نظري هندسة الصف الثالث الإعدادي الفصل الدراسي الثاني

تعريف الدائرة : هي مجموعة نقط المستوى التي تبعد بعد ثابت عن نقطة ثابتة في المستوى تسمى هذه النقطة الثابتة "مركز الدائرة" والبعد الثابت " طول نصف قطر الدائرة "

ملاحظات هامة:

- نصف قطر الدائرة : هو قطعة مستقيمة طرفاها مركز الدائرة وأي نقطة على الدائرة
- سطح الدائرة : هو مجموعة نقط الدائرة ∪ مجموعة النقط داخل الدائرة
- وتر الدائرة : هو القطعة المستقيمة التي طرفاها أي نقطتين على الدائرة
- قطر الدائرة : هو الوتر المار بمركز الدائرة
- كل مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لها
- الدائرة لها عدد لا نهائي من محاور التماثل
- محيط الدائرة = ٢ π نق ، مساحة الدائرة = π نق٢

نتائج هامة:

(١) المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أي وتر فيها يكون عمودي على هذا الوتر

(٢) المستقيم المار بمركز الدائرة عمودياً على أي وتر فيها ينصف هذا الوتر

(٣) المستقيم العمودي على أي وتر في الدائرة من منتصفه يمر بمركز الدائرة

موضع نقطة بالنسبة لدائرة:

إذا كانت دائرة م ، طول نصف قطرها نق ، أ نقطة :-

- أ تقع خارج الدائرة إذا كان م أ > نق
- أ تقع على الدائرة إذا كان م أ = نق
- أ تقع داخل الدائرة إذا كان م أ < نق
- م أ = صفر ∴ أ تنطبق على مركز الدائرة

موضع مستقيم بالنسبة لدائرة :

م دائرة ، طول نصف قطرها نق ، ل مستقيم في مستواها ،

م أ ⊥ المستقيم ل (م أ هو طول العمود النازل من مركز الدائرة على المستقيم ل)

- المستقيم ل يقع خارج الدائرة إذا كان م أ > نق
- المستقيم ل مماسا للدائرة إذا كان م أ = نق
- المستقيم ل يكون قاطع للدائرة إذا كان م أ < نق
- إذا كان م أ = صفر فإن ل يمر بمركز الدائرة (أي محور تماثل لها)

ملاحظات هامة:

- المماس لدائرة يكون عمودي على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس
- المستقيم العمودي على قطر الدائرة من إحدى نهايتيه يكون مماسا لها
- المماسان المرسومان من نهايتي قطر في دائرة متوازيان

موضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى

نق١ + نق٢ ، نق١ − نق٢

متباعدتان ، متقاطعتان ، صفر

متماستان من الخارج ، متماستان من ، متحدتا المركز

ملاحظات هامة:

- خط المركزين لدائرتين متماستين يمر بنقطة التماس ويكون عموديا على المماس المشترك عند نقطة التماس
- خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على الوتر المشترك وينصفه

تعيين دائرة:

- يمكن رسم عدد لا نهائي من الدوائر تمر بنقطة واحدة
- يمكن رسم عدد لا نهائي من الدوائر تمر بنقطتين أ ، ب
- إذا كان نق > نصف $\overline{أب}$ فإنه يمكن رسم دائرتين فقط
- إذا كان نق = نصف $\overline{أب}$ فإنه يمكن رسم دائرة واحدة تمر بالنقطتين أ ، ب (وهي أصغر دائرة)
- إذا كان نق < نصف $\overline{أب}$ فإنه لا يمكن رسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب
- يمكن رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة
- لا يمكن رسم دائرة تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة

ملاحظات :

- الدائرتان التي تمر برؤوس △ تسمى دائرة خارجة لهذا المثلث
- مركز الدائرة الخارجة عن المثلث هو نقطة تقاطع محاور أضلاعه
- مركز الدائرة الخارجة للمثلث الحاد الزوايا يقع داخل المثلث
- مركز الدائرة الخارجة للمثلث القائم يقع في منتصف وتر المثلث
- مركز الدائرة الخارجة عن المثلث المنفرج الزاوية يقع خارج المثلث

نظرية : الأوتار المتساوية في الطول في دائرة على أبعاد متساوية من مركزها

نتيجة : الأوتار المتساوية في الطول في الدوائر المتطابقة على أبعاد متساوية من المركز

عكس النظرية: في الدائرة الواحدة (أو في الدوائر المتطابقة) إذا كانت الأوتار على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون متساوية في الطول

القوس في دائرة: هو جزء من محيط الدائرة

الزاوية المركزية: هى الزاوية التي رأسها مركز الدائرة و يحمل كل من ضلعيها نصف قطر في الدائرة

قياس القوس: هو قياس الزاوية المركزية المقابلة له

طول القوس: هو جزء من محيط دائرة يتناسب مع قياسه

حيث: طول القوس = $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}}$ × محيط الدائرة

نتائج هامة:

(١) في الدائرة الواحدة (أو الدوائر المتطابقة) الأقواس المتساوية في القياس متساوية في الطول و العكس صحيح

(٢) في الدائرة الواحدة (أو الدوائر المتطابقة) الأقواس المتساوية في القياس أوتارها متساوية في الطول و العكس صحيح

(٣) الوتران المتوازيان في الدائرة يحصران قوسين متساويين في القياس

(٤) القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه في الدائرة متساويان في القياس

الزاوية المحيطية: هى الزاوية التي رأسها على الدائرة و يحمل كل ضلع من ضلعيها وتراً في الدائرة

نظرية: قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس

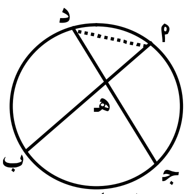
- الزاوية المحيطية تقابل قوساً أقل من نصف دائرة تكون حادة
- الزاوية المحيطية تقابل قوساً أكبر من نصف دائرة تكون منفرجة

ملاحظة: قياس الزاوية المركزية ضعف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس

نتائج هامة:

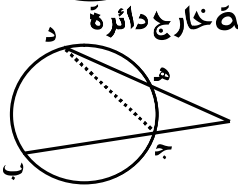
- قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها
- الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة قائمة

تمرين مشهور (١): إذا تقاطع وتران في نقطة داخل دائرة فإن زاوية تقاطعهما يساوى نصف مجموع قياسي القوسين المقابلين لها .



ق(∠ أ هـ جـ) = $\frac{1}{2}$ [ق(⌒أ جـ) + ق(⌒ب د)]

تمرين مشهور (٢): إذا تقاطع وتران في نقطة خارج دائرة فإن زاوية تقاطعهما يساوى نصف حاصل طرح قياسي القوسين المقابلين لها



ق(∠ أ) = $\frac{1}{2}$ [ق(⌒د ب) − ق(⌒جـ هـ)]

نظرية: الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس في الدائرة الواحدة متساوية في القياس

نتيجة: في الدائرة الوحدة (أو في عدة دوائر) الزوايا المحيطية التي تحصر أقواساً متساوية في القياس تكون متساوية في القياس

عكس النتيجة: في الدائرة الوحدة (أو في عدة دوائر) الزوايا المحيطية المتساوية في القياس تحصر بين ضلعيها أقواساً متساوية

عكس النظرية السابقة صحيح: إذا تساوى قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها فإنه تمر برأسيهما دائرة واحدة تكون هذه القاعدة وتراً فيها

الشكل الرباعي الدائري: هو شكل رباعي تنتمي رؤوسه الأربعة إلي دائرة واحدة أو شكل رباعي يمكن رسم دائرة تمر برؤوسه الاربعة

ملاحظات: (١) المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوى الساقين أشكال رباعية دائرية

(٢) متوازى الاضلاع والمعين وشبه المنحرف الغير متساوى الساقين رباعية غير دائرية

نظرية (١ – ٣): إذا كان الشكل الرباعي دائريا فإن كل زاويتين متقابلتين متكاملتان (مجموعهم = ١٨٠°)

نتيجة:

قياس الزاوية الخارجة عند أي رأس من رؤوس الشكل الرباعي الدائري يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها .

عكس النظرية: إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان في شكل رباعي كان الشكل رباعياً دائرياً .

عكس النتيجة: إذا وجدت زاوية خارجة عند رأس من رؤوس شكل رباعي قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس كان الشكل رباعياً دائريا .

ملخص الحالات التي يكون فيها الشكل الرباعي دائرياً

"كيف تثبت أن الشكل رباعي دائري "

يكون الشكل الرباعي دائريا إذا تحققت إحدى الشروط الأتية

- إذا وجدت نقطة في مستوى الشكل تكون على أبعاد متساوية من رؤوسه
- إذا وجدت زاويتان متساويتان في القياس ومرسومتان على ضلع من أضلاعه كقاعدة وفي جهة واحدة من هذا الضلع
- إذا وجدت زاويتان متقابلتان فيه متكاملتان
- إذا وجدت زاوية خارجة عند أي رأس من رؤوسه قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها

العلاقة بين مماسات الدائرة:

- المماسان المرسومان عند نهايتي قطر في الدائرة متوازيان.
- المماسان المرسومان عند نهايتي وتر في الدائرة متقاطعان .

نظرية : القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة متساويتان في الطول

نتائج النظرية

(١) المستقيم المار بمركز الدائرة ونقطة تقاطع مماسين لها يكون محوراً لوتر التماس لهذين المماسين

(٢) المستقيم المار بمركز الدائرة و نقطة تقاطع مماسين لها ينصف الزاوية بين هذين المماسين كما ينصف الزاوية بين نصفي القطرين المارين بنقطتي التماس

تعريف : الدائرة الداخلة لمضلع : هي الدائرة التي تمس جميع أضلاعه من الداخل

ملاحظات :

- الدائرة الداخلة لمثلث : هي الدائرة التي تمس جميع أضلاعه من الداخل
- مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة

الزاوية المماسية : هي الزاوية المكونة من اتحاد شعاعين أحدهما مماس للدائرة والآخر يحمل وتراً في الدائرة يمر بنقطة التماس

نظرية : قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس

نتيجة : قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس

- قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها

عكس النظرية : إذا رسم شعاع من إحدى طرفي وتر في دائرة بحيث كان قياس الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوي قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى فإن الشعاع يكون مماساً للدائرة