قياس وأجهزة

قنطرات القياس

قنطرات القياس

٥

الجدارة: تعريف المتدرب بكيفية استخدام تقنية القياس عن طريق القنطرات .

الأهداف العامة للوحدة الخامسة : عندما تكتمل هذه الوحدة يكون للمتدرب القدرة على:

- معرفة أنواع القنطرات المختلفة المستخدمة في دوائر التيار المستمر.
- معرفة أنواع التطبيقات المختلفة للقنطرات المستخدمة في دوائر التيار المستمر.
- معرفة أنواع القنطرات المختلفة المستخدمة في دوائر التيار المتردد.
- معرفة أنواع التطبيقات المختلفة للقنطرات المستخدمة في دوائر التيار المتردد.

مستوى الأداء المطلوب : أن يتقن المتدرب التعامل مع قنطرات القياس بنسبة ١٠٠٪.

الوقت المتوقع للتدريب : ثمان ساعات.

الوسائل المساعدة :

- وسائل العرض المرئية.
- مختبر القياسات.والأجهزة.

متطلبات الجدارة : تعلم جميع الجدارات السابقة لأول مرة.

٥- ١ مقدمة Introduction

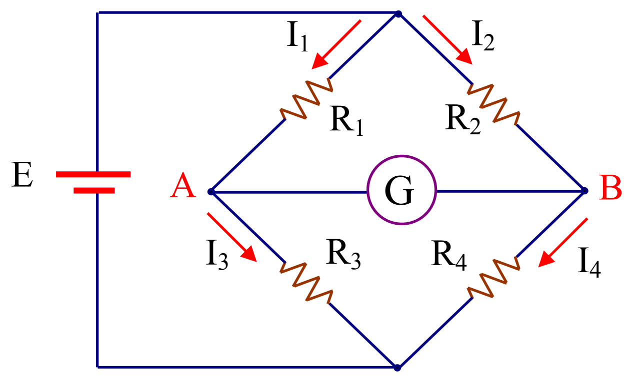
تعد تقنية القياسات الكهربائية بطريقة قنطرات القياس من أدق أساليب القياس التي تعتمد في أساس عملها على مقارنة العنصر الكهربائي المقاس بمجموعة أخرى من العناصر الموجودة في دائرة القنطرة. وبهذا فإنها لا تعتمد في تقنيتها على معايرة جهاز القياس المستخدم أو خواصه الفيزيائية. وتستخدم قنطرات القياسات على نطاق واسع لقياس المقاومات والمكثفات والملفات والممانعات. وتستخدم دوائر القنطرات أيضاً في دوائر التحكم المختلفة، حيث يحتوي أحد أذرع القنطرة على عنصر كهربائي له خاصية التأثر بإحد الكميات الفيزيائية المطلوب التحكم فيها (درجة حرارة، أو ضغط جوي، أوغيرها).

في هذه الوحدة سوف نتعرض للمبادئ الأساسية للقنطرات المستخدمة في دوائر التيار المستمر بالإضافة للقنطرات المستخدمة في دوائر التيار المتردد وتطبيقاتها في القياسات و التحكم.

٥- ٢ القنطرات المستخدمة في دوائر التيار المستمر Direct Current Bridges

٥- ٢- ١ قنطرة ويتستون Wheatstone Bridge

تتكون قنطرة ويتستون في أبسط صورها (كما هو مبين بشكل رقم (٥- ١)) من فرعين متوازيين يحتوي كل فرع على مقاومتين متصلتين على التوالي. ويغذي هذين الفرعين مصدر جهد مستمر (E) فيسبب مرور التيارات الكهربائية فيهما. ويوصل جهاز لقياس الجهد (غالباً جلفانوميتر) فيما بين الفرعين المتوازيين وذلك لضبط حالة اتزان القنطرة.



شكل (٥- ١) الدائرة الكهربائية لقنطرة ويتستون.

لاستخدام دائرة قنطرة ويتستون لتحديد مقاومة مجهولة، فإن هذه المقاومة المجهولة توضع كأحد أذرع القنطرة (غالباً R_4) ويتم تغيير مقاومة إحدى الأذرع الأخرى (غالباً R_2) حتى يتم الاتزان، الذي يعني في هذه الحالة عدم وجود فرق في الجهد بين طرفي الجلفانوميتر وبالتالي عدم مرور تيار فيه.

٥- ٢- ١- ١ شرط اتزان قنطرة ويتستون **Condition of Balance of Wheatstone Bridge**

ويعني هذا الاتزان أن فرق الجهد بين النقطتين A و B يساوي صفراً وبالتالي،فإن فرق الجهد على المقاومة R_1 يساوي فرق الجهد على المقاومة R_2، أي:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 \qquad (٥- ١)$$

وبالمثل فإن فرق الجهد على المقاومة R_3 يساوي فرق الجهد على المقاومة R_4، أي:

$$I_3 R_3 = I_4 R_4 \qquad (٥- ٢)$$

وبما أن تيار الجلفانوميتر يساوي صفراً، إذن:

$$I_1 = I_3 , \quad I_2 = I_4 \qquad (٥- ٣)$$

وبقسمة المعادلة (٥- ١) على المعادلة (٥- ٢):

$$\frac{I_1 R_1}{I_3 R_3} = \frac{I_2 R_2}{I_4 R_4} \qquad (٥- ٤)$$

وبتطبيق المعادلة (٥- ٣) في المعادلة (٥- ٤) نحصسل على:

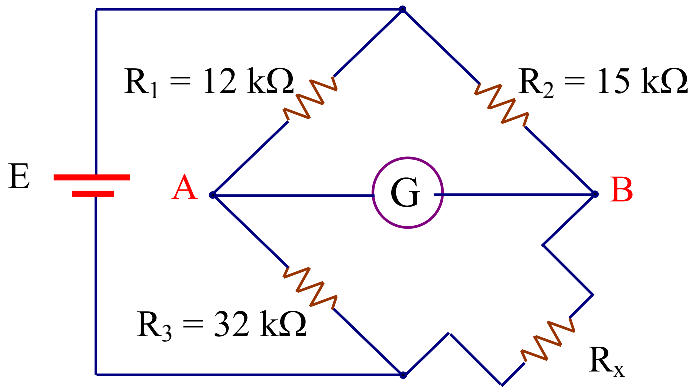
$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \qquad (٥- ٦)$$

والمعادلة (٥- ٦) تصف شرط اتزان القنطرة، وقد تكتب هذه المعادلة كالآتي:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \qquad (٥- ٧)$$

مثال (٥- ١)

احسب قيمة المقاومة المجهولة R_x في الدائرة المرسومة في شكل (٥- ٢) بفرض أن دائرة القنطرة في حالة اتزان.



شكل (٥- ٢) دائرة قنطرة ويتستون للمثال رقم (٥- ١).

الحل

بما أن القنطرة في حالة اتزان، إذن يمكن تطبيق شرط الاتزان (معادلة رقم (٥- ٧)) كما يلي:

$$R_1\ R_x = R_2\ R_3$$

إذن يمكن حساب قيمة المقاومة المجهولة R_x كما يلي:

$$R_x = \frac{R_2\ R_3}{R_1} = \frac{15\ k\Omega \cdot 32\ k\Omega}{12\ k\Omega} = 40\ k\Omega$$

٥- ٢- ١- ٢ الحل العام لقنطرة ويتستون General solution of Wheatstone Bridge

يمكن استخدام نظريات الهندسة الكهربائية لإيجاد الحل العام لقنطرة ويتستون. وانسب هذه النظريات لإيجاد التيار المار في الجلفانوميتر هي نظرية ثفنن. في تلك النظرية يمكن حساب التيار في الجلفانوميتر باعتبار الدائرة الكهربائية التي تغذي الجلفانوميتر عبارة عن مصدر للجهد يسمى V_{th} ومقاومة مكافئة متوالية معه تسمى r_{th}، وتغذي هذه الدائرة مقاومة الجلفانوميتر R_G وهكذا يمكن حساب التيار في الجلفانوميتر كما يلي:

$$I_G = \frac{V_{th}}{r_{th} + R_G} \qquad (٥- ٨)$$

ويمكن حساب كل من V_{th} وr_{th} كما يلي:

أولاً: حساب V_{th}

يتم حساب فرق الجهد بين النقطتين A و B ويسمى V_{th} (بعد حذف مقاومة الجلفانوميتر R_G من الدائرة).

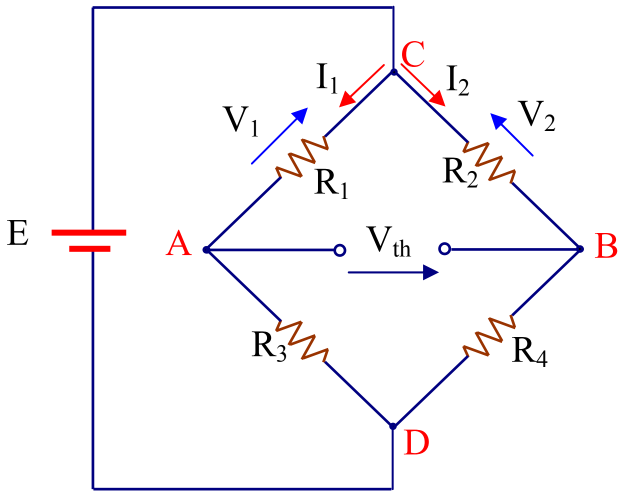
ويتم حساب V_{th} من قانون كيرشوف للجهود الذي ينص على أن مجموع الجهود في أي دائرة مغلقة يساوي صفراً. ومن شكل رقم (٥- ٣) يمكن حساب V_{th} كما يلي:

$$V_{th} = V_1 - V_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2 \qquad (٥- ٩)$$

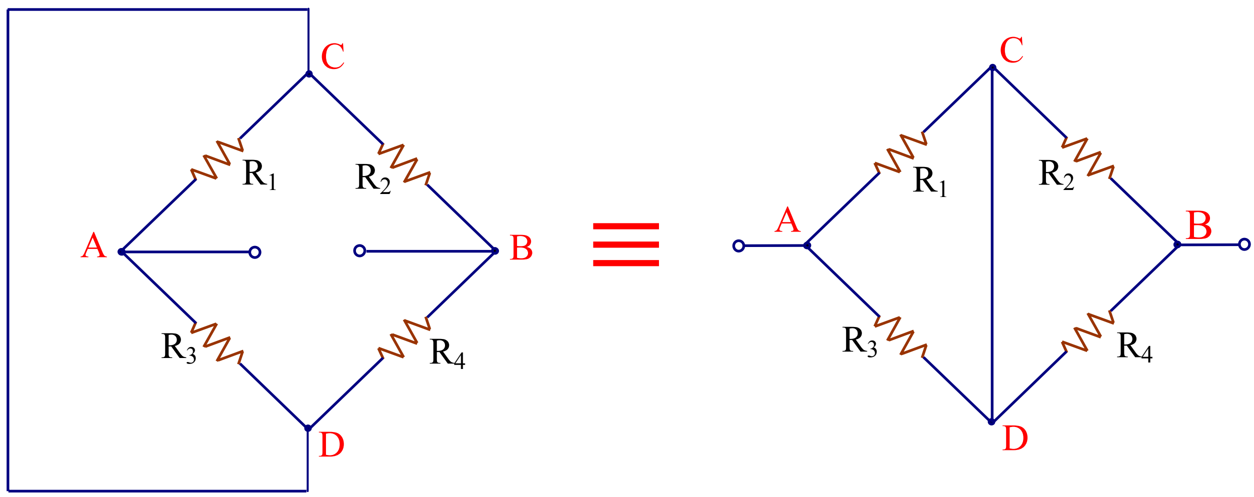
$$V_{th} = \frac{E}{R_1 + R_3} R_1 - \frac{E}{R_2 + R_4} R_2 = E \left(\frac{R_1}{R_1 + R_3} - \frac{R_2}{R_2 + R_4} \right) \qquad (٥- ١٠)$$

ثانياً: حساب r_{th}

لحساب r_{th} يتم حذف مصدر الجهد ويتم قصر الدائرة الكهربائية مكان طرفيه ثم يتم حساب المقاومة المكافئة بين النقطتين A و B وتسمى r_{th} كما في شكل (٥- ٤).



شكل (٥- ٣) دائرة حساب V_{th} لقنطرة ويتستون.



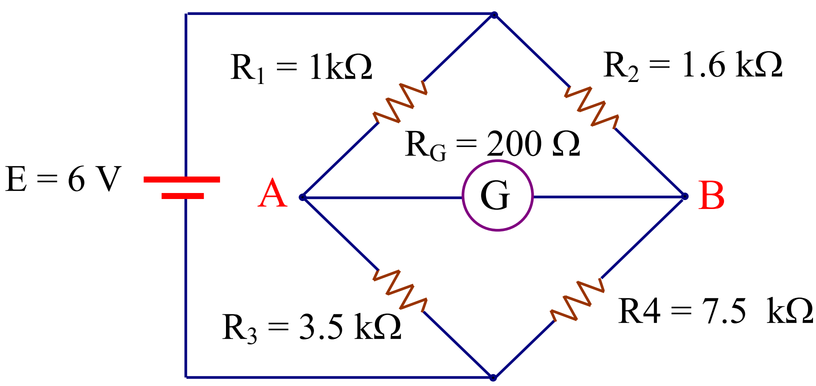
شكل (٥- ٤) دائرة حساب المقاومة المكافئة r_{th}.

وعلى ذلك يمكن حساب المقاومة المكافئة r_{th} على اعتبار المقاومتين R_1 و R_3 موصلتين على التوازي، وكذلك المقاومتين R_2 و R_4 موصلتين على التوازي، والمجموعتين موصلتين معاً على التوالي. ويمكن بالتالي التعبير عن المقاومة r_{th} رياضياً كما يلي:

$$r_{th} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} \qquad (٥- ١١)$$

مثال (٥- ٢)

احسب التيار المار في الجلفانوميتر الموضح في الشكل رقم (٥- ٥).



شكل رقم (٥- ٥) دائرة قنطرة ويتستون للمثال رقم (٥- ٢).

الحل

الطريقة المثلى لحساب التيار في الجلفانوميتر هي طريقة ثفنن:

نبدأ بحساب V_{th} من المعادلة رقم (٥- ١٠) كالآتي:

$$V_{th} = E\left(\frac{R_1}{R_1 + R_3} - \frac{R_2}{R_2 + R_4}\right)$$

$$V_{th} = 6\times\left(\frac{1k\Omega}{1\,k\Omega + 3.5k\Omega} - \frac{1.6k\Omega}{1.6\,k\Omega + 7.5\,k\Omega}\right) = 0.278V$$

ثم نحسب r_{th} من المعادلة رقم (٥- ١١):

$$r_{th} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}$$

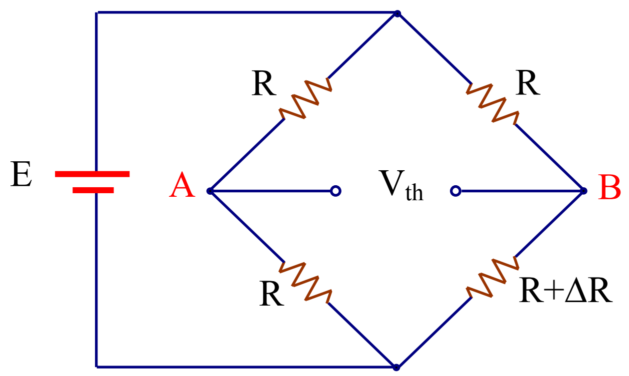
$$r_{th} = \frac{1\,k\Omega \times 3.5\,k\Omega}{1\,k\Omega + 3.5\,k\Omega} + \frac{1.6\,k\Omega \times 7.5\,k\Omega}{1.6\,k\Omega + 7.5\,k\Omega} = 2.096\ k\Omega$$

ثم نحسب التيار المار في الجلفانوميتر I_G من المعادلة رقم (٥- ٨):

$$I_G = \frac{V_{th}}{r_{th} + R_G} = \frac{0.278\ V}{2.096\times 10^3\ \Omega + 200\ \Omega} = 121.4\,\mu A$$

٥- ٢- ١- ٣ قنطرة ويتستون غير المتزنة نتيجة اختلاف بسيط في المقاومات
Slightly unbalanced Wheatstone Bridge

في حالة تساوي مقاومات ثلاث أذرع في قنطرة ويتستون و تختلف مقاومة الذراع الرابعة اختلافاً بسيطاً لا يتجاوز ٥٪ من قيمة مقاومة أي من الأذرع الثلاث الأخرى كما هو موضح بشكل رقم (٥- ٦)، يمكن استنباط تعبير رياضي تقريبي سريع ولكنه دقيق لحل القنطرة بطريقة ثفنن كما يلي:



شكل رقم (٥- ٦) دائرة قنطرة ويتستون ذات ثلاث أذرع متساوية.

أولاً: حساب V_{th} من المعادلة رقم (٥- ١٠):

$$V_{th} = E \times \left(\frac{R_1}{R_1 + R_3} - \frac{R_2}{R_2 + R_4} \right)$$

$$V_{th} = E \times \left(\frac{R}{2R} - \frac{R}{2R + \Delta R} \right) = E \times \left(\frac{1}{2} - \frac{R}{2R + \Delta R} \right) \qquad (٥- ١٢)$$

$$V_{th} = E \times \left(\frac{2R + \Delta R}{2 \times (2R + \Delta R)} - \frac{2 \times R}{2 \times (2R + \Delta R)} \right) \qquad (٥- ١٣)$$

$$V_{th} = E \times \left(\frac{\Delta R}{2 \times (2R + \Delta R)} \right) \qquad (٥- ١٤)$$

وبما أن الاختلاف في مقاومة الذراع الرابعة ΔR صغير، إذن يمكن إهماله بالنسبة للمقدار $2R$، وعلى ذلك يمكن إعادة كتابة المعادلة السابقة كما يلي:

$$V_{th} = E \times \left(\frac{\Delta R}{4R} \right) \qquad (٥- ١٥)$$

ثانياً: حساب r_{th} من المعادلة رقم (٥- ١١):

$$r_{th} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{R \cdot R}{R + R} + \frac{R \cdot (R + \Delta R)}{R + R + \Delta R} \quad (٥- ١٦)$$

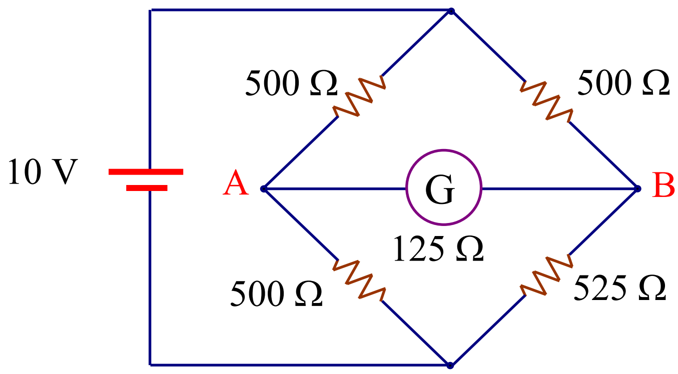
$$r_{th} = \frac{R}{2} + \frac{R \cdot (R + \Delta R)}{2R + \Delta R} \quad (٥- ١٧)$$

وبما أن ΔR صغيرة بالنسبة إلى قيمة R فإنه يمكن إهمالها في كل من البسط والمقام، كما يلي:

$$r_{th} = \frac{R}{2} + \frac{R \cdot (R)}{2R} = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = R \quad (٥- ١٨)$$

مثال (٥- ٣)

احسب قيمة التيار المار في الجلفانوميتر المبين في شكل رقم (٥- ٧) باستخدام التقريب الرياضي المبسط لنظرية ثفنن وقارنه بالحل الدقيق.



شكل رقم (٥- ٧) دائرة قنطرة ويتستون للمثال رقم (٥- ٣)

الحل

أولاً: الطريقة الدقيقة:

$$V_{th} = E \times \left(\frac{R_1}{R_1 + R_3} - \frac{R_2}{R_2 + R_4} \right)$$

$$V_{th} = 10\,V \times \left(\frac{500\,\Omega}{1000\,\Omega} - \frac{500}{1025} \right) = 0.122\,V$$

$$r_{th} = \frac{R_1 \; R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 \; R_4}{R_2 + R_4}$$

$$r_{th} = \frac{500\,\Omega \cdot \; 500\,\Omega}{500\,\Omega + 500\,\Omega} + \frac{500\,\Omega \cdot 525\,\Omega}{500\,\Omega + 525\,\Omega} = 506.1\,\Omega$$

ونحسب التيار المار في الجلفانوميتر كما يلي:

$$I_G = \frac{V_{th}}{r_{th} + R_G}$$

$$I_G = \frac{0.122\text{ V}}{506.1\;\Omega + 125\,\Omega} = 193.3\,\mu\text{A}$$

ثانيا: الطريقة التقريبية:

$$V_{th} = E \times \left(\frac{\Delta R}{4\,R}\right)$$

$$V_{th} = 10\text{ V} \times \left(\frac{25\,\Omega}{4 \times 500\,\Omega}\right) = 0.125\text{ V}$$

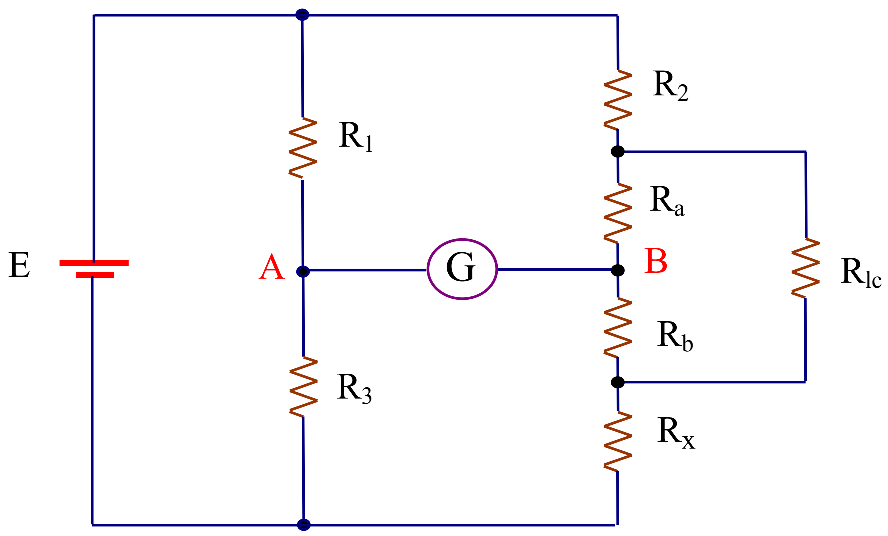
$$r_{th} = \; R = 500\,\Omega$$

ونحسب التيار المار في الجلفانوميتر كما يلي:

$$I_G = \frac{V_{th}}{r_{th} + R_G} = \frac{0.125\text{ V}}{500\,\Omega + 125\,\Omega} = 200\,\mu\text{A}$$

٥- ٢- ٢ قنطرة كلفن **Kelvin Bridge**

شكل رقم (٥- ٨) يوضح تركيب الدائرة الكهربائية لقنطرة كلفن، وتعد قنطرة كلفن نموذجاً معدلاً من قنطرة ويتستون. والغرض من التعديل هو إلغاء تأثير مقاومات التلامس مع أطراف الجهاز في حالة توصيل مقاومة مجهولة في دائرة القنطرة بهدف قياس قيمتها.



شكل رقم (٥- ٨) تركيب الدائرة الكهربائية لقنطرة كلفن.

حيث تؤدي مقاومات التلامس ومقاومات أطراف التوصيل (وخاصة في حالة قياس مقاومة صغيرة القيمة) إلى أخطاء في القيمة المقاسة. وتعد قنطرة كلفن من أدق طرق القياسات حيث يتم إلغاء التأثير السابق الذكر عن طريق ذراعي اتزان إضافيتين (R_a, R_b) حتى إن قنطرة كلفن تسمى أحياناً بالقنطرة المزدوجة للقياس، وتمثل المقاومة R_{lc} مقاومات التلامس وأطراف التوصيل. وعن طريق قنطرة كلفن يمكن قياس مقاومات تتراوح من $1\ \mu\Omega$ إلى 1Ω بدرجة عالية من الدقة.

٥- ٢- ٢- ١ اتزان قنطرة كلفن Balance of Kelvin Bridge

يمكن إثبات أنه في حالة اتزان القنطرة تنطبق المعادلة الرياضية الآتية:

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} = \frac{R_a}{R_b} \qquad (٥- ١٩)$$

وبالتالي فإذا كانت المقاومة المقاسة هي الذراع الرابعة للقنطرة، فإنه يمكن حسابها كالآتي:

$$\frac{R_x}{R_2} = \frac{R_3}{R_1} = \frac{R_b}{R_a} \qquad (٥- ٢٠)$$

$$R_x = \frac{R_2 \times R_3}{R_1} = \frac{R_2 \times R_b}{R_a} \qquad (٥- ٢١)$$

مثال (٥- ٤)

احسب قيمة R_x لقنطرة كلفن، إذا كانت النسبة بين R_a إلى R_b تساوي 1000 ، وكانت قيمة $R_1=5\Omega$ وقيمة $R_1 = 0.5 R_2$.

الحل

بما أن قيمة $R_1=5\Omega$ وقيمة $R_1 = 0.5 R_2$ ، إذن:

$$R_2 = \frac{R_1}{0.5} = \frac{5\,\Omega}{0.5} = 10\,\Omega$$

من شرط اتزان قنطرة كلفن:

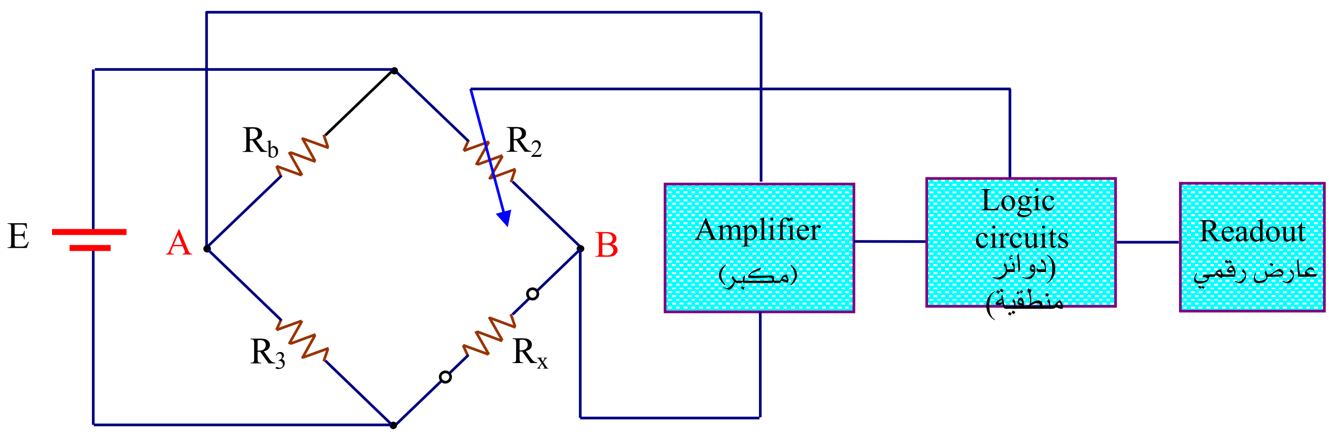
$$\frac{R_x}{R_2} = \frac{R_b}{R_a}$$

إذن:

$$R_x = \frac{R_2 \times R_b}{R_a} = \frac{10\,\Omega \times 1}{1000} = 0.01\,\Omega$$

٥- ٢- ٣ القنطرات ذات القراءة الرقمية Digital readout Bridges

مع التطور الطبيعي لأجهزة القياس وظهور أجهزة القياس الرقمية وتطورها ، كان لتقنية القياسات عن طريق قنطرات القياس نصيب من هذا التطور، فظهرت القنطرات الرقمية. .و القنطرة الرقمية ما هي إلا قنطرة تماثلية تستخدم معها التقنية الرقمية لإظهار قيمة المقاومة المجهولة، وبهذا تم التغلب على أخطاء القياس البصرية. شكل رقم (٥- ٩) يبين أسلوب القنطرة الرقمية مطبق على قنطرة ويتستون حيث جهد الاتزان يتم تكبيره عن طريق مكبر Amplifier و يتم إدخاله إلى دائرة تحكم منطقية تتحكم في مقاومة الاتزان المتغيرة عن طريق إشارة تحكم رقمية لضبط اتزان القنطرة وتقوم بالتالي بحساب المقاومة المجهولة وعرض قيمتها على عارض رقمي.



شكل رقم (٥- ٩) المخطط الصندوقي لقنطرة ويتستون ذات القراءة الرقمية.

٥- ٢- ٤ التحكم في القنطرات عن طريق المعالجات الدقيقة
Microprocessor – controlled Bridges

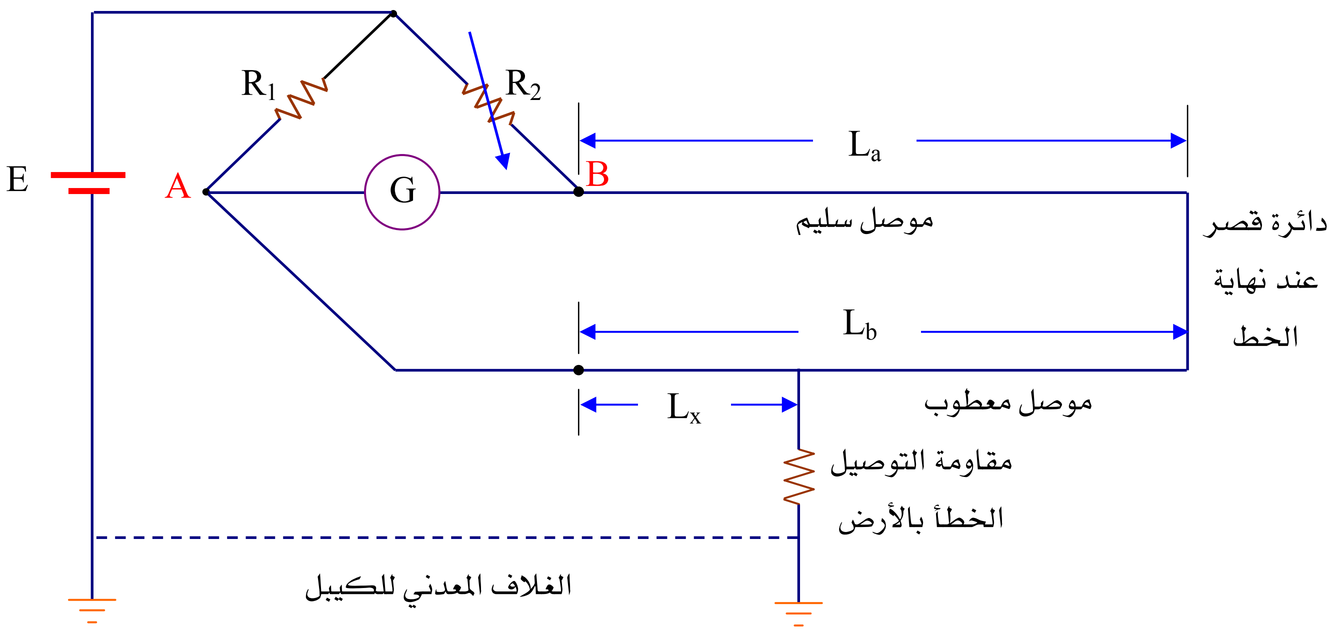
مع التوسع في استخدام الحاسبات الرقمية، زادت تطبيقاتها في شتى المجالات ومنها مجال القياسات. ومع ظهور المعالجات الدقيقة ظهر التطور الحقيقي في مجال القياسات، حيث تم تطوير طرق القياس وأدت إلى ما يسمى أجهزة القياس الذكية حيث أصبح المعالج الدقيق جزء من جهاز القياس يمكن برمجته للقيام بالقياس بالإضافة إلى قيامه بالحسابات المطلوبة لاستنتاج معامل معين. وأدى هذا التطور على سبيل المثال إلى الاستغناء عن بعض الأجهزة الإضافية المساعدة التي كانت ضرورية في حالة طرق القياس المعتادة واستبدالها بوحدات المواجهة والبرمجة المتاحة للمعالجات الدقيقة. وتم كذلك استبدال وحدات التحكم المنطقية ببرامج التحكم المختزنة في المعالجات الدقيقة.

٥- ٢- ٥ تطبيقات على قنطرات التيار المستمر Applications on D.C Bridges

٥- ٢- ٥- ١ دائرة موراي Murray Loop

يحدث كثير من الأعطال في شبكات الهاتف من أهمها حدوث دائرة قصر ما بين خطين من الخطوط أو ما بين أحد الخطوط والخط الأرضي. وتساهم قنطرات القياس مساهمة فعالة في تحديد موقع هذا العطل. وإحدى هذه الدوائر المشهورة في هذا المجال هي دائرة اختبار موراي. ويبين شكل رقم (٥- ١٠) تركيب هذه الدائرة. فبعد تحديد الموصل المعطوب، يتم قصره من نهاية الخط مع أحد

الموصلات السليمة ويتم توصيل بداية كل من الموصلين بقنطرة ويتستون، حيث يستعاض بهما عن مقاومتي الذراع الثالثة والرابعة لقنطرة ويتستون كما هو مبين بالشكل.



شكل رقم (٥- ١٠) تركيب دائرة موراي

ويستعاض عن الذراع الثالثة بمقاومة الموصل المعطوب من بداية الخط حتى مكان العطل بطوله الذي يساوي L_x وبمقاومته التي تساوي R_x. وبالتالي يستعاض عن الذراع الرابعة بمقاومة الموصل السليم بطوله الذي يساوي L_a وبمقاومته التي تساوي R_a بالإضافة إلى مقاومة الجزء المتبقي من الموصل المعطوب بطوله الذي يساوي L_b-L_x وبمقاومته التي تساوي R_b-R_x.

وبضبط المقاومة المتغيرة R2 يمكن الحصول على حالة الاتزان في قنطرة ويتستون وبالتالي يمكن تحديد مكان العطل.

ويمكن رياضياً تحديد مكان العطل كما يلي: بتطبيق شرط اتزان قنطرة ويتستون، نحصل على:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_a + (R_b - R_x)}{R_x} \qquad (٥- ٢٢)$$

$$\therefore R_2\, R_x = R_1\, R_a + R_1\, R_b - R_1\, R_x \qquad (٥- ٢٣)$$

$$\therefore R_2\, R_x + R_1\, R_x = R_1\, R_a + R_1\, R_b \qquad (٥- ٢٤)$$

$$\therefore R_x\left(R_1+R_2\right)=R_1\left(R_a+R_b\right) \tag{٥-٢٥}$$

وهكذا يمكن حساب قيمة المقاومة R_x

$$\therefore R_x=\frac{R_1\left(R_a+R_b\right)}{\left(R_1+R_2\right)} \tag{٥-٢٦}$$

وبتطبيق القانون العام لحساب المقاومة على المعادلة رقم (٥- ٢٦):

$$\because R=\frac{\rho L}{a} \tag{٥-٢٧}$$

حيث:

ρ : المقاومة النوعية لمادة الموصل

L : طول الموصل

a : مساحة مقطع الموصل

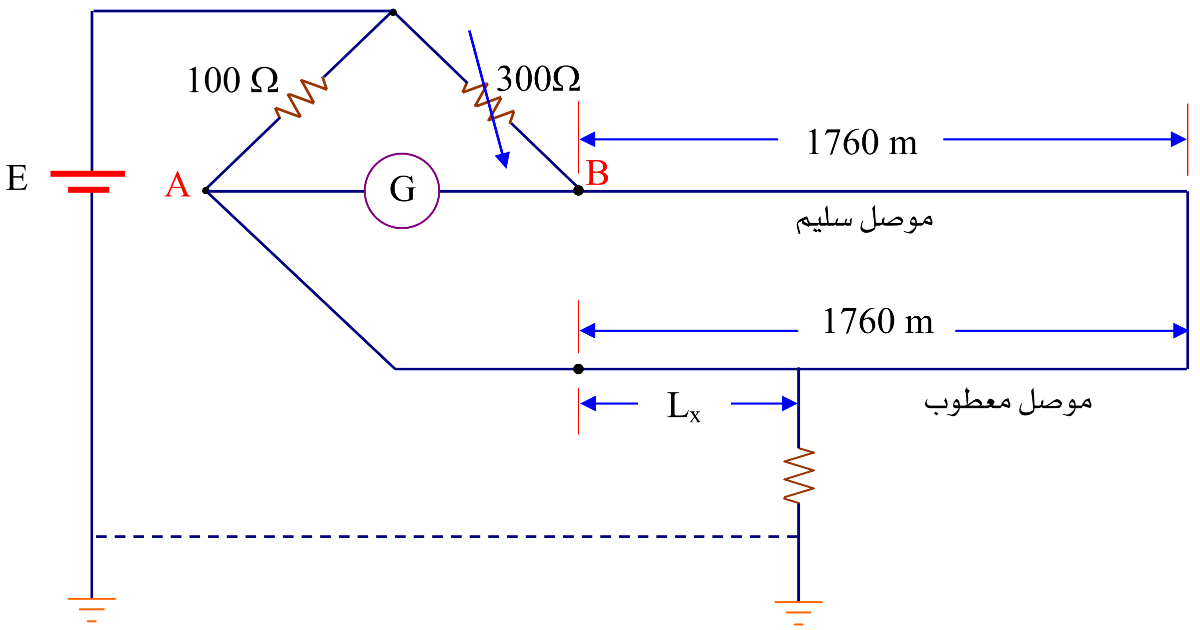
$$\therefore \frac{\rho_x\ L_x}{a_x}=\frac{R_1}{R_1+R_2}\left(\frac{\rho_a\ L_a}{a_a}+\frac{\rho_b\ L_b}{a_b}\right) \tag{٥-٢٨}$$

وإذا كان الموصلان من نفس المادة ولهما نفس الطول ونفس مساحة المقطع:

$$\therefore L_x=\frac{R_1}{R_1+R_2}\left(2L\right)=\frac{2R_1L}{R_1+R_2} \tag{٥-٢٩}$$

مثال (٥- ٥)

في دائرة موراي لاختبار خطوط الهاتف والموضحة في شكل رقم (٥- ١١)، كان الموصلان متطابقين في الطول ومساحة المقطع ومصنعين من نفس المادة. فإذا كان الطول يساوي 1760 m حتى نهاية الخط، وكانت قيمة مقاومة الذراع الأولى لقنطرة ويتستون في حالة الاتزان تساوي 100 Ω ومقاومة الذراع الثانية تساوي 300 Ω ، احسب المسافة بين العطل والقنطرة.



شكل رقم (٥- ١١) تركيب دائرة موراي للمثال رقم (٥- ٥).

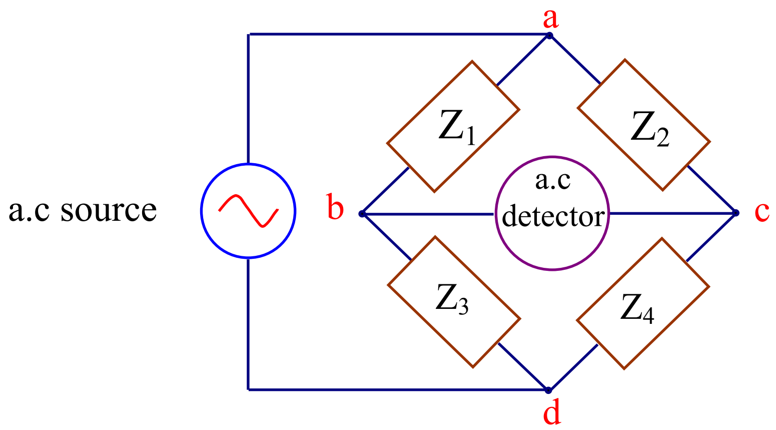
الحل

$$\therefore L_x = \frac{2R_1L}{R_1 + R_1} = \frac{2 \times 100\,\Omega \times 1760\text{ m}}{100\,\Omega + 300\,\Omega} = 880\text{ m}$$

٥- ٣ القنطرات المستخدمة في دوائر التيار المتردد Alternating Current Bridges

في دوائر التيار المتردد تستخدم قنطرات القياس لإيجاد قيمة سعة المكثف أو المعاوقة السعوية ومعامل الحث الذاتي للملف أو المعاوقة الحثية و كذلك الممانعة المكونة من عناصر مختلفة. وتستخدم لهذا الغرض قنطرات عديدة حسب العنصر المجهول المراد قياسه، لكنها تعتمد جميعها في بنائها على قنطرة ويتستون. حيث تستبدل المقاومات في الأذرع الأربعة لقنطرة ويتستون بأربع معاوقات أو ممانعات ويستبدل مصدر الجهد المستمر بمصدر للجهد المتردد ويستبدل كذلك الجلفانوميتر بجهاز استشعار (detector) للتيار المتردد (كما هو مبين بشكل رقم(٥- ١٢)). وبعيداً عن مجال القياسات، تستخدم دوائر القنطرات أيضاً في العديد من التطبيقات في مجال الإلكترونيات والاتصالات مثل دوائر المذبذبات (Oscillators) ودوائر المكبرات (Amplifiers) ودوائر المرشحات (Filters).

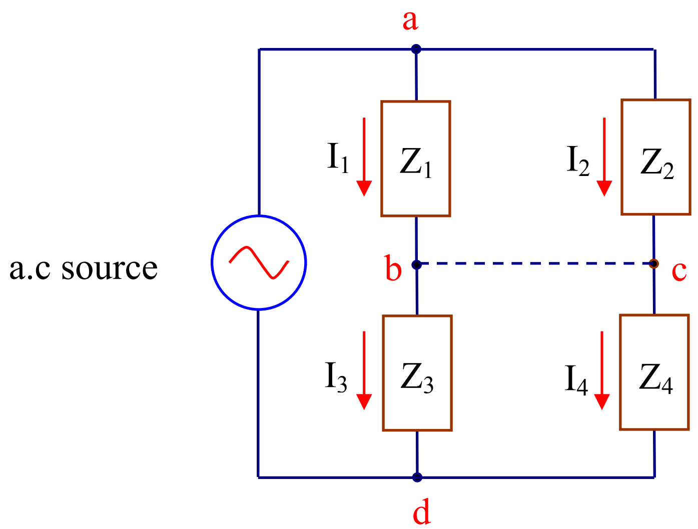
و يجب أن يؤخذ في الاعتبار أن التحليل الرياضي لابد أن يأخذ صيغة الكميات المركبة أو الاتجاهية، حيث إن عناصر الدائرة من مقاومات وملفات ومكثفات وكذلك الكميات الكهربائية مثل الجهد والتيار ما هي في واقع الأمر إلا كميات مركبة.



شكل رقم (٥- ١٢) دائرة قنطرة ويتستون للتيار المتردد.

٥- ٣- ١ اتزان قنطرة ويتستون للتيار المتردد Balance of A.C Wheatstone Bridge

وكما هو الحال في قنطرات التيار المستمر، تعتمد قنطرات التيار المتردد على مبدأ الاتزان balance، حيث يعني الاتزان في هذه الحالة أن التيار المار في جهاز استشعار التيار المتردد يساوي صفراً. وهذا يعني أن الجهد مابين النقطتين b وc يساوي أيضاً صفراً. ويمكن إعادة رسم دائرة قنطرة ويتستون للتيار المتردد كما هو مبين بالشكل رقم (٥- ١٣).



شكل رقم (٥- ١٣) الدائرة المكافئة لقنطرة ويتستون المتزنة للتيار المتردد.

يدل الخط المتقطع مابين النقطتين b و c أنه يمكن اعتبارهما نقطة واحدة لعدم وجود فرق في الجهد أو سريان تيار بينهما. وبالتالي فإن فرق الجهد بين النقطتين b و a يتساوى مع فرق الجهد بين النقطتين c و a، ويمكن التعبير عن ذلك رياضياً كما يلي:

$$I_1 \; Z_1 = I_2 \;\; Z_2 \qquad (٥-\;٣٠)$$

وبالتالي فإن فرق الجهد بين النقطتين b و d يتساوى مع فرق الجهد بين النقطتين c و d، ويمكن التعبير عن ذلك رياضياً كما يلي:

$$I_3 \;\; Z_3 = I_4 \;\; Z_4 \qquad (٥-\;٣١)$$

وبما أن التيار المار في المسار bc يساوي صفراً، إذن:

$$I_1 = I_3 \qquad (٥-\;٣٢)$$

$$I_2 = I_4 \qquad (٥-\;٣٣)$$

وبقسمة المعادلة (٥- ٣٠) على المعادلة رقم (٥- ٣١):

$$\frac{I_1 \; Z_1}{I_3 \; Z_3} = \frac{I_2 \; Z_2}{I_4 \; Z_4} \qquad (٥-\;٣٤)$$

وبالتعويض بالمعادلتين (٥- ٣٢) و (٥- ٣٣)، نحصل على:

$$\frac{Z_1}{Z_3} = \frac{Z_2}{Z_4} \qquad (٥-\;٣٥)$$

ويمكن إعادة كتابة المعادلة رقم (٥- ٣٥) كالآتي:

$$Z_1 \; Z_4 = Z_2 \; Z_3 \qquad (٥-\;٣٦)$$

ويمكن بهذا إعادة كتابة المعادلتين رقم (٥- ٣٥) ورقم (٥- ٣٦) على الصورة المركبة كالآتي:

$$\frac{Z_1 \angle \theta_1}{Z_3 \angle \theta_3} = \frac{Z_2 \angle \theta_2}{Z_4 \angle \theta_4} \qquad (٥-\;٣٧)$$

ومن ذلك

$$(Z_1 \angle \theta_1)(Z_4 \angle \theta_4) = (Z_2 \angle \theta_2)(Z_3 \angle \theta_3) \qquad (٥-\;٣٨)$$

والمعادلة رقم (٥- ٣٨) على صورتها المركبة تعني شرطين لاتزان دائرة القنطرة، وهما شرط القيمة وشرط الزاوية كما يلي:

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \qquad \text{(شرط القيمة لاتزان القنطرة)} \qquad (٥-\;٣٩)$$

$$\angle \theta_1 + \angle \theta_4 = \angle \theta_2 + \angle \theta_3 \qquad \text{(شرط الزاوية لاتزان القنطرة)} \qquad (٥-\;٤٠)$$

مثال (٥- ٦)

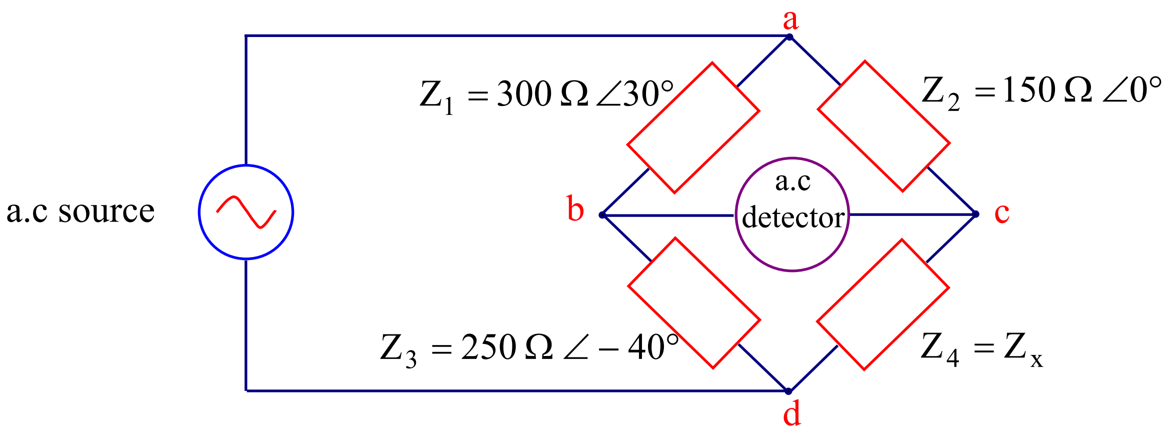
إذا كانت قيم الممانعات في دائرة قنطرة ويتستون المتزنة للتيار المتردد كما هو مبين بشكل رقم (٥-١٤) كما يلي:

$Z_1 = 300\ \Omega \angle 30°$

$Z_2 = 150\ \Omega \angle 0°$

$Z_3 = 250\ \Omega \angle -40°$

احسب قيمة الممانعة المجهولة Z_x.



شكل (٥- ١٤) دائرة قنطرة ويتستون المتزنة للمثال رقم (٥- ٦).

الحل

بتطبيق شرط القيمة لاتزان القنطرة (المعادلة رقم (٥- ٣٩)):

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

$$Z_x = Z_4 = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1} = \frac{150\ \Omega \times 250\ \Omega}{300\ \Omega} = 125\ \Omega$$

وبتطبيق شرط الزاوية لاتزان القنطرة (المعادلة رقم (٥- ٤٠)):

$$\angle\theta_4 = \angle\theta_2 + \angle\theta_3 - \angle\theta_1 = 0° + (-40°) - 30° = -70°$$

إذن الممانعة المجهولة يمكن كتابتها على الصورة الآتية:

$$\overline{Z}_x = 125\ \Omega \angle -70°$$

ولمعرفة مكوناتها يجب تحليلها إلى كمية حقيقية وكمية تخيلية كما يلي:

$$\overline{Z}_x = 125\,\Omega\angle -70° = 125\cos(-70°)\,\Omega + j125\sin(-70°)$$

$$\overline{Z}_x = 42.75\,\Omega - j117.5$$

إذن مكونات الممانعة المجهولة هي مقاومة مقدارها $42.75\ \Omega$ على التوالي مع معاوقة سعوية مقدارها $X_C = 117.5\,\Omega$ ، أي مكثف يمكن حساب سعته كالآتي:

$$X_C = 117.5\,\Omega = \frac{1}{\omega C}$$

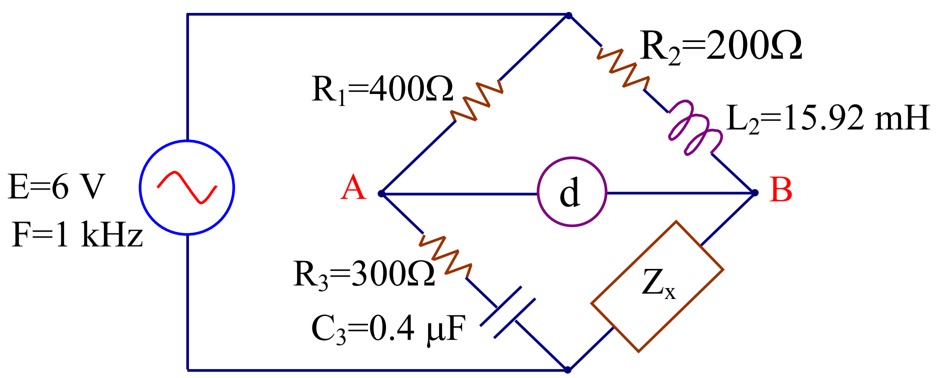
$$C = \frac{1}{\omega \times 117.5\,\Omega}$$

وبمعرفة تردد الدائرة يمكن حساب قيمة السعة ، فمثلاً لتردد قيمته 60 Hz تكون السعة كالآتي:

$$C = \frac{1}{2\times\pi\times 60\times 117.5\,\Omega} = 22.58\ \mu F$$

مثال (٥- ٧)

لقنطرة ويتستون المتزنة للتيار المتردد المبينة في شكل رقم (٥- ١٥)، احسب الممانعة المجهولة Z_x.



شكل رقم (٥- ١٥) دائرة قنطرة ويتستون المتزنة للتيار المتردد للمثال رقم (٥- ٧).

الحل

نبدأ بحساب الممانعات للأذرع الثلاث المعلومة كما يلي:

(١) الممانعة Z_1:

$$Z_1 = 400\,\Omega + j0 = 400\,\Omega\angle 0°$$

(٢) الممانعة Z_2:

$$Z_2 = R_2 + j\omega L_2 = 200\,\Omega + j\,\omega \times 15.92\times 10^{-3}$$

ونحسب ω كالتالي:

$$\omega = 2\,\pi\, f = 2\times\pi\times 1000 = 6283.19\ \text{rad}/\text{sec}$$

ثم نطبق في معادلة الممانعة Z_2:

$$Z_2 = 200\,\Omega + j\times 6283.19\times 15.92\times 10^{-3} = 200\,\Omega + j\,100\,\Omega$$

$$Z_2 = 200\,\Omega + j\,100\,\Omega = 223.6\,\Omega\angle 26.6°$$

(٣) الممانعة Z_3:

$$Z_3 = R_3 - j\frac{1}{\omega C_3} = 300\,\Omega - j\frac{1}{6283.19\times 0.4\times 10^{-6}}\,\Omega$$

$$Z_3 = 300\,\Omega - j\,400\,\Omega = 500\,\Omega\angle -53.13°$$

لحساب الممانعة Z_4، نطبق قانوني شرط القيمة وشرط الزاوية لتحقيق الاتزان:

أولاً: قانون شرط القيمة:

$$Z_x = Z_4 = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1} = \frac{223.6\,\Omega\times 500\,\Omega}{400\,\Omega} = 279.5\,\Omega$$

ثانياً: قانون شرط الزاوية:

$$\angle\theta_4 = \angle\theta_2 + \angle\theta_3 - \angle\theta_1 = 26.6° + (-53.13°) - 0° = -26.53°$$

إذن يمكن كتابة الممانعة المجهولة Zx على الصورة الآتية:

$$Z_x = 279.5\angle -26.53° = 250\,\Omega - j124.8\,\Omega$$

ولأن زاوية الجزء التخيلي سالبة، فإن مكونات الممانعة المجهولة عبارة عن مقاومة مقدارها $250\,\Omega$ على التوالي مع معاوقة سعوية مقدارها $124.8\,\Omega$، ويمكن حساب سعة المكثف كالآتي:

$$X_C = 124.8\,\Omega = \frac{1}{\omega C}$$

$$C = \frac{1}{6283.19 \times 124.8} = 1.28\,\mu F$$

٥- ٣- ٢ قنطرة الزوايا المتماثلة Similar Angle Bridge

تستخدم دائرة قنطرة الزوايا المتماثلة لقياس الممانعات السعوية المجهولة. وتسمى هذه الدائرة في بعض الأحيان بدائرة قنطرة مقارنة المكثفات أو دائرة قنطرة توالي المقاومة والمكثف، حيث أي ممانعة سعوية مقاسة بواسطة هذه الدائرة يمكن اختصارها إلى مقاومة ومكثف متواليين في التوصيل. وكما هو مبين بالشكل رقم (٥- ١٦)، يمكن كتابة الممانعات في الأذرع الأربع على النحو التالي:

(١) الممانعة Z_1:

$$Z_1 = R_1 \qquad (٥- ٤١)$$

(٢) الممانعة Z_2:

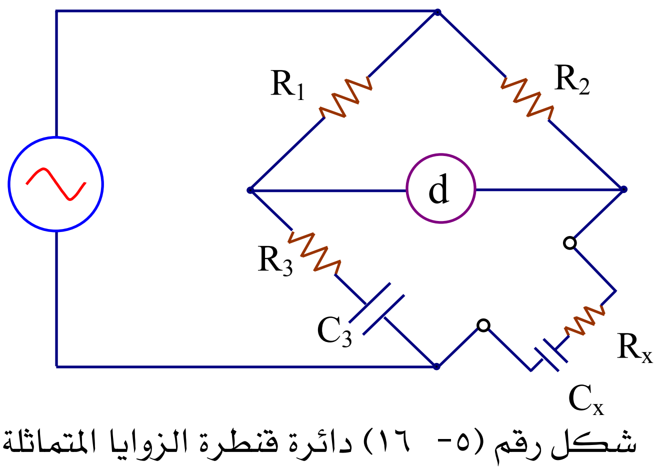
$$Z_2 = R_2 \qquad (٥- ٤٢)$$

(٣) الممانعة Z_3:

$$Z_3 = R_3 - jX_{C3} \qquad (٥- ٤٣)$$

(٤) الممانعة Z_4:

$$Z_4 = R_x - jX_{Cx} \qquad (٥- ٤٤)$$



شكل رقم (٥- ١٦) دائرة قنطرة الزوايا المتماثلة.

وبالتعويض في المعادلة رقم (٥- ٣٦):

$$R_1\left(R_x - jX_{Cx}\right) = R_2\left(R_3 - jX_{C3}\right) \qquad (٥-٤٥)$$

ويمكن تبسيط تلك المعادلة على الصورة التالية:

$$R_1 R_x - jR_1X_{Cx} = R_2 R_3 - jR_2X_{C3} \qquad (٥-٤٦)$$

وبمساواة الكميات الحقيقية في الطرفين، نحصل على الآتي:

$$R_1 R_x = R_2 R_3 \qquad (٥-٤٧)$$

أي أن:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} \qquad (٥-٤٨)$$

وبمساواة الكميات التخيلية في الطرفين، نحصل على الآتي:

$$-jR_1X_{Cx} = -jR_2X_{C3} \qquad (٥-٤٩)$$

بما يعني:

$$R_1X_{Cx} = R_2X_{C3} \qquad (٥-٥٠)$$

أي أن:

$$X_{Cx} = \frac{R_2X_{C3}}{R_1} \qquad (٥-٥١)$$

مع ملاحظة أن:

$$\frac{1}{\omega C_x} = \frac{R_2}{R_1\omega C_3} \qquad (٥-٥٢)$$

بما يعني:

$$C_x = \frac{R_1C_3}{R_2} \qquad (٥-٥٣)$$

مثال (٥- ٨)

لقياس ممانعة سعوية بواسطة دائرة قنطرة الزوايا المتماثلة عند تردد يساوي 2 kHz، عند اتزان دائرة القنطرة وجد الآتي:

$$R_1 = 10\ k\Omega \text{ ، } R_2 = 50\ k\Omega \text{ ، } R_3 = 100\ k\Omega \ \& \ C_3 = 100\ \mu F$$

احسب الدائرة المتوالية المكافئة للممانعة السعوية المجهولة.

الحل

من المعادلة رقم (٥- ٤٨)، يمكن حساب قيمة المقاومة المتوالية المكافئة كالآتي:

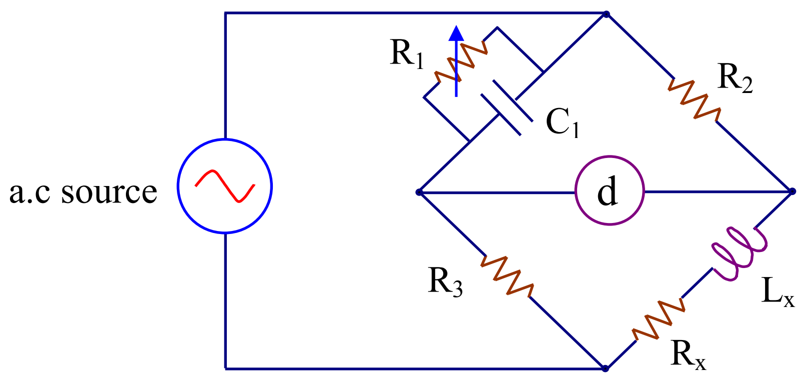
$$R_x = \frac{R_2\ R_3}{R_1} = \frac{50\ k\Omega \times 100\ k\Omega}{10\ k\Omega} = 500\ k\Omega$$

من المعادلة رقم (٥- ٥٣)، يمكن حساب قيمة سعة المكثف المتوالية المكافئة كالآتي:

$$C_x = \frac{R_1 C_3}{R_2} = \frac{10\ k\Omega \times 100\ \mu F}{50\ k\Omega} = 20\ \mu F$$

٥- ٣- ٣ قنطرة ماكسويل Maxwell Bridge

تستخدم دائرة قنطرة ماكسويل لقياس الممانعات الحثية المجهولة. حيث أي ممانعة حثية مقاسة بواسطة هذه الدائرة يمكن اختصارها إلى مقاومة وملف متواليين في التوصيل. وكما هو مبين في شكل رقم (٥- ١٧)، يمكن كتابة الممانعات في الأذرع الأربع على النحو التالي:



شكل رقم (٥- ١٧) دائرة قنطرة ماكسويل.

(١) الممانعة Z_1:

$$Z_1 = \frac{R_1\left(-\frac{j}{\omega C_1}\right)}{R_1 - \frac{j}{\omega C_1}} = \frac{-\frac{jR_1}{\omega C_1}}{\frac{R_1\omega C_1 - j}{\omega C_1}} \tag{٥- ٥٤}$$

$$Z_1 = \frac{-jR_1}{R_1\omega C_1 - j} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + j\omega C_1} \tag{٥- ٥٥}$$

(٢) الممانعة Z_2:

$$Z_2 = R_2 \tag{٥- ٥٦}$$

(٣) الممانعة Z_3:

$$Z_3 = R_3 \tag{٥- ٥٧}$$

(٤) الممانعة Z_4:

$$Z_4 = R_x + jX_{Lx} \tag{٥- ٥٨}$$

وبالتعويض في المعادلة رقم (٥- ٣٦):

$$\left(\frac{1}{\frac{1}{R_1} + j\omega C_1}\right)(R_x + jX_{Lx}) = R_2 R_3 \tag{٥- ٥٩}$$

$$(R_x + jX_{Lx}) = \left(\frac{R_2 R_3}{R_1} + j\omega R_2 R_3 C_1\right) \tag{٥- ٦٠}$$

وبمساواة الكميات الحقيقية في الطرفين نحصل على:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} \tag{٥- ٦١}$$

وبمساواة الكميات التخيلية في الطرفين نحصل على:

$$jX_{Lx} = j\omega R_2 R_3 C_1 \tag{٥- ٦٢}$$

أي أن:

$$X_{Lx} = \omega R_2 R_3 C_1 \qquad (٥- ٦٣)$$

أي أن:

$$L_x = R_2 R_3 C_1 \qquad (٥- ٦٤)$$

مثال (٥- ٩)

استخدمت دائرة قنطرة ماكسويل لقياس ممانعة حثية، فكانت مكونات الدائرة عند الاتزان كما يلي:

$$R_3 = 100\text{ k}\Omega \ \& R_2 = 5.1\text{ k}\Omega \ ،\ C_1 = 0.01\ \mu\text{F} \ ،\ R_1 = 470\text{ k}\Omega$$

احسب قيم مكونات الدائرة المكافئة.

الحل

من المعادلة رقم (٥- ٦١) والمعادلة رقم (٥- ٦٤) يمكن حساب قيمة مكونات الدائرة كما يلي:

أولاً: حساب قيمة المقاومة R_x:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} = \frac{5.1\text{ k}\Omega \times 100\text{ k}\Omega}{470\text{ k}\Omega} = 1.085\text{ k}\Omega$$

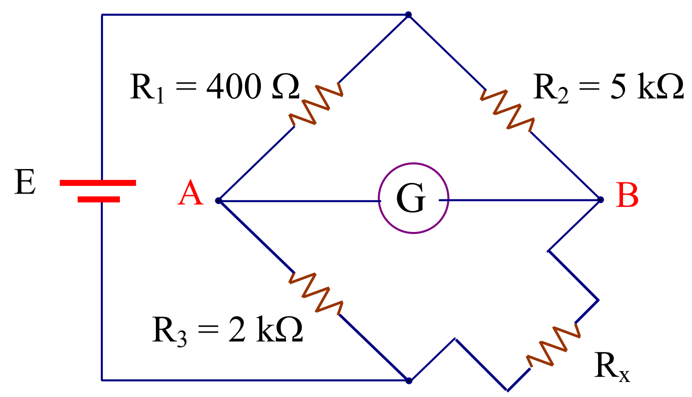
ثانياً: حساب قيمة معامل الحث الذاتي L_x:

$$L_x = R_2 R_3 C_1 = 5.1\text{ k}\Omega \times 100\text{ k}\Omega \times 0.01\ \mu\text{F} = 5.1\text{ H}$$

تدريبات على الوحدة الخامسة

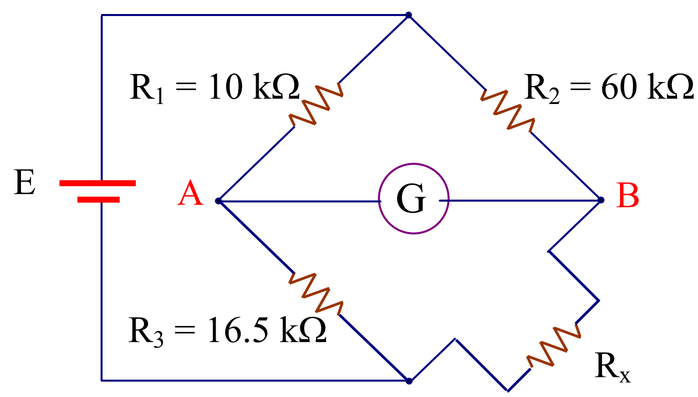
(١) احسب قيمة R_x في الشكل التالي (في حالة اتزان دائرة قنطرة ويتستون)، إذا كان:

$R_1 = 400\ \Omega$ ، $R_2 = 5\ k\Omega$ ، $R_3 = 2\ k\Omega$



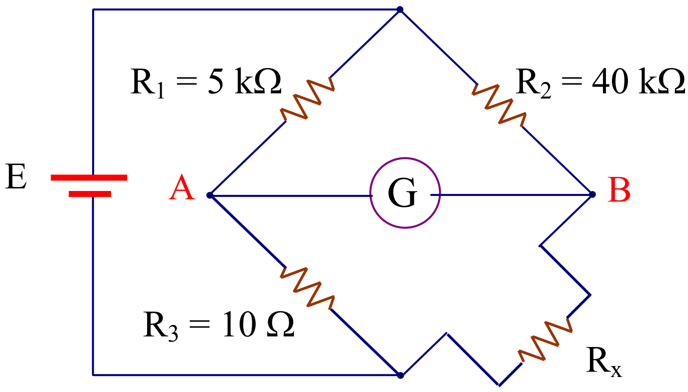
(٢) (في حالة اتزان دائرة قنطرة ويتستون) احسب قيمة R_x في الشكل التالي، إذا كان:

$R_1 = 10\ k\Omega$ ، $R_2 = 60\ k\Omega$ ، $R_3 = 18.5\ k\Omega$

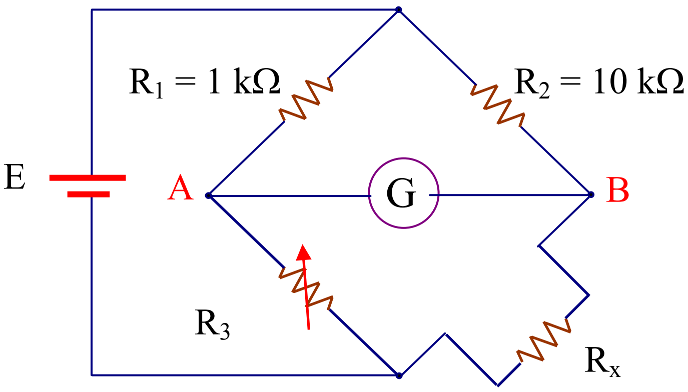


(٣) (في حالة اتزان دائرة قنطرة ويتستون) احسب قيمة R_x في الشكل التالي، إذا كان:

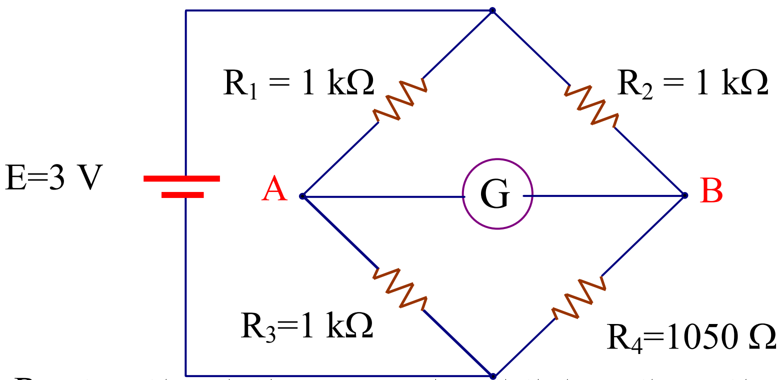
$R_1 = 5\ k\Omega$ ، $R_2 = 40\ k\Omega$ ، $R_3 = 10\ \Omega$



(٤) احسب مدى تغير المقاومة R_3 في دائرة قنطرة ويتستون المبينة بالشكل التالي حتى يمكن لهذه الدائرة قياس مقاومة مجهولة في مدى تغير من $1\ \Omega$ إلى $100\ k\Omega$.

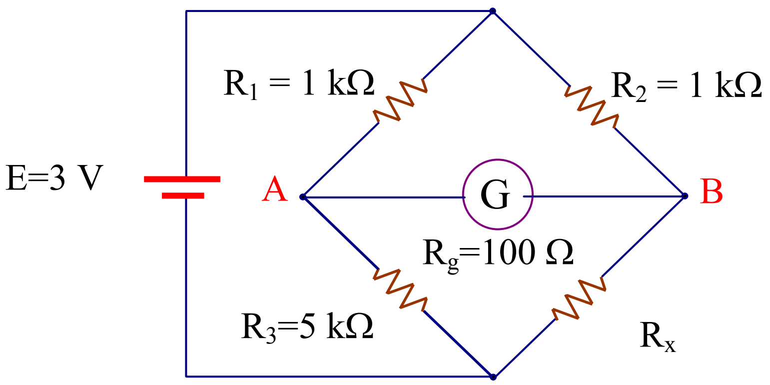


(٥) لدائرة قنطرة ويتستون المبينة بالشكل التالي، احسب النسبة المئوية للخطأ في حساب قيمة التيار المار في الجلفانوميتر عند استخدام القيمة التقريبية للتيار باستخدام نظرية ثفنن.

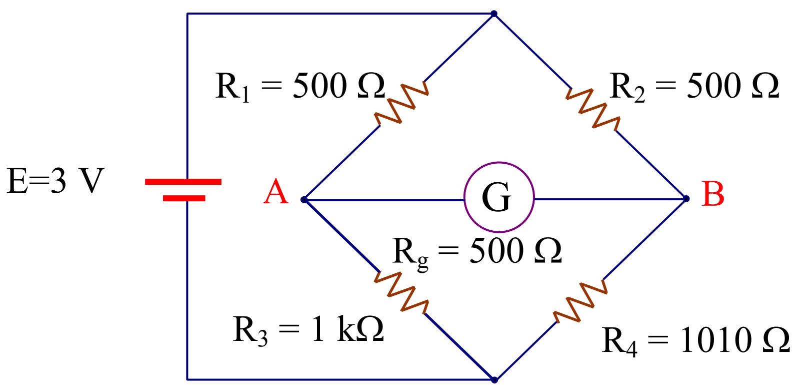


(٦) لدائرة قنطرة ويتستون المبينة بالشكل التالي، احسب قيمة المقاومة المجهولة Rx ، إذا كان:

$I_g = 13.6\ \mu A,\ V_{th} = 24\ mV$

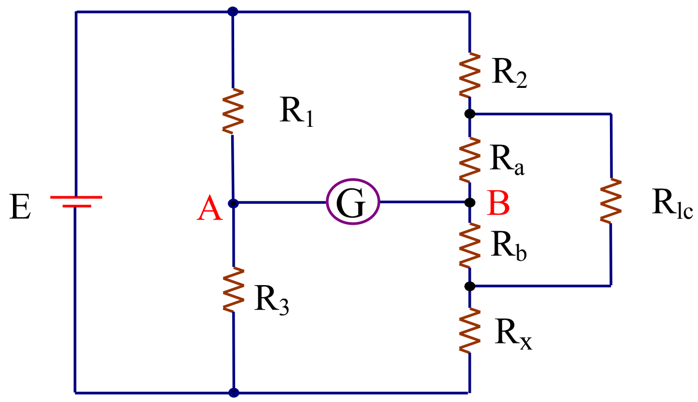


(٧) إذا كانت حساسية الجلفانوميتر في الدائرة التالية هي 10 mm/μA ، احسب انحرافه.

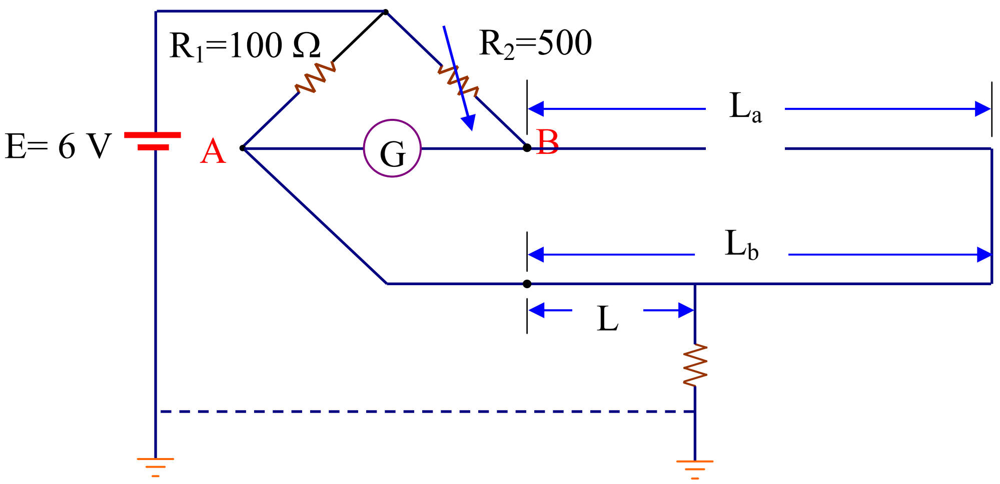


(٨) احسب قيمة R_x لدائرة قنطرة كلفن المتزنة المبينة بالشكل التالي، إذا كان:

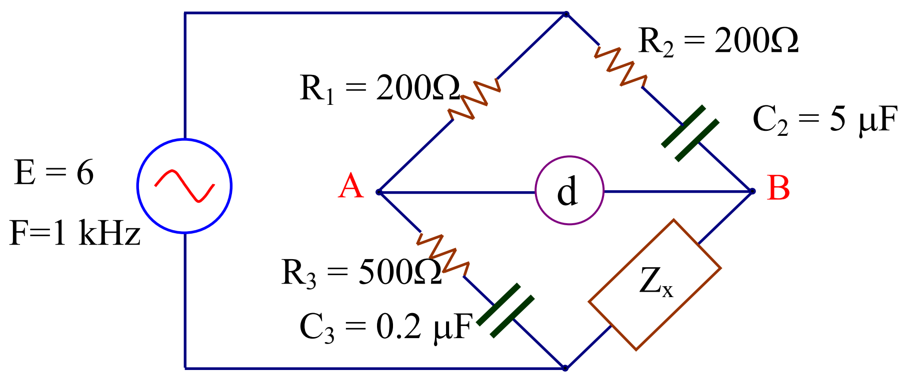
$R_a=1200\ \Omega,\ R_a=1600R_b,\ R_1=800R_b\ \&\ R_1=1.25R_2$



(٩) وصلت قنطرة ويتستون بدائرة موراي لاختبار أعطال كيبلات الهاتف، كما هو مبين بالشكل التالي. وكان مقاومة الموصل a تساوي 0.1 Ω/30m ومقاومة الموصل b تساوي 0.005 Ω/30m، احسب المسافة L_x، إذا كان الطول L_a يساوي الطول L_b عند اتزان القنطرة.

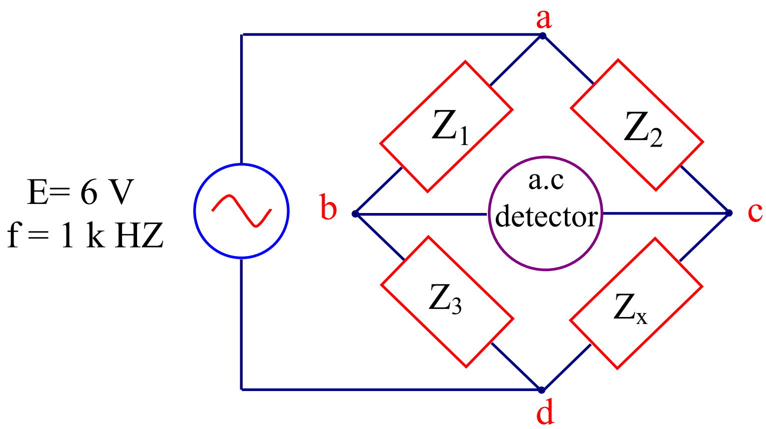


(١٠) في قنطرة ويتستون المتزنة المبينة بالشكل التالي، احسب قيمة المانعة المجهولة Z_x واحسب مكوناتها (R, L or C).

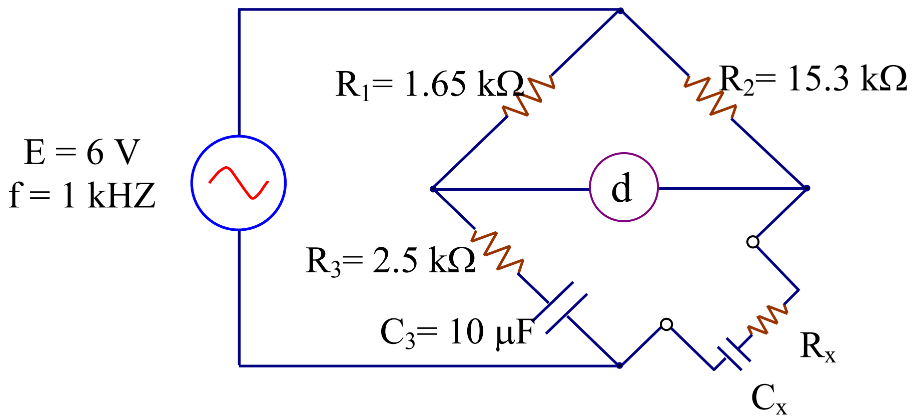


(١١) لقنطرة ويتستون المتزنة المبينة في الشكل التالي، احسب ثوابت المانعة Zx، إذا كان:

$$Z_1 = 400\ \Omega\angle 0°\ ,\ Z_2 = 300\ \Omega\angle -40°\ ,\ Z_3 = 100\ \Omega\angle -20°$$

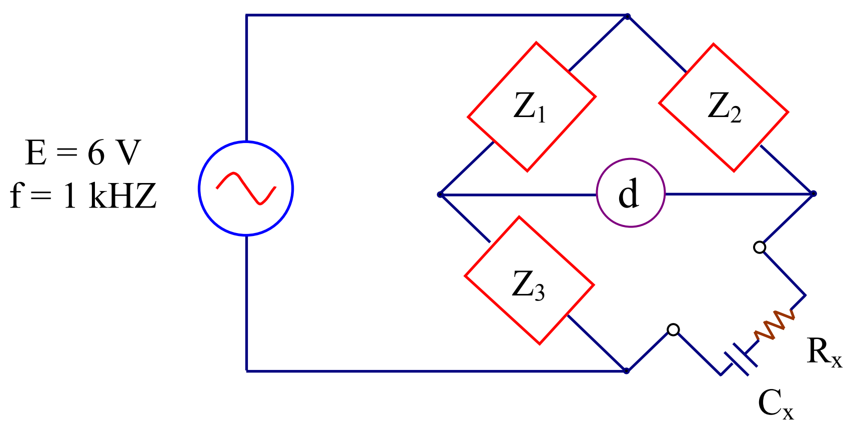


(١٢) لقنطرة الزوايا المتماثلة المتزنة المبينة بالشكل التالي، احسب قيمة R_x, C_x.

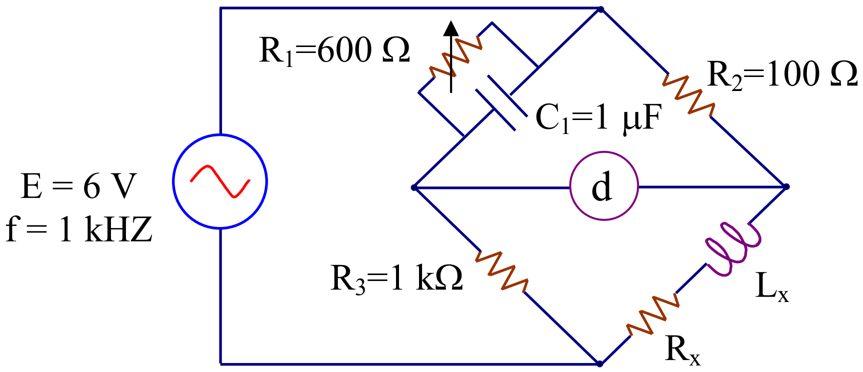


(١٣) لقنطرة الزوايا المتماثلة المتزنة المبينة بالشكل التالي، احسب قيمة R_x, C_x، إذا كان:

$$Z_1 = 2000\ \Omega\angle 0° ,\ Z_2 = 15000\ \Omega\angle 0° ,\ Z_3 = 1000\ \Omega\angle -50°$$



(١٤) لدائرة قنطرة ماكسويل المتزنة والمبينة بالشكل التالي، احسب القيم المجهولة L_x, R_x.



(١٥) لدائرة قنطرة ماكسويل المتزنة والمبينة بالشكل التالي، احسب القيم المجهولة L_x, R_x، إذا كان:

$$Z_1 = 153.8\ \Omega\angle -75^\circ ,\ Z_2 = 100\ \Omega\angle 0^\circ ,\ Z_3 = 1000\ \Omega\angle 0^\circ$$