المحاضرة الثالثة

الضوء الفيزيائي

الضوء وطبيعته وتطبيقاته الطبية

The Light and The Light Nature

1. مقدمة
2. الأمواج التوافقية البسيطة
3. معادلة الموجة وبعض التعاريف في الحركة الاهتزازية
4. تراكب حركتين اهتزازيتين لهما نفس التواتر
5. تغير شدة المحصلة E_0^2 بدلالة δ
6. تداخل الضوء وأهداب التداخل
7. شروط التداخل أو طرق الحصول على الأمواج الضوئية المترابطة
8. مبدأ هايجنس في تفسير التداخل
9. أجهزة التداخل

تعرفنا في المحاضرتين السابقتين على أهم خواص السوائل الساكنة والمتحركة وعلى القوانين التي تحكم حركة السوائل كمعادلة الاستمرارية ومعادلة برنولي، كما تعرفنا على الخواص الحرارية للمواد كالحرارة الكامنة للانصهار والحرارة الكامنة للتبخر، الرطوبة المطلقة والنسبية، موازين قياس الحرارة المستخدمة طبيا والعلاقات التي تربط بين درجات الحرارة في هذه الموازين كما قمنا بحل مجموعة من المسائل على المواضيع التي طرحت في المحاضرتين السابقتين.

1- مقدمة Introduction:

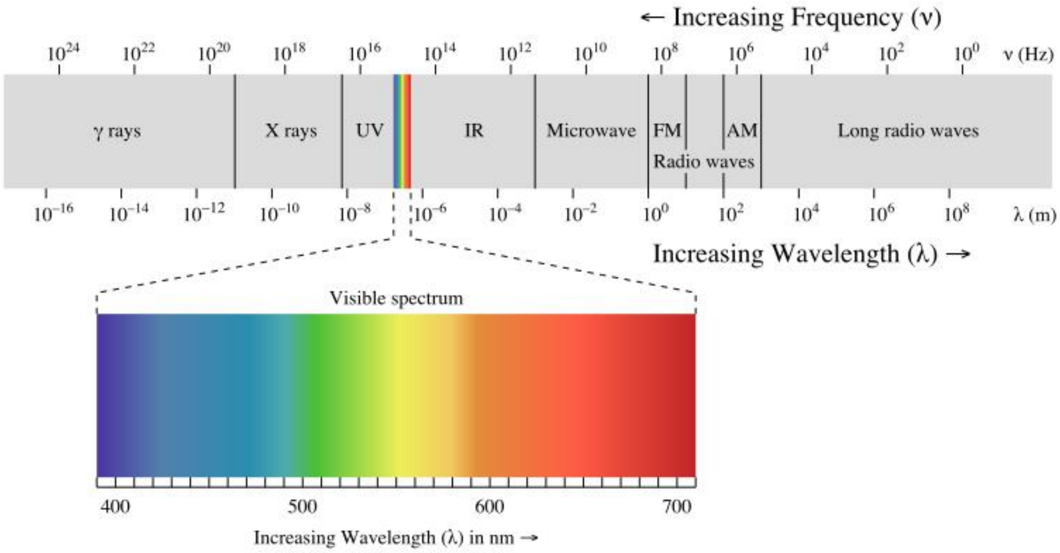
يعتبر الضوء من أولى الظواهر الطبيعية التي أثارت اهتمام العلماء والباحثين، بحيث ظهرت تفسيرات ونظريات عديدة حول طبيعته، فمنهم من كان يفكر بأن الضوء عبارة عن تيار من الجسيمات، أمثال العالم نيوتن، ومنهم من رواد عصره، أمثال هايجنس (1670) م، من استطاع أن يفسر الكثير من خواص الضوء بناءً على طبيعته الموجية. وهكذا تتالت الأبحاث النظرية إلى أن استقر الرأي في الربع الأول من القرن العشرين، على أن الضوء يمتلك طبيعة مزدوجة موجية وجسيمية، طبيعته الموجية نستطيع من خلالها تفسير ظواهر التداخل والانعراج (الحيود)، وتشكل الأهداب المضيئة والمظلمة بنتيجة هذا التداخل، والطبيعة الجسيمية نستطيع من خلالها تفسير تفاعلات الضوء مع المادة، كظاهرة المفعول الكهرضوئي مثلاً (انبعاث إلكترونات من سطح المادة عند تعرضها للضوء). كما أن التطور الذي حصل في الفيزياء الذرية وميكانيك الكم ساعد في فهم عملية انبعاث الضوء من قبل الذرات، نتيجة انتقالها من حالات فيزيائية محددة إلى حالات أخرى.

يشكل الضوء الجزء المرئي من الطيف الكهرطيسي، الذي له الطول الموجي λ، حيث $4\times10^{-7}\ m < \lambda < 7\times10^{-7}\ m$. كما أن سرعة الضوء تختلف من وسط إلى آخر، وتتعلق بطبيعة الوسط نفسه، كما سنلاحظ في هذا الفصل، إلاّ أن سرعة الضوء في الخلاء ثابتة وتساوي تقريباً $c = 3\times10^{8}\ m/s$. أيضاً، للضوء، كبقية الأشعة الأخرى، طاقة محددة ومرتبطة بتواتر (تردد) الضوء مباشرةً، وتساوي هذه الطاقة $E = h.\nu$، حيث ν يرمز للتردد وh ثابت بلانك ويساوي $h = 6.626\times10^{-34}\ J.s$. ونلاحظ من خلال دراسة الطيف الكهرطيسي أن تواتر الأشعة، بما فيها الأشعة الضوئية، يزداد مع نقصان طول موجة هذه الأشعة، ويتحدد هذا التردد بالعلاقة المعروفة التالية:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}.$$

باعتبار أن كتابنا هذا هو كتاب فيزياء عامة، وليس كتاب ضـــوء، فإننا لا نســـتطيع من خلاله التعرض لجميع الظواهر الضـوئية، وإنما سـنكتفي بإعطاء فكرة عن الضـوء الفيزيائي من خلال مفهوم الأمواج التوافقية البسـيطة وظاهرة التداخل، ثم بالتعرض لجانب من جوانب الضوء، والمعروف باسم الضوء الهندسي الذي يعتبر مُعيناً لتوضيح مفهوم الضوء، وهو يدرس مسار الضوء وانحرافاته، وذلك عند اختراقه لأوساط مختلفة، أو انعكاساته عنها، ويعتمد هذا النوع من الضـوء على المفهوم الأسـاسـي للشـعاع الضـوئي الذي يخترق الأوسـاط المتجانسـة ضـوئياً وفق خط مستقيم.

سـنتمكن من دراسـة قوانين الانعكاس والانكسـار، ومن ثم دراسـة الانعكاس والانكسـار على السـطوح المستوية، وكيفية تشكل الأخيلة بنتيجة هذا الانعكاس، كذلك سنتعرف على عملية انكسار الضوء خلال المواشير، وبالتالي تشتته (تبدده) إلى مركباته الأساسية. ثم نتعرض لدراسة انعكاس وانكسار الضوء على الأسطح الكروية، وإلى أهم خواص بعض الأدوات البصرية كالعدسات والمرايا، وكتطبيق على هذه الدراسة سنوضح آلية عمل بعض الأجهزة البصرية كالعين البشرية والعدسة المكبرة وأيضاً الميكروسكوب (المجهر).



2- الأمواج التوافقية البسيطة The Simple Harmonic Waves:

يرتبط تشكل الأمواج بمختلف أنواعها بوجود صلات معينة بين الأجزاء المنفصلة للوسط الذي تجري فيه. فحدوث أية عملية فيزيائية في مكان ما ســـوف يُثيرّ في النقاط المجاورة تغيرات موافقة نتيجة تلقي هذه النقاط كمية ما من الطاقة، وينتقل الاضـطراب الحادث في تلك النقاط بدوره إلى النقاط المجاورة، وهكذا دواليك. ويحدث انتشـار هذا

الاضـطراب من نقطة إلى أخرى ما يسـمى بالموجة. وتبعاً لطبيعة الصـلات والروابط التي تتسـبب في الفعل المتبادل المذكور أعلاه ينشـأ لدينا هذا النوع أو ذاك من الأمواج. فقوى المرونة القائمة بين عناصـر أي جسـم – صـلباً كان – أو سائلاً – أو غازياً – تؤدي الأمواج المرنة في الأجسام. أما الاضطراب الكهرطيسي الذي قد ينشأ في مكان ما من الفراغ، فإنه ينتشـر بحكم وجود العلاقات الكهرطيسـية المعبر عنها بقوانين التحريض الكهرطيسـي والقوانين الكهرطيسـية، وانتشـار الاضـطراب الكهرطيسـي يؤدي إلى تشـكل الموجة الكهرطيسـية التي تنتقل في الخلاء وفقاً لمعادلات مكسويل بسرعة تساوي سرعة الضوء فيه.

إن تشـــكل الأمواج يحدث وفق آلية واحدة، وذلك بغض النظر عن التنوع اللامتناهي للعمليات الفيزيائية المثيرة لتلك الأمواج. فالاضــطراب الحادث في نقطة ما من الفراغ في لحظة معينة يظهر بعد مرور فترة زمنية في نقطة تقع على بعد معين من النقطة البدئية. أي أنه ينتقل من نقطة إلى أخرى من نقاط الوسط بسرعة معينة.

3– معادلة الموجة وبعض التعاريف في الحركة الاهتزازية

The Wave Equation and Some Determinations of Vibration Motion

تتم مناقشة خواص الضوء بسهولة من خلال التعبير الرياضي الذي يُمثّل الموجة. فقد بيَّن مكسويل عند حوالي نهاية القرن التاسع عشـر، بأنه يمكن تمثيل الأمواج الضـوئية بواسـطة علاقة رياضـية واحدة، تُعبِّر إما عن الحقل الكهربائي أو الحقل المغناطيسي للموجة. إن أبسط الأمواج الكهرطيسية الممكن التعبير عنها هي الموجة المستوية وحيدة طول الموجة (وحيدة التواتر) والتي هي عبارة عن موجة توافقية (جيبية) تنتشـــر وفق اتجاه معيّن وليكن الاتجاه الموجب للمحور Z، وتعطى معادلتها العامة بالعلاقة التالية:

$$f(z,t) = E(z,t) = E_0 \sin(\omega t + \phi), \qquad (1)$$

حيث E_0 ســعة الاهتزاز (مطاله الأعظمي)، و ω الســرعة الزاوية للمنبع المهتز أو نبض الحركة الاهتزازية وتعطى بالعلاقة التالية:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}. \qquad (2)$$

ν و T هما تواتر ودور الحركة الاهتزازية على الترتيب. ثم إن:

$$\nu = \frac{1}{T} \quad ; \quad \nu . T = 1,$$

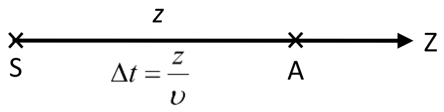
و ϕ هي زاوية الطور الابتدائية وهي متناسبة مع المسافة z وتعطى بدلالتها بعلاقة من الشكل:

$$\phi = k.z = \frac{2\pi z}{\lambda}, \qquad (3)$$

حيث $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ يدعى العدد الموجي، و λ طول موجة الاهتزاز وهي مرتبطة بالتواتر بالعلاقة:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}.$$

يمكن إيجاد العلاقة السابقة باعتماد المناقشة التالية:



الشكل (1)

بفرض S منبعاً ضـــوئياً وحيد اللون فالحركة التي تحدث عند S تعطى سعتها بالعلاقة التالية، شكل (1-1):

$$E = E_0 \sin \omega t .$$

يصـــل الاهتزاز إلى النقطة A التي تبعد عن S بالمقدار z بعد زمن

قدره z/υ ، حيث υ سرعة الانتشار. تكون الحركة الاهتزازية في النقطة A بعد مضي زمن قدره $t + \frac{z}{\upsilon}$ مماثلة للحركة في النقطة S بعد مضي زمن مقداره t وينتج بالتالي:

$$f(z,t) = E_0 \sin \omega \left(t + \frac{z}{\upsilon} \right) = E_0 \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{T}.\frac{z}{\upsilon} \right),$$

حيث استفدنا هنا من العلاقة (1-2).

وبما أن الطول الموجي للضوء يساوي $\lambda = T.\nu$ ، فإن:

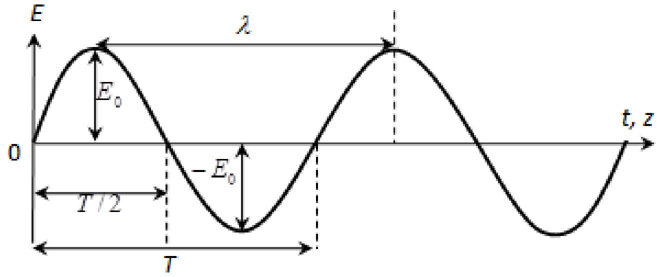
$$E(z,t) = E_0 \sin \left(\omega t + \frac{2\pi z}{\lambda} \right).$$

أي أن:

$$\phi = \frac{2\pi z}{\lambda}.$$

وهي نفس العلاقة (3).

يسـمى z بفرق المسير بين الحركتين الاهتزازيتين في S وA، وϕ فرق الطور (الصفحة) بينهما ويُقدّر بالراديان. يُبيّن الشكل (2) مخططاً توضيحياً للحركة الجيبية المدروسة التي عبّرنا عنها بالعلاقة (1) أو بالعلاقة الأخيرة.



الشكل (2): مخطط توضيحي للحركة الجيبية

4–تراكب حركتين اهتزازيتين لهما نفس التواتر Overlap of Two Vibration with The Same Frequency

بفرض أنه يرد إلى نقطة ما P من الفراغ اهتزازتان موجيتان كما هو مبين بالشكل (3) ولهما المطالين التاليين:

$$E_1 = E_{01}\sin(\omega t + \phi_1); \tag{4}$$

$$E_2 = E_{02}\sin(\omega t + \phi_2). \tag{5}$$

فيكون مطال الاهتزاز الناتج عن تراكبهما (تداخلهما) في تلك النقطة هو:

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi). \tag{6}$$

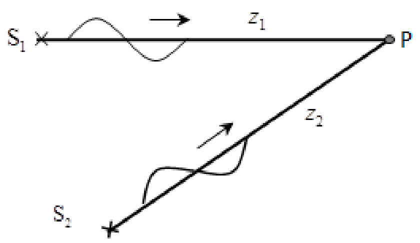
إن الاهتزازة الناتجة (المحصلة) من جرّاء جمع الاهتزازتين السابقتين هي اهتزازة جيبية لها نفس تواتر الاهتزازتين السابقتين. أيضاً هناك علاقة بين مطال وفرق طور هذه الاهتزازة وكل من مطال وطور الاهتزازتين المركبتين لها، ولإيجاد هذه العلاقة يمكن اعتماد طرق مختلفة منها مثلاً الطريقة الجبرية أو المثلثاتية أو الهندسية. باعتماد الطريقة الأولى يمكن أن نكتب:

$$E_1 = E_{01}\sin\omega t\cos\phi_1 + E_{01}\cos\omega t\sin\phi_1\ ; \tag{7}$$

$$E_2 = E_{02}\sin\omega t\cos\phi_2 + E_{02}\cos\omega t\sin\phi_2\ ; \tag{8}$$

$$E = E_0\sin\omega t\cos\phi + E_0\cos\omega t\sin\phi\ . \tag{9}$$

بجمع العلاقتين (7) و(8) ومقارنة حاصل الجمع بالمعادلة (9) نجد:



الشكل (3)

$$E_0 \sin\phi = E_{01}\sin\phi_1 + E_{02}\sin\phi_2 \;; \tag{10}$$

$$E_0 \cos\phi = E_{01}\cos\phi_1 + E_{02}\cos\phi_2; \tag{11}$$

بتربيع طرفي المعادلتين (10) و(11) ثم الجمع بينهما نحصل على سعة الاهتزازة المحصلة:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos(\phi_2 - \phi_1). \tag{12}$$

وبتقسيم المعادلة (10-1) على (11-1) نحصل على زاوية الطور للموجة الحاصلة:

$$\tan\phi = \frac{E_{01}\sin\phi_1 + E_{02}\sin\phi_2}{E_{01}\cos\phi_1 + E_{02}\cos\phi_2}. \tag{13}$$

يدعى الحد $2E_{01}E_{02}\cos(\phi_2 - \phi_1)$ حد التداخل والمقدار $(\phi_2 - \phi_1)$ زاوية فرق الطور ويرمز لها بالرمز δ أي:

$$\delta = \phi_2 - \phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0}(z_2 - z_1), \tag{14}$$

أو بالشكل:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta, \tag{15}$$

حيث Δ يدعى فرق المسير بين الاهتزازتين الواصلتين إلى النقطة P و λ_0 طول موجة الاهتزاز في الفضاء.

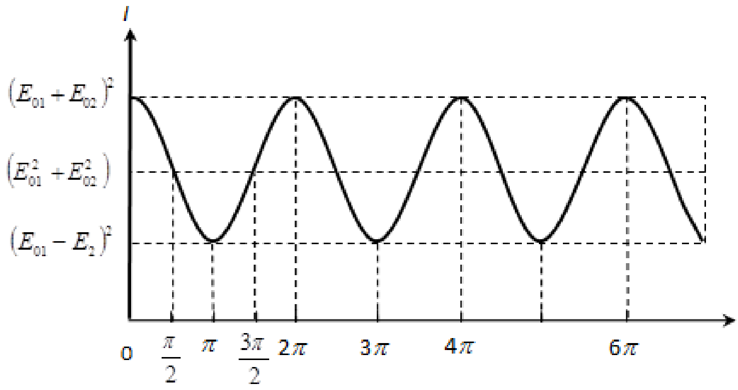
وكما سنرى لاحقاً فإن قرينة انكسار وسط ما تعطى بالعلاقة:

$$n = \frac{c}{\upsilon} = \frac{\lambda_0}{\lambda}\frac{\upsilon}{\upsilon} = \frac{\lambda_0}{\lambda}.$$

أي أن تغير سرعة الضوء من وسط إلى آخر يؤدي إلى تغير طول موجة هذا الضوء ولا يؤثر على تواتره.

5-تغير شدة المحصلة E_0^2 بدلالة δ Change of Resulting E_0^2 Respect of δ Intensity

إن شدة الاهتزازة المحصلة I تتناسب مع مربع السعة E_0 $(I \sim E_0^2)$، ومن خلال المعادلة (12)، نلاحظ أن تغيرات الشدة بدلالة δ هي تغيرات تابع تجيبي كما هو مبيّن بالشكل (4).



الشكل (4): تغيرات شدة الاهتزازة المحصلة بدلالة

نلاحظ من الشكل (4) أن قيمة الشدة متغيرة بين $(E_{01}+E_{02})^2$ و $(E_{01}-E_{02})^2$ وتأخذ قيمة وسطى بينهما هي $(E_{01}^2+E_{02}^2)$، كما نلاحظ الحالات الثلاث التالية:

1) تكون السعة E_0^2 عظمى عندما:

$$\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \ldots\ldots\ldots, \pm 2m\pi , \tag{16}$$

حيث m عدد صحيح $m = 0, 1, 2, \ldots\ldots$.

وهذا يوافق فرقاً في المسير مقداره:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta \quad ; \quad 2m\pi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda_0} \quad \Rightarrow \quad \Delta = m\lambda_0 . \tag{17}$$

2) تبلغ السعة E_0^2 قيمتها الصغرى عندما:

$$\delta = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \ldots\ldots\ldots, \pm(2m+1)\pi . \tag{18}$$

ويكون فرق المسير الموافق Δ مساوياً إلى:

$$(2m+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta \quad \Rightarrow \quad \Delta = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}. \tag{19}$$

3) تكون الشدة في حالتها الوسطى من أجل:

$$\delta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots\ldots\ldots, (2m+1)\frac{\pi}{2} . \tag{20}$$

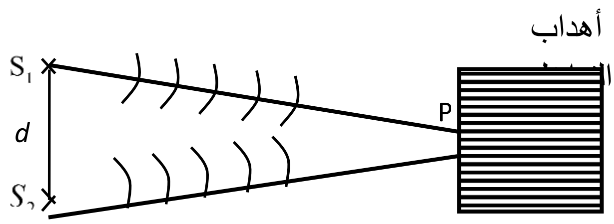
وفرق المسير يكون مساوياً:

$$(2m+1)\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta \quad \Rightarrow \quad \Delta = (2m+1)\frac{\lambda_0}{4}. \qquad (21)$$

5- تداخل الضوء وأهداب التداخل Light Interference and Interference Fringes

تعتبر ظاهرة التداخل إحدى أهم الظواهر التي بيّنت الطبيعة الموجية للضـــوء، والذي يعتبر بشـــكل عام ذو طبيعة مزدوجة: موجية أي أن الضـوء عبارة عن أمواج كهرطيسـية، وجسـيمية أي أن الضـوء عبارة عن حبيبات ضـوئية تدعى الفوتونات.

لنعتبر منبعين ضـوئيين S_1 و S_2 الشـكل (5)، تصـدر عنهما أمواج كروية أحادية طول الموجة في وسـط متجانس، ولتكن المسـافة بينهما d أكبر من طول موجة الضـوء المعتبر $d > \lambda_0$. يصـل منهما لنقطة ما P أمواجاً ضـوئيةً مستويةً، ويحدث فيهما تداخلاً لمطالات الاهتزازات الضوئية كما ورد معنا سـابقاً. ونتيجة لهذا التراكب تحدث إضـاءة ذات شـدات مختلفة من موضـع إلى آخر على حـاجز موضـوع أمـام المنبعين وعلى بعـد مناسـب منهما. وتكون شـدة الإضـاءة تابعة لزاوية فرق الطور δ، وبالتـالي تابعـة لفرق المسـير بين الأشـعة المنتشـرة الواصـلة لكل نقطة على الحاجز أي:



الشكل (5)

$$I = E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\delta. \qquad (22)$$

والتي يمكن كتابتها بالشكل:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta, \qquad (23)$$

حيث I_1 و I_2 شدتا الإضاءة للمنبعين الضوئيين.

إذا كانت $I_1 = I_2$ تصبح العلاقة (23-1) من الشكل:

الشكل (6): نموذج التداخل

$$I_P = 2I_0(1+\cos\delta) = 4I_0\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right). \quad (24)$$

تشير العلاقة (24) إلى أن شدة الإضاءة على الحاجز ليست واحدة بل تتبع توزعاً خاصاً حسب قيمة δ. وكما رأينا سابقاً، تمر الإضاءة بقيمة عظمى $I_{\max}$ في المواضع التي تكون فيها $\delta = 2m\pi$ وبقيم صغرى $I_{\min}$ في المواضع التي تكون فيها $\delta = (2m+1)\pi$ وهكذا تشاهد على الحاجز أهداب مضيئة وأخرى مظلمة متناوبة معها ولها العرض نفسه ومتشابهة فيما بينها، الشكل (6).

6- شروط التداخل أو طرق الحصول على الأمواج الضوئية المترابطة

Interference Conditions or Obtain Methods of Coherent Light Waves

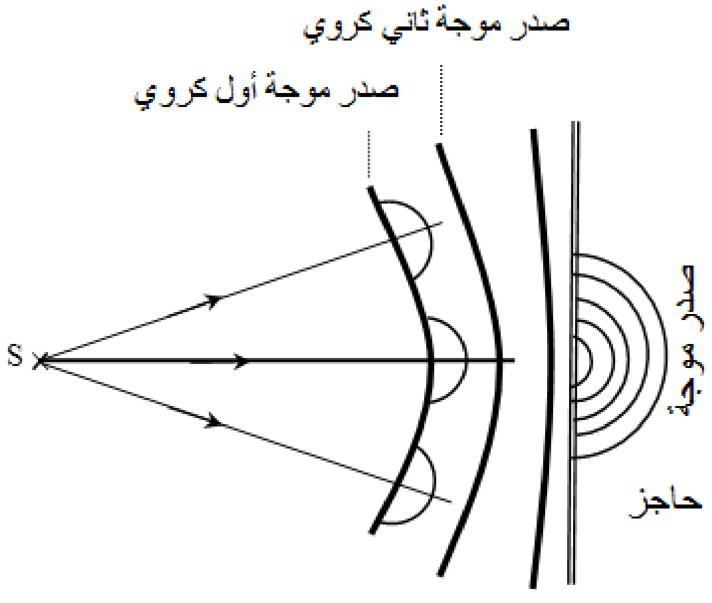
للحصول على أهداب التداخل الضوئية السابقة يجب أن يكون المنبعان الضوئيان مترابطين ومنسجمين ومتوافقين تماماً، ويقصد بذلك أن تكون حوادث الإثارة والإصدار لذرات كل منهما متوافقة مع ذرات المنبع الآخر، ويتحقق ذلك إذا كان للمنبعين نفس الشدة والتواتر، وبينهما فرق طور ثابت لا يتغير مع الزمن، وبما أن الإلكترونات في المنبع الواحد غير مترابطة وغير متواقتة في امتصاصاتها وإصداراتها فمن المستحيل أن يتحقق تواقتها وترابطها مع منبع آخر، لهذا لا تشاهد ظواهر التداخل الضوئية بمنبعين ضوئيين مختلفين حتى ولو اتفقا في الطور في لحظة ما لأنه سيتغير في زمن قصير جداً، إذ أن العدد الهائل للإلكترونات المشعة للضوء في الذرات المثارة تصدر قطارات موجية كهرطيسية يدوم كل منها فترة زمنية مقدارها 10^{-8} s، فلا تستطيع أية ذرة مثارة الاحتفاظ بفرق طور ثابت مع غيرها لمدة تزيد على 10^{-8} s، ولأن تغيراته تكون سريعة وعشوائية. وبذلك تكون فترة بقاء النموذج التداخلي (الأهداب) قصيرةً جداً لا تتجاوز 10^{-8} s، لذا لا يشاهد أي نموذج تداخلي لأن العين لا ترى حوادث فترتها الزمنية أقل من 10^{-1} s.

كيف يمكن إذن الحصـــول على أهداب التداخل؟ لقد بيّن فرينل في عام 1816 أنه يمكن الحصـــول على موجتين مترابطتين وإحداث التداخل بينها، إذا استخدمنا منبعاً ضوئياً نقطياً أو شبه نقطي – أي منبعاً ذا أبعاد خطية من مرتبة طول الموجة – وجزّأنا بمساعدة منظومة ضوئية ما التدفق الناتج عن هذا المنبع إلى تدفقين، ثم أجبرنا الموجتين الضوئيتين الموافقتين لهما على الالتقاء في حيّزٍ فراغيٍ ما.

إن عملية تجزئة التدفق الأصـــلي إلى تدفقين لا تتم مبدئياً إلاّ باللجوء إلى إحدى طريقتين: إما تجزئة جبهة الموجة الصادرة عن المنبع الأصلي أو تجزئة سعة الموجة. وهذا ما يمكن تحقيقه بالاستعانة بإحدى المنظومات التداخلية التي سنراها فيما بعد والتي تعتمد على تشكيل خيالين إما حقيقيين أو وهميين للمنبع الأصلي.

7- مبدأ هايجنس في تفسير التداخل Huygens's Principle in Interference Explanation:

ينص هذا المبدأ على أن "كل نقطة من صـــدر موجة اهتزاز كروية أو أسـطوانية أو مسـتوية تتصـرف وكأنها منبع جديد للاهتزاز (أي الأمواج)، وهذا المنبع يصدر مويجات ثانوية لها شكل الموجة الأصلية، بحيث يكون مغلف هذه المويجات كلها في لحظة ما هو صدر الموجة الجديدة في تلك النقطة"، كما هو موضح بالشكل (7) مثلاً.



8- أجهزة التداخل Interference Apparatus:

هناك العديد من الأجهزة التي تؤمن الحصول على منبعين ضوئيين يصدران أشعة مترابطة، من هذه الأجهزة ما يعتمد على تجزئة صدر الموجة لجزأين وتكوين خيالين مضيئين وهميين أو حقيقيين للمنبع الأصلي، ومنها ما يعتمد على تجزئة الشدة أو السعة للحزمة الضوئية إلى جزأين يسيران في مسيرين مختلفين قبل أن يتداخلا ليعطيا ما يسمى بالنموذج التداخلي أو أهداب التداخل. سنتعرض في الفقرة إلى أحد هذه الأجهزة.

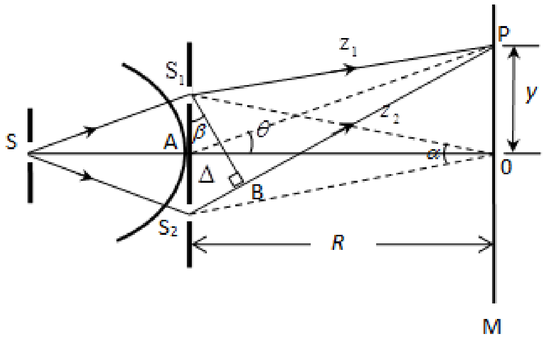
شقا يونغ Two Young's Apertures:

يتم الحصول على المنبعين المترابطين في تجربة شقا يونغ المشهورة، والتي أجريت لأول مرة عام 1802 لإيضاح طبيعة الضوء الموجية، يوضع حاجز عاتم يحوي شقين ضيقين متوازيين، يعمل كل شق من هذين الشقين بمثابة منبع نقطي للضوء، وتشاهد أهداب التداخل على شاشة توضع على بعد مناسب من مستوي الشقين كما يوضح ذلك الشكل (8-1).

طبقاً لمبدأ هايجنس، يعتبر الشقان بمثابة نقطتين على صدر الموجة الكروية التي مركزها S وبالتالي مصدري اضطراب بفرق طور ثابت، تتداخل الموجات الصادرة عن هذين المنبعين، وبنتيجة التداخل هذا يظهر لدينا النظام التداخلي وبالتالي الأهداب المضيئة والمظلمة على الشاشة M.

باعتبار النقطة A تقع في منتصف المسافة بين S_1 و S_2، و P موضع أحد أهداب التداخل التي تتكون على الحاجز M والذي يبعد عن مستوي المنبعين بالمسافة $AO = R$، و O مركز الهدب المركزي، و y ترمز للمسافة OP، و d البعد بين الشقين، نلاحظ أن البعد S_2B يُمثّل فرق المسير بين الاهتزازتين الواصلتين إلى P من S_1 و S_2 والذي يمكن الحصول عليه برسم دائرة مركزها P ونصف قطرها Z_1 فتقطع المستقيم Z_2 في النقطة B. بما أن d صغيرة جداً قياساً ببقية الأبعاد فإنه يمكن اعتبار القوس S_1B مستقيماً عمودياً على PS_1 و AP و PS_2.

من تشابه المثلثين $S_1\overset{\Delta}{S_2}B$ و $A\overset{\Delta}{P}O$ نجد أن:



الشكل (8): كيفية الحصول على نظام تداخلي بواسطة شقا يونغ

$$\frac{S_2B}{PO}=\frac{S_1S_2}{AP} \quad ; \quad \frac{\Delta}{y}=\frac{d}{R}. \tag{25}$$

وذلك باعتبار أن $AP = AO = R$ ، حيث يتم ذلك بافتراض أن P قريبة من O. تكون النقطة P مركزاً لهدب مضيء إذا كانت زاوية فرق الطور $\delta = 2m\pi$ أي فرق المسير بين الأشعة الضوئية يكون $\Delta = m\lambda$.

بالتعويض في المعادلة (25) نحصل على علاقة من النوع:

$$\frac{m\lambda}{y}=\frac{d}{R}.$$

وعليه فإن:

$$y = m\frac{R.\lambda}{d}. \tag{26}$$

يعطى البعد الهدبي بين مركزي هدبين مضيئين أو مظلمين متتاليين بالعلاقة التالية:

$$i = y_{m+1} - y_m = \frac{R.\lambda}{d}(m+1-m).$$

وبالتالي:

$$i = \frac{R.\lambda}{d}. \tag{27}$$

تعتبر هذه العلاقة مفيدة في تعيين طول موجة الضوء المستخدم، وذلك بقياس البعد الهدبي للأهداب المتشكلة. كما أن عرض الهدب الواحد يُحسب مباشرةً من العلاقة السابقة ويساوي $i/2$.

إن شدة الإضاءة في منتصف هدب مضيء تكون تابعاً عكسياً لبعد هذا الهدب عن الهدب المضيء المركزي وذلك وفق العلاقة التالية:

$$I_P = 4I_0\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right). \tag{28}$$

بالتعويض عن δ بقيمتها من العلاقة:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}.\Delta.$$

وبما ان:

$$\Delta = \frac{y.d}{R}.$$

نحصل على عبارة الشدة المعنية التالية:

$$I_P = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi\, y.d}{R.\lambda}\right). \tag{29}$$

إضافات مدرس المقرر