التفاضـــــل والتكـــامـــل والإحتمـــال

أولاً

التفاضـــــل والتكامل

- دالة التغير – دالة متوسط التغير – معدل التغير.
- الإشتقاق.
- قواعد الإشتقاق .
- مشتقة دالة الدالة (قاعدة السلسلة)
- تطبيقات على المشتقة.
- التكـــــــــــــامل.

نياً

- الإحتمـــــــــــال.

دالة التغير – دالة متوسط التغير – معدل التغير

۞أكمل ما يأتى:

(١) إدارة ابو تشت ٢٠١٤/٢٠١٥ :التغير فى الدالة د(س) = س^{٢} عندما تتغير س من ٣إلى ٥ يساوى .....

(٢) متوسط تغير الدالة د(س) = س^{٣} عندما تتغير س من ١ إلى١,٣ تساوى .....

(٣) معدل تغير الدالة د عند س = س١ يساوى .....

۞ أجب عما يلى موضحا خطوات الحل :

(١)مدرسة ش.بنات ٢٠١٣/٢٠١٤:إذا كان د(س) = س^{٢} + س فأوجد :

(أ) دالة متوسط التغير فى هذه الدالة عند س = ٥ [م(هـ) = هـ +١١]

(ب) معدل التغير فى هذه الدالة عند س = ٥ [١١]

(٢)إدارة ابو تشت ٢٠١٤/٢٠١٥ :إحسب معدل التغير فى الدالة د(س) = $\frac{٣}{س+٥}$

وذلك عند س = ٢ [$\frac{-٣}{٤٩}$]

(٣) مدرسة السليمات ٢٠١٣/٢٠١٤:أوجد دالة متوسط التغير للدالة د(س) = $\sqrt{س+٨}$ ثم إحسب

معدل التغير عندما س = ١ [م(هـ) = $\frac{\sqrt{س+هـ+٨}-\sqrt{س+٨}}{هـ}$ ، $\frac{١}{٦}$]

(٤)الأزهر ٢٠١٢/٢٠١٣ "متخلفين" : أوجد دالة متوسط التغير للدالة د(س) = س^{٢} +٣ عندما تتغير س من س١ إلى س١+ هـ ومن ثم إحسب معدل التغير عندما س = ٤ .

[م(هـ) = ٢س١ + هـ ، ٨]

أ/حسام كامل

(٥)الأزهر ٢٠١٢/٢٠١٣ : أوجد دالة متوسط التغير للدالة د(س) = س^{٢} −٣س ثم إحسب هذا المتوسط عندما تتغير س من ٣ إلى ٣,٥ [م(هـ) = ٢س$_{١}$ − ٣ + هـ ، ٣,٥]

(٦) صفيحة على شكل مربع يتمدد بأنتظام محتفظة بشكلها احسب متوسط التغير فى مساحة سطحها عندما يتغير طول ضلعها من ٣ سم إلى ٣,٤ سم ثم احسب معدل التغير فى مساحة سطحها عندما يكون طول ضلعها ٥ سم . [٦,٤ ، ١٠]

(٧) فقاعة من الصابون كروية الشكل تتمدد محافظة على شكلها الكروى احسب متوسط التغير فى مساحة سطحها الكروى عندما يتغير طول نصف قطرها من ٠,٥ سم إلى ٠,٦ سم علما بأن مساحة سطح الكرة ٤π نق^{٢} حيث نق طول نصف قطر الكرة [٤,٤ π]

الإشتقاق

❁ أجب عما يلى موضحا خطوات الحل:

(١) أوجد الدالة المشتقة للدلة د(س) = ٣س^{٢} + ٤س +٧ مستخدما تعريف المشتقة ثم أوجد ميل المماس للمنحنى عند النقطة (− ١ ، ٦) وكذلك قياس الزاوية التى يصنعها المماس للمنحنى عند نفس النقطة . [د`(س) =٦س+٤ ، م = −٢ ، ٥٤ً ٣٣` ١١٦°]

قواعد الإشتقاق

❁ أكمل ما يأتى:

(١) إذا كانت ص = [د(س)]^{٧} فإن $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ = ...

(٢)مدرسة ث.بنات٢٠١٣/٢٠١٤: إذا كانت ص = (س+٥)^{٨} فإن $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ = ...

(٣) مدرسة السليمات ٢٠١٣/٢٠١٤: إذا كان د(س) = (س+١)^{٥} فإن د`(١) = ... [٨٠]

(٤) إذا كان $\sqrt[٣]{\text{ص}}$ = $\sqrt{\text{س}}$ فإن $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ = ...

أ/حسام كامل

(٥) إدارة أبوتشت ٢٠١٣/٢٠١٣: إذا كان ص = (س^{٣} – ٢)^{٥} فإن $\frac{د ص}{د س}$ = ...

❁ أجب عما يلى موضحا خطوات الحل :-

(١) الأزهر ٢٠١٣/٢٠١٤ : أوجد $\frac{د ص}{د س}$ للدالة ص = س^{٧} + $\frac{١}{س^{٧}}$

(٢) مدرسة ش.بنات ٢٠١٣/٢٠١٤: أوجد المشتقة الأولى للدالة ص =٣س^{٢} – ٥ س +٢ – $\frac{٧}{س^{٢}}$

(٣) الأزهر ٢٠١٣/٢٠١٤ : أوجد المشتقة الأولى للدالة ص = (س^{٢} – ٣ س) (٢س+١)

(٤) الأزهر ٢٠٠٩/٢٠١٠: أوجد المشتقة الأولى للدالة ص =(٣س^{٢} – ٤ س +١)^{٤}

(٥) إدارة ابو تشت ٢٠١٢/٢٠١٣: أوجد المشتقة الأولى للدالة :

ص = س^{٢} + $\sqrt{س}$ + $\frac{١}{س}$ – ٥

(٦) إدارة ابو تشت ٢٠١٤/٢٠١٥ : إذا كانت ص = ع^{٣} ، ع = س + $\frac{٢}{س}$ أوجد $\frac{د ص}{د س}$

وذلك عند س = ١ [– ٢٧]

(٧) الأزهر ٢٠١٢/٢٠١٣: إذا كان ص = ع^{٥} +ع ، ع = س + $\frac{١}{س}$ أوجـــــد $\frac{د ص}{د س}$

وذلك عند س = –١ [صفر]

(٨) الأزهر ٢٠٠٧/٢٠٠٨ : إذا كانت ص = ع^{٢} – ٣ ع +١ ، ع = س^{٢} – ٢ س + ٣ أوجد

$\frac{د ص}{د س}$ عندما ع = ٢ [صفر]

(٩) إذا كانت ص= ع^{٥} +٣ ، ع = (س – ١)^{٣} فأوجد قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ٢ [١٥]

أ/ حسام كامل

(١٠)الأزهر٢٠٠٩/٢٠١٠:إذا كانت ص = ع^{٢} + ع ، ع = ٢س^{٢} اثبت أن :

$$\frac{\text{و ص}}{\text{و س}} - \frac{\text{و ع}}{\text{و س}} = ١٦ \text{ س}^{٣}$$

(١١) إذا كانت ص = ع^{٢} +٣ع +٥ ، ع = $\frac{١}{٢}$ س^{٢} +٢ أثبت أن:

$$\frac{\text{و ص}}{\text{و س}} - ٧ \frac{\text{و ع}}{\text{و س}} - \text{س}^{٣} = \text{صفر}$$

(١٢) أوجد $\frac{\text{و ص}}{\text{و س}}$ إذا كان ص^{٣} = س^{٤} – ٢ س^{٢} +١

تطبيقات على المشتقة

❁ أكمل ما يأتى:-

(١) إدارة ابو تشت ٢٠١٢/٢٠١٣: ميل المماس للمنحنى ص = س^{٣} عند س=١ يساوى .....

(٢) إدارة ابو تشت ٢٠١٤/٢٠١٥ : ميل المماس للمنحنى ص = $\frac{١}{\text{س}}$ عند س = ١يساوى.....

(٣) قياس الزاوية التى يصنعها المماس للمنحنى ص = س^{٢} – ٣س عند س = ١

يساوى ..... ومعادلته هى .....

❁ أجب عما يلى موضحا خطوات الحل:-

(١) إدارة ابو تشت ٢٠١٤/٢٠١٥ :أوجد ميل المماس للمنحنى ص = س^{٥} +٣س^{٢} – ٧ – $\frac{١}{\text{س}}$

عند س = ١ [١٢]

(٢)إدارة ابو تشت ٢٠١٤/٢٠١٥ : أوجد ميل المماس للمنحنى ص = $\frac{١ - ٢\text{س}}{\text{س} - ٢}$ عند النقطة

(١ ، ١) الواقعة عليه . [٣]

(٣)الأزهر٢٠١٣/٢٠١٤ : أوجد ميل المماس للمنحنى ص = $\frac{٤\text{ س} + ٣}{\text{س}٢ + ١}$ عند النقطة

(٠ ، ٣) الواقعة على المنحنى. [٤]

أ/حسام كامل

(٤)الأزهر٢٠١٢/٢٠١٣ : أوجد النقط الواقعة على منحنى الدالة ص = $\frac{\text{س}-٢}{\text{س}-١}$ والتى يكون عندها المماس للمنحنى موازياً المستقيم ص = س+ ٤ [(٢ ، ٠) ، (٠ ، ٢)]

(٥)الأزهر٢٠٠٩/٢٠١٠:أوجد النقط الواقعة على منحنى الدالة ص = $\frac{٤\text{ س}+٣}{\text{س}٢+١}$ والتى عندها المماس يوازى محور السينات . [($\frac{١}{٢}$ ، ٤) ، (-٢ ، -١)]

(٦) مدرسة السليمانية ٢٠١٣/٢٠١٤: أوجد النقط الواقعة على منحنى الدالة ص = س^{٣} - ٣ س^{٢} والتى عندها المماس موازياً لمحور السينات . [(٠ ، ٠) ، (٢ ، -٤)]

(٧)الأزهر٢٠٠٧/٢٠٠٨ : أوجد النقط الواقعة على المنحنى ص = س^{٣} - ٣ س^{٢} +٥ والتى يكون عندها المماس مساوياً ٩ [(٣ ، ٥) ، (-١ ، ١)]

(٨)مدرسة السليمانية٢٠١٢/٢٠١٣ :أوجد قياس الزاوية التى يصنعها المماس للمنحنى ص = $\frac{\text{س}+١}{\text{س}-١}$ عند (-١ ، ٠) [٥٤ ً ٣٣ ً ٢٦ °]

(٩) أوجد معادلة كل من المماس والعمودى عليه للمنحنى ص = س^{٣} +٤س +٣عند النقطة التى الحداثيها السينى = -١ وتقع على المنحنى [٧س – ص +٥=٠، س+٧ص+١٥=٠]

أ/حسام كامل

التكامل

❁ أكمل ما يأتى :-

(١)إدارة ابو تشت ٢٠١٥/ ٢٠١٦ "علمى" $\int \frac{د}{د س}[د(س)]\ د س =$ .....

(٢) إدارة ابو تشت ٢٠١٥/ ٢٠١٦ "أدبى" $\int س^{٧}\ د س =$ .....

(٣) فصول الخدمات ٢٠١٥/ ٢٠١٦ "علمى" $\int (أ س + ب)^{ن}\ د س =$ .....

❁ أجب عما يلى موضحا خطوات الحل:-

(١) إدارة ابو تشت ٢٠١٥/ ٢٠١٦ "أدبى"

(أ) أوجـد : $\int (س + ٤)^{٣}\ د س$ $\left[\frac{١}{٤}(س + ٤)^{٤} + ث\right]$

(ب) $\int (س^{٣} + س^{٢} + س)\ د س$ $\left[\frac{١}{٤}س^{٤} + \frac{١}{٣}س^{٣} + \frac{١}{٢}س^{٢} + ث\right]$

(٢) فصول الخدمات ٢٠١٥/ ٢٠١٦ "علمى"

أوجد $\int \frac{١}{\sqrt[٥]{(٣س+٢)^{٣}}}\ د س$ $\left[\frac{٥}{١٦}\sqrt[٥]{(٣س+٢)^{٢}} + ث\right]$

(٣) إدارة ابو تشت ٢٠١٥/ ٢٠١٦ "علمى" أوجـــــــــــد :

$\int س(٣س^{٢} - ٥)^{٧}\ د س$ $\left[\frac{١}{٤٨}(٣س^{٢} - ٥)^{٨} + ث\right]$

(٤)فصول الخدمات ٢٠١٥/ ٢٠١٦ "علمى"

أوجـد $\int \frac{س^{٣} - ٨}{س - ٢}\ د س$ $\left[\frac{١}{٣}س^{٣} + س^{٢} + ٤س + ث\right]$

أ/حسام كامل

(٥) نجع حمادى ٢٠١٥/ ٢٠١٦ "علمى" أوجـــــــــد :

(أ) $\int (٢س+١)^{٥}$ وس $\left[\frac{١}{١٢}(٢س+١)^{٦}+ث\right]$

(ب) $\int (س-٢)(س+٢)$ وس $\left[\frac{١}{٣}س^{٣}-٤س+ث\right]$

(٦) أوجد $\int (س-٥)(س-١)$ وس $\left[\frac{١}{٣}س^{٣}-٣س^{٢}+٥س+ث\right]$

(٧) إدارة فرشوط ٢٠١٥/ ٢٠١٦ "أدبى" أوجد $\int (\frac{١}{٣}س+٢)^{٨}$ وس. $\left[\frac{١}{٣}\frac{١}{٩}(\frac{١}{٣}س+٢)^{٩}+ث\right]$

(٨) أوجد $\int [(س-١)^{٥}+٣]$وس $\left[\frac{١}{٦}(س-١)^{٦}+٣س+ث\right]$

(٩) أوجد $\int س(س^{٢}+٥)^{٤}$ وس $\left[\frac{١}{١٠}(س^{٢}+٥)^{٥}+ث\right]$

(١٠) إدارة فرشوط ٢٠١٥/ ٢٠١٦ "علمى"

(أ) أوجد $\int (٢-٣س)^{-٥}$ وس $\left[\frac{١}{١٢}(٢-٣س)^{-٤}+ث\right]$

(ب) أوجد $\int ٤(س-٢)^{٣}$ وس $\left[(س-٢)^{٤}+ث\right]$

(١١)أوجد $\int \frac{س^{٢}-٥س+٦}{س-٢}$ وس $\left[\frac{١}{٢}س^{٢}-٣س+ث\right]$

(١٢)أوجد $\int \frac{س^{٣}+١}{س+١}$ وس $\left[\frac{١}{٣}س^{٣}-\frac{١}{٢}س^{٢}+س+ث\right]$

(١٣) أوجد $\int (٢س-٣)^{٥}$ وس $\left[\frac{١}{١٢}(٢س-٣)^{٦}+ث\right]$

أ/حسام كامل

الإحتمال

۞ أكمل ما يأتى :-

(١) إدارة ابو تشت ٢٠١٥/٢٠١٦إحتمال وقوع الحدث المؤكد يساوى .....

(٢)إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن إحتمال الحصول على عدد فردى أقل من ٥ هو .....

(٣) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة على منضدة ولوحظ العدد الظاهر على وجهه العلوى فإن إحتمال الايزيد هذا العدد عن ٥ ولا يقل عن ٣ هو.....

(٤) فى تجربة القاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن احتمال الحصول على عددين متساويين فى الرميتين يساوى .....

(٥) سحبت كرة عشوائيا من صندوق به كرات متماثلة وملونة منها ٤ حمراء ، ٦ زرقاء ، صفراء فإن إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست زرقاء يساوى .....

(٦) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية فأكمل ما يأتى :

ل(أ) = ... ، ل (بَ)= ..... ، ل(أ ∩ ب) = ...

(٧) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان أ ⊂ ب ، فإن ل(أ ∪ ب) = ...

(٨) إدارة ابو تشت ٢٠١٥/٢٠١٦ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء نواتج لتجربة عشوائية ل(أ ∩ ب) =.....

أ/حسام كامل

❁ أجب عما يلى موضحا خطوات الحل :-

(١) كيس يحتوى على ٤ كرات بيضاء ، ٥ كرات حمراء ، ٣ كرات سوداء سحبت كرة واحدة عشوائيا أوجد إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة

(أ) حمراء [$\frac{٥}{١٢}$]

(ب) ليست بيضاء [$\frac{٢}{٣}$]

(جـ) بيضاء أو سوداء [$\frac{٧}{١٢}$]

(٢) صندوق به ٦ بطاقات متماثلة مرقمة من ١ إلى ٦ سحبت بطاقة واحدة عشوائيا ولوحظ العدد المكتوب على البطاقة أوجد احتمال الأحداث الأتية :

(أ) حدث الحصول على عدد أولى [$\frac{١}{٢}$]

(ب) حدث ظهور عدد زوجى يقبل القسمة على ٣ [$\frac{١}{٦}$]

(٣) عند إلقاء حجر زهر الطاولة مرة واحدة أكتب فضاء العينة ثم أوجد الإحتمالات الاتية :

أ إحتمال ظهور عدد أولى [$\frac{١}{٢}$]

ب إحتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٦ [$\frac{١}{٦}$]

جـ إحتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٧ [صفر]

ء إحتمال ظهور عدد يقبل القسمة على نفسه [١]

(ء) فى تجربة القاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين إحسب إحتمال الحصول على عدد زوجى فى الرمية الأولى وعدد أولى فى الرمية الثانية . [$\frac{١}{٤}$]

(٤) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين وكان ل (أ) = ٠,٤ ، ل(ب) = ٠,٣ أوجد قيمة :

ل (أ ∪ ب) [٠,٧]

أ/حسام كامل

(٥) أ ، ب حدثين من فضاء نواتج لتجربة عشوائية ما وكان ل (ب) = ٣ ل (أ)

، ل(أ ∪ ب)= ٠,٧٢ أوجد ل (أ) ، ل (ب) إذا كان :

(أ) أ ، ب حدثان متنافيان [٠,١٨ ، ٠,٥٤] (ب) أ ⊃ ب [٠,٢٤ ، ٠,٧٢]

(٦)إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ، وكان ل(أ) = $\frac{٥}{٨}$ ،

ل(أ – ب) = $\frac{٣}{٨}$ أوجد ل(أ ∩ ب). [$\frac{١}{٤}$]

(٧)إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف وكان ل(أ) = $\frac{٥}{٨}$ ، ل(ب) = $\frac{١}{٢}$

ل(أ – ب) = $\frac{٣}{٨}$ فأوجد كلا من : (١) ل(أ ∩ ب). (٢) ل (أ ∪ ب)

(٣) ل(ب ∩ أَ). (٤) ل(أَ ∪ ب) [$\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٧}{٨}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٥}{٨}$]

(٨) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء نواتج لتجربة عشوائية ما ،

ل (أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٨ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٢ إحسب كلا من :

(أ) ل(أَ) (ب) ل (أ ∪ ب) (جـ) ل(أ – ب) (ء) ل(أَ ∩ بَ).

[٠,٧ ، ٠,٩ ، ٠,١ ، ٠,١]

(٩) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء نواتج لتجربة عشوائية ما ، ل (أ) = ٠,٣ ،

ل(ب) = ٠,٨ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٢ إحسب كلا من : ل(أَ) ، ل (أ ∪ ب) [٠,٧ ، ٠,٩]

(١٠) ليكن أ حدث نجاح الطالب في إمتحان الفيزياء ، ب حدث نجاح الطالب في إمتحان الرياضيات وكان ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٣}$

(أ) إحسب إحتمال نجاح الطالب في أحد الإمتحانين على الأقل . [$\frac{٥}{٦}$]

(ب) إحسب إحتمال نجاح الطالب في الفيزياء فقط . [$\frac{١}{٦}$]

(١١) إذا كان ف = { أ، ب ، جـ } فضاء عينة لتجربة عشوائية ، ل دالة إحتمال لهذه التجربة أوجد ل (أ) إذا كان ل (ب) = ٢ ل (أ) ، ل (جـ) = $\frac{١}{٤}$ ثم أوجد ل(أ ∪ جـ)

[$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$]

أ/حسام كامل