(١) النمـوذج الأول

١ **أختر** الإجابة الصحيحة من بين الأقواس الآتية:

① متوسط تغير الدالة د (س) = س^{٢} عندما تتغير س من ١ إلى ٢ يساوى .....

[-٣ ، ١ ، ٤ ، ٣]

② مشتقة الدالة د حيث د (س) = س^{٢} - ٣ هى .....

[٢ س ، ٢ س - ٣ ، س^{٢} ، ٣ - ٢ س]

③ إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان فإن ل (أ ∩ ب) = ...

[$\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، صفر ، ١]

④ $\int$ ٣ س^{٢} ء س = ...

[س^{٣} + ث ، س^{٢} + ث ، ٣ س^{٢} + ث ، س^{٣}]

---

٢ (أ) إذا كان د (س) = س^{٢} + ١

فأوجد معدل التغير ثم **احسب** قيمته عندما س = ١

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين وكان ل (أ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٣

فأوجد ل (أ ∪ ب)

---

٣ (أ) إذا كان ص = (س^{٢} + ١) (س^{٢} + ٣) **فأوجد** $\frac{ء ص}{ء س}$

(ب) فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى **اكتب** فضاء العينة ثم **عين** الأحداث الآتية مع ذكر عدد عناصر كل منها

① الحدث أ ظهور عدد أولى

② الحدث ب ظهور عدد يقبل القسمة على ٦

③ الحدث حـ ظهور عدد يقبل القسمة على ٧

---

٤ (أ) **أوجد** قياس الزاوية التى يصنعها المماس للمنحنى ص = س^{٢} - ٢ س عند النقطة (١ ، -١)

(ب) **أوجد :**

① $\int (٢س + ٣)\, ء س$ ② $\int \frac{س^{٣} + ١}{س + ١}\, ء س$

النمـوذج الثانـــى (٢)

١ **أختر** الإجابة الصحيحة من بين الأقواس الآتية:

① إذا كان د (س) = ٢ س فإن $\int$ د (س) ء س = ...

[$س^{٢}$ أو $س^{٢} + ث$ أو ٢ س أو ٢ س + ث]

② مشتقة الدالة د حيث د (س) = $\frac{١}{س}$ يساوى .....

[$\frac{١}{س^{٢}}$ أو $\frac{-١}{س^{٢}}$ أو س أو $س^{٢}$]

③ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن احتمال الحصول على عددين متساويين فى الرميتين = ...

[$\frac{١}{٥}$ أو $\frac{١}{٣٦}$ أو $\frac{١}{٦}$ أو $\frac{١}{١٨}$]

④ قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المماس للمنحنى ص = $س^{٢}$ - ١ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند س = $\frac{١}{٢}$ يساوى .....

[$\frac{\pi}{٤}$ أو $\frac{\pi}{٣}$ أو $\frac{\pi}{٦}$ أو π]

---

٢ (أ) **أوجد** معدل تغير الدالة د حيث د (س) = ٢ س - $س^{٢}$ عندما س = ٢

(ب) صندوق به ٦ بطاقات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٦ سحبت بطاقة واحدة عشوائياً ولوحظ العدد المكتوب على البطاقة **أوجد** احتمال الأحداث الآتية :

① أ حدث الحصول على عدد أولى

② ب حدث ظهور عدد زوجى يقبل القسمة على ٣

---

٣ (أ) **أوجد** المشتقة الأولى للدالة ص = (س - ١) (س + ١)

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ف وكان :

ل (أ) = $\frac{1}{3}$ ، ل (ب) = $\frac{3}{8}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{1}{4}$ **فأوجد :**

① ل (أ′) ② (أ ∪ ب)

---

٤ (أ) **أوجد** النقط الواقعة على المنحنى ص = س^{2} + ٢ والتى يكون عندها ميل المنحنى يساوى ٢

(ب) **أوجد :**

① $\int$ -٢ ع ء ع ② $\int$ ((س - ١)^{5} + ٣) ء س

(٣) النمـوذج الثالـــث

١ **أختر** الإجابة الصحيحة من بين الأقواس الآتية:

① معدل تغير الدالة د حيث د (س) = س^{2} - ١ عند س = -٢ يساوى .....

[٤ ، -٤ ، -١ ، ١]

② $\int$ س$^{-2}$ ء س = ...

[- س$^{-1}$ + ث ، $-\frac{1}{س}$ ، ١ + $\frac{1}{س^{2}}$ ، س$^{-3}$ + ث]

③ يقال للحدثين أ ، ب أنهما متنافيان إذا كان ل (أ ∩ ب) = ...

[صفر ، ١ ، $\frac{1}{2}$ ، ل (أ)]

④ ميل المماس للمنحنى ص = $\frac{1}{س}$ عندما س = ١ تساوى .....

[١ ، -١ ، صفر ، غير معرف]

---

٢ (أ) إذا كان د (س) = ٢ س - س^{2} **فأوجد :**

① دالة التغير ت (هـ) عند س = ١

② متوسط التغير فى الدالة عندما تتغير س من ١ إلى ١,١

(ب) أ ، ب حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، ل دالة احتمال معرفة على ف حيث ل (ب) = ٣ ل (أ) ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٧٢ **أوجد** ل (أ) ، ل (ب) إذا كان :

① أ ، ب حدثان متنافيان ② أ ⊂ ب

٣ **(أ) أوجد** المشتقة الأولى لكل من :

① $ص = \frac{س}{س+١}$ ② $ص = س^{٣} + س^{٢} - ١$

(ب) ليكن أ حدث نجاح الطالب فى امتحان الفيزياء ، ب حدث نجاح الطالب فى امتحان الرياضيات وكان $ل(أ) = \frac{١}{٢}$ ، $ل(ب) = \frac{٢}{٣}$ ، $ل(أ \cap ب) = \frac{١}{٣}$

① **احسب** احتمال نجاح الطالب فى أحد الامتحانين على الأقل

② **احسب** احتمال نجاح الطالب فى الفيزياء فقط

---

٤ **(أ) أوجد** معادلة المماس لمنحنى الدالة ص = (س - ١) (س + ١) عند نقطتى تقاطعه مع محور السينات

(ب) أوجد :

① $\int (٢س - ٣)^{٥}\ ؤس$ ② $\int ٢س (س^{٢} + ٣)\ ؤس$

---

(٥) النمـوذج الخامـس

١ **أختر** الإجابة الصحيحة من بين الأقواس الآتية:

① $\frac{ؤ}{ؤس}\left(\frac{١}{س^{٢}}\right) =$ .....

[$س^{-٢}$ أ $\frac{-٢}{س^{٣}}$ أ $-٢س^{-٣}$ أ $س^{-٣}$]

② متوسط تغير الدالة د حيث د (س) $= \sqrt{س}$ عندما تتغير س من ٤ إلى ٤,٤١ يساوى .....

[٤٠ أ ٠,٤١ أ $\frac{٤١}{١٠}$ أ $\frac{١٠}{٤١}$]

③ $\int ٥\ ؤس =$ .....

[٥ أ ٥س + ث أ ٥س أ ٥ + س]

④ ميل المماس لمنحنى ص = ٢ $س^{٢}$ عند النقطة (١، ٢) يساوى .....

[٢ أ ١ أ ٤ أ صفر]

٢ (أ) أوجد $\frac{ء ص}{ء س}$ إذا كان ص = (٣ س − ١)^{٥}

(ب) ألقيت قطعة نقود منتظمة ثلاث مرات متتالية ولوحظ تتابع الصور والكتابات

احسب احتمال كل من الأحداث الآتية :

① أ حدث ظهور صورة واحدة فقط

② ب حدث ظهور صورتين على الأقل

---

٣ (أ) أوجد المشتقة الأولى لكل من الدوال الآتية :

① د (س) = $\frac{١}{س}$ ② د (س) = س^{٢} + س

(ب) مدرسة ثانوية فيها ٢٠ معلماً ، ٤ إداريين يراد اختيار اثنين منهم عشوائياً لمرافقة الطلاب فى بعثة من البعثات فما احتمال أن يكون المرافقان :

① معلمين ② إدارياً ومعلماً ③ إداريين

---

٤ (أ) أوجد ميل المماس للمنحنى ص = $\frac{س^{٢}+١}{س}$ عند النقطة (١ ، ٢)

(ب) أوجد :

① ⌡ $\frac{س^{٢}-٥س+٦}{س-٢}$ ء س ② ⌡ ٤ (س − ٢)^{٣} ء س

(٦) الاختبار الأول

١ أختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس الآتية:

① يقال للحدثين أ ، ب أنهما متنافيان إذا كان ل (أ ∩ ب) = ...

[صفر ، $\frac{١}{٢}$ ، ١ ، ل (أ)]

② معدل تغير الدالة د (س) = $س^{٢}$ عند س = ١ يساوى .....

[٢ ، ١ ، -١ ، -٢]

③ ميل المماس للمنحنى ص = $\frac{١}{س^{٢}}$ عندما س = -١ يساوى .....

[١ ، -١ ، صفر ، ٢]

④ $\int (٣س + ١)^{٤}$ ء س = ...

[$\frac{١}{٣}(٣س - ١)^{٥} + ث$ ، $\frac{١}{٤}(٣س + ١)^{٥} + ث$ ،

$\frac{١}{١٥}(٣س + ١)^{٥} + ث$ ، $\frac{١}{١٥}(٣س + ١)^{٤} + ث$]

---

٢ (أ) إذا كان د (س) = $س^{٢} - ٣$

فأوجد معدل التغير ثم احسب قيمته عندما س = ١

(ب) إذا كان ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,١ فأوجد :

ل ($أ'$) ، ل (أ - ب) ، ل (أ ∪ ب)

---

٣ (أ) إذا كان ص = $\frac{س - ٣}{س - ٢}$ فأوجد $\frac{ء ص}{ء س}$ عندما س = ٣

(ب) صندوق به كرات متماثلة وملونة منها ٤ حمراء ، ٦ زرقاء ، ٥ صفراء سحبت منه كرة واحدة عشوائياً احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

① حمراء ② زرقاء أو صفراء

③ ليست زرقاء ④ ليست حمراء ولا صفراء

---

٤ (أ) أوجد قياس الزاوية التى يصنعها المماس للمنحنى ص = $س^{٣} - ٢س$

عند النقطة (١ ، -١)

(ب) **أوجد :**

① $\int$ (٣ س^{٢} + ٢ س + ٥) ء س ② $\int$ (س − ٣) (س + ٣) ء س

---

٥ (أ) إذا كانت ص = (٢ س^{٣} − ٤ س + ١)^{٩} **فأوجد** $\frac{ء ص}{ء س}$ عند س = ١

(ب) **أوجد** معادلة المماس لمنحنى الدالة ص = ٢ س^{٢} − ٥ س + ١ عند النقطة الواقعة عليه (٢ ، −١)

(٧) الاختبار الثاني

١ **أختر** الإجابة الصحيحة من بين الأقواس الآتية:

① متوسط تغير الدالة د حيث د (س) = س^{٢} + ٣ س + ٥ عندما تتغير س من ١ إلى ٣ يساوى ..... [١ ، ٣ ، ٧ ، ٩]

② $\frac{ء}{ء س}$ ($\sqrt[٣]{س^{٣}}$) = ... [$\sqrt[٣]{س^{٢}}$ ، $\frac{٣ س^{٢}}{٢ \sqrt[٣]{س^{٣}}}$ ، $\frac{س^{٢}}{\sqrt[٣]{س^{٣}}}$ ، $\frac{٣ س^{٢}}{\sqrt[٣]{س^{٣}}}$]

③ إذا القى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على عدد فردى أقل من ٥ هو ..... [$\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$]

④ $\int$ ٢ س$^{-٣}$ ء س = ... [$-\frac{١}{س^{٢}}$ + ث ، $\frac{١}{س^{٣}}$ + ث ، $\frac{٢}{س^{٣}}$ + ث ، $\frac{٢}{س^{٣}}$]

---

٢ (أ) إذا كانت د (س) = س^{٢} + ٣ س

فأوجد دالة متوسط التغير عند س = ٢ ثم **أوجد** م (٠,٢)

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية حيث

ل (أ) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل (ب) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٧}{٨}$ **احسب :**

① ل (أ ∩ ب) ② ل (أ′) ③ ل (أ′ ∩ ب′)

٣ (أ) إذا كان ص = (٢ س − ١) (س^{٢} + ٣) فأوجد $\frac{د ص}{د س}$

(ب) سحبت بطاقة واحدة عشوائياً من ٥٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٥٠

احسب احتمال أن يكون العدد على البطاقة المسحوبة :

① مضاعفاً للعدد ٧ ② مربعاً كاملاً

③ مضاعفاً للعدد ٧ ومربعاً كاملاً

---

٤ (أ) أوجد معادلة العمودى للمنحنى ص = (٣ س − ٥)^{٧} عند النقطة الواقعة عليه وإحداثيها السينى = ٢

(ب) أوجد :

① $\int \frac{س^{٢}-١}{س-١}$ د س ② $\int$ ٩ (٤ − ٣ س)^{٢} د س

---

٥ (أ) أوجد قياس الزاوية التى يصنعها المماس للمنحنى ص = س^{٤} − ٣ س^{٢} عند النقطة (١ ، −٢)

(ب) أوجد النقط الواقعة على المنحنى ص = س^{٢} − ٦ س + ٩ والتى عندها المماس يوازى محور السينات

(٨) الاختبار الثالث

١ أكمل ما يأتى :

① ميل المماس للمنحنى ص = $\frac{١}{س}$ عندما س = ١ يساوى .....

② إذا كان ل (أ ∩ ب) = صفر فإن أ ، ب حدثان .....

③ $\int \sqrt[٣]{س^{٢}}$ د س = ...

④ متوسط تغير الدالة د حيث د (س) = $\sqrt{س}$ عندما تتغير س من ٤ إلى ٤,٤١ يساوى .....

---

٢ (أ) أوجد $\frac{د ص}{د س}$ إذا كان ص = ع^{٣} ، ع = ٢ س + ١

(ب) إذا كانت د (س) = س^{٢} − س + ١

فأوجد دالة التغير ت عندما س = ٣ ثم **احسب** ت (− ٠,٣)

---

٣ (أ) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف وكان أ ⊂ ب ،

ل (أ) = $\frac{١}{٥}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{١}{٣}$ **أوجد :**

① ل (أ ∩ ب) ② ل (ب − أ) ③ ل (أ ∪ ب′)

(ب) **أوجد** قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المماس للمنحنى ص = $\frac{٢س - ٣}{٣س - ٢}$

مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند س = ١

---

٤ (أ) إذا كان د (س) = س^{٣} − ٥ س + ٢ **أوجد** قيم س التى تجعل د′ (س) = ٧

(ب) **أوجد :**

① ∫ $\frac{س^{٣} - ٢٧}{س - ٣}$ ء س ② ∫ (٨ − ٣ ب)^{٤} ء ب

---

٥ (أ) **أوجد** معادلة المماس والعمودى لمنحنى الدالة ص = (س − ٢) (س + ١)

عند النقطة التى إحداثيها السينى س = ١

(ب) إذا كان احتمال نجاح طالب فى امتحان الفيزياء يساوى ٠,٨٥ واحتمال نجاحه فى امتحان الرياضيات ٠,٩ واحتمال نجاحه فى الامتحانين معاً ٠,٨

أوجد احتمال :

① نجاح الطالب فى أحد الامتحانين على الأقل

② عدم نجاح الطالب فى الامتحانين معاً

(٩) الاختبار الرابع

١ **أكمل** ما يأتى :

① مشتقة الدالة د حيث د (س) = س − $\frac{١}{س}$ هى .....

② فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن احتمال الحصول على عددين متساويين فى الرميتين هى .....

③ إذا كان متوسط التغير فى د = ٥ عندما تتغير س من ٢ إلى ٤ ، د (٢) = ٦

فإن د (٤) = ...

④ $\int$ -٢ ع ، ع = ...

---

٢. (أ) أوجد دالة معدل التغير فى د للدالة د (س) = $\frac{١}{س-٢}$

ثم أوجد معدل التغير د عندما س = ٣

(ب) إذا كان أ ، ب حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، ل دالة احتمال معرفة على ف حيث ل (أ′) = ل (أ) ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٣}{٥}$ ،

ل (أ ∩ ب) = $\frac{٧}{٣٠}$ أوجد :

① ل (ب) ② ل (أ ∩ ب′) ③ ل (أ′ ∩ ب′)

---

٣. (أ) أوجد النقط الواقعة على المنحنى ص = س^{٢} - ٦ س + ٥ والتى عندها المماس يوازى محور السينات

(ب) ألقيت قطعة نقود منتظمة ثلاث مرات متتالية ولوحظ تتابع الصور والكتابات

احسب احتمالات الأحداث الآتية :

① أ حدث ظهور صورة واحدة فقط

② ب حدث ظهور صورتين بالضبط

---

٤. (أ) أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المماس ص = س^{٢} + $\frac{١}{س}$ - ١

مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند س = ١

(ب) أوجد ميل المماس للمنحنى ص = $\frac{س^{٣}+١}{س+١}$ عند س = ٢

---

٥. (أ) أوجد المشتقة الأولى لكل من :

① ص = س (س^{٢} - ٣ س + ٥) ② ص = (٣ س + ٢)^{٧}

(ب) أوجد :

① $\int$ ($\sqrt{٧س}$ + $\frac{٢}{\sqrt{٧س}}$) ، س ② $\int$ (٢ ع - ٣)$^{\frac{٧}{٣}}$ ، ع

الاختبار الخامس (١٠)

١ أختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس الآتية:

① إذا كان متوسط التغير فى د = ٣,٢ عندما تتغير س من ٧ إلى ٧,٢

فإن التغير فى د = ... [-٦,٤ أو ٠,٦٤ أو ١,٦ أو -١,٦]

② $\frac{ء}{ء س}\left((٢س - ٣)^{٥}\right)$ عند س = ٢ تساوى .....

[-١٠ أو -٥ أو ٥ أو ١٠]

③ $\int \left(\frac{س^{٢} + ٣س}{س}\right) ء س$ تساوى .....

[$س^{٢} + ٣س + ث$ أو $\frac{١}{٢} س^{٢} + ٣س + ث$ أو

$\frac{١}{٢} س^{٢} + ٣س$ أو $\frac{١}{٣} س^{٢} + ٢س + ث$]

④ إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية وكان أ ⊂ ب

فإن ل (أ ∪ ب) = ...

[صفر أو ل (أ) أو ل (ب) أو ل (أ ∩ ب)]

---

٢ (أ) أوجد معدل التغير للدالة د حيث د (س) = $\sqrt{٧س - ٣}$ عندما س = ٤

(ب) إذا كان ف = { أ ، ب ، حـ ، ء } فضاء عينة لتجربة عشوائية ،

ل (أ) = ٣ ل (ب) ، ل (حـ) = ل (ء) = $\frac{٧}{١٨}$ أوجد ل (أ) ، ل (ب)

---

٣ (أ) إذا كان د (س) = أ $س^{٢}$ + ب س حيث أ ، ب ثابتان وميل المماس لمنحنى الدالة عند النقطة (٢ ، -٣) الواقعة عليه يساوى ١٢ فأوجد قيمتى أ ، ب

(ب) أوجد :

① $\int \left[(س - ٥)^{٢} + ٣\right] ء س$ ② $\int \frac{(س^{٢} - ٣س - ٤)}{(س - ٤)} ء س$

---

٤ (أ) أوجد النقط الواقعة على المنحنى ص = (س - ٤) (س + ٢) والتى عندها ميل المماس يساوى ٤

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان

ل (أ ∪ ب) = ٠,٦ ، ل (أ − ب) = ٠,٢٥ **احسب** ل (أ) ، ل (ب)

---

٥ (أ) **أوجد** قياس الزاوية التى يصنعها المماس للمنحنى :

ص = (س^{٢} − ٢ س)^{٣} عند النقطة (١ ، −١)

(ب) **أوجد** قيمة $\frac{د ص}{د س}$ لكل من :

① ص = ع^{٥} ، ع = $\frac{س - ١}{س + ٢}$ ② ص = س^{٢} $\sqrt{س}$

(١١) الاختبار السادس

١ **أختر** الإجابة الصحيحة من بين الأقواس الآتية:

① المماس للمنحنى ص = س^{٢} − ٨ س + ٢ يوازى محور السينات عند س = ...

[−٨ ، ٢ ، ٤ ، صفر]

② $\frac{د}{د س}$ ($\frac{١}{\sqrt[٣]{س}}$) = ...

[$\frac{-١}{\sqrt[٣]{س^{٤}}}$ ، $\frac{-١}{٣\sqrt[٣]{س}}$ ، $\frac{-١}{٣\sqrt[٣]{س^{٢}}}$ ، $\frac{-١}{٣\sqrt[٣]{س^{٤}}}$]

③ $\int$ ٧ د س = ...

[صفر ، ٧ س ، ٧ ، ٧ س + ث]

④ احتمال وقوع الحدث المؤكد يساوى .....

[صفر ، ١ ، $\frac{١}{٢}$ ، −١]

---

٢ (أ) **أوجد** معدل تغير الدالة د حيث د (س) = س + $\frac{١}{س}$ عند س = ٢

(ب) ألقيت قطعة نقود منتظمة ثلاث مرات متتالية ولوحظ تتابع الصور والكتابات

احسب احتمال كل من الأحداث الآتية :

① أ حدث ظهور صورة واحدة فقط

② ب حدث ظهور صورتين على الأقل

٣ (أ) أوجد المشتقة الأولى لكل من الدوال الآتية :

① ص = $\frac{س^{٢}-١}{س^{٢}+١}$ ② ص = (س − ١) (س + ١) ($س^{٢}$ + ١)

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف وكان

ل (أ′) = $\frac{١}{٣}$ ل (أ) ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ′ ∪ ب′) = $\frac{٥}{٨}$ فأوجد :

① احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

② احتمال وقوع أحد الحدثين فقط

---

٤ (أ) أوجد قيمتى أ ، ب إذا علم أن المستقيم ٥ س − ص − ٦ = ٠ يمس المنحنى

ص = أ $س^{٣}$ + ب س عند النقطة (١ ، −١)

(ب) أوجد :

① ∫ (٧ $س^{٦}$ + $\frac{٤}{س^{٣}}$) د س ② ∫ س (س − ٣)^{٦} د س

---

٥ (أ) أوجد معادلة المماس والعمودى للمنحنى ص = $\sqrt{س^{٢}+٧}$ عند النقطة (٣ ، ٢)

(ب) إذا كان د (س) = ٢ س − $س^{٢}$ فأوجد :

① دالة التغير ت (هـ)

② متوسط التغير فى الدالة عندما تتغير س من ١ إلى ١,١

(١٢) الاختبار السابع

١ أختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس الآتية:

① $\frac{د}{د س}$ (٩ π) = ... [صفر أو ٩ أو π أو ٩ π س]

② فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن احتمال الحصول على العدد ٥ فى الرمية الأولى والعدد ٦ فى الرمية الثانية هو .....

[$\frac{١}{٢٤}$ أو $\frac{١}{٣٠}$ أو $\frac{١}{٣٦}$ أو $\frac{١}{٦}$]

③ ∫ $س^{٢}$ (٤ س + $\frac{١}{س^{٢}}$) د س = ...

[٤ $س^{٣}$ + ١ أو ٤ $س^{٣}$ + ١ + ث أو $س^{٤}$ + س أو $س^{٤}$ + س + ث]

④ معدل تغير $س^3 + 4$ بالنسبة إلى س عندما س = ٢ يساوى .....

[٤ ، ٨ ، $\frac{1}{4}$ ، ١٢]

---

② (أ) أوجد النقط الواقعة على المنحنى ص = $س^3 - 9 س^2 + 15 س + 1$

والتى يكون ميل المماس للمنحنى عندها يساوى صفر

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية حيث

ل (ب) = ٣ ل (أ) ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٧٢ أوجد ل (أ) ، ل (ب) فى الحالتين:

① إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين

② إذا كان أ ⊂ ب

---

③ (أ) إذا كان ص = $(س^2 - س + 1)^{-4}$ فأوجد قيمة $\frac{ء ص}{ء س}$ عند س = ١

(ب) أوجد :

① $\int (2 س (س^2 + 3) ء س$ ② $\int (س - 5) (س - 1) ء س$

---

④ (أ) صفيحة على شكل مربع تنكمش بالتبريد محتفظة بشكلها المربع

احسب معدل التغير فى مساحة الصفيحة بالنسبة إلى طول ضلعها عندما

يكون طول الضلع ٨ سم

(ب) مجموعة بطاقات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٣٠ سحبت منها بطاقة واحدة عشوائياً

ولوحظ العدد المدون عليها احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل:

① عدداً يقبل القسمة على ٣ ② عدداً يقبل القسمة على ٥

③ عدداً يقبل القسمة على ٣ و ٥ ④ عدداً يقبل القسمة على ٣ أو ٥

---

⑤ (أ) أوجد :

① $\int \frac{س^3 + 8}{س^2 - 2 س + 4} ء س$ ② $\int \frac{(س - 1)^3}{\sqrt{س - 1}} ء س$

(ب) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة ص = (س − ٢) (س + ١)

عند نقطتى تقاطعه مع محور السينات

(١٣) الاختبار الثامن

١ **أختر** الإجابة الصحيحة من بين الأقواس الآتية:

① $\int$ ($س^{٢}$ − ٣) ء س = ...

[٢ س + ث ، $س^{٣}$ − ٣ س + ث ، $\frac{١}{٣}$ $س^{٣}$ − ٣ س + ث ، ٢ س − ٣ + ث]

② $\frac{ء}{ء س}$ ($\sqrt{٢ س + ١}$) = ...

[$\frac{س}{\sqrt{٢ س + ١}}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٢ س + ١}}$ ، $\frac{س}{٢\sqrt{٢ س + ١}}$ ، $\frac{\sqrt{٢ س + ١}}{٢}$]

③ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فان احتمال الحصول على عدد زوجى أولى هو ..... [$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$]

④ معدل تغير الدالة حيث د (س) = $س^{٢}$ − ١ عند س = ٣ يساوى .....

[٢ ، ٣ ، ٦ ، −٦]

---

٢ (أ) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان

ل (أ ∪ ب) = ٠,٦ ، ل (أ − ب) = ٠,٢٥ **احسب** ل (أ) ، ل (ف − ب)

(ب) **أوجد** $\frac{ء ص}{ء س}$ لكل من :

① ص = $\frac{٤ س^{٢} − س + ٣}{\sqrt{س}}$ ② ص = ($س^{٢}$ + ٣) ($س^{٣}$ − ٣ س + ١)

---

٣ (أ) سقط حجر فى ماء ساكن فتكونت موجة دائرية تتسع بانتظام بحيث تظل محتفظة بشكلها الدائرى **أوجد** معدل التغير فى مساحة سطحها بالنسبة إلى طول نصف قطرها عندما يكون طول نصف القطر ٣,٥ سم (حيث $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

(ب) إذا كان ص = $ع^{٥}$ + ٣ ، ع = $س^{٢}$ − ٣ س + ١ **فأوجد** $\frac{ء ص}{ء س}$

---

٤ (أ) **أوجد** $\frac{ء ص}{ء س}$ لكل من :

① ص = $\frac{س^{٢} − ٣ س + ٢}{(\sqrt{س} − ١)(\sqrt{س} + ١)}$

② ص = ($٤ س^{٢}$ − ١) ($٧ س^{٣}$ + س) عند س = ١

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان أ ⊂ ب ،
ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، احتمال وقوع ب فقط يساوى ٠,٢ **احسب** احتمال :
① عدم وقوع ب ② وقوع أحد الحدثين فقط

---

٥ (أ) **أوجد** النقط الواقعة على المنحنى ص = س^{٢} − ٦ س + ٥ والتى عندها المماس عمودى على المستقيم ٤ ص + س − ١ = ٠

(ب) **أوجد** :
① $\int$ ١٨ $\sqrt{(٣ س - ٢)^{٥}}$ ء س ② $\int \frac{س^{٧} + ٥ س^{٦} - س^{٣}}{س^{٣}}$ ء س

(١٤) الاختبار التاسع

١ **أكمل** ما يأتى :
① $\int - \frac{٨}{٥}$ ء س = ...
② متوسط التغير فى حجم مكعب عندما يتغير طول حرفه من ٥ سم إلى ٧ سم يساوى .....
③ إذا كان (س + ص)^{٥} = ٣ فإن $\frac{ء ص}{ء س}$ = ...
④ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين فإن ل (ب − أ) = ...

---

٢ (أ) **أوجد** ميل المماس للمنحنى ص = $\frac{٥}{س}$ + س $\sqrt{س}$ − ٤ عند س = ١
(ب) أربع بطاقات متماثلة مرقمة من ٣ إلى ٦ سحبت بطاقتان الواحدة بعد الأخرى مع الإحلال وملاحظة الرقم المسجل عليها لتكوين جميع الأعداد الممكنة ذات الرقمين **أوجد** احتمال :
① أن يكون رقم الآحاد عدداً أولياً
② أن يكون رقم الآحاد عدداً أولياً أو رقم عشرات عدداً فردياً

---

٣ (أ) **أوجد** معادلتا المماس والعمودى للمنحنى ص = $\frac{س - ٢}{س - ٥}$
عند النقطة التى إحداثيها السينى يساوى ٤

(ب) كرة من المعدن تتمدد بالتسخين محتفظة بشكلها الكروى **فأوجد** معدل التغير فى حجم الكرة بالنسبة إلى طول نصف قطرها عندما يكون طول نصف قطرها ٧ سم

---

٤ (أ) إذا كان ص = $\sqrt[3]{ع^2}$ ، ع = ٢ س^2 - ٤ س + ٧ **فأوجد** $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ١

(ب) **أوجد** :

① $\int$ س $\sqrt{س + ٣}$ د س ② $\int \frac{س^3 - ٢٧}{س - ٣}$ د س

---

٥ (أ) **أوجد** قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المماس للمنحنى :

ص = س^5 + $\frac{١}{س^4}$ - ٥ عند س = ١

(ب) إذا كان ف = { أ ، ب ، حـ } فضاء عينة لتجربة عشوائية ، ل دالة الاحتمال لهذه التجربة **أوجد** :

ل (أ) إذا كان ل (ب) = ٢ ل (أ) ، ل (حـ) = $\frac{١}{٤}$ ثم **أوجد** ل (أ ∪ حـ)

(١٥) الاختبار العاشر

١ **أكمل** ما يأتى :

① $\int$ (طا $\frac{\pi}{٤}$) د س = ... ② $\frac{د}{د س}$ (١ - $\frac{١}{س^3}$) = ...

③ إذا القى حجر نرد مرة واحدة فان احتمال الحصول على عدد أكبر من أو يساوى ٦ يساوى .....

④ متوسط تغير الدالة د (س) = س^3 عندما تتغير س من ١ إلى ٢ يساوى .....

---

٢ (أ) صندوق به ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائياً **أوجد** احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة :

① يقبل القسمة على ٦ ② من عوامل العدد ١٢

(ب) **أوجد** قيم س التى تجعل د′ (س) = ٧ حيث د (س) = (س - ٥)^7

٣ (أ) صفيحة على شكل مستطيل طوله ضعف عرضه تتمدد بالتسخين بانتظام بحيث تظل محتفظة بشكلها وبنفس النسبة بين أبعادها **احسب** معدل التغير فى مساحة الصفيحة بالنسبة لعرضها عندما يكون العرض ١٠ سم

(ب) إذا كان المنحنى ص = أ $س^{٣}$ + ب $س^{٢}$ يمس المستقيم ص = ٨ س + ٥ عند النقطة (-١ ، -٣) **فأوجد** قيمتى أ ، ب

---

٤ (أ) إذا كانت ص = $\frac{ع+١}{ع-١}$ ، ع = ٢ س + ١ **فأوجد** $\frac{د ص}{د س}$

(ب) **أوجد** :

① $\int س \sqrt{\frac{٣}{س} - \frac{٥}{س^{٢}}}$ د س ② $\int (س - ٢)(٢ - س)$ د س

---

٥ (أ) **أوجد** معادلة العمودى للمنحنى ص = ($س^{٢}$ - ٣) (٢ س + ٥) عند النقطة الواقعة عليه واحداثيها السينى = ٢

(ب) إذا كان ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :

$\frac{ل(أ')}{ل(أ)} = \frac{٧}{٣}$ ، ٢ ل (ب) = ٣ ل (ب') **فأوجد** $\frac{ل(حـ)}{ل(حـ')}$

حلـــول نماذج الوزارة التفاضل

(١) النموذج الأول

١ ① ٣ ② ٢س ③ صفر ④ س^{٣} + ث

٢ (أ) د (س + هـ) = (س + هـ)^{٢} + ١

= س^{٢} + ٢ س هـ + هـ^{٢} + ١

ت(هـ) = د (س + هـ) − د (س)

= س^{٢} + ٢س هـ + هـ^{٢} + ١ − س^{٢} − ١

= ٢ س هـ + هـ^{٢} = هـ (٢س + هـ)

م (هـ) = $\frac{ت(هـ)}{هـ}$ = $\frac{هـ(٢س+هـ)}{هـ}$ = ٢س + هـ

معدل التغير = نهـا$_{هـ \to ٠}$ م (هـ) = نهـا$_{هـ \to ٠}$ (٢س + هـ)

معدل التغير = ٢س

عندما س = ٢ ∴ معدل التغير = ٢ × ١ = ٢

(ب) ∵ أ ، ب متنافيان ∴ ل (أ ∩ ب) = صفر

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

= ٠,٤ + ٠,٣ − ٠ = ٠,٧

---

٣ (أ) ص = (س^{٢} + ١) (س^{٢} + ٣)

$\frac{ع ص}{ع س}$ = (س^{٢} + ١)(٢س) + (س^{٢} + ٣)(٢س)

= ٢س^{٣} + ٢س + ٢س^{٣} + ٦س = ٤س^{٣} + ٨س

(ب) ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

أ ظهور عدد أولي = {٢، ٣، ٥} ∴ ن (أ) = ٣

ب عدد يقبل القسمة ÷ ٦ = {٦} ∴ ن (ب) = ١

هـ عدد يقبل القسمة ÷ ٧ = ϕ ∴ ن (هـ) = صفر

---

٤ (أ) ص = س^{٣} − ٢ س ∴ ص$'$ = ٢س − ٢

[ص$'$]$_{س=١}$ = ٢(١) − ٢ = صفر

طا هـ = ص$'$ = صفر ∴ ق (∠هـ) = ٠

∴ المماس // محور السينات

(ب) ∫ (٢س + ٣) ع س = س^{٢} + ٣س + ث

∫ $\frac{س^{٣}+١}{س+١}$ ع س = ∫ $\frac{(س+١)(س^{٢}-س+١)}{(س+١)}$ ع س

= ∫ (س^{٢} − س + ١) ع س = $\frac{١}{٣}$ س^{٣} − $\frac{١}{٢}$ س^{٢} + س + ث

(٢) النموذج الثاني

١ ① س^{٢} + ث ② $\frac{-١}{س^{٢}}$ ③ $\frac{١}{٦}$ ④ $\frac{\pi}{٤}$

٢ (أ) د (س + هـ) = ٢ (س + هـ) − (س + هـ)^{٢}

= ٢س + ٢هـ − س^{٢} − ٢س هـ − هـ^{٢}

ت(هـ) = د (س + هـ) − د (س)

= ٢هـ − ٢س هـ − هـ^{٢} = هـ (٢ − ٢س − هـ)

م (هـ) = $\frac{ت(هـ)}{هـ}$ = ٢ − ٢س − هـ

معدل التغير = نهـا$_{هـ \to ٠}$ م (هـ) = نهـا$_{هـ \to ٠}$ (٢ − ٢س − هـ)

= ٢ − ٢س عندما س = ٢

∴ معدل التغير = ٢ − ٢ (٢) = − ٢

(ب) ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

① الحصول على عدد أولي ⇐ أ = {٢، ٣، ٥}

ل (أ) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

② عدد زوجي يقبل القسمة ÷ ٣ ⇐ ب = {٦}

ل (ب) = $\frac{١}{٦}$

---

٣ (أ) ص = (س − ١) (س + ١) = س^{٢} − ١

$\frac{ع ص}{ع س}$ = ٢س

(ب) ل (أ$'$) = ١ − ل (أ) = ١ − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٢}{٣}$

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٣}$ + $\frac{٣}{٨}$ − $\frac{٨+٩-٦}{٢٤}$ = $\frac{١}{٤}$ − $\frac{١١}{٢٤}$

---

٤ (أ) ص = س^{٢} + ٢ ∵ ص$'$ = ٢

٢س = ٢ ⇐ س = ١ ∴ النقطة هي (١، ٣)

(ب) ① ∫ − ٢ ع ع ع = − ع^{٢} + ث

② ∫ ((س − ١)^{٥} + ٣) ع س

= $\frac{١}{٦}$ (س − ١)^{٦} + ٣س + ث

(٣) النموذج الثالث

١ ① − ٤ ② − س$^{-١}$ + ث

③ ل (أ ∩ ب) = صفر ④ − ١

٢ (أ) د (س + هـ) = ٢ (س + هـ) − (س + هـ)^{٢}

= ٢س + ٢هـ − س^{٢} − ٢س هـ − هـ^{٢}

ت(هـ) = د(س+هـ) − د(س)

= هـ(٢−٢س−هـ) عندما س = ١

ت(هـ) = هـ(٢−٢−هـ) = −هـ٢

م(هـ) = ت(هـ)/هـ = ٢−٢س−هـ

عندما تتغير س من ١ إلى ١,١

س = ١ ، هـ = ٠,١

م(٠,١) = ٢−٢(١) −٠,١ = −٠,١

(ب) ① ∵ ل(أ∩ب) = ٠

∴ ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب)

٠,٧٢ = ل(أ) + ٣ ل(أ) ∴ ٠,٧٢ = ٤ ل(أ)

∴ ل(أ) = ٠,١٨

ل(ب) = ٣ ل(أ) = ٣ × ٠,١٨ = ٠,٥٤

ل(ب) = ٠,٥٤

② ∵ أ ⊂ ب

∴ ل(أ∪ب) = ل(ب)

٠,٧٢ = ل(ب) ∵ ل(ب) = ٣ ل(أ)

٠,٧٢ = ٣ ل(أ) ∴ ل(أ) = ٠,٢٤

③ (أ) ص = ٤س٣ − ٥س٢ + ٤س + ٩

ع ص/ع س = ١٢س٢ − ١٠س + ٤

(ب) ① احتمال حمراء = ٥/١٢

② ليست بيضاء = ٣+٥/١٢ = ٨/١٢ = ٢/٣

③ بيضاء أو سوداء = ٣+٤/١٢ = ٧/١٢

④ (أ) ∵ المماس // محور السينات ∴ ص١ = صفر

٣س٢ + ٦س = ٠ ∴ ٣س(س+٢) = ٠

٣س = ٠	س + ٢ = ٠
س = ٠	س = −٢
ص = (٠)٣ + ٣(٠)٢ − ١	ص = (−٢)٣ + ٣(−٢)٢ − ١
= −١	= ٣
(٠، −١)	(−٢، ٣)

(ب) ① ∫ (س − ٥)(س − ١) ع س

= ∫ (س٢ − ٦س + ٥) ع س

= ١/٣ س٣ − ٣س٢ + ٥س + ث

② ∫ ٦(س − ٢)٢ ع س

= ٦ × ١/٣ (س − ٢)٣ + ث = (س − ٢)٣ + ث

النموذج الرابع

① ٢ ② ١

③ ٢/٣ ④ ١/٣ س٣ − س + ث

⑤ (أ) د(س+هـ) = (س+هـ) + ١/(س+هـ)

ت(هـ) = د(س+هـ) − د(س)

= س + هـ + ١/(س+هـ) − س − ١/س

= هـ + (س − س − هـ)/(س(س+هـ)) = هـ + −هـ/(س(س+هـ))

= هـ[١ − ١/(س(س+هـ))]

م(هـ) = ت(هـ)/هـ = ١ − ١/(س(س+هـ))

معدل التغير = نهـ→٠ م(هـ) = ١ − ١/(س(س+٠))

= ١ − ١/س٢ عندما س = ٢

∴ معدل التغير = ١ − ١/٢٢ = ١ − ١/٤ = ٣/٤

(ب) ف = {أ، ب، هـ}

ل(ف) = ل(أ) + ل(ب) + ل(هـ)

١ = ل(أ) + ٢ ل(أ) + ١/٤

١ − ١/٤ = ٣ ل(أ) ⇐ ٣ ل(أ) = ٣/٤

∴ ل(أ) = ١/٤ ∴ ل(ب) = ٢/٤ = ١/٢

ل(أ∪هـ) = ل(أ) + ل(هـ)

= ١/٤ + ١/٤ = ٢/٤ = ١/٢

⑥ (أ) ① ص = س/(س+١)

ع ص/ع س = (س+١)(١) − (س)(١) / (س+١)٢ = ١/(س+١)٢

② ص = س٣ + س٢ − ١

ع ص/ع س = ٣س٢ + ٢س

(ب) ① ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ∩ب)

= ١/٢ + ٢/٣ − ١/٣ = ٥/٦

② ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ∩ب)

ل(أ − ب) = ١/٢ − ١/٣ = ١/٦

④ (أ) ص = س٣ − س٢ − ١

عند نقط التقاطع مع محور السينات ⇐ ص = ٠

(س − ١)(س + ١) = ٠

س = ١	س = −١
(١، ٠)	(−١، ٠)
الميل = ص١ = ٣س٢ = ٣	الميل = ص١ = ٣(−١)٢ = ٣
معادلة المماس	معادلة المماس
ص − ص١ / س − س١ = الميل	ص − ص١ / س − س١ = الميل
ص − ٠ / س − ١ = ٣/١	ص − ٠ / س + ١ = ٣/١
ص = ٣س − ٣	ص = ٣س + ٣
ص − ٣س + ٣ = ٠	ص + ٣س + ٣ = ٠

(ب) ① ∫ (٢س − ٣)٥ ع س = (٢س−٣)٦/(٢×٦) + ث

= ١/١٢ (٢س − ٣)٦ + ث

② ∫ ٢س(س٢ + ٣) ع س = ∫ (٢س٣ + ٦س) ع س

= ١/٢ س٤ + ٣س٢ + ث

النموذج الخامس

① −٢س−٣ ② ١٠/٤١ ③ ٥س + ث ④ ٤

⑤ (أ) ص = (٣س − ١)٥

ع ص/ع س = ٥(٣س − ١)٤ × (٣) = ١٥(٣س − ١)٤

(ب) ف = {(ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ك، ك)، (ك، ص، ص)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك)}

① احتمال ظهور صورة واحدة فقط = ٣/٨

② احتمال ظهور صورتين على الأقل = ٤/٨ = ١/٢

⑥ (أ) ① د(س) = ١/س ∴ د′(س) = −١/س٢

② د(س) = س٢ + س ∴ د′(س) = ٢س + ١

(ب) عدد طرق الاختيار = ٢٦ ق٢ = ٢٧٦

① معلمين = ٢٠ ق٢ / ٢٧٦ = ١٩٠/٢٧٦ = ٩٥/١٣٨

② إداريًا ومعلمًا = ٢٠ ق١ × ٦ ق١ / ٢٧٦ = ٤×٢٠/٢٧٦ = ٢٠/٦٩

③ إداريين = ٦ ق٢ / ٢٧٦ = ٦/٢٧٦ = ١/٤٦

⑦ (أ) ص = س + ١/س (٢، ٢)

ص١ = ١ − ١/س٢ = ١ − ١ = صفر

(ب) ① (س−٢)(س−٣)ع س / (س−٢) = ١/٣ س٢ − ٣س + ث

② ∫ (س − ٢)٢ ع س = (س − ٢)٣ + ث

حلول اختبارات الماهر تفاضل

(٦) الاختبار الأول

١ ① صفر ② ٢
③ ٢ ④ $\frac{1}{15}(3س+1)^5+ث$

٢ (أ) $د(س_1)=س_1^2-3$
$د(س_1+هـ)=(س_1+هـ)^2-3$
$=س_1^2+2س_1هـ+هـ^2-3$
معدل التغير $=\frac{د(س_1+هـ)-د(س_1)}{هـ}$
$=\frac{س_1^2+2س_1هـ+هـ^2-3-س_1^2+3}{هـ}$
$=\frac{2س_1هـ+هـ^2}{هـ}=\frac{هـ(2س_1+هـ)}{هـ}=2س_1+هـ$
عندما $س=1$ نهـ $=2س_1$
∴ معدل التغير $=2\times1=2$

(ب) $ل(أ')=1-ل(أ)=1-0.3=0.7$
$ل(أ-ب)=ل(أ)-ل(أ∩ب)$
$=0.3-0.1=0.2$
$ل(أ∪ب)=ل(أ)+ل(ب)-ل(أ∩ب)$
$=0.3+0.5-0.1=0.7$

٣ (أ) $\frac{ص}{س}=\frac{(س-2)\times1-(س-3)\times1}{(س-2)^2}$
$=\frac{س-2-س+3}{(س-2)^2}=\frac{1}{(س-2)^2}$
عندما $س=3$ ∴ $\frac{ص}{س}=\frac{1}{(س-2)^2}=1$

(ب) $ن(ش)=4+6+5=15$
① احتمال الكرة المسحوبة حمراء $=\frac{4}{15}$
② احتمال الكرة المسحوبة زرقاء او صفراء $=\frac{5+6}{15}=\frac{11}{15}$
③ احتمال الكرة المسحوبة ليست زرقاء $=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$
④ احتمال ليست حمراء ولا صفراء $=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

٤ (أ) $ص=س^3-2س$ ∴ $\frac{ص}{س}=3س^2-2$
عندما $س=1$
$ظاهـ=3(1)^2-2=1$ ∴ $هـ=45°$

(ب) ① $\int(3س^2+2س+5).د س$
$=\frac{3س^3}{3}+\frac{2س^2}{2}+5س+ث$
$=س^3+س^2+5س+ث$
② $\int(س-3)(س+3)د س$
$=\int(س^2-9).د س=\frac{س^3}{3}-9س+ث$

٥ (أ) $ص=(2س^3-4س+1)^9$
$\frac{ص}{س}=9(2س^3-4س+1)^8\times(6س^2-4)$
عندما $س=1$
$\frac{ص}{س}=9[2(1)^3-4(1)+1]^8[6(1)^2-4]=18$

(ب) $ص=2س^3-5س+1$
$\frac{ص}{س}=4س-5$ عند النقطة $(2،-1)$
$م=4\times2-5=3$ ∴ $\frac{ص-ص_1}{س-س_1}=م$
$\frac{ص+10}{س-2}=3$ ∴ $ص+1=3س-6$
$3س-ص-7=0$

(٧) الاختبار الثاني

١ ① 7 ② $\frac{3س^2}{2ص^2}$
③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{س^3}+5$

٢ (أ) $د(س_1)=س_1^2+3س_1$
$د(س_1+هـ)=(س_1+هـ)^2+3(س_1+هـ)$
$=س_1^2+2س_1هـ+هـ^2+3س_1+3هـ$
دالة متوسط التغير $=\frac{د(س_1+هـ)-د(س_1)}{هـ}$
$=\frac{س_1^2+2س_1هـ+هـ^2+3س_1+3هـ-س_1^2-3س_1}{هـ}$
$=\frac{2س_1هـ+هـ^2+3هـ}{هـ}$
∴ $م(هـ)=\frac{هـ(2س_1+هـ+3)}{هـ}=2س_1+هـ+3$
$م(هـ)=2س_1+هـ+3$ عندما $س_1=2$
∴ $م(هـ)=4+هـ+3=هـ+7$
$م(0.2)=0.2+7=7.2$

(ب) ① $\int(3س^2+2س+5).د س$
$=\frac{3س^3}{3}+\frac{2س^2}{2}+5س+ث$
$=س^3+س^2+5س+ث$
② $\int(س-3)(س+3)د س$
$=\int(س^2-9).د س=\frac{س^3}{3}-9س+ث$

٥ (أ) $ص=(2س^3-4س+1)^9$
$\frac{ص}{س}=9(2س^3-4س+1)^8\times(6س^2-4)$
عندما $س=1$
$\frac{ص}{س}=9[2(1)^3-4(1)+1]^8[6(1)^2-4]=18$

(ب) $ص=2س^3-5س+1$
$\frac{ص}{س}=4س-5$ عند النقطة $(2،-1)$
$م=4\times2-5=3$ ∴ $\frac{ص-ص_1}{س-س_1}=م$
$\frac{ص+10}{س-2}=3$ ∴ $ص+1=3س-6$
$3س-ص-7=0$

(٨) الاختبار الثالث

١ ① -1 ② متنافيان
③ $\frac{3}{5}\sqrt[5]{س^5}+ث$ ④ $\frac{10}{21}$

٢ (أ) $ص=ع^3$ ، $ع=2س+1$
$ص=(2س+1)^3$
$\frac{ص}{س}=3(2س+1)^2\times2=6(2س+1)^2$

(ب) $د(س_1)=س_1^2-س_1+1$
$د(س_1+هـ)=(س_1+هـ)^2-(س_1+هـ)+1$
$=س_1^2+2س_1هـ+هـ^2-س_1-هـ+1$
$ث(هـ)=د(س_1+هـ)-د(س_1)$
$=س_1^2+2س_1هـ+هـ^2-س_1-هـ+1$
$=س_1^2+س_1-1$
$ث(هـ)=2س_1هـ+هـ^2-هـ$ عندما $س=2$
$ث(هـ)=6هـ+هـ^2-هـ=هـ^2+5هـ$
$ث(-0.3)=(-0.3)^2+5(-0.3)=-1.41$

٣ (أ) ∵ أ ⊂ ب ∴ $ل(أ∩ب)=ل(ب)=\frac{1}{3}$
① $ل(أ∪ب)=ل(أ)=\frac{1}{5}$
② $ل(ب-أ)=ل(ب)-ل(أ∩ب)$
$=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$

(ب) ① $ل(أ∪ب)=ل(أ)+ل(ب)-ل(أ∩ب)$
$=\frac{3}{8}+\frac{3}{4}-\frac{7}{8}=\frac{1}{4}$
② $ل(أ')=1-ل(أ)=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$
③ $ل(أ'∪ب')=1-ل(أ∩ب)=1-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$

٤ (أ) $ص=(3س-2)(س^2+3)$
$\frac{ص}{س}=(3س-2)(2س)+(س^2+3)\times3$
$\frac{ص}{س}=6س^2-4س+3س^2+9$
$\frac{ص}{س}=9س^2-4س+9$
(ب) ∵ $ن(ف)=\{1،2،3،...،50\}$ ∴ $ن(ف)=50$
① أحدث مضاعف العدد 7
$أ=\{7،14،21،28،35،42،49\}$
$ن(أ)=7$ ∴ $ل(أ)=\frac{7}{50}$
② ب حدث العدد مربع كامل
$ب=\{1،4،9،16،25،36،49\}$
$ن(ب)=7$ ∴ $ل(ب)=\frac{7}{50}$
③ أ∩ب = العدد على البطاقة المسحوبة مضاعفا للعدد 7 ومربعا كاملا
$أ∩ب=\{49\}$ ∴ $ل(أ∩ب)=\frac{1}{50}$

٤ (أ) $ص=(3س-5)^7$
$\frac{ص}{س}=7(3س-5)^6\times3=21(3س-5)^6$
عندما $س=2$
∴ $\frac{ص}{س}=م=21(3\times2-5)^6=21$
∴ النقطة هي $(2،1)$ ∵ $\frac{ص-ص_1}{س-س_1}=\frac{-1}{-1}=م$
∴ $\frac{ص-1}{س-2}=\frac{1}{21}$ ∴ $21ص-21=-س+2$
$س+21ص-23=0$

(ب) $\int\frac{س^2-1}{س-1}.د س$
$=\int\frac{(س-1)(س+1)}{(س-1)}د س$
$=\int(س+1).د س=\frac{س^2}{2}+س+ث$

④ ل(أ ∪ ب)' = ١ − ل(ب) + ل(أ ∩ ب)

= ١ − $\frac{١}{٥}$ + $\frac{١}{٣}$ = $\frac{١٣}{١٥}$

(ب) ∵ ص = $\frac{٣س-٣}{٣س-٢}$

$\frac{ص}{س}$ = $\frac{(٣س-٢)٣-(٣س-٣)٣}{(٣س-٢)^{٢}}$

= $\frac{٩س-٦-٩س+٩}{(٣س-٢)^{٢}}$ ∴ $\frac{ص}{س}$ = $\frac{٥}{(٣س-٢)^{٢}}$

عندما س = ١ ∴ ظا هـ = $\frac{٥}{(٢-١×٣)^{٢}}$ = ٥

∴ هـ = ٧٨° ٤١′

④ (أ) د(س) = س^{٣} − ٥س + ٢

د′(س) = ٣س^{٢} − ٥ عندما د′(س) = ٧

∴ ٣س^{٢} − ٥ = ٧ ∴ ٣س^{٢} = ١٢ (÷ ٣)

س^{٢} = ٤ ∴ س = ±٢

(ب) ⑤ ∫ $\frac{س^{٣}-٢٧}{س-٣}$.د س

= ∫ $\frac{(س-٣)(س^{٢}+٣س+٩)}{(س-٣)}$.د س

= ∫ (س^{٢} + ٣س + ٩) .د س

= $\frac{١}{٣}$ س^{٣} + $\frac{٣}{٢}$ س^{٢} + ٩س + ث

⑥ ∫ (٨ − ٣ ب)^{٥} .د ب = $\frac{(٨-٣ب)^{٥}}{-٣×٥}$ + ث

= $\frac{-١}{١٥}$ (٨ − ٣ ب)^{٥} + ث

⑤ (أ) ص = (س − ٢)(س + ١)

$\frac{ص}{س}$ = (س − ٢) × ١ + (س + ١) × ١

$\frac{ص}{س}$ = س − ٢ + س + ١ = ٢س − ١

عندما س = ١ ∴ م = ٢ × ١ − ١ = ١

ص = (س − ٢)(س + ١) عندما س = ١

ص = (١ − ٢)(١ + ١) = − ٢ ∴ النقطة (١، − ٢)

معادلة المماس هي : $\frac{ص-ص_{١}}{س-س_{١}}$ = م

$\frac{ص+٢}{س-١}$ = ١ ∴ ص + ٢ = س − ١

س − ص − ٣ = ٠

معادلة العمودي هي : $\frac{ص-ص_{١}}{س-س_{١}}$ = $\frac{-١}{م}$

$\frac{ص+٢}{س-١}$ = $\frac{-١}{١}$ ∴ ص + ٢ = − س + ١

س + ص + ١ = ٠

(ب) أ حدث الطالب ناجح فى الفيزياء

ل(أ) = ٠,٨٥

ب حدث الطالب ناجح فى الرياضيات

ل(ب) = ٠,٩ ∴ ل(أ ∩ ب) = ٠,٨

① احتمال نجاح الطالب فى احد الامتحانين على الأقل

= ل(أ ∪ ب)

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٨٥ + ٠,٩ − ٠,٨ = ٠,٩٥

② عدم نجاح الطالب فى الامتحانين معاً = ل(أ ∪ ب)′

ل(أ ∪ ب)′ = ١ − ل(أ ∪ ب) = ١ − ٠,٨ = ٠,٢

الاختبار الرابع (٩)

① ١ + $\frac{١}{س^{٢}}$ ② $\frac{١}{٩}$

③ ١٦ ④ − ع^{٢} + ث

⑦ (أ) د(س$_{١}$) = $\frac{١}{س_{١}-٢}$

د(س$_{١}$ + هـ) = $\frac{١}{س_{١}+هـ-٢}$

د(س$_{١}$ + هـ) − د(س$_{١}$) = $\frac{١}{س_{١}+هـ-٢}$ − $\frac{١}{س_{١}-٢}$

ث(هـ) = $\frac{س_{١}-٢-س_{١}-هـ+٢}{(س_{١}+هـ-٢)(س_{١}-٢)}$

= $\frac{-هـ}{(س_{١}+هـ-٢)(س_{١}-٢)}$

دالة معدل التغير = نهـا$_{هـ→٠}$ $\frac{ث(هـ)}{هـ}$

= نهـا$_{هـ→٠}$ $\frac{-هـ}{(س_{١}+هـ-٢)(س_{١}-٢)}$

= نهـا$_{هـ→٠}$ $\frac{-١}{(س_{١}+هـ-٢)(س_{١}-٢)}$

$\frac{-١}{(س_{١}-٢)(س_{١}-٢)}$ = $\frac{-١}{(س_{١}-٢)^{٢}}$

عندما س = ٣ ∴ معدل التغير = $\frac{-١}{(٣-٢)^{٢}}$ = − ١

(ب) ① ل(أ)′ = ١ − ل(أ) ∴ ل(أ)′ = ١ − ل(أ)

٢ ل(أ) = ١ (÷ ٢) ∴ ل(أ) = $\frac{١}{٢}$

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

$\frac{٣}{٥}$ = $\frac{١}{٢}$ + ل(ب) − $\frac{٧}{٢٠}$

ل(ب) = $\frac{٣}{٥}$ − $\frac{١}{٢}$ + $\frac{٧}{٢٠}$ = $\frac{١}{٢}$

③ ل(أ ∪ ب)′ = ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٢}$ − $\frac{٧}{٢٠}$ = $\frac{٤}{١٥}$

④ ل(أ ∪ ب)′ = ١ − ل(أ ∪ ب) = ١ − $\frac{٣}{٥}$ = $\frac{٢}{٥}$

⑧ (أ) ص = س^{٣} − ٦س^{٢} + ٥ ← ①

$\frac{ص}{س}$ = ٣س^{٢} − ٦س

∵ المماس للمنحنى // محور السينات

∴ $\frac{ص}{س}$ = ٠ ∴ ٣س^{٢} − ٦س = ٠

∴ س = ٣ بالتعويض فى ①

ص = (٣)^{٣} − ٦ × ٣^{٢} + ٥ = − ٤

∴ النقطة الواقعة هى (٣، − ٤)

(ب) ف = {(ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ك، ك)، (ك، ص، ص)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك)}

ن(ف) = ٨

① أ حدث ظهور صورة واحدة فقط

أ = {(ص، ك، ك)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)}

ن(أ) = ٣ ∴ ل(أ) = $\frac{٣}{٨}$

② ب حدث ظهور صورتين بالضبط

ب = {(ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ك، ص، ص)}

ن(ب) = ٣ ∴ ل(ب) = $\frac{٣}{٨}$

⑨ (أ) ص = س^{٢} + $\frac{١}{س}$ − ١

$\frac{ص}{س}$ = ٢س − $\frac{١}{س^{٢}}$ عندما س = ١

ظا هـ = ٢ × ١ − $\frac{١}{(١)^{٢}}$ = ١ ∴ هـ = ٤٥°

(ب) ص = $\frac{س^{٢}+١}{س+١}$ = $\frac{(س+١)(س^{٢}-س+١)}{(س+١)}$

∴ ص = س^{٢} − س + ١

$\frac{ص}{س}$ = ٢س − ١ عند س = ٢

∴ ميل المماس = ٢ × ٢ − ١ = ٣

⑤ (أ) ① ص = س^{٢} − ٣س^{٢} + ٥س

$\frac{ص}{س}$ = ٣س^{٢} − ٦س + ٥

② ص = (٣س + ٢)^{٢}

$\frac{ص}{س}$ = ٧(٣س + ٢)^{٦} × ٣ = ٢١(٣س + ٢)^{٦}

(ب) ∫ (√س + $\frac{٢}{√س}$)^{٢} .د س

= ∫ (س$^{\frac{١}{٢}}$ + ٢ س$^{-\frac{١}{٢}}$).د س

= $\frac{س^{\frac{٣}{٢}}}{\frac{٣}{٢}}$ + $\frac{٢س^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}}$ + ث = $\frac{٢}{٣}$ √س^{٣} + ٤√س + ث

⑥ ∫ (٢ع − ٣)$^{\frac{٧}{٢}}$ د ع = $\frac{(٢ع-٣)^{\frac{٩}{٢}}}{٢×\frac{٩}{٢}}$ + ث

= $\frac{٢}{٩}$ (٢ع − ٣)$^{\frac{٩}{٢}}$ + ث

الاختبار الخامس (١٠)

① ① ٠,٦٤ ② ١٠

③ $\frac{١}{٣}$ س^{٣} + ٣س + ث ④ ل(ب)

⑥ (أ) د(س$_{١}$) = $\frac{٢س_{١}-٣}{٢}$

د(س$_{١}$ + هـ) = $\frac{٢س_{١}+٢هـ-٣}{٢}$

معدل التغير = $\frac{د(س_{١}+هـ)-(س_{١})}{هـ}$

= نهـا$_{هـ→٠}$ $\frac{٢س_{١}+٢هـ-٣-٢س_{١}+٣}{هـ}$

= نهـا$_{هـ→٠}$ $\frac{٢س_{١}+٢هـ-٣-٢س_{١}+٣}{هـ}$ × $\frac{١}{٢س_{١}+٢هـ-٣+٢س_{١}-٣}$

= نهـا$_{هـ→٠}$ $\frac{٢هـ}{هـ(٢س_{١}+٢هـ-٣+٢س_{١}-٣)}$

= نهـا$_{هـ→٠}$ $\frac{٢}{٢س_{١}+٢هـ-٣+٢س_{١}-٣}$

= $\frac{٢}{٢س_{١}-٣+٢س_{١}-٣}$ = $\frac{١}{٢س_{١}-٣}$

عندما س$_{١}$ = ٤ ∴ معدل التغير = $\frac{١}{٢×٤-٣}$ = $\frac{١}{٥}$

$(ب) \because ق = \{أ، ب، هـ، و\}$

$\therefore ل(أ) + ل(ب) + ل(هـ) + ل(و) = 1$

$\because ل(أ) = 3 ل(ب)$ ، $ل(هـ) = ل(و) = \frac{7}{18}$

$\therefore 3 ل(ب) + ل(ب) + \frac{7}{18} + \frac{7}{18} = 1$

$4 ل(ب) + \frac{7}{9} = 1$ $\therefore 4 ل(ب) = 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$

$ل(ب) = \frac{2}{9} \div 4 = \frac{1}{18}$ $\therefore ل(ب) = \frac{1}{18}$

$\therefore ل(أ) = 3 ل(ب) = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$

(٣) (أ) $د(س) = أ س^2 + ب س$

$\because (2، -3) \in$ للمنحني $\therefore -3 = أ(2)^2 + ب \times 2$

$4أ + 2ب = -3$ ← ①

$د(س) = أ س^2 + ب س$ بالاشتقاق بالنسبة لـ س

$د'(س) = 2أ س + ب$

$\because د'(س) = 12$ عندما $(2، -3)$

$12 = 2أ \times 2 + ب$ $\therefore 4أ + ب = 12$ ← ②

بحل ① ، ② معاً $\therefore أ = \frac{27}{4}$ ، $ب = -15$

(ب) ① $\int [(س - 5)^2 + 3] د س$

$= \frac{1}{3}(س - 5)^3 + 3س + ث$

② $\int \frac{(س^2 - 3س - 4)}{(س - 4)} د س$

$= \int \frac{(س - 4)(س + 1)}{(س - 4)} د س$

$= \int (س + 1) د س = \frac{1}{2} س^2 + س + ث$

(٤) (أ) $ص = (س - 4)(س + 2)$ ← ①

$\frac{د ص}{د س} = (س - 4) \times 1 + (س + 2) \times 1$

$= س - 4 + س + 2 = 2س - 2$

$\because$ ميل المماس $= 4$ $\therefore 2س - 2 = 4$

$2س = 6$ $(\div 2)$ $\therefore س = 3$ بالتعويض في ①

$\therefore ص = (3 - 4)(3 + 2) = -5$

$\therefore$ النقطة هي $(3، -5)$

$(ب) \because أ$، ب حدثان متنافيان

$\therefore ل(أ \cap ب) =$ صفر $\because ل(أ - ب) = 0,25$

$\therefore ل(أ) - ل(أ \cap ب) = 0,25$

$ل(أ) -$ صفر $= 0,25$ $\therefore ل(أ) = 0,25$

$\because ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

$0,6 = 0,25 + ل(ب) -$ صفر

$ل(ب) = 0,6 - 0,25 = 0,35$

(٥) (أ) $\frac{د ص}{د س} = 3(س^2 - 2س)^2 \times (2س - 2)$

عندما $س = 1$

$طا ﻫ = 3(1 - 2 \times 1)^2 \times (2 \times 1 - 2)$

$\therefore طا ﻫ =$ صفر $\therefore (\perp ﻫ) =$ صفر

(ب) ① $ص = ع^{-1}$ ، $ع = \frac{س - 1}{س + 2}$ $\therefore ص = (\frac{س - 1}{س + 2})^{-1}$

$\frac{د ص}{د س} = -1(\frac{س - 1}{س + 2})^{-2} \times \frac{(س + 2) \times 1 - (س - 1) \times 1}{(س + 2)^2}$

$\frac{د ص}{د س} = -(\frac{س - 1}{س + 2})^{-2} \times \frac{س + 2 - س + 1}{(س + 2)^2}$

$\frac{د ص}{د س} = -\frac{(س - 1)^{-2}}{(س + 2)^{-2}} \times \frac{3}{(س + 2)^2} = \frac{15(س - 1)^{-2}}{(س + 2)^4}$

② $ص = س \sqrt{س}$

$ص = س^2 \times س^{\frac{1}{2}} = س^{\frac{5}{2}}$

$\therefore \frac{د ص}{د س} = \frac{5}{2} س^{\frac{3}{2}}$

(١١) الاختبار السادس

١ ① ٤ ② $\frac{-1}{3 س^3}$ ③ $7س + ث$ ④ ١

٢ (أ) $د(س^{-1}) = س^{-1} + \frac{1}{س^{-1}}$

$د(س^{-1} + هـ) = س^{-1} + هـ + \frac{1}{س^{-1} + هـ}$

$د(س^{-1} + هـ) - د(س^{-1}) = س^{-1} + هـ + \frac{1}{س^{-1} + هـ}$

$- س^{-1} - \frac{1}{س^{-1}} = س^{-1} + هـ - \frac{1}{س^{-1}}$

$= \frac{س^{-1} - س^{-1} - هـ}{س^{-1}(س^{-1} + هـ)} + هـ = \frac{-هـ}{س^{-1}(س^{-1} + هـ)} + هـ$

معدل التغير $= \frac{د(س^{-1} + هـ) - (س^{-1})}{هـ}$ نهـا

$= نهـا_{هـ \to 0} \frac{1}{هـ}[\frac{-هـ}{س^{-1}(س^{-1} + هـ)} + هـ]$

$= نهـا_{هـ \to 0} [\frac{-1}{س^{-1}(س^{-1} + هـ)} + 1]$

$= \frac{-1}{س^{-1} \times (س^{-1} + 0)} + 1 = \frac{-1}{س^{-2}} + 1$ عندما $س = 2$

$\therefore$ معدل التغير $= \frac{-1}{4} + 1 = \frac{3}{4}$

(ب) ق $= \{(ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)$

$، (ص، ك، ك)، (ك، ص، ص)$

$، (ك، ص، ك)، (ص، ك، ص)$

$، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك)\}$

$ن(ق) = 8$

① أحدث ظهور صورة واحدة فقط

$أ = \{(ص، ك، ك)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)\}$

$ن(أ) = 3$ $\therefore ل(أ) = \frac{3}{8}$

② $ب = \{(ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)$

$، (ك، ص، ص)، (ص، ص، ص)\}$

$ن(ب) = 4$ $\therefore ل(ب) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

٣ (أ) ① $ص = \frac{س^2 - 1}{س^2 + 1}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{(س^2 + 1) \times 2س - (س^2 - 1) \times 2س}{(س^2 + 1)^2}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{2س^3 + 2س - 2س^3 + 2س}{(س^2 + 1)^2}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{4س}{(س^2 + 1)^2}$

② $ص = (س - 1)(س + 1)(س^2 + 1)$

$ص = (س^2 - 1)(س^2 + 1)$

$ص = س^4 - 1$ $\therefore \frac{د ص}{د س} = 4س^3$

(ب) $ل(أ') = \frac{1}{3} ل(أ)$ $\therefore 1 - ل(أ) = \frac{1}{3} ل(أ)$

$1 = \frac{1}{3} ل(أ) + ل(أ)$ $\therefore 1 = \frac{4}{3} ل(أ)$

$\therefore ل(أ) = \frac{3}{4}$ $\therefore ل(أ \cup ب') = \frac{5}{8}$

$1 - ل(أ \cap ب) = \frac{5}{8}$ $\therefore ل(أ \cap ب) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

① احتمال وقوع احد الحدثين على الاقل $= ل(أ \cup ب)$

$ل(أ \cup ب) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$

② احتمال وقوع أحد الحدثين فقط

$= ل(أ \cup ب) - ل(أ \cap ب) = \frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

٤ (أ) $ص = أ س^2 + ب س$

$\because$ النقطة $(1، -1) \in$ للمنحني

$\therefore -1 = أ(1)^2 + ب(1)$ $\therefore أ + ب = -1$

$ص = أ س^2 + ب س$

$\frac{د ص}{د س} = 2أ س + ب$ (للمماس للمنحني)

$5س - ص - 6 = 0$ $\therefore 5 - \frac{د ص}{د س} = 0$

$\therefore \frac{د ص}{د س} = 5$ (ميل المستقيم)

$\because$ المماس للمنحني // للمستقيم

$\therefore$ ميل المماس = ميل المستقيم عند $(1، -1)$

$2أ(1) + ب = 5$ $\therefore 2أ + ب = 5$ ← ②

بحل ①، ② معاً $\therefore أ = 3$ ، $ب = -4$

(ب) ① $\int (7س^{-2} + \frac{4}{س^2}) د س$

$= \int (7س^{-2} + 4س^{-2}) د س$

$= \frac{7س^{-1}}{-1} + \frac{4س^{-1}}{-1} + ث$

$= -7س^{-1} - \frac{4}{س} + ث$

② $\int س(س - 3)^6 د س$

$= \int [(س - 3) + 3](س - 3)^6 د س$

$= \int [(س - 3)^7 د س + 3](س - 3)^6 د س$

$= \frac{1}{8}(س - 3)^8 + \frac{3}{7}(س - 3)^7 + ث$

٥ (أ) $ص = \sqrt{أس + ب}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{1}{2\sqrt{أس + ب}} \times أ$ عند النقطة $(2، 3)$

$\therefore م = \frac{أ}{2\sqrt{2أ + ب}} = \frac{1}{6}$ $\therefore$ معادلة المماس هي

$\frac{ص - 3}{س - 2} = \frac{1}{6}$ $\therefore 6ص - 18 = س - 2$

$س - 6ص + 16 = 0$

معادلة العمودي هي، $\frac{ص - 3}{س - 2} = -6$

$ص - 3 = -6س + 12$

$\therefore 6س + ص - 15 = 0$

(ب) ① د(س) = ٢س − س٢

د(س + هـ) = ٢(س + هـ) − (س + هـ)٢

= ٢س + ٢هـ − س٢ − ٢سهـ − هـ٢

ت(هـ) = د(س + هـ) − د(س)

= ٢س + ٢هـ − س٢ − ٢سهـ − هـ٢ − ٢س + س٢

= ٢هـ − ٢سهـ − هـ٢

ت(هـ) = هـ(٢ − ٢س − هـ)

② م(هـ) = $\frac{ت(هـ)}{هـ}$

م(هـ) = $\frac{هـ(٢-٢س-هـ)}{هـ}$

م(هـ) = ٢ − ٢س − هـ عندما س تتغير من ١ إلى ١,١

∴ س = ١ ، هـ = ٠,١

∴ م(٠,١) = ٢ − ٢ × ١ − ٠,١

∴ م(٠,١) = − ٠,١

(١٢) الاختبار السابع

١ ① صفر ② $\frac{1}{٣٦}$

③ س٤ + س + ث ④ ١٢

٢ (أ) ص = س٣ − ٩س٢ + ١٥س + ١ ←①

$\frac{ص}{س}$ = ٣س٢ − ١٨س + ١٥

٣س٢ − ١٨س + ١٥ = ٠ (÷ ٣)

س٢ − ٦س + ٥ = ٠

(س − ٥)(س − ١) = ٠ ∴ س = ٥ ، س = ١

عندما س = ٥ بالتعويض فى ①

ص = (٥)٣ − ٩(٥)٢ + ١٥ × ٥ + ١

ص = − ٢٤ ، عندما س = ١ بالتعويض فى ①

ص = (١)٣ − ٩(١)٢ + ١٥ × ١ + ١

ص = ٨ ∴ النقط هى (٥ ، − ٢٤) ، (١ ، ٨)

(ب) ① عندما أ ، ب حدثين متنافيين

∴ ل(أ ∩ ب) = صفر

∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

٠,٧٢ = ل(أ) + ٣ ل(أ) − صفر

٠,٧٢ = ٤ ل(أ) (÷ ٤) ∴ ل(أ) = ٠,١٨

∴ ل(ب) = ٣ ل(أ) = ٣ × ٠,١٨ = ٠,٥٤

② لا حظ أن أ ⊂ ب ∴ ل(أ ∪ ب) = ل(ب) = ٠,٧٢

ل(أ ∩ ب) = ل(أ)

ل(أ) = $\frac{1}{٣}$ ل(ب) = $\frac{1}{٣}$ × ٠,٧٢ = ٠,٢٤

٣ (أ) ص = (س٢ − س + ١)−٤

$\frac{ص}{س}$ = − ٤(س٢ − س + ١)−٥ × (٢س − ١)

عندما س = ١

∴ $\frac{ص}{س}$ = − ٤(١ − ١ + ١)−٥ × (٢ × ١ − ١) = − ٤

(ب) ① ∫ ٢س(س٢ + ٣) د س

= ∫ (٢س٣ + ٦س) د س = $\frac{1}{٤}$ س٤ + ٣س٢ + ث

② ∫ (س − ٥)(س − ١) د س

= ∫ (س٢ − ٦س + ٥) د س

= $\frac{1}{٣}$ س٣ − ٣س٢ + ٥س + ث

٤ (أ) د(س) = س٢ ∴ د(س١) = س١٢

د(س١ + هـ) = (س١ + هـ)٢ = س١٢ + ٢س١هـ + هـ٢

د(س١ + هـ) − د(س١) = س١٢ + ٢س١هـ + هـ٢ − س١٢

= ٢س١هـ + هـ٢ = هـ(٢س١ + هـ)

معدل التغير = نهـا $\frac{د(س_١+هـ)-د(س_١)}{هـ}$

= نهـا $\frac{هـ(٢س_١+هـ)}{هـ}$ = نهـا ٢س١ + هـ = ٢س١

معدل التغير = ٢ × ٨ = ١٦

(ب) ب ∩ (ف) = ٣٠

① أحد العدد يقبل القسمة على ٣

أ = {٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢١ ، ٢٤ ، ٢٧ ، ٣٠}

ب (أ) = ١٠ ∴ ل(أ) = $\frac{10}{30}$ = $\frac{1}{3}$

② ب حدث العدد يقبل القسمة على ٥

ب = {٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠}

ب (ب) = ٦ ∴ ل(ب) = $\frac{6}{30}$ = $\frac{1}{5}$

③ هـ العدد يقبل القسمة على ٣ ، ٥

هـ = {١٥ ، ٣٠} ∴ ل(هـ) = $\frac{2}{30}$ = $\frac{1}{15}$

④ احتمال العدد المسحوب يقبل القسمة على ٣ ، ٥

= ل(أ ∪ ب)

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= $\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{5}$ − $\frac{1}{15}$ = $\frac{7}{15}$

٥ (أ) ① ∫ $\frac{٨+س^{٣}}{س^{٢}-٢س+٤}$. ٢س د س

= ∫ $\frac{(س+٢)(س^{٢}-٢س+٤)}{(س^{٢}-٢س+٤)}$. ٢س د س

= ∫ (س + ٢) . ٢س د س = ∫ ٢س٢ + ٤س د س

② ∫ $\frac{(س-١)^{٢}}{(س-١)^{٢}}$. ٧ د س = ∫ (س − ١)−٢ . ٧ د س

= $\frac{٧}{-١}$ (س − ١)−١ + ث

(ب) إيجاد نقط التقاطع مع محور السينات بوضع ص = ٠

(س − ٢)(س + ١) = ٠ ∴ س = ٢ ، س = − ١

∴ نقط التقاطع هى (٢ ، ٠) ، (− ١ ، ٠)

ص = (س − ٢)(س + ١)

$\frac{ص}{س}$ = (س − ٢) × ١ + (س + ١) × ١

$\frac{ص}{س}$ = س − ٢ + س + ١ = ٢س − ١

عند النقطة (٢ ، ٠) ∴ م = ٢ × ٢ − ١ = ٣

معادلة المماس هى : $\frac{ص-ص_١}{س-س_١}$ = م

$\frac{ص-٠}{س-٢}$ = ٣ ∴ ص = ٣س − ٦

عند النقطة (− ١ ، ٠) ⇐ م = ٢ × − ١ − ١ = − ٣

معادلة المماس هى : $\frac{ص-ص_١}{س-س_١}$ = م

$\frac{ص-٠}{س+١}$ = − ٣ ∴ ص = − ٣س − ٣

∴ ص + ٣س + ٣ = ٠

(١٣) الاختبار الثامن

١ ① $\frac{1}{٣}$ س٣ − ٣س + ث ② $\frac{1}{٣(٢س+١)^{٣}}$

③ $\frac{1}{٣}$ ④ ٦

٢ (أ) ∵ أ ، ب متنافيان ∴ ل(أ ∩ ب) = صفر

ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

٠,٢٥ = ل(أ) − صفر ∴ ل(أ) = ٠,٢٥

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

٠,٦ = ٠,٢٥ + ل(ب) − ٠

ل(ب) = ٠,٦ − ٠,٢٥ = ٠,٣٥

ل(ف − ب) = ل(ب′) = ١ − ل(ب)

= ١ − ٠,٣٥ = ٠,٦٥

(ب) ① ص = $\frac{٤س^{٢}-س+٣}{س^{\frac{1}{2}}}$

ص = ٤س$^{\frac{3}{2}}$ − س$^{\frac{1}{2}}$ + ٣س$^{-\frac{1}{2}}$

$\frac{ص}{س}$ = ٦س$^{\frac{1}{2}}$ − $\frac{1}{2}$ س$^{-\frac{1}{2}}$ − $\frac{3}{2}$ س$^{-\frac{3}{2}}$

= ٦$\sqrt{س}$ − $\frac{1}{٢\sqrt{س}}$ − $\frac{3}{٢س\sqrt{س}}$

② ص = (س٢ + ٣)(س٣ − ٣س + ١)

$\frac{ص}{س}$ = (س٢ + ٣) × (٣س٢ − ٣) + (س٣ − ٣س + ١) × ٢س

$\frac{ص}{س}$ = ٣س٤ − ٣س٢ + ٩س٢ − ٩ + ٢س٤ − ٦س٢ + ٢س

∴ $\frac{ص}{س}$ = ٥س٤ + ٢س − ٩

٣ (أ) د(ن١) = π ن١٢

∴ د(ن١) = π ن١٢

د(ن١ + هـ) = π(ن١ + هـ)٢

= π ن١٢ + ٢π ن١هـ + π هـ٢

د(ن١ + هـ) − د(ن١)

= π ن١٢ + ٢π ن١هـ + π هـ٢ − π ن١٢

= ٢π ن١هـ + π هـ٢ = π هـ(٢ن١ + هـ)

معدل التغير = نهـا $\frac{د(ن_١+هـ)-د(ن_١)}{هـ}$

= نهـا $\frac{π هـ(٢ن_١+هـ)}{هـ}$

= نهـا π(٢ن١ + هـ) = π × ٢ن١

عند ن١ = ٣,٥

∴ معدل التغير = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٣,٥ = ٢٢

(ب) ص = ع^{٥} + ٣ ، ع = س^{٢} − ٣ س + ١

ص = (س^{٢} − ٣ س + ١)^{٥} + ٣

$\frac{د ص}{د س}$ = ٥ (س^{٢} − ٣ س + ١)^{٤} × (٢ س − ٣)

٤ (أ) ① ص = $\frac{(س^{٢}-٣س+٢)}{(س-١)(س+١)}$

ص = $\frac{(س-٢)(س-١)}{(س-١)}$

ص = س − ٢ ∴ $\frac{د ص}{د س}$ = ١

② ص = (٤ س^{٢} − ١)(٧ س^{٣} + س)

$\frac{د ص}{د س}$ = (٤ س^{٢} − ١) × (٢١ س^{٢} + ١) + (٧ س^{٣} + س) × ٨ س عندما س = ١

$\frac{د ص}{د س}$ = (٤ × ١^{٢} − ١)(٢١ × ١ + ١) + (٧ × ١^{٣} + ١) × ٨ × ١

$\frac{د ص}{د س}$ = ١٣٠

(ب) ∵ أ ⊂ ب ∴ ل (أ ∪ ب) = ل (ب) = $\frac{١}{٢}$

احتمال وقوع ب فقط = ٠,٢

ل (ب − أ) = ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

٠,٢ = ل (ب) − $\frac{١}{٢}$ ∴ ل (ب) = ٠,٢ + $\frac{١}{٢}$

ل (ب) = ٠,٧

① احتمال عدم وقوع ب = ل (ب$'$)

ل (ب$'$) = ١ − ل (ب) = ١ − ٠,٧ = ٠,٣

② احتمال وقوع أحد الحدثين فقط

= ل (أ − ب) + ل (ب − أ)

ل (أ) − ل (أ ∩ ب) + ٠,٢ = $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٢}$ + ٠,٢ = ٠,٢

٥ (أ) ص = س^{٢} − ٦ س + ٥ ... ①

$\frac{د ص}{د س}$ = ٢ س − ٦ ، ∵ ٤ ص + س − ١ = ٠

٤ $\frac{د ص}{د س}$ + ١ = ٠ ∴ $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{-١}{٤}$

∵ المماس ⊥ المستقيم

∴ $\frac{د ص}{د س}$ للمماس × $\frac{د ص}{د س}$ للمستقيم = − ١

(٢ س − ٦) × $\frac{١}{٤}$ = − ١ ∴ ٢ س − ٦ = ٤

٢ س = ١٠ ∴ س = ٥ بالتعويض في ①

ص = (٥)^{٢} − ٦ × ٥ + ٥ = صفر ∴ النقطة (٥، ٠)

(ب) ② $\int \frac{18}{\sqrt{٣س-٢}}$. د س

= $\int 18 (٣س-٢)^{-\frac{١}{٢}}$ د س

= $\frac{18 (٣س-٢)^{\frac{١}{٢}}}{٣ \times \frac{١}{٢}}$ + ث = $\frac{١٢}{١}$ (٣ س − ٢)$^{\frac{١}{٢}}$ + ث

③ $\int \frac{س^{٧}+٥س^{٩}-س^{٣}}{س^{٣}}$. د س

$\int$ (س^{٤} + ٥ س^{٦} − ١) . د س

= $\frac{١}{٥}$ س^{٥} + $\frac{٥}{٤}$ س^{٤} − س + ث

(١٤) الاختبار التاسع

١ ① − $\frac{٥}{٥}$ س + ث ② ١٠٩

③ − ١ ④ ل (ب)

٢ (أ) ص = $\frac{٥}{س}$ + س $\sqrt{س}$ − ٤

ص = ٥ س$^{-١}$ + س × س$^{\frac{١}{٢}}$ − ٤

ص = ٥ س$^{-١}$ + س$^{\frac{٣}{٢}}$ − ٤

$\frac{د ص}{د س}$ = − ٥ س$^{-٢}$ + $\frac{٣}{٢}$ س$^{\frac{١}{٢}}$ عندما س = ١

$\frac{د ص}{د س}$ = − ٥ (١)$^{-٢}$ + $\frac{٣}{٢}$ (١)$^{\frac{١}{٢}}$ ∴ $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{-٧}{٢}$

(ب) ف = {(٣،٣)، (٣،٤)، (٣،٥)، (٣،٦)، (٤،٣)، (٤،٤)، (٤،٥)، (٤،٦)، (٥،٣)، (٥،٤)، (٥،٥)، (٥،٦)، (٦،٣)، (٦،٤)، (٦،٥)، (٦،٦)}

ن (ف) = ١٦

① أحدث أن يكون رقم الآحاد عدداً أولياً

أ = {(٣،٣)، (٤،٣)، (٥،٣)، (٦،٣)، (٣،٥)، (٤،٥)، (٥،٥)، (٦،٥)، (٣،٧)، (٤،٧)، (٥،٧)، (٦،٧)}

ن (أ) = ٨ ∴ ل (أ) = $\frac{٨}{١٦}$ = $\frac{١}{٢}$

② ب حدث أن يكون رقم الآحاد عند أولياً أو رقم العشرات عدداً فردياً

ب = {(٣،٣)، (٤،٣)، (٥،٣)، (٦،٣)، (٣،٥)، (٤،٥)، (٥،٥)، (٦،٥)، (٣،٤)، (٥،٤)، (٣،٦)، (٥،٦)}

ن (ب) = ١٢ ∴ ل (ب) = $\frac{١٢}{١٦}$ = $\frac{٣}{٤}$

٣ (أ) ص = $\frac{س-٢}{س-٥}$ عندما س = ٤

∴ ص = $\frac{٤-٢}{٤-٥}$ = − ٢

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{(س-٥) \times ١ - (س-٢) \times ١}{(س-٥)^{٢}}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{س-٥-س+٢}{(س-٥)^{٢}}$ = $\frac{-٣}{(س-٥)^{٢}}$

م = $\frac{-٣}{(٤-٥)^{٢}}$ = − ٣

معادلة المماس عند (٤، − ٢) هي

ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)

ص + ٢ = − ٣ س + ١٢ ∴ ٣ س + ص − ١٠ = ٠

معادلة العمودي عند (٤، − ٢) هي: ص − ص$_{١}$ = $\frac{-١}{م}$ (س − س$_{١}$)

∴ $\frac{ص+٢}{س-٤}$ = $\frac{-١}{-٣}$ ∴ س − ٤ = ٣ ص + ٦

س − ٣ ص − ١٠ = ٠

(ب) حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π ن^{٣}

د (ن) = $\frac{٤}{٣}$ π ن^{٣} ∴ د (ن$_{١}$) = $\frac{٤}{٣}$ π ن$_{١}^{٣}$

د (ن$_{١}$ + هـ) = $\frac{٤}{٣}$ π (ن$_{١}$ + هـ)^{٣}

معدل التغير = $\frac{د (ن_{١}+هـ) - د (ن_{١})}{هـ}$

= نهـ $\frac{\frac{٤}{٣}\pi (ن_{١}+هـ)^{٣} - \frac{٤}{٣}\pi ن_{١}^{٣}}{هـ}$

= $\frac{٤}{٣}$ π نهـ $\frac{(ن_{١}+هـ)^{٣} - ن_{١}^{٣}}{هـ}$

= $\frac{٤}{٣}$ π نهـ $\frac{(ن_{١}+هـ)^{٣} - ن_{١}^{٣}}{(ن_{١}+هـ) - ن_{١}}$

= $\frac{٤}{٣}$ π × $\frac{٣}{١}$ × ن$_{١}^{٢}$ = ٤ π ن$_{١}^{٢}$

عندما نق = ٧ ∴ معدل التغير = ٤ π × (٧)^{٢} = ١٩٦ π

٤ (أ) ص = ع$^{\frac{٣}{٢}}$ ، ع = ٢ س^{٢} − ٤ س + ٧

ص = (٢ س^{٢} − ٤ س + ٧)$^{\frac{٣}{٢}}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{٣}{٢}$ (٢ س^{٢} − ٤ س + ٧)$^{\frac{١}{٢}}$ × (٤ س − ٤)

عندما س = ١

∴ $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{٣}{٢}$ (٢ (١)^{٢} − ٤ × ١ + ٧)$^{\frac{١}{٢}}$ (٤ × ١ − ٤)

= صفر

(ب) ① $\int$ س $\sqrt{س+٣}$. د س

= $\int$ (س + ٣ − ٣) (س + ٣)$^{\frac{١}{٢}}$. د س

= $\int$ (س + ٣)$^{\frac{٣}{٢}}$. د س − ٣ $\int$ (س + ٣)$^{\frac{١}{٢}}$. د س

= $\frac{٢}{٥}$ (س + ٣)$^{\frac{٥}{٢}}$ − ٢ (س + ٣)$^{\frac{٣}{٢}}$ + ث

② $\int \frac{س^{٣}-٢٧}{س-٣}$. د س

= $\int \frac{(س-٣)(س^{٢}+٣س+٩)}{(س-٣)}$. د س

= $\int$ (س^{٢} + ٣ س + ٩) . د س

= $\frac{١}{٣}$ س^{٣} + $\frac{٣}{٢}$ س^{٢} + ٩ س + ث

٥ (أ) ص = س^{٥} + س$^{-٤}$ − ٥

$\frac{د ص}{د س}$ = ٥ س^{٤} − ٤ س$^{-٥}$

عندما س = ١ ∴ ط ا هـ = ٥ (١)^{٤} − ٤ (١)$^{-٥}$

ط ا هـ = ١ ∴ هـ = ٤٥°

(ب) ف = {أ، ب، هـ}

∴ ل (أ) + ل (ب) + ل (هـ) = ١

∵ ل (ب) = ٢ ل (أ) ، ل (هـ) = $\frac{١}{٤}$

∴ ل (أ) + ٢ ل (أ) + $\frac{١}{٤}$ = ١

٣ ل (أ) = ١ − $\frac{١}{٤}$ ∴ ٣ ل (أ) = $\frac{٣}{٤}$ (÷ ٣)

∴ ل (أ) = $\frac{١}{٤}$ ∵ ل (ب) = ٢ ل (أ) = ٢ × $\frac{١}{٤}$

∴ ل (ب) = $\frac{١}{٢}$

ل (أ ∪ هـ) = ل (أ) + ل (هـ) − ل (أ ∩ هـ)

= $\frac{١}{٤}$ + $\frac{١}{٤}$ − صفر = $\frac{١}{٢}$

(١٥) الاختبار العاشر

١ ① س + ث ② $\frac{٣}{س^{٤}}$

③ $\frac{١}{٢}$ ④ ٧

٢ (أ) ف = {١، ٢، ٣، ... ، ١٩، ٢٠} ∴ ن (ف) = ٢٠

① أحدث العدد يقبل القسمة على ٦

أ = {٦، ١٢، ١٨} ∴ ن (أ) = ٣ ∴ ل (أ) = $\frac{٣}{٢٠}$

② ب = {١، ٢، ٣، ٤، ٦، ١٢} ∴ ن (ب) = ٦

ل (ب) = $\frac{٦}{٢٠}$ = $\frac{٣}{١٠}$

(ب) د (س) = (س − ٥)^{٢}

د$'$ (س) = ٧ (س − ٥)^{٦} ∵ د$'$ (س) = ٧

∴ ٧ (س − ٥)^{٦} = ٧ (+ ٧) ∴ (س − ٥)^{٦} = ١

∴ س − ٥ = ± ١

عندما س − ٥ = ١ ∴ س = ٦

عندما س − ٥ = − ١ ∴ س = ٤

③ (أ) نفرض ان ابعاد المستطيل هى س ، ٢ س

مساحة المستطيل = الطول × العرض

د (س) = ٢ س × س ∴ د (س) = ٢ س^{٢}

د (س$_{١}$) = ٢ س$_{١}^{٢}$

د (س$_{١}$ + هـ) = ٢ (س$_{١}$ + هـ)^{٢} = ٢ س$_{١}^{٢}$ + ٤ س$_{١}$ هـ + ٢ هـ^{٢}

د (س$_{١}$ + هـ) − د (س$_{١}$) = ٢ س$_{١}^{٢}$ + ٤ س$_{١}$ هـ + ٢ هـ^{٢}

− ٢ س$_{١}^{٢}$ = ٤ س$_{١}$ هـ + ٢ هـ^{٢} = هـ (٤ س$_{١}$ + ٢ هـ)

معدل التغير = $\frac{\text{د}(س_{١}+\text{هـ})-\text{د}(س_{١})}{\text{هـ}}$

$\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ نهـا = $\frac{\text{هـ}(٤س_{١}+٢\text{هـ})}{\text{هـ}}$

= $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ نهـا (٤ س$_{١}$ + ٢ هـ) = ٤ س$_{١}$

عندما س$_{١}$ = ١٠ ∴ معدل التغير = ٤ × ١٠ = ٤٠

(ب) ص = أ س^{٣} + ب س^{٢} ∵ (− ١ ، − ٣) ∈ للمنحنى

∴ − ٣ = أ (− ١)^{٣} + ب (− ١)^{٢}

− أ + ب = − ٣ ← ① ∵ ص = أ س^{٣} + ب س^{٢}

$\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = ٣ أ س^{٢} + ٢ ب س ∵ ص = ٨ س + ٥

∴ $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = ٨ ∵ المستقيم يمس المنحنى عند (− ١ ، − ٣)

∴ ٣ أ (− ١)^{٢} + ٢ ب (− ١) = ٨

٣ أ − ٢ ب = ٨ ← ② ∴ بحل ① ، ② معا

∴ أ = ٢ ، ب = − ١

④ (أ) ص = $\frac{\text{ع}+١٠}{\text{ع}-١}$ ، ع = ٢ س + ١

∴ ص = $\frac{٢س+١+١٠}{٢س+١-١}$ = $\frac{٢س+٢}{٢س}$

ص = ١ + $\frac{١}{س}$ = ١ + س$^{-١}$

$\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = − ١ س$^{-٢}$ = $\frac{-١}{س^{٢}}$

(ب) ⑤ ∫ س $\sqrt{\frac{٣}{س}-\frac{٥}{س^{٢}}}$. د س

= ∫ س $(\frac{٣}{س}-\frac{٥}{س^{٢}})^{\frac{١}{٢}}$. د س

= ∫ [س^{٢} $(\frac{٣}{س}-\frac{٥}{س^{٢}})^{\frac{١}{٢}}$] $\frac{١}{٢}$. د س

= ∫ $\frac{١}{٢}$ (٣ س − ٥)$^{\frac{١}{٢}}$. د س = $\frac{\frac{٣}{٢}(٣س-٥)^{\frac{٣}{٢}}}{٣\times\frac{٣}{٢}}$ + ث

= $\frac{٢}{٩}$ (٣ س − ٥)$^{\frac{٣}{٢}}$ + ث

⑥ ∫ (س − ٢) (٢ − س) . د س

= ∫ − (س − ٢)^{٢} . د س = $\frac{-(س-٢)^{٣}}{٣}$ + ث

⑤ (أ) ص = (س^{٢} − ٣) (٢ س + ٥)

$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ = (س^{٢} − ٣) × ٢ + (٢ س + ٥) × ٢ س

= ٢ س^{٢} − ٦ + ٤ س^{٢} + ١٠ س

$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ = ٦ س^{٢} + ١٠ س − ٦ عندما س = ٢

م = ٦ (٢)^{٢} + ١٠ (٢) − ٦ = ٣٨ ، عندما س = ٢

∴ ص = (٢^{٢} − ٣) (٢ × ٢ + ٥) = ٩

∴ النقطة (٢ ، ٩) ∵ معادلة العمودي هى

$\frac{\text{ص}-\text{ص}_{١}}{\text{س}-\text{س}_{١}}$ = $\frac{-١}{\text{م}}$ ∴ $\frac{\text{ص}-٩}{\text{س}-٢}$ = $\frac{-١}{٣٨}$

٣٨ ص − ٣٤٢ = − س + ٢ ∴ س + ٣٨ ص − ٣٤٤ = ٠

(ب) $\frac{\text{ل}(أ)}{\text{ل}(\text{أ}')}$ = $\frac{٧}{٣}$ ∴ $\frac{١-\text{ل}(أ)}{\text{ل}(أ)}$ = $\frac{٧}{٣}$

٧ ل (أ) = ٣ − ٣ ل (أ)

٧ ل (أ) + ٣ ل (أ) = ٣ ∴ ١٠ ل (أ) = ٣

∴ ل (أ) = $\frac{٣}{١٠}$ ، ∵ ٢ ل (ب) = ٣ ل (ب′)

٢ ل (ب) = ٣ [١ − ل (ب)]

٢ ل (ب) = ٣ − ٣ ل (ب) ∴ ٥ ل (ب) = ٣

∴ ل (ب) = $\frac{٣}{٥}$

∵ ل (أ) + ل (ب) + ل (هـ) = ١

∴ $\frac{٣}{١٠}$ + $\frac{٣}{٥}$ + ل (هـ) = ١ ∴ $\frac{٩}{١٠}$ + ل (هـ) = ١

ل (هـ) = ١ − $\frac{٩}{١٠}$ ∴ ل (هـ) = $\frac{١}{١٠}$

ل (هـ′) = ١ − ل (هـ) = ١ − $\frac{١}{١٠}$ = $\frac{٩}{١٠}$

∴ $\frac{\text{ل}(هـ)}{\text{ل}(هـ')}$ = $\frac{\frac{١}{١٠}}{\frac{٩}{١٠}}$ = $\frac{١}{٩}$