اعداد وتقديم : الاستاذ زيان الجيلالي اتقدم بالشكر الجزيل الى الاستاذ بن يطو نورالدين

اردنا من هذا العمل

1- ان يجعله الله صدقة جارية لوالدي

2- احياء ذكريات السنة ثالثة ثانوي 1999-2000

3- تذكر الاساتذة الذين درسونا و الاصدقاء هذه الفترة

4- احياء اللغة العربية ونحن ننادي ان العلم ليس مشكلته اللغة وانما نقص البحث فكم دولة تتكلم الانجلزية والفرنسية في العالم الثالث وتعد من الدول المتخلفة

الأعداد المركبة

تعريفات حول العدد المركب

ص= س+ت ع (الشكل الجبري) ص'= س'+ت ع'

س: الجزء الحقيقي ; ع: الجزء التخيلي

$\overline{\text{ص}}$ = س − ت ع (مرافق ص)

|ص| = $\sqrt{\text{س}^2 + \text{ع}^2}$ (طويلة ص)

ص = ر (تجب δ + ت حب δ) (الشكل المثلثي)

ر = |ص| > 0 ، س = ر تجب δ ∧ ع = ر جب δ

دستور موافر: ∀ن∈ص: $(\text{تجب } \delta + \text{ت حب } \delta)^{\text{ن}}$ = تجب نδ + ت حب نδ

$\text{ت}^2 = -1$

ص = 0 ⟺ س = 0 ∧ ع = 0

ص = ص' ⟺ س = س' ∧ ع = ع'

التمثيل الهندسي للعدد المركب

ص = س + ت ع التمثيل ن (س ، ع)

ن : تسمى صورة ص وتكتب ن (ص)

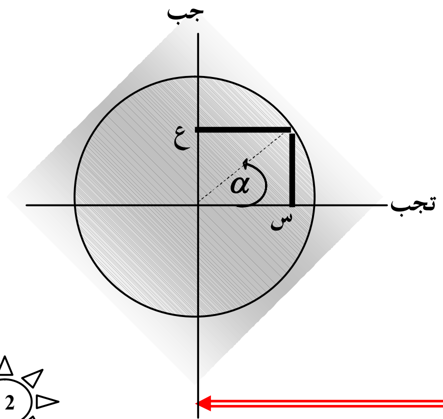
ص : تسمى لاحقة ن

$\vec{\text{ش}}\begin{pmatrix}\text{س}\\ \text{ع}\end{pmatrix}$: صورة العدد ص ، ص : تسمى لاحقة الشعاع ش

ص = ت ن (0 ، 1)

ص = س + 0 ن (س ، 0) : محور الأعداد الحقيقية

ص = 0 + ت ع ن (0 ، ع) : محور الأعداد التخيلية



خواص الطويلة

- $|ص^{2}| = |ص|\,|\overline{ص}| = ص\,\overline{ص}$
- $|ص| = |\overline{ص}|$
- $|ص^{ن}| = |ص|^{ن}$ ، $ن \in ك$
- $|ص| + |\overline{ص}| \geq |ص + \overline{ص}|$
- $|ص| - |\overline{ص}| = 0$
- $|ص\,ص'| = |ص|\,|ص'|$
- $\left|\dfrac{1}{ص}\right| = \dfrac{1}{|ص|}$
- $\left|\dfrac{ص}{ص'}\right| = \dfrac{|ص|}{|ص'|}$

خواص المرافق

- $ص = س \Rightarrow \overline{ص} = س$
- $ص = ت\,ع \Rightarrow \overline{ص} = -\,ت\,ع$
- $\overline{\overline{ص}} = ص$
- $ص + \overline{ص} = 2س$
- $ص - \overline{ص} = 2ت\,ع$
- $ص\,\overline{ص} = س^{2} + ع^{2}$
- $\overline{ص + ص'} = \overline{ص} + \overline{ص'}$
- $\overline{ص\,ص'} = \overline{ص}\;\overline{ص'}$

ص حقيقي ($ع = 0$) $\Leftrightarrow ص = \overline{ص}$

ص تخيلي ($س = 0$) $\Leftrightarrow ص = -\overline{ص}$

خواص العمدة

- عمدة $(ص)^{ن}$ = ن عمدة (ص) $+ 2\pi ك$
- عمدة $(\overline{ص})$ = − عمدة (ص) $+ 2\pi ك$
- عمدة (ص ص') = عمدة (ص) + عمدة (ص')
- عمدة $\left(\dfrac{1}{ص}\right)$ = − عمدة (ص)
- عمدة $\left(\dfrac{ص}{ص'}\right)$ = عمدة (ص) − عمدة (ص')

خواص الشكل المثلثي

$ص = [ر ، \delta]$ ، $ص' = [ر' ، \delta']$

- $-ص \Leftrightarrow = [ر ، \delta + \pi]$
- $ص\,ص' = [ر\,ر' ، \delta + \delta']$
- $\dfrac{ص}{ص'} = [ر/ر' ، \delta - \delta']$
- $\dfrac{1}{ص} = [1/ر ، -\delta]$

الجذور النونية

الهدف منه إيجاد الجذور

$\text{ل} = [\text{ر}, \delta]$ $\text{ل}^{\text{ن}} = [\text{ر}^{\text{ن}}, \text{ن}\delta]$ $\text{ص} = [\alpha, \beta]$

$$\text{ل}^{\text{ن}} = \text{ص} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{ر}^{\text{ن}} = \alpha \\ \text{ن}\,\delta = \beta + 2\pi\,\text{ك} \end{cases}$$

الجذران التربيعيان

بواسطة الشكل

$\text{ص} = \text{س} + \text{ت}\,\text{ع}$ ، $\text{ل} = \alpha + \beta\,\text{ت}$

$$\text{ص}^2 = \text{ل} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{س}^2 - \text{ع}^2 = \alpha \\ \text{س}^2 + \text{ع}^2 = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \\ 2\text{س}\,\text{ع} = \beta \end{cases}$$

الجذران التربيعيان

بواسطة الشكل

$\text{ل} = [\text{ر}, \delta]$ $\text{ل}^2 = [\text{ر}^2, 2\delta]$ $\text{ص} = [\alpha, \beta]$

$$\text{ل}^2 = \text{ص} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{ر}^2 = \alpha \\ 2\delta = \beta + 2\pi\,\text{ك} \end{cases}$$

$\text{ص} = [\text{ر}, \delta]$ $\text{ص}' = [\text{ر}', \delta']$

$\text{ص} = \text{ص}' \Leftrightarrow \text{ر} = \text{ر}'$ ، $\delta = \delta' + 2\pi\,\text{ك}$

العبارة الخطية

$\text{ص} = \text{تجب}\,\delta + \text{ت}\,\text{جب}\,\delta$

$\text{ص}^{\text{ن}} + \dfrac{1}{\text{ص}^{\text{ن}}} = 2\,\text{تجب}\,\text{ن}\,\delta$

$\text{ص}^{\text{ن}} - \dfrac{1}{\text{ص}^{\text{ن}}} = 2\,\text{ت}\,\text{جب}\,\text{ن}\,\delta$

$(\text{تجب}\,\delta)^{\text{ن}} = \left[\dfrac{1}{2}\left(\text{ص} + \dfrac{1}{\text{ص}}\right)\right]^{\text{ن}}$

$(\text{جب}\,\delta)^{\text{ن}} = \left[\dfrac{1}{2\text{ت}}\left(\text{ص} - \dfrac{1}{\text{ص}}\right)\right]^{\text{ن}}$

$\text{تجب}^3\,\alpha = \;\;\text{تجب}\,3\alpha + \;\;\text{تجب}\,\alpha$

$\text{تجب}^3\,\alpha = -\;\;\text{جب}\,3\alpha + \;\;\text{جب}\,\alpha$

$\text{تجب}^4\,\alpha = \;\;\text{تجب}\,4\alpha + \;\;\text{تجب}\,2\alpha + $

$\text{جب}^4\,\alpha = \;\;\text{تجب}\,4\alpha - \;\;\text{تجب}\,2$

$\text{تجب}^5\,\alpha = \;\;\text{تجب}\,5\alpha + \dfrac{5}{16}\text{تجب}\,3\alpha + \dfrac{5}{8}\text{تجب}\,\alpha$

$\text{جب}^5\,\alpha = \;\;\text{جب}\,5\alpha - \dfrac{5}{16}\text{جب}\,3\alpha + \dfrac{5}{8}\text{جب}\,\alpha$

الدوال المثلثية

الزاوية	$-\alpha$	$\alpha-\pi$	$\alpha+\pi$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\alpha-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$
جب	− جب α	جب α	− جب α	− تجب α	تجب α	تجب α
تجب	تجب α	− تجب α	− تجب α	جب α	جب α	− جب α
ظل	− ظل α	− ظل α	ظل α	− ظل α	ظل α	− ظل α
تظل	− تظل α	− تظل α	تظل α	− تظل α	تظل α	− تظل α

تجب^2 α + جب^2 α =1

ظل α * ظل α = 1

1− ≤ تجب α ≤ 1

1− ≤ جب α ≤ 1

0 ≤ جب^2 α ≤ 1

0 ≤ تجب^2 α ≤ 1

تظل α = تجب α / جب α   جب α ≠ 0

ظل α = جب α / تجب α   تجب α ≠ 0

جب (α + 2 πك) = جب α

جب (α + 2 πك) = جب α

ظل (α + πك) = ظل α

(تجب α)^2 = تجب^2 α

1 + ظل^2 α = 1 / تجب^2

1 + تظل^2 α = 1 / جب^2 α

تجب α = تجب β ⟺ { α = β + 2 π ك ، α = − β + 2 π ك }

جب α = جب β ⟺ { α = β + 2 π ك ، α = π − β + 2 π ك }

ظل α = ظل β ⟺ α = β+π ك

تجب α = 0 ⟺ α = π/2 + πك

جب α = 0 ⟺ α = πك   ك∈ ص

π راديان =180 ° درجة = 200 غراد

$$\text{تجب}\,\alpha + \text{تجب}\,\beta = 2\,\text{تجب}\,\frac{\alpha+\beta}{2}\,\text{تجب}\,\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\text{تجب}\,\alpha - \text{تجب}\,\beta = -2\,\text{جب}\,\frac{\alpha+\beta}{2}\,\text{جب}\,\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\text{جب}\,\alpha + \text{جب}\,\beta = 2\,\text{جب}\,\frac{\alpha+\beta}{2}\,\text{تجب}\,\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\text{جب}\,\alpha - \text{جب}\,\beta = 2\,\text{تجب}\,\frac{\alpha+\beta}{2}\,\text{جب}\,\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\text{ظل}\,\alpha + \text{ظل}\,\beta = \frac{\text{جب}\,(\alpha+\beta)}{\text{تجب}\,\alpha\ \text{تجب}\,\beta}$$

$$\text{ظل}\,\alpha - \text{ظل}\,\beta = \frac{\text{جب}\,(\alpha-\beta)}{\text{تجب}\,\alpha\ \text{تجب}\,\beta}$$

$$\text{ظل}\,(\alpha+\beta) = \frac{\text{ظل}\,\alpha + \text{ظل}\,\beta}{1-\text{ظل}\,\alpha\ \text{ظل}\,\beta}$$

$$\text{ظل}\,(\alpha-\beta) = \frac{\text{ظل}\,\alpha - \text{ظل}\,\beta}{1+\text{ظل}\,\alpha\ \text{ظل}\,\beta}$$

$$\text{تجب}\,2\alpha = \text{تجب}^2\alpha - \text{جب}^2\alpha$$

$$\text{جب}\,2\alpha = 2\,\text{جب}\,\alpha\ \text{تجب}\,\alpha$$

$$\text{تجب}\,2\alpha = 2\,\text{تجب}^2\alpha - 1$$

$$\text{تجب}\,2\alpha = 1 - 2\,\text{جب}^2\alpha$$

$$\text{جب}\,\alpha = 2\,\text{جب}\,\alpha/2\ \text{تجب}\,\alpha/2$$

$$1 + \text{تجب}\,\alpha = 2\,\text{تجب}^2(\alpha/2)$$

$$1 - \text{تجب}\,\alpha = 2\,\text{جب}^2(\alpha/2)$$

$$\text{جب}\,2\alpha = \frac{2\,\text{ظل}\,\alpha}{1+\text{ظل}^2\alpha}$$

$$\text{تجب}\,2\alpha = \frac{1-\text{ظل}^2\alpha}{1+\text{ظل}^2\alpha}$$

$$\text{ظل}\,2\alpha = \frac{2\,\text{ظل}\,\alpha}{1-\text{ظل}^2\alpha}$$

$$\text{تجب}\,(\alpha-\beta) = \text{تجب}\,\alpha\ \text{تجب}\,\beta + \text{جب}\,\alpha\ \text{جب}\,\beta$$

$$\text{تجب}\,(\alpha+\beta) = \text{تجب}\,\alpha\ \text{تجب}\,\beta - \text{جب}\,\alpha\ \text{جب}\,\beta$$

$$\text{جب}\,(\alpha-\beta) = \text{جب}\,\alpha\ \text{تجب}\,\beta - \text{تجب}\,\alpha\ \text{جب}\,\beta$$

$$\text{جب}\,(\alpha+\beta) = \text{جب}\,\alpha\ \text{تجب}\,\beta + \text{تجب}\,\alpha\ \text{جب}\,\beta$$

$$\text{تجب}\,(\alpha+\beta) + \text{تجب}\,(\alpha-\beta) = 2\,\text{تجب}\,\alpha\ \text{تجب}\,\beta$$

$$\text{تجب}\,(\alpha+\beta) - \text{تجب}\,(\alpha-\beta) = -2\,\text{جب}\,\alpha\ \text{جب}\,\beta$$

$$\text{جب}\,(\alpha+\beta) + \text{جب}\,(\alpha-\beta) = 2\,\text{جب}\,\alpha\ \text{تجب}\,\beta$$

الدائرة المثلثية

م = أ تجب α + ب جب α

م = $\sqrt{أ^2 + ب^2}$ تجب $(\alpha - \delta)$

م = $\sqrt{أ^2 + ب^2}$ جب $(\alpha + \delta')$ ، $\delta' = \frac{\pi}{2} - \delta$

تجب $\delta = \dfrac{أ}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$

جب $\delta = \dfrac{ب}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$

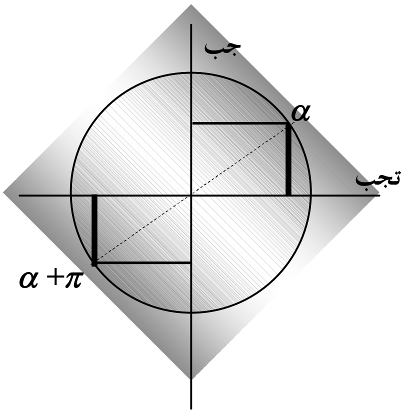
α	جب	تجب	ظل	تظل
$0=2\pi$	0	1	0	///
π	0	-1	0	///
$\pi/2$	1	0	///	0
$3\pi/2$	-1	0	////	0

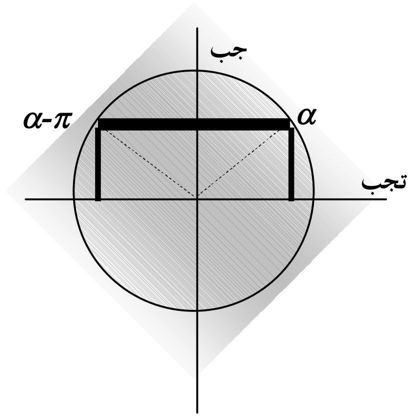
	α	جب	تجب	ظل	تظل
الربع ❶	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$

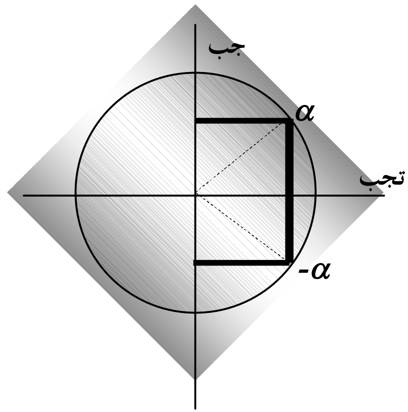
	α	جب	تجب	ظل	تظل
الربع ❷	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$
	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	-1	-1
	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	$-\sqrt{3}$	$\frac{-\sqrt{3}}{3}$

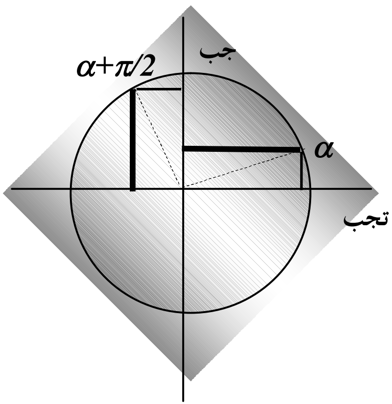
	α	جب	تجب	ظل	تظل
الربع ❸	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	1	1
	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$

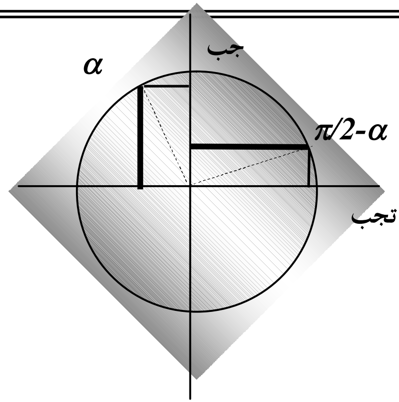
	α	جب	تجب	ظل	تظل
الربع ❹	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$\frac{-\sqrt{3}}{3}$
	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	-1
	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$

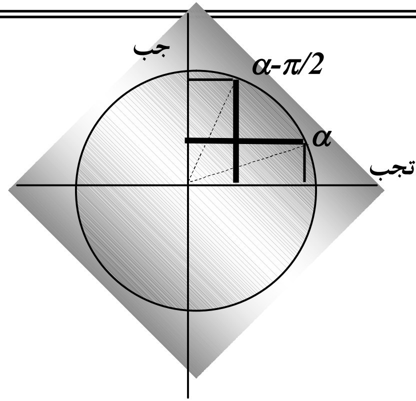

جب
تجب
α
$\alpha+\pi$

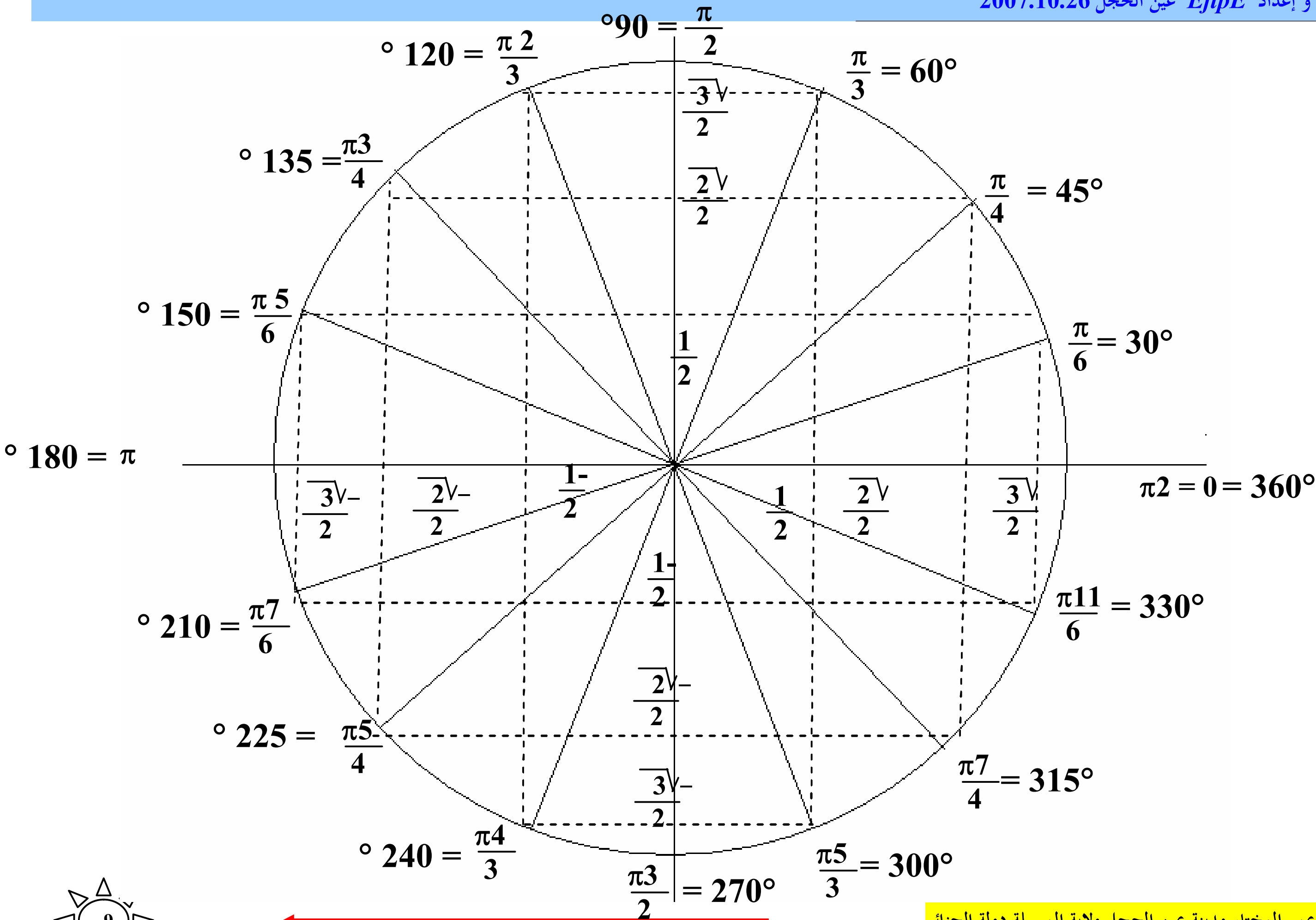

جب
تجب
$\alpha-\pi$
α


جب
تجب
α
$-\alpha$


$\alpha+\pi/2$
جب
α
تجب


α
جب
$\pi/2-\alpha$
تجب


جب
$\alpha-\pi/2$
α
تجب



°90 = π/2
° 120 = π 2/3
π/3 = 60°
° 135 = π3/4
π/4 = 45°
° 150 = π 5/6
π/6 = 30°
° 180 = π
π2 = 0 = 360°
° 210 = π7/6
π11/6 = 330°
° 225 = π5/4
π7/4 = 315°
° 240 = π4/3
π5/3 = 300°
π3/2 = 270°
3√/2
2√/2
1/2
1-/2
-3√/2
-2√/2

ملخص للمتتاليات العددية، الحسابية و الهندسية

التعريف	متتالية حسابية	متتالية هندسية
العبارة العامة	∀ ن ينتمي ط: $\text{ي}_{(\text{ن}+1)} = \text{ي}_{\text{ن}} + \text{ر}$	∀ ن ينتمي ط: $\text{ي}_{(\text{ن}+1)} = \text{ي}_{\text{ن}} \times \text{ر}$
الحد العام للمتتالية حدها الأول ي_0	∀ ن ينتمي ط : $\text{ي}_{\text{ن}} = \text{ي}_0 + \text{ن ر}$	∀ ن ينتمي ط: $\text{ي}_{\text{ن}} = \text{ي}_0 \times \text{ر}^{\text{ن}}$
الحد العام للمتتالية حدها الأول ي_1	∀ ن ينتمي ط* : $\text{ي}_{\text{ن}} = \text{ي}_1 + (\text{ن}-1)\,\text{ر}$	∀ ن ينتمي ط*: $\text{ي}_{(\text{ن}+1)} = \text{ي}_{\text{ن}} \times \text{ر}^{(\text{ن}-1)}$
الوسط (الحسابي ،الهندسي)	إذا كان أ ، ب ، جـ ثلاثة حدود متعاقبة من متتالية حسابية ذات الأساس ر (ر عدد حقيقي) فإن : $\text{أ}+\text{جـ} = 2\,\text{ب}$	إذا كان أ ، ب ، جـ ثلاثة حدود متعاقبة من متتالية هندسية ذات الأساس ر (ر عدد حقيقي) فإن : $\text{أ}\times\text{جـ} = \text{ب}^2$
مجموع حدود متتابعة من $\text{مجـ}_{\text{ن}} = \text{ى}_0 + \text{ى}_1 + \ldots\ldots\ldots + \text{ي}_{(\text{ن}-1)}$	∀ ن ينتمي ط : $\text{مجـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{2}\left(\text{ي}_0 + \text{ي}_{(\text{ن}-1)}\right)$	∀ ن ينتمي ط : $\text{مجـ}_{\text{ن}} = \text{ي}_0 \frac{\text{ر}^{\text{ن}} - 1}{\text{ر} - 1}$

بصفة عامة إذا كان $\text{ي}_{\text{هـ}}$ الحد الأول (هـ عدد طبيعي أصغر من ن) فإن عبارة الحد العام في

متتالية حسابية هي: ∀ ن > هـ $\text{ي}_{\text{ن}} = \text{ي}_{\text{هـ}} + (\text{ن}-\text{هـ})\text{ر}$

متتالية هندسية هي: ∀ ن > هـ $\text{ي}_{\text{ن}} = \text{ي}_{\text{هـ}} * \text{ر}^{(\text{ن}-\text{هـ})}$

اتجاه تغير متتالية

الطريقة الأولى

لدراسة تغيرات متتالية نتبع الخطوات التالية

1 – نحسب الحد $ي_{(ن+1)}$

2– نحسب الفرق $ي_{(ن+1)} - ي_{ن}$

3– معرفة من أجل كل عدد طبيعي n إشارة الفرق $ي_{(ن+1)} - ي_{ن}$:

$(ي_{ن})$ متتالية متزايدة $\Leftrightarrow \forall$ ن ينتمي إلى ط $ي_{(ن+1)} - ي_{ن} \geq 0$

$(ي_{ن})$ متتالية متناقصة $\Leftrightarrow \forall$ ن ينتمي إلى ط $ي_{(ن+1)} - ي_{ن} \leq 0$

$(ي_{ن})$ متتالية ثابتة $\Leftrightarrow \forall$ ن ينتمي إلى ط $ي_{(ن+1)} = ي_{ن}$

$(ي_{ن})$ متتالية متزايدة تماما $\Leftrightarrow \forall$ ن ينتمي إلى ط $ي_{(ن+1)} - ي_{ن} > 0$

$(ي_{ن})$ متتالية متناقصة تماما $\Leftrightarrow \forall$ ن ينتمي إلى ط $ي_{(ن+1)} - ي_{ن} < 0$

$(ي_{ن})$ متتالية ثابتة $\Leftrightarrow \forall$ ن ينتمي إلى ط $ي_{(ن+1)} = ي_{ن} = ي_1 = ي_2 = \ldots\ldots$

في كل الحالات السابقة نقول أن المتتالية رتيبة أي أنها تأخذ اتجاه واحدا فقط إما متزايد وإما متناقصة وإما ثابتة.

الطريقة الثانية

لدراسة تغيرات متتالية نتبع الخطوات التالية

1 – نحسب الحد $ي_{(ن+1)}$

2– نحسب حاصل قسمة $ي_{(ن+1)} / ي_{ن}$

3– معرفة من أجل كل عدد طبيعي ن إشارة الحاصل $\dfrac{ي_{(ن+1)}}{ي_{ن}}$

$(ي_{ن})$ متتالية متزايدة $\Leftrightarrow \forall$ ن ينتمي إلى ط $\dfrac{ي_{(ن+1)}}{ي_{ن}} > 1$

$(ي_{ن})$ متتالية متناقصة $\Leftrightarrow \forall$ ن ينتمي إلى ط $\dfrac{ي_{(ن+1)}}{ي_{ن}} < 1$

$(ي_{ن})$ متتالية ثابتة $\Leftrightarrow \forall$ ن ينتمي إلى ط $\dfrac{ي_{(ن+1)}}{ي_{ن}} = 1$

نهاية متتالية هندسية

المتتالية $(ي_{ن})$ متباعدة	$\lim_{ن \to +\infty} ي_{ن} = +\infty$	$ي_0 > 0$	$ر > 1$
المتتالية $(ي_{ن})$ متباعدة	$\lim_{ن \to +\infty} ي_{ن} = -\infty$	$ي_0 < 0$	
المتتالية $(ي_{ن})$ متقاربة	$\lim_{ن \to +\infty} ي_{ن} = 0$		$-1 < ر < 1$
متباعدة المتتالية $(ي_{ن})$	$\lim_{ن \to +\infty} ي_{ن} = \pm\infty$		$ر \leq -1$

في متتالية حسابية

مجموع حدين طرفين يساوي
ضعف الحد الوسط

2 ي(ن+1) = ي(ن+2) + ي ن

ب = أ + ر
ج = ب + ر
ج = أ + 2ر

أ = ب − ر
ج = ج − ر
أ = ج − 2ر

في متتالية هندسية

جداء حدين طرفين يساوي
مربع الحد الوسط

ي(ن+1)² = ي(ن+2) * ي ن

ب = أ * ر
ج = ب * ر
ج = أ * ر²

أ = ب / ر
ب = ج / ر
أ = ج / ر²

المجموع في المتتالية الحسابية يكون بالكيفية التالية

مج ن = (عدد الحدود / 2) (الحد الأول + الحد الأخير)

مج ن = الحد الأول +..............................+ الحد الأخير
(عدد الحدود)

عدد الحدود = [دليل (الحد الأخير) − دليل (الحد الأول)]

المجموع في المتتالية الهندسية يكون بالكيفية التالية

الأساس ≠ 1 مج ن = (الحد الأول) × [1 − (الأساس)^عدد الحدود] / [1 − (الأساس)]

الأساس = 1 مج ن = (الحد الأول) × عدد الحدود

الموافقات

س = ع + ن ك $0 \leq$ ع < |ن| ك ينتمي إلى ص

ن	س
ك	ع

س− ع مضاعف للعدد ن ⟺ س ≡ ع [ن] (س يوافق ع بترديد ن)

س ≡ ع [ن] ⟺ E ك ينتمي إلى ص س − ع = ن ك (س = ع +ن ك)

س ≡ ع [ن] ⟺ { س+λ ≡ ع+ λ [ن] ∀ λ ينتمي ص
س−λ ≡ ع− λ [ن] ∀ λ ينتمي ص
λ × س ≡ λ × ع [ن] ∀ λ ينتمي ص
λ × س ≡ λ × ع [λن] ∀ λ ينتمي ص*
س ≡ ع + ن ك [λن] ∀ ك ينتمي ص
$\frac{س}{λ} \equiv \frac{ع}{λ}$ [ن] إذا كان ن ، س ، ع يقبل القسمة }
على λ الغير المعدوم

هـ ينتمي ط* أ ≡ ب [ن] ⟺ أ ^{هـ} ≡ ب ^{هـ} [ن]

أ ≡ ب [ن] ∧ ب ≡ جـ [ن] ⟺ أ ≡ جـ [ن]

ك أولي مع ن ك س ≡ ك ع [ن] ⟺ س ≡ ع [ن]

س ≡ 0 [ن] ⟺ أ= ن ك (أ مضاعف لـ ن)

س ≡ 0 [α]
س ≡ 0 [β] ⟺ { س ≡ 0 [α β λ]
س ≡ 0 [λ] 1 = α ∧ β ∧ λ }

أصناف التكافؤ

• $\dot{أ}$ = {س ينتمي إلى ك ع (س، أ) }

• $\dot{أ}$ = { س ينتمي إلى ص س ≡ أ [ن] }

المجموعة ص / ن ص = { $\dot{0}$، $\dot{1}$ ، $\dot{2}$ ..... $\dot{(ن-1)}$ }

أ س ≡ ب [ن] أ س = ب

أ^3 – ب^3 = (أ – ب) (أ^2 + أ ب + ب^2)

أ^3 + ب^3 = (أ + ب) (أ^2 – أ ب + ب^2)

أ ، أ' ، أ" على إستقامة واحدة أأ' // أأ" $\Delta = 0$

البرهان بالتراجع

الاستدلال (البرهان) بالتراجع : هو نوع من البرهان يسمح بالبرهنة على صحة خاصية تتعلق بعدد طبيعي

نسمي خ(ن) هذه الخاصية

1– التحقيق نتحقق من صحة خ(ن) من أجل ن=**0** [عند الاجابة : لنتحقق من صحة هذه خ(ن) من أجل ن= **0**]

2– الفرضية نفرض أن خ(ن) صحيحة

3– البرهان نبرهن الاستلزام [خ(ن) $\Leftarrow$ خ(ن+**1**)] عند الاجابة : إذن حسب مبدأ الاستدل بالتراجع خ(ن) صحيحة من أجل ن ينتمي إلى ط

القواسم والمضاعفات

$n/a \Leftrightarrow n/\beta a \Leftrightarrow \beta a = nk$ a قاسم للعدد n $k \in N$

$n/a \Leftrightarrow n\beta/a\beta \Leftrightarrow a\beta = n\beta k$

n/a et $n/b \Leftrightarrow n/a+b$ $a+b=nk$

n/a et $n/b \Leftrightarrow n/a\alpha+b\beta$

القواسم ***PGCD*** ***Plus grand commun diviseur***

المضاعفات ***PPCM*** ***Plus petit commun multiple***

PPCM

$PPCM(a,b)=ab/PGCD(a,b)$

$PGCD(a,b)=1$ $PPCM(a,b)=ab$

$PPCM(ac,bc)=c\,PPCM(a,b)$

$PPCM = PGCD * a' * b'$

$PGCD(a',b')=1$

$PPCM * PGCD = ab$

$a = PGCD * a'$ $b = PGCD * b'$

PGCD

$PGCD(a,b)=c\,PGCD(a/c,b/c)$

$PGCD(ac,bc)=c\,PGCD(a,b)$

$PGCD(ac,bc)=K' \Leftrightarrow PGCD(a/K',b/K')=1$

$PGCD(a,b)=1$ a,b أوليان فيما بينهما

$PGCD(a,b)=k$ $(\alpha a+\beta b=k)$

$PGCD(a,b)=1$ $(\alpha a+\beta b=1)$ نظرية بيزو

$PGCD(a,b)=1 \Leftrightarrow PGCD(a,b^n)=1$

$PGCD(a,b)=1 \wedge PGCD(a,c)=1 \Leftrightarrow PGCD(a,bc)=1$

التحليل التوفيقي *combinatoire*

التبديلات *Permutations*

$$A_n^n = n! = n*(n-1)*........*3*2*1$$

الترتيبات *Arrangements*

$$A_n^k = n*(n-1)*........*(n-k+1)$$

$$A_{(n,k)} = A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$A_n^n = n!$$

$$0! = 1$$

التوفيقات *Combinaisons*

$$P_{(n,k)} = P_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$(a+b)^n = P_n^k a^{(n-k)} b^k$$

$$P_n^{n-k} = P_n^k$$

$$P_n^n = 1$$

$$P_n^0 = 1$$

$$P_n^1 = n$$

$$P_{n-1}^{k-1} + P_{n-1}^k = P_n^k$$

$$2^n = P_n^0 + P_n^1 + ... + P_n^n$$

الدوال الأسية

$e^{0}=1$

$e^{x}\, e^{y}=e^{x+y}$

$e^{x} / e^{y}=e^{x-y}$

$1 / e^{x}=e^{1-x}$

$(e^{x})^{y}=e^{xy}$

$y = e^{x} \Leftrightarrow x = \ln y$

$e^{x} = e^{y} \Leftrightarrow x=y$

$x > 0 \Leftrightarrow e^{x} > 1$

$x < 0 \Leftrightarrow 0 < e^{x} < 1$

$x= e^{\ln x}$

الدوال اللوغارتمية

$\ln 1=0$

$\ln e=1$

$\ln xy = \ln x + \ln y$

$\ln (x / y) = \ln x - \ln y$

$\ln xp = p \ln x \quad p \in N$

$\ln 1/x = -\ln x$

$\ln x = \ln y \Leftrightarrow x=y$

$\ln x > \ln y \Leftrightarrow x > y$

$0 < x < 1 \Leftrightarrow \ln x < 0$

$x > 1 \Leftrightarrow \ln x > 0$

$x=\ln e^{x}$

الدوال الأسية ذات الأساس ***a*** : $e^{x\ln a} = a^{x}$: $a>0 \wedge a>1$

الدوال اللوغارتمية ذات الأساس ***a*** : $\ln(x,a)= \ln x/ \ln a$: $a>0 \wedge a \neq 1$