معطى:

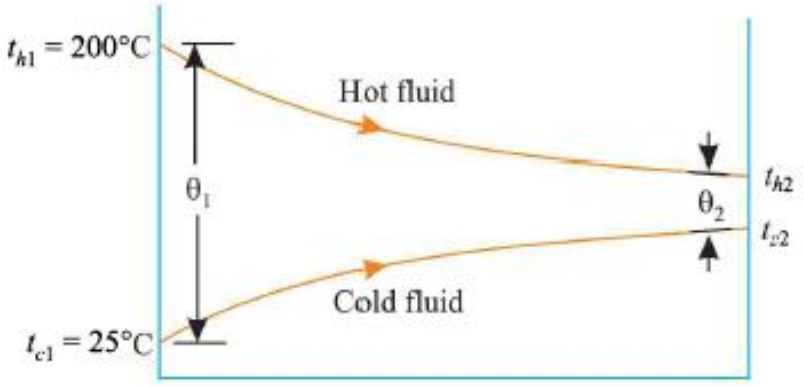
$$\dot{m}_c = \frac{2500}{3600} = 0.694kg/s\ ;\ t_{c_1} = 25°C\ ;\ c_h = 2000J/kgK\ ;\ \dot{m}_h = \frac{10^4}{3600} = 2.78kg/s\ ;\ t_{h_1} = 200°C\ ;$$

$$c_c = 400J/kgK\ ;\ U = 250 W/m^2K.$$

$Q = \dot{m}_h \times c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)$ ، الحرارة المفقود بواسطة الماء الساخن

$$= 2.78 \times 2000 \times \left(200 - t_{h_2}\right) = 5560 \times \left(200 - t_{h_2}\right) \qquad \text{(i)}$$

يتم توضيح المبادل الحراري في الشكل (4) أدناه:




**شكل (4)**

$Q = \dot{m}_c c_h \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$ ، الحرارة المكتسبة بواسطة الماء البارد

$$= 0.694 \times 400 \times \left(t_{c_2} - 25\right)$$

$$= 277.6 \times \left(t_{c_2} - 25\right) \qquad \text{( ii)}$$

بمساواة (i) و (ii)، نحصل على

$$5560 \times \left(200 - t_{h_2}\right) = 277.6 \times \left(t_{c_2} - 25\right)$$

أو $t_{c_2} = \dfrac{5560}{277.6} \times \left(200 - t_{h_2}\right) + 25 = 4025 - 20t_{h_2}$ (iii)

أيضاً، الحرارة المنتقلة تُعطي بـ

$$Q = UA\theta_m$$

حيث $\theta_m = \dfrac{\theta_1 - \theta_2}{\log_e \dfrac{\theta_1}{\theta_2}}$

$$\theta_1 = t_{h_1} - t_{c_1} = 200 - 25 = \underline{175}^{\circ}C$$

$$\theta_2 = t_{h_2} - t_{c_2} \quad \text{و}$$

$$\therefore \theta_m = \frac{175 - \left(t_{h_2} - t_{c_2}\right)}{\ln\left\{\dfrac{175}{t_{h_2} - t_{c_2}}\right\}}$$

بتعويض القيَّم في المعادلة عاليه، نحصل على

$$Q = 250 \times 20\left[\frac{175 - \left(t_{h_2} - t_{c_2}\right)}{\ln\left\{\dfrac{175}{t_{h_2} - t_{c_2}}\right\}}\right] \qquad \text{(iv)}$$

$$Q = 5000\left[\frac{175 - \left\{t_{h_2} - \left(4025 - 20t_{h_2}\right)\right\}}{\ln\left\{\dfrac{175}{t_{h_2} - \left(4025 - 20t_{h_2}\right)}\right\}}\right]$$

$$Q = 5000\left[\frac{175 - \left\{t_{h_2} - 4025 + 20t_{h_2}\right\}}{\ln\left\{\dfrac{175}{\left(t_{h_2} - 4025 + 20t_{h_2}\right)}\right\}}\right] = 5000\left[\frac{175 - \left(21t_{h_2} - 4025\right)}{\ln\left\{\dfrac{175}{21t_{h_2} - 4025}\right\}}\right] \qquad \text{(v)}$$

بمساواة المعادلتين (i) و (v) نحصل على،

$$5560\left(200 - t_{h_2}\right) = 5000\left[\frac{175 - \left(21t_{h_2} - 4025\right)}{\ln\left\{\dfrac{175}{21t_{h_2} - 4025}\right\}}\right]$$

باستخدام أسلوب المحاولة والخطأ يمكن إيجاد $t_{h_2}$ .

**المسألة (6):-**

في مبادل حراري مزدوج الماسورة (الأنبوب) ينساب الماء بمعدَّل 50,000kg/h ويتم تبريده من 95°C إلي 65°C. في نفس الوقت فإنَّ 50,000kg/h من ماء التبريد عند 30°C يدخل إلي المبادل الحراري. من شروط

السريان أنَّ معامل إنتقال الحرارة الإجمالي يظل ثابتاً عند $2270W/m^2K$. حدَّد مساحة إنتقال الحرارة المطلوبة والفاعلية، إفترض سريان متوازي. إفترض لكلا السريانان $c = 4.2kj/kgK$.

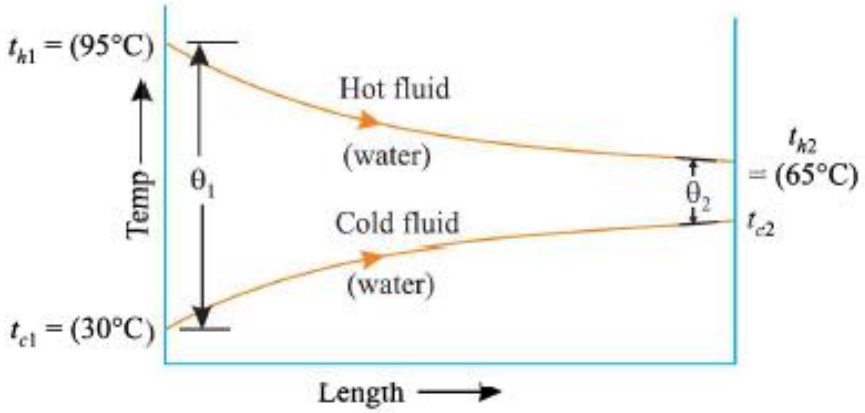
**الحل:-**

معطي: $t_{h_1} = 95°C$ ؛ $\dot{m}_h = \frac{50000}{3600} = 13.89kg/s$ ؛ $t_{c_1} = 30°C$ ؛ $t_{h_2} = 65°C$ ؛

$\dot{m}_c = \frac{50000}{3600} = 13.894kg/s$ ؛ $C_h = C_c = 4.2kj/kgK$ ؛ $U = 2270W/m^2K$.

يتم توضيح المبادل الحراري في الشكل (5) أدناه.

الحرارة المكتسبة بواسطة الماء البارد = الحرارة المفقودة بواسطة المائع الساخن = Q




**شكل (5)**

$$\dot{m}_h \times c_h\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = \dot{m}_c \times c_c\left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

$$13.89 \times 4.2 \times 10^3 (95 - 65) = 13.89 \times 4.2 \times 10^3 \times \left(t_{c_2} - 30\right)$$

$$\therefore \quad \Rightarrow t_{c_2} = \underline{60}\,°C$$

$$(LMTD), \theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln \frac{\theta_1}{\theta_2}} = \frac{\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right) - \left(t_{h_2} - t_{c_2}\right)}{\ln\left\{\frac{t_{h_1} - t_{c_1}}{t_{h_2} - t_{c_2}}\right\}}$$

$$= \frac{(95 - 30) - (65 - 60)}{\ln\left\{\frac{95 - 30}{65 - 60}\right\}} = \underline{23.4}\,°C$$

أيضاً ، $Q = UA\theta_m$

$$13.89 \times 4200(95-65) = 2270 \times A \times 23.4$$ أو

$A = \underline{\underline{32.95}}\, m^2$ ، مساحة إنتقال الحرارة

$$\text{فاعلية المبادل الحراري} = \frac{Q_{actual}}{Q_{\max.}}$$

$$Q_{act.} = \dot{m}_h \times C_h\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) \;\; and \;\; Q_{\max} = \dot{m}_h \times C_h\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)$$

$$\in = \frac{Q_{act.}}{Q_{\max}} = \frac{\dot{m}_h \times c_h\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{\dot{m}_h \times c_h\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \frac{95-65}{95-30} = \underline{\underline{0.461}}$$

**المسألة (7):-**

في مبادل حراري مزدوج الأنبوب متعاكس السريان، يتم تسخين الماء من 25°C إلي 65°C بواسطة زيت بحرارة نوعية 1.45kj/kgK وبمعدَّل سريان كتلة مقداره 0.9kg/s. يتم تبريد الزيت من 230°C إلي 160°C. إذا كان معامل إنتقال الحرارة الإجمالي هو 420W/m$^2$°C، أحسب الآتي:-

i/ معدَّل إنتقال الحرارة.

ii/ معدَّل سريان كتلة الماء.

iii/ مساحة سطح المبادل الحراري.

**الحل:-**

معطي: $t_{c_1} = 25°C$ ؛ $t_{c_2} = 65°C$ ؛ $c_h = 1.45kj/kgK$ ؛ $\dot{m}_h = 0.9kg/s$ ؛ $t_{h_1} = 230°C$ ؛ $t_{h_2} = 160°C$ ؛ U = 420W/m$^2$K.

الشكل (6) أدناه يوضِّح ترتيبة المبادل الحراري.

i/ معدَّل إنتقال الحرارة،

$$\begin{aligned} Q &= \dot{m}_h \times c_h \times dt_h \\ &= \dot{m}_h \times c_h \times \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) \\ &= 0.9 \times 1.45 \times (230-160) = \underline{\underline{91.35}}\; kj/s \end{aligned}$$

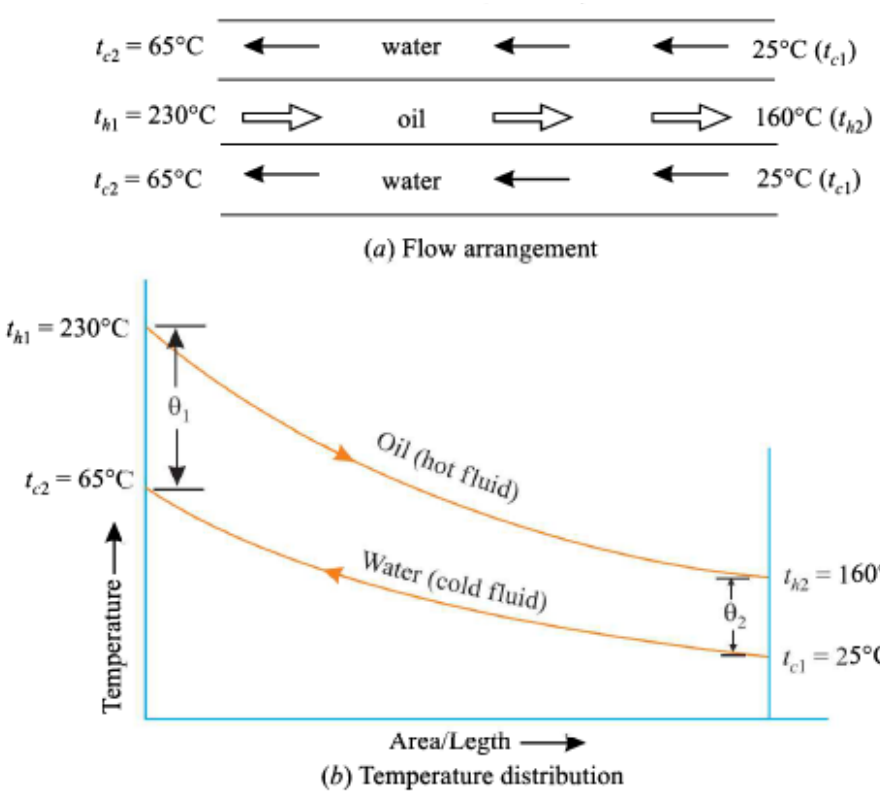
ii/ معدَّل سريان كتلة الماء، $\dot{m}_c$

الحرارة المكتسبة بواسطة الماء (المائع البارد) = الحرارة المفقودة بواسطة الزيت (المائع الساخن)

$$\dot{m}_h \times c_h \times \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = \dot{m}_c \times c_c \times \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

$$91.35 = \dot{m}_c \times 4.187 \times (65 - 25)$$

$$\Rightarrow \quad \dot{m}_c = \underline{0.545}\ kg/s$$




**شكل (6)**

iii/ مساحة سطح المبادل الحراري، A

$$(LMTD), \theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln \dfrac{\theta_1}{\theta_2}} = \frac{\left(t_{h_1} - t_{c_2}\right) - \left(t_{h_2} - t_{c_1}\right)}{\ln\left\{\dfrac{t_{h_1} - t_{c_2}}{t_{h_2} - t_{c_1}}\right\}} = \frac{(230 - 65) - (160 - 25)}{\ln\left\{\dfrac{230 - 65}{160 - 25}\right\}}$$

أو $$\theta_m = \frac{165 - 135}{\ln\left\{\dfrac{165}{135}\right\}} = \underline{149.5}\ °C$$

أيضاً ، $Q = UA\theta_m$

أو $$A = \frac{Q}{UA\theta_m} = \frac{91.35 \times 10^3}{420 \times 149.5} = \underline{\underline{1.45}}\, m^2$$

**المسألة (8):-**

مبـرَّد زيـت لنظـام تزليـق يقـوم بتبريـد 1000kg/h مـن الزيـت (c=2.09kj/kg°C) مـن 80°C إلـي 40°C بإستخدام ماء تبريد مقداره 1000kg/h عند 30°C. إعط إختيارك إما لمبادل حراري ذو سريان متوازي أو ذو سريان متعاكس مع ذكر الأسباب. أحسب مساحة سطح المبادل الحراري، إذا كان معامل إنتقال الحرارة الإجمالي هو 24W/m$^2$°C.

خذ c للماء = 4.18kj/kg°C.

**الحل:-**

يتم توضيح المبادل الحراري في الشكل (7) أدناه.

معطي: $\dot{m}_h = \frac{1000}{3600} kg/s$ ؛ $C_h = 2.09 kj/kg^oC$ ؛ $C_c = 4.18 kj/kg^oC$ ؛ $\dot{m}_c = \frac{1000}{3600} kg/s$ ؛ $t_{h_1} = 80°C$ ؛

$t_{h_2} = 40°C$ ؛ $t_{c_1} = 30°C$ ؛ U = 24W/m$^{2\,o}C$.

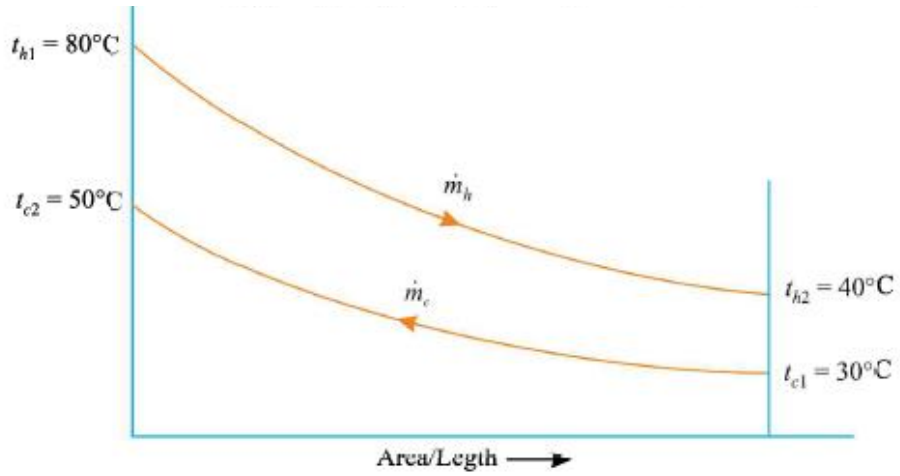
معدَّل إنتقال الحرارة، $Q = \dot{m}_h \times c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = \dot{m}_c \times c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$

$$\frac{1000}{3600} \times 2.09 \times (80 - 40) = \frac{1000}{3600} \times 4.18 \times \left(t_{c_2} - 30\right)$$ أو

$$\therefore t_{c_2} = \underline{50}\,°C \quad \Rightarrow$$ أو

مرة ثانية، $\theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln \frac{\theta_1}{\theta_2}}$

$$= \frac{\left(t_{h_1} - t_{c_2}\right) - \left(t_{h_2} - t_{c_1}\right)}{\ln\left(t_{h_1} - t_{c_2}\right)/\left(t_{h_2} - t_{c_1}\right)} = \frac{(80-50)-(40-30)}{\ln[(80-50)-(40-30)]}$$




**شكل (7)**

$$\theta_m = \frac{30-10}{\ln(30/10)} = \underline{18.2}\,°C$$

أيضاً ، $Q = UA\theta_m$

$$\frac{1000}{360}\times\left(2.09\times10^3\right)(80-40) = 24\times A\times 18.2$$

$$or \quad \Rightarrow A = \underline{\underline{53.16}}\,m^2$$

**المسألة (9):-**

وضِّح أنَّه لمبادل حراري مزدوج الأنبوب متعاكس السريان إذا كان $\dot{m}_h C_h = \dot{m}_c C_c$ فإنَّ خطوط درجة الحرارة للمائعين على إمتداد طول المبادل الحراري هما خطوط مستقيمة متوازية.

**الحل:-**

لمبادل حراري،

$$dQ = -\dot{m}_h c_h dt_h = \dot{m}_c c_c dt_c$$
$$= -C_h dt_h = C_c dt_c$$

تنخفض درجة حرارة المائع الساخن بمقدار $dt_h$

تزيد درجـة حرارة المـائع البـــارد بمـقدار $dt_c$

معطي،

$$\dot{m}_h C_h = \dot{m}_c C_c$$

أو $C_h = C_c$

حيث $C_h$ = السعة الحرارية للمائع الساخن

$C_c$ = السعة الحرارية للمائع البارد.

في مبادل حراري متعاكس السريان تنخفض درجة حرارة كل من المائعين في إتجاه طول المبادل الحراري، عليه

،

$$dQ = -C_h dt_h = -C_c dt_c$$

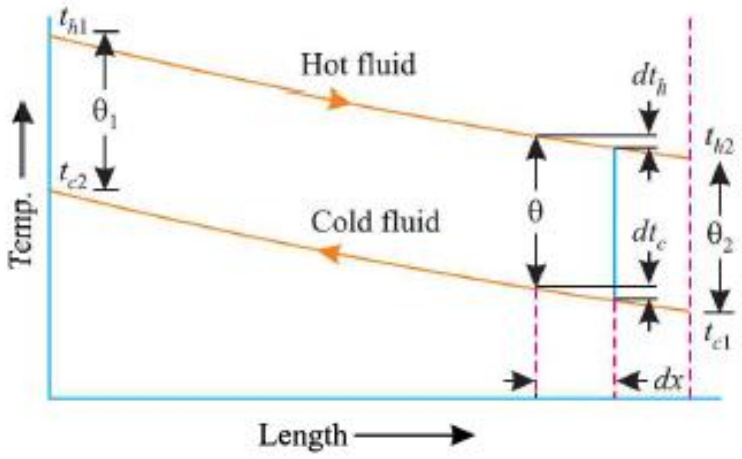
$$dt_h = -\frac{dQ}{C_h} \qquad and \qquad dt_c = -\frac{dQ}{C_c}$$

$$\text{أو} \quad dt_h - dt_c = d\theta = -dQ\left[\frac{1}{C_h} - \frac{1}{C_c}\right]$$

$$\text{بما أنَّ ،} \qquad C_h = C_c$$

$$d\theta = 0 \quad \text{or} \quad \theta = \text{constant}$$

بالتالي، كلا الخطان المستقيمان اللذان يوضِّحان تفاوت درجات الحرارة بطول المبادل الحراري هما خطان مستقيمان كما هو واضح في الشكل (8) أدناه.




**شكل (8)**

**المسألة (10):-**

مبادل حراري متعاكس السريان مزدوج الأنبوب يستخدم بخار محمَّص يتم إستخدامه لتسخين ماء بمعدَّل 10,500kg/h. يدخل البخار إلي المبادل الحراري عند 180°C ويغادر عند 130°C. درجات حرارة مدخل

ومخرج الماء هي 30°C و80°C على الترتيب. إذا كان معامل إنتقال الحرارة الإجمالي من البخار إلي الماء هو 814W/m$^2$°C، أحسب مساحة إنتقال الحرارة. كم ستكون الزيادة المئوية في المساحة إذا كان السريان متوازياً؟

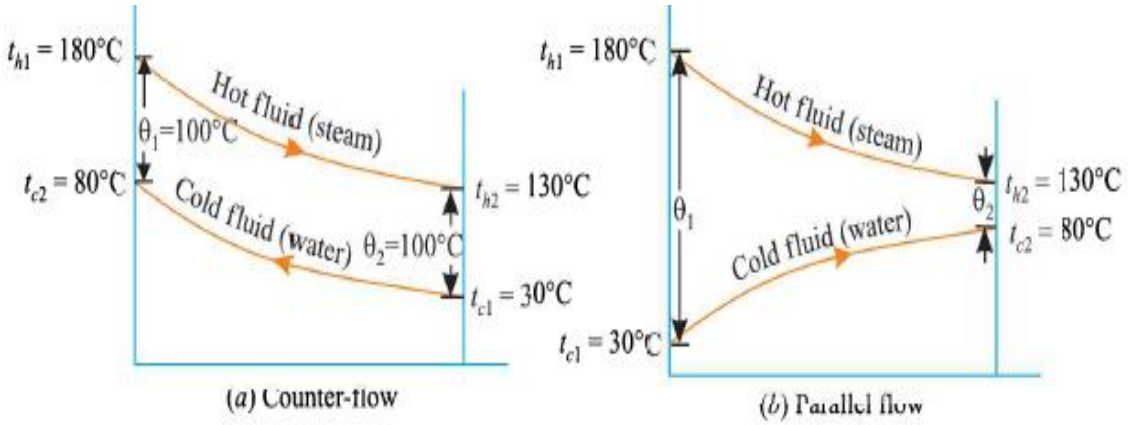
**الحل:-**

معطي: $\dot{m}_w = \dot{m}_c = \frac{10500}{3600} = 2.917 kg/s$ ؛ $t_{h_1} = 180°C$ ؛ $t_{h_2} = 130°C$ ؛

$t_{c_1} = 30°C$ ؛ $t_{c_2} = 80°C$ ؛ $U = 814 W/m^2 °C$.

الشكل (9) أدناه يوضِّح ترتيبتي السريان المتعاكس والمتوازي لمبادل حراري.

i/ عندما يكون السريان متعاكساً،




**شكل (9)**

$$\theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)}$$

في هذه الحالة ،

$\theta_m = \frac{0}{0}$ (*indefinite value*) بما أنَّ $\theta_1 = \theta_2 = 100°C$

معدَّل إنتقال الحرارة يُعطي بـ

$$Q = UA\theta_m$$

$$\text{أو} \quad \dot{m}_c \times c_c\left(t_{c_2} - t_{c_1}\right) = UA\theta_m$$

$$\text{أو} \quad 2.917 \times 4.187 \times 10^3 (80 - 20) = 814 \times A \times 100$$
$$\Rightarrow \quad A = \underline{\underline{7.5}}\, m^2$$

ii/ عندما السريان متوازياً،

$$(LMTD), \theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln \dfrac{\theta_1}{\theta_2}} = \frac{\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right) - \left(t_{h_2} - t_{c_2}\right)}{\ln\left\{\dfrac{t_{h_1} - t_{c_1}}{t_{h_2} - t_{c_2}}\right\}} = \frac{150 - 50}{\ln\left\{\dfrac{150}{50}\right\}}$$
$$= \frac{100}{\ln\{3\}} = \underline{\underline{91}}\,°C$$

$$\text{مرة أخري} \qquad ، Q = UA\theta_m$$

$$\text{أو} \quad 2.917 \times \left(4.187 \times 10^3\right)(80 - 30) = 814 \times A \times 91$$
$$\Rightarrow A = \underline{\underline{8.24}}\, m^2$$

$$\text{الزيادة المئوية في المساحة} = \frac{8.24 - 7.5}{7.5} = 0.0987 \ \ or \ \ \underline{\underline{9.87}}\ \%$$

**المسألة (11):-**

مبادل حراري متعاكس السريان، يمر من خلاله هواء بمعدَّل 12.5kg/s ليتم تبريده من 540°C إلي 146°C، يحتوي المبادل الحراري على 4200 أنبوب، قطر كلٍ منها 30mm. درجات حرارة مدخل ومخرج ماء التبريد هما 25°C و 75°C على الترتيب. إذا تم تجاهل مقاومة السريان على جانب الماء، أحسب طول الأنبوب المطلوب لهذه الخدمة.

لسريان مضطرب داخل الأنابيب:- $\mathrm{Nu} = 0.023\ \mathrm{Re}^{0.8}\ \mathrm{Pr}^{0.4}$

خواص الهواء عند متوسط درجة الحرارة تكون كما يلي:-

$\rho = 1.009 kg/m^3$ ؛ $c_p = 1.0082 kj/kg°C$ ؛ $\mu = 2.075 \times 10^{-5} kg/ms \left(Ns/m^2\right)$ ، $k = 3.003 \times 10^{-2} W/m^2°C$ .

**الحل:-**

معطي: $\dot{m}_h = 12.5kg/s$ ؛ $t_{h_1} = 540°C$ ؛ $t_{h_2} = 146°C$ ؛ $t_{c_1} = 25°C$ ؛ $t_{c_2} = 75°C$ ؛n = 4200 ؛d = 30mm

.= 0.03m

رقم رينولد ، $\mathrm{Re} = \dfrac{\rho v d}{\mu}$

معدَّل سريان الكتلة ، $\dot{m} = \rho Q = \rho A v n$

$$\rho v = \frac{\dot{m}}{nA}$$

$$\therefore \mathrm{Re} = \frac{\dot{m} d}{nA\mu} = \frac{12.5 \times 0.03}{4200 \times \dfrac{\pi}{4} \times (0.03)^2 \times 2.075 \times 10^{-5}} = \underline{6087.4}$$

رقم براندتل ، $\mathrm{Pr} = \dfrac{\mu c_p}{k} = \dfrac{2.075 \times 10^{-5} \times 1.0082 \times 10^3}{3.003 \times 10^{-2}} = \underline{0.6966}$

رقم نسيلت ، $Nu = \dfrac{hd}{k} = 0.023\,\mathrm{Re}^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{0.4}$

$$= 0.023 \times (6087.4)^{0.8} \times (0.6966)^{0.4} = \underline{21.2}$$

$$\therefore h = \frac{Nu.k}{d} = \frac{21.2 \times 3.003 \times 10^{-2}}{0.03} = \underline{21.22} W/m^2°C$$

بما أنَّ مقاومة جانب الماء للسريان يتم تجاهلها

$$\therefore \frac{1}{U} = \frac{1}{h} = \frac{1}{21.22} \qquad or\ U = \underline{21.22} W/m^2°C$$

$$LMTD, \theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln\left\{\dfrac{\theta_1}{\theta_2}\right\}} = \frac{(t_{h_1} - t_{c_2}) - (t_{h_2} - t_{c_1})}{\ln\left\{\dfrac{t_{h_1} - t_{c_2}}{t_{h_2} - t_{c_1}}\right\}} = \frac{(540 - 75) - (146 - 25)}{\ln\left\{\dfrac{540 - 75}{146 - 25}\right\}}$$

$$= \frac{(465 - 121)}{\ln\left\{\dfrac{465}{121}\right\}} = \underline{255.5}°C$$

معدَّل إنتقال الحرارة ، $Q = \dot{m}_h \times C_h \times (t_{h_1} - t_{h_2}) = UA\theta_m = U \times (n\pi dL) \times \theta_m$

$$\text{أو} \qquad L = \frac{\dot{m}_h \times C_h \times \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{U \times n\pi d \times \theta_m} = \frac{12.5 \times \left(1.0082 \times 10^3\right) \times \left(540 - 146\right)}{21.22 \times 4200 \times \pi \times 0.03 \times 255.5}$$
$$= \underline{\underline{2.31}} m$$

**المسألة (12):-**

يدخل بخار إلي مبادل حراري متعاكس السريان، جاف مشبَّع عند 10bar ويغادر عند 350°C. معدل سريان كتلة البخار 800kg/min. يدخل الغار المبادل الحراري عند 650°C وبمعدَّل سريان كتلة 1350kg/min. إذا كانت الأنابيب بقطر 30mm وبطول 3m، حدِّد عدد الأنابيب المطلوبة. تجاهل مقاومة الأنابيب المعدنية.

إستخدم البيانات التالية:-

للبخَّار:- $t_{sat.}$= 18°C عند 10bar؛ $c_s$ = 2.71kj/kg°C؛ $h_s$ = 600W/m$^2$°C.

للغاز:- $c_g$ = 1kj/kg°C؛ $h_g$ = 250W/m$^2$°C.

**الحل:-**

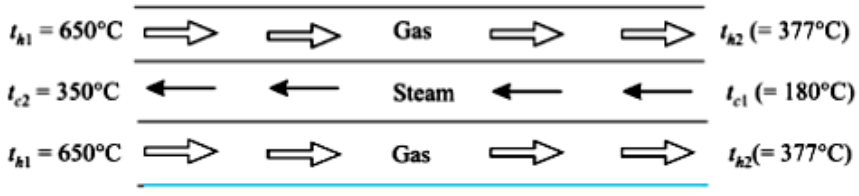
الشكل (10) أدناه يوضِّح ترتيبة المبادل الحراري.

معطي: $\dot{m}_s = \dot{m}_c = \frac{800}{60} = 13.33 kg/s$ ؛ $\dot{m}_g = \dot{m}_h = \frac{1350}{60} = 22.5 kg/s$ ؛

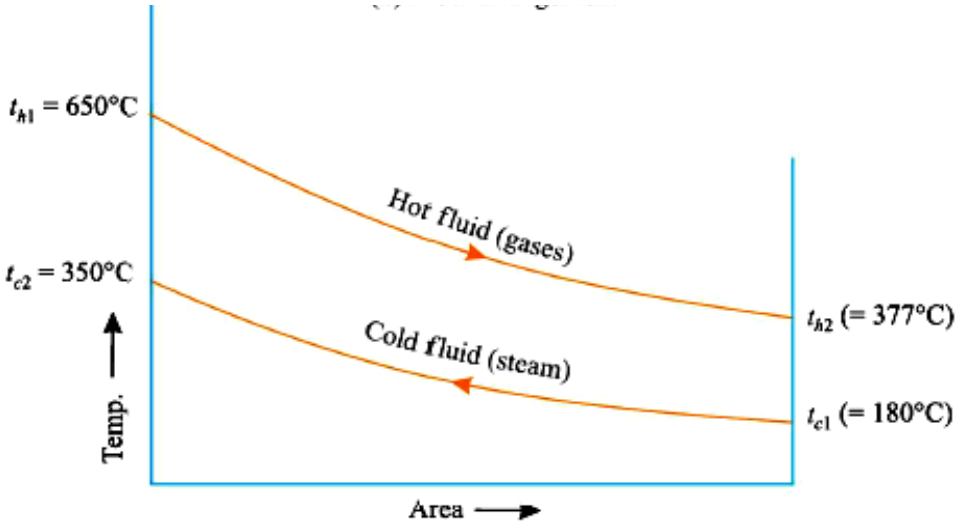
$t_{h_1} = 650°C$؛ $t_{c_1} = t_{sat.} = 180°C$ ؛ $t_{c_2} = 350°C$ ؛ d = 30mm = 0.3m؛ L=3m.

الحرارة المكتسبة بواسطة البخار = الحرارة المفقودة بواسطة الغاز

$$\dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = \dot{m}_c c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$
$$22.5 \times 1 \times \left(650 - t_{h_2}\right) = 13.33 \times 2.71 \times \left(350 - 180\right)$$
$$\Rightarrow \qquad \therefore t_{h_2} = \underline{377}\,°C$$




(*a*) Flow arrangement




(*b*) Temperature distribution

**شكل (10)**

معامل إنتقال الحرارة الإجمالي يُعطي بـ،

$$\frac{1}{UA_o} = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{1}{h_o A_o}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{A_o}{A_i} \cdot \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}$$

بما أن $d_i \approx d_o$ ،

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{600} + \frac{1}{250} = \underline{5.667 \times 10^{-3}}$$

$$U = \underline{176.5}\ W/m^2 °C$$

معدَّل إنتقال الحرارة الكلي يُعطي بـ،

$$Q = UA\theta_m \qquad \text{(i)}$$

حيث،

$$A = n\pi dL = n\pi \times 0.03 \times 3 = 0.2827n\ m^2$$

$$Q = 22.5 \times 1 \times 10^3 (650 - 377) = 6142.5 \times 10^3 W$$

$$\theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)} = \frac{(t_{h_1} - t_{c_2}) - (t_{h_2} - t_{c_1})}{\ln\left\{\frac{t_{h_1} - t_{c_2}}{t_{h_2} - t_{c_1}}\right\}} =$$

$$= \frac{(650-350)-(377-180)}{\ln\left\{\frac{(650-350)}{(377-180)}\right\}} = \frac{300-197}{\ln\left\{\frac{300}{197}\right\}}$$

$$= \underline{244.9}\,°C$$

بتعويض القيم في المعادلة (i)، نحصل على

$$6142.5\times10^3 = 176.5\times0.2827n\times244.9$$

$$\Rightarrow \qquad n = \underline{\underline{503}}\ tubes \qquad \text{أو}$$

**المسألة (13):-**

في مبادل حراري ذو غلاف وأنابيب متعاكس السريان ينساب ماء خلال أنبوب نحاسي بقطر داخلي 20mm وقطر خارجي 23mm، بينما يدخل الزيت عند 75°C ويغادر عند 60°C. معاملات إنتقال الحرارة للماء والزيت هما 4500W/m$^2$°C و 1250W/m$^2$°C على الترتيب. الموصلية الحرارية لجدار الأنبوب هي 355W/m°C. عوامل الإتساخ على جانبي الماء والزيت يمكن أخذهما كـ 0.0004 و 0.001 على الترتيب. إذا كان طول الأنبوب هو 2.4m، أحسب الآتي:-

i/ معامل إنتقال الحرارة الإجمالي.

ii/ معدَّل إنتقال الحرارة.

**الحل:-**

معطي:- $d_i$=20mm=0.02m ؛ $d_o$=23mm=0.023m ؛ $t_{c_1} = 20°C$ ؛ $t_{c_2} = 30°C$ ؛ $t_{h_1} = 75°C$ ؛

$t_{h_2} = 60°C$ ؛ $h_i = 4500W/m^2°C$ ؛ $h_o = 1250W/m^2°C$ ؛ $k = 355W/m°C$ ؛ $R_{f_i} = 0.0004$ ؛

$R_{f_o} = 0.001$ ؛ L = 2.4m.

$$\frac{1}{UA_o} = \frac{1}{h_i A_i} + R_{f_i}\frac{1}{A_i} + \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi kL} + R_{f_o}\frac{1}{A_o} + \frac{1}{h_o A_o}$$

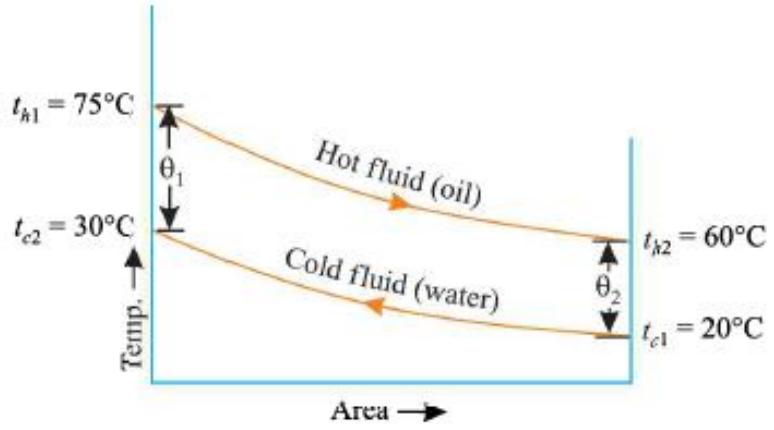
$$\frac{1}{U}=\frac{A_o}{A_i}\frac{1}{h_i}+R_{f_i}\frac{A_o}{A_i}+\frac{A_o\ln(r_o/r_i)}{2\pi kL}+R_{f_o}+\frac{1}{h_o}$$

$$\frac{1}{U}=\frac{2\pi r_o}{2\pi r_i}\frac{1}{h_i}+R_{f_i}\frac{2\pi r_o L}{2\pi r_i L}+\frac{2\pi r_o L\ln(r_o/r_i)}{2\pi kL}+R_{f_o}+\frac{1}{h_o}$$

$$\frac{1}{U}=\frac{r_o}{r_i}\frac{1}{h_i}+R_{f_i}\frac{r_o}{r_i}+\frac{r_o}{k}\ln(r_o/r_i)+R_{f_o}+\frac{1}{h_o}$$

$$\frac{1}{U}=\left[\frac{(0.023/2)}{(0.02/2)}\right]\times\frac{1}{4500}+\left[\frac{(0.023/2)}{(0.02/2)}\right]\times 0.0004$$
$$+\frac{(0.023/2)}{355}\ln\left[\frac{(0.023/2)}{(0.02/2)}\right]+0.001+\frac{1}{1250}$$
$$=\underline{0.00252}$$
$$\therefore U=\underline{\underline{396.8}}\ W/m^2{}^\circ C$$

يتم توضيح المبادل الحراري في الشكل (11) أدناه.




**شكل (11)**

مساحة التبادل الحراري ، $A=\pi d_o L$

$$=\pi\times 0.023\times 2.4$$
$$=\underline{0.1734}\ m^2$$

$$LMTD,\theta_m=\frac{\theta_1-\theta_2}{\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)}$$
$$=\frac{(75-30)-(60-20)}{\ln\left[\frac{75-30}{60-20}\right]}=\frac{45-40}{\ln\left[\frac{45}{40}\right]}=\underline{42.45}°C$$

$$Q = UA\theta_m$$
$$= 396.8 \times 0.1734 \times 42.45 = \underline{\underline{2920.78}}W$$

، معدَّل إنتقال الحرارة

**المسألة (14):-**

في مبادل حراري متعاكس السريان مزدوج الأنبوب يسري ماء خلال أنبوب نحاسي بقطر خارجي 19mm وقطر داخلي 16mm بمعدَّل سريان 1.48m/s. يسري الزيت خلال الفجوة أو الحلقة الخارجية المكوّنة من أنبوب النحاس الداخلي وأنبوب الفولاذ الخارجي الذي قطره الخارجي 30mm وقطره الداخلي 26mm. يتم عزل أنبوب الفولاذ من الخارج. يدخل الزيت بمعدَّل 0.4kg/s ويتم تبريده من 65°C إلي 50°C بينما يدخل الماء عند 32°C. بتجاهل المقاومة الحرارية لجدار أنبوب النحاس، أحسب طول الأنبوب المطلوب.

البيانات المعطاة:-

$$Nu = 0.023\ (Re)^{0.8}\ (Pr)^{0.4}$$

عامل الإتساخ على جانب الماء. = $0.0005 m^2K/W$

عامل الإتساخ على جانب الزيت. = $0.0008 m^2K/W$

خواص الماء والزيت:-

| الخاصية | الزيت | الماء |
|---|---|---|
| $\rho\ (kg/m^3)$ | 850 | 995 |
| $c_p\ (kj/kgK)$ | 1.89 | 4.187 |
| $k\ (W/mK)$ | 0.138 | 0.615 |
| $\nu(m^2/s)$ | $7.44 \times 10^{-6}$ | $4.18 \times 10^{-7}$ |

**الحل:-**

الشكل (12) أدناه يوضِّح ترتيبة المبادل الحراري.

معطي:- القطر الداخلي لأنبوب النحاس $(d_i)_c = 16mm = 0.016m$

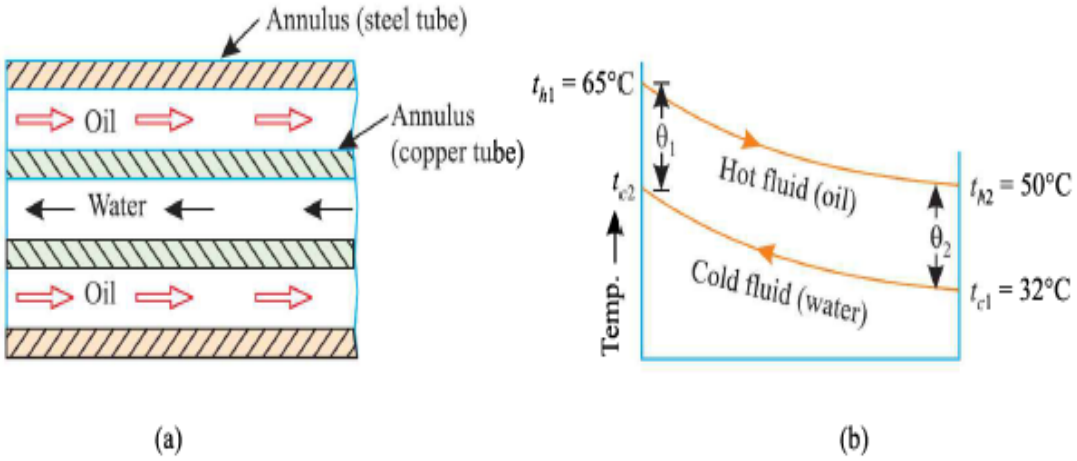
القطر الخارجي لأنبوب النحاس $(d_o)_c = 19mm = 0.019m$

القطـــر الداخلي لأنبوب الـــفولاذ $(d_i)_s = 26mm = 0.026m$

القطر الخارجي لأنبوب الـــفولاذ $(d_o)_s = 30mm = 0.03m$

$t_{h_2} = 50°C$ ؛ $t_{h_1} = 65°C$ ؛ $t_{c_1} = 30°C$

$\dot{m}_c = \rho A v = 995 \times \frac{\pi}{4} \times 0.016^2 \times 1.48 = \underline{0.296}\ kg/s\ ;\ \dot{m}_h = 0.4 kg/s$




**شكل (12)**

معدَّل إنتقال الحرارة ، $Q = \dot{m}_h C_h (t_{h_1} - t_{h_2}) = \dot{m}_c C_c (t_{c_2} - t_{c_1})$

$$= 0.4 \times 1.89 \times (65 - 50) = 0.296 \times 4.178 \times (t_{c_2} - 32)$$

$$\Rightarrow \qquad \therefore t_{c_2} = \underline{41}°C$$

أيضاً ، $Q = 0.4 \times 0.189 \times (65 - 50) = \underline{11.34} kW$

خذ رقم رينولد لسريان ماء خلال أنبوب نحاسي،

$$\mathrm{Re} = \frac{4\dot{m}}{\pi (d_i) \mu}$$

$$\therefore \mathrm{Re} = \frac{4 \times 0.296}{\pi \times 0.016 (995 \times 4.18 \times 10^{-7})} = \underline{56826} \text{ ، } \because (\mu = \rho v)$$

أو $\mathrm{Re} = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{v d}{\nu} = \frac{1.48 \times 0.016}{4.18 \times 10^{-6}} = \underline{56826}$

الأن ، $\mathrm{Nu} = 0.023 (\mathrm{Re})^{0.8} (\mathrm{Pr})^{0.4}$ (معطي)

$$Nu = 0.023(56826)^{0.8}\left[\frac{\mu c_p}{k}\right]^{0.4}$$

$$= 0.023(56826)^{0.8}\left[\frac{995\times 4.18\times 10^{-7}\times 4.187\times 10^{3}}{0.615}\right] = 14$$

(بما أنَّ $\Pr = \frac{\mu c_p}{k}$ ويتم تسخين الماء)

$$Nu = \frac{h_i (d_i)_c}{k} = 14 \text{ ، أيضاً}$$

$$h_i = \frac{14\times 0.615}{0.016} = \underline{538.1} W/m^2K \quad \text{أو}$$

يسري الزيت خلال قطر حلقي، بالتالي القطر الهايدروليكي

$$d_h = (d_i)_s - (d_i)_c = 0.026 - 0.019 = \underline{0.007}\ m$$

رقم رينولد خلال الحلقة،

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v d_h}{\mu} = \frac{\rho[(d_i)_s - (d_o)_c]}{\mu}\times\frac{\dot{m}_h}{\frac{\pi}{4}[(d_i)_s^2 - (d_o)_c^2]\rho}$$

$$= \frac{4\dot{m}_h}{\pi[(d_i)_s + (d_o)_c]\mu} = \frac{4\times 0.4}{\pi[(0.026+0.019)]\times 850\times 7.44\times 10^{-6}}$$

$$\approx \underline{1790}$$

بما أنَّ $\mathrm{Re} < 2500$، بالتالي يكون السريان في الحلقة رقائقياً،

معامل إنتقال الحرارة عند السطح الداخلي للحلقة،

$$Nu = \frac{h_o d_h}{k} = 0.023(\mathrm{Re})^{0.8}(\mathrm{Pr})^{0.4}$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{\mu c_p}{k} = \frac{(850\times 7.44\times 10^{-6})\times 1.89}{0.138} = \underline{0.0866}$$

$$\therefore \frac{h_o\times 0.007}{0.138} = 0.023(1790)^{0.8}(0.0866)^{0.4} = 3.46$$

$$h_o = \frac{3.46\times 0.138}{0.007} = \underline{68.2}\ W/m^2K \quad \text{أو}$$

معامل إنتقال الحرارة الإجمالي المؤسس على القطر الخارجي للأنبوب الداخلي يعطي بـ:-

$$U = \frac{1}{\frac{(r_o)_c}{(r_i)_c}.\frac{1}{h_i} + \frac{(r_o)_c}{(r_i)_c}R_{f_i} + \frac{(r_o)_c}{k}\ln\left[\frac{(r_o)_c}{(r_i)_c}\right] + R_{f_o} + \frac{1}{h_o}}$$

$$= \frac{1}{\left[\frac{0.019}{0.016}\right]\times\frac{1}{538.1} + \left[\frac{0.019}{0.016}\right]\times 0.0005 + \frac{0.019}{0.615}\ln\left[\frac{0.019}{0.016}\right] + 0.0008 + \frac{1}{68.2}}$$

$$= \frac{1}{0.00203 + 0.000594 + 0.005309 + 0.0008 + 0.01466}$$
$$= \underline{42.43}\ W/m^2K$$

$$\theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)} = \frac{\left(t_{h_1} - t_{c_2}\right) - \left(t_{h_2} - t_{c_1}\right)}{\ln\left[\frac{t_{h_1} - t_{c_2}}{t_{h_2} - t_{c_1}}\right]} =$$

$$= \frac{(65-41)-(50-32)}{\ln\left[\frac{65-41}{50-32}\right]} = \frac{24-18}{\ln\left[\frac{24}{18}\right]} = \underline{20.86}\,°C$$

معدَّل إنتقال الحرارة يعطي بـ،

$$Q = UA\theta_m = 42.43\times(\pi\times 0.019\times L)\times 20.86 = \underline{11.34\times 10^3}\,W$$

$$\therefore L = \frac{Q}{A\theta_m} = \frac{11.34\times 10^3}{42.43\times(\pi\times 0.019)\times 20.86} = \underline{\underline{214.6}}\,m$$

**المسألة (15):-**

بخار يتكثَّف عند الضغط الجوي على السطح الخارجي لأنابيب مكثِّف بخار. عدد الأنابيب 12 وكُلٍ منها بقطر 30mm و بطول 10m. درجات حرارة مدخل ومخرج ماء التبريد المنساب داخل الأنابيب هما 25°C و 60°C على الترتيب. إذا كان معدل السريان هو 1.1kg/s، أحسب الآتي:-

i/ معدَّل تكثُّف البخار.

ii/ متوسط معامل إنتقال الحرارة الإجمالي مؤسساً على مساحة السطح الداخلي.

iii/ عدد وحدات إنتقال الحرارة.

iv/ فاعلية المكثَّف.

**الحل:-**

معطي:- n = 12 ؛ $d_i$=30mm=0.03m ؛L = 10m ؛ $t_{c_1} = 25°C$ ؛ $t_{c_2} = 60°C$ ؛

$\dot{m}_w = \dot{m}_c = 1.1kg/s$ ؛ $t_{h_1} = t_{h_2} = 100°C$ .

i/ الحرارة المكتسبة بواسطة الماء = الحرارة المفقودة من البخار

$$\dot{m}_s \times h_{fg} = \dot{m}_c \times c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

حيث $h_{fg}$ هي الحرارة الكامنة للبخار عند الضغط الجوي = 2257 kj/kg. بتعويض القيَّم نحصل على:-

$$\dot{m}_s \times 2257 = 1.1 \times 4.187 \times (60 - 25)$$

أو $\dot{m}_s = \underline{0.0714} kg/s = \underline{\underline{257}} kg/h$

ii/ معدَّل إنتقال الحرارة الكلي يُعطي بـ،

$$Q = \dot{m}_c \times c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$
$$= 1.1 \times 4.187 \times 10^3 \times (60 - 25) = \underline{161199.5} J/s$$

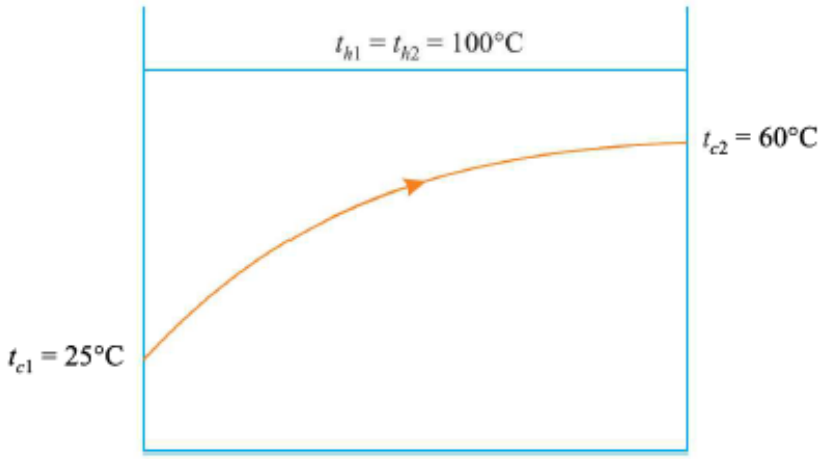
أيضاً ، $Q = UA\theta_m$

حيث ، $\theta_m = \dfrac{\theta_1 - \theta_2}{\ln\left(\dfrac{\theta_1}{\theta_2}\right)}$

$$\theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln\left(\dfrac{\theta_1}{\theta_2}\right)} = \frac{(100-25)-(100-60)}{\ln\left[\dfrac{100-25}{100-60}\right]}$$
$$= \frac{75-40}{\ln\left[\dfrac{75}{40}\right]} = \underline{55.68}\,°C$$

و $A = \pi dLn = \pi \times 0.03 \times 10 \times 12 = \underline{11.31}\, m^2$

الشكل (13) أدناه يوضِّح تفاوت درجة الحرارة خلال المبادل الحراري.




**شكل (13)**

بالتعويض في المعادلة عاليه، نحصل على،

$$161199.5 = U \times 11.31 \times 55.68$$

أو $U = \underline{\underline{255.9}} W/m^2 °C$

iii/ عدد وحدات إنتقال الحرارة، NTU:

في مكثَّف، $C_{max}$ ترجع إلي المائع الساخن الذي يبقي عند درجة حرارة ثابتة. بالتالي، $C_{min}$ ترجع إلي الماء.

$$C_{min} = \dot{m} c_c = 1.1 \times \left(4.187 \times 10^3\right) = \underline{4605.7} W/°C$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{min}} = \frac{255.9 \times 11.31}{4605.7} = \underline{\underline{0.628}}$$

iv/ فاعلية المكثَّف، $\in$:-

لمكثَّف ، $\in = 1 - e^{-NTU}$

أو $\in = 1 - e^{-0.628} = \underline{\underline{0.47}}$

**المسألة (16):-**

بخار عند ضغط جوي يدخل غلاف مكثَّف سطحي يسري فيه ماء خلال مجموعة من أنابيب بقطر 25mm وبمعدَّل 0.05kg/s. درجات الحرارة لمدخل ومخرج الماء هما 15°C و 70°C على الترتيب. يحدث التكثُّف

على السطح الخارجي للأنابيب. إذا كان معامل إنتقال الحرارة الإجمالي هو $230W/m^2°C$، أحسب الآتي مستخدماً أسلوب عدد وحدات إنتقال الحرارة (NTU):-

i/ فاعلية المبادل الحراري.

ii/ طول الأنبوب.

iii/ معدَّل تكثُّف البخار.

خذ الحرارة الكامنة للتبخُّر عند 100°C = 2257kj/kg.

**الحل:-**

معطي:- d=25mm=0.025m؛ $\dot{m}_w = \dot{m}_c = 0.05kg/s$ ؛ $t_{c_1} = 15°C$ ؛

$U = 230W/m^2°C$ ؛ $t_{h_1} = 100°C$ ؛ $t_{c_2} = 70°C$

i/ فاعلية المبادل الحراري، $\in$:-

خلال المكثَّف يبقي المائع الساخن(البخار) عند درجة حرارة ثابتة. بالتالي $C_{max}$ قيمتها لا نهائية وعليه تكون $C_{min}$ للمائع البارد (i.e. water). عليه

$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = 0$$

عندما $C_h > C_c$، بالتالي تُعطي الفاعلية بـ

$$\in = \frac{Q}{Q_{\max}} = \frac{t_{c_2} - t_{c_1}}{t_{h_1} - t_{c_1}} = \frac{70-15}{100-15} = \underline{\underline{0.647}}$$

ii/ طول الأنبوب، L:-

$$C_{\min} = \dot{m}_c c_c = 0.05 \times 4.18 = \underline{0.209} kj/K$$

$$، \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = R = 0$$

$$\in = 1 - e^{-NTU}$$

أو $0.647 = 1 - e^{-NTU}$

$$e^{-NTU} = 1 - 0.647 = 0.353$$

$$-NTU \ln e = \ln 0.353$$

$$\therefore NTU = \frac{\ln 0.353}{-1} = \underline{1.04}$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{U \times \pi dL}{C_{\min}} \text{ ، لكن}$$

$$\text{or } L = \frac{NTU \times C_{\min}}{U \pi d} = \frac{1.04 \times \left(2.09 \times 10^3\right)}{230 \times \pi \times 0.025} = \underline{\underline{12}} m$$

iii/ معدَّل تكثُّف البخار، $\dot{m}_h$ :-

مستخدماً موازنة الطاقة الإجمالية، نحصل على

$$\dot{m}_h . h_{fg} = \dot{m}_c \times c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

$$\dot{m}_h \times 2257 = 0.05 \times 4.18(70 - 15)$$

$$or\ \dot{m}_h = \underline{0.00509} kg/s \ \ or\ \ \underline{\underline{18.32}}\ kg/h$$

**المسألة (17):-**

يتم إستخدام مبادل حراري متعاكس السريان لتبريد 0.55kg/s ($c_p$ = 2.45kj/kg°C) من الزيت من 115°C إلي 40°C بإستخدام الماء. درجات حرارة مدخل ومخرج ماء التبريد هما 15°C و 75°C على الترتيب. يتوقع أن يكون معامل إنتقال الحرارة الإجمالي مكافئاً لـ 1450W/m$^2$°C. مستخدماً أسلوب عدد وحدات إنتقال الحرارة (NTU)، أحسب الآتي:-

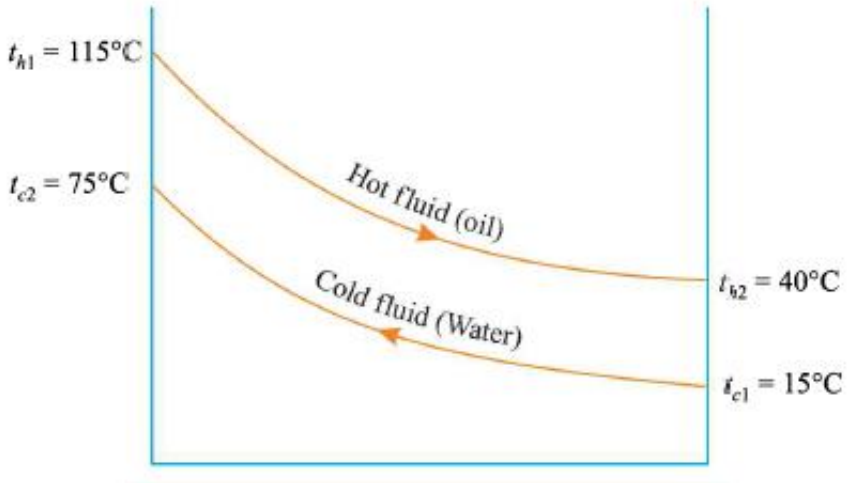
i/ معدَّل سريان كتلة الماء.

ii/ فاعلية المبادل الحراري.

iii/ مساحة السطح المطلوبة.

**الحل:-**

ترتيبة المبادل الحراري متعاكس السريان موضحة في الشكل (14) أدناه.




**شكل (14)**

معطي: $\dot{m}_{oil} = \dot{m}_h = 0.55 kg/s$ ؛ $c_h = 2.45 kj/kg°C$ ؛ $t_{h_1} = 115°C$ ؛

$U = 1450 W/m^2°C$ ؛ $t_{c_2} = 75°C$ ؛ $t_{c_1} = 15°C$ ؛ $t_{h_2} = 40°C$.

i/ معدَّل سريان كتلة الماء، $\dot{m}_c \left(= \dot{m}_w\right)$ :-

يمكن إيجاد معدَّل سريان كتلة الماء باستخدام موازنة الطاقة الإجمالية

$$\dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = \dot{m}_c c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

$$0.55 \times 2.45 (115 - 40) = \dot{m}_c \times 4.18 (75 - 15)$$

$$\therefore \Rightarrow \dot{m}_c = \underline{\underline{0.4}} kg/s$$

ii/ فاعلية المبادل الحراري، $\in$ :-

السعة الحرارية للسريان البارد (ماء)،

$$C_C = \dot{m}_c c_C = 0.4 \times 4.18 = \underline{1.672}\ kW$$

السعة الحرارية للسريان الساخن (زيت)،

$$C_h = \dot{m}_h c_h = 0.55 \times 2.45 = \underline{1.347}\ kW$$

بما أنَّ $C_c > C_h$، بالتالي فإنَّ فاعلية المبادل الحراري تُعطي بـ

$$\epsilon = \frac{Q_{act}}{Q_{max}} \frac{\text{الحرارة المنتقلة الفعلية}}{\text{الحرارة المنتقلة القصوى الممكنة}} = \frac{t_{h_1} - t_{h_2}}{t_{h_1} - t_{c_1}}$$

$$\therefore \in = \frac{115-40}{115-15} = \underline{0.75}$$

iii/ مساحة السطح المطلوبة، A:-

$C_{max}=C_c=1.672kW$ و $C_{min}=C_h=1.347kW$

بالتالي،

$$R = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{1.347}{1.672} = \underline{0.806}$$

لمبادل حراري متعاكس السريان،

$$\in = \frac{1-e^{-NTU(1-R)}}{1-\mathrm{Re}^{-NTU(1-R)}}$$

بعد إعادة الترتيب، نحصل على،

$$\frac{\in -1}{(\in R-1)} = e^{-NTU(1-R)}$$

أو $$\frac{0.75-1}{(0.75\times 0.806-1)} = e^{-NTU(1-0.806)}$$

أو $$0.632 = e^{-0.194NTU}$$

أو $$\ln 0.632 = -NTU \times 0.194 \ln e$$

$$\therefore NTU = \underline{2.365}$$

أيضاً ، $$NTU = \frac{UA}{C_{\min}}$$

أو $$2.365 = \frac{1450\times A}{1.347\times 10^3}$$

أو $$\Rightarrow A = \underline{\underline{2.197}}\ m^2$$

**المسألة (18):-**

16.5kg/s مـن منـتج عنـد 650°C ($c_p$=3.55kj/kg°C)، فـي محطـة كيميائيـة يـتم إسـتخدامه لتسـخين 20.5kg/s مـن مـائع داخـل إلـي المحطـة عنـد 100°C($c_p$=4.2kj/kg°C). إذا كـان معامـل إنتقـال الحـرارة الإجمـالي هـو 0.95kW/m$^2$°C ومساحة سطح إنتقال الحرارة هـي 44m$^2$، أحسـب درجـة حـرارة مخـرج المـاء لترتيبة سريان متعاكس وترتيبة سريان متوازي.

**الحل:-**

معطي: $\dot{m}_h = 16.5kg/s$ ؛ $t_{h_1} = 650°C$ ؛ $c_h$=3.55kj/kg°C ؛ $\dot{m}_c = 20.5kg/s$

$t_{c_1} = 100°C$ ؛ $c_c$ = 4.2kj/kg°C ؛ U = 0.95kW/m$^2$°C ؛ A = 44m$^2$.

درجات حرارة مخرج المائع:-

الحالة (1)، ترتيبة السريان المتعاكس:-

$C_h = \dot{m}_h \times c_h = 16.5 \times 3.55 = \underline{58.6}\ kW/K$، السعة الحرارية للمائع الساخن

$C_c = \dot{m}_c \times c_c = 20.5 \times 4.2 = \underline{86.1}\ kW/K$، السعة الحرارية للمائع البارد

$$R = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{58.6}{86.1} = \underline{0.68}$$

$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{0.95 \times 44}{58.6} = \underline{0.71}$، عدد وحدات إنتقال الحرارة

قيمة $\in$ (الفاعلية) لترتيبة سريان متعاكس تُعطي بـ

$$\in = \frac{1 - e^{-NTU(1-R)}}{1 - \mathrm{Re}^{-NTU(1-R)}} = \frac{1 - e^{-0.71(1-0.68)}}{1 - 0.68 \times e^{-0.71(1-0.68)}} = \frac{0.2032}{0.4582} = \underline{0.443}$$

أيضاً ، $\in = \frac{C_h\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)}$

بما أنَّ السعة الحرارية للمائع الساخن هي الأدنى، نحصل على

$$\in = \frac{t_{h_1} - t_{h_2}}{t_{h_1} - t_{c_1}} = \frac{650 - t_{h_2}}{650 - 100} = \underline{0.443}$$

أو $t_{h_2} = 650 - 0.443(650 - 100) = \underline{406.35}°C$

أيضاً ، $\in = \dfrac{C_c(t_{c_2} - t_{c_1})}{C_{\min}(t_{h_1} - t_{c_1})}$

$$0.443 = \frac{86.1(t_{c_2} - 100)}{58.6(650 - 100)} = 0.002671(t_{c_2} - 100)$$
$$\therefore t_{c_2} = \underline{\underline{265.8}}°C$$

الحالة (2):- ترتيبة السريان المتوازي:-

قيمة $\in$ لترتيبة السريان المتوازي تُعطي بـ

$$\in = \frac{1 - e^{-NTU(1+R)}}{1+R}$$
$$= \frac{1 - e^{-0.71(1+0.68)}}{1+0.68} = \frac{1 - e^{-1.1928}}{1.68} = \underline{0.415}$$

أيضاً ، $\in = \dfrac{C_c(t_{c_2} - t_{c_1})}{C_{\min}(t_{h_1} - t_{c_1})}$

أو $0.415 = \dfrac{86.1(t_{c_2} - 100)}{58.6(650 - 100)} = 0.002671(t_{c_2} - 100)$

أو $\therefore t_{c_2} = \underline{\underline{255.4}}°C$

**المسألة (19):-**

زيت ($c_p$=3.6kj/kg°C) عند 100°C يسري بمعدَّل 30,000kg/h ويدخل إلي مبادل حراري متوازي السريان. ماء تبريد($c_p$=4.2kj/kg°C) يدخل المبادل الحراري عند 30°C بمعدَّل 50,000kg/h. مساحة إنتقال الحرارة هي $10m^2$ و $U=1000W/m^{2}°C$.

أحسب الآتي:-

i/ درجة حرارة مخرج الزيت والماء.

ii/ درجة الحرارة القصوى الممكنة لمخرج الماء.

**الحل:-**

الشكل (15) أدناه يوضِّح ترتيبة التوازي للحالتين.

معطي: $\dot{m}_{oil} = \dot{m}_h = \frac{30{,}000}{3600} = 8.333 kg/s$ ؛ $c_h$=3.6kj/kg°C ؛ $t_{h_1} = 100°C$

$\dot{m}_{water} = \dot{m}_c = \frac{50{,}000}{3600} = 13.89 kg/s$ ؛ $c_c$ = 4.2kj/kg°C ؛ $t_{c_1} = 10°C$

U = 100W/m$^2$°C ؛ A = 10m$^2$.

i/ درجات حرارة مخرج الزيت والماء، $t_{h_2}$ ، $t_{c_2}$ :-

$$C_h = \dot{m}_h c_h = 8.333 \times \left(3.6 \times 10^3\right) = 30 \times 10^3 \quad = C_{\min}$$

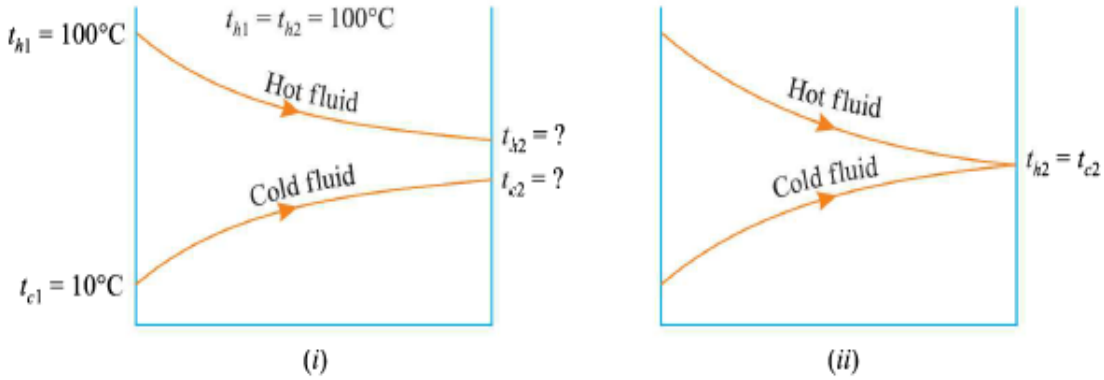
$$C_c = \dot{m}_c c_c = 13.89 \times \left(4.2 \times 10^3\right) = 58.34 \times 10^3 = C$$

$$R = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{30 \times 10^3}{58.34 \times 10^3} = \underline{0.514}$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{1000 \times 10^3}{30 \times 10^3} = \underline{0.33}$$

لمبادل حراري متوازي السريان،

$$\in = \frac{1 - e^{-NTU(1+R)}}{1+R} = \frac{1 - e^{-0.33(1+0.514)}}{1+0.514} = \frac{1 - e^{-0.33 \times 1.514}}{1.514} = \underline{0.26}$$




**شكل (15)**

أيضاً ، $\in = \frac{C_h\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \frac{C_c\left(t_{c_2} - t_{c1}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)}$

$$\text{أو} \quad 0.26 = \frac{30\times10^3\left(100-t_{h_2}\right)}{30\times10^3\left(100-10\right)} = \frac{58.34\times10^3\left(t_{c_2}-10\right)}{30\times10^3\left(100-10\right)}$$

$$\text{أو} \quad 0.26 = \left[\frac{100-t_{h_2}}{100-10}\right] = 1.945\left[\frac{t_{c_2}-10}{100-10}\right]$$

$$\therefore t_{h_2} = 100 - 0.26\times90 = \underline{\underline{76.6}}\,°C$$

$$\text{و} \quad \therefore t_{c_2} = \frac{0.26\times90}{1.945} + 10 = \underline{\underline{22}}\,°C$$

ii/ درجة الحرارة القصوى الممكنة لمخرج الماء، $t_{c_2}$ :-

عندما يمتلك الماء أقصى درجة حرارة ممكنة فإنَّ،

$$t_{h_2} = t_{c_2}$$

$$\dot{m}_h c_h\left(t_{h_1}-t_{c_2}\right) = \dot{m}_c c_c\left(t_{c_2}-t_{c_1}\right) \quad \because t_{h_2} = t_{c_2}$$

$$\text{أو} \quad 30\times10^3\times\left(100-t_{c_2}\right) = 58.34\times10^3\times\left(t_{c_2}-10\right)$$

$$\text{أو} \quad 100-t_{c_2} = 1.945\times\left(t_{c_2}-10\right) = 1.945t_{c_2} - 19.45$$

$$\Rightarrow t_{c_2} = \underline{\underline{40.5}}\,°C$$

**المسألة (20):-**

يتم إعطاء البيانات التالية لمبادل حراري متعاكس السريان:-

$$\dot{m}_h = 1kg/s \;؛ \dot{m}_c = 0.25kg/s$$

$c_h$=1.045kj/kg°C ؛ $c_c$ = 4.18kj/kg°C

$$t_{h_1} = 1000°C \;؛ t_{c_2} = 850°C$$

U = 88.5W/m$^2$°C ؛ A = 10m$^2$

أحسب $t_{h_2}$ و $t_{c_1}$

**الحل:-**

الشكل (16) أدناه يوضِّح ترتيبة السريان المتعاكس.

$$C_h = \dot{m}_h c_h = 1 \times \left(1.045 \times 10^3\right) = \underline{1045}\, W/°C$$
$$C_c = \dot{m}_c c_c = 0.25 \times \left(4.18 \times 10^3\right) = \underline{1045} W/°C$$

$$\therefore C_{\min} = C_{\max} = C_h = C_c = \underline{1045} W/°C$$

تعطي الفعالية $\in$ بالعلاقة،

$$\in = \frac{C_c\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \frac{C_c\left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)}$$

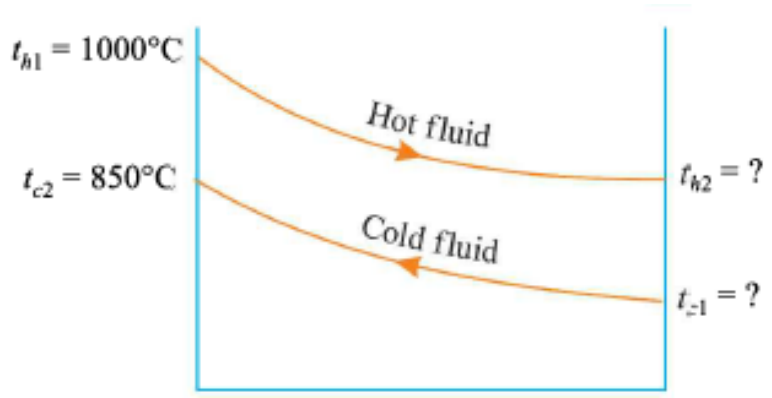
$$\text{or } \in = \frac{t_{h_1} - t_{h_2}}{t_{h_1} - t_{c_1}} = \frac{t_{c_2} - t_{c_1}}{t_{h_1} - t_{c_1}} \qquad \text{(i)}$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{88.5 \times 10}{1045} = \underline{0.85}$$

$$R = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = 1$$

عندما R =1 ،

$$\in = \frac{NTU}{1 + NTU} = \frac{0.85}{1.85} = \underline{0.46}$$




**شكل (16)**

بتعويض هذه القيمة في المعادلة (i) نحصل على

$$0.46 = \frac{1000 - t_{h_2}}{1000 - t_{c_1}} = \frac{850 - t_{c_1}}{1000 - t_{c_1}}$$

$$\text{or} \quad 0.46 = \frac{850 - t_{c_1}}{1000 - t_{c_1}}$$

$$0.46(1000 - t_{c_1}) = 850 - t_{c_1}$$

$$460 - 0.46t_{c_1} = 850 - t_{c_1}$$

$$0.54t_{c_1} = 390 \qquad \therefore t_{c_1} \approx \underline{\underline{722}}\,°C$$

$$or \quad 0.46 = \frac{1000 - t_{h_2}}{1000 - 722}$$
$$or \Rightarrow t_{h_2} = \underline{\underline{872}}\,°C$$

**المسألة (21):-**

مـاء ($c_p$=4200J/kg°C) يـدخل إلـي مبـادل حـراري مـزدوج الأنبـوب متعـاكس السـريان عنـد 38°C بمعَّـدل 0.075kg/s. يـتم تسـخينه بزيـت ($c_p$=1880J/kg°C) يسـري بمعَّـدل 0.152kg/s مـن درجـة حـرارة مـدخل مقدارها 116°C. لمساحة مقدارها $1m^2$ و $U=340W/m^2°C$، حدَّد معدَّل إنتقال الحرارة الكلي.

**الحل:-**

معطي: $\dot{m}_w = \dot{m}_c = 0.076kg/s$ ؛ $c_c$ = 4200J/kg°C ؛ $t_{c_1} = 38°C$ ؛

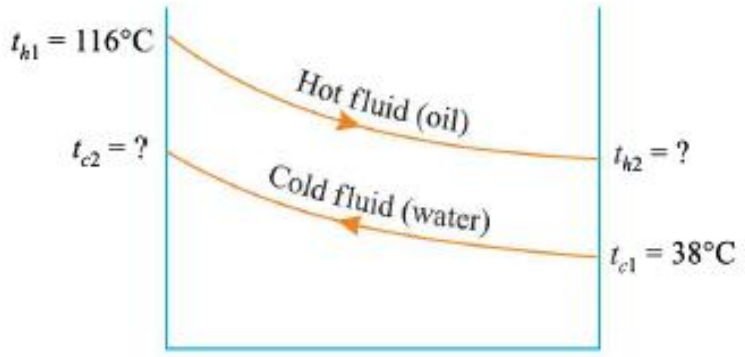
$A = 1m^2$؛ $t_{h_1} = 116°C$ ؛ $c_h$=1880J/kg°C ؛ $\dot{m}_{oil} = \dot{m}_h = 0.152kg/s$

؛ $U = 340W/m^2°C$

معدَّل إنتقال الحرارة الكلي، Q:-

بما أن درجات حرارة مخرج كلا المائعين غير معلومة بالتالي يجب إستخدام أسلوب عدد وحدات إنتقال الحرارة لحل هذه المسألة.

الشكل (17) أدناه يوضِّح ترتيبة المبادل الحراري.




**شكل (17)**

الفاعلية $\in$ لمبادل حراري تُعطي بـ

$$\in = \frac{C_c\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \frac{C_c\left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} \qquad \text{(i)}$$

$$C_h = \dot{m}_h c_h = 0.152 \times 1880 = \underline{285.8}\ W/°C = C_{\min}$$

$$C_c = \dot{m}_c c_c = 0.076 \times 4200 = \underline{319.2} W/°C = C_{\max}$$

$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = R = \frac{285.8}{319.2} = \underline{0.895}$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{340 \times 1}{285.8} = \underline{1.19}$$

لمبادل حراري متعاكس السريان،

$$\in = \frac{1 - e^{-NTU(1-R)}}{1 - \mathrm{Re}^{-NTU(1-R)}} = \frac{1 - e^{-1.19(1-0.895)}}{1 - 0.895e^{-1.19(1-0.895)}} = \frac{0.117459}{0.210126} = \underline{0.56}$$

بتعويض القيَّم في المعادلة (i) نحصل على

$$0.56 = \frac{285.8\left(116 - t_{h_2}\right)}{285.8(116 - 38)} = \frac{319.2\left(t_{c_2} - 38\right)}{285.8(116 - 38)}$$

أو $$0.56 = \frac{116 - t_{h_2}}{116 - 38} = 1.117\left[\frac{t_{c_2} - 38}{116 - 38}\right]$$

$$\therefore -t_{h_2} = (116 - 38)0.56 - 116 = -72.23$$

$$\therefore t_{h_2} = \underline{\underline{72.23}}°C \approx 75\ °C$$

$$t_{c_2} \text{ و} = \frac{0.56(116-38)}{1.117} + 38 = \underline{\underline{77.1}}°C \approx 75°C$$

معدَّل إنتقال الحرارة الكلي يُعطي بـ

$$Q = UA\theta_m$$

$$\theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln(\theta_1/\theta_2)} = \frac{(t_{h_1} - t_{c_2}) - (t_{h_2} - t_{c_1})}{\ln[(t_{h_1} - t_{c_2})/(t_{h_2} - t_{c_1})]}$$

$$= \frac{(116-75)-(75-38)}{\ln[(116-75)/(75-38)]} = \frac{41-37}{\ln[41/37]} \approx \underline{39}°C$$

$$Q = 340 \times 1 \times 39 = 13260W = \underline{\underline{13.26}}\ kW$$

**المسألة (22):-**

إرتفاع درجة الحرارة الكلي للمائع البارد في مبادل حراري متعاكس السريان هو 20°C وهبوط درجة الحرارة الكلي للمائع هو 30°C. فاعلية المبادل الحراري هي 0.6. مساحة المبادل الحراري $1m^2$ ومعامل إنتقال الحرارة الإجمالي هو $60W/m^{2}°C$. أوجد معدَّل إنتقال الحرارة. إفترض أنَّ المائعان غير مختلطان.

**الحل:-**

معطي: $t_{c_2} - t_{c_1} = 20°C$ ؛ $t_{h_1} - t_{h_2} = 30°C$ ، $\in = 0.6$ ؛ $A = 1m^2$ ؛

$U = 60W/m^{2}°C$.

معدَّل إنتقال الحرارة، Q:-

الحرارة المكتسبة بواسطة المائع البارد = الحرارة المفقودة بواسطة المائع الساخن

$$\dot{m}_h c_h (t_{h_1} - t_{h_2}) = \dot{m}_c c_c\ (t_{c_2} - t_{c_1})$$

$$\therefore \frac{(t_{h_1} - t_{h_2})}{(t_{c_2} - t_{c_1})} = \frac{\dot{m}_c c_c}{\dot{m}_h c_h} = \frac{30}{20} = \underline{1.5}$$

$$\therefore \dot{m}_h c_h = C_{\min}\text{ ، } \dot{m}_c c_c = C_{\max}$$

$$R = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{1}{1.5} = \underline{0.67}$$

لمبادل حراري متعاكس السريان،

$$\in = \frac{1-e^{-NTU(1-R)}}{1-\mathrm{Re}^{-NTU(1-R)}}$$

$$0.6 = \frac{1-e^{-NTU(1-0.67)}}{1-0.67e^{-NTU(1-0.67)}} = \frac{1-e^{-NTU(0.33)}}{1-0.67e^{-NTU(0.33)}}$$

$$0.6 - 0.402e^{-0.33NTU} = 1 - e^{-0.33NTU}$$

$$-0.4 = -0.598e^{-0.33NTU}$$

$$0.4 = 0.598e^{-0.33NTU}$$

$$e^{-0.33NTU} = \frac{0.4}{0.598} = 0.6689$$

$$-0.33NTU \ln e = \ln 0.6689$$

$$NTU = \frac{\ln 0.6689}{-0.33} \approx \underline{1.22}$$

لكن ، $NTU = \dfrac{UA}{C_{\min}}$

$$\therefore C_{\min} = \frac{UA}{NTU} = \frac{60 \times 1}{1.22} = \underline{49.18} = C_h;$$

$$C_{\max} = \frac{C_{\min}}{0.67} = \frac{49.18}{0.67} = \underline{73.4} = C_c;$$

$$\therefore Q = \dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = C_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)$$

$$= 49.18 \times (30) = \underline{\underline{1475.4}} W$$

**المسألة (23):-**

عرَّف المصطلحات الآتية:- عدد وحدات إنتقال الحرارة والفاعلية.

إشتق تعبيراً لفاعلية مبادل حراري متعاكس السريان بدلالات NTU ونسبة السعة R .

**المسألة (24):-**

مائعان A و B يتبادلان حرارة في مبادل حراري متعاكس السريان. يدخل المائع A عند 420°C وله معدَّل سريان كتلة مقداره 1kg/s. يدخل المائع B عند 20°C وله معدَّل سريان كتلة مقداره 1kg/s. فاعلية المبادل الحراري هي 75%. حدِّد:-

i/ معدَّل إنتقال الحرارة.

ii/ درجة حرارة مخرج المائع B.

الحرارة النوعية للمائع A هي 1kj/kgK وتلك للمائع B هي 4kj/kgK.

**الحل:-**

معطي: $\dot{m}_h = 1kg/s \;؛ t_{h_1} = 420°C$

$\dot{m}_c = 1kg/s \;؛ t_{c_1} = 20°C$

$c_c = 4kj/kgK \;؛ c_h = 1kj/kgK \;؛ \in = 0.75$

i/ معدَّل إنتقال الحرارة، Q:-

$$\in = \frac{C_h\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \frac{t_{h_1} - t_{h_2}}{t_{h_1} - t_{c_1}} \left(\because C_h = \dot{m}_h c_h = 1\times 1 = 1 = C_{\min}\right) \quad \text{، الفاعلية}$$

$$0.75 = \frac{420 - t_{h_2}}{420 - 20} \quad \text{أو}$$

$$\Rightarrow t_{h_2} = \underline{120}°C \quad \text{أو}$$

$$\in = \frac{Q_{act}}{Q_{\max}}; \;\; Q_{act} = \in Q_{\max} = \in C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)$$

$$= 0.75\times \dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)$$

$$= 0.75\times 1\times 1\times \left(420 - 20\right)$$

$$= \underline{\underline{300}}\ kJ$$

ii/ درجة حرارة مخرج المائع B، $t_{c_2}$ :-

$$Q = \dot{m}_c c_c \left(t_{c_2} - t_{c_2}\right)$$

أو $$300 = 1 \times 4\left(t_{c_2} - 20\right)$$

أو $$\Rightarrow t_{c_2} = \underline{\underline{95}}°C$$

المسألة (25):-

ماء بمعدَّل 0.5kg/s يتم دفعه قسرياً خلال أنبوب ناعم بقطر داخلي 25mm وبطول 15m. درجة حرارة مدخل الماء هي 10°C ويكون جدار الأنبوب عند درجة حرارة ثابتة مقدارها 40°C. ما هي درجة حرارة مخرج الماء؟

القيَّم المتوسطة لخواص الماء هي:-

$$k = 0.57 W/m°C \;\text{؛}\; \mu = 0.8 \times 10^{-3} Pas \;\text{؛}\; c_p = 4180 J/kg°C .$$

**الحل:-**

معطي: $t_s$=40°C ؛ $t_i$=10°C ؛ L=15m ؛d=25mm=0.025m ؛ $\dot{m}_w = 0.5 kg/s$

$$k = 0.57 W/m°C \;\text{؛}\; \mu = 0.8 \times 10^{-3} Pas \;\text{؛}\; c_p = 4180 J/kg°C .$$

درجة حرارة مخرج الماء، $t_o$:-

نعلم أنَّ $$\dot{m} = \rho Q$$

أو $$\dot{m} = \rho A v$$

$$\therefore v = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{0.5}{10^3 \times \frac{\pi}{4}(0.025)^2} = \underline{1.068} m/s$$

رقم رينولد، $\mathrm{Re} = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{10^3 \times 1.086 \times 0.025}{0.8 \times 10^{-3}} = \underline{3.183 \times 10^4}$

i.e.، يكون السريان مضطرباً بما أنَّ (Re > 2300).

بإستخدام العلاقة،

$$Nu = 0.023(\mathrm{Re})^{0.8}(\mathrm{Pr})^{1/3}$$

for ($t_s > t_f$)

$$\Pr = \frac{\mu c_p}{k} = \frac{0.8\times10^{-3}\times4180}{0.57} = \underline{5.867}$$

بتعويض القيَّم في المعادلة عاليه، نحصل على

$$Nu = \frac{hd}{k} = 0.023\left(3.183\times10^{4}\right)^{0.8}\times\left(5.867\right)^{1/3} = \underline{165.9}$$

أو $h = \frac{Nu.k}{d} = \frac{165.9\times0.57}{0.025} = \underline{3785} W/m^2°C$

مساحة إنتقال الحرارة ، $A = \pi dL = \pi\times0.025\times15 = \underline{1.1781} m^2$

بما أنَّ درجة حرارة السطح ثابتة،

$$C_{\min} = C_{water} = \dot{m}_w c_w = 0.5\times4180 = \underline{2090} W/°C$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{hA}{C_{\min}} = \frac{3785\times1.1781}{2090} = \underline{2.133}$$

الفاعلية ، $\in = 1-e^{-NTU}$

$$= 1-e^{-2.133} = \underline{0.8815}$$

الآن ، $\in = \left[\frac{t_o - t_i}{t_s - t_i}\right] = \frac{t_o - 10}{40-10}, \therefore \Rightarrow t_o = \underline{\underline{36.44}}°C$

**المسألة (26):-**

مبادل حراري متعاكس السريان يقوم بتسخين هواء يدخل عند 400°C بمعدَّل سريان 6kg/s عن طريق غاز عادم يدخل عند 800°C بمعدَّل سريان 4kg/s. معامل إنتقال الحرارة الإجمالي هو 100W/m$^2$K ودرجة حرارة مخرج الهواء هي 551.5°C. الحرارة النوعية عند ضغط ثابت لكل من الهواء وغاز العادم يمكن أخذها كـ 1100J/kgK. أحسب:

i/ مساحة إنتقال الحرارة المطلوبة.

ii/ عدد وحدات إنتقال الحرارة.

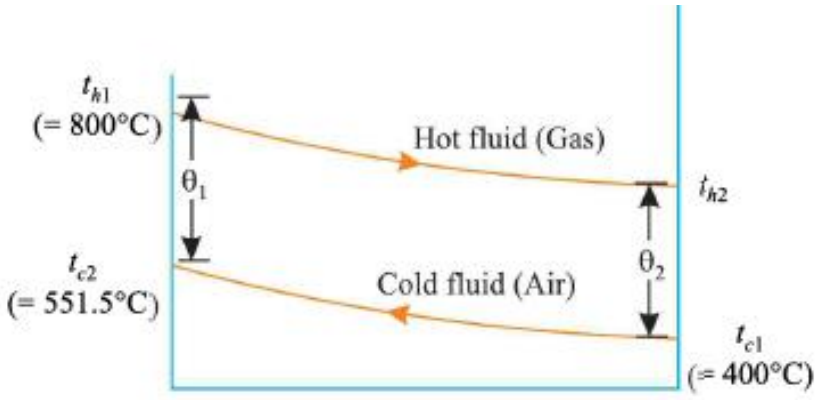
**الحل:-**

معطي:-

$\dot{m}_c = 6kg/s$ ؛ $t_{c_1} = 400°C$ ؛ $t_{c_2} = 551.5°C$ ؛ $t_{h_1} = 800°C$ ؛ $\dot{m}_h = 4kg/s$ ؛

$c_c = 1100J/kgK$ ؛U = 100W/m$^2$K .

الشكل (18) أدناه يوضِّح ترتيبة المبادل الحراري.




**شكل (18)**

الآن،

$$C_c = \dot{m}_c c_c = 6 \times 1100 = 6600$$

$$C_h = \dot{m}_h c_h = 4 \times 1100 = 4400$$

عليه، بما أنَّ $C_h < C_c$

$$\therefore C_{\min} = C_h = 4400$$

الآن، الحرارة المنتقلة إلي الماء البارد = الحرارة المنتقلة من الغازات الساخنة

$$\therefore Q = \dot{m}_c c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right) = \dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)$$
$$= 6600(551.5 - 400) = 4400\left(800 - t_{h_2}\right)$$
$$\Rightarrow Q = 999{,}900J \quad \text{و} \quad t_{h_2} = \underline{572.75}°C$$

i/ مساحة الحرارة المطلوبة، A:-

$$Q = UA\theta_m$$

$$\theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)} = \frac{\left(t_{h_1} - t_{c_2}\right) - \left(t_{h_2} - t_{c_1}\right)}{\ln\left\{\frac{\left(t_{h_1} - t_{c_2}\right)}{\left(t_{h_2} - t_{c_1}\right)}\right\}} =$$

$$= \frac{(800-551.5)-(572.75-400)}{\ln\left[\frac{800-551.5}{572.75-400}\right]} = \frac{75.75}{0.3636} = \underline{208.33}°C$$

بتعويض القيم المختلفة نحصل على،

$$999900 = 100 \times A \times 208.33$$
$$\therefore \Rightarrow A = \underline{\underline{48}} m^2$$

ii/ عدد وحدات إنتقال الحرارة، (NTU):-

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{100 \times 48}{4400} = \underline{\underline{1.09}}$$

**المسألة (27):-**

مادة كيميائية بحرارة نوعية مقدارها 3.3kj/kgK تسري بمعدَّل 20,000kg/h لتدخل مبادل حراري متوازي السريان عند 120°C. معدَّل سريان كتلة ماء التبريد هو 50,000kg/h بدرجة حرارة مدخل مقدارها 20°C. مساحة إنتقال الحرارة هي $10m^2$ ومعامل إنتقال الحرارة الإجمالي هو $1050W/m^2K$.

أوجد:-

i/ فاعلية المبادل الحراري.

ii/ درجة حرارة مخرج الماء والمادة الكيميائية.

**الحل:-**

الشكل (19) أدناه يوضِّح توزيع درجات الحرارة على امتداد طول المبادل الحراري.

معطي:- $C_h = 3.3kj/kgK$ ؛ $\dot{m}_h = \frac{20,000}{3600} = 5.56kg/s$ ؛ $t_{h_1} = 120°C$ ؛

$C_c = 4.18kj/kgK$ ؛ $\dot{m}_c = \frac{50,000}{3600} = 13.89kg/s$ ؛ $t_{c_1} = 20°C$ ؛ A=10 $m^2$ ؛

$U = 1050W/m^2K$.

i/ فاعلية المبادل الحراري، ∈:-

$C_h = \dot{m}_h c_h = 5.56 \times 3.3 = \underline{18.36}$، السعة الحرارية للمائع الساخن.

$C_c = \dot{m}_c c_c = 13.89 \times 4.186 = \underline{58.14}$ ، السعة الحرارية للمائع البارد.

عليه فإنَّ $C_h < C_c$

الحرارة المكتسبة بواسطة المائع البارد = الحرارة المفقودة بواسطة المائع الساخن

$$\therefore 5.56 \times 3.3(120 - t_{h_2}) = 13.89 \times 4.186(t_{c_2} - 20)$$

أو $(120 - t_{h_2}) = 3.17(t_{c_2} - 20)$ (i)

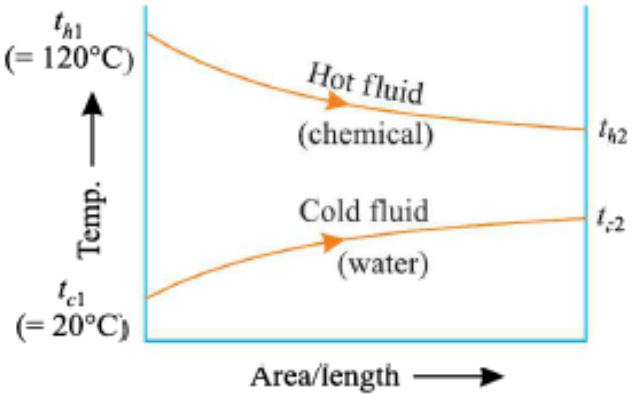
الآن ، $NTU = \dfrac{UA}{C_{\min}} = \dfrac{1050 \times 10}{18.36 \times 10^3} = \underline{0.572}$

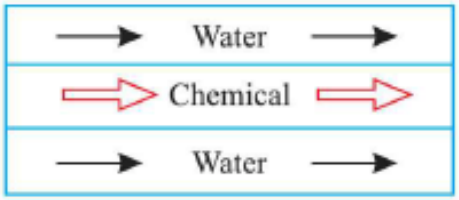
الفاعلية ، $\in = \dfrac{1 - e^{-NTU(1+R)}}{1+R}$

نسبة السعة الحرارية ، $R = \dfrac{C_{\min}}{C_{\max}} = \dfrac{18.36}{58.14} = \underline{0.316}$

$$\in = \frac{1 - e^{-0.572(1+0.316)}}{1+0.316} = \frac{1 - 0.471}{1.316} = \underline{\underline{0.402}}$$

ii/ درجات حرارة مخرج الماء $(t_{c2})$ ومخرج المادة الكيميائية $(t_{h2})$




**شكل (19)**

أيضاً ، $\in = \dfrac{C_h(t_{h_1} - t_{h_2})}{C_{\min}(t_{h_1} - t_{c_1})}$

$$\text{أو} \quad 0.402 = \frac{120 - t_{h_2}}{120 - 20}$$

$$\text{أو} \quad t_{h_2} = \underline{\underline{79.8}}°C$$

بتعويض قيمة $t_{h_2} = 79.8°C$ في المعادلة (i) ، نحصل على

$$(120 - 79.8) = 3.17(t_{c_2} - 20)$$

$$\therefore t_{c_2} = \underline{\underline{32.7}}°C$$

**المسألة (28):-**

مبادل حراري متوازي السريان بسريانات ساخنة وباردة تجرى خلاله حسب البيانات التالية:-

$t_{h_1} = 70°C$ ؛ $C_h = C_c = 4.18kj/kgK$ ؛ $\dot{m}_c = 25kg/\min.$ ؛ $\dot{m}_h = 10kg/\min.$

$t_{c_1} = 25°C$ ؛ $t_{h_2} = 50°C$.

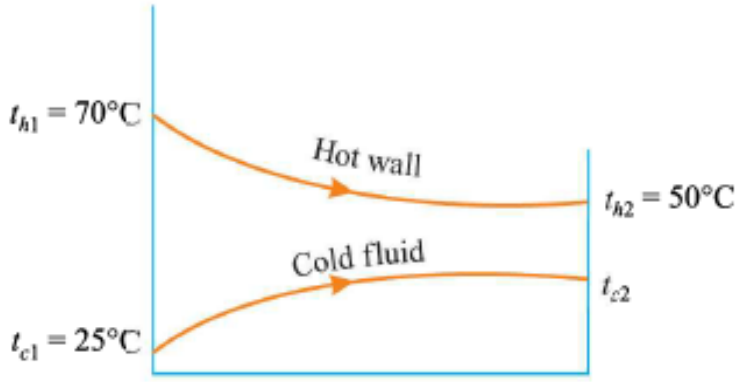
معامل إنتقال الحرارة المفرد على كلا الجانبين = $60W/m^{2°}C$. أحسب الآتي:-

i/ مساحة المبادل الحراري؛

ii/ درجات حرارة مخرج الموائع الساخنة والباردة إذا تمَّ مضاعفة معدَّل سريان كتلة الماء الساخن.

**الحل:-**

يوضِّح الشكل (20) أدناه ترتيبة المبادل الحراري.




**شكل (20)**

i/ مساحة المبادل الحراري، A:-

الحرارة المفقودة بواسطة المائع الساخن = الحرارة المكتسبة بواسطة المائع البارد

$$\therefore \dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = \dot{m}_c c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

$$10 \times 4.18(70-50) = 25 \times 4.18\left(t_{c_2} - 25\right)$$

$$\Rightarrow t_{c_2} = \underline{33}°C \quad \text{أو}$$

متوسط فرق درجة الحرارة اللوغاريثمي،

$$\theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln(\theta_1/\theta_2)} = \frac{\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right) - \left(t_{h_2} - t_{c_2}\right)}{\ln\left[\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)/\left(t_{h_2} - t_{c_2}\right)\right]}$$

$$= \frac{(70-25)-(50-33)}{\ln[(70-25)/(50-33)]} = \frac{45-17}{\ln[(45/17)]} = \underline{28.8}°C$$

معامل إنتقال الحراري الإجمالي يُعطي بـ،

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o} = \frac{h_o + h_i}{h_o h_i}$$

$$U = \frac{h_o h_i}{h_o + h_i} = \frac{60 \times 60}{60+60} = \underline{30} W/m^2°C \quad \text{، أو}$$

$$Q = \dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = UA\theta_m \quad \text{، أيضاً}$$

$$\frac{10}{60} \times 4.18 \times (70-50) = 30 \times A \times 28.8 \quad \text{أو}$$

$$\therefore A = \frac{10 \times 4.18 \times (70-50)}{60 \times 30 \times 28.8} = \underline{\underline{0.0161}} m^2$$

ii/ درجات حرارة الموائع الساخنة والباردة $t_{h_2}$ و $t_{c_2}$:-

عندما يتم زيادة $\dot{m}_h$ من 10kg/min إلي 20kg/min $h_i$ ستصبح $h'_i$ (باعتبار أنَّ المائع الساخن بالداخل).

$$\frac{h'_i}{h_i} = \left(\frac{20}{10}\right)^{0.8} = 1.74$$

$$\therefore h'_i = 60 \times 1.74 = \underline{104.4} W/m^2°C$$

$$C_h = \dot{m}_h c_h = \frac{20}{60} \times 4.18 = \underline{1.39} = C_{\min}$$

$$C_c = \dot{m}_c c_c = \frac{25}{60} \times 4.18 = \underline{1.74} = C_{\max}$$

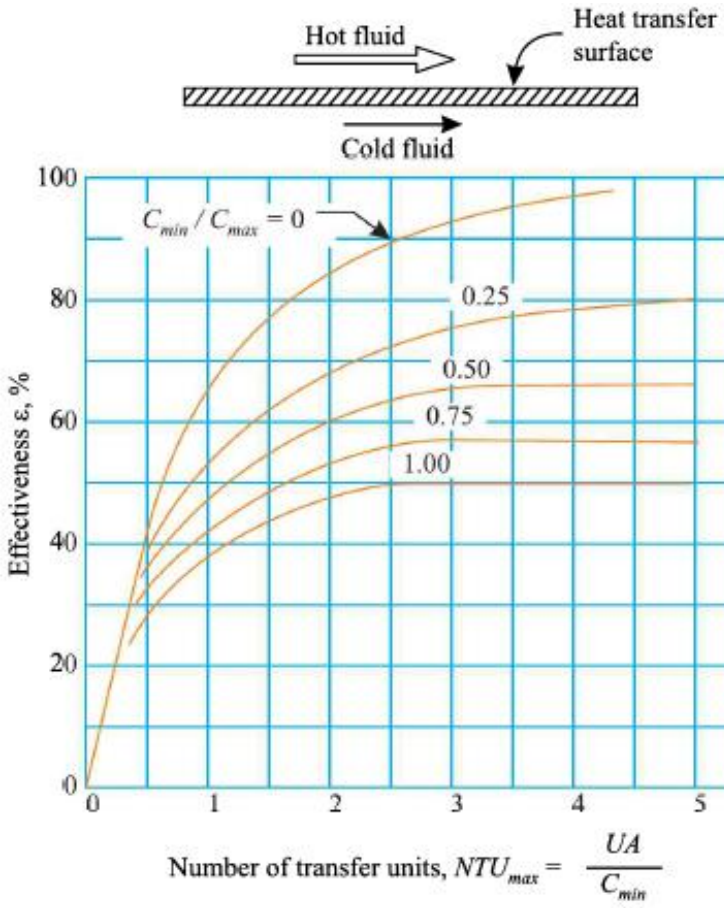
$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{1.39}{1.74} = 0.799$$

$$U = \frac{h_o h'_i}{h_o + h'_i} = \frac{60 \times 104.4}{60 + 104.4} = \underline{38.1} W/m^2 °C$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{38.1 \times 0.0161}{1.39} = \underline{0.44}$$

القيمة المحسوبة من $\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = 0.799$ و NTU=44، من الشكل (A)، نحصل على

$$\epsilon \approx 0.3$$




**شكل (A)**

$$\in = \frac{C_h\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \frac{C_c\left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} \quad \text{أيضاً ,}$$

$$0.31 = \frac{1.39\left(70 - t_{h_2}\right)}{1.39\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \frac{1.74\left(t_{c_2} - 25\right)}{1.39\left(70 - 25\right)} \quad \text{او}$$

$$0.31 = \frac{70 - t_{h_2}}{70 - 25} = 1.25\left[\frac{t_{c_2} - 25}{70 - 25}\right] \quad \text{أو}$$

$$\therefore t_{h_2} = 70 - 0.31\left(70 - 25\right) = \underline{\underline{56.05}}\,°C$$

$$t_{c_2} = \frac{0.31\left(70 - 25\right)}{1.25} + 25 = \underline{\underline{36.16}}\,°C \quad \text{و}$$

**المسألة (29):-**

زيت يتم تبريده إلي 375K في مبادل حراري متلاقي (concurrent heat exchanger) ينقل حرارته إلي ماء التبريد الذي يغادر المبرَّد عند 300K. على أيَّ حال، من المطلوب تبريد الزيت إلي 350K بزيادة طول المبرَّد بينما تظل معدلات سريان الزيت والماء، ودرجات الحرارة عند المدخل والأبعاد الأخرى للمبرَّد ثابتة. درجات حرارة مدخل ماء التبريد والزيت هما 288K و 425K. إذا كان طول المبرَّد الأصلي هو 1m، أحسب الآتي:-

i/ درجة حرارة مخرج ماء التبريد للمبرَّد الجديد.

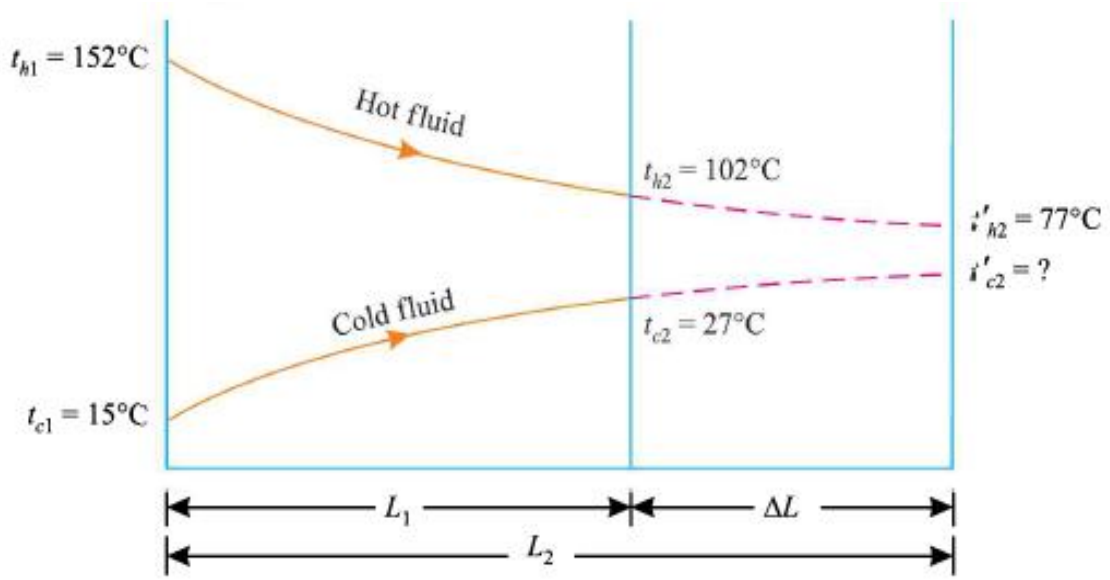
ii/ طول المبرد الجديد.

**الحل:-**

معطي: $t_{h_1} = 425 - 273 = 152°C$ ؛ $t_{h_2} = 375 - 273 = 102°C$ ؛ $L_1 = 1\ m^2$

$t_{c_1} = 288 - 273 = 15°C$ ؛ $t_{c_2} = 300 - 273 = 27°C$ $t'_{h_2} = 350 - 273 = 77°C$ ؛ $t'_{c_2} = ?$ ؛ $L_2 = ?$

الشكل (21) أدناه يوضِّح ترتيبة المبادل الحراري.




**شكل (21)**

i/ درجة حرارة مخرج ماء التبريد للمبرِّد الجديد، $t'_{c_2}$ :-

الحالة (I):- (قبل زيادة الطول)

$$\dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = \dot{m}_c c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

$$\therefore \frac{\dot{m}_h c_h}{\dot{m}_c c_c} = \frac{C_h}{C_c} = \frac{t_{c_2} - t_{c_1}}{t_{h_1} - t_{h_2}} = \frac{27-15}{152-102} = \underline{0.24}$$

$$\therefore C_{\min} = \dot{m}_h C_h \quad and \quad \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = R = \underline{24}$$

معدَّل إنتقال الحرارة يُعطي بـ

$$Q = \dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = UA_1 \left[\frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln\left(\theta_1 / \theta_2\right)}\right]$$

$$\therefore t_{h_1} - t_{h_2} = \frac{UA_1}{C_{\min}} \left[\frac{(152-15)-(102-27)}{\ln\left[(152-15)/(102-27)\right]}\right]$$

أو $$(152-102) = (NTU)_1 \left[\frac{137-75}{\ln(137/75)}\right] = (NTU)_1 \times 102.9$$

$$or \quad (NTU)_1 = \frac{(152-102)}{102.9} = \underline{0.486}$$

$$(NTU)_1 = \frac{UA_1}{C_{\min}} = \frac{U\pi dL_1}{C_{\min}}$$

$$(NTU)_1 = \frac{U\pi dL_1}{C_{\min}}$$

$$\therefore \frac{U\pi d}{C_{\min}} = \frac{(NTU)_1}{L_1} = \frac{0.486}{1} = \underline{0.486}$$

الحالة (II):- (بعد زيادة الطول)

الفاعلية لمبادل حراري متوازي السريان تُعطي بـ

$$\in = \frac{1-e^{-NTU_2(1+R)}}{1+R}$$

$$\in = \frac{1-e^{-0.486L_2(1+0.24)}}{1+0.24} = \frac{1-e^{-0.6L_2}}{1.24} \qquad \text{(i)}$$

أيضاً تُعطي الفاعلية بـ

$$\in = \frac{C_h(t_{h_1} - t'_{h_2})}{C_{\min}(t_{h_1} - t_{c_1})} = \frac{C_c(t'_{c_2} - t_{c_1})}{C_{\min}(t_{h_1} - t_{c_1})}$$

$$= \left[\frac{C_h(t_{h_1} - t'_{h_2})}{C_{\min}(t_{h_1} - t_{c_1})}\right] = \frac{1}{0.24}\left[\frac{t'_{c_2} - t_{c_1}}{t_{h_1} - t_{c_1}}\right]$$

$$\left[\because C_h = C_{\min}; C_c = C_{\max}, \text{ and } R = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = 0.24\right]$$

أو $\in = \frac{152-77}{152-15} = \frac{1}{1.24}\left[\frac{t'_{c_2} - 15}{152-15}\right]$

أو $t'_{c_2} = \left[\frac{152-77}{152-15}\right] \times 0.24(152-15) + 15 = \underline{\underline{33}}°C$

ii/ طول المبرِّد الجديد، $L_1$:-

بمساواة المعادلتين (i) و (ii)، نحصل على ،

$$\frac{1-e^{-0.6L_2}}{1.24} = \frac{152-77}{152-15}$$

أو $e^{-0.6L_2} = 1 - 1.24\left[\frac{152-77}{152-15}\right] = \underline{0.321}$

$$e^{0.6L_2} = \frac{1}{0.321} = \underline{3.11} \quad \text{أو}$$

$$0.6L_2 \ln e = \ln 3.11 = 1.134 \quad \text{أو}$$

$$L_2 = \frac{1.134}{0.6} = \underline{\underline{1.98}} m \quad \text{أو}$$

هذا يشير لزيادة طول المبرِّد مقدارها 89%.

**المسألة (30):-**

في مبادل حراري بسيط متعاكس السريان يشتغل تحت الظروف التالية:-

مائع A، درجات حرارة المدخل والمخرج 80°C و 40°C؛

مائع B، درجات حرارة المدخل والمخرج 20°C و 40°C؛

يتم نظافة المبرد مما يتسبب في زيادة معامل إنتقال الحرارة الإجمالي بمقدار 10%وتتغير درجة حرارة المدخل للمائع B إلي 30°C. ما هي درجات حرارة المخرج الجديدة للمائع A وللمائع B. إفترض أنَّ معاملات إنتقال الحرارة والسعات الحرارية لا تتغير بتغير درجة الحرارة.

**الحل:-**

معطي: $t_{h_1} = 80°C$ ؛ $t_{h_2} = 40°C$ ؛ $t_{c_1} = 20°C$ ؛ $t_{c_2} = 40°C$ ← الحالة (I)

$t_{h_1} = 80°C$ ؛ $t_{h_2} = ?$ ؛ $t_{c_1} = 30°C$ ؛ $t_{c_2} = ?$ ← الحالة (II)

$U_2 = 1.1U_1$.

بما أنَّ درجات حرارة كلا المائعين يتم حسابهما، بالتالي يجب إستخدام أسلوب عدد وحدات إنتقال الحرارة لإيجاد $t_{h_2}$ و $t_{c_2}$ لشروط المدخل الجديدة للمائع البارد بعد تنظيف المبادل.

إضافياً فإنَّ مساحة إنتقال الحرارة ومعدلات سريان الكتلة في كلا الحالتين يظلا ثابتين.

الشكل (22) أدناه يوضِّح ترتيبة المبادل الحراري للحالتين.

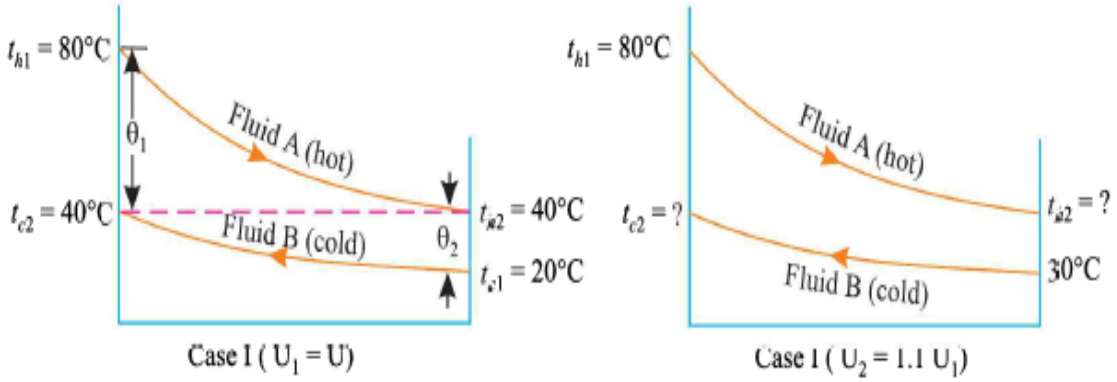
الحالة (I):

$$\dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = \dot{m}_c c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

$$\therefore \frac{\dot{m}_h c_h}{\dot{m}_c c_c} = \frac{\left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)}{\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)} = \frac{40-20}{80-40} = 0.5 \;\; = R\left(cons\tan t\right)$$

$$\text{where } R = capacity\ \ ratio = \frac{C_{\min}}{C_{\max}}$$

من الواضح أن $\dot{m}_h c_h = C_h = C_{\min}$




**شكل (22)**

يمكن أيضاً أنَّ نكتب،

$$Q_1 = \dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = U_1 A \left[\frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln\left(\theta_1 / \theta_2\right)}\right]$$

$$\therefore t_{h_1} - t_{h_2} = \frac{U_1 A}{\dot{m}_h c_h}\left[\frac{(80-40)-(40-20)}{\ln[(80-40)/(40-20)]}\right]$$
$$= \left(NTU\right)_1 \times 28.85$$
$$\therefore (80-40) = \left(NTU\right)_1 \times 28.85$$

أو $\left(NTU\right)_1 = 1.386$

الحالة (II):-

$$\left(NTU\right)_2 = \frac{U_2 A}{C_{\min}} = \frac{1.1 U_1 A}{C_{\min}} = 1.1\left(NTU\right)_1 = 1.1 \times 1.386 = 1.52$$

بما أنَّ $U_2=1.1\ U_1$ و كلا المتغيران A و $C_{\min}$ يبقيا ثابتين في كلا الحالتين.

فاعلية المبادل الحراري المتعاكس السريان للحالة II تُعطي بـ

$$\in = \frac{1-e^{-NTU(1-R)}}{1-\mathrm{Re}^{-NTU(1-R)}}$$ حيث R = 0.5،

$$= \frac{1-e^{-1.52(1-0.5)}}{1-0.5e^{-1.52(1-0.5)}} = \frac{1-e^{-0.76}}{1-0.5e^{-0.76}} = \underline{0.695}$$

أيضاً تُعطي الفاعلية بـ

$$\in = \frac{C_h\left(t_{h_1}-t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1}-t_{c_1}\right)} = \frac{C_c\left(t_{c_2}-t_{c_1}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1}-t_{h_2}\right)}$$

$$\therefore \in = \frac{C_h\left(t_{h_1}-t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1}-t_{c_1}\right)} = \frac{C_{\min}\left(t_{h_1}-t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1}-t_{c_2}\right)} = \frac{t_{h_1}-t_{h_2}}{t_{h_1}-t_{c_1}} \quad \left(\because C_h = C_{\min}\right)$$

$$\text{أو} \qquad 0.696 = \frac{80-t_{h_2}}{80-30}$$

$$\text{أو} \qquad t_{h_2} = 80-0.696(80-30) = \underline{\underline{45.2}}\,°C$$

مرة ثانية،

$$\in = \frac{C_c\left(t_{c_2}-t_{c_1}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1}-t_{c_1}\right)} = \frac{C_{\max}}{C_{\min}}\left[\frac{t_{c_2}-t_{c_1}}{t_{h_1}-t_{c_1}}\right] = 2\left[\frac{t_{c_2}-t_{c_1}}{t_{h_1}-t_{c_1}}\right]$$

$$\text{أو} \quad 0.696 = 2\left[\frac{t_{c_2}-30}{80-30}\right] \qquad \left[\because \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = R = 0.5\right]$$

$$\text{أو} \qquad t_{c_2} = 30+\frac{0.696}{2}(80-30) = \underline{\underline{47.4}}\,°C$$

**المسألة (31):-**

في محطة قدرة بخارية ضخمة، يتم إستخدام مكثِّف بخار من نوع الغــلاف والأنبوب ( shell and tube H. exchanger) بالبيانات التالية:-

معدَّل إنتقال الحرارة 2100MW

عدد وحدات ممرات الغلاف واحد

عدد الأنابيب (رفيعة الجدار) 31500 كل منها تمتلك ممران.

قطر كل أنبوب 25mm

معدَّل سريان كتلة الماء خلال الأنابيب $3.4 \times 10^4$ kg/s

درجة حرارة تكثُّف البخار 50°C

(يتكثَّف البخار على السطح الخارجي للأنابيب)

معامل إنتقال الحرارة على جانب البخار 11400W/m$^2$°C

درجة حرارة مدخل الماء 50°C

استخدم أسلوب عامل تصحيح متوسط درجة الحرارة اللوغاريثمي وعدد وحدات إنتقال الحرارة، أحسب:-

i/ درجة حرارة مخرج ماء التبريد، و

ii/ طول الأنبوب لكل ممر.

خذ الخواص التالية للماء عند ($t_b = 27°C$ عند)

$Pr=5.83$ ؛$k = 0.613W/m°C$ ؛$\mu = 855 \times 10^{-6} Ns/m^2$ ؛$c_p = 4.18kj/kg°C$

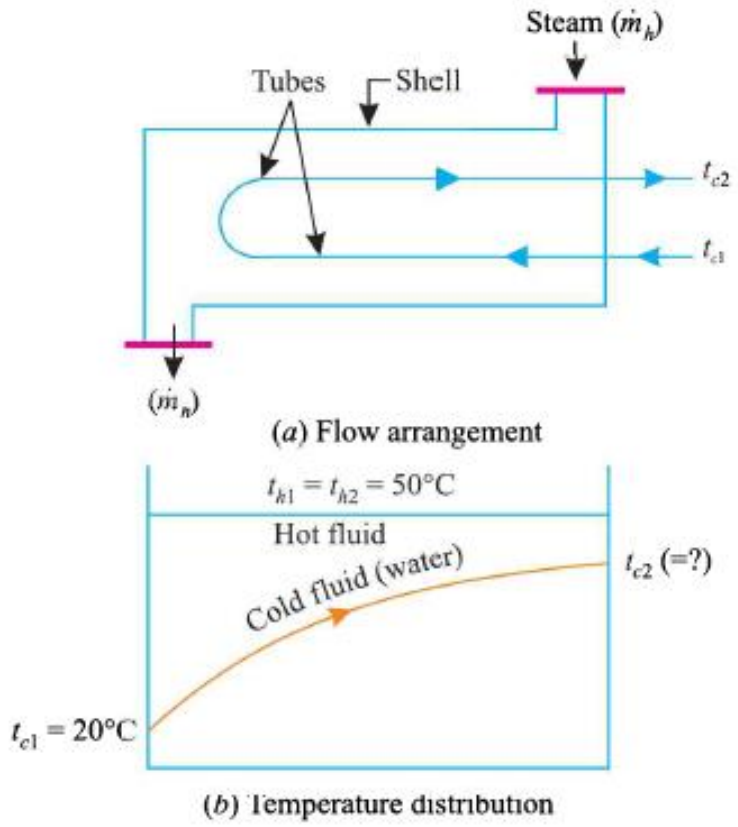
يمكن تجاهل كل من المقاومة الحرارية لمادة الأنبوب وتأثيرات الإتساخ.

**الحل:-**

معطي:- $Q = 2300 \times 10^6 W$ ؛$n_p=31500$ ؛$d=25mm=0.025mm$ ؛$t_{c_1} = 20°C$

$h_o = 11400 W/m^2°C$ ؛$t_{h_1} = t_{h_2} = 50°C$ ؛$\dot{m}_w = \dot{m}_c = 3.4 \times 10^4 kg/s$.

الشكل (23) أدناه يوضِّح ترتيبة مكثف البخار من نوع الغلاف والأنبوب.




**شكل (23)**

i/ درجة حرارة مخرج الماء، $t_{c_2}$ :-

لكي يتم الحصول على درجة حرارة مخرج الماء يتم استخدام موازنة الطاقة الإجمالية لكي نحصل على:

$$Q = \dot{m}_c c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

$$2100\times10^6 = 3.4\times10^4\left(4.18\times10^3\right)\left(t_{c_1} - 20\right)$$

$$\therefore \Rightarrow t_{c_1} = \underline{\underline{34.77}}\,°C$$

ii/ طول الأنبوب لكل ممر، L:-

(1) أسلوب عامل تصحيح متوسط فرق درجة الحرارة اللوغاريثمي (LMTD correction factor method)

معدَّل إنتقال الحرارة الكلي يُعطي بـ

$$Q = FUA\theta_m \qquad \text{(i)}$$

حيث F = معامل إنتقال الحرارة الإجمالي.

$2n_p \pi dL = A$

$\theta_m$ = متوسط فرق درجة الحرارة اللوغاريثمي.

لإيجاد F يجب إيجاد p (نسبة درجة الحرارة) و R (نسبة السعة الحرارية)،

$$P = \frac{t_{c_2} - t_{c_1}}{t_{h_2} - t_{c_1}} = \frac{34.77 - 20}{50 - 20} = \underline{0.492}$$

$$R = \frac{t_{h_1} - t_{h_2}}{t_{c_2} - t_{c_1}} = \frac{50 - 50}{37.44 - 20} = \underline{0}$$

بقيَّم P = 0.492 و R = 0، نحصل على F = 1

لإيجاد قيمة U، يجب إيجاد قيمة $h_i$ أولاً

$\dot{m} = \frac{3.4 \times 10^4}{31500} = \underline{1.079} kg/s$ ، معدَّل سريان الكتلة خلال كل أنبوب

$\mathrm{Re} = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{4\dot{m}}{\pi d \mu} = \frac{4 \times 1.079}{\pi \times 0.025 \times 855 \times 10^{-6}} = \underline{6.43 \times 10^4}$ , رقم رينولد

بما أنَّ Re > 2300، بالتالي يكون السريان مضطرباً

$$\therefore Nu = \frac{hd}{k} = 0.023(\mathrm{Re})^{0.8}(\mathrm{Pr})^{0.4} = 0.023(6.43 \times 10^4)^{0.8}(5.83)^{0.4} = 327$$

$$\text{or} \quad h = \frac{Nuk}{d} = \frac{327 \times 0.613}{0.025} = \underline{8018} W/m^2 °C$$

{بتجاهل المقاومة الحرارية لمادة الأنبوب وتأثير الإتساخ}

الآن، $\frac{1}{U} = \frac{1}{h_o} + \frac{1}{h_i}$

إضافياً، يُعطي LMTD بـ

$$\theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln(\theta_1/\theta_2)} = \frac{(t_{h_1} - t_{c_1}) - (t_{h_2} - t_{c_2})}{\ln[(t_{h_1} - t_{c_1})/(t_{h_2} - t_{c_2})]} = \frac{(50 - 20) - (50 - 34.77)}{\ln[(50 - 20)/(50 - 34.77)]}$$

$$= \frac{30 - 15.23}{\ln[(30/15.23)]} \approx \underline{21.8} °C$$

بتعويض القيَّم في المعادلة (i)، نحصل على

$$Q = FU\left(2n_p \pi dL\right)\theta_m$$
$$2100\times10^6 = 1\times 4707.2\left[2\times 31500\times \pi \times 0.025\times L\right]\times 21.8$$
$$\therefore \Rightarrow L = \underline{\underline{4.136}}\, m$$

(2) أسلوب عدد وحدات إنتقال الحرارة:- (NTU method)

بما أنَّ المبادل الحراري هو مكثِّف، بالتالي $C_h = C_{max} = \infty$

$$C_{\min} = C_c = \dot{m}_c c_c = 3.4\times10^4 \times\left(4.18\times10^3\right) = \underline{14212\times10^4} \qquad \text{و}$$

بما أنَّ $C_h > C_c$، بالتالي

$$\in = \frac{t_{c_2} - t_{c_1}}{t_{h_1} - t_{c_1}} = \frac{34.77 - 20}{50 - 20} = \underline{0.492}$$

$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = 0$$

$$\therefore \in = 1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{NTU}}$$

أو $0.492 = 1 - e^{-NTU}$

أو $e^{-NTU} = 1 - 0.492 = 0.508$

أو $-NTU \ln e = \ln 0.508 = -0.677$

أو NTU = 0.677

لكن ، $NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{U\left(2n_p \pi dL\right)}{C_{\min}}$

$$0.677 = \frac{4707.2\times\left(2\times 31500\times\pi\times 0.025\times L\right)}{14212\times10^4}$$

$$\therefore L = \frac{0.677\times14212\times10^4}{4707.2\times\left(2\times31500\times\pi\times0.025\right)} = \underline{\underline{4.131}}\, m$$

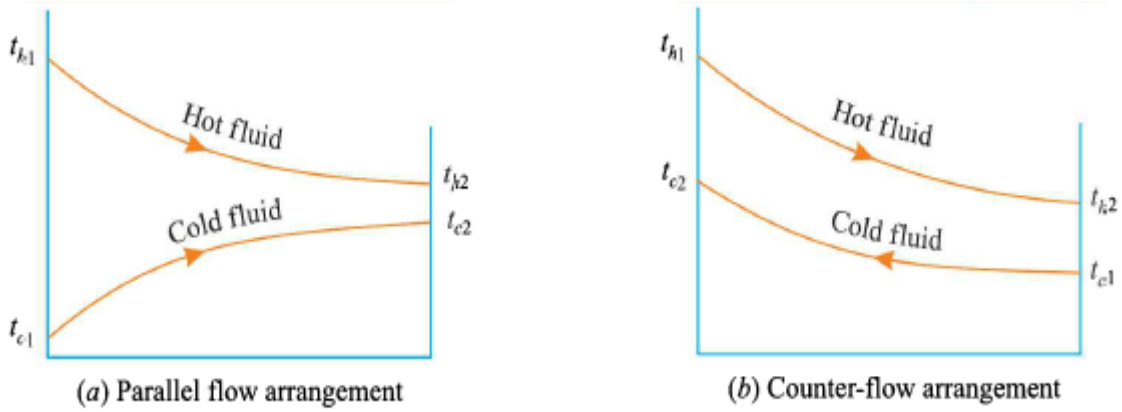
**المسألة (32):-**

في مبادل حراري مزدوج الماسورة $\dot{m}_h c_h = 0.5\dot{m}_c c_c$ . درجات حرارة مدخل الموائع الساخنة والباردة هما $t_{h_1}$ و $t_{c_1}$ . إشتق تعبيراً بدلالات $t_{h_1}$ ، $t_{c_1}$ و $t_{h_2}$ لنسبة مساحة مبادل حراري متعاكس السريان إلي تلك لمبادل حراري متوازي السريان التي تُعطي نفس درجة حرارة مخرج المائع الساخن $t_{h_2}$ . أوجد هذه النسبة إذا كان

$$t_{h_2} = 90^oC \text{ و } t_{c_1} = 30^oC \text{ ، } t_{h_1} = 150^oC$$

**الحل:-**

الشكل (24) أدناه يوضِّح ترتيبتا التوازي والتعاكس لمبادلات حرارية.




**شكل (24)**

معطي: $C_h = 0.5C_c$ ; $\dot{m}_h c_h = 0.5\dot{m}_c c_c$ ؛ $\left(t_{h_2}\right)_{parallel} = \left(t_{h_2}\right)_{counter}$

فاعلية المبادل الحراري $\in$ تُعطي بـ

$$\in = \frac{C_h\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \frac{C_c\left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)}$$

في هذه الحالة، $C_{min} = C_h$ و $C_h = 0.5C_c$ و $C_c = C_{max} = 2\ C_h$

$$\therefore \in = \frac{C_h\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \frac{2C_h}{C_h}\left[\frac{t_{c_2} - t_{c_1}}{t_{h_1} - t_{c_1}}\right]$$

$$\text{أو} \quad \in = \left[\frac{t_{h_1} - t_{h_2}}{t_{h_1} - t_{c_1}}\right] = 2\left[\frac{t_{c_2} - t_{c_1}}{t_{h_1} - t_{c_1}}\right] \qquad (1)$$

هذه المعادلة تكون صحيحة لسريان متعاكس كما تكون صحيحة لسريان متوازي

إجعل $A_p$ = مساحة المبادل الحراري متوازي السريان.

$A_c$ = مساحة المبادل الحراري متعاكس السريان.

بما أنَّ $\left(t_{h_2}\right)_p = \left(t_{h_2}\right)_c$، عليه فإنَّ الحرارة المفقودة بواسطة المائع الساخن في الحالتين هي نفسها.

بما أنَّ U تكون مستقلة عن إتجاه السريان ،

$$\therefore Q = UA_p\left(\theta_m\right)_p = UA_c\left(\theta_m\right)_c$$

$$\therefore \frac{A_c}{A_p} = \frac{\left(\theta_m\right)_p}{\left(\theta_m\right)_c} \qquad (2)$$

من المعادلة (1)، نحصل على $t_{c_2}$ بدلالات $t_{h_1}, t_{h_2}$ و $t_{c_1}$

$$t_{c_2} = t_{c_1} + 0.5\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)$$

(a) للسريان المتوازي:-

$$\theta_1 = t_{h_1} - t_{c_1}$$

$$\theta_2 = t_{h_2} - t_{c_2} = t_{h_2} - \left[t_{c_1} + 0.5\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)\right]$$

$$= t_{h_2} - t_{c_2} - 0.5t_{h_1} + 0.5t_{h_2}$$

$$= 1.5t_{h_2} - 0.5t_{h_1} - t_{c_1}$$

$$\therefore \theta_1 - \theta_2 = t_{h_1} - t_{c_1} - 1.5t_{h_2} + t_{c_1}$$

$$= 1.5\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)$$

عليه،

$$\left(\theta_m\right)_p = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln\left[\theta_1 / \theta_2\right]} = \frac{1.5\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{\ln\left[\dfrac{\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)}{1.5t_{h_2} - 0.5t_{h_1} - t_{c_1}}\right]} \qquad \text{(i)}$$

(b) للسريان المتعاكس:-

$$\theta_1 = t_{h_1} - t_{c_2} = t_{h_1} - \left[t_{c_1} + 0.5\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)\right]$$

$$= 0.5t_{h_1} + 0.5t_{h_2} - t_{c_1}$$

$$\theta_2 = t_{h_1} - t_{c_1}$$

$$\therefore \theta_1 - \theta_2 = 0.5t_{h_1} + 0.5t_{h_2} - t_{c_1} - t_{h_2} + t_{c_1} = 0.5\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)$$

عليه،

$$\left(\theta_m\right)_c = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln\left[\theta_1 / \theta_2\right]} = \frac{0.5\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{\ln\left[\dfrac{0.5\left(t_{h_1} + t_{h_2}\right) - t_{c_1}}{t_{h_2} - t_{c_1}}\right]} \qquad \text{(ii)}$$

بتعويض قيَّم (i) و (ii) في المعادلة (2)، نحصل على

$$\frac{A_c}{A_p} = \frac{1.5\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{\ln\left[\dfrac{\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)}{1.5t_{h_2} - 0.5t_{h_1} - t_{c_1}}\right]} \times \frac{\ln\left[\dfrac{0.5\left(t_{h_1} + t_{h_2}\right) - t_{c_1}}{t_{h_2} - t_{c_1}}\right]}{0.5\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}$$

$$= 3\left[\frac{\ln\left[\dfrac{0.5\left(t_{h_1} + t_{h_2}\right) - t_{c_1}}{t_{h_2} - t_{c_1}}\right]}{\ln\left[\dfrac{\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)}{1.5t_{h_2} - 0.5t_{h_1} - t_{c_1}}\right]}\right]$$

البيانات المعطاة هي: $t_{h_2} = 90°C, t_{c_1} = 30°C, t_{h_1} = 150°C$

$$\therefore \frac{A_c}{A_p} = 3\left[\frac{\ln\left[\dfrac{0.5(150 + 90) - 30}{90 - 30}\right]}{\ln\left[\dfrac{150 - 30}{1.5 \times 90 - 0.5 \times 150 - 30}\right]}\right]$$

$$= 3\left[\frac{\ln(1.5)}{\ln(4)}\right] = \underline{\underline{0.877}}$$

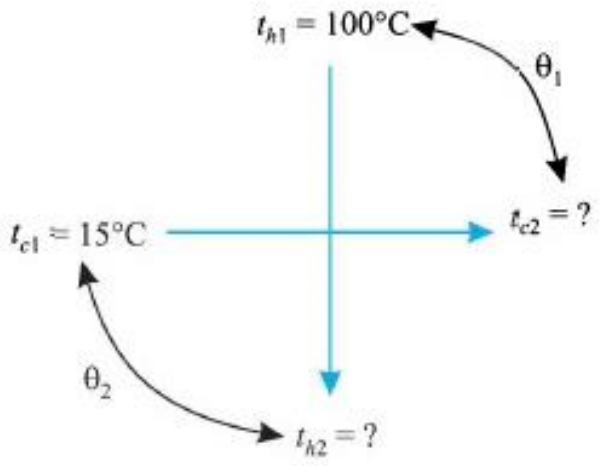
**المسألة (33):-**

8000kg/h من هواء عند 100°C يتم تبريده بإمراره خلال مبادل حراري متعارض السريان بممر مفرد ( a single pass cross-flow H. exchanger). إلي أيَّ درجة حرارة سيتم تبريد الهواء إذا كان الماء الداخل عند 15°C يمر خلال الأنابيب بدون خلط بمعدَّل 7500kg/h؟

خذ:-

$c_p(water)=4.2kj/kg°C$ ،$c_p(air)=1kj/kg°C$ ؛$A=20m^2$ ؛$U=500kj/h\text{-}m^2°C$؛

عامل كلا المائعين كغير مخلوطين.




**شكل (25)**

**الحل:-**

معطي: $\dot{m}_h = \frac{8000}{3600} = 2.22kg/s$ ؛$C_h = 1kj/kg°C$ ؛$t_{h_1} = 100°C$؛

$\dot{m}_c = \frac{7500}{3600} = 2.08kg/s$ ؛$C_c = 4.2kj/kg°C$ ؛ $A = 20m^2$ ؛

$U = \frac{500\times10^3}{3600} = 138.9W/m^2°C$.

$C_h = \dot{m}_h C_h = 2.22\times\left(1\times10^3\right) = 2220 = C_{\min}$

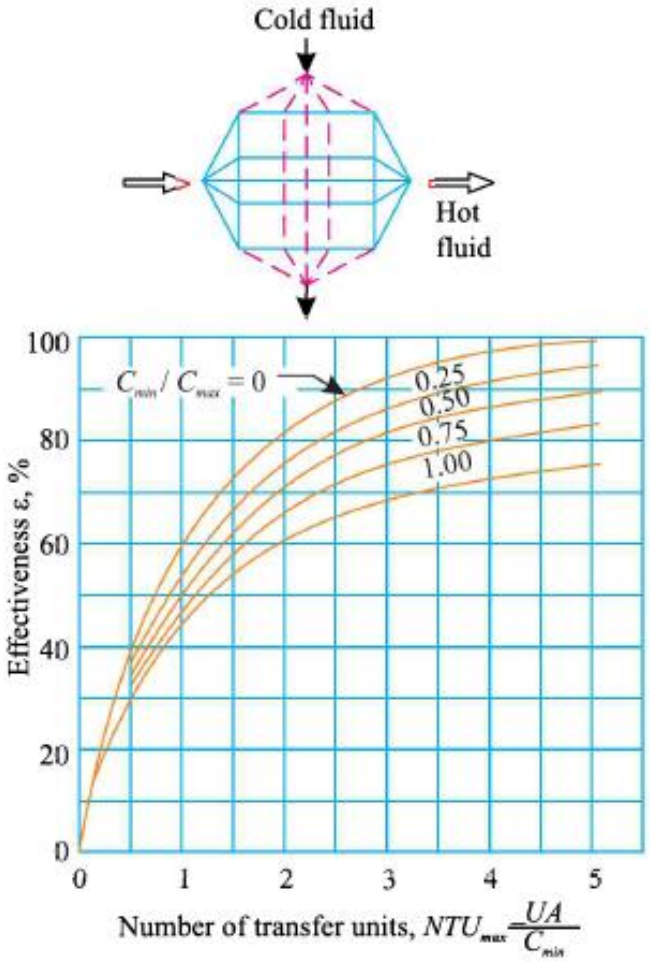
$C_c = \dot{m}_c C_c = 2.08\times\left(4.2\times10^3\right) = 8736 = C_{\max}$

$$\therefore \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{2220}{8736} = \underline{0.254}$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{138.9 \times 20}{2220} = \underline{1.25}$$

للقيَّم المحسوبة لـ $\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \underline{0.254}$ و NTU = 1.25، من الشكل (B)، نحصل على

$$\in \approx 0.63$$




**شكل (B)**

الفاعلية $\varepsilon$ تعطى بـ

$$\in = \frac{C_h\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \frac{C_c\left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)}$$

أو $$0.63 = \frac{2220\left(100 - t_{h_2}\right)}{2220\left(100 - 15\right)} = \frac{8736\left(t_{c_2} - 15\right)}{2220\left(100 - 15\right)}$$

$$0.63 = \frac{100 - t_{h_2}}{100 - 15} = 3.935\left[\frac{t_{c_2} - 15}{100 - 15}\right] \quad \text{أو}$$

$$\therefore t_{h_2} = 100 - 0.36(100 - 15) = \underline{46.45}\,°C$$

$$t_{c_2} = \frac{0.63(100 - 15)}{3.935} + 15 = \underline{28.6}\,°C \quad \text{و}$$

يتم تبريد الهواء إلي درجة حرارة دنيا مقدارها $\underline{\underline{46.45}}\,°C$ .

**المسألة (34):-**

من المطلوب تصميم مبادل حراري متعارض السريان بأنبوب ذو زعانف لتسخين ماء تحت ضغط بواسطة غازات عادم ساخنة تدخل إلي المبادل الحراري عند 310°C وتغادره عند 110°C، على الترتيب. الماء المنساب بمعدَّل 1.4kg/s يدخل إلى المبادل الحراري عند 30°C ويغادر عند 130°C . عامل إنتقال الحرارة لغازات العادم الساخنة المؤسسة على جانب الغاز هي $105W/m^2°C$. مستخدماً أسلوب عدد وحدات إنتقال الحرارة، أحسب الآتي:-

i/ الفاعلية.

ii/ مساحة سطح جانب الغاز.

خذ الخواص التالية:-

غاز العادم: $c_p = 1kj/kg°C$؛

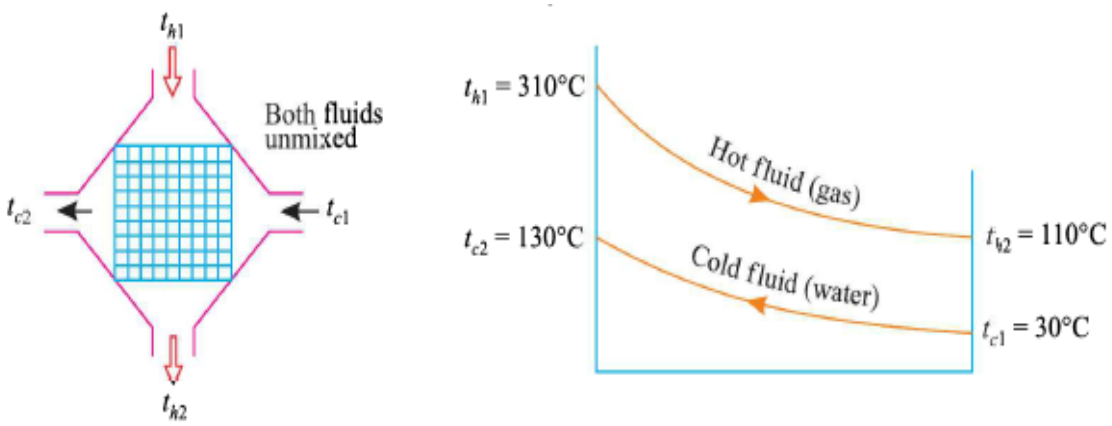
الماء عند $t_b = 80°C$ :$c_p = 4.2kj/kg°C$.

**الحل:-**

معطي:- $\dot{m}_w = \dot{m}_c = 1.4kg/s$ ، $t_{c_1} = 30°C$ ؛ $t_{c_2} = 130°C$ ؛ $c_c = 4.2kj/kg°C$

$t_{h_1} = 310\,°C$ ؛ $t_{h_2} = 110°C$ ؛ $c_h = 1kj/kg°C$ ؛ $U_h = 105W/m^2°C$.

الشكل (26) أدناه يوضِّح ترتيبة المبادل الحراري.




**شكل (26)**

(i) الفاعلية، ∈ :-

السعة الحرارية للمائع البارد،

$$C_c = \dot{m}_c c_c = 1.4 \times 4.2 = \underline{5.88} kW/°C$$

قيمة $C_h$ (السعة الحرارية للمائع الساخن) يمكن الحصول عليها من معادلة موازنة الطاقة الإجمالية، بالتالي

$$\dot{m}_h c_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = \dot{m}_c c_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

$$C_h \left(t_{h_1} - t_{h_2}\right) = C_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)$$

$$C_h = \frac{C_c \left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)}{\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)} = \frac{5.88(130-30)}{310-110} = \underline{2.94} kW/°C$$

بالتالي $C_{\max} = C_c = 5.88 kW/°C$ و $C_{\min} = C_h = 2.94 kW/°C$

عندما $C_c > C_h$، بالتالي فإنَّ الفاعلية ∈ تُعطي بـ

$$\in = \frac{t_{h_1} - t_{h_2}}{t_{h_1} - t_{c_1}} = \frac{310-110}{310-30} = \underline{\underline{0.714}}$$

(ii) مساحة جانب سطح الغاز، $A_h$ :-

$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{2.94}{5.88} = 0.5$$

بإعتبار $\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = 0.5$ و $\in = 0.741$ ومن الشكل (B)، نحصل على

$$NTU \approx 1.8$$

لكن ، $NTU = \frac{U_h A_h}{C_{\min}}$

$$1.8 = \frac{105 \times A_h}{2.94 \times 1000}$$

$$\therefore A_h = \frac{1.8 \times 2.94 \times 1000}{105} = \underline{\underline{50.4}} m^2$$

**المسألة (35):-**

في محطة قدرة غاز توربينية يتم إنتقال الحرارة في مبادل حراري من الغازات الساخنة المغادرة للتوربينة عند 450°C إلي الهواء المغادر للضاغط عند 170°C. معدَّل سريان الهواء 5000kg/h ونسبة الوقود إلي الهواء هي 1.015kg/kg. معامل إنتقال الحرارة الإجمالي للمبادل الحراري هي 52.33W/m$^2$°C. مساحة السطح هي 50m$^2$ وتكون ترتيبة السريان متعارضة بحيث أن المائعان لا يختلطان. أحسب الآتي:-

i/ درجات حرارة المخرج على جانبي الهواء والغاز.

ii/ معدَّل إنتقال الحرارة في المبادل.

خذ $c_h = c_c = 1.05kj/kg°C$.

**الحل:-**

معطي: $t_{h_1} = 450\ °C$ ؛ $t_{c_1} = 170\ °C$ ؛ A = 50m$^2$.

(i) درجات حرارة المخرج على جانبي الهواء والغاز، $t_{c_2}$ و $t_{h_2}$:-

$$\dot{m}_c = \frac{5000}{3600} = \underline{1.388} kg/s$$

$$C_c = \dot{m}_c c_c = 1.388 \times \left(1.05 \times 10^3\right) = \underline{1457.4}$$

(بما أنَّ 1.015kg من الغازات يتم تكوينه بـ 1kg من الهواء)

$$\dot{m}_h = \frac{5000 \times 1.015}{3600} = \underline{1.41} kg/s$$

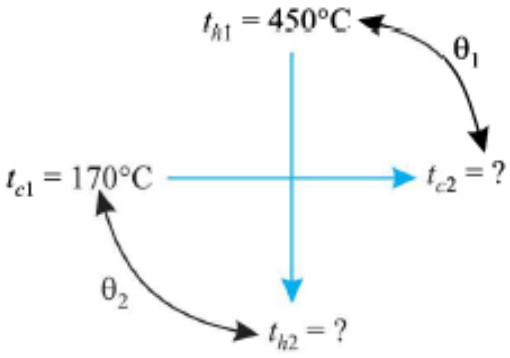
$$C_h = \dot{m}_h c_h = 1.41 \times \left(1.05 \times 10^3\right) = \underline{1480.5}$$

$$\therefore \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{1457.4}{1480.5} = \underline{0.984}$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{52.33 \times 50}{1457.4} = \underline{\underline{1.795}}$$

للقيَّم المحسوبة لـ $\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = 0.984$ و $NTU = 1.795$ ومن الشكل (B)، نحصل على

$$\in \approx \underline{0.52}$$




**شكل (27)**

تُعطي الفاعلية $\in$ بـ

$$\in = \frac{C_h\left(t_{h_1} - t_{h_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)} = \frac{C_c\left(t_{c_2} - t_{c_1}\right)}{C_{\min}\left(t_{h_1} - t_{c_1}\right)}$$

$$\therefore 0.52 = \frac{1480.5\left(450 - t_{h_2}\right)}{1457.4\left(450 - 170\right)}$$

$$\Rightarrow t_{h_2} = \underline{\underline{306.6}}°C \qquad \text{أو}$$

$$0.52 = \frac{t_{c_2} - t_{c_1}}{t_{h_1} - t_{c_1}} = \frac{t_{c_2} - 170}{450 - 170} \qquad \text{و}$$

$$\therefore \Rightarrow t_{c_2} = \underline{\underline{315.6}}°C$$

ii/ معدَّل إنتقال الحرارة في المبادل، Q:-

$$Q = UA\left(\theta_m\right)_{counter} = FUA\left(\theta_m\right)_{counter} \qquad \text{(i)}$$

حيث F = عامل التصحيح.

$$(\theta_m)_{counter} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln(\theta_1 / \theta_2)} = \frac{(t_{h_1} - t_{c_2}) - (t_{h_2} - t_{c_1})}{\ln[(t_{h_1} - t_{c_2})/(t_{h_2} - t_{c_1})]}$$

$$= \frac{(450 - 315.6)0 - (306.6 - 170)}{\ln[(450 - 315.6)/(306.6 - 170)]} = \frac{134.4 - 136.6}{\ln[(134.4/136.6)]}$$

$$= \underline{135.5}°C$$

نسبة درجة الحرارة , $P = \frac{t_{c_2} - t_{c_1}}{t_{h_1} - t_{c_1}} = \frac{315.6 - 170}{450 - 170} = \underline{0.52}$

نسبة السعة الحرارية , $R = \frac{t_{h_1} - t_{h_2}}{t_{c_2} - t_{c_1}} = \frac{450 - 306.6}{315.6 - 170} = \underline{0.985}$

بإستخدام القيَّم P و R ، من الشكل (B) ، نحصل على

F = 0.76

بتعويض القيَّم في المعادلة (i)، نحصل على

$$Q = 0.76 \times 52.33 \times 50 \times 135.5 = \underline{269447} W \quad or \quad \underline{\underline{269.45}}\ kW$$

# ملخص

# (Summary)


1/ المبادل الحراري هو جهاز يقوم بنقل الطاقة من مائع ساخن إلي مائع بارد بمعدَّل أقصى وبتكاليف إستثمار وتشغيل أدني.

2/ متوسط فرق درجة الحرارة اللوغاريثمي لسريان متوازي أو لسريان متعاكس يُعطي بـ

$$\theta_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln[\theta_1 / \theta_2]}$$

$\theta_m$ لوحدة سريان متعاكس تكون دائماً أكبر من تلك لوحدة سريان متوازي، بالتالي فإنَّ المبادل الحراري متعاكس السريان يمكن أن ينقل حرارة أكثر من المبادل الحراري متوازي السريان؛ بمعني آخر فإنَّ المبادل الحراري متعاكس السريان يحتاج لمساحة سطح تسخين أصغر لنفس معدَّل إنتقال الحرارة. لهذا السبب، دائماً ما يتم إستخدام ترتيبة السريان المتعاكس.

3/ الإتساخ أو الصدأ (Fouling or Scaling):- ظاهرة تكوُّن الصدأ وتراكم شوائب المائع في أنابيب مبادل حراري أثناء تشغيله الإعتيادي تُسمي بالإتساخ.

مقلوب معامل إنتقال الحرارة $h_s$ يُسمي بعامل الإتساخ، $R_f$

$$R_f = \frac{1}{h_s} m^2 °C/W \qquad \text{(i)}$$

$$R_f = \frac{1}{U_{dirty}} - \frac{1}{U_{clean}} \qquad \text{(ii)}$$

إنتقال الحرارة بإعتبار المقاومة الحرارية نتيجة لتكوُّن الصدأ يُعطي بـ

$$Q = \frac{t_i - t_o}{\frac{1}{h_i A_i} + \frac{1}{A_i h_{s_i}} + \frac{1}{2\pi L k} \ln(r_o / r_i) + \frac{1}{A_o h_{s_o}} + \frac{1}{A_o h_o}} \qquad \text{(iii)}$$

معاملات إنتقال الحرارة الإجمالي، U المؤسسة على الأسطح الداخلية والخارجية للأنبوب الداخلي تُعطي بـ

$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + R_{f_i} + \frac{r_i}{k}\ln(r_o / r_i) + \left(\frac{r_i}{r_o}\right)R_{f_o} + \left(\frac{r_i}{r_o}\right)\frac{1}{h_o}} \qquad \text{(iv)}$$

$$U_o = \frac{1}{(r_o / r_i)\frac{1}{h_i} + \left(\frac{r_i}{r_o}\right)R_{f_i} + \frac{r_o}{k}\ln(r_o / r_i) + R_{f_o} + \frac{1}{h_o}} \qquad \text{(v)}$$

بتجاهل عامل الإتساخ ،

$$U_o = \frac{1}{(r_o / r_i)\frac{1}{h_i} + \frac{r_o}{k}\ln(r_o / r_i) + \frac{1}{h_o}} \qquad \text{(vi)}$$

عندما يكون الأنبوب رفيع الجدار ويتم تجاهل المقاومات الحرارية الناتجة من سمك جدار الأنبوب والإتساخ المتكوّن.

$$U_o = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}}$$

4/ فاعلية المبادل الحراري $\{\in\}$ يتم تعريفها كنسبة الحرارة المنتقلة الفعلية إلي الحرارة المنتقلة القصوى الممكنة.

عليه ،

$$\epsilon = \frac{\text{الحرارة المنتقلة الفعلية } (Q)}{\text{الحرارة المنتقلة القصوى الممكنة } (Q_{max})} \quad (i)$$

$$\{\in\}_{parallel\,flow} = \frac{1 - e^{-NTU(1+R)}}{1+R} \qquad \text{(ii)}$$

$$\{\in\}_{counter\,flow} = \frac{1 - e^{-NTU(1-R)}}{1 - \mathrm{Re}^{-NTU(1-R)}} \qquad \text{(iii)}$$

حيث، $\frac{C_{\min}}{C_{\max}}$ = نسبة السعة الحرارية = R

NTU = عدد وحدات إنتقال الحرارة.

NTU هو مقياس الفاعلية للمبادل الحراري.

# الكتب والمراجع

**الكتب والمراجع العربية:**


1. أسامة محمد المرضي سليمان ، "مذكرات انتقال الحرارة الجزء الأول، الثاني والثالث" ، جامعة وادي لنيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية، (2000م).

2. أسامة محمد المرضي سليمان ، "مذكرات انتقال الكتلة بالانتشار والحمل الجزء الأول، الثاني" ، جامعة وادي لنيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية، (2005م).

3. أسامة محمد المرضي سليمان ، "مذكرات انتقال ديناميكا حرارية(1) و ديناميكا حرارية(2)" ، جامعة وادي لنيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية، (2007م).

4. برهان محمود العلي ، أحمد نجم الصبحة ، بهجت مجيد مصطفى ، " ترجمة كتاب أساسيات انتقال الحرارة" ، مديرية دار الكتب للطباعة والنش ، جامعة لموصل ، الجمهورية العراقية ،(1988م).


**الكتب والمراجع الإنجليزية:**


1. Eastop and M$_c$Conkey, “Applied Thermodynamics for Engineering Technologists”, Longman Singapore Publishers LTD., Singapore, (1994).

2. Eastop T. D. and Croft D. R.,"Energy Efficiency", Longman Publisher, (1990).

3. Rogers and Mayhew," Engineering Thermodynamics Work and Heat Transfer”, Longman Group Limited London and New York, Third Edition, (1980).

4. Bruges E. A.," Available Energy and second Law Analysis ", Academic Press, (1959).

5. Kauzmann W., "Kinetic Theory of Gases”, Benjamin, (1966).

6. Schneider P. J.,"Temperature Response Charts”, Wiley, (1963).

7. R. K. Rajput, "Heat and Mass Transfer”, S. Chand and Company LTD., New Delhi, (2003).

**نبذة عن المؤلف:**

أسامة محمد المرضي سليمان وُلِدَ بمدينة عطبرة بالسودان في العام 1966م. حاز على دبلوم هندسة ميكانيكية من كلية الهندسة الميكانيكية – عطبرة في العام 1990م. تحصَّل أيضاً على درجة البكالوريوس في الهندسة الميكانيكية من جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا – الخرطوم في العام 1998م ، كما حاز على درجة الماجستير في تخصص ميكانيكا المواد من جامعة وادي النيل – عطبرة في العام 2003م ودرجة الدكتوراه من جامعة وادي النيل في العام 2017م. قام بالتدريس في العديد من الجامعات داخل السودان، بالإضافة لتأليفه عشرين كتاب باللغة العربية ولعشرة كتب باللغة الإنجليزية بالإضافة لخمسين ورقة علمية منشورة في دور نشر ومجلات عالمية إلى جانب إشرافه على أكثر من مائتي بحث تخرج لكل من طلاب الماجستير، الدبلوم العالي، البكالوريوس، والدبلوم العام. يشغِل الآن وظيفة أستاذ مساعد بقسم الميكانيكا بكلية الهندسة والتقنية – جامعة وادي النيل. بالإضافة لعمله كاستشاري لبعض الورش الهندسية بالمنطقة الصناعية عطبرة. هذا بجانب عمله كمدير فني لمجموعة ورش الكمالي الهندسية لخراطة أعمدة المرافق واسطوانات السيارات والخراطة العامة وكبس خراطيش الهيدروليك.