الكهرومغناطيسية الهندسية

"المجالات الكهرومغناطيسية المتغيرة مع الزمن"

تأليـف

د. محمد كامل عبد العزيز
قسم الهندسة الكهربائية
الجامعة الأردنية
عمان- المملكة الأردنية الهاشمية

د. مجيد عبد الرحمن الكنهل
قسم الهندسة الكهربائية
جامعة الملك سعود
الرياض- المملكة العربية السعودية

1426 هـ
2005 م

امتنـان

يود المؤلفان تقديم الشكر إلى مركز البحوث في كلية الهندسة بجامعة الملك سعود على دعمه لهذا المشروع وكذلك فإن الدكتور / محمد كامل عبد العزيز يود تقديم جزيل الشكر والامتنان إلى الجامعة الأردنية لمنحه إجازة تفرغ علمـي للعام الدراسي 2001/2000 حيث قام بقضائها في قسم الهندسة الكهربائية ـ جامعة الملك سعود وتم إنجاز معظم هذا الكتاب أثناء هذا العام الدراسي.

إهداء

،،،،نهدي هذا الكتاب إلى عائلتينا لما قدموه لنا،،،،

المقدمــة

تسارعت التطورات في علم الهندسة الكهربائية في العقود الخمس الأخيرة وخاصة في عالم الاتصالات والحاسبات حيث أن الطيف الكهرومغناطيسي (من حدود التيار المستمر وحتى المدى البصري) المستخدم قد أتسع ليشمل الحدود القصوى للتقنية العالية . وازدادت كثافة استخدام هذا الطيف من قبل الخدمات المختلفة ومنها الاتصالات عبر الأقمار الاصطناعية وعبر الوصلات الميكروية والوصلات العاملة في الترددات العالية (مثل الإذاعات) والترددات العالية جداً (مثل محطات التلفاز) إضافة لخدمات أخرى. وقد أدخل مؤخراً إلى عالم الاتصالات الهواتف الخلوية أو النقالة والتي انتشرت بتسارع هائل ومازال الطلب يتزايد عليها. أما الحاسبات وخاصة الشخصية منها فإن التسارع في سرعة ساعاتها وسرعة العمليات التي يمكن أن تقوم بها أصبح واضحاً في العقدين الآخيرين. وهذا وقد أنخفض عرض النبضات التي تتعامل معها هذه الحواسيب إلى أقل بكثير من 10^{-9} ثانية إضافة إلى أنها بدأت تغزو البيوت والمؤسسات كلها وبشكل متسارع حيث يتم استخدامها وفي أحيان كثيرة لساعات طويلة. أضف لذلك العديد من الأجهزة الكهربائية مثل التلفاز والفيديو والحاسوب والهواتف الثابتة والنقالة والفرن الميكروي ومصفف الشعر والغسالات والسخانات وغير ذلك وهذا كله يجعل من الضروري فهم كيفية التعامل مع هذه الأجهزة والمعدات وما يمكن أن ينتج عنها من مجالات كهرومغناطيسية. لا يعالج هذا الكتاب بشكل خاص التفاصيل الدقيقة لما سبق ذكره وإنما يضع الأساس الضروري للمجالات الكهرومغناطيسية التي تنتج وكيف تنتج عن هذه الأجهزة أو عن المصادر بشكل عام.

من الجدير بالذكر الإشارة إلى أن موضوع المجالات الكهرومغناطيسية يعتبر من المواضيع الأساسية في مسارات علم الهندسة الكهربائية المختلفة مثل الاتصالات والآلات والقوى الكهربائية والحاسبات وعلوم أخرى مثل الفيزياء والاستشعار عن بعد. وبالتالي فإنه من

الضروري أن يتم فهم هذا الموضوع وهضمه بشكل جيد لأن هذا سيسهل الأمور في المسارات الأخرى. ويصنف موضوع الكهرومغناطيسية، عادة، على أنه من المواضيع الصعبة حيث إنه يعتمد أساسا على ظواهر فيزيائية تحكمها علاقات رياضية معقدة بعض الشيء. وبالتالي فإنه يؤمل أن تقدم هذه المساهمة المتواضعة والمتمثلة في هذا الكتاب باللغة العربية في موضوع المجالات الكهرومغناطيسية في التسهيل على القارئ العربي حيث سيتم شرح المفاهيم الأساسية وبعضاً من التطبيقات حيثما أمكن لهذا الموضوع الصعب وبلغة القارئ. إلا أنه وفي الوقت نفسه فإن اللغة الإنجليزية، في هذا الكتاب، لم تغب عن الذهن حيث إنه تم استخدام العديد من التعابير والمصطلحات باللغة الإنجليزية وتم الإبقاء على كل المعادلات والرموز المستخدمة في معظم الكتب المكتوبة باللغة الإنجليزية كما هي، وهذا سيمكن القارئ من الانتقال إلى هذه الكتب وفي جعبته فهم واضح للمفاهيم الأساسية لهذا الموضوع. وتم كذلك استخدام الأرقام العربية ...... 0,1,2 وأعتمد النمط الآتي في ترقيم المعادلات والجداول والأشكال (القراءة من اليمين إلى اليسار) :- يحدد الرقم الأول رقم الباب يتبعه شرطة متبوعة بحرف (أن وجد) باللغة الإنجليزية متبوعاً برقم يحدد المعادلة أو الجدول أو الشكل المعني. فمثلاً إذا ظهر أمام المعادلة (على يمينها) الرقم الآتي (4 -20c) فإن الرقم 4 يمثل أن هذه المعادلة تقع في الباب الرابع وهي المعادلة رقم 20 في هذا الباب إلا أن هناك عدداً من هذه المعادلات التي تحمل الرقم 20 وتبدأ بالحرف (a) وتنتهي على سبيل المثال بالحرف (f) وهذه هي المعادلة (c).

تم في هذا الكتاب تقديم عدد جيد من الأشكال والجداول والأمثلة المحلولة التي جاءت كلها لتوضيح الأفكار المختلفة التي وردت في هذا الكتاب، وتم وضع عدد من المسائل عند نهاية كل باب لتمكين القارئ من استخدام المعلومات المختلفة لحل هذه المسائل وتمكينه من تقييم فهمه لمادة هذا الكتاب. يحتوي هذا الكتاب على سبعة أبواب، سيتم تفصيلها فيما بعد، إضافة إلى تضمين الكتاب مجموعة من الملاحق التي يؤمل أنها ستفيد القارئ في مواضيع عدة. وعلى الرغم من أن عنوان الكتاب هو المجالات الكهرومغناطيسية المتغيرة مع الزمن إلا أنه قد تم تقديم كلٍ من المجالات الكهربائية والمغناطيسية الثابتة مع الزمن على شكل باب كامل

يخدم كمقدمة لهذا الكتاب لإتاحة الفرصة للقارئ لتمكينه من الإلمام بالأساسيات قبل الولوج إلى المجالات الكهرومغناطيسية المتغيرة مع الزمن.

أحتوى الباب الأول على المجالات الكهربائية والمغناطيسية الثابتة مع الزمن ليكون أساساً لباقي هذا الكتاب. تم تقديم المصادر (الشحنات) الكهربائية والمجالات الكهربائية الناتجة عنها وتقديم العلاقة بين المجال الكهربائي والجهد الكهربائي من خلال الصورة التكاملية والصورة التفاضلية. تم تقديم كثافة الفيض الكهربائي أو متجه الإزاحة وقانون جاوس وتشتت متجه الإزاحة واشتقاق نظرية التشتت ومعادلة بواسان ولابلاس. بعد ذلك تم تقديم خصائص المواد العازلة وتقديم شروط الحدود للمجالات الكهربائية عند وجود أكثر من وسط عند السطح الفاصل بين الوسطين، وتم تقديم المواسع والطاقة الكهربائية. وتم بعدها الانتقال إلى تعريف التيار المستمر في المواد الموصلة حيث تم تحديد مفهوم المقاومة واستنباط قانون أوم للمجالات الكهربائية. بعد ذلك تم الانتقال إلى المصادر (التيار) والمجالات المغناطيسية الثابتة مع الزمن وتم تعريف المجال المغناطيسي وقانون أمبير وتحديد نظرية ستوك وتعريف الجهد الاتجاهي المغناطيسي وعلاقته بالتيار وكثافة الفيض المغناطيسي وبعدها تم الانتقال إلى المواد المغناطيسية وتحديد خصائصها وتقديم المحث ومحاثته. تم أيضاً ربط المجالات المغناطيسية مع بعضها في حالة وجود أكثر من وسط وشرح الأنشوطة التخلفية التي تحدد العلاقة بين المجال المغناطيسي وكثافة الفيض المغناطيسي وتقديم الدارات المغناطيسية وارتباطها مع الدارات الكهربائية. وقبل الانتهاء من هذا الباب تم تقديم موضوعين الأول عالج موضوع الصور في المصادر والمجالات الكهربائية والمغناطيسية الثابتة مع الزمن والثاني غطى التفاعل المتوقع بين الأجسام المشحونة والمجالات الكهربائية والمغناطيسية.

تم في الباب الثاني الانتقال إلى المجالات الكهرومغناطيسية المتغيرة مع الزمن والتي تمثل الحالة العامة حيث تم تقديم قانون فارادي وتيار الإزاحة الذي به يتم تعميم مفهوم التيار ومعادلات ماكسويل بشكل تكاملي وتفاضلي والتي تعتبر الأساس لفهم ارتباط المصادر

بالمجالات الكهرومغناطيسية المتغيرة مع الزمن. تم كذلك اشتقاق علاقة الاستمرارية التي تربط تشتت كثافة التيار مع معدل تغير كثافة الشحنات الحجمية وعلاقة التراخي التي تبين كيفية تغير كثافة الشحنات الحجمية، عند نقطة معينة، مع الزمن لوسط ما. تم بعد ذلك اشتقاق شروط الحدود للمجالات الكهرومغناطيسية عند سطح يفصل بين وسطين. وتم تقديم مقدمة مختصرة عن الأعداد والمتغيرات المركبة والعمليات المختلفة بها وتم بعدها الانتقال إلى كتابة معادلة ماكسويل عندما تكون المصادر وبالتالي المجالات الكهرومغناطيسية متناغمة زمنياً وتم تقديم التخلفية المغناطيسية والكهربائية وإعادة تعريف وتحديد الجهد الإتجاهي المغناطيسي وارتباطه مع التيار المتناغم زمنياً مع التيار.

يعالج الباب الثالث الموجات الكهرومغناطسية عبر اشتقاق معادلة الموجة من معادلات ماكسويل وحل هذه المعادلة ودراسة المجالات الكهرومغناطيسية المكونة للموجة في وسط عازل حيث تم تعريف التردد وطول الموجة واشتقاق سرعة الطور والمجموعة وتم تعريف الموجة المستوية والتعامدية. تم بعد ذلك دراسة الموجات في وسط موصل واشتقاق متجه بوينتنغ وإيجاد القدرة والطاقة للموجات الكهرومغناطيسية. بعدها تم تعريف استقطاب الموجات الكهرومغناطيسية وتصنيفه كاستقطاب خطي ودائري واستقطاب قطع ناقص وتم إيجاز تطبيقات الاستقطاب وذلك من خلال إعادة استخدام التردد واختيار الاستقطاب المناسب.

أما الباب الرابع فقد تم تخصيصه لمعالجة انعكاس وانكسار وتبعثر وانعراج الموجات الكهرومغناطيسية أثناء انتشارها في وسط ما وسقوطها على وسط آخر أو جسم في طريقها . تمت أولاً دراسة السقوط العمودي للموجات وتعريف معاملي الانعكاس والانتقال ونسبة الموجة الواقفة. تم بعد ذلك معالجة السقوط المائل للموجات وإيجاد معامل الانعكاس والانتقال وتحديد الزاوية الحرجة وإبراز التطبيقات المختلفة لهذه الزاوية وتحديد زاوية بروستر مع إبراز أهميتها في الحياة العملية. وتم بعد ذلك شرح تبعثر وانعراج الموجات الكهرومغناطيسية بشكل وصفي.

أما في الباب الخامس فقد تم تقديم خطوط النقل المكونة من موصلين ومعالجتها حيث تم تحديد عناصر ومعادلات خط النقل ومن ثم تحليل الحالة المستقرة لخطوط النقل لمصادر ومجالات متناغمة زمنياً وتم إيجاد ممانعة الدخل ومعامل الانعكاس والقدرة. كذلك تم تقديم المخطط الإتجاهي والمخطط الدوراني المستخدمة في حل مسائل خط النقل الذي يعاني من الفقد والذي لا يعاني من الفقد. وتم بحث خصائص خطوط النقل القصيرة التي تنتهي بدارة قصر أو دارة مفتوحة أو التي يكون طولها ربع طول الموجة لأهمية مثل هذه الخطوط في تطبيقات عدة. بعد ذلك تم تقديم مخطط سميث وموضوع مواءمة خطوط النقل باستخدام قضمة واحدة (خط نقل قصير ينتهي بدارة قصر أو دارة مفتوحة) أو قضمتين أو باستخدام خط نقل طوله ربع طول الموجة. واقترحت كذلك الأساليب الواجب اتباعها للحصول على القدرة القصوى من المصدر عند الترددات العالية عبر استخدام القضمات أو خط طوله ربع طول الموجة. تم بعد ذلك تقديم طريقة قياس الممانعة باستخدام خط النقل المشقوق وشرح القارن الإتجاهي. تم بعد ذلك الانتقال إلى تحليل الحالة العابرة لخط النقل الذي لا يعاني من الفقد من خلال استخدام مخطط الفراغ - الزمن حيث تم معالجة أنماط مختلفة من الأحمال، وشرح جهاز قياس الانعكاس في المجال الزمني والذي له فوائد جمة في فحص الشبكات لتحديد مكان ونوع الخلل الذي تعاني منه هذه الخطوط. وتم في نهاية هذا الباب تقديم موضوع خطوط النقل الشريطية الدقيقة بشكل مختصر.

أما الباب السادس فقد تم تخصيصه لتغطية دلائل الموجة حيث تم تقديم دليل الموجة المستطيل والموجات المتوقع انتشارها فيها تم تقديم الموجة السائدة، موجة TE_{10}، وإيجاد القدرة التي تحملها والفقد الأومي في جدران الدليل وكذلك الشقوق التي يتم عملها في وسط الدليل إما لإجراء القياس أو لغرض الإشعاع وتم شرح كيفية ربط الكابل المحوري بدليل الموجة المستطيل. تم بعد ذلك تقديم دليل الموجة الدائري حيث تم تقديم موجة تعامدية المجال المغناطيسي وموجة تعامدية المجال الكهربائي وتحديد الموجة السائدة وكذلك عائلة الموجات

التي يقل توهينها كلما زاد التردد. و تم بعد ذلك الانتقال إلى تقديم موضوع الألياف البصرية وشرح أهميتها وتصنيفها.

أما الباب السابع والأخير فقد تم تقديم موضوع الهوائيات وشرح فكرة الإشعاع للموجات الكهرومغناطيسية وتصنيف الهوائيات وتقديم المعاملات المختلفة التي تحدد خصائصها. تم تقديم ثنائي القطب القصير وثنائي القطب بطول نصف طول الموجة وأطول من ذلك وكذلك إحادي القطب. تم كذلك تقديم أثر وجود هذه الهوائيات فوق مستوى أرضي (موصل) وأثر هذا المستوى على خصائص هذه الهوائيات وإشعاعها. تم كذلك تقديم هوائي الحلقة عندما يكون محيط الحلقة أقل بكثير من طول الموجه التي تشعها وهذا ما يدعى بثنائي القطب المغناطيسي. تم إيجاد المجالات الكهربائية والمغناطيسية التي يتم إشعاعها عند منطقة المجال البعيد وتم كذلك إيجاد الإتجاهية ومقاومة الإشعاع والمساحة الفعالة لكل من هذه الهوائيات، تم كذلك تقديم هوائي المصفوفة بأبسط صوره.

احتوى الكتاب على خمسة ملاحق حيث تضمن الملحق الأول على قيم الثوابت الفيزيائية وبعض الرموز والخصائص الفيزيائية لبعض المادة. أما الملحق الثاني فقد غطى مجموعة من العلاقات الرياضية مثل المتطابقات المثلثية والمتطابقات الزائدية واللوغرثمات والتقريب للكميات الصغيرة والتكاملات غير المحددة والتكاملات المحددة . أما الملحق الثالث فقد أحتوى على تحليل المتجهات وذلك من خلال الإحداثيات الكارتيزية والإحداثيات الأسطوانية والإحداثيات الكروية والتحويلات بين هذه الإحداثيات، كذلك احتوى هذا الملحق على العاملات التفاضلية الإتجاهية في كل من هذه الإحداثيات وكذلك بعضاً من التطبيقات مثل الجمع والضرب والتفاضل والتكامل. غطى الملحق الرابع دوال بيسيل بتفصيلاتها وتضمن الملحق الخامس على مخطط سميث

يمكن استخدام هذا الكتاب لتدريس مادة في المجالات الكهرومغناطيسية لفصل كامل تتضمن الأبواب 1 و 2 و 3 و 4 وبعضاً من فصول الباب الخامس حسب حاجة المادة المطلوب

تدريسها ومحتواها وكذلك مقدمة الباب السادس وبعضاً من فصول الباب السابع. كذلك يمكن استخدامه لتدريس المادة الثانية في المجالات الكهرومغناطيسية متضمنة الأبواب 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7. وهذا المقترح الأخير هو مطبق فعلياً في تدريس المادة الثانية في الكهرومغناطيسية في قسمي الهندسة الكهربائية في كل من جامعة الملك سعود والجامعة الأردنية والعديد من الجامعات العربية الأخرى.

أثناء العمل على هذا الكتاب وبعد إنجازه بصورته الحالية كان هناك مساهمات عديدة نذكر منها الجهود المشكورة التي قام بها الأستاذ الدكتور عبد الله بن محمد الشعلان رئيس قسم الهندسة الكهربائية بجامعة الملك سعود من خلال مراجعته المتأنية والدقيقة لعدد من أبواب هذا الكتاب. كذلك فالشكر والتقدير للأساتذة من قسم الهندسة الكهربائية في جامعة الملك سعود وهم الأستاذ الدكتور محمد بن عبد الرحمن الحيدر و الأستاذ الدكتور خيري فرحات حلوة و الأستاذ الدكتور سعد الحاج بكري ، وكذلك إلى الأستاذ الدكتور حافظ محمود الزيات والأستاذ الدكتور محمد زكي خضر من قسم الهندسة الكهربائية في الجامعة الأردنية، والدكتور غاندي فرح مناصره من قسم الهندسة الكهربائية في جامعة القدس على مراجعتهم لعدد من أبواب هذا الكتاب وعلى ملاحظاتهم القيمة أثناء الإعداد له. نشكر كذلك المهندس مصباح خليل البهلول من قسم الهندسة الكهربائية بجامعة الملك سعود على جهوده في مراجعة عدد من أبواب هذا الكتاب وتدقيق حلول العديد من أمثلته. ولا يفوتنا أن نتقدم بالشكر إلى المهندس أسامه عبد الكريم كايد من قسم الهندسة الكهربائية بجامعة الملك سعود على استجابته السريعة لحل العديد من المشاكل التي اعترضتنا في التعامل مع البرمجيات المختلفة. نشكر أيضاً طلبة قسم الهندسة الكهربائية بالجامعة الأردنية وطلبة قسم الهندسة الكهربائية بجامعة الملك سعود وعلى مدى السنوات السابقة وذلك على تفاعلهم معنا في إعطاء معظم مادة هذا الكتاب والذي انعكس إيجابياً على شكله النهائي. احتوى هذا الكتاب على ما يزيد عن 300 شكل وكان هناك العديد من الأشكال المعقدة والتي كانت بحاجة إلى لمسة فنية وفهم عميق لموضوع الكهرومغناطيسية وهذا ما قام به المهندس قصي سليم جدعون حيث قام بتنفيذ كل رسومات هذا الكتاب بلمساته الفنية الرائعة القديرة ويستحق على

جهده المميز كل الشكر والتقدير. أما طباعة هذا الكتاب بما فيه من معادلات وامتزاج اللغتين العربية والإنجليزية فقد قامت به بمهارة فائقة وتأنٍ ودقة السيدة تهاني نبيل إدعيس والتي تستحق كل الشكر والتقدير على جهودها المميزة.

نأمل أن يكون هذا الكتاب مفيدا للطلاب ولمن يقرؤه ونرجو أن يتم الاتصال بالمؤلفين لإبلاغهم عن أي أخطاء فنية أو مطبعية في هذا الكتاب ليتم تلافيها في الطبعات القادمة. نشكر الله سبحانه وتعالى على تمكيننا من الانتهاء من هذا الكتاب ونأمل أن يكون مساهمة متواضعة في مجال الكتب باللغة العربية في علم الهندسة الكهربائية.

المحتويــات

الباب الأول
المصادر والمجالات الكهربائية والمغناطيسية الثابتة مع الزمن

Static Sources, Electric and Magnetic Fields

شهدت العقود الأخيرة تقدماً سريعاً في مسارات الهندسة الكهربائية المختلفة وخاصة مساري الاتصالات والحاسبات بحيث إن البيئة العامة أصبحت بحراً من الإشارات الكهربائية والمغناطيسية. ومن هذه الإشارات على سبيل المثال لا الحصر ما يلي:-

- المجالات الناتجة عن خطوط الضغط المنخفض والمتوسط والعالي والتي تغذي المدن والتجمعات السكانية والمصانع والبيوت .
- الإشارات الناتجة عن المحطات الإذاعية والتلفازية وأجهزة الاتصالات المتنقلة والثابتة.
- الإشعاعات الناتجة عن أجهزة الحاسوب الشخصية والتي تشهد نموا مطرداً وتزداد سرعتها بشكل يكاد يكون قياسياً.
- المجالات الكهربائية والمغناطيسية التي تولدها أجهزة التلفاز والأجهزة المختلفة الأخرى التي باتت تملأ البيوت العصرية. وقد يكون مستوى هذه المجالات الناتجة عن بعض هذه الأجهزة مرتفعاً بعض الشيء لدرجة قد يؤثر على صحة الإنسان.
- الإشعاعات الناتجة عن أنظمة الاتصالات الأخرى.

وهذا يجعل من الضرورة بمكان التعرف على الإشارات والمجالات الكهربائية والمغناطيسية (الكهرومغناطيسية) وفهم ارتباطها مع بعضها ومع المصادر التي تنتجها. سيتم في هذا الكتاب محاولة وضع الأسس الضرورية لموضوع الكهرومغناطيسية الهندسية ويكون التركيز بشكل رئيسي على المجالات المتغيرة مع الزمن، إلا أنه لابد من أن يتم تقديم الأساس الضروري واللازم لهذا الموضوع في صورة المصادر والمجالات الكهربائية والمغناطيسية

الثابتة مع الزمن لأنها تعتبر متطلباً أساسياً لموضوع هذا الكتاب. سيقدم هذا الباب شرحاً مختصراً لكل من المصادر والمجالات الكهربائية الثابتة مع الزمن وكذلك المصادر والمجالات المغناطيسية الثابتة مع الزمن. ويشكل هذا الباب الأساس للأبواب الأخرى ويتم تقسيمه إلى خمسة أجزاء. يغطي الجزء الأول المصادر والمجالات الكهربائية الثابتة مع الزمن ويتم تقديم المصادر الكهربائية (الشحنات) وما ينتج عنها من قوى ومجالات وجهد كهربائي، ويتم كذلك بحث خصائص المواد العازلة واستقطابها وشرح المواسع وطريقة إيجاد سعته. أما في الجزء الثاني فإنه يعالج التيار المستمر (الثابت مع الزمن) والخصائص الموصيليه للأوساط المختلفة. أما الجزء الثالث فيتم تقديم المصادر المغناطيسية (التيارات) وما ينتج عنها من قوى ومجالات وجهد مغناطيسي وسيتم بحث خصائص المواد المغناطيسية وإيجاد المحاثة. و يغطي الجزء الرابع تفاعل الشحنات مع المجالات الكهربائية والمغناطيسية. أما الجزء الخامس فيقدم الصور في المصادر الكهربائية.

1-1:- المصادر والمجالات الكهربائية الثابتة مع الزمن

إن المصادر والمجالات الكهربائية الناتجة عنها لا تكون بالمفهوم المطلق ثابتة مع الزمن (أو غير متحركة) وإنما تكون شبه ثابتة. ويسهل افتراض أنها ثابتة مع الزمن التعامل معها في هذه المرحلة. وسيتم، لاحقاً في هذا الباب، معالجة خاصة للمصادر المتحركة. ولكن سيتم أولاً تعريف المصادر (الشحنات) وبعدها يتم الانتقال إلى إيجاد المجالات الكهربائية الناتجة ومن ثم إيجاد الآليات التي تربط بينهما.

1-1-1:- الشحنات الكهربائية Electric Charges

تتكون المواد من ذرات وتتكون الذرة من نواة تحوي على نيترونات وهي أجسام غير مشحونة وبروتونات، وزن البروتون 1.67×10^{-27} kg ، وهي أجسام اصطلح على اعتبار أن شحنتها موجبة (+) . ويدور حول النواة مجموعة من الإلكترونات في مدارات مختلفة ، وزن الإلكترون 9.11×10^{-31} kg ، وهي أجسام اصطلح على أخذ شحنتها سالبة (-)، وتستخدم وحدة الكولومب C للتعبير عن قيمة هذه الشحنات علماً بأن القيمة العددية

لشحنة البروتون هي نفسها لشحنة الإلكترون أو 1.67×10^{-19} C. وتمثل هذه البروتونات والإلكترونات الأساس للشحنات الكهربائية (أو المصادر الكهربائية) وتأتي هذه المصادر (الشحنات) بأشكال مختلفة كما يلي:-

- **شحنة نقطية (Point Charge) :-** وهي شحنة (أو عدة شحنات) مركزة عند نقطة (أو مجموعة من النقاط) ويرمز لها بالرمز q ووحداتها كولومب C.
- **شحنة خطية (Line Charge) :-** وهي شحنة مقدارها، مثلاً، q C موزعة بشكل منتظم أو غير منتظم على خط L ويعبر عنها بكثافة الشحنة الخطية ويرمز لها بالرمز ρ_L ووحداتها كولومب/متر أو C/m.
- **شحنة سطحية (Surface Charge) :-** وهي شحنة مقدارها، مثلاً، q C موزعة بشكل منتظم أو غير منتظم على سطح S ويعبر عنها بكثافة الشحنة السطحية ويرمز لها بالرمز ρ_s ووحداتها كولومب/متر مربع أو C/m^2.
- **شحنة حجمية (Volume Charge) :-** وهي شحنة مقدارها، q C موزعة بشكل منتظم أو غير منتظم في حجم V و يعبر عنها بكثافة الشحنة الحجمية ويرمز لها بالرمز ρ_v ووحداتها كولومب/متر مكعب أو C/m^3.

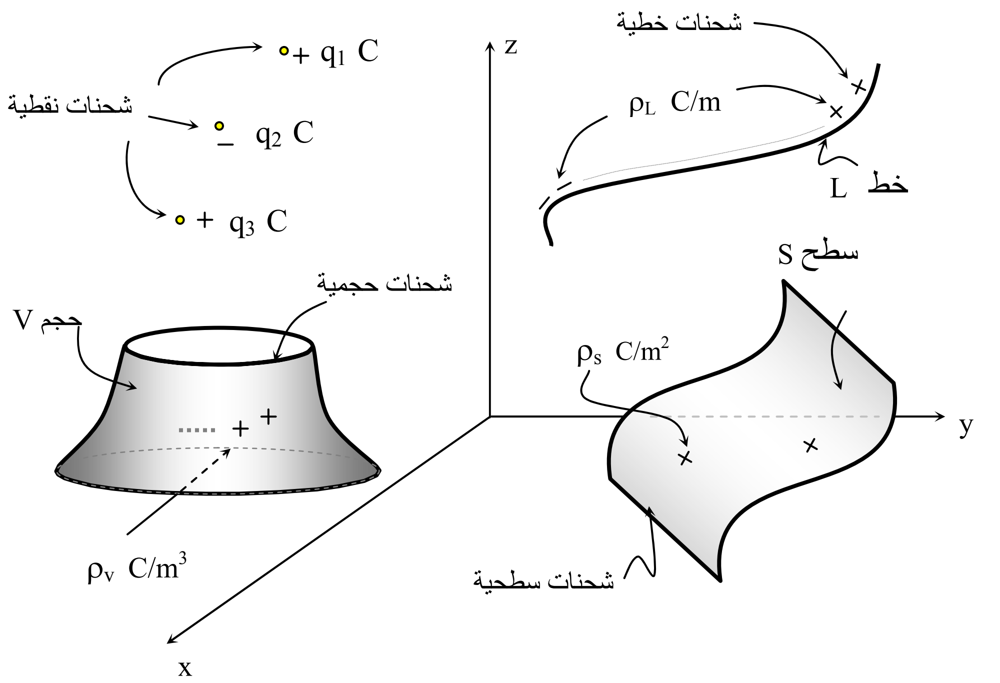
ويبين الشكل (1-1) هذه الأنماط المختلفة من الشحنات الكهربائية. وتجدر الإشارة إلى أن الشحنات المتشابهة (موجبة وموجبة أو سالبة وسالبة) تتنافر وأن الشحنات المختلفة (موجبة وسالبة أو سالبة وموجبة) تتجاذب.

1-1-2:- القوة الكهربائية والمجال الكهربائي Electric Force and Field

يمكن أن يتم فعلياً قياس ما ينتج عن الشحنات الكهربائية وبالتالي فإن معظم القوانين التي تضبط العلاقة بين الشحنات وما ينتج عنها هي في أساسها تجارب يمكن تصميمها وإجراؤها وأولها قانون كولومب (Coloumb Law) الذي يحدد القوة الكهربائية (Electric Force) **F** (سيتم استخدام حرفاً داكناً لتمثيل الكميات المتجهة) بين شحنتين q_1 C و q_2 C تفصل بينهما مسافة R_{12}، أنظر الشكل (1-2)، وهذه القوة الكهربائية تكون كما يلي:-

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{q_1 \; q_2}{4\,\pi\,\varepsilon\,R_{12}^2}\;\mathbf{a}_{R12} \qquad \text{N} \tag{1-1}$$

حيث إن $\mathbf{F}_{12}$ هي القوة التي تؤثر بها الشحنة q_1 على الشحنة q_2 علماً بأن $\mathbf{F}_{12} = -\,\mathbf{F}_{21}$، و $R_{12} = |\mathbf{R}_{12}| = |\,\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1\,|$ هي المسافة التي تفصل بين الشحنتين q_1 و q_2 و $\mathbf{a}_{R12}$ يمثل متجه وحدة طول و $\mathbf{r}_1$ و $\mathbf{r}_2$ يمثلان متجهات موضعية و ε هو ثابت الوسط أو سماحيته وتكون قيمته للفراغ (أو للهواء) $\varepsilon_0 = 10^{-9}/(36\,\pi)\;\;\text{F/m}$.



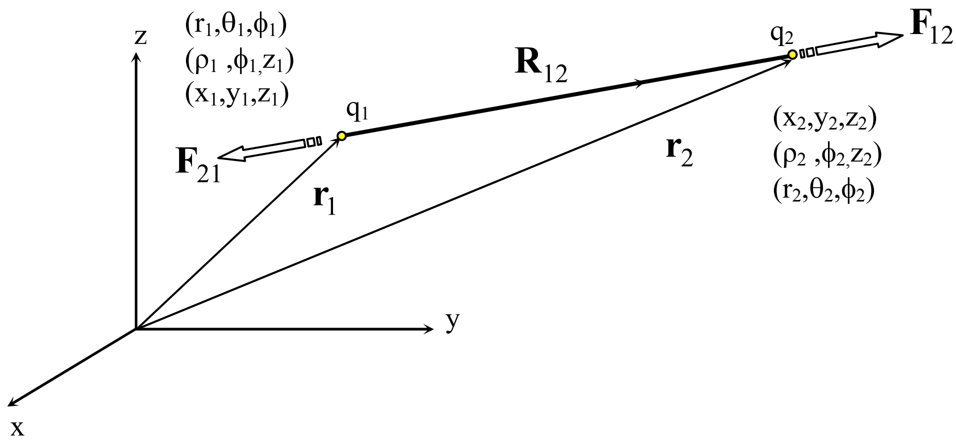
الشكل (1-1):- الأشكال المختلفة للشحنات الكهربائية:- الشحنات النقطية q_1 C و q_2 C و q_3 C والشحنة الخطية ρ_L C/m والشحنة السطحية ρ_s C/m^2 والشحنة الحجمية ρ_v C/m^3.

و يمكن من الشكل (1-2) كتابة $\mathbf{r}_1$ و $\mathbf{r}_2$ و $\mathbf{R}_{12}$ و $\mathbf{a}_{R12}$ باستخدام الإحداثيات الكارتيزية والأسطوانية والكروية كما يلي:-

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{1,2} &= x_{1,2}\,\mathbf{a}_x + y_{1,2}\,\mathbf{a}_y + z_{1,2}\,\mathbf{a}_z = r_{1,2}\,\mathbf{a}_{r_{1,2}} + z_{1,2}\,\mathbf{a}_z = r_{1,2}\,\mathbf{a}_{r_{1,2}} \\ &= \rho_{1,2}\cos\phi_{1,2}\,\mathbf{a}_x + \rho_{1,2}\sin\phi_{1,2}\,\mathbf{a}_y + z_{1,2}\,\mathbf{a}_z \\ &= r_{1,2}\sin\theta_{1,2}\cos\phi_{1,2}\,\mathbf{a}_x + r_{1,2}\sin\theta_{1,2}\sin\theta_{1,2}\,\mathbf{a}_y + r_{1,2}\cos\theta_{1,2}\,\mathbf{a}_z\end{aligned}$$

$$R_{12} = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$\mathbf{a}_{R_{12}} = [(x_2 - x_1)\,\mathbf{a}_x + (y_2 - y_1)\,\mathbf{a}_y + (z_2 - z_1)\,\mathbf{a}_z]/R_{12}$$



الشكل (1-2):- القوة الكهربائيـة $\mathbf{F}_{12}$ بين شحنتين q_1 و q_2 تفصل بينهما مسافة R_{12}.

وتعرف العلاقة المبينة في المعادلة (1-1) بقانون التربيع العكسي ويتكرر هذا القانون في المصادر والمجالات المغناطيسية وقوى الجاذبية ومسائل فيزيائية أخرى. وتبين هذه العلاقة أن هناك تماثلاً في ناتج الشحنة النقطية q_1 (في هذه الحالة)، ويتوزع هذا الناتج بشكل منتظم على سطح كرة مساحتها $4\pi R_{12}^2\ m^2$ وتؤثر هذه الشحنة بشكل طردي على الشحنة النقطية الأخرى q_2 وذلك كما تبينه العلاقة المذكورة.

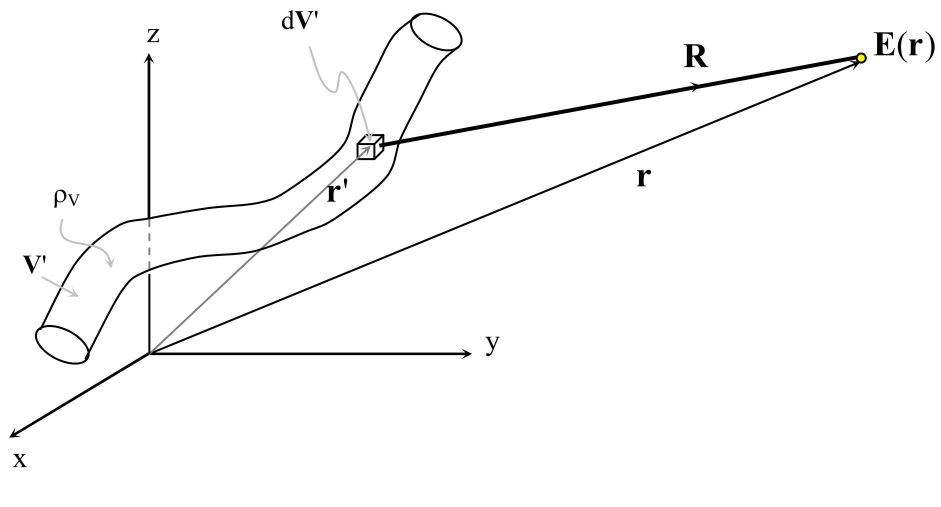
يتم الآن تعريف المجال الكهربائي $\mathbf{E}$ (Electric Field) على أنه القوة الكهربائية لكل وحدة شحنة أو أن المجال الكهربائي $\mathbf{E}_1$ عند النقطة (x_2, y_2, z_2) الناتج عن الشحنة q_1 الموضوعة عند النقطة (x_1, y_1, z_1) هو كما يلي:-

$$\mathbf{E}_1 = \frac{\mathbf{F}_{12}}{q_2} = \frac{q_1}{4\,\pi\,\varepsilon\,R_{12}}\,\mathbf{a}_{R12} \qquad V/m \qquad (2\text{-}1)$$

وتكون وحداته N/C أو V/m. وإذا كان هناك شحنة حجمية موجودة في الحجم V' وكثافتها هي ρ_V كما هو مبين في الشكل (1-3) فإن المجال الكهربائي الناتج عند النقطة (x, y, z) يكون كما يلي:-

$$\mathbf{E(r)} = \iiint_{V'} \frac{\rho_V(r')\ dV'}{4\,\pi\,\varepsilon\,R^2}\,\mathbf{a}_R \qquad V/m \qquad (3\text{-}1)$$

حيث إن $R = \left|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\right|$ و $\mathbf{a}_R = \mathbf{R} / \left|\,\mathbf{R}\,\right|$.



الشكل (1-3):- المجال الكهربائي الناتج عن شحنة حجمية.

مثال (1-1):- يبين الشكل (4-1) ثلاث شحنات نقطية موضوعة في الفراغ، الأولى $q_1 = 1$ nC عند النقطة (1, 0, 0) والثانية $q_2 = -2$ nC عند النقطة (0, 0, 0) والثالثة $q_3 = 1$ nC عند النقطة (-1, 0, 0) :- **(i)** أوجد القوة التي تؤثر بها الشحنة الأولى على كل من الشحنة الثانية والثالثة. **(ii)** أوجد ناتج القوة التي تؤثر بها الشحنة الثانية والشحنة الثالثة على الشحنة الأولى. **(iii)** أوجد المجال الكهربائي الناتج عن هذه الشحنات عند النقطة P_1 (x, y, z) والنقطة P_2 (0,0,1) والنقطة P_3 (2,0,0).

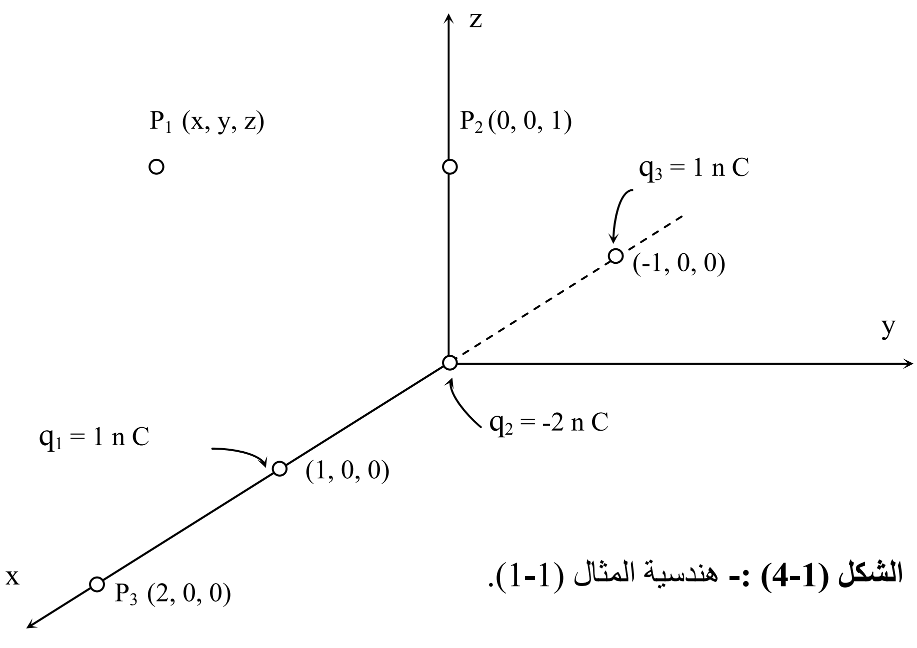
الحـــل:-

(i) القوة التي تؤثر بها الشحنة الأولى على الثانية

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{(1\times 10^{-9})\,(-2\ \times 10^{-9})\,(-\mathbf{a}_x)}{4\,\pi \times (10^{-9}/36\,\pi)\ \times 1^2} = 18\,\mathbf{a}_x \qquad \text{nN}$$

القوة التي تؤثر بها الشحنة الأولى على الثالثة

$$\mathbf{F}_{13} = \frac{(1\times 10^{-9})\,(1\ \times 10^{-9})\,(-\mathbf{a}_x)}{4\,\pi \times (10^{-9}/36\,\pi)\times 2^2} = -\,2.25\ \ \mathbf{a}_x \qquad \text{nN}$$



الشكل (4-1) :- هندسية المثال (1-1).

(ii) أما ناتج القوة التي تؤثر بها الشحنتين الثانية والثالثة على الشحنة الأولى فهي كما يلي :-

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{31} = -\mathbf{F}_{12} - \mathbf{F}_{13} = -18\,\mathbf{a}_x + 2.25\,\mathbf{a}_x = 15.75\,\mathbf{a}_x \quad \text{nN}$$

(iii) المجال الكهربائي الكلي عند النقطة P_1 هو المجموع الاتجاهي للمجال الكهربائي الناتج عن كل شحنة على حدة، أو

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \frac{10^{-9}}{4\pi(10^{-9}/36\pi)}\left[\frac{(x-1)\,\mathbf{a}_x + y\,\mathbf{a}_y + z\,\mathbf{a}_z}{\left[(x-1)^2 + y^2 + z^2\right]^{3/2}}\right.$$

$$\left. - \frac{2\,(x\,\mathbf{a}_x + y\,\mathbf{a}_y + z\,\mathbf{a}_{z)}}{\left[(x^2 + y^2 + z^2\right]^{3/2}} + \frac{(x+1)\,\mathbf{a}_x + y\,\mathbf{a}_y + z\,\mathbf{a}_{z)}}{\left[(x+1)^2 + y^2 + z^2\right]^{3/2}}\right] \quad \text{V/m}$$

أما المجال الكهربائي الكلي عند النقطة P_2 كما يلي:-

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(0,0,1) &= 9\left[(-\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_z)/(2\sqrt{2}) - 2\mathbf{a}_z + (\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_z)/2\sqrt{2}\right] \\ &= -11.64\,\mathbf{a}_z \quad \text{V/m}\end{aligned}$$

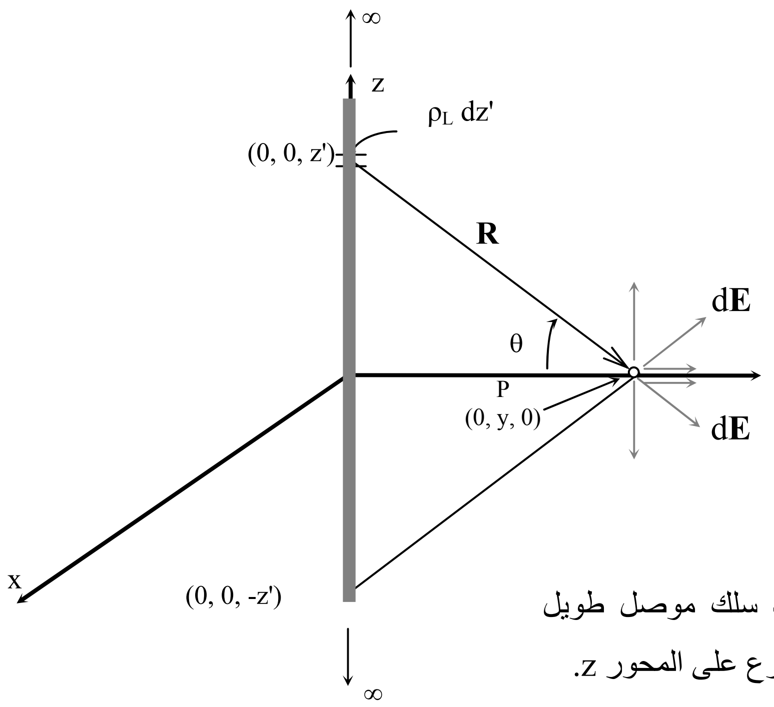
ويكون المجال الكهربائي الكلي عند النقطة P_3 كما يلي:-

$$\mathbf{E}\ (2,0,0) = 9\left[(\,\mathbf{a}_x - 0.5\,\mathbf{a}_x + 0.11\,\mathbf{a}_x) = 5.5\,\mathbf{a}_x \quad \text{V/m}\right.$$

مثال (1-2):- يبين الشكل (1-5) سلكاً موصلاً طويلاً يحمل شحنة خطية كثافتها ρ_L C/m وموضوع باتجاه المحور z في الهواء، أوجد المجال الكهربائي الناتج عن هذا السلك عند النقطة P (0, y, 0).

الحــل :-

إذا أخذ جزءٌ صغير من السلك dz' والذي يحمل شحنة مقدارها $\rho_L dz'$ C فإن المجال الكهربائي $d\mathbf{E}$ الناتج يكون كما يلي :-



الشكل (5-1):- سلك موصل طويل مشحون وموضوع على المحور z.

$$d\mathbf{E}\,(0, y, 0) = \frac{\rho_L\, dz'}{4\,\pi\,\varepsilon_0\, R^2}\,\mathbf{a}_R \qquad V/m$$

حيث إن $R = (y^2 + z'^2)^{1/2}$ و $\mathbf{a}_r = (y\,\mathbf{a}_y - z'\,\mathbf{a}_z)\,/(y^2 + z'^2)^{1/2}$.

أو أن المجال الكهربائي الكلي الناتج عن السلك يكون كما يلي :-

$$\mathbf{E}\,(0, y, 0) = \frac{\rho_L}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(y\,\,\mathbf{a}_y\,\,- z'\,\mathbf{a}_z)}{(y^2\,+ z'^2)^{3/2}}\, dz' \qquad V/m$$

ومن التماثل في هذه المسألة فإن المجال الكهربائي سيكون لـه عنصر في اتجاه $\mathbf{a}_y$ فقط (يلاحظ أن التكامل الثاني يتم على دالة مفردة وبالتالي فإن نتيجته تكون صفراً) أو أن $\mathbf{E} = E_y \mathbf{a}_y$ أو

$$E_y\ (0, y, 0) = \frac{2\,\rho_L\, y}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \int_0^{\infty} \frac{dz'}{(y^2 + z'^2)^{3/2}}$$

وتستخدم طريقة التعويض لإجراء هذا التكامل الأخير أو باستخدام $z' = y \tan\theta$ وبالتالي فإن $dz' = y d\theta / \cos^2\theta$ و $(y^2 + z'^2)^{3/2} = y^3 / \cos^2\theta$ ، أو

$$\int_0^{\infty} \frac{dz'}{(y^2 + z'^2)^{3/2}} = \frac{1}{y^2} \int_0^{\pi/2} \cos\theta\, d\,\theta \;= 1/y^2$$

ويصبح المجال الكهربائي عند النقطة (0,y,0) كما يلي:-

$$E_y(0, y, 0) = \rho_L /(2\,\pi\,\varepsilon_0\ y) \quad V/m$$

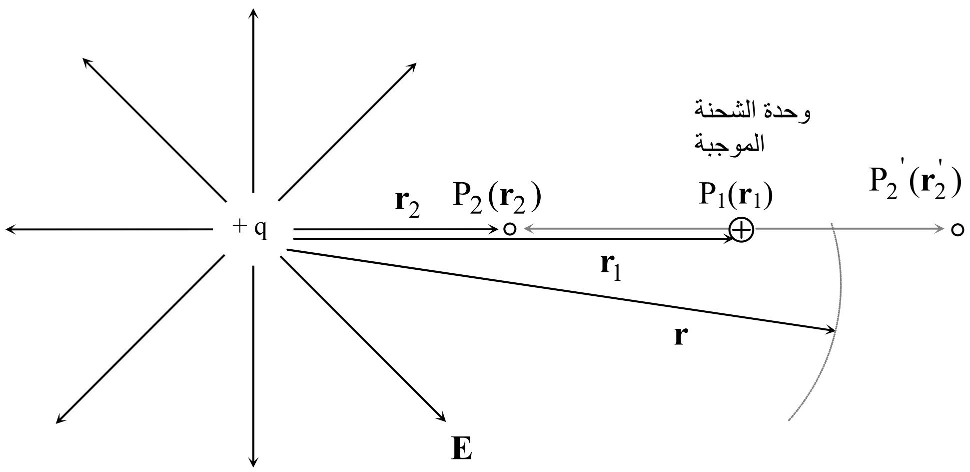
إذا استخدمت الإحداثيات الأسطوانية في حل هذه المسألة فإن المجال الكهربائي الناتج يكون فقط باتجاه $\mathbf{a}_\rho$ ويكون $E_\rho(r, \phi, z) = \dfrac{\rho_L}{2\,\pi\,\varepsilon_0\,\rho}\ V/m$ حيث إن ρ هي المسافة التي تفصل النقطة المراد إيجاد المجال الكهربائي عندها عن السلك في الإحداثيات الأسطوانية.

3-1-1:- الجهد الكهربائي (Electric Potential)

يعرف الجهد الكهربائي بأنه كمية الشغل المبذول لنقل وحدة شحنة موجبة من نقطة إلى أخرى بوجود مجالٍ كهربائي. ويبين الشكل (1-6) وجود شحنة نقطية $+q$ وخطوط مجالها الكهربائي ووحدة شحنة موجبة تقع عند النقطة $P_1(\mathbf{r}_1)$. يلاحظ أنه سيتم بذل جهدٍ موجبٍ إذا ما حركت وحدة الشحنة الموجبة من النقطة $P_1(\mathbf{r}_1)$ إلى النقطة $P_2(\mathbf{r}_2)$ أي باتجاه معاكس لاتجاه خطوط المجال الكهربائي. كذلك فإنه سيتم بذل جهدٍ سالبٍ إذا ما حُركت وحدة الشحنة الموجبة من النقطة $P_1(\mathbf{r}_1)$ إلى النقطة $P_2'(\mathbf{r}_2')$ أي باتجاه خطوط المجال الكهربائي. ويعطى الجهد الكهربائي بالعلاقة التالية:-

$$V_{12} = -\int_1^2 \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L} \qquad V \qquad (4\text{-}1)$$

وتأتي الإشارة السالبة للتعبير عن أن بذل جهد موجب ينتج من تحريك وحدة الشحنة الموجبة باتجاه معاكس لاتجاه خطوط المجال الكهربائي $\mathbf{E}$. ويؤكد الضرب النقطي (•) على أن الجهد سيكون بأعلى قيمة له إذا كانت $d\mathbf{E}$ و $d\mathbf{L}$ متوازيان ويكون صفراً إذا كانت حركة وحدة الشحنة باتجاه عمودي على خطوط المجال الكهربائي. أما $d\mathbf{L}$ فتمثل وحدة الطول التفاضلية أو $d\mathbf{L} = dx\ \mathbf{a}_x + dy\ \mathbf{a}_y + dz\ \mathbf{a}_z$ للإحداثيات الكارتيزية و $d\mathbf{L} = d\rho\ \mathbf{a}_\rho + \rho d\phi\ \mathbf{a}_\phi + dz\ \mathbf{a}_z$ للإحداثيات الأسطوانية و $d\mathbf{L} = dr\ \mathbf{a}_r + r d\theta\ \mathbf{a}_\theta + r \sin\theta\ d\phi\ \mathbf{a}_\phi$ للإحداثيات الكروية.



الشكل (6-1):- شحنة نقطية q+ وخطوط مجالها الكهربائي وحركة وحدة الشحنة الموجبة.

ومن الشكل (6-1) فإن $d\mathbf{L} = dr\ \mathbf{a}_r$ والمجال الكهربائي $\mathbf{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathbf{a}_r \quad V/m$

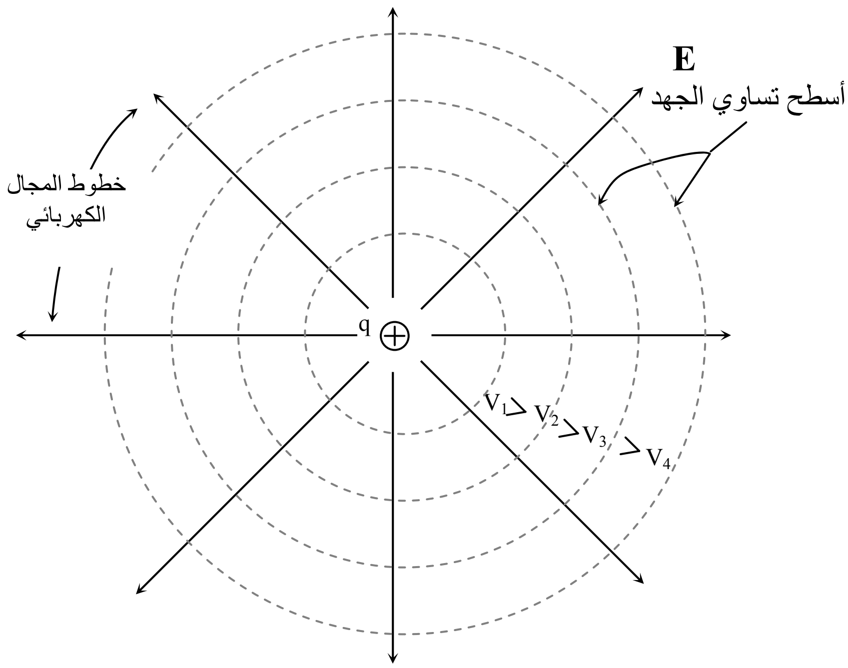
وبالتالي فإن الجهد الكهربائي V_{12} يصبح كما يلي :-

$$V_{12} = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) \qquad V$$

وإذا كانت $r_2 = r$ و $r_1 \to \infty$ فإن الجهد الكهربائي للنقطة $P(\mathbf{r})$ مقارنة بنقطة يكون عندها الجهد مساوياً لصفر هو

$$V(r) = \frac{q}{4\,\pi\,\varepsilon_0\, r} \qquad V \qquad (5\text{-}1)$$

وتمثل العلاقة الأخيرة قيمة الجهد عند أي نقطة على سطح كرة نصف قطرها r ويكون جهد أي نقطة على سطحها مساوياً V $q/(4\,\pi\,\varepsilon_0\, r)$ ويسمى هذا بسطح تساوي الجهد. ويلاحظ من الشكل (1-7) أن خطوط المجال الكهربائي تكون عمودية على هذا السطح وهذه قاعدة عامة مفادها أن خطوط المجال الكهربائي تكون دائماً عمودية على أسطح تساوي الجهد. ويمكن إعادة كتابة المعادلة (1-5) إذا كانت الشحنة موزعة في حجم dV' كما يلي:-



الشكل (1-7):- تعامد خطوط المجال الكهربائي **E** على أسطح تساوي الجهد.

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_{V'} \frac{\rho_v \, dV'}{R} \qquad (6\text{-}1)$$

حيث إن R تمثل المسافة بين النقطة التي يكون عندها $\rho_v \, dV'$ والنقطة التي يتم حساب جهدها. ويلاحظ أن العلاقة التي تحدد الجهد هي أبسط من تلك التي تحدد المجال الكهربائي إضافة إلى أن الجهد كميـة قياسية في حين إن المجال كمية متجهة وبالتالي قد يكون من السهل، في حالات عدة وخاصة تلك التي تفتقد إلى التماثل، إيجاد الجهد ومن ثم (سيتم بيان ذلك فيما بعد) يتم استنتاج المجال الكهربائي.

مثال (1-3):- في المثال (1-2) أوجد فرق الجهد V_{12} الناتج بين نقطتين الأولـى تقع على بعد ρ_1 من السلك والثانية تقع على بعد ρ_2 من السلك علماً بـأن $\rho_2 < \rho_1$ إذا كان طول السلك $2L$ وموضـوع بشكـل متماثـل علـى المحـور z، بين $z = -L$ و $z = L$، فأوجد جهد النقطـة $(0, y, 0)$ إذا كانت كثافة الشحنة الخطية له $\rho_L \; C/m$.

الحـــل:-

بمـا أن المجـال الكهربائـي لهذا السلك هـو $E_\rho = \rho_L /(2\,\pi\,\varepsilon_0\,\rho)$ فـإن فرق الجهد V_{12} بين نقطتين ($\rho = \rho_1$ $\rho = \rho_2$) هو كما يلي:-

$$V_{12} = -\int \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L} = -\int \frac{\rho_L}{2\,\pi\,\varepsilon_0\,\rho}\,\mathbf{a}_\rho \bullet (d\rho\,\mathbf{a}_\rho + \rho d\phi\,\mathbf{a}_\phi + dz\,\mathbf{a}_z)$$

$$= -\frac{\rho_L}{2\,\pi\,\varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\rho_L}{2\,\pi\,\varepsilon_0} \ln\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right) \qquad V$$

أما في حالة السلك الواقع في المدى $-L \le z \le L$ فقط فسيكون من الأسهل إيجاد الجهد V عند النقطة $(0, y, 0)$ مباشرة كما يلي:-

$$V(0, y, 0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-L}^{L}\frac{\rho_L\, dz'}{R} = \frac{\rho_L}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-L}^{L}\frac{dz'}{\sqrt{y^2 + z'^2}}$$

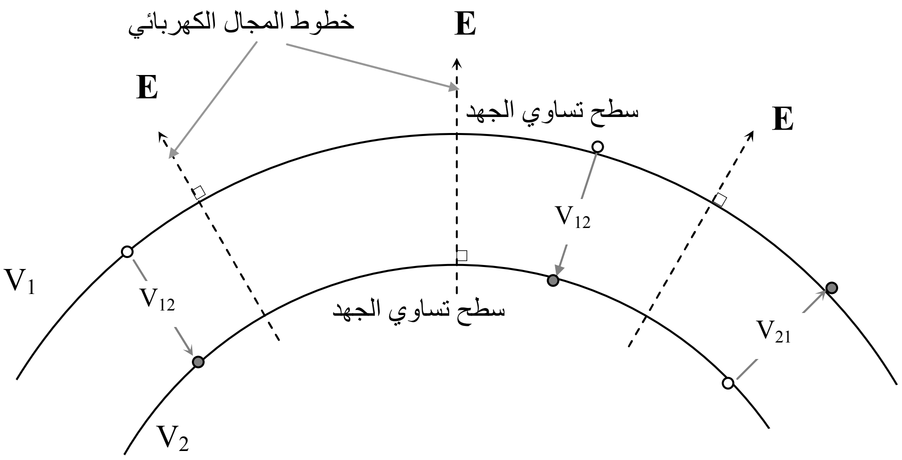
يتم إجراء هذا التكامل بطريقة التعويض $z' = y\tan\theta$ أو $dz' = y\, d\theta / \cos^2\theta$ وكذلك $\sqrt{y^2 + z'^2} = y/\cos\theta$ وبالتالي فإن الجهد V يصبح كما يلي :-

$$V(0,y,0) = \frac{\rho_L}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\theta_1}^{\theta_1}\frac{d\theta}{\cos\theta} = \frac{\rho_L}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{1+\sin\theta_1}{1-\sin\theta_1}\right)$$

حيث إن $\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{L}{y}\right)$ أو

$$V(0, y,0) = \frac{\rho_L}{4\pi\varepsilon_o}\ln\left(\frac{\sqrt{L^2 + y^2} + L}{\sqrt{L^2 + y^2} - L}\right)\ V$$

يلاحظ مما سبق أن خطوط المجال الكهربائي تكون متعامدة على أسطح تساوي الجهد وبالتالي وبالنظر إلى الشكل (1-8) فإن فرق الجهد بين أي نقطة على سطح تساوي الجهد V_1 وأى نقطة أخرى على سطح تساوي الجهد V_2 يكون $V_1 - V_2$ أو $V_2 - V_1$. وبالتالي فليس لتفاصيل المسار بين نقطتين أثر على فرق الجهد بينهما وإنما فقط جهدي نقطتي البداية والنهائية. ونظراً لأن فرق الجهد بين نقطتين هو ناتج عن ضرب نقطي بين $\mathbf{E}$ و $d\mathbf{L}$ فإنه سيكون بقيمته العظمى عندما يكون الخط الممثل للمجال الكهربائي $\mathbf{E}$ موازياً للخط الممثل للمسار $d\mathbf{L}$ أو عندما يكون $d\mathbf{L}$ عمودياً على سطح تساوي الجهد. ويكون صفراً عندما يكون $\mathbf{E}$ عمودياً على المسار $d\mathbf{L}$ أو عندما يكون المسار $d\mathbf{L}$ مماساً لسطح تساوي الجهد.



الشكل (1-8):- خطوط المجال الكهربائي وأسطح تساوي الجهد.

1-1-4:- تدرج الجهد Voltage Gradient

إذا كان هناك سطحي تساوي جهد V و $V + \Delta V$ تفصل بينهما مسافة ΔL بوجود مجال كهربائي $\mathbf{E}$ عمودي عليهما كما يبين الشكل (1-9) فإن فرق الجهد يكون كما يلي:-

$$V_{12} = -\int_{1}^{2} \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L} \Rightarrow \Delta V \cong -E_L \ \Delta L$$

حيث إن E_L هو المجال الكهربائي باتجاه $\mathbf{\Delta L}$، أو

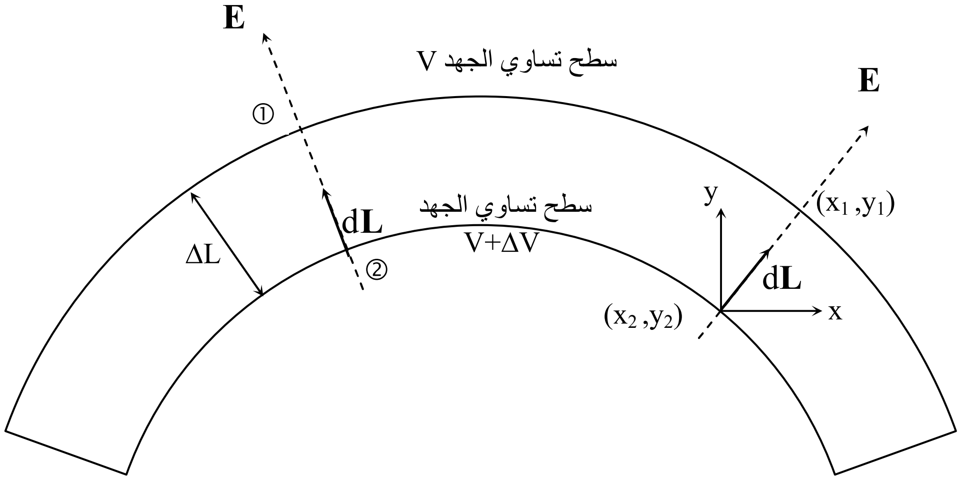
$$E_L \approx -\Delta V / \Delta L \qquad (7 - 1)$$

وتبين العلاقة الأخيرة أن المجال الكهربائي هو معدل تغير الجهد في الاتجاه العمودي على السطح الذي يمثل ذلك الجهد. فإذا كان $d\mathbf{L} = dx\ \mathbf{a}_x$ فإن $E_x \approx -\dfrac{\Delta V}{\Delta x}$ أو $(\mathbf{E} = E_x\ \mathbf{a}_x \approx -\dfrac{\Delta V}{\Delta x}\mathbf{a}_x)$ وإذا كانت $d\mathbf{L} = dy\ \mathbf{a}_y$ فإن $E_y \approx -\dfrac{\Delta V}{\Delta y}$ ، أما إذا كان

فإن $d\mathbf{L} = dz\ \mathbf{a}_z$ وبالتالي $E_z \approx -\dfrac{\Delta V}{\Delta z}$ إذا كان $d\mathbf{L} = dx\ \mathbf{a}_x + dy\ \mathbf{a}_y + dz\ \mathbf{a}_z$

فإن المجال الكهربائي **E** يكون كما يلي:-

$$\mathbf{E} = E_x\ \mathbf{a}_x + E_y\ \mathbf{a}_y + E_z\ \mathbf{a}_z \approx -\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\mathbf{a}_x + \frac{\Delta V}{\Delta x}\mathbf{a}_y + \frac{\Delta V}{\Delta z}\mathbf{a}_z\right)$$



الشكل (9-1):- سطحا تساوي الجهد V و $V + \Delta V$ تفصل بينهما مسافة ΔL بوجود مجال كهربائي **E** .

وعندما تؤول $\Delta \mathbf{L} \to d\mathbf{L} \to 0$ فإن العلاقة الأخيرة تكتب كما يلي:-

$$\mathbf{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\ \mathbf{a}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\ \mathbf{a}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\ \mathbf{a}_z\right)$$
$$= -\left(\frac{\partial}{\partial x}\ \mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\ \mathbf{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\ \mathbf{a}_z\right)V(x,y,z) \qquad (8a\text{-}1)$$

أو

$$\mathbf{E} = -\nabla V \qquad (8b\text{-}1)$$

حيث إن $\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x}\,\mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\,\mathbf{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\,\mathbf{a}_z$ ويدعى بالتدرج (gradient) أو بمعدل التغير، ويكون في الإحداثيات الأسطوانية كما يلي:-

$$\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial \rho}\,\mathbf{a}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \phi}\,\mathbf{a}_\phi + \frac{\partial}{\partial z}\,\mathbf{a}_z$$

أما في الإحداثيات الكروية فيكون كما يلي:-

$$\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial r}\,\mathbf{a}_r + \frac{\partial}{r\,\partial \theta}\,\mathbf{a}_\theta + \frac{\partial}{r\sin\theta\,\partial \phi}\,\mathbf{a}_\phi$$

مثال (1-4):- إذا كان جهد مصدر معين معطى بما يلي:- **(i)** $V(r,\theta,\phi) = 50/r$ V أو **(ii)** $V(x,y,z) = 5x^2y$ V . أوجد المجال الكهربائي لكل حالة.

الحـــل:-

(i) يتم استخدام العلاقة (8a-1) في الإحداثيات الكروية أو

$$\mathbf{E} = -\nabla V = \frac{50}{r^2}\,\mathbf{a}_r \qquad V/m$$

(ii) يتم استخدام العلاقة (8 a-1) في الإحداثيات الكارتيزية أو

$$\mathbf{E} = -\nabla V = -10\,x\,y\,\mathbf{a}_x - 5\,x^2\,\mathbf{a}_y \quad V/m$$

1-1-5:- كثافة الفيض الكهربائي D وقانون جاوس

تبين المعادلة (1-3) المجال الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية وسيتم كتابتها هنا كما يلي:-

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon}\ \frac{q}{4\pi\ r^2}\ \mathbf{a}_r \qquad\qquad V/m$$

ويمكن النظر إليها على أساس أن المجال الكهربائي ينتج عن شحنة نقطية يتوزع أثرها بشكل منتظم على مساحة كرة نصف قطرها r في وسط سماحيته ε. وسيتم تعريف الكمية $(q / 4\pi r^2)\ C/m^2$ على أنها كثافة الفيض الكهربائي $\mathbf{D}$ (electric flux density)، أو متجه الإزاحة displacement vector، أو

$$\mathbf{D} = \frac{q}{4\pi r^2}\ \mathbf{a}_r \qquad\qquad C/m^2 \qquad\qquad (9a\text{-}1)$$

وبالتالي فإن

$$\mathbf{D} = \varepsilon\,\mathbf{E} \qquad\qquad C/m^2 \qquad\qquad (9b\text{-}1)$$

ويلاحظ أن خصائص الوسط ε لم تظهر في المعادلة (9a-1). أما إذا كان المصدر موجودا على شكل شحنات حجمية ρ_v في حجم V' فيمكن كتابة $\mathbf{D}$ كما يلي:-

$$\mathbf{D} = \iiint_{V'} \frac{\rho_v\ dV'}{4\pi R^2}\ \mathbf{a}_r \qquad C/m^2 \qquad\qquad (10\text{-}1)$$

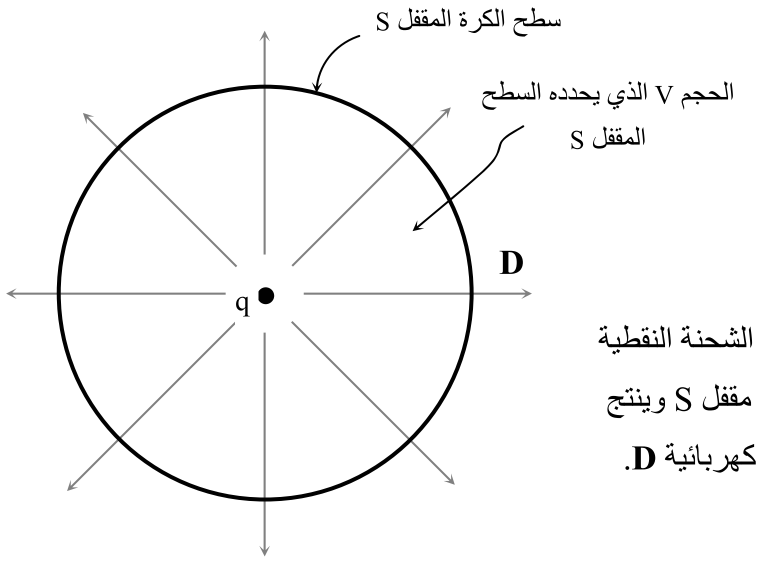
يمكن النظر إلى المعادلة (9a-1) على أن الشحنة النقطية q تنتج آثاراً على شكل كثافة الفيض الكهربائي $\mathbf{D}$ تم بيانها على شكل خطوط تخترق سطح الكرة المقفل وذلك كما يبينه الشكل (10-1). وإذا ما تم حساب كل الفيض الكهربائي أو كل الآثار الناتجة عن الشحنة q، فإن الناتج سيكون هو الشحنة النقطية q (مصدر هذه الآثار). ويتم حساب الفيض الكهربائي من خلال تجميع كل الخطوط الممثلة لكثافة الفيض الكهربائي النابع من سطح الكرة المقفل كما يلي :-

$$\oiint_S \mathbf{D} \bullet d\mathbf{S} = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{q}{4\pi r^2}\ \mathbf{a}_r \bullet r^2 \sin\theta\ d\theta\ d\phi\ \ \mathbf{a}_r = q$$

أو يمكن كتابتها على الشكل التالي:-

$$\oint\!\!\!\oint_S \mathbf{D} \bullet d\mathbf{S} = q = \iiint_V \rho_v \, dV \qquad (11\text{-}1)$$

وتربط العلاقة (1-11) بين المصدر (الشحنة q) وبين ما ينتج عنه من كثافة فيض كهربائية **D** من خلال سطح مقفل S (والذي يمكن أن يكون له أي شكل) يحوي بداخلة حجماً V حيث إن المصدر يوجد بداخل هذا الحجم. ويكون المصدر على شكل شحنة (أو شحنات) نقطية أو على شكل شحنات حجمية أو على أي شكل آخر. وتعرف العلاقة (1-11) بقانون جاوس (Gauss Law) ويطلق على السطح المقفل S (Closed Surface) بسطح جاوس (Gauss Surface). ويربط هذا القانون المصدر بما ينتج عنه وسيتم استخدامه لإيجاد متجه الإزاحة **D** من هذه المعادلة التكاملية والتي لن يكون حلها ميسراً إلا في بعض الحالات الخاصة والتي تتسم بالتماثل الهندسي والكهربائي في طبيعتها.



الشكل (1-10):- الشحنة النقطية q يحيط بها سطح مقفل S وينتج عنها كثافة فيض كهربائية **D**.

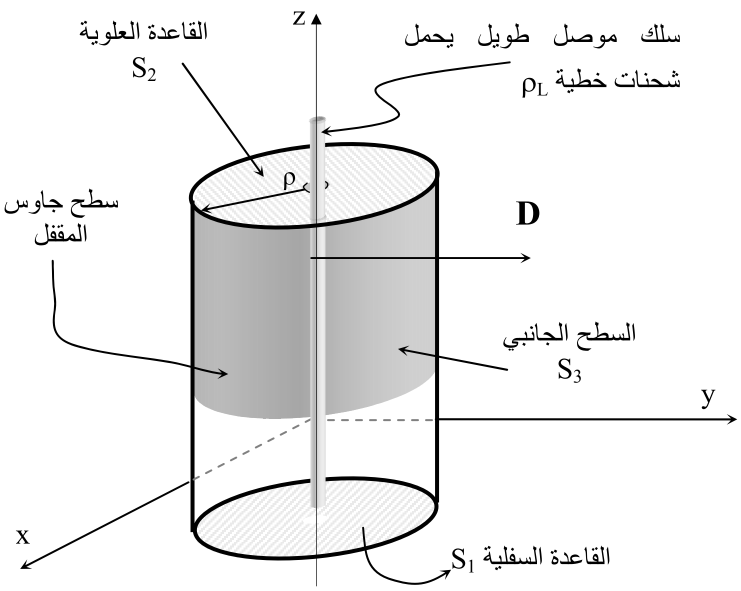
مثال (1-5) :- يبين الشكل (1-11) سلك موصل طويل يحمل كثافة شحنات خطية $\rho_L \ C/m$، أوجد كثافة الفيض الكهربائي **D** وشدة المجال الكهربائي **E** الناتجين عنه.

الحــل :-

في ضوء التماثل فإن قانون جاوس سيستخدم لحل هذا المثال حيث يتم اختيار سطح جاوس المقفل ليلائم إحداثيات وهندسية المسألة والذي يكون هنا عبارة عن اسطوانة محورها هو السلك الموصل بطول L وذلك كما هو مبين في الشكل (1-11). وباستخدام الإحداثيات الأسطوانية وملاحظة انه ومن التماثل في هذا المثال فإن $\mathbf{D}$ لن يكون له عنصر إلا في اتجاه $\mathbf{a}_\rho$ وكذلك فإنه لن يتغير مع z أو ϕ أو أن $\mathbf{D} = D_\rho\,(\rho)\,\mathbf{a}_\rho \quad C/m^2$

وبالتالي فإن قانون جاوس يصبح كما يلي :-

$$\oint\!\!\oint_S \mathbf{D} \bullet d\mathbf{S} = \left[\iint_{S_1} + \iint_{S_2} + \iint_{S_3} \right] (\mathbf{D} \bullet d\mathbf{S}) = \int_L \rho_L \, dz$$



الشكل (1-11):- سلك موصل طويل يحمل كثافة شحنات خطية $\rho_L \ C/m$ مبيناً عليه سطح جاوس المقفل.

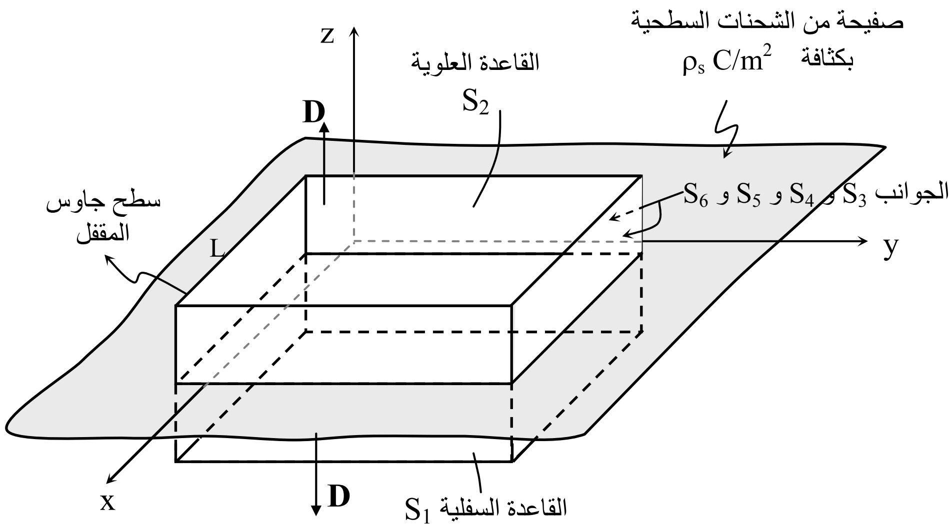
في ضوء ما سبق يؤول التكاملان على S_1 و S_2 إلى الصفر ويتبقى التكامل على S_3 كما يلي:-

$$D_\rho \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{0}^{L} \rho d\phi\, dz = \rho_L\, L \;\Rightarrow\Rightarrow\; 2\,\pi\,\rho\, L\, D_\rho = \rho_L\, L \Rightarrow\Rightarrow D_\rho = \frac{\rho_L}{2\pi\rho}\; C/m^2$$

ويكون المجال الكهربائي $E_\rho = D_\rho\,/\varepsilon_0 = \rho_L\,/(2\,\pi\,\varepsilon_0\,\rho) \quad V/m$

يلاحظ من هذا المثال سهولة الحصول على الناتج مقارنة بالمثال 1-2 .

مثال (1-6):- أوجد كثافة الفيض الكهربائي **D** وشدة المجال الكهربائي **E** الناتجين عن صفيحة من الشحنات السطحية بكثافة $\rho_s\; C/m^2$ ، الصفيحة لا نهائية في أبعادها وموضوعة في المستوى xy عند $z = 0$ كما هو مبين في الشكل (1-12).



الشكل (1-12):- صفيحة من الشحنات السطحية بكثافة ρ_s مبيناً عليها سطح جاوس المقفل.

الحــل:-

في ضوء التماثل فإن كثافة الفيض الكهربائي **D** لا تتغير مع x أو مع y ولا يكون لها إلا عنصر واحد في اتجاه z أو أن $\mathbf{D} = D_z\ \mathbf{a}_z$ ، فإذا تم اختيار سطح جاوس المقفل على شكل مكعب طول ضلعه L كما في الشكل (1-12) فإن قانون جاوس يعطي ما يلي:-

$$\oiint_S \mathbf{D}\bullet d\mathbf{S} = \left[\iint_{S_1} + \iint_{S_2} + \iint_{S_3+S_4+S_5+S_6}\right](\mathbf{D}\bullet d\mathbf{S}) = \iint_S \rho_s\ dS$$

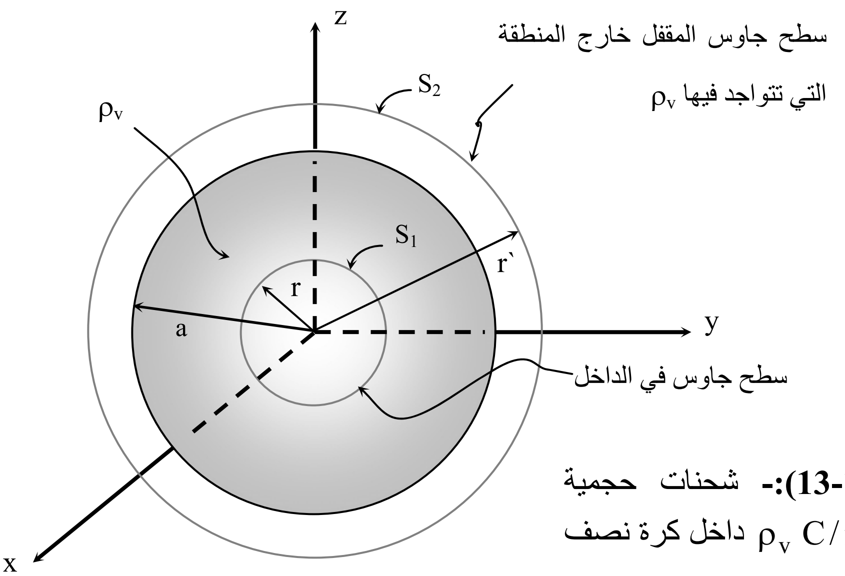
في ضوء ما سبق تكون نتيجة التكامل على الأسطح S_3 و S_4 و S_5 و S_6 صفراً ويبقى ما يلي:-

$$D_z\ L^2 + D_z\ L^2 = \rho_s\ L^2 \Rightarrow\Rightarrow D_z = \rho_s / 2 \qquad C/m^2$$

أو إن أثر سطح الشحنات هذا ثابت لا يتغير. وتجدر الأشارة إلى أن كثافة الفيض الكهربائي **D** تتغير مع مربع مقلوب المسافة التي تفصل بين الشحنة النقطية ونقطة المراقبة ومع مقلوب المسافة التي تفصل خط الشحنات الطويل عن نقطة المراقبة، أما في هذه الحالة فإن كثافة الفيض الكهربائي تكون ثابتة. أما المجال الكهربائي فيكون

$$E_z = \rho_s / 2\,\varepsilon \qquad V/m$$

مثال (1-7):- يبين الشكل (1-13) حجماً على شكل كرة نصف قطرها a ويوجد داخلها توزيع من الشحنات الحجمية المنتظمة بكثافة $\rho_v\ C/m^3$. أوجد كثافة الفيض الكهربائي والمجال الكهربائي داخل وخارج الكرة وكذلك أوجد الجهد الكهربائي داخل وخارج الكرة، إذا كانت سماحية الوسط داخل وخارج الكرة هي ε .



الشكل (1-13):- شحنات حجمية بكثافة $\rho_v \; C/m^3$ داخل كرة نصف قطرها a وأسطح جاوس المقفلة.

الحــل :-

في هذا المثال وفي ضوء التماثل فإن كثافة الفيض الكهربائي $\mathbf{D}$ لا تتغير مع θ أو ϕ ولا يكون لها إلا عنصراً واحداً في اتجاه r أو أن $\mathbf{D} = D_r(r)\; \mathbf{a}_r \quad C/m^2$ ، أو أن $\mathbf{D}$ في المنطقة $0 \le r \le a$ أو داخل الكرة تكون

$$\oint\!\!\oint_{S_1} \mathbf{D} \bullet d\mathbf{S} = D_r \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi = \rho_v \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{r} r'^2 \sin\theta \, dr' \, d\theta \, d\phi$$

أو

$$4\pi r^2 \, D_r = \frac{4\pi}{3} r^3 \, \rho_v \quad \Rightarrow\Rightarrow \quad D_r = \frac{\rho_v \; r}{3} \qquad C/m^2$$

ويكون المجال الكهربائي

$$E_r = \frac{\rho_v \; r}{3\,\varepsilon} \quad V/m$$

أما في المنطقة خارج الكرة أو $r > a$ فإن

$$\oiint_{S_2} \mathbf{D} \bullet d\mathbf{S} = D_r \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi = \rho_v \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{a} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

أو

$$4\pi r^2 D_r = \frac{4\pi}{3} a^3 \rho_v \quad \Rightarrow\Rightarrow \quad D_r = \frac{a^3 \rho_v}{3 r^2} \qquad C/m^2$$

ويكون المجال الكهربائي خارج الكرة $(r > a)$

$$E_r = \frac{a^3 \rho_v}{3 r^2 \varepsilon} \qquad V/m$$

لإيجاد الجهد الكهربائي، يجب أن يكون جهد نقطة البداية معروفاً وفي هذه الحالة فهي النقطة $r \to \infty$ حيث يكون جهدها مساوياً للصفر. في المنطقة $a < r < \infty$ يكون الجهد كما يلي:-

$$V = -\int_{\infty}^{r} \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L} = -\int_{\infty}^{r} \frac{a^3 \rho_v}{3\varepsilon r'^2} \mathbf{a}_r \bullet dr' \, \mathbf{a}_r = \frac{a^3 \rho_v}{3 \varepsilon r} \qquad V$$

وفي المنطقة $0 \le r \le a$:-

$$V = -\int_{\infty}^{r} \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L} = \left[\int_{\infty}^{a} + \int_{a}^{r} \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L} \right]$$

$$= \frac{a^2 \rho_v}{3\varepsilon} - \int_{a}^{r} \frac{\rho_v r'}{3\varepsilon} \mathbf{a}_r \bullet dr' \, \mathbf{a}_r = \frac{a^2 \rho_v}{3\varepsilon} + \frac{\rho_v}{6\varepsilon}(a^2 - r^2) \qquad V$$

1-1-6:- تشتت كثافة الفيض الكهربائي $(\nabla \bullet \mathbf{D})$

بالرجوع إلى قانون جاوس المبين في العلاقة (1-11) والذي إذا تم تطبيقه على سطح صغير مقفل ΔS يحوي حجماً صغيراً ΔV فإنه يمكن كتابته كما يلي:-

$$\oiint_{\Delta S} \mathbf{D} \bullet d\mathbf{S} = \iiint_{\Delta V} \rho_v \, dV \approx \rho_v \, \Delta V$$

وتصبح العلاقة الأخيرة صحيحة تماماً إذا ما آلت ΔS إلى الصفر وعندها فإن ΔV ستؤول إلى الصفر ويتم الحصول على ما يلي :-

$$\rho_v = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint\!\!\oint_{\Delta S} \mathbf{D} \bullet d\mathbf{S}}{\Delta V}$$

ويمكن أن يتم تطبيق ذلك على متوازي مستطيلات أطوال أضلاعه Δx و Δy و Δz وإذا آلت هذه الأطوال إلى الصفر فإن هذا يؤدي إلى

$$\rho_v = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \equiv \nabla \bullet \mathbf{D}$$

أو

$$\nabla \bullet \mathbf{D} = \rho_v \qquad (12\text{-}1)$$

حيث إن $\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{a}_z$، و تحدد العلاقة (1-12) أن التشتت في $\mathbf{D}$ (Divergence of $\mathbf{D}$) هو كثافة الشحنات الحجمية. ويبين الملحق (III-6) التشتت في $\mathbf{D}$ للإحداثيات الأسطوانية والكروية.

مثال (1- 8) :- إذا كانت كثافة الفيض الكهربائي في وسط ما

$$\mathbf{D} = x\,\mathbf{a}_x + y\,\mathbf{a}_y + z\,\mathbf{a}_z \quad n\,C/m^2$$

أوجد الشحنات الحجمية في هذا الوسط وكمية الشحنات الكلية في مكعب طول ضلعه 2 m.

الحــل:-

يتم إيجاد كثافة الشحنات الحجمية من المعادلة (1-12) كما يلي :-

$$\rho_v = \nabla \bullet \mathbf{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 1 + 1 + 1 = 3 \quad nC/m^2$$

أما الشحنات الكلية في المكعب المذكور فتكون كما يلي :-

$$Q = \int_0^2 \int_0^2 \int_0^2 3\, dx\, dy\, dz = 24 \quad nC$$

مثال (1 -9) :- في المثال (1-7) أوجد $\nabla \bullet \mathbf{D}$ في المنطقة $a < r < \infty$.

الحــل :-

من المثال (1 - 7) وفي المنطقة $a < r < \infty$ تكون كثافة الفيض الكهربائي **D** كما يلي :-

$$D_r = \frac{a^3 \ \rho_v}{3 \ r^2} \qquad C/m^2$$

من الملحق (III-6) يتم إيجاد $\nabla \bullet \mathbf{D}$ في الإحداثيات الكروية $(\mathbf{D} = D_r \ \mathbf{a}_r)$ كما يلي :-

$$\rho_v = \nabla \bullet \mathbf{D} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \ D_r) + 0 + 0 \ = \ 0 \qquad C/m^3$$

وهذا يتفق مع الحقيقة أنه ليس هناك شحنات في المنطقة $a < r < \infty$.

1-1-7:- معادلات لابلاس وبوسان Poisson's & Laplace's equations

يمكن أن يتم ربط الجهد الكهربائي $V(\mathbf{r})$ مع الشحنات الحجمية $\rho_v(\mathbf{r})$ من خلال استخدام تشتت كثافة الفيض الكهربائي $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ وتدرج الجهد الكهربائي $V(\mathbf{r})$ أو $\nabla \bullet \mathbf{D} = \rho_v$ و $\mathbf{E} = -\nabla V = \mathbf{D}/\varepsilon$ أو أن

$$-\nabla \bullet (\nabla V) \ = \ \nabla \bullet \left(\frac{\mathbf{D}}{\varepsilon} \right)$$

وإذا كان الوسط متجانساً وأحادي الاتجاه أو أن السماحية هي كمية قياسية وليست دالة في $\mathbf{r}$ أو $\varepsilon \neq \varepsilon(\mathbf{r})$ ، فإن $\nabla \bullet \left(\frac{\mathbf{D}}{\varepsilon}\right) = \frac{1}{\varepsilon}\ \nabla \bullet \mathbf{D}$ أو أن

$$\nabla^2 V(\mathbf{r}) = -\rho_v / \varepsilon \qquad (13\text{-}1)$$

حيث إن $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ في الإحداثيات الكارتيزية ويطلق عليها أسم لابلاسيان (Laplacian) ويمكن إيجاد قيمتها في الإحداثيات الأخرى من الملحق (6-III).

تدعى العلاقة (1-13) بمعادلة بوسان والتي تربط الجهد الكهربائي بكثافة الشحنات الحجمية في وسط معين وهي معادلة تفاضلية جزئية من الدرجة الثانية وغير متجانسة. وفي غياب الشحنات الحجمية فإن معادلة بوسان تصبح كما يلي:-

$$\nabla^2 V = 0 \qquad (14\text{-}1)$$

وهذه هي معادلة لابلاس وهي معادلة تفاضلية جزئية متجانسة من الدرجة الثانية وسيتم فيما يلي تقديم مثال لتوضيح حل هذه المعادلة.

مثال (1-10):- يبين الشكل (1-14) كابل محوري يتكون من موصل داخلي نصف قطره a وموصل خارجي نصف قطره b ويفصل بينهما وسط من الهواء خالٍ من الشحنات، فإذا كان جهد الموصل الداخلي V_0 وجهد الموصل الخارجي 0V وكان هذا الكابل يمتد إلى ما لانهاية فأوجد الجهد الكهربائي $V(\rho,\phi,z)$ بين الموصلين.

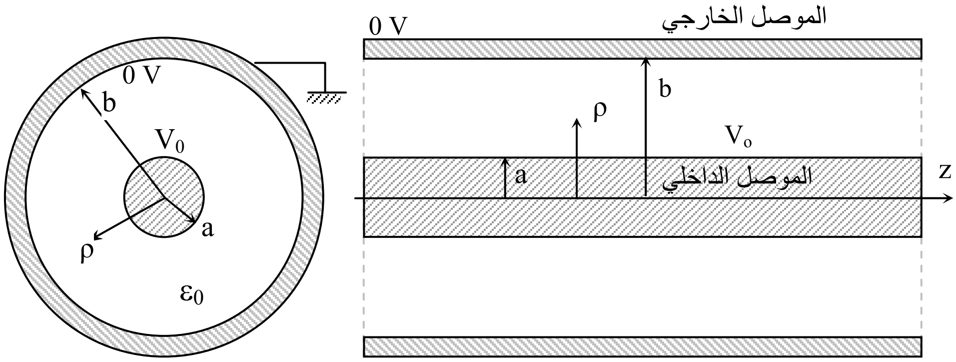
الحــل:-

بما أن الشكل الهندسي هو أسطواني فسيكون من الأنسب والأسهل حل معادلة لابلاس في الإحداثيات الأسطوانية. ونظراً للتماثل في الجهد الكهربائي في ϕ و z فإن $V(\rho,\phi,z)$ لا يتغير مع ϕ أو z وإنما يعتمد على ρ أو أن معادلة لابلاس تصبح كما يلي :-

$$\nabla^2 V(\rho,\phi,z) = 0 = \frac{\partial^2 V}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial V}{\partial \rho} + 0 + 0$$

أو

$$\frac{d^2 V}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{dV}{d\rho} = \frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}\left(\rho\frac{dV}{d\rho}\right) = 0$$



الشكل (1-14):- كابل محوري موصله الداخلي موصول بمصدر فولطيته V_o V والخارجي مؤرض.

يكون حل المعادلة الأخيرة كما يلي:- $V(r) = A\,Ln(\rho) + B$ وبما أن $V(a) = V_0$ و $V(b) = 0$ فإن $V_0 = A\,Ln(a) + B$ وكذلك $0 = A\,Ln(b) + B$ أو أن

$$A = -V_0 / Ln(b/a) \quad \text{و} \quad B = \frac{V_0\,Ln(b)}{Ln(b/a)}$$

وبالتالي فإن الجهد في الوسط بين الموصلين يصبح

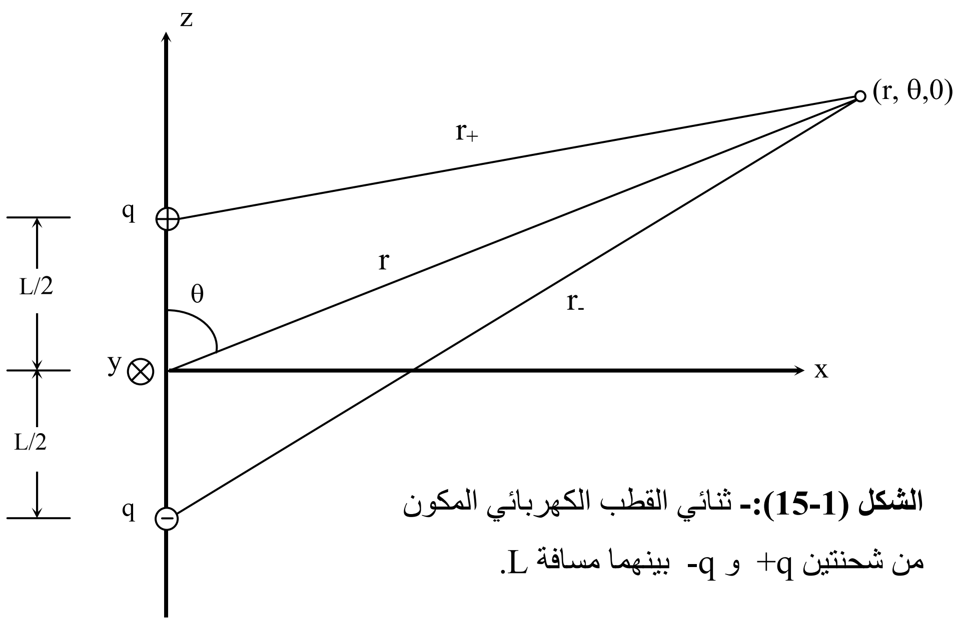
$$V(r) = \frac{V_0\,Ln(b/\rho)}{Ln(b/a)}\ \text{V}$$

1-1-8:- ثنائي القطب الكهربائي Electric Dipole

قبل الانتقال لبحث خصائص المواد العازلة سيتم إيجاد الجهد الكهربائي والمجال الكهربائي لثنائي القطب الكهربائي نظراً لأهميته وخاصة في دراسة هذه المواد. يتكون ثنائي القطب من شحنتين متساويتين إحداهما موجبة والأخرى سالبة يفصل بينهما مسافة L وسيتم إيجاد الجهد والمجال الكهربائي بعيداً عن هذا الثنائي، عند النقطة r حيث إن $r >> L$ وذلك كما هو مبين في الشكل (1-15) . يلاحظ أن هناك تماثلاً هندسياً وكهربائياً في المتغير ϕ وبالتالي فإن كلا من الجهد والمجال الكهربائي لا يتغيران مع تغير ϕ وعليه فسيتم أولاً إيجاد الجهد الكهربائي عند النقطة $(r, \theta, 0)$ كما يلي :-

$$V(r,\theta) = \frac{q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}\right) \qquad V$$

حيث إن $r_\pm = \sqrt{r^2 + (L/2)^2 \mp rL\cos\theta} = r\left(1 + (L/2r)^2 \mp (L/r)\cos\theta\right)^{\frac{1}{2}}$.



الشكل (1-15):- ثنائي القطب الكهربائي المكون من شحنتين $+q$ و $-q$ بينهما مسافة L.

وبما أن $r >> L$ فيمكن إعادة كتابة $r_{\pm}$ باستخدام سلسلة تيلور (Taylor Series)
أو

$$r_{\pm} = r\left[1 \mp (L/2r)\cos\theta + ...\right] \approx r \mp (L/2)\cos\theta$$

$$V(r,\theta) \approx \frac{q}{4\,\pi\,\varepsilon}\;\frac{L\cos\theta}{r^2 - (L/2)^2\cos^2\theta}$$

أو

$$V(r,\theta) = \frac{qL}{4\,\pi\,\varepsilon\,r^2}\cos\theta \qquad V \tag{15-1}$$

يتم إيجاد المجال الكهربائي $\mathbf{E}$ باستخدام تدرج الجهد $-\nabla V$ أو أن $\mathbf{E} = -\nabla V$

$$\mathbf{E} = E_r\mathbf{a}_r + E_\theta\mathbf{a}_\theta = \frac{q\,L}{4\,\pi\,\varepsilon\,r^3}\left[2\cos\theta\,\mathbf{a}_r + \sin\theta\,\mathbf{a}_\theta\right] \tag{16-1}$$

و تعرف الكمية qL على أنها العزم الكهربائي لثنائي القطب واتجاهها باتجاه $+\mathbf{a}_z$ أو

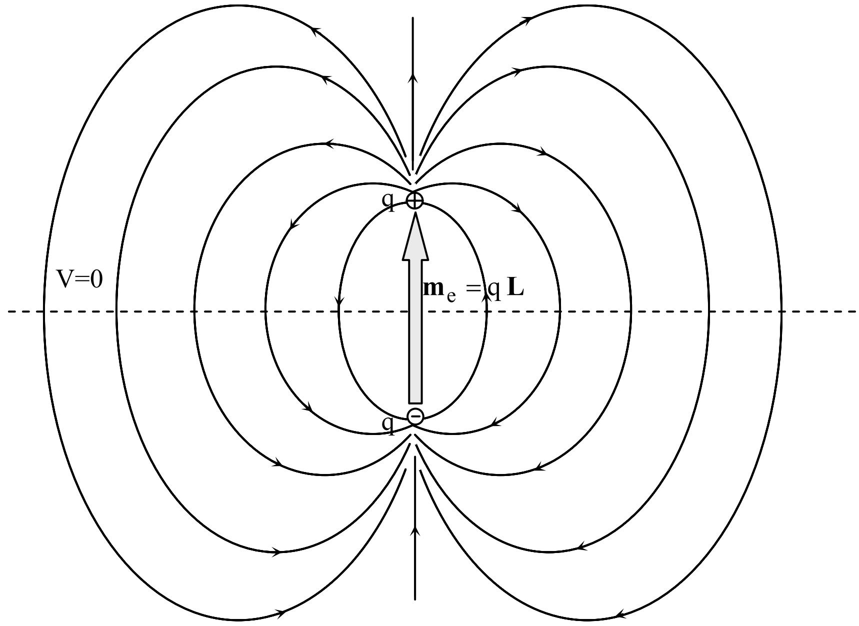
$$\mathbf{m}_e = q\mathbf{L} = qL\,\mathbf{a}_z \qquad Cm \tag{17-1}$$

حيث إن اتجاه عزم ثنائي القطب (Electric Dipole Moment) يؤخذ بالمتجه النابع من الإشارة السالبة ومتجها إلى الإشارة الموجبة وفي ضوء ذلك يمكن إعادة كتابة المعادلتين (15-1) و (16-1) كما يلي :-

$$V(r,\theta) = \frac{\mathbf{m}_e \bullet \mathbf{a}_r}{4\,\pi\,\varepsilon\,r^2} \quad V \tag{18 a-1}$$

$$\mathbf{E} = \frac{|\mathbf{m}_e|}{4\,\pi\,\varepsilon\,r^3}\left(2\cos\theta\,\mathbf{a}_r + \sin\theta\,\mathbf{a}_\theta\right) \qquad V/m \tag{18 b-1}$$

ويبين الشكل (1-16) المجالات الكهربائية الناتجة عن هذا الثنائي الذي استبدل بمتجه ذي العزم $\mathbf{m}_e$.



الشكل (1-16):- خطوط المجال الكهربائي الناتجة عن ثنائي قطب كهربائي بعزم $\mathbf{m}_e = q\mathbf{L}$ Cm.

1-1-9:- المواد العازلة Dielectric Materials

كما سبق ذكره فإن المواد تتكون من ذرات وتتكون الذرة من نواة تحتوي على شحنات موجبة (بروتونات) وأجسام أخرى غير مشحونة وحول هذه النواة هناك شحنات سالبة (الكترونات) تدور في مدارات حول النواة. يمكن النظر إلى هذه الذرة (أو مجموعة من تلك الذرات) المكونة من مجموعتين متساويتين من الشحنات (موجبة وسالبة) على أنها، ومن منظور خارجي، ثنائي قطب كهربائي وعزمه هو $\mathbf{m}_e = q\mathbf{L}$ Cm ، حيث إن L يتناسب مع نصف قطر الذرة (أو نصف قطر الفراغ الذي تشغله مجموعة من الذرات). إذا كان هناك عدد من هذه الثنائيات يساوي N في حجم مقداره ΔV m^3 فإن كثافة هذه الثنائيات هي كما يلي :-

$$\frac{\mathbf{m}_e \, N}{\Delta V} \equiv \mathbf{P} \qquad C/m^2 \qquad (19\text{-}1)$$

حيث إن $\mathbf{P}$ هو متجه الاستقطاب (polarization vector) ويمثل كثافة ثنائيات القطب لمادة معينة ووحداته تناظر الوحدات الخاصة بكثافة الفيض الكهربائي $\mathbf{D}$ أو كثافة الشحنات السطحية، وبالتالي إذا كان هناك مادة عازلة بحجم V وكان بها عدد من ثنائيات القطب (مقداره N) فإنه إذا تأثرت بمجال كهربائي خارجي فإن هذه الثنائيات تصطف باتجاه المجال الكهربائي المؤثر وتضيف مجالاً كهربائياً إضافة إلى المجال الكهربائي الخارجي، أو بمنظور آخر، إذا ما تم أخذ الشكل (1-17) والذي يبين لوحين موصلين تفصل بينهما مسافة d وتم وصلهما ببطارية فولطيتها V_0 V، فإذا كان الوسط بين اللوحين هو الفراغ (vacuum) فإن المجال الكهربائي، الشكل (1-17a)، بين اللوحين يكون كما يلي:-

$$\mathbf{E} = \frac{V_0}{d} \, \mathbf{a}_x \qquad V/m \qquad (20a\text{-}1)$$

وذلك بإهمال انحرافات (شراريب fringing) المجال الكهربائي بين اللوحين، وتكون كثافة الفيض الكهربائي في هذه الحالة

$$\mathbf{D}_0 = \varepsilon_0 \frac{V_0}{d} \mathbf{a}_x = \varepsilon_0 \, \mathbf{E} \qquad V/m \qquad (20b\text{-}1)$$

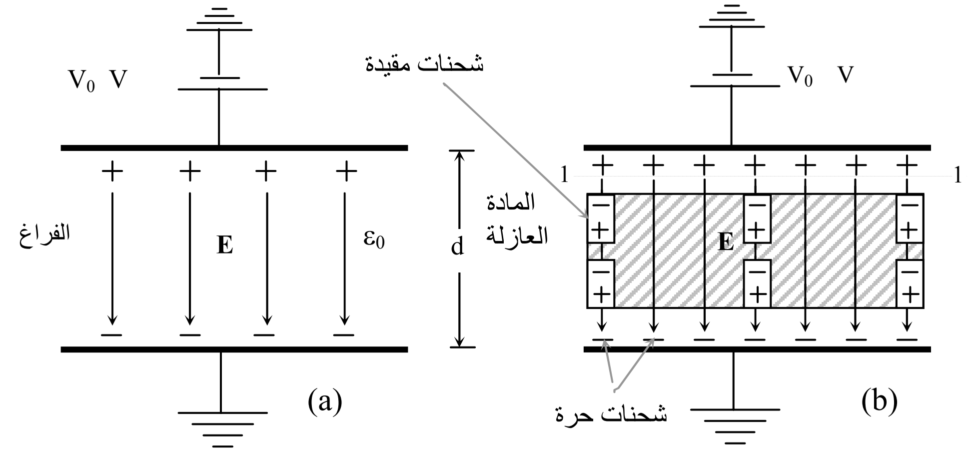
أما إذا كان الوسط بين اللوحين هو مادة عازلة فإن المجال الكهربائي يعمل على اصطفاف ثنائيات القطب الكهربائية لهذه المادة كما هو مبين في الشكل (1-17b). ويخلق هذا الاصطفاف شحنات مقيدة (bounded charges)، أو متجه الاستقطاب، حيث يمكن للمراقب ملاحظتها من أحد أطراف المادة (فمثلاً إذا وقف عند المستوى 1-1 ونظر إلى الأسفل فإنه يرى شحنات سالبة). وتدعى بالشحنات المقيدة لأنها تظهر كزوج (أو ثنائي) من الشحنات موجبة وسالبة ويصعب فصلها عن بعضها. وتجتذب هذه الثنائيات أو الشحنات المقيدة شحنات حرة إضافية من المصدر. وبالتالي فإن الشحنات التي تتواجد على اللوح العلوي (أو السفلي) تزداد في هذه

الحالة مقارنة بالحالة السابقة. وتكون كثافة الفيض الكهربائي لهذه الحالة مساوية لكثافة الفيض الكهربائي السابقة إضافة لكمية أخرى تنتج عن استقطاب المادة العازلة على شكل متجه الاستقطاب P أو أن $D = D_0 + P$ أو

$$D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon E = \varepsilon V_0 / d \qquad (21-1)$$

وتمثل ε سماحية المادة العازلة أو قدرة المادة على الاستقطاب أو كثافة ثنائيات القطب للمادة وتعطى قيمتها بما يلي :-

$$\varepsilon = D/E = \varepsilon_0 + P/E \qquad (22-1)$$



الشكل (1-17):- لوحان موصولان ببطارية فولطيتها V_0 (a) عندما يكون الفراغ فاصلاً بينهما (b) عندما تستخدم مادة عازلة لتفصل بينهما.

ويمكن إعادة كتابة المعادلة (1-22) كما يلي :-

$$\varepsilon = \varepsilon_r \ \varepsilon_0 = \varepsilon_0 (1 + P/D) \qquad (23-1)$$

وتمثل ε_r قيمة السماحية النسبية للمادة ويبين الجدول (1-1) قيمة ε_r لمواد مختلفة. ومن المعادلات السابقة فإن متجه الاستقطاب **P** يعطى بما يلي :-

$$\mathbf{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0)\,\mathbf{E} = (\varepsilon_r - 1)\,\varepsilon_0\,\mathbf{E} = (\varepsilon_r - 1)\,\mathbf{D} \qquad (24\text{-}1)$$

وتجدر الإشارة إلى أن المتجه **D** مرتبط مع كثافة الشحنات الحرة، أما المتجه **P** فهو مرتبط مع كثافة الشحنات المقيدة (ثنائيات القطب)، وسيتم ربط هذه الكميات ببعضها عند معالجة شروط الحدود.

الجدول (1-1):- قيمة ε_r لعدد من المواد المختلفة.

اسم المادة	قيمة ε_r
الفراغ	1
الهواء (ضغط جوي واحد)	1.0006
الخشب الجاف	2.1
المطاط	3
الكوارتز	4
الزجاج	6
الماء المقطر	81

10-1-1:- شروط الحدود Boundary Conditions

إذا كان هناك وسطان وخصائصهما كما هو مبين على الشكل (1-18) وكان المجال الكهربائي وكثافة الفيض الكهربائي في الوسط العلوي $\mathbf{E}_1$ و $\mathbf{D}_1$ وفي ا لوسط السفلي $\mathbf{E}_2$ و $\mathbf{D}_2$ ، فإن السؤال الذي يمكن طرحه هو كيف ترتبط هذه الكميات مع بعضها عند السطح الفاصل بين الوسطين؟ وللإجابة على هذا السؤال يتم تصنيف

المجالات الكهربائية إلى نوعين: الأول مماس للسطح الفاصل بين الوسطين $\mathbf{E}_{1t}$ و $\mathbf{E}_{2t}$ و $\mathbf{D}_{t1}$ و $\mathbf{D}_{2t}$ والنوع الثاني عمودي على هذا السطح E_{1n} و E_{2n} و D_{1n} و D_{2n}، وسيتم فيما يلي معالجة كل صنف من هذه المجالات الكهربائية.

- كثافة الفيض الكهربائي العمودي $\mathbf{D_n}$:- يتم في هذه الحالة اعتماد أسطوانة صغيرة (سطح جاوس المقفل) بارتفاع Δh ومساحة كل من القاعدتين $\Delta S_{1,2}$ كما يبين الشكل (1-18)، وتؤخذ لتكون عمودية على السطح الفاصل بين الوسطين. يطبق قانون جاوس كما يلي:-

$$\oiint_S \mathbf{D} \bullet \mathbf{dS} = \left[\iint_{\Delta S_1} + \iint_{\Delta S_2} + \iint_{\Delta S_3} \right] \mathbf{D} \bullet \mathbf{dS}$$

$$= \iiint_V \rho_v \, dV = \iint_{\Delta S} \mathbf{dS} \int_{\Delta h} \rho_v \, dh \qquad (25\text{-}1)$$

وللتركيز على المجالات العمودية على السطح الفاصل بين الوسطين يتم جعل Δh تؤول إلى الصفر وبالتالي فإن التكامل على ΔS_3 (السطح الجانبي للاسطوانة) يؤول إلى الصفر وكذلك فإن التكامل الداخلي $\int_{\Delta h} \rho_v \, dh$ يؤول إلى الصفر إلا إذا كان هناك كثافة شحنات سطحية وفي هذه الحالة فإن $\lim_{\Delta h \to 0} \int_{\Delta h} \rho_v \, dh = \rho_s \;\; C/m^2$ وبالتالي فإن المعادلة (1-25) تصبح كما يلي:-

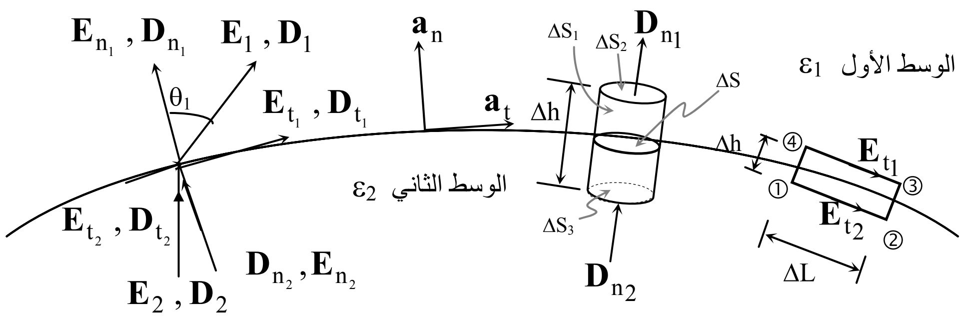
$$D_{n1} \;\; \Delta S_1 - D_{n2} \;\; DS_2 \;\cong\; \rho_s \;\; \Delta S$$

وتتحول علاقة التساوي بالتقريب إلى تساوي عندما تؤول كلُ من ΔS_1 و ΔS_2 إلى الصفر (وبالتالي تؤول ΔS إلى الصفر)، وعندها فإن العلاقة الأخيرة تصبح كما يلي :-

$$D_{n1} - D_{n2} = \rho_s \quad C/m^2 \tag{26a-1}$$

أي أن عدم الاستمرارية في قيم كثافة الفيض الكهربائي العمودي D_n يعزى إلى وجود كثافة شحنات سطحية عند السطح الفاصل بين الوسطين وينتج عن غياب هذه الشحنات السطحية استمرارية في قيم كثافة الفيض الكهربائي العمودي أو

$$D_{n1} = D_{n2} \tag{26b-1}$$



الشكل (18-1):- المجالات الكهربائية **E** و **D** في الوسطين الأول وسماحيته ε_1 والثاني وسماحيته ε_2.

أو أن المجالات الكهربائية العمودية على السطح ترتبط مع بعضها كما يلي:-

$$\varepsilon_1 E_{n1} - \varepsilon_2 E_{n2} = \rho_s \qquad C/m^2 \tag{27a-1}$$

بوجود كثافة الشحنات السطحية، و

$$\varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2} \tag{27b-1}$$

في غياب كثافة الشحنات السطحية.

- **المجالات الكهربائية الماسة للسطح $\mathbf{E_t}$** :- يتم اعتماد المستطيل 1-2-3-4-1 كما يبين الشكل (1-18)، مع ملاحظة أن $\int_2^1 \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L} = -\int_1^2 \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L}$ ، وتصبح مساهمة تكامل $\mathbf{E} \bullet d\mathbf{L}$ حول هذا المسار المقفل مساوية للصفر أو

$$\oint \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L} = \left[\int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^1 \right] \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L} = 0$$

وللتركيز على المجالات الكهربائية الماسة للسطح $\mathbf{E_t}$ يتم جعل Δh تؤول إلى الصفر وفي هذه الحالة يؤول التكاملين $\int_2^3$ و $\int_4^1$ إلى الصفر ويتبقى من العلاقة الأخيرة ما يلي:-

$$E_{t2}\ \Delta L - E_{t1}\ \Delta L \approx 0$$

وعندما تؤول ΔL إلى الصفر يتم الحصول على العلاقة التالية:-

$$E_{t1} = E_{t2} \tag{28-1}$$

أو أن المجالات الكهربائية الماسة للسطح الفاصل بين الوسطين تكون مستمرة عند الانتقال من الوسط السفلي إلى الوسط العلوي (في حدود سمك صغيرة يؤول إلى الصفر). أما كثافات الفيض الكهربائي الماسة للسطح فترتبط مع بعضها كما يلي:-

$$D_{t1}/\varepsilon_1 = D_{t2}/\varepsilon_2 \tag{29-1}$$

وفي ضوء المعادلتين (1-27b) و(1-28) يلاحظ أن $\theta_1 \neq \theta_2$ وبالتالي فإن خطوط المجال الكهربائي تبدو وكأنها مكسورة عند الانتقال من وسط لآخر.

تم في المعادلة (1-26a) ربط كثافة الفيض الكهربائي بكثافة الشحنات السطحية الحرة ρ_s والتي تكون في العادة متوفرة للأوساط الموصلة. أما في الأوساط العازلة حيث تتواجد

الشحنات المقيدة فيمكن ربطها مع متجه الاستقطاب. فإذا كان هناك وسطين عازلين متلامسين فإن كثافة الشحنات السطحية المقيدة ρ_{sb} تصبح كما يلي :-

$$P_{n1} - P_{n2} = -\rho_{sb} \qquad (30a\text{-}1)$$

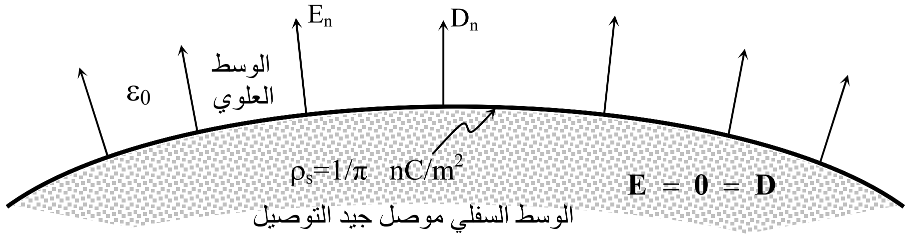
حيث إن P_{n1} و P_{n2} هما متجها الاستقطاب للوسط الأول والثاني على التوالي، وإذا كان الوسط الثاني فراغاً $(P_{n2} = 0)$ فإن:-

$$P_{n1} = -\rho_{sb} \qquad (30b\text{-}1)$$

مثال (1-11):- إذا كان الوسط العلوي في الشكل (1-18) هو الهواء $\varepsilon_0 \;\; F/m$ والوسط السفلي هو مادة موصلة جيدة التوصيل، أوجد المجالات الكهربائية في الوسطين إذا كانت كثافة الشحنات السطحية على السطح الفاصل بين الوسطين $(1/\pi) \;\; nC/m^2$.

الحـــل:-

مـن المعلـوم أن الأوسـاط الموصـلة متسـاوية الجهـد وبالتـالي فـإن المجـالات الكهربائيـة بداخلها تساوي صفراً أو أن $\mathbf{D} = 0$ و $\mathbf{E} = 0$ داخل الوسط السفلي. في ضـوء ذلـك فـإن $E_{t2} = 0 = E_{t1}$ و $D_{t2} = 0 = D_{t1}$ وكـذلك فـإن $D_{n1} - D_{n2} = \rho_s$ وحيـث إن $D_{n2} = 0$ فـإن المجـال الكهربـائي فـي الوسـط العلـوي هـو $D_{n1} = \dfrac{1}{\pi} nC/m^2$ و $E_{n1} = D_{n1}/\varepsilon_0 = 36 \;\; V/m$. ويبين الشكل (1-19) المجالات الكهربائية لهذا المثال في كلا الوسطين.



الشكل (1-19):- المجالات الكهربائية داخل وخارج وسط موصل جيد التوصيل.

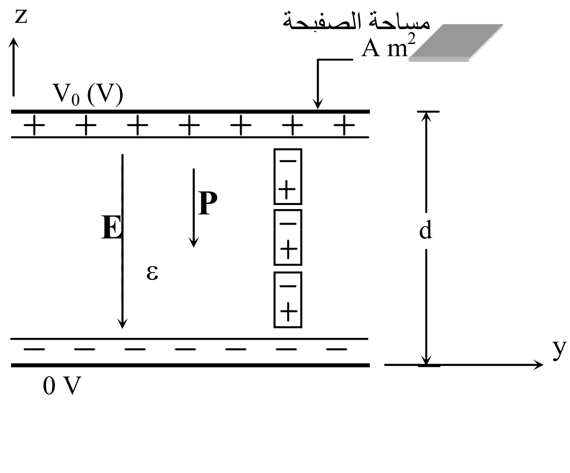
1-1-10:- المواسع والطاقة الكهربائية Capacitor and Electric Energy

المواسع أو المكثف (capacitor) هو النبيطة التي تقوم بخزن الطاقة الكهربائية أو أنه ومن خلاله يتم ربط الدارات الكهربائية مع بعضها كهربائياً (عبر خطوط المجال الكهربائي أو عبر ما يسمى في بعض الأحيان بالمواسعات الشاردة (stray capacitors). ويتكون المواسع من موصلين على أحدهما شحنة موجبة q+ وعلى الآخر شحنة سالبة q- وبينهما فرق جهد V وتعرّف سعة المواسع C بما يلي :-

$$C \equiv \frac{q}{V} = \frac{\iint_S \rho_S \, dS}{-\int_L \mathbf{E} \bullet \mathbf{dL}} \qquad (30\text{-}1)$$

وتعطى وحداته بالفاراد (Farad, F).

مثال (1-12):- يبين الشكل (1-20) مواسعاً ذا صفيحتين متوازيتين (parallel plate) فإذا كانت مساحة كل صفيحة $A\ m^2$ والمسافة بينهما d وكان جهد الصفيحة السفلية 0 V والعلوية V_0 V وسماحية الوسط العازل بين الصفيحتين $\varepsilon_r\ \varepsilon_0\ \ F/m$. أوجد كثافة الشحنات السطحية الحرة على كل من الوجه السفلي والعلوي للصفيحتين العلوية والسفلية وذلك على التوالي. أوجد كذلك كثافة الشحنات السطحية المقيدة على الوجه العلوي والسفلي للمادة العازلة. أوجد كذلك سعة هذا المواسع. أهمل الانحناءات (الشراريب) في خطوط المجال الكهربائي.



الشكل (1-20):- المواسع ذو الصفيحتين المتوازيتين.

الحــل:-

يكون المجال الكهربائي بين اللوحين كما يلي:- $E_z = -V_0/d \quad V/m$

وكثافة الفيض الكهربائي $D_z = -V_0 \ \varepsilon_r \ \varepsilon_0/d \quad C/m^2$

أما متجه الاستقطاب فيكون كما يلي:- $\mathbf{P} = (\varepsilon_r - 1) \ \varepsilon_0 \ \mathbf{E}$

أو $P_z = (\varepsilon_r - 1) \ \varepsilon_0 \ V/d \quad C/m^2$

وبالتالي فإن كثافة الشحنات السطحية الحرة تكون كما يلي:-

$$\rho_s = V_0 \ \varepsilon_r \ \varepsilon_0/d \quad C/m^2$$

للسطح السفلي للصفيحة العلوية، و

$$\rho_s = -V_0 \ \varepsilon_r \ \varepsilon_0/d \quad C/m^2$$

للسطح العلوي للصفيحة السفلية. أما كثافة الشحنات السطحية المقيدة فهي كما يلي:-

$$\rho_{sb} = -(\varepsilon_r - 1) \ \varepsilon_0 V_0/d \quad C/m^2$$

للوجه العلوي للمادة العازلة، و

$$\rho_{sb} = (\varepsilon_r - 1) \ \varepsilon_0 V_0/d \quad C/m^2$$

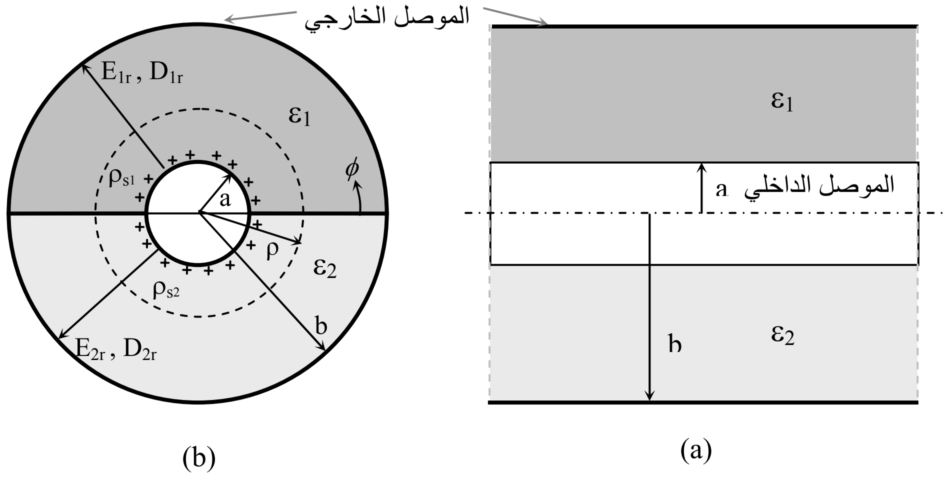
للوجه السفلي للمادة العازلة. أما سعة المواسع C فهي كما يلي :-

$$C = \frac{q}{V_0} = \frac{\rho_s \ A}{V_0} = \frac{V_0 \ \varepsilon_r \ \varepsilon_0 \ A}{V_0 \ d} = \frac{\varepsilon_r \ \varepsilon_0 \ A}{d} \quad F$$

وبالتالي فإن سعة المواسع لا تعتمد على الشحنات المخزنة أو فرق الجهد بين الصفيحتين وإنما على خصائص الوسط ε ومساحة الصفيحتين A والمسافة بينهما d، وبالتالي فإن قيمتها يجب أن تكون دائماً موجبة.

مثال (1-13):- يبين الشكل (1-21) الكابل المحوري الذي يتكون من موصل داخلي نصف قطره a وموصل خارجي نصف قطره b يفصل بينهما في المنطقة $0 \le \phi < \pi$ مادة عازلة سماحيتها $\varepsilon_1 \ F/m$ وأما المنطقة $\pi \le \phi < 2\pi$ فإن سماحية مادتها $\varepsilon_2 \ F/m$ ، في ضوء

ذلك **(i)** أوجد مواسعة هذا الكابل C لكل وحدة طول F/m . **(ii)** إذا كان فرق الجهد بين الموصلين هو 100 V وكانت $a = 2$ mm و $b = 10$ mm و $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$ و $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_0$ فأوجد كثافة الشحنات السطحية على سطح الموصل الداخلي $\rho = a$ وعلى سطح الموصل الخارجي $\rho = b$ وأوجد سعة الكابل لكل وحدة طول في هذه الحالة.



الشكل(1-21):- الكابل المحوري بمادتين عازلتين تفصلان الموصل الداخلي عن الخارجي (a) مقطع طولي (b) مقطع أمامي.

الحــل:-

(i) إذا كان جهد الموصل الداخلي V_0 V وجهد الموصل الخارجى 0 V وكذلك إذا كانت كثافة الشحنات السطحية على الموصل الداخلي في المنطقة $0 \le \phi < \pi$ هي $\rho_{S1}\ \text{C/m}^2$ (أو كثافة الشحنات الخطية $\rho_{L1}\ \text{C/m}$) وفي المنطقة $\pi \le \phi < 2\pi$ هي $\rho_{S2}\ \text{C/m}^2$ (أو كثافة الشحنات الخطية $\rho_{L1}\ \text{C/m}$)، وبتطبيق قانون جاوس على أسطوانة نصف قطرها $a < \rho < b$ بطول L ومن التماثل (لن يكون هناك سوى D_ρ أو E_ρ) ينتج ما يلي :-

$$(D_{\rho 1} + D_{\rho 2})\ \pi \rho L = (\rho_{S1} + \rho_{S2})\ \pi a L$$

أو $D_{\rho 1} + D_{\rho 2} = \frac{a}{\rho} (\rho_{S1} + \rho_{S2}) \quad C/m^2$

وبمـــــا أن $D_{\rho 1} = \varepsilon_1 E_{\rho 1}$ و $D_{\rho 2} = \varepsilon_2 E_{\rho 2}$ وحيــــث إن $E_{\rho 1} = E_{\rho 2} (= E_\rho)$ (المجـالات الكهربائيـة الماسـة للسـطح الفاصـل بـين الوسـطين ε_1 و ε_2 عنـد $\phi = 0$ أو $\phi = \pi$ مستمرة) فيمكن كتابة العلاقة الأخيرة كما يلي :-

$$E_\rho (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = \frac{a}{\rho} (\rho_{S1} + \rho_{S2})$$

أو أن

$$E_\rho = \frac{a}{\rho (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \rho_{S1} + \rho_{S2})$$

يتم الحصول من العلاقة التي تربط المجال الكهربائي مع فرق الجهد بين الموصلين على

$$-V_0 = -\int_a^b \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L} = -\frac{a (\rho_{S1} + \rho_{S2})}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \text{ Ln } (b/a)$$

أو أن

$$V_0 = \pi a (\rho_{S1} + \rho_{S2}) \frac{\text{Ln } (b/a)}{\pi (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} = (\rho_{L1} + \rho_{L2}) \frac{\text{Ln } (b/a)}{\pi (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}$$

وبالتالي فإن سعة الكابل لكل وحدة طول هي

$$C = \frac{(\rho_{L1} + \rho_{L2})}{V_0} = \frac{\pi (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{\text{Ln } (b/a)} \quad F/m$$

وتبين العلاقة الأخيرة أن سعة الكابل لكل وحدة طول تكون مكونة من جزأين حيث يمثل كل جزء منطقة. فالجزء $\frac{\pi \varepsilon_1}{\text{Ln } (b/a)} F/m$ يمثل السعة للمنطقة $0 \le \phi < \pi$ والجـزء $\frac{\pi \varepsilon_2}{\text{Ln } (b/a)} F/m$ يمثـل السـعة للمنطقـة $\pi \le \phi < 2\pi$ وحيث أنهما متصلان على التوازي فإن مجموعها يشابه وصل مقاومتين على

التوالي (كما هو معروف). وإذا كانت $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ فإن سعة الكابل المحوري لكل وحدة طول تصبح $C = 2\pi\, \varepsilon / \text{Ln}\,(b/a) \quad F/m$.

(ii) من شروط الحدود وعلى السطح الداخلي $\rho = a$ فإن

$D_{\rho 1} = \varepsilon_1\, E_{\rho 1} = \rho_{s1} = \varepsilon_1\, E_\rho$ و $D_{\rho 2} = \varepsilon_2\, E_{\rho 2} = \rho_{s2} = \varepsilon_2\, E_\rho$ أو أن

$\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \dfrac{D_{\rho 1}}{D_{\rho 2}}$ و $\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \dfrac{\rho_{S1}}{\rho_{S2}}$ وبالتالي فإن

$$V_0 = a\,(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1})\ \rho_{S1}\ \frac{\text{Ln}\,(b/a)}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} = \frac{a\,\rho_{S1}}{\varepsilon_1}\,\text{Ln}\,(b/a)\ \ V$$

أو

$$V_0 = \frac{a\,\rho_{S2}}{\varepsilon_2}\ \text{Ln}\,(b/a) \quad V$$

وبالتالي فإن $\rho_{S2} = \dfrac{\varepsilon_2\, V_0}{a\,\text{Ln}\,(b/a)}\ \ C/m^2$ و $\rho_{S1} = \dfrac{\varepsilon_1\, V_0}{a\,\text{Ln}\,(b/a)}\ \ C/m^2$

وعند السطح الداخلي للموصل الخارجي $\rho = b$ فهي كما يلي:-

$$\rho_{S1} = \frac{\varepsilon_1\, V_0}{b\,\text{Ln}\,(b/a)}\ \ C/m^2 \qquad \text{و} \qquad \rho_{S2} = \frac{\varepsilon_2\, V_0}{b\,\text{Ln}\,(b/a)}\ \ C/m^2$$

وللقيم المعطاة في هذا المثال فإن كثافة الشحنات السطحية عند $\rho = a$ تكون كما يلي:-

$$\rho_{S1} = \frac{10^{-4}}{72\,\pi\,\text{Ln}\,5} = 0.275 \quad \mu C/m^2 \qquad \text{و} \qquad \rho_{S2} = 0.55 \quad \mu C/m^2$$

أما على السطح الداخلي للموصل الخارجي $\rho = b$ فتكون:-

$$\rho_{S1} = 0.55 \quad \mu C/m^2 \qquad \text{و} \qquad \rho_{S2} = 0.11 \quad \mu C/m^2$$

ولهذه القيم فإن سعة هذا الكابل لكل وحدة طول تصبح $C = 51.8\ \ pF/m$

- **الطاقة الكهربائية**:- يمثل وجود الشحنات على موصلي المواسع طاقة كهربائية مخزنة في هذا المواسع (في الوسط الفاصل بين الموصلين) وتتكون هذه الطاقة نتيجة للطاقة التي بذلت لشحن المواسع. وكما هو معروف فإن الجهد V يمثل كمية الشغل المبذول لنقل وحدة شحنة من نقطة إلى أخرى ويمكن كتابته كما يلي:-

$$V = \frac{dW_e}{d\,q} \qquad V \qquad (32\text{-}1)$$

حيث إن dW_e يمثل الشغل الكهربائي المبذول على شحنة dq، أو أن $V = \frac{q}{C} = \frac{dW_e}{dq}$

وبالتالي فإن $d\,W_e = \frac{1}{C}\, q\ d\,q$ ، وبمكاملة الطرفين ينتج ما يلي:-

$$W_e = \frac{q^2}{2\,C} = \frac{1}{2}\,CV^2 = \frac{1}{2}\,qV \qquad J \qquad (33a\text{-}1)$$

أو

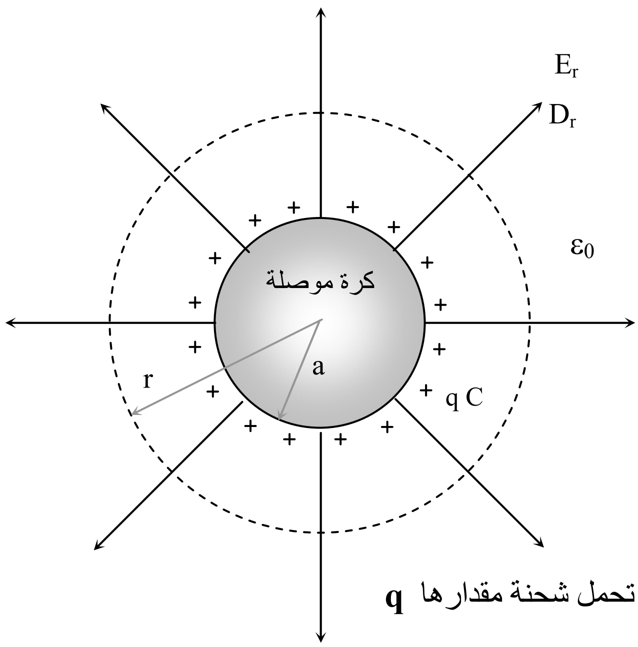
$$W_e = \frac{1}{2}\iiint_V \mathbf{E}\bullet\mathbf{D}\quad dV \qquad J \qquad (33b\text{-}1)$$

وتمثل العلاقة (1-33) كمية الطاقة الكهربائية المخزنة في مواسع أو كمية الشغل المبذول في شحن هذا المواسع. وإذا أعتبر حيزاً صغيراً أو حجماً صغيراً على شكل متوازي مستطيلات في وسط سماحيته $\varepsilon\ F/m$ ومساحة قاعدة هذا المتوازي S وارتفاعه d بحيث إن $V = Sd\ \ m^3$ تمثل الحجم المحصور بين لوحي المواسع فإن كثافة الطاقة تصبح كما يلي :-

$$\frac{W_e}{V} = w_e = \frac{1}{2}\ \varepsilon\ E^2 \qquad J/m^3 \qquad (34a\text{-}1$$

$$w_e = \frac{1}{2}\,\mathbf{E}\bullet\mathbf{D} \qquad J/m^3 \qquad (34b\text{-}1)$$

مثال (1-14):- يبين الشكل (1-22) كرة موصلة جيدة التوصيل نصف قطرها a وموضوعة في الفراغ الحر، فإذا كانت الشحنات التي تحملها هي q C فأوجد:- **(i)** المجال الكهربائي وكثافة الفيض الكهربائي الناتج عن هذه الكرة في المنطقة $0 \le r < \infty$. **(ii)** جهد هذه الكرة . **(iii)** الطاقة الكهربائية المخزنة في الفراغ الحر حول هذه الكرة.



الشكل (1-22):- كرة موصلة تحمل شحنة مقدارها **q** C وموضوعة في الفراغ الحر.

الحــل:-

تتوزع الشحنة q على سطح الكرة بشكل منتظم على شكل كثافة شحنات سطحية $\rho_S = q/(4\,\pi a^2) \quad C/m^2$.

(i) في هذه الحالة ومن التماثل يكون كلٌ من المجال الكهربائي **E** وكثافة الفيض الكهربائي **D** باتجاه $\mathbf{a}_r$ فقط ولا يتغيران مع ϕ و θ ، أو أن $\mathbf{D} = D_r(r)\ \mathbf{a}_r$ و $\mathbf{E} = E_r(r)\ \mathbf{a}_r$ وإذا ما تم اختيار سطح جاوس المقفل على شكل سطح كرة

نصف قطرها $0 \le r < \infty$ فإنه وبعد تطبيق قانون جاوس وفي ضوء ما سبق يتم الحصول على ما يلي:-

$$D_r \, 4\pi r^2 = q \Rightarrow D_r = \frac{q}{4\pi r^2} \quad C/m^2$$

أو أن $E_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad V/m$ ، أما **E** و **D** للمنطقة $r<a$ فإن كلاهما يكون مساوياً للصفر.

(ii) لإيجاد الجهد يتم استخدام العلاقة $V = -\int_{\infty}^{r} \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L}$ أو أن الجهد للمنطقة $a \le r < \infty$ هو كما يلي:-

$$V = -\int_{\infty}^{r} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2} dr' = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad V$$

أما في المنطقة $0 \le r < a$ فهو كما يلي:-

$$V = -\left[\int_{\infty}^{a} + \int_{a}^{r} \mathbf{E} \bullet d\mathbf{L}\right] = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} \qquad V$$

يلاحظ أن الكرة سطح ووسط متساوي الجهد لأن المجال الكهربائي فيها يكون مساوياً للصفر.

(iii) تكون سعة الكرة كما يلي:- $C = q/V = 4\pi\varepsilon_0 a \quad F$

وبالتالي فإن الطاقة المخزنة في الفراغ الحر المحيط بالكرة هي كما يلي :-

$$W\left(=\frac{1}{2}qV\right) = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}4\pi\varepsilon_0 a \frac{q^2}{(4\pi\varepsilon_0 a)^2} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 a} \quad J$$

1-2:- التيار المستمر (Direct Current DC) وموصلية الأوساط

إذا تركت شحنة كهربائية حرة في مجال كهربائي فإنها ستتحرك تبعاً للقوى التي تؤثر عليها وتمثل حركتها التيار الكهربائي I (أو i) ووحداته C/s أو أمبير A. ويمكن تعريف التيار الكهربائي من خلال تحديد الشحنات التي تمر مثلاً عبر مساحة معينة في فترة زمنية معينة أو أنه يمثل معدل تغير الشحنات مع الزمن كما يلي:-

$$i = \frac{dq}{dt} \quad A \tag{35-1}$$

تتكون المواد ، كما سبق ذكره، من ذرات وتتكون الذرة من نواة بها شحنات موجبة وأجسام غير مشحونة ويدور حولها في مدارات مختلفة عدد من الشحنات السالبة والتي تكون مساوية للشحنات الموجبة. ومن البديهي أن تتأثر الشحنات السالبة الواقعة في أبعد المدارات عن النواة لأدنى قوة جذب تربطها بالنواة. يمكن أن تكون هذه القوة متدنية في قيمتها بحيث إنها تكون أقل من أو تساوي على وجه التقريب القوة التنافرية بين الشحنات السالبة والقوة العشوائية الناتجة عن الطاقة الحرارية التي تكتسبها الشحنات السالبة. وفي هذه الحالة فإن الشحنات السالبة الواقعة في ابعد المدارات تنفصل عن ذراتها وتصبح حرة في حركتها وتجوالها وينتج عن ذلك عدد هائل من الشحنات الحرة التي يمكن أن تتحرك بشكل منتظم إذا ما تأثرت بمجال كهربائي خارجي. ويطلق على المادة في هذه الحالة بأنها مادة موصلة (جيدة التوصيل). أما إذا كانت القوة التجاذبية المشار إليها أعلاه أكبر بكثير من القوة التنافرية والعشوائية فإن فرصة انتزاع هذه الشحنات من ذراتها بمجالات كهربائية خارجية تصبح ضئيلة إلا إذا وصلت شدة هذه المجالات إلى قيمٍ عالية جداً تدعى بقيم الانهيار كما يحدث مثلاً في حالة البرق وأنابيب الإنارة التفريغية. ويطلق على المادة في هذه الحالة بالمادة العازلة حيث إن عدد الإلكترونات (الشحنات السالبة) الحرة يكون متدنياً. وما بين المواد الأولى والثانية

تقع المواد شبه الموصلة. فمثلاً يتوفر في المواد الموصلة عدد كبير من الشحنات السالبة الحرة التي تركت ذراتها وهي صغيرة في حجمها ووزنها وقادرة على الحركة في أي اتجاه تقريباً تبعاً للقوى المؤثرة عليها. أما الذرات المتروكة فإنها تمثل شحنات موجبة غير أنها كبيرة في حجمها وثقيلة جداً (مقارنة بالشحنات السالبة) ويصعب عليها الحركة فعلياً. تتحرك الشحنات السالبة التي تركت ذراتها نتيجة لعدة قوى تؤثر عليها منها التنافر مع شحنات سالبة أخرى وتجاذبها مع شحنات موجبة إضافة لأثر الطاقة الحرارية التي تكتسبها من المحيط التي تتواجد فيه، ويمكن أن تصطدم هذه الشحنات السالبة أثناء حركتها بأجسام غير مشحونة تتواجد في طريق حركتها. إذا ما أثر على الوسط الذي به هذه الشحنات السالبة مجال كهربائي خارجي فإنه يحرك هذه الشحنات باتجاهه. فمثلاً يمكن أن تبدأ الشحنة من سرعة ابتدائية تساوي الصفر ثم تبدأ بالتسارع نتيجة هذا المجال المؤثر وتصل سرعتها إلى قيمة عظمى تؤول بعدها إلى الصفر وذلك إما لكونها اقتربت من شحنة سالبة أخرى أو لأنها اجتذبت إلى شحنة موجبة أو لأنها اصطدمت مع جسم أخر غير مشحون. ثم تبدأ تسارعها من جديد لتقطع في كل مرة مسافة قد تختلف عن سابقتها وتنتهي بسرعة قصوى تختلف عما قبلها. ولكن إذا ما تم اختيار نقطتين متباعدتين مثلاً x_1 و x_2 والمسافة ما بينهما Δx (أكبر بكثير من قطر الذرة) وتم توقيت الزمن اللازم لشحنة أو مجموعة من الشحنات لتنتقل من النقطة x_1 إلى النقطة x_2 تحت تأثير مجال كهربائي خارجي $\mathbf{E}$، ووجد أنه يساوي Δt فإنه يمكن تعريف الكمية $(\Delta x / \Delta t)$ على أنها سرعة جريان الشحنة (أو مجموعة الشحنات) وهي لا تساوي سرعتها اللحظية. ويمكن القول أن هذه السرعة تمثل معدل سرعة الشحنة السالبة وتسمى بسرعة الجريان (Drift Velocity) أو $\mathbf{v}_d$

$$\mathbf{v}_d = \mu \, \mathbf{E} \tag{37-1}$$

حيث إن μ تمثل سهولة تنقل الشحنات السالبة في الوسط ويطلق عليه أسم التنقلية (Mobility) وتكون وحداتها (m^2 / sV). فإذا كانت كثافة هذه الشحنات الحجمية

فـي وسـط مـا هـي C/m^3 ρ_v وتسير بسرعة جريـان m/s v_d عـابرة مـثلاً مساحة مقطع $A\ m^2$ فإنه يمكن تعريف ذلك على انه التيار أو

$$i = \rho_v\ v_d \qquad (38a\text{-}1)$$

أو أن كثافة التيار السطحية تكون كما يلي:-

$$J = i/A = \rho_v\ v_d \qquad (38b\text{-}1)$$

وتكون كثافة التيـار J متجهـا (**J**) يحدد من متجـه المسـاحة **A** أو مـن خـلال اتجـاه سرعة الجريان $\mathbf{v}_d$ ومن قانـون أوم (Ohm's Law) الذي يربط الجهد بالتيـار عبر المقاومـة ($V = IR$) وحيث إن $V = EL$ و $I = JA$ و $R = L/(\sigma A)$، علماً بأن L يمثل مسار التيار (طول على الخط الممثل للمجال الكهربائي) فإن

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \qquad A/m^2 \qquad (39\text{-}1)$$

حيث إن σ هي موصلية (Conductivity) الوسط. وتمثل المعادلة (1-39) قانون أوم عند أي نقطة لوسط لـه موصلية $\sigma\ (\Omega\,m)^{-1}$ ويبين هذا القانون أن كثافة التيـار السطحية $\mathbf{J}\ \ A/m^2$ (والتي تمثل حركة الشحنات) تتناسب مع المجـال الكهربائي الخارجي $\mathbf{E}$ الذي ينتج هذا التيار عبر ثابت الوسط (الموصلية σ). وتعتبـــر الموصـــلية σ مقلـــوب المقاوميـــة (Resistively) $\rho = \sigma^{-1}\ \Omega m$.
وتعكس المقاومة المشار إليها أعلاه أنه لتحريك شحنة من نقطة إلى أخرى في وسط ما فلابد من بذل شغل للتغلب على القوى العديدة التي تؤثر على هذه الشحنة مثل القوى التنافرية والتجاذبية والتصادمية والعشوائية الناجمة عن الطاقة الحرارية والتي في مجملها تشكل مقاومة لحركة الشحنات من نقطة إلى أخرى. وتقل موصلية معظم المواد (أو تزداد مقاومتها) مع زيادة درجة الحرارة نظراً لان ذلك يرفع من القوى العشوائية الناجمة عن الطاقة الحرارية. ويبين الجدول (1-2) عدداً من المواد وموصليتها عند درجة حرارة الغرفة $20^\circ\ C$.

الجدول (1-2):- موصلية عدد من المواد $\sigma\ (\Omega m)^{-1}$.

اسم المادة	تصنيف المادة	موصليتها $\sigma\ (\Omega m)^{-1}$
الكوارتز	عازل	10^{-17}
المطاط	عازل	10^{-15}
الزجاج	عازل	10^{-12}
ماء مقطر	عازل ضعيف	10^{-4}
التربة الرملية الجافة	عازل ضعيف	10^{-3}
جسم الحيوان	موصل ضعيف	0.2
جرمانيوم	موصل ضعيف	2
ماء البحر	موصل متوسط	4
السليكون	موصل	10^{3}
الكربون	موصل	3×10^{4}
الحديد الزهر	موصل جيد	10^{6}
القصدير	موصل جيد	5×10^{6}
الألمنيوم	موصل جيد	3.5×10^{7}
الذهب	موصل جيد	4.1×10^{7}
النحاس	موصل جيد	5.7×10^{7}

يمكن كتابة العلاقة التي تحدد المقاومة R أو المواصلة G (Conductance) كما يلي:-

$$R = \int dR = \int_{L} dL / (\sigma A) \qquad \Omega \qquad (39a\text{-}1)$$

$$G = \int dG = \int_A \sigma \, dA / L \qquad (\Omega)^{-1} \qquad (39b\text{-}1)$$

ويتم من العلاقات (1-37) - (1-39) استنتاج أن $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = \rho_v \mathbf{v}_d = \rho_v \, \mu \, \mathbf{E}$ أو

$$\sigma = \rho_v \, \mu \qquad (\Omega m)^{-1} \qquad (40a\text{-}1)$$

$$\mu = \sigma / \rho_v \qquad m^2/sV \qquad (40b\text{-}1)$$

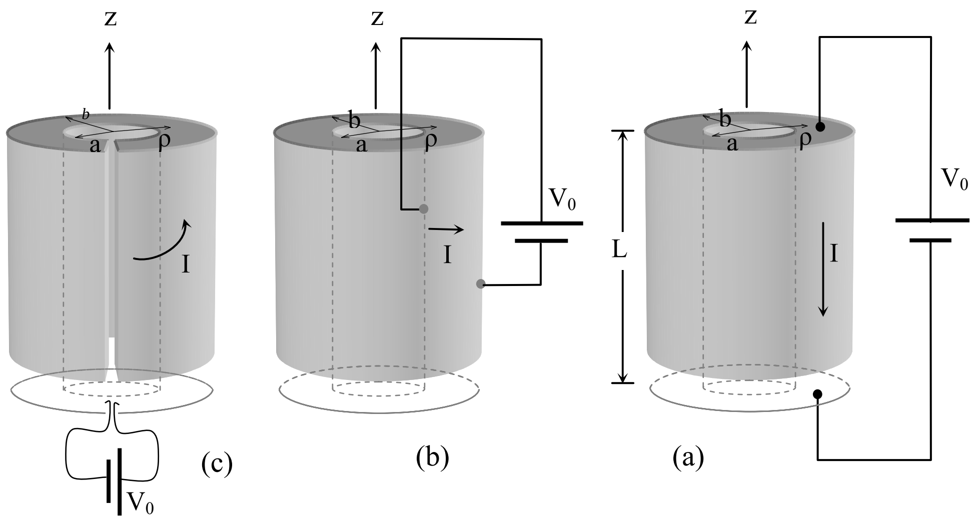
وتبين العلاقة (1-40a) أن موصلية الوسط تزداد بازدياد كثافة الشحنات والتنقلية. وتبين العلاقة (1-40b) أن التنقلية أو سهولة حركة الشحنات تتناقص بازدياد كثافة الشحنات نظراً لان تزايد الشحنات يزيد من تنافرها مع بعضها ويؤدي إلى ازدحام الوسط بهذه الشحنات. ومن الجدير بالذكر أن التيار المستمر (DC) ينتج عن حركة الشحنات الحجمية التي تسير بسرعة ثابتة تمثل سرعة الجريان. وفي الواقع إن كمية الشحنات في أي حجم من المادة يبقى مساوياً للصفر سواءً أكان هناك تيار أم لم يكن (مجموع الشحنات الموجبة والشحنات السالبة متساويان وبالتالي فإن مجموع الشحنات يكون صفراً). في ضوء ذلك إذا تم تطبيق قانون جاوس على كثافة التيار المبين في العلاقة (1-38a) فإنه يتم استنتاج قانون كيرشوف للتيار لسطح مقفل S ($\Sigma \ I = 0$) أو عند نقطة كما يلي:-

$$\oiint_S \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} = 0 \qquad (41a\text{-}1)$$

وبالتالي

$$\nabla \bullet \mathbf{J} = 0 \qquad (41b\text{-}1)$$

مثال (1-15):- يبين الشكل (1-23) اسطوانة نحاسية مفرغة وموصولة بمصدر في ثلاثة أوضاع ، فإذا كان طولها L ونصفا قطريها الداخلي والخارجي هما a و b على التوالي فأوجد مقاومتها لكل وضع.



الشكل (1-23):- اسطوانة نحاسية مفرغة وموصولة مع مصدر يصدر تياراً باتجاه (a) محور الاسطوانة (b) قطر الاسطوانة (c) باتجاه التفافي.

الحـــل:-

عندما يكون التيار باتجاه محور الاسطوانة، الشكل (23a-1) ، تكون المقاومة dR كما يلي:-

$$dR = \frac{dz}{\sigma \rho \, d\rho \, d\phi} \quad \Omega$$

أو

$$G = \frac{\sigma \, 2\pi}{L} \int_a^b \rho \, d\rho = \frac{\sigma \pi (b^2 - a^2)}{L} \quad (\Omega)^{-1}$$

أو أن المقاومة تكون

$$R = L / \{\sigma \pi (b^2 - a^2)\} \quad \Omega$$

وعندما يكون التيار باتجاه قطري، الشكل (23b-1) ، تكون المقاومة dR كما يلي :-

$$dR = \frac{d\rho}{\sigma \rho d\phi \, dz} \Rightarrow R = \frac{1}{2\pi\sigma L} \int_a^b \frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow\Rightarrow R = \frac{\mathrm{Ln}\,(b/a)}{2\pi\sigma L} \quad \Omega$$

أما عندما يكون التيار باتجاه التفافي، الشكل (1-23c) ، فإن المقاومة dR تكون كما يلي :-

$$dR = \frac{\rho\, d\phi}{\sigma\, d\rho\, dz} \quad \Rightarrow\Rightarrow \quad G = \frac{\sigma L}{2\pi}\int_a^b \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\sigma L}{2\pi} \mathrm{Ln}\,(b/a)$$

أو أن المقاومة في هذه الحالة تكون $R = 2\pi / \{\sigma L\, \mathrm{Ln}(b/a)\} \quad \Omega$

3-1:- المصادر والمجالات المغناطيسية الثابتة مع الزمن

يبحث هذا الباب في المصادر والمجالات الكهرومغناطيسية (Magnetic Fields) الثابتة مع الزمن، هذا وقد سبق وتم تقديم المصادر والمجالات الكهربائية الثابتة مع الزمن والتي تمثل النصف الأول وسيتم هنا تقديم النصف الثاني وهي المصادر والمجالات المغناطيسية الثابتة مع الزمن. سيتم أولاً تقديم المصادر المغناطيسية (التيارات الكهربائية) وبعد ذلك يتم الانتقال إلى إيجاد المجالات المغناطيسية المختلفة الناتجة من هذه المصادر وكذلك إيجاد الآليات التي تربط بين هذه المصادر والمجالات.

1- 3-1:- المصادر المغناطيسية Magnetic Sources

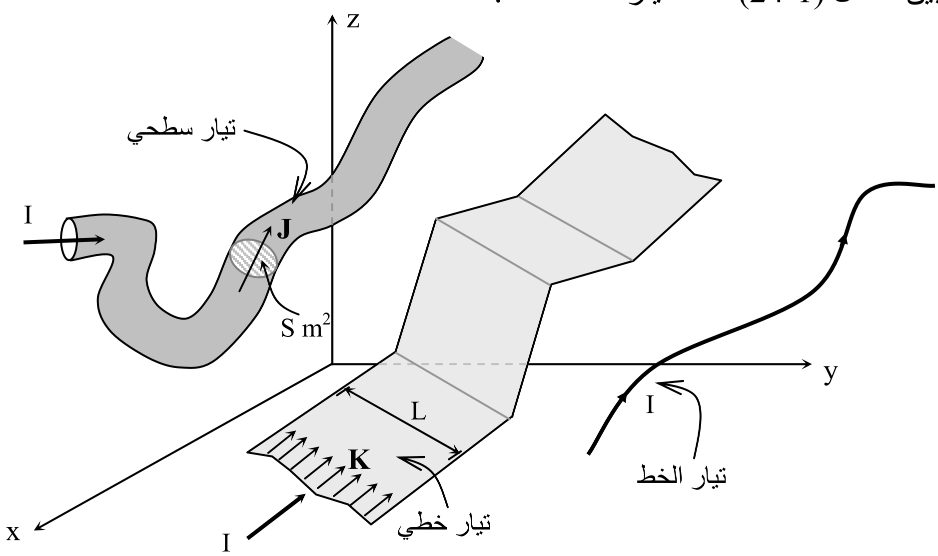
تعرف الإنسان على المصادر المغناطيسية منذ زمن بعيد وذلك على شكل حجر أسود (مكون من الحديد) كان موجوداً في الطبيعة وكانت له خصائص جذب المواد الحديدية الأخرى. وسيتم بحث هذا النوع من المصادر عند معالجة المواد المغناطيسية في الفصول القادمة. أما المصادر التي سيتم التركيز عليها هنا فهي التيارات الكهربائية وهنا فإن الحديث سيكون عن التيار المستمر الذي سبق وتم تقديمه في الفصل السابق. وتأتي هذه التيارات بأشكال مختلفة وذلك كما يلي :-

- **تيار الخط (Line Current) أو التيار** :- وهو تيار يسري في سلك موصل رفيع ويرمز له بالرمز I ووحدته الأمبير A.

- **تيار خطي (Linear Current) :-** وهو تيار مقداره مثلاً I A يسري بشكل منتظم أو غير منتظم في صفيحة معدنية رقيقة جداً عرضها L (قد لا يكون ثابتاً) ويعبر عنه بكثافة التيار الخطي ويرمز له بالرمز $\mathbf{K}$ ، $\mathbf{K} = I/\mathbf{L}\ \ A/m$.

- **تيار سطحي (Surface Current) :-** وهو تيار مقداره I A يسري في سلك منتظم أو غير منتظم في موصل مساحة مقطعه (ثابتة أو متغيرة) S ويعبر عنه عادة بكثافة التيار ويرمز له بالرمز $\mathbf{J}\ (= I/\mathbf{S})\ \ A/m^2$.

ويبين الشكل (1-24) هذه التيارات المختلفة.



الشكل (1-24):- الأشكال المختلفة للتيارات الكهربائية، تيار الخط I A وكثافة التيار الخطي $\mathbf{K}$ A/m وكثافة التيار $\mathbf{J}$ A/m^2.

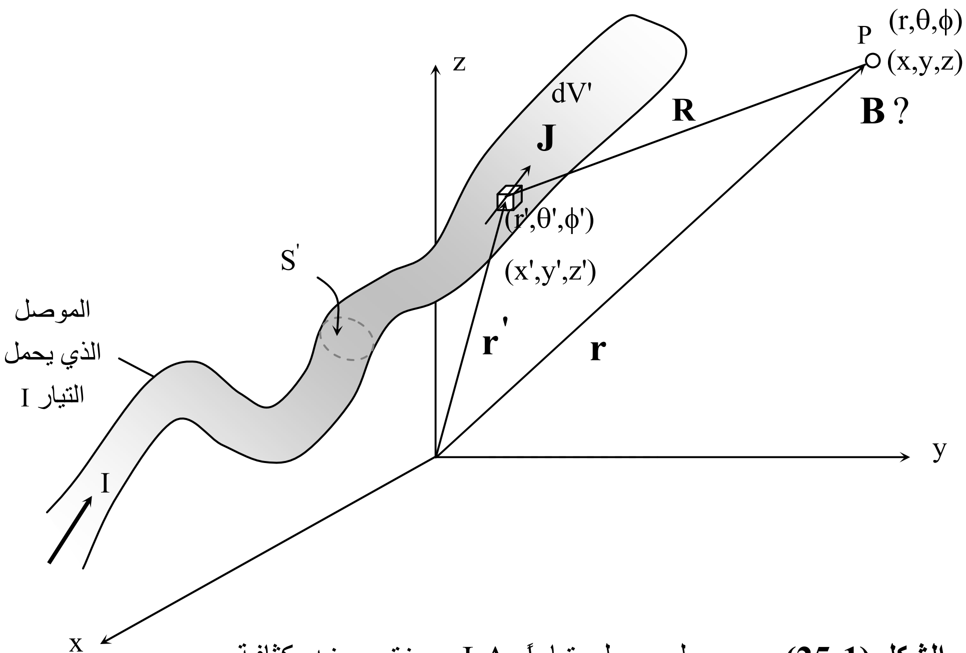
1-3-2:- كثافة الفيض المغناطيسي وقانون بيوت- سافارت

إذا كان المصدر عبارة عن تيار يمر في موصل مساحة مقطعه $S'\ \ m^2$ وكانت كثافة التيار التي تمر في هذا الموصل هي $\mathbf{J}\ \ A/m^2$ كما هو مبين في الشكل (1-25) فإن قانون بيوت - سافارت (Biot-Savart Law) يربط بين كثافة الفيض المغناطيسي

B (Magnetic Flux density) وهذا التيار. فإذا أخذ حجم صغير من هذا الموصل dV' بمساحة مقطع dS' وطول dL' عند النقطة (x', y', z') أو (r', θ', ϕ') فإن كثافة الفيض المغناطيسي الناتج عن هذا الجزء من المصدر عند النقطة $P\,(x, y, z)$ أو $P(r, \theta, \phi)$ هي **dB**. يمكن اعتبار هذا الجزء الصغير من المصدر على أنه مصدر نقطي وبالتالي فإن ناتجه يكون متماثلاً وتكون العلاقة بين **dB** و **J** كما يلي :-

$$\mathbf{dB} = \frac{\mu\, \mathbf{J}\,(\mathbf{r}')\, dV' \times \mathbf{a}_R}{4\,\pi\ R^2} \qquad Wb/m^2 \tag{42-1}$$

حيث إن μ هي الخاصية المغناطيسية للوسط أو ثابت الوسط وتدعى بالنفاذية ووحداتها H/m، و $\mathbf{a}_R \equiv \dfrac{\mathbf{R}}{|\mathbf{R}|} = \dfrac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$ متجه وحدة يؤخذ باتجاه **R**.

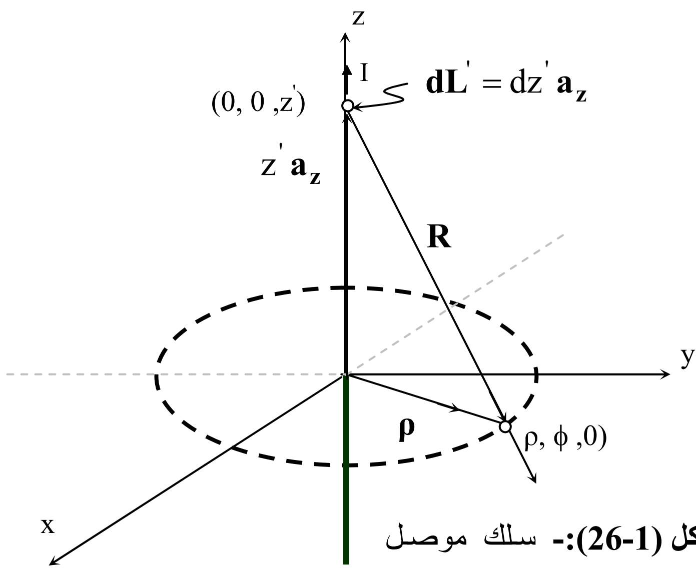


الشكل (1-25):- موصل يحمل تياراً I A وينتج عنه كثافة فيض مغناطيسي **B** عند النقطة P.

يلاحظ من العلاقة (1-42) قانون التربيع العكسي إضافة إلى أن اتجاه **dB** مرتبط باتجاه **J** وذلك تبعاً لقاعدة اليد اليمنى. أي أنه إذا ما تم تجهيز اليد اليمنى بحيث تكون أصابعها باتجاه **J** ويتم ثني الأصابع باتجاه $\mathbf{a}_R$ فإن الإبهام يكون محدداً لاتجاه **dB**. وبالتالي فإن قيمة **B** عند النقطة P تصبح كما يلي :-

$$\mathbf{B(r)} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \mathbf{a}_R}{R^2} \, dV' \qquad (43\text{-}1)$$

مثال (1-16): - يبين الشكل (1-26) سلكاً موصلاً طويلاً يمتد إلى ما لانهاية في اتجاه z ويحمل تياراً مقداره I A . أوجد كثافة الفيض المغناطيسي **B** الناتجة عن هذا السلك عند النقطة $(\rho, \phi, 0)$.



الشكل (1-26):- سلك موصل طويل يحمل تياراً مقداره I A.

الحــل:-

نظراً للتماثل فإن كثافة الفيض المغناطيسي **B** لن تعتمد على z و ϕ وإنما فقط على ρ وبتطبيق العلاقة (1-43) علماً بان التكامل الحجمي يتم استبداله بتكامل خطي كما يلي:-

$$\mathbf{B}(\rho) = \frac{\mu}{4\pi}\int_{L'} \frac{I\,\mathbf{dL}' \times \mathbf{a}_R}{R^2}$$

حيث إن $\mathbf{dL}' = dz'\mathbf{a}_z$ و $\mathbf{R} = \rho\,\mathbf{a}_\rho - z'\mathbf{a}_z$ و $|\mathbf{R}| = \sqrt{\rho^2 + z'^2}$ و $\mathbf{a}_R = \mathbf{R}/|\mathbf{R}|$.

وبالتالي

$$B_\phi(\rho) = \frac{\mu I \rho}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz'}{(\rho^2 + z'^2)^{3/2}} = \frac{\mu I \rho}{2\pi}\int_{0}^{\infty} \frac{dz'}{(\rho^2 + z'^2)^{3/2}}$$

يتم إجراء التكامل الأخير عن طريق التعويض أو $z' = \rho \tan\theta$ و $(\rho^2 + z'^2)^{3/2} = \rho^3 / \cos^3\theta$ و $dz' = \rho\, d\theta / \cos^2\theta$ وعندما تكون $z = 0$ فإن $\theta = 0$ وعندما تكون $z = \infty$ فإن $\theta = \pi/2$ ، أو

$$B_\phi(\rho) = \frac{\mu I \rho}{2\pi\rho^2}\int_0^{\pi/2} \cos\theta\, d\theta = \frac{\mu I}{2\pi\rho} \qquad \mathrm{Wb/m^2}$$

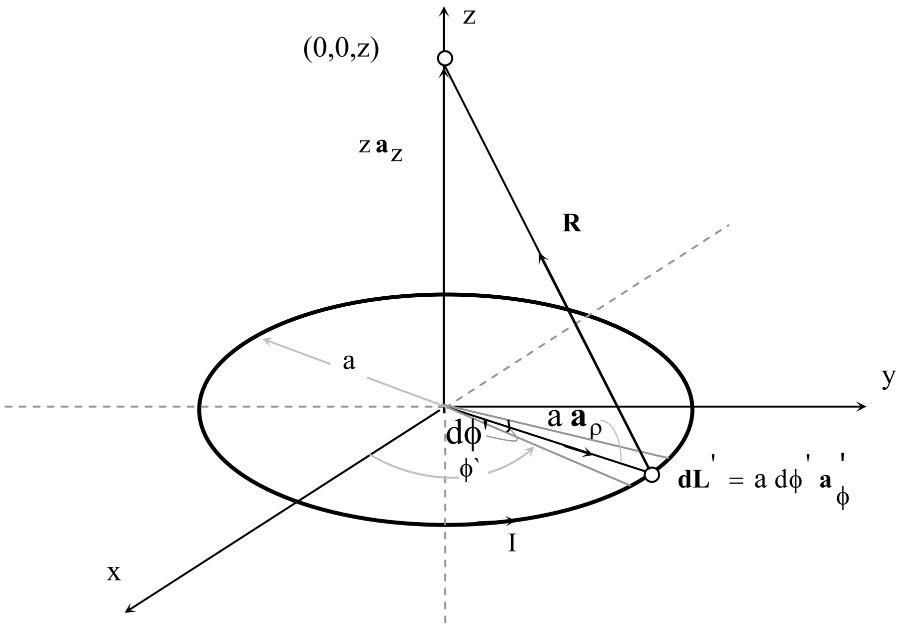
مثال (1-17):- يبين الشكل (1-27) حلقة مكونة من سلك موصل يسري فيها تيار I A. إذا كان نصف قطر الحلقة a وموضوعة في المستوى xy ومركزها عند نقطة الأصل فأوجد كثافة الفيض المغناطيسي عند النقطة (0, 0, z) وكذلك عند مركز الحلقة.

الحــل:-

من التماثل، يتوقع أن تكون كثافة الفيض المغناطيسي على محور الحلقة في اتجاه واحد هو اتجاه z ولا تعتمد على ϕ (يتغير ذلك إذا كانت النقطة المراد إيجاد B عندها تقع بعيداً عن المحور). بتطبيق العلاقة (1-43) بعد استبدال التكامل الحجمي بتكامل خطي، أو أن

$$\mathbf{B}(0,0,z) = \frac{\mu}{4\pi}\int_{L'} \frac{I\,\mathbf{dL}' \times \mathbf{a}_R}{R^2}$$

حيث إن $\mathbf{dL} = a\,d\phi\,\mathbf{a}_\phi$ و $\mathbf{R} = z\,\mathbf{a}_z - a\,\mathbf{a}_\rho$ و $|\mathbf{R}| = \sqrt{z^2 + a^2}$ و $\mathbf{a}_R = \mathbf{R}/|\mathbf{R}|$.



الشكل (1-27):- حلقة موصلة تحمل تياراً I A وموضوعة في المستوى x y.

وبالتالي يتم الحصول على ما يلي :-

$$\mathbf{B}(0,0,z) = \frac{\mu I a}{4\pi}\int_{\phi'=0}^{2\pi} \frac{d\phi'\,\mathbf{a}'_\varphi \times (z\,\mathbf{a}_z - a\,\mathbf{a}_\rho)}{(z^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{\mu I a}{4\pi}\int_{0}^{2\pi} \frac{(z\,\mathbf{a}_\rho + a\,\mathbf{a}_z)}{(z^2 + a^2)^{3/2}}\,d\phi'$$

وفي ضوء التماثل فإن B_ρ يصبح صفراً ($\mathbf{a}_\rho$ تتغير مع تغير ϕ' بحيث إن مجموع عناصر B_ρ لكل المدى تؤول إلى الصفر) ويتم استنتاج كثافة الفيض المغناطيسي **B** كما يلي :-

$$B_z\ (0,0,z)=\frac{\mu\, I\, a^2}{2\,(z^2+a^2)^{3/2}}\quad Wb/m^2$$

وعند مركز الحلقة فإن قيمة **B** تصبح

$$B_z\ (0,0,0)=\frac{\mu\, I}{2\,a}\quad Wb/m^2$$

1-3-3:- القوة المغناطيسية

تعتبر القوة المغناطيسية (magnetic force) ذات أهمية قصوى في تطبيقات متعددة أهمها الآلات الكهربائية وسيتم هنا معالجة الموضوع بصورة مبسطةٍ. إذا كانت هناك دارة كهربائية (مثلاً على شكل سلك موصل طويل) تحمل تياراً كهربائياً I_1 A وتقع هذه الدارة ضمن المجال المغناطيسي لمصدر مغناطيسي مجاور (مثلاً سلك موصل أخر يحمل تياراً كهربائياً I_2 A) فإن القوة المغناطيسية من هذا المصدر على طول صغير $d\mathbf{L}$ من الدارة الكهربائية تكون كما يلي :-

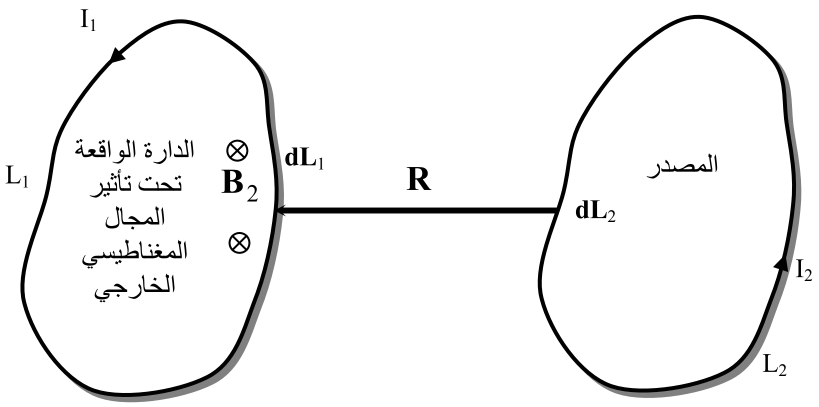
$$d\,\mathbf{F}=I_1\ d\mathbf{L}_1\times\mathbf{B}_2 \qquad N \qquad (44\text{-}1)$$

حيث إن $d\mathbf{L}_1$ يمثل طولاً تفاضلياً من الدارة الكهربائية التي تقع تحت تأثير المجال المغناطيسي الخارجي و $\mathbf{B}_2$ هي كثافة الفيض المغناطيسي الناتجة عن المصدر المجاور للدارة الكهربائية. وبالتالي فإن القوة الكلية هي كما يلي:-

$$\mathbf{F}=\frac{\mu\, I_1\, I_2}{4\,\pi}\int_{L_2}\int_{L_1}\frac{d\mathbf{L}_1\times(d\mathbf{L}_2\times\mathbf{a}_R)}{R^2} \qquad (45\text{-}1)$$

حيث تم استخدام قانون بيوت- سافارت لكتابة $\mathbf{B}_2$ علماً بأن R تمثل المسافة بين الطولين التفاضليين $d\mathbf{L}_1$ و $d\mathbf{L}_2$. إذا كانت الدارة الكهربائية محدودة في أبعادها وكان المصدر المجاور عبارة عن دارة كهربائية محدودة الأطوال، كما هو مبين في الشكل (1-28)، فيمكن استبدال التكاملين على L_1 و L_2 بتكاملين مقفلين يتم أجراؤهما على L_1 و L_2 كما يلي :-

$$\mathbf{F} = \frac{\mu\, I_1\, I_2}{4\,\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} \frac{\mathbf{dL}_1 \times (\mathbf{dL}_2 \times \mathbf{a}_R)}{R^2} \qquad (46\text{-}1)$$



الشكل (1-28):- دارتان متجاوتان الأولى يمر بها تيار I_1 وتتأثر من الثانية التي يمر فيها تيار I_2.

مثال (1-18):- يبين الشكل (1-29) حلقة مستطيلة $L_1 \times L_2$ مكونة من سلك موصل يمر فيها تيار مقداره I A وتقع تحت تأثير كثافة فيض مغناطيسي $\mathbf{B}$ $\mathrm{Wb/m^2}$. أوجد القوة المؤثرة على هذه الحلقة في الحالتين التاليتين:- **(i)** إذا كانت $\mathbf{B} = B_1 \mathbf{a}_z$ $\mathrm{Wb/m^2}$. **(ii)** إذا كانت $\mathbf{B} = B_2\, \mathbf{a}_y$ $\mathrm{Wb/m^2}$.

افترض أن الحلقة واقعة في المستوى xy ويقع مركزها عند نقطة الأصل.

الحــل:-

(i) إذا كانت $\mathbf{B} = B_1\ \mathbf{a}_z$ فإن القوة المؤثرة على أضلاع الحلقة هي كما يلي :-

$\mathbf{F}_{1ab} = I\, L_2\ B_1\ \mathbf{a}_x$ N و $\mathbf{F}_{1bc} = I\, L_1\ B_1\ \mathbf{a}_y$ N

$\mathbf{F}_{1cd} = -\, I\, L_2\ B_1\ \mathbf{a}_x$ N و $\mathbf{F}_{1da} = -\, I\, L_1\ B_1\ \mathbf{a}_y$ N

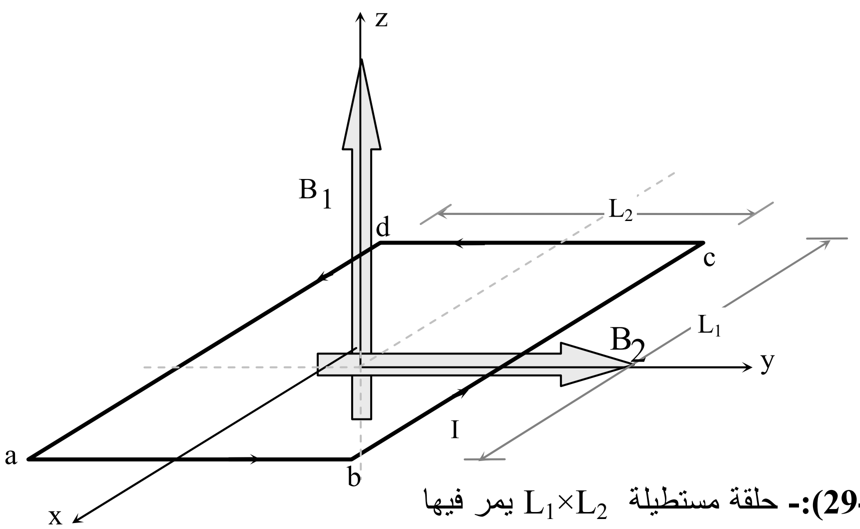
وكما يلاحظ فإن القوى المؤثرة على الحلقة تحاول توسعتها .

(ii) إذا كانت $\mathbf{B} = B_2 \ \mathbf{a}_y$ فإن القوة المؤثرة على الإضلاع هي كما يلي :-

$\mathbf{F}_{2ab} = 0 \quad N$ و $\mathbf{F}_{2bc} = -\ I L_1 \ B_2 \ \mathbf{a}_z \quad N$

$\mathbf{F}_{2cd} = 0 \quad N$ و $\mathbf{F}_{2da} = +I L_1 \ B_2 \ \mathbf{a}_z \quad N$

يلاحظ هنا أن القوى المؤثرة محصورة في الضلع bc و da وإذا كان هناك محور للحلقة باتجاه المحور x فإن للقوى المؤثرة على الحلقة عزم دوران مقداره $\mathbf{T} = -I L_1 L_2 B_2 \mathbf{a}_x \ \ Nm$ ، وإذا ما تم تعريف عزم هذه الحلقة $\mathbf{m} = I L_1 L_2 \ \mathbf{a_z}$ فإن عزم الدوران لها يساوي $\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \ \ Nm$ ومما سبق فإن عزم الدوران للحلقة يتناسب مع مساحتها والتيار المار بها وكثافة الفيض المغناطيسي المؤثر عليها.



الشكل (1-29):- حلقة مستطيلة $L_1 \times L_2$ يمر فيها تيار I A تحت تأثير كثافة فيض مغناطيسي **B**.

1-4-3:- المجال المغناطيسي وقانون أمبير

تكتب العلاقة (1-42) لتيار خط يسري في سلك بعد أخذ طول تفاضلي $d\mathbf{L}'$ كما يلي:-

$$\mathbf{dB} = \mu \frac{I \ d\mathbf{L}' \times \mathbf{a}_R}{4\pi R^2} \quad Wb/m^2$$

فإذا تم استثناء ثابت الوسط المغناطيسي μ فإن للكمية $\dfrac{I\,\mathbf{dL}' \times \mathbf{a}_R}{4\pi R^2}$ وحدات كثافة التيار السطحية (A / m) ولا تعتمد على خصائص الوسط المغناطيسية وسيتم تعريفها على أنها تمثل شدة المجال المغناطيسي (magnetic field intensity) أو ببساطة المجال المغناطيسي $d\mathbf{H}$ وبشكل عام فإن هذا المجال المغناطيسي $\mathbf{H}$ يرتبط مع كثافة الفيض المغناطيسي $\mathbf{B}$ كما يلي:-

$$\mathbf{B} = \mu\ \mathbf{H} \qquad (47a\text{-}1)$$

علماً بأنه يمكن التعبير عن المجال المغناطيسي $\mathbf{H}$ كما يلي :-

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi}\iiint_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \mathbf{a}_R}{R^2}\, dV' \qquad (47b\text{-}1)$$

ويكون هذا المجال المغناطيسي عند النقطة $(r, \phi, 0)$ لسلك موصل طويل موضوع على محور z يحمل تياراً I A ، أنظر المثال (1-16) ، كما يلي:-

$$H_\phi = \frac{I}{2\pi\rho}$$

فإذا تم أخذ طول تفاضلي على الدارة التي تمثل $\mathbf{H}$ أو $d\mathbf{L} = \rho\, d\phi\, \mathbf{a}_\phi$ فإن

$$\oint_L \mathbf{H} \bullet \mathbf{dL} = \oint_\phi \frac{I}{2\pi\rho}\,\rho\, d\phi = \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{I}{2\pi}\, d\phi = I$$

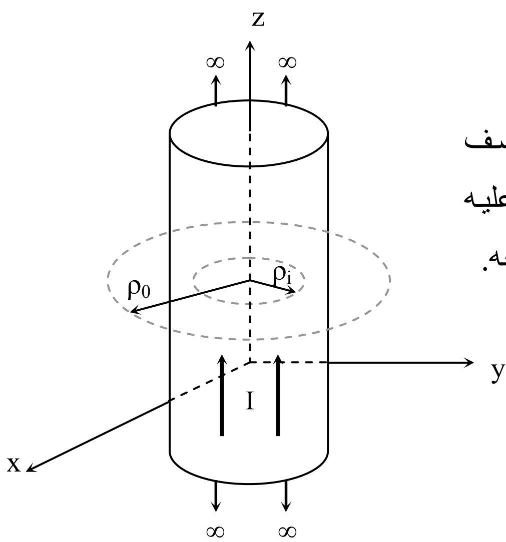
ويمكن إعادة العلاقة الأخيرة كما يلي :-

$$\oint_L \mathbf{H} \bullet d\mathbf{L} = I = \iint_S \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} \qquad (48\text{-}1)$$

وتمثل العلاقة الأخيرة قانون أمبير (Amper's Law) الذي يربط المصدر I (أو $\mathbf{J}$) بالناتج $\mathbf{H}$ وهو يناظر قانون جاوس في المجالات الكهربائية الثابتة في الزمن. ويتم استخدام

هذا القانون لإيجاد المجالات المغناطيسية إذا توافرت شروط التماثل وعدم تغير المجال المغناطيسي أثناء إجراء التكامل على المسار المقفل L.

مثال (1-19):- يبين الشكل (1-30) موصلاً طويلاً نصف قطره a ويحمل تيار خط I A موضوع ومحوره منطبق على المحور z. أوجد المجال المغناطيسي **H** وكثافة الفيض المغناطيسية **B** في المنطقة $0 \le \rho < \infty$.



الشكل (1-30):- موصل طويل بنصف قطر a ويحمل تيار I A مبين عليه المسار المقفل داخل الموصل وخارجه.

الحــل:-

نظراً للتماثل في هذه المسألة فإن **H** سوف لن يتغير مع ϕ أو z وبما أن المسار الذي سيتم إجراء التكامل عليه (باستخدام قانون أمبير) هو باتجاه $\mathbf{a}_\phi$ فإن تطبيق العلاقة (1-48) على المسار الذي يكون نصف قطره $0 \le \rho_i \le a$ يعطي ما يلي:-

$$H_\phi \, 2\pi\rho_i = \frac{I}{\pi a^2}\pi\rho_i^2 \quad \Rightarrow\Rightarrow \quad H_\phi = \frac{I\rho_i}{2\pi a^2} \qquad A/m$$

ويكون **B** كما يلي:-

$$B_\phi = \mu I \rho_i/(2\pi a^2) \qquad Wb/m^2$$

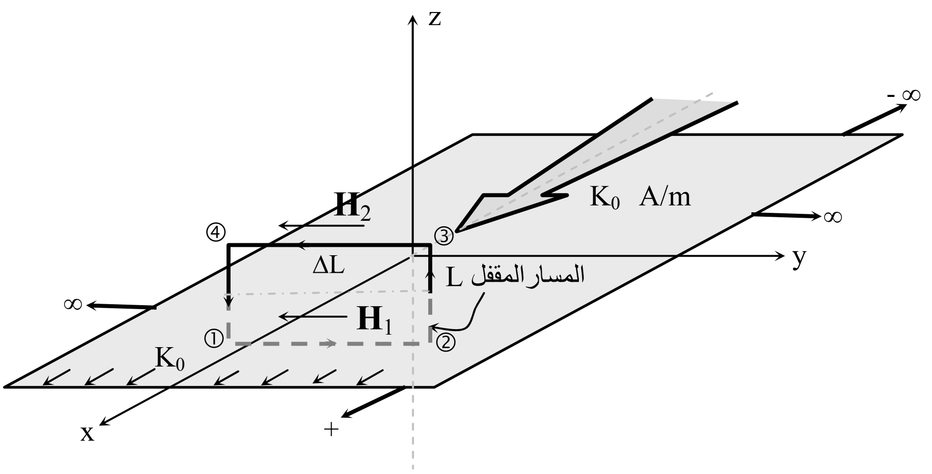
أما في المنطقة $\rho > a$ فإن المسار الذي يكون نصف قطره $\rho_0 \ge a$ قد تم اختياره و يتم الحصول على ما يلي :-

$$H_\phi \, 2\pi\rho_0 = I \Rightarrow\Rightarrow H_\phi = I/(2\pi\rho_0) \qquad A/m$$

ويكون **B** كما يلي :-

$$B_\phi = \mu I/(2\pi\rho_0) \qquad Wb/m^2$$

مثال (1-20) :- يبين الشكل (1-31) صفيحة معدنية رقيقة موضوعة في المستوى xy وتمتد في اتجاه x و y إلى ما لانهاية. إذا كانت كثافة التيار الخطي في هذه الصفيحة $\mathbf{K} = K_0 \, \mathbf{a}_x \quad A/m$ فأوجد المجال المغناطيسي **H** وكثافة الفيض المغناطيسي فوق وتحت الصفيحة مباشرة.



الشكل (1-31) :- صفيحة معدنية رقيقة موضوعة في المستوى xy ، عند $z = 0$، وتحمل تياراً خطياً كثافته $\mathbf{K} = K_0 \, \mathbf{a}_x \quad A/m$.

الحـــل:-

من التماثل في هذا المثال فإن **H** لا تتغير مع x أو مع y وبالتالي إذا ما أخذنا المسار المقفل المبين على الشكل (1-31) وهو عبارة عن مستطيل طول ضلعه الموازي لمحور y هو ΔL، فإن قانون أمبير يعطي ما يلي :-

$$\oint_L \mathbf{H} \bullet d\mathbf{L} = \left[\int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^1\right] \mathbf{H} \bullet d\mathbf{L} = K_0 \, \Delta L$$

وبما أنه لن يكون هناك عناصر للمجال المغناطيسي في اتجاه $\mathbf{a}_z$ فإن كلا من التكامل الثاني والأخير يؤولان إلى الصفر ويلاحظ كذلك أن $|\mathbf{H}_2| = |\mathbf{H}_1|$، أو

$$\int_{-\Delta L/2}^{\Delta L/2} H_{y1} \, \mathbf{a}_y \bullet d_y \, \mathbf{a}_y + \int_{\Delta L/2}^{-\Delta L/2} - H_{y2} \, \mathbf{a}_y \bullet d_y \, \mathbf{a}_y = K_0 \, \Delta L$$

أو أن

$$H_{y1} = H_{y2} = K_0 / 2 \quad A/m$$

وبالتالي فإن

$$B_{y1} = B_{y2} = \mu \, K_0 / 2 \quad Wb/m^2$$

1-3-5:- الالتفاف ونظرية ستوك The Curl & Stock's Theory

تبين العلاقة (1-48) ارتباط المجال المغناطيسي **H** مع المصدر **J** عبر إيجاد حصيلة الأول على مسار مقفل L وإيجاد الثاني المار في مساحة مفتوحة S محددة بالمسار المقفل L. وإذا ما آل المسار المقفل L إلى ΔL وبالتالي إلى الصفر فإن S تؤول إلى ΔS وبالتالي إلى الصفر وفي ضوء ذلك يمكن كتابة المعادلة (1-48) كما يلي:-

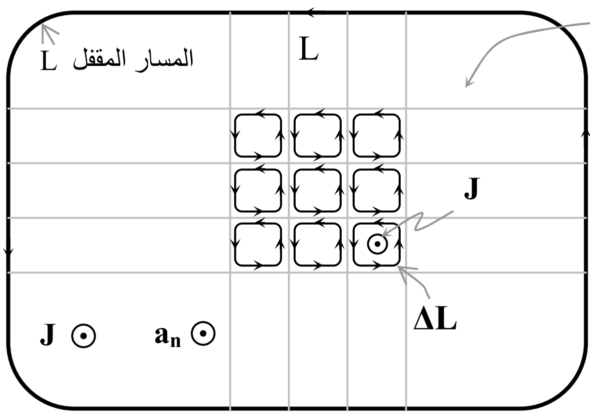
$$\oint_{\Delta L} \mathbf{H} \bullet d\mathbf{L} \approx \mathbf{J} \bullet \mathbf{\Delta S}$$

أو

$$\mathbf{J} \,.\mathbf{a_n} = \lim_{\substack{\Delta L \to 0 \\ \Delta S \to 0}} \frac{\oint_{\Delta L} \mathbf{H} \bullet d\mathbf{L}}{\Delta S} \equiv (\nabla \times \mathbf{H}).\mathbf{a_n} \qquad (49\text{-}1)$$

حيث إن $\mathbf{a_n}$ هو متجه وحدة طول ويكون عمودياً على $\mathbf{\Delta S}$ ، وتمثل المعادلة (1-49) علاقة كثافة التيار السطحي **J** مع المجال المغناطيسي عبر علاقة الالتفاف. يبين

الشكل (1-32) مقطعاً في موصل أو في وسط يحمل تياراً مقداره I A ($\mathbf{J}$ A/m^2) تم تجزئته إلى مسارات مقفلة صغيرة ويعطي تطبيق قانون أمبير على أي جزء من هذه الأجزاء عندما يؤول طول المسار إلى الصفر العلاقة (1-49) المبينة أعلاه. يلاحظ أن أجزاء المسارات المتلاصقة تكون باتجاهات متعاكسة وبالتالي فإنها تلغي بعضها البعض عند إيجاد محصلتها.



الشكل (1-32):- مقطع لموصل يحمل كثافة تيار **J** ومبين عليه المسار المقفل **L** وتم تجزئة هذا المسار إلى مسارات أصغر **ΔL**.

في ضوء المعادلة (1-49) يمكن أن يتم إعادة كتابة قانون أمبير كما يلي :-

$$\oint_L \mathbf{H} \bullet \mathrm{d}\mathbf{L} = \iint_S \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} = \iint_S \nabla \times \mathbf{H} \bullet \mathbf{dS} \qquad (50\text{-}1)$$

وتمثل العلاقة الأخيرة نظرية ستوك والتي تحول التكامل على مسار مقفل إلى تكامل على مساحة مفتوحة لنفس الكمية (المتجه) وهي في هذه الحالة المجال المغناطيسي **H**.

لقد أصبح واضحاً حتى الآن أن التيار المستمر بحاجة إلى مسار مقفل أو أن الشحنات تبدأ حركتها مثلاً من نقطة معينة وينتهي بها المطاف إلى نفس النقطة. كذلك فإن المجالات المغناطيسية بشكل عام هي خطوط مقفلة بحيث إن الخط الممثل للمجال المغناطيسي **H** أو لكثافة الفيض المغناطيسي **B** ليس له بداية أو نهاية. وفي

ضوء ذلك فإنه إذا ما تم تطبيق قانون جاوس على التيار نحصل على قانون كيرشوف للتيار وكذلك إذا تم تطبيق قانون جاوس على المجالات المغناطيسية فإن الناتج يصبح صفراً وكذلك الحال بالنسبة للتشتت أو

$$\oiint_S \mathbf{B} \bullet \mathbf{dS} = \Psi_m = 0 \qquad (51a\text{-}1)$$

$$\nabla \bullet \mathbf{B} = 0 \qquad (51b\text{-}1)$$

حيث إن Ψ_m هي كمية الفيض المغناطيسية الكلية التي تخرج من سطح مقفل (وتساوي صفراً). وهذا يعني غياب الشحنات المغناطيسية أو عدم وجود مثل هذه الشحنات فيزيائياً . وسيتم معالجة هذا الأمر مرة أخرى عند النظر في أمر المواد المغناطيسية وخصائصها.

1-3-6:- الجهد الاتجاهي المغناطيسي Magnetic Vector Potential

تم في الفصول السابقة الحصول على المجالات المغناطيسية الناتجة عن مصدر مغناطيسي باستخدام قانون بيوت - سافارت عبر عملية تكاملية. أما هنا فإنه سيتم الحصول على المجال المغناطيسي الناتج من مصدر مغناطيسي عبر عمليتين الأولى من خلال إجراء عملية تكاملية للتيار للحصول على ما يعرف بالجهد الاتجاهي المغناطيسي **A** والثانية تفاضلية حيث تتم مفاضلة هذا الجهد الاتجاهي المغناطيسي عبر علاقة الالتفاف للحصول على كثافة الفيض المغناطيسي **B** كما يلي:-

$$\mathbf{A}\,(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\,\pi} \iiint_{V'} \frac{\mathbf{J}\,(\mathbf{r}')}{R}\, dV' \qquad (52a\text{-}1)$$

$$\mathbf{B}\,(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}\,(\mathbf{r}) \qquad (52b\text{-}1)$$

ويلاحظ أن اتجاه **A** يحدد مباشرة من اتجاه **J** إضافة إلى أن التكامل المبين في المعادلة (52a-1) ابسط بكثير من ذلك المعطى في المعادلة (43-1). ولإثبات أن نتيجة المعادلة (52-1) تؤدي إلى المعادلة (43-1) يتم التعويض بالمعادلة (52a-1) في (52 b-1) أو

$$\mathbf{B} = \frac{\mu}{4\pi} \nabla \times \iiint_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')\, dV'}{R}$$

وحيث إن ∇ تعمل على $\mathbf{r}$ وليس على $\mathbf{r}'$ (على x و y و z وليس على x' و y' و z') فإنه يمكن إدخالها داخل التكامل أو أن

$$\mathbf{B} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{V'} \nabla \times \left(\frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{R} \right) dV' \qquad (53\text{-}1)$$

ومن الملحق III العلاقة (21h-III) يتم كتابة الكمية $\nabla \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}')/R)$ كما يلي :-

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{R} \right) = \frac{1}{R} \nabla \times \left(\mathbf{J}(\mathbf{r}') \right) + \nabla \left(\frac{1}{R} \right) \times \mathbf{J}$$

ولكن $\nabla \times \left(\mathbf{J}(\mathbf{r}') \right) = 0$ لان التفاضل هنا يكون بالنسبة للمتغير $\mathbf{r}$ وليس $\mathbf{r}'$ وكذلك فإن $\nabla (1/R) = -\mathbf{a}_R / R^2$ أو أن المعادلة (1-53) تصبح كما يلي:-

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = -\frac{\mu}{4\pi} \iiint_{V'} \frac{\mathbf{a}_R}{R^2} \times \mathbf{J}(\mathbf{r}')\, dV'$$

أو

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{V'} \left(\frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \mathbf{a}_R}{R^2} \right) dV' \qquad (54\text{-}1)$$

وهي نفس المعادلة (1-43).

مثال (1-21):- يبين الشكل (1-33) سلكاً موصلاً صغيراً بطول L يحمل تياراً مستمـــراً I A (يمكن اعتماد هذا المثال من الناحية النظرية أو الرياضية فقط وسيتم توضيح إمكانية وجوده في الواقع في الباب السابع) والسلك موضوع بشكل متماثل على المحور z (هذا ما يدعى بثنائي القطب الكهربائي). أوجد الجهد الاتجاهي المغناطيسي $\mathbf{A}$ وكثافة الفيض المغناطيسي عند النقطة $P(r, \theta, \phi)$ علماً بأن $r >> L$.

الحــل:-

يتم إيجـاد $\mathbf{A}$ من العلاقـة (52a-1) إلا أنـه يتم فـي هذه الحالـة استبدال $\mathbf{J}\,(\mathbf{r}')\,dV'$ بالكميـة $I\,\mathbf{dL}' = I\,dz'\,\mathbf{a}_z$ ، أو

$$A_z = \frac{\mu\, I}{4\,\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dz'}{R}$$

علماً بـأن $R = \sqrt{r^2 + z'^2 - 2rz'\cos\theta}$ وبمـا أن $r >> L$ فإنـه يمكن تقريـب R أو $R \sim r$ وبالتالي فإن A_z تصبح

$$A_z = \frac{\mu\, I\, L}{4\,\pi\, r} \quad \mathrm{Wb/m}$$

أو

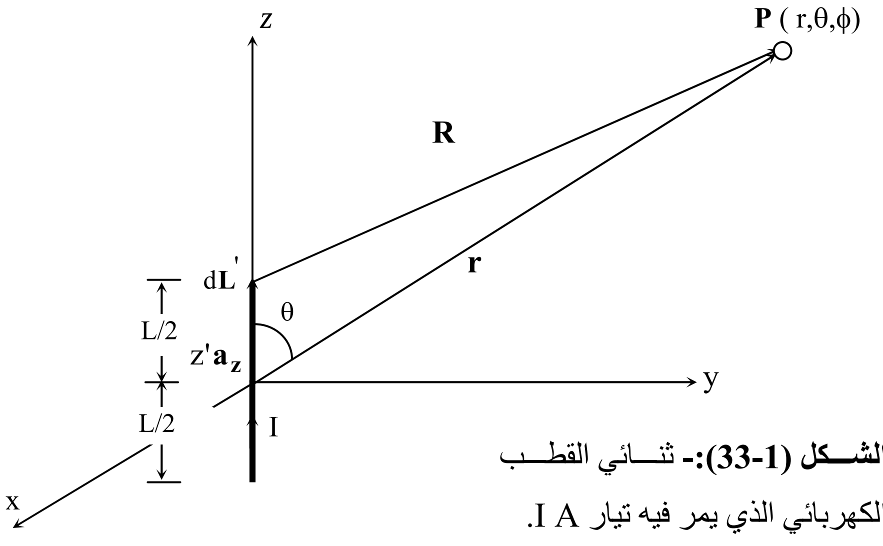
$$\mathbf{A} = A_z \cos\theta\, \mathbf{a}_r - A_z \sin\theta\, \mathbf{a}_\theta$$

أو

$$\mathbf{A} = \frac{\mu\, I\, L}{4\,\pi\, r} (\cos\theta\, \mathbf{a}_r - \sin\theta\, \mathbf{a}_\theta)$$

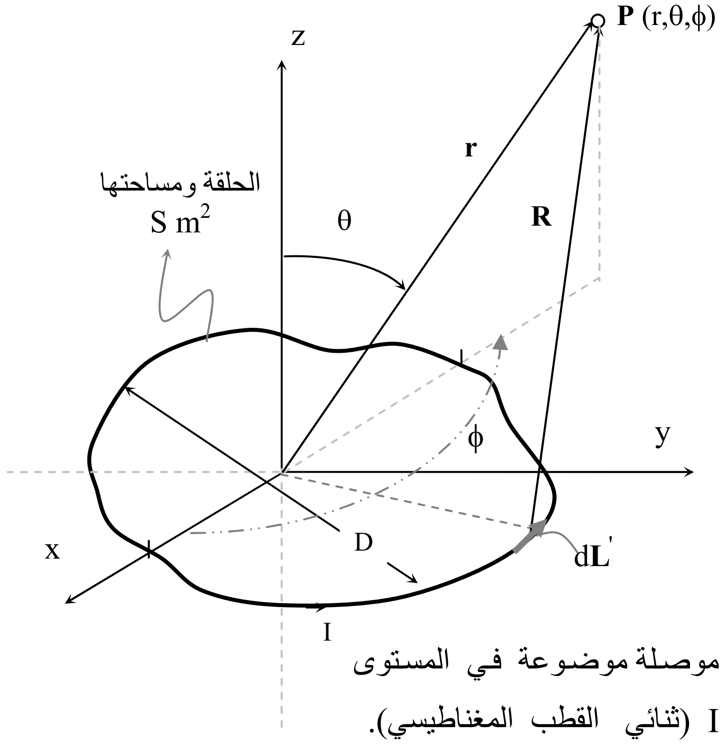
ومن الملحق III العلاقة (19c-III) يتم إيجاد $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ ، أو

$$\mathbf{B} = \mathbf{a}_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial\, Ar}{\partial\,\theta} = \frac{\mu\, I\, L}{4\,\pi\, r^2} \sin\theta\, \mathbf{a}_\phi \;\; \mathrm{Wb/m^2}$$



الشــكل (33-1):- ثنــائي القطــب الكهربائي الذي يمر فيه تيار I A.

مثال (22-1):- يبين الشكل (34-1) حلقة موصلة (يمكن أن تكون دائرية أو قطع ناقص أو مربعة أو مستطيلة أو أي شكل أخر) ومساحتها $S\ m^2$ ويمر فيها التيار $I\ A$ وموضوعة في المستوى xy. أوجد الجهد الاتجاهي المغناطيسي $\mathbf{A}$ وكثافة الفيض المغناطيسي $\mathbf{B}$ عند النقطة $P(r, \theta, \phi)$ علماً بأن $r >> D$ حيث إن D يمثل أكبر أتساع لهذه الحلقة (يطلق على هذه الحلقة أسم ثنائي القطب المغناطيسي).



الشكل (34-1):- حلقة موصلة موضوعة في المستوى xy ويمر فيها تيار I (ثنائي القطب المغناطيسي).

الحــل:-

يمكن إيجاد الجهد الاتجاهي المغناطيسي $\mathbf{A}$ من العلاقة (52a-1) علماً بأن $\mathbf{J}\, dV' = I\, \mathbf{dL}'$ أو

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{L'} \frac{I\, \mathbf{dL}'}{R}$$

تم كتابة التكامل على المسار المقفل (الذي يمثل السلك الحامل للتيار) في المعادلة أعلاه. بالرجوع إلى الملحق III العلاقة (22e-III) يمكن أن يعاد كتابة العلاقة الأخيرة كما يلي:-

$$\mathbf{A} = \frac{\mu\, I}{4\,\pi} \iint_S \mathbf{a}_n \times \nabla' \left(\frac{1}{R}\right) \, dS$$

حيث إن $\mathbf{a}_n$ (أو $\mathbf{a}_z$) يمثل العمودي على مستوى الحلقة، و $\nabla' = \frac{\partial}{\partial x'}\mathbf{a}_x + \frac{\partial}{\partial y'}\mathbf{a}_y + \frac{\partial}{\partial z'}\mathbf{a}_z$ ؛ علماً بان النقطة (x', y', z') تمثل نقطة على المصدر وبالتالي فإن $\nabla'\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{\mathbf{R}}{R^3} = \frac{\mathbf{a}_R}{R^2}$. وإذا كانت $r >> D$ فإن $R \sim r$ و $\mathbf{a}_R \sim \mathbf{a}_r$ وبالتالي فإن الجهد الاتجاهي المغناطيسي $\mathbf{A}$ يصبح كما يلي :-

$$\mathbf{A} = \frac{\mu\, I\, S}{4\,\pi\, r^2}\, \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_r = \frac{\mu\, I\, S}{4\,\pi\, r^2}\, \sin\theta \;\; \mathbf{a}_\phi$$

وإذا تم تعريف الكمية IS بأنها العزم المغناطيسي m_m لهذه الحلقة (التي تمثل ثنائي القطب المغناطيسي) أو أن $\mathbf{m}_m = I\mathbf{S}\ Am^2$ (في هذه الحالة $\mathbf{m}_m = I\,S\;\; \mathbf{a}_z$) وبالتالي يمكن إعادة كتابة $\mathbf{A}$ كما يلي :-

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\,\pi\, r^2}\;\; \mathbf{m}_m \times \mathbf{a}_r$$

أما كثافة الفيض المغناطيسي $\mathbf{B}$ فيتم إيجادها من $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ أو

$$\mathbf{B} = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\;(A_\phi\, \sin\theta)\, \mathbf{a}_r - \frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}(A_\phi\; r)\, \mathbf{a}_\theta$$

أو أن $$\mathbf{B} = \frac{\mu I S}{4 \pi r^3} \left[2 \cos\theta\, \mathbf{a}_r + \sin\theta\, \mathbf{a}_\theta\right] \quad Wb/m^2$$

إذا كان عدد لفات الحلقة N لفة فإنه يتم ضرب الكميات السالفة الذكر بالعدد N لإيجاد القيمة الكلية.

سبق وتم تقديم العلاقتين التاليتين $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ و $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} = \mu\, \mathbf{H}$ ويمكن إعادة كتابتهما كما يلي:-

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times (\mu\, \mathbf{H}) = \mu\, \mathbf{J}$$

وإذا كان الوسط متجانساً وأحادي الخصائص (أي أن μ لا تتغير مع المسافة) فإنه وباستخدام العلاقة (21L-III) من الملحق III يتم استنتاج العلاقة التالية

$$\nabla (\nabla \bullet \mathbf{A}) - \nabla^2\, \mathbf{A} = \mu\, \mathbf{J} \tag{55a-1}$$

وحيث أن $\mathbf{A}$ تتناسب مع التيار فيمكن أختيار $\nabla \bullet \mathbf{A} = 0$، أي أن

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu\, \mathbf{J} \tag{55b-1}$$

وهي علاقة تفاضلية تربط $\mathbf{A}$ مع $\mathbf{J}$ وتستخدم في حل مسائل الهوائيات.

1-3-7:- المواد المغناطيسية Magnetic Materials

تتكون المواد عامة من ذرات وتتكون الذرة من نواة تحوي شحنات موجبة وأجسام أخرى غير مشحونة. ويدور حول هذه الذرة شحنات سالبة (إلكترونات) في مدارات وتقوم كذلك أثناء دورانها بالغزل (spinning) أو الالتفاف حول نفسها تماماً كما يحدث في حركة الأرض حول الشمس وكذلك حول نفسها في آن واحد. ويمكن التعبير عن مجمل حركة هذه الشحنات، لذرة واحدة مثلاً أو مجموعة من الذرات، باستخدام حلقة من لفة واحدة أو عدد من اللفات مساحتها $S\ m^2$ ويمر فيها تيار $I\ A$ وعزمها المغناطيسي $\mathbf{m}_m = I\, \mathbf{S}\ Am^2$ (أو ثنائي القطب المغناطيسي).

ويتم تحديد هذا العزم المغناطيسي من قياس ومشاهدة المجالات المغناطيسية الناتجة عن حركة شحنات الذرة أو مجموعة الذرات ومساواتها بتلك الناتجة عن الحلقة. ويمكن النظر إلى ثنائي القطب المغناطيسي على أنه مغناطيس صغير ذي قطبين أحدهما القطب الشمالي (N) والأخر القطب الجنوبي (S) أو على أنه مكون من شحنتين مغناطيسيتين q_m- و q_m (هذه كميات رياضية وليست فيزيائية) ووحداتها Wb تفصل بينهما مسافة L وبالتالي فإن عزم هذا المغناطيس المناظر هو q_mL. ويمكن النظر لهذا الثنائي على انه مناظر لثنائي القطب الكهربائي الذي ورد في المثال (1-21) ولكن الحديث هنا عن تيار مغناطيسي I_m (هذا تيار رياضي وغير موجودٍ فيزيائياً) في سلك طوله L بحيث يكون عزمه مساوياً $I_m L$ وفي جميع الحالات السابقة فإن

$$I\,S \equiv I_m L \equiv q_m L \tag{56-1}$$

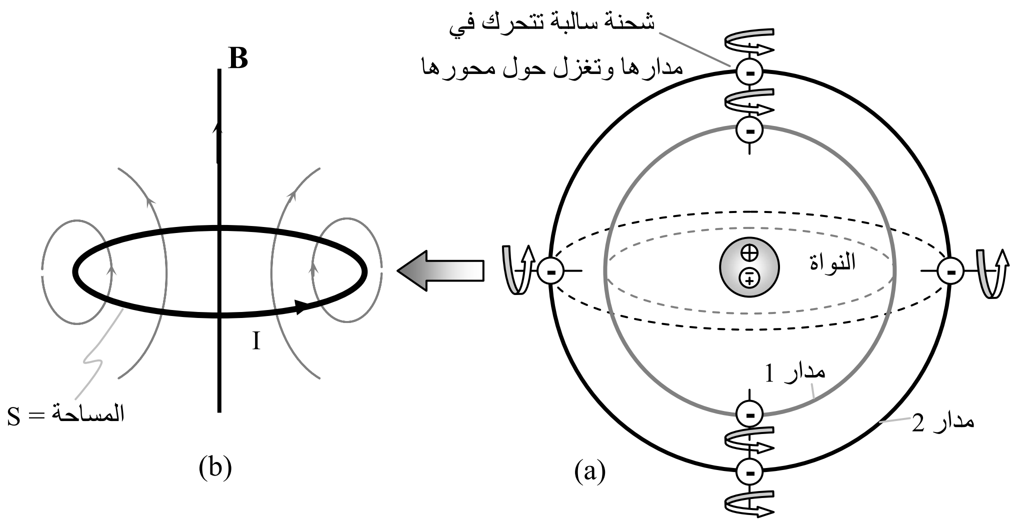
ويبين الشكل (1-35) الوضع الفعلي لذرة بها مجموعة من الشحنات والتي تتحرك وتغزل في نفس الوقت وما يناظرها من حلقة (من مجموعة من اللفات) أو مغناطيس صغير أو ثنائي قطب مغناطيسي بتيار I_m. وتتأثر ثنائيات القطب لمادة ما بقوى التجاذب والتنافر فيما بينهما داخلياً إضافة إلى القوى العشوائية التي تكتسبها من الطاقة الحرارية لمحيطها الخارجي. يصطف كل ثنائي باتجاه قد يختلف عن اتجاه الثنائي الآخر بحيث أن مجمل الأثر الخارجي لهذه الثنائيات يصبح صفراً وهذا ناتج عن الاصطفاف العشوائي لهذه الثنائيات. إذا ما تم التأثير على هذه المادة بمجال مغناطيسي خارجي فإن هذا المجال يحاول تنظيم اصطفاف هذه الثنائيات باتجاهه، وإذا ما نجح في ذلك فينتج عن ذلك مجال مغناطيسي داخلي إضافة للمجال الخارجي. ويعتمد ذلك على خاصية المادة حيث إن هناك مواداً تكون فيها هذه القوى الداخلية والعشوائية الخارجية أكبر بكثير من المجالات المغناطيسية الخارجية التي تحاول تنظيم اصطفافها وبالتالي فإن مجمل المجالات المغناطيسية الداخلية والكلية الناتجة عن هذه الثنائيات تبقى

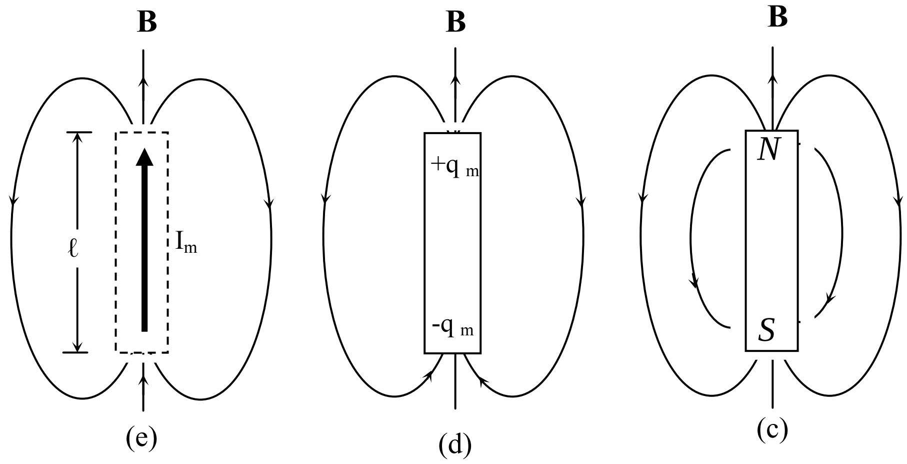
مساوية للصفر وتدعى هذه المواد بأنها مواد غير مغناطيسية ويكون ثابت الوسط لها أو نفاذيتها هو $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H/m}$ ويرتبط المجال المغناطيسي $\mathbf{H}$ بكثافة الفيض المغناطيسي $\mathbf{B}$ داخلها كما يلي :-

$$\mathbf{B} = \mu_0\ \mathbf{H} \qquad \mathrm{Wb/m^2} \tag{57-1}$$

أما إذا اصطفت هذه الثنائيات نتيجة تأثرها بمجال مغناطيسي خارجي لمواد أخرى فإنه وفي حجم مقداره ΔV مثلاً يمكن وجود N من هذه الثنائيات والتي يكون مجمل عزومها هو $N\,\mathbf{m}_m\ \mathrm{Am^2}$، وعليه فإن كثافة هذه الثنائيات تصبح $N\,\mathbf{m}_m/\Delta V\ \ \mathrm{A/m}$ ويلاحظ أن وحداتها تشابه وحدات المجال المغناطيسي $\mathbf{H}$ أو وحدات كثافة التيار الخطي وتدعى هذه الكمية بأنها متجه المغنطة (magnetization vector) أو متجه الاستقطاب المغناطيسي (magnetic polarization) أو $\mathbf{M}$

$$\mathbf{M} = N\,\mathbf{m}_m/\Delta V \quad \mathrm{A/m} \tag{58-1}$$





الشكل (1-35):- حركة الشحنات داخل الذرة ومكافئاتها (a) الشحنات السالبة المتحركة في مداراتها والتي تغزل حول محورها (b) حلقة مناظرة تحمل تياراً I A ومساحتها S (c) مغناطيس صغير (d) ثنائي قطب مكون من شحنتين مغناطيسيتين (e) تيار مغناطيسي يمر في سلك صغير.

تسمى مثل هذه المواد بأنها مواد مغناطيسية استقطبت نتيجة تأثرها بمجال مغناطيسي خارجي ويكون المجال المغناطيسي الكلي داخلها هو مجموع الداخلي والخارجي أو $\mathbf{H}+\mathbf{M}\ \ A/m$ وتكون كثافة الفيض المغناطيسي $\mathbf{B}$ داخل مثل هذه المواد كما يلي :-

$$\mathbf{B} = \mu_0\ (\mathbf{H} + \mathbf{M}\ ) \equiv \mu\ \ \mathbf{H} \tag{59a-1}$$

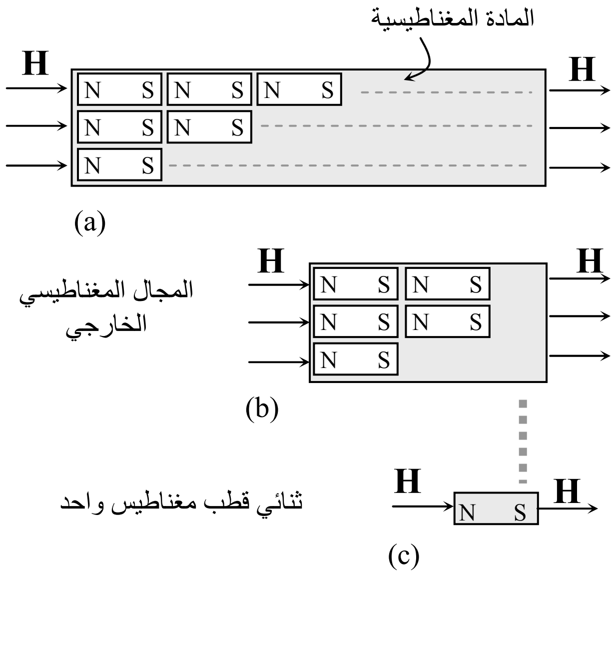
حيث إن μ هو ثابت الوسط المغناطيسي أو نفاذية الوسط وتعطى قيمته بما يلي:-

$$\mu = \mu_r\ \mu_0 = \mu_0\ (1 + \mathbf{M/H}\ ) \quad H/m \tag{59b-1}$$

ويمكن النظر إلى μ على أنه يمثل مقدرة الوسط على الاستقطاب المغناطيسي وتعرف الكمية μ_r على أنها قيمة النفاذية النسبية للمواد وتكون قيمتها للمواد

المغناطيسية اكبر من الواحد الصحيح وقد تصل إلى بضعة آلاف وهناك ثلاث مواد لها خاصية المغنطة وهي الحديد والكوبالت والنيكل أو أي خليط به هذه المواد. ويبين الشكل (1-36) مادة مغناطيسية على شكل قضيب تم وضعه تحت تأثير مجال مغناطيسي خارجي وقد تم توضيح الاستقطاب المغناطيسي عليه وذلك على شكل عدد من ثنائيات القطب المغناطيسية (مغناطيسيات صغيرة). ويلاحظ أنه إذا ما تم قطعه إلى نصفين فإن كل نصف سيحوي على نصف هذه الثنائيات. وإذا ما استمرت عملية القطع هذه حتى الوصول إلى ثنائي واحد فإننا نحصل في كل مرة على قطب شمالي يرافقه دائماً قطب جنوبي ولا يمكن الحصول على أقل من ذلك (إلا نظرياً) إذا تم تجميد الشحنات وعدم السماح لها بالتحرك أو الغزل وفي هذه الحالة فإن مجالها المغناطيسي سيتلاشى تبعاً لغياب حركة الشحنات (غياب التيار). أي أن القطب الشمالي والقطب الجنوبي ينتجان معاً ومن غير الممكن الحصول على قطب واحد معزول وبالتالي فإن هذا يعني غياب الشحنات المغناطيسية أو أن

$$\nabla \bullet \mathbf{B} = 0 \Rightarrow \oiint_S \mathbf{B} \bullet \mathbf{dS} = 0 \qquad (60\text{-}1)$$



الشـكل (1-36):- مادة مغناطيسية تحت تأثير مجال مغناطيسي خارجي (a) كامل المادة (b) نصفها (c) أصغر جزء فيها.

ويمكن تقسيم المواد المغناطيسية بشكل عام ولغرض هذا الكتاب إلى مواد مغناطيسية حديدية والفرايت (Ferromagnetic and Ferrite) وكلا المادتين لهما نفاذية نسبية $\mu_r >> 1$ قد تصل إلى بضعة آلاف إلا أن موصلية المادة الأولى عالية وقد تصل إلى $10^6\ (\Omega m)^{-1}$ أما موصلية المادة الثانية فهي متدنية وقد تصل إلى $10^{-6}\ (\Omega m)^{-1}$.

1-3-8:- شروط الحدود Boundary Conditions

إذا كان هناك وسطان وخصائصهما كما هو مبين على الشكل (1-37) وكان المجال المغناطيسي وكثافة الفيض المغناطيسي في الوسط الأول $\mathbf{H}_1$ و $\mathbf{B}_1$ وفي الوسط الثاني $\mathbf{H}_2$ و $\mathbf{B}_2$ والمطلوب هو ربط هذه المجالات مع بعضها ومن خلال خصائص الوسطين. سيتم تصنيف هذه المجالات، كما ورد في حالة المجالات الكهربائية، إلى عمودي على السطح الفاصل بين الوسطين ومماس لهذا السطح. ويتم ربط $\mathbf{B}_{n1}$ و $\mathbf{B}_{n2}$ عبر استخدام العلاقة $\oint\!\!\oint_S \mathbf{B} \bullet d\mathbf{S} = 0$

ويستخدم سطح الأسطوانة المقفل لهذه الغاية ويتم ربط $\mathbf{H}_{t1}$ و $\mathbf{H}_{t2}$ عبر استخدام مسار مقفل، وتم بيان ذلك على الشكل (1-37).

- **كثافة الفيض المغناطيسي العمودي $\mathbf{B}_n$** :- باعتماد اسطوانة مساحة قاعدتيها $\Delta S_{1,2}$ وارتفاعها Δh وبالتالي فإن

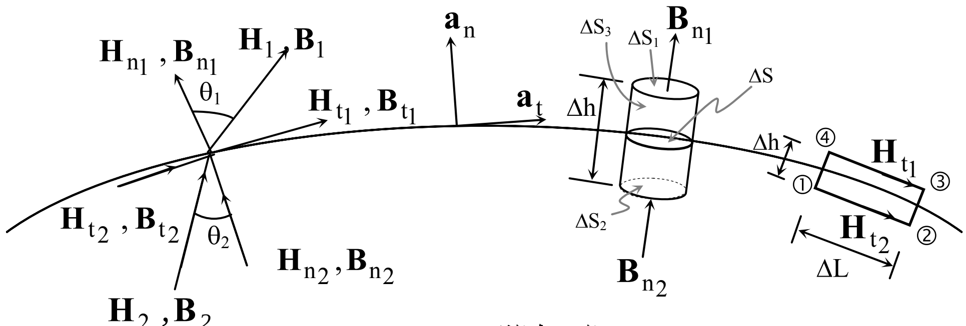
$$\oint\!\!\oint_S \mathbf{B} \bullet d\mathbf{S} = \left[\iint_{S_1} + \iint_{S_2} + \iint_{\Delta S_3} \right] (\mathbf{B} \bullet d\mathbf{S}) = 0$$

وإذا آلت $\Delta h \to 0$ فإن $\Delta S_3 \to 0$ وعندما تؤول كل من $\Delta S_{1,2} \to 0$ فإن ناتج العلاقة الأخيرة هو

$$\mathbf{B}_{n1} = \mathbf{B}_{n2} \qquad (61a\text{-}1)$$

أي أن كثافة الفيض المغناطيسي العمودية مستمرة وذلك نظراً لغياب الشحنات المغناطيسية، وهذه العلاقة تناظر العلاقة الواردة في المعادلة (1-28)، وبالتالي فإن

$$\mu_1 \mathbf{H}_{n1} = \mu_2 \mathbf{H}_{n2} \qquad (61b\text{-}1)$$



الشكل (1-37):- المجالات المغناطيسية **H** و **B** في وسطين الأول ونفاذيته μ_1 والثاني ونفاذيته μ_2 .

- **المجالات المغناطيسية الماسة للسطح $\mathbf{H}_t$:-** يتم تنفيذ قانون أمبير على المستطيل المبين في الشكل (1-37) ، على 1-2-3-4، أو أن

$$\oint_L (\mathbf{H} \bullet \mathbf{dL}) = \left[\int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^1 \right] (\mathbf{H} \bullet \mathbf{dL}) = \iint_S \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS}$$

وإذا آلت Δh إلى الصفر فإن التكامل الثاني والرابع يؤولان إلى الصفر إضافة إلى أن الطرف الأيمن من المعادلة الأخيرة سيؤول إلى الصفر إلا إذا كان هناك تيار خطي K على السطح الفاصل بين الوسطين (هذا في واقع الحال لا يحدث إلا إذا كان أحد الوسطين موصلاً جيد التوصيل) وفي هذه الحالة تصبح المعادلة الأخيرة كما يلي:-

$$H_{t2}\ \Delta L - H_{t1}\ \Delta L \approx K\ \Delta L$$

وعندما تؤول ΔL إلى الصفر (بعد أن يتم القسمة عليها) يتم الحصول على ما يلي:-

$$H_{t2} - H_{t1} = K \qquad (62a\text{-}1)$$

وأما كثافة الفيض المغناطيسي الماسة للسطح فترتبط كما يلي:-

$$B_{t2}/\mu_2 - B_{t1}/\mu_1 = K \qquad (62b\text{-}1)$$

أي أن عدم الاستمرارية في قيم المجال المغناطيسي الماس للسطح الفاصل بين الوسطين (إن وجدت) تساوي كثافة التيار الخطية K. ونظراً للارتباط التعامدي بين المجال المغناطيسي وكثافة التيار فيتم كتابة المعادلة (62a-1) كما يلي:-

$$\mathbf{a}_n \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{K} \qquad (63\text{-}1)$$

يتم تنفيذ العلاقة الأخيرة عند السطح الفاصل بين الوسطين علماً بأن $\mathbf{a}_n$ هو متجه وحدة طول عمودي على السطح الفاصل كما هو مبين في الشكل أعلاه.

1-3-9:- المحث والطاقة المغناطيسية

يعتبر المحث (Inductor) بأنه النبيطة التي تقوم بخزن الطاقة المغناطيسية (magnetic energy) أو أنه ومن خلاله يتم ربط الدارات الكهربائية مع بعضها مغناطيسياً عبر خطوط المجال المغناطيسي أو الفيض المغناطيسي Ψ_m. وتعرف محاثة (Inductance) المحث L كما يلي:-

$$L = \Psi_{mL}/I \qquad H \qquad (64\text{-}1)$$

حيث إن Ψ_{mL} هي كمية الفيض المغناطيسي الترابطي، و I هو التيار المنتج لهذا الفيض. وبما أن المحث هو نبيطة لتخزين الطاقة المغناطيسية فإن المحاثة تتناسب مع هذه الطاقة المخزنة وتمثل الطاقة المخزنة أو الشغل المبذول لخزن هذه الطاقة في حجم V

ويمكن الاستفادة من العلاقات التي تم اشتقاقها للمواسع ، المعادلة (1-33)، وتطبيقها على المحث كما يلي:-

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \iiint_V \mathbf{B} \bullet \mathbf{H} \; dV \qquad (65a\text{-}1)$$

أو أن الطاقة المغناطيسية المخزنة W_m هي كما يلي:-

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu}{2} \iiint_V |\mathbf{H}|^2 \; dV \quad J \qquad (65b\text{-}1)$$

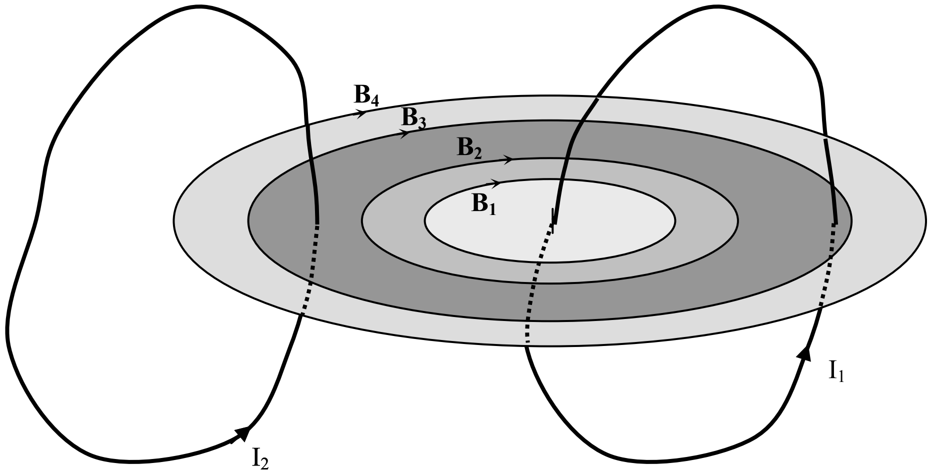
ويمكن من المعادلة (1-65a) إيجاد صيغة أخرى للمحاثة كما يلي:-

$$L = \frac{1}{I^2} \iiint_V \mathbf{B} \bullet \mathbf{H} \; dV \quad H \qquad (66\text{-}1)$$

حيث إن V يمثل الحجم الذي يخّزن فيه الطاقة المغناطيسية. كذلك من العلاقة (1-65) يمكن إيجاد كثافة هذه الطاقة المغناطيسية المخزنة أو

$$w_m = \frac{1}{2} \mathbf{B} \bullet \mathbf{H} = \frac{1}{2} \mu |\mathbf{H}|^2 \qquad J/m^3 \qquad (67\text{-}1)$$

ولتوضيح المحاثة سواءً كان ذلك عبر العلاقة (1-64) أو (1-66) فقد تم أخذ الشكل (1-38) الذي يبين دارتين متجاورتين مبيناً عليهما خطوط **B** الناتجة عن الدارة التي تحمل تياراً مقداره I_1 . ويلاحظ أن هناك أربعة خطوط $\mathbf{B_1}$ و $\mathbf{B_2}$ وهي خطوط محصورة في الدارة الأولى وحولها، أما $\mathbf{B_3}$ و $\mathbf{B_4}$ فهي خطوط تربط الدارة الأولى مع الدارة الثانية. وبالتالي فإن الخطوط $\mathbf{B_1}$ و $\mathbf{B_2}$ يمثلان محاثة ذاتية L_1 للدارة الأولى أما $\mathbf{B_3}$ و $\mathbf{B_4}$ فيمثلان محاثة تبادلية L_{12} وسيتم تقديم عددٍ من الأمثلة لتوضيح كل من المحاثة الذاتية والمحاثة التبادلية والطاقة المغناطيسية المخزنة.



الشكل (1-38):- دارتان متجاورتان الأولى تحمل تياراً I_1 والثانية تحمل تياراً I_2 وخطوط **B** الناتجة من الدارة الأولى التي تربط الدارة الأولى بالثانية.

مثال (1 23):- يبين الشكل (1-39) كابل محوري مكون من موصل داخلي نصف قطره a ونفاذيته $\mu_0 \ H/m$ ويحمل تياراً I وموصل خارجي رقيق نصف قطره b ونفاذيته $\mu_0 \ H/m$ ويحمل تياراً $-I$. إذا كان الوسط بين الموصلين غير مغناطيسي ونفاذيته $\mu_0 \ H/m$ فأوجد الطاقة المغناطيسية المخزنة في الموصل الداخلي وفي المنطقة بين الموصلين لكل وحدة طول وكذلك أوجد المحاثة الكلية لهذا الكابل لكل وحدة طول.

الحــل:-

يتم إيجاد المجالات المغناطيسية في المناطق المختلفة ومنها يستنتج ما هو مطلوب في هذا المثال. يلاحظ أنه وبسبب التماثل في الكابل المحوري فإن المجال المغناطيسي لا يتغير مع ϕ أو z وليس له إلا عنصراً واحداً باتجاه $\mathbf{a}_\phi$. وتكون المجالات المغناطيسية في المنطقة $0 \le \rho \le a$ كما يلي:-

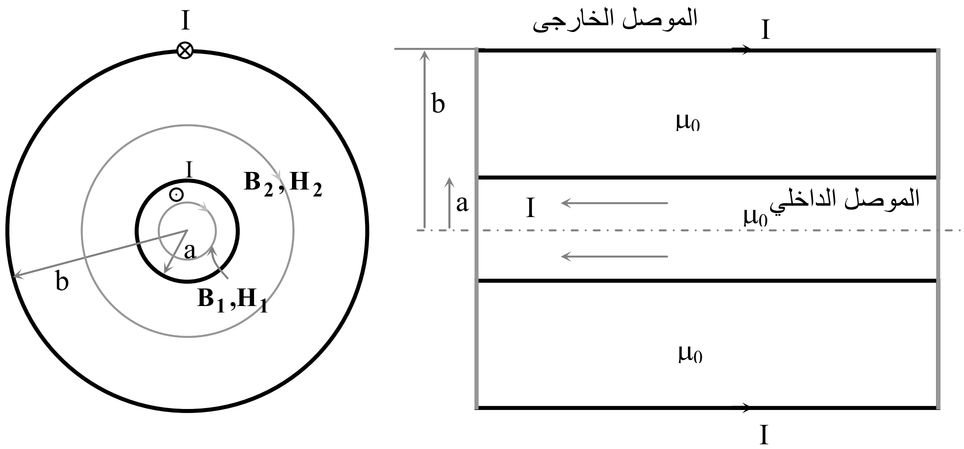
$$\oint_L \mathbf{H}_1 \bullet \mathbf{dL} = \iint_S \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} \Rightarrow 2\pi\rho H_{\phi 1} = \frac{I\rho^2}{a^2}$$

أو $H_{\phi 1} = \frac{I\,\rho}{2\,\pi a^2} \quad A/m$ و $B_{\phi 1} = \frac{\mu_0\, I\,\rho}{2\,\pi a^2} \quad Wb/m^2$

وبالتالي فإن الطاقة المغناطيسية لكل وحدة طول لهذا الموصل هي كما يلي:-

$$W_m = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{a}\int_0^{1} \mathbf{B}\bullet\mathbf{H}\ \rho\, d\rho\ d\phi\ dz$$

$$= \frac{\mu_0}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{a}\int_0^{1} \frac{I^2\ \rho^3}{4\,\pi^2\ a^4}\ d\rho\ d\phi\, dz \ = \frac{\mu_0\ I^2}{4\,\pi\, a^4}\ \frac{\rho^4}{4}\Big|_0^a \ = \frac{\mu_0\ I^2}{16\,\pi}\ \ J/m$$



الشكل(1-19):- الكابل المحوري بنصفي قطر داخلي وخارجي للموصلين a و b على التوالي.

أما المحاثة لهذا الموصل فهي المحاثة الذاتية له وتساوي

$$\frac{1}{2}L_i\ I^2 = W_m = \frac{\mu_0\ I^2}{16\,\pi} \Rightarrow L_i = \frac{\mu_0}{8\,\pi} \qquad H/m$$

في المنطقة $a \le \rho < b$

$$\oint_L \mathbf{H}_2 \bullet \mathbf{dL} = 2\pi\rho H_{\phi 2} = I \Rightarrow H_{\phi 2} = \frac{I}{2\pi\rho}\ A/m \Rightarrow\Rightarrow B_{\phi 2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\ Wb/m^2$$

وتصبح الطاقة المغناطيسية المخزنة لكل وحدة طول كما يلي:-

$$W_m = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_a^b\int_0^1 \mathbf{B} \bullet \mathbf{H}\ \rho\, d\rho\, d\phi\, dz$$

$$= \frac{\mu_0}{2}\ \frac{I^2}{4\pi^2}\ Ln(b/a)\ 2\pi 1 = \frac{\mu_0\ I^2\ Ln(b/a)}{4\pi}\quad J/m$$

أما المحاثة التبادلية بين الموصلين فهي

$$\frac{1}{2}\ L_0\ I^2 = \frac{\mu_0\ I^2\ Ln(b/a)}{4\pi} \Rightarrow L_0 = \frac{\mu_0}{2\pi}\quad Ln(b/a)\qquad H/m$$

وبالتالي فإن المحاثة الكلية لهذا الكابل لكل وحدة طول هي

$$L = L_i + L_0 = \mu_0/8\pi + (\mu_0/2\pi)\quad Ln(b/a)\qquad H/m$$

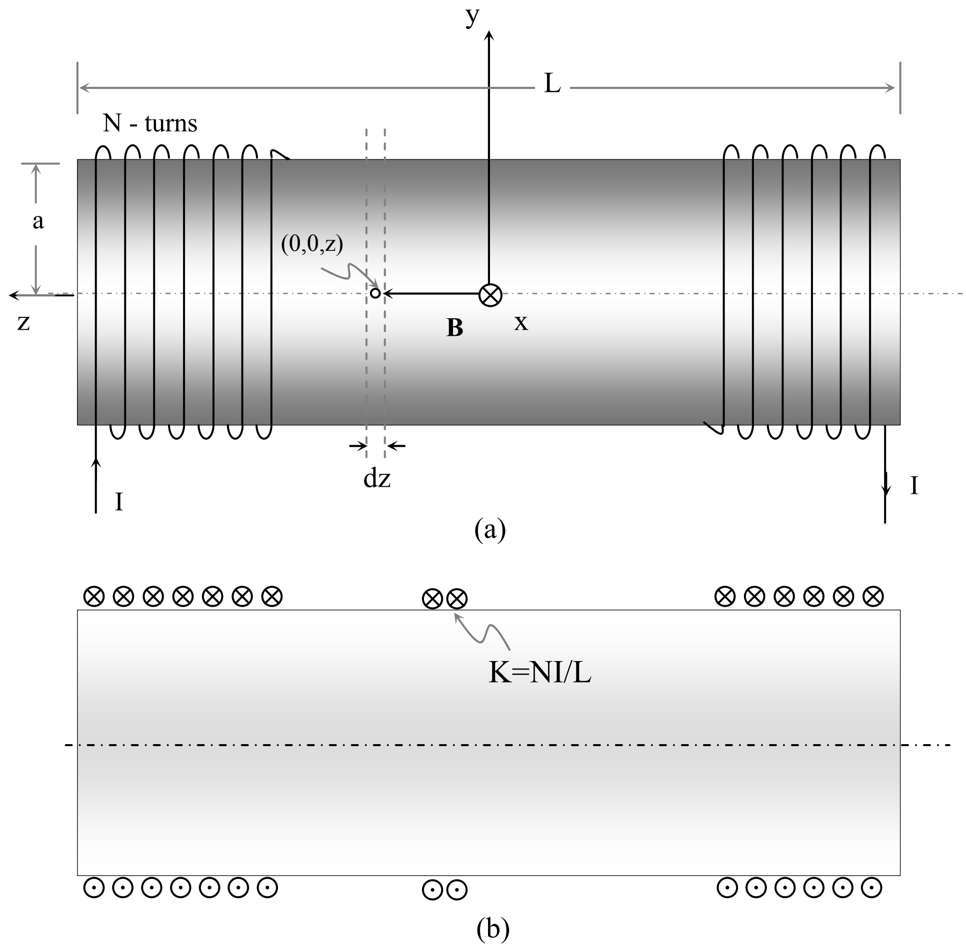
مثال (1-24):- يبين الشكل (1-40) ملفاً لولبياً (Solenoid) عدد لفاته N (اللفات متلاحقة مع بعضها) طوله L ونصف قطره a وقلبه من الهواء. إذا كان التيار المار فيه I فأوجد محاثة هذا الملف. (ملاحظة :- أوجد كثافة الفيض المغناطيسي في وسط الملف وأفترض أن $L >> a$).

الحــل:-

إذا كانت اللفات متلاحقة بما فيه الكفاية فيمكن أن يتم تعريف الكمية $N\,I/L\ \ A/m$ على أنها كثافة التيار الخطي وذلك مناظراً لصفيحة تحمل هذا التيار $K = N\,I/L\ \ A/m$. وبالتالي فإذا ما استخدمت نتيجة المثال (1-17) حيث إن التيار

فـي ذلـك المثـال يستبدل بالكميـة $Kdz = N\,I\,dz/L$ وبالتـالي فـإن كثافة الفيض المغناطيسي لهذا الجزء من الملف اللولبي تكون كما يلي:-

$$dB_z = \frac{\mu\ a^2\ N\,I\,dz}{2\,L\,(z^2 + a^2)^{3/2}} \qquad Wb/m^2$$



الشكل (1-40):- (a) ملف لولبي بطول L ونصف قطر a وعدد لفاته N ويسري فيه تيار I (b) مقطع في الملف مبين عليه كثافة التيار الخطي $K = N\,I/L$.

وبالتالي فإن كثافة الفيض المغناطيسي للملف عند نقطة الأصل تكون كما يلي:-

$$B_z = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\mu\, a^2 NI\, dz}{2L\,(z^2+a^2)^{3/2}} = \frac{\mu\, a^2\, N\, I}{2\,L}\,\frac{L}{a^2}\,\frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}}\Big|_{-L/2}^{L/2}$$

أو

$$B_z = \frac{\mu \quad N\, I}{\sqrt{L^2 + 4\,a^2}} \qquad Wb/m^2$$

وإذا كانت $L >> a$ فإن $\sqrt{L^2 + 4\,a^2} \approx L$ أو أن كثافة الفيض المغناطيسي في مركز الملف تصبح

$$B_z = \mu\, N\;\; I/L \qquad Wb/m^2$$

أما إذا كان المطلوب إيجاد كثافة الفيض المغناطيسي عند أحد طرفيه فإنها تكون كما يلي:-

$$B_z = \int_{0}^{L} \frac{\mu\;\; a^2\; N\, I\;\, d_z}{2\,L\,(z^2+a^2)^{3/2}} = \frac{\mu \quad N\, I}{2\,L}\;\frac{L}{a^2}\;\frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}}\Big|_{0}^{L}$$

أو

$$B_z = \frac{\mu \quad N\, I}{2\sqrt{L^2 + a^2}} \sim \frac{\mu \quad N\, I}{2\,L} \qquad Wb/m^2$$

ويمكن إيجاد المحاثة لهذا الملف من العلاقة (1-64) حيث إن الفيض المغناطيسي الذي يربط كل لفه هو

$$\Psi_{mL} = (\mu \quad N\, I/L)\;\; \pi\, a^2 \qquad Wb$$

وحيث إن هناك N لفه فإن كل الفيض الترابطي هو

$$\Psi_{mt} = (\mu \quad N^2\;\, I/L) \quad \pi\, a^2 \quad Wb$$

وتكون محاثة الملف كما يلي:-

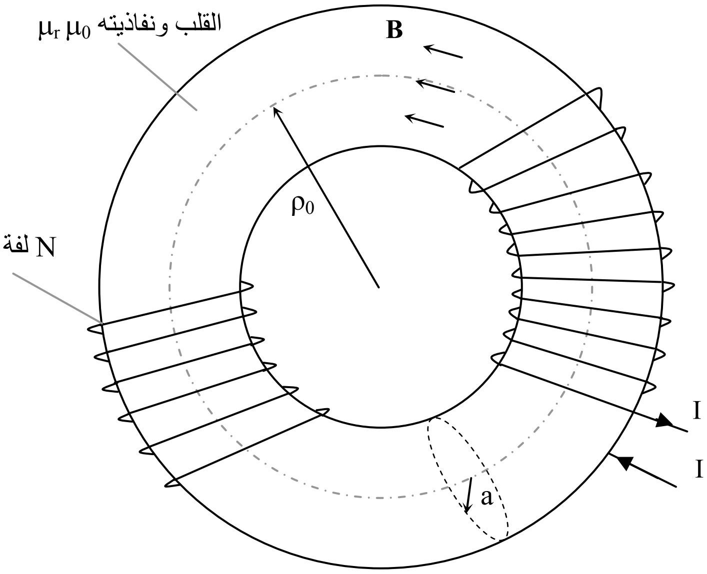
$$L \;= \Psi_{mt}/I = (\mu \quad N^2\;/L)\;\; \pi\, a^2 \qquad H$$

مثال (1-25):- يبين الشكل (1-41) ملفاً حلقياً (toroidal coil) عدد لفاته N لفه ونصف قطر الحلقة ρ_0 ونصف قطر الملف a، فإذا كان قلب هذا الملف هو من مادة حديدية نفاذيتها $\mu_r\,\mu_0$ فأوجد حاثية هذا الملف.

الحــل:-

يمكن القول أن الملف الحلقي هو ملف لولبي تم ثنيه ليصبح كما هو مبين في الشكل (1-41) وطوله $L = 2\,\pi\,\rho_0$ وبالتالي فإن المحاثة لهذا الملف الحلقي تكون كما يلي:-

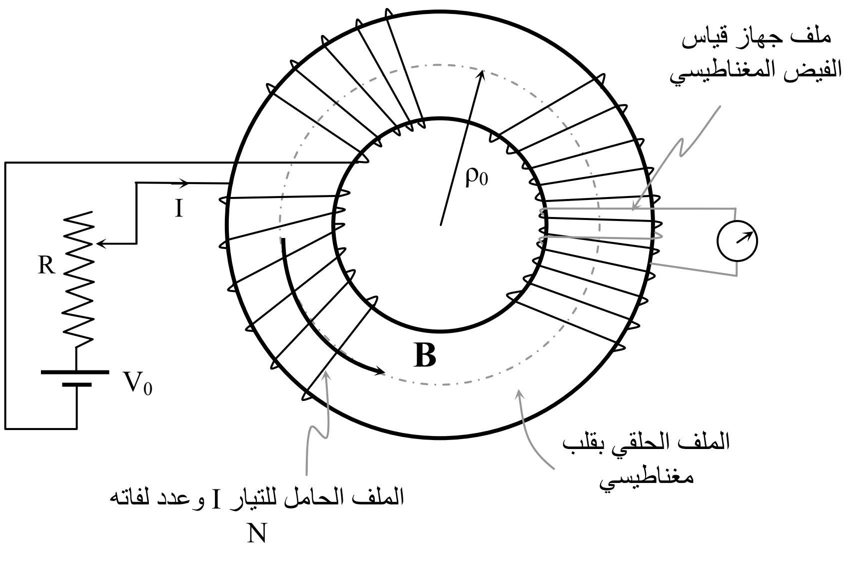
$$L = \frac{\mu \quad N^2}{L}\,\pi a^2 = \frac{\mu \quad N^2}{2\,\pi\rho_0}\,\pi a^2 = \frac{\mu \;\; N^2\,a^2}{2\,\rho_0} \quad \text{H}$$



الشــكل (1-41):- ملــف حلقــي مكــون مــن N لفــه وقلبــه مــن مــادة حديديــة نفاذيتهــا $\mu_r\,\mu_0$ H/m.

10-3-1:- منحنى B-H أو الأنشوطة التخلفية Hysteresis loop

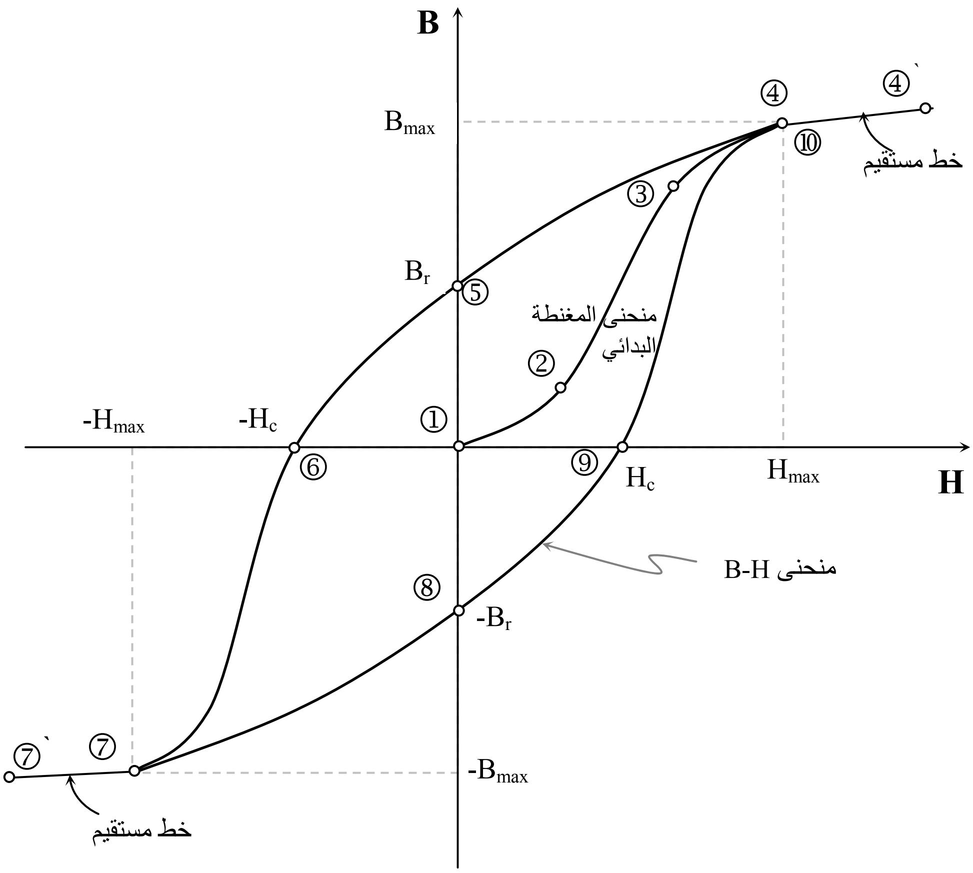
تم سابقاً اقتراح العلاقة بين كثافة الفيض المغناطيسي **B** والمجال المغناطيسي **H** لمادة ما (أو لوسط ما) وذلك على الشكل $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ حيث إن μ يمكن أن ينظر لها على أنها كمية تتناسب مع عدد ثنائيات القطب المغناطيسية للمادة. وهذه العلاقة تبين أن **B** و **H** يرتبطان بعلاقة خطية وهذا ينطبق فقط على المواد غير المغناطيسية حيث إن $\mu = \mu_0$ وينظر إلى μ_0 على أنها ثابت الوسط المغناطيسي. أما في حالة المواد المغناطيسية فإن العلاقة بين **B** و **H** ليست خطية ويمكن في الواقع قياس هذه العلاقة وذلك من خلال استخدام ملف حلقي قلبه من مادة مغناطيسية. ويتم استخدام ملف آخر لأجل قياس الفيض المغناطيسي داخل القلب الناتج عن التيار الذي يمر في الملف الأصلي والذي ينتج مجالاً مغناطيسياً داخل قلبه $H = IN/L$ حيث إن L يمثل $2\pi\rho_0$.
ويبين الشكل (1-42) التفاصيل المستخدمة لقياس العلاقة بين **B** و **H** حيث يتم قياس **B** باستخدام جهاز قياس الفيض المغناطيسي.



الشكل (1-42):- الملف الحلقي المستخدم لقياس العلاقة بين B و H.

يتم افتراض أن القلب المغناطيسي لم يتعرض قبل ذلك لأي مجالات مغناطيسية وبالتالي فإنه لا يحوي إي اصطفاف لثنائيات القطب المغناطيسية. في ضوء ذلك إذا كان التيار $I = 0$ فإن $H = 0$ وبالتالي فإن $B = 0$ وبعد هذا إذا ما تم زيادة H بعض الشيء فإن القوى الداخلية والعشوائية الخارجية تكون عالية وعليه فإن تغير B مع ازدياد H يكون بطيئاً حتى تصل H إلى قيمة معتبرة تكون اعلى من القوى الأخرى وعندها فإن تغير B مع ازدياد H يصبح أوضح وبشكل متسارع، و يدعى هذا الجزء بالمنطقة سهلة المغنطة. وعندما يزداد H بعد ذلك نرى أن التغير في B قد تباطئ وبشكل واضح وهذا مرده أن هناك عدداً قليلاً من ثنائيات القطب المتبقية والتي لم تصطف باتجاه H ولذلك يصعب تغيير موقعها. ولكن وبوصول H إلى H_{max} (أعلى قيمة لازمة لجعل كل ثنائيات القطب المغناطيسي داخل القلب تصطف باتجاه H) فإن $B = B_{max}$ وبعد ذلك فإنه لن يكون هناك ثنائيات قطب إضافية للاصطفاف وعليه فإنه ولكل القيم $H > H_{max}$ فإن B تزداد تبعاً لثابت الوسط μ_0 (خط مستقيم)، ويبين الشكل (1-43) منحنى B-H (B-H Curve) أو الأنشوطة التخلفية (hysteresis loop). يلاحظ أنه إذا ما تم تخفيض H إلى قيم أقل من H_{max} فإن مسار العلاقة بين B و H لا ترجع إلى المنحنى الموسوم 1-2-3-4 وإنما يرجع بمسار أخر هو 4-5. وعندما تصل H إلى الصفر، يلاحظ أن B لن تكون صفراً وإنما تأخذ قيمة يطلق عليها اسم كثافة الفيض المغناطيسي المتخلفة أو المتبقية (B_r) (residual) B_r . وللتخلص من ثنائيات القطب المغناطيسية المتبقية فإنه لابد من تخفيض قيمة H في الاتجاه الأخر حتى تصل إلى قيمة سالبة يطلق عليها اسم المجال المغناطيسي القهري (coersive) $-H_c$. عندما تصل H إلى $-H_c$ فإن B تصبح صفراً أو بالتالي فإن ثنائيات القطب المغناطيسية تكون قد اختفت كلياً في المادة. وإذا ما استمرت عملية تخفيض المجال المغناطيسي فإن العلاقة بين B و H تأخذ المسار 5-6-7 حتى تصل قيمة

H إلـى $-H_{max}$. عنـد هـذه القيمـة فـإن $B = B_{max}$ وتكـون كـل ثنائيـات القطـب المغناطيسية قد اصطفت في الاتجاه المعاكس وإذا ما تم زيادة H من $-H_{max}$ إلى الصفر فإن العلاقة بين B و H تأخذ المسار 7-8 وإذا ما استمرت بالزيادة فـإن العلاقـة تأخـذ المسـار 8-9-10 . وبالتـالي فـإن المسـار مـن 4-5-6-7-8-9-10 تمثل منحنى B-H أو الإنشوطة التخلفية المغناطيسية.



الشكل (1-43):- منحنى B - H أو الأنشوطة التخلفية المغناطيسية.

و تمثل المساحة المحددة داخل هذه الإنشوطة كمية الشغل المبذول لاصطفاف ثنائيات القطـب المغناطيسـية وإعـادة اصـطفافها وتـدعى بالطاقـة المهـدورة فـي مغنطـة وإعـادة

مغنطة المادة أو ببساطة فإن هذه المساحة تدعى بفقدان التخلفية (hysteresis loss). وتتغير تفاصيل هذا المنحنى من مادة لأخرى ويمثل الثنائي B_r و H_c معياراً لخاصية المادة المغناطيسية. فإذا كانت H_c صغيرة فإن المادة تعتبر مادة مغناطيسية ضعيفة أي أنها لاتحافظ على اصطفاف ثنائيات القطب المغناطيسية تحت تأثير قوة خارجية متدنية. أما إذا كانت قيم B_r مرتفعة نسبياً وكذلك H_c فإن هذا يعكس خصائص مغناطيسية قوية للمادة أي أنه إذا تم مغنطة المادة أو اصطفاف عدد من ثنائيات القطب المغناطيسية فإن هذه المغنطة أو هذا الاصطفاف سيبقى حتى بعد زوال المجال المغناطيسي المؤثر ولن يتغير الوضع تحت قوى خارجية متدنية أو متوسطة . ويستخدم النوع الأخير من المواد لتصنيع المغناطيس الدائم أو أوساط تسجيل البيانات والمعلومات مغناطيسياً مثل الأشرطة المغناطيسية لتسجيل الصوت وكذلك الصور وأقراص الحاسوب الممغنطة. وتجدر الإشارة إلى أن منحنى B-H يعطي قيماً للنفاذية μ تجعلها تفقد معناها الذي تم تقديمه سابقاً. فمثلاً تكون $\mu \approx \pm 0$ عند كل من النقطة 6 والنقطة 9 وكذلك فإنها تكون $\mu \to \pm \infty$ عند النقطتين 5 و 8. يبين منحنى B-H أن قيم μ تتراوح ما بين $-\infty$ و $+\infty$ مروراً في الصفر وذلك على المنحنى 4-5-6-7-8-9-10 الذي يطلق عليه بأنه منحنى B-H. وتكون قيم μ في المنطقة $4-4'$ و $7-7'$ مساوية لنفاذية الهواء μ_0. ويطلق على المنحنى 1-2-3-4 بأنه منحنى المغنطة البدائي أو الأولي.

1-3- 11:- الدارات المغناطيسية Magnetic Circuits

تتكون الدارات الكهربائية للتيار المستمر من مصدر جهده V_b (بطارية) يتم وصله إلى مقاومة R أو مجموعة من المقاومات $R_1, R_2, \ldots$ (موصولة بشكل معين) وذلك كما هو مبين في الشكل (1-44a). ويتم استخدام قوانين الدارات الكهربائية (مثلا قانون أوم وقانوني كيرشوف للفولطية والتيار ... الخ) لتحليل هذه الدارات. ويبين هذا الشكل أن المصدر الكهربائي V_b يتغلب على المقاومة الكهربائية R

لتسيير تيار كهربائي I فيها. أما الشكل (44b-1) فإنه يبين ملفاً حلقياً عدد لفاته N بقلب من مادة مغناطيسية حيث ينتج عن التيار I المار في هذا الملف فيض مغناطيسي مقداره $\Psi_m\ (= BA)\ \text{Wb}$. ويمكن القول هنا أن هذا المصدر المغناطيسي $N\,I$ يتغلب على المقاومة المغناطيسية أو المقاصرة (Reluctance) $\Re$ للقلب الحلقي لتسيير فيض مغناطيسي Ψ_m في هذا القلب، ويبين الشكل (44c-1) تمثيلاً لهذه الدارة المغناطيسية المكافئة. وتحكم الدارة الكهربائية العلاقات التالية:-

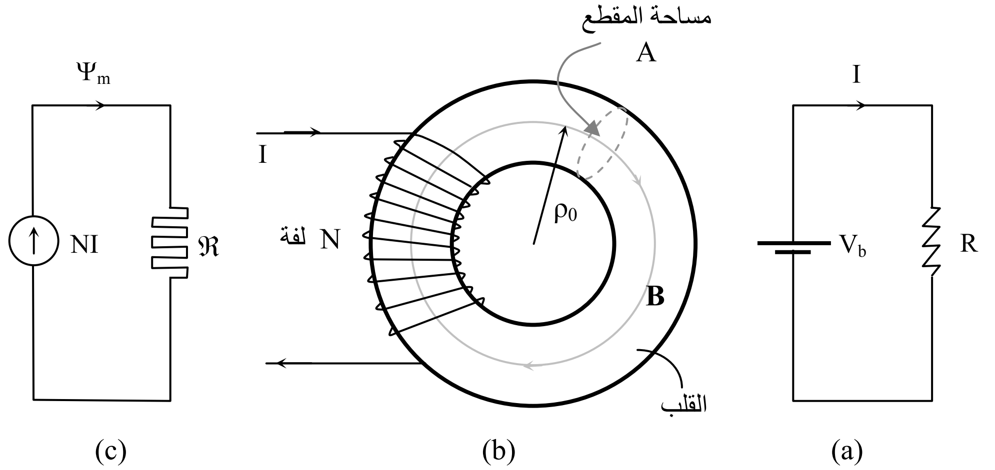
$$V_b = I\,R \quad V \quad \text{و} \quad I = V_b / R \quad A \quad \text{و} \quad R = V_b / I \ \big(= L/(\sigma A)\big)\ \Omega$$

أما العلاقات التي تحكم عمل الدارة المغناطيسية فيمكن كتابتها اعتمادا على العلاقات السابقة والدارة المبينة في الشكل (44c-1) كما يلي :-

$$N\,I = \Psi_m\ \Re \qquad A \qquad (67a\text{-}1)$$

$$\Psi_m = NI/\Re \qquad \text{Wb} \qquad (67b\text{-}1)$$

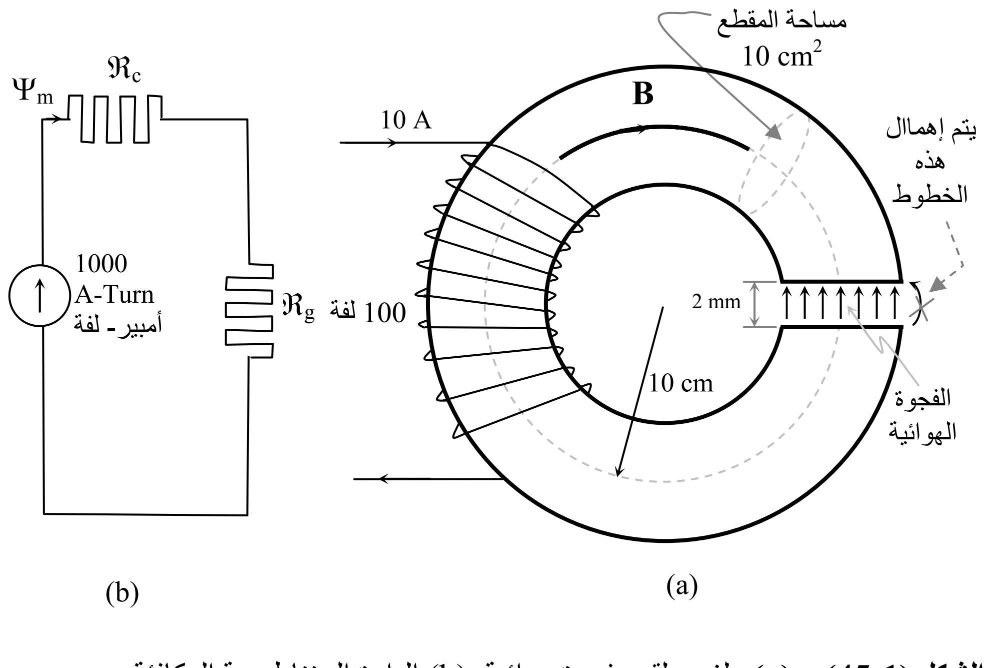
$$\Re = N\,I/\Psi_m\ \big(= HL/(\mu\, H\, A) = L/(\mu\, A)\big) \quad H^{-1} \qquad (67c\text{-}1)$$



الشكل (44-1):- (a) الدارة الكهربائية (b) ملف حلقي بعدد لفات N لفه (c) الدارة المغناطيسية المكافئة.

ونظراً للتشابه بين الدارة المغناطيسية والكهربائية ($\Psi_m \to I$ و $N\ I \to V_b$ و $\Re \to R$) فإنه يتم استخدام القوانين والنظريات المستخدمة في الدارات الكهربائية لتحليل الدارات المغناطيسية. ولهذه الدارات المغناطيسية أهميتها في دراسة المحولات الكهربائية والآلات الكهربائية، وسيتم فيما يلي تقديم مثالين لتوضيح فكرة تحليل هذه الدارات.

مثال (1-26):- يبين الشكل (1-54) ملفاً حلقياً نصف قطره 10 cm بفجوة أو ثغرة هوائية (air gap) سمكها 2 mm، فإذا كانت مساحة مقطعه تساوي $10\ cm^2$ وكانت نفاذية مادته هي $1000\,\mu_0\ H/m$ وعدد لفاته 100 لفة ويمر فيه تيار يساوي 10 A فأوجد الفيض المغناطيسي Ψ_m وكثافة B في الفجوة الهوائية (يستخدم مثل هذا الملف الحلقي في القراءة من والكتابة على شريط مغناطيسي يمر من خلال هذه الفجوة). أهمل تسريب خطوط المجال عند الفجوة.



الشكل (1-45):- (a) ملف حلقي بفجوة هوائية (b) الدارة المغناطيسية المكافئة.

الحـــل:-

يتكون مسار الفيض المغناطيسي من مقاصرتين $\Re_c$ للقلب الحلقي المغناطيسي و $\Re_g$ للفجوة الهوائية ويبين الشكل (45b-1) الدارة المغناطيسية المناظرة حيث إن

$$\Re_c = \frac{L}{\mu A} = \frac{2\pi \times 10 \times 10^{-2} - 2 \times 10^{-3}}{1000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 10 \times 10^{-4}} = 4.98 \times 10^5 \quad H^{-1}$$

$$\Re_g = \frac{2 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 10 \times 10^{-4}} = 15.92 \times 10^5 \quad H^{-1}$$

يلاحظ أن المقاومة المغناطيسية للفجوة (بطول 2 mm) تزيد على ثلاثة إضعاف المقاومة المغناطيسية للقلب المغناطيسي الذي يبلغ طوله 62.63 mm. وبالتالي فإن خطوط المجال المغناطيسي المتسربة من القلب الحديدي (المغناطيسي) تكون قليلة (الخطوط المعنية هنا ليست المبينة عند الفجوة الهوائية). في ضوء ما سبق فإن الفيض المغناطيسي في الفجوة أو في القلب يكون كما يلي:-

$$\Psi_m = \frac{NI}{\Re} = \frac{100 \times 10}{\Re_g + \Re_c} = 0.48 \ \ mWb$$

أما كثافة الفيض في الفجوة B_g فهي

$$B_g = \frac{\Psi_m}{A} = 0.48 \quad Wb/m^2$$

مثال (27-1):- في المثال (26-1) إذا كان المطلوب توفير كثافة فيض مغناطيسية في الفجوة الهوائية بمقدار $10\ m\ Wb/m^2$ فأوجد التيار المار في الملف الحلقي المذكور أعلاه لتوفير مثل هذه القيمة.

الحـــل:-

من قيم $\Re_c$ و $\Re_g$ والفيض المطلوب في الفجوة Ψ_m

$$\Psi_m = 10 \times 10^{-3} \times 10^{-3} = 10^{-5} \quad Wb$$

يمكن استنتاج التيار من العلاقة التالية

$$\Psi_m = NI/\Re \Rightarrow I = \Re\,\Psi_m / N = 0.21 \ \ A$$

1-4:- تفاعل الشحنات مع المجالات الكهربائية والمغناطيسية

تم في الفصول السابقة تقديم القوة الكهربائية بين مجال كهربائي خارجي **E** وشحنة q أو جسم مشحون بشحنة q كما يلي :-

$$\mathbf{F} = q\,\mathbf{E} \qquad \mathrm{N}$$

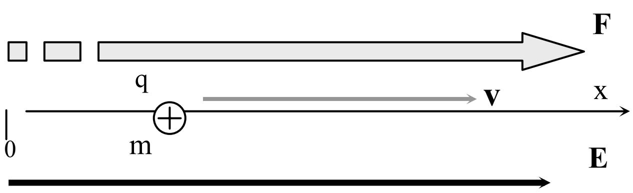
ينتج عن هذه القوة حركة أو إزاحة للشحنة أو الجسم المشحون والذي تبلغ كتلته مثلاً m kg ويتحرك الجسم المشحون، مثلاً، بتسارع مقداره $\mathbf{a}\ \ \mathrm{m/s^2}$ وبالتالي فإنه، حسب قانون نيوتن، يتم إعادة كتابة العلاقة السابقة كما يلي:-

$$\mathbf{F} = q\,\mathbf{E} = m\,\mathbf{a} = m\,\frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\,\frac{d^2\,\mathbf{x}}{d\,t^2} \tag{68-1}$$

حيث إن **a** هو تسارع الشحنة $\mathrm{m/s^2}$ ، و **v** هي سرعة الشحنة m/s ، و **x** هي إزاحة الشحنة (في اتجاه x مثلاً) m .

ويبين الشكل (1-46) توضيحاً لهذه الكميات ويمكن من العلاقات المبينة في المعادلة (1-68) استنتاج تسارع وسرعة وإزاحة الشحنة أو المجال الكهربائي. ولهذا التفاعل بين الشحنة والمجال الكهربائي تطبيقاته في الحياة العملية فمثلاً في راسم الموجة (oscilloscope) تكون الشحنة (الشحنات) إلكترون ينطلق من المهبط (cathode) يتم جره بوساطة مجال كهربائي بين المهبط والمصعد (anode). ويرمز عادة لشحنة الالكترون بالرمز e وبالتالي فإن العلاقة (1-68) تعطي

$$e\,\mathbf{E} = m\,\mathbf{a}$$



الشـكل (1-46):- شحنة كتلتها m وشحنتها q تحت تأثير مجال خارجي **E**.

ويمكن من العلاقة الأخيرة استنتاج الطاقة اللازمة لجر هذا الإلكترون من x_1 إلى x_2 كما يلي:-

$$W = m\int_{x_1}^{x_2} \mathbf{a}\bullet dx\,\mathbf{a}_x = e\int_{x_1}^{x_2} \mathbf{E}\bullet\mathbf{dx} = e\,V_{12}$$

أو

$$W = m\int_{x_1}^{x_2} \frac{d\mathbf{v}}{dt}\bullet dx\ \mathbf{a}_x = e\ V_{12}$$

ولكن $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}}{dt}$ أو أن $m\int_{v_1}^{v_2} \mathbf{v}\bullet d\mathbf{v} = \frac{1}{2}m\,(v_2^2 - v_1^2) = e\,V_{12}$

فإذا كانت السرعة الابتدائية للإلكترون مساوية للصفر وكان فرق الجهد بين النقطتين يساوي V_0 فإن السرعة الأخيرة لهذه الشحنة تصبح كما يلي:-

$$v = \sqrt{\frac{2\ e\ V_0}{m}} = 5.9\times10^5\ \sqrt{V_0}\quad m/S$$

كذلك تم في السابق تقديم القوة بين المجال المغناطيسي وطول تفاضلي $\mathbf{dL}$ ، كجزء من دارة، يحمل تيار I (وهو عبارة عن شحنات متحركة) كما يلي:-

$$d\mathbf{F} = I\,\mathbf{dL}\times\mathbf{B} = \mathbf{J}\ dV\times\mathbf{B}$$

وبما أن التيار مرتبط مع كثافة الشحنات والسرعة كما يلي :- $\mathbf{J} = \rho_v\ \mathbf{v}$

فإن القوة تعطي بما يلي:- $d\,\mathbf{F} = \rho_v\,(dV)\,\mathbf{v}\times\mathbf{B} = dq\ \mathbf{v}\times\mathbf{B}$

أو أن القوة الكلية تصبح كما يلي:-

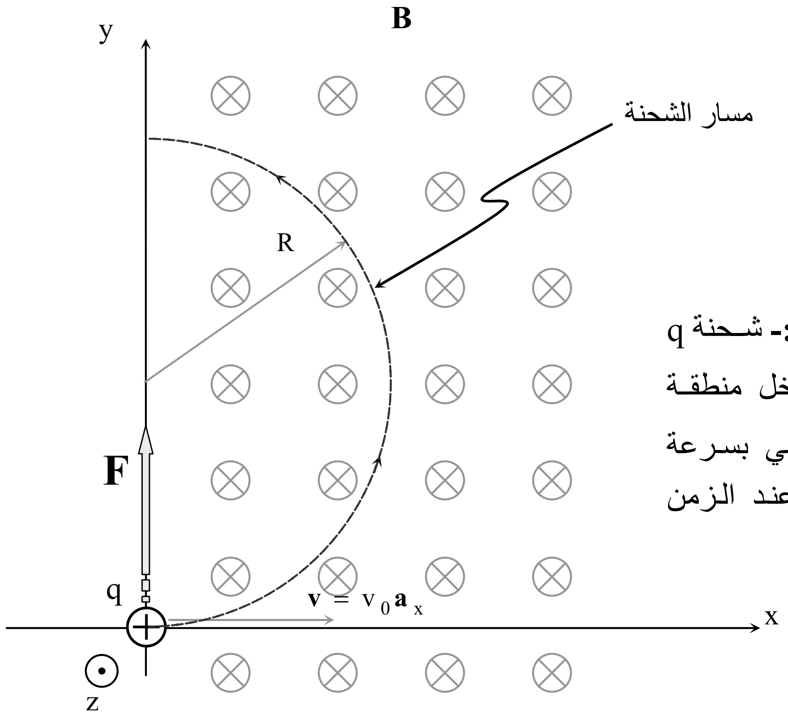
$$\mathbf{F} = q\ \mathbf{v}\times\mathbf{B} \qquad (69\text{-}1)$$

إذا كانت كتلة الشحنة m kg فيمكن، باستخدام قانون نيوتن، إعادة كتابة المعادلة (1-69) كما يلي:-

$$\mathbf{F} = q\ \mathbf{v}\times\mathbf{B} = m\,\mathbf{a} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} \qquad (70\text{-}1)$$

حيث إن **a** تمثل تسارع الشحنة و **v** تمثل سرعتها، وبالتالي فإنه يتم تحديد القوة المؤثرة على شحنة متحركة في مجال مغناطيسي من خلال قاعدة اليد اليمنى، ويبين الشكل (1-47) كل من الشحنة المتحركة وكثافة الفيض المغناطيسي **B** والقوة الناتجة. فإذا افترض أن هناك شحنة دخلت منطقة المجال المغناطيسي بسرعة $\mathbf{v} = v_0\ \mathbf{a}_x$ عند الزمن $t = 0$ وكانت كثافة الفيض المغناطيسي $\mathbf{B} = -B_0\ \mathbf{a}_z\ \mathrm{Wb/m^2}$ فإن حل المعادلة (1-70) يمكن أن يبين ما الذي سيحدث لهذه الشحنة (على افتراض أن شحنتها q C وكتلتها m kg) بعد دخولها. يتم كتابة المعادلة (1-70) وذلك كما يلي :-

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & -B_o \end{bmatrix} = \frac{m}{q}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_x & \mathbf{a}_x \\ v_y & \mathbf{a}_y \\ v_z & \mathbf{a}_z \end{bmatrix} \qquad (71\text{-}1)$$



الشكل (1-47):- شحنة q كتلتها m تدخل منطقة مجال مغناطيسي بسرعة $\mathbf{v} = v_0\ \mathbf{a}_x$ عند الزمن $t = 0$.

تحدد هذه المعادلة العلاقة بين سرعة الشحنة $\mathbf{v}$ (أو تسارعها $d\mathbf{v}/dt$) وكتلتها m وشحنتها q وكثافة الفيض المغناطيسي $\mathbf{B}$ ($\mathbf{B} = -B_0\,\mathbf{a}_z$) المؤثر عليها ويمكن كتابتها كما يلي:-

$$-B_0\,v_y = \frac{m}{q}\frac{dv_x}{dt} \qquad (72a\text{-}1)$$

$$B_0\,v_x = \frac{m}{q}\frac{dv_y}{dt} \qquad (72b\text{-}1)$$

$$0 = \frac{m}{q}\frac{dv_z}{dt} \qquad (72c\text{-}1)$$

ومن المعادلة (72c-1) يمكن استنتاج التالي:-

$$v_z = v_{0z} \quad m/s \qquad (73\text{-}1)$$

حيث إن v_{0z} هو ثابت ويعني انه إذا دخلت شحنة في مجال مغناطيسي باتجاه $\mathbf{a}_z$ بسرعة معينة في اتجاه $\mathbf{a}_z$ فستبقى محافظة على تلك السرعة. ويمكن من المعادلتين (72a-1) و (72b-1) استنتاج v_x و v_y وذلك من خلال مفاضلة أحدهما والتعويض فيها بالأخرى أو

$$-B_0\frac{dv_y}{dt} = -B_0\left(\frac{qB_0}{m}\right)v_x\;\frac{m}{q}\frac{d^2v_x}{dt^2}$$

أو أن

$$\frac{d^2v_x}{dt^2} + \omega^2\,v_x = 0 \qquad (73a\text{-}1)$$

$$\frac{d^2v_y}{dt^2} + \omega^2\,v_y = 0 \qquad (73b\text{-}1)$$

حيث إن $\omega \equiv \frac{q\,B_0}{m}$ و $f = \frac{q\,B_0}{2\,\pi\,m}$ يمثل التردد الجيروسكوبي (أو التردد الدوراني).

وبالتالي فإن السرعة في اتجاه x (أو اتجاه y) تكون كما يلي:-

$$v_x = A\cos\omega t + B\sin\omega t \qquad (74a\text{-}1)$$

وأما السرعة في اتجاه y فيمكن اشتقاقها من العلاقة (72a-1) أو

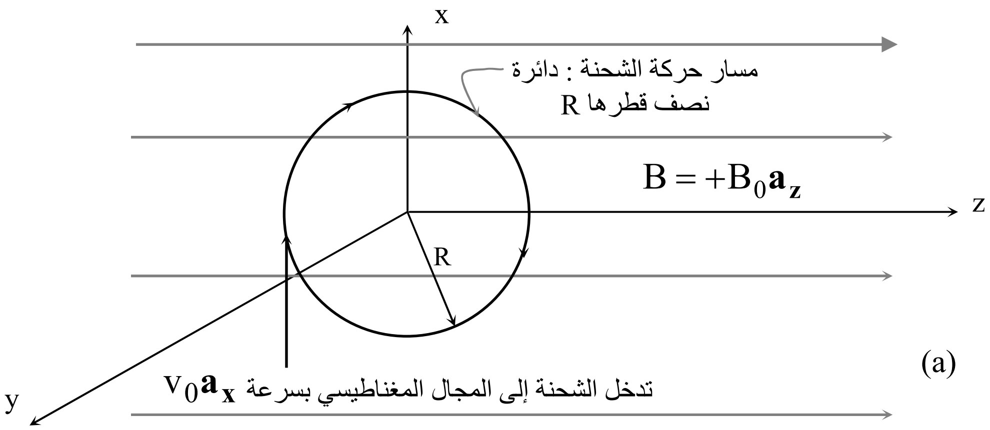
$$v_y = A\sin\omega t - B\cos\omega t \qquad (74b\text{-}1)$$

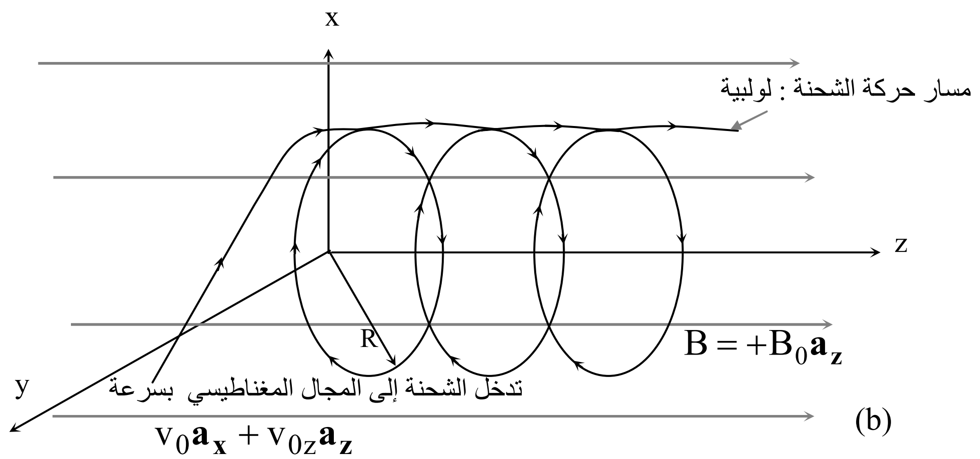
يتم إيجاد A و B من الشروط الابتدائية أو الأولية (initial conditions) حيث إن $v_x = v_0$ و $v_y = 0$ عند $t = 0$ أو أن $A = V_0$ و $B = 0$ وبالتالي فإن السرعة في اتجاه x و y تصبح كما يلي:-

$$\mathbf{v}_{xy} = v_0\,(\cos\omega t\ \mathbf{a}_x + \sin\omega t\ \mathbf{a}_y)\quad m/s \qquad (75\text{-}1)$$

ويلاحظ أن قيمة السرعة $|\mathbf{v}_{xy}|$ هي كمية ثابتة وتساوي v_0 وبالتالي فإن حركة الشحنة ستكون في دائرة نصف قطرها $R = v_0/\omega = v_0 m/(qB_0)$ m. ويمكن استنتاج نصف القطر هذا من التوازن الذي يحدث للشحنة بعد دخولها المجال المغناطيسي العمودي على اتجاه حركتها بين $F = q\,vB$ وبين القوة الطاردة المركزية $F = m\,v^2/(R) = q\,v\,B$ أو انه في هذه الحالة $R = v_0 m/(qB_0)$. في ضوء ما سبق فإنه إذا دخلت شحنة كتلتها m kg وشحنتها q C في مجال مغناطيسي كثافة فيضه مثلاً $\mathbf{B} = B_0\ \mathbf{a}_z$ بسرعة عمودية على $\mathbf{B}$ مقدارها مثلاً $\mathbf{v} = v_0\ \mathbf{a}_x$ فإنها ستتحرك في دائرة نصف قطرها m $R = v_0 m/(qB_0)$ بتردد جيروسكوبي $f = v_0/\omega = q\,B_0/(2\pi m)$ Hz. أما إذا كانت سرعة هذه الشحنة عند دخولها المجال المذكور هي $\mathbf{v} = v_0\,\mathbf{a}_x + v_{0z}\,\mathbf{a}_z$ m/s فإن حركتها ستصبح لولبية وذلك كما هو مبين في الشكل (1-48). ومن الجدير بالذكر أن هناك فوائد جمة للانحراف الدائري الذي يحدثه المجال المغناطيسي لشحنة تدخله. في شاشة التلفاز، يتم استخدام ملف بطول محدود لإنتاج مجال مغناطيسي من اجل التحكم في مسار الشعاع الإلكترونى الصادر من مهبط الشاشة وإدخال انحراف كبير في هذا الشعاع.

في هذه الحالة، يكون طول الشاشة (من المصعد إلى المهبط) قليلاً جداً إذا ما قورن باستخدام المجالات الكهربائية لإدخال الانحراف في الشعاع الإلكتروني كما هو الحال في راسم الموجة وذلك ما اخذ في الاعتبار في نفس أبعاد الشاشة المرئية.

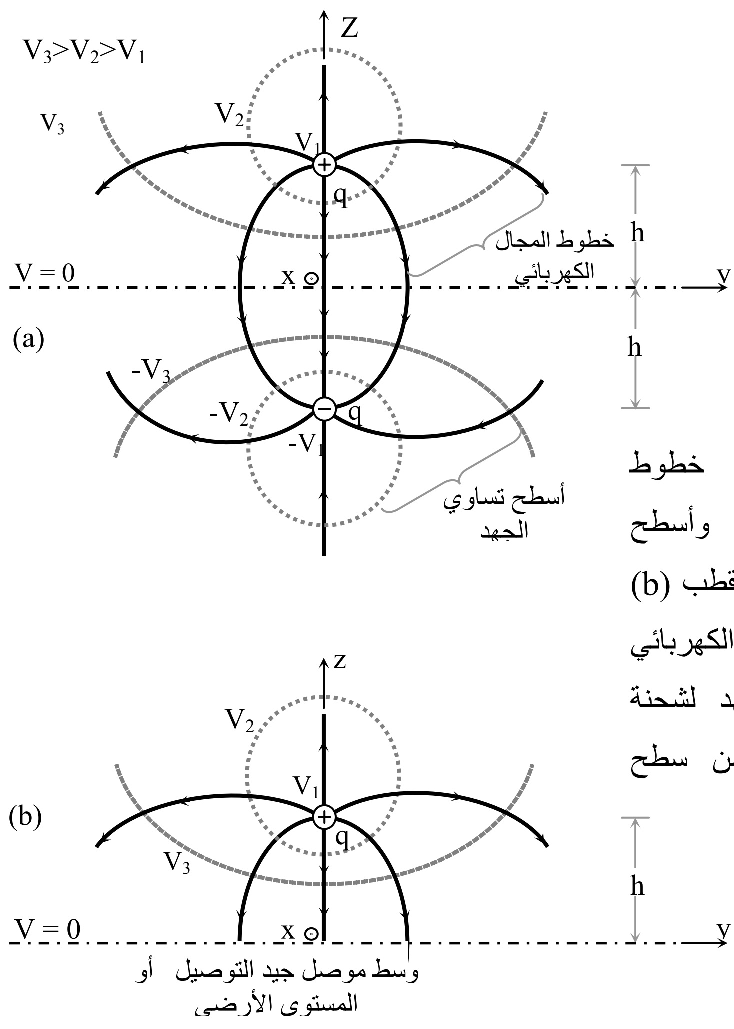




الشكل (1-48):- دخول شحنة إلى مجال مغناطيسي كثافة فيضه $\mathbf{B} = B_0\ \mathbf{a}_z\ \mathrm{Wb/m^2}$
(a) سرعة دخولها $\mathbf{v} = v_0\ \mathbf{a}_x\ \mathrm{Wb/m^2}$ (b) سرعة دخولها $\mathbf{v} = v_0\ \mathbf{a}_x + v_{0z}\ \mathbf{a}_z$.

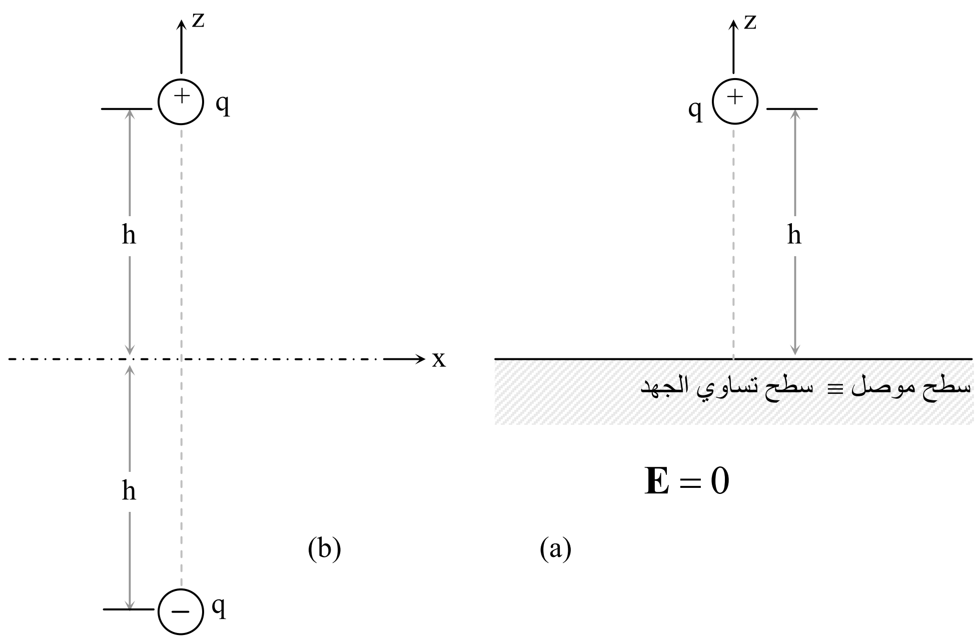
5-1:- نظرية الصور في المصادر الكهربائية

تم فيما سبق معالجة ثنائي القطب الكهربائي المكون من شحنتين $+q$ و $-q$ يفصل بينهما مسافة $2h$ وتم بيان خطوط المجال الكهربائي وأسطح تساوي الجهد للثنائي في الشكل (49a-1). يلاحظ أن جهد السطح $z = 0$ يساوي صفراً وبالتالي يمكن استبداله بسطح موصل جيد التوصيل أو اعتباره مستوى ارضي. يلاحظ تماثل خطوط المجال الكهربائي وأسطح تساوي الجهد في الحالتين المبينتين في الشكل (1-49) للمنطقة $z \geq 0$، أو أن هناك تناظراً بين الحالتين.



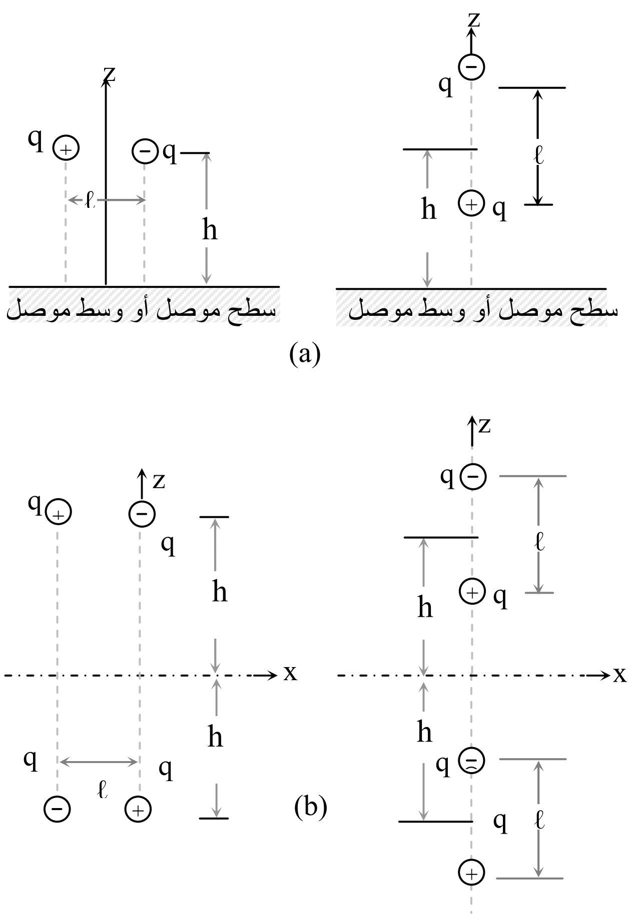
الشكل(1-49):- (a) خطوط المجال الكهربائي وأسطح تساوي الجهد لثنائي القطب (b) خطوط المجال الكهربائي وأسطح تساوي الجهد لشحنة على ارتفاع h من سطح موصل.

وبالتالي إذا كان هناك شحنة +q موضوعة على ارتفاع $z = h$ من سطح موصل (السطح الموصل متساوي الجهد وجهده يساوي صفراً إذا كان مؤرضاً) والذي يكون فيه المجال الكهربائي مساوياً للصفر كما يبين الشكل (50a-1) فإن المسألة المناظرة لهذا الوضع مبينة في الشكل (50b-1). ويطلق على الشحنة التي وضعت عند النقطة $z = h$ بأنها صورة (image) للشحنة العلوية الموضوعة عند النقطة $z = h$. ونظراً للتناظر بين المسألتين في المنطقة $z \geq 0$ فإن إيجاد المجالات الكهربائية وأسطح تساوي الجهد الناتجة عن المسألة المناظرة والمكونة من الشحنة وصورتها تكون أسهل بكثير من إيجادها للمسألة الأصلية، حيث إنه قد تم إيجاد المجالات الكهربائية وأسطح تساوي الجهد للمسألة المناظرة في فصول سابقة.



الشكل (1-50):- (a) شحنة +q موضوعة فوق سطح موصل وعلى ارتفاع h (b) المسألة المناظرة والمكونة من الشحنة الأصلية وصورتها -q .

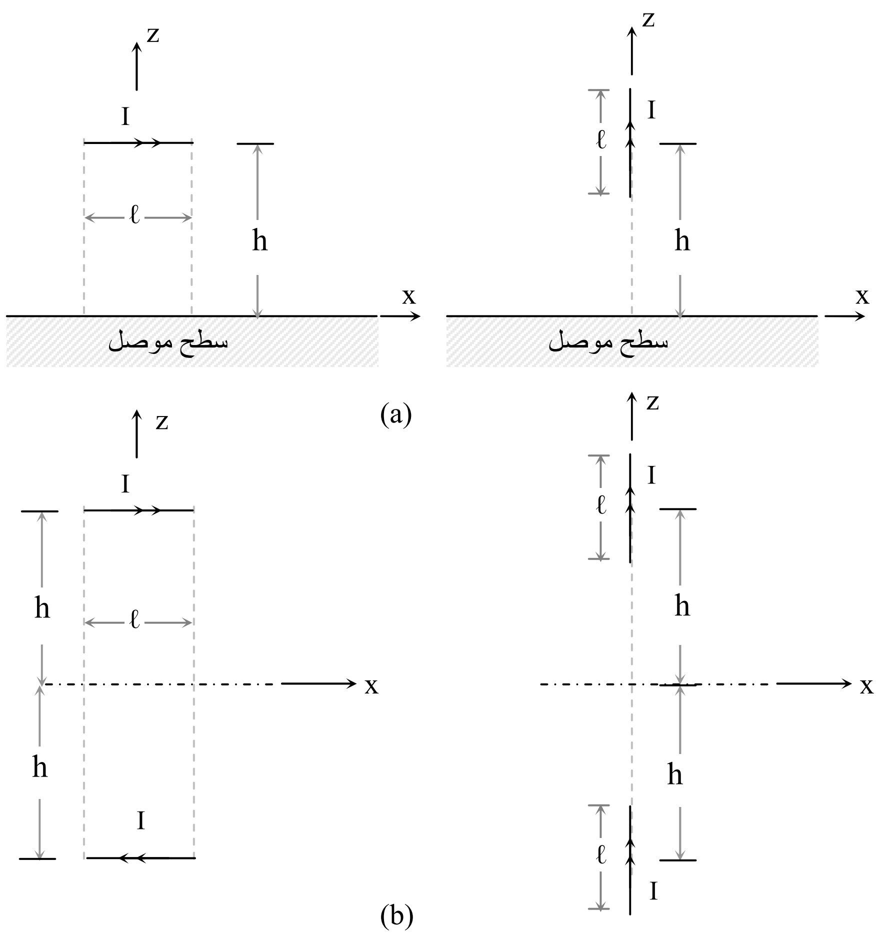
يبين الشكل (51a-1) شحنتين إحداهما موجبة والأخرى سالبة حيث تم وضع هاتين الشحنتين فوق سطح موصل وتم افتراض وضعين مختلفين لهاتين الشحنتين. هذا ويبين الشكل (51b-1) المسألة المناظرة حيث تم استبدال السطح الموصل بمجموعة من صور هذه الشحنات وذلك حسب ما تم توضيحه وتصبح المسألتان متناظرتين في المنطقة $z \geq 0$. ومن المعروف أن التيار إذا نشأ فإنه يبدأ من نقطة الجهد المرتفع متجهاً إلى نقطة الجهد المنخفض وبالتالي فإنه يمكن استبدال الشحنات الواردة في الشكل (51-1) بتيارات كهربائية.



الشـــــكل (51-1):- (a) شـــحنتان فـــي وضـــعين مختلفـــين فـــوق ســـطح موصـــل (b) المســـألة المناظرة حيث تم استبدال السـطح الموصـل بصـور هذه الشحنات.

في ضوء ذلك فإن الشكل (52-1) يبين سلكين صغيرين يحملان تياراً كهربائياً وموضوعين فوق سطح موصل وكذلك المسألة المناظرة حيث إنه قد تم استبدال

السطح الموصل بصورة للتيارات الكهربائية المشار إليها أعلاه. يلاحظ أن تيار صورة السلك الأفقي الموازي للسطح الموصل يكون باتجاه معاكس للتيار الأصلي. أما تيار صورة السلك العمودي على السطح الموصل فيكون في نفس اتجاه التيار الأصلي. ويستفاد من هذا عند دراسة الهوائيات التي تكون موضوعة فوق سطح موصل حيث إن معالجة المسألة المناظرة (باستخدام نظرية الصور) تكون أسهل بكثير من معالجة المسألة الأصلية.



الشكل (1-52):- (a) تيارات كهربائية موضوعة فوق سطح موصل (b) المسائل المناظرة حيث تم استبدال السطح الموصل بصورة لهذه التيارات.

من الجدير بالذكر أن نظرية الصور المذكورة أعلاه لا تختلف عما هو معروف في موضوع المرايا في علم الضوء. في ضوء ذلك فإنه يمكن اعتبار الأسطح الموصلة كأنها مرايا كهربائية أو بمعنى أعم هي مرايا كهرومغناطيسية. ولابد من التذكير بأن الضوء مكون من مجالات كهربائية ومغناطيسية (كهرومغناطيسية). ويمكن استخدام هذا التناظر بين صور المصادر الكهربائية والمرايا في حالة إذا كان المصدر موضوعاً أمام سطحين موصلين مستويين يشكلان مع بعضهما زاوية مقدارها ψ وهذا ما يدعى بالعاكس الزاوي (corner reflector). ويعتبر العاكس المستوي حالة خاصة من هذا النوع حيث إن الزاوية ψ له تكون مساوية 180°. ويتم عادة اختيار الزاوية ψ ليكون خارج قسمة 360° عليها مساوياً لعدد صحيح ويكون عدد الصور الناتجة في هذه الحالة مساوياً $\frac{360^\circ}{\psi} - 1$

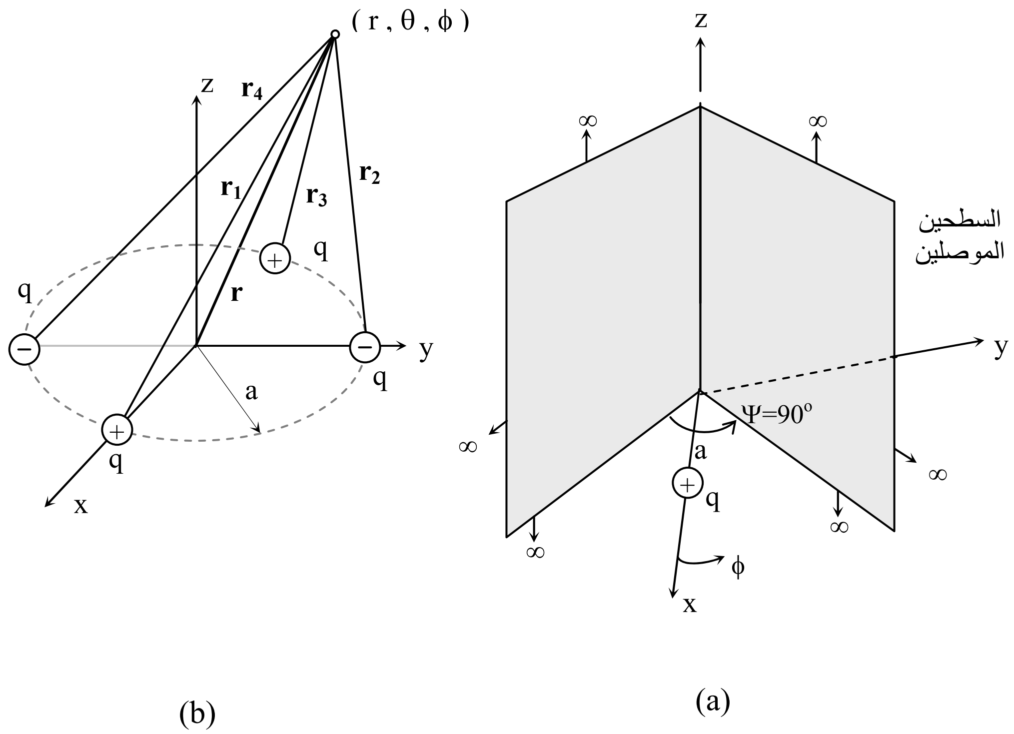
ويكون عدد المصادر في المسألة المناظرة هو $360^\circ/\psi$. ويتم عادة في الهوائيات اختيار ψ لتكون 90° أو 60° ويبين المثال التالي العاكس الزاوي.

مثال (1-28):- يبين الشكل (1-53) سطحين موصلين مستويين يعملان مع بعضهما زاوية $\psi = 90^\circ$ (تسمى هذه الزاوية بزاوية القمة Apex Angle) فإذا كان هناك شحنة موجبة q+ موضوعة في المستوى المنصف للزاوية وعلى بعد $x = a$ من الخط الممثل لتقاطع السطحين (محور z)، فأوجد المجال الكهربائي **E** في كل مكان (افترض أن السطحين يمتدان إلى ما لانهاية).

الحـــل:-

من المعلوم أن E سيكون (في المسألة الأصلية) مساوياً للصفر في المنطقة $45^\circ < \phi < -45^\circ$ حيث إن الأسطح الموصلة ستعمل على حجب آثار q في هذه المنطقة، وسيكون من السهل معالجة هذه المسألة بحل المسألة المناظرة والتي تم

استنتاجها باستخدام نظرية الصور حيث أن هناك دائرة نصف قطرها a يقع على محيطها أربعة مصادر كما هو مبين في الشكل (53b-1) عند $\phi = 0^o$ و $\phi = 90^\circ$ و $\phi = 180^\circ$ و $\phi = 270^\circ$. يتم إيجاد المجال الكهربائي عند أى نقطة عبر استخدام المجموع الاتجاهي للمجالات الكهربائية الناتجة من الشحنات الأربع وذلك كما يلي:-



الشكل (1-53):- العاكس الزاوي لزاوية قمة $\psi = 90^\circ$ بوجود شحنة موجبة q C على بعد a من محور z (a) المسألة الأصلية (b) المسألة المناظرة باستخدام نظرية الصور.

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{\mathbf{r}_1}{r_1^3} - \frac{\mathbf{r}_2}{r_2^3} + \frac{\mathbf{r}_3}{r_3^3} - \frac{\mathbf{r}_4}{r_4^3}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{r\,\mathbf{a}_r - a\,\mathbf{a}_x}{(r^2+a^2-2\,r\,a\sin\theta\cos\phi)^{3/2}}\right.$$

$$-\frac{r\,\mathbf{a}_r - a\,\mathbf{a}_y}{(r^2+a^2-2\,r\,a\sin\theta\sin\phi)^{3/2}} + \frac{r\,\mathbf{a}_r + a\,\mathbf{a}_x}{(r^2+a^2+2\,r\,a\sin\theta\cos\phi)^{3/2}}$$

$$+\frac{r\,\mathbf{a}_r + a\,\mathbf{a}_x}{(r^2+a^2+2\,ra\sin\theta\cos\phi)^{3/2}}$$

$$\left.-\frac{r\,\mathbf{a}_r + a\,\mathbf{a}_y}{(r^2+a^2+2\,r\,a\sin\theta\sin\phi)^{3/2}}\right] \qquad V/m$$

يتم تطبيق العلاقة الأخيرة في المدى $0 \le \theta \le \pi$ و $-45^\circ \le \phi \le 45^\circ$ فقط. ويمكن إيجاد المجال الكهربائي العمودي على السطحين $\phi = \pm 45^\circ$ وبالتالي إيجاد الكثافة السطحية للشحنات ρ_s.

تم فيما سبق اعتبار الأسطح المستوية، أما في حالة الأسطح غير المستوية فيتم تطبيق نظرية الصور كما يبين المثال التالي الذي يناقش إيجاد المجال الكهربائي لشحنة كهربائية $+q$ واقعة مثلاً أمام كرة موصلة نصف قطرها a علماً بان هذه الكرة مؤرضة. ويبين الشكل (1-54) كلاً من المسألة الأصلية والمسألة المناظرة ويلاحظ هنا أن صورة الشحنة لن تكون مساوية q وإنما q_1 كذلك فإن بعدها عن سطح الكرة لا يساوي بعد المصدر الأصلي عن سطح الكرة الموصل. ومن المرايا والعدسات المحدبة في علم الضوء فإن صورة المصدر ستكون في مركز الكرة إذا كان هذا المصدر موضوعاً في اللانهاية (بعيداً جداً عن الكرة) أما إذا كان المصدر يلاصق سطح الكرة فإن صورته ستكون أمامه مباشرة. بالتالي فإن مواقع المصدر في المدى $a \le r < \infty$ ستتحول إلى مواقع للصورة في المدى $a \ge r > 0$. وبما أن جهد الكرة يساوي صفراً فإنه يتم اعتبار النقطتين 1 و 2 حيث إن $V_1 = 0 = V_2$، فمن النقطة (1)

$$V_1 = 0 = \frac{q}{4\,\pi\,\varepsilon_0\ (b-a)} + \frac{q_1}{4\,\pi\,\varepsilon_0\ (a-d)}$$

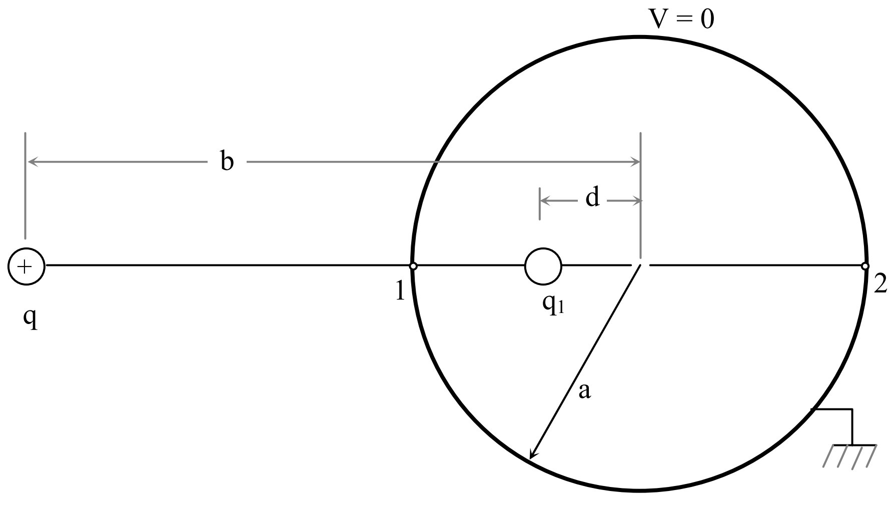
أو $\dfrac{q}{b-a} = -\dfrac{q_1}{a-d}$ ، ومن النقطة (2)

$$V_2 = 0 = \frac{q}{4\,\pi\,\varepsilon_0\ (b+a)} + \frac{q_1}{4\,\pi\,\varepsilon_0\ (a+d)}$$

أو $\dfrac{q}{b+a} = -\dfrac{q_1}{a+d}$ ، وبالتالي يمكن إيجاد d و q_1 كما يلي:-

$$d = \frac{a^2}{b} \quad m \qquad (76a\text{-}1)$$

$$q_1 = -\frac{qa}{b} \quad C \qquad (76b\text{-}1)$$



الشكل (1-54):- شحنة +q موضوعة أمام كرة موصلة مؤرضة وعلى بعد b من المركز وتم بيان المسألة المناظرة من خلال صورة الشحنة q وهي q_1 (غير معروف) ومكانها على بعد d (غير معروفة) من المركز.

المسائل

1-1 :- إذا كان هناك ثلاث شحنات $1\ n\ C$ و $2\ n\ C$ و $3\ n\ C$ موضوعة على المحور x عند النقاط التالية $(1, 0, 0)$ و $(2, 0, 0)$ و $(3, 0, 0)$ على التوالي:- **(i)** أوجد المجال الكهربائي الناتج عن هذه الشحنات عند النقطة $p\ (0, 0, 0)$. **(ii)** أوجد الجهد الكهربائي عند النقطة p. **(iii)** أوجد النقطة التي يكون عندها المجال الكهربائي يساوي صفراً. **(iv)** أوجد القوة المؤثرة على الشحنة $4\ n\ C$ إذا كانت موضوعة عند النقطة $(0, 0, 0)$ وإذا كانت موضوعة عند النقطة $(4, 0, 0)$ من ترتيب الشحنات المشار إليها أعلاه.

2-1 :- تم ربط شحنتين متساويتين وشحنة كل منها تساوي $q\ C$ بخيطين طول كل خيط L من نقطة واحدة. فإذا كان وزن كل شحنة $m\ kg$ (أهمل وزن الخيطين) فأوجد الزاوية التي يشكلها الخيطان بين بعضهما عند الاستقرار.

3-1 :- إذا وضعت ست شحنات متساوية $q\ C$ عند كل حافة من حواف مكعب طول ضلعه $L\ m$. أوجد القوة المؤثرة على كل شحنة من هذه الشحنات والقوة المؤثرة على شحنة $q_1\ C$ الموضوعة في مركز المكعب.

4-1 :- وضع سلك ، طول L، مشحون بكثافة شحنة خطية $\rho_L\ \ C/m$ على المحور z من النقطة $(0, 0, 0)$ وحتى النقطة $(0, 0, L)$. أوجد المجال الكهربائي **E** والجهد الكهربائي V عند النقطة $(0, d, 0)$ أو عند النقطة $(r, \phi, 0)$.

5-1:- إذا كانت هناك حلقة نصف قطرها a وكانت كثافة الشحنات الخطية عليها $\rho_L\ \ C/m$. وإذا كانت الحلقة موضوعة في المستوى xy ومركزها عند نقطة الأصل

فأوجد المجال الكهربائي **E** والجهد الكهربائي V عند نقطة z على المحور $(0, 0, z)$ وكذلك عند نقطة الأصل.

1-6:- إذا كان هناك قرص نصف قطره a مشحون بكثافة شحنة سطحية $\rho_S \ C/m^2$ وموضوع في المستوى xy ومركزه عند نقطة الأصل. أوجد المجال الكهربائي **E** والجهد الكهربائي V عند النقطة $(0, 0, z)$.

1-7:- إذا كانت كثافة ا لشحنات الحجمية في وسط سماحيته $\varepsilon_0 \ F/m$ ومحدد بالكرة $r = a$ هي $\rho_0 \ C/m^3$ فأوجد المجال الكهربائي **E** وكثافة الفيض الكهربائي **D** والجهد الكهربائي V في كل مكان $0 \le r < \infty$.

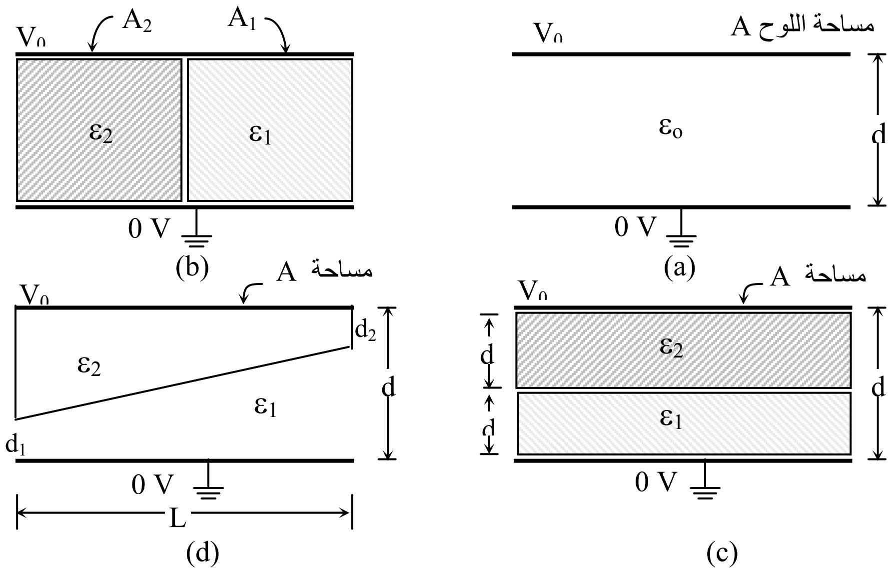
1-8: - إذا كانت كثافة الشحنات الحجمية في كرة نصف قطرها a وسماحيتها $\varepsilon_o \ F/m$ هو $K\,r \ C/m^3$، فأوجد المجال الكهربائي **E** وكثافة الفيض الكهربائي **D** والجهد الكهربائي V في كل مكان $0 \le r < \infty$.

1-9:- إذا كان هناك غلاف كروي موصل نصف قطره a وتم شحنه بشحنة كلية q C ووضع في الفراغ الحر فأوجد **E** و **D** و V في كل مكان $0 \le r < \infty$. كذلك أوجد مواسعة هذه الغلاف الكروي C.

1-10: - إذا تم وضع الغلاف المشحون المشار إليه في المسألة 1-9 في غلاف كروي موصل وغير مشحون ونصف قطره $b > a$ فأوجد **E** و **D** و V في كل مكان $0 \le r < \infty$. كذلك أوجد C لهذا الترتيب. أعد حل المسألة (1-10) عندما يتم تأريض الغلاف الكروي الخارجي.

11-1 :- إذا كان هناك مواسع ذو اللوحين المتوازيين ومساحة كل لوح $A\ m^2$ والمسافة بين اللوحين d وتم استخدام مادة (أو مواد عازلة) لفصل اللوحين عن بعضهما وذلك كما هو مبين في الشكل (1-55) وذلك كما يلي:- **(a)** استخدام الهواء (سماحية $\varepsilon_0\ \ F/m$). **(b)** استخدام مادتين عازلتين يتم وضعهما جنباً إلى جنب. **(c)** استخدام مادتين عازلتين يتم وضعهما فوق بعضهما البعض. **(d)** استخدام مادتين عازلتين موضوعتان فوق بعضهما البعض بشكل انزلاقي كما هو مبين في الشكل. إذا كانت فولطية اللوح العلوي $V_0\ V$ وتم تأريض اللوح السفلي، فأوجد في كل حالة ما يلي:-

(i) مواسعة هذا المواسع. **(ii)** إيجاد كثافة الشحنات السطحية الحرة على كل لوح من لوحي المواسع. **(iii)** إيجاد كثافة الشحنات السطحية المقيدة على كل سطح من أسطح المواد العازلة (الموازية لألواح المواسع) المذكور في البندين b و c أعلاه. (أهمل الانحناءات في خطوط المجال الكهربائي).



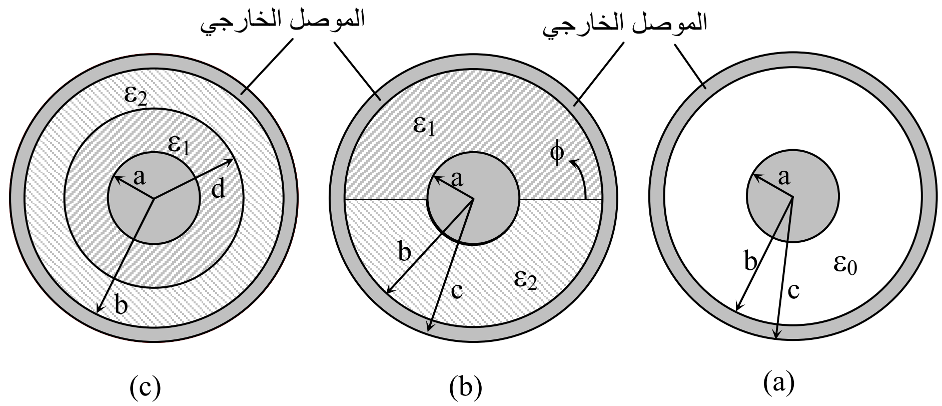
الشكل (1-55):- مواسع اللوحين المتوازيين (a) باستخدام الهواء كمادة عازلة (b) مادتين بجانب بعضهما (c) مادتين فوق بعضهما (d) مادتين منزلقتان فوق بعضهما.

1-12:- في المسألة (1-10) إذا كانت شحنة الغلاف الداخلي 10 nC ونصف قطر الغلاف الخارجي $b = 10\ cm$ فأوجد أقل نصف قطر للغلاف الداخلي قبل ان يحدث انهيار للوسط بين الغلافين (الوسط هو الهواء ويحدث انهياره عندما يكون $E = 30\ K\ V/cm$) ؛ أوجد كثافة الشحنات السطحية على كل من الغلافين في هذه الحالة.

1-13:- إذا كان هناك كرتان موصلتان نصف قطر أحدهما a ونصف قطر الأخرى 10a فإذا وضعتا بعيداً عن بعضهما ووصلتا بسلك طويل ورفيع وموصل بحيث لا تتأثر الكرتان ببعضهما، وتم وضع شحنة مقدارا q C على أحد هاتين الكرتين فأوجد شحنة كل كرة وأوجد **D** على السطح الخارجي لكل كرة.

1-14 :- يبين الشكل (1-56) خط نقل طويل على شكل كابل محوري نصف قطر موصله الداخلي a ونصف قطر موصله الخارجي b و c حيث $c > b$ فإذا كانت المادة (أو المواد) العازلة التي تفصل بين الموصلين هي كما يلي :- **(a)** الهواء **(b)** مادتين عازلتين الأولى بسماحية $\varepsilon_1\ F/m$ للمدى $0 \le \phi < \pi$ والثانية $\varepsilon_2\ F/m$ للمدى $\pi \le \phi < 2\pi$ **(c)** مادتين عازلتين الأولى بسماحية $\varepsilon_1\ F/m$ للمدى $0 \le \rho < d$ والثانية بسماحية $\varepsilon_2\ F/m$ للمدى $d \le \rho < b$.
إذا كان جهد الموصل الداخلي $V_0\ V$ وجهد الموصل الخارجي صفراً فأوجد:-

(i) مواسعة هذا الكابل C لكل وحدة طول لكل واحدة من الترتيبات السابقة.
(ii) كثافة الشحنات الخطية الحرة على سطح الموصل الداخلي والخارجي.
(iii) إذا تم، في الفرع a أعلاه، تثبيت نصف قطر الموصل الخارجي فأوجد قيمة نصف قطر الموصل الداخلي التي تجعل قيمة المجال الكهربائي عند سطح الموصل الداخلي أدنى ما يمكن (فرق الجهد بين الموصل الداخلي والخارجي ثابتة وتساوي $V_0\ V$).



الشكل (1-56):- الكابل المحوري بترتيبات مختلفة للوسط بين الموصلين (a) باستخدام الهواء (b) باستخدام مادتين عازلتين للمدى $0 \le \phi < \pi$ و $\pi \le \phi < 2\pi$ (c) باستخدام مادتين عازلتين للمدى $0 \le \rho < d$ و $d \le \rho \le b$.

1-15:- أوجد مقاومة التسريب ، لكل وحدة طول، بين الموصل الداخلي والخارجي لكابل محوري نصف قطره الداخلي a ونصف قطر موصله الخارجي b علماً بأن الوسط العازل بين الموصلين له موصلية $\sigma_d\ (\Omega\, m)^{-1}$ (إهمل مقاومة الموصلين الداخي والخارجي) .

1-16:- أوجد المقاومة بين غلافين كرويين موصلين الداخلي بنصف قطر a والخارجي بنصف قطر b إذا كانت موصلية المادة العازلة بينهما هي $\sigma\ (\Omega\, m)^{-1}$.

1-17:- أوجد مقاومة سلك موصل نصف قطره 1 mm لكل وحدة طول إذا كان مصنوعاً من المواد التالية:- **(a)** نحاس وموصليته $\sigma = 5.7 \times 10^7\ (\Omega\, m)^{-1}$. **(b)** ألومنيوم وموصليته $\sigma = 3.5 \times 10^7\ (\Omega\, m)^{-1}$. **(c)** جرمانيوم وموصليته $\sigma = 2.3\ (\Omega\, m)^{-1}$. **(d)** مادة عازلة مثل الزجاج وموصليتها $\sigma = 10^{-12}\ (\Omega\, m)^{-1}$.

1-18:- أوجد القوة لكل وحدة طول بين سلكين موصلين كل بنصف قطر a ، صغير جداً ، يحملان تيارين متساويين ومتعاكسين ويسريان بنفس الاتجاه علماً بان المسافة بين الموصلين هي d ونفاذية الوسط هي $\mu_0 \; H/m$.

1-19:- أوجد المجال المغناطيسي **H** وكثافة الفيض المغناطيسي **B** الناتجة عن حلقة مستطيلة $a \times b$ يمر فيها تيار $I \; A$ بعكس اتجاه دروان عقارب الساعة CCW ، علماً بأن هذه الحلقة موضوعة في المستوى $x \; y$ ومركزها عند نقطة الأصل وذلك عند نقطة $(0, 0, z)$ تقع على محور z.

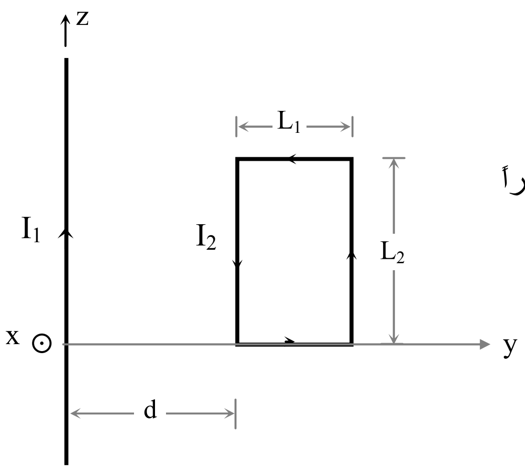
1-20 :- إذا كانت كثافة التيار المار في موصل أسطواني طويل هي $J_z = \alpha \rho \;\; A/m^2$ للمدى $0 \le \rho \le a$ في اتجاه محوره. أوجد المجال المغناطيسي **H** و **B** في كل مكان.

1-21:- يسري تيار $I \; A$ في مثلث متساوي الإضلاع طول ضلعه 2a أوجد **H** و **B** في مركزه.

1-22:- أوجد المجال المغناطيسي **H** وكثافة الفيض المغناطيسي **B** في مركز الحلقات التالية:- **(i)** حلقة دائرية مساحتها $A \; m^2$. **(ii)** حلقة مربعة مساحتها $A \; m^2$. **(iii)** حلقة مستطيلة أطوال أضلاعه هي b و 2 b ومساحتها $A \; m^2$. علماً بأن هذه الحلقات تحمل تياراً في اتجاه دوران عقارب الساعة CW مقداره $I \; A$.

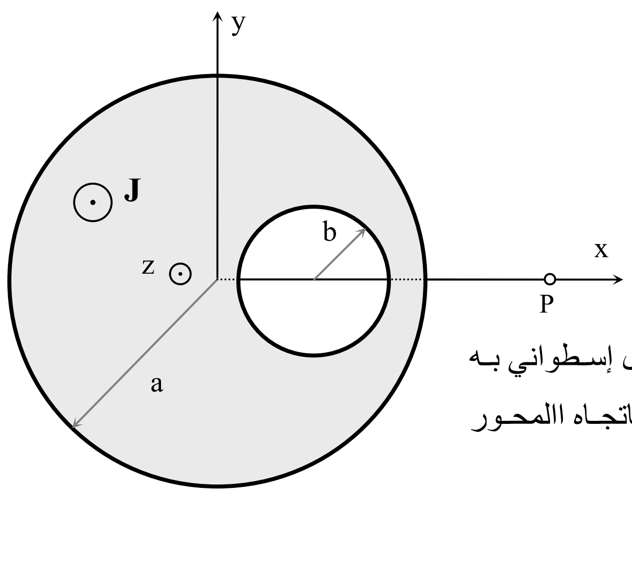
1-23:- يبين الشكل (1-57) سلك موصل طويل موضوع على طول المحور z ويحمل تياراً مقداره $I_1 \; A$ وتم وضع حلقة مستطيلة $(L_1 \times L_2)$ أمام هذا السلك يمر فيها تيار مقداره $I_2 \; A$ ويبعد مركزها عن السلك مسافة $d + L_1/2$ وبالتالي أوجد:- **(i)** القوة ما

بين السلك والحلقة. **(ii)** كمية الفيض المغناطيسي الناتج من التيار I_1 والذي يمر في الحلقة المذكورة أعلاه. **(iii)** الحاثية التبادلية L_{12} بين هاتين الدارتين.



الشكل (1–57):- سلك يحمل تياراً I_1 أمام حلقة تحمل تياراً I_2**.**

1-24:- يبين الشكل (1-58) موصل أسطواني نصف قطره a وعمل به ثقب بعيداً عن محوره وموازياً لمحور الموصل بنصف قطر $b\ (< a)$. فإذا كانت كثافة التيار السطحي المار في هذا الموصل هو $J_z = J_0 \ \ A/m^2$. أوجد المجال المغناطيسي **H** وكثافة الفيض المغناطيسي **B** عند أي نقطة داخل الثقب وعند النقطة p.



الشكل (1-58):- موصل إسطواني به ثقب ويسري فيه تيار باتجاه االمحور $\mathbf{J} = J_0 \ \mathbf{a}_z$.

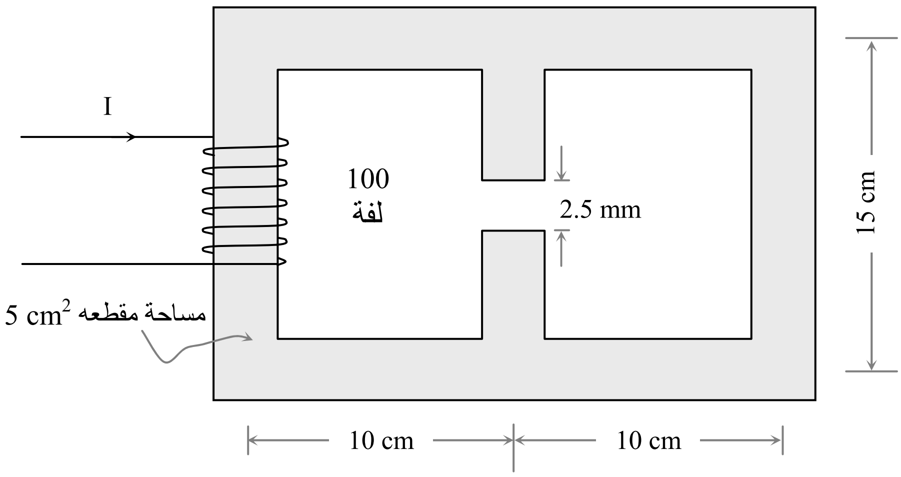
1-25:- أوجد محاثة ملف حلزوني عدد لفاته 100 لفه ونصف قطره 10 mm وطوله 60 cm علماً بأن قلبه من الهواء.

1-26:- أوجد محاثة ملف حلقي عدد لفاته 100 لفه ونصف قطر حلقته 10 cm ومساحة مقطعه $5\ cm^2$ علماً بأن قلبه من مادة حديدية نفاذيتها النسبية $\mu_r = 1000$ (لاحظ الفرق بين محاثة هذا الملف ومحاثة الملف الحلزوني).

1-27:- أوجد محاثة كابل محوري طويل لكل وحدة طول إذا كان نصف قطر موصله الداخلي a أما موصله الخارجي فإن نصف قطره الداخلي b ونصف قطره الخارجي c علماً بأن $c > b$. افترض أن نفاذية الموصلين والوسط الفاصل بينهما هي $\mu_0\ \ H/m$.

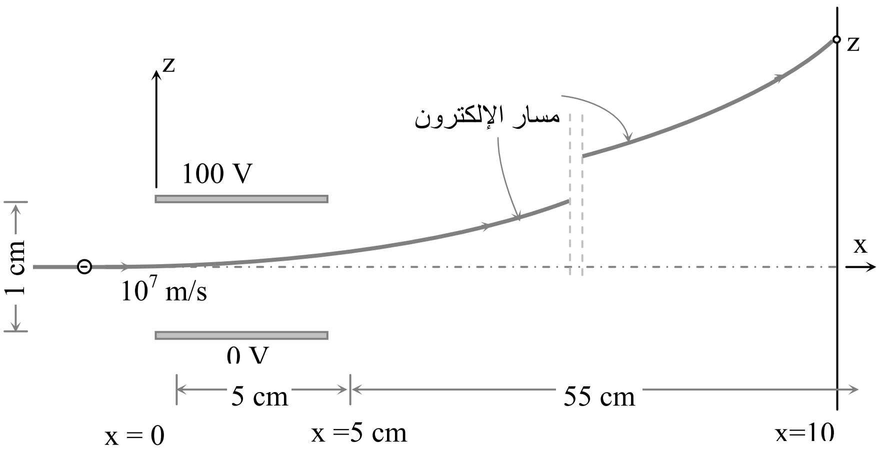
1-28:- إذا كان هناك حلقتان موصلتان إحداهما بنصف قطر a موضوعة في المستوى xy ومركزها عند نقطة الأصل والثانية موضوعة موازية للمستوى xy ومركزها على محور z عند النقطة $(0, 0, h)$ فإذا كان نصف قطر الحلقة الثانية b وكانت $a > b$ وكذلك $h >> a$ فأوجد المحاثة التبادلية بين هاتين الحلقتين.

1-29:- يبين الشكل (1-59) ملف عدد لفاته 100 لفه ملفوف على قلب حديدي مساحة مقطعه $5\ cm^2$ ونفاذيته $\mu = 1000\,\mu_0\ \ H/m$ وبه فجوة هوائية طولها 2.5 mm. أوجد التيار I اللازم لإنتاج كثافة فيض مغناطيسي مقدارها $0.5\ Wb/m^2$ في هذه الفجوة. أهمل انحراف خطوط المجال المغناطيسي في الفجوة.



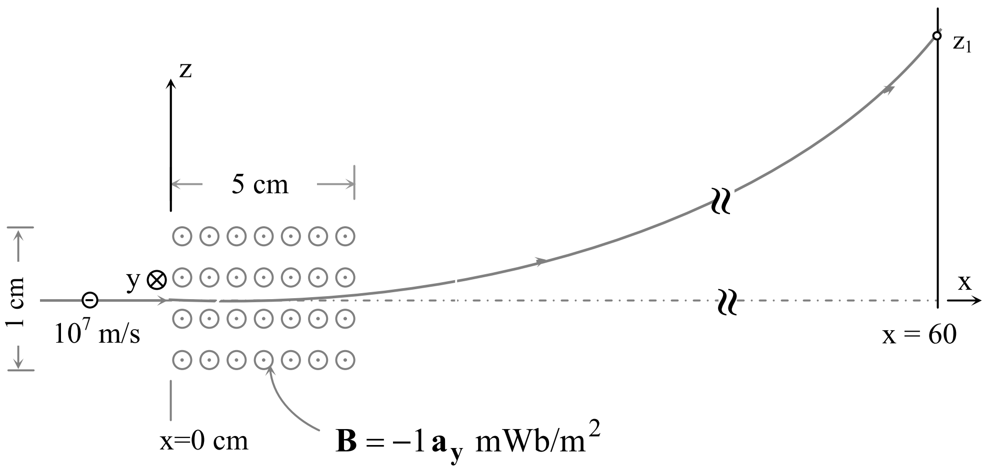
الشكل (1-59):- ملف عدد لفاته 100 لفه حول قلب حديدي به فجوة حديدية.

1-30:- إذا دخل إلكترون بسرعة ابتدائية مقدارها $\mathbf{v}_0 = 10^7\ \mathbf{a}_x\ \mathrm{m/s}$ بين لوحي مواسع فرق الجهد بين لوحيه هو 100 V كما هو مبين في الشكل (1-60). فإذا كان لوحا المواسع على شكل مربع $5\ \mathrm{cm} \times 5\ \mathrm{cm}$ وكانت المسافة بين اللوحين 1 cm فحدد مسار هذا الإلكترون وبالتالي انحرافه في اتجاه z عند النقطة $x = 60\ \mathrm{cm}$.



الشكل (1-60):- دخول إلكترون بسرعة ابتدائية $v_0\ \mathbf{a}_x$ في مجال كهربائي محدد بين لوحي مواسع.

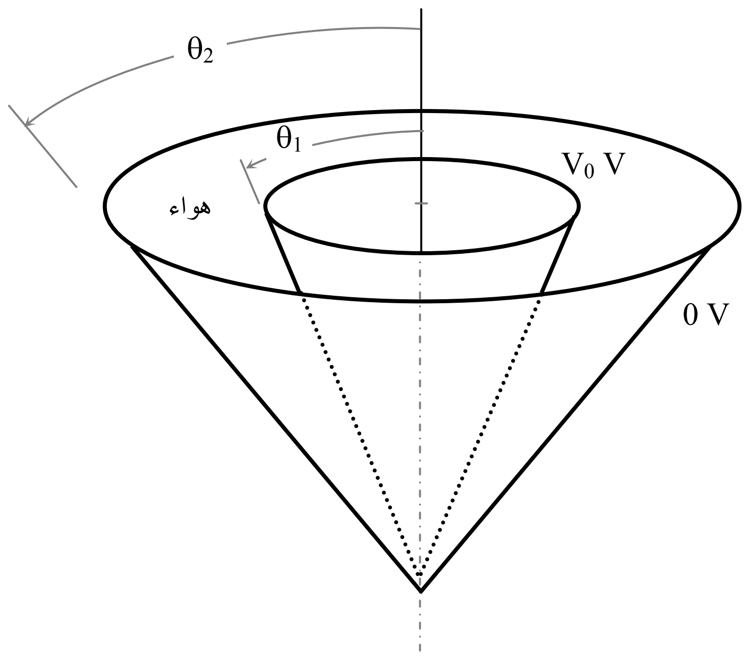
1-31:- في المسألة السابقة إذا تم استبدال المواسع بملفين ينتجان كثافة فيض مغناطيسي $B_y = 1\ \text{mWb/m}^2$ فأوجد مسار الإلكترون في هذه الحالة وحدد انحرافه في اتجاه z عند النقطة $x = 60\ \text{cm}$، أنظر الشكل (1-61).



الشكل (1-61):- دخول إلكترون بسرعة ابتدائية مقدارها $\mathbf{v}_0 = 10^7\ \mathbf{a}_x\ \ \text{m/s}$ في مجال مغناطيسي كثافة فيضه $\mathbf{B} = 1\,\mathbf{a}_y\ \text{m Wb/m}^2$.

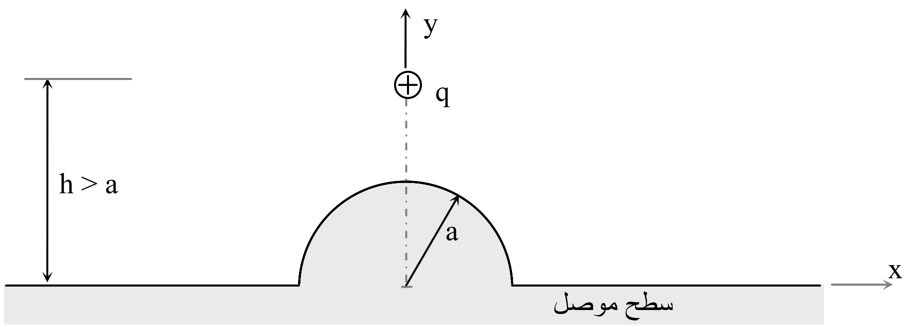
1-32:- إذا وضع سلك موصل رفيع ومشحون بكثافة شحنة خطية $\rho_L\ \ \text{C/m}$ على ارتفاع h من سطح موصل جيد التوصيل فأوجد المجال الكهربائي $\mathbf{E}$ والجهد V في كل مكان.

1-33 : - يبين الشكل (1-62) غلافين مخروطين موصلين، فإذا كانت زاوية الداخلي θ_1 و زاوية الخارجي θ_2 $(\theta_2 > \theta_1)$ وكان جهد الخارجي صفراً والداخلي $V_0\ \ V$ فأوجد المجال الكهربائي $\mathbf{E}$ والجهد V بين هذين الغلافين (افترض أن الغلافين يمتدان إلى ما لانهاية).



الشكل (1-62):- غلافان مخروطـان موصـلان غيـر متصـلين جهد أحدهما $0\ V$ والآخر $V_0\ V$.

1-34:- يبين الشكل (1-63) شحنة موجبة $+q$ موضوعة أمام سطح موصل به جزء مستوٍ وآخر كروي أوجد المجال الكهربائي E والجهد الكهربائي في كل مكان في المستوى $x\ y$.



الشكل (1-62):- شحنة موجبة $+q$ أمام سطح موصل به جزء مستوٍ وآخر كروي.

الباب الثاني

المجالات المتغيرة مع الزمن ومعادلات ماكسويل

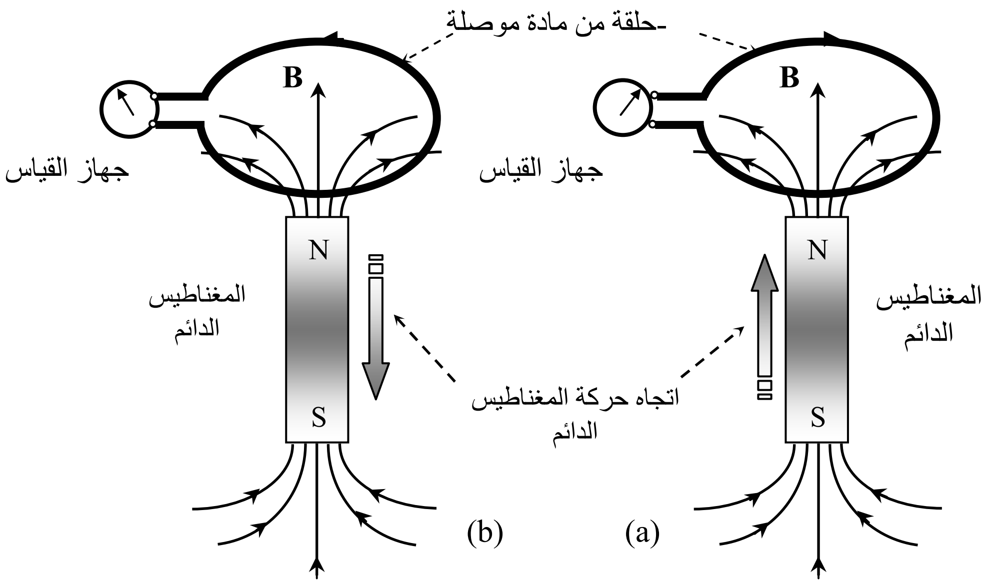
Time Varying Fields and Maxwell's Equations

تم في الباب الأول تقديم المجال الكهربائي **E (r)** (electric field) الناتج عن وجود شحنة كهربائية ساكنة q أو توزيع شحنات ساكنة وكذلك المجال المغناطيسي **H(r)** (magnetic field) الناتج عن تيار مستمر I أو مغناطيس دائم وثابت. ولا يعتمد هذان المجالان الساكنان على بعضهما البعض أو على الزمن وبالتالي فإن وجود أحدهما لا يعني بالضرورة وجود الآخر. ومن المعروف أنه إذا كانت الشحنات تتحرك بسرعة ثابتة فإن هذا يمثل تياراً مستمراً لذا فإن مصدر المجالات الكهربائية والمغناطيسية، وبشكل أساسي، هو الشحنة الكهربائية (وستكون هذه المجالات مرتبطة ببعضها وتحت حالات أخرى غير تلك التي سبق ذكرها في الباب السابق) .

في هذا الباب والأبواب القادمة سيتم استعراض المجالات الكهربائية والمغناطيسية المتغيرة مع الزمن والمرتبطة معاً. وكما سيتم توضيحه لاحقاً فإن هذه المجالات تنتج عن بعضها البعض أو بسبب وجود شحنة أو توزيع شحنات متحركة أو متغيرة مع الزمن أو تيار متغير مع الزمن أو لكل هذه الأمور مجتمعة. وسيتم تعديل العلاقات السابقة التي تربط المصادر بالمجالات بما يتفق والقياسات المخبرية والظواهر الفيزيائية التي يمكن ملاحظتها. فالمجالات المغناطيسية المتغيرة تنتج مجالات كهربائية وبالمقابل فإن المجالات المغناطيسية يمكن أن تنتج عن مجالات كهربائية كما تؤدي إلى ذلك تجربة فارادى، وسيتم تعريف تيار الإزاحة ومن ثم الوصول إلى معادلات ماكسويل التي تعتبر الأساس لكل المجالات الكهرومغناطيسية والهوائيات والدارات الكهربائية العاملة في الترددات العالية. وسيتم من خلال هذه المعادلات تفسير الظواهر الكهرومغناطيسية مثل الموجات الكهرومغناطيسية وتوليدها وانتشارها وسلوكها في الأوساط والمواد المختلفة.

1-2:- قانون فارادى Faraday's Law

في عام 1831 اكتشف كل من مايكل فارادى في لندن وجوزيف هنري في نيويورك أنه ينتج عن المجال المغناطيسي المتغير مع الزمن مجال كهربائي. ويشار في العادة إلى هذا الاكتشاف بتجربة فارادى والتي يمكن توضيح فكرتها عن طريق حلقة (من سلك موصل) وجهاز قياس (جلفانوميتر) ومغناطيس دائم كما هو مبين في الشكل (1-2) ، وتبعاً لتجربة فارادى فإنه لا ينتج عن المجال المغناطيسي الثابت (عندما يكون المغناطيس الدائم ساكناً) تيار في دارة مغلقة. أما إذا تغير هذا المجال (عندما يكون المغناطيس الدائم متحركاً) فيلاحظ أن مؤشر جهاز القياس (الجلفانوميتر) ينحرف إلى اليمين أو اليسار تبعاً لزيادة أو انخفاض قيمة المجال المغناطيسي (عندما يكون المغناطيس الدائم متحركاً إلى الأعلى أو إلى الأسفل). يحدث هذا الانحراف نتيجة تكون قوة دافعة كهربائية (ق د ك emf) والتي تنتج تياراً في الدارة المغلقة، وهذا يناظر تحويل الطاقة من شكل إلى الأخر.

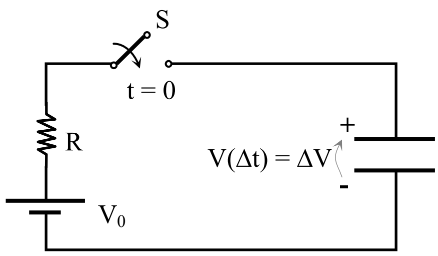


الشكل (1-2):- فكرة تجربة فارادى المكونة من حلقة متصلة بجهاز قياس ومغناطيس دائم متحرك إلى الأعلى (a) أو إلى الأسفل (b).

وقد وجد أن هذه القوة الدافعة الكهربائية ترتبـط مع معدل التغير الزمني للفيض المغناطيسي Ψ_m الذي يمر خلال هذه الحلقة كما يلي:-

$$V_{emf} = -\frac{\partial \Psi_m}{\partial t} \quad V \tag{1-2}$$

تعني الإشارة السالبة أن الفولطية الناتجة تعمل بشكل يعاكس معدل تغير الفيض الذي أنتجها. وهذا ما يدعى بقانون لينـز (Lenz law) والذي يؤكـد حقيقة أن التيار الناتج في الحلقة (الدارة) ينتج عنه مجالاً مغناطيسياً يعاكس تزايد المجال المغناطيسي الأصلي الذي أنتج هذا التيار. ويمكن مقارنة هذا الوضع بالدارة المكونة من مواسع (أو مكثف) C موصول ببطارية من خلال مقاومة R ومفتاح S المبينة في الشكل (2-2) بعد إغلاق المفتاح S فإن الشحنات تنتقل من البطارية إلى المواسع ويتشكل فرق جهد على طرفي المواسع بشكل يعاكس فرق جهد البطارية. وهذا ما يتضح من الشكل (2-1) ، ففي حالة حركة المغناطيس الدائم بالقرب من حلقة موصولة فإنه يُنتج فيها تيار يكون اتجاه مساره بشكل ينشأ عنه مجال مغناطيسي يعاكس اتجاه زيادة (أو انخفاض) المجال المغناطيسي الذي يمر خلال الحلقة ويكون كما هو مبين في هذا الشكل.



الشكل (2-2):- دارة تبين شحن المواسع وتشكل فرق الجهد على طرفيه.

إذا كان عدد لفات الحلقة هو N لفة فإن القوة الدافعة الكهربائية تصبح

$$V_{emf} = -N\frac{\partial \Psi_m}{\partial t} \quad V \tag{2-2}$$

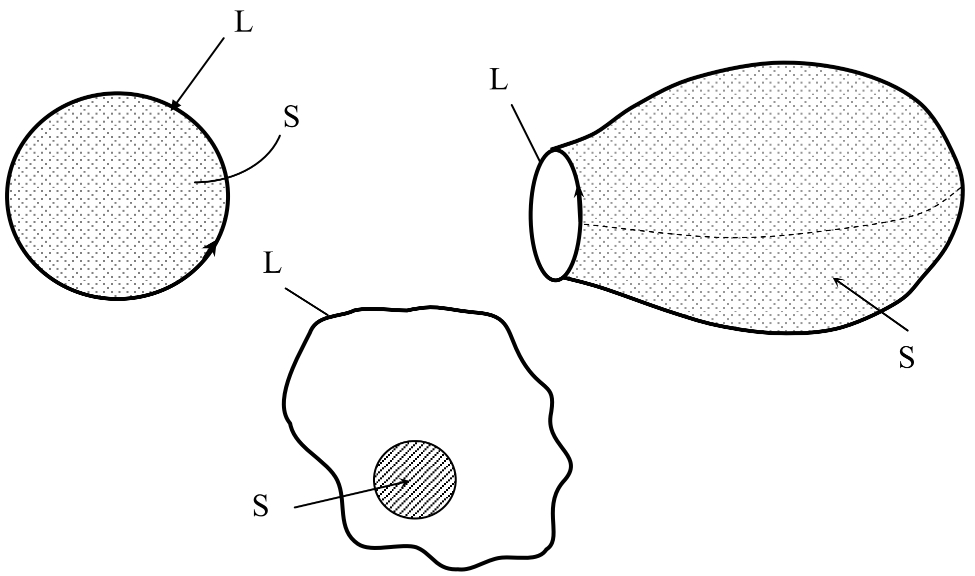
وتعرف القوة الدافعة الكهربائية من خلال المجال الكهربائي $\mathbf{E}$ V/m كما يلي:-

$$V_{emf} = \oint_L \mathbf{E} \bullet \mathbf{dL} \tag{3-2}$$

وكما هو واضح فإن هذه العلاقة تختلف عن تلك الواردة في المجالات الكهربائية الساكنة التي يكون فيها الطرف الأيمن مساوياً للصفر ، $\oint_L \mathbf{E} \bullet \mathbf{dL} = 0$. باستخدام العلاقة بين الفيض المغناطيسي (Ψ_m) وكثافة الفيض المغناطيسي $(\mathbf{B}\ \text{Wb/m}^2)$ والمعادلة (2-3) يمكن كتابة المعادلة (2-2) كما يلي:-

$$V_{emf} = \oint_L \mathbf{E} \bullet \mathbf{dL} = -N \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B} \bullet \mathbf{dS} \tag{4-2}$$

حيث يكون المسار L مقفلاً ويحوي المساحة المفتوحة S كما يبين الشكل (2-3).



الشكل (2-3) :- احتواء المسار المقفل L للمساحة المفتوحة S.

يتم إجراء التكامل على المسار L باتجاه أصابع اليد اليمنى ويكون اتجاه **dS** محدداً بإبهام اليد اليمنى. يلاحظ من المعادلة (2-4) أن القوة الدافعة الكهربائية (المجال الكهربائي) تنتج من تغير كثافة الفيض المغناطيسي (**B**) مع الزمن أو من تغير مساحة الحلقة مع الزمن أو بهما معاً. وتسمى القوة الدافعة الكهربائية الناتجة عن تغير كثافة الفيض المغناطيسي مع الزمن ق د ك – المحول (transformer-emf) وأما تلك الناتجة عن تغير المساحة مع الزمن فهي ق د ك – الحركية (translation-emf)؛ وفيما يلي سيتم بحث هاتين الحالتين.

1 :- المجال المغناطيسي B متغير مع الزمن والحلقة ثابتة (ق د ك - المحول):- في هذه الحالة يمكن كتابة المعادلة (2-4) كما يلي:-

$$V_{emf} = \oint_L \mathbf{E} \bullet \mathbf{dl} = - N \iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \bullet \mathbf{dS} \qquad (5\text{-}2)$$

وهناك العديد من الأمثلة العملية المختلفة التي تتفق مع هذه الحالة، فمثلاً تتأثر معظم الدارات العاملة في مدى الترددات العالية بشكل أو بآخر من دارات أو أنظمة أخرى مجاورة. فعلى سبيل المثال يتأثر المذياع والتلفاز من الأجهزة الأخرى المجاورة مثل مصفف الشعر أو ساعة رقمية إذا ما كانت بالجوار أو على أثر فتح وإقفال مفاتيح مصادر الطاقة المجاورة. وفيما يلي سيتم تقديم مثالين لتوضيح هذه الحالة.

مثال (2-1):- إذا كان هناك خط نقل مفتوح بطول L يربط هاتفاً ما بمقسم (exchange) وكانت المسافة بين موصلي الخط تساوي d وكان هناك مجال مغناطيسي خارجي (الخط الذي يغذي بيوتنا بالطاقة) وكثافة فيضه تساوي $\mathbf{B}(t) = B_0 \cos \omega t \ \mathbf{a_z}$ Wb/m^2 كما هو مبين في الشكل (2-4) حيث إن $\omega = 2\pi f$ و f هو التردد بالهيرتز (Hz) والمطلوب إيجاد ق د ك الناتجة عن هذا المجال المغناطيسي في دارة الهاتف.

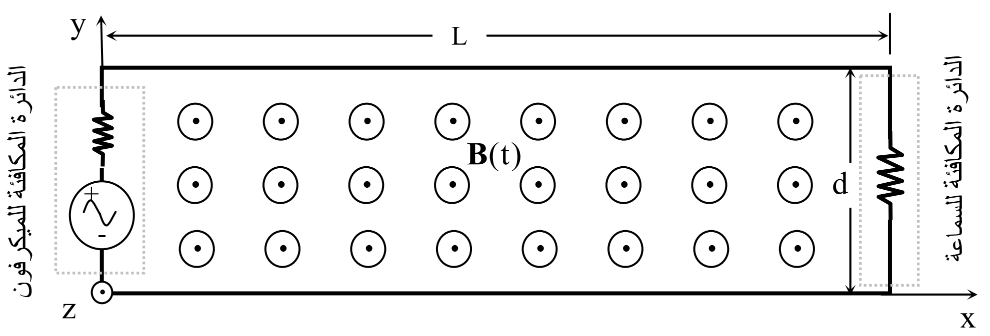
الحــل:-

باستخدام المعادلة (5-2) مع $N=1$

$$V_{emf} = -\iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \bullet \mathbf{dS}$$

$$= \int_{x=0}^{L} \int_{y=0}^{d} B_o \omega \sin\omega\, \mathbf{a_z} \bullet dx\,dy\,\mathbf{a_z} = B_o\, \omega\, L\, d \sin \omega t \text{ V}$$

وكما هو ملاحظ فإن V_{emf} ، أو فولطية الضجيج V_n (noise voltage) تعتمد على مساحة الدارة (Ld) وكثافة الفيض الخارجي ومعدل تغيره مع الزمن ω. وهي فولطية متولدة وغير مرغوب فيها ومن الضروري التخلص منها أو خفضها إلى الحد الأدنى. والطريقة المتبعة والمتاحة عملياً لتحقيق ذلك في خطوط الهاتف تتم من خلال جدل خط النقل وبالتالي فإنه يتم تجزئة المساحة إلى N جزء كل بمساحة Ld/N وتصبح ق د ك الناتجة عن كل جزء تساوي $\pm\ V_{emf}/N$ حيث V_{emf} هي ق د ك المشار إليها أعلاه إضافة إلى أن مجموع قيم ق د ك الناتجة عن جزأين متجاورين تكون مساوية للصفر تقريباً. وعليه فإن عملية جدل خط النقل (المستخدم في وصل الهاتف مع المقاسم مثلاً) يخفض من تأثير الدارات والأنظمة الأخرى على دارة الهاتف إلى الحد الأدنى.



الشكل (4-2):- خط نقل دارة الهاتف تحت تأثير **B** (t) الخارجية.

مثــال (2-2):- يتم في أجهزة المذياع التي تستقبل الإشارات الكهربائية الواقعة في حزمة الترددات المتوسطة والمنخفضة (التي تقل عن 1.6 MHz) استخدام ملف للاستقبال. فإذا استخدمت حلقة من لفة واحدة ذات قلب هوائي بمساحة $5\ cm^2$ لاستقبال محطة تبث إشارتها على تردد 1 MHz وشدة المجال المغناطيسي المراد التقاطها بالقرب من الحلقة هي $\mathbf{H} = H_o \cos\omega t\, \mathbf{a}_z \quad A/m$ حيث إن $H_o = 25\ \mu A/m$. أوجد القوة الدافعة الكهربائية بين طرفي هذه الحلقة وبين كيف يمكن رفع قيمتها.

الحــل:-

باستخدام المعادلة (2-5) مع $N = 1$ و $\mathbf{B} = \mu_o \mathbf{H}$ حيث إن $\mu_o = 4\pi\ 10^{-7}$ H/m هي قيمة نفاذية الهواء وعلى افتراض أن $\mathbf{B}$ تكون عمودية على مستوى الحلقة ليتم الحصول على أعلى قيمة للقوة الدافعة الكهربائية فإن قيمتها تكون كما يلي:-

$$V_{emf} = -\iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \bullet \mathbf{dS} = +\omega\, \mu_o\, H_o\ (\text{area})\ \sin\omega t = \pi^2\ 10^{-8}\ \sin\omega t \quad V$$

وهي كمية صغيرة جداً ولا تستطيع أجهزة المذياع العادية استقبالها ولا بد من رفع قيمتها وذلك من خلال استخدام عدد من اللفات N (وهذا يساعد كذلك على رفع قيمة الممانعة) وقلب مغناطيسي للملف (تستخدم مادة الفرايت ذات النفاذية العالية $\mu_r\, \mu_0$ حيث إن قيمة النفاذية النسبية لها μ_r تصل إلى المئات أو ربما الآلاف، وذات الموصلية المتدنية $\sigma<<1$). في ضوء هذين التعديلين فإن قيمة ق دك الجديدة تصبح $N\ \mu_r\ \pi^2\ 10^{-8}\ \sin\omega t\ \ V$. فإذا كانت قيمة $N = 200$ و $\mu_r = 500$ فإن قيمة ق د ك تصل بحدها الأعلى، على وجه التقريب، إلى 10 mV وهذه كمية معتبرة.

2- مساحة الحلقة متغيرة وكثافة الفيض المغناطيسي B ثابتة (ق د ك-الحركية) :- من المعروف أنه إذا تحركت شحنة كهربائية q بسرعة معينة **v** m/s بوجود كثافة فيض مغناطيسي $\mathbf{B}$ فإن القوة $\mathbf{F}$ المؤثرة عليها تكون كما يلي:-

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times B \qquad \text{N} \qquad (6a\text{-}2)$$

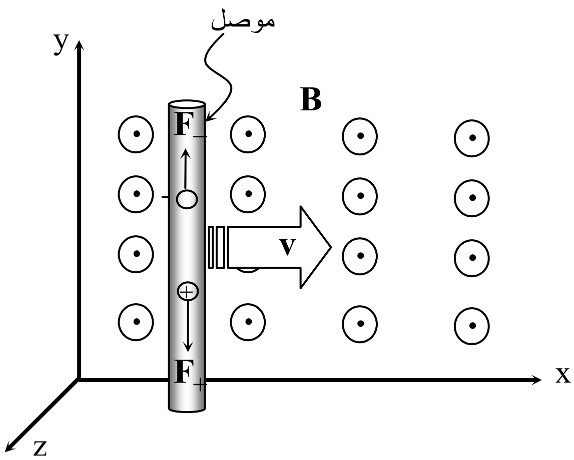
و يكون المجال الكهربائي

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q = \mathbf{v} \times \mathbf{B} \qquad \text{V/m} \qquad (6b\text{-}2)$$

فإذا تحرك موصل بسرعة $\mathbf{v} = v_0\,\mathbf{a}_x$ m/s بوجود كثافة فيض مغناطيسي $\mathbf{B} = B_0\,\mathbf{a}_z$ كما في الشكل (2-5)، فإن القوة المؤثرة على الشحنات الموجبة والسالبة التي يحملها الموصل تكون كما يلي:-

$$\mathbf{F}_{\pm} = \mp q\,v_0\,B_0\,\mathbf{a}_y \qquad \text{N} \qquad (7a\text{-}2)$$

$$\mathbf{E}_{\pm} = \mathbf{F}_{\pm}/q = \mp v_0\,B_0\,\mathbf{a}_y \qquad \text{V/m} \qquad (7b\text{-}2)$$



الشكل (2-5):- موصل يتحرك بسرعة **v** بوجود كثافة فيض مغناطيسي **B** .

وتتحرك الشحنات نتيجة لذلك حيث تتجمع الشحنات السالبة في الطرف العلوي من الموصل والشحنات الموجبة في الطرف السفلي منه، ويؤدي ذلك إلى تجاذب هاتين المجموعتين بقوة تكون مساوية لتلك الواردة في المعادلـة (2-7). وبالتالي وبالنظر إلى الشكل (2-6) الذي يبين دارة (أو حلقة) تتغير مساحتها مع الزمن من خلال حركة الموصل المعدني على الموصلين المتوازيين بسرعة $\mathbf{v} = v_0\,\mathbf{a}_x$ ويؤثر عليها فيض مغناطيسي كثافته $\mathbf{B} = B_0\mathbf{a}_z$، إن الفيض المغناطيسي الذي يمر خلال

هذه الدارة عند أي لحظة هو $\Psi_m = B_0\, xd \quad Wb$ وحسب قانون فارادى فإن $V_{emf} = -\dfrac{\partial \Psi_m}{\partial t}$ أو أن

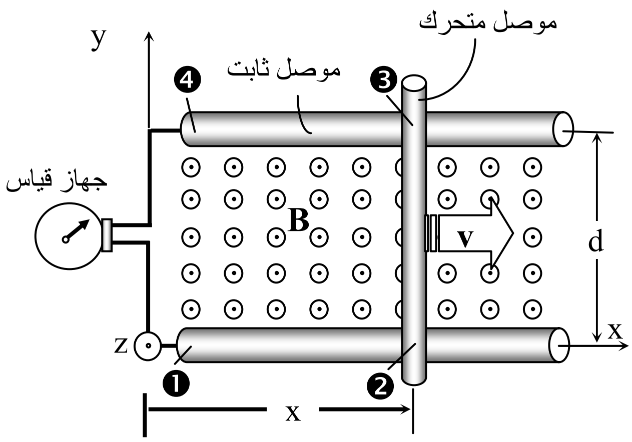
$$V_{emf} = -\, B_o d\, \frac{\partial x}{\partial t} \qquad (8a\text{-}2)$$

أو

$$V_{emf} = \oint_L \mathbf{v} \times \mathbf{B} \bullet \mathbf{dl} = \left[\int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^1 \right] (\mathbf{v} \times \mathbf{B} \bullet \mathbf{dl}) \qquad (8b\text{-}2)$$

ونظراً لأن الموصل المتحرك هو ما بين 2 و 3 فإن التكاملات الأخرى تكون صفراً ويتبقى

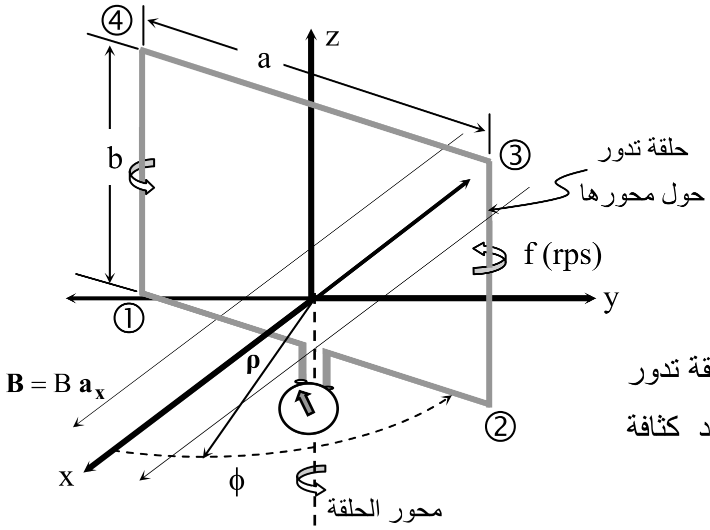
$$V_{emf} = v_0\, B_0 \int_{y=0}^{d} (\mathbf{a_x} \times \mathbf{a_z}) \bullet dy \;\; \mathbf{a_y} = -v_0\, B_0\, d \qquad V \qquad (9\text{-}2)$$



الشكل (6-2):- دارة تتغير مساحتها مع الزمن وتقع تحت تأثير كثافة فيض مغناطيسي **B** .

وهذه القوة الدافعة الكهربائية (ق د ك-الحركية) لها أهميتها في الآلات الكهربائية. فمثلاً لو أخذت حلقة تدور حول محورها بمعدل f دورة/ثانية بوجود مجال مغناطيسي $\mathbf{B} = B_0\, \mathbf{a_x}$ كما في الشكل (7-2) فإنه يتولد نتيجة لهذا الدوران بين طرفي الحلقة ق د ك كما يلي:-

$$V_{emf} = \oint_L (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \bullet \mathbf{dL} = \left[\int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^1 \right] ((\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \bullet \mathbf{dL}) \qquad (10a\text{-}2)$$



الشكل (2-7):- حلقة تدور حول محورها بوجود كثافة فيض مغناطيسي **B**.

وحيث إن $\mathbf{v} = \rho \dfrac{d\phi}{dt} \mathbf{a}_\phi = \dfrac{a}{2} \dfrac{d\omega}{dt} \mathbf{a}_\phi = \dfrac{a}{2} \dfrac{d(2\pi f)}{dt} \mathbf{a}_\phi = \pi\, f\, a\;\; \mathbf{a}_\phi \quad$ m/s

فإن

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \pi f a B_0 \;\; \mathbf{a}_\phi \times \mathbf{a}_x = -\pi f a B_0 \;\cos\phi \;\; \mathbf{a_z} \qquad (10b\text{-}2)$$

وبما أن $\mathbf{dL}$ ، للتكاملين 1-2 و 3-4 ، في اتجاه $\mathbf{a}_x$ و $\mathbf{a}_y$ فإن ناتج التكاملين يصبح صفراً ويتبقى التكاملان 2-3 و 4-1 كما يلي:-

$$V_{emf} = -\pi\, fa\, B_0 \cos\phi \left[\int_{-b/2}^{b/2} \mathbf{a}_z \bullet (dz\;\; \mathbf{a}_z) + \int_{b/2}^{-b/2} \mathbf{a}_z \;\; \bullet dz\,(-\mathbf{a}_z\,) \right]$$

$$= -\,2\,\pi\, fa\; b B_0 \;\cos\phi \qquad V \qquad (11\text{-}2)$$

وبما أن $2\pi f(=\omega) = d\phi \Rightarrow\Rightarrow \phi = \omega t + \Delta$ وعندما تكون $t = 0$ فإن $\phi = 0$ وعليه فإن $\Delta = 0$ وبالتالي فإن ق د ك تصبح

$$V_{emf} = -\,\omega\, a\, b\, B_0 \cos \omega t \qquad V \qquad (12\text{-}2)$$

وتمثل الكمية ab مساحة الحلقة. أما إذا كان كل من **B** والمساحة يتغيران مع الزمن فإن القوة الدافعة الكهربائية الناتجة في هذه الحالة تكون مجموع أثر هذين المتغيرين كما يلي:-

$$V_{emf} = \oint_L \mathbf{E} \bullet \mathbf{dL} = -\frac{\partial \Psi_m}{\partial t} = -\iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \bullet \mathbf{dS} + \oint_L (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \bullet \mathbf{dL} \qquad (13\text{-}2)$$

وفيما يلي سيتم تقديم مثالين أحدهما لتوضيح تطبيق المعادلة (2-13) والآخر لتوضيح فكرة المحول الكهربائي.

مثـال (2-3):- إذا كان المجال المغناطيسي المبين في الشكل (2-6) متغيراً مع الزمن، $\mathbf{B} = B_0 \sin \omega t\, \mathbf{a}_z \quad Wb/m^2$، إضافة إلى حركة الموصل 2-3 بسرعة $\mathbf{v} = v_o\, \mathbf{a}_x \ m/s$ ، أوجد القوة الدافعة الكهربائية الناتجة على طرفي الحلقة في هذه الحالة.

الحــل:-

باستخدام المعادلة (2-13) يمكن استنتاج ق د ك:-

$$V_{emf} = -\int_{x'=0}^{x} \int_{y'=0}^{d} \frac{\partial}{\partial t}(B_0 \sin \omega t)\, \mathbf{a}_z \bullet dx'\ dy'\ \mathbf{a}_z) + \oint_L (v_o\, \mathbf{a}_x \times (B_0 \sin \omega t\, \mathbf{a}_z) \bullet \mathbf{dL}$$

ويتم تنفيذ التكامل الثاني على مسار مقفل (1-2-3-4) ولن يتبقى منه إلا التكامل على الجزء (2-3) وعليه فإن ق د ك تصبح

$$V_{emf} = - x\, d\, \omega\, B_0 \cos \omega t - v_0\, dB_0 \sin \omega t \quad V$$

يلاحظ أن ق د ك تتكون من جزأين أحدهما متقدم على الآخر بمقدار ربع دورة $(\pi/2)$.

مثــال (4-2) :- يتكون المحول الكهربائي من قلب حديدي نفاذيته $\mu_r\, \mu_0$ H/m ملفوف عليه ملفان أحدهما N_1 لفة، الملف الابتدائى، والأخر N_2 لفة ، الملف الثانوي، ومساحة مقطعه A m^2 (تم اعتبار $\mu_r >> 1$ ليتسنى إهمال تسرب خطوط المجال المغناطيسي خارج القلب الحديدي) كما يبين الشكل (2-8). إذا تم وصل مصدر فولطيته $v_1(t) = V_1 \sin \omega t$ V على طرفي الملف الابتدائى فأوجد التيارات في الملفين والفولطية التي يمكن توقعها على طرفي الملف الثانوي $v_2(t)$.

الحــل :-

باستخدام علاقات الدارات المغناطيسية التي تمت دراستها في الباب الأول والشكل (2-8) الذي يمثل دارة مغناطيسية يمكن كتابة العلاقة التالية:-

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = \Re\, \Psi_m$$

حيث إن $\Re$ هي المقاومة أو المقاصرة المغناطيسية $L/\mu A$ و L يمثل الطول الكلي لمسار الفيض المغناطيسي. وإذا ما افترض أن $\mu_r >> 1$ فيمكن اعتبار $\Re$ وعلى وجه التقريب مساوية صفراً وبالتالي فإن $i_1/i_2 = N_2/N_1$، ومن قانون فارادى فإن

$$v_1(t) = N_1 \frac{\partial \Psi_m}{\partial t}$$

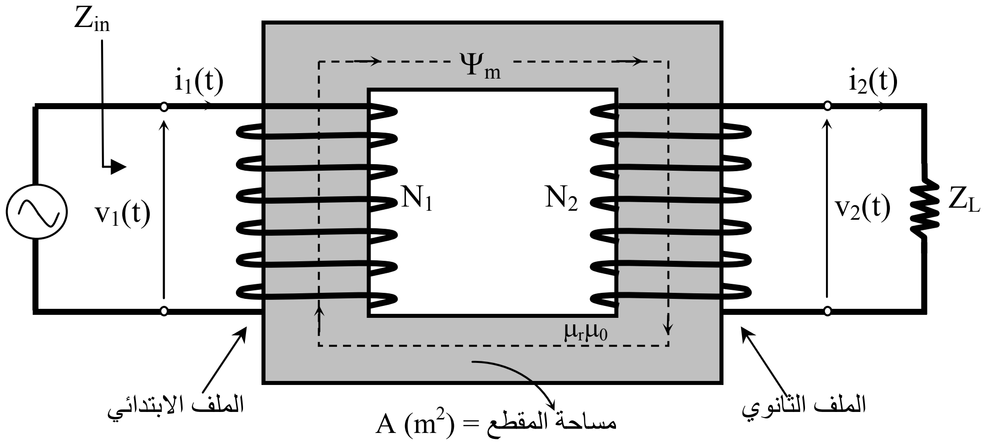
و

$$v_2(t) = N_2 \frac{\partial \Psi_m}{\partial t}$$

وبالتالي فإن $\dfrac{v_1(t)}{v_2(t)} = \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{N_1}{N_2}$ ، وكذلك فإن

$$Z_{in} = Z_1 = \frac{V_1}{i_1} = \frac{V_2}{i_2}\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = Z_L \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

حيث إن Z_{in} هي الممانعة المكافئة عند مدخل الملف الابتدائي. وقد تم في هذا المثال إهمال الطاقة اللازمة لمغنطة القلب الحديدي وخطوط المجال المغناطيسي التي تتسرب إلى الخارج ومقاومة أسلاك الملفات والتيارات الدوامة وما يرافقها من فقدان للطاقة.



الشكل (2-8):- المحول الكهربائي بملفين حول قلب حديدي.

تعتبر العلاقة (2-13) المعادلة الأولى لماكسويل مكتوبة بشكل تكاملي ويمكن وصفها بشكل تفاضلي وذلك لسهولة التعامل معها مقارنة بالشكل التكاملي، أو $\oint_L \mathbf{E} \bullet \mathbf{dL} = -\frac{\partial}{\partial t}\iint_S \mathbf{B} \bullet \mathbf{dS}$ ، ويمكن استخدام نظرية ستوكس (Stokes's theory) لإعادة كتابتها كما يلي:-

$$\oint_L \mathbf{E} \bullet \mathbf{dL} = \iint_{S'} \nabla \times \mathbf{E} \bullet \mathbf{dS'} = -\frac{\partial}{\partial t}\iint_S \mathbf{B} \bullet \mathbf{dS} \qquad (14\text{-}2)$$

وتظهر في المعادلة (2-14) المساحتان S' و S والمسار المقفل L ، وتجدر الإشارة هنا إلى أن L هو مسار يحوي S' و S كما سبق ذكره إضافة إلى أن S'

تحوي S. وإذا ما أخذ مسار صغير ΔL يحوي $\Delta S'$ و ΔS ومن ثم أخذت الحالة عندما تؤول ΔL إلى الصفر فإن $\Delta S'$ و ΔS يؤولان إلى الصفر (في هذه الحالة تنطبق المساحتان $\Delta S'$ و ΔS) ويمكن كتابة العلاقة التالية:-

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad (15\text{-}2)$$

وتبين هذه المعادلة أنه في حالة صغر المساحة إلى درجة التلاشي فإن ق د ك الناتجة عن تغير هذه المساحة (التي تؤول إلى الصفر) تصبح في الواقع العملي مساوية للصفر. وهذه هي المعادلة الأولى من معادلات ماكسويل المكتوبة بشكل تفاضلي.

تم فيما سبق تقديم قانون فارادى، معادلة ماكسويل الأولى، الذي يبين أن المجال المغناطيسي المتغير مع الزمن ينتج مجالاً كهربائياً. والآن فإن السؤال الذي يطرح نفسه هو ما الذي يحدث إذا ما تم النظر إلى الموضوع بطريقة عكسية؟ بمعنى إذا تغير المجال الكهربائي مع الزمن فهل يتوقع ظهور مجال مغناطيسي من جراء ذلك؟!. وتتم الإجابة على هذا السؤال بإعادة فحص كل من قانون أمبير والتعريف المستخدم للتيار الكهربائي.

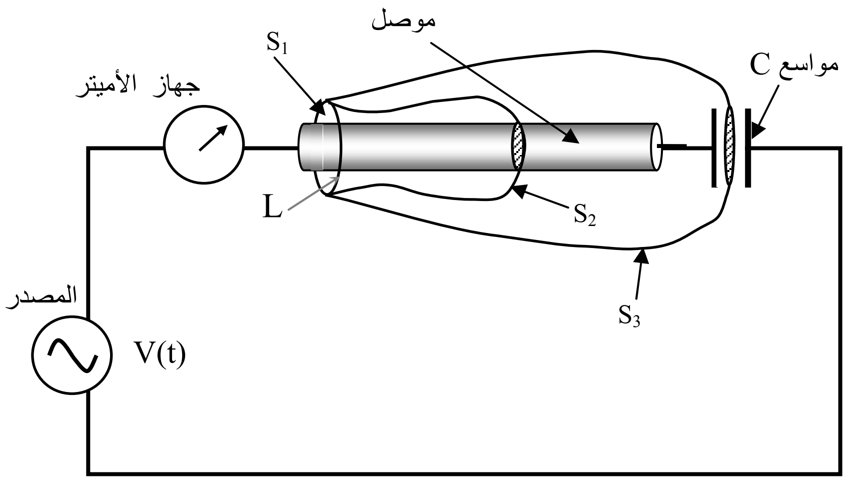
2-2 :- تيار الإزاحة Displacement Current

يبين الشكل (2-9) دارة كهربائية مكونة من مصدر متغير مع الزمن ومقاومة ومواسع وجهاز لقياس التيار (أميتر Ammeter). ويمكن بناء هذه الدارة والتحقق من عملها في المختبر حيث من الواضح أن يقوم الأميتر بقراءة قيم تختلف عن الصفر.

وبالرجوع إلى قانون أمبير، $\oint_L \mathbf{H} \bullet \mathbf{dL} = \iint_S \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS}$، حيث إن التيار الوارد في

الطرف الأيمن يمثل التيار التوصيلي و/أو التيار الحملي (حركة شحنات حرة من/ أو إلى

السطح المفتوح) والذي إذا تم تطبيقه على المسار المقفل L والمساحات المفتوحة S_1 و S_2 و S_3 يلاحظ ما يلي:-



الشكل (2-9):- دارة كهربائية لتوضيح فكرة تيار الإزاحة.

$$\oint_L \mathbf{H} \bullet d\mathbf{L} \neq 0 \quad , \quad \iint_{S_1} \mathbf{J} \bullet d\mathbf{S} \neq 0 \quad , \quad \oiint_{S_2} \mathbf{J} \bullet d\mathbf{S} \neq 0 \quad , \quad \iint_{S_3} \mathbf{J} \bullet d\mathbf{S} = 0$$

وفي هذه الحالات يكون التكامل الأول مساوياً للتكامل الثاني أو الثالث. وعندما يتم أجراء التكامل على S_3 فإن الجواب يكون صفراً لأنه ليس هناك تيار يخرج من السطح S_3 أو أنه ليس هناك شحنات تنتقل بين لوحي المواسع. ومن ذلك يمكن الاستنتاج أن هناك خللاً ما في قانون أمبير في صورته السابقة. وبالرجوع إلى التعريف العام للتيار $i = \dfrac{\partial q}{\partial t}$ ومن العلاقة ما بين سعة المواسع C وفرق الجهد V بين المواسع الذي يحمل شحنة q $(C = q/V)$ حيث إن قيمتها لمواسع بلوحين متوازيين (مع إهمال تسرب خطوط المجال الكهربائي) هي $\varepsilon A/d$ (A هي مساحة أحد

اللوحين و d هي المسافة بين اللوحين و ε هي سماحية الوسط الذي يفصل بين اللوحين) ويمكن إعادة كتابة التيار بالشكل التالي:-

$$i = \frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon \frac{V}{d} A\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\mathbf{D} \bullet \mathbf{A}\right) \tag{17a-2}$$

حيث إن $\mathbf{D}$ هي كثافة الفيض الكهربائي (أو متجه الإزاحة) أو

$$\frac{i}{\mathbf{A}} = \mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{17b-2}$$

وينشأ هذا التيار من معدل تغير كثافة الفيض الكهربائي. ومن وجهة نظر مشاهد يقف أمام المواسع ويراقب أحد اللوحين فإنه لن يرى شحنات تمر أمامه وإنما يرى أن الشحنات الموجودة على أحد اللوحين تزداد أو تتناقص في قيمتها (من خلال إزاحتها). وهذه الزيادة أو النقصان تحدث بسبب تغير $\mathbf{D}$ والذي يطلق عليه اسم متجه الإزاحة ليعكس ما يحدث للشحنات على لوحي المواسع، وفي ضوء ذلك فإن التيار يتكون من تيار توصيلي وحملي وإزاحي ويتم تعديل قانون أمبير ليكون كما يلي:-

$$\oint_L \mathbf{H} \bullet d\mathbf{L} = \iint_S \mathbf{J}_{total} \bullet d\mathbf{S} \tag{18-2}$$

حيث إن $\mathbf{J}_{total} = \mathbf{J}_{cond} + \mathbf{J}_{conv} + \mathbf{J}_{disp}$ وتمثل $\mathbf{J}_{cond}$ و $\mathbf{J}_{conv}$ و $\mathbf{J}_{disp}$ كثافة التيارات التوصيلية والحملية والإزاحية على التوالي. ويمكن النظر إلى التيار وكأنه مكون من جزئين أحدهما ممثل بحركة الشحنات والأخر ممثل بإزاحتها وباستخدام المعادلة (17-2) فإنه يتم كتابة قانون أمبير كما يلي:-

$$\oint_L \mathbf{H} \bullet d\mathbf{L} = \iint_S \mathbf{J} \bullet d\mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial t}\iint_S \mathbf{D} \bullet d\mathbf{S} \tag{19-2}$$

ويمكن عملياً الإشارة إلى أن التغير مع الزمن محصور في **D** وأما تغير المساحة S مع الزمن فإن مساهمتها الفعلية لا تذكر. وتمثل المعادلة (2-19) معادلة ماكسويل الثانية بالشكل التكاملي والتي يمكن كتابتها باستخدام نظرية ستوكس كما يلي:-

$$\oint_L \mathbf{H} \bullet \mathbf{dL} = \iint_S \nabla \times \mathbf{H} \bullet \mathbf{dS} = \iint_{S'} \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS}' + \iint_{S''} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \bullet \mathbf{dS}'' \qquad (20\text{-}2)$$

حيث إن L يحوي كل من المساحات S و 'S و "S. وكما سبق ذكره في معالجة المعادلة (2-14) فإنه عندما تؤول المساحات إلى ΔS و $\Delta S'$ و $\Delta S''$ علـى التوالي ومـن ثم إلى الصفـر فـإن المعادلة (2-20) تصبح كما يلي:-

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad (21\text{-}2)$$

وهذه معادلة ماكسويل الثانية وبها يكون الاقتران ما بين المجالات الكهربائية والمغناطيسية قد اكتمل.

2-3:- معادلات ماكسويل Maxwell's equations

تم فيما سبق تحويل ظواهر فيزيائية وتجارب يمكن إجراؤها إلى علاقات رياضية تربط المجالات الكهرومغناطيسية والمصادر معاً. وفي ضوء ذلك فإن المصادر يمكن أن تكون تيارات أو شحنات أو مجالات كهرومغناطيسية (أو كل هذه مجتمعة) وإن ناتج هذه المصادر يمكن أن يكون مكوناً من تيارات أو شحنات أو مجالات كهرومغناطيسية (أو كل هذه مجتمعة). وهذا ما تلخصه معادلات ماكسويل التي سيتم إدراجها فيم يلي وبشكل تكاملي وتفاضلي في وسط له الخصائص التالية:- سماحية ε F/m ونفاذية μ H/m وموصلية $\sigma\ (\Omega m)^{-1}$ بوجود المجالات **E** و **D** و **B** و **H** والتيارات **J** والشحنات ρ_V.

- الشكل التكاملي (integral form) لمعادلات ماكسويل:- يستخدم هذا الشكل لربط الكهرومغناطيسية بالدارات الكهربائية إضافة إلى إنه يمكن أجراء التجارب اللازمة للتحقق من تلك المعادلات. إلا أنه، ومن الناحية الرياضية فإن الشكل التكاملي لمعادلات ماكسويل، غير مفضل ولن يتم التعرض له في هذا الكتاب. وفيما يلي معادلات ماكسويل الأساسية وبشكلها التكاملي:-

$$\oint_L \mathbf{E} \bullet \mathbf{dL} = -\frac{\partial}{\partial t}\iint_S \mathbf{B} \bullet \mathbf{dS} \qquad (22a\text{-}2)$$

$$\oint_L \mathbf{H} \bullet \mathbf{dL} = \iint_S \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} + \iint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \bullet \mathbf{dS} \qquad (22b\text{-}2)$$

وهناك العلاقات التي تحدد ارتباط المجالات الكهرومغناطيسية مع بعضها البعض من خلال خصائص الوسط (ε و μ و σ) أو العلاقات الأساسية (constitutive relations)

$$\mathbf{D} = \varepsilon\,\mathbf{E} \quad \text{و} \quad \mathbf{B} = \mu\,\mathbf{H} \quad \text{و} \quad \mathbf{J} = \sigma\,\mathbf{E} \qquad (23\text{-}2)$$

إضافة إلى العلاقات التي تربط كثافة الفيض مع المصدر المناظر (إن وجد) كما يلي:-

$$\oiint_S \mathbf{D} \bullet \mathbf{dS} = \iiint_V \rho_v \, dV \quad \text{و} \quad \oiint_S \mathbf{B} \bullet \mathbf{dS} = 0 \qquad (24\text{-}2)$$

- الشكل التفاضلي (differential form) لمعادلات ماكسويل:- وهذا الشكل هو الأكثر ملاءمة واستخداماً من الناحية الرياضية وسيتم التعامل معه في هذا الكتاب. يستخدم هذا الشكل في دراسة الدارات الكهربائية العاملة في مدى الترددات العالية من حيث تحليلها وتصميمها إضافة إلى تحليل الموجات الكهرومغناطيسية من حيث توليدها وإشعاعها ونقلها واستقبالها. وفيما يلي معادلات ماكسويل الأساسية وبشكلها التفاضلي:-

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad (25a\text{-}2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad (25b\text{-}2)$$

وتبين المعادلة (2-23) كيفية ارتباط المجالات الكهرومغناطيسية مع بعضها من خلال خصائص الوسط. أما العلاقات التي تربط كثافة الفيض مع المصدر المناظر (إن وجد) فهي

$$\nabla \bullet \mathbf{D} = \rho_v \quad \text{و} \quad \nabla \bullet \mathbf{B} = 0 \qquad (26\text{-}2)$$

وتبين المعادلتين (2-24) و (2-26) أن هناك مصدراً كهربائياً على شكل شحنات كهربائية أو تيارات كهربائية وليس هناك في الطبيعة مصدراً مغناطيسياً إما على شكل شحنات مغناطيسية أو، بالتالي، تيارات مغناطيسية. تعتبر هذه العلاقات (2-22) - (2-26) نقطة البداية والأساس لكل ما سيرد لاحقاً في هذا الكتاب إضافة لكل المواضيع الأخرى الوارد ذكرها أعلاه. ومن الجدير بالذكر أنه يمكن استنتاج علاقتين مهمتين من خلال إعادة النظر في المعادلة (2-25b) وهما علاقتا الاستمرارية والتراخي وسيتم فيما يلي استنباطهما وإبراز أهمية كل منهما.

1. علاقة الاستمرارية:- (continuity relation) إذا ما أخذ تشتت المعادلة (2-25b) فإنه ينتج عن ذلك ما يلي:-

$$\nabla \bullet (\nabla \times \mathbf{H}) = 0 = \nabla \bullet \mathbf{J} + \nabla \bullet \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad (27\text{-}2)$$

وإذا كان الفراغ والزمن غير مرتبطين مع بعضهما (وهذا هو الحال في معظم الأحيان) فإن المعادلة الأخيرة تصبح كما يلي:-

$$\nabla \bullet \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad (28\text{-}2)$$

وهذه هي علاقة الاستمرارية (للتيار والشحنات) بشكل تفاضلي، ويمكن كتابتها بشكل تكاملي وذلك باستخدام نظرية التشتت كما يلي:-

$$\oiint_S \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} = -\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV \tag{29-2}$$

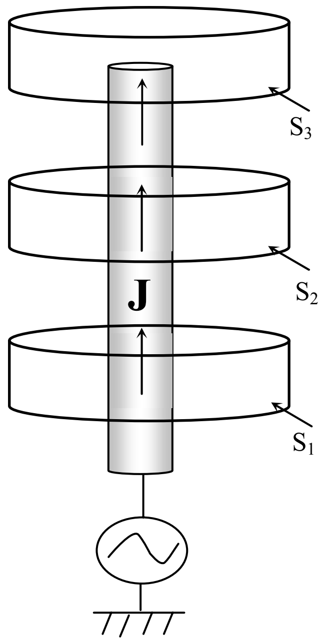
وتمثل هذه العلاقة، أيضاً، قانون كيرشوف (Kirchhoff's law) العام للتيار كما تبين أيضاً أن مجمل التيار الداخل الى، أو الخارج من، السطح المقفل S (لا يساوي صفراً كما هو الحال في الدارات الكهربائية) يساوي معدل نقصان (أو زيادة) الشحنات الموجودة داخل الحجم V المحدد بالسطح المغلق S. وتدل الإشارة السالبة على أن الشحنات تتناقص في حالة ما إذا كان التيار خارجاً من السطح وتتزايد إذا كان التيار داخلاً إلى السطح. فعلى سبيل المثال إذا أخذ الهوائي (المستخدم في المذياع مثلاً) والمبين في الشكل (2-10) فيلاحظ أن قانون كيرشوف للتيار (المستخدم في الدارات الكهربائية) يتحقق عند تطبيقه على السطحين المقفلين S_1 و S_2. وعند تطبيقه على السطح S_3 فيلاحظ وجود تيار داخل أو (خارج) وليس هناك في المقابل تيار خارج (أو داخل)، أو أن

$$\oiint_{S_1} \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} = 0 \ , \quad \iint_{S_2} \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} = 0$$

(30-2)

$$\oiint_{S_3} \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} \ (\neq 0) \ = -\iint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

وهنا يأتي دور علاقة الاستمرارية لتفسير هذا الخلل الناتج إذا ما طبقنا قانون كيرشوف للتيار على السطح S_3 حيث إن التيار الداخل مثلاً يتحول إلى تراكم الشحنات على طرف الموصل أو أن التيار الخارج ينشأ كنتيجة لانخفاض في الشحنات المتراكمة على طرف الموصل. والحجم الفعلي هنا محدد بمساحة مقطع الموصل وطوله داخل المساحة S_3.



$$\oiint_{S_1} \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} = 0 \;, \qquad \iint_{S_2} \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} = 0$$

$$\oiint_{S_3} \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} \;\; (\neq 0) \; = - \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

الشكل (2-10):- تطبيق قانون كيرشوف للتيار وعلاقة الاستمرارية.

- علاقة التراخي (relaxation relation):- إذا ما أخذ تشتت العلاقة (25b-2) بعد الاستعاضة عن التيار باستخدام $\mathbf{J} = \sigma\, \mathbf{E} = (\sigma / \varepsilon)\mathbf{D}$ فإنه ينتج عن ذلك ما يلي:-

$$\nabla \bullet (\nabla \times \mathbf{H}) = 0 \;\; = \nabla \bullet \left(\frac{\sigma}{\varepsilon}\mathbf{D}\right) + \nabla \bullet \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right) \qquad (31a\text{-}2)$$

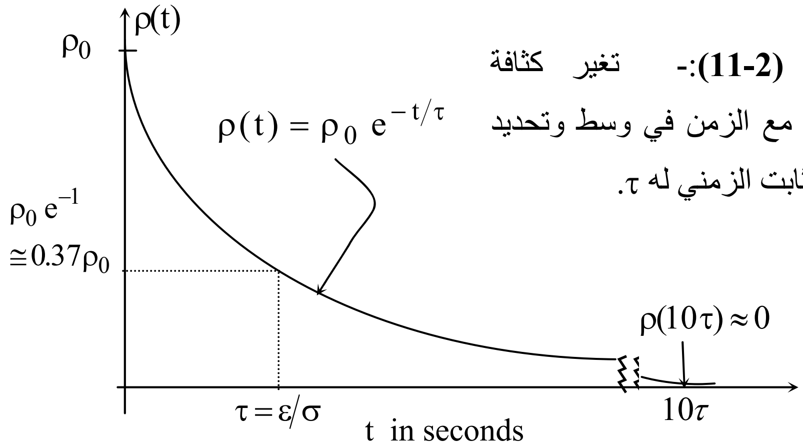
وإذا كان الوسط منتظماً وكان الفراغ والزمن غير مرتبطين مع بعضهما فإن المعادلة الأخيرة تصبح كما يلي:-

$$\frac{\sigma}{\varepsilon}\; \rho(t) = - \frac{\partial\, \rho(t)}{\partial\, t} \qquad (31b\text{-}2)$$

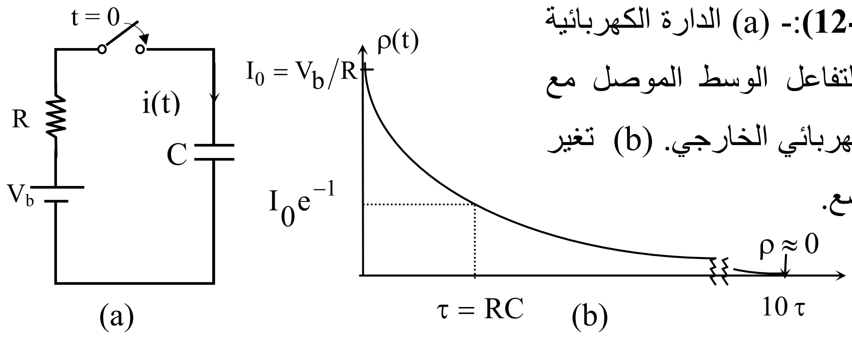
وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى ويمكن كتابة حلها بالشكل التالي:-

$$\rho(t) = \rho_0\; e^{-t/\tau} \quad \mathrm{C/m^3} \qquad (32\text{-}2)$$

حيث إن ρ_0 هو ثابت يتم تحديد قيمته من الشروط الأولية و $\tau \equiv \varepsilon / \sigma$ هو الثابت الزمني للوسط وهو الزمن اللازم لتنخفض عنده كثافة الشحنات من قيمة أولية ρ_0 إلى $\rho_0 \, e^{-1} = 0.37 \, \rho_0$ كما هو مبين في الشكل (2-11) والذي يبين كذلك أن حركة الشحنات تتلاشى بعد 10τ. وهذا يناظر تيار المواسع بعد إغلاق مفتاح الدارة المبينة في الشكل (2-12) حيث إن الثابت لهذه الدارة يكون مساوياً $\tau = RC$.



الشكل (2-11):- تغير كثافة الشحنة مع الزمن في وسط وتحديد قيمة الثابت الزمني له τ.



الشكل (2-12):- (a) الدارة الكهربائية المناظرة لتفاعل الوسط الموصل مع المجال الكهربائي الخارجي. (b) تغير تيار المواسع.

وتعكس قيمة الثابت الزمني للأوساط المختلفة سرعة أو بطء تفاعل هذه الأوساط من خلال حركة شحناتها مع المجالات الكهربائية الخارجية. فمثلاً تصل قيمة الثابت الزمني τ لمادة موصلة مثل النحاس إلى ما يقارب 10^{-19} s وهي قيمة صغيرة جداً.

ويمكن القول أن حركة الشحنات الناتجة عند تعرض موصل من النحاس، وبشكل مفاجئ، لمجال كهربائي خارجي عند الزمن $t = 0\ s$ ستتلاشى فعلياً بعد $t = 10\tau = 10^{-18}\ s$. وبالتالي فإنه إذا ما تعرض وسط من النحاس لمجالات كهربائية خارجية متغيرة وبسرعة فائقة مع الزمن (مثلاً مجال متذبذب بتردد 10^{10} Hz) فإن شحناته تتحرك تبعاً للمجال المؤثر عليها وتصل إلى الوضع المستقر في زمن لا يزيد على 10^{-18} s وهذا يعني أن حركة شحنات الموصل تكون متزامنة أو متوافقة مع تغير المصدر (المجال الخارجي). أما في حالة مادة مثل الكوارتز الذي يكون ثابتها الزمني τ حوالي 4×10^{6}s وبالتالي فإنه إذا تعرض إلى مجال كهربائي خارجي ومتغير بشكل بطيء (مجال بتردد لا يزيد على 1 Hz) فإن الشحنات الحرة القليلة التي ربما تكون موجودة في المادة قد لا تكاد تراوح مكانه ا تحت تأثير هذا المجال. فالمادة الأولى (النحاس) وضمن المعطيات السابقة تتصرف كوسط موصل وأما المادة الثانية (الكوارتز) فإنها تتصرف كوسط عازل. في ضوء ما سبق فإن قيمة τ يمكن أن تستخدم لتحديد خاصية المادة، فإذا كانت قيمتها أصغر بكثير من مرجعية معينة (زمن) يمكن القول أن المادة تتصرف كمادة موصلة. أما إذا كانت أكبر بكثير من نفس المرجعية فإن المادة تتصرف كمادة عازلة. وخير مثال على هذا الوسط المائي الذي يبدو لإشارات الراديو وكأنه وسط موصل ويعكس هذه الإشارات ويبدو للضوء (إشارة كهرومغناطيسية ذات تردد يكون في حدود 10^{14} Hz) وكأنه وسط عازل شفاف حيث يمكن مشاهدة الأسماك السابحة في الماء.

4-2:- شروط الحدود Boundary Conditions

بعد أن تم تقديم معادلات ماكسويل للمجالات الكهرومغناطيسية المتغيرة مع الزمن يكون من الضروري بحث شروط الحدود وما يمكن أن يستجد عليها مقارنة بشروط الحدود التي تم تقديمها للمجالات الساكنة وسيتم إتباع نفس النهج الذي استخدم سابقاً في بحث شروط الحدود للمجالات الكهربائية والمغناطيسية الساكنة.

1- المجالات العمودية (normal fields) :- يتم في هذه الحالة مقارنة كثافة الفيض لكل مجال على حده وذلك باعتماد اسطوانة صغيرة (بارتفاع = Δh ومساحة كل قاعدة = ΔS) كسطح جاوس المقفل كما هو مبين في الشكل (13-2). ويتم تطبيق قانون جاوس لكل من كثافة الفيض الكهربائي (متجه الإزاحة) $\mathbf{D}$ وكثافة الفيض المغناطيسي $\mathbf{B}$ ، حيث إن ناتجه لمتجه الإزاحة $\mathbf{D}$ يكون كما يلي:-

$$\oiint_S \mathbf{D} \bullet \mathbf{dS} = \iiint_V \rho_v \, dV \qquad (33\text{-}2)$$

وللتركيز على مركبة كثافة الفيض الكهربائي العمودية على السطح (D_n) يتم افتراض أن Δh تؤول إلى الصفر وبالتالي فإنه لن يتبقى من التكامل المبين في الطرف الأيسر إلا التكامل على قاعدتي الأسطوانة، أما التكامل في الطرف الأيمن فسيؤول إلى الصفر إلا في حالة وجود كثافة شحنات سطحية ρ_s C/m^2 وفي هذه الحالة تصبح المعادلة السابقة كما يلي:-

$$D_{n1} \; \Delta S - D_{n2} \, \Delta S \sim \rho_s \, \Delta S \qquad (34a\text{-}2)$$

وعندما تؤول Δs إلى الصفر تكتب كما يلي:-

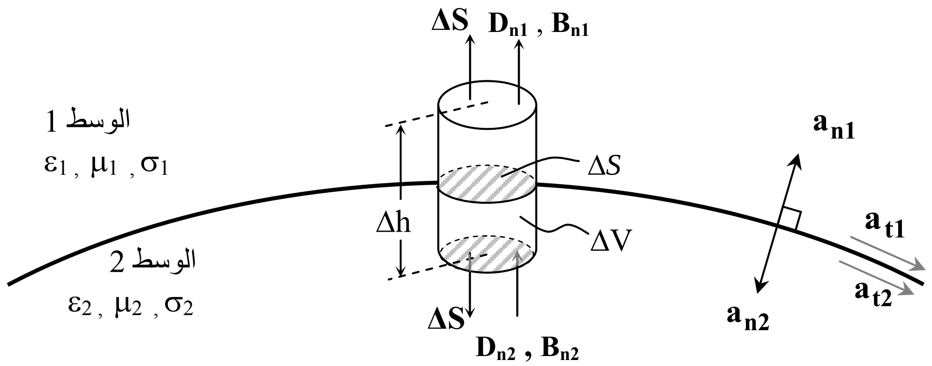
$$D_{n1} - D_{n2} = \rho \qquad (34a\text{-}2)$$

وهي نفس العلاقة التي تم الحصول عليها في حالة المجالات الكهربائية الساكنة. وبالتالي فإن عدم الاستمرارية في قيمة كثافة الفيض الكهربائي العمودي على السطح، إذا تم الانتقال من وسط لأخر، تكون ناتجة عن وجود كثافة شحنات سطحية . أما في حالة كثافة الفيض المغناطيسي العمودي (B_n) ونظراً لغياب الشحنات المغناطيسية فإن تطبيق قانون جاوس يؤدي إلى $\oiint_S \mathbf{B} \bullet \mathbf{dS} = 0$ ،

وإذا ما آلت كل من Δh و ΔS إلى الصفر على التوالي فيمكن الوصول إلى:-

$$B_{n1} = B_{n2} \qquad (35\text{-}2)$$

أي أن كثافة الفيض المغناطيسي العمودي على السطح الفاصل بين وسطين تكون مستمرة. تم الوصول إلى هذه العلاقة نفسها في حالة المجالات المغناطيسية غير المتغيرة مع الزمن.



الشكل (2-13):- وسطان متلامسان مبيناً عليهما كثافة الفيض الكهربائي والمغناطيسي وسطح جاوس المقفل.

2- المجالات الماسة (tangential fields) لسطح فاصل بين وسطين:- يتم ربط المجالات الكهربائية والمغناطيسية على جانبي السطح باستخدام معادلات ماكسويل المبينة في المعادلة (2-22) إضافة إلى الشكل (2-14) وذلك كما يلي:-

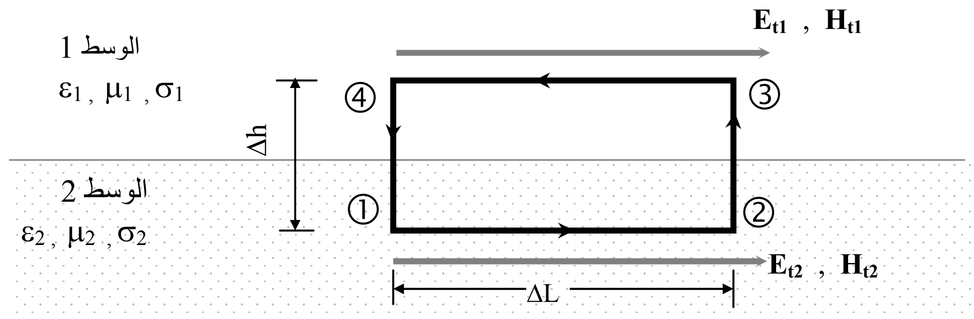
$$\oint_L \mathbf{E} \bullet \mathbf{dL} = \left[\int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^1\right](\mathbf{E} \bullet \mathbf{dL}) = \iint_S \mathbf{B} \bullet \mathbf{dS}$$

للتركيز على المجالات الماسة للسطح نجعل Δh تؤول إلى الصفر وبالتالي فإن التكامل على المسار المقفل يقتصر على التكاملين 1-2 و 3-4 ويؤول الطرف الأيمن إلى الصفر لأن المساحة ستتلاشى ومعها كمية الفيض المغناطيسي أيضاً.

عندما تؤول ΔL إلى الصفر، يمكن الوصول إلى العلاقة التي تربط بين المجالات الكهربائية الماسة للسطح كما يلي:-

$$E_{t1} = E_{t2} \qquad (36\text{-}2)$$

تبين هذه العلاقة أن المجالات الكهربائية مستمرة على طرفي سطح فاصل بين وسطين وهي في جوهرها لا تختلف عن العلاقة (35-2) التي تؤكد عدم وجود شحنات مغناطيسية (magnetic charges) وأما العلاقة (36-2) فإنها تؤكد غياب التيار المغناطيسي (magnetic current).



الشكل (14-2):- وسطان متلامسان مبيناً عليهما شدة المجالات الكهربائية والمغناطيسية والمسار المقفل (1-2-3-4).

أما في حالة المجالات المغناطيسية يمكن اتباع المسار نفسه كما يلي:-

$$\oint_L \mathbf{H} \bullet \mathbf{dL} = \left\{ \int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^1 \right\} (\mathbf{H} \bullet \mathbf{dL}) = \iint_S \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS} + \iint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \bullet \mathbf{dS} \qquad (37\text{-}2)$$

فإذا آلت Δh إلى الصفر يمكن اتباع المسار نفسه كما يلي:-

$$\int_1^2 \mathbf{H} \bullet \mathbf{dL} + \int_3^4 \mathbf{H} \bullet \mathbf{dL} = \int_{\Delta L} \left[\lim_{\Delta h \to 0} \int_{\Delta h} J dh \right] dL$$

ويؤول الطرف الأيمن إلى الصفر إلا إذا كان هناك كثافة تيار خطية **K** A/m وفي هذه الحالة وبعد أن تؤول ΔL إلى الصفر فإنه يمكن الوصول إلى العلاقة التالية:-

$$H_{t1} - H_{t2} = K \qquad (38\text{-}2)$$

ومن المعروف أن اتجاه سريان التيار مرتبط مع اتجاه المجال المغناطيسي تبعاً لقاعدة اليد اليمنى، ولضبط هذه العلاقة الاتجاهية يتم كتابة المعادلة (38-2) بالشكل التالي:-

$$\mathbf{a_n} \times [\, \mathbf{H}_{t1} - \mathbf{H}_{t2} \,] = \mathbf{K} \qquad (39\text{-}2)$$

وبالتالي يمكن أن يكون هناك عدم استمرارية في قيم المجالات المغناطيسية الماسة لسطح فاصل بين وسطين ناتجة عن وجود كثافة تيار خطية.

5-2:-الأعداد والمتغيرات المركبة Complex Numbers& Variables

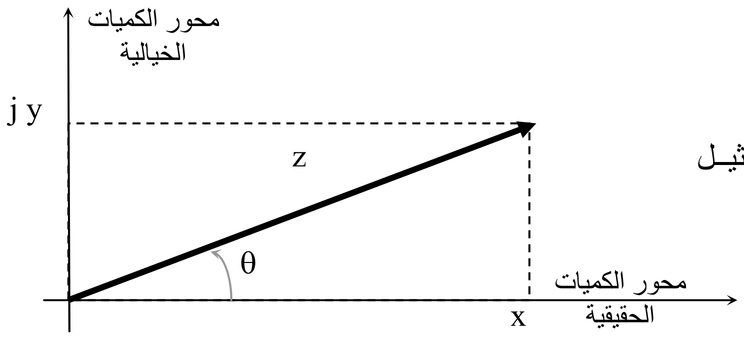
يتم فيما يلي وباختصار تقديم الأعداد والمتغيرات المركبة والعمليات الخاصة بهما نظراً للحاجة إلى استخدامهما في تمثيل المجالات والموجات الكهرومغناطيسية. ويتم أولاً تعريف الكمية الخيالية $j \equiv \sqrt{-1}$ (imaginary quantity) والتي من خلالها يتم تعريف أي عدد أو متغير بأنه يتكون من كمية حقيقية x وأخرى خيالية y. يمكن استخدام المحور الأفقي لتمثيل الأعداد والمتغيرات الحقيقية والمحور العمودي لتمثيل الكميات الخيالية كما في الشكل (15-2). أما الأعداد والمتغيرات المركبة فهي مزيج من كميتين إحداهما حقيقية والأخرى خيالية، كما يلي:-

$$z = x + jy \qquad (40\text{-}2)$$

ويلاحظ أن هذا الشكل يناظر الإحداثيات الكارتيزية وبالتالي يمكن استخدام بعضٍ من المفاهيم المستخدمة في المتجهات للتعامل مع الكميات المركبة. يمكن التعبير عن z بطريقتين: الأولى باستخدام الإحداثيات الكارتيزية كما سبق ذكره أو استخدام الإحداثيات القطبية من خلال استخدام قيمة الكمية المركبة $|z|$ والزاوية التي تعملها مع محور الكميات الحقيقية θ ويدعى هذا التمثيل الطوري للكمية المركبة؛ أو

$$z = x + jy = |z|\ e^{j\theta} = |z|\cos\theta + j\ |z|\sin\theta \qquad (41\text{-}2)$$

حيث إن $x = |z|\cos\theta$ و $y = |z|\sin\theta$ و $\theta = \tan^{-1}(y/x)$ و $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.



الشـكل (2-15):- تمثيـل الكميات المركبة.

وهذه علاقات شبيهة بالعلاقات المستخدمة في التحويل من الإحداثيات الكارتيزية إلى القطبية وبالعكس. وفيما يلي بعضاً من العمليات اللازمة للتعامل مع الكميات المركبة:-

(i) جمع أو طرح كميتين مركبتين:- إذا كانت $z_1 = x_1 + jy_1$ و $z_2 = x_2 + j\,y_2$ فإن

$$z_1 \pm z_2 = (x_1 \pm x_2) + j\,(y_1 \pm y_2) \qquad (42\text{-}2)$$

ويفضل في هذه الحالة تجهيز الكميات المركبة باستخدام الإحداثيات الكارتيزية.

(ii) ضرب وقسمة كميتين مركبتين :- إذا كانت $z_1 = x_1 + jy_1 = |z_1|\ e^{j\theta_1}$ و $z_2 = x_2 + jy_2 = |z_2|\ e^{j\theta_2}$ فإن

$$z_1 z_2 = |z_1||z_2|\ e^{j(\theta_1+\theta_2)} \tag{43-2}$$

و

$$z_1/z_2 = \{|z_1/z_2|\} e^{j(\theta_1-\theta_2)} \tag{44 - 2}$$

ويتم تجهيز الكميات المركبة في هذه الحالة باستخدام الإحداثيات القطبية.

(iii) مرافق الكمية المركبة:- إذا كانت $z = x + jy = |z|\, e^{j\theta}$ فإن مرافق الكمية المركبة z (complex conjugate) هو *z حيث إن

$$z^* = x - jy = |z|\, e^{-j\theta} \tag{45-2}$$

ويلاحظ أن $zz^* = x^2 + y^2 = |z|^2$ ويمثل المرافق صورة الكمية المركبة بالنسبة لمحور الكميات الحقيقية.

مثـــال (5-2):- إذا كانت $z_1 = 3 + j4$ و $z_2 = 5\sqrt{2}\ e^{j\pi/4}$ فأكتب هذه الكميات المركبة في الإحداثيات الكارتيزية والقطبية ومن ثم أوجد قيمة كل من

(a) $z_1 \pm z_2$ **(b)** $z_1\ z_2$ **(c)** z_1 / z_2

(d) $1/z_1$ **(e)** z_2^* **(f)** $\sqrt{z_1 / z_2}$

الحـــل:-

سيتم تجهيز الكميات المركبة السابقة (z_1 و z_2) باستخدام كل من الإحداثيات الكارتيزية والقطبية كما يلي:-

$\theta_1 = \tan^{-1}(4/3) = 53.1°$ و $z_1 = 3 + j4 = 5\,e^{j\theta_1}$

$z_2 = 5\sqrt{2}\ \ e^{j\pi/4} = 5\sqrt{2}\,[\cos 45° + j\sin 45°] = 5 + j\,5$

(a) إيجاد قيمة $z_1 \pm z_2$:-

$z_1 + z_2 = (3 + 5) + j\,(4 + 5) = 8 + j9$

و

$z_1 - z_2 = (3 - 5) + j\,(4 - 5) = -2 - j1$

(b) إيجاد قيمة $z_1\ z_2$:-

$$z_1\ z_2 = 5e^{j\theta_1} \times 5\sqrt{2}\ \ e^{j\pi/4} = 25\sqrt{2}\ \ e^{j(\theta_1 + \pi/4)}$$
$$= 25\sqrt{2}\,[\cos\ 98.1° + j\sin 98.1°] = -4.98 + j\ 35$$

(c) إيجاد قيمة z_2/z_1 :-

$$z_2/z_1 = [5\sqrt{2}\ \ e^{j\pi/4}]/[5\,e^{j\theta_1}] = \sqrt{2}\ \ e^{j(\pi/4-\theta_1]}$$
$$= \sqrt{2}\,\{\cos 8.1° - j\sin 8.1°\} = 1.4 - j\,0.1993$$

(d) إيجاد قيمة $1/z_1$:-

$$1/z_1 = 1/[5\,e^{j\theta_1}] = 0.2\,e^{-j\theta_1} = 0.2\,(\cos 53.1° - j\sin 53.1°)$$
$$= 0.2\,(0.6 - j\,0.8) = 0.12 - j0.16 = z_1^*/|z_1|^2$$

(e) إيجاد قيمة z_2^* :-

$$z_2^* = 5\sqrt{2}\ \ e^{-j\pi/4} = 5\sqrt{2}\,[\cos\ 45° - j\sin 45°] = 5 - j\,5$$

(f) إيجاد قيمة $\sqrt{z_1/z_2}$:-

$$(z_1/z_2)^{1/2} = (5\,e^{j\theta_1}\ /\ [5\sqrt{2}\ \ e^{j\pi/4}]) = (1/2)^{1/4}\ e^{j(\frac{\theta_1}{2}-\frac{\pi}{8})}$$
$$= (1/2)^{1/4}\,[\cos 4.05° + j\sin 4.05°] = 0\cdot 84 + j\,0.06$$

6-2:- معادلات ماكسويل لمجالات ومصادر متناغمة زمنياً

تم فيم ا سبق تقديم المصادر والمجالات الكهرومغناطيسية ككميات أو دوال في الفراغ (x , y , z أو **r**) والزمن (t). وسيتم فيما بعد بحث تفصيلات تغير هذه الكميات مع الفراغ اعتمادا على أمور عدة يذكر منها طبيعة المصدر وشروط الحدود. أما اعتماد هذه الكميات على الزمن فسيتم حصره على افتراض أن المصادر والمجالات تتغير مع الزمن بشكل دوري أو بمعنى أدق بشكل جيبي (باستثناء معالجة الحالة العابرة على خطوط النقل وسيرد ذلك في الباب الخامس) أو أن المجالات والمصادر متناغمة زمنياً (time harmonic) كما يلي:-

$$\begin{matrix}\mathbf{J}\\ \rho\\ \mathbf{E}\\ \mathbf{H}\end{matrix}(x , y , z ,t) = \begin{matrix}\mathbf{J}\\ \rho\\ \mathbf{E}\\ \mathbf{H}\end{matrix}(x , y , z)\ \sin(\omega t + \theta) \qquad (46\text{-}2)$$

حيث إن قيمة θ تحدد من الشروط الأولية و ω هي قيمة التردد القطري، ويمكن كذلك استخدام الدالة $\cos(\omega t + \theta)$. ومن المعروف أن تفاضل أو تكامل الدالة $\sin \omega t$ يعطي $\omega \cos \omega t$ أو $-(\cos\omega t)/\omega$ وهذا، من الناحية الرياضية البحتة يخلق بعضاً من الصعوبات في التعامل مع العلاقات التي تربط المجالات الكهرومغناطيسية مع بعضها البعض، حيث إن هذه المجالات ترتبط مع بعضها في أن معدل تغير مجال (مثلاً المجال الكهربائي) في الفراغ يناظر معدل تغير مجال آخر (مثلاً المجال المغناطيسي) في الزمن وبالتالي فإن أحد أطراف هذه العلاقة التي تربط ما بين المجالين يكون كدالة في الزمن من خلال $\sin \omega t$ ويكون الطرف الأخر على شكل $\cos \omega t$. وهذا يمكن اعتباره مشكلة قد تزيد من تعقيد الأمور من الناحية الرياضية، وبالتالي فإنه لا بد من إيجاد طريقة للتغلب على هذا التعقيد. ويتم ذلك عن طريق استخدام الدالة الرياضية $e^{j\omega t}$ والتي لا تتغير بعد تفاضلها أو تكاملها. وفي ضوء ذلك فإن العلاقة التي تربط المجالات مع بعضها ستحمل على طرفيها الدالة $e^{j\omega t}$ وناتج تفاضلها $j\omega e^{j\omega t}$ أو ناتج تكاملها $e^{j\omega t}/(j\omega)$ وعليه يمكن التغاضي

عن الدالة $e^{j\omega t}$ والتعامل مع المجالات والمصادر دون ظهور الدالة التي تحدد، بشكل مباشر، التغير مع الزمن ويسهل هذا التعامل مع العلاقات المختلفة. ويناظر ذلك قرص يدور بمعدل N دورة في الثانية ومراقب جالس على القرص يلف معه بنفس السرعة وبالتالي فإن ما يراه المراقب هو خطوط ثابتة (لا تدور)، تمثل المجالات الكهرومغناطيسية، بالنسبة له. ويمكن استرجاع الشكل الواقعي للمجالات الكهرومغناطيسية من حيث اعتمادها على الزمن من الدالة $e^{j\omega t}$ وذلك بأخذ الجزء الحقيقي أو الجزء الخيالي لهذه الدالة. وترتبط الدوال $e^{j\omega t}$ و $\cos \omega t$ و $\sin \omega t$ عبر العلاقات التالية:-

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin\omega t \qquad (47a\text{-}2)$$

$$\cos \omega t = 0.5\,(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \qquad (47b\text{-}2)$$

$$\sin \omega t = (0.5)\,(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})/\,j \qquad (47c\text{-}2)$$

وبالتالي فإنه يمكن الانتقال من دالة مثل $\sin \omega t$ أو $\cos \omega t$ (وهي دوال واقعية) إلى دالة رياضية مثل $e^{j\omega t}$ أو العكس عبر العلاقات المبينة في المعادلة (2-47). إن استخدام هذا النمط من التغير مع الزمن (التغير الجيبي على شكل $\sin \omega t$ أو $\cos \omega t$ أو $e^{j\omega t}$) يتيح إمكانية الاستفادة من تحليلات فوريير حيث إنه يمكن التعبير عن أي دالة في الزمن (تمثل المصادر والمجالات الكهرومغناطيسية) وضمن شروط معينة كمتسلسلة أو تكاملة من دوال جيبية. وباستخدام نظرية الإضافة فإنه يمكن التعبير عن المجال الكلي المتغير مع الزمن وبشكل عام باستخدام المجال الناتج عن كل تغير جيبي، عبر تحليلات فوريير، على افتراض أن المتغير هنا هو قيمة التردد القطري ω. أما نمط التغير فهو دائماً جيبي وبالتالي يمكن إعادة كتابة معادلات ماكسويل باستخدام الدالة $e^{j\omega t}$ لتعبر عن المصادر والمجالات الكهرومغناطيسية مع الزمن، مع ملاحظة أن $\frac{\partial e^{j\omega t}}{\partial t} = j\omega\, e^{j\omega t}$ ، كما يلي:-

$$\nabla \times \mathbf{E}(x, y, z)\, e^{j\omega t} = -\, j\omega\, \mu\, \mathbf{H}(x, y, z)\, e^{j\omega t}$$

أو

$$\nabla \times \mathbf{E}\,(x\,,y\,,z) = -\,j\omega\mu\,\mathbf{H}(x\,,y\,,z) \qquad (48a\text{-}2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon\,)\,\mathbf{E} = \mathbf{J}_{cond} + \mathbf{J}_{disp} \qquad (48b\text{-}2)$$

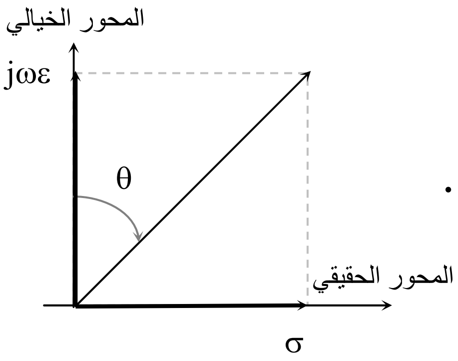
$$\nabla \bullet \mathbf{B} = 0 \quad \text{و} \quad \nabla \bullet \mathbf{D} = \rho_v \qquad (48c\text{-}2)$$

$$\mathbf{J} = \sigma\,\mathbf{E} \quad \text{و} \quad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \quad \text{و} \quad \mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} \qquad (48d\text{-}2)$$

ومن الواضح أن التعامل مع هذه المعادلات في غياب دالة التغير مع الزمن أيسر من التعامل مع المعادلات السابقة. ويمكن استنتاج النسبة بين التيار التوصيلي $\mathbf{J}_{cond}$ والتيار الإزاحي $\mathbf{J}_{disp}$ في أوساط تعاني من الفقد كما يلي:-

$$\left|\mathbf{J}_{cond}/\mathbf{J}_{disp}\right| = \sigma/\omega\varepsilon = \tan\theta \qquad (49\text{-}2)$$

وتعرف الكمية $(\sigma/\ \omega\varepsilon)$ بأنها الفقد التماسي (loss tangent) ويبين الشكل (2-16) علاقتها مع الزاوية θ التي تدعى بزاوية الفقد التماسي أو زاوية الفقد (loss angle).



الشكل (2-16):- زاوية الفقد التماسي θ .

مثـــال(2-6):- إذا كان هناك مصدر كهرومغناطيسي ينتج مجالاً كهربائياً كما يلي:-

$$\mathbf{E} = E_0 \ \sin(\omega t - \beta z + \pi/4)\ \mathbf{a_x} \quad v/m$$

أوجد المجال المغناطيسي **H** وأكتب قيم كل من **E** و **H** باستخدام الدالة الجيبية $\sin \omega t$ والتمثيل الطوري باستخدام $e^{j\omega t}$.

الحــل :-

يمكن كتابة المجال الكهربائي باستخدام التمثيل الطوري كما يلي:-

$$\mathbf{E} = E_0 \ e^{j(\omega t - \beta z + \pi/4)} \ \mathbf{a}_x \quad V/m$$

وبالتالي فإن الصيغة الأصلية للمجال الكهربائي تمثل الجزء الخيالي من العلاقة المبينة أعلاه. ولإيجاد المجال المغناطيسي يتم استخدام معادلة ماكسويل $\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$ والتمثيل الطوري للمجال الكهربائي.

$$\mathbf{a}_y \left[j\beta E_0 \ e^{j(\omega t - \beta z + \pi/4)} \right] = - \ j\omega\mu \mathbf{H} \ (x, y, z, t) \Rightarrow \mathbf{H} = H_y \ \mathbf{a}_y$$

أو

$$H_y = (\beta/\omega\mu) \, E_0 \ e^{j(\omega t - \beta z + \pi/4)} = H_0 \ e^{j(\omega t - \beta z + \pi/4)}$$

حيث إن $H_0 = \dfrac{\beta}{\omega\mu} E_0 \ A/m$. وأما المجال المغناطيسي كدالة في $\sin \omega t$ فهو

$$H_y = H_0 \sin (\omega t - \beta z + \pi/4)$$

7-2:- مبدأ وتمثيل التخلفية المغناطيسية والكهربائية

تم في الباب الأول شرح منحنى B-H حيث تم توضيح فكرة التخلفية في خصائص المواد المغناطيسية. وتمت الإشارة إلى أن المواد المغناطيسية تعاني من الفقد (فقد الطاقة) نتيجة هذه الظاهرة (وهذه الطاقة لازمة لمغنطة المواد المغناطيسية). فالمواد المغناطيسية ومن أثر مجالات خارجية تستقطب ويتشكل بداخلها عدد من ثنائيات

القطب المغناطيسية تغير من اتجاهاتها حسب تغير المجالات الخارجية. وأثناء تغير اتجاهاتها تعاني من القوى العديدة العاملة عكس ذلك وبالتالي تصبح الحاجة إلى طاقة كافية للتغلب على هذه القوى. وعندما يتم استخدام التمثيل الطوري للمجالات فإن إدخال كمية تتناسب مع الطاقة المفقودة والمخزنة في المواد المغناطيسية يتم من خلال تعديل الثابت المغناطيسي للمادة (أو النفاذية μ) كما يلي:-

$$\mu = \mu' - j\mu'' \qquad (50\text{-}2)$$

حيث إن μ' تمثل الجزء الذي يتناسب مع مقدرة المادة أو الوسط على خزن الطاقة المغناطيسية، وأما الجزء μ'' فإنه يتناسب مع فقدان الطاقة في الوسط المغناطيسي نتيجة ترتيب وإعادة ترتيب ثنائيات القطب المغناطيسية التي تتشكل في الوسط نتيجة تعرضه لمجال خارجي متغير وتحت ظروفه الداخلية والمؤثرات الخارجية (وهذا ما يشار إليه بمبدأ التخلفية المغناطيسية (Magnetic hysteresis). ومما تجدر الإشارة إليه هو أن الصورة التي قدمت لتفسير الاستقطاب المغناطيسي تحت تأثير مجالات خارجية هي نفسها التي يمكن تقديمها لتفسير الاستقطاب الكهربائي في المواد والأوساط العازلة على أثر تعرضها لمجالات خارجية. وبالتالي فإن مبدأ التخلفية في المواد العازلة سيتكرر على شكل تخلفية كهربائية (Electric hysteresis) . وكما يحدث الفقد في المواد المغناطيسية نتيجة إعادة ترتيب ثنائيات القطب المغناطيسية جراء تأثير المجالات الخارجية فإن الفقد في الموا العازلة سيتكرر نتيجة إعادة ترتيب ثنائيات القطب الكهربائية جراء وجود مجال خارجي متغير. ولن يكون هذا الفقد (في المواد العازلة) ذا قيمة معتبرة إلا عندما تتغير المجالات الخارجية وبشكل سريع جداً مقارنة بما يمكن أن يحدث في المواد المغناطيسية حيث إن الفقد نتيجة التخلفية في المواد المغناطيسية يمكن توقعه وحدوثه عند ترددات متدنية مثل 50 Hz أو أقل من ذلك، بينما لا يصل الفقد نتيجة التخلفية قيمة معتبرة في المواد العازلة إلا عندم ا يصل التردد إلى 10^9 Hz أو أكثر. وفي ضوء ما سبق يمكن التعبير عن ثابت العزل للمواد (السماحية ε) في حالة المجالات المتناغمة زمنياً كما يلي:-

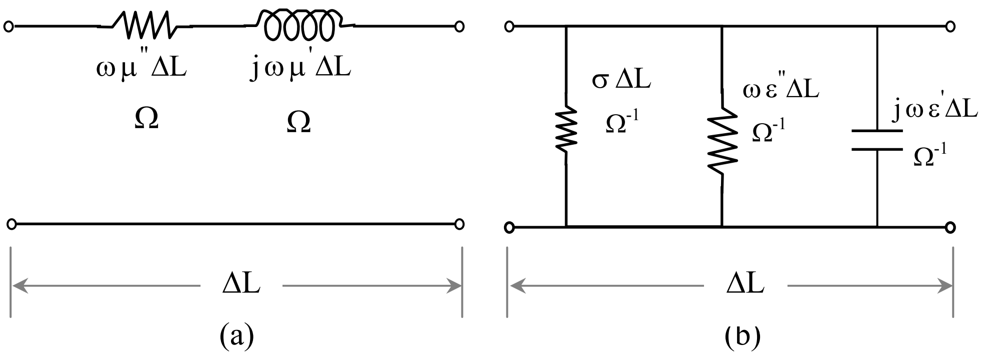
$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' \qquad (51\text{-}2)$$

حيث إن ε' تمثل الجزء الذي يتناسب مع مقدرة الوسط على خزن الطاقة الكهربائية وأما الجزء ε'' فإنه يتناسب مع فقدان الطاقة في الوسط نتيجة ترتيب وإعادة ترتيب ثنائيات القطب الكهربائية التي تتشكل في الوسط على أثر تعرضه لمجال خارجي متغير وتحت ظروفه الداخلية والمؤثرات الخارجية. يمكن إعادة كتابة معادلات ماكسويل باستخدام المعادلتين (2-50) و (2-51) كما يلي:-

$$\nabla \times \mathbf{E} = -[\,\omega\mu'' + j\omega\mu'\,]\,\mathbf{H} \qquad (52a\text{-}2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = [\,(\sigma + \omega\varepsilon'') + j\omega\varepsilon'\,]\,\mathbf{E} \qquad (52b\text{-}2)$$

ويمكن النظر إلى الكميات المبينة بين الأقواس المربعة على أنها مكونات الدارة المكافئة لوحدة طول من الوسط. ولتوضيح ذلك فقد تم تمثيل هذه المعادلة في الدارة المكافئة لطول من الوسط مقداره ΔL في الشكل (2-17).



الشكل (2-17):- الدارة المكافئة للمعادلة (2-52) حيث إن الدارة (a) تمثل الكمية بين الأقواس المربعة للمعادلة (52a-2)، وأما الدارة (b) فإنها تمثل الكمية بين الأقواس المربعة للمعادلة (52b-2).

مثـال (7-2) :- يبين الشكل (18a-2) مواسع بلوحين موصليين متوازيين مساحة كل منهما $A = 10\ cm^2$ والمسافة بينهما $d = 5\ mm$، إذا كانت سماحية المادة العازلة بين اللوحين $\varepsilon = (3.6 - j1.8)\ \varepsilon_0\ F/m$ وموصليتها $\sigma = 0.1\ \ \Omega^{-1}/m$. تم وصل هذا المواسع بمصدر فولطيته $v(t) = 10 \sin (2\pi\ 10^9\ t)\ V$، أرسم الدارة المكافئة للمواسع عند تردد المصدر وأوجد التيار المسحوب من المصدر وأكتب قيمته باستخدام كل من الدالة الجيبية والتمثيل الطوري ، أهمل الانحناءات في خطوط المجال، ولاحظ أن $\varepsilon_0 = 10^{-9} / 36\pi\ \ F/m$.

الحــل :-

مما سبق، يمكن القول بأن الدارة المكافئة للمواسع تتكون من ثلاثة عناصر كما يلي:-

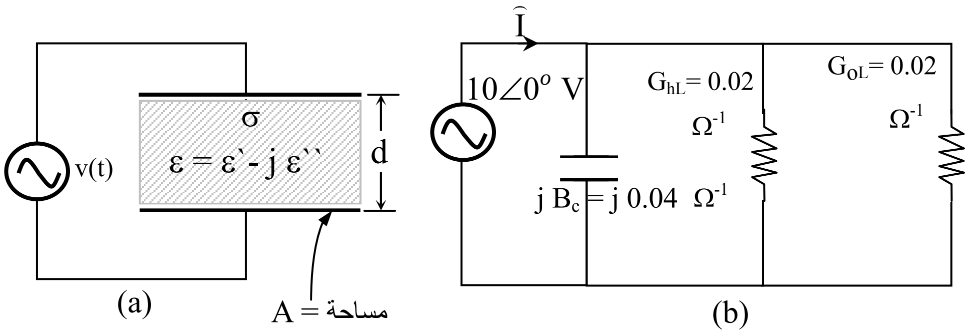
$$Y = (G_{oL} + G_{hL})+j\ B_c$$

حيث إن $G_{oL} = \sigma\, A / d$ هي توصيلية المادة بين اللوحين التي تعكس الفقد الأومي فيها، و $G_{hL} = \omega\varepsilon'' A / d$ هي توصيلية المادة بين اللوحين التي تعكس الفقد الناتج عن التخلفية الكهربائية، و $B_c = \omega\varepsilon' A / d$ هي تفاعلية المواسع التي تعبر عن الطاقة الكهربائية التي يمكن تخزينها بين لوحي المواسع. وهذه الكميات هي $G_{oL} = 0.02\ \Omega^{-1}$ و $G_{hL} = 0.02\ \Omega^{-1}$ و $B_c = 0.04\ \Omega^{-1}$ ويبين الشكل (18b-2) الدارة المكافئة للمواسع والمصدر حيث تم إظهار القيم الطورية على هذه الدارة. أما التيار المسحوب من المصدر فإن قيمته تكون كما يلي:-

$$\hat{I} = \hat{V}\ Y = 10\,[0.02 + 0.02 + j\,0.04] = 0.04\,(1 + j) = 0.4\sqrt{2}\angle 45^\circ \qquad A$$

ويصبح التيار باستخدام الدالة الجيبية $i(t) = 0.4\ \sqrt{2} \sin (2\pi\ 10^9\ \ t + \ \pi/4)\ \ A$

وباستخدام التمثيل الطوري $i(t) = 0.4\sqrt{2}\ \ e^{\,j(2\pi\, 10^9\, t + \pi/4)} \qquad A$



الشكل (2-18):- (a) المواسع المتصل مع مصدر قدرة (b) والدارة المكافئة.

2-8:-الجهد الاتجاهي المغناطيسي (Magnetic Vector Potential)

تم في الباب الأول عند دراسة المجالات المغناطيسية الساكنة تقديم الجهد الاتجاهي المغناطيسي **A** ككمية رياضية تساعد في إيجاد المجال المغناطيسي الناتج عن مصدر (تيار كهربائي مستمر I) من خلال هذا الجهد وتم ربط قيمته بكثافة الفيض المغناطيسي **B** كما يلي:-

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \tag{53-2}$$

عندما تكون المجالات الكهرومغناطيسية متغيرة مع الزمن فإن الحاجة تدعو إلى ربط الجهد الاتجاهي المغناطيسي **A** مع هذه المجالات وهذا يساعد في دراسة الهوائيات ، حيث سيكون من الممكن إيجاد المجالات الكهرومغناطيسية الناتجة عن تيار يحمله هوائي من خلال هذا المتجه. من معادلة ماكسويل الأولى (2-25a) والعلاقة (2-53) يتم الحصول على ما يلي:-

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}[\nabla \times \mathbf{A}] \tag{54-2}$$

فإذا كان الفراغ والزمن غير مرتبطين مع بعضهما يمكن كتابة هذه العلاقة كما يلي:-

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \tag{55a-2}$$

أو $\nabla \times (\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}) = 0$ ويمكن تعريف الكمية بين الأقواس بما يلي:-

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \equiv -\nabla V = -\nabla \phi \tag{55b-2}$$

حيث إنV (أو ϕ) يمثل الفولطية أو الجهد الكهربائي. وهذا يضمن أن $\nabla \times (\nabla \phi) = 0$ إضافة إلى أنه عندما تكون المجالات غير متغيرة مع الزمن فإن $\mathbf{E} = -\nabla \phi$ وهذه هي العلاقة المعروفة التي تربط الجهد بالمجال الكهربائي في حالة المجالات الكهربائية الساكنة. وبالتالي فإن المجال الكهربائي يكون بشكل عام

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \tag{56-2}$$

ويرتبط الحد الأول من الطرف الأيمن لهذه المعادلة مع التيار الكهربائي أما الثاني فيرتبط مع الشحنات الكهربائية. ويمكن كتابة معادلة ماكسويل الثانية (25b-2) باستخدام العلاقة (2-53) كما يلي:-

$$\nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu} \right) = \nabla \times \left(\frac{\nabla \times \mathbf{A}}{\mu} \right) = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{57a-2}$$

إذا كان الوسط متجانساً ومتماثلاً وباستخدام العلاقة $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \bullet \mathbf{A}) - \nabla^2 A$ فإن المعادلة السابقة تؤول إلى

$$\nabla(\nabla \bullet \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = \mu \mathbf{J} + \mu \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{57b-2}$$

وإذا ما تم استخدام العلاقة (2-56) يتم الحصول على ما يلي:-

$$\nabla(\nabla \bullet \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = \mu \mathbf{J} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \mu\varepsilon\nabla\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right) \tag{58-2}$$

وبالتدقيق في المعادلة الأخيرة وملاحظة أنه قد سبق وعِّرفت قيمة التفاف متجه الجهد المغناطيسي $(\nabla \times \mathbf{A})$ ولم يتم تعريف قيمة تشتت هذا المتجه $(\nabla \bullet \mathbf{A})$ لذا يمكن أن تعرف هذه الكمية كما يلي:-

$$\nabla \bullet \mathbf{A} = -\mu\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{59-2}$$

وبهذا يكون المتجه $\mathbf{A}$ قد عِّرف بالكامل. وتسمى هذه العلاقة بتحويل لورنتز وهذا التحويل صحيح فيزيائياً لأنه يتفق مع معادلات ماكسويل ومعادلة استمرارية التيار. كما انه مفيد رياضياً لأنه فك الارتباط الرياضي في المعادلة (2-58) بين المتغيرين ϕ و $\mathbf{A}$ ليكون لكل منهما معادلة منفصلة يمكن التعامل معها لاشتمالها على متغير مجهول واحد. وتعكس المعادلة (2-59) بشكل أو بأخر علاقة الاستمرارية التي تم إبرازها في المعادلة (2-28)، حيث إن $\mathbf{A}$ تتناسب مع التيار الكهربائي و ϕ تتناسب مع الشحنات الكهربائية كما سبق ذكره. ويلاحظ أنه في حالة المجالات الساكنة فإن المعادلة (2-59) تؤول إلى $\nabla \bullet \mathbf{A} = 0$ وهذه تناظر تلاشي تشتت التيار $(\nabla \bullet \mathbf{J} = 0)$ والتي بدورها لا تزيد عن كونها قانون كيرشوف للتيار عند أي نقطة. وفي ضوء ما سبق فإن المعادلة (2-58) تصبح كما يلي:-

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu \mathbf{J} \tag{60-2}$$

وتصبح هذه المعادلة في حالة المجالات المتناغمة زمنياً باستخدام التمثيل الطوري $\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \mathbf{A}(\mathbf{r})e^{j\omega t}$ كما يلي:-

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \omega^2 \mu\varepsilon \mathbf{A} = -\mu\mathbf{J} \tag{61-2}$$

والتي تمثل معادلة تفاضلية جزئية من الدرجة الثانية وغير متجانسة ويؤدي حلها الى ربط التيار بالجهد الاتجاهي المغناطيسي. وبمعرفة قيمة $\mathbf{A}$ يتم إيجاد المجالات الكهرومغناطيسية الناتجة عن التيار (المصدر) كما يلي:-

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu}\nabla\times\mathbf{A} \tag{62a-2}$$

$$\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A} - \frac{j}{\omega\mu\varepsilon}\nabla(\nabla\bullet\mathbf{A}) \tag{62b-2}$$

ويتم إيجاد $\mathbf{A}$ بحل المعادلة التفاضلية الجزئية غير المتجانسة (2-61) أو من خلال الرجوع إلى التعريف الذي سبق تقديمه في الباب الأول كما يلي:-

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi}\iiint_{V'}\frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)}{R}\, dV' \tag{63-2}$$

حيث إن $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ ويبين الشكل (2-19) عناصر هذه المعادلة. ويلاحظ أن هناك فرقاً بين المعادلة (2-63) والمعادلة التي سبق وقدمت في الباب الأول من حيث إن الزمن أصبح أحد مكونات هذه العلاقة. وبما أن المصدر عند النقطة $\mathbf{r}'$ والناتج $\mathbf{A}$ عند النقطة $\mathbf{r}$ فإن المسافة بينهما ستنعكس في هذه المعادلة، أو بمعنى أخر إن حالة المصدر عند الزمن t ستنتج $\mathbf{A}$ عند الزمن t' حيث إن $t' = t + R/v$ و R هي المسافة التي تفصلهما وأن v هي سرعة انتقال الحالة أو الحدث. ويمكن القول أن حالة $\mathbf{A}$ عند الزمن t'' تعكس حالة المصدر عند زمن سابق $t = t'' - R/v$ وهذا ما يطلق عليه بالمجال المتأخر. في ضوء ذلك إذا كانت المصادر متناغمة زمنياً يمكن إعادة كتابة المعادلة (2-63) كما يلي:-

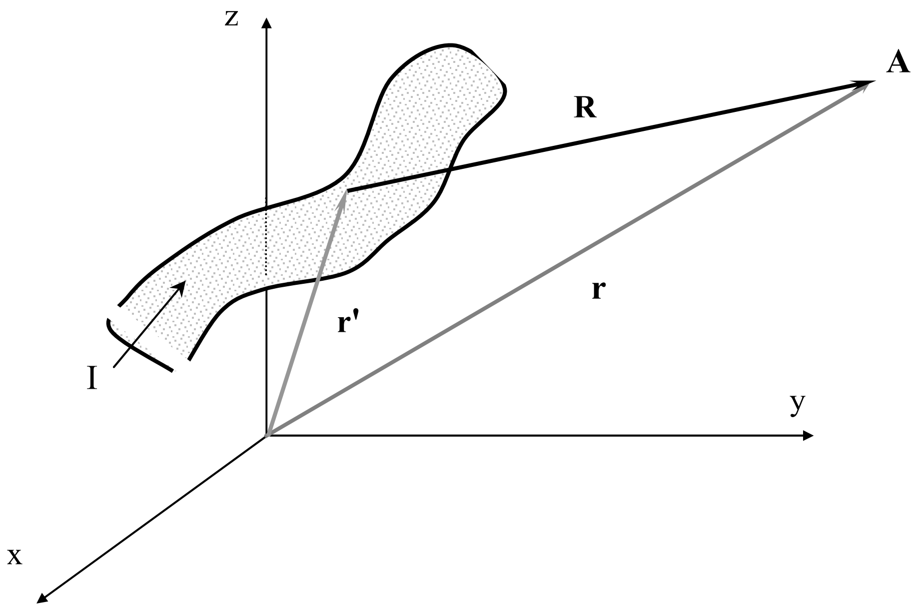
$$\mathbf{A}(\mathbf{r})\, e^{j\omega t} = \frac{\mu}{4\pi}\iiint_{V'}\frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{R}\, e^{j\omega(t - R/v)}\, dV' \tag{64a-2}$$

أو

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{V'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{R} e^{-jkR}\, dV' \qquad (64b\text{-}2)$$

حيث إن $k \equiv \omega / v$.

وتمثل هذه المعادلة الأخيرة الأساس للهوائيات من حيث تحليلها وتحديد خصائصها المختلفة.



الشكل (2-19):- عناصر المعادلة التي تربط الجهد الإتجاهي المغناطيسي مع التيار.

المسائل

2-1:- إذا كان هناك مستقبل مرتبط بملف مكون من 50 لفة بنصف قطر $a = 5$ cm موضوع في الهواء ويقع في المستوى xy عند النقطة $z = 0$ بوجود مجال مغناطيسي $H_z = 20 \sin (2 \pi 10^6 t)$ mA/m ، فأوجد الفولطية التي تنشأ بين طرفي الملف في هذه الحالة.

2-2:- تستخدم عادة حلقة موصلة (هوائي) بنصف قطر يكون في حدود 20 cm لاستقبال الإشارات التلفازية. إذا افترض أن المجال الكهربائي للإشارة التلفازية (بتردد 200 MHz) الموجود في الهواء في منطقة الحلقة هو

$$\mathbf{E} = 10\, e^{j(\omega t - \beta z)}\ \mathbf{a}_x \qquad \text{mV/m}$$

علماً بأن $\beta = \omega \sqrt{\mu_0\, \varepsilon_0}$ و ε_0 و μ_0 هما سماحية و نفاذية الهواء، فأوجد ما يلي:-

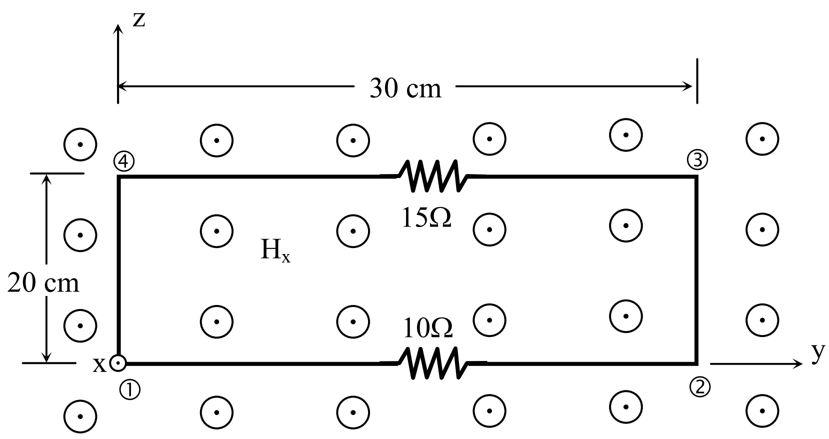
(a) قيمة β والمجال المغناطيسي المرافق للمجال الكهربائي. **(b)** الاتجاه الأنسب لمستوى الحلقة للحصول على أعلى قدر من ق د ك على طرفيها من هذه الإشارة وأوجد هذه القيمة.

2-3:- يبين الشكل (2-20) دارة كهربائية (30×20 cm^2) مكونة من أربعة فروع ومقاومة الفرع 1-2 هي $10\ \Omega$ والفرع 4 -3 هي $15\ \Omega$ أما الفرعين 3-2 و 4-1 فهما دارتا قصر. إذا ما تأثرت هذه الدارة بمجال مغناطيسي متغير مع الزمن وعمودي على مستواها كما يلي:-

$$H_x = 20 \sin (2 \pi\ 10^6\ t) \qquad \text{mA/m}$$

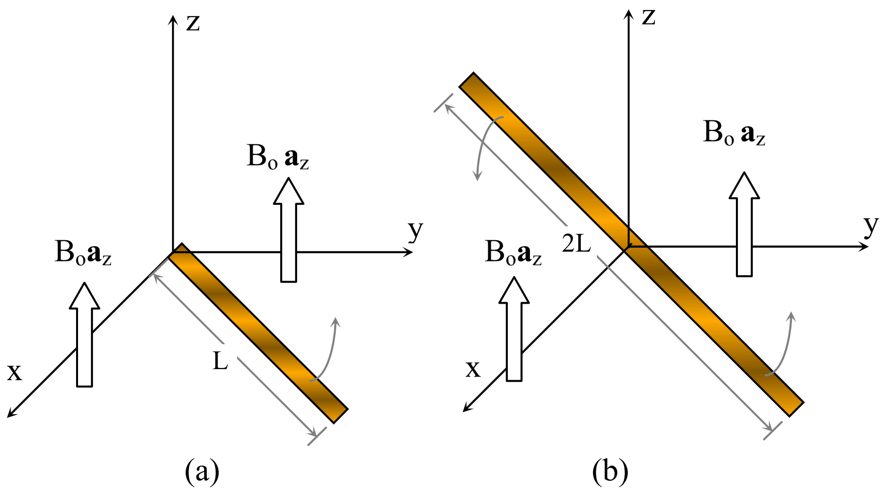
فأوجد التيار الذي يمكن أن ينتج في هذه الدارة وأوجد فولطيات الفروع 1-2 و 3-4 وقارن بين قيم كل من V_{12} و V_{34}.

2-4:- يبين الشكل (2-21a) شريطاً نحاسياً طوله L وعرضه τ مرتكز على محوره عند نقطة الأصل ويدور بسرعة زاوية ω rad/s بوجود كثافة فيض مغناطيسي $\mathbf{B} = B_0\ \mathbf{a}_z$ Wb /m^2، أوجد ق د ك الناتجة بين طرفي هذا الشريط.



الشكل (2-20):- الدارة الكهربائية للمسألة (2-3).

2-5:- في المسألة (2-4) إذا كان طول الشريط النحاسي 2L وكان مرتكزاً عند نقطة الأصل عند منتصفه ويلف بسرعة زاوية rad/s ω كما هو مبين في الشكل (2-21b). أوجد ق د ك الناتجة بين طرفي هذا الشريط في هذه الحالة.



الشكل (2-21):- الشريط النحاسي الذي يدور بسرعة زاوية ω (a) المسألة (2-4) (b) المسألة (2-5) .

6-2:- إذا كان هناك حلقة موصلة بنصف قطر 20 cm موضوعة في مستوى xy ومقاومتها 5 Ω بوجود كثافة فيض مغناطيسية

$\mathbf{B} = 2 \sin 2\pi\, 10^6\, t\ \mathbf{a}_x + 3 \cos\ 2\pi\ 10^6\, t\, \mathbf{a}_y + 4 \sin 2\pi\, 10^6\, t\, \mathbf{a}_z \quad \text{mT}$

أوجد قيمة مربع متوسط جذر (root mean square rms) القوة الدافعة الكهربائية الناتجة بين طرفي هذه الحلقة.

7-2:- وضعت حلقة موصلة مقفلة في منطقة (هواء) كان المجال المغناطيسي فيها كما يلي:-

$\mathbf{H} = 5 \cos 1000\, t\ \ \mathbf{a}_x + 10 \cos 1000\, t\ \mathbf{a}_y + 10 \cos 2000\, t\ \mathbf{a}_z \quad \text{A/m}$

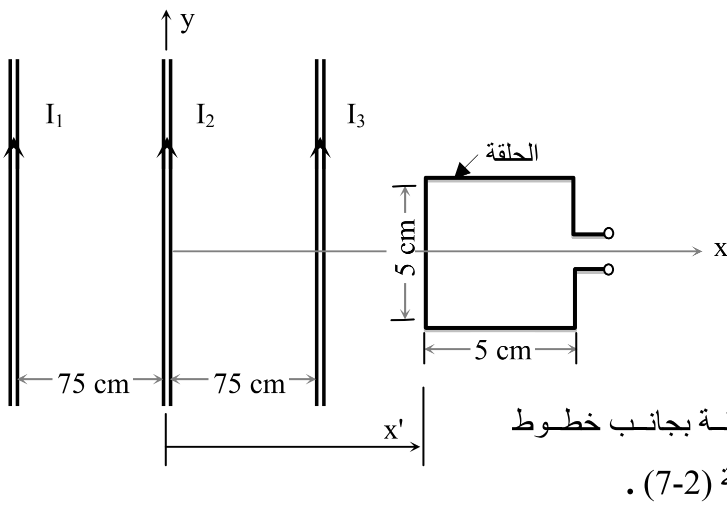
وكانت قرنها عند النقاط التالية (0 , 0 , 0) ، (0 , 5 , 5) و (4 , 5 , 5) و (4 , 0 , 0).

أوجد التيار الناتج في هذه الحلقة إذا كانت مقاومتها تساوي 10 Ω.

8-2:- يبين الشكل (2-22) خط نقل مكون من ثلاث موصلات يمثل خط الضغط العالي علماً بأن التيارات التي تسري في موصلاته هي

$i_1(t) = 1.2 \sin \omega t$ KA و $i_2(t) = 1.2 \sin (\omega t + 120°)$ KA و

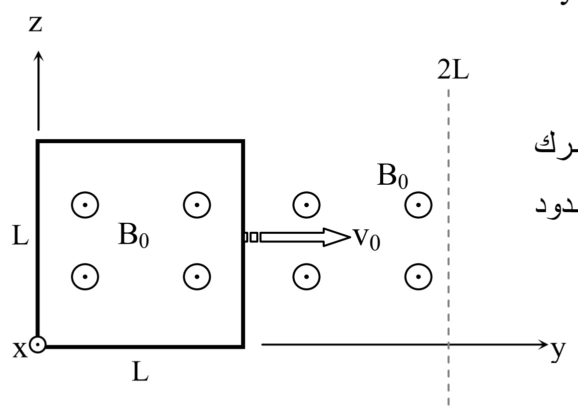
$i_3(t) = 1.2 \sin (\omega t + 240°)$ KA



الشكل(2-22):- حلقة بجانب خطوط الضغط العالي للمسألة (2-7) .

علماً بـأن $\omega = 2\ \pi\ 50$ rad/s. أوجـد القـوة الدافعـة الكهربائيـة الـتي يمكن أن تنتـج علـى طرفي حلقة موصلة مربعة $5\ \text{x}\ 5\ \text{cm}^2$ وأرسم تغير قيمتها مع تغير موقع الحلقة باتجاه المحور x في المدى $150\ \text{cm} < x' < -150\ \text{cm}$ (افترض عدم حدوث تماس بين الحلقة والخطوط).

9-2:- يبين الشكل (2-23) حلقة موصلة مربعة (L x L) تتحرك بسرعة $v_0\ \mathbf{a}_y$ m/s بوجود كثافة الفيض المغناطيسي $\mathbf{B} = B_0\ \mathbf{a}_x$ Wb/m^2 في المدى $0 \le y \le 2L$ وتساوي صفراً إذا كانت $0 \ge y$ و $y > 2L$. إذا كانت مقدمة الحلقة عند النقطة $y = 0$ عند الزمن $t = 0$ وكانت مقاومتها R Ω، فأوجد التيار الذي سينشأ في الحلقة وارسم قيمته كدالة في موقع الحلقة على المحور y.



الشـكل(2-23):- حلقـة تتحـرك فـي مجـال مغناطيسـي محـدود للمسألة (2-9).

10-2:- تم وصل مواسع ذي الصفيحتين إلى مصدر فولطية $V(t) = V_0 \sin \omega t$ V، المتوازيتين علماً بأن مساحة صفيحة المواسع $A\ \text{m}^2$ والمسافة بين الصفيحتين هي d، أما المادة العازلة بينهما فخصائصها هي:- سماحيتها $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$ F/m وموصليتها $\sigma\ (\Omega\text{m})^{-1}$ أوجد التيار المار في هذا المواسع.

11-2:- تم وصل مقاومة 10 Ω على التوازي مع مواسع ذي صفيحتين متوازيتين إلى مصدر فولطية $v(t) = 10 \sin \omega t$ V، فإذا كانت مساحة الصفيحة $10\ \text{cm}^2$ والمسافة

بينهما 1 cm وكانت خصائص المادة العازلة المستخدمة بين صفيحتي المواسع هي:- سماحيتها $\varepsilon = (15 - j7)\ \varepsilon_0$ F/m وموصليتها $\sigma = 0.004\ (\Omega\ m)^{-1}$ ، أوجد تيار المصدر $i(t)$ وأحسب نسبة تيار الإزاحة والتيار التوصيلي والتيار الناتج عن التخلفية الكهربائية عند الترددات التالية:-

(a) f = 1 KHz **(b)** f = 1 MHz **(c)** f = 100 MHz

(d) f = 1 GHz **(e)** f = 10 GHz

أهمل الانحناءات (الشراريب) في خطوط المجالات الكهربائية.

(12-2):- إذا كان المجال الكهربائي **E** معطى بما يلي:-

$$\mathbf{E} = E_0 \exp[j(\omega t - \beta z)]\ \mathbf{a}_x \ \text{V/m}$$

أوجد المجال المغناطيسي **H** المرافق لهذا المجال وأوجد قيمة β.

(13-2):- بالرجوع إلى المسألة (2-10)، وإذا كانت $d = 0.2$ cm و $A = 20\ cm^2$ و $\varepsilon = (2.25 - j\ 80)\ \varepsilon_0$ و $\sigma = 0.004\ (\Omega\ m)^{-1}$ وكانت فولطية المصدر $v(t) = 5\cos(10^9\ t)$ V . فأوجد تيار المواسع واكتب قيمته باستخدام التمثيل الطوري.

.

الباب الثالث
الموجات الكهرومغناطيسية
Electromagnetic Waves

في الطبيعة هناك الكثير من الظواهر الموجية يذكر منها الموجات الصوتية والضوئية والزلزالية والمائية والكهرومغناطيسية. وبغض النظر عن نوعها فإنها تتشابه في أنها تنقل حدثاً ما أو معلومة معينة أو طاقة محددة من نقطة معينة (المصدر أو المرسل) إلى نقطة أخرى (المستقبل) .وفي ضوء ذلك يمكن القول بأن الموجة بشكل عام هي آلية يتم بواسطتها نقل الحدث أو المعلومة أو الطاقة من نقطة لأخرى. هذا ويتم وصف الموجة من خلال مكوناتها، فمثلاً عندما ينتقل حدث صوتي من نقطة إلى أخرى فإن ذلك يتم بواسطة الموجة الصوتية التي هي عبارة عن تضاغطات وتخلخلات ميكانيكية تحدث لجزيئات مادة الوسط الفاصل بين المرسل والمستقبل ويتم وصف الموجة من خلال تغير الضغط مع الفراغ والزمن، وهذا ما يحدث كذلك في الموجة الزلزالية. أما في حالة الموجة المائية التي تنتج عند ارتطام جسم ، حجرٍ صغيرٍ ، مع سطح بركة ساكنة حيث إن الحدث يتمثل بارتطام الحجر بسطح البركة (أو أن الطاقة التي كان الحجر يحملها ـ طاقة حركية- قد انتقلت إلى البركة) والذي ينتج عنه حركة ميكانيكية على شكل انخفاضات وارتفاعات تتحرك بشكل قطري بعيداً عن نقطة ارتطام الحجر بسطح البركة. يعتمد انتقال الحدث في هذه الأنواع من الموجات من نقطة لأخرى على الوسط الذي يجب أن يكون مكوناً من مادة لتتم عملية الانتقال، فالصوت مثلاً لا ينتقل في الفراغ.

في حالة الموجات الكهرومغناطيسية فالحديث عن شحنات تهتز أو تتغير مع الزمن وبالتالي فإن المجال الناتج (مجالاً متغيراً مع الزمن) ينتقل إلى، أو يتم الإحساس بهذا الاهتزاز عند، نقطة أخرى من خلال مكونات الموجة وهي المجالات الكهربائية والمغناطيسية المتغيرة مع الزمن والفراغ. لانتقال هذه الموجات فإنها لا تحتاج بالضرورة إلى وجود مادة في الوسط

الذي يفصل نقطتين عن بعضهما. وينتقل الحدث أو تنتقل الموجة من نقطة إلى أخرى بسرعة معينة وتتأثر أثناء انتشارها بخصائص الوسط وبعض من خصائص المصدر.

إن دراسة الموجات الكهرومغناطيسية لها أهمية قصوى في الاتصالات الكهربائية من حيث إنتاج وإشعاع هذه الموجات وانتشارها في الوسط وتفاعلها معه واستقبال هذه الموجات. هناك العديد من الظواهر الطبيعية والتطبيقات التي تتطلب فهماً جيداً للموجات الكهرومغناطيسية مثل تداخلها وتفاعلها مع الدارات والأنظمة المختلفة وآثارها على البيئة حيث إن فهم انتشارها أصبح ضرورة ماسة لتطبيقات مثل الاتصالات المحمولة والمتحركة والثابتة.

1-3:- معادلة الموجة العامة

سيتم في هذا الباب اشتقاق معادلة الموجة العامة (general wave equation) التي من خلالها سيتم إيجاد المجالات الكهرومغناطيسية المكونة للموجة لبحث تفاصيلها والوصول إلى خصائصها. بدءً يتم كتابة معادلات ماكسويل لوسط خالٍ من المصادر (source free medium) ، تيارات كهربائية أو شحنات كهربائية، ومتجانس الخصائص سماحيته ε ونفاذيته μ وموصليته σ كما يلي :-

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \tag{1-3}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{2-3}$$

يلاحظ من هاتين المعادلتين أن المجالات الكهربائية والمغناطيسية مرتبطة مع بعضها رياضياً ويمكن فصل هذا الارتباط الرياضي بأخذ التفاف ($\nabla \times$) أي من هاتين المعادلتين. إذا أخذ التفاف المعادلة الأولى واستخدمت المعادلة الثانية والعلاقة (21L-III) في الملحق III على افتراض أن الفراغ والزمن لا يعتمدان على بعضهما يتم الحصول على ما يلي:-

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu\, \nabla \times \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\right) = -\mu\ \frac{\partial}{\partial t}\ (\nabla \times \mathbf{H}) = \nabla(\nabla \bullet \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

وبالتعويض بمعادلة ماكسويل الثانية يتم الحصول على :-

$$\nabla(\nabla \bullet \mathbf{E}) - \nabla^2\ \mathbf{E} = -\mu\,\sigma \frac{\partial\, \mathbf{E}}{\partial t} - \ \mu\,\varepsilon \frac{\partial^2\ \mathbf{E}}{\partial\, t^2} \qquad (3\text{-}3)$$

وحيث إن الوسط خالٍ من المصادر فإن $\nabla \bullet\ \mathbf{E} = \nabla \bullet \left(\frac{\mathbf{D}}{\varepsilon}\right) = \frac{1}{\varepsilon}\ \nabla \bullet \mathbf{D} = 0$

وبالتالي فإن المعادلة (3-3) تصبح كما يلي:-

$$\nabla^2\ \mathbf{E} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial\, t} - (1/v^2)\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial\, t^2} = 0 \qquad (4\text{-}3)$$

حيث إن $v \equiv 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$. وتمثل العلاقة (4-3) معادلة الموجة العامة في وسط خالٍ من المصادر وهي معادلة تفاضلية جزئية من الدرجة الثانية. ينتج عن حل هذه المعادلة المجال الكهربائي كدالة في الفراغ والزمن كما يلي :-

$$\mathbf{E}\ (x, y, z, t) = \mathbf{E}\ (\mathbf{r}, t) = A\ \mathbf{f}(\mathbf{r} - v\ t) + B\ \mathbf{g}(\mathbf{r} - \boldsymbol{v}t) \qquad (5\text{-}3)$$

حيث إن A و B هما ثابتان يتم تحديدهما من شروط الحدود و **f** و **g** هما دالتان (موجتان) في الفراغ والزمن وتنتجان عن حل المعادلة التفاضلية الجزئية (4-3).

سيتم التركيز هنا على المصادر والمجالات المتناغمة زمنياً (time harmonic fields) حيث سيتم إفتراض اعتماد المصادر والمجالات على الزمن كما يلي :-

$$\mathbf{E}\ (x, y, z, t) = \mathbf{E}\ (x, y, z)\ e^{j\omega t} \qquad (6\text{-}3)$$

$$\mathbf{E}(x,y,z,t) = \mathbf{E}(x,y,z)\begin{cases}\sin \omega t \\ \cos \omega t\end{cases} \tag{7-3}$$

ويتم اعتماد العلاقة (6-3) إلا في بعض الحالات الخاصة لأجل توضيح نقطة معينة وعندها سيتم استخدام العلاقة (7-3). ومن الجدير بالذكر أن العلاقة (6-3) تستخدم لسهولتها من الناحية الرياضية حيث إنها لا تتغير بعد مفاضلتها أو مكاملتها. ويلاحظ أن التفاضل مرة واحدة بالنسبة للزمن سيضيف $j\omega$ وأما التفاضل لمرتين فإنه سيضيف $-\omega^2$ ($\frac{\partial}{\partial t} \to j\omega$ و $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \to -\omega^2$) وعليه فإن المعادلة (4-3) تصبح كما يلي :-

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \gamma^2 \mathbf{E} = 0 \tag{8-3}$$

حيث إن $\gamma \equiv |\gamma| e^{j\psi} \equiv \alpha + j\beta = (j\omega\mu\sigma - \omega^2 \varepsilon\mu)^{1/2}$ هو ثابت الانتشار للموجة الكهرومغناطيسية، و $\psi \equiv \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\tan^{-1}(\sigma/\omega\varepsilon)$ و $|\gamma| = \left[(\omega^2\mu\varepsilon)^2 + (\omega\mu\sigma)^2\right]^{1/4}$ و $\alpha = |\gamma|\cos\psi$ (neper/m) هو ثابت التوهين، و $\beta = |\gamma| \sin\psi$ (rad/m) هو ثابت الطور.

يمكن عمل نفس الإجراءات السابقة للمجال المغناطيسي للحصول على معادلة مماثلة أو

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \gamma^2 \mathbf{H} = 0 \tag{9-3}$$

تمثل العلاقتان (8-3) و (9-3) معادلتين تفاضليتين جزئيتين منتظمتين من الدرجة الثانية . وسيتم بحث حلهما أولاً في وسط عازل وتحت ظروف خاصة لشروط الحدود وثانياً في وسط موصل جيد التوصيل وبعد ذلك يمكن أن يتم تعميم الحل لأي وسط . ومن الجدير بالذكر أن معادلات ماكسويل تربط المجالات الكهربائية والمغناطيسية وبالتالي إن معرفة إحداهما يكفي لإيجاد الأخر.

3-2:- الموجة الكهرومغناطيسية في وسط عازل

سيتم في هذا الفصل اشتقاق وتعريف المكونات الأساسية للموجات الكهرومغناطيسية لاستخدامها لاحقاً بعد تعديلها بالطريقة المناسبة ، حيث سيتم بحث الموجة الكهرومغناطيسية في وسط عازل (dielectric medium) لا يعاني من الفقد وخصائصه هي سماحية ε (F/m) ونفاذية μ (H/m وموصلية $\sigma = 0\ (\Omega m)^{-1}$. سيتم افتراض أن مصادر الموجة متناغمة زمنياً وأن الوسط متجانس وخالي من المصادر ($\nabla \bullet \mathbf{E} = 0$). ويعتبر الهواء إلى درجة عالية من الدقة وسطاً عازلاً يستخدم كقناة تفصل المرسل عن المستقبل وتتم فيه معظم الاتصالات وفي هذه الحالة تصبح معادلات ماكسويل كما يلي:-

$$\nabla \times \mathbf{E} = j\omega\mu\, \mathbf{H} \qquad (10a\text{-}3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\, \mathbf{E} \qquad (10b\text{-}3)$$

وبعد تطبيق الالتفاف (curl) على المعادلة (10a-3) واستخدام المعادلة (10b-3) لوسط متجانس خالي من المصادر يتم الحصول على:-

$$\nabla^2\ \mathbf{E} + k^2\ \mathbf{E} = 0 \qquad (11\text{-}3)$$

حيث إن $k \equiv \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ هو ثابت الانتشار، أو الطور، للموجة ووحدته (rad/m).

من المعلوم أن المجال الكهربائي المبين في معادلة الموجة (3-11) هو دالة في الفراغ (x, y, z) والزمن t كما يلي :-

$$\mathbf{E}(x,y,z,t) = \mathbf{E}(x,y,z)\, e^{j\omega t} \qquad (12\text{-}3)$$

حيث إن $\mathbf{E}\,(x,y,z) = E_X(x,y,z)\,\mathbf{a}_x + E_Y(x,y,z)\,\mathbf{a}_Y + E_Z(z,y,z)\,\mathbf{a}_Z$

وبالتالي فإن معادلة الموجة (3-11) هي في واقعها ثلاث معادلات للعناصر E_x و E_y و E_z وليس هناك فروق رياضية بين أي من هذه المعادلات. وفي ضوء

ذلك، ولتسهيل معالجة الموجة وتبسيطها، سيفترض أن المصدر الذي ينتج هذه الموجة الكهرومغناطيسية له من الخصائص بحيث أن المجال الكهربائي الناتج هو باتجاه واحد فقط (اتجاه x مثلاً) ويعتمد على متغير واحد فقط (z مثلاً) كما يلي:-

$$\mathbf{E}(x,y,z) = E_x\ (z)\,\mathbf{a}_x \tag{13-3}$$

وفي هذه الحالة فإن معادلة الموجة تصبح كما يلي:-

$$\frac{d^2E_x}{dz^2} + k^2\ E_x = 0 \tag{14-3}$$

وهي معادلة تفاضلية عادية من الدرجة الثانية ومتجانسة وحلها هو كما يلي:-

$$E_x\ (z,t) = E^+\ e^{-jkz} + E^-\ e^{jkz} \tag{15a-3}$$

أو

$$E_x\ (z,t) = E^+\ e^{j(\omega t - kz)} + E^-\ e^{j(\omega t + kz)} \tag{15b-3}$$

حيث إن كلاً من E^+ و E^- هما ثابتان يتم تحديدهما من شروط معرفة تفاصيل المصدر. ويلاحظ أن الحل يتكون من جزأين نظراً لأن المعادلة التفاضلية العادية هي من الدرجة الثانية وكما سيتم بيان ذلك لاحقاً، فإن هذا الحل الرياضي يمثل موجتين أحدهما تنتشر باتجاه z + والأخرى تنتشر باتجاه z -. في البداية ستتم مناقشة الحالة المثالية بحيث يكون الفراغ الذي تنتشر فيه الموجة متجانساً تماماً وبالتالي انعدام الظروف الفيزيائية اللازمة لوجود الموجتين معا ولكن لوجود موجة واحدة فقط. وسيتم في هذه المرحلة التركيز على الجزء الأول من الحل الذي يمكن كتابته بالأشكال التالية:-

$$E_x\ (z,t) = E^+\ e^{j(\omega t - kz)} \tag{16a-3}$$

أو

$$E_x(z,t) = E^+ \cos(\omega t-kz) \qquad (16b-3)$$

أو

$$E_x(z,t) = E^+ \sin(\omega t - kz) \qquad (16c-3)$$

وسيتم النظر إلى هذه النماذج المختلفة لتفسير الموجة الكهرومغناطيسية وحيثياتها وخصائصها حيث يمثل النموذج الأول الشكل الرياضي أو الطوري للمجال الكهربائي بينما يمثل النموذج الثاني والثالث الشكل الفيزيائي أو الجيبي للمجال. ويلاحظ أن المجال الكهربائي يعتمد على كل من الفراغ z والزمن t ولذا فهناك حاجة إلى شكل ثلاثي الأبعاد لتمثيله. وعوضاً عن ذلك ستتم معالجة هذا المجال كدالة في الزمن t عند نقطة معينة في الفراغ z ، عند النقطة $z = 0$ ، وكدالة في الفراغ z عند زمن معين t ، عند الزمن $t = 0$. والحالة الأخيرة تناظر في الواقع تجميد الزمن أو بمعنى أخر أخذ صورة للمجال الكهربائي عند زمن معين. ويلاحظ في كلا التمثيليين الطوري أو الجيبي أن مقدار الموجة وطورها لا يتغيران أبداً مع المتغيرات الفراغية x و y ويتغيران فقط مع z .

1- المجال الكهربائي كدالة في الزمن عند نقطة في الفراغ:- إذا أخذت المعادلة (16-3) عند النقطة $z = 0$ ،مثلاً، فإن المجال الكهربائي يصبح:-

$$E_x(0,t) = E^+ e^{j\omega t} \qquad (17a-3)$$

أو

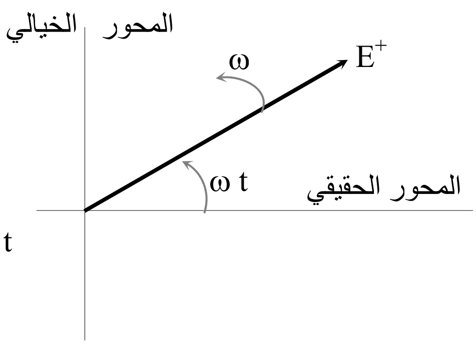
$$E_x(0,t) = E^+ \sin \omega t \qquad (17b-3)$$

وتمثل المعادلة (17a-3) كمية طورية مقدارها E^+ وطورها (ωt rad) يتغير بسرعة ω (rad/s) ويمثل الشكل (1-3) رسماً للدالة المبينة في المعادلة (17a-3) والشكل (2-3) رسماً للدالة المبينة في المعادلة (17b-3). وتمثل الدورة الكاملة في الشكل (1-3) قيمة (rad) 2π وأما الفترة الزمنية بين نقطتين متماثلتين على الشكل (2-3) فتعرف بالدورة (period) T sec

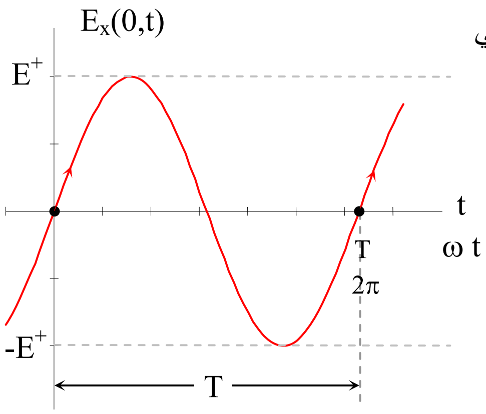
وبالتالي فإن $\omega T = 2\pi$. وإذا ما تم تعريف مقلوب فترة الدورة $(1/T)$ بالتردد f فإن:-

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi f \qquad rad/s \tag{18-3}$$

ووحدات f هي دورة / ثانية أو هيرتز (Hz) وهي الوحدة المستخدمة والمعتمدة حالياً، وتمثل تردد الموجة الكهرومغناطيسية .



الشكل(1-3):- تمثيل الدالة المبينة في المعادلة (17a-3).



الشكل (2-3):- تمثيل الدالة المبينة في المعادلة (17b-3).

2- المجال الكهربائي كدالة في الفراغ عند زمن معين:- إذا أخذت المعادلة (16a,c-3) عند $t = 0$ مثلاً فإن المجال الكهربائي يصبح كما يلي:-

$$E_x(z,0) = E^+ e^{-jkz} \tag{19a-3}$$

أو

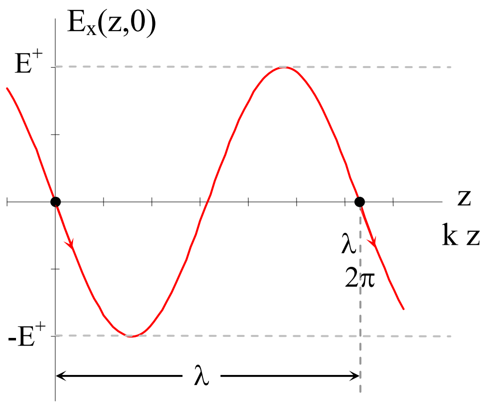
$$E_x(z,0) = -E^+ \sin kz \tag{19b-3}$$

وتمثل المعادلة (19a-3) كمية طورية بمقدار E^+ وطور يساوي kz (rad) . ويتغير بمعدل k (rad/m) . وقد تم تمثيل الدالة المبينة في المعادلة (19a-3) في الشكل (3-3) وتم تمثيل الدالة الجيبية الواردة في المعادلة (19b-3) في الشكل (4-3). وتمثل الدورة الكاملة في الشكل (3-3) قيمة 2π وأما المسافة الفراغية بين نقطتين متماثلتين على الشكل (4-3) فتعرف بالدورة الفراغية أو بطول الموجة λ (wavelength) وبالتالي فإن $k\,\lambda = 2\,\pi$ أو أن

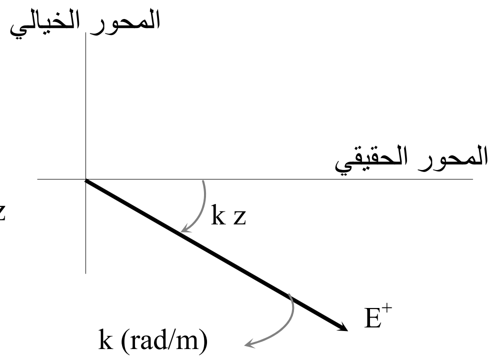
$$k = 2\pi/\lambda \qquad (20a\text{-}3)$$

وحيث إن $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ فإن طول الموجة وترددها (الدورة الفراغية والدورة الزمنية) ترتبطان بالعلاقة التالية:-

$$\lambda f = 1/\sqrt{\mu\varepsilon} \quad \text{m/s} \qquad (20b\text{-}3)$$



الشكل (4-3):- تمثيل الدالة البينة في المعادلة (19b-3).



الشكل(3-3):- تمثيل الدالة المبينة في المعادلة (19a-3).

يلاحظ أن وحدات حاصل ضرب الموجة بترددها هي وحدات سرعة وقيمة هذا الناتج يحدد من خصائص الوسط مع العلم أن تردد الموجة يتم تحديده من قبل المصدر

وعليه فإن طول الموجة يتغير تبعاً للوسط الذي تنتشر فيه الموجة الكهرومغناطيسية. وحيث إن الحديث عن موجة كهرومغناطيسية ممثلة بمجالها الكهربائي المبين في المعادلة (3-16) الذي يعتمد على كل من الفراغ والزمن فقد يكون من المناسب معرفة كيفية ارتباط الفراغ والزمن لهذه الموجة. فإذا أخذت العلاقة (3-16a) المكونة من مقدار قيمته E^+ وطور هو

$$\psi(z,t) \equiv \omega t - kz \qquad (21\text{-}3)$$

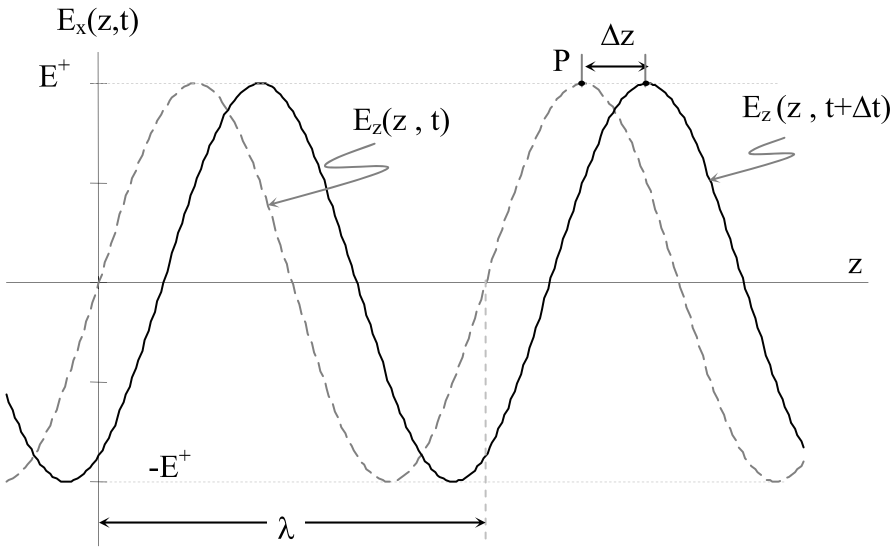
لمعرفة ارتباط الفراغ مع الزمن لهذه الموجة يمكن تثبيت قيمة هذا الطور المبين في العلاقة (3-21) كما يلي $\psi(z,t) \equiv \psi_0 = \omega t - kz$ وينتج عن مفاضلة هذه الكمية ما يلي:-

$$0 = \omega dt - kdz \quad \Rightarrow \Rightarrow dz/dt \equiv v_p = \omega/k = 1/\sqrt{\mu\varepsilon} \qquad (22\text{-}3)$$

ويمثل الطرف الأيسر سرعة تم اشتقاقها عبر التعامل مع طور المجال الكهربائي للموجة وبالتالي فإنها تدعى سرعة الطور v_p (phase velocity) للموجة الكهرومغناطيسية. وتمثل هذه السرعة قيمة رياضية وهي ليست بالضرورة ممثلة لسرعة الموجة الفعلية حتى وأن تساوت معها. ويلاحظ أنه بازدياد الزمن فلا بد من زيادة قيمة z للمحافظة على طور ثابت. وبالتالي فإن اتجاه سرعة الطور المبينة في المعادلة (3-22) هو $+\mathbf{a}_z$، وفي ضوء ذلك فإنه وبالرجوع إلى المعادلة (3-15) يمكن وسم الجزء الأول بأنه الجزء الذي تكون فيه سرعة الطور $\boldsymbol{v}_p = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}\,\mathbf{a}_z$ وهي ما ستدعى بالموجة الأمامية (forward wave) أو الموجة الساقطة (incident) وعليه فإن الجزء الثاني من هذه المعادلة يكون فيه سرعة الطور باتجاه معاكس للجزء الأول $\boldsymbol{v}_p = -1/\sqrt{\mu\varepsilon}\,\mathbf{a}_z$ وهي ما ستدعى بالموجة الخلفية (backward wave) أو الموجة المنعكسة (reflected) وسيتم في مرحلة لاحقة تفهم الأسباب الداعية لهذه المسميات. فإن تم تمثيل المجال الكهربائي كدالة في

الفراغ عند زمنيين مختلفين كما هو مبين في الشكل (3-5) ، باستخدام العلاقة (3-16c)، يلاحظ أن النقطة P الواقعة على قمة المنحنى في الفراغ قد تحركت إلى اليمين بمسافة مقدارها Δz في زمن قدره Δt وبالتالي فإنه ولبقاء P عند القمة فعليها أن تتحرك بسرعة $\Delta z / \Delta t$ أو أن تكون سرعتها الآنية مساوية

$$\nu_p = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{dz}{dt} .$$



الشكل (3-5):- تمثيل المجال الكهربائي في الفراغ z عند زمنيين مختلفين t و t+ Δt.

تبين المعادلة (3-16) قيمة المجال الكهربائي كدالة في الفراغ والزمن، أما المجال المغناطيسي **H** فيتم إيجاده من خلال استخدام معادلة ماكسويل $\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$ أو أن **H** يكون كما يلي:-

$$\mathbf{H} = H^+ \; e^{j(\omega t - kz)} \; \mathbf{a_y} \quad A/m \tag{3-23}$$

حيث إن $H^+ \equiv E^+/\eta$ و $\eta \equiv \omega\mu/k = \sqrt{\mu/\varepsilon}\ \ \Omega$ هي الممانعة المميزة (intrinsic impedance) للوسط علما بأن $\eta \equiv \eta_0 = 120\pi\ \ \Omega$ للفراغ.

يمكن القول ، في ضوء ما سبق، أنه إذا كان هناك مصدر كهرومغناطيسي بتردد f (Hz) موضوع في وسط عازل لا يعاني من الفقد (dielectric lossless medium) وخصائصه هي سماحية ε F/m ونفاذية μ H/m وموصلية $\sigma = 0\ (\Omega m)^{-1}$ وانتج حدثاً معيناً طاقة كهرومغناطيسية، فإن هذا الحدث ينتقل في الوسط على شكل موجة كهرومغناطيسية طول موجتها تحدد من تردد المصدر، الذي هو تردد الموجة، وخصائص الوسط وذلك كما يلي $\lambda = 1/(f\sqrt{\mu\varepsilon})$. ويتغير طور هذه الموجة بسرعة تحددها خصائص الوسط $v_p = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$ ويمكن القول في هذه المرحلة أنها، مجازاً، سرعة انتشار الموجة. وعناصر هذه الموجة هما المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي اللذان يعتمدان على بعضهما من خلال خصائص الوسط ويحدد هذا الاعتماد بثابت الوسط الذي أطلق عليه الممانعة المميزة للوسط η.

مثال (3-1):- إذا كان هناك موجة كهرومغناطيسية ترددها 300 MHz في وسط عازل يخلو من المصادر وكانت خصائص الوسط $\varepsilon = 4\,\varepsilon_0$ F/m و $\mu = \mu_0$ H/m و $\sigma = 0\ (\Omega\ m)^{-1}$، فإذا كان مجالها الكهربائي هو

$$\mathbf{E} = 12\ \ e^{j(\omega t - ky)}\,\mathbf{a}_x \quad \mathrm{mV/m}$$

فأوجد: **(i)** ثابت الانتشار لهذه الموجة k وطول موجتها λ وسرعة طورها v_p والممانعة المميزة للوسط η . **(ii)** المجال المغناطيسي لهذه الموجة.

الحــل:-

(i) $k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} = 2\pi \times 3 \times 10^8 \sqrt{4\mu_0 \varepsilon_0} = 4\pi \quad \text{rad/m}$

$k = 2\pi/\lambda = 4\pi \Rightarrow \lambda = 0.5 \text{ m}$

$v_p = 1/\sqrt{\mu \varepsilon} = \omega/k = 1.5 \times 10^8 \quad \text{m/s}$

الممانعة المميزة η $\quad \eta = \sqrt{\mu/\varepsilon} = 120\pi/2 = 60\pi \quad \Omega$

(ii) يمكن استنتاج المجال المغناطيسي لهذه الموجة من معادلات ماكسويل

$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mu_0 \mathbf{H}$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{bmatrix} = -j\omega\mu_o \begin{bmatrix} H_x & \mathbf{a}_x \\ H_y & \mathbf{a}_y \\ H_z & \mathbf{a}_z \end{bmatrix}$$

أو

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ 0 & \dfrac{\partial}{\partial y} & 0 \\ E_x & 0 & 0 \end{bmatrix} = -j\omega\mu_o \begin{bmatrix} H_x & \mathbf{a}_x \\ H_y & \mathbf{a}_y \\ H_z & \mathbf{a}_z \end{bmatrix}$$

أو $H_x = 0$ و $H_y = 0$ و $-\dfrac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_z$

أو $H_z = -1/5\pi \; e^{j(\omega t - ky)} \quad \text{mA/m}$

و تكتب المجالات الكهرومغناطيسية للموجة باستخدام الدالة الجيبية الزمنية كما يلي :-

$E_x = 12 \cos(6\pi 10^8 t - 4\pi y) \quad \text{mV/m}$

$H_z = -(1/5\pi) \cos(6\pi 10^8 t - 4\pi y) \quad \text{m A/m}$

مثال (3-2) :- إذا كان المجال الكهربائي لموجة كهرومغناطيسية ترددها 300 MHz في الهواء الخالي من المصادر هو

$$\mathbf{E} = 6 e^{j(\omega t - kz)}\ \mathbf{a_x} + E_2\, e^{j(\omega t - kz)}\ \mathbf{a_z} \quad mV/m$$

أوجد قيمة E_2 وطول هذه الموجة ومجالها المغناطيسي **H.**

الحــل:-

بما أن الوسط متجانس وخالي من المصادر فإن $\nabla \bullet\ \mathbf{E} = 0 \Rightarrow 0 + E_2\,(-jk) = 0$

وحيث إن $k \neq 0$ فإن $E_2 = 0$. أما طول هذه الموجة فهو

$$k = 2\pi/\lambda = \omega\sqrt{\mu\,\varepsilon} = 2\pi \quad \Rightarrow \lambda = 1\,m$$

أما المجال المغناطيسي لهذه الموجة فهو $H_y = \dfrac{1}{20\,\pi}\, e^{j(\omega t - kz)}$ mA/m

ويمكن كتابة المجالين باستخدام الدالة الجيبية كما يلي:-

$$E_x = 6\cos(6\,\pi\, 10^8 t - 2\,\pi\, z) \qquad mV/m$$

$$H_y = (1/20\,\pi)\cos(6\,\pi\, 10^8\, t - 2\pi z) \quad mA/m$$

مثال (3-3):- إذا انتشرت موجة كهرومغناطيسية ترددها 100 MHz في وسط عازل غير مغناطيسي لا يعاني من الفقد وكان طول موجتها 1 m، أوجد خصائص الوسط.

الحــل:-

بما أن الوسط لا يعاني من الفقد فإن $\lambda\, f = v = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$ وبما أنه غير مغناطيسي فإن $\mu = \mu_0$ أو $1\times10^8 = 3\times10^8/\sqrt{\varepsilon_r} \Rightarrow \varepsilon_r = 9$ أو أن خصائص الوسط هي:-

سماحيته $\varepsilon = 9\,\varepsilon_0$ F/m ونفاذيته $\mu = \mu_0$ H/m وموصليته $\sigma = 0\ (\Omega m)^{-1}$.

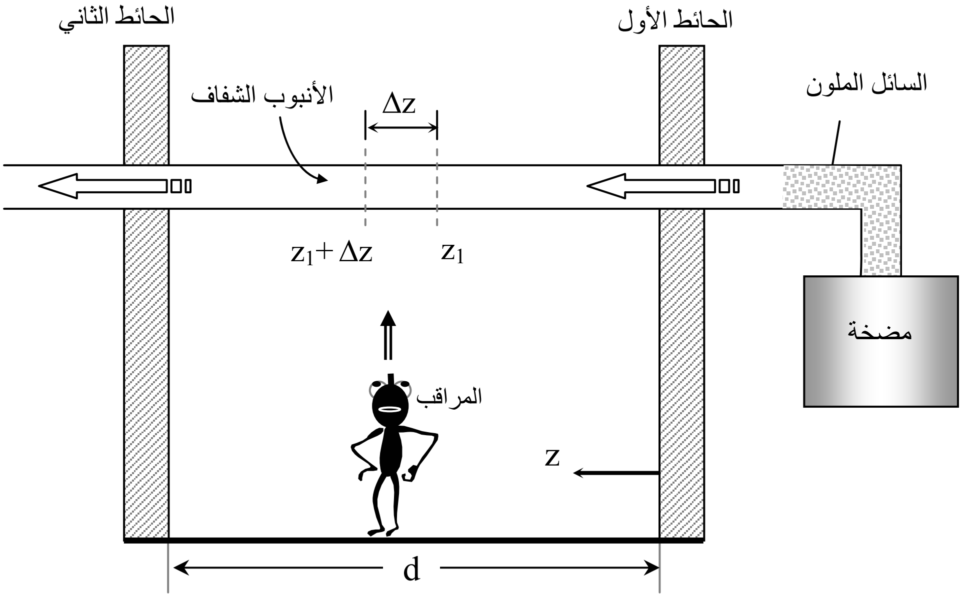
3-3:- سرعة الطور وسرعة المجموعة للموجة

تم تعريف سرعة الطور (phase velocity) $v_p = \omega/k = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$ كسرعة رياضية تنتج عن معدل تغير طور المجال الكهربائي أو المغناطيسي وهي لا تمثل سرعة انتشار الموجة (الطاقة) الكهرومغناطيسية. ومما يؤكد أن هذه السرعة رياضية وليست فيزيائية، إضافة لما سبق، هو أن قيمتها يمكن أن تكون أكبر من سرعة الضوء أو أن تكون موجبة أو سالبة وهذا ما سيظهر لاحقاً. هذا يعني أن هذه السرعة لا تحدد بالضرورة اتجاه انتشار الموجة ولا تحدد كذلك سرعتها الفيزيائية. وللتأكيد على هذه النقطة يشار إلى أن المجالين الكهربائي والمغناطيسي المكونين للموجة هما على شكل دالة جيبية ويكفي أن تعرف قيمتها وطورها لتحديدها وبالتالي فإن المعلومة التي تحملها هذه الموجة هي فقط وقت حدوثها أو مرورها أمام مراقب، أما بعد ذلك فلا فرق بينها وبين المجالات الساكنة. ولتوضيح هذه الفكرة يؤخذ أنبوب شفاف يخترق حائطاً ويمر أمام أعين مراقب ليخترق حائطاً آخر على بعد d من الحائط الأول، حيث تم افتراض أن هذا الأنبوب متصل بمضخة يمكنها أن تضخ فيه سائلاً ملوناً عند نقطة معينة في الزمن كما في الشكل (3-6). إذا تم عند الزمن $t = 0$ ضخ السائل الملون في الأنبوب وعند هذا الزمن فإن المراقب الذي يركز عينيه على النقطة $z = z_1$ لا يرى شيئاً أمامه. عند الزمن $t = t_1$ عندما تصل مقدمة السائل الى النقطة $z = z_1$ ويتابعها المراقب بعينيه حتى النقطة $z = z_1 + \Delta z$ ليحدد أن مقدمة السائل (الحاملة لمعلومة أن هناك سائلاً يتحرك في الأنبوب) قد تحركت مسافة Δz في زمن Δt ويمكن بذلك تحديد معدل سرعة انتقال الحدث $\Delta z/\Delta t$. إذا أنتظر المراقب وقتاً كافياً فإنه لن يرى أي حركة أمامه وإنما يرى فقط أنبوباً ملوناً ولا يميز بين إن كان الأنبوب ملوناً أو أن هناك سائلاً ملوناً داخل الأنبوب. ويمكن اعتبار الموجة ذات الشكل الجيبي والتردد الواحد كالسائل الملون الذي يملأ الأنبوب الشفاف. وعليه فلابد من إيجاد السرعة الفيزيائية التي تمثل سرعة انتشار الموجة أو الحدث أو المعلومة أو الطاقة وهي تناظر سرعة انتقال مقدمة السائل الملون في الأنبوب المذكور أعلاه من النقطة z_1 إلى النقطة $z_1 + \Delta z$. وكما هو معروف فإن أي

حدث زمني محدد لا يتكون من تردد واحد وإنما من مجموعة من الترددات ، تحاليل فورييр، تشكل في مجملها الحدث المعني؛ وقد يكون من المناسب أن ينظر إلى سرعة الموجة من هذا المنظور. فمثلاً إذا كان هناك معلومة تحتل مجموعة من الترددات المحصورة ما بين $f - \Delta f$ و $f + \Delta f$ وكان المطلوب تحديد سرعة الموجة الكهرومغناطيسية الحاملة لهذه المعلومة إذا ما انتشرت في وسط ثابت طوره β (أو k كما سبق وذكر)، وللتسهيل يؤخذ ترددان أحدهما $f + \Delta f$ والآخر $f - \Delta f$ فإذا كان هناك مصدر ينتج موجة مكونة من دالتين جيبيتين بتردد قطري $\omega \pm \Delta \omega$ وبثابت طور $\beta \pm \Delta\beta$ كما يلي:-

$$E_{x1}(z,t) = E_o \sin\left[(\omega - \Delta\omega)\, t - (\beta - \Delta\beta)\, z\right] \tag{24a-3}$$

$$E_{x2}(z,t) = E_o \sin\left[(\omega + \Delta\omega)\, t - (\beta + \Delta\beta)\, z\right] \tag{24b-3}$$



الشكل (6-3):- أنبوب شفاف موضوع بين حائطين ويمر به سائل ملون أمام أعين مراقب.

ويمكن كتابة المجال الكهربائي الكلي لهذه الموجة $E_x = E_{x1} + E_{x2}$ بعد استخدام العلاقة $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$ كما يلي :-

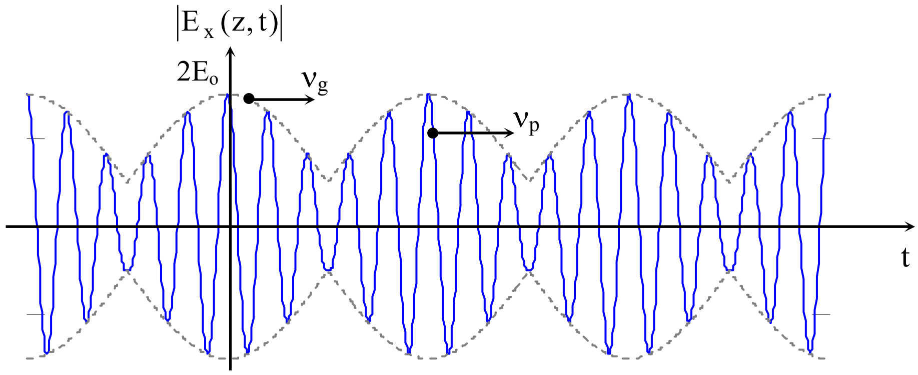
$$E_x = E_0 [\sin(\omega t - \beta z) \cos(\Delta\omega t - \Delta\beta z) - \cos(\omega t - \beta z) \sin(\Delta\omega t - \Delta\beta z) + \sin(\omega t - \beta z) \cos(\Delta\omega t - \Delta\beta z) + \cos(\omega t - \beta z) \sin(\Delta\omega t - \Delta\beta z)]$$

أو

$$E_x(z,t) = 2E_0 \sin(\omega t - \beta z) \cos(\Delta\omega t - \Delta\beta z) \qquad (25\text{-}3)$$

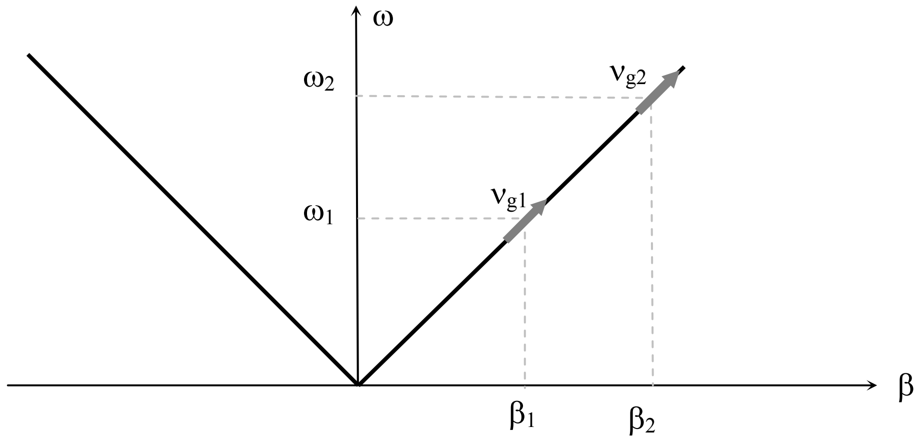
ويلاحظ أن الدالة الممثلة للموجة الكلية تتكون من دالتين جيبيتين أحدهما بتردد f والأخرى بتردد Δf ويمكن تحديد سرعة لكل منها الأولى وسرعتها $v_p = \omega/\beta$ والثانية وسرعتها $v_g = \Delta\omega/\Delta\beta$. أما السرعة الأولى فهي سرعة الطور والثانية فهي سرعة مجموعة الترددات $\Delta\omega$ وتدعى سرعة المجموعة (group velocity) ويبين الشكل (3-7) رسماً للعلاقة (3-25) والسرعة الثانية أو سرعة المجموعة مبينة على الشكل (3-7) كسرعة الإطار المبينة بالمنحنى المنقط. وقد لا يكون تغير β مع ω خطياً وبالتالي فإن العلاقة الأكثر دقة للتعبير عن سرعة المعلومة (مجموعة الترددات) أو سرعة المجموعة هي

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} \qquad (26\text{-}3)$$



الشكل (3-7):- العلاقة (3-25) عند نقطة في الفراغ $z = z_0$.

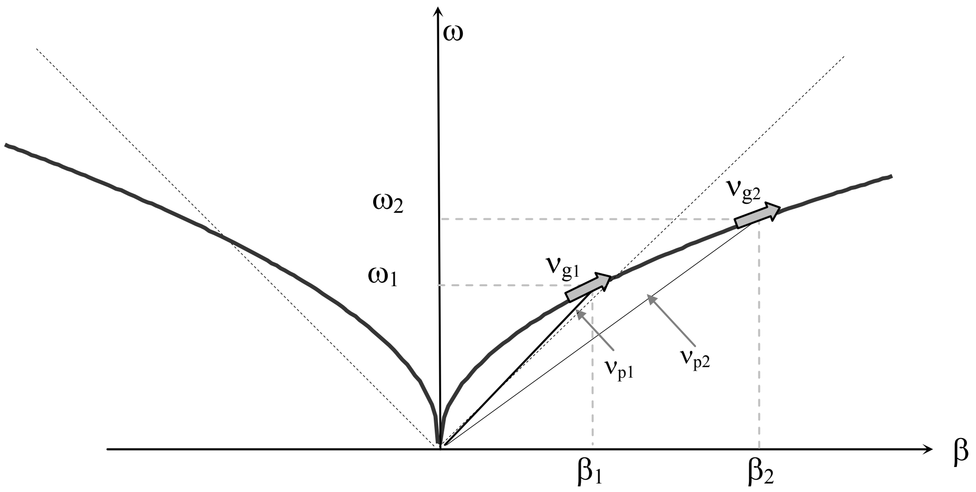
تجدر الإشارة إلى أن العلاقة بين β و ω تحدد السرعة الرياضية أو الفيزيائية (سرعة الطور أو المجموعة). فإذا كانت العلاقة خطية كما يبين الشكل (3-8) فإن كلاً من v_p و v_g تكون كميات ثابتة ومتساوية.



الشكل (3-8):- العلاقة بين β و ω لوسط لا يعاني من الفقد.

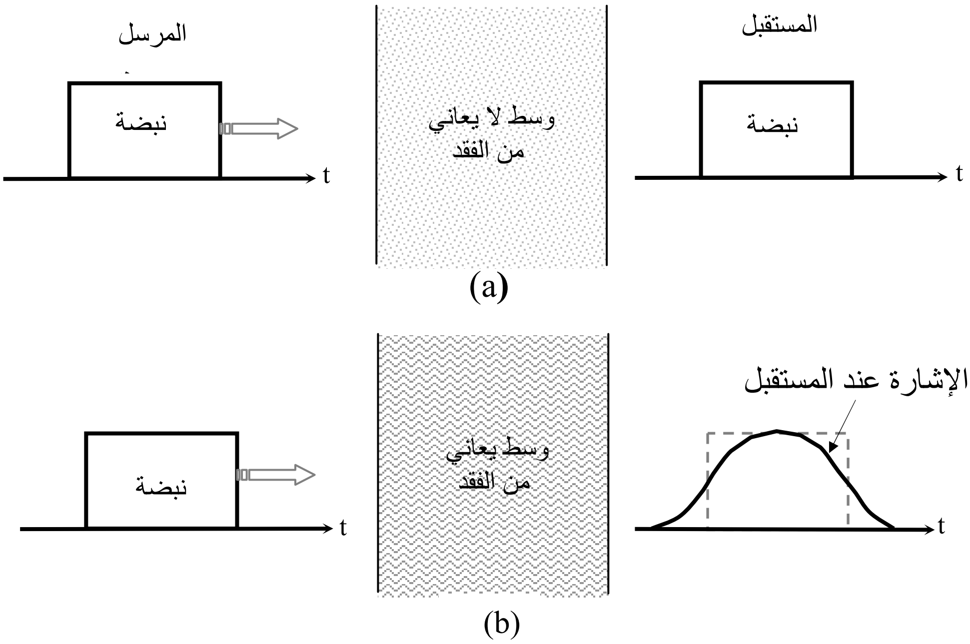
تكون العلاقة ما بين β و ω في الأوساط التي لا تعاني من الفقد على الشكل التالي $\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ أو $v_p = 1/\sqrt{\mu\varepsilon} = v_g$. ويلاحظ لهذه الأوساط أن كلاً من v_p و v_g ثابتة لا تتغير مع التردد. وبالتالي فإن أي حدث في الزمن، الذي يمكن النظر إليه من خلال مكوناته الترددية (عدد محدود أو غير محدود من الترددات) ينتقل من المرسل إلى المستقبل ويصل دون تعرضه للتشويه لان كل الترددات المكونة للحدث تسير بالسرعة نفسها وتصل مع بعضها في اللحظة نفسها لتشكل الحدث الذي نشأ عند المرسل. أما إذا كانت العلاقة التي تربط β و ω غير خطية، مثلاً $\beta = \xi\sqrt{\omega}$ حيث ξ هو ثابت، كما يبين الشكل (3-9) فإن سرعة الطور والمجموعة لهذا الوسط تكون كما يلي:-

$$v_g = 2\sqrt{\omega / \xi} \qquad \text{و} \qquad v_p = \sqrt{\omega / \xi} \tag{27-3}$$



الشكل (9-3):- العلاقة بين β و ω لوسط يعاني من الفقد عندما تكون ξ = 2 .

ويلاحظ أن v_p لا تساوي v_g وان كلاً من v_p و v_g تتغيران مع التردد أو أن لكل تردد مكون للحدث سرعة مختلفة عن التردد الأخر. في ضوء ذلك فإن أي حدث في الزمن وأثناء انتقاله من المرسل إلى المستقبل، في وسط يعاني من الفقد، تسير مكوناته الترددية بسرعات مختلفة وتصل وجهتها في أوقات مختلف. وعند استقبالها يتم الحصول على إشارة مشوهة تختلف في شكلها عن شكل إشارة الحدث الذي أنتجه المرسل . ولتوضيح الفكرة فإن الشكل (3-10) يبين ما يجري لحدث في الزمن (على شكل نبضة) تم نقلها من المرسل إلى المستقبل من خلال وسط لا يعاني من الفقد وأخر يعاني من الفقد. ويلاحظ أن الوسط الذي يعاني من الفقد قد خلق تشتتاً في النبضة بعد خروجها منه وعليه فإن الوسط الأول يدعى وسط لا يعاني من التشتت (nondispersive medium) والأخر يدعى وسط مشتت (dispersive medium) في ضوء ما سبق فإن سرعة المجموعة v_g تحدد اتجاه انتشار الموجة أو الحدث ومن المتوقع أن لا تزيد قيمتها عن $1/\sqrt{\mu\varepsilon}$ للوسط المعني، وسيتم لاحقاً بحث سرعة انتقال الطاقة عند معالجة موضوع القدرة والطاقة للموجات الكهرومغناطيسية.



الشكل (3-10):- (a) دخول نبضة في وسط لا يعاني من الفقد وخروجها بدون تشويه (تشتت) (b) دخول نبضة في وسط يعاني من الفقد وخروجها مشوهة (بتشتت).

مثال(3-4):- باستخدام العلاقتين اللتين تحددان سرعة الطور v_p وسرعة المجموعة v_g ($v_p = \omega/\beta$ و $v_g = d\omega/d\beta$) أثبت أن v_g يمكن كتابتها على أحد الشكلين التاليين:-

$v_g = v_p - \lambda \, d v_p / d\lambda$ و $v_g = v_p + \beta \, d v_p / d\beta$.

الحــل:-

$$\omega = 2\pi f = (2\pi/\lambda)\lambda f = \beta v_p$$

وبالتالي

$$\frac{d\omega}{d\beta} = v_g = \frac{d(\beta v_p)}{d\beta} = v_p + \beta \frac{d v_p}{d\beta}$$

ولكن
$$d\beta = d\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) = \frac{-2\pi}{\lambda^2}\, d\lambda$$

أو
$$\frac{d\omega}{d\beta} = v_g = v_p + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \frac{d v_p}{\frac{-2\pi}{\lambda^2} d\lambda} \Rightarrow\Rightarrow v_g = v_p - \lambda \frac{d v_p}{d\lambda}$$

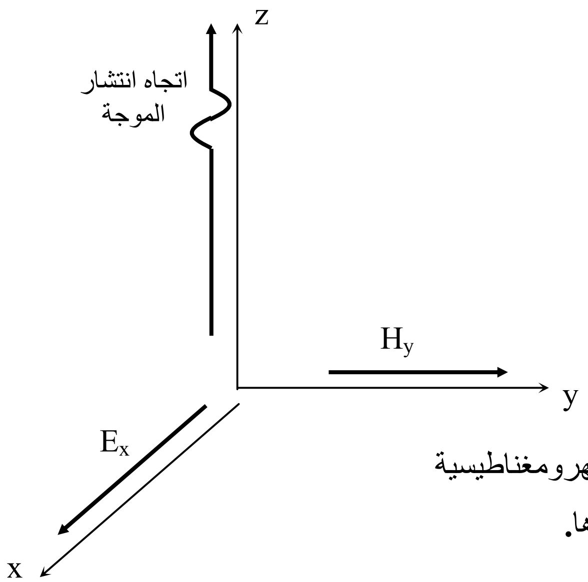
4-3:- الموجة المنتظمة والمستوية والموجة التعامدية

يلاحظ من المعادلتين (3-16) و (3-23) إن هناك موجة كهرومغناطيسية يشكلها المجال الكهربائي $E_x = E^+ e^{j(\omega t - kz)}$ والمجال المغناطيسي $H_y = H^+ e^{j(\omega t - kz)}$ ويحدد اتجاه انتشار هذه الموجة اتجاه سرعة المجموعة $\boldsymbol{v}_{\mathbf{g}}$ وهو في هذه الحالة باتجاه $\mathbf{a}_z$ أي أن $\boldsymbol{v}_{\mathbf{g}} = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}\ \mathbf{a}_z$. وقد تم توضيح هذه التفصيلات على الشكل (3-11).ويمكن إبداء الملاحظات التالية على ما سبق:-

- إن كلاً من المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي يحققان معادلات ماكسويل .
- إن كلاً من المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي يحققان معادلات الموجة .
- إن المجال الكهربائي يكون متعامداً على المجال المغناطيسي وكلاهما متعامد مع اتجاه انتشار الموجة .
- يشكل المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي مستوى ولا يتغيران فراغياً في المقدار أو في الطور في هذا المستوى المتعامد على اتجاه انتشار الموجة.

فإذ ما حققت الموجة ومجالاتها هذه الملاحظات فإن الموجة الناتجة عن هذه المجالات تدعى بالموجة الكهرومغناطيسية المنتظمة المستوية (uniform plane em wave) أو الموجة المستوية (plane wave) وسيتم تعميم هذا التعريف في مرحلة قادمة. وفي ضوء تعامد المجالات الكهرومغناطيسية على اتجاه انتشار الموجة وعدم وجود عناصر منها في اتجاه انتشارها فإن هذه الموجة تسمى بموجة تعامدية المجالين

الكهربائي والمغناطيسي على اتجاه انتشارها (Transverse Electric & Magnetic) أو باختصار TEM ، والموجة المستوية تحقق شروط الموجة التعامدية TEM.



الشكل (3-11):- المجالات الكهرومغناطيسية المكونة للموجة واتجاه انتشارها.

مثال(3-5):- إذا كان هناك موجة كهرومغناطيسية مستوية تنتشر في الهواء الخالي من المصادر وكان مجالها المغناطيسي هو $H_z = H_0 \exp[\, j(\omega t - 5\pi y)] \quad A/m$ أوجد تردد هذه الموجة ومجالها الكهربائي .

الحـــل:-

$$k = 5\pi = \omega\sqrt{\mu_0\,\varepsilon_0} = 2\pi f/3\times10^8 \quad \Rightarrow\Rightarrow \quad f = 750 \text{ MHz}$$

أما المجال الكهربائي فيمكن إيجاده من معادلة ماكسويل $\nabla \times \mathbf{H} = j\,\omega\,\varepsilon_0\ \mathbf{E}$

أو أن

$$E_x = -\eta_0\ H_0\ \exp[\, j(\omega t - 5\pi y)] \qquad V/m$$

حيث إن $\eta_0 = 120\,\pi\,\Omega$. ويمكن كتابة المجالات باستخدام الدالة الجيبية كما يلي:-

$$E_x = -120\,\pi\, H_0 \sin(2\pi \times 750\times10^6\ t - 5\,\pi y) \qquad V/m$$

$$H_z = H_0\ \sin(2\pi\times 750\times10^6\ t - 5\,\pi\, y) \qquad A/m$$

5-3:- الموجة المستوية في وسط موصل

إذا انتشرت موجة كهرومغناطيسية مستوية في وسط موصل خالٍ من المصادر وخصائصه كما يلي :- سماحيته ε F/m ونفاذيته μ H/m وموصليته σ $(\Omega m)^{-1}$ علماً بأن $\sigma >> \omega\varepsilon$ فإن معادلات ماكسويل تصبح كما يلي:-

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\, \mathbf{H} \tag{28a-3}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\, \mathbf{E} \approx \sigma \mathbf{E} \tag{28b-3}$$

بعد أخذ التفاف المعادلة (28a-3) واستخدام المعادلة (28b-3) يمكن الحصول على

$$\nabla^2\, \mathbf{E} + \gamma^2\, \mathbf{E} = 0 \tag{29-3}$$

حيث إن $\gamma \equiv \sqrt{j\omega\,\mu\,\sigma} = (1+j)\sqrt{\omega\,\mu\,\sigma/2} = \alpha + j\beta$ و

$\alpha \equiv \sqrt{\pi f\,\mu\sigma}$ neper/m و $\beta \equiv \sqrt{\pi f\,\mu\sigma}$ rad/m.

إذا أخذت موجة مستوية بحيث إن $\mathbf{E} = E_x(z,t)\,\mathbf{a}_x$ فإن المعادلة (29-3) تؤول إلى

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} + \gamma^2 E_x = 0$$

و يكون حلها كما يلي:-

$$E_x\,(z,t) = E^+\, e^{-\alpha z}\, e^{j(\omega t-\beta z)} + E^-\, e^{+\alpha z}\, e^{j(\omega t+\beta z)} \tag{30-3}$$

كما سبق فإنه سيتم التركيز في هذه المرحلة على الجزء الأول من المعادلة الأخيرة، في ضوء ذلك يكون المجال الكهربائي في وسطٍ خالٍ من المصادر باستخدام الدالة الطورية كما يلي:-

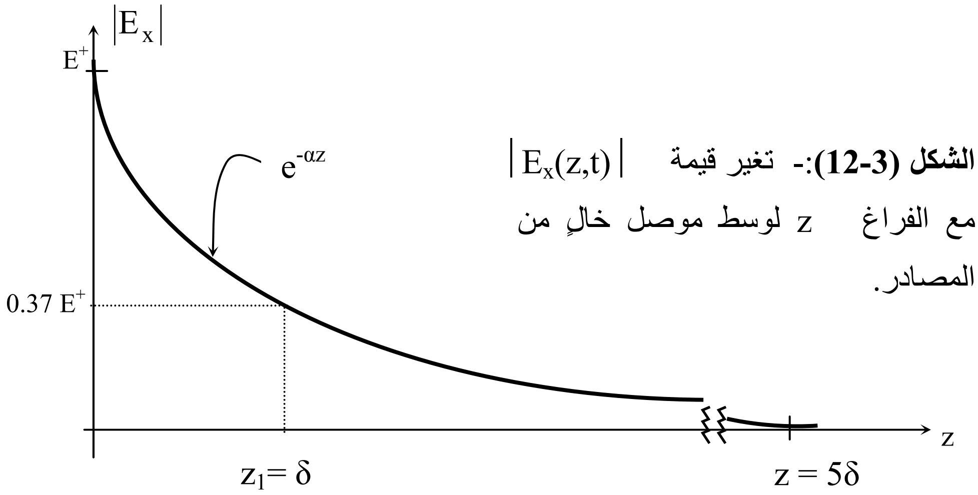
$$E_x\,(z,t) = E^+\, e^{-\alpha z}\, e^{j(\omega t-\beta z)} \tag{31a-3}$$

وباستخدام الدالة الجيبية في الزمن كما يلي:-

$$E_x\ (z,t) = E^+\ e^{-\alpha z} \sin\ (\omega t - \beta z) \qquad (31b\text{-}3)$$

ويلاحظ أن المجال الكهربائي يتلاشى أو يضعف أسياً (exponential decay) تبعاً للدالة $e^{-\alpha z}$ ويبين الشكل (3-12) رسماً توضيحياً لقيمة $|E_x\ (z,t)|$ كدالة في الفراغ

$$|E_x\ (z,t)| = E^+ e^{-\alpha z} \qquad (32\text{-}3)$$



الشكل (3-12):- تغير قيمة $|E_x(z,t)|$ مع الفراغ z لوسط موصل خالٍ من المصادر.

فإذا كانت قيمة المجال الكهربائي لموجة كهرومغناطيسية في وسط موصل عند نقطة ما مثل $z = 0$ هي E^+ فإن قيمته ستنخفض إلى $E^+\ e^{-1} = 0.37\ E^+$ عند النقطة $z = z_1 \equiv \delta$ حيث إن δ تعرف عادة بعمق الاختراق (penetration depth) أو عمق الجلد (skin depth) وهي بمثابة الثابت الفراغي أسوة بالثابت الزمني τ الذي أشير إليه في الباب السابق، وتعطى قيمة δ بما يلي:-

$$\delta = 1/\alpha = 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma} \quad \text{m} \qquad (33\text{-}3)$$

ويلاحظ أن قيمتها تتناقص بازدياد التردد. ويبين الجدول (3-1) قيمة عمق الاختراق δ لترددات مختلفة لوسط من مادة النحاس وخصائصه $\sigma = 5.7 \times 10^7\ (\Omega m)^{-1}$ و μ_0 وأخر من ماء البحر وخصائصه $\sigma = 4\ (\Omega m)^{-1}$ و μ_0. ويمكن إبداء الملاحظات التالية من الشكل (3-12) والجدول (3-1):-

الجدول (3-1):- عمق الاختراق δ لوسط من النحاس أو من ماء البحر عند ترددات مختلفة.

التردد f	عمق الاختراق δ للنحاس	عمق الاختراق δ لماء البحر
صفر(DC)	∞	∞
100 Hz ترددات خطوط القدرة	6.7 mm	25.1 m
1 MHz ترددات الإذاعة	0.07 mm	0.25 m
100 MHz ترددات التلفاز	6.7 µm	25 mm
1GHz ترددات الاتصالات النقالة	2.1 µm	7.9 mm
10 GHz ترددات الأقمار الاصطناعية	0.67 µm	2.5 mm

- قيمة المجال الكهربائي لا تتغير كدالة في الفراغ في حالة الكهرباء الساكنة (الموصل يعتبر جسم متساوي الجهد عندما يقترب التردد من الصفر) .
- تتلاشى قيمة المجال الكهربائي ، على وجه التقريب، بعد $z = 5\ \delta$ مقارنة بقيمته عند $z = 0$. لا تزيد هذه القيمة على 0.4 mm (أسمك بقليل من صفائح الألومنيوم المستخدمة في البيوت) عند 1 MHz وتنخفض إلى 0.01 mm عند 1 GHz وفي ضوء ذلك يمكن استخدام صفائح رقيقة من المواد الموصلة للعزل الكهرومغناطيسي بشكل فاعل .

- يعتبر ماء البحر موصلاً جيداً في نطاق الترددات العالية، فمثلاً إن اختراق المجال الكهربائي لا يزيد على 40 mm ، تمثل هذه القيمة 5δ، عند 1 GHz ولكن عند الترددات المنخفضة فإن قيمة الاختراق تصل إلى مئات الأمتار (100 Hz أو أقل)؛ وعليه فإن الاتصال بالغواصات التي تسير تحت البحر لا يتم إلا باستخدام الترددات المنخفضة.

يتم استخدام معادلات ماكسويل والمعادلة (3-31) لإيجاد المجال المغناطيسي كما يلي :-

$$H_y = H^+ \ e^{-\alpha z} \ \ e^{j(\omega t - \beta z)} \qquad (34\text{-}3)$$

حيث إن $H^+ = E^+ / \eta_c$ و $\eta_c = \sqrt{j\omega\mu \ / \sigma} = R_c + j X_c$ هي الممانعة المميزة للوسط الموصل و Ω $R_c = X_c = \sqrt{\pi f \mu / \sigma}$.

ويلاحظ أن المجال المغناطيسي لا يختلف عن المجال الكهربائي في نمط تغيره حيث أنه يتلاشى داخل الموصل وحسب الدالة الأسية $e^{-z/\delta}$.

أما قيم R_c و X_c فإنها مبينة في الجدول (3-2) لوسط من مادة النحاس وأخر من ماء البحر. ويمكن إبداء الملاحظات التالية من هذا الجدول:-

- إن الممانعة المميزة لوسط موصل صغيرة جداً بالمقارنة لوسط عازل وقيمتها تقترب من الصفر لمواد مثل النحاس والذهب والألمنيوم والحديد ... الخ (وحتى لمادة مثل ماء البحر ولنطاق واسع من الترددات)، وبالتالي فيمكن اعتبار المادة الموصلة بمثابة دارة قصر للموجة الكهرومغناطيسية.

- تتغير الممانعة مع التردد وتزداد بازدياده وهذا ينعكس على حساب قيمة مقاومة المواد الموصلة فهناك قيمة للمقاومة في حالة التيار المستمر وأخرى في حالة التيار المتناوب وسيتم معالجة هذه النقطة لاحقاً.

الجدول (3-2):- قيم R_c لوسط من النحاس وأخر من ماء البحر عند ترددات مختلفة.

التردد f	للنحاس $R_c = 0.263\sqrt{f}\ \ \mu\,\Omega$	لماء البحر $R_c \approx \sqrt{f}\ \ m\,\Omega$
100 Hz	$2.63\ \mu\,\Omega$	$10\ m\ \Omega$
1 MHz	$0.263\ m\ \Omega$	$1\ \Omega$
100 MHZ	$2.63\ m\ \Omega$	$10\ \Omega$
10 GHz	$26.3\ m\,\Omega$	$100\ \Omega$

في ضوء ما سبق فإن المجالات الكهرومغناطيسية وبالتالي الموجات الكهرومغناطيسية تكون موجودة في الأوساط الموصلة لمسافات قصيرة جداً لا تزيد على $5\ \delta$ (δ هي عمق الاختراق) وبالتالي فهي تسمى مجالات أو موجات مضمحلة أو متلاشية أو فانية (evanescent wave) . وتكون سرعة الطور والمجموعة لهذه الموجات المتلاشية في وسط موصل كما يلي:-

$$v_p = \sqrt{2\omega / \mu\sigma} \qquad m/s \qquad (35a\text{-}3)$$

$$v_g = 2\sqrt{2\omega / \mu\sigma} \qquad m/s \qquad (35b\text{-}3)$$

وتصبح لوسط من مادة النحاس $v_p = 0.4\sqrt{f}\ \ m/s$ و $v_g = 0.8\sqrt{f}\ \ m/s$ ويمكن القول أن الموجات الكهرومغناطيسية لا تنتشر في الأوساط الموصلة وما يتسرب منها داخل الأوساط الموصلة يتلاشى نتيجة الفقد الأومي وفيما يلي المجالات الكهرومغناطيسية داخل وسط موصل إضافة للتيار الناتج عن هذه المجالات:-

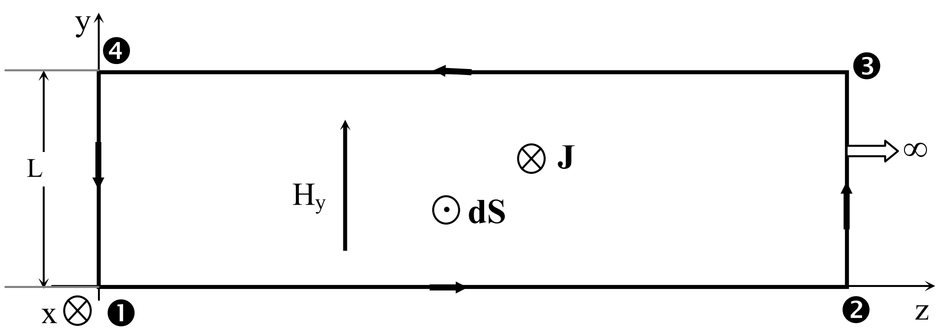
$$E_x\ (z) = E^+\ e^{-\gamma z} \qquad \text{V/m} \qquad (36a\text{-}3)$$

$$H_y\ (z) = H^+\ e^{-\gamma z} \qquad \text{A/m} \qquad (36b\text{-}3)$$

$$J_x\ (z) = J^+\ e^{-\gamma z} \qquad \text{A/m}^2 \qquad (36c\text{-}3)$$

حيث إن $H^+ = E^+ / \eta_c$ و $\eta_c = \sqrt{j\omega\mu/\sigma}$ وتحدد قيمة J^+ من خلال استخدام قانون أمبير بأخذ المسار المقفل المبين على الشكل (13-3) كما يلي:-

$$\oint_L \mathbf{H} \bullet \mathbf{dL} = \int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^1 \mathbf{H} \bullet \mathbf{dL} = \iint_{\mathbf{S}} \mathbf{J} \bullet \mathbf{dS}$$



الشكل (13-3):- المجال المغناطيسي والتيار الناتج عن وجود موجة متلاشية داخل وسط موصل.

وحيث إن **H** متعامد على المسار 1-2 والمسار 3 - 4 فإن ناتج هذين التكاملين يصبح صفراً وبما أن **H** تؤول إلى الصفر على المسار 2-3 فإن ناتج المعادلة السابقة يصبح

$$\int_L^0 H_y\ d_y = \int_0^L \int_0^\infty J^+\ \ e^{-\gamma z}\ \ \mathbf{a}_x \bullet [\ dy\, dz(-\mathbf{a}_x)]\big|_{z=0}$$

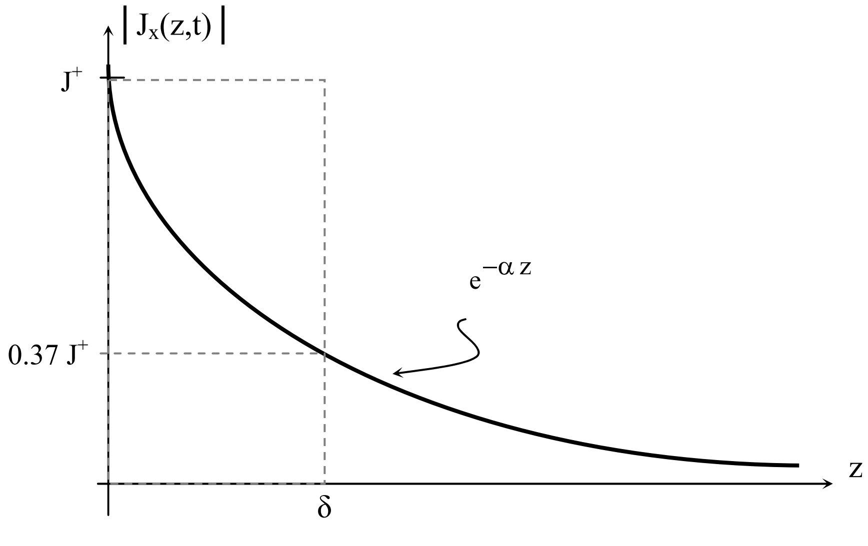
أو

$$J^+ = \gamma H^+ = \sigma E^+ \qquad (37\text{-}3)$$

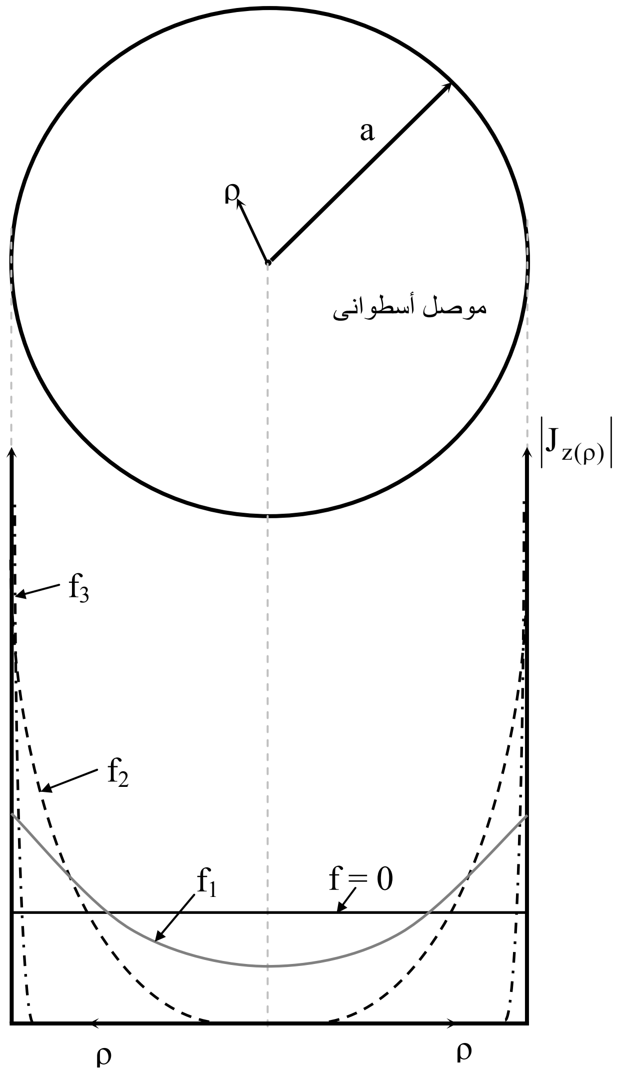
وتبين المعادلة (3-36) أن المجال الكهربائي والمغناطيسي وكثافة التيار الناتج داخل وسط موصل تتغير بنفس النمط كدالة في الفراغ، فمثلاً تكون قيمة التيار عند النقطة $z = 0$ مساويـة J^+ وتتلاشى بعد $5\ \delta$. ويمكن إعادة كتابـة المعادلـة (3-37) باستخدام العلاقـة $\gamma = (1 + j)/\delta$ كما يلي:-

$$J^+\delta = H^+\ (1 + j) = E^+/R_c = K \qquad (38\text{-}3)$$

حيث إن $K \equiv \delta\, J^+$ وتمثل قيمة التيار الخطي المكافئ كما بين الشكل (3-14). وبالتالي يمكن حساب مقاومة المواد الموصلة في حالة المجالات المتغيرة مع الزمن وذلك بأخذ الشريحة الممثلة بعمق الاختراق δ واحتساب المقاومة على أساسها. ولتوضيح الفكرة فقد تم بيان تغير كثافة التيار (على وجه التقريب) داخل موصل أسطواني كدالة مع البعد عن سطح الموصل لترددات مختلفة كما بين الشكل (3-15)، ويمكن إبداء الملاحظات التالية:-



الشكل (3-14):- تغير كثافة التيار مع الفراغ.



الشكل (3-15):- تغير كثافة التيار داخل موصل أسطواني لترددات مختلفة.

-عند تردد التيار المستمر $(f = 0)$ يكون التيار موزعاً بانتظام داخل الموصل وتكون مقاومة الموصل لكل وحدة طول $1/\sigma\pi a^2 \;\; \Omega/m$.

- عند الترددات المنخفضة 50/60 Hz $(f = f_1)$ يكون التيار متدنياً في وسط الموصل ويزداد باتجاه سطح الموصل. وبالتالي يمكن استخدام قلب الموصل من مادة

ذات خصائص ميكانيكية جيدة وموصلية متدنية نسبياً كالحديد مثلاً واستخدام مادة موصلة جيدة وذات خصائص ميكانيكية متدنية للجزء الخارجي من الموصل كالنحاس أو الألمنيوم وهذا معمول به في خطوط الضغط العالي (high voltage line) .

- عند الترددات المستخدمة في الراديو والتلفاز $1\ \text{MHz} < f < 1\ \text{GHz}\ (f = f_2)$ يتلاشى التيار في وسط الموصل. وبالتالي ليس هناك ضرورة لاستخدام موصل مصمت ويستعاض عنه بموصل مفرغ على أن يكون سمك هذا الأنبوب المفرغ (من الناحية الكهرومغناطيسية) في حدود 5δ. يكون السمك المستخدم أكثر من ذلك بكثير لأسباب ميكانيكية، وهذا مستخدم في الهوائيات السلكية المستخدمة على أسطح المنازل. في هذه الحالة تكون مقاومة الموصل لكل وحدة طول مساوية $1/2\pi a\delta\sigma \quad \Omega/m$.

- عند الترددات الميكروويية أو المايكرويف $f > 1\ \text{GHz}\ (f = f_3)$ يكون التيار مركزاً في سمك صغير جداً وفي حدود $1\mu m$ وبالتالي يكفي أن يُستخدم طلاءٌ معدني من مادة موصلة جيدة التوصيل (وخصائص كيماوية جيدة كالذهب مثلاً) لا يزيد سمكه عن $10\ \mu m$ على أي سطح سواءً كان موصلاً أو عازلاً.

مثال (6-3):- إذا كانت قيمة المجال الكهربائي لموجة كهرومغناطيسية عند سطح البحر (داخل الماء) تساوي $100\ mV/m$ فأوجد العمق الذي تصل عنده قيمة هذا المجال إلى $100\ \mu V/m$ (انخفاض في مستوى الإشارة بمقدار 60 dB) عند الترددات التالية :- 1 KHz و 1 MHz و 1GHz إذا كانت موصلية الماء هي $4\ (\Omega m)^{-1}$ وأن $\sigma >> \omega\varepsilon$ للماء لكل الترددات السابقة.

الحـــل:-

$$\alpha = \sqrt{\pi f \mu \sigma} = 4\pi\sqrt{10^{-7} f} \quad \text{neper/m}$$

وبالتالي فإن المجال الكهربائي كدالة مع العمق يكون

$$|E| = E_0 \ e^{-\alpha d}$$

أو

$$100 \times 10^{-6} = 100 \times 10^{-3} \ e^{-\alpha d} \quad \Rightarrow\Rightarrow \quad d = \frac{\ln(1000)}{\alpha}$$

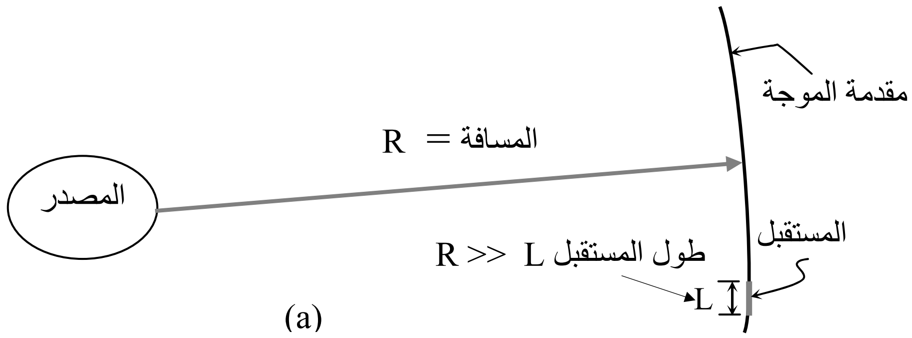
ويكون العمق الذي يصل المجال الكهربائي عنده إلى $100\ \mu V/m$ كدالة مع التردد كما يلي:-

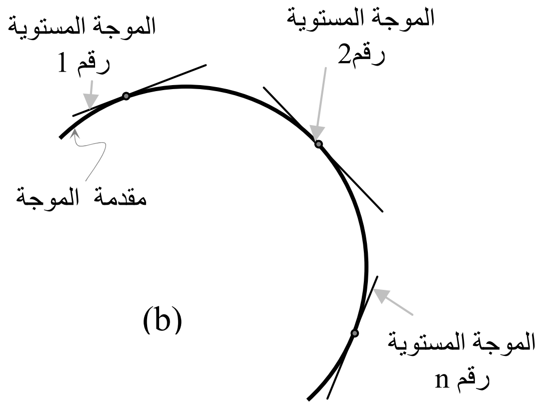
التردد	العمق
1 KHz	~ 55 m
1 MHz	174 cm
1 GHz	55 mm

6-3:- الموجة المستوية العامة

تم التركيز فيما سبق على دراسة الموجة الكهرومغناطيسية المستوية لسهولة التعامل معها من الناحية الرياضية على الرغم أنه من الناحية الفعلية ليس هناك موجة مستوية بالمفهوم الدقيق للكلمة. وتعرف الموجة باسم السطح الذي عليه يتساوى الطور لها، والموجات الأكثر شيوعاً هي الموجات الكروية (spherical waves) الناتجة عن مصدر كروي أو نقطي والموجات الأسطوانية (cylindrical) وغير ذلك. ويمكن القول أنه بغض النظر عن حجم المرسل فإنه يبدو من مكان بعيد كأنه نقطة صغيرة والناتج عن هذه النقطة هو موجة كروية، فإذا كان نصف قطر الكرة كبيراً جداً وكان المستقبل صغيراً جداً بالنسبة لنصف قطر هذه الكرة (سيتم تحديد هذه المسافات والأطوال بشكل أدق في باب الهوائيات) فإن المستقبل لا يحس بانحناء سطح الموجة وتبدو له الموجة من منظور محلي وكأنها موجة مستوية كما يبين الشكل (16a-3) وهذه أحد الأسباب التي تتم لأجلها دراسة الموجات المستوية. أما السبب الأخر فإنه بالنظر إلى أي سطح (سطح موجة) فيمكن اعتباره وكأنه مكون من عدد محدود أو غير محدود من الأسطح المستوية كما يبين الشكل (16b-3) وذلك كما هو الحال في المتجهات أو تحاليل فوريير. كما أن فهم المبادئ الأساسية لانتشار الموجات

الكهرومغناطيسية مثل الاضمحلال والانكسار والانعكاس والتشتت وغير ذلك سيكون أيسر وأكثر وضوحاً في حالة الموجات المستوية .





الشكل(3-16):- (a) مقدمة موجة من مصدر عند نقطة بعيدة جداً عن المصدر (b) مكونات موجة عامة عبر استخدام الموجات المستوية **.**

ويمكن التعبير عن المجالات المكونة للموجة المستوية العامة بالنسبة للاتجاهات المبينة في الشكل (3-17) كما يلي:-

$$\mathbf{E}\,(x,y,z) = \mathbf{E}^{+}\ e^{-j\mathbf{k}\bullet\mathbf{r}} \tag{39a-3}$$

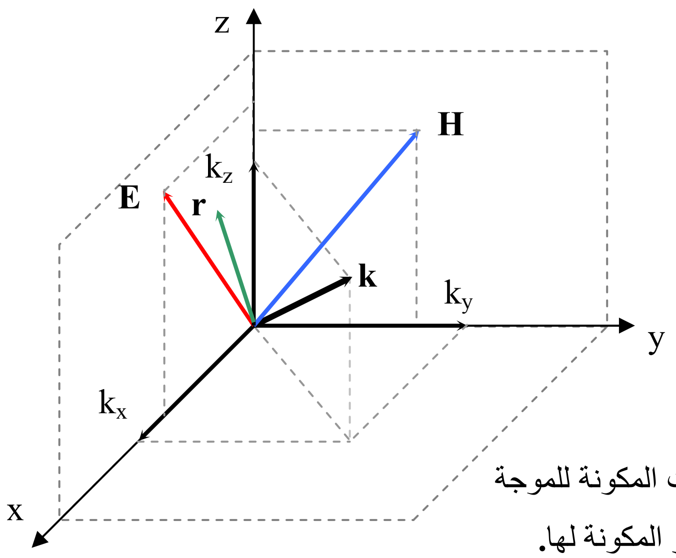
$$\mathbf{H}\,(x,y,z) = \mathbf{E}^{+}\ e^{-j\mathbf{k}\bullet\mathbf{r}} \tag{39b-3}$$

حيث إن

$\mathbf{E}^{+} = E_x^{+}\,\mathbf{a}_x + E_y^{+}\,\mathbf{a}_y + E_z^{+}\,\mathbf{a}_z$ و $\mathbf{H}^{+} = H_x^{+}\,\mathbf{a}_x + H_y^{+}\,\mathbf{a}_y + H_z^{+}\,\mathbf{a}_z$ و

$\left|\mathbf{E}^{+}\right| = \eta\left|\mathbf{H}^{+}\right|$ و $E_x^{+}\ ,E_y^{+}\ ,E_z^{+}\ ,H_x^{+}\ ,H_y^{+}\ ,H_z^{+}$ هي جميعها كميات ثابتة،

و $\mathbf{k} = k_x \mathbf{a}_x + k_y \mathbf{a}_y + k_z \mathbf{a}_z$ هـو ثابـت انتشار الموجة المستويـة ومكـون مـن ثلاثـة عناصـر ، و $|\mathbf{k}| = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \sqrt{k_x^{\,2} + k_y^{\,2} + k_z^{\,2}} = 2\pi/\lambda$ ، و $1/\lambda = \sqrt{1/\lambda_x^{\,2} + 1/\lambda_y^{\,2} + 1/\lambda_z^{\,2}}$ و $\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z$ هو متجه موضعي.



الشكل (3-17):- المجالات المكونة للموجة المستوية العامة والعناصر المكونة لها.

أي أن الموجة المستوية المبينة عناصرها في الشكل المشار إليه أعلاه تتكون من ثلاثة أجزاء (أو أمواج) الموجة الأولى تنتشر باتجاه $\mathbf{a}_x$ بثابت انتشار k_x وطول موجتها λ_x والثانية تنتشر باتجاه $\mathbf{a}_y$ بثابت انتشار k_y وطول موجتها λ_y والأخيرة تنتشر باتجاه $\mathbf{a}_z$ وثابت انتشارها k_z وطول موجتها λ_z. وتكون كل من هذه القيم λ_x أو λ_y أو λ_z (أن كان لها قيمة تختلف عن الصفر) أكبر من أو تساوي λ . وتجدر الإشارة بالذكر أن الحديث ما زال عن موجة مستوية بحيث إن $\mathbf{E}$ متعامدة على $\mathbf{H}$ وكلاهما متعامد على $\mathbf{k}$ (الذي يمثل اتجاه انتشار الموجة) وهما ثابتان في المستوى الذي يكونانه.

مثال(3-7) :- إذا كانت هناك موجة كهرومغناطيسية ترددها 300 MHz تنتشر في الفراغ الذي يخلو من المصادر، وكان مجالها الكهربائي كما يلي:-

$$\mathbf{E} = E_1 \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{a}_x + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{a}_y\right) \exp\left[j\left(\omega t + \sqrt{2\pi}\ x + k_y\ y\right)\right] \quad \mathrm{V/m}$$

أوجد k_y لهذه الموجة وطول موجتها λ و λ_x و λ_y و λ_z ، كذلك أوجد مجالها المغناطيسي.

الحــل:-

$$k = 2\pi/\lambda = 2\pi = \sqrt{k_x{}^2 + k_y{}^2} = \sqrt{2\pi^2 + k_y{}^2}$$

أو $\lambda = 1\ \mathrm{m}$ و $k_y = \sqrt{2}\ \pi\ \mathrm{rad/m} = k_x$ و $\lambda_x = \lambda_y = \sqrt{2}\ \mathrm{m}$ أما λ_z فهي غير موجودة أو يمكن القول أن $\lambda_z = \infty$.

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{j\omega\mu}\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{E_1}{\eta_0}\exp\left[j\left(\omega t + \sqrt{2}\ \pi x + \sqrt{2}\ \pi y\right)\right]\mathbf{a}_x\ \mathrm{A/m}$$

حيث إن $\eta_0 = 120\ \pi$. ويمكن إعادة كتابة المجالات باستخدام الدالة الجيبية أو

$$\mathbf{E} = \left(E_1/\sqrt{2}\right)(-\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y)\ \sin\left[\ \omega t + \sqrt{2}\ \pi\,(x + y)\ \right] \qquad \mathrm{V/m}$$

$$\mathbf{H} = -\left(E_1/120\,\pi\right)\sin\left[\ \omega t + \sqrt{2}\ \pi\,(x + y)\ \right]\ \mathbf{a}_z \qquad \mathrm{A/m}$$

3-7:- متجه بوينتنغ والقدرة والطاقة

بعد أن تم اشتقاق المجالات الكهرومغناطيسية المكونة للموجة سيتم بحث موضوع القدرة والطاقة التي تحملها الموجة وانسيابها من نقطة إلى أخرى. إذا أخذت الكمية $\mathbf{E}\times\mathbf{H}$ فيلاحظ أن وحداتها هي $\mathrm{W/m^2}$ وتمثل وحدات الكثافة السطحية للقدرة وهي كمية متجهة تحدد اتجاه انسياب هذه الكثافة. ويمكن أن يطبق عليها مبدأ التشتت وذلك بأخذ $\nabla\bullet(\mathbf{E}\times\mathbf{H})$ ليتم ربط هذه القيمة بمصدرها مثلاً أو بماذا يحدث لها. باستخدام العلاقة (21J-III) من الملحق III ، يمكن كتابة العلاقة السابقة كما يلي**:-**

$$\nabla \bullet (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \bullet \nabla \times \mathbf{E} - \mathbf{E} \bullet \nabla \times \mathbf{H} \qquad (30\text{-}4)$$

وبعد التعويض بمعادلات ماكسويل في الطرف الأيمن من هذه المعادلة يتم الحصول على

$$\nabla \bullet (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \bullet \left(-\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\right) - \mathbf{E} \bullet \left(\sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right) \qquad (41\text{-}3)$$

أو

$$\nabla \bullet (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = -\sigma |\mathbf{E}|^2 - \frac{\varepsilon}{2} \frac{\partial |\mathbf{E}|^2}{\partial t} - \frac{\mu}{2} \frac{\partial |\mathbf{H}|^2}{\partial t}$$

يلاحظ أن هذه المعادلة تمثل كثافة القدرة الحجمية ووحداتها W/m^3 وبالتالي إذا أجري التكامل الحجمي لها واستخدمت نظرية التشتت التي تحول التكامل الحجمي، للطرف الأيسر، إلى تكامل سطحي يتم إجراؤه على سطح مقفل يتم الحصول علي ما يلي :-

$$P = -\oint\!\!\oint_S \mathbf{E} \times \mathbf{H} \bullet d\mathbf{S} = \iiint_V \left\{ \sigma |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \left(\varepsilon \frac{\partial |\mathbf{E}|^2}{\partial t} + \mu \frac{\partial |\mathbf{H}|^2}{\partial t} \right) \right\} dV \qquad (42\text{-}3)$$

ويمثل الطرف الأيسر من هذه المعادلة ، بوجود الإشارة السالبة، كمية القدرة الداخلة إلى الحجم V من السطح المقفل S، أما في غياب الإشارة السالبة فإنه يعطي كمية القدرة المنسابة إلى الخارج من السطح المقفل S. وتتوزع هذه القدرة الداخلة إلى الحجم V من السطح المقفل S المحدد لهذا الحجم كما يلي:-

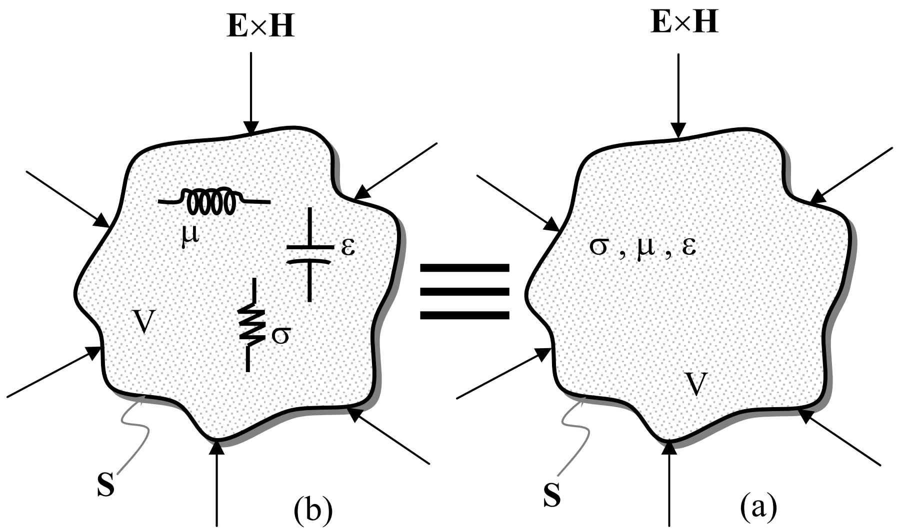
$\iiint_V \sigma |\mathbf{E}|^2 \, dV$ تمثل القدرة المفقودة في موصليه الوسط ،الفقد الأومي، ذي الحجم V.

$\frac{1}{2} \iiint_V \varepsilon \frac{\partial |\mathbf{E}|^2}{\partial t} dV$ تمثل معدل تغير الطاقة الكهربائية المخزنة في الوسط ذي الحجم V .

$\frac{1}{2}\iiint_{V}\mu\ \frac{\partial|\mathbf{E}|^2}{\partial t}\,dV$ تمثل معدل تغير الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوسط ذي الحجم V.

ولتوضيح الفكرة فقد تم تنفيذ المعادلة (3-42) في الشكل (3-18a) من خلال السطح المقفل S والحجم V المحصور داخل هذا السطح، وكذلك في الشكل (3-18b) من خلال عناصر الدارة الكهربائية المناظرة لذلك. ومن المعلوم أن الكميتين $\varepsilon|\mathbf{E}|^2/2$ و $\mu|\mathbf{H}|^2/2$ تمثلان كثافة الطاقة الكهربائية والمغناطيسية، على التوالي، المخزنة في الوسط. وتعرف الكمية $\mathbf{E}\times\mathbf{H}$ بمتجه بوينتنغ (Poynting vector) وتمثل انسياب كثافة القدرة السطحية ويرمز لها بالرمز **S** أو

$$\mathbf{S}=\mathbf{E}\times\mathbf{H} \qquad \text{W/m}^2 \tag{43-3}$$



الشكل (3-18):- (a) انسياب الموجة إلى الحجم V عبر السطح المقفل S (b) عناصر الدارة الكهربائية المناظرة.

أو بأخذ وحدة المتجه لكل من هذه المكونات

$$\mathbf{a}_S = \mathbf{a}_E \times \mathbf{a}_H \qquad (44\text{-}3)$$

حيث إن $\mathbf{a}_E = \mathbf{E}/|\mathbf{E}|$ و $\mathbf{a}_H = \mathbf{H}/|\mathbf{H}|$ و $\mathbf{a}_S = \mathbf{S}/|\mathbf{S}|$. ويمكن كتابة العلاقة (44-3) كما يلي:- $\mathbf{a}_E = \mathbf{a}_H \times \mathbf{a}_S$ أو $\mathbf{a}_H = \mathbf{a}_S \times \mathbf{a}_E$.

يتم تحديد هذه العلاقات من خلال استخدام قاعدة اليد اليمنى، أو أنه إذا تم بسط أصابع اليد اليمنى لتشير باتجاه $\mathbf{E}$ بحيث تُضم الأصابع باتجاه $\mathbf{H}$ فإن الإبهام سيكون محدداً لاتجاه انسياب أو انتشار الموجة الكهرومغناطيسية. ستتم الآن معالجة الحالة الخاصة التي تكون فيها المجالات الكهرومغناطيسية متناغمة مع الزمن في تغيرها عبر الدالة الرياضية $e^{j\omega t}$. ونظراً لاستخدام هذه الدالة الرياضية بدلاً من الدالة الجيبية التي تعبر عن واقع تغير المجالات مع الزمن يظهر في ناتج الكمية $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ الحد $e^{j2\omega t}$، وللتخلص من هذا الحد يتم تعريف متجه بوينتيج كما يلي:-

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \qquad (45\text{-}3)$$

حيث إن $\mathbf{H}^*$ هو مرافق $\mathbf{H}$ أو أنه إذا كان $\mathbf{H}(x,y,z,t) = \mathbf{H}(x,y,z)\, e^{j\omega t}$ فإن $\mathbf{H}^*(x,y,z,t) = \mathbf{H}^*(x,y,z)\, e^{-j\omega t}$. وينصب الاهتمام على معدل قيمة $\mathbf{S}$ كما يلي:-

$$\mathbf{S}_{av} = (1/2)\, \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \quad \mathrm{W/m^2} \qquad (46\text{-}3)$$

فإذا تم تطبيق مبدأ التشتت على المعادلة (46-3) يمكن الحصول على ما يلي:-

$$\nabla \bullet \mathbf{S}_{av} = \frac{1}{2} \nabla \bullet (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)$$

أو
$$\nabla \bullet \mathbf{S}_{av} = \frac{1}{2}\mathbf{H}^* \bullet (-j\omega\mu\,\mathbf{H}) - \frac{1}{2}\,\mathbf{E} \bullet (\sigma\mathbf{E}^* - j\omega\varepsilon\mathbf{E}^*)$$

أو
$$-\nabla \bullet \mathbf{S}_{av} = \frac{1}{2}\,\sigma\,|\,\mathbf{E}\,|^2 + \frac{j}{2}(\mu\,|\,\mathbf{H}\,|^2 - \varepsilon\,|\,\mathbf{E}\,|^2)$$

وإذا تم أجراء التكامل الحجمي واستخدمت نظرية التشتت يتم الحصول على ما يلي:-

$$\hat{P} = -\oiint_S \mathbf{S}_{av} \bullet\ \mathbf{dS} = -\frac{1}{2}\oiint_S \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \bullet \mathbf{dS}$$
$$= \frac{1}{2}\iiint_V \left\{\sigma\,|\,\mathbf{E}\,|^2 + j\,(\mu\ |\,\mathbf{H}\,|^2 - \varepsilon\,|\,\mathbf{E}\,|^2)\right\} dV \qquad (47\text{-}3)$$

ويمثل الطرف الأيسر في المعادلة السابقة كمية القدرة المركبة الداخلة إلى الوسط ذي الحجم V من خلال السطح المقفل S، أما الطرف الأيمن فيبين كيفية توزيع هذه القدرة المركبة عند دخولها. هناك جزء يضيع في الفقد الأومي (Ohmic Loss) القدرة الحقيقية، وأخر يخزن على شكل قدرة رجعية أو تفاعلية (reactive power) ويمكن استخدام التيار I والفولطية V ككميات افتراضية في حساب القدرة المركبة كما يلي:-

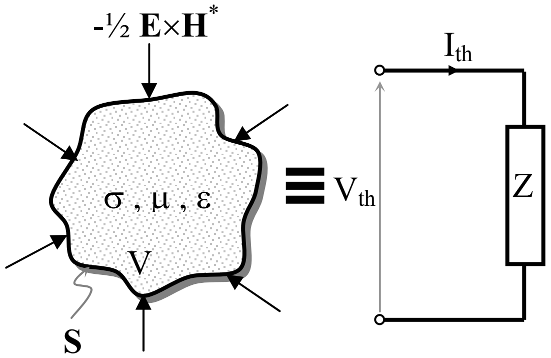
$$\hat{P} = \frac{1}{2}\,V\,I^* = \frac{1}{2}\,I\,Z\,I^* = \frac{1}{2}\,|\,I\,|^2\,Z \qquad (48\text{-}3)$$

علماً بأن $Z = R + j\,X = R + j\,(X_L - X_C)\ \Omega$ هي الممانعة المكافئة وتمثل ممانعة ثيفينن المكافئة للوسط ويبين الشكل (3-19) توضيحاً لهذا. باستخدام المعادلتين (3-47) و (3-48) يتم الحصول على ما يلي:-

$$\frac{1}{2}\,|\,I\,|^2\,Z = \frac{1}{2}\iiint_V \sigma\,|\,\mathbf{E}\,|^2\ dV + \frac{1}{2}\iiint_V \left[\mu\,|\,\mathbf{H}\,|^2 - \varepsilon\,|\,\mathbf{E}\,|^2\right] dV \qquad (49\text{-}3)$$

أو أن
$$R = \frac{1}{|I|^2} \iiint_V \sigma |\mathbf{E}|^2 \, dV$$

و
$$X = X_L - X_C = \frac{1}{|I|^2} \iiint_V \left\{ \mu |\mathbf{H}|^2 - \varepsilon |\mathbf{E}|^2 \right\} dV$$



الشكل (3-19):- انسياب كثافة قدرة إلى وسط بحجم V عبر سطح مقفل S والدارة الكهربائية المكافئة والمكونة من ممانعة ثيفنن المكافئة Z مع فولطيتها وتيارها.

ويستفاد من هذا في معالجة الدارات العاملة في الترددات العالية حيث يمكن الحصول على الدارة المكافئة والعمل عليها بدلاً من الدارة الأصلية لسهولة ذلك. فكما هو واضح يتم استخدام التيار والفولطية بدلاً من المجال المغناطيسي والكهربائي، استخدام كميات قياسية بدلاً من كميات متجهة، والاستعاضة عن خصائص الوسط عند كل نقطة ε و μ و σ بكميات مكافئة تعكس مجمل هذه الخصائص C و L و R على التوالي.

تجدر الإشارة هنا إلى أنه يمكن استنتاج سرعة انتقال أو انسياب الطاقة للموجة الكهرومغناطيسية من خلال كمية كثافة الطاقة المخزنة في وسط ما $w = W/V \ J/m^3$ حيث إن W هي طاقة الموجة و V هو الحجم. يتم الحصول على هذه الطاقة من خلال انسياب موجة تحمل كثافة قدرة $\mathbf{S} \ W/m^2$، وتكون سرعة الطاقة أو سرعة المجموعة هي خارج قسمة كثافة القدرة **S** على كثافة الطاقة w. فإذا كان المجال الكهربائي والمغناطيسي لموجة مستوية كما يلي:-

$$E_x = E_0 \sin(\omega t - \beta z) \qquad V/m$$

$$H_y = \frac{E_0}{\eta} \sin(\omega t - \beta z) \qquad A/m$$

فإن

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon|\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2}\mu\ |\mathbf{H}|^2 = \varepsilon\ E_0^2 \sin^2(\omega t - \beta z)\ \ J/m^3$$

وبالتالي فإن سرعة الطاقة v_g هي

$$v_g = \mathbf{S}/w = 1/\sqrt{\mu\,\varepsilon}\ \mathbf{a}_z \qquad m/s$$

مثال (8-3):- إذا كان هناك موجة مستوية في الفراغ الحر وترددها 300 MHz ومجالها الكهربائي معطى كما يلي:-

$$\mathbf{E} = 4\,e^{j(\omega t - kz)}\ \mathbf{a}_y \qquad V/m$$

أوجد : **(i)** طول الموجة وسرعتها الطورية. **(ii)** المجال المغناطيسي. **(iii)** $\mathbf{S}_{av}$ وكمية القدرة المنسابة من مستطيل في المستوى xy عند $z = 0$ وأطرافه عند النقاط (0,0) و (5,0) و (5 , 10) و(10 , 0) .

الحـــل:-

(i)

$$k = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = 2\pi \times 3 \times 10^8 /(3 \times 10^8) = 2\pi/\lambda$$

أو أن طول الموجة $\lambda = 1\ \ m$ و

$$v_p = \omega/k = 1/\sqrt{\mu_0\ \varepsilon_0} = 3 \times 10^8 \quad m/sec$$

(ii) يمكن إيجاد $\mathbf{H}$ من معادلة ماكسويل

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\,\mathbf{H}$$

أو أن

$$\mathbf{H} = -\frac{4}{120\pi}\ e^{j(\omega t - kz)}\ \mathbf{a}_x \qquad A/m$$

(iii)

$$\mathbf{S}_{av} = \frac{1}{2}\mathbf{E}\times\mathbf{H}^* = \frac{1}{2}\left[4\mathbf{a}_y \times \left(-\frac{4}{120\pi}\mathbf{a}_x\right)\right] = \frac{1}{15\pi}\mathbf{a}_z \qquad W/m^2$$

$$P = \iint_S \mathbf{S}_{av} \bullet \mathbf{dS} = \int_{x=0}^{5}\int_{y=0}^{10} \mathbf{S}_{av} \bullet (dx\ dy\,\mathbf{a}_z) = \frac{10}{3\pi} \quad W$$

مثال (3-9):- إذا كان هناك موجة مستوية في وسط يعاني من الفقد وخصائصه ε و μ و σ وكان تردد الموجة يحقق الشرط $\omega\varepsilon << \sigma$ وكان المجال الكهربائي لهذه الموجة باتجاه z وكانت الموجة تتقدم باتجاه x علماً بأن قيمة المجال الكهربائي عند النقطة $x = 0$ هي 10 V/m ؛ أوجد: **(i)** المجال الكهربائي والمغناطيسي لهذه الموجة في هذا الوسط. **(ii)** وكمية القدرة S_{av} المنسابة من مستطيل أبعاده $5\times10 \ \ m^2$ في المستوى zy وأضلاعه موازية لمحور y ومحور z عند النقطة $x = 0$ والنقطة $x = \delta$ حيث δ هي عمق الاختراق لهذه الموجة في هذا الوسط.

الحــل:-

(i)

$$\mathbf{E} = 10\, e^{-\alpha x} \ e^{j(\omega t - \beta x)} \ \mathbf{a}_z$$

حيث إن

$$\alpha = \beta = \sqrt{\pi f \mu \sigma} = 1/\delta$$

$$\mathbf{H} = -\frac{|\mathbf{E}|}{\eta_c}\mathbf{a}_y = -\frac{10}{\eta_c} \ e^{-\alpha x} \quad e^{j(\omega t - \beta x)} \ \mathbf{a}_y \quad A/m$$

حيث إن $\eta_c = R + j\,X$ وأن $R = X = \sqrt{\pi f \mu / \sigma} \ \ \Omega$.

(ii)

$$\mathbf{S}_{av} = \frac{1}{2} \ \mathbf{E}\times\mathbf{H}^* = \frac{1}{2}10\, e^{-\alpha x} \ \mathbf{a}_z \times\left(-\frac{10}{R - jX}e^{-\alpha x} \ \mathbf{a}_y\right) \quad W/m^2$$

$$= \frac{50}{R\sqrt{2}\angle -45^\circ} \ e^{2\alpha x} \ \mathbf{a}_x \qquad W/m^2$$

و

$$\hat{P}\ \Big|_{x=\delta} = \frac{2500}{2\,R}(1+j)e^{-2} \quad W$$

$$\hat{P}\ \Big|_{x=0} = \frac{50\ \angle 45}{R\sqrt{2}}\ 5\times10 = \frac{2500}{R\sqrt{2}}\frac{(1+j)}{\sqrt{2}} \quad W$$

8-3:- استقطاب الموجات الكهرومغناطيسية

يعرف استقطاب الموجة الكهرومغناطيسية (em wave Polarization) بأنه الشكل الهندسي الذي ينشأ عن تغير المجال الكهربائي لهذه الموجة مع الزمن أو مع الفراغ، وسيتم هنا اعتماد التغير مع الزمن. يعرف استقطاب الموجة، إذا تم الوقوف عند نقطة معينة في الفراغ، من خلال الأثر (trace) الذي يرسمه المجال الكهربائي مع الزمن. إذا كان هذا الأثر أو الشكل الهندسي خطاً مستقيماً فيقال أن الموجة مستقطبة استقطابا خطياً (Linearly Polarized Wave LPW)، وإذا كان الأثر دائرة فإن الموجة تكون مستقطبة استقطابا دائرياً (Circularly Polarized Wave CPW) ، أما إذا كان الأثر قطعاً ناقصاً فإن الموجة تكون مستقطبة استقطاب قطع ناقص (Elliptically Polarized Wave EPW) وإن كان غير ذلك فإن الاستقطاب يعرف بمسمى ذلك الشكل الناتج. سيتم بحث هذه الأنواع الثلاث من الاستقطاب وسيتم توضيح أهمية دراسة استقطاب الموجات الكهرومغناطيسية.

a- الاستقطاب الخطي :- إذا كان هناك موجة مستوية ومجالها الكهربائي هو

$$\mathbf{E} = E_1 \; e^{j(\omega t - ky)} \, \mathbf{a}_x \qquad V/m \qquad (50\text{-}3)$$

أو يمكن كتابته على الشكل التالي $E_x = E_1 \sin(\omega t - ky)$

فإنه عند نقطة معينة في الفراغ، مثلاً عند $y = 0$ ، يصبح المجال الكهربائي لهذه الموجة $E_x = E_1 \sin(\omega t)$. ومع تغير الزمن فإن المجال الكهربائي يتغير على المحور x ذهاباً وإياباً ما بين $+E_1$ و $-E_1$ كما يبين الشكل (3-20) وهذا الأثر أو الشكل الهندسي الذي يتركه (أو يرسمه) المجال الكهربائي هو خط مستقيم، في ضوء ذلك فان هذه الموجة مستقطبة استقطابا خطياً . وإذا كان هناك موجة مستوية أخرى ومجالها الكهربائي كما يلي:-

$$\mathbf{E} = E_2 \, e^{j(\omega t - ky)} \, \mathbf{a}_z \qquad V/m \qquad (51\text{-}3)$$

أو يمكن كتابتها عند نقطة معينة في الفراغ، مثلاً $y = 0$ ، كما يلي:- $E_z = E_2 \sin \omega t$

يلاحظ مع تغير الزمن أن المجال الكهربائي يتغير على المحور z ذهاباً وإياباً بين $+E_2$ و $-E_2$ كما يبين الشكل (3-20) . هذا الأثر أو الشكل الهندسي الذي يرسمه المجال الكهربائي هو خط مستقيم وبالتالي فإن الموجة مستقطبة استقطابا خطياً . أما الموجة المستوية الذي يكون مجالها الكهربائي كما يلي:-

$$\mathbf{E} = (E_1\,\mathbf{a}_x + E_2\,\mathbf{a}_z)\, e^{j(\omega t - ky)} \quad V/m \qquad (52\text{-}3)$$

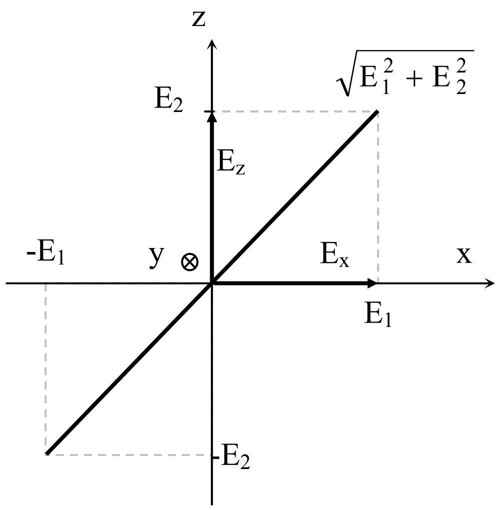
أو يمكن كتابتها عند نقطة معينة في الفراغ، مثلاً $y = 0$ ، كما يلي:-

$$\mathbf{E} = (E_1\,\mathbf{a}_x + E_2\,\mathbf{a}_z)\sin \omega t$$

يلاحظ مع تغير الزمن أن المجال الكهربائي يتغير على الخط المستقيم الذي يعمل زاوية مقدارها $\tan^{-1}(E_2/E_1)$ مع المحور x ذهاباً وإياباً ما بين $\sqrt{E_1^2 + E_2^2}$ و $-\sqrt{E_1^2 + E_2^2}$ كما يبين الشكل (3-20). وهذا الشكل الهندسي الذي يرسمه المجال الكهربائي هو خط مستقيم وبالتالي فإن الموجة مستقطبة استقطابا خطياً. وتجدر الإشارة هنا إلى أنه إذا أخذ المستوى xy كمرجع فإن الموجة التي تمثل المعادلة (3-50) مجالها الكهربائي تدعى موجة مستقطبة استقطابا خطياً أفقياً بالنسبة لهذا المرجع . أما الموجة التي تمثل المعادلة (3-51) مجالها الكهربائي فهي موجة مستقطبة استقطاباً خطياً عمودياً.

ويستخدم هذا النوع من الاستقطاب في البث الإذاعي والتلفازي والأقمار الاصطناعية والاتصالات الميكروية الأرضية. فمثلاً في مدى الترددات المتوسطة والمنخفضة يكون هوائي الإذاعة عمودياً على سطح الأرض ، يكون طويلاً جداً قد يصل إلى 250 m ، وتكون الموجة الصادرة منه مستقطبة استقطاباً خطياً وعمودياً على سطح الأرض. أما في حالة الترددات العالية فيتم استخدام هوائيات موازية لسطح

الأرض وتكون في العادة قصيرة ولا تزيد على بضعة أمتار ، قد تصل إلى ما يزيد على عشرة أمتار، وهذه الهوائيات تشع موجات ذات استقطاب خطي أفقي بالنسبة لسطح الأرض .



الشكل (3-20) :- تمثيل المجالات الكهربائية، للموجات الكهرومغناطيسية، الواردة في المعادلات (3-50) و (3-51) و(3-52) لثلاث موجات مستقطبة استقطاباً خطياً.

b- الاستقطاب الدائري:- إذا كان هناك موجة مستوية ومجالها الكهربائي هو

$$\mathbf{E} = E_1\, e^{j(\omega t - kz)}\ \mathbf{a}_x + E_1\, e^{j(\omega t - k z \pm \pi/2)}\ \mathbf{a}_y \qquad \text{V/m} \qquad (53\text{-}3)$$

والذي يمكن كتابته كما يلي:-

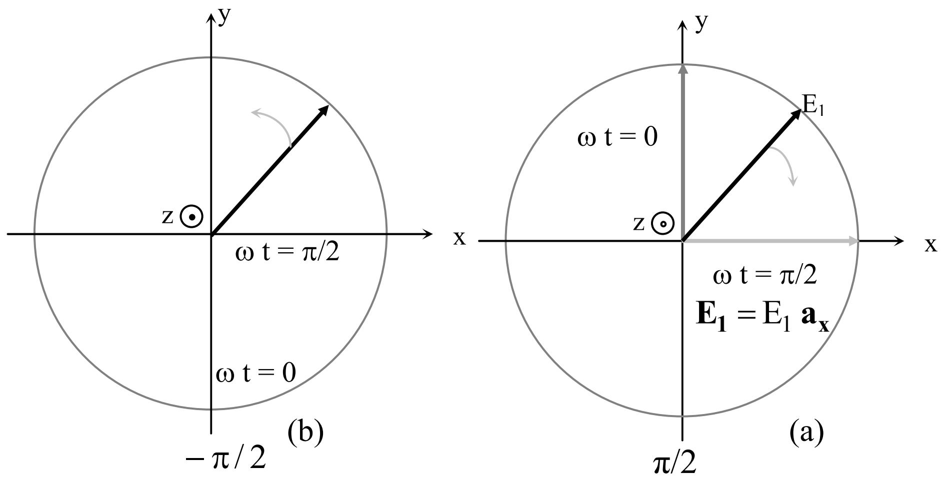
$$\mathbf{E} = E_1 \sin(\omega t - kz)\,\mathbf{a}_x \pm E_1 \cos(\omega t - kz)\,\mathbf{a}_y$$

فإنه عند نقطة معينة في الفراغ ، مثلاً $y = 0$ ، فإن المجال الكهربائي لهذه الموجة يصبح

$$\mathbf{E} = E_1 \sin \omega t\, \mathbf{a}_x \pm E_1 \cos \omega t\, \mathbf{a}_y \qquad (54\text{-}3)$$

ويلاحظ أن قيمة المجال الكهربائي عند أي نقطة في الزمن هي ثابتة لا تتغير $|\mathbf{E}| = E_1$، فإذا أخذت الإشارة الموجبة في المعادلة (3-54) فإنه عند $\omega t = 0$ يكون المجال الكهربائي $\mathbf{E} = E_1\, \mathbf{a}_y$ أما عند النقطة $\omega t = \pi/2$ فإن المجال

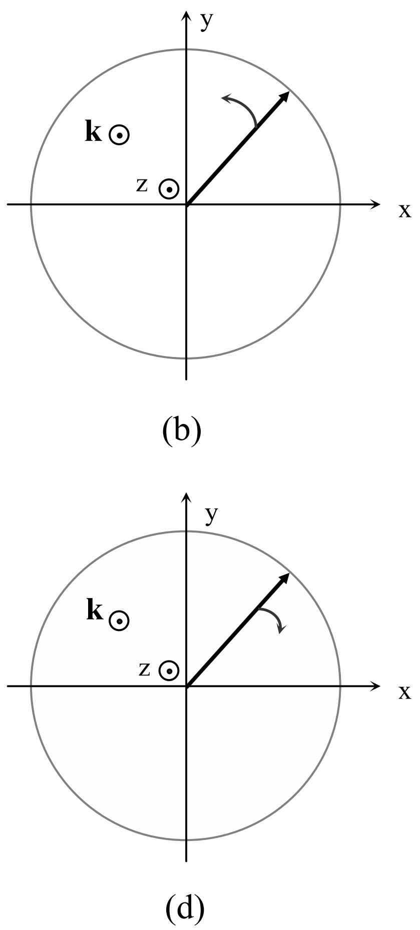
الكهربائي يصبح $\mathbf{E} = E_1\, \mathbf{a}_x$ وبالتالي فإن المجال الكهربائي يلف باتجاه عقارب الساعة (Clock Wise CW) والأثر الذي يتركه أثناء التفافه هو دائرة نصف قطرها E_1. أما إذا أخذت الإشارة السالبة فإن الأثر سيبقى دائرة إنما سيكون التفاف المجال الكهربائي للموجة بعكس دوران عقارب الساعة (Counter Clock Wise CCW) وهذا مبين في الشكل (3-21) .



الشكل (3-21) :- الاستقطاب الدائري للموجة (a) الالتفاف مع دوران عقارب الساعة لزاوية طور $\pi/2$ (b) الالتفاف عكس دوران عقارب الساعة لزاوية طور $-\pi/2$.

يتم عادة، في هذا النوع من الاستقطاب، النظر إلى اتجاه المجال الكهربائي وربطه باتجاه انتشار الموجة الكهرومغناطيسية ومقارنة هذا بقاعدة اليد اليمنى أو اليسرى. فلو أخذت أصابع اليد اليمنى أو اليسرى لتمثل اتجاه التفاف المجال الكهربائي فإن الإبهام يمثل اتجاه انتشار الموجة. ويقال أن الموجة مستقطبة استقطابا دائرياً تبعاً لليد اليمنى أو اليسرى ويبين الشكل (3-22) هذه الحالات على افتراض أن المجال الكهربائي هو كما يلي :-

$$\mathbf{E} = E_1 \left[e^{\mp jkz} \ \mathbf{a}_x + e^{\mp kz \pm \pi/2} \ \mathbf{a}_y \right] e^{j\omega t}$$



الشكل (3-22):- الحالات الأربع لاستقطاب الموجة الدائري (a) استقطاب دائري حسب اليد اليسرى (b) حسب اليد اليمنى (c) حسب اليد اليمنى (d) حسب اليد اليسرى .

c- استقطاب القطع الناقص:- إذا كان هناك موجة مستوية ومجالها الكهربائي كما يلي :-

$$\mathbf{E} = E_1 \, e^{j(\omega t - kz)} \ \mathbf{a}_x + E_2 \, e^{j(\omega t - kz \pm \psi)} \ \mathbf{a}_y \qquad (55\text{-}3)$$

فإنه يمكن إبداء الملاحظات التالية:-

1- إذا كانت E_1 أو E_2 تساوي صفراً أو إذا كانت $\psi = n\pi$ حيث $n = 0,1,2,\ldots$ فإن هذه الموجة تكون مستقطبة استقطابا خطياً .

2- إذا كانت $E_1 = E_2$ إضافة إلى أن $\psi = (2n-1)\pi/2$ حيث $n = 1,2,\ldots.$ فإن الموجة تصبح مستقطبة استقطابا دائرياً .

3- إذا لم يتحقق الشرط الأول وكذلك لم يتحقق الشرط الثاني فإن استقطاب الموجة لن يكون بالخط المستقيم ولا بالدائري وإنما استقطاب القطع الناقص EPW. لتسهيل الأمر تم افتراض أن $E_1 \neq E_2$ وإن $\psi = \pi/2$ وفي ضوء ذلك يمكن إعادة كتابة المعادلة (55-3) باستخدام الدالـة الجيبية عند نقطـة معينـة فـي الـفراغ، مثلاً $z = 0$ ، كما يلي:-

$$\mathbf{E} = E_1 \sin\omega t\, \mathbf{a}_x + E_2 \cos\omega t\, \mathbf{a}_y \qquad (56\text{-}3)$$

ويمكن الحصول على معادلة أخرى تضم كلاً من E_x و E_y من المعادلة (56-3) كما يلي:-

$$E_y = E_2 \cos\omega t = E_2 \sqrt{1-\sin^2 \omega t}$$

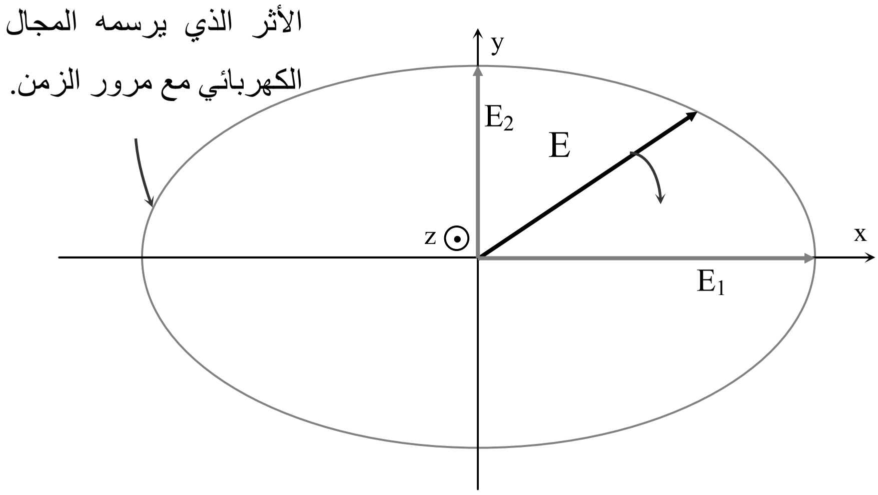
أو

$$(E_x/E_1)^2 + (E_y/E_2)^2 = 1 \qquad (57\text{-}3)$$

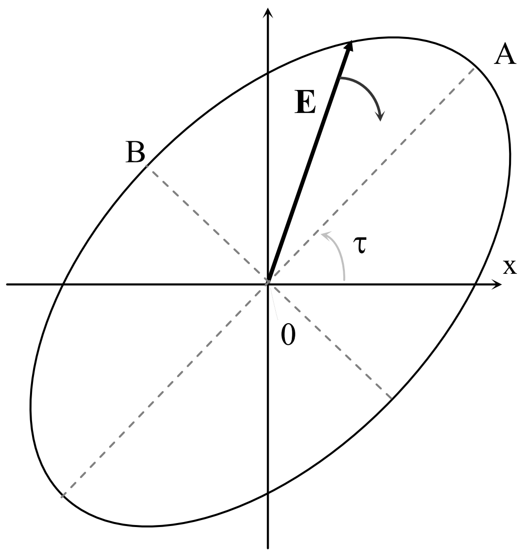
وتمثـل كـلا مـن المعادلتين (56-3) و (57-3) معادلـة قطـع ناقص (Ellipse) ويبين الشكل (23-3) رسم هاتين المعادلتين، إذا كانت $E_1 > E_2$ ، والذي يكون قطعاً ناقصاً بمحور أكبر E_1 ومحور أصغر E_2 وتعرف نسبة المحور الأكبر إلى المحور الأصغر بنسبة المحور (AR (Axial Ratio AR كما يلي:-

$$AR = E_1 / E_2 \qquad (58\text{-}3)$$

إضافة لذلك فإن المجال الكهربائي يلتف مع الزمن باتجاه دوران عقارب الساعة. وإذا ما ربط اتجاه التفاف المجال الكهربائي في الزمن مع اتجاه انتشار الموجة (اتجاه $+z$) كما هو الحال في الاستقطاب الدائري فإن الموجة المحددة في المعادلة (3-55) تصبح مستقطبة استقطاب قطع ناقص تبعاً لقاعدة اليد اليسرى بنسبة محورية $AR = E_1 / E_2$. وعندما تكون $\psi = -\pi/2$ فإن استقطاب الموجة يصبح استقطاب قطع ناقص تبعاً لقاعدة اليد اليمنى بنسبة محورية $AR = E_1 / E_2$. تجدر الإشارة هنا أنه وفي حالة ما إذا كانت $\psi \neq \pm\pi / 2$ أو مضاعفاتها الفردية (أو π $(\psi \neq \pm n)$ فإن القطع الناقص لن يكون كما يبين الشكل (3-23) وإنما يكون مائلاً إلى الأعلى أو إلى الأسفل كما يبين الشكل (3-24) تبعاً لمعطيات الموجة ويكون استقطاب الموجة قطعاً ناقصاً تبعاً لقاعدة اليد اليمنى أو اليد اليسرى بنسبة $AR = OA / OB$، حيث إن OA هو طول المحور الأكبر و OB هو طول المحور الأصغر وتسمى الزاوية τ بزاوية ميلان القطع الناقص.



الشكل (3-23):- الأثر الذي يرسمه المجال الكهربائي مع مرور الزمن للمجال الكهربائي المبين في المعادلة (3-56) أو ناتج المعادلة (3-57).



الشكل (3-24):- استقطاب القطع الناقص عندما تكون $\psi \neq \pm \pi/2$ أو مضاعفاتها الفردية (أو عندما تكون $\psi \neq n\pi$) حيث يكون القطع الناقص مائلاً بزاوية τ.

d- تطبيقات:- يساعد فهم استقطاب الموجات الكهرومغناطيسية في العديد من الأمور أهمها إعادة استخدام التردد إضافة إلى اختيار الاستقطاب المناسب لقناة أو نظام الاتصال كما يلي:-

- **إعادة استخدام التردد** (frequency reuse techniques):- إذا كان عرض النطاق المحدد لخدمة معينة لا يكفي لاستيعاب المستخدمين له فيمكن استخدام استقطاب الموجات ليتم من خلاله إعادة استخدام التردد ، أو عرض النطاق، مرتين وبالتالي مضاعفة عرض النطاق المحدد. فمثلاً في الاتصالات الفضائية عبر الأقمار الاصطناعية يكون عرض النطاق المحدد لمثل هذا النظام 500 MHz للحزمة C وكذلك للحزمة K. تتم مضاعفة عرض هذا النطاق من خلال استخدام موجتين كلاهما بنفس التردد، الأولى مثلاً تكون مستقطبة استقطابا خطياً أفقياً والثانية تكون مستقطبة استقطابا خطياً عمودياً. ويمكن كذلك إرسال إشارة بتردد معين باستخدام موجة مستقطبة استقطابا دائرياً تبعاً لقاعدة اليد اليمنى واستخدام نفس التردد وإرسال إشارة أخرى باستخدام موجة مستقطبة استقطابا دائرياً تبعاً لقاعدة اليد اليسرى مما يتيح إرسال معلومات

مختلفة على كل موجة لها التردد نفسه. ويتم تجهيز المستقبل بحيث يتم الفصل ما بين هاتين الإشارتين من خلال هوائي لكل استقطاب أو باستخدام الهوائي نفسه ولكن يتم استخدام خط نقل لكل إشارة.

- **اختيار الاستقطاب المناسب:**- يلاحظ أن اتجاه المجال الكهربائي (والمغناطيسي) في الاستقطاب الخطي ثابت لا يتغير، مثلاً في اتجاه $\pm\mathbf{a}_x$، بالمقارنة مع الاستقطاب الدائري الذي يتغير فيه اتجاه المجال الكهربائي (والمغناطيسي) مع الزمن والفراغ. فإذا كانت قناة الاتصال تدخل تعديلاً أو تحريفاً على استقطاب الموجة فيصبح بالضرورة استخدام الاستقطاب المناسب الذي لا يتأثر ، أو يتأثر بأقل درجة ممكنة، من هذا التعديل أو التحريف. فمثلاً عندما تنتشر موجة في الغلاف الأيوني (ionosphere) المحيط بالأرض فإن مجالاتها الكهرومغناطيسية تلتف بزاوية معينة وبالتالي قد لا يكون من المناسب استخدام الاستقطاب الخطي خاصة إذا كان تردد الموجة أقل من 4 GHz. في هذه الحالة قد يكون من المناسب استخدام الاستقطاب الدائري لأن الالتفاف في هذه الموجة لا يؤثر عليها كونها تلتف باستمرار كدالة في الزمن والفراغ. وتجدر الإشارة هنا إلى أن الالتفاف يعتمد على درجة التأين (أو كثافة الإلكترونيات electron density) في الغلاف الأيوني والتردد حيث أنه كلما قل التردد زاد الالتفاف ويزداد كذلك بازدياد كثافة إلكترونيات الغلاف الأيوني. وتزداد كثافة الإلكترونيات في الغلاف الأيوني مع الزمن وذلك كلما زاد ارتفاع الشمس في كبد السماء حيث تصل إلى قيمتها العظمى على وجه التقريب بعد أو حوالي منتصف النهار وتكون بأدنى قيمة لها قبل بزوغ الفجر. هذا ويمكن استخدام التفاف الموجة في حالة استقطابها خطياً لقياس كثافة الإلكترونيات كدالة في التفافها. كذلك يستخدم الاستقطاب الخطي العمودي في حالة موجات الراديو (للبث الإذاعي) العاملة في الترددات المتوسطة (MF) لأسباب مختلفة منها أن الموجة المستقطبة استقطابا خطياً عمودياً تعاني من الفقد إثناء انتشارها، بدرجة أقل من الموجة المستقطبة استقطابا خطياً أفقياً.

مثال (3-10):- إذا كانت هناك موجة كهرومغناطيسية مستوية تنتشر باتجاه +y وكان لمجالها الكهربائي المركبتين التاليتين:-

$E_x = E_1 \sin(\omega t - \beta y)$ V/m و $E_z = E_2 \cos(\omega t - \beta y)$ V/m

والمطلوب تحديد استقطاب هذه الموجة وإيجاد قيمة كل من AR و τ حيثما لزم إذا كان

(i) $E_1 = E_2$. **(ii)** $E_1 = 2E_2$.

الحـــل:-

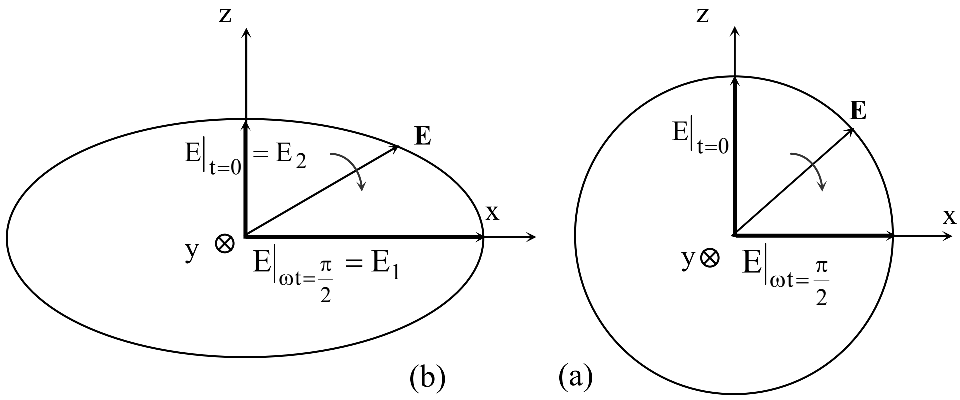
عند النقطة $y = 0$ يكون المجال الكهربائي لهذه الموجة كما يلي :-

$$\mathbf{E} = E_1 \sin \omega t\, \mathbf{a}_x + E_2 \cos \omega t\, \mathbf{a}_z \quad \text{V/m}$$

عندما يكون $t = 0$ أو $\omega t = 0$ فإن المجال الكهربائي يكون باتجاه z أو $\mathbf{E}(\omega t = 0) = E_2\, \mathbf{a}_z$، وعندما يكون $\omega t = \pi/2$ يكون المجال الكهربائي باتجاه +x أو $\mathbf{E}(\omega t = \pi/2) = E_1\, \mathbf{a}_x$ وبالتالي فإنه بالنظر إلى الشكل (3-25) فإن المجال الكهربائي لهذه الموجة يلف باتجاه حركة عقارب الساعة كدالة في الزمن .

(i) في الحالة التي تكون فيها $E_1 = E_2$ فإن الأثر الناتج يكون عبارة عن دائرة وتكون الموجة مستقطبة استقطابا دائرياً تبعاً لقاعدة اليد اليمنى، كما يبين الشكل (3-25a).

(ii) إذا كانت $E_1 = 2E_2$ فإن الأثر الناتج هو قطع ناقص وتكون الموجة مستقطبة استقطاب قطع ناقص تبعاً لقاعدة اليمنى وتكون $AR = 2$ و $\tau = 0°$، كما يبين الشكل (3-25b) .



الشكل(3-25):- المجال الكهربائي للموجة المذكورة في المثال (3-10) عند النقطة $y = 0$ كدالة في الزمن (a) عندما يكون $E_1 = E_2$ (b) عندما يكون $E_1 = 2\ E_2$.

مثال (3-11):- إذا كان المجال الكهربائي لموجة كهرومغناطيسية مستوية تنتشر في الفراغ كما يلي:-

$$\mathbf{E} = (3\ \mathbf{a}_x + j\ 4\ \mathbf{a}_y)\ \ e^{-j0.5\pi z} \qquad \text{V/m}$$

(i) أوجد تردد هذه الموجة ومجالها المغناطيسي.

(ii) حدد استقطاب هذه الموجة وأوجد AR و τ حيثما لزم .

(iii) أوجد $\mathbf{S}_{av}$ وكمية القدرة التي تنساب من خلال مساحة $2 \times 2\ m^2$ في مستوى xy .

الحـــل:-

(i) $$\beta = 0.5\ \pi = 2\pi f\ \sqrt{\mu_0\ \varepsilon_0} = 2\pi f/(3\times 10^8)$$

أو أن

$$f = 75\ \text{MHz}$$

أما مجالها المغناطيسي فيتم إيجاده من معادلة ماكسويل

$$\nabla\times\mathbf{E} = -j\ \omega\ \mu_0\ \mathbf{H}$$

أو أن

$$\mathbf{H} = (1/120\ \pi)\left[-\ j\ 4\ \mathbf{a}_x + 3\ \mathbf{a}_y\right]\ e^{-j\,0.5\,\pi z}$$

(ii) يمكن كتابة المجال الكهربائي عند النقطة $z = 0$ كدالة في الزمن باستخدام الدالة الجيبية كما يلي:-

$$\mathbf{E} = 3 \sin \omega t \ \mathbf{a}_x + 4 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \ \mathbf{a}_y \qquad \text{V/m}$$

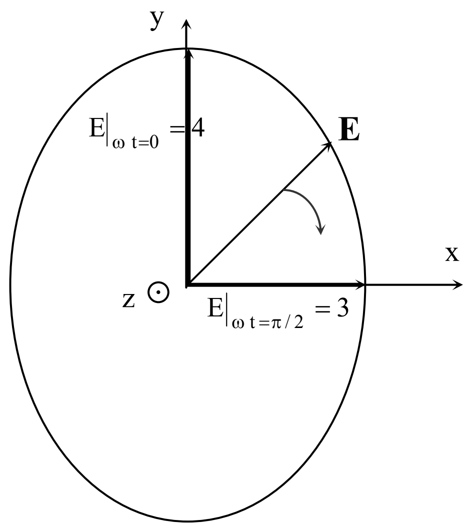
عند $t = 0$ فإن $\mathbf{E}|_{\omega t=0} = 4\,\mathbf{a}_y$ وعند $\omega t = \pi/2$ فإن $\mathbf{E}|_{\omega t=\pi/2} = 3\,\mathbf{a}_y$، بالتالي فإن الموجة مستقطبة استقطاب قطع ناقص تبعاً لقاعدة اليد اليسرى ونسبة المحور $AR = 4/3$ وزاوية ميلان القطع الناقص $\tau = 90^\circ$ كما يبين الشكل (3-26).

$$\mathbf{S}_{av} = \frac{1}{2}\,\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* = \frac{1}{240\,\pi}\,(3\mathbf{a}_x + j\,4\mathbf{a}_y) \times (j\,4\,\mathbf{a}_x + 3\mathbf{a}_y) \qquad \textbf{(iii)}$$

$$= 5/(48\,\pi)\ \ \mathbf{a}_z \qquad \text{W/m}^2$$

أما كمية القدرة التي تمر خلال مساحة $2 \times 2\ \text{m}^2$ في مستوى xy فهي

$$P = \int_0^2 \int_0^2 \mathbf{S}_{av} \bullet dx\,dy\ \mathbf{a}_z = 0.417\ \ \text{W}$$



الشكل (3-26):- الأثر الذي يرسمه المجال الكهربائي للموجة الواردة في المثال (3-11) وهو عبارة عن قطع ناقص.

المسائل

1-3:- في وسط خصائصه $\varepsilon=(4-j1)\varepsilon_0\ F/m$ و $\mu=(10-j2)\mu_0\ H/m$ و $\sigma=10^{-3}\ (\Omega m)^{-1}$؛ أوجد ثابت الانتشار $\gamma\ (=\alpha+j\beta)$ في هذا الوسط لموجة كهرومغناطيسية ترددها 300 MHz . وأوجد الممانعة المميزة لهذا الوسط η وحدد المسافة التي عندها ستعاني هذه الموجة انخفاضا في مستواها بمقدار 30 dB.

2-3:- أوجد إزاحة الطور لموجة كهرومغناطيسية ترددها 3 GHz إذا انتشرت في الأوساط العازلة وغير المغناطيسية التالية:- **(i)** الهواء. **(ii)** مادة عازلة بسماحية $\varepsilon_1=2.25\varepsilon_0\ F/m$. **(iii)** مادة عازلة بسماحية $\varepsilon_2=4\,\varepsilon_0\ F/m$.

3-3:- إذا كانت سرعة الطور لموجة كهرومغناطيسية في وسط ما هي $v_p=10^8\ \sqrt{\lambda}\ m/s$ حيث إن λ تمثل طول هذه الموجة، أوجد: **(i)** λ عند التردد 100 MHz . **(ii)** سرعة المجموعة v_g لهذه الموجة .

4-3:- في وسط لا يعاني من الفقد، إذا كانت ممانعته المميزة هي $\eta=80\,\pi\,\Omega$ وسرعة الموجة فيه $v_p=1.5\times10^8\ m/s$، أوجد خصائص هذا الوسط ε و μ و σ .

5-3:- إذا كان المجال المغناطيسي لموجة مستوية تنتشر في وسط عازل وغير مغناطيسي هو

$$\mathbf{H}=2\ \exp\left[\,j\,(2\,\pi\ 10^8\,t-2\,\pi\,z)\right]\ \mathbf{a}_y\quad mA/m$$

أوجد **(i)** طول الموجة λ في هذا الوسط. **(ii)** خصائص الوسط ε و μ و σ. **(iii)** الممانعة المميزة لهذا الوسط η. **(iv)** سرعة الموجة الطورية v_p وسرعة المجموعة v_g. **(v)** المجال الكهربائي $\mathbf{E}$ لهذه الموجة .

3-6:- أوجد ثابت الانتشار $\gamma = \alpha + j\beta$ للأوساط التالية (عند التردد 1 MHz والتردد 1 GHz) حيث تم بيان خصائصها إزاء كل وسط:-

الهواء	ε_0	و	μ_0	و	$\sigma = 0 \ \ (\Omega m)^{-1}$
التربة الجافة	$3\varepsilon_0$	و	μ_0	و	$\sigma = 10^{-5}\ (\Omega m)^{-1}$
التربة الرطبة	$10\varepsilon_0$	و	μ_0	و	$\sigma = 10^{-3}\ (\Omega m)^{-1}$
الماء العذب	$80\varepsilon_0$	و	μ_0	و	$\sigma = 10^{-3}\ (\Omega m)^{-1}$
ماء البحر	$80\varepsilon_0$	و	μ_0	و	$\sigma = 4\ (\Omega m)^{-1}$
الحديد	ε_0	و	$1000\,\mu_0$	و	$\sigma = 10^{6}\ (\Omega m)^{-1}$
النحاس	ε_0	و	μ_0	و	$\sigma = 5.7 \times 10^{7}\ (\Omega m)^{-1}$

3-7:- تنتشر موجة كهرومغناطيسية مستوية في الهواء بتردد 50 MHz علماً بأن مجالها الكهربائي هو

$$\mathbf{E} = 10 \exp [j (\omega t - k_1 z + 0.37 y)]\, \mathbf{a}_x \qquad \text{mV/m}$$

أوجد:- **(i)** قيمة k_1 و λ لهذه الموجة وحدد اتجاه انتشارها. **(ii)** المجال المغناطيسي لهذه الموجة .

3-8:- تنتشر موجة كهرومغناطيسية مستوية في وسط عازل غير مغناطيسي لا يعاني من الفقد ومجاله المغناطيسي هو كما يلي :-

$$H_x = 5 \ \exp \ [j (\pi\, 10^9 t - 10\, \pi z)] \qquad \text{A/m}$$

أوجد :- **(i)** طول الموجة وسرعة هذه الموجة في هذا الوسط. **(ii)** خصائص هذا الوسط ε و μ و σ وممانعته المميزة. **(iii)** المجال الكهربائي لهذه الموجة .

3-9:- للموجة المستوية العامة أثبت صحة العلاقات التالية:-

$\mathbf{k}\bullet\mathbf{E} = 0$ **(i)** $\mathbf{k}\times\mathbf{H} = -\omega\varepsilon\,\mathbf{E}$ **(ii)**

حيث إن **k** تمثل ثابت انتشار الموجة .

3-10:- إذا انتشرت موجة كهرومغناطيسية مستوية ترددها 300 MHz في الأوساط التي تم تحديد خصائصها في السؤال (3-5) فأوجد:- **(i)** الممانعة المميزة لهذه الأوساط المختلفة. **(ii)** سرعة الطور والمجموعة لهذه الموجة. **(iii)** عمق الاختراق δ لكل مادة. **(iv)** العمق d الذي ينخفض عنده المجال الكهربائي بمقدار60 dB.

3-11:- تنتشر موجة كهرومغناطيسية مستوية في وسط غير مغناطيسي موصل، إذا كان المجال المغناطيسي لهذه الموجة في هذا الوسط هو كما يلي**:-**

$H_x = 10\, e^{-100\, z} \sin[6\,\pi\, 10^8 t - 100z]$ mA/m

أوجد موصليه هذا الوسط وممانعته المميزة والمجال الكهربائي للموجة. كذلك أوجد معدل القدرة المفقودة في حجم بمساحة مقطع $1\ m^2$ وسمك τ m (في اتجاه انتشار الموجة) .

3-12:- تنتشر موجة كهرومغناطيسية مستوية ترددها 1000 MHz في وسط غير مغناطيسي يعاني من الفقد. إذا كان مستوى هذه الموجة ينخفض بمعدل 10% لكل متر وكان المجال المغناطيسي بتأخر عن المجال الكهربائي بمقدار 30°، فأحسب قيمة عمق الاختراق δ والممانعة المميزة للوسط η و موصيلية الوسط وثابت انتشاره $\gamma = \alpha + j\,\beta$.

3-13:- أوجد مقاومة سلك نحاسي بقطر 15 mm وطول 1000 m حيث إن خصائصه هي $\sigma = 5.7 \times 10^7\ (\Omega\, m)^{-1}$ و ε_0 F/m و μ_0 H/m، عند الترددات التالية:-

(i) $f = 0$ Hz **(ii)** $f = 1$ MHz **(iii)** $f = 1$ GHz **(iv)** $f = 10$ GHz

14-3:- تنتشر موجة كهرومغناطيسية بتردد 750 MHz في وسط غير مغناطيسي لا يعاني من الفقد بسماحية $\varepsilon = 2.25\ \varepsilon_0$ F/m . فإذا كان مجالها الكهربائي معطى بما يلي :-

$$\mathbf{E} = (12\ \mathbf{a}_y + j\ 5\ \mathbf{a}_z)\ \exp\left[j\ (\omega t - \beta\ x)\right] \quad \text{mV/m}$$

فأوجد **(i)** :- قيمة β وطول الموجة λ والممانعة المميزة لهذا الوسط. **(ii)** سرعة الطور وسرعة المجموعة لهذه الموجة. **(iii)** المجال المغناطيسي لهذه الموجة. **(iv)** معدل القدرة التي تنساب عبر مربع $2 \times 2\ \text{m}^2$ يوازي المستوى xy . **(v)** استقطاب هذه الموجة وقيمة كل من AR و τ حيثما لزم.

15-3:- باستخدام سلك بطول L (على شكل هوائي ثنائي القطب) متصل بخط نقل وموصول إلى فولطميتر اشرح كيف يمكنك تحديد استقطاب موجة كهرومغناطيسية والثوابت المحددة لهذا الاستقطاب وبين الثوابت المحددة لهذا الاستقطاب التي لا يمكنك تحديدها .

16-3:- تنتشر موجة كهرومغناطيسية في اتجاه +x فإذا كان مجالها المغناطيسي معطى بما يلي:-

$$\mathbf{H} = H_1\ \sin(\omega t - \beta x)\ \mathbf{a}_z + H_2\ \sin(\omega t - \beta x + \theta)\ \mathbf{a}_y \quad \text{A/m}$$

حدد استقطاب هذه الموجة وأوجد كل الثوابت المحددة له في الحالات التالية:-

(i) $\theta = -\pi$ **(ii)** $\theta = -\pi/2$ و $H_1 = H_2$ **(iii)** $\theta = \pi/2$ و $H_1 = 3\ H_2$

17-3:- تنتشر موجة كهرومغناطيسية باتجاه +z في الهواء ويمكن النظر إليها على أنها مكونة من موجتين مستقطبتين استقطابا دائرياً بحيث إنه عند النقطة z = 0 يكون المجال الكهربائي للموجة الأولى يلف باتجاه ضد حركة عقارب الساعة ومعطى بما يلي :-

$$\mathbf{E}_1 = 3\ \exp(j\omega t)\ \mathbf{a}_x \qquad \text{(V/m)}$$

يكون المجال الكهربائي للموجة الثانية يلف باتجاه حركة عقارب الساعة ومعطى بما يلي :-

$\mathbf{E}_2 = 2 \exp(-j\omega t)\, \mathbf{a}_y \qquad (V/m)$

وذلك عند نفس النقطة في الزمن، أوجد:- **(i)** استقطاب هذه الموجة وحدد كل الثوابت المحددة لهذا الاستقطاب. **(ii)** المجال المغناطيسي لهذه الموجة. **(iii)** قيمة معدل متجه بوينتنغ $\mathbf{S}_{av}$.

3-18:- يكون المجال الكهربائي للموجة الكهرومغناطيسية التي يشعها هوائي معين في الهواء في المناطق البعيدة عنه كما يلي:-

$$E_\theta = 100 \sin\theta \, \frac{e^{j(\omega t - \beta r)}}{r} \qquad mV/m$$

فإذا كان تردد الموجة هو 10 MHz فأوجد ما يلي:-

(i) المجال المغناطيسي لهذه الموجة وقيمة β. **(ii)** قيمة معدل كثافة القدرة $\mathbf{S}_{av}$. **(iii)** القدرة التي تنساب من مساحة كروية محددة بجزء من سطح كرة نصف قطرها 3 km للمدى $0 \le \theta \le \frac{\pi}{4}$ و $0 \le \phi < 2\pi$.

3-19:- في بعض أجهز الإرسال، مثلاً أنظمة الإذاعة والرادار، يكون المجال الكهربائي مرتفعاً جداً ويمكن أن يؤدي ذلك إلى انهيار العازل الذي تمر فيه الموجة الكهرومغناطيسية.

فإذا كانت هناك موجة مستوية تنتشر في وسط عازل غير مغناطيسي لا يعاني من الفقد بسماحية $\varepsilon = 9\,\varepsilon_0 \;\; F/m$ وكانت شدة المجال الكهربائي التي يحدث عندها الانهيار لهذه المادة هي $50 \;\; KV/m \;\; (rms)$. أوجد حدود أعلى معدل قدرة لكل وحدة مساحة للموجة التي يمكن أن تسري في هذا الوسط دون حصول انهيار في هذا العازل وأوجد المجال المغناطيسي في هذه الحالة .

الباب الرابع
انعكاس وانكسار وتبعثر وانعراج الموجات الكهرومغناطيسية

Reflection, Refraction, Scattering and Diffraction of Electromagnetic Waves

تم في المعالجات السابقة للموجات الكهرومغناطيسية اعتماد وضع مثالي حيث تم افتراض أن المرسل موضوع في وسط بلا حدود وهذا لا يتفق مع الواقع. فمثلاً إن معظم الاتصالات تتم في الهواء بين مرسل ومستقبل وأحدهما أو كلاهما يقع على سطح الأرض. وتتفاعل الموجة الكهرومغناطيسية أثناء انتشارها من المرسل إلى المستقبل مع الوسطين (الهواء والأرض). وحتى في حدود الوسط الواحد فإن خصائصه ليست بالضرورة منتظمة ومتجانسة بل تتغير بشكل مستمر. سيتم في هذا الباب بحث انتشار الموجات الكهرومغناطيسية في أوساط متعددة وكيفية تفاعلها معها وكيف يمكن أن يتم عزل المصادر عن بعضها البعض إضافة إلى تفسير العديد من الظواهر الطبيعية التي تحدث لأن الموجات الكهرومغناطيسية تنتشر في واقع الحال في أوساط متعددة متغيرة الخصائص. ومن هذه الظواهر الطبيعية السراب وانبلاج الصباح وظهور الشفق الأحمر... الخ.

سيتم البدء بمعالجة السقوط العمودي للموجات الكهرومغناطيسية من وسط لآخر حيث يتم تعريف بعض المعاملات ذات الأهمية في انعكاس (reflection) وانتقال (transmission) وانكسار (refraction) الموجات. وكذلك توضيح مفهوم العزل (isolation) الكهرومغناطيسي ومعالجة السقوط العمودي (normal incidence) للموجات بوجود أوساط متعددة ويتم بيان فوائد هذا النمط. سيتم بعد ذلك الانتقال إلى معالجة السقوط المائل (oblique incidence) للأمواج من وسط لآخر حيث سيتم تفسير عدد من الظواهر الطبيعية مثل السراب (mirage) والزاوية

الحرجة (critical angle) وغيرها. وأخيراً وبدون الدخول في الاشتقاقات الرياضية إلاّ بالحد الأدنى يتم شرح تبعثر (scattering) وانعراج (diffraction) الموجات الكهرومغناطيسية عندما تسقط من وسط إلى آخر على افتراض أن السطح الفاصل بينهما ليس مستوياً أو/و عندما يكون خشناً (rough) وهذا يعكس العديد من المسائل العملية وواقع انتشار الموجات الكهرومغناطيسية بوجود سطح الأرض غير المستوي والخشن.

4-1:- السقوط العمودي للموجات الكهرومغناطيسية

يبين الشكل (4-1) وسطين منتظمين خاليين من المصادر خصائص كل منهما متجانسة بوجود موجة مستوية تنتشر في الوسط الأول باتجاه z+ ولذا فهي تسقط عمودياً من الوسط الأول إلى الثاني وسيتم افتراض المجال الكهربائي والمغناطيسي لهذه الموجة كما يلي:-

$$E_x^i = E_1 \; e^{j(\omega t - jk_1 z)} \qquad V/m \qquad (1a\text{-}4)$$

$$H_y^i = \frac{E_1}{\eta_1} \; e^{j(\omega t - jk_1 z)} \qquad A/m \qquad (1b\text{-}4)$$

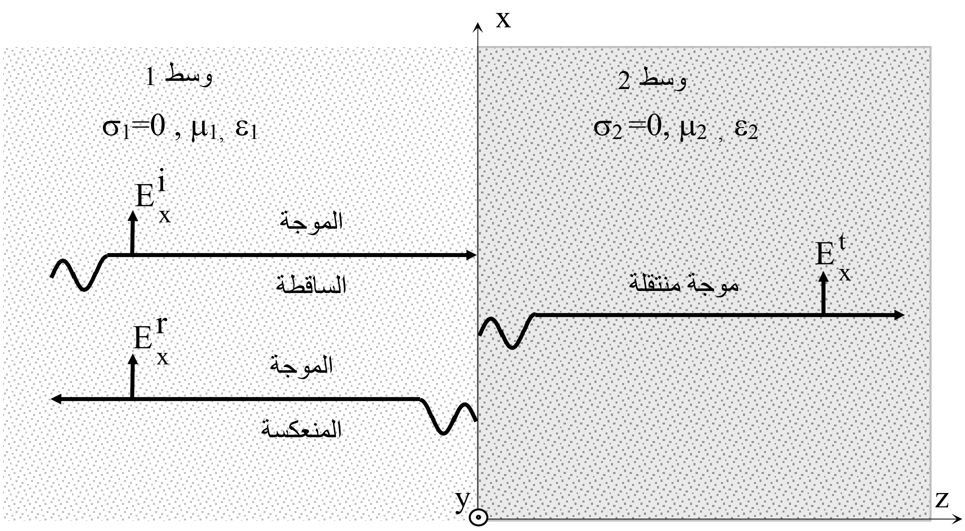
حيث إن $k_1 = \omega\sqrt{\mu_1 \varepsilon_1}$ هو ثابت انتشار الموجة في الوسط 1، و $\eta_1 = \sqrt{\mu_1 / \varepsilon_1}$ هي الممانعة المميزة للوسط 1، ويستخدم الرمز العلوي "i" لتحديد الموجة الساقطة.

بما أن الأوساط منتظمة ومتجانسة الخصائص وخالية من المصادر فإن الموجات الناتجة عن سقوط هذه الموجة (الموجة المنعكسة والمنتقلة) ستحافظ على اتجاهات مجالاتها بنفس اتجاهات مجالات الموجة الساقطة باستثناء إشارة سالبة أو موجبة. في ضوء ذلك يمكن كتابة المجال الكهربائي للموجة المنعكسة كما يلي (يفرض بنفس اتجاه المجال الكهربائي للموجة الساقطة):-

$$E_x^r = E_2\, e^{j(\omega t + k_1 z)} \qquad V/m \qquad (2a\text{-}4)$$

ويتم اشتقاق المجال المغناطيسي من معادلات ماكسويل كما يلي:-

$$H_y^r = -\frac{E_2}{\eta_1} e^{j(\omega t + k_1 z)} \qquad A/m \qquad (2b\text{-}4)$$



الشكل (4-1):- السقوط العمودي لموجة كهرومغناطيسية من الوسط 1 إلى الوسط 2.

أما بالنسبة للموجة المنتقلة فيمكن افتراض واشتقاق مجالاتها كما يلي:-

$$E_x^t = E_3\, e^{j(\omega t + k_2 z)} \qquad V/m \qquad (3a\text{-}4)$$

$$H_y^t = \frac{E_3}{\eta_2} e^{j(\omega t + k_2 z)} \qquad A/m \qquad (3b\text{-}4)$$

حيث إن $k_2 = \omega\sqrt{\mu_2 \varepsilon_2}$ هو ثابت انتشار الموجة (المنتقلة) في الوسط 2، و $\eta_2 = \sqrt{\mu_2 / \varepsilon_2}$ هي الممانعة المميزة للوسط 2 ، و E_2 و E_3 كميات ثابتة سيتم

تحديد قيمها فيما بعد؛ ويستخدم الرمز العلوي "r" أو "t" لتحديد الموجة المنعكسة أو المنتقلة على التوالي.

تحكم شروط الحدود (قدمت سابقاً) عند المستوى $z = 0$ هذه المجالات الكهرومغناطيسية لكل قيم x و y و t ، وفي هذه الحالة تكون كما يلي:-

- استمرارية (continuity) قيم المجال الكهربائي الماس للسطح من الوسط الأول إلى الثاني، أو

$$E_{\tan g}\Big|_{z=0^+} = E_{\tan g}\Big|_{z=0^-}$$

- استمرارية قيم المجال المغناطيسي الماس للسطح من الوسط الأول إلى الثاني، أو

$$H_{\tan g}\Big|_{z=0^+} = H_{\tan g}\Big|_{z=0^-}$$

أو

$$E_1 + E_2 = E_3 \qquad (4a\text{-}4)$$

و

$$E_1/\eta_1 - E_2/\eta_1 = E_3/\eta_2 \qquad (4b\text{-}4)$$

سيتم الآن تعريف الكميتين التاليتين

$$\rho \equiv \frac{E_2}{E_1} \equiv \left(\frac{\text{قيمة المجال الكهربائي المنعكس}}{\text{قيمة المجال الكهربائي الساقط}}\right) \qquad (5\text{-}4)$$

وهو معامل الانعكاس (reflection coefficient) للموجة، و

$$\tau \equiv \frac{E_3}{E_1} \equiv \left(\frac{\text{قيمة المجال الكهربائي المنتقل}}{\text{قيمة المجال الكهربائي الساقط}}\right) \qquad (6\text{-}4)$$

وهو معامل الانتقال (transmission coefficient) للموجة، وبالتالي يتم إعادة كتابة المعادلة (4-4) كما يلي:-

$$1 + \rho = \tau \qquad \text{و} \qquad 1 - \rho = \frac{\eta_1}{\eta_2}\tau$$

وينتج من هاتين المعادلتين ما يلي:-

$$\rho = (\eta_2 - \eta_1)/(\eta_2 + \eta_1) \tag{7-4}$$

و

$$\tau = 2\eta_2 /(\eta_2 + \eta_1) \tag{8-4}$$

ويلاحظ أن قيمة ρ (إذا كانت قيم η_1 و η_2 حقيقية) تتراوح ما بين -1 و $+1$.
في ضوء ذلك تكون المجالات الكهرومغناطيسية في الوسط 1 كما يلي:-

$$E_x = E_1\, e^{-jk_1z} + \rho\, E_1\, e^{+jk_1z} \tag{9a-4}$$

$$H_y = \frac{E_1}{\eta_1}\, e^{-jk_1z} - \frac{\rho E_1}{\eta_1} e^{jk_1z} \tag{9b-4}$$

و تكون في الوسط 2 كما يلي:-

$$H_y = \frac{\tau E_1}{\eta_2} e^{-jk_2z} \quad \text{و} \quad E_x = \tau E_1\, e^{-jk_2z} \tag{9c-4}$$

تم إهمال الدالة $e^{j\omega t}$ في المعادلات الأخيرة حيث إن هذه المعادلات تبين أن المجالات الكهرومغناطيسية في الوسط 1 تتكون من الجزء الساقط والمنعكس. ويبين الشكل (4-2) التمثيل الطوري (phasor) للمجال الكهربائي ويلاحظ أن الطور الذي يمثل الموجة الساقطة يتغير في اتجاه عقارب الساعة (Clock Wise CW) كدالة في الفراغ أما الطور الذي يمثل الموجة المنعكسة فإنه يتغير في اتجاه معاكس لدوران عقارب الساعة (Counter Clock Wise CCW). فإذا كانت ρ موجبة (ما بين الصفر والواحد الصحيح) فإنه عند النقطة $z = 0$ يكون للموجة الساقطة والمنعكسة نفس الطور ويكون مجمل المجال الكهربائي مساوياً لأعلى قيمة له كما يلي:-

$$|E_{max}| = |(1+\rho)\ E_1| \qquad (10a\text{-}4)$$

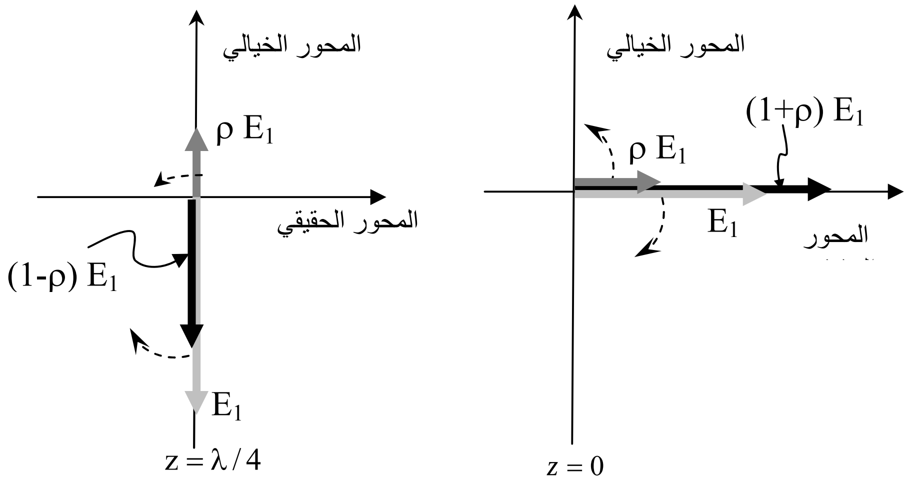
وبعد ربع لفة أي عند النقطة $z = \lambda/4$ فإن الموجة الساقطة تصبح معاكسة للموجة المنعكسة و يكون مجمل المجال الكهربائي مساوياً لأدنى قيمة له كما يلي:-

$$|E_{min}| = |(1-\rho)\ E_1| \qquad (10b\text{-}4)$$

وأما المجال المغناطيسي فعلى النقيض من ذلك تماماً حيث يكون عند النقطة $z = 0$ عند أدنى قيمة له وعند النقطة $z = \lambda/4$ عند أعلى قيمة له. ويمكن إعادة كتابة المعادلة (4-10) عند أي قيمة لمعامل الانعكاس ρ سواء كانت موجبة أو سالبة أو غير ذلك كما يلي:-

$$|E_{max}| = \left(1+|\rho|\right)\ |E_1| \qquad (11a\text{-}4)$$

$$|E_{min}| = \left(1-|\rho|\right)\ |E_1| \qquad (11b\text{-}4)$$



الشكل (4-2):- التمثيل الطوري للمجال الكهربائي المبين في المعادلة (4-9) عند النقطة $z = 0$ والنقطة $z = \lambda/4$.

وتجدر الإشارة إلى أنه ومن قانون حفظ الطاقة فإنه إذا ازداد المجال الكهربائي فيجب أن يتناقص المجال المغناطيسي والعكس بالعكس. هذا وتعرف النسبة ما بين $|E_{max}|$ و $|E_{min}|$ بنسبة الموجة الواقفة (Standing Wave Ratio SWR) أو

$$SWR = |E_{max}|/|E_{min}| = (1+|\rho|)/(1-|\rho|) \qquad (12\text{-}4)$$

وتكون قيمتها دائماً حقيقية وأكبر أو تساوي الواحد الصحيح.

إذا ما استرجعت الدالة $e^{j\omega t}$ في المعادلة (9a-4) ، مثلاً، فيمكن إعادة كتابتها بعد استخدام k بدلاً من k_1 (للتسهيل) كما يلي:-

$$E_x = E_1\{\cos(\omega t\text{-}kz) + j\sin(\omega t\text{-}kz)\} + \rho E_1\{\cos(\omega t+kz) - j\sin(\omega t+kz)\}$$

أو يمكن كتابتها على شكل قيمة وطور كما يلي:-

$$E_x\ (z,t) = A\ (z)\ \angle\psi(z,t) = A\ (z)\ e^{j\psi(z,t)} \qquad (13\text{-}4)$$

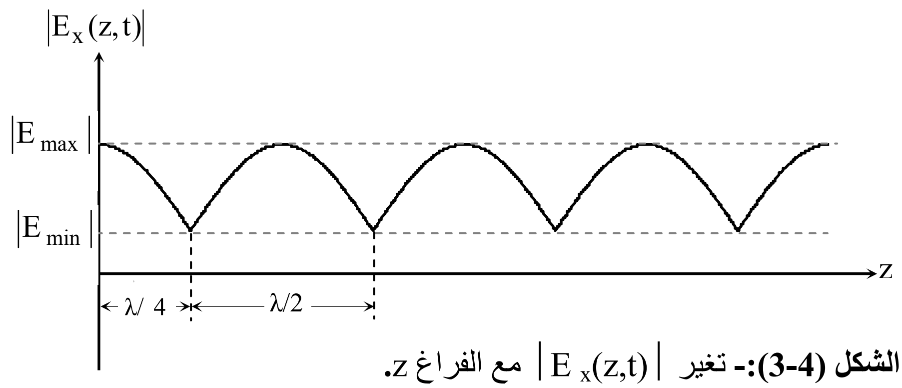
حيث إن $A(z) \equiv |E_x(z,t)| = E_1\sqrt{1+\rho^2+2\rho\cos(2kz)}$ هي قيمة المجال الكهربائي الكلي في الوسط 1 ، و

$\psi\ (z,t) \equiv \tan^{-1}\left[\dfrac{\sin(\omega t - k_z) + \rho\sin(\omega t + kz)}{\cos(\omega t - k_z) + \rho\cos(\omega t + kz)}\right]$ هو طور المجال الكهربائي الكلي في الوسط 1.

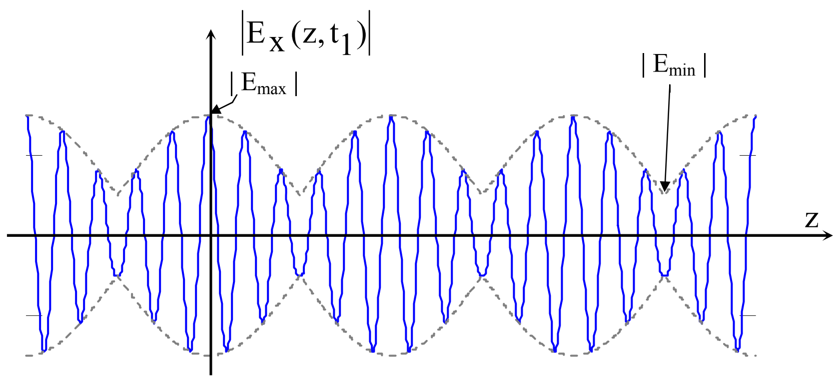
ويبين الشكل (3-4) رسماً توضيحياً لقيمة المجال الكهربائي $|E_x\ (z,t)| = A(z)$ حيث يظهر الإطار الذي يحدد تغير قيم المجال الكهربائي الكلي مبيناً عليه $|E_{max}|$ و $|E_{min}|$. كذلك يبين الشكل (4-4) تغير المجال الكهربائي الكلي في الوسط 1 عند

زمن معين $t = t_1$ أو $E_x(z, t_1)$. وتجدر الإشارة هنا إلى أن سرعة الطور للموجة التي تنتشر في الوسط الثاني ثابتة وتساوي $1/\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}$ أما سرعة الطور في الوسط الأول فهي متغيرة ويمكن الحصول عليها من المعادلة (13b-4) كما يلي:-

$$d\psi = 0 = \frac{\partial\psi}{\partial z}dz + \frac{\partial\psi}{\partial t}dt \tag{14-4}$$



الشكل (3-4):- تغير $|E_x(z,t)|$ مع الفراغ z.



الشكل (4-4):- تغير $E_x(z,t_1)$ مع الفراغ z عند زمن محدد t_1 ويبدو على الشكل الإطار الذي أشير إليه سابقاً بخط مقطع.

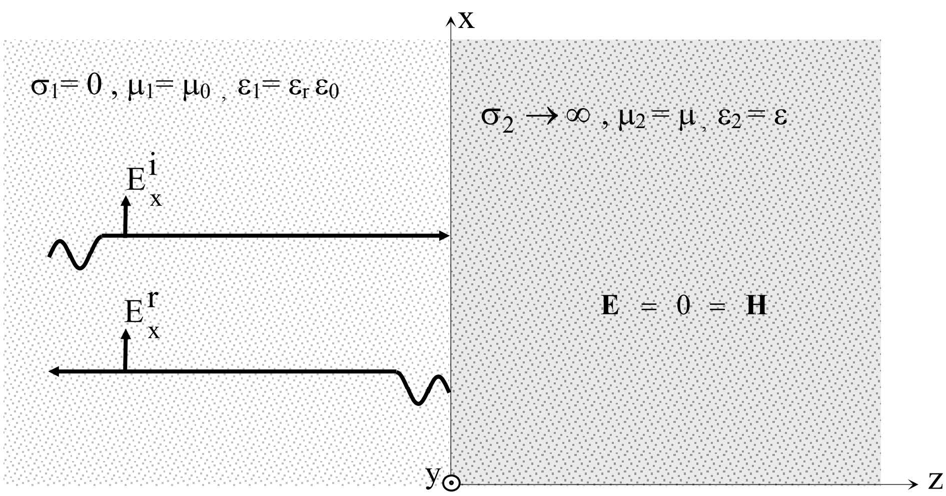
السقوط العمودي من وسط عازل إلى وسط جيد التوصيل:- سيتم هنا بحث سقوط موجة كهرومغناطيسية مستوية بشكل عمودي من وسط عازل ($\sigma = 0$ و $\varepsilon_r \varepsilon_0$ و μ_0) إلى وسط جيد التوصيل ($\sigma \to \infty$ و ε و μ) كما يبين الشكل (4-5). إذا كان المجال الكهربائي للموجـة الساقطة كما يلي:-

$$E_x^i = E_0\, e^{-jkz} \qquad (15a\text{-}4)$$

فإن مجالها المغناطيسي يكون كما يلي:-

$$H_y^i = E_0 / \eta_d \;\; e^{-jkz} \qquad (15b\text{-}4)$$

حيث إن $k = \omega\sqrt{\mu_0\ \varepsilon_0\ \varepsilon_r}$ هو ثابت الموجة (في الوسط العازل)، و $\eta_d = \eta_0 / \sqrt{\varepsilon_r}$ هي الممانعة المميزة للوسط العازل.



الشكل (4-5):- سقوط موجة مستوية بشكل عمودي من وسط عازل إلى موصل جيد التوصيل.

وبما أن $\sigma \to \infty$ للوسط الموصل جيد التوصيل فإن المجالات الكهرومغناطيسية داخله ستؤول إلى الصفر حيث إن عمق اختراقها يؤول أيضاً إلى الصفر. إضافة لذلك

فإن ممانعته المميزة η_c تؤول إلى الصفر وبالتالي فإن معامل انعكاس هذه الموجة يكون $\rho = -1$. وفي ضوء ذلك فإن المجالات الكهرومغناطيسية تكون في الوسطين كما يلي:-

$$E_x(z) = E_0\, e^{-jkz} - E_0\, e^{jkz} \tag{16a-4}$$

$$H_y(z) = \frac{E_0}{\eta_d} e^{-jkz} + \frac{E_0}{\eta_d} e^{jkz} \tag{16 b-4}$$

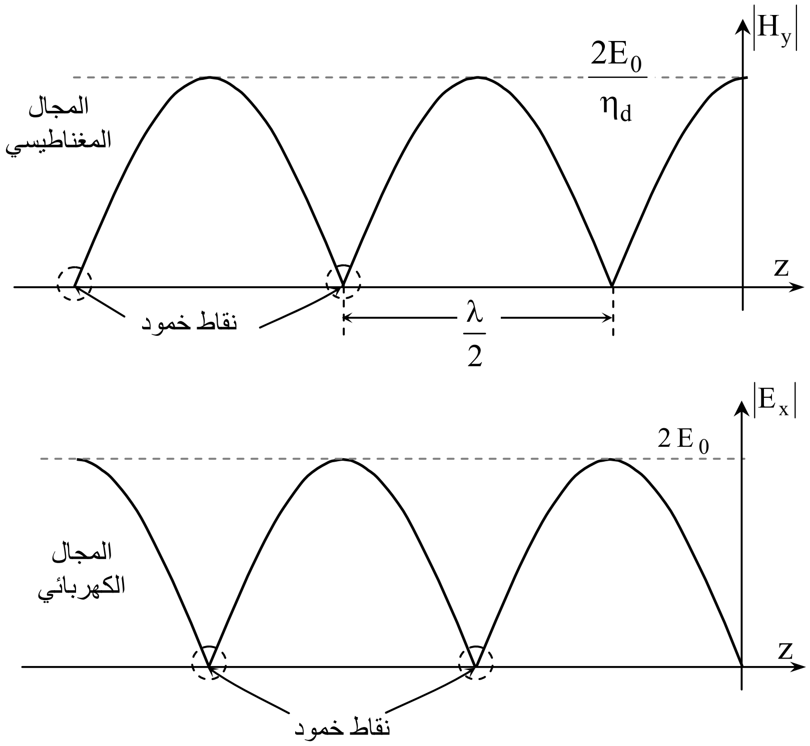
للوسط $0 \le z$، وتكون مساوية للصفر للوسط $0 \ge z$. ويمكن كتابة المجالات الكهرومغناطيسية للوسط $0 \le z$ كما يلي:-

$$E_x(z) = 2\, jE_0 \sin kz \tag{17a-4}$$

$$H_y(z) = 2\frac{E_0}{\eta_d} \cos kz \tag{17b-4}$$

يبين الشكل (6-4) رسماً لكل من $|E_x(z)|$ و $|H_y(z)|$، ويلاحظ من الشكل النقاط التي تكون عندها المجالات الكهرومغناطيسية مساوية للصفر (دائماً)، أو نقاط الخمود (null points)، وتكون المسافة التي تفصل نقطتي خمود عن بعضهما تساوي $\lambda/2$. يلاحظ كذلك أن النقاط التي يكون عندها المجال الكهربائي خامداً (مساوياً للصفر) فإن المجال المغناطيسي يكون مساوياً لأقصى قيمة له، أي $2\,E_0 / \eta_d$. وتؤول قيمة SWR إلى ∞ أو أن كل الموجة الساقطة تنعكس بالكامل وتسمى هذه الموجة بالموجة الواقفة (standing wave) نظراً لنقاط الخمود المشار إليها أعلاه. يلاحظ أن هناك عدم استمرارية في قيمة المجال المغناطيسي عند الانتقال من النقطة $z = 0^+$ إلى $z = 0^-$، حيث إنه يساوي $2\,E_0/\eta_d$ عند النقطة $z = 0^+$ ويساوي صفراً عند النقطة $z = 0^-$. وتكافئ قيمة عدم الاستمرار هذه كثافة تيار خطي (linear current density) تساوي $2\,E_0/\eta_d$ ينتج في الوسط الموصل عند المستوى $z = 0^-$ وتعطى قيمته بما يلي:-

$$\mathbf{K} = \mathbf{a}_n \times \mathbf{H} \Big|_{z=0} \quad \text{أو} \quad (\mathbf{K} = -\mathbf{a}_z \times \frac{2\,E_0}{\eta_d}\ \mathbf{a}_y = \frac{2\,E_0}{\eta_d}\,\mathbf{a}_x)\ e^{j\omega t}$$



الشكل (6-4):- تغير كل من قيمة المجال الكهربائي $|E_x(z)|$ والمجال المغناطيسي $|H_y(z)|$ مع z.

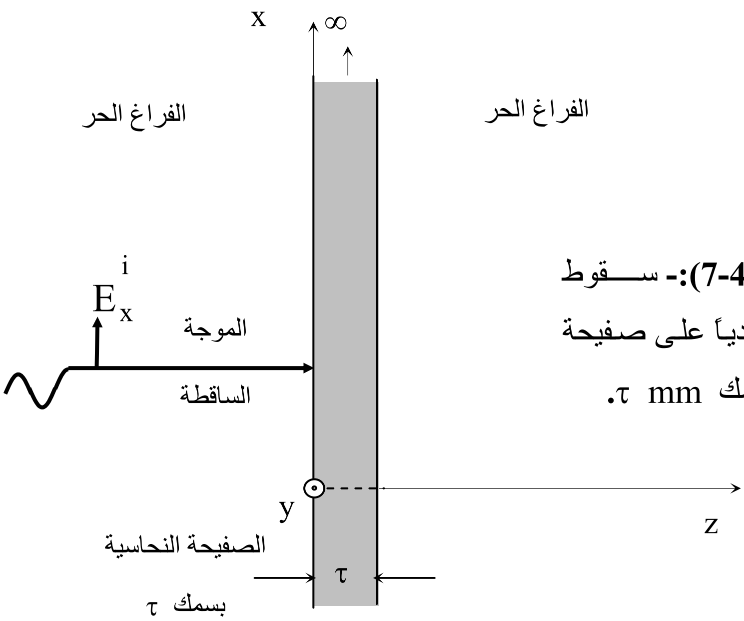
وللتبسيط فقد تم هنا افتراض خصائص الموصل بأنها مثالية $(\sigma \to \infty)$ ، ويلاحظ أن الموجة الساقطة قد انعكست بالكامل ويكون الوسط الموصل بالنسبة للموجة دارة قصر (short circuit) كما تعرف في نظرية الدارات الكهربائية. وسيتم فيما يلي عرض مثال عملي لبيان فاعلية المواد الموصلة في موضوع العزل الكهرومغناطيسي (electromagnetic isolation).

مثال (4-1) :- إذا سقطت موجة كهرومغناطيسية مستوية بشكل عمودي على صفيحة نحاسية موضوعة في الفراغ الحر وسمكها 0.1 mm أو 1 mm كما يبين الشكل (4-7)، أوجد مستوى الإشارة التي تخرج من الجهة الأخرى من الصفيحة إذا كان تردد الموجة هو 1 MHz أو كان 1 GHz علماً بأن خصائص النحاس هي ε_0 F/m و μ_0 H/m و $\sigma = 5.7\times10^7\ (\Omega\text{m})^{-1}$، وسيتم إهمال تأثير إعادة الانعكاس داخل الصفيحة.

الحــل:-

إذا كان المجال الكهربائي للموجة الساقطة هو

$$E_x^i = 1e^{j(\omega t - kz)} \quad V/m$$



الشــــكل (4-7):- ســـقوط موجة عمودياً على صفيحة نحاسية بسمك τ mm.

وحيث إن معامل الانعكاس $\rho_1 = (\eta_c - \eta_0)/(\eta_c + \eta_0)$ من الصفيحة إلى الفراغ الحر ومعامل الانعكاس $\rho_2 = (\eta_0 - \eta_c)/(\eta_0 + \eta_c)$ من الفراغ الحر إلى الصفيحة، ومعامل الانتقال من الفراغ الحر إلى الصفيحة $\tau_1 = 2\eta_c/(\eta_0 + \eta_c)$ ومعامل الانتقال

$\tau_2 = 2\eta_0 /(\eta_c + \eta_0)$ من الصفيحة إلى الفراغ الحر ؛ علماً بان $\eta_0 = 120\,\pi\,\Omega$ هي الممانعة المميزة للفراغ الحر، و

$\eta_c = (1+j)\sqrt{\pi f \mu/\sigma}\quad \Omega$ هي الممانعة المميزة للصفيحة النحاسية وتساوي

$2.63\times10^{-4}\,(1+j)\quad \Omega$ للتردد $1\ \text{MHz}$ و $8.3223\times10^{-3}(1+j)\quad \Omega$ للتردد $1\ \text{GHz}$. فإنه يتم استنتاج قيمها للتردد $1\ \text{MHZ}$ كما يلي:-

$$|\rho_{1,2}| = 0.9999986 \quad \text{و} \quad |\tau_1| = 6.24\times10^{-5} \quad \text{و} \quad |\tau_2| \approx 2$$

أما المجال الكهربائي في الجهة الأخرى من الصفيحة (عند المستوى $z = \tau^+$) فتكون قيمته كما يلي:-

$$\left|E_x^t\right| = \left|E_x^i\right|\left|\tau_1\right|\left|\tau_2\right| e^{-\alpha\tau}$$

حيث إن $\alpha = \sqrt{\pi f \mu \sigma}\ \text{neper}/\text{m}$ وقيمتها عند التردد $1\ \text{MHz}$ تساوي $15\times10^3\ \text{neper/m}$ وبالتالي فإن قيمة المجال الكهربائي على الجهة الأخرى للصفيحة تكون عند التردد $1\ \text{MHz}$

$$\left|E_x^t\right| = 3.947\times10^{-6}\ e^{-15\,\tau\,10^3} \qquad \text{V/m}$$

ويمكن التعبير عن مستوى الإشارة عند الجهة الأخرى من الصفيحة باستخدام وحدات الديسبل dB كما يلي:-

$$-20\log_{10}\left|E_x^t / E_x^i\right| = -20\log_{10}\left|E_x^t\right| \qquad \text{dB}$$

وتمثل هذه الكمية فعالية الصفيحة في عزل الجهة اليمنى عن الجهة اليسرى وتدعى بفعالية العزل (Shielding Effectiveness SE). يبين الجدول (4-1) قيم SE لهذه الصفيحة للسمك 0.1 mm والسمك 1 mm وللترددين 1 MHz و 1 GHz.

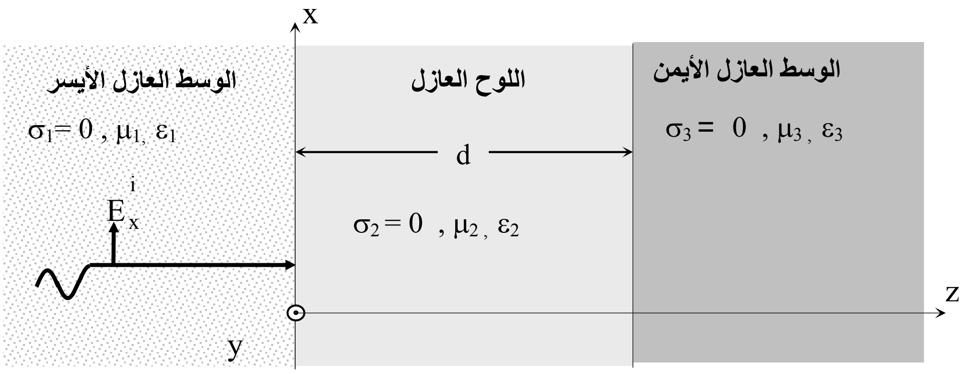
ويلاحظ من هذا الجدول أن صفيحة نحاسية بسمك 0.1 mm تعزل المرسل عن المستقبل بفاعلية كبيرة حيث أنها تصل إلى ما يزيد عن 120 dB عند التردد 1 MHz وهذا يعني أنه إذا كان مستوى الإشارة على الجهة اليسرى لهذه الصفيحة عند هذا التردد مساوياً واطاً واحداً فإن مستواها سينخفض إلى أقل من 10^{-12} واط بعد خروجها من هذه الصفيحة. وتجدر الإشارة هنا إلى أنه عندما تسقط موجة من وسط عازل على وسط موصل فإن معظمها سينعكس من هذا الوسط وذلك بسبب الفارق ما بين الممانعة المميزة للوسط العازل والوسط الموصل وما ينتقل منها إلى الوسط الموصل يتلاشى داخل هذا الوسط وذلك تبعاً للمعامل α.

الجدول (1-4) :- فعالية العزل SE بالديسبل لصفيحة نحاسية بسمك τ عند تردد f.

السمك τ / التردد f	0.1 mm	1 mm
1 MHz	121 dB	238 dB
1 GHz	490 dB	$\to \infty$ dB

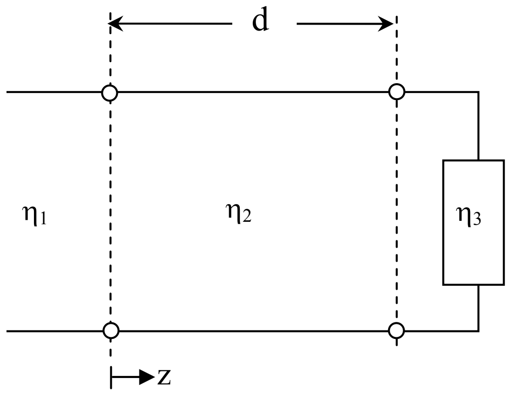
السقوط العمودي من وسط عازل إلى أوساط عازلة أخرى:- سيتم هنا بحث سقوط موجة كهرومغناطيسية مستوية من وسط عازل إلى أوساط متعددة عازلة أخرى. وكحالة خاصة سيتم بحث حالة ثلاثة أوساط كما يبين الشكل (8-4) وهي عبارة عن لوح بسمك d وله الخصائص التالية ε_2 و μ_2 و $\sigma_2 = 0$ موضوع بين وسطين عازلين مختلفين الأيسر ممتد إلى ما لانهاية وخصائصه هي ε_1 و μ_1 و $\sigma_1 = 0$ والأيمن وهو ممتد إلى ما لانهاية وخصائصه ε_3 و μ_3 و $\sigma_3 = 0$. ويمكن معالجة هذه المسألة باستخدام إحدى الطرق التالية:-

- تتبع الموجة بدءً من سقوطها من الوسط الأيسر إلى اللوح العازل ومن ثم إلى الوسط الأيمن مع الأخذ بعين الاعتبار الانعكاسات المتكررة عند الأسطح المختلفة ($z = 0$ و $z = d$).
- تصنيف الموجات في الأوساط الثلاث إلى موجات ساقطة أو/و منعكسة أو/و منتقلة ومن ثم استخدام شروط الحدود عند $z = 0$ و $z = d$.



الشكل (4-8):- سقوط موجة بشكل عمودي على لوح عازل موضوع بين وسطين عازلين مختلفين.

- استخدام نظرية خط النقل حيث يمكن استبدال المسألة بدارة مكافئة مكونة من خطي نقل وحمل. و يكون الحمل ما يراه الناظر عند النقطة $z = d^{+}$ باتجاه $+z$ (ممانعة ثيفينن المكافئة) η_3 وأما اللوح فيمثل بخط نقل طوله d وممانعته المميزة هي η_2 موصول بخط نقل له ممانعة مميزة η_1 كما يبين الشكل (4-9). سيكون من السهل معالجة هذا النموذج وتحليله وإيجاد العوامل المرتبطة معه بعد دراسة خطوط النقل في الباب القادم.



الشكل (4-9):- الدارة المكافئة للوح العازل الموضوع بين وسطين عازلين.

تتم معالجة المسألة بالطريقة الأولى من خلال تتبع الموجة كما يبين الشكل (4-10) حيث إن الموجة الساقطة من الوسط الأيسر باتجاه اليمين تصل إلى الطرف الأيسر من اللوح فتنعكس منه بمعامل انعكاس ρ_{21} وتنتقل إليه بمعامل انتقال τ_{12}. تصل هذه الموجة المنتقلة إلى الطرف الأيمن من اللوح بعد أن يتغير طورها بمقدار $e^{-j\theta}$ و $\theta \equiv \beta_2 d$ وتنتقل إلى الوسط الثالث بمعامل انتقال τ_{23} وتنعكس منه بمعامل انعكاس ρ_{32}. ترجع هذه الموجة المنعكسة لتنتشر في اتجاه "z-" وتصل إلى الطرف الأيسر للوح بعد أن يتغير طورها بكمية إضافية $e^{-j\theta}$ وينتقل منها إلى الوسط الأيسر بمعامل انتقال τ_{21} وتنعكس بمعامل انعكاس ρ_{12}. تستمر هذه العملية في التكرار حتى تصل الأمور إلى حالة الاستقرار أو الثبات (steady state). يمكن كتابة المجالات الكهرومغناطيسية في الأوساط الثلاث، مع افتراض أن قيمة المجال الكهربائي للموجة الساقطة هو 1 V/m، كما يلي:-

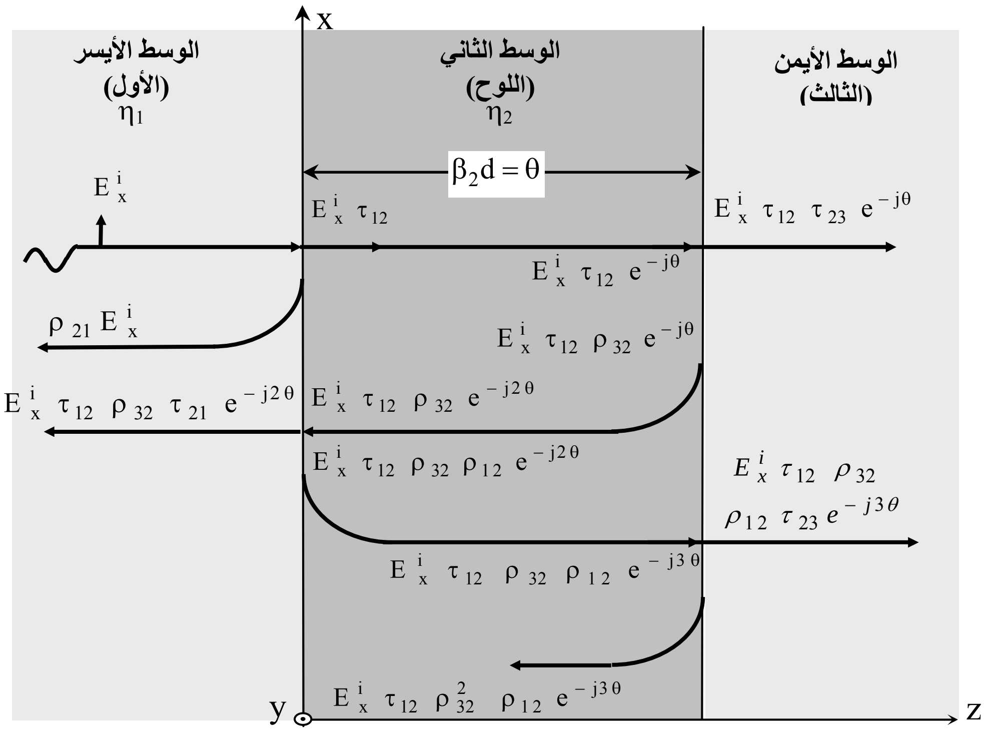
$$E_{x1} = 1 + \rho_{21} + \tau_{12}\ \rho_{32}\ \tau_{21}\ e^{-2j\theta} + ... \tag{19a-4}$$

$$H_{y1} = \frac{1}{\eta_1}\left(1 - \rho_{21} - \tau_{12}\ \rho_{32}\ \tau_{12}\ e^{-2j\theta} - .....\right) \tag{19b-4}$$

في الوسط الأول عند النقطة $z = 0^-$ ، أما في الوسط الثاني (في اللوح) وعند الجهة اليسرى من اللوح $z = 0^+$ فتكون

$$E_{x21} = \tau_{12} + \tau_{12}\ \rho_{32}\ e^{-2j\theta} + \tau_{12}\ \rho_{32}\ \rho_{12}\ e^{-2j\theta} + \ldots.. \qquad (20a\text{-}4)$$

$$H_{y21} = \frac{1}{\eta_2}(\tau_{12} - \tau_{12}\ \rho_{32}\ e^{-2j\theta} + \tau_{12}\ \rho_{32}\ \rho_{12}\ e^{-2j\theta} - \ldots. \qquad (20b\text{-}4)$$



الشكل (4-10):- السقوط العمودي لموجة مستوية على لوح موضوع بين وسطين عازلين من خلال تتبع الموجات أثر انعكاساتها المتكررة.

وتكون في الوسط الثاني وعند الجهة اليمنى من اللوح $z = d^-$

$$E_{x23} = \tau_{12}\ e^{-j\theta} + \tau_{12}\,\rho_{32}\ e^{-j\theta} + \tau_{12}\ \rho_{32}\ \rho_{12}\ e^{-j\theta} + \tau_{12}\,\rho_{32}^2\ \rho_{12}\,e^{-j\theta} + \ldots... \qquad (21a\text{-}4)$$

$$H_{y23} = \frac{1}{\eta_2}(\tau_{12}\ e^{-j\theta} - \tau_{12}\rho_{32}\ e^{-j\theta} + \tau_{12}\ \rho_{32}\ \rho_{12}\ e^{-j\theta} + \tau_{12}\rho_{32}^2\ \rho_{12}e^{-j\theta} + \ldots\ldots) \qquad (21b\text{-}4)$$

وفي الوسط الثالث وعند $z = d^+$ فإن المجالات الكهرومغناطيسية تكون كما يلي:-

$$E_{x3} = \tau_{12}\ \tau_{23}\ e^{-j\theta} + \tau_{12}\ \rho_{32}\ \rho_{12}\ \tau_{23}\ e^{-j2\theta} + \ldots.. \qquad (22a\text{-}4)$$

$$H_{y3} = \frac{1}{\eta_3}(\tau_{12}\ \tau_{23}\ e^{-j\theta} + \tau_{12}\ \rho_{32}\ \rho_{12}\ \tau_{23}\ e^{-j2\theta} + \ldots..) \qquad (22b\text{-}4)$$

حيث إن

$$\tau_{12} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} \quad و \quad \rho_{32} = \frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_3 + \eta_2} \quad و \quad \rho_{21} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = -\rho_{12}$$

$$\eta_{1,2,3} = \sqrt{\frac{\mu_{1,2,3}}{\varepsilon_{1,2,3}}} \quad و \quad \tau_{23} = \frac{2\eta_3}{\eta_2 + \eta_3} \quad و \quad \tau_{21} = \frac{2\eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad و$$

تجدر الإشارة هنا إلى أن المجالات المبينـة فـي المعادلات (4-19)- (4 -22) تحقق شروط الحدود عند كل من المستوى $z = 0$ والمستوى $z = d$ ، و يتم منها إيجاد معامل الانعكاس الكلي (overall reflection coefficient) في الوسط الأول ρ ومعامل الانتقال الكلي (overall transmission coefficient) من الوسط الأول إلى الثالث τ كما يلي:-

$$\rho = \rho_{21} + \tau_{21}\ \rho_{32}\ \tau_{21}\ e^{-j2\theta} + \tau_{12}\ \rho_{32}^2\ \rho_{12}\ \tau_{21}\ e^{-j4\theta} + \ldots. \qquad (23a\text{-}4)$$

$$\tau = \tau_{12}\ e^{-j\theta} + \tau_{12}\ \rho_{32}\ e^{-j\theta} + \tau_{12}\ \rho_{32}\ \rho_{12}e^{-j3\theta} + \tau_{12}\ \rho_{32}^2\ \rho_{12}e^{-j3\theta} + \ldots\ldots\ldots. \qquad (23b\text{-}4)$$

و سيتم فيما بعد كتابة هاتين المتسلسلتين بشكل مبسط (الطريقة الثانية).

كذلك تتم معالجة مسألة السقوط العمودي للموجة الكهرومغناطيسية من وسط عازل إلى وسطين آخرين من خلال تصنيف الموجات كما يبين الشكل (4-11) حيث إن الرمز السفلي يمثل الوسط واتجاه المجال وأما الرمز العلوي فيمثل سقوط أو انتقال أو انعكاس الموجة وقد تم بيان المجال الكهربائي على الرسم ويتم استنتاج المجال المغناطيسي مباشرة. باستخدام شروط الحدود عند $z = 0$ و $z = d$ يتم الحصول على ما يلي:-

$$E_{x1}^{i} + E_{x1}^{r} = E_{x2}^{t} + E_{x2}^{r}\, e^{-j\theta}$$

(24a-4)

$$\frac{E_{x1}^{i}}{\eta_1} - \frac{E_{x1}^{r}}{\eta_1} = \frac{E_{x2}^{t}}{\eta_2} - \frac{E_{x2}^{r}\, e^{-j\theta}}{\eta_2}$$

عند المستوى $z = 0$ ، و

$$E_{x2}^{t}\, e^{-j\theta} + E_{x2}^{r} = E_{x3}^{t}$$

(24b-4)

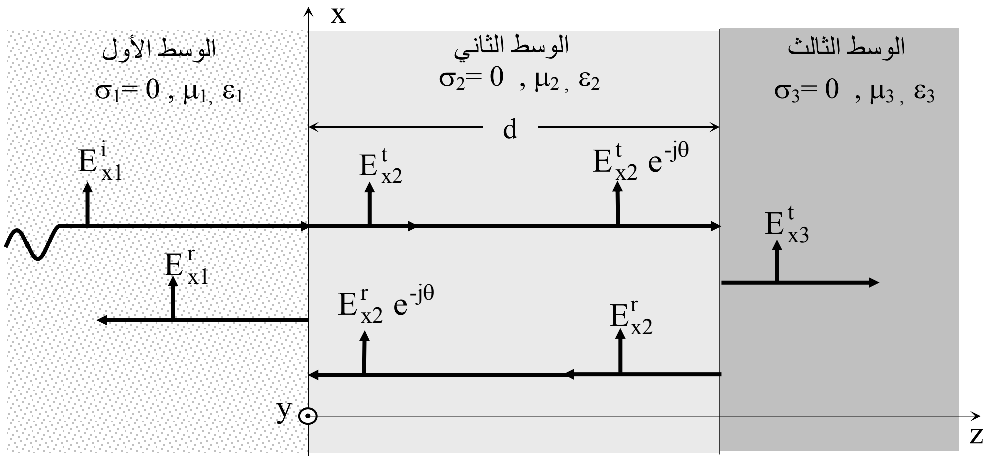
$$\frac{E_{x2}^{t}\, e^{-j\theta}}{\eta_2} - \frac{E_{x2}^{r}}{\eta_2} = \frac{E_{x3}^{t}}{\eta_3}$$

عند المستوى $z = d$ ، حيث إن $E_{x1}^{i} = 1$. وبحل هذه المعادلات الأربع يتم إيجاد قيم كل من E_{x1}^{r} , E_{x2}^{t} , E_{x2}^{r} , E_{x3}^{t} ومنها يتم الحصول على معامل الانعكاس الكلي ρ ومعامل الانتقال الكلي τ كما يلي:-

$$\rho = \frac{E_{x1}^{r}}{E_{x1}^{i}} = E_{x1}^{r} = \frac{\rho_{21} + \rho_{32}\, e^{-j2\theta}}{1 + \rho_{21}\, \rho_{32}\, e^{-2j\theta}} \qquad (25a\text{-}4)$$

$$\tau = \frac{E_{x3}^{t}}{E_{x1}^{i}} = E_{x3}^{t} = \frac{\tau_{12}\ \ \tau_{23}\ e^{-j2\theta}}{1+\rho_{21}\ \rho_{32}\ e^{-2j\theta}} \qquad (25b\text{-}4)$$

حيث إن $\theta = \beta_2 d$.



الشكل (4-11):- تصنيف الموجات في الأوساط الثلاث لموجة تسقط عمودياً من الوسط الأول إلى لوح يفصل بين وسطين.

يمكن معالجة أوساط عازلة متعددة (أكثر من ثلاثة أوساط) باستخدام نظرية خط النقل لسهولة التعامل مع الموجة بعد استبدال الوسط الأيمن بحمل ممانعته مساوية للمانعة المميزة لذلك الوسط واستبدال الأوساط الأخرى بخطوط نقل طولها محدد بسمك الوسط وممانعتها المميزة هي الممانعة المميزة للوسط المعني. وسيتم اقتراح طرق مختلفة لمعالجة خطوط النقل وذلك في الباب القادم.

مثال (4-2) :- للوح من مادة عازلة بسمك d وخصائص مادته هي $\varepsilon_2 = \varepsilon_r\ \varepsilon_0$ و $\mu_2 = \mu_0$ و $\sigma = 0$، وإذا كان الفراغ الحر على يمين اللوح وكان على يساره مادة عازلة خصائصها هي $\varepsilon_3 = 16\ \varepsilon_0$ و $\mu_3 = \mu_0$ و $\sigma = 0$. إذا سقطت على هذا اللوح موجة عمودية من الفراغ الحر كما يبين الشكل (4-11) فأوجد معامل

الانعكاس الكلي ومعامل الانتقال الكلي وكذلك فعالية العزل SE لهذا اللوح. أعد حل المسألة للقيم التالية $d = \lambda/4$ و $d = \lambda/4$ حيث إن λ هي طول الموجة داخل اللوح. إذا كان سمك اللوح $\lambda/4$ فحدد خصائص اللوح المناسبة لتصبح قيمة معامل الانعكاس الكلي مساوية للصفر.

الحـــل:-

يمكن حل هذه المسألة من خلال تصنيف الموجات الكهرومغناطيسية في الأوساط المختلفة وبما أن الممانعات المميزة للأوساط الثلاث هي $\eta_1 = 120\,\pi\,\Omega$ و $\eta_2 = 30\,\pi\,\Omega$ و $\eta_3 = 60\,\pi\,\Omega$ ومعاملات الانعكاس والانتقال بين الأوساط المختلفة هي كما يلي:-

$\rho_{21} = -0.6$ و $\tau_{12} = 0.4$ و $\rho_{32} = 1/3$ و $\tau_{23} = 3/4$

وإذا كانت $d = \lambda/4$ فإن $e^{-j\theta} = -j$ و $e^{-2j\theta} = -1$

وإذا كانت $d = \lambda/2$ فإن $e^{-j\theta} = -1$ و $e^{-2j\theta} = 1$

وبالتالي فإن معامل الانعكاس ρ والانتقال τ عند $d = \lambda/4$ يكونا

$\rho = -0.78$ و $\tau = -j\,0.44$.

ويكون معامل الانعكاس ρ والانتقال τ عند $d = \lambda/2$ كما يلي:-

$\rho = -0.34$ و $\tau = -0.67$.

إذا كان سمك اللوح $d = \lambda/4$ وكان المطلوب تحديد الخصائص الكهرومغناطيسية للوسط الثاني، الوسط المكون للوح، بحيث إن $\rho = 0$ أو $\rho_{21} + \rho_{32}\,e^{-j\pi} = 0$ أو $\rho_{21} = \rho_{32}$ أو $\eta_2 = \sqrt{\eta_3\,\eta_1}$ أو أن الممانعة المميزة لوسط اللوح تكون $\eta_2 = 60\,\pi\sqrt{2}\ \Omega$. وإذا كان هذا الوسط عازلاً ولا يعاني من الفقد وليس له خصائص مغناطيسية فإن هذا يؤدي إلى وسط سماحيته هي $\varepsilon_2 = 2\,\varepsilon_0$ F/m.

4-2:- السقوط المائل للموجات الكهرومغناطيسية

تم فيما سبق بحث موضوع السقوط العمودي للموجات، وفي الحياة العملية يمكن أن يأخذ سقوط الموجات أيَ اتجاه. سيتم هنا بحث حالة سقوط الموجات الكهرومغناطيسية من وسط إلى أخر بشكل مائل أو السقوط المائل (Oblique Incidence) بزاوية مقدارها θ_i بالنسبة للعمودي على السطح الفاصل بين الوسطين، وسيتم تصنيف الموجات الساقطة بشكل مائل من منظور اتجاه المجال الكهربائي بالنسبة لمرجعية المستوى المشكل من اتجاه انتشار الموجة والاتجاه المحدَّد للعمودي على السطح الفاصل بين الوسطين أو بالنسبة لمرجعية السطح الفاصل بين الوسطين. ويمكن اعتماد الوضعين التاليين والذي يمكن منهما استنتاج ما الذي يحدث لأي موجة تسقط بشكل مائل من وسط لآخر. الوضع الأول عندما يكون المجال الكهربائي عمودياً على المستوى المشكل من اتجاه انتشار الموجة والاتجاه المحدَّد للعمودي على السطح الفاصل أو بمعنى أخر عندما يكون موازياً للسطح الفاصل بين الوسطين وتكون الموجة في هذه الحالة مستقطبة استقطابا عمودياً بالنسبة للمرجع الأول وأفقياً بالنسبة للمرجع الثاني. أما الوضع الثاني فعندما يكون المجال الكهربائي موازياً للسطح المشكل من الاتجاه المحدَّد لانتشار الموجة والاتجاه المحدد للعمودي على السطح الفاصل أو بمعنى أخر عندما لا يكون موازياً للسطح الفاصل بين الوسطين فإن الموجة في هذه الحالة تكون مستقطبة استقطابا موازياً للمرجع الأول وعمودياً بالنسبة للمرجع الثاني. تجدر الإشارة هنا إلى أنه يمكن معالجة أي موجة مستقطبة استقطابا دائرياً أو قطعاً ناقصاً باستخدام الموجتين الآنفتي الذكر حسب الشروط التي تم وصفها سابقاً.

4-2-1:- السقوط المائل لموجة استقطابها عمودي

يبين الشكل (4-12) سقوط موجة كهرومغناطيسية مستوية من وسط إلى أخر علماً بأن الموجة مستقطبة استقطابا عمودياً (perpendicularly polarized) بالنسبة للمستوى المشكل من $\mathbf{a}_{k_{1i}}$ و $\mathbf{a_n}$ وبزاوية سقوط θ_i بالنسبة للعمودي على السطح

الفاصل بين الوسطين. هذا وقد تم افتراض أن الوسطين عازلان ومنتظمان ومتجانسا الخصائص (خصائصهما لا تعتمد على الاتجاهات) وخصائص الوسط الأول هي ε_1 و μ_1 و $\sigma_1 = 0$ والثاني هي ε_2 و μ_2 و $\sigma_2 = 0$. وإذا كان المجال الكهربائي للموجة الساقطة هو كما يلي:-

$$\mathbf{E}^i = E_1 \; e^{jk_1(x \sin\theta_i + y\cos\theta_i)} \; \mathbf{a_z} \qquad \text{V/m} \qquad (26a\text{-}4)$$

فإن المجال المغناطيسي يمكن استنتاجه كما يلي:-

$$\mathbf{H}^i = \frac{E_1}{\eta_1}(-\cos\theta_i \mathbf{a}_x + \sin\theta_i \; \mathbf{a}_y)\, e^{jk_1(x\sin\theta_i + y\cos\theta_i)} \qquad \text{A/m} \qquad (26b\text{-}4)$$

حيث إن k_1 هو ثابت الموجة في الوسط الأول و η_1 هي الممانعة المميزة له.

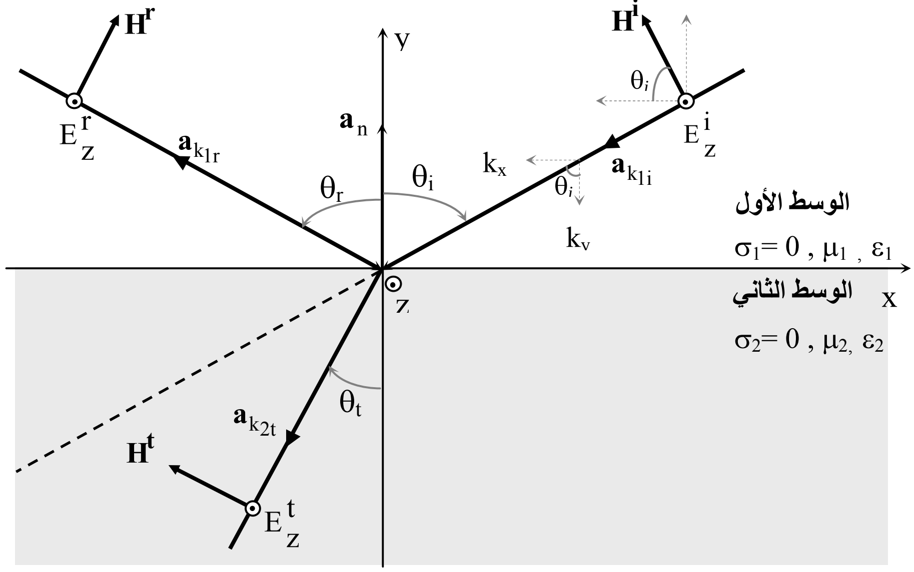
واعتماداً على خصائص الأوساط التي يتم التعامل معها هنا، وبشكل عام، فإن اتجاهات المجالات الكهرومغناطيسية المنعكسة أو/ و المنتقلة لا تتغير وتكون بنفس اتجاهات المجالات الساقطة باستثناء إشارة سالبة أو طور (زمني). وبالنسبة للمجال الكهربائي للموجة المنعكسة سيتم اعتماد قاعدة عامة في افتراض اتجاهه بحيث يكون اتجاه جزئه الموازي للسطح الفاصل بين الوسطين هو نفس اتجاه ذلك الجزء الموازي للسطح الفاصل بين الوسطين للمجال الكهربائي للموجة الساقطة. ويتم استنتاج الجزء العمودي منه (إن وجد) والمجالات المغناطيسية للموجة المنعكسة تبعاً لخصائص الموجات الكهرومغناطيسية. أما المجالات الكهرومغناطيسية المنتقلة فإنها تأخذ نفس اتجاه مجالات الموجة الساقطة. في ضوء ما سبق فإنه يمكن كتابة المجال الكهربائي المنعكس كما يلي:-

$$E_z^r = E_1 \; \rho_\perp \; e^{jk_1(x \sin\theta_r - y\cos\theta_r)} \qquad \text{V/m} \qquad (27a\text{-}4)$$

وكذلك استنتاج المجال المغناطيسي كما يلي:-

$$\mathbf{H}^r = \frac{E_1\rho_\perp}{\eta_1}[\cos\theta_r \; \mathbf{a}_x + \sin\theta_r \; \mathbf{a}_y]\, e^{jk_1(x\sin\theta_r - y\cos\theta_r)} \qquad \text{A/m} \qquad (27b\text{-}4)$$

حيث إن $\rho_{\perp}$ هو معامل انعكاس الموجة المستقطبة استقطاباً عمودياً على السطح المكون من $\mathbf{a}_{k_{1i}}$ و $\mathbf{a}_n$، و θ_r هي زاوية انعكاس الموجة (الزاوية المحددة بين اتجاه انتشار الموجة المنعكسة والعمودي على السطح الفاصل بين الوسطين).



الشكل (4-12):- سقوط موجة من وسط لأخر علماً بأن الموجة مستقطبة استقطابا عمودياً.

كذلك يمكن كتابة المجال الكهربائي للموجة المنتقلة كما يلي:-

$$E_z^t = E_1\ \tau_{\perp}\ e^{jk_2(x\ \sin\ \theta_t + y \cos\ \theta_t)} \qquad V\ /\ m \qquad (28a\text{-}4)$$

واستنتاج المجال المغناطيسي المنتقل كما يلي:-

$$\mathbf{H}^t = \frac{E_1\,\tau_{\perp}}{\eta_2}[-\cos\theta_t\ \mathbf{a}_x + \sin\ \theta_t\ \mathbf{a}_y]\,e^{jk_2\ (x\ \sin\theta_t\ +\ y\cos\theta_t)}\ \ A/m \quad (28b\text{-}4)$$

حيث إن $\tau_\perp$ هي معامل انتقال الموجة من الوسط الأول إلى الثاني، و θ_t هي زاوية انتقال الموجة، و $\rho_\perp$ و $\tau_\perp$ و θ_r و θ_t هي كميات غير معروفة يتم تحديدها من خلال تطبيق شروط الحدود على السطح الفاصل بين الوسطين.

وتتلخص الشروط، في هذه الحالة ، في استمرارية المجالات الكهرومغناطيسية الماسة للسطح الفاصل بين الوسطين كما يلي:-

$$(E_z^i + E_z^r)\Big|_{y=0^+} = E_z^t\Big|_{y=0^-} \tag{29a-4}$$

وهي تمثل استمرارية المجال الكهربائي الماس للسطح الفاصل بين الوسطين، و

$$(H_x^i + H_x^r)\Big|_{y=0^+} = H_x^t\Big|_{y=0^-} \tag{29b-4}$$

وهي تمثل استمرارية المجال المغناطيسي الماس للسطح الفاصل بين الوسطين. وينتج عن تطبيق المعادلة (29a-4) ما يلي:-

$$e^{jk_1 \sin\theta_i} + \rho_\perp e^{jk_1 \sin\theta_r} = \tau_\perp e^{jk_2 \sin\theta_t} \tag{30-4}$$

وهي علاقة صحيحة وتتحقق لكل قيم x و t وعليه فإن

$$k_1 \sin\theta_i = k_1 \sin\theta_r = k_2 \sin\theta_t \tag{31-4}$$

ويمكن كتابة العلاقة بين زاوية السقوط والانعكاس كما يلي:-

$$\theta_r = \theta_i \tag{32-4}$$

وهذا هو قانون سنيل للانعكاس (Snell`s law of reflection) أو زاوية الانعكاس تساوي زاوية السقوط، وكذلك فإن زاوية الانتقال تكون كما يلي:-

$$\theta_t = \sin^{-1}\left[(k_1/k_2)\sin\theta_i\right] \qquad (33a\text{-}4)$$

أو

$$\theta_t = \sin^{-1}\left[(n_1/n_2)\sin\theta_i\right] \qquad (33b\text{-}4)$$

حيث إن $n_{1,2} = \sqrt{\mu_{r1,r2}\varepsilon_{r1,r2}}$ هما معاملا أو دليلا الانكسار (refractive indices) للوسطين الأول والثاني.

وهذا هو قانون سنيل للانكسار (Snell`s law of refraction) حيث إن زاوية الانتقال لا تساوي زاوية السقوط وتبدو الموجة وكأنها انكسرت (refracted) عند دخولها إلى الوسط الثاني. وإذا كان $\mu_1 = \mu_o = \mu_2$ (هذا يمثل واقع المواد العازلة حيث أنها لا تتسم بأي خصائص مغناطيسية) فإن العلاقة السابقة تصبح كما يلي:-

$$\theta_t = \sin^{-1}\left(\sqrt{\varepsilon_{r1}/\varepsilon_{r2}}\,\sin\theta_i\right) = \sin^{-1}\left((n_1/n_2)\sin\theta_i\right) \qquad (34\text{-}4)$$

في هذه الحالة تكون $n_{1,2} = \sqrt{\varepsilon_{r1,r2}}$. في ضوء ما سبـق تؤول العلاقة (30-4) إلى ما يلي:-

$$1 + \rho_\perp = \tau_\perp \qquad (35\text{-}4)$$

وباستخدام شرط الحدود الثاني (المعادلة (29b-4)) وما سبق فيمكن كتابة العلاقة التالية:-

$$1 - \rho_\perp = \tau_\perp\,(\eta_1\cos\theta_t)/(\eta_2\cos\theta_i) \qquad (36\text{-}4)$$

ومن المعادلتين (35-4) و (36-4) يمكن إيجاد قيمة كل من $\rho_\perp$ و $\tau_\perp$ كما يلي:-

$$\rho_\perp = \frac{\eta_2\cos\theta_i - \eta_1\cos\theta_t}{\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t} \qquad (37a\text{-}4)$$

$$\tau_\perp = 2\,\eta_2\cos\theta_i / \left(\eta_2\cos\theta_i + \eta_1\cos\theta_t\right) \qquad (37b\text{-}4)$$

ويطلق على العلاقة (4-37) معادلة فرينيل (Fresnel`s equation) للاستقطاب العمودي.

مثال (4-3):- إذا كان الوسط الأول في الشكل (4-12) هو الفراغ الحر (ε_0 و μ_0 و $\sigma = 0$) وسقطت موجة كهرومغناطيسية مستوية مستقطبة استقطابا عمودياً على المستوى المكون من اتجاه انتشار الموجة والعمودي على السطح الفاصل بين الوسطين بزاوية سقوط $45°$ ، علماً بأن ترددها هو 300 MHz وقيمة مجالها الكهربائي هو 1V/m. أوجد مجالات الموجة المنعكسة من الوسط الثاني والمنتقلة إليه إذا كانت خصائصه كما يلي :- **(i)** وسط عازل لا يعاني من الفقد وغير مغناطيسي و $\varepsilon = 2\varepsilon_0$. **(ii)** وسط موصل جيد التوصيل $\sigma \to \infty$. أرسم $|\mathbf{E}|$ مع y وكذلك عناصر المجال المغناطيسي الماسة للسطح والعمودية عليه مع y للوسطين المشار إليهما أعلاه.

الحــل:-

(i) بما أن الوسط الثاني عازل بسماحية $2\varepsilon_0$ ونفاذية μ_0 وموصلية $\sigma = 0$ فإنه ومن قانوني سنيل للانعكاس والانكسار يتم الحصول على ما يلي:-

$$\theta_r = \theta_i = 45° \qquad \text{و} \qquad \theta_t = \sin^{-1}(0.5) = 30°$$

وحيث إن $\eta_1 = 120\pi\,\Omega$ و $\eta_2 = 120\,\pi/\sqrt{2}\quad\Omega$ فإن معاملي الانعكاس والانتقال هما كما يلي:-

$$\rho_\perp = -0.268 \qquad \text{و} \qquad \tau_\perp = 0.732$$

وبالتالي فإن المجالات الكهرومغناطيسية في هذه الحالة تصبح

$$E_z^i = e^{j\sqrt{2}\pi(x+y)} \qquad \text{V/m}$$

$$\mathbf{H}^i = 1.876\;(-\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y)\,e^{j\sqrt{2}\pi(x+y)} \qquad \text{mA/m}$$

للموجة الساقطة، و

$$E_z^r = -0.268 \quad e^{j\sqrt{2}\pi(x+y)} \qquad V/m$$

$$\mathbf{H}^r = -0.503\ (\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y)\ e^{j\sqrt{2}\pi(x-y)} \qquad mA/m$$

للموجة المنعكسة، و

$$E^t = 0.732 \quad e^{j\pi\sqrt{2}(x+\sqrt{3}\,y)} \qquad V/m$$

$$\mathbf{H}^t = 1.373\ (-\sqrt{3}\,\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y)\ e^{j\pi\sqrt{2}(x+\sqrt{3}\,y)} \qquad mA/m$$

للموجة المنتقلة.

في ضوء ما سبق فإن قيم المجال الكهربائي تصبح كما يلي:-

$$|E_z| = \left| e^{j\pi\sqrt{2}y} - 0.268\,e^{-j\pi\sqrt{2}y} \right| \qquad V/m \qquad y \geq 0$$

$$|E_z| = 0.732 \qquad V/m \qquad y \leq 0$$

ويبين الشكل (4-13) رسماً توضيحياً لهذه الكمية كدالة مع y. أما المجال المغناطيسي الماس للسطح فإن قيمته تكون كما يلي:-

$$|H_x| = \left|1.876\,e^{j\pi\sqrt{2}y} + 0.503\,e^{-j\pi\sqrt{2}y}\right| \qquad mA/m \qquad y \geq 0$$

$$|H_x| = 1.373\sqrt{3} = 2.38 \qquad mA/m \qquad y < 0$$

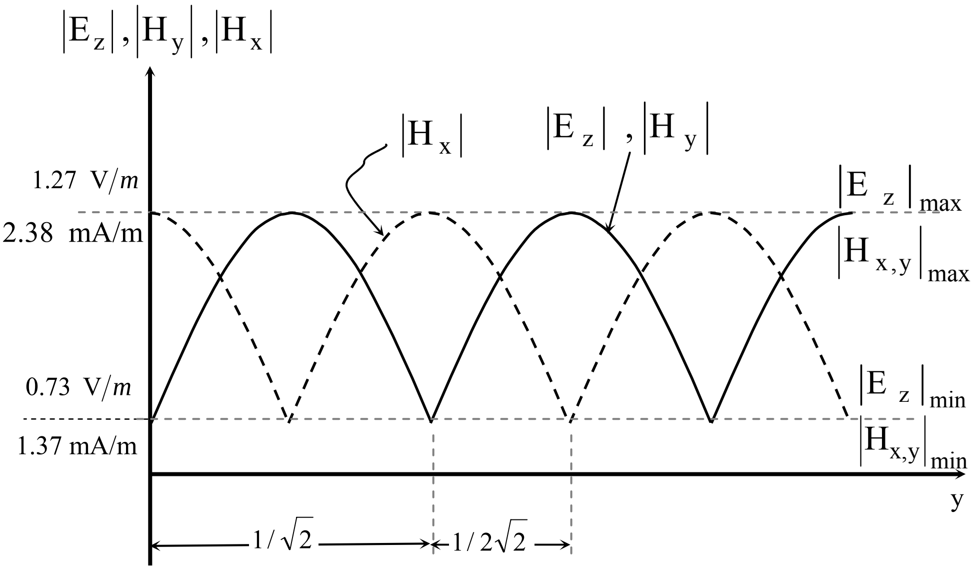
أما قيمة المجال المغناطيسي العمودي على السطح فإنها تكون كما يلي:-

$$|H_y| = \left|1.876\,e^{\pi\sqrt{2}\pi y} - 0.503\,e^{-j\sqrt{2}\,\pi y}\right| \qquad mA/m \qquad y \geq 0$$

$$|H_y| = 1.373 \qquad mA/m \qquad y \leq 0$$

و تجدر الإشارة إلى أن هذا المجال المغناطيسي يشابه المجال الكهربائي الذي سبق ذكره. تم باستخدام مقياس الرسم المناسب لكل من هذه الكميات رسم كل من

المجال المغناطيسي الماس للسطح والعمودي عليه والمجال الكهربائي الماس للسطح على الشكل (4-13).



الشكل (4-13):- تغير قيم المجالات الكهربائية والمغناطيسية لموجة سقطت بزاوية 45° من الفراغ الحر إلى وسط عازل بسماحية $2\varepsilon_0$ علماً بأن استقطاب الموجة هو عمودي.

إذا كان الوسط الثاني موصل جيد التوصيل ($\sigma \rightarrow \infty$)، فإن زاوية السقوط تساوي زاوية الانعكاس ولكن لن يكون هناك انتقال للموجات الكهرومغناطيسية إلى الوسط الموصل ، أو بمعنى أخر $\theta_r = \theta_i = 45°$ و $\eta_2 = 0\ \Omega$ و $\rho_{\perp} = -1$ و $\tau_{\perp} = 0$ ؛ وبالتالي تكون المجالات الكهرومغناطيسية للموجات المختلفة كما يلي:-

$$E_z^i = e^{j\pi\sqrt{2}(x+y)} \qquad V/m$$

$$\mathbf{H}^i = 1.876\,(-\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y)\,e^{j\pi\sqrt{2}(x+y)} \qquad mA/m$$

للموجة الساقطة، و

$$E_z^r = -e^{j\pi\sqrt{2}(x-y)} \qquad V/m$$

$$\mathbf{H}^{r} = -1.876(\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y)e^{j\sqrt{2}\pi(x-y)} \text{ mA/m}$$

للم

للموجة المنعكسة، و

$$\mathbf{H}^{t} = 0 \quad \text{و} \quad \mathbf{E}^{t} = 0$$

للموجة المنتقلة.

وبالتالي فإن قيم المجال الكهربائي تصبح كما يلي:-

$$|E_z| = 2\left|\sin \pi \sqrt{2}\ y\right| \qquad \text{V/m} \qquad y \geq 0$$
$$= 0 \qquad \text{V/m} \qquad y \leq 0$$

$$|H_x| = 3.75\left|\cos \pi \sqrt{2}\ y\right| \qquad \text{mA/m} \qquad y \geq 0$$
$$= 0 \qquad \text{A/m} \qquad y < 0$$

$$|H_y| = 3.75\left|\sin \pi \sqrt{2}\ y\right| \qquad \text{mA/m} \qquad y \geq 0$$
$$= 0 \qquad \text{A/m} \qquad y \leq 0$$

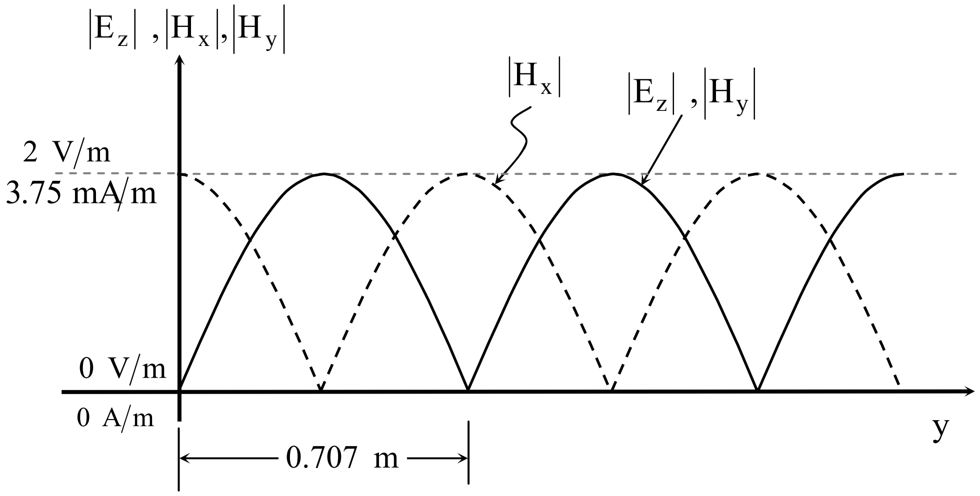
يلاحظ القفزة (jump) في قيمة المجال المغناطيسي المماس للسطح حيث أن قيمته عند النقطة $y = 0^+$ هي 3.75 mA/m و قيمته عند النقطة $y = 0^-$ هي 0 A/m وهذه القفزة تناظر كثافة تيار خطي كما يلي:-

$$\mathbf{K} = \mathbf{a}_n \times \mathbf{H}\ \big|_{y=0} = \mathbf{a}_y \times (-\mathbf{a}_x)\ 3.75\ e^{j\pi\sqrt{2}\ x}$$

أو

$$K_z = 3.75\ e^{j\pi\sqrt{2}\ x} \text{ mA/m}$$

تم باستخدام مقياس الرسم المناسب لكل من هذه الكميات رسم كل من المجال المغناطيسي الماس للسطح والعمودي عليه والمجال الكهربائي الماس للسطح على الشكل (4-14). يلاحظ أن المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي الماسين للسطح الفاصل بين الوسطين يتناوبا نقاط الخمود ونقاط القيمة العظمى، في حين يتطابق المجال الكهربائي الماس للسطح والمجال المغناطيسي العمودي عليه.



الشكل (4-14):- تغير قيم المجال الكهربائي والمغناطيسي مع y لموجة سقطت بزاوية 45° من الفراغ الحر إلى وسط موصل جيد التوصيل.

4-2-2:- السقوط المائل لموجة استقطابها موازي

يبين الشكل (4-15) سقوط موجة كهرومغناطيسية مستوية من وسط إلى أخر علماً بأن الموجة مستقطبة استقطابا موازياً (parallel polarized wave) للمستوى المشكل من $\mathbf{a}_{k_{1i}}$ و $\mathbf{a_n}$ وبزاوية سقوط θ_i بالنسبة للعمودي على السطح الفاصل بين الوسطين. هذا وقد تم افتراض أن الوسطين عازلان ومنتظمان ومتجانسا الخصائص (dielectric, homogenous and isotropic) ، خصائصهما لا تعتمد على الاتجاهات، وخصائص الوسط الأول هي ε_1 و μ_1

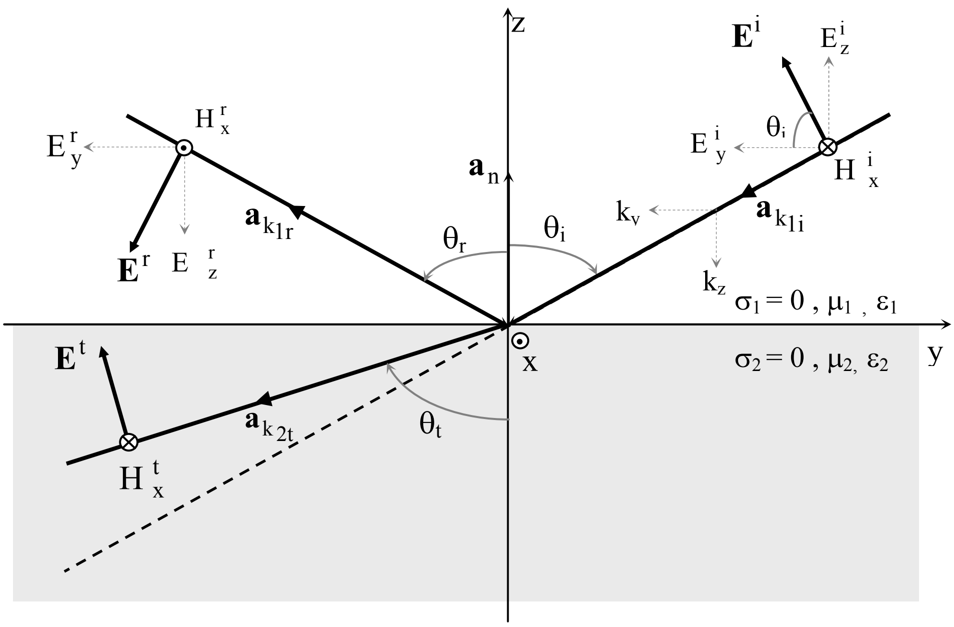
و $\sigma_1 = 0$ والثاني هي ε_2 و μ_2 و $\sigma_2 = 0$. فإذا كان المجال الكهربائي للموجة الساقطة كما يلي:-

$$\mathbf{E}^i = E_1(-\cos\theta_i\ \mathbf{a}_y + \sin\theta_i\ \mathbf{a}_z)\, e^{jk_1(y\sin\theta_i + z\cos\theta_i)}\ \mathrm{V/m} \qquad (38a\text{-}4)$$

ويتم استنتاج المجال المغناطيسي كما يلي:-

$$\mathbf{H}^i = -\frac{E_1}{\eta_1} e^{jk_1(y\sin\theta_i + z\cos\theta_i)}\ \mathbf{a_x} \qquad \mathrm{A/m} \qquad (38b\text{-}4)$$

حيث إن k_1 هو ثابت الموجة في الوسط الأول و η_1 هي الممانعة المميزة له.



الشكل (4-15):- سقوط موجة من وسط لأخر وبشكل مائل (ذي استقطاب موازٍ).

وفي ضوء ما تم ذكره في حالة سقوط الموجة ذات الاستقطاب العمودي فإن المجال الكهربائي المنعكس يكون كما يلي:-

$$\mathbf{E}^r = \rho_{\|} E_1 (-\cos\theta_r \mathbf{a}_y - \sin\theta_r\ \mathbf{a}_z) e^{jk_1(y\ \sin\theta_r - z\ \cos\theta_r)} \quad A/m \qquad (39a\text{-}4)$$

ويكون المجال المغناطيسي تبعاً لذلك كما يلي:-

$$\mathbf{H}^r = \frac{E_1}{\eta_1} \rho_{\|}\ e^{jk_1(y\ \sin\theta_r\ -\ z\ \cos\theta_r)}\ \mathbf{a}_x \qquad A/m \qquad (39b\text{-}4)$$

حيث إن $\rho_{\|}$ هو معامل انعكاس الموجة المستقطبة استقطابا موازياً للسطح المكون من $\mathbf{a}_{kli}$ و $\mathbf{a}_n$ أما θ_r فهي زاوية انعكاس الموجة.

أما بالنسبة للموجة المنتقلة فيمكن كتابة مجالها الكهربائي كما يلي:-

$$\mathbf{E}^t = \tau_{\|}\ E_1(-\cos\theta_t\ \mathbf{a}_y + \sin\theta_t\ \mathbf{a}_z)\ e^{jk_2(y\sin\theta_t + z\cos\theta_t)} \qquad V/m \qquad (40a\text{-}4)$$

واستنتاج مجالها المغناطيسي كما يلي:-

$$\mathbf{H}^t = -\frac{\tau_{\|}E_1}{\eta_2}\ e^{jk_2(y\ \sin\theta_t\ +\ z\ \cos\theta_t)}\ \mathbf{a}_x \qquad A/m \qquad (40b\text{-}4)$$

حيث إن τ_{11} هو معامل انتقال الموجة من الوسط الأول إلى الوسط الثاني و θ_t هي زاوية انتقال الموجة.

ويتم تحديد الكميات $\rho_{\|}$ و $\tau_{\|}$ و θ_r و θ_t المجهولة من خلال تطبيق شروط الحدود على السطح الفاصل بين الوسطين، والتي تكون في هذه الحالة كما يلي:-

$$(E_y^i + E_y^r)\Big|_{z=0^+} = E_y^t\Big|_{z=0^-} \qquad (41a\text{-}4)$$

$$(H_x^i + H_x^r)\Big|_{z=0^+} = H_x^t\Big|_{z=0^-} \qquad (41b\text{-}4)$$

وهي تمثل، في هذه الحالة، استمرارية (continuity) المجالات الكهربائية والمغناطيسية الماسة للسطح الفاصل بين الوسطين. وكما مر سابقاً، فينتج عند تطبيق هذه الشروط ما يلي:-

$$\theta_r = \theta_I \qquad (42a\text{-}4)$$

$$\theta_t = \sin^{-1}\left(\frac{k_1}{k_2}\sin\theta_i\right) = \sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_i\right) \qquad (42b\text{-}4)$$

وهما قانونا سنيل للانعكاس والانكسار، إضافة إلى

$$(1 + \rho_{||})\cos\theta_i = \tau_{||}\cos\theta_t \qquad (43a\text{-}4)$$

و

$$1 - \rho_{||} = \frac{\eta_1}{\eta_2}\tau_{||} \qquad (43b\text{-}4)$$

وبحل هاتين المعادلتين يتم إيجاد $\rho_{||}$ و $\tau_{||}$ كما يلي:-

$$\rho_{||} = \frac{\eta_2\cos\theta_t - \eta_1\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t + \eta_1\cos\theta_i} \qquad (44a\text{-}4)$$

$$\tau_{||} = \frac{2\,\eta_2\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t + \eta_1\cos\theta_i} \qquad (44b\text{-}4)$$

ويطلق على العلاقة (4-44) معادلة فرينيل (Fresnel`s equation) للاستقطاب الموازي.

مثال (4-4):- إذا كان الوسط الأول في الشكل (4-15) هو الفراغ الحر (ε_0 و μ_0 و $\sigma = 0$) وسقطت موجة كهرومغناطيسية مستوية مستقطبة استقطابا موازٍ للسطح

المشكل من $\mathbf{a}_{kli}$ و $\mathbf{a}_n$ على السطح الفاصل بين الوسطين بزاوية سقوط °45، علماً بأن ترددها هو 300 MHz ومجالها الكهربائي هو

$$\mathbf{E}^i = 0.707\,(-\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z)\,e^{j\sqrt{2}\pi(y+z)} \qquad \text{V/m}$$

أوجد مجالات الموجة المنعكسة من الوسط الثاني والمنتقلة إليه إذا كانت خصائصه كما يلي :-

(i) وسط عازل لا يعاني من الفقد وغير مغناطيسي و $\varepsilon = 2\varepsilon_0$.

(ii) وسط موصل جيد التوصيل (أو $\sigma \to \infty$).

أرسم $|\mathbf{E}|$ مع y وكذلك عناصر المجال المغناطيسي الماسة للسطح والعمودية عليه مع y للوسطين المشار اليهما أعلاه.

الحــل:-

(i) الوسط الثاني عازل بسماحية $\varepsilon = 2\,\varepsilon_0$ ونفاذية $= \eta_0$ وموصلية $\sigma = 0$ ، وعند تطبيق قانوني سنيل للانعكاس والانكسار ينتج

$$\theta_t = \sin^{-1}(1/2) = 30^\circ \quad \text{و} \quad \theta_r = 45^\circ$$

وكذلك فإن معاملي الانعكاس والانتقال هما كما يلي:-

$$\tau_{||} = 0.76 \qquad \text{و} \qquad \rho_{||} = -\,0.072$$

وبالتالي فإن المجالات الكهرومغناطيسية تصبح كما يلي:-

$$\mathbf{E}^i = 0.707\,(-\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z)\;e^{j\sqrt{2}\pi\,(y+z)} \qquad \text{V/m}$$

$$\mathbf{H}^i = -2.653\,e^{j\sqrt{2}\pi\,(y+z)}\,\mathbf{a}_x \qquad \text{mA/m}$$

للموجة الساقطة، و

$$\mathbf{E}^r = 0.051(\,\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z)\;e^{j\sqrt{2}\pi\,(y-z)} \qquad \text{V/m}$$

$$\mathbf{H}^r = -0.191 e^{j\sqrt{2}\pi(y-z)}\,\mathbf{a}_x \qquad \text{mA/m}$$

للموجة المنعكسة، و

$$\mathbf{E}^t = 0.38(-\sqrt{3}\,\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z)\; e^{j\sqrt{2}\pi(y+z\sqrt{3})} \qquad \text{V/m}$$

$$\mathbf{H}^t = -2.844\, e^{j\sqrt{2}\pi(y+z\sqrt{3})}\,\mathbf{a}_x \qquad \text{mA/m}$$

للموجة المنتقلة.

ومما سبق فإن قيم المجال الكهربائي تصبح كما يلي:-

$$\left|E_y\right| = \left|-0.707\, e^{j\sqrt{2}\,\pi z} + 0.051\, e^{-j\sqrt{2}\,\pi z})\right| \qquad \text{V/m} \quad z \ge 0$$

$$\left|E_y\right| = 0.38\,\sqrt{3} = 0.66 \qquad \text{V /m} \quad z \le 0$$

للجزء الماس للسطح الفاصل بين الوسطين ، و

$$\left|E_z\right| = \left|0.707 e^{j\sqrt{2}\,\pi z} + 0.051 e^{-j\sqrt{2}\,\pi z})\right| \qquad \text{V /m} \quad z > 0$$

$$\left|E_z\right| = 0.38 \qquad \text{V/m} \quad z < 0$$

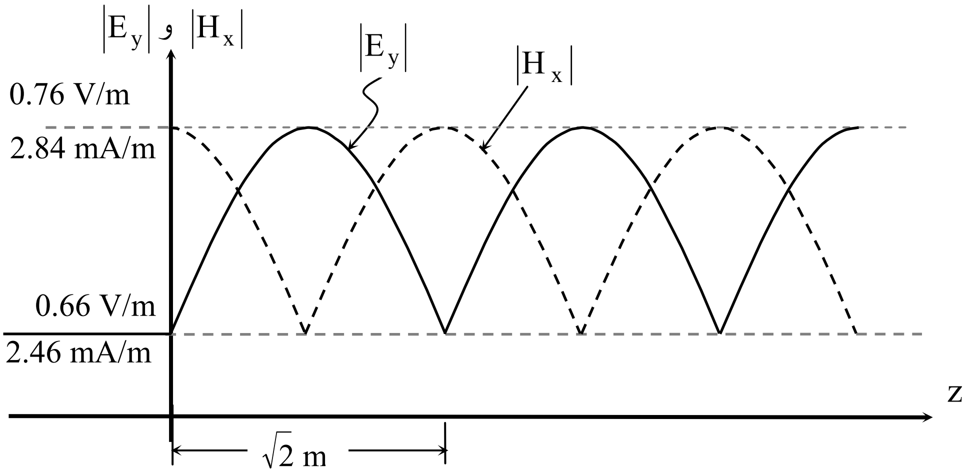
للجزء العمودي على السطح الفاصل بين الوسطين.

أما المجال المغناطيسي فإن قيمته تكون كما يلي:-

$$\left|H_x\right| = \left|2.653\, e^{j\sqrt{2}\,\pi z} + 0.191\, e^{j\sqrt{2}\,\pi z}\right| \qquad \text{A/m} \quad z \ge 0$$

$$\left|H_x\right| = 2.844 \qquad \text{mA//m} \quad z \le 0$$

يلاحظ تشابه المجال المغناطيسي الماس للسطح مع المجال الكهربائي العمودي على السطح. تم رسم العلاقات السابقة التي تمثل قيم المجالات الكهرومغناطيسية في الوسطين في الشكل (4-16) باستخدام مقياس الرسم المناسب لكل من هذه المجالات.



الشكل (4-16):- تغير قيم المجالات الكهرومغناطيسية مع z لموجة سقطت بزاوية 45° من الفراغ الحر إلى وسط سماحيته $2\varepsilon_0$ علماً بأن استقطاب الموجة موازٍ للسطح المرجعي.

(ii) الوسط الثاني موصل جيد التوصيل وبالتالي فإن

$$\tau_{||} = 0 \text{ و } \rho_{||} = -1 \text{ و } \theta_r = \theta_i = 45°$$

لذا فإن المجالات الكهرومغناطيسية للموجات المختلفة هي كما يلي:-

$$\mathbf{E}^i = 0.707(-\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z)\ e^{j\sqrt{2}\pi(y+z)} \qquad \text{V/m}$$

$$\mathbf{H}^i = -2.653\, e^{j\sqrt{2}\pi(y+z)}\, \mathbf{a}_x \qquad \text{A/m}$$

للموجة الساقطة، و

$$\mathbf{E}^r = 0.707(\mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z)\ e^{j\sqrt{2}\pi(y-z)} \qquad \text{V/m}$$

$$\mathbf{H}^r = -2.653\, e^{j\sqrt{2}\pi(y-z)}\, \mathbf{a}_x \qquad \text{A/m}$$

للموجة المنعكسة. أما الموجة المنتقلة فإن مجالاتها الكهربائية والمغناطيسية تساوي صفراً، وذلك نظراً لأن الوسط الثاني موصل جيد التوصيل . أما قيم المجال الكهربائي، في الوسطين، فإنها تصبح كما يلي:-

$$|E_y| = 1.414 \left|\sin \pi \sqrt{2}\, z\right| \qquad V/m \qquad z \geq 0$$

$$= 0 \qquad V/m \qquad z \leq 0$$

$$|E_z| = 1.414 \left|\cos \pi \sqrt{2}\, z\right| \qquad V/m \qquad z \geq 0$$

$$= 0 \qquad V/m \qquad z < 0$$

أما المجال المغناطيسي فإن قيمته تكون كما يلي :-

$$|H_x| = 5.31 \left|\cos \pi \sqrt{2}\, z\right| \qquad A/m \qquad z \geq 0$$

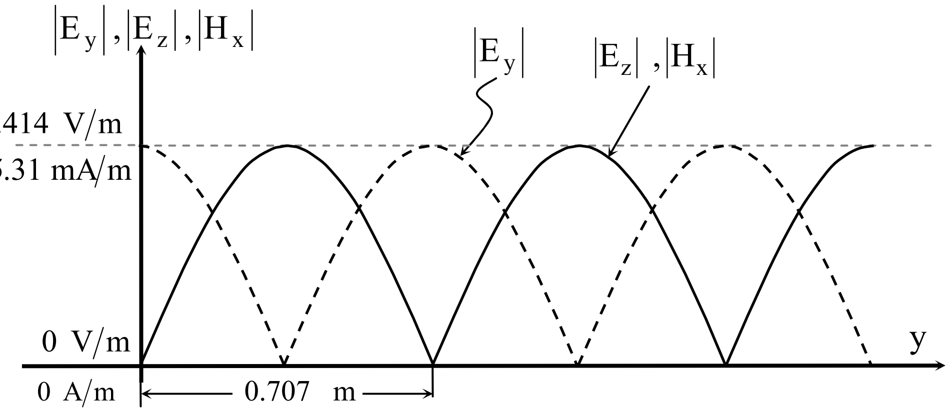
$$= 0 \qquad A/m \qquad z < 0$$

ويبين الشكل (4-17) رسماً لقيم المجالات الكهرومغناطيسية المذكورة أعلاه باستخدام مقياس الرسم المناسب لكل من هذه المجالات، ويلاحظ أن هناك قفزة في قيمة المجال الكهربائي العمودي على السطح الفاصل بين الوسطين وقيمة هذه القفزة تساوي $\sqrt{2}e^{j\sqrt{2}\pi y}$ V/m ، ويسبب وجود هذه القفزة كثافة شحنات سطحية (surface charge density) مقدارها

$$\rho_s = D_n = \varepsilon_0 \, E_z \Big|_{z=0} = 12.5 \, e^{j\sqrt{2}\pi y} \qquad pC/m^2$$

وكذلك فإن هناك قفزة في قيمة المجال المغناطيسي الماس للسطح الفاصل بين الوسطين ووجودها مرتبط بوجود كثافة تيار خطي (linear current density) عند المستوى $z = 0$ ومقداره

$$\mathbf{K} = \mathbf{a}_n \times \mathbf{H} = \mathbf{a}_z \times (-\mathbf{a}_x) \, \frac{2}{120\,\pi} \, e^{j\sqrt{2}\,\pi y} = 5.31 \mathbf{a}_y e^{j\sqrt{2}\,\pi y} \qquad A/m$$



الشكل (4-17):- تغير قيم المجالات الكهرومغناطيسية مع z لموجة سقطت بزاوية 45° من الفراغ الحر إلى وسط جيد التوصيل علماً بأن استقطاب الموجة موازٍ للسطح المرجعي.

4-3:- الزاوية الحرجة وتطبيقاتها

إذا سقطت موجة كهرومغناطيسية من وسط إلى أخر بشكل مائل (وللتسهيل فقط فإنه سيتم افتراض أن الوسطين عازلان ولا يعانيان من الفقد وبالتالي فإن خصائصهما، من الناحية العملية، غير مغناطيسية) فإن زاوية انتقال الموجة تحدد من المعادلة (4-33) أو المعادلة (4-42b) ويمكن إعادة كتابتها في ضوء ما سبق كما يلي:-

$$\theta_t = \sin^{-1}\left(\sqrt{\varepsilon_{r1}/\varepsilon_{r2}}\,\sin\theta_i\right)$$

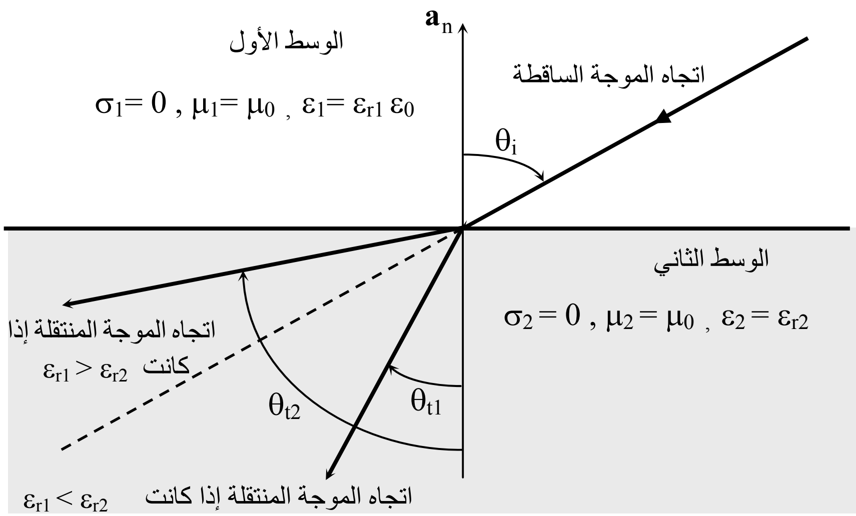
حيث أن θ_i هي زاوية سقوط الموجة و ε_{r1} و ε_{r2} هما السماحية النسبية للوسطين الأول والثاني على التوالي. يلاحظ من المعادلة الأخيرة أنه إذا كانت $\varepsilon_{r1} < \varepsilon_{r2}$ (أو أن الوسط الثاني أكثر كثافة من الوسط الأول) فإن $\theta_t < \theta_i$ وعندها فإن الموجة تنكسر عند انتقالها من الوسط الأول إلى الثاني باتجاه تقترب فيه من العمودي على السطح الفاصل بين الوسطين. لكن إذا كانت $\varepsilon_{r1} > \varepsilon_{r2}$ (أو أن الوسط الثاني اقل كثافة من الوسط الأول) فإن $\theta_t > \theta_I$ وفي هذه الحالة فإن الموجة المنتقلة من

الوسط الأول إلى الثاني تنكسر مقتربة إلى السطح الفاصل بين الوسطين أو مبتعدة عن العمودي على السطح الفاصل بين الوسطين كما يبين الشكل (4-18). ويلاحظ أنه إذا أصبحت

$$\sqrt{\varepsilon_{r1}/\varepsilon_{r2}}\,\sin\theta_i \quad =1 \qquad (45\text{-}4)$$

فإن قيمة θ_t تصبح مساوية $90°$ أي أنه لن يكون هناك موجة منتقلة. وإذا زادت الكمية $\sqrt{\varepsilon_{r1}/\varepsilon_{r2}}\,\sin\theta_i$ عن الواحد الصحيح فإن θ_t تصبح كمية غير حقيقية (أو بمعنى أخر فإنه لن يكون هناك أيضاً موجة منتقلة). وتدعى زاوية السقوط التي تحقق المعادلة (4-45) بالزاوية الحرجة (critical angle) وتعطى قيمتها كما يلي:-

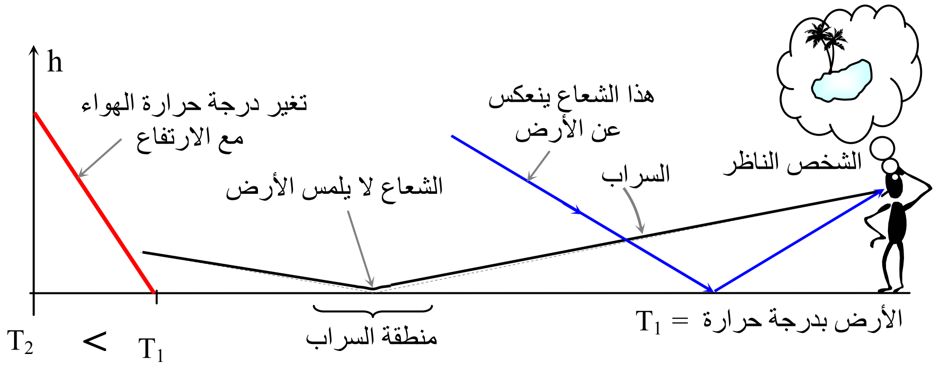
$$\theta_{ic} = \sin^{-1}\sqrt{\varepsilon_{r1}/\varepsilon_{r2}} \qquad (46\text{-}4)$$



الشكل (4-18):- انتقال الموجة من الوسط الأول إلى الوسط الثاني بزاوية انتقال $\theta i > \theta_{t1}$ عندما تكون $\varepsilon_{r1} < \varepsilon_{r2}$ وزاوية انتقال تكون $\theta i < \theta_{t2}$ عندما تكون $\varepsilon_{r1} > \varepsilon_{r2}$.

إذا كانت زاوية سقوط الموجة مساوية أو أكبر من θ_{ic} فإنها لن تنتقل إلى الوسط الثاني وستنعكس بالكامل إلى الوسط الأول. هناك العديد من الظواهر الطبيعية التي يمكن تفسيرها باستخدام الزاوية الحرجة إضافة إلى أنها تستخدم في الحياة العملية في بعض التطبيقات.

فمثلاً إن السراب (mirage) الذي يحدث في أيام الصيف الحارة عند النظر إلى المدى البعيد باتجاه سطح الأرض بزاوية تقترب من الزاوية الأفقية (زاوية النظر تكون قريبة من $90°$ بالنسبة إلى الاتجاه العمودي على سطح الأرض) يتم مشاهدة ما يعرف بالسراب. وهو ناتج عن سقوط أشعة الشمس (موجات كهرومغناطيسية) على الأرض وانعكاسها إلى الناظر (بهذه الطريقة يمكن للناظر رؤية الأشياء). حيث أنه في أيام الصيف تكون درجة حرارة سطح الأرض مرتفعة وكذلك طبقة الهواء الملامسة لسطح الأرض وتنخفض درجة حرارة الهواء كلما ارتفعنا إلى الأعلى وبالتالي فإن ε_r للهواء تزداد بازدياد الارتفاع عن سطح الأرض والحديث هنا عن ارتفاع لا يزيد عن مترٍ أو بضعة أمتار، بالتالي فإن أشعة الشمس تنتقل إثناء سقوطها من وسط عالي الكثافة إلى وسط متدني الكثافة، التغير هنا ليس متقطعاً وإنما بشكل مستمر ويقترب من الخط المستقيم كما يبين الشكل (4-19).

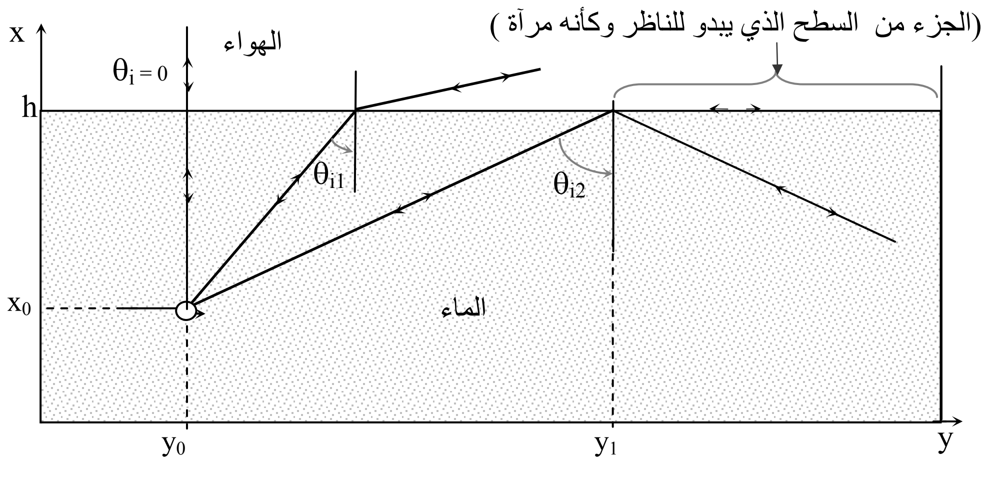


الشكل (4-19):- منطقة السراب الناتج عن تغير درجة حرارة الهواء مع الارتفاع.

فإذا كانت زاوية النظر (زاوية السقوط) قريبة من $90°$ فإن أشعة الشمس تنحني إلى الأعلى ويمكن أن لا تصل إلى سطح الأرض وفي هذه الحالة تنعكس من الهواء (بانحناء متكرر) إلى الناظر الذي لا يرى بالتالي سطح الأرض وإنما يرى وكأنه سطح عاكس (كالماء مثلاً) أمامه.

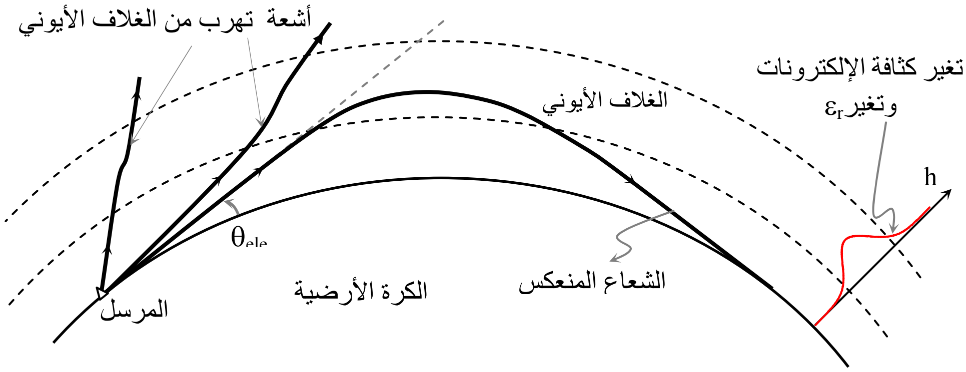
وهناك ظاهرة أخرى تتمثل في شخص يغوص في بركة ماء وينظر إلى الأعلى بزوايا مختلفة فإنه سيرى أن جزءً من سطح البركة التي يغوص فيها يبدو وكأنه مرآة وذلك إذا كانت زاوية النظر أعلى أو تساوي الزاوية الحرجة لوسطين مثل الماء والهواء. في هذه الحالة فإن الشخص الموجود تحت سطح الماء لا يرى الأجسام الموجودة خارج الماء وإنما يرى أرض البركة أو ذلك الجزء من أرض البركة الذي يقع ضمن الشعاع المنعكس وذلك كما هو مبين في الشكل (4-20) ويبدو سطح الماء للناظر وكأنه سطح مرآة. أو أن الشخص الموجود عند النقطة (x_0 , y_0) يرى الأجسام الواقعة خارج الماء مباشرة إذا كانت في المنطقة $0 \le y < y_1$ علماً بأن

$$\theta_{ic} = \sin^{-1}(\sqrt{\varepsilon_r}) = \tan^{-1}([y_1 - y_0]/[h - x_0])$$



الشكل (4-20):- المناطق المرئية وغير المرئية من قبل الناظر (تحت سطح الماء) والموجودة خارج البركة.

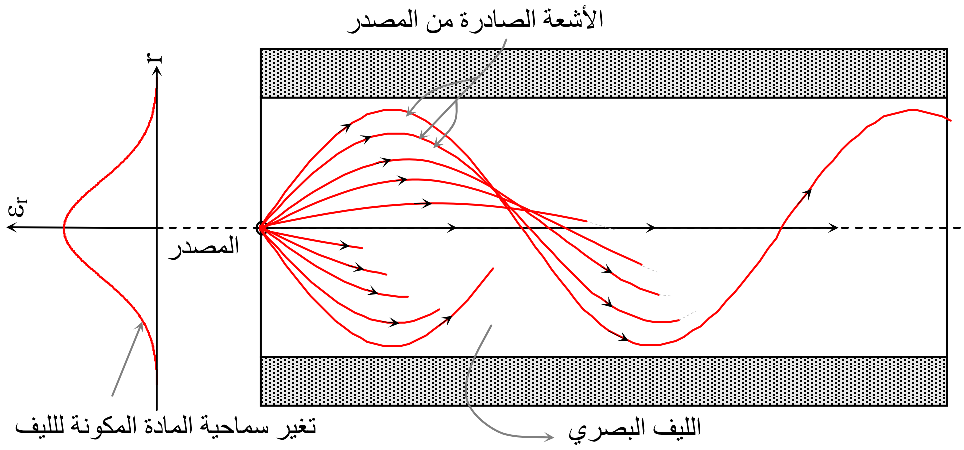
كذلك يتم استخدام فكرة الزاوية الحرجة في عمل الإذاعات التي تبث على الموجات القصيرة (short waves) لتوجه بثها إلى مناطق بعيدة عن منطقة المرسلات. يتم استغلال تغير تركيز الإلكترونات (كثافة الإلكترونات) في الغلاف الأيوني (ionosphere)، والذي يقع على ارتفاع ما بين 70 Km وحتى ما يزيد على 400 Km عن سطح الأرض، حيث يصل إلى قيمته العظمى عند ارتفاع يقترب من 300 كيلوا متراً وتتغير سماحية الغلاف الأيوني المكافئة كما هو مبين في الشكل (4-21). بالتالي عندما تنتشر الموجات الكهرومغناطيسية من الأسفل إلى الأعلى تنحني بشكل تدريجي حتى تصل إلى نقطة تكون عندها زاوية السقوط مساوية للزاوية الحرجة وفي هذه الحالة يحدث انعكاس كلي للموجة. يلاحظ كيف يمكن استغلال الغلاف الأيوني، كما يبين الشكل (4-21)، لتوجيه الإشارة إلى مناطق بعيدة. ويمكن ملاحظة أن هناك زاوية دخول للشعاع في الغلاف الأيوني بحيث انه إذا كانت هذه الزاوية غير مناسبة فإن الشعاع أو الأشعة تهرب من الغلاف الأيوني ولا تنعكس ثانية إلى الأرض.



الشكل (4-21):- استخدام فكرة الزاوية الحرجة في الاتصالات الإذاعية الموجهة.

كذلك فإن فكرة الزاوية الحرجة تستخدم في الألياف البصرية (optical fibers) حيث يتم تصنيعها بحيث يتم تغيير سماحيتها النسبية ε_r أو معامل انكسارها

(refractive index) $n=\sqrt{\varepsilon_r}$ من المركز وحتى السطح الخارجي بشكل قفزة واحدة أو عدة قفزات أو بشكل مستمر وذلك كما هو مبين في الشكل (4-22) بحيث أن معظم أشعة المصدر تدخل في عملية انحناء مستمر وتنعكس قبل أن تصل إلى السطح الخارجي لليف البصري. وسيتم التعرض للألياف البصرية في الباب الخامس.



الشكل (4-22):- استخدام فكرة الزاوية الحرجة في تصنيع الليف الزجاجي لتبقى الأشعة الناتجة من المصدر داخل هذا الليف.

4-4:- زاوية برويستر وتطبيقاتها

إذا سقطت موجة كهرومغناطيسية من وسط لأخر بشكل مائل وكان استقطابها موازياً للمستوى المشكل من الاتجاه المحدِّد لانتشار الموجة والاتجاه المحدِّد للعمودي على السطح الفاصل بين الوسطين (سيتم افتراض أن الوسطين عازلان ولا يعانيان من الفقد) فإنه يتم تحديد معامل انعكاسها من المعادلة (4-44a) كما يلي:-

$$\rho_{\parallel}=\frac{\eta_2\cos\theta_t-\eta_1\cos\theta_i}{\eta_2\cos\theta_t+\eta_1\cos\theta_i}$$

ويمكن أن تتوفر الشروط المناسبـة ليصبـح هذا المعامل مساوياً للصفر أو أن

$$\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i = 0$$

أو

$$\theta_{iB} = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \, (\mu_1 \, \varepsilon_2 - \mu_2 \, \varepsilon_1)}{\mu_1 \, (\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2)}} \qquad (47\text{-}4)$$

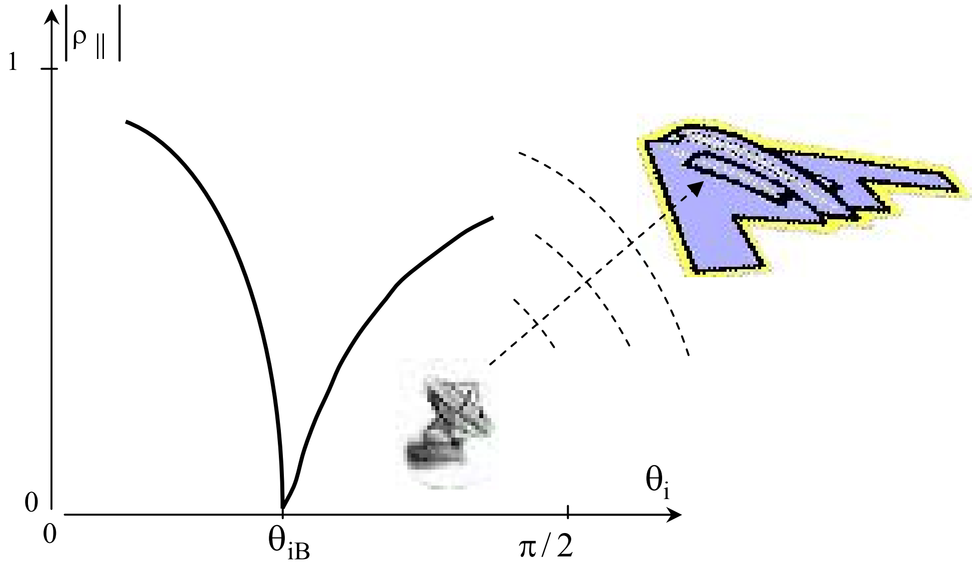
وتسمى زاوية السقوط هذه والتي يصبح معامل الانعكاس عندها (فقط) مساوياً للصفر بزاوية برويستر (Brewester Angle) والتي تصبح إذا كان الوسطان ليس لهما خصائص مغناطيسية كما يلي:-

$$\theta_{iB} = \sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon_1 / \varepsilon_2}} = \tan^{-1} \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \qquad (48\text{-}4)$$

ويبين الشكل (4-23) رسماً توضيحياً لقيمة معامل الانعكاس $|\rho_{||}|$ ومقدارها مع θ_i حيث إن قيمتها تصبح صفراً عند θ_{iB}. ويمكن الاستفادة من زاوية برويستر في أنظمة الرادار (Radar systems) حيث أنه لا ينتج عن سقوط موجة كهرومغناطيسية من الفراغ الحر إلى وسط آخر (أو جسم) عند الزاوية θ_{iB} أي انعكاس لهذه الموجة. إن عدم انعكاس الموجة من الوسط الأخر (أو الجسم) يعني أنه سيكون جسماً غير مرئي (شبح phantom) من قبل نظام المراقبة في الرادار.

تم فيما سبق ، في البندين 4-3 و 4-4، معالجة السقوط المائل للموجات الكهرومغناطيسية من وسط عازل إلى آخر ، عازل، ولا يعاني أي منهما من الفقد. حيث إنه عند سقوط الموجة بزاوية تساوي أو أكبر من θ_{ic} فإن معامل الانعكاس يصبح مساوياً للواحد الصحيح (يحدث أن الموجة تنعكس بالكامل). كذلك إذا سقطت موجة مستقطبة بشكل موازٍ للمستوى المرجعي بزاوية سقوط تساوي θ_{iB} فإن معامل انعكاسها يكون صفراً. أما في الواقع العملي فإن الوسط الثاني (أو الوسطان معاً)

يمكن أن يعاني من الفقد وفي هذه الحالة تتم ملاحظة كل من الزاوية الحرجة θ_{ic} وزاوية برويستر θ_{iB}، حيث إنه في هذه الحالة يكون معامل الانعكاس قريباً من الواحد الصحيح للأولى وقريباً من الصفر للثانية.



الشكل (4-23) تغير معامل الانعكاس $|\rho_{\|}|$ لموجة مستقطبة استقطابا موازياً للمستوى المرجعي مع زاوية سقوطها θ_i.

تم حتى الآن علاج سقوط الموجات المستقطبة استقطابا خطياً حيث يمكن أن يكون المجال الكهربائي عمودياً على المستوى المرجعي أو موازياً له. ولكن كيف يمكن معالجة الموجات الكهرومغناطيسية المستقطبة استقطاباً دائرياً أو استقطاب قطع ناقص؟ إن الإجابة على هذا السؤال تعتبر سهلة حيث تتم معالجة أي من هذين الاستقطابين من خلال مكوناتهما (موجتين كل منهما مستقطب استقطابا خطياً مع الشروط الخاصة وذلك كما ورد في الباب الثالث). فإذا كان أحد هذه المكونات مستقطباً بشكل عمودي على المستوى المرجعي يكون الأخر موازياً للمستوى المرجعي.

مثال(4-5):- إذا سقطت موجة مستقطبة استقطاب قطع ناقص تبعاً لقاعدة اليد اليسرى بنسبة محورية $AR = 2$ وترددها 300 MHz بشكل مائل من الفراغ الحر إلى وسط عازل لا يعاني من الفقد وليس له خصائص مغناطيسية وسماحيته $4\varepsilon_0$ بزاوية سقوط $60°$ ، فأوجد المجالات الكهرومغناطيسية لكل من الموجة الساقطة والمنعكسة والمنتقلة علماً بأن متوسط كثافة قدرتها $1/(48\pi)\ \mathrm{W/m^2}$.

الحــل:-

بالرجوع إلى الشكل (4-24) واستقطاب الموجة فيمكن افتراض المجال الكهربائي كما يلي:-

$$\mathbf{E}^{i} = (\mathbf{E}_{\perp} + \mathbf{E}_{\|})\ e^{j\pi(y\sqrt{3}+z)} \qquad \mathrm{V/m}$$

حيث إن $\mathbf{E}_{\perp} = 2\,E_1\ \mathbf{a}_x\ \ \mathrm{V/m}$ هو الجزء من المجال الكهربائي المستقطب باتجاه عمودي على المستوى المكون من $\mathbf{a}_k$ و $\mathbf{a}_n$ و $\mathbf{E}_{\|} = \dfrac{jE_1}{2}(\mathbf{a}_y - \sqrt{3}\,\mathbf{a}_z)\ \ \mathrm{V/m}$ هي الجزء من المجال الكهربائي المستقطب باتجاه موازٍ للمستوى المكون من $\mathbf{a}_k$ و$\mathbf{a}_n$. وباستخدام متوسط كثافة قدرة الموجة يتم إيجاد قيمة E_1 كما يلي:-

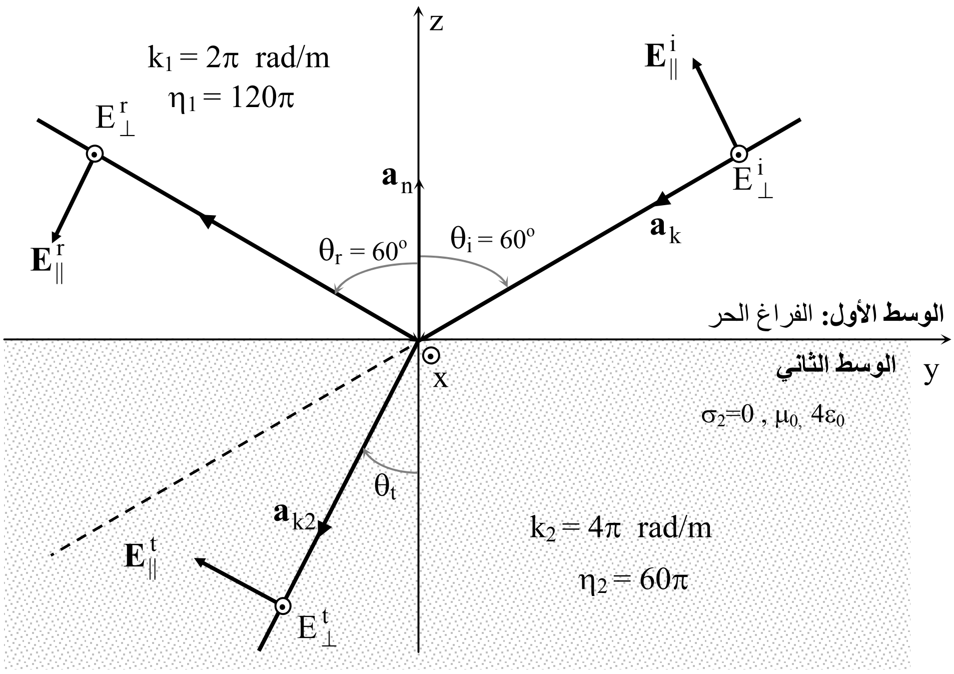
$$|\mathbf{S}_{av}| = \frac{1}{2\eta_0}\left(|\mathbf{E}_{\perp}|^2 + |\mathbf{E}_{\|}|^2\right) = \frac{1}{48\pi}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{240\pi}(4+1)(E_1)^2 = \frac{1}{48\pi} \Rightarrow E_1 = 1 \qquad \mathrm{V/m.}$$

وبالتالي فإن المجالات الكهرومغناطيسية للموجة الساقطة هي كما يلي:-

$$\mathbf{E}^{i} = \left[\underbrace{2\,\mathbf{a}_x}_{\perp} + \underbrace{\frac{j}{2}(-\mathbf{a}_y + \sqrt{3}\,\mathbf{a}_z)}_{\|}\right] e^{j\pi(y\sqrt{3}+z)} \quad \mathrm{V/m}$$

$$\mathbf{H}^{\mathbf{i}} = \left[\underbrace{\frac{1}{120\pi}(-\mathbf{a}_y + \sqrt{3}\,\mathbf{a}_z)}_{\perp} - \underbrace{\frac{j}{120\pi}\,\mathbf{a}_x}_{\parallel} \right] e^{j\pi(y\sqrt{3}+z)} \qquad A/m$$



الشكل (4-24):- سقوط موجة مستقطبة استقطاب قطع ناقص من الفراغ الحر إلى وسط أخر عازل سماحيته = $4\varepsilon_0$ بزاوية سقوط = $60°$.

يلاحظ أن هناك جزأين (أو موجتين) أحدهما مستقطب باتجاه عمودي على المستوى المرجعي (E_x) والأخر مستقطب باتجاه موازٍ للمستوى المرجعي (E_y و E_z). ومما سبق فإن زاوية الانعكاس = زاوية السقوط = $60°$. أما زاوية الانتقال فهي (للموجتين)

$$\theta_t = \sin^{-1}\left(\sin\theta_i/\sqrt{4}\right) = \sin^{-1}\left(\sqrt{3}/4\right) = 25.66^o$$

أما معاملا الانعكاس والانتقال فهما للموجة المستقطبة باتجاه عمودي

$$\tau_\perp = 0.43 \qquad \text{و} \qquad \rho_\perp = -0.57$$

وللموجة المستقطبة باتجاه موازٍ

$$\tau_\| = 0.526 \qquad \text{و} \qquad \rho_\| = -0.052$$

في ضوء ذلك فإن المجالات الكهرومغناطيسية للموجة المنعكسة تكون كما يلي:-

$$\mathbf{E}^r = [-1.14\ \mathbf{a}_x + 0.026j\ (\mathbf{a}_y + \sqrt{3}\ \mathbf{a}_z)]\ e^{j\pi(y-\sqrt{3}\ z)} \qquad \text{V/m}$$

$$\mathbf{H}^r = \left[-3\ (\mathbf{a}_y + \sqrt{3}\ \mathbf{a}_z) - 0.14\ j\ \mathbf{a}_x\right] e^{j\pi(y-\sqrt{3}\ z)} \qquad \text{mA/m}$$

وأما المجالات الكهرومغناطيسية للموجة المنتقلة فإنها تكون كما يلي:-

$$\mathbf{E}^t = [\ 0.86\ \mathbf{a}_x + 0.263j\ (-0.9\ \mathbf{a}_y + 0.43\ \mathbf{a}_z)]\ e^{j4\pi(0.43y + 0.9z)} \qquad \text{V/m}$$

$$\mathbf{H}^t = \left[4.6\ (-0.9\,\mathbf{a}_y + 0.43\ \mathbf{a}_z) - j1.4\ \mathbf{a}_x\ \right] e^{j4\pi(0.43y + 0.9z)} \qquad \text{mA/m}$$

يلاحظ من المثال السابق أن معالجة مسألة سقوط الموجة المستقطبة استقطابا دائرياً أو استقطاب قطع ناقص تتم من خلال إضافة موجتين أحدهما بمجال كهربائي عمودي على المستوى المكون من $\mathbf{a_k}$ و $\mathbf{a_n}$ والأخرى بمجال كهربائي موازٍ لهذا المستوى. ويمكن إبداء بعض من الملاحظات حول هذه المسألة :-

- إذا كانت الموجة الساقطة مستقطبة استقطابا دائرياً تبعاً لقاعدة اليد اليمنى (أو اليسرى) وسقطت من وسط أقل كثافة إلى وسط أكثر كثافة فإن الموجة المنعكسة تكون مستقطبة استقطاب قطع ناقص تبعاً لقاعدة اليد اليسرى (أو اليمنى) وبنسبة محورية مساوية $|\rho_\||/|\rho_\perp|$ (أو $|\rho_\perp|/|\rho_\||$). أما الموجة المنتقلة فإنها ستكون مستقطبة استقطاب قطع ناقص تبعاً لقاعدة اليد اليمنى (أواليسرى) وبنسبة محورية $|\tau_\||/|\tau_\perp|$ (أو $|\tau_\perp|/|\tau_\||$).

- إذا كانت الموجة الساقطة مستقطبة استقطابا دائرياً تبعاً لقاعدة اليد اليسرى (أو اليمنى) وسقطت من وسط عازل إلى آخر موصل جيد التوصيل فإن الموجة المنعكسة تكون مستقطبة استقطابا دائرياً تبعاً لقاعدة اليد اليمنى (أو اليسرى).

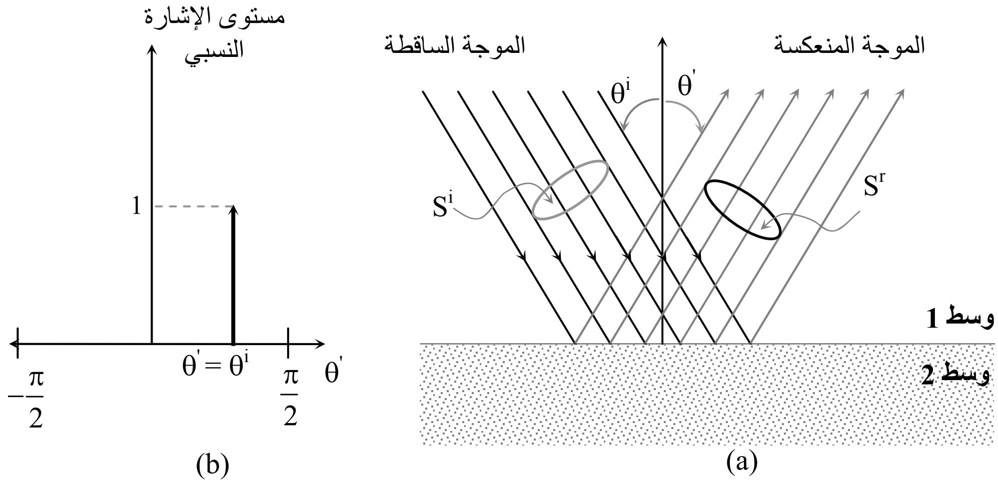
- إذا كانت الموجة الساقطة مستقطبة استقطابا دائرياً تبعاً لقاعدة اليد اليمنى (أو اليسرى) وسقطت من وسط عازل إلى آخر (عازل أيضاً) بزاوية سقوط مساوية أو أكبر من الزاوية الحرجة فإن الموجة المنعكسة تكون مستقطبة استقطاب قطع ناقص تبعاً لقاعدة اليد اليمنى (أو اليسرى) وبنسبة محورية = $1/|\rho_{||}|$ أما الموجة المنتقلة فيكون استقطابها خطياً.

- إذا كانت الموجة الساقطة مستقطبة استقطابا دائريا تبعاً لقاعدة اليد اليسرى (أو اليمنى) وسقطت من وسط عازل إلى أخر (عازل) بزاوية سقوط مساوية لزاوية برويستر فإن الموجة المنعكسة تكون مستقطبة استقطابا خطياً أما الموجة المنتقلة فإن استقطابها يكون استقطاب قطع ناقص.

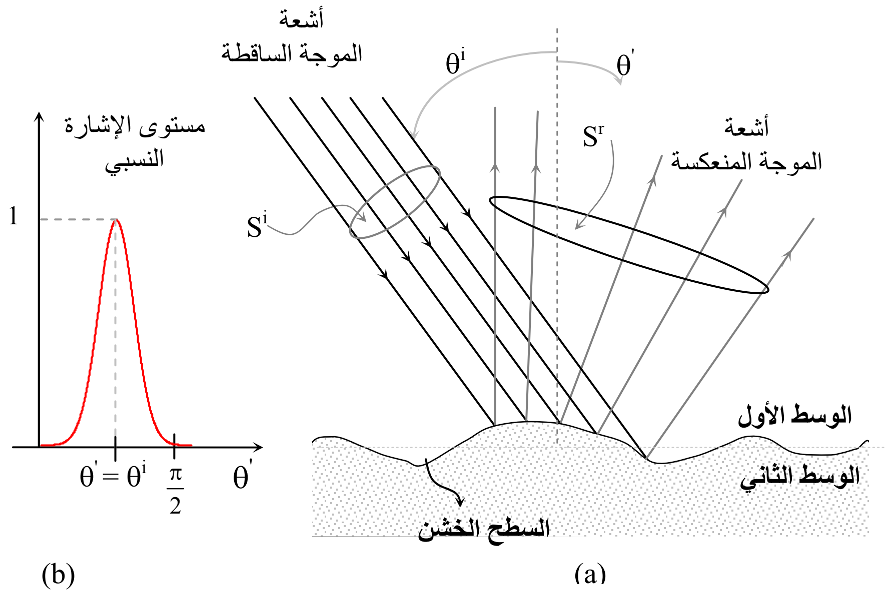
4-5:- انعكاس وتبعثر وانعراج الموجات الكهرومغناطيسية

تم فيما سبق معالجة سقوط الموجات الكهرومغناطيسية من وسط إلى آخر على افتراض أن السطح الفاصل بينهما هو سطح ناعم (smooth surface) ومستوٍ. ولكن ماذا يحدث للموجات عندما يكون السطح غير ناعم (أو خشن) أو غير مستوٍ ؟ هل ستتم معالجة هذه الأسطح بالطريقة السابقة نفسها؟ سيتم في هذا الفصل الإجابة على هذه الأسئلة بشكل مختصر ووصفي. اعتمدت الطريقة السابقة في معالجة سقوط الموجات من وسط لآخر، السطح الفاصل بين الوسطين ناعماً ومستوياً ويمتد إلى ما لانهاية، على تمثيل الموجة باستخدام مجموعة من الأشعة المتوازية ويشابه تتبع أي شعاع مسار أي شعاع أخر. وتكون زاوية الانعكاس لجميع الأشعة المكونة للموجة المنعكسة ثابتة وتساوي زاوية السقوط. كذلك إذا أخذت مساحة عمودية على الأشعة الساقطة S^i فإن الأشعة المنعكسة تكون محددة عبر مساحة S^r تساوي S^i كما يبين الشكل (4-25a) أي أنه لن يكون هناك تشتت أو تبعثر (scattering) في الأشعة الساقطة. وإذا رسم مستوى الإشارة النسبي للموجة المنعكسة كدالة مع زاوية النظر θ' فإن هذا المستوى يكون صفراً لكل الزوايا باستثناء $\theta' = \theta^i$ كما

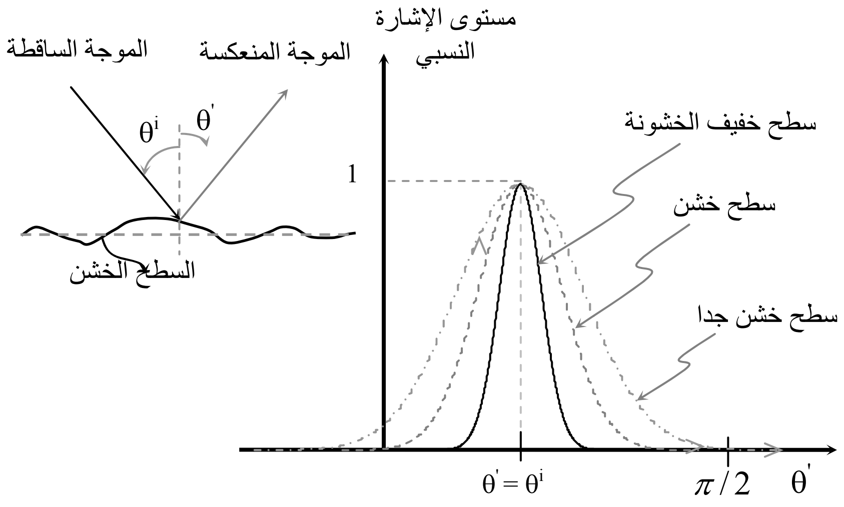
يبين الشكل (4-25b). أما في حالة سقوط الموجة على سطح خشن فيمكن معالجة كل شعاع ساقط على حده كما يبين الشكل (4-26a). ويلاحظ أن المساحة التي تنفذ من خلالها مجموعة من الأشعة الساقطة S^i قد أصبحت (S^r ($\neq S^i$ والتي من خلالها تنفذ مجموعة الأشعة المنعكسة. يلاحظ التشتت الذي حدث في مجموعة الأشعة الساقطة عند انعكاسها. ويبين الشكل (4-26b) تغير مستوى الإشارة النسبي كدالة مع زاوية النظر θ' حيث يبدو أن الموجة الساقطة لن تكون مركزة عند الزاوية $\theta' = \theta^i$ وإنما تكون مشتتة حول هذه الزاوية، وتعكس درجة خشونة السطح الفاصل بين الوسطين مدى التشتت الذي يحدث في أشعة الموجة. ومن الجدير بالذكر أن كل شعاع من أشعة الموجة الساقطة ينعكس حسب قانون سنيل للانعكاس حيث إن زاوية السقوط تختلف من شعاع إلى شعاع وذلك إذا ما قيست بالنسبة للعمودي على السطح عند نقطة وقوع الشعاع الساقط. وتم بيان تغير مستوى الإشارة النسبي مع زاوية النظر θ' لأسطح بدرجات خشونة مختلفة في الشكل (4-27). ويلاحظ انه كلما ازدادت درجة الخشونة كلما اتسع المنحنى المحدد لمستوى الإشارة النسبي.



الشكل (4-25):- سقوط موجة مستوية من الوسط الأول إلى الثاني وانعكاسها (a) تمثيل الموجة الساقطة والمنعكسة (b) مستوى الإشارة النسبي كدالة مع الزاوية θ'.

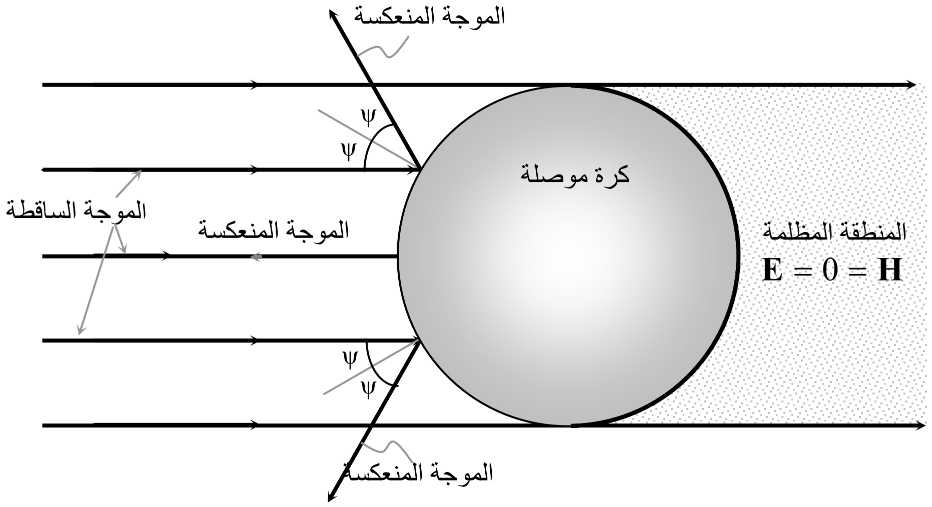


الشكل (4-26):- سقوط موجة مستوية من الوسط الأول إلى الوسط الثاني علماً بأن السطح الفاصل بينهما خشن (a) تمثيل الموجة الساقطة والمنعكسة (b) مستوى الإشارة النسبي كدالة مع الزاوية θ^i.



الشكل (4-27):- تغير المستوى النسبي للإشارة لموجة تسقط بشكل مائل على سطح بدرجات خشونة متفاوتة.

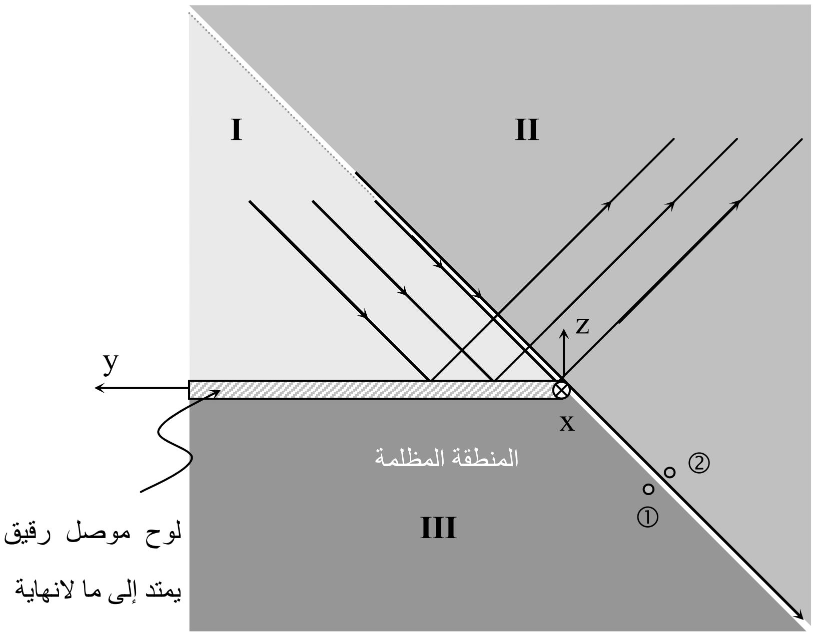
إن استخدام الأشعة لتمثيل الموجات الكهرومغناطيسية الساقطة يؤدي في أحيان عدة إلى نتائج خاطئة لا تتفق مع الواقع. فمثلاً إذا سقطت موجة كهرومغناطيسية على سطح غير مستوٍ(كرة موصلة، مثلاً) فإن استخدام الأشعة لتمثيل الموجة الساقطة والمنعكسة يفضي إلى نتيجة خاطئة مفادها أن المجالات الكهرومغناطيسية في المنطقة التي تقع خلف الكرة تكون صفراً، وهذا لا يتفق مع الواقع الفعلي حيث إن مستوى الإشارة خلف الكرة تكون له قيمة تختلف عن الصفر. ويبين الشكل (4-28) سقوط موجة كهرومغناطيسية مستوية على كرة موصلة ويلاحظ أن الواجهة الأمامية من الكرة تبعثر الأشعة الساقطة وأن الواجهة الخلفية للكرة لا يصلها أي شعاع، وتدعى الواجهة الأمامية بالمنطقة المضاءة في حين تدعى الواجهة الخلفية بالمنطقة المظلمة.



الشكل (4-28):- سقوط موجة مستوية على كرة موصلة واستخدام الأشعة لاستنتاج الموجة المنعكسة من الساقطة.

كذلك إذا سقطت موجة كهرومغناطيسية بشكل مائل على لوح موصل رقيق يقع في المستوى xy للمدى $y \geq 0$ تكون كما هو مبين في الشكل (4-29)، يلاحظ أن هناك ثلاث مناطق، المنطقة الأولى I وفيها توجد مجالات ساقطة وأخرى منعكسة والمنطقة الثانية II التي يوجد فيها موجات ساقطة والمنطقة الثالثة III وهي المنطقة

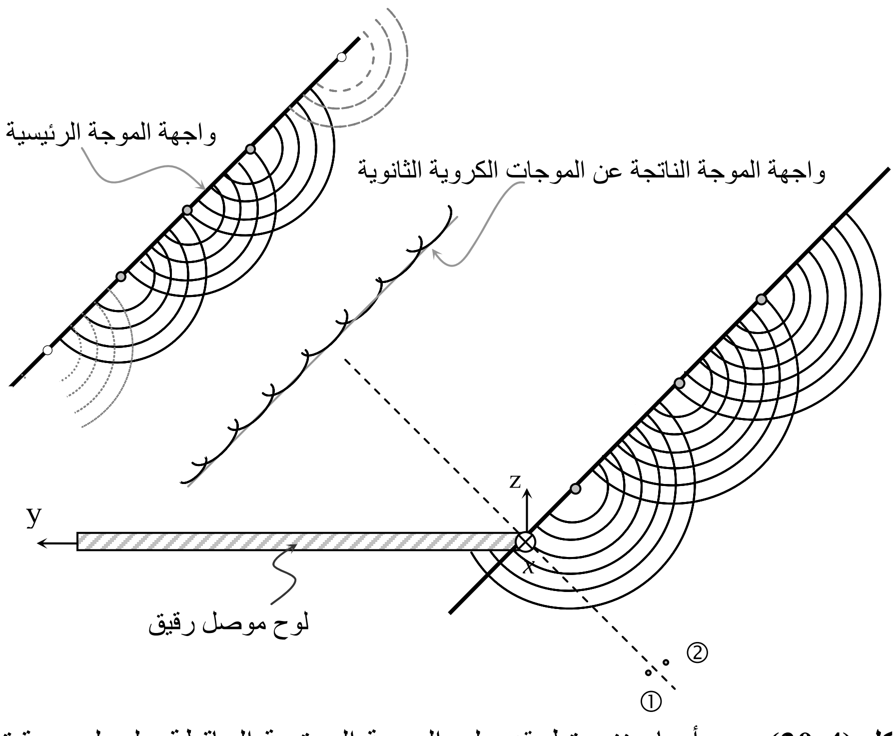
المظلمة (dark area). وهذا يعني أن المجالات الكهرومغناطيسية عند النقطة 1 لها قيم تختلف عن الصفر في حين أن المجالات عند النقطة 2 تساوي صفراً، وهذا لا يتفق مع الواقع وشروط الحدود التي تؤكد استمرارية هذه القيم وأن قيم المجالات الكهرومغناطيسية عند النقطة 1 يجب أن تكون مساوية لقيمها عند النقطة 2.



الشكل (4-29):- سقوط موجة كهرومغناطيسية بشكل مائل على لوح موصل رقيق يقع في المستوى y - x للمدى $y \geq 0$.

إن تمثيل الموجة في تلك الحالتين السابقتين وحالات أخرى مشابهة من خلال أشعة ساقطة يفشل في تفسير ما الذي يحدث ويفشل كلياً في استنتاج قيم المجالات في المناطق التي سميت بالمناطق المظلمة، لذا فقد جاء مبدأ هايجنز (Huygens principle) لاستنتاج قيم المجالات الكهرومغناطيسية في هذه المناطق المظلمة أو أي مناطق أخرى. وهذا المبدأ هو

كما يلي:-"يمكن اعتبار أن كل نقطة في واجهة الموجة الرئيسية مصدر جديد لموجة ثانوية كروية ويمكن تكوين واجهة الموجة الناتجة باستخدام هذه الموجات الكروية الثانوية". يبين الشكل (4-30) توضيحاً لهذا المبدأ، في حالة سقوط موجة على السطح المبين في الشكل (4-29)، حيث تم اعتماد ثلاث نقاط فقط (العدد الكلي للنقاط المكونة لواجهة الموجة هو لا نهائي) وتم تطبيق هذا المبدأ على واجهتين الأولى بعيداً عن الحافة والأخرى أخذت على الحافة مباشرة. وتجدر الإشارة إلى أن المجالات الكهرومغناطيسية للنقطتين 1 و 2 ستكون نفسها ولن يكون هناك انتقال مفاجئ من منطقة مضيئة إلى أخرى مظلمة. يمكن تطبيق هذا المبدأ على الكرة ،الشكل (5-28)، لنرى أن المجالات في المنطقة المظلمة لن تكون صفراً وإنما قيماً يحددها المكان الذي يقف عنده المراقب وكذلك نصف قطر الكرة بالنسبة لطول الموجة. ويطلق على ما ينتج في هذه الحالات بانعراج (diffraction) الموجات الكهرومغناطيسية



الشكل (4-30):- مبدأ هايجنز وتطبيقه على الموجة المستوية الساقطة على لوح رقيق يقع في المستوى xy للمدى $y \geq 0$.

المسائـل

4-1:- تسقط موجة كهرومغناطيسية مستوية ترددها 300 MHz بشكل عمودي من وسط عازل لا يعاني من الفقد وغير مغناطيسي سماحيته $\varepsilon = 4\ \varepsilon_0$ F/m باتجاه z+ إلى وسط أخر عازل لا يعاني من الفقد وغير مغناطيسي سماحيته $\varepsilon = 9\ \varepsilon_0$ F/m. إذا كانت قيمة المجال الكهربائي الكلي في الوسط الأول عند السطح الفاصل بين الوسطين 8 m V/m فأوجد:-
(i) المجالات الكهربائية والمغناطيسية في كلا الوسطين. **(ii)** معاملي الانعكاس والانتقال.
(iii) معدل كثافة القدرة للموجات الساقطة والمنعكسة والمنتقلة.

4-2:- إذا سقطت موجة كهرومغناطسية مستوية من وسط عازل بسماحية $\varepsilon = 2.25\ \varepsilon_0$ F/m وبشكل عمودي على سطح موصل جيد التوصيل وكان ترددها 3 GHz وكانت القيمة العظمى للمجال المغناطيسي الكلي لهذه الموجة في الوسط العازل هي 0.1 mA/m فأوجد:- **(i)** المجالات الكهربائية والمغناطيسي في الوسطين. **(ii)** أرسم تغير قيمة المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي مع المسافة العمودية على السطح الفاصل بين الوسطين.

4-3:- تسقط موجة كهرومغناطيسية مستوية بشكل عمودي، من وسط عازل بسماحية ε_1 إلى وسط عازل أخر بسماحية ε_2، على السطح الفاصل بين الوسطين. أكتب المجالات الكهربائية والمغناطيسية في الوسطين وأوجد سرعة الطور لهذه الموجات الناتجة في كل وسط وبين مدى تغير هذه السرعة في الوسطين.

4-4:- تستخدم المواد الموصلة لغرض العزل الكهرومغناطيسي حيث إنها تعزل المرسل عن البيئة المحيطة للتقليل أو لإلغاء الآثار الضارة من هذا المرسل. فإذا كان هناك موجة كهرومغناطيسية مستوية في الهواء ومعدل كثافة قدرتها هو 2 MW/m^2 فأوجد سمك الصفيحة النحاسية التي يمكن استخدامها لتخفيض هذه القدرة على الجهة الأخرى للصفيحة إلى أقل من 1 MW/m^2.

4-5:- سقطت موجة كهرومغناطيسية مستوية بشكل عمودي على السطح الفاصل بين وسطين عازلين، من الوسط الأول إلى الوسط الثاني علماً بأن كلا الوسطين لا يعانيان من الفقد وليس لهما خصائص مغناطيسية. فإذا كان تردد الموجة 300 MHz وتم عمل بعض القياسات في الوسط الأول حيث وجد أن أدنى وأعلى قيمة للمجال الكهربائي هما 4 mV/m و 20 mV/m على التوالي وإن المسافة بين نقطتين متجاورتين تمثلان القيمة الدنيا لمجال الكهربائي هي 25 cm وأن أول أعلى قيمة قد تم قياسها في الوسط الأول مباشرة عند السطح الفاصل بين الوسط الأول والثاني وبالتالي:- **(i)** أوجد خصائص الوسطين وطول الموجة في كل وسط. **(ii)** أوجد المجالات الكهربائية والمغناطيسية في كلا الوسطين. **(iii)** أرسم تغير المجال المغناطيسي الكلي كدالة مع المسافة في كلا الوسطين.

4-6:- إذا كان هناك لوح سمكه 10 mm من مادة لها الخصائص التالية $\varepsilon = (25 - j\,25)\,\varepsilon_0$ F/m و $\sigma = 0\,(\Omega\,m)^{-1}$ و $\mu = 10\,(1 - j4)\,\mu_0 \quad H/m$ ملصق إلى جانبه الأيمن سطح موصل جيد التوصيل أما على جانبه الأيسر فالوسط هو الهواء. إذا سقطت موجة كهرومغناطيسية مستوية بشكل عمودي على اللوح من الهواء وكان ترددها 1 GHz، أوجد معامل الانعكاس الكلي في الهواء.

4-7:- تسقط موجة كهرومغناطيسية مستوية بشكل عمودي من الهواء إلى البحر (له الخصائص التالية $\varepsilon = 81\,\varepsilon_0 \;\; F/m$ و $\mu_0 \;\; H/m$ و $\sigma = 4\,(\Omega m)^{-1}$)، فإذا كان معدل كثافة القدرة للموجة الساقطة هو $100\ W/m^2$ وبالتالي:- **(i)** أوجد المجالات الكهربائية والمغناطيسية في كلا الوسطين. **(ii)** أوجد العمق الذي ستصل إليه الموجة في البحر الذي عنده سينخفض مستوى المجال الكهربائي إلى $1\ \mu$ V/m.

4-8:- إذا سقطت موجة كهرومغناطيسية ترددها 1 GHz ومستقطبة استقطابا دائرياً تبعاً لقاعدة اليد اليمنى، بشكل عمودي من الهواء إلى الماء (علماً بان خصائص الوسط المائي هي $\varepsilon = \; 81\ \varepsilon_0$ F/m و μ_0 H/m و $\sigma = 0.1\,(\Omega m)^{-1}$) وبالتالي:- **(i)** أكتب المجالات

الكهربائية والمغناطيسية لهذه الموجة الساقطة وكذلك للموجتين المنعكسة والمنتقلة. **(ii)** حدد استقطاب الموجة المنعكسة والمنتقلة.

4-9:- سقطت موجة كهرومغناطيسية، مستقطبة استقطابا دائرياً تبعاً لقاعدة اليد اليسرى من وسط عازل بسماحية $\varepsilon = 9\ \varepsilon_0\ \ F/m$ بتردد 750 MHz، بشكل عمودي إلى وسط موصل جيد التوصيل. إذا كان معدل كثافة القدرة لهذه الموجة الساقطة هو $|S_{av}| = 10/4\,\pi \quad W/m^2$ ، فأوجد المجالات الكهربائية والمغناطيسية في الوسطين وحدد استقطاب الموجة المنعكسة.

4-10:- إذا سقطت موجة كهرومغناطيسية ترددها 300 MHz من الهواء بشكل مائل بزاوية سقوط = °45 بالنسبة للعمودي على السطح الفاصل بين الوسطين إلى وسط عازل سماحيته $\varepsilon = 9\ \varepsilon_0\ \ F/m$ فأوجد المجالات الكهربائية والمغناطيسية للموجة المنعكسة والمنتقلة لكلا الحالتين التاليتين :- **(i)** إذا كانت الموجة الساقطة ذات استقطاب عمودي. **(ii)** إذا كانت الموجة الساقطة ذات استقطاب موازٍ.

4-11:- إذا كان هناك برج إرسال للموجات الكهرومغناطيسية وارتفاعه 75 m فوق سطح الأرض ويقع المستقبل على بعد d m من المرسل وارتفاعه عن سطح الأرض 15 m، أوجد المسافة d التي عندها تصل الموجة الكهرومغناطيسية إلى المستقبل وتكون فقط ذات استقطاب متعامد وتخلو من أي موجة ذات استقطاب موازٍ علما بأن خصائص الأرض هي $\varepsilon = 16\,\varepsilon_0\ \ F/m$ و μ_0 H/m و $\sigma = 0\,(\Omega\,m)^{-1}$.

4-12:- وضع مصدر نقطي ضوئي في بركة ماء على عمق 10m من سطح البركة، فإذا افترضنا أن الماء وسط عازل لا يعاني من الفقد وسماحيته $\varepsilon = 81\,\varepsilon_0\ \ F/m$ فإذا كنت في الهواء وفوق سطح البركة مباشرة فحدد المنطقة التي يمكنك مشاهدة هذا المصدر منها.

4-13:- إذا سقطت موجة كهرومغناطيسية ترددها 3 GHz مستقطبة استقطابا دائرياً تبعاً لقاعدة اليد اليمنى من الهواء إلى وسط عازل سماحيته $\varepsilon = 4\ \varepsilon_0\ \ \mathrm{F/m}$ بشكل مائل وبزاوية سقوط $\theta_i = 60°$ بالنسبة للعمودي على السطح الفاصل بين الوسطين، فإذا كان معدل كثافة قدرتها هو $200\ \mathrm{m\ W/m^2}$، بالتالي:-
(i) حدد استقطاب الموجة المنعكسة والمنتقلة. **(ii)** ارسم تغير قيمة المجال الكهربائي الكلي العمودي على السطح الفاصل بين الوسطين وكذلك تغير قيمة المجال الكهربائي الكلي الموازي للسطح الفاصل مع المسافة من السطح الفاصل.

4-14:- إذا سقطت موجة كهرومغناطيسية ترددها 3 GHz من الهواء بشكل مائل وبزاوية سقوط $\theta_i = 30°$ بالنسبة للعمودي على السطح الفاصل بين الهواء ووسط عازل أخر سماحيته $16\varepsilon\ \ \mathrm{F/m}$، فإذا كانت الموجة الساقطة مستقطبة استقطاب قطع ناقص تبعاً لقاعدة اليد اليمنى وبنسبة محور 2 ومعدل كثافة قدرتها هو $75\ \mathrm{m\ W/m^2}$، بالتالي:- **(i)** أوجد المجالات الكهربائية والمغناطيسية الساقطة والمنعكسة والمنتقلة. **(ii)** حدد استقطاب الموجات المنعكسة والمنتقلة. **(iii)** حدد مدى زوايا السقوط التي تكون فيها الموجات المنتقلة مستقطبة استقطابا خطياً وحدد في هذه الحالة المجالات الكهرومغناطيسية للموجات المنعكسة والمنتقلة.

4-15:- إذا سقطت موجة كهرمغناطيسية ترددها 100 MHz من الهواء بشكل مائل وبزاوية سقوط $\theta_i = 45°$ بالنسبة للعمودي على السطح الفاصل بين الهواء ووسط موصل جيد التوصيل. إذا كانت الموجة الساقطة مستقطبة استقطاب قطع ناقص تبعاً لقاعدة اليد اليسرى بنسبة محور 1.25 وكان معدل كثافة قدرتها هو $25\ \mathrm{m\ W/m^2}$، بالتالي**:-**
(i) أوجد المجالات الكهربائية والمغناطيسية للموجات الساقطة والمنعكسة والمنتقلة. **(ii)** حدد استقطاب الموجة المنعكسة. **(iii)** ارسم تغير قيمة كل من المجال الكهربائي والمغناطيسي (الكلي) العمودي والموازي للسطح الفاصل بين الوسطين مع المسافة من السطح الفاصل.

الباب الخامس
خـطـــوط الـنـقـل

Transmission Lines

يتم في عالم الاتصالات نقل الإشارات والمعلومات من نقطة إلى أخرى عبر القناة (channel) التي تربط نقطة الإرسال بنقطة (نقاط) الاستقبال بطرق مختلفة يذكر منها الطرق التالية:-

1- وصل المرسل بالمستقبل باستخدام هوائيات (antennas) ، سيتم بحث خصائصها في الباب السابع من هذا الكتاب، عند كل من المرسل والمستقبل. وفي هذه الطريقة تكون القناة عادة عبارة عن الفراغ الحر (free space) المحيط بالكرة الأرضية، وهذا ما هو معمول به في الاتصالات الفضائية (عبر الأقمار الاصطناعية satellites) والاتصالات الميكروويية الأرضية (terrestrial microwave) والبث الإذاعي والتلفازي. ورغم ميزات هذه الطريقة من منظور أن خصائص القناة يكون إلى حد بعيد خطياً وليست هناك تكاليف مادية لاستخدام هذه القناة إلا أن محدوديتها في بعض التطبيقات لا تجعل منها طريقة مثلى في عالم الاتصالات.

2- وصل المرسل بالمستقبل فيزيائياً (physical connection) باستخدام موصل واحد (عادة دليل الموجة waveguide) أو أكثر ، عادة خط نقل مكون من موصلين مثل خط النقل المفتوح (open wire transmission line) أو الكابل المحوري (coaxial cable) أو الخط الشريطي (strip lines) ، هذا وسيتم بحث ذلك في هذا الباب والباب القادم.

3- وصل المرسل بالمستقبل عن طريق استخدام ليف بصري (optical fiber) وهذا في واقع الأمر لا يختلف عن الطريقة الثانية، وسيتم التعرض لهذه الطريقة في الباب القادم.

تستخدم الطريقة الأولى في العديد من أنظمة الاتصالات ومنها أنظمة الإذاعة والتلفاز حيث يكون هناك مرسل واحد يمثل المحطة الإذاعية أو التلفازية مقابل العديد من المستقبلين الثابتين والمتحركين المنتشرين في دائرة يحدد قطرها من خلال تردد المحطة وتضاريس المنطقة. وتعتبر هذه الطريقة من أقل الطرق تكلفة ولهذا فهي الطريقة المثلى لمثل هذه الأنظمة. كذلك في حالة أنظمة الاتصالات للهواتف النقالة أو الخلوية أو الجوالة (mobile or cellular telephones) التي يزداد انتشارها بشكل متسارع فإن الطريقة الأولى لنقل الإشارات بين هاتف وأخر عبر محطة قاعدية واحدة (أو أكثر) هي الطريقة المثلى لمثل هذه الأنظمة حيث يملك مستخدم الهاتف كامل الحرية في حركته في دائرة واسعة تغطي قطراً بكامله أو مجموعة أقطار. تستخدم كذلك الطريقة الأولى في أنظمة الاتصالات عبر الأقمار الاصطناعية إضافة للأنظمة الميكروية الأرضية حيث يمكن للأنظمة الأخير، ومن خلال استخدامها لسلسلة من الهوائيات ذات الاتجاهية العالية، ربط سلسلة من النقاط تصل المسافة التي تفصل بين نقطتين متجاورتين ما يزيد عن 35 كم، ويتم بعد دراسة التضاريس على مدى المسافة المذكورة القفز عن تضاريس جغرافية صعبة كالجبال والوديان والأنهار والغابات.

تستخدم الطريقة الثانية في وصل المرسل مع المستقبل من خلال موصل واحد أو أكثر في أنظمة مختلفة. فمثلاً تستخدم خطوط الضغط العالي والمتوسط والمنخفض المكونة من ثلاثة أو أربعة أو خمسة خطوط موصلة من قبل شركات الكهرباء في نقل الطاقة الكهربائية (عند الترددات 50 أو 60 هيرتز) إلى البيوت والمصانع ولن يتم التطرق لمثل هذه الخطوط في هذا الكتاب. كذلك تستخدم هذه الطريقة في أنظمة الهواتف العادية أو في ربط المدن أو الدول مع بعضها لنقل المعلومات (data transmission) أو المكالمات الهاتفية والبرامج التلفازية... الخ. تتميز هذه الطريقة بدرجة عالية من الخصوصية مقارنة بالطريقة الأولى. وسيتم في هذا الباب تقديم التحليل الكامل لخط النقل المكون من موصلين، أما في الباب القادم فسيتم تحليل دلائل الموجات التي تتكون من موصل واحد (مجوف hollow) حيث تنتشر الموجات الكهرومغناطيسية داخل هذا التجويف.

أما الطريقة الثالثة المتضمنة استخدام ليف بصري لربط المرسل بالمستقبل فهي لا تختلف كثيراً في واقع حالها عن الطريقة الثانية من منظور معالجتها واستخدامها. ويتميز الليف البصري بعرض نطاق واسع يصل إلى مئات أو آلاف الميجا هيرتز إضافة إلى عدم تأثره بالتداخل من أنظمة الاتصالات والأنظمة الكهربائية الأخرى وتدني مستوى تشويهه وتوهينه للإشارات أو الموجات الكهرومغناطيسية مقارنة بخط النقل المكون من موصلين أو حتى من موصل واحد (دليل الموجة).

قبل الدخول في تحليل خط النقل المكون من موصلين ، على شكل خط نقل مفتوح أو الكابل المحوري، سيتم تقديم موضوعين أحدهما يقدم تصنيفاً لحالة الموجات الكهرومغناطيسية المستخدمة في كل من الطرق الثلاث سالفة الذكر والأخر يبين في أي مدى من الترددات يتم استخدام الطرق السابقة. أما بالنسبة لتصنيف حالة الموجات فانه سيتم مقارنة اتجاهات المجالات الكهرومغناطيسية المكونة للموجة بمرجعية الخط الذي يصل المرسل بالمستقبل (أو محور خط النقل المعني) والذي يمثل الاتجاه الفعلي أو الافتراضي لانتشار الموجة. فإذا كانت المجالات الكهرومغناطيسية متعامدة على بعضها البعض (كما يجب أن تكون) ومتعامدة على الاتجاه المرجعي فإن الموجة في هذه الحالة تعرف بموجة تعامدية المجال الكهربائي والمغناطيسي (Transverse Electric and Magnetic) TEM أي أنه ليس هناك عنصر للمجالات الكهربائية والمغناطيسية في الاتجاه المرجعي. وهذا حال الموجات الناتجة في الطريقة الأولى والناتجة في خطوط النقل المكونة من موصلين وكذلك في الألياف البصرية أحادية الحالة. وإذا كانت المجالات الكهرومغناطيسية متعامدة على بعضها البعض (كما يجب أن تكون) وكان هناك عنصراً للمجال المغناطيسي في الاتجاه المرجعي فإن الموجة تعرف بموجة كهربائية عمودية أو تعامدية المجال الكهربائي (TE) أي أنه ليس هناك عنصر للمجال الكهربائي في الاتجاه المرجعي. أما إذا كان هناك عنصراً للمجال الكهربائي في الاتجاه المرجعي فإن الموجة تعرف بموجة

مغناطيسية عمودية أوتعامدية المجال المغناطيسي (TM) أي أنه ليس هناك عنصر للمجال المغناطيسي في الاتجاه المرجعي. يمكن وجود هذين النوعين من الموجات (TE و TM) في دلائل الموجات والألياف البصرية متعددات الحالة، وكذلك فإنها توجد بالقرب من الهوائيات.

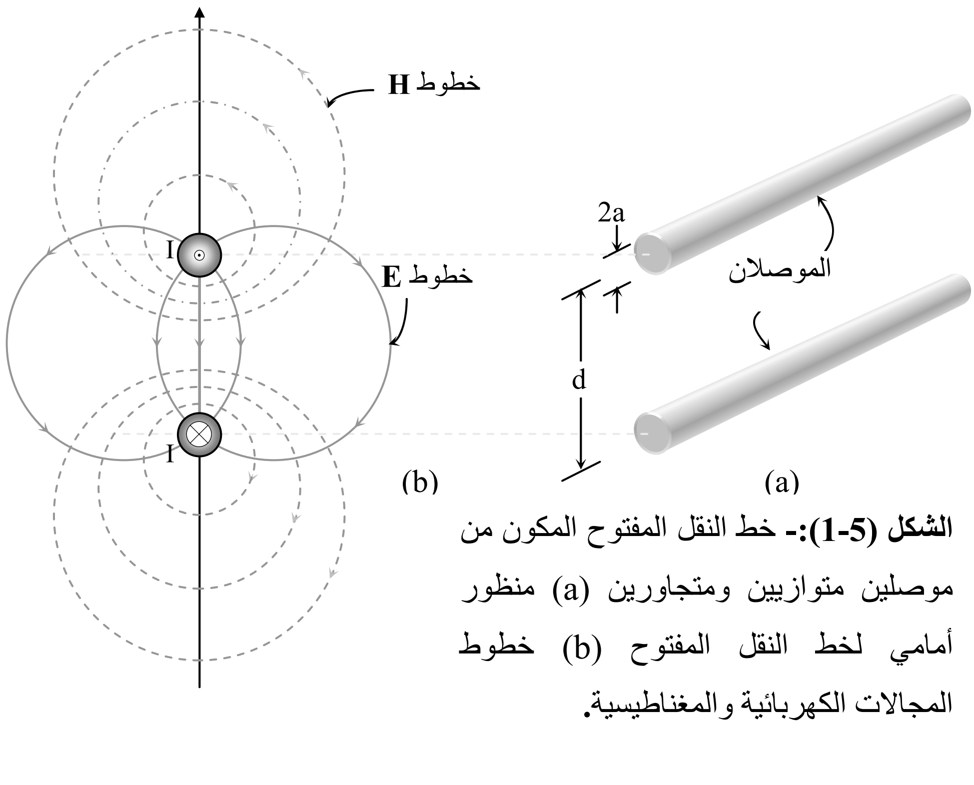
أما بالنسبة لمدى الترددات الذي يتم فيه استخدام الطرق السابقة فإنه عندما يكون الفراغ الحر المحيط بالكرة الأرضية ممثلاً للقناة التي تفصل المرسل عن المستقبل (الطريقة الأولى) فإن استخدامه يكون ممكناً لكل الترددات (تقريباً) المستخدمة في أنظمة الاتصالات. كذلك يتم استخدام خط النقل المفتوح المكون من موصلين (المذكور في الطريقة الثانية) في مدى الترددات التي تقل عن 100 MHz، وأما الكابل المحوري فإن استخدامه يكون لكل مدى الترددات وحتى 1 CHz . أما دلائل الموجة المكونة من موصل واحد (الطريقة الثانية) فإن استخداماتها العملية تكون محصورة في مدى الترددات التي تزيد عن 1 GHz وتقل عن 100 GHz . أما بالنسبة للطريقة الثالثة فإن الألياف البصرية تستخدم في مدى الترددات الواقعة ما بين ترددات الأشعة تحت الحمراء وحتى نهاية الترددات المرئية. وسيتم بيان الأسباب الداعية لهذا التحديد في مدى الترددات المذكورة أعلاه لكل من خطوط النقل التي تم عرضها في الطريقتين الثانية والثالثة في الباب القادم.

1-5:- خطوط النقل المكونة من موصلين

يمكن تصنيف هذا النوع من الخطوط إلى ثلاثة أنواع كما يلي:-

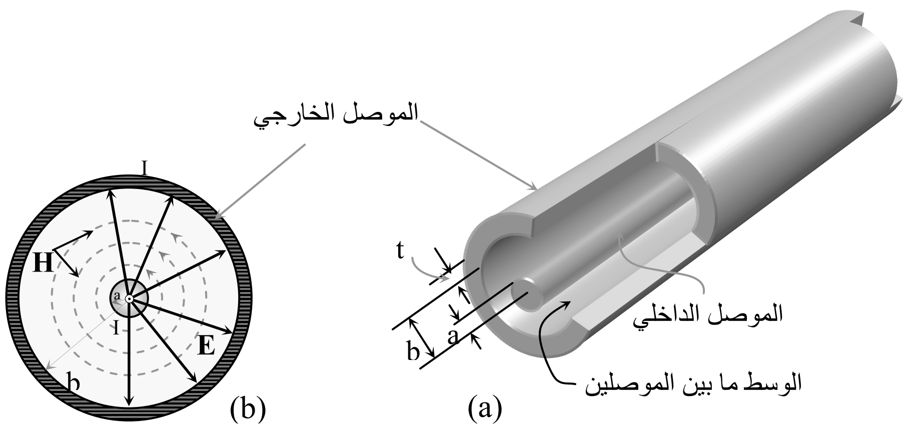
1- خط النقل المفتوح الذي يتكون من موصلين متجاورين وعادة متوازيين (غالباً من مادة النحاس) كل بنصف قطر a وتفصل بينهما مسافة d (قد يتم جدلهما في تطبيقات كثيرة لتخفيف أو إلغاء التداخل بينهما وإليهما). وهو من أبسط أنواع الخطوط وأقلها كلفة ويبين الشكل (5-1) مكوناته. وتم توضيح خطوط المجالات الكهربائية والمغناطيسية على المنظور الأمامي للخط.

يلاحظ أن خطوط المجالات الكهربائية والمغناطيسية توجد في كل الفراغ (الوسط) المحيط بخط النقل وهذا يمثل تسرباً للموجات (للطاقة) الكهرومغناطيسية التي يحملها خط النقل إلى الخارج. يزداد هذا التسريب كلما زادت المسافة بين الموصلين (d) أو كلما زاد التردد (قل طول الموجة) وفي المقابل فإن هذا الخط معرض للتداخل من أنظمة كهرومغناطيسية أخرى تقع بالقرب منه. في ضوء ذلك يكاد يكون استخدام هذا النوع من خطوط النقل محصوراً في الاستخدامات التي لا يزيد ترددها عن عشرات الميجا هيرتز. من الجدير بالذكر أن هناك تماثلاً لما يمكن أن يشاهده مراقب يقف عند منتصف المسافة التي تفصل بين الموصلين وبالتالي فإن هذا الخط يعرف بالخط المتوازن (balanced line). يستخدم هذا النوع من الخطوط في شبكات الهاتف وشبكات الحاسوب إضافة لخطوط الضغط العالي والمتوسط والمنخفض.



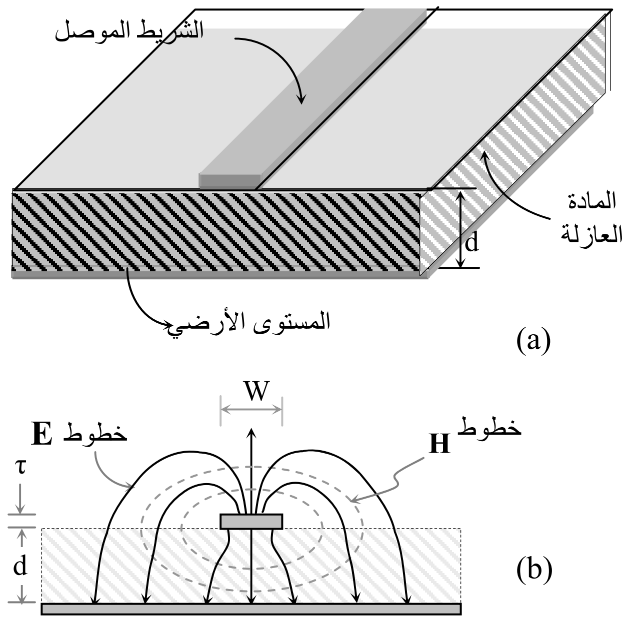
الشكل (5-1):- خط النقل المفتوح المكون من موصلين متوازيين ومتجاورين (a) منظور أمامي لخط النقل المفتوح (b) خطوط المجالات الكهربائية والمغناطيسية.

2- الكابل المحوري (coaxial cable) ويتكون من موصلين (عادة من النحاس) متراكزين أو متحدي المركز (concentric) ، في الغالب يكون الموصل الداخلي مصمتا والخارجي مكون من شعيرات مجدولة على بعضها ويفصل بينهما مادة عازلة. تعتبر تكلفة هذا النوع من الخطوط أعلى من تكلفة خط النقل المفتوح، ويبين الشكل (2-5) مكونات هذا الخط وقد تم توضيح خطوط المجالات الكهرومغناطيسية على المنظور الأمامي للخط. يلاحظ أن هذه الخطوط تتواجد فقط داخل الوسط الذي يفصل بين الموصلين وبالتالي فإن تسرب الموجات الكهرومغناطيسية (الطاقة) إلى الخارج يكون قليلاً جداً ويتناقص كلما زاد تردد الموجة المنقولة بهذا الخط. يستخدم هذا الخط للترددات التي لا تزيد عن 1 GHz ويعتبر الفقد الناتج عن الموصلين والمادة العازلة سبباً في هذا التحديد. ونظراً لعدم وجود التماثل فيما يمكن أن يشاهده مراقب عند منتصف المسافة بين الموصلين فإن هذا الخط يعرف بالخط غير المتوازن (unbalanced line). ويستخدم هذا النوع من الخطوط في ربط المدن والبلدان المختلفة مع بعضها البعض لنقل المكالمات الهاتفية والبيانات والإشارات التلفازية.



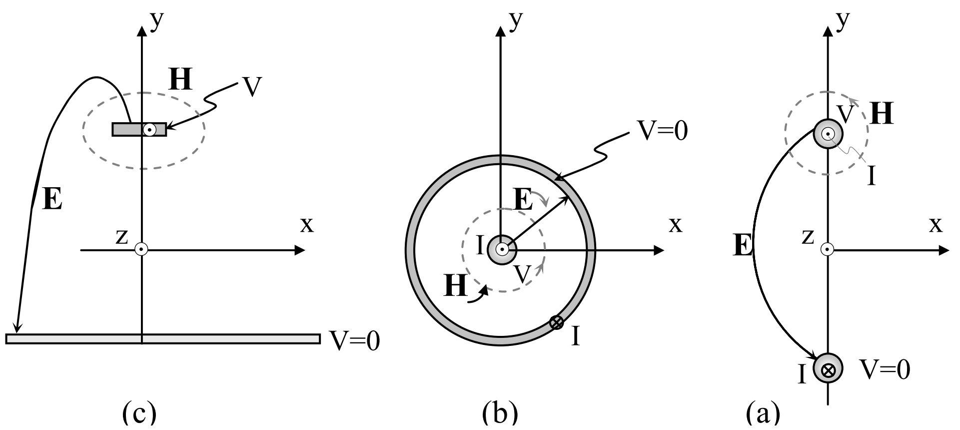
الشكل (2-5):- مكونات الكابل المحوري (a) منظور أمامي (b) خطوط المجالات الكهرومغناطيسية.

3- خط النقل الشريطي الدقيق (strip and microstrip lines) الذي يتكون من موصلين (عادة من النحاس) متوازيين يفصل بينهما مادة عازلة، ويكون أحد الموصلين على شكل شريط بسمك τ لا يزيد عن أجزاء من المليمتر وعرض W يصل إلى بضعة سنتيمترات ويكون الأخر على شكل مستوى أرضي (ground plane) على بعد مسافة d تصل إلى بضعة سنتمترات من الشريط، ويبين الشكل (3-5) مكونات هذا الخط، وتم بيان خطوط المجالات الكهرومغناطيسية على المنظور الأمامي للخط. وينحصر استخدام هذا النوع من خطوط النقل داخل الأجهزة لمسافات قصيرة ومحدودة وتتم استخداماته غالباً في مدى الترددات الميكروويية (microwave frequencies). مهد هذا النوع من خطوط النقل في بناء الدارات المطبوعة (printed circuit) في مدى الترددات الميكروويية حيث يتم وصل المكونات الإلكترونية للدارة مثل الترانزسستورات (transistors) وثنائيات القطب (diodes) والموازج (mixers) والمرشحات ... الخ ضمن دارة متكاملة مطبوعة.



الشكل (3-5):- مكونات خط النقل الشريطي الدقيق (a) منظور أمامي (b) خطوط المجالات الكهرومغناطيسية .

من المفيد التأكيد على حقيقة أن المسافة بين الموصلين في خطوط النقل المكونة من موصلين اقل بكثير من طول موجة الإشارة التي تحملها هذه الخطوط وتستخدم لنقلها، في هذه الحالة لن يكون هناك مجالات كهرومغناطيسية في اتجاه انتشار الموجة، محور الخط ، أي أن الموجة ستكون موجة تعامدية المجال الكهربائي والمغناطيسي TEM. كذلك من المعروف أن المجالات المكونة للموجة تتغير في اتجاه انتشار الموجة وفي المستوى العمودي عليه وبالتالي يجب حل معادلة الموجة ضمن شروط الحدود التي تحددها كلها أو معظمها حالة الموصلين الكهرومغناطيسية لدراسة هذه الخطوط. لتسهيل التعامل مع هذه الخطوط يتم استخدام الجهد الكهربائي (كمية قياسية) بين الموصلين بدلاً من المجال الكهربائي (كمية متجهة) واستخدام التيار الكهربائي (كمية قياسية) المار في الخط بدلاً من المجال المغناطيسي (كمية متجهة)، الشكل (5-4)، وذلك من خلال العلاقات التالية:-



الشكل (5-4):- خطوط النقل المكونة من موصلين والمجالات الكهرومغناطيسية والكميات V و I (a) خط النقل المفتوح (b) الكابل المحوري (c) خط النقل الشريطي.

$$V_{12}(z,t) = \int_1^2 \mathbf{E}\ (x,y,z,t) \bullet \mathbf{dL} \qquad (1a\text{-}5)$$

$$I(z,t) = \oint_L \mathbf{H}\ (x,y,z,t) \bullet \mathbf{dL} \qquad (1b\text{-}5)$$

حيث إن $\mathbf{E}$ و $\mathbf{H}$ هما المجال الكهربائي والمغناطيسي بين الموصلين، و $V_{12}(z,t)$ هو فرق الجهد بين الموصلين 1 و 2 الموصل الداخلي والخارجي أو بالعكس عند النقطة z والزمن t و $I(z,t)$ هو التيار المار في أحد الموصلين عند النقطة z والزمن t . وبالتالي فإن استخدام V و I بدلاً من $\mathbf{E}$ و $\mathbf{H}$ ينقل التعامل من كميات متجهة إلى كميات قياسية. وكذلك فإن الكميات V و I تتغير فقط مع الزمن والمتغير الفراغي المحدّد لاتجاه انتشار الموجة z ولا تعتمد على المتغيرات الفراغية في المستوى العمودي على اتجاه انتشار الموجة كما هو الحال في $\mathbf{E}$ و $\mathbf{H}$. وهذا من شأنه أن يسهل العلاقات التي تضبط وتوضح عمل هذه الخطوط. إضافة لذلك فإن استخدام V و I يفسح المجال للتعامل مع عناصر الدارات الكهربائية وقوانينها لحل خط النقل وهذا أسهل بكثير من التعامل مع معادلات الموجة وحلولها.

2-5:- عناصر ومعادلات خط النقل

سيتم هنا معالجة خطوط النقل المفتوحة والكبول المحورية أما خطوط النقل الشريطية فستتم معالجتها بشكل مختصر في نهاية هذا الباب. ولقد تم افتراض خصائص خط النقل المكون من موصلين كما يلي:-

خصائص الموصلين: الموصلية $\sigma_c\ (\Omega m)^{-1}$ ونصف القطر a (أو b) والسماحية $\varepsilon_0\ F/m$ والنفاذية $\mu\ H/m$.

خصائص الوسط الفاصل بين الموصلين: الموصلية $\sigma_d\ (\Omega m)^{-1}$ والسماحية $\varepsilon\ F/m$ والنفاذية $\mu_0\ H/m$ والمسافة بين الموصلين d .

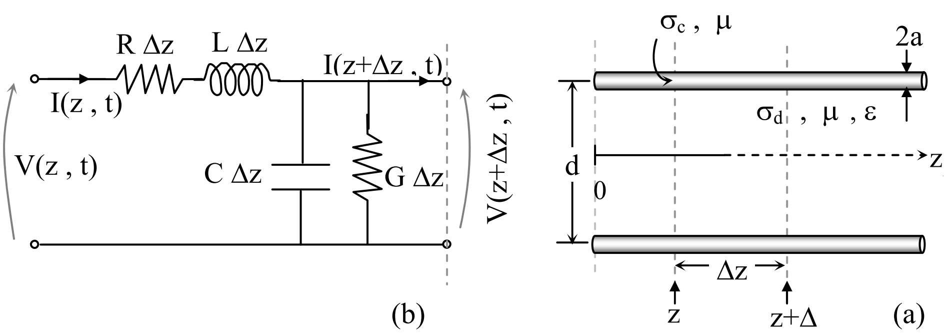
يبين الشكل (5a-5) رسماً توضيحياً لخط نقل مبين عليه خصائصه المختلفة. إذا اعتبر جزء صغير من هذا الخط بطول Δz ، سيؤول إلى الصفر فيما بعد، فإن الدارة الكهربائية المكافئة والممثلة لهذا الجزء مبينة في الشكل (5b-5) حيث إن مكوناتها هي كما يلي:-

R هي مقاومة الموصلين المكونين للخط لكل وحدة طول وقيمتها للكبول المحورية هي $(1/2\,\pi\,\delta\,\sigma_c)\,[1/a + 1/b]\ \Omega/m$ حيث إن δ هي قيمة سمك الاختراق للمجالات (التيار) داخل الموصل و a و b هما نصفا قطر الموصلين الداخلي والخارجي على التوالي.

L هي حاثية الخط (line inductance) لكل وحدة طول وقيمتها للكبول المحورية $(\mu /2\,\pi)\ \ln (b/a)\ \ H/m$. حيث إنه قد تم إهمال حاثية الموصلين الذاتية وذلك لأن عمق الاختراق δ ، عند الترددات العالية، قليل للغاية.

C هي مواسعة الخط (line capacitance) لكل وحدة طول وقيمتها للكابل المحوري $F/m\ \ [(2\pi\varepsilon) / \ln (b/a)]$.

G هي مواصلة (conductance) الوسط الفاصل بين الموصلين لكل وحدة طول وتمثــل التسرب الذي يحدث بين الموصلين وقيمتها للكابل المحوري $(\Omega m)^{-1}\ \ \ 2\pi\sigma_d / [\ln (b/a)]$.



الشكل (5-5):- (a) رسم توضيحي لخط النقل مبين عليه خصائصه (b) الدارة الكهربائية المكافئة لطول قصير جداً $= \Delta z$ من خط النقل.

تم فيما سبق إهمال الطاقة الكهرومغناطيسية المتسربة من خط النقل (الطاقة التي يتم إشعاعها) وكذلك الفقد الناتج عن الآثار التقاربية (proximity effects) للموصلين. إضافة لذلك فقد تم افتراض أن الفقد التخلفي للمادة العازلة التي تفصل بين الموصلين مهمل. إذا كانت قيمة الفقد التخلفي للمادة ما بين الموصلين معتبرة فإنه يتم إضافة القيمة الناتجة عن هذا الفقد من خلال تعديل قيمة سماحية المادة العازلة لتصبح $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$ ويتم إضافة القيمة $2\pi\omega\varepsilon''/[\ln(b/a)] \quad (\Omega m)^{-1}$ لمواصلة الوسط G (إذا كانت المجالات الكهرومغناطيسية متغيرة بشكل عام مع الزمن فإنه يتم استخدام تحاليل فوريير (Fourier analysis) وفي هذه الحالة فإن ω تكون متغيرة). بالنظر إلى الدارة الكهربائية المكافئة لطول Δz من خط النقل والمبينة في الشكل (5-5) فإن تطبيق قانون كيرشوف للفولطية (KVL) يعطي

$$V(z,t) \approx R\,\Delta z\, I(z,t) + L\,\Delta z \frac{\partial I(z,t)}{\partial t} + V(z+\Delta z, t) \qquad (2a\text{-}5)$$

ويعطى تطبيق قانون كيرشوف للتيار ما يلي:-

$$I(z,t) \approx G\,\Delta z\, V(z+\Delta z,t) + C\Delta z \frac{\partial V(z+\Delta z,t)}{\partial t} + I(z+\Delta z, t) \qquad (2b\text{-}5)$$

تجدر الإشارة إلى أن الطرفين الأيسر والأيمن في المعادلة (5-2) يكونان ، على وجه التقريب، متساويين وهذا الوضع يتغير ليصبحا متساويين تماماً عندما تؤول Δz إلى الصفر. يتم إعادة كتابة المعادلة (5-2) باستخدام مبدأ تايلر للتمدد (Taylor expansion) كما يلي:-

$$f(z') = f(z')\Big|_{z'=z} + \frac{\partial f(z')}{\partial z'}\Big|_{z'=z} \frac{(z'-z)}{1!} + \ldots\ldots + \frac{\partial^n f(z')}{\partial z'^n}\Big|_{z'=z} \frac{(z'-z)^n}{n!} + \ldots. \qquad (3\text{-}5)$$

وبالتالــي فإنـــه يمكــن كتابــة المعادلـــة (5-2) باستخــدام العلاقــة (5-3) علــى اعتبار أن $z' = z + \Delta z$ كما يلي:-

$$V(z,t) \approx R\Delta z I(z,t) + L\Delta z \frac{\partial I(z,t)}{\partial t} + V(z,t) + \frac{\partial V(z,t)}{\partial z}\Delta z + O(\Delta z^2) \quad (4a\text{-}5)$$

$$I(z,t) \approx G\Delta z\left[V(z,t) + \frac{\partial V(z,t)}{\partial z}\Delta z + O(\Delta z^2)\right]$$

(4b-5)

$$+ G\Delta z \frac{\partial}{\partial t}\left[V(z,t) + \frac{\partial V(z,t)}{\partial z}\Delta z + O(\Delta z^2)\right] + I(z,t) + \frac{\partial V(z,t)}{\partial z}\Delta z O(\Delta z^2)$$

حيث إن $O(\Delta z^2)$ تمثل حدوداً تحوي Δz^2 أو أعلى. وتؤول هذه الحدود إلى الصفر عندما تؤول Δz إلى الصفر. وبعد أن يتم أجراء بعض الاختصارات في المعادلة (5-4) ومن ثم القسمة على Δz ومن ثم يتم جعل Δz تؤول إلى الصفر لتصبح كما يلي:-

$$-\frac{\partial V(z,t)}{\partial z} = R\ I(z,t) + L\frac{\partial I(z,t)}{\partial t} \quad (5a\text{-}5)$$

$$-\frac{\partial I(z,t)}{\partial z} = G\ V(z,t) + C\frac{\partial V(z,t)}{\partial t} \quad (5b\text{-}5)$$

تسمى هذه العلاقات بالمعادلات التلغرافية (telegraphic equations) وهي مناظرة لمعادلات ماكسويل لخط النقل. من الملاحظ أن الفولطية والتيار مرتبطان في هذه المعادلات ويتم فك ارتباطهما بمفاضلة المعادلة (5a-5) مثلاً واستخدام العلاقة (5b-5) أو بالعكس كما يلي:-

$$-\frac{\partial^2 V(z,t)}{\partial z^2} = R\frac{\partial I\ (z,t)}{\partial z} + L\ \frac{\partial^2 I(z,t)}{\partial z\,\partial t}$$

$$= R\,[-G\,V(z,t) - C\,\frac{\partial\,V\,(z,t)}{\partial t}\,]$$
$$+ L\,\frac{\partial}{\partial t}\,[-G\,V(z,t) - C\,\frac{\partial\,V\,(z,t)}{\partial t}\,]$$

أو

$$\frac{\partial^2\,V\,(z,t)}{\partial z^2} = RGV(z,t) + (RC + LG)\,\frac{\partial\,V(z,t)}{\partial\,t} + LC\,\frac{\partial^2\,V\,(z,t)}{\partial\,t^2} \qquad (6a\text{-}5)$$

بالنسبة للفولطية على خط النقل ، كدالة في الفراغ z والزمن t ، وكذلك

$$\frac{\partial^2 I\,(z,t)}{\partial z^2} = RGI(z,t) + (RC + LG)\frac{\partial\,I(z,t)}{\partial\,t} + LC\,\frac{\partial^2 I\,(z,t)}{\partial\,t^2} \qquad (6b\text{-}5)$$

بالنسبة لتيار خط النقل.

يعطى حل المعادلة (5-6) كـلاً من الفولطية V(z,t) والتيار I(z,t) لخط النقل وتناظر العلاقات الخاصة بموجة كهرومغناطيسية تنتشر في وسط بدون حدود يعاني من الفقد كما يلي:- $V \rightarrow \mathbf{E}$ و $I \rightarrow \mathbf{H}$ و $G \rightarrow \sigma$ و $L \rightarrow \mu$ و $C \rightarrow \varepsilon$ باستثناء أن الخط ، الذي يحدد موصليه وجود الموجة الكهرومغناطيسية، له مقاومة لكل وحدة طول تساوي R Ω والتي لم تظهر في معادلات الموجة التي توجد في وسط يعاني من الفقد وبدون حدود. سيتم بحث الحالة العابرة للخط الذي لا يعاني من الفقد وهذا له العديد من التطبيقات بما في ذلك فحص الشبكات الكهربائية والخطوط الهاتفية ووصلات الكبول المحورية وتحديد أماكن أعطالها. كذلك سيتم دراسة خصائص وأداء الخط الذي يعاني من الفقد والخط الذي لا يعاني من الفقد للمتغيرات V و I المتناغمة مع الزمن وتحت الظروف أو الحالة المستقرة. سيتم إبراز التناظر بين المعادلات التي تحدد أداء الخط وتلك التي تحدد انتشار الموجات في أوساط بدون حدود. سيتم أولاً دراسة الخط تحت الحالة المستقرة (steady state) وبعدها سيتم دراسته تحت الحالة العابرة (transient state).

3-5 :- تحليل الحالة المستقرة لخطوط النقل لمجالات متناغمة

يتم الافتراض هنا أن المصدر المربوط مع خط النقل يتغير مع الزمن بشكل متناغم وبالتالي فإن فولطية وتيار الخط يعتمدان على الزمن عبر $e^{j\omega t}$ (cosωt أو sinωt) أي أن V و I تصبحان كما يلي:-

$$V(z\,,t) = V(z)\; e^{j\omega t} \quad \text{و} \quad I(z\,,t) = I(z)\; e^{j\omega t}$$

ويتم افتراض أن المصدر قد ربط مع خط النقل منذ أمد بعيد ووصل الوضع على الخط إلى الحالة المستقرة. في ضوء ذلك يلاحظ أن $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow j\omega$ و $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rightarrow -\omega^2$ وعليه فإن المعادلة (5-2) تصبح كما يلي:-

$$\frac{d\,V(z)}{dz} = -\,Z\,I(z) \qquad (7a\text{-}5)$$

$$\frac{d\,I(z)}{dz} = -\,Y\,V(z) \qquad (7b\text{-}5)$$

حيث إن $Z \equiv R + j\omega L \;\; \Omega/m$ هي ممانعة الخط لكل وحدة طول، و $Y \equiv (G + j\omega C)\;(\Omega m)^{-1}$ هي مسامحة الخط لكل وحدة طول.

وكذلك فإن المعادلة (5-6) تصبح كما يلي:-

$$\frac{d^2\,V(z)}{dz^2} = \gamma^2 \;\; V(z) \qquad (8a\text{-}5)$$

$$\frac{d^2\,I(z)}{d\,z^2} = \gamma^2 \;\; I(z) \qquad (8b\text{-}5)$$

حيث إن

$\gamma \equiv \sqrt{ZY} = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)} = \sqrt{(RG-\omega^2 LC)+j\omega(RC+LG)}$ ، أو

$\gamma \equiv \alpha + j\beta$ هو ثابت الموجة المنتشرة في خط النقل و α هو الجزء الحقيقي من γ ويمثل كمية التوهين في قيمة الفولطية أو التيار على خط النقل ووحداته neper/m أو

باستخدام الديسيبل /م (dB/m) علماً بأن 1 neper = 8.686 dB ، و β هو الجزء الخيالي من γ ويمثل كمية إزاحة الطور للفولطية والتيار على خط النقل ووحداته rad/m.

وتمثل العلاقة (5-8) معادلة الموجة (ممثلة بفولطيتها وتيارها على خط النقل) وهي معادلة تفاضلية عادية ومتجانسة (homogenous ordinary differential equation) من الدرجة الثانية ويمكن كتابة حلها باستخدام الدالات الزائدية (hyperbolic functions) كما يلي:-

$$V(z) = V^{+} e^{-\gamma z} + V^{-} e^{+\gamma z} \tag{9a-5}$$

$$I(z) = I^{+} e^{-\gamma z} + I^{-} e^{+\gamma z} \tag{9b-5}$$

أو كما يلي:-

$$V(z) = A \cosh \gamma z - B \sinh \gamma z \tag{10a-5}$$

$$I(z) = C \cosh \gamma z - D \sinh \gamma z \tag{10b-5}$$

حيث إن

$A = V^{+} + V^{-}$ و $B = V^{+} - V^{-}$

$C = I^{+} + I^{+}$ و $D = I^{+} - I^{-}$

V^{+} و V^{-} تمثلان فولطية الموجة المنتقلة من المصدر باتجاه الحمل وفولطية الموجة المنتقلة من الحمل باتجاه المصدر على التوالي، و

I^{+} و I^{-} تمثلان تيار الموجة المنتقلة من المصدر باتجاه الحمل وتيار الموجة المنتقلة من الحمل باتجاه المصدر على التوالي.

يمكن إيجاد قيمة كل من I^{+} و I^{-} بتعويض المعادلة (9a-5) في المعادلـة (7a-5) كما يلي:-

$$\frac{d\,V(z)}{dz} = -\gamma V^{+} e^{-\gamma z} + \gamma V^{-} e^{+\gamma z} = -Z\,(I^{+} e^{-\gamma z} + I^{-} e^{+\gamma z})$$

حيث إن $I^+ = V^+ / Z_0$ و $I^- = -V^- / Z_0$ و $Z_0 \equiv \sqrt{Z/Y} \equiv R_0 + j X_0 \quad \Omega$ هي الممانعة المميزة لخط النقل (characteristic impedance). وبالتالي فإن الفولطية والتيار على خط النقل تصبحان كما يلي:-

$$V(z) = V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{+\gamma z} \qquad V \tag{11a-5}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0}\left[V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{+\gamma z}\right] \qquad A \tag{11b-5}$$

يتم إيجاد V^+ و V^- من خلال شروط الحدود المتمثلة في معرفة قيمة الفولطية والتيار عند طرف الإرسال (sending end) أو عند النقطة $z = 0$ أو عند الحمل (load) أو عند النقطة $z = L$. فإذا ما تم استخدم قيم V و I عند النقطة $z = 0$ أو $V(0) = V_s$ و $I(0) = I_s$ ، كما يبين الشكل (5-6)، فيمكن إيجاد قيمة V^- و V^+ كما يلي:-

$$V^+ = \frac{1}{2}(V_s + I_s Z_0) \qquad \text{و} \qquad V^- = \frac{1}{2}(V_s - I_s Z_0)$$

وبالتالي فإن المعادلة (5-11) تصبح كما يلي:-

$$V(z) = \frac{1}{2}(V_s + I_s Z_0)\, e^{-\gamma z} + \frac{1}{2}(V_s - I_s Z_0)\, e^{+\gamma z} \tag{12a-5}$$

$$I(z) = \frac{1}{2 Z_0}\left[(V_s + I_s Z_0)\, e^{-\gamma z} - (V_s - I_s Z_0)\, e^{+\gamma z}\right] \tag{12b-5}$$

ويمكن إعادة كتابة (5-12) كما يلي:-

$$V(z) = V_s \cosh \gamma z - I_s Z_0 \sinh \gamma z \tag{13a-5}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0}\left[- V_s \sinh \gamma z + I_s Z_0 \cosh \gamma z\right] \tag{13b-5}$$

ويمكن كتابة العلاقتين السابقتين على شكل مصفوفة كما يلي:-

$$\begin{bmatrix} V(z) \\ I(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} \qquad (13c\text{-}5)$$

حيث إن $A = \cosh \gamma z$ و $B = - Z_0 \sinh \gamma z$ و $C = -\dfrac{\sinh \gamma z}{Z_0}$ و

.$D = \cosh \gamma z$

ويستخدم هذا التمثيل في تحليل خطوط النقل في أنظمة القدرة (power system) للترددات (50-60 Hz) ويلاحظ أن

$$A D - C B = 1 \qquad (13d\text{-}5)$$

إمـا إذا استخدمت قيم V و I عند النقطة $z = L$ حيث إن $V(z=L) = V_L$ و $I(z = L) = I_L$ و $I_L = V_L/Z_L$ ، كما يبين الشكل (5-6) ، فيمكن إيجاد قيمـــةV^+ و V^- كما يلي:-

$$V^+ = \frac{1}{2}(V_L + I_L Z_0)\, e^{\gamma L} = \frac{V_L}{2 Z_L}(Z_L + Z_0)\, e^{\gamma L} \qquad (14a\text{-}5)$$

$$V^- = \frac{1}{2}(V_L - I_L Z_0)\, e^{-\gamma L} = \frac{V_L}{2 Z_L}(Z_L - Z_0)\, e^{-\gamma L} \qquad (14b\text{-}5)$$

وبالتالي فإن المعادلة (5-11) تصبح كما يلي:-

$$V(z) = \frac{V_L}{2 Z_L}\left[(Z_L + Z_0)\, e^{(L-z)\gamma} + (Z_L - Z_0)\, e^{-(L-z)\gamma}\right] \qquad (15a\text{-}5)$$

$$I(z) = \frac{V_L}{2 Z_L Z_0}\left[(Z_L + Z_0)\, e^{(L-z)\gamma} - (Z_L - Z_0)\, e^{-(L-z)\gamma}\right] \qquad (15b\text{-}5)$$

إذا استخدم المتغير d بدلاً من z أو أن طرف الاستقبال أو الحمل يصبح الطرف المرجعي كما في الشكل (5-6) حيث إن $d = L - z$ وبالتالي يمكن إعـادة كتابة العلاقة (5-15) كما يلي:-

$$V(d) = \frac{V_L}{2\,Z_L}\left[(Z_L + Z_0)\,e^{\gamma d} + (Z_L - Z_0)\,e^{-\gamma d}\right]$$
$$= \frac{V_L}{Z_L}\left[Z_L \cosh\gamma d + Z_0 \sinh\gamma d\right] \qquad (16a\text{-}5)$$

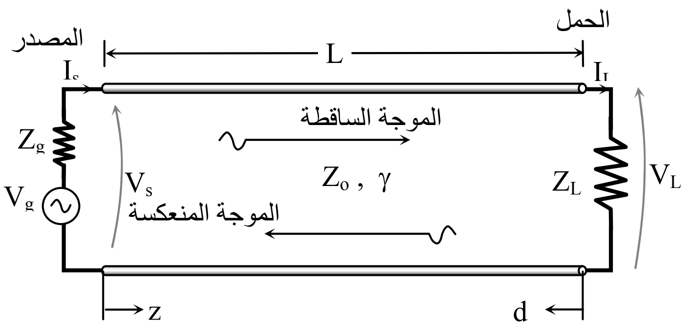
$$I(d) = \frac{V_L}{2\,Z_L Z_0}\left[(Z_L + Z_0)\,e^{\gamma d} - (Z_L - Z_0)\,e^{-\gamma d}\right]$$
$$= \frac{V_L}{Z_L Z_0}\left[Z_L \sinh\gamma d + Z_0\ \mathrm{coh}\gamma d\right] \qquad (16b\text{-}5)$$

ويمكن أن تتم كتابة الفولطية والتيار على خط النقل باستخدام فكرة أن الموجة على الخط تتكون من موجة ساقطة وأخرى منعكسة كما يلي:-

$$V(z) = V^+(z) + V^-(z) \qquad (17a\text{-}5)$$

$$I(z) = I^+(z) + 1^-(z) = \frac{1}{Z_o}\left[V^+(z) - V^-(z)\right] \qquad (17b\text{-}5)$$

حيث إن $V^+(z) = V^+\,e^{-\gamma z}$ تمثل فولطية الموجة الساقطة، و $V^-(z) = V^-\,e^{\gamma z}$ تمثل فولطية الموجة المنعكسة، و $I^+(z)$ و $I^-(z)$ يمثلان تيار الموجة الساقطة والمنعكسة على التوالي.



الشكل (5-6):- خط نقل بطول L يربط حملاً Z_L بمصدر V_g وممانعته الداخلية Z_g علماً بأن خصائصه هي الممانعة المميزة Z_0 وثابت الانتشار γ.

أو يمكن استخدام النموذج التالي :-

$$V(d) = V^{+}(d) + V^{-}(d) \tag{18a-5}$$

$$I(d) = \frac{1}{Z_0}[V^{+}(d) - V^{-}(d)] = I^{+}(d) + I^{-}(d) \tag{18b-5}$$

حيث إن $V^{+}(d) = V^{+}(0)e^{\gamma d} = \frac{V_L}{Z_L}(Z_L + Z_0)e^{+\gamma d}$ تمثل فولطية الموجة الساقطة كدالة في d و $V^{-}(d) = V^{-}(0)e^{-\gamma d} = \frac{V_L}{Z_L}(Z_L - Z_0)e^{-\gamma d}$ تمثل فولطية الموجة المنعكسة كدالة في d.

يمكن، من المعادلات السابقة، إيجاد المطلوب لتحديد مستوى الإشارة وماذا يحدث لها إثناء انتشارها على خط النقل، الفولطية والتيار عند أي نقطة z أو d، ومن هاتين الكميتين يمكن استنتاج ممانعة الدخل Z_{in} ومعامل الانعكاس ρ عند أي نقطة z أو d. إضافة لذلك فإن القدرة التي يحقنها المصدر في خط النقل والقدرة التي تصل إلى الحمل هي كميات ذات أهمية في متابعة مستوى الإشارة على خط النقل.

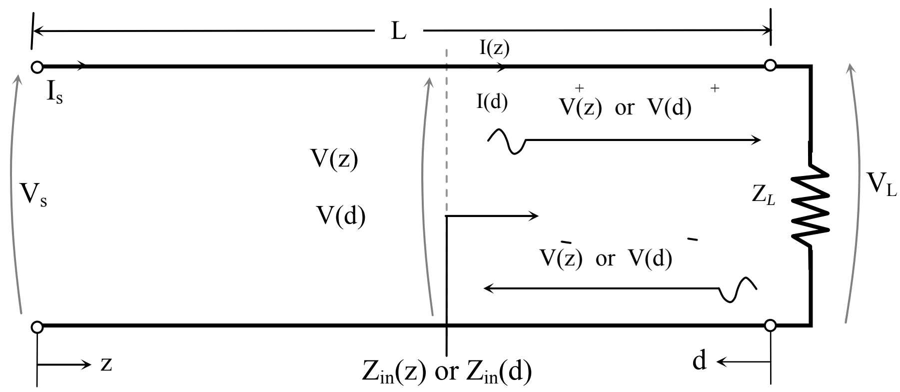
- ممانعة الدخل Z_{in} **(input impedance)** :- وهي الممانعة المكافئة عند نقطة ما z أو d ويمكن اعتبارها ممانعة ثيفينين المكافئة وتعرف كما يلي:-

$$Z_{in}(z) = \frac{V(z)}{I(z)} \tag{19a-5}$$

أو

$$Z_{in}(d) = \frac{V(d)}{I(d)} \tag{19b-5}$$

حيث إن V و I هما الفولطية والتيار عند النقطة z أو d كما يبين الشكل (7-5).



الشكل (5-7):- ممانعة الدخل المكافئة لخط النقل عند النقطة z أو **d.**

ويمكن إعادة كتابة المعادلة (19b-5) باستخدام المعادلة (18-5) أو

$$Z_{in}(d) = \frac{V^{+}(d) + V^{-}(d)}{I^{+}(d) + I^{-}(d)} = Z_0 \, \frac{V^{+}(d) + V^{-}(d)}{V^{+}(d) - V^{-}(d)}$$

$$= Z_0 \, \frac{(Z_L + Z_0)e^{\gamma d} + (Z_L - Z_0)e^{-\gamma d}}{(Z_L + Z_0)e^{\gamma d} - (Z_L - Z_0)e^{-\gamma d}}$$

$$= Z_0 \, \frac{Z_L \cosh \gamma d + Z_0 \sinh \gamma d}{Z_L \sinh \gamma d + Z_0 \cosh \gamma d}$$

أو

$$Z_{in}(d) = Z_0 \, \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma d}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma d} \qquad (20\text{-}5)$$

ويمكن اشتقاق قيمة $Z_{in}(z)$ كما يلي:-

$$Z_{in}(z) = Z_0 \, \frac{Z_s - Z_0 \tanh \gamma z}{Z_0 - Z_s \tanh \gamma z} \qquad (21\text{-}5)$$

حيث إن $Z_s = V_s / I_s$ وهي ممانعة الدخل عند طرف الإرسال.

- **معامل الانعكاس (reflection coefficient)** :- هو النسبة بين فولطية الموجة المنعكسة والساقطة (سبق وتم تعريف معامل الانعكاس في الباب السابق) كما يلي:-

$$\rho(z) \equiv \frac{V^-(z)}{V^+(z)} = \frac{V^-(z=0)}{V^+(z=0)} e^{2\gamma z} = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} e^{2\gamma z} = \rho_s e^{2\gamma z} \qquad (22a\text{-}5)$$

$$\rho(d) \equiv \frac{V^-(d)}{V^+(d)} = \frac{V^-(0)}{V^+(0)} e^{-2\gamma d} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-2\gamma d} = \rho_L e^{-2\gamma d} \qquad (22b\text{-}5)$$

حيث إن $\rho_s = \frac{V^-(z=0)}{V^+(z=0)} = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0}$ هو معامل الانعكاس عند طرف الإرسال، و

$\rho_L = \frac{V^-(d=0)}{V^+(d=0)} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$ هو معامل الانعكاس عند طرف الاستقبال أو الحمل.

ويمكن كتابة معامل الانعكاس كما يلي:-

$$\rho(z) = \frac{Z(z) - Z_0}{Z(z) + Z_0} \qquad (23a\text{-}5)$$

أو

$$\rho(d) = \frac{Z(d) - Z_0}{Z(d) + Z_0} \qquad (23b\text{-}5)$$

حيث إن $Z(z)$ و $Z(d)$ هما ممانعة الدخل عند النقطة z و d على التوالي أو $Z_{in}(z)$ و $Z_{in}(d)$.

وإذا استخدمت ممانعة الدخل المعيارية $z = Z/Z_0$ فـإن معامل الانعكاس يصبح كما يلي :-

$$\rho(d) = \frac{z(d) - 1}{z(d) + 1} \qquad (24\text{-}5)$$

أو أن ممانعة الدخل المعيارية تعطى بالعلاقة التالية:-

$$z(d) = \frac{1 + \rho(d)}{1 - \rho(d)} \qquad (25\text{-}5)$$

إن هاتين المعادلتين تعكسان ثوابت خط النقل الرئيسية وهما صحيحتان لأي خط نقل وبالتالي فإنه سيتم اعتمادهما كأساس لمخططات خطوط النقل كم ا سيتم توضيحه لاحقاً.

كذلك يتم تعريف نسبة الموجة الواقفة (SWR) الذي له أهمية في التعامل مع خطوط النقل، وسبق وأن عرفت من قبل كما يلي:-

$$SWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{|V^+| + |V^-|}{|V^+| - |V^-|} = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} \qquad (26\text{-}5)$$

حيث إن V_{max} و V_{min} تمثلان قيمة الفولطية العظمى والصغرى على خط النقل.

- القدرة (power) :- يتم إيجاد القدرة من العلاقة التالية:-

$$\hat{P}_{av} = \frac{1}{2}\ V\ I^* = \frac{1}{2}\ |I|^2\ Z \qquad (27\text{-}5)$$

حيث إن $\hat{P}_{av}$ هو معدل القدرة المركبة، و V هي الفولطية عند أي نقطة، و I^* هي قيمة التيار المرافقة عند تلك النقطة، و Z هي ممانعة الدخل عند تلك النقطة أيضاً.

هناك طريقتان لإيجاد هذه القيم السابقة إحداهما باستخدام الرسم وسيتم التركيز، في هذا الباب، على هذه الطريقة وستستخدم في شرح أداء خطوط النقل والتعامل معها. أما الطريقة الأخرى فهي من خلال عمل الحسابات اللازمة وسيتم تقديم عدداً محدوداً من الأمثلة باستخدام هذه الطريقة.

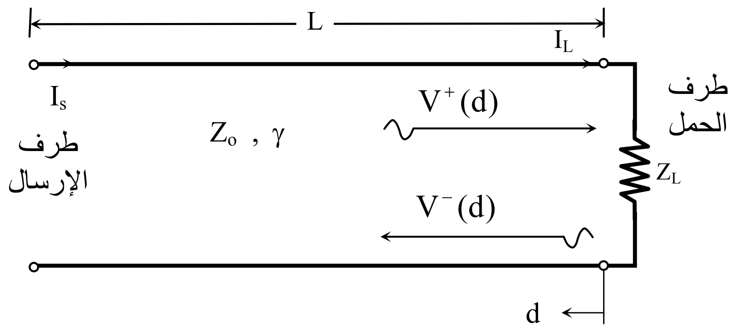
5-3-1:- المخطط الاتجاهي (Vector Diagram) لحل مسائل خط النقل

لخط نقل ذي ممانعة مميزة Z_0 وثابت انتشار $\gamma = \alpha + j\,\beta$ وطول L حيث تم وصل حمل Z_L في نهايته كما يبين الشكل (5-8) فإن الفولطية والتيار على هذا الخط هما كما يلي:-

$$V(d) = V^+(d) + V^-(d) = V^+ \; e^{\alpha d} \; e^{j\beta d} + V^- \; e^{-\alpha d} \; e^{-j\beta d} \qquad (28a\text{-}5)$$

$$I(d) = I^+(d) + I^-(d) = \frac{1}{Z_0}\left[V^+ \; e^{\alpha d} \; e^{j\beta d} - V^- \; e^{-\alpha d} \; e^{-j\beta d}\right] \qquad (28b\text{-}5)$$

حيث إن V^+ و V^- هما الفولطية الساقطة والمنعكسة عند النقطة $d = 0$.



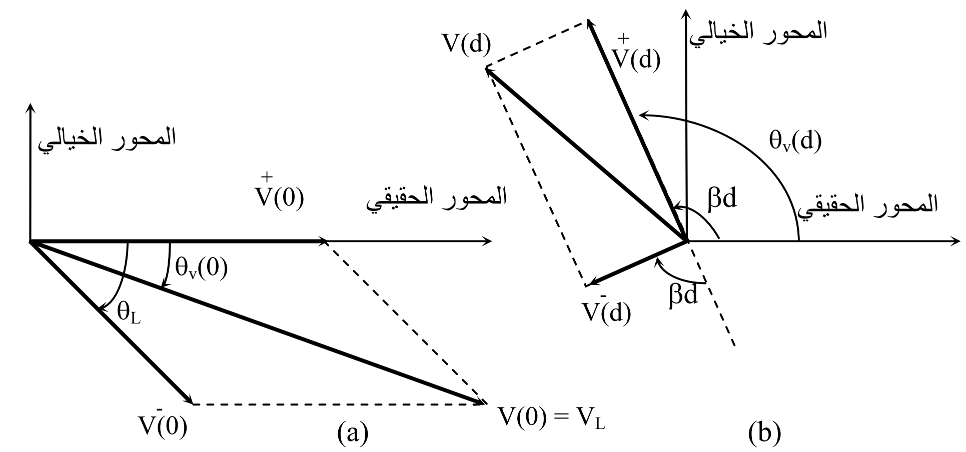
الشكل (5-8):- خط نقل بممانعة مميزة Z_0 وثابت انتشار γ وطول L وحمل Z_L مبين عليه الموجة الساقطة والمنعكسة.

يلاحظ أن الفولطية (أو التيار) تتكون من كميتين وتتكون كل كمية من قيمة وطور تتغيران مع الفراغ $V^+ \, e^{\alpha d} \; \angle \beta d$ للموجة الساقطة و $V^- \, e^{-\alpha d} \; \angle -\beta d$ للموجة المنعكسة، ويمكن تمثيلهما باختيار مقياس الرسم المناسب والبدء عند النقطة $d = 0$ على افتراض أن $V^+ = V^+\,(d = 0)$ معطى أو أنه يؤخذ كمرجع كما

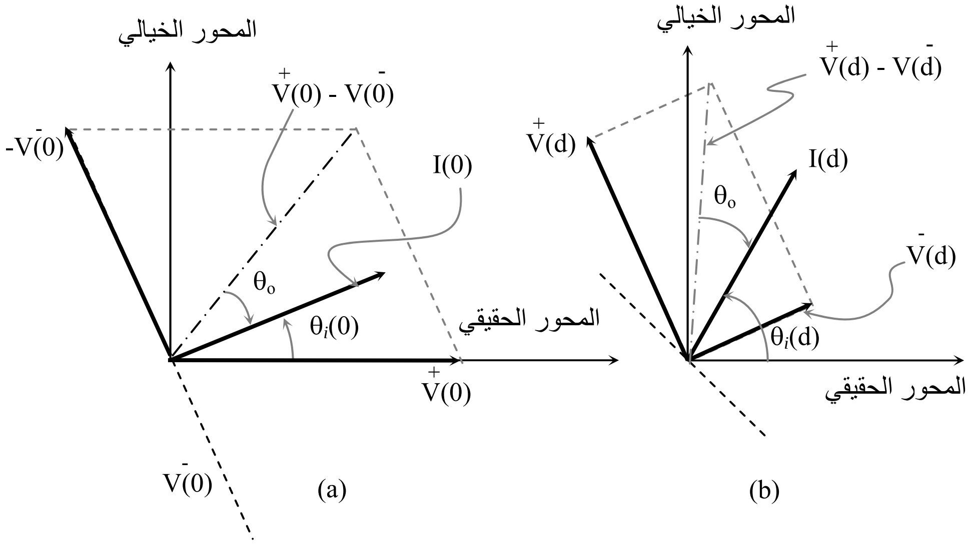
يلي $V^{+}=|V^{+}|\angle 0$ ويتم رسمه على المحور الحقيقي بالطول المناسب. أما فولطية الموجة المنعكسة V^{-} فيتم إيجادها من العلاقة التالية:-

$$V^{-}(d=0)=V^{-}=V^{+}\rho_L=V^{+}([Z_L-Z_0]/[Z_L-Z_0])=V^{+}|\rho_L|\angle\theta_L$$

ويتم رسم V^{-} باستخدام نفس مقياس الرسم كما يبين الشكل (5-9). ولإيجاد قيمة الفولطية عند النقطة $d=0$ (طرف الحمل أو الاستقبال) أي $V(d=0)$ يتم جمع V^{+} و V^{-} جمعاً طورياً (كأنهما متجهان). لإيجاد الفولطية $V(d)$ عند أي نقطـة d، يلاحظ أن المعادلة (5-28a) مكونة من كميتين إحداهما بقيمة $V^{+}e^{\alpha d}$ يتم الحصول عليها بلف V^{+} باتجاه معاكس لحركة عقارب الساعة بزاوية مقدارها βd rad (أو $180\,\beta d/\pi$ deg) وتحديد القيمة $V^{+}e^{\alpha d}$ عليه والأخرى بقيمة $V^{-}e^{-\alpha d}$ يتـم الحصـول عليهـا بلف V^{-} باتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية مقدارها βd rad وتحديـد القيمة $V^{-}e^{-\alpha d}$ عليه. بعد ذلك يتم جمع الكميتين $V^{+}(d)$ و $V^{-}(d)$ جمعاً طورياً (phasor addition) للحصول على $V(d)$. أما بالنسبة للتيار على الخط فيلاحظ مـن المعادلـة (5-28b) أن التيار يشابه إلى حد كبير الفولطية حيث إنه يتكون من جزأين مثل الفولطية. وإذا ما وضعنا جانباً $Z_0=|Z_0|\angle\theta_0$ فإنه يتم استخدام نفس مقياس الرسم (العددي) الذي استخدم في تمثيل الفولطية على الرسم. بعد إنهاء العمليات اللازمة لإيجاد التيار $I(d)$ عند أي نقطة d (نفس العمليات التي تم القيام بها لإيجاد الفولطية) يتم لف الخط الذي يمثل التيار بزاوية مقدارهـا θ_0 وتعديـل القيمة العددية الممثلة للتيار بقسمتها على Z_0 لنحصل على التيار بوحدة الأمبير كما يظهـر في الشكل (5-10). تجدر الإشارة إلى أنه إذا كان مقياس الرسم للفولطية هو L_v V/cm فـإن مقياس الرسم للتيار L_i A/cm هو يمكن استنتاجه من قياس أي طول ممثلاً للتيار من الشكل (5-10)، كما يلي:- $L_i=\dfrac{L_v\times\ I(0)\,\text{طول}}{|Z_0|}$.



الشكل (5-9):- المخطط الاتجاهي للفولطية على خط النقل عند النقطة (a) d = 0 و(b) d.



الشكل (5-10):- المخطط الاتجاهي للتيار على خط النقل عند النقطة (a) d = 0 و **d (b).**

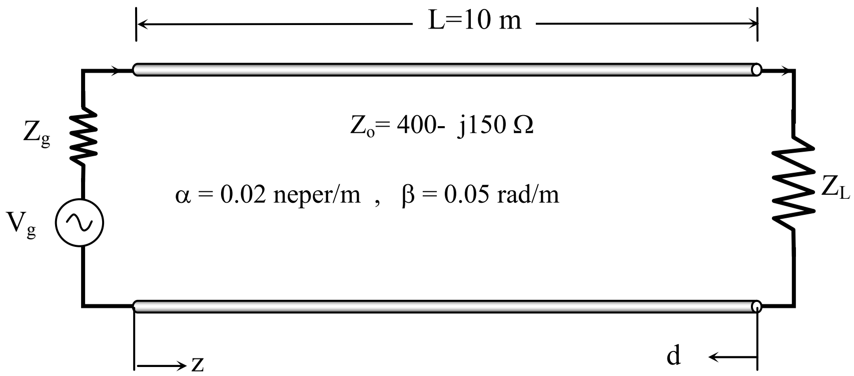
قد يكون من المفيد الإشارة إلى أنه إذا كانت فولطية الحمل V_L (أو $V(0)$) غير معروفة سلفاً وأن المعروف، مثلاً، هي فولطية طرف الإرسال V_s بقيمتها وطورها، ففي هذه الحالة يتم افتراض $V^+(0)$ المبينة في الشكل (9a-5) وبعدها يتم إكمال الحل باستخدام المخطط الاتجاهي في إيجاد القيم الافتراضية لفولطية وتيار طرف الإرسال. بعد ذلك يتم استخدام القيمة الافتراضية لفولطية طرف الإرسال والقيمة الفعلية لإيجاد مقياس الرسم الصحيح من خلال قسمة فولطية طرف الإرسال V_s على الطول الممثل لفولطية الإرسال. بعد ذلك يتم لف كل خط يمثل الفولطية أو التيار بمقدار الطور المحدد لفولطية طرف الإرسال. ولتوضيح طريقة استخدام المخطط الاتجاهي إضافة لاستخدام الطريقة الحسابية في حل مسائل خط النقل فسيتم تقديم المثال التالي. تجدر الإشارة إلى أن النتائج الواردة كقيم عددية في حل خطوط النقل والمستخرجة عن طريق الرسم (وهي قيم تقريبية) قد لا تطابق القيم التي يتم إيجادها بالحساب (وهي قيم دقيقة).

مثال (5-1):- يبين الشكل (5-11) خط نقل يعاني من الفقد وخصائصه كما يلي:- $Z_0 = 400 - j\,150\ \Omega$ و $\alpha = 0.02$ neper و $\beta = 0.05$ rad/m علماً بأن $L = 10$ m. فإذا كانت ممانعة الحمل $Z_L = 300 + j\ 250\ \Omega$ وفولطية مصدره $V_g = 20 \angle 0^o$ V(rms) وممانعة المصدر الداخلية $Z_g = 150 - j\ 50\ \Omega$، أوجد الفولطية والتيار وممانعة الدخل ومعامل الانعكاس ونسبة الموجة الواقفة والقدرة عند النقاط $d = 0$ m و $d = 10$ m باستخدام طريقة المخطط الاتجاهي والطريقة الحسابية.

الحــل:-

- **باستخدام طريقة المخطط الاتجاهي** (vector diagram) :- بما أن فولطية المصدر هي المعروفة فيمكن افتراض أن $V^+(0) = 5$ V واعتماد مقياس الرسم الظاهري للفولطية ليكون 1 V/cm وإذا ما اعتمدت الطريقة التي قدمت سابقاً بشأن التيار وتم

وضع الممانعة المميزة لخط النقل جانبا Z_0، في هذه المرحلة، يكون مقياس الرسم الظاهري للتيار 1 A/cm وتعدل قيمة وطور التيار فيما بعد باسترجاع قيمة وطور Z_0.



الشكل (5-11) خط النقل الخاص بالمثال (5-1) مبين عليه خصائصه.

معامـل الانعكاس للحمـــل

$$\rho_L = (Z_L - Z_0)/(Z_L - Z_0) = (-1 + j4)/(7 + j) = 0.583 \angle 95.91^\circ$$

قيمة الفولطية المنعكسة عند الحمل

$$V^-(0) = V^+(0)\,\rho_L = 2.915 \angle 95.91^o \ \ V\ (\equiv 2.915 \ \ cm)$$

الممانعة المميزة للخط $Z_0 = 427.2 \angle\text{-}20.6^\circ \quad \Omega$

أما قيم الفولطية الساقطة والمنعكسة عند النقطة $d = 10$ m فهي

$$V^+(10) = V^+(0)e^{\alpha d}e^{j\beta d} \quad \text{و} \quad \alpha d = 0.2 \text{ neper} \quad \text{و} \quad \beta d = 28.65^o$$

أو

$$V^+(10) = 6.11 \angle 28.65^o \ V \ \ (\equiv 6.11 \ \ Cm)$$

$$V^-(10) = V^-(0)e^{-\alpha d}\ \ e^{-j\beta d} = \ 2.39\ \ \angle 67.26^\circ\ V\quad (\equiv 2.39\ Cm)$$

معامل الانعكاس عند $d = 10$ m هو $\rho(d=10) = \dfrac{V^-(10)}{V^+(10)} = 0.39\ \angle 38.61^o$

ونسبة الموجة الواقفة عند النقطة $d = 0$ m هي $SWR\ (d=0)\ = 3.8$

ونسبة الموجة الواقفة عند النقطة $d = 10$ m هي $SWR\ (d=10)\ = 2.29$

ويلاحظ أن معامل الانعكاس يقل رويداً رويداً كلما زادت d وكذلك نسبة الموجة الواقفة وذلك لان قيمة الموجـة الساقطة تزداد بازديـاد d وقيمة الموجة المنعكسة (كونها نشأت عند النقطة $d = 0$) تتناقض بازدياد d. وبالتالي فإنه إذا كان طول خـط النقـل كبيـراً جـداً فإن $\rho \to 0$ و $SWR \to 1$ أي أن الموجة التي تسقط ستتلاشى ولن ينعكس منها شـيء، بغض النظر عن قيمة ممانعة الحمل. يتم استخدام القيم السابقة في عمل المخطط الاتجاهي للفولطـية وكـذلك للتيار ويبين الشكـل (12-5) المخطـط الاتجاهي للفولطيـة عنـد النقـاط $d = 0$ m و $d = 10$ m وكذلك الشكل (13-5) الذي يبين المخطط الاتجاهي للتيار عند النقاط السابقة. يجـب أن يتم تحديد Z_s وبالتالي قيم وطور كل من V_s و I_s الحقيقية. بعد ذلك يتم تعديل هذه المخططات في طورها وفي مقياس الرسم لتصبح فعلية. يتم إيجاد Z_s باستخدام القيم الظاهرية للفولطية والتيار ولن يكون هناك حاجة إلى القيم الفعلية للفولطية والتيار عند طرف الإرسال ، يلاحظ أن مقياس الرسم لكل من الفولطية والتيار هو نفسه في هذا المثال، كما يلي:-

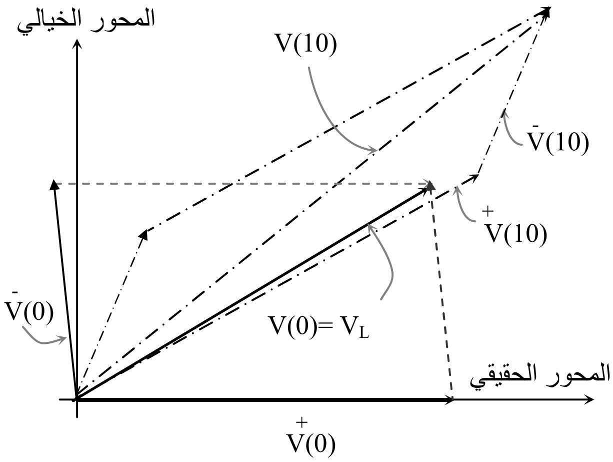
قيمـة الممانعة Z_s = (طول الخط الممثل للفولطيـةV_s مقسوماً على طول الخط الممثل للتيار I_s) مضروباً في قيمة Z_0 ، وهي في هذه الحالة تساوي $771.79\ \Omega$.

أما طور الممانعة Z_s فهـو = (قيمة $(\ \theta_i(10) - \theta_v(10)\ )$ + طـور Z_0 أو $\angle 9.4^o$.

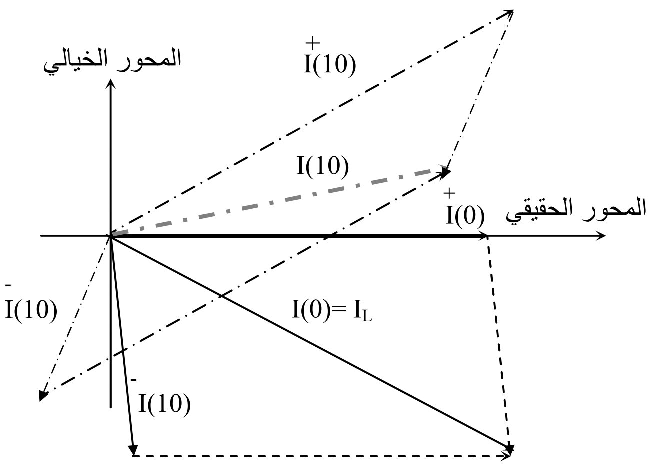
يتم إيجاد الممانعة عند أي نقطة أخرى بنفس هذه الطريقة. بما أن ممانعة طرف الإرسال Z_s أصبحت معروفة، يمكن إيجاد القيم الفعلية لفولطية وتيار طرف الإرسال كما يلي:-

$$V_s = \frac{V_g \; Z_s}{Z_g + Z_s} = \frac{20 \angle 0 \times 771.79\angle 9.4^o}{150 - j\,50 + 761.4 + j126.1} = 16.88 \angle 4.63^o \qquad V$$

$$I_s = \frac{V_g}{Z_g + Z_s} = \frac{20 \angle 0^o}{150 - j\,50 + 761.4 + j126.1} = 21.87\angle -4.77^o \qquad mA$$



الشكل (5-12):- المخطط الإتجاهي للفولطية عند النقاط d = 0 و d = 10 m.



الشكل (5-13):- المخطط الاتجاهي للتيار عند النقاط d = 0 و d = 10 m مع عدم اعتبار Z_0 في رسم المخطط.

وبالتالي فإن مقياس الرسم الفعلي للفولطية يساوي قيمة V_s الفعلية مقسومة على طول الخط الممثل للفولطية V_s (أنظر الشكل (12-5)). يتم كذلك لف كل الخطوط الواردة في الشكل (12-5) والممثلة للفولطيات بالفارق ما بين $\theta_V(10)$ والطور الصحيح للفولطية V_s. ويتم تكرار نفس الشيء للتيار لإيجاد مقياس رسمه الفعلي والذي يساوي قيمة I_s الفعلية مقسومة على طول الخط الذي يمثل التيار في الشكل (13-5). ويتم كذلك لف كل الخطوط التي تمثل التيار بالفارق ما بين $\theta_i(10)$ والطور الصحيح للتيار I_s. وبالتالي فإن الفولطية والتيار للنقاط $d = 0$ و $d = 10$ m هي كما يلي:-

$$I(0) = I_L = 29.36\angle -42.77^o \text{ mA} \quad \text{و} \quad V(0) = V_L = 11.46\angle -3.37^o \text{ V}$$

$$I(10) = 21.87\angle -4.77^o \text{ mA} \quad \text{و} \quad V(10) = 16.88\angle 4.63^o \text{ V}$$

ومن الفولطية والتيار يمكن إيجاد القدرة عند النقاط المختلفة كما يلي:-

$$\hat{P}(0) = \hat{P}_L = V_L \, I_L^* = 0.262 + j\,0.212 = 0.337\angle 39^o \qquad \text{W}$$

$$\hat{P}(10) = \hat{P}_s = V(10)\;\; I^*(10) = 0.364 + j\,0.06 = 0.41\angle 9.4^o \qquad \text{W}$$

- **باستخدام الطريقة الحسابية (calculation method)** :- وبما أن المعلومات المعروفة هي من جهة المصدر فسيكون من المناسب أن يتم حساب قيمة Z_s (ممانعة الدخل عند النقطة $d = 10$ m) من المعادلة (20-5) أو

$$Z_s = Z_{in}(d=10) = Z_0 \, \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma d}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma d}\Big|_{d=17}$$

$$= 770.66 \quad \angle 9.38^\circ \quad = \; 760.4 + j\,125.6 \qquad \Omega$$

ومنها يمكن استنتاج تيار وفولطية طرف الإرسال كما يلي:-

$$I_s = I(d=10) = I(z=0) = \frac{V_g}{Z_g + Z_s} = \frac{20 \quad \angle 0^o}{150 - j\,50 + 760.4 + j\,125.6}$$

$$= 21.9\angle -4.74^o \quad m\,A$$

$$V_s = V(d=10) = V(z=0) = Z_s \;\; I_s = 16.873 \angle 4.63^o$$

أما قيمة وطور الفولطية عند النقاط $z = 10$ m $(d = 0)$ فيتم استنتاجها من المعادلة (12-5) كما يلي:-

$$V(d=0) = V(z=10m) = 11.48 \angle -2.92 \qquad V$$

$$I(d=0) = I(z=10m) = 29.42 \angle -42.73 \qquad mA$$

وتمثل الكميتان الأخيرتان فولطية وتيار الحمل.

أما القدرة المركبة عند النقاط المختلفة فهي كما يلي-

$$\hat{P}(d=0) = \hat{P}_L = V_L \; I_L^* \;\; = 0.34 \;\; \angle 39.81 \qquad W$$

للقدرة عند النقطة $z = 10$ m أو $d = 0$.

$$\hat{P}(z=0) = P_s = 0.37 \quad \angle 9.37^\circ \qquad W$$

للقدرة عند طرف الإرسال.

يمكن استنتاج ممانعة الدخل عند النقاط المختلفة من $Z_{in}\;(z) = \;V(z)/I(z)$ وقد تم إيجاد قيمة $Z_{in}(0)$ وهي Z_s . ولن يتم احتساب معامل الانعكاس عند النقاط المختلفة حيث تم احتسابها من قبل.

4-5:- خطوط النقل التي لا تعاني من الفقد

سيتم فيما يلي معالجة خطوط النقل التي لا تعاني من الفقد (lossless lines) وهذا يمكن أن يكون هو واقع الحال لخطوط النقل قصيرة الطول (يمكن إهمال الفقد إذا كانت قيمته متدنية). وتعتبر معالجة وحل خط النقل الذي لا يعاني من

الفقد عملية سهلة ويتم اعتبار الفقد الذي يعانيه مثلاً خط النقل في حساب مستوى الإشارة على مخرجه كما سيتم إيضاحه فيما بعد. ويتم تحديد خصائص خط النقل الذي لا يعاني من الفقد من خلال افتراض أن قيمة ثابت التوهين α تكون مهملة أو $\alpha << 1$ أو قد يكون من المناسب اعتبار أن $\alpha L << 1$ حيث إن L يمثل طول خط النقل. وهذا يمكن أن يعني من الناحية التفصيلية أن $R \approx 0 \approx G$

وفي هذه الحالة يصبح ثابت الانتشار لخط النقل كما يلي:-

$$\gamma = \sqrt{(R+j\omega L)\ (G + j\omega c)} \approx j\omega \sqrt{LC} \ = j\beta$$

أو أن $\beta = \omega \sqrt{LC} \quad rad/m$ و $Z_0 = \sqrt{\dfrac{R+j\omega L}{G + j\omega c}} \approx \sqrt{\dfrac{L}{C}} \quad \Omega$

وبالتالي فإن العلاقات التي تحدد الفولطية والتيار ومعامل الانعكاس ونسبة الموجة الواقفة وممانعة الدخل والقدرة على خط النقل الذي لا يعاني من الفقد هي، انظر الشكل (14-5)، كما يلي:-

$$V(d) = \frac{V_L}{2Z_L} \left[(Z_L + Z_0)\, e^{j\beta d} + (Z_L - Z_0)\, e^{-j\beta d} \right] \tag{29a-5}$$

أو

$$V(d) = \frac{V_L}{Z_L} \left[Z_L \cos \beta d + jZ_0 \sin \beta d \right] \tag{29b-5}$$

أو

$$V(d) = V^+(d) + V^-(d) \tag{29c-5}$$

حيث إن

$$V^+(d) = V^+(0)\, e^{j\beta d} \tag{29d-5}$$

$$V^-(d) = V^-(0)\, e^{-j\beta d} \tag{29e-5}$$

للفولطية على الخط، وكذلك

$$I(d) = \frac{V_L}{2Z_o Z_L}\left[(Z_L + Z_o)\, e^{j\beta d} - (Z_L - Z_o)\, e^{-j\beta d}\right] \qquad (30a\text{-}5)$$

أو

$$I(d) = \frac{V_L}{Z_o Z_L}\left[Z_o \cos\beta d + jZ_L \sin\beta d\right] \qquad (30b\text{-}5)$$

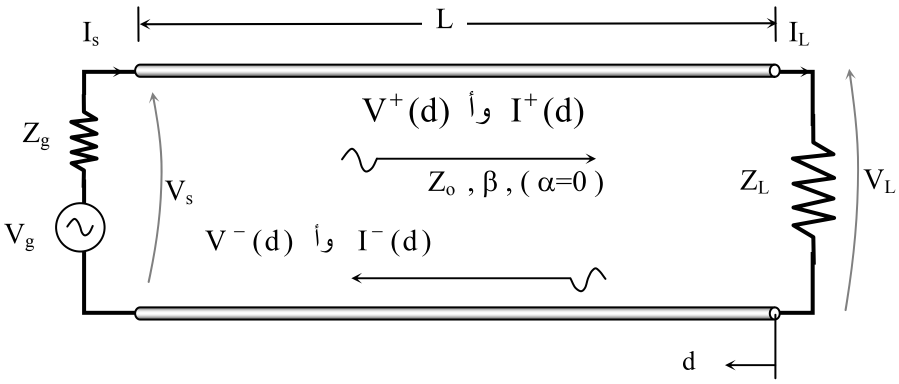
أو

$$I(d) = I^+(d) + I^-(d) = \frac{1}{Z_o}\left[V^+(d) - V^-(d)\right] \qquad (30c\text{-}5)$$

حيث إن

$$I^-(d) = I^-(0)\, e^{-j\beta d} \quad \text{و} \quad I^+(d) = I^+(0)\, e^{j\beta d} \qquad (30d\text{-}5)$$

للتيار في الخط.



الشكل (5-14):- خط نقل بطول L يربط حملاً Z_L بمصدر علماً بأنه لا يعاني من الفقد وذو ممانعة مميزة Z_o وثابت انتشار $\gamma = j\beta$.

أما معامل الانعكاس $\rho_{(d)}$ فهو كما يلي:-

$$\rho(d) = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o}\, e^{-j2\beta d} = \frac{V^-(d)}{V^+(d)} = \frac{V^-(0)}{V^+(0)}\, e^{-j2\beta d} \qquad (31a\text{-}5)$$

أو

$$\rho(d) = \frac{Z(d) - Z_o}{Z(d) + Z_o} = \frac{z(d) - 1}{z(d) + 1} \qquad (31b\text{-}5)$$

حيث إن $Z(d)$ هي ممانعة الدخل عند النقطة d و $z(d) = Z(d) / Z_o$ هي ممانعة الدخل المعيارية. ويمكن كتابة $\rho(d)$ كما يلي:-

$$\rho(d) = \rho_L \; e^{-j2\beta d} = |\rho_L| \; e^{-j2\beta d + \theta_L} \qquad (31c\text{-}5)$$

حيث إن $\rho_L = (Z_L - Z_o)/(Z_L - Z_o) = |\rho_L| \angle\theta_L$ هو معامل الانعكاس للحمل. يلاحظ أن قيمة معامل الانعكاس ثابتة لا تتغير كدالة في d ويحدث التغير فقط في طور معامل الانعكاس. أما نسبة الموجة الواقفة SWR فهي كما يلي:-

$$SWR = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} = \frac{1 + |\rho_L|}{1 - |\rho_L|} \qquad (32\text{-}5)$$

حيث إن SWR ثابتة لا تتغير على الخط في غياب الفقد. أما ممانعة الدخل $Z_{in}(d)$ (input impeadance) (أو للسهولة Z) فيتم اشتقاقها من المعادلتين (29b-5) و (30b-5) كما يلي:-

$$Z_{in}(d) \equiv Z = \frac{V(d)}{I(d)} = Z_0 \frac{Z_L \cos\beta d + j Z_0 \sin\beta d}{Z_0 \cos\beta d + j Z_L \sin\beta d} \qquad (33a\text{-}5)$$

أو

$$Z_{in}(d) \equiv Z = Z_0 \frac{Z_L + j Z_0 \tan\beta d}{Z_0 + j Z_L \tan\beta d} \qquad (33b\text{-}5)$$

أما ممانعة الدخل المعيارية $z_{in}(d) = Z_{in}(d) / Z_o$ ، أو للسهولة z، فهي كما يلي:-

$$z_{in}(d) = z = \frac{Z_{in}(d)}{Z_0} = \frac{z_L + j\tan\beta d}{1 + j z_L \tan\beta d} \qquad (34\text{-}5)$$

أما القدرة المركبة $\hat{P}(d)$ عند أي نقطة على خط النقل فهي كما يلي:-

$$\hat{P}(d) = \frac{1}{2} V(d) I^*(d) \tag{35a-5}$$

$$\hat{P}_S = \frac{1}{2} V_S I_S^* \tag{35b-5}$$

$$\hat{P}_L = \frac{1}{2} V_L I_L^* \tag{35c-5}$$

وحيث إن خط النقل لا يعاني من الفقد فإن الجزء الحقيقي من القدرة لا يتغير من مدخل الخط إلى نهايته.

هناك العديد من الطرق التي يمكن أن تستخدم لمعالجة وتحليل وتتبع مستوى الإشارة على خطوط النقل التي لا تعاني من فقد. ويمكن أن يتم استخدام بعض من هذه الطرق لمعالجة وتحليل الخطوط التي تعاني من الفقد وسيتم الإشارة إلى ذلك في حينه. بالإضافة إلى الطريقة الحسابية التي تعتمد على استخدام المعادلات السابقة في معالجة وتحليل الخطوط وطريقة المخطط الاتجاهي (vector diagram) والتي تم شرحها في الفصل السابق، هناك طرق أخرى مثل طريقة المخطط الدوراني (crank diagram) التي لا تختلف عن طريقة المخطط الاتجاهي باستثناء أنها أسهل منها وسيتم تقدم هذه الطريقة أولاً. وهناك طريقة المخطط المستطيلي أو الكارتيزي (rectangular chart) والمخطط الدائري أو القطبي أو ما يعرف بمخطط سميث (Smith chart) وسيتم تقديمهما في مرحلة لاحقة.

5-4-1:- المخطط الدوراني (crank diagram) لحل مسائل خطوط النقل

تتكون الفولطية (أو التيار) على خط النقل الذي لا يعاني من الفقد من جزء يمثل الموجة الساقطة وأخر يمثل الموجة المنعكسة كما يلي:-

$$V_{(d)} = V^{+}(0)\ e^{j\beta d} + V^{-}(0)\ e^{-j\beta d} \qquad (36a\text{-}5)$$

أو يمكن كتابتها كما يلي:-

$$V(d) = V^{+}(0)\left(e^{j\beta d} + \rho_L\ e^{-j\beta d}\right) \qquad (36b\text{-}5)$$

أو

$$V(d) = V^{+}(0)\ e^{j\beta d}\left(1 + \rho_L\ e^{-2j\beta d}\right) \qquad (36c\text{-}5)$$

للفولطية على الخط، وكذلك

$$I(d) = I^{+}(0)\ e^{j\beta d} + I^{-}(0)\ e^{-j\beta d} \qquad (37a\text{-}5)$$

أو يمكن كتابتها كما يلي:-

$$I(d) = I^{+}(0)\left(e^{j\beta d} - \rho_L\ e^{-j\beta d}\right) \qquad (37b\text{-}5)$$

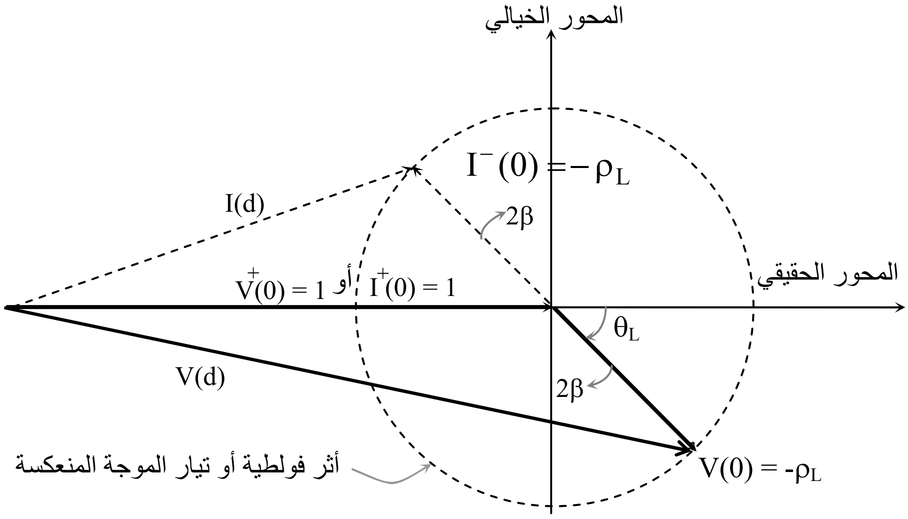
أو

$$I(d) = \frac{V^{+}(0)}{Z_0}\ e^{j\beta d}\left(1 - \rho_L\ e^{-2j\beta d}\right) \qquad (37c\text{-}5)$$

للتيار على الخط.

إذا استخدم التمثيل الطوري لتنفيذ المعادلة (36a-5) أو المعادلة (37a-5) فإنه سيتم الحصول على المخطط الاتجاهي للفولطية والتيار على الخط. ولا يختلف هذا عن المخطط الاتجاهي الذي سبق وتم شرحه آنفاً إلا أنه أسهل وذلك لأن قيمتي كل من الفولطية (أو التيار) الساقطة والمنعكسة لا يتغيران مع الفراغ وإنما يتغير طورهما فقط. ومن هذه الحيثية يتم الانتقال إلى المعادلة (36c-5) الممثلة للفولطية على خط النقل والمكونة، الكمية المحددة بين القوسين، من ثابت يساوي الواحد الصحيح مضافاً إليه كمية طورية قيمتها $|\rho_L|$ وطورها عند النقطة d هو $-2\beta d + \theta_L$ حيث

إن θ_L هو طور ρ_L. تتغير هذه الكمية مع الفراغ باتجاه حركة عقارب الساعة بمعدل $2\beta\ \mathrm{rad/m}$ فإذا أهملت الكمية $e^{j\beta d}$، لأنها لا تؤثر إلا على الطور المطلق للفولطية، وأخذت $V^+(0)$ في الاعتبار في اختيار مقياس الرسم فإن الشكل (5-15) يبين، في ضوء ما سبق، تمثيلاً للمعادلة (5-36c). هذا وقد تم تمثيل التيـار كذلك على هذا الشكل حيث إنه لا يختلف عن الفولطية إلا بتعديل مقياس الرسم الفعلي بالقيمة $(1/Z_0)$ إضافة إلى لف الكمية الطورية $\rho_L\ e^{-2j\beta d}$ بمقدار $\pm180°$. وبالتالي فإن المخطط الدوراني يتكون من كميتين إحداهما ثابتة ولا تتغير مع الفراغ والأخرى متغيرة مع الفراغ وبالتالي فإن كل ما يحدث على خط النقل يمكن أن ينظر له من خلال الدائرة المبينة في الشكل (5-15).

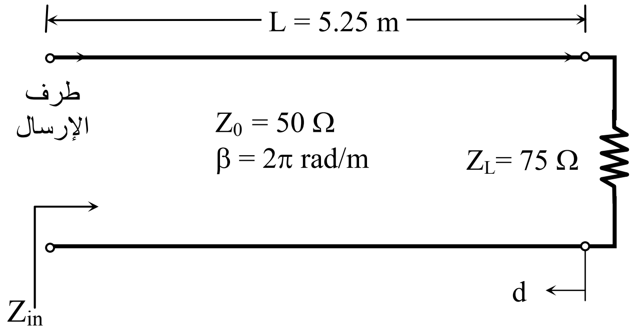


الشكل (5-15):- تمثيل المعادلتين (5-36c) و (5-37c) باستخدام المخطط الدوراني.

إن إهمال الحد $e^{j\beta d}$ لن يكون له أثر في إيجاد معامل الانعكاس أو نسبة الموجة الواقفة أو ممانعة الدخل أو القدرة عند أي نقطة على الخط. وسيتم فيما يلي تقديم

مثالاً لتوضيح طريقة المخطط الاتجاهي والدوراني والطريقة الحسابية لخط النقل الذي لا يعاني من الفقد. ويتم التأكيد هنا إلى أن النتائج الواردة كقيم عددية في حل خطوط النقل والمستخدمة عن طريق الرسم (وهي قيم تقريبية) قد لا تطابق القيم التي يتم إيجادها بالحساب (وهي قيم دقيقة).

مثال (5-2):- يبين الشكل (5-16) خط نقل بطول $L = 5.25\ m$ وممانعة مميزة $Z_0 = 50\ \Omega$ وثابت انتشار $\beta = 2\pi\ rad/m$ موصول في نهايته حمل $Z_L = 75\ \Omega$. إذا كانت فولطية الموجة الساقطة على الحمل (عند $d = 0$) هي $V^+(0) = 25\ V$ أوجد، باستخدام الطريقة الحسابية وطريقتي المخطط الاتجاهي والدوراني، ما يلي:- **(i)** الفولطية والتيار عند النقاط $d = 0$ و $d = L/2$ و $d = L$. **(ii)** معامل الانعكاس على هذا الخط ونسبة الموجة الواقفة له. **(iii)** ممانعة الدخل لهذا الخط عند النقاط $d = L/2$ و $d = L$. **(iv)** القدرة عند النقاط $d = 0$ و $d = L/2$ و $d = L$..



الشكل (5-16):- خط النقل للمثال (5-2).

الحـــل:-

معامل الانعكاس عند الحمل

$$\rho_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{75 - 50}{75 + 50} = \frac{1}{5}$$

وفولطية الموجة المنعكسة عند الحمل

$$V^-(0) = V^+(0)\,\rho_L = 25/5 = 5 \quad V$$

وكذلك فإن الطور يحدد من $\beta d = 2\pi d$ ويساوي $720 + 225^o$ عند النقطة $d = L/2 = 2.625\ m$ ويساوي $1800^\circ + 90^\circ$ عند النقطة $d = L = 5.25m$ وعليه فإن معادلات الفولطية والتيار على هذا الخط هي كما يلي:-

$$V(d) = 25\left(e^{j\beta d} + 0.2\ e^{-j\beta d}\right) \quad V \qquad (38a\text{-}5)$$
$$I(d) = 0.5\left(e^{j\beta d} - 0.2\ e^{-j\beta d}\right) \quad A \qquad (38b\text{-}5)$$

الحل بالطريقة الحسابية:- يمكن كتابة معادلات الفولطية والتيار على الخط كما يلي**:-**

$$V(d) = 25\ (1.2 \cos\beta d + j0.8 \sin\beta d) \quad V$$
$$I(d) = 0.5\ (0.8 \cos\beta d + j1.2 \sin\beta d) \quad A$$

(i) $V(0) = 30 \quad V$ و $I(0) = 0.4\ A$

$$V(L/2) = 25\ (1.2 \cos 225^\circ + j\,0.8 \sin 225^\circ)$$
$$= -(25/\sqrt{2})\ (1.2 + j\,0.8) = -25.5\angle 33.7^\circ = 25.5\angle -146.3^o \quad V$$

$$I(L/2) = (0.5/\sqrt{2})\ (0.8 + j\,1.2) = -0.51\angle 56.3^\circ = 0.51\ \angle\text{-}123.7^\circ \quad A$$
$$V(L) = 25\ (1.2 \cos 90^\circ + j\,0.8 \sin 90^\circ) = j\,20 = 20\angle 90^\circ \quad V$$
$$I(L) = j\,0.6 = 0.6\angle 90^\circ \quad A$$

(ii) معامل الانعكاس ρ ونسبة الموجة الواقفة لهذا الخط

$$SWR = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} = \frac{1.2}{0.8} = 1.5$$ و $$\rho(d) = 0.2\ e^{-j2\beta d}$$

(iii) ممانعة الدخل $Z_{in}(d)$

$$Z_{in}(d) = \frac{V(d)}{I(d)} = 50\,\frac{1.2\cos\beta d + j\,0.8\sin\beta d}{0.8\cos\beta d + j\,1.2\sin\beta d}$$

أو

$$Z_{in}(d) = 50\,\frac{1.2 + j\,0.8\,\tan\beta d}{0.8 + j\,1.2\tan\beta d}$$

وبالتالي

$$Z_{in}(d = L/2) = 50\angle -22.6 = 46.2 - j19.2\ \Omega$$

$$Z_{in}(d = L) = (50\times 0.8/1.2)\ \angle 0^{\circ} = 33.3\ \Omega = Z_s$$

(iv) القدرة المركبة $\hat{P}(d)$ أو

$$\hat{P}(d) = 0.5\times V(d)\,I^*(d)$$

$$\hat{P}(0) = 0.5\times V(0)\,I^*(0) = 0.5\times 30\times 0.4 = 6 \qquad W$$

$$\hat{P}(d = L/2) = 0.5\times 25.5\times 0.51\angle(-146.3^{\circ} + 123.7^{\circ})$$

$$= 6.5\angle -22.6^{\circ} = 6 - j2.5 \qquad VA$$

$$\hat{P}(d = L) = (0.5)\times V(L)I^*(L) = 6 \qquad W$$

يلاحظ أن الجزء الحقيقي من القدرة لم يتغير.

الحل بطريقة المخطط الاتجاهي:- تستخدم علاقات الفولطية والتيار المبينة في المعادلة (5-38) لتنفيذ هذا المخطط. إذا ما اعتبرت الكميات بين الأقواس في المعادلة المذكورة وأخذ مقياس الرسم للفولطية وللتيار 5 cm /V و 5 cm /A، على التوالي، فإنه وبعد إنهاء عمل المخطط وإيجاد الطول الممثل للفولطية (للتيار) فسيتم إيجاد قيمة الفولطية (التيار) الفعلية من خلال قسمة القيمة 25 V (0.5 A) على مقياس الرسم وقيمته 5 مضروباً في الطول الممثل للفولطية (التيار). يبين الشكل (5-17) المخطط الاتجاهي للفولطية والتيار عند النقاط $d = 0$ و $d = L/2$ و $d = L$. ومن الشكل يمكن إيجاد الكميات المطلوبة في هذا المثال كما يلي:-

الفولطية والتيار عند النقطة $d = 0$

$$V(0) = (9/7.5)\times 25\angle 0^{o} = 30\angle 0^{o} \quad V$$

$$I(0) = (6/7.5)\times 0.5\angle 0^o = 0.4\angle 0^o \quad A$$

الفولطية والتيار عند النقطة $d = L/2$

$$V(L/2) = (7.65/7.5)\times 25\angle -146^\circ = 25.5\angle -146^\circ \quad V$$

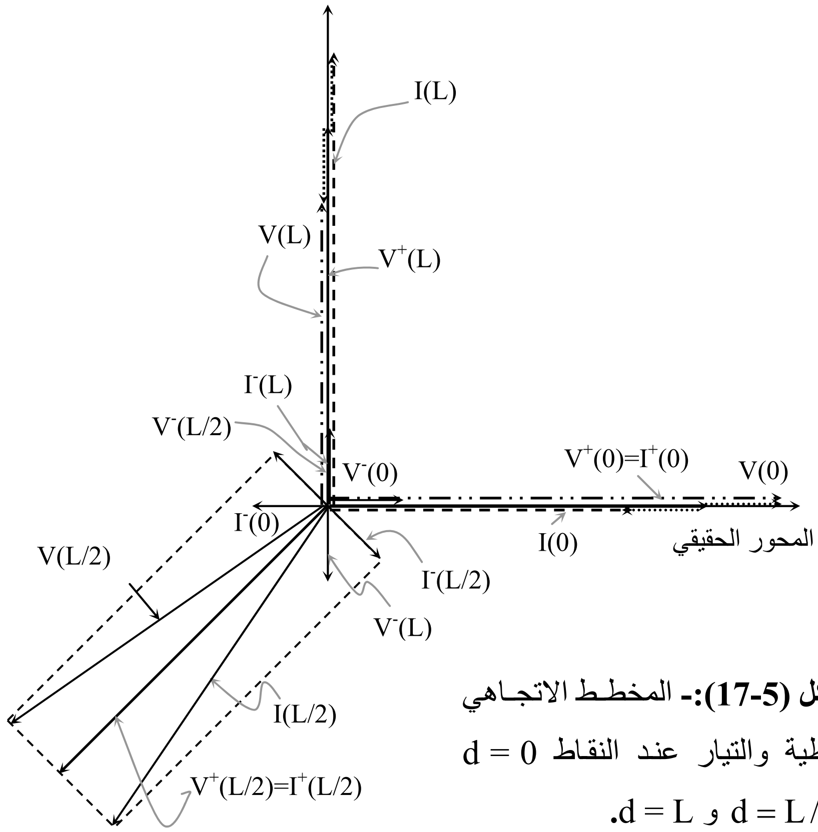
$$I(L/2) = (7.65/7.5)\times 0.5\angle -123.5^\circ = 0.51\angle -123.5^\circ \quad A$$

الفولطية والتيار عند النقطة $d = L$

$$V(L) = (6/7.5)\times 25\angle 90^\circ = 20\angle 90^\circ \quad V$$

$$I(L) = (9/7.5)\times 0.5\angle 90^\circ = 0.6\angle 90^\circ \quad A$$

يتم إيجاد معامل الانعكاس وممانعة الدخل والقدرة من قيم الفولطية والتيار التي تم إيجادها من المخطط الاتجاهي (لا تختلف هذه القيم عن التي تم حسابها).



الشكل (5-17):- المخطط الاتجاهي للفولطية والتيار عند النقاط $d = 0$ و $d = L/2$ و $d = L$.

الحل بطريقة المخطط الدوراني:- يتم تعديل علاقات الفولطية والتيار المبينة في المعادلة (5-38) كما يلي:-

$$I(d) = 0.5\ e^{j\beta d}\left(1 - 0.2\ e^{-2j\beta d}\right) \quad و \quad V(d) = 25\ e^{j\beta d}\left(1 + 0.2\ e^{-2j\beta d}\right)$$

وبعد تجاهل الكمية $e^{j\beta d}$ يمكن كتابة الفولطية والتيار كما يلي:-

$$I(d) = 0.5\left(1 - 0.2\ e^{-2j\beta d}\right) \qquad و \qquad V(d) = 25\left(1 + 0.2\ e^{-2j\beta d}\right)$$

سيتم استخدام هاتين الكميتين في تنفيذ المخطط الدوراني علماً بأن الكمية $2\beta d$ تناظر $90°$ للنقطة $L/2$ و $180°$ للنقطة $d = L$. ويتم تنفيذ الكميات بين الأقواس في رسم المخطط الدوراني مع أخذ مقياس الرسم ليكون 10 cm/V للفولطية و 10 cm/A للتيار. ويتم إيجاد القيمة الفعلية للفولطية من خلال قسمة الطول الممثل للفولطية على 10 (مقياس الرسم) وضرب الناتج بالكمية 25 وكذلك بالنسبة للقيمة الفعلية للتيار حيث يتم اخذ خارج قسمة الطول الممثل للتيار على 10 (مقياس الرسم) ونضرب الناتج بالكمية 0.5 ويبين الشكل (5-18) المخطط الدوراني للفولطية والتيار عند النقاط $d = 0$ و $d = L/2$ و $d = L$ ومن الشكل يمكن إيجاد الكميات المطلوبة في هذا المثال كما يلي:-

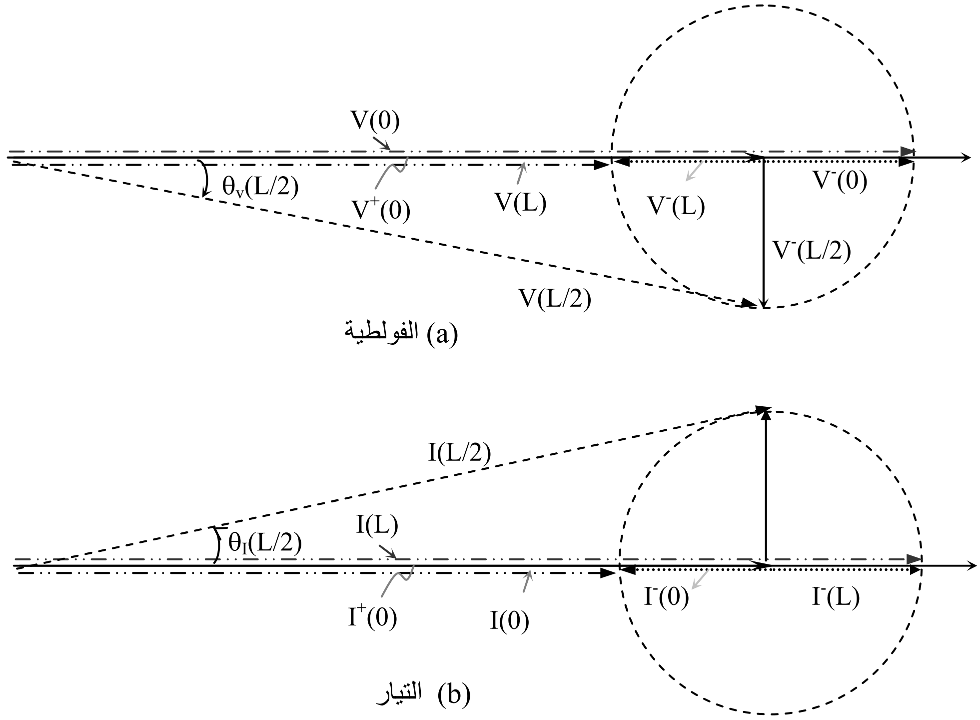
$$V(0) = (12/10) \times 25\angle 0^{o} = 30\angle 0^{\circ} \qquad V$$
$$I(0) = (8/10) \times 0.5\angle 0^{o} = 0.4\angle 0^{\circ} \qquad A$$

عند النقطة $d = 0$، أما عند النقطة $d = L/2$ على خط النقل فإن الفولطية والتيار يكونا كما يلي:-

$$V(L/2) = (10.2/10) \times 25\angle 11.31^{o} = 25.55\angle 11.31^{o} \qquad V$$
$$I(L/2) = (10.2/10) \times 0.5\angle +11.31^{o} = 0.51\angle -11.31^{o} \quad A$$

وعند النقطة $d = L$ فإن الفولطية والتيار يكونا كما يلي:-

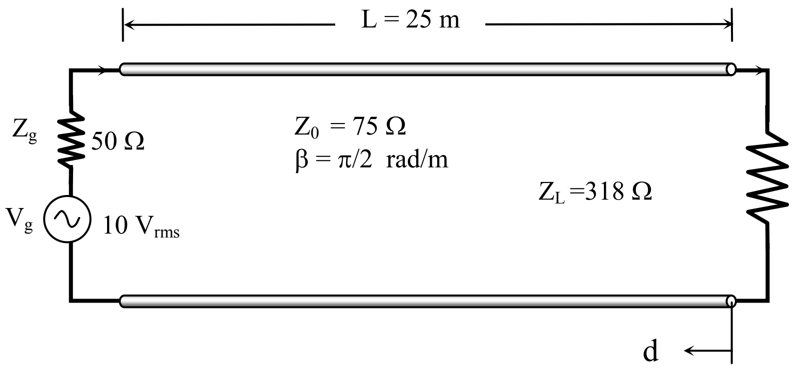
$$V(L) = (8/10) \times 25\angle 0^o = 20\angle 0^o \qquad V$$
$$I(L) = (12/10) \times 0.5\angle 0^o = 0.6\angle 0^o \qquad A$$



الشكل (5-18):- المخطط الدوراني للفولطية والتيار عند النقاط $d = 0$ و $d = L/2$ و $d = L$ (a) الفولطية (b) التيار.

وتجدر الإشارة إلى أن الطور هنا نسبي (relative phase) ولا يمثل الطور المطلق (absolute phase). ويلاحظ أن قيم الفولطية والتيار التي تم إيجادها من خلال استخدام المخطط الدوراني هي نفس القيم التي تم إيجادها من خلال المخطط الاتجاهي أو الطريقة الحسابية. وفي ضوء ذلك فإن الحسابات اللازمة لإيجاد معامل الانعكاس ونسبة الموجة الواقفة وممانعة الدخل والقدرة عند النقاط المختلفة ستعطي نفس القيم التي تم احتسابها سابقاً.

مثال (5-3):- يبين الشكل (5-19) خط نقل لا يعاني من الفقد طوله 25 m وممانعته المميزة Z_0 تساوي $75\ \Omega$ وثابت انتشاره $\beta = \pi/2$ rad/m يصل مصدر فولطيته $V_g = 10$ (rms) وممانعته الداخلية $Z_g = 50\ \Omega$ بحمل ممانعته $Z_L = 318\ \Omega$، باستخدام المخطط الدوراني أوجد الفولطية والتيار على الخط عند النقاط التالية $d = 0$ و $d = 12.5$ m و $d = 25$ m . أوجد معامل الانعكاس ونسبة الموجة الواقفة SWR وممانعة الدخل والقدرة عند هذه النقاط. أرسم نمط الموجة الواقفة للفولطية أو $|V(d)|$ مع d.



الشكل (5-19):- خط النقل للمثال (5-3).

الحـــل:-

$\rho_L = \rho(d=0) = (318-75)/(318+75) = 0.62$ بما أن فولطية الحمل غير معروفة فسيتم أخذ طول مقداره 5 cm ليمثل قيمة الفولطية الساقطة $V^+(0)$ عند $d = 0$ وسيتم تحديد مقياس الرسم الفعلي عند الوصول إلى طرف الإرسال وإيجـاد قيمـــة V_s. ويمكن كتابــة العلاقات التي تحدد الفولطية والتيار على الخـط كما يلي:-

$$V(d) = V^+(0) + V^+(0)\ \rho_L\ e^{-2j\beta d}$$

$$I(d) = \frac{1}{Z_0}\left[V^+(0) - V^+(0)\ \rho_L\ e^{-2j\beta d}\right]$$

تم إهمال الكمية $e^{j\beta d}$ في المعادلة السابقة. يبين الشكل (5-20) المخطط الدوراني للفولطية والتيار على الخط عند النقاط $d = 0$ و $d = 12.5\ m$ و $d = 25\ m$ حيث تم أخذ $V^{+}(0) \equiv 5\ cm$ والكمية $V^{+}(0)\rho_L = 3.1\,cm$ وتم إهمال Z_0 في رسم المخطط الدوراني للتيار مع ملاحظة أن $2\beta d\,\big|_{d=12.5m} \equiv 6(2\pi) + \pi/2 \Rightarrow \pi/2$ وأن $2\beta d\,\big|_{d=25m} \equiv 12(2\pi) + \pi \Rightarrow \pi$. يمكن إيجاد Z_S من الشكل (5-20) وذلك بقسمة طول $V_S = V(25)$ على I_S (علماً بأن طور كل منهما يساوي صفراً) وضرب النتيجة في قيمة Z_0 كما يلي:-

$$Z_S = (1.9/8.1) \times 75 = 17.6 \quad \Omega$$

وبالتالي فإن قيمة كل من V_S و I_S الفعليتين هما كما يلي:-

$$I_s = (10/67.6) = 0.15 \quad A \qquad \text{و} \qquad V_s = (10 \times 17.6)/67.6 = 2.6 \quad V$$

وبالتالي فإن مقياس الرسم الفعلي للفولطية والتيار هو $2.6/1.9 = 1.37\ V/cm$ للفولطية ، و $0.15/8.1 = 0.0185\ A/cm$ للتيار. في ضوء ذلك فإن الفولطية والتيار عند النقطة $d = 0\ m$ والنقطة $d = 12.5\ m$ هما كما يلي (قيمة كل من الفولطية والتيار والطور الظاهري لكل منهما):-

$$V(0) = 1.37 \times 8.1 \angle 0^{o} = 11.1 \angle 0^{\circ} \qquad V$$

$$V(12.5) = 1.37 \times 5.9 \angle \theta_v = 8.1 \angle -32^{\circ} \qquad V$$

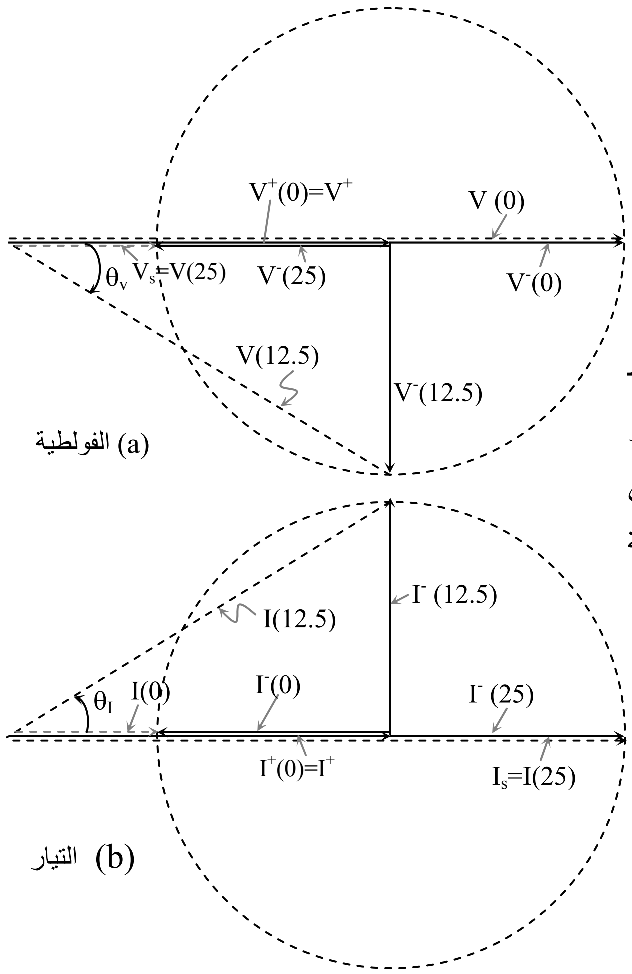
$$I(0) = 0.0185 \times 1.9 \angle 0^{o} = 0.0352 \angle 0^{\circ} \qquad A$$

$$I(12.5) = 0.0185 \times 5.9 \angle \theta_z = 0.109 \angle 32^{\circ}\ A$$

أما معامل الانعكاس عند النقاط المختلفة فهو كما يلي:-

$$\rho(d) = \rho_L e^{-2j\beta d} = 0.62\ e^{-j\pi d} \qquad \text{و} \qquad \rho(0) = 0.62 \qquad \text{و}$$

$$\rho(12.5) = 0.62\ e^{-j\pi/2} = -\,j0.62 \qquad \text{و} \qquad \rho(25) = 0.62\ e^{-j\pi} = -\,0.62$$



الشكل (5-20):- المخطط الدوراني للفولطية والتيار على خط النقل المشار له في المثال (5-3) (a) الفولطية (b) التيار.

أما نسبة الموجة الواقفة SWR فهي كما يلي:-

$$SWR = V_{max} / V_{min} = (1+|\rho|)/(1-|\rho|) = 8.1/1.9 \ = \ 4.26$$

يتم إيجاد ممانعة الدخل عند النقاط المختلفة من القيم الاسمية للفولطية والتيار على الخط وذلك من خلال قسمة الطول الممثل للفولطية على ذلك الممثل للتيار مضروباً بالممانعة المميزة لخط النقل مع طور يساوي الفارق بين الطور الاسمي للفولطية والطور الاسمي للتيار كما يلي:-

$$Z_{in}(d=12.5) = Z_0 \times (5.9\angle -32^\circ)/(5.9\angle +32^\circ) = 75\angle -64^\circ \quad \Omega$$

$$Z_{in}(d=25) = Z_s = Z_0 \times (1.9\angle 0^o)/(8.1\angle 0^o) = 17.6 \quad \Omega$$

أما القدرة عند النقاط المختلفة فهي كما يلي:-

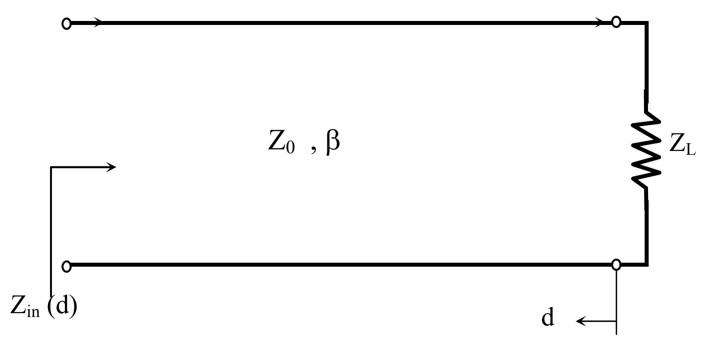
$$\hat{P}(0) = 11.1 \times 0.0352 = 0.39 = \hat{P}(25) = \hat{P}_s \qquad W$$

$$\hat{P}(12.5) = 8.1\angle -32^o \times 0.109\angle -32^o = 0.883\angle -64^\circ = 0.39 - j\,0.79 \text{ W}$$

5-4-2:- خصائص خطوط النقل القصيرة

سيتم فيما يلي تفحص ممانعة الدخل لخطوط النقل القصيرة (short TL) التي لا تعاني من الفقد حيث إن لهذه الخطوط استخدامات عديدة كما سيظهر ذلك لاحقاً. بالنظر إلى الشكل (5-21) والذي يبين خط نقل ذا ممانعة مميزة $Z_0\ \Omega$ و ثابت انتشار β rad/m موصول به حمل $Z_L\ \Omega$ ، فإن ممانعة دخله عند أي نقطة d هي كما يلي :-

$$Z_{in}(d) = Z_0 \frac{(Z_L + j Z_0 \tan \beta d)}{(Z_0 + j Z_L \tan \beta d)}$$



الشكل (5-21):- خط نقل قصير لا يعاني من الفقد وموصول به حمل Z_L.

تجدر الإشارة إلى أن ممانعة الدخل تتغير بشكل دوري حيث إن قيمتها عند النقطة d_1 تساوي قيمتها عند $d_1 + n\lambda/2$ أو $Z_{in}(d_1) = Z_{in}(d_1 + n\lambda/2)$ علماً بأن $n = 0 , \pm 1,...$. سيتم هنا بحث ثلاث حالات خاصة وهي :- **(a)** خط نقل موصول عند نهايته دارة قصر $Z_L = 0$ (short circuit TL) **(b)** خط نقل موصول عند نهايته دارة مفتوحة $Z_L \to \infty$ (open circuit TL) **(c)** خط نقل بطول يساوي ربع طول الموجة (quarter wavelength TL) أو مضاعفاتها الفردية.

a :- **خط نقل موصول عند نهايته الحمل** $Z_L = 0$:- في هذه الحالة تكون ممانعة دخل الخط

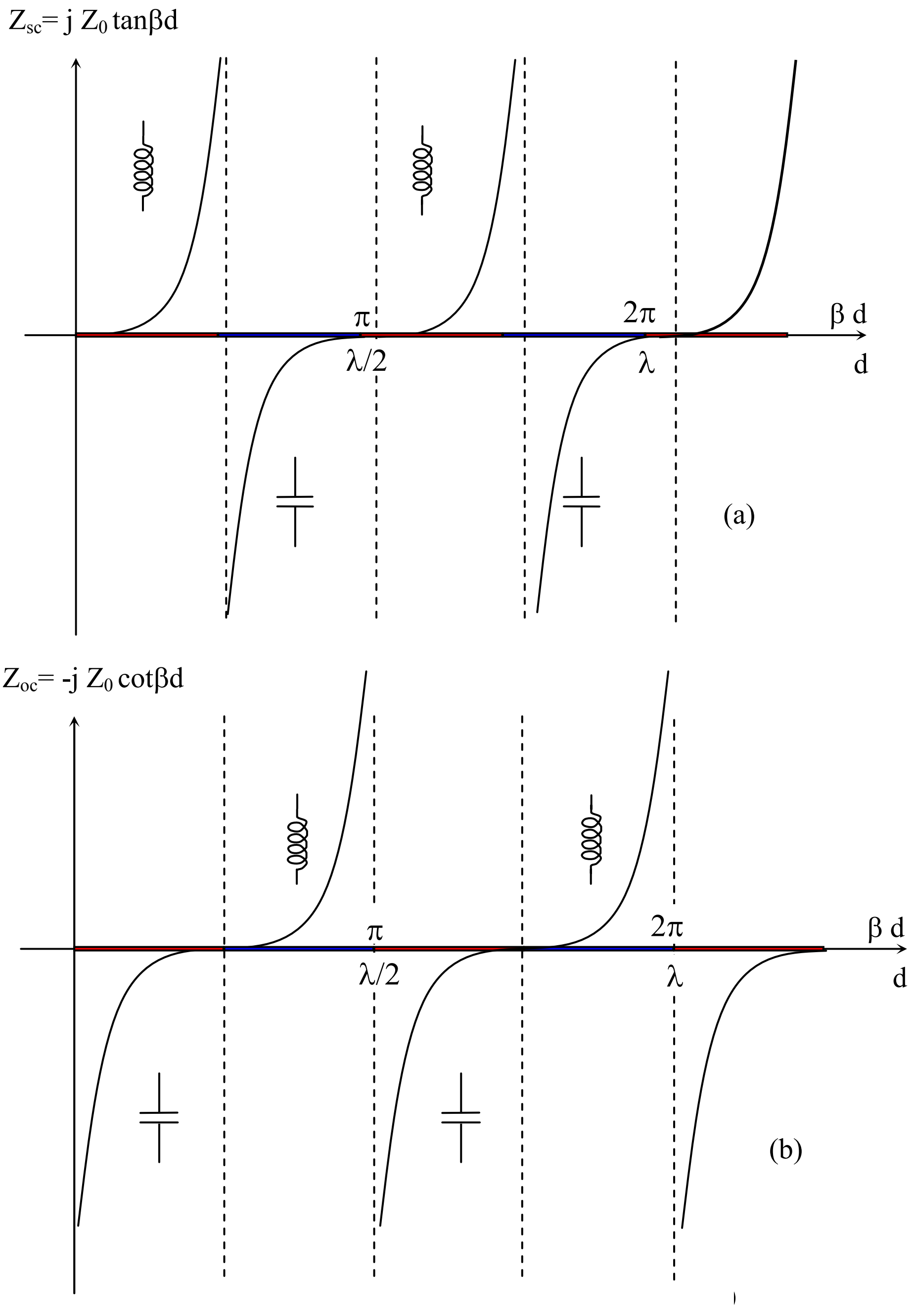
$$Z_{sc} = Z_{in}(d) = jZ_0 \tan \beta d \qquad (39\text{-}5)$$

حيث إن Z_{sc} تمثل ممانعة خط نقل ينتهي بدارة قصر وتتغير قيمتها من $-j\infty$ إلى $+j\infty$ مروراً بالصفر كدالة في d وذلك بشكل دوري وحسب ما هو مبين في الشكل (5-22). وهذا يعني أن ممانعة الدخل لهذا الخط تناظر في هذه الحالة إما ممانعة محث (مفاعلة محث) أو ممانعة مواسع (مفاعلة مواسع).

b :- **خط نقل موصول عند نهايته الحمل** $Z_L \to \infty$:- في هذه الحالة تكون ممانعة دخل الخط

$$Z_{oc} = Z_{in}(d) = -jZ_0 \cot \beta d \qquad (40\text{-}5)$$

حيث إن Z_{oc} تمثل ممانعة دخل خط نقل ينتهي بدارة مفتوحة و تتغير قيمتها من $-j\infty$ إلى $+j\infty$ مروراً بالصفر كدالة في d بشكل دوري حسب ما هو مبين في الشكل (5-22) أو أن ممانعة الدخل لهذا الخط تناظر إما ممانعة مواسع (مفاعلة مواسع) أو ممانعة محث (مفاعلة محث).



الشكل (5-22):- تغير ممانعة الدخل لخط نقل قصير عند تحميله(a) بدارة قصر $Z_L = 0$ أو (b) بدارة مفتوحة $Z_L \to \infty$.

c :- خط نقل بطول يساوي ربع طول الموجة:- لخط نقل لا يعاني من الفقد وطوله ربع طول الموجة التي يحملها أو مضاعفاتها الفردية أي أن طول الخط $(2\,n + 1)\ \lambda/4$ حيث إن $n = 0\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ ...$ و λ هو طول الموجة؛ في هذه الحالة تكون قيمة βd كما يلي:-

$$\beta d\big|_{d=\lambda/4} = (2\pi/\lambda)(\lambda/4) = \pi/2$$

وبالتالي فإن $\tan \beta d\Big|_{d=\lambda/4} \rightarrow \infty$ ، وتكون ممانعة الدخل لهذا الخط هي كما يلي:-

$$Z_{in}\ (d = \lambda/4) = Z_0^2\ /\ Z_L$$

وبالتالي فإنه إذا كانت ممانعة الحمل $Z_L = R + j\,X$ (ممانعة حثية inductive) فإن هذا الخط (الذي يبلغ طوله ربع طول الموجة) يقوم بتحويل هذه الممانعة لتبدو على مدخله

$$Z_{in} = \left(Z_0 / |\,Z_L\,|\right)^2\ (R - j\,X) = R' - j\,X'$$

أو $R' = \left(Z_0 / |\,Z_L\,|\right)^2\ R$ و $X' = \left(Z_0 / |\,Z_L\,|\right)^2\ X$

أو أن الممانعة المكافئة هي ممانعة مواسعية وتم تعديل قيمتها بالكمية $(Z_0/|Z_L|)^2$، ويلاحظ أنه إذا كانت $Z_0 > |Z_L|$ فإن قيمة الممانعة المكافئة تكون أعلى من ممانعة الحمل ($R' > R$ و $X' > X$) أما إذا كانت $Z_0 < |Z_L|$ فإن قيمة الممانعة المكافئة تكون أقل من ممانعة الحمل ($R' < R$ و $X' < X$). ويمكن النظر إلى الكمية $(Z_0/|Z_L|)^2$ على أنها مناظرة لنسبة عدد اللفات في الملف الابتدائي إلى عدد اللفات في الملف الثانوي في المحولات الكهربائية التي تعمل إما على رفع أو خفض الفولطية (وبالتالي الممانعة). تجدر الإشارة إلى أنه إذا كانت $Z_L = R_L$ فإن ممانعة الدخل لهذا الخط ستكون كمية حقيقية أو

$$Z_{in} = Z_0^2 / Z_L = \left(Z_0 / R_L\right)^2\ R_L$$

و بالتالي يمكن رفع قيمة R_L أو خفضها باختيار القيمة المناسبة للمانعة المميزة لهذا الخط Z_0 وسيتم توضيح الغرض من ذلك في فصل الموائمة (matching) بين خطوط النقل وأحمالها.

5-5:- مخططات خطوط النقل

هناك نوعان من الكميات المستخدمة في تحليل خطوط النقل ويتضمن النوع الأول الكميات المتغيرة لخط النقل المعني مثل الفولطية والتيار على الخط وأما النوع الثاني فيتضمن الكميات الثابتة (باستثناء اعتمادها على التردد) لخط نقل معين مثل الممانعة المميزة وثابت الانتشار وطول الخط والتي قد تتغير من خط نقل إلى آخر. وإذا ما تم استخدام الممانعة المميزة لخط النقل ككمية مرجعية لكل الممانعات في الخط المعني فإن الممانعة المميزة المعيارية تصبح مساوية للواحد الصحيح وهذا يصبح صحيحاً لجميع خطوط النقل. كذلك إذا تم استخدام طول الموجة ككمية مرجعية لتحديد الطول المعياري (الكهربائي بدلاً من الفيزيائي) لخط النقل فإن طوله المعياري يصبح مساوياً لطوله الفيزيائي مقسوماً على طول الموجة. في ضوء ذلك فإن الممانعة المميزة المعيارية وطول الخط المعياري يمثلان أي خط نقل سواء كان ذلك كابلاً محورياً بأي مواصفة أو خط نقل مفتوح أو دليل موجة أو حتى ليفاً بصرياً. ويصبح خط نقل بممانعة مميزة $50\ \Omega$ وآخر بممانعة مميزة $500\ \Omega$ متشابهان تحت هذه الممانعة المميزة المعيارية. وكذلك فإن خط نقل بطول 1000 m وطول موجته 100 m يشابه خط نقل أخر بطول 1 m وطول موجه 0.1 m (بالتالي فإن الطول الكهربائي هو الذي سيستخدم في تحليل خط النقل وليس الطول الفيزيائي). إذا ما تم اعتماد العلاقة التي تربط معامل الانعكاس مع ممانعة الدخل لخط معين والتي تم اشتقاقها من قبل وهي:-

$$\rho(d) = \frac{Z(d) - Z_0}{Z(d) + Z_0}$$

حيث إن $Z(d)$ هي ممانعة الدخل لخط النقل عند النقطة d و Z_0 هي الممانعة المميزة لهذا الخط والتي يمكن كتابتها باستخدام المرجعيات التي سبق ذكرها على الشكل التالي:-

$$\rho(d) = \frac{z(d) - 1}{z(d) + 1} \qquad (41\text{-}5)$$

حيث إن $z(d)$ هي ممانعة الدخل المعيارية لخط النقل عند النقطة d ويمكن كتابتها كما يلي:-

$$z(d) = \frac{1 + \rho(d)}{1 - \rho(d)} \qquad (42\text{-}5)$$

علماً بأن $z(d) \equiv r + j\,x$ حيث إن r هو الجزء الحقيقي من z (المقاومة المعيارية أو المرجعية) و x هو الجزء الخيالي (المفاعلة الحثية أو لمواسعية المعيارية أو المرجعية) وتتغير هذه القيم كما يلي:- $0 < r < \infty$ و $-\infty < x < -\infty$ -

أما الكمية $\rho(d)$ فيمكن النظر إليها بأنها تتكون من قيمة وطور (أو جزء حقيقي وجزء خيالي) كما يلي:-

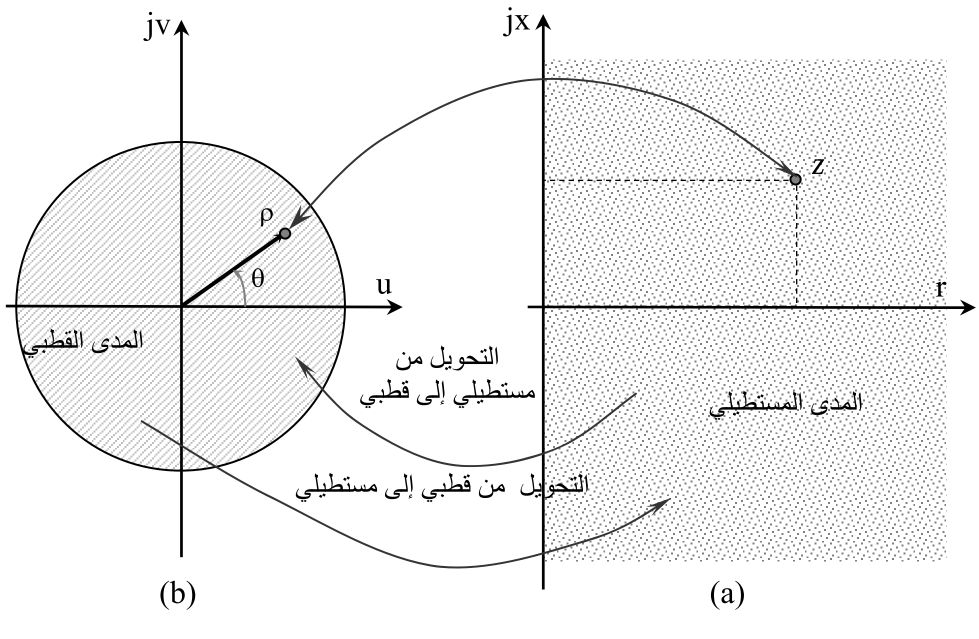
$$\rho(d) = |\rho(d)|\ e^{j\theta(d)} \ \ (= u + jv)$$

وتتغير الكميات $|\rho(d)|$ و $\theta(d)$ كما يلي :-

$$0 \le \theta(d) < \alpha\,\pi \quad \text{و} \quad 0 \le |\rho(d)| \le 1$$

حيث إن $0 < \alpha < \infty$. أما u و v فتتغيران كما يلي $0 \le |u| \le 1$ و $0 \le |v| \le 1$ و $0 \le \sqrt{u^2 + v^2} \le 1$ ويبين الشكل (5-23) المدى لكل من $z(d)$ و $\rho(d)$ حيث إن مدى $z(d)$ هو كارتيزي أو مستطيلي (rectangular) وأما مدى $\rho(d)$ فهو دائري أو قطبي (polar). ويمكن ترجمة المعادلة (5-41) بأنها

علاقة تحويلية تنقل (أو تحول) المتغير $\rho = |\rho| e^{j\theta}$ من المدى القطبي إلى المدى المستطيلي $(z = r + jx)$ وينتج عن ذلك مخطط يعرف بالمخطط المستطيلي. وحيث إن قيمة كل من r و x يمكن أن تؤول إلى ∞ فإن استخدام هذا المخطط لن يكون عملياً خاصة إذا زادت قيمة z عن حد معين (لن يتم بحث هذا المخطط هنا). أما بالنسبة للمعادلة (5-42) فهي علاقة تحويلية تنقل (أو تحول) المتغير $z = r + j\,x$ من المدى المستطيلي إلى المدى القطبي $(\rho = |\rho| e^{j\theta} = u + jv)$ وينتج عن ذلك المخطط الدائري أو القطبي أو كما يعرف عادة "مخطط سميث Smith Chart". وهذا المخطط يعتبر أكثر ملائمة حيث إن كل ما يحدث على خط النقل يمكن تمثيله ضمن دائرة بنصف قطر مناسب على الرغم من أن استخدامه لن يكون دقيقاً لكميات z المرتفعة.



الشكل (5-23):- (a) المدى المستطيلي للكمية $z = r + j\,x$ و (b) المدى القطبي للكمية $\rho = |\rho| e^{j\theta}$

5-5-1:- مخطط سميث

يعاد كتابة المعادلة (5-42) بعد أن يتم ضرب البسط والمقام بالكمية المرافقة للمقام أو (complex conjugate)

$$r + jx = \frac{(1+u) + j\,v}{(1-u) - j\,v} \times \frac{(1-u) + j\,v}{(1-u) + j\,v} = \frac{1 + u^2 - v^2 + 2\,jv}{(1-u)^2 + v^2} \qquad (43\text{-}5)$$

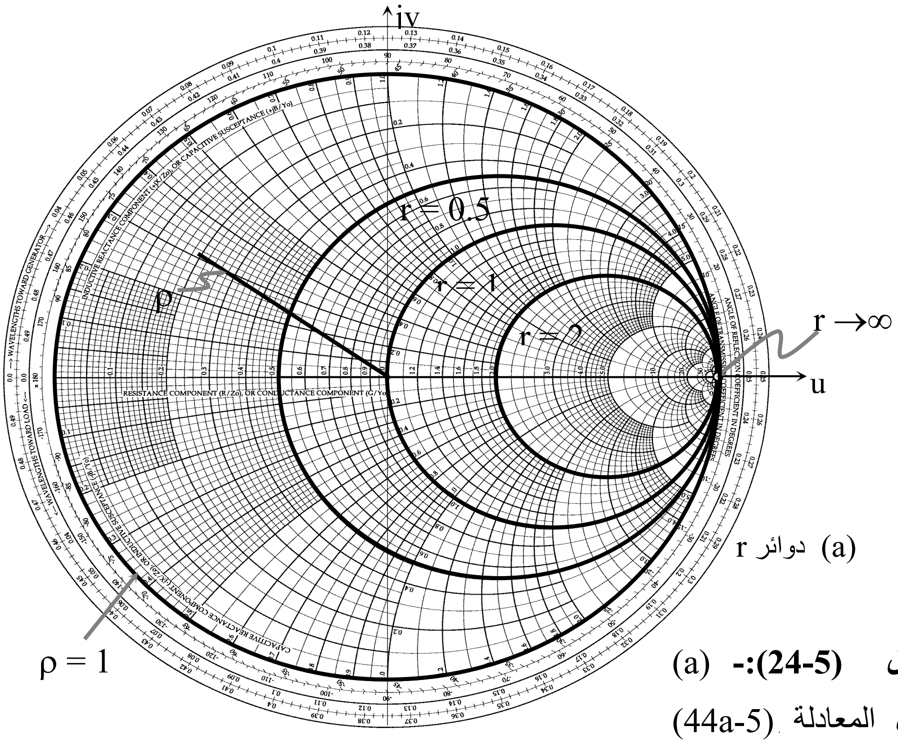
وبمساواة الأجزاء الحقيقية والخيالية كل على حدة مع بعضها البعض وإكمال المربعات فإنه يتم الحصول على علاقتين أحدهما للمتغير r والأخرى للمتغير x كما يلي:-

$$\left(u - r/[1+r]\right)^2 + v^2 = 1/(1+r)^2 \qquad (44a\text{-}5)$$

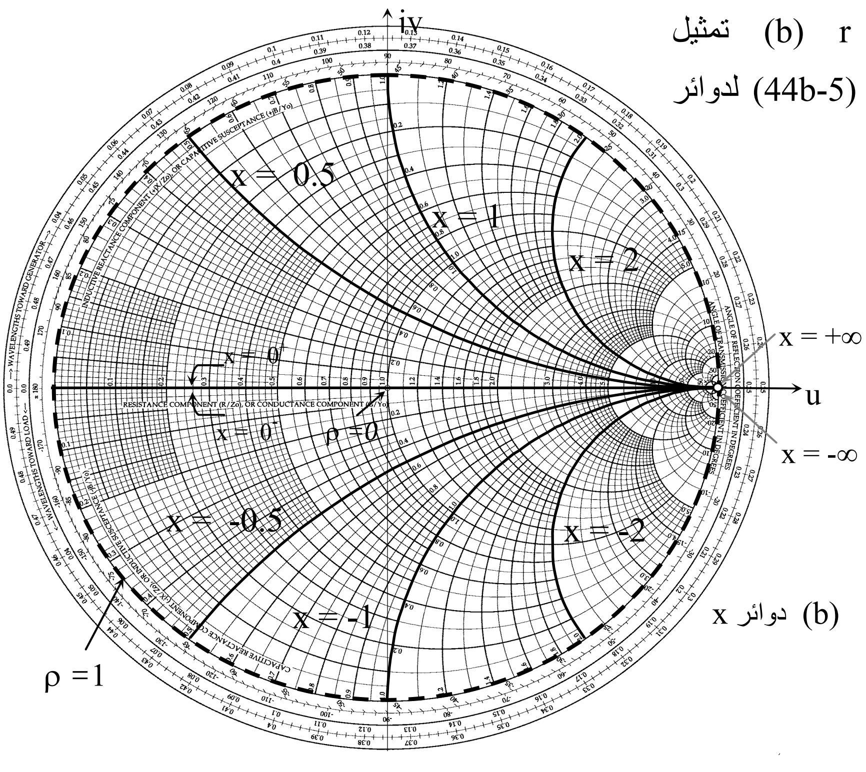
$$(u-1)^2 + (v - 1/x)^2 = 1/x^2 \qquad (44b\text{-}5)$$

مع ملاحظة أن مدى تغير r هو $0 < r < \infty$ ، ومدى تغير x هو $-\infty < x < \infty$ ،

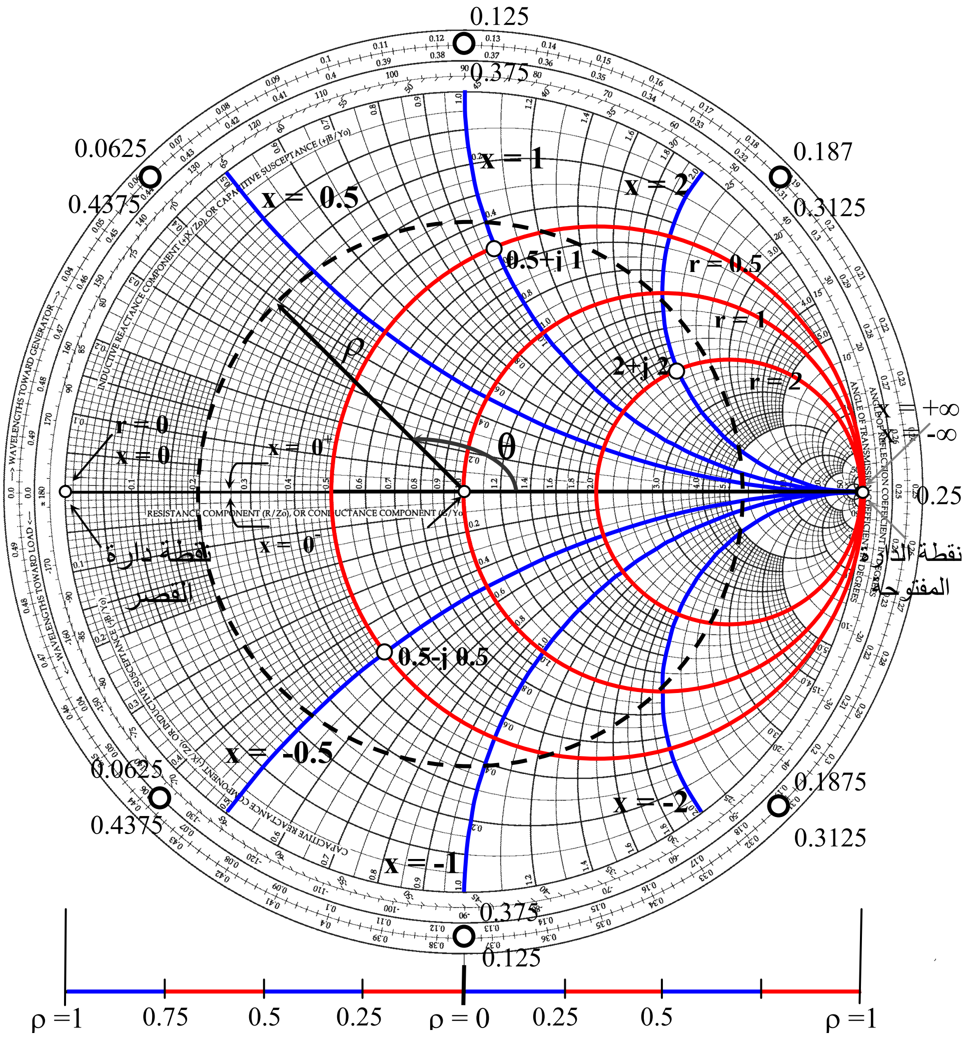
وأن قيمة $\sqrt{u^2 + v^2}$ محصورة بين الصفر والواحد الصحيح. تمثل المعادلة (44a-5) مجموعة من الدوائر وتمثل كل دائرة قيمة محددة (ثابتة) للكمية r ولها نصف قطر $1/(1+r)$ ومركزها يقع عند $u = r/(1+r)$ و $v = 0$. وتمثل المعادلة (44b-5) مجموعة من الدوائر وكل دائرة تمثل قيمة محددة (ثابتة) للكمية x ولها نصف قطر = $1/|x|$ (تم استخدام $|x|$ لان قيمة x يمكن أن تكون سالبة) ومركزها يقع عند $u = 1$ و $v = 1/x$، مع ملاحظة أن حدود هذه الدوائر يجب أن يكون محصوراً ضمن الدائرة $|\rho| = \sqrt{u^2 + v^2} = 1$. ويبين الشكل (5-24) تمثيلاً للمعادلة (5-44) والمتضمنة دوائر كل من r و x ويتم الحصول عليها عبر إضافة التمثيليين المبينين في الشكل (5-24) عن طريق التراكب (superposition) وذلك كما هو موضح في الشكل (5-25) ، وهو ما يعرف بمخطط سميث. ويمكن إدراج الملاحظات التالية على الشكل (5-25) :-



الشكل (24-5):- (a) تمثيل المعادلة (44a-5) لدوائر r (b) تمثيل المعادلة (44b-5) لدوائر x.



- تمثل نقطة تقاطع دائرة r مع دائرة x الممانعة المعيارية z وقد تم بيان بعض من هذه النقاط، مثلاً $z_1 = 0.5 + j\,1$ وبالتالي فإن $Z_1 = Z_0\,(0.5 + j1)$ حيث إن Z_0 تمثل الممانعة المميزة لخط النقل المعني.



الشكل (5-25):- مخطط سميث مبين عليه دوائر r و x واتجاه الحركة على خط النقل. والطول ومعامل الانعكاس.

- تمثل نقطة تقاطع دائرة $r = 1$ ودائرة $x = 0$ النقطة التي عندها يكون معامل الانعكاس مساوياً للصفر $(\rho = 0)$ وهي تمثل انعدام وجود الموجات المنعكسة على خط النقل.
- تمثل نقطة تقاطع (دائرة) $r \to \infty$ و $x \to \infty$ نقطة الدارة المفتوحة $(Z_L \to \infty)$.
- تمثل نقطة تقاطع دائرة $r = 0$ ودائرة $x = 0$ نقطة دارة القصر $(Z_L = 0)$.
- تمثل الدائرة $r = 0$ حملاً لا يمتص أي طاقة كهرومغناطيسية وبالتالي فإن كل الموجة الساقطة ستنعكس، وهذه الدائرة بالتالي تمثل $|\rho| = 1$.
- يتم تمثيل الكمية الطورية ρ من خلال خط يبدأ من النقطة $\rho = 0$ بطول يتم تحديده من المقياس المبين أدنى مخطط سميث في الشكل (5-25) وزاوية $\theta =$ يحددها طور ρ.
- بالنظر إلى معامل الانعكاس $\rho(d) = \rho_L\, e^{-j2\beta d}$ فإن الزيادة في d (الحركة من جهة الحمل إلى جهة المصدر) تمثل تناقصاً في طور الكمية الطورية $\rho(d)$ أو أن هذه الكمية الطورية تدور باتجاه حركة عقارب الساعة. وبالتالي إذا كانت الحركة من المصدر إلى الحمل فإن اتجاه دوران الكمية الطورية $\rho(d)$ يكون باتجاه معاكس لحركة عقارب الساعة وقد تم توضيح ذلك على مخطط سميث.
- يلاحظ من طور الكمية $\rho(d)$ أن دورة كاملة حول مخطط سميث (يمثل 2π) تناظر التحرك على خط النقل بمقدار نصف طول موجة وتم إضافة مقياسين على المخطط (الدائرة المحيطة بالمخطط) أحدهما يمثل الحركة على الخط من الحمل باتجاه المصدر (toward generator) والآخر يمثل الحركة من المصدر باتجاه الحمل (toward load). تم اختيار نقطة دارة القصر (short circuit point) كبداية للمقياس وتحديد الطول من خلال استخدام الطول المعياري (normalized length) d/λ.

إن مخطط سميث الذي تم تقديمه يمثل مخططاً للمانعة (impedance) ،المعيارية، z ويمكن استخدامه كذلك للمسامحة (admittance) ، المعيارية، y وذلك بالنظر إلى قيمة y أو أن $y(d) = Y(d)/Y_0 = 1/z = g + jb$ حيث إن $Y(d) = G + jB$ هي مسامحة الدخل لخط النقل عند النقطة d و Y_0 هي المسامحة المميزة لخط النقل و g هي المواصلة المعيارية (G/Y_0) و b هي التقبلية (susceptance) المعيارية (B/Y_0) . يتم ذلك من خلال إعادة فحص المعادلة (5-42) أو

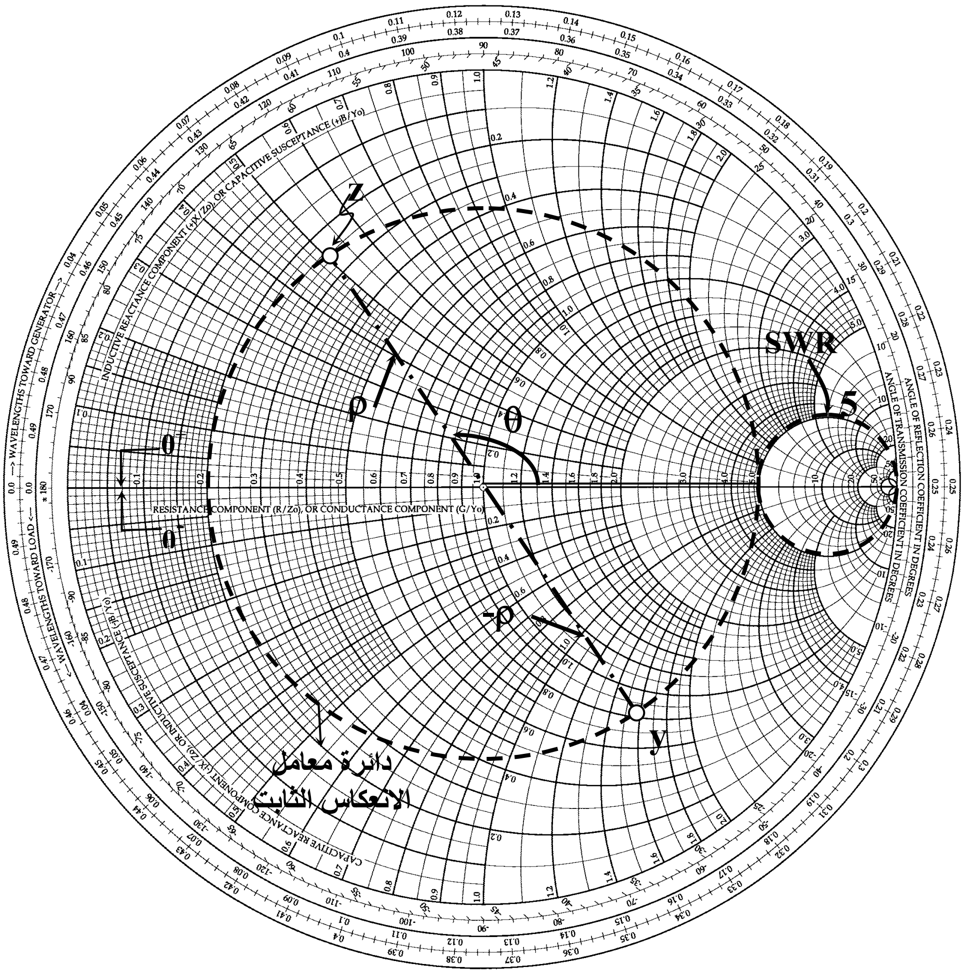
$$z = \frac{1+\rho(d)}{1-\rho(d)} = \frac{1}{y}$$

أو أن المسامحة المعيارية y هي كما يلي:-

$$y = \frac{1-\rho(d)}{1+\rho(d)} = \frac{1+\rho(d)\,e^{\pm j\pi}}{1-\rho(d)\,e^{\pm j\pi}} \qquad (5\text{-}45)$$

ليس هناك فرق بين هذه العلاقة الأخيرة الممثلة للمسامحة المعيارية y ، معادلة (5-45)، وتلك الممثلة للمانعة المعيارية z ، معادلة (5-42)، باستثناء الكمية $e^{\pm j\pi}$. وتمثل هذه الكمية تدوير النقطة التي تمثل $\rho(d)$ باتجاه (أو عكس اتجاه) حركة عقارب الساعة بزاوية مقدارها 180° للحصول على y من z (أو z من y) كما يبين الشكل (5-26). أو ببساطة إن الدوائر الممثلة للمقاومة المعيارية r هي نفسها الدوائر الممثلة للمواصلة المعيارية g أي أن الدائرة $r = 1$ هي نفسها الدائرة $g = 1$ والدائرة $r = 5$ هي نفسها الدائرة $g = 5$ وهكذا دواليك. كذلك الأمر بالنسبة للدوائر الممثلة للمفاعلة المعيارية x هي نفسها الدوائر الممثلة للتقبلية المعيارية b. تم في ضوء ذلك بيان مخطط سميث المبين في الشكل (5-26) ليمثل مخططاً للمانعة والمسامحة المعيارية.

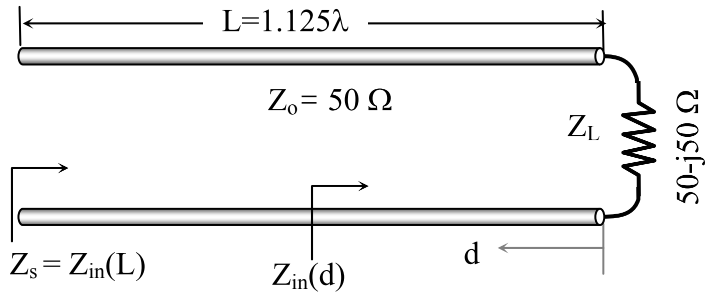
يمكن إستخدام مخطط سميث لإيجاد SWR ، بالرجوع إلى المعادلة (5-42) والعلاقة التي تحدد SWR أو $z\,\big|_{\theta=0}$. $z = \dfrac{1+\rho}{1+\rho} = \dfrac{1+|\rho|\,e^{j\theta}}{1+|\rho|\,e^{j\theta}} \Rightarrow\Rightarrow SWR = \dfrac{1+|\rho|}{1+|\rho|} = z\,\big|_{\theta=0}$



الشكل (5-26):- مخطط سميث لكل من الممانعه والمسامحة واستخدامه للحصول على نسبة الموجة الواقفة **SWR.**

أي أنه يمكن استنتاج قيمة SWR من z عندما تكون θ مساوية للصفر. أو بمعنى أخر، إذا تم تدوير النقطة التي تمثل z على دائرة معامل الانعكاس الثابت حتى تصبح $\theta = 0$ وعندها يتم تحديد الدائرة r أو g التي تمس دائرة معامل الانعكاس الثابت (يجب أن تكون قيمتها أكبر من الواحد الصحيح) وقيمتها تحدد نسبة الموجة الواقفة SWR كما يبين على الشكل (5-26). ويبين الشكل المذكور نقطة تحدد $z = 0.25+j0.5$ (أو $y = 0.8- j1.6$)، وإذا تم تدوير النقطة z (أو y) على دائرة $|\rho|$ الثابتة يتم الحصول على $SWR = 5$ وهي الدائرة التي تمس دائرة $|\rho|$ الثابتة. سيتم فيما يلي تقديم عدد من الأمثلة على استخدام مخطط سميث لإيجاد ممانعة الدخل وحساب معامل الانعكاس ρ ونسبة الموجة الواقفة SWR على خطوط النقل عند نقاط مختلفة. كذلك ستبين بعض هذه الأمثلة استخدام المخطط الدوراني ومخطط سميت عند النقاط المختلفة ويكون من الممكن حساب القدرة على الخط المعني.

مثال (5-4):- يبين الشكل (5-27) خط نقل لا يعاني من الفقد طوله $L = 1.123\lambda$، حيث إن λ هي طول الموجة المنتشرة على الخط، وممانعته المميزة $Z_0 = 50\ \Omega$ ، موصول عند طرفه الأيمن بحمل مقداره $Z_L = 50 - j\ 50\ \Omega$. أوجد ρ و SWR على هذا الخط وأوجد كذلك ممانعة ومسامحة الدخل لهذا الخط عند النقاط $d = 0.1865\lambda$ و $d = 1.123\lambda$.



الشكل (5-27):- خط النقل الخاص بالمثال (5-4).

الحــل:-

يتم أولاً إيجاد ممانعة الحمل المعيارية أو

$$z_L = Z_L / Z_0 = 1 - j1$$

ويتم تحديدها على مخطط سميث وتحديد ρ_L أو $|\rho(d)|$ أو تكون ، من الشكل (5-28) ، كما يلي:-

$$|\rho(d)| = 0.45 \quad \text{و} \quad \rho_L = 0.45 \angle -63.4^\circ$$

كذلك فإن نسبة الموجة الواقفة تكون $SWR = 2.57$. بعد تحديد z_L على مخطط سميث يتم تحديد دائرة ρ الثابتة برسمها على المخطط كما يبين الشكل (5-28). ومن ثم يتم تدوير النقطة z_L باتجاه حركة عقارب الساعة (clock wise direction) بالمقدار 0.1865 ليتم الحصول على $z_1\ (d/\lambda = 0.1865)$ ، وكذلك بالمقدار 1.123 $(1 + 0.123)$ علماً بأن الواحد الصحيح يمثل دورتين كاملتين (two revolution 4π) للحصول على $(1.123\lambda)\ z_s = z$. ويتم إيجاد قيم الممانعة والمسامحة عند النقاط المختلفة من مخطط سميث كما يلي:-

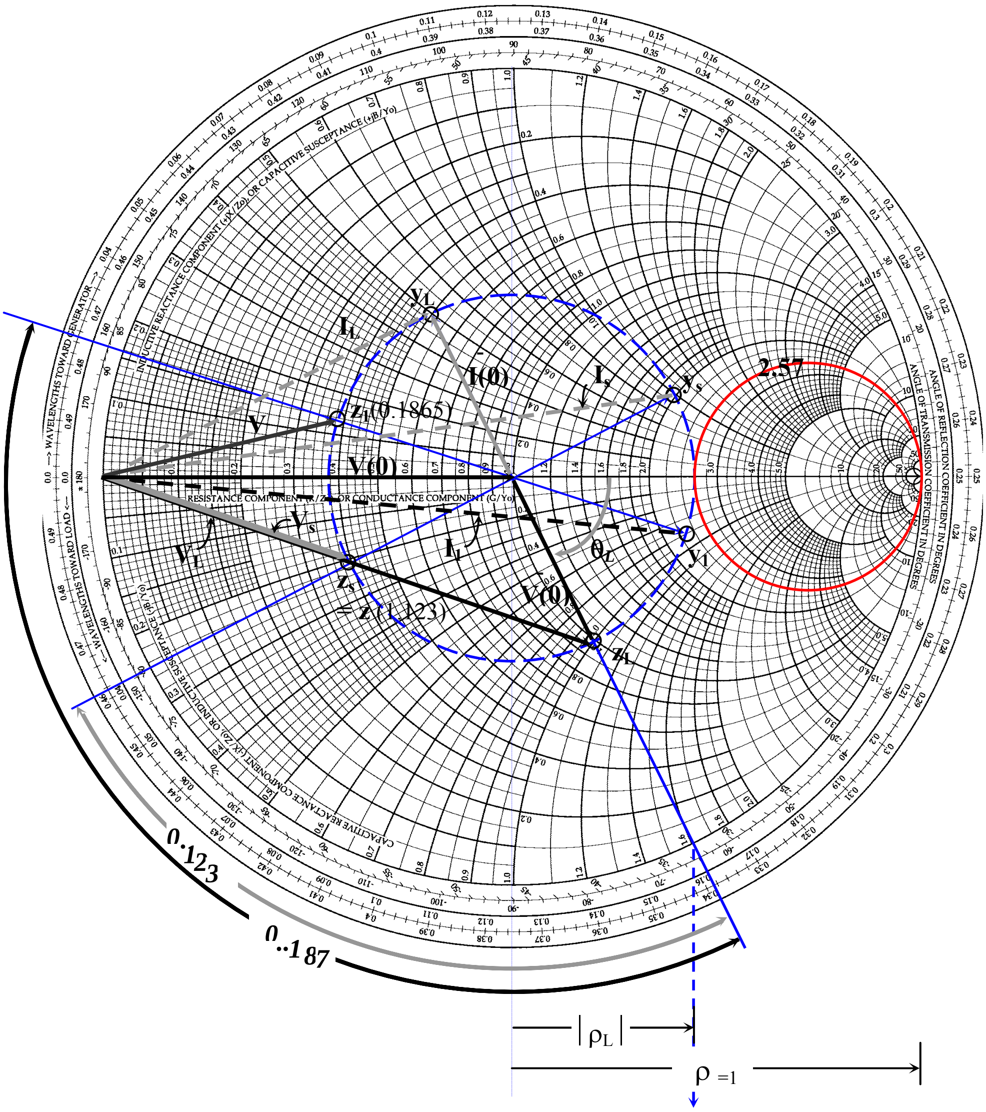
$$Y_L = y_L \times Y_0 = (0.5 + j\,0.5)/50 = 0.01 + j\,0.01 \quad \Omega^{-1}$$

$$Z_1\ (d = 0.1865\lambda) = z_1 \times Z_0 = (0.38 + j\,0.14) \times 50 = 19 + j\,7 \quad \Omega$$

$$Y_1\ (0.1865\lambda) = y_1 \times Y_0 = (2.27 - j\,0.5)/50 = 0.0454 - j\,0.01 \quad \Omega^{-1}$$

$$Z_s = Z\ (d = L) = z_s \times Z_0 = (0.41 - j0.2) \times 50 = 20.5 - j\,10 \quad \Omega$$

$$Y_s = y_s \times Y_0 = (2 + j1)/50 = 0.04 + j\,0.02 \quad \Omega^{-1}$$



الشكل (5-28):- مخطط سميث للمثال (5-4) والمثال (5-5).

مثال (5 -5) :- في المثال (5-4) ، إذا كانت فولطية الموجة الساقطة عند الحمل $(d = 0)$ $V^+(0) = 10\text{ V}$ فأوجد كلاً من الفولطية والتيار على الخط عند النقاط $d = 0$ و $d = 0.1865\ \lambda$ و $d = 1.123\ \lambda$ وكذلك القدرة عند تلك النقاط باستخدام المخطط الدوراني ومخطط سميث.

الحـــل:-

يمكن استخدام مخطط سميث في تنفيذ المخطط الدوراني وذلك بأخذ الخط الواصل بين نقطة دارة القصر (في مخطط الممانعة) والنقطة التي تمثل $\rho = 0$، يمثل هذا الخط نصف قطر مخطط سميث (الدائرة $\rho = 1$ أو $r = 0$)، ليمثل قيمة $V^{+}(0)$ (أو $I^{+}(0)$). أما $V^{-}(0)$ (أو $I^{-}(0)$) فيتم تمثيله باستخدام الخط الواصل بين النقطة $\rho = 0$ والنقطة الممثلة لممانعة الحمل المعيارية (أو مسامحة الحمل المعيارية). يمكن الحصول على أي فولطية (أو تيار) عند أي نقطة d على الخط بجمع $V^{+}(d)$ (أو $I^{+}(d)$) و $V^{-}(0)$ (أو $I^{-}(0)$) اتجاهياً كما يبين الشكل (5-28) وإيجاد الطول الناتج وضربه بمقياس الرسم المناسب. يتم تحديد مقياس الرسم للفولطية وهو $10\ V / 5.45\ cm = 1.835\ V/cm$ أما مقياس الرسم للتيار فهو $(10\ V / 50\ \Omega) / 5.45\ cm = 0.0367\ A/cm$ يتم لف الخط الذي يمثل $V^{-}(0)$ (أو $I^{-}(0)$) باتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية قيمتها 134.3° للحصول على $V^{-}(0.1865\lambda)$ (أو $I^{-}(0.1865\lambda)$) وبزاوية مقدارها $720^\circ + 88.6^\circ$ للحصول على $V^{-}(L)$ (أو $I^{-}(L)$). وبعد الجمع الاتجاهي يتم الحصول على قيم الفولطية والتيار كما يلي :-

$$V_L = 6.9 \times 1.835 \angle -19^\circ = 12.66 \angle -19^\circ \qquad V$$

$$I_L = 4.85 \times 0.0367 \angle 26.5^\circ = 0.178 \angle 26.5^\circ \qquad A$$

عند النقطة $d = 0$ و

$$V_1 = V(0.1865\lambda) = 3.25 \times 1.835 \angle 14^\circ = 5.96 \angle 14^\circ \qquad V$$

$$I_1 = I(0.8165\lambda) = 7.8 \times 0.0367 \angle -5.5^\circ = 0.286 \angle -5.5^\circ \qquad A$$

عند النقطة 0.1865λ و

$$V_s = V(1.123\lambda) = 3.5 \times 1.835 \angle -19^\circ = 6.4 \angle -19^\circ \qquad V$$

$$I_s = I(1.123\lambda) = 7.7 \times 0.0367\angle 8.57^o = 0.28\angle 8.5^o \qquad A$$

عند النقطة $d = 1.123\ \lambda$.

أما القدرة فإذا افترضنا أن $V^+(0) = 10V$ (rms) فإن

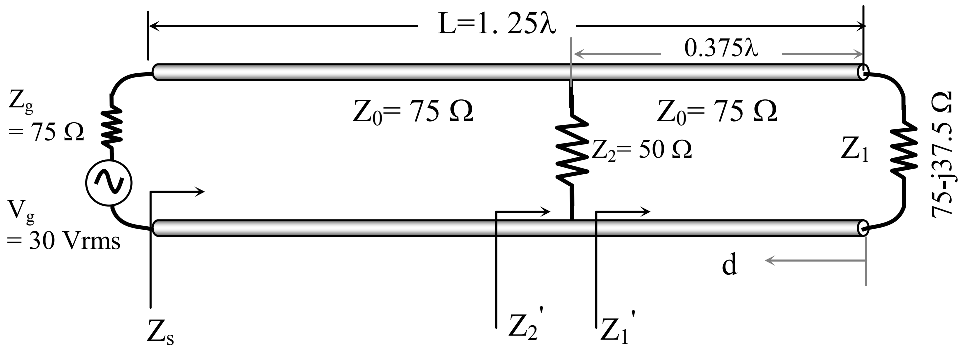
$$\hat{P}_L = V_L I_L^* = 12.66\angle -19^o \times 0.178\angle -26.5^o$$
$$= 2.25\angle -45.5^o = 1.6 + j1.6 \qquad W$$

$$\hat{P}_1 = V_1\ I_1^* = 5.96\angle 14^o \times 0.286\angle 5.5^o$$
$$= 1.7\angle 19.5^o = 1.6 + j0.6 \qquad W$$

$$\hat{P}_s = V_s I_s^* = 6.4\angle -19^o \times 0.286\angle -8.5^o$$
$$= 1.79\angle -27.5^o = 1.6 - j0.8 \qquad W$$

تجدر الإشارة إلى أن $V^+(d)$ (أو $I^+(d)$)، هو نفسه $V^+(0)$ (أو $I^+(0)$).

مثال (5-6):- بين الشكل (5-29) خط نقل لا يعاني من الفقد يصل مصدر فولطيته 30 V (rms) وممانعته الداخلية $Z_g = 75\ \Omega$ إلى حملين أحدهما في نهاية الخط وممانعته $Z_1 = 75 - j\ 37.5\ \Omega$ وحمل أخر عند النقطة $d = 0.375\ \lambda$ قيمته $Z_2 = 50\ \Omega$ ، علماً بأن طول خط النقل يساوي 1.25λ وممانعته المميزة $Z_0 = 75\ \Omega$. أوجد Z_1' و Y_1' و Z_2' و Y_2' و Z_s و Y_s. أوجد V_1 و I_1 و V_2 و I_2 و V_s و I_s وارسم $|V(d)|$ و $|I(d)|$ مع d (أو نمط الموجة الواقفة للفولطية والتيار على الخط).



الشكل (5-29):- خط النقل الخاص بالمثال (5-6).

الحــل:-

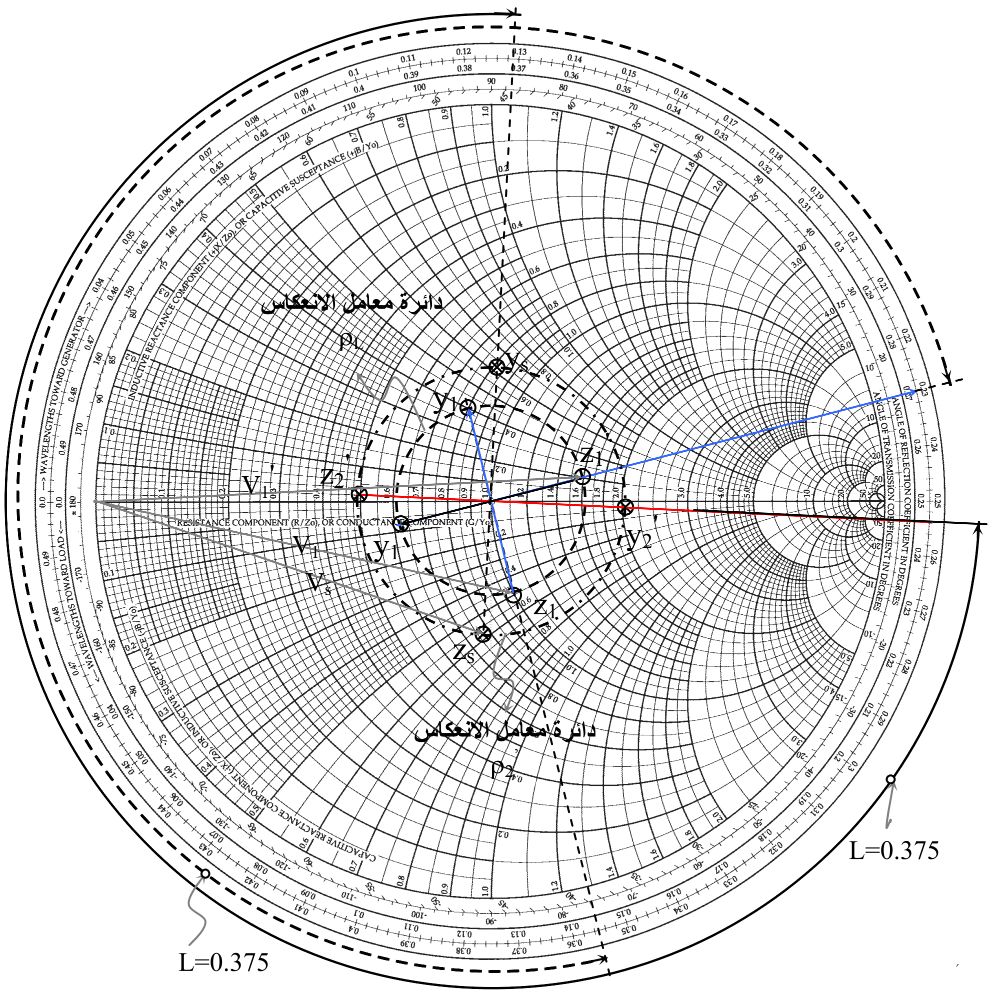
يتم إيجاد $z_1 = Z_1 / Z_0 = 1 - j\,0.5$ وتحدديها على مخطط سميث وبالتالي تحديد دائرة معامل الانعكاس الثابتة ρ_1. بعدها يتم التحرك على هذه الدائرة باتجاه المصدر مسافة 0.375λ (مسافة معيارية تساوي 0.375) وتحدد z_1' ومنها يتم ايجاد y_1' (و Y_1') و $y_2' (= y_2 + y_1')$ ، حيث إن $y_2' = Y_2' / Y_0$، وتحديده ا على مخطط سميث والتحرك باتجاه المصدر مسافة 0.875λ (أو 0.5λ + 0.375λ) مسافة معيارية تساوي 0.875 على دائرة معامل الانعكاس الثابتة ρ_2' لتحديد y_s و z_s. بعد ذلك يتم تحديد V_s و I_s وإذا ما تم تنفيذ المخطط الدوراني على مخطط سميث فإنه يمكن تحديد مقياس الرسم الحقيفي لكل من الفولطية والتيار وبالتالي إيجاد هاتين الكميتين عند النقاط المختلفة. ويبين الشكل (5-30) مخطط سميث وقد تم تنفيذ الخطوات السابقة عليه وبالتالي فإن الممانعات والمسامحات للنقاط المختلفة هي كما يلي:-

$$y_1 = 0.8 + j\,0.4 \rightarrow Y_1 = (0.8 + j\,0.4)/75 = 0.0107 + j0.0053 \quad \Omega^{-1}$$
$$z_1' = 1.6 + j\,0.2 \rightarrow Z_1' = 75\,(1.6 + j0.2) = 120 + j\,15\,\Omega$$

$$y_1^{'} = 0.61 - j0.075 \rightarrow Y_1^{'} = (0.61 - j0.075)/75 = 0.008 - j0.001\ \Omega^{-1}$$

وبالتالي فإن $y_2^{'}$ تكون كما يلي:-

$$y_2^{'} = \frac{Y_2^{'}}{Y_0} = \frac{Y_1^{'} + Y_2}{Y_0} = \frac{0.008 - j\,0.001 + 0.02}{0.0133} = 2.11 - j\,0.075$$



الشكل (5-30):- مخطط سميث للمثال (5-6).

وبعد أن يتم تحديدها على مخطط سميث وتحديد دائرة معامل الانعكاس ρ_2' وبالتالي تحديد y_s وذلك من خلال لف النقطة y_2' باتجاه عقارب الساعة بمقدار يناظر 0.375λ أو $270°$ وبالتالي فإن قيم Z_2' و Y_2' و Z_s و Y_s هي كما يلي:-

$$Y_2' = 0.0281 - j\,0.001 \quad \Omega^{-1}$$
$$Z_2' = 75\,(0.5+j\,0.03) = 37.5 + j\,2.25\ \Omega$$
$$Y_s = (0.84 + j\,0.625)/75 = 0.011 + j\,0.008 \quad \Omega^{-1}$$
$$Z_s = 75\,(0.765 - j\,0.575) = 57.4 - j\,43.1 \quad \Omega$$

ومن قيمة Z_s يمكن تحديد قيم V_s و I_s كما يلي:-

$$I_s = \frac{V_g}{Z_g + Z_s} = \frac{30}{75 + 57.4 - j\,43.1} = 0.216 \angle +18^\circ \quad \text{A (rms)}$$
$$V_s = \frac{V_g\,Z_s}{Z_g + Z_s} = 15.5\angle -18.9^\circ \quad \text{V (rms)}$$

من ذلك يمكن إيجاد مقياس الرسم الفعلي للفولطية وهو $15.5/5.4 = 2.87\ \text{V/cm}$ أما مقياس الرسم الفعلي للتيار $0.216/5.6 = 0.039\ \text{A/cm}$ وبالتالي فإن قيم V و I عند $d = 0.375\ \lambda$ هي

$$I_2' = 7 \times 0.039 = 0.273\ \text{A} \qquad \text{و} \qquad V_2' = 3.45 \times 2.87 = 9.9\ \text{V}$$

إن قيم V_2' و I_2' السالفة الذكر تمثل قيم الفولطية والتيار على يسار الحمل Z_2 أما القيم على يمين الحمل Z_2 فإن هناك دائرة جديدة تحكم عمل خط النقل (دائرة ρ_L). ومن المعروف أن الفولطية على يمين ويسار الحمل Z_2 عند النقطة $d = 0.375\ \lambda$ لا تتغير، أما التيار فإن كميته على يسار الحمل Z_2 تساوي كميته على يمين الحمل Z_2 مضافاً إليها (طورياً) التيار الذي يسري في Z_2 . ويكون المقياس الجديد للفولطية مساوياً لحاصل قسمة الطول الذي

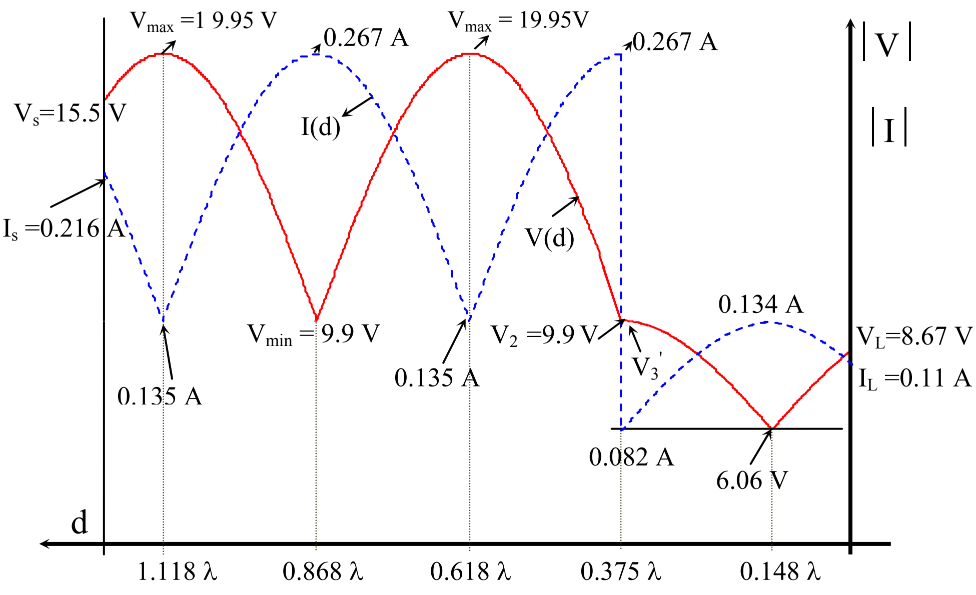
يمثل V_1' والفولطية V_2' $(9.9\ V)$ هو $9.9/6.45 = 1.535\ \ V/cm$. أما مقياس الرسم الجديد للتيار فيتم إيجاده بعد إيجاد قيمة التيار على يمين الممانعة Z_2 كما يلي:-

$$I_1' = \frac{V_2\ (=V_1')}{|\,Z_1'\,|} = \frac{9.9}{120.9} = 0.082\ \ A$$

ويكون مقياس الرسم الفعلي للتيار على المنطقة $0 < d < 0.375\ \lambda$ هو $0.082/4 = 0.021 A/cm$ وتكون الفولطية والتيار عند الحمل Z_1 أو عند النقطة $d = 0$ كما يلي:-

$I_1 = 5.5\ \times 0.021 = 0.11\ \ A$ و $V_1 = 5.65 \times 1.535 = 8.67\ \ \ V$

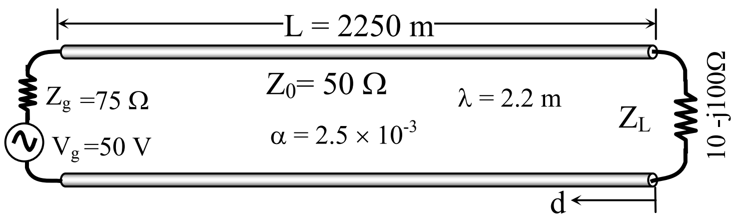
أما نمط الموجة الواقفة للفولطية والتيار فيمكن استنتاجه من مخطط سميث كما يبين الشكل (5-31) وهناك قفزة في المنحنى الذي يمثل التيـار عند النقطة $d = 0.375$ وهذا ناتج عن وجود الحمل Z_2 والحمل الأخر المكافئ Z_1' عند تلك النقطة.



الشكل (5-31):- تغير |V(d)| و |I(d)| مع الفراغ d.

وقبل الانتقال إلى موضوع مواءمة خطوط النقل مع الأحمال الرتبطة معها يتم تقديم المثال التالي الذي يبين استخدام مخطط سميث لمعالجة خطوط النقل التي تعاني من الفقد.

مثال (5-7):- تم وصل حمل $Z_L = 10 - j\ 100\ \Omega$ بمصدر فولطيته $Vg = 50$ Vrms وممانعته الداخلية $Z_g = 75\ \Omega$ باستخدام خط نقل طوله $L = 2250$ m وممانعته المميزة $Z_0 = 50\ \Omega$ وطول الموجة على هذا الخط هو 2.2 m ، وذلك كما يبين الشكل (5-32)، علماً بأن هذا الخط يعاني من الفقد وقيمة معامل توهينه $\alpha = 2.5 \times 10^{-3}$ dB/m. أوجد ممانعة الدخل المكافئة لهذا الخط عند طرف الإرسال $(d = L)$ وأوجد الفولطية والتيار عند الحمل وعند طرف الإرسال. كذلك أوجد القدرة الحقيقية التي يحقنها المصدر عند طرف الإرسال والتي يمتصها الحمل باستخدام مخطط سميث.



الشكل (5-32):- خط النقل الخاص بالمثال (5-7).

الحـــل:-

يتم تحديد $z_L = Z_L / Z_0 = 0.2 - j\,2$ على مخطط سميث وتستنتج ρ_L وترسم دائرة ρ_L الثابت ة حيث إن $\rho_L = |\rho_L|\ \angle\theta_L = 0.916 \angle -53^\circ$، أنظر الشكل (5-33)، من النقطة التي تمثل z_L يحدد الطول الممثل لفولطية الحمل V_L وكذلك تحدد النقطة التي تمث ل y_L والطول الممثل لتيار الحمل I_L.
معامل الانعكاس عند أي نقطة d مقارنة بالنقطة $d = 0$ هو $\rho(d) = \rho_L\ e^{-2\alpha d}\ e^{-2j\beta d}$، وبالتالي فإن

$$2\alpha L = 2\times 2250\times 2.5\times 10^{-3}/8.686 = 1.295 \quad \text{neper}$$

أو أن $e^{-2\alpha L} = 0.274$ و $2\beta L = (2\pi \times 2045 + 0.455 \times 2\pi)\ \text{rad}$

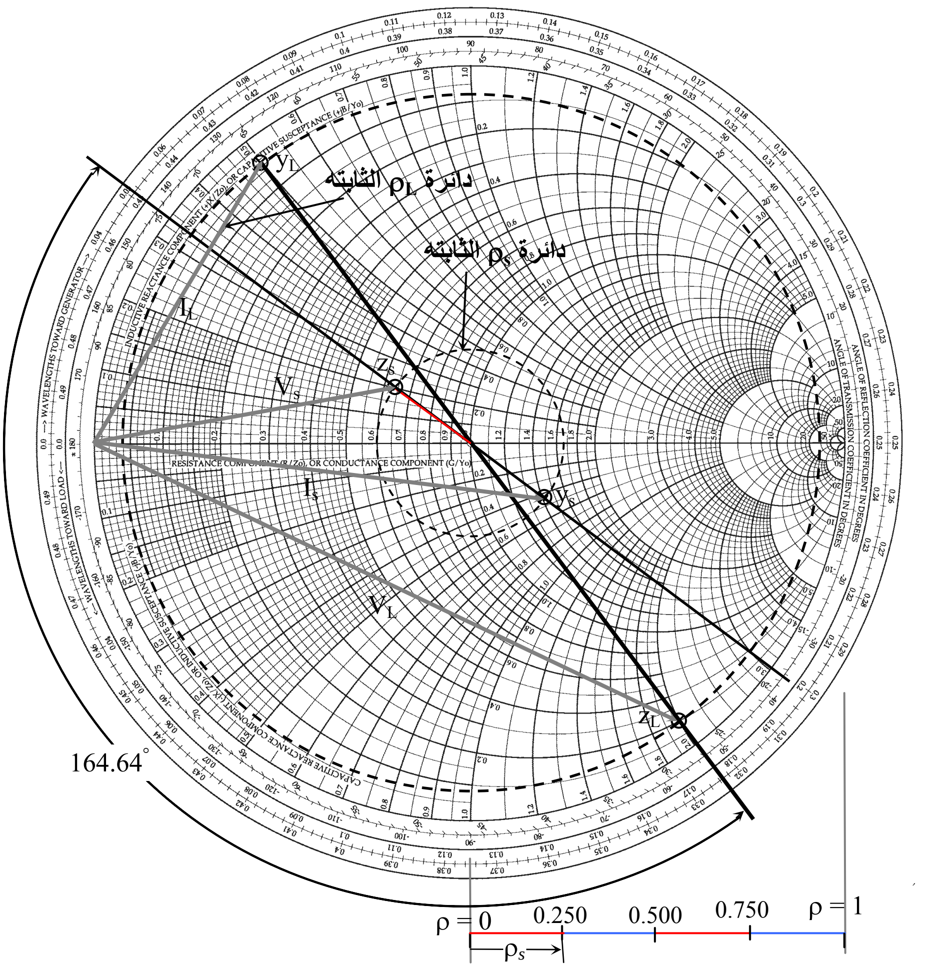
أو يمكن أخذ الجزء الأخير بالدرجات وتكون قيمتها $163.64^\circ + (2045 \times 2\pi)$.
أو أن معامل الانعكاس عند طرف الإرسال يكون كما يلي:-

$$\rho_s = \rho(L) = \rho_L \times 0.274\angle\{-163.64^\circ - (2\pi \times 2045)\}$$

أو $\rho_s = 0.251 \angle -216.64^\circ$، وبالتالي يتم التحرك من النقطة z_L على دائرة ρ_L الثابتة باتجاه الحمل بما يناظر 163.64° وتحدد على دائرة ρ_L نقطة يتم وصلها بالنقطة $\rho = 0$ ويحدد على هذا الخط طولاً يناظر معامل الانعكاس 0.251 ويحدد بذلك النقطة الممثلة لمعامل الانعكاس عند طرف الإرسال أو بمعنى أخر يتم تحديد $z_s = 0.64 + j\,0.2$ أو أن ممانعة الدخل عند طرف الإرسال $Z_s = 32 + j\,10\ \Omega$. وترسم دائرة ρ_s الثابتة وتحدد عليها النقطة الممثلة للسماحية المعيارية y_s وكذلك الطول الممثل للفولطية V_s والطول الممثل للتيار I_s . وبما أن Z_s أصبحت معروفة فإن

$$|V_s| = \left|\frac{50(32 + j10)}{107 + j10}\right| = 15.6\ \text{V} \quad \text{و} \quad |I_s| = \left|\frac{50}{107 + j10}\right| = 0.465\ \text{A}$$

من الأطوال الممثلة للفولطية V_s والتيار I_s يتم استنتاج مقياس الرسم واستنتاج الفولطية والتيار عند طرف الحمل، أو أن $V_L = 33.4\angle -25^\circ\ \text{V}$ و $I_L = 0.346\angle -59.5^\circ\ \text{A}$ حيث إن الزوايا قد تم استنتاجها من الشكل (5-33) الذي يبين تنفيذ الخطوات السابقة. أما القدرة الحقيقية عند طرف الإرسال وطرف الحمل فهي $P_s = 6.92\ \text{W}$ و $P_L = 1.20\ \text{W}$ وهذا الاختلاف بين P_s و P_L مرده الفقد على الخط.



الشكل (5-33):- تنفيذ حل المثال (5-7) على مخطط سميث حيث إن الانتقال من Z_L إلى Z_S تم على منحنى حلزوني ولم يتم تنفيذه على الشكل.

5-6:- موائمة خطوط النقل (Transmission line matching)

إذا كان الحمل الموصول بخط النقل Z_L لا يساوي الممانعة المميزة للخط Z_0 فإن معامل الانعكاس ρ لن يكون صفراً $(SWR \neq 1)$، ويكون على الخط موجة ساقطة وأخرى منعكسة. يعتبر هذا وضعاً غير مرغوب فيه لخطوط النقل عامة وأنظمة الاتصالات خاصة ولا بد أن يتم العمل على إزالة أو تقليص الموجة المنعكسة للأسباب التالية:-

1- تمثل الموجة المنعكسة بالنسبة للمرسل رجوع نفس المعلومات التي قام بإرسالها وتصبح مثل هذه العملية في الهواتف مصدر إزعاج بسبب وجود صدى (echo) على الخط.
2- إنها تمثل بالنسبة للمصدر ارتفاع الفولطية (العابرة) وهذا يمكن أن يكون خطيراً للغاية وخاصة إذا كانت الموجة المنعكسة تكافئ الموجة الساقطة، الذي يعني تضاعف قيمة الفولطية (أو التيار).
3- في حالة أنظمة مثل أنظمة الرادار لابد أن تكون قيمة الموجة المنعكسة في أدنى قيمتها أو تقترب من الصفر لأن المرسل والمستقبل يستخدمان نفس الهوائي ولأن مستوى الإشارة المرسلة يمكن أن يزيد عن 60 dBm ويكون مستوى الإشارة المستقبلة متدني للغاية إذ يمكن أن يكون أقل من 90 dBm- وهناك فرق هائل يزيد عن 150 dB بين الإشارتين تجعل أي انعكاس للموجة المرسلة قادر على تعطيل جهاز الاستقبال.
4- إن انعكاس الموجة يعني أن جزءً من الطاقة الكهرومغناطيسية التي تم توليدها لإيصالها إلى الحمل تنعكس من الحمل، نظراً لأن ممانعته غير متوائمة مع الممانعة المميزة لخط النقل، وبالتالي فإنه لم يحسن استخدام هذه الطاقة.

في ضوء ذلك يجب القيام ببعض الإجراءات ليتم تعديل ممانعة الحمل لتصبح متوائمة مع الممانعة المميزة للخط. فمثلاً في أجهزة الاستقبال (كالمذياع مثلاً) تتضمن المرحلة الأخيرة المكونة للجهاز مضخم قدرة وسماعة. وبما أن الممانعة المكافئة للسماعة Z_L تكون متدنية للغاية فإنه من الضروري تعديلها لأسباب واضحة، يتم ذلك من خلال استخدام محول كهربائي بنسبة عدد اللفات يساوي n وبالتالي تصبح ممانعة السماعة المنظورة من المضخم من خلال المحول Z_Ln^2. يتم استخدام هذا الإجراء في الترددات المتدنية وليس في الترددات العالية حيث يصبح استخدام المحولات أجراء غير عملي. كذلك يمكن استخدام مواسع أو محث

في تعديل ممانعة الحمل (تعديل معامل القدرة، مثلاً، ليصبح مساوياً أو قريباً من الواحد الصحيح) وهذا أيضاً يمكن استخدامه في الترددات المتدنية.

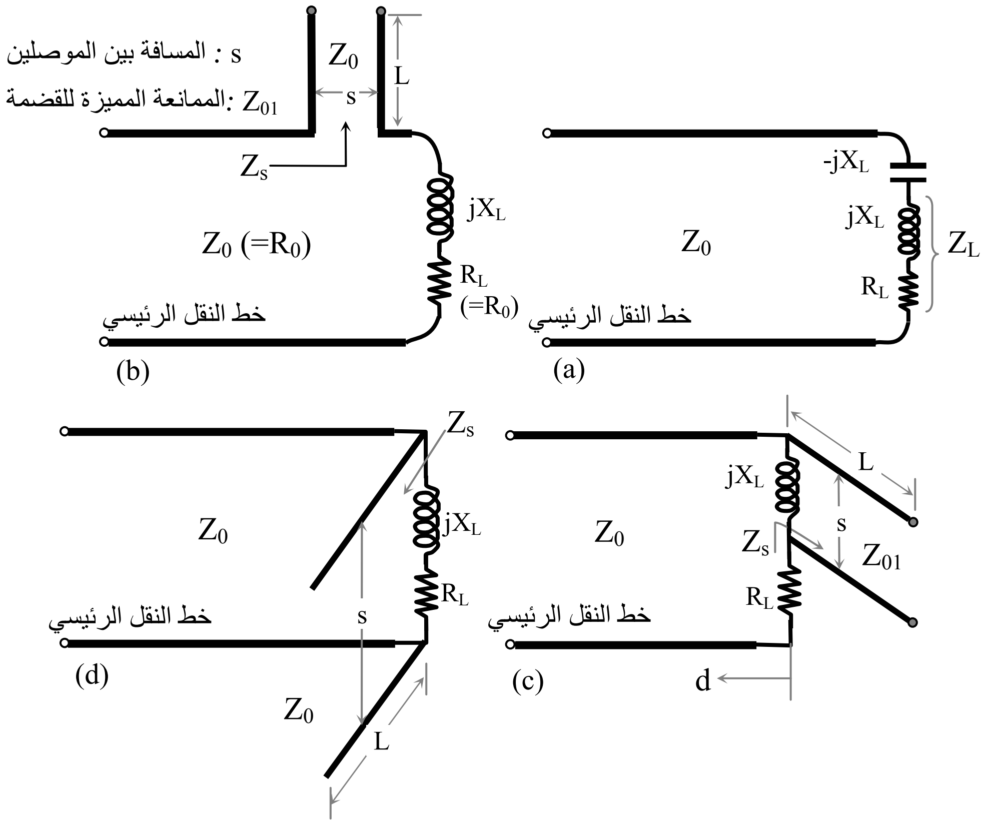
يتم في مدى الترددات العالية معالجة مختلفة للدارات والنبائط العاملة حيث إن فكرة العناصر المجمعة أو المركزة (lumped elements)، C و L و R، تصبح بدون معنى تقريباً. ويصبح من الضروري الانتقال إلى استخدام العناصر الموزعة (distributed elements) التي سبق تقديمها في هذا الباب. فمثلاً إن ممانعة الدخل المكافئة لخط نقل قصير، قضمة (stub) بطول L $(0 < L < \lambda/4)$ تكون مناظرة لمفاعلة محث إذا كانت نهايته عبارة عن دارة قصر وتكون مناظرة لمفاعلة مواسع إذا كانت نهايته عبارة عن دارة مفتوحة، وبالتالي يمكن استخدام مثل هذا الخط في الترددات العالية كبديل للمحث أو المواسع. فإذا كانت ممانعة الحمل Z_L مكونة من جزأين حقيقي وخيالي ، $Z_L = R_L + jX_L\ \Omega$، وكانت الممانعة المميزة لخط النقل (حقيقية) مساوية $(R_0)\ Z_0\ \Omega$ فإنه لإلغاء الموجة المنعكسة يجب عمل الإجراءات اللازمة لتعديل Z_L لتصبح متوائمة مع خط النقل أو بمعنى أخر جعل ممانعة الحمل تؤول إلى الممانعة المميزة من خلال تعديل السابقة $(Z_L \rightarrow Z_0)$. ولكن كيف يمكن تحقيق ذلك؟ إن Z_L تتكون من R_L و X_L وبالتالي فإن الإجراء المطلوب هو التخلص من X_L وتعديل R_L لتصبح مساوية للممانعة المميزة لخط النقل.

إذا كان المطلوب وصل حمل له ممانعة مكافئة $(Z_L = R_L + jX_L)$ إلى خط نقل ممانعته المميزة $Z_0\ (= R_0\ \ \Omega)$ فلتحقيق الموائمة بين ممانعة الحمل والخط، على افتراض أن $R_L = R_0$، يصبح من الضروري التخلص من X_L (على افتراض أنها مفاعلة محث) باستخدام مواسع بمفاعلة $-j\,X_L$ ووصله على التوالي مع الحمل كما في الشكل (5-34a). أما إذا كانت $R_L \neq R_0$ فإنه بعد الحصول على ممانعة مكافئة تساوي R_L من الضروري تعديل R_L لتصبح مساوية R_0 ويتم ذلك

باستخدام المحول الكهربائي. يمكن أن تكون مثل هذه الإجراءات مناسبة للترددات الدنيا ولكنها غير مناسبة للترددات العليا خاصة إذا زاد التردد عن 100 MHz. يتم عند هذه الترددات العالية استبدال المواسع بقضمة أو أكثر من خط نقل قصير وبطول مناسب (أقل من أو يساوي $\lambda/4$) يتم وصلها في مكان مناسب على التوالي (series) أو التوازي (parallel) مع الخط الرئيسي وفي هذه الحالة تكون نهايتها عبارة عن دارة مفتوحة أو دارة قصر أو يتم وصلها عن طريق التعاقب (cascade) وتعمل عمل المحول كما سيتم شرحه فيما بعد.

5-6-1:- مواءمة خط النقل باستخدام قضمة واحدة

عند الترددات العالية عندما يصبح من غير العملي استخدام العناصر المركزة والمحولات الكهربائية يمكن تحقيق عملية المواءمة من خلال استخدام قضمة من خط قصير وبطول مناسب (غالباً أقل من $\lambda/4$) وتكون منتهية بدارة قصر أو دارة مفتوحة. وكما هو معلوم فإن ممانعة الدخل المكافئة لهذه القضمة تكون إما مفاعلة محث أو مفاعلة مواسع أو $Z_s = \pm j X_s\ \Omega$. وكما ذكر سابقاً إذا كان حمل خط النقل $(Z_L = R_L + j X_L)$ وكانت $R_L = R_0$ فإن المواسع الذي سبق وصله على التوالي يتم استبداله بقضمة قصيرة بحيث تكون ممانعة دخلها المكافئة مساوية $Z_s = j X_s (= -j X_L\ \Omega)$ ويتم وصلها على التوالي كما يبين الشكل (5-34b). قد لا يكون مثل هذا الترتيب مناسباً عند الترددات العليا ، أعلى من 1 GHz، التي عندها تصبح المسافة بين الموصلين المكونين لخط النقل معتبرة بالنسبة لطول الموجة. لهذا السبب بالإضافة إلى التعقيدات اللازمة لوصل هذه القضمة مع خط النقل الرئيسي على التوالي يتم استخدام طريقة الوصل على التوازي كما يبين الشكل (5-34c). قد لا تكون Z_L ممانعة مركزة وإنما تمثل الممانعة المكافئة لحمل كالهوائي مثلاً، وبالتالي فإن هذا النمط من وصل القضمة على جزء من الحمل لا يكون عملياً وغير ممكن. في ضوء ذلك فإن الوصل على التوازي يجب أن يكون عند المدخل الممثل للحمل كما يبين الشكل (5-34d).



الشكل (5-34):- خط نقل ممانعته المميزة Z_0 وموصول في نهايته حمل Z_L وطرق مختلفة لمواءمته مع خط النقل (a) باستخدام مواسع (b) باستخدام قضمة خط نقل مفتوح موصولة على التوالي مع خط النقل الرئيسي (c) باستخدام قضمة خط نقل مفتوح موصولة على التوازي مع $j\,X_L$ (d) باستخدام قضمة خط نقل مفتوح موصولة على التوازي مع الحمل كاملاً على افتراض أن $Y_L = Y_0 + j\,B_L$.

ولكن مثل هذا الترتيب العملي الذي سبق ذكره لا يحقق مواءمة الحمل مع خط النقل إلا إذا كان الجزء الحقيقي من مسامحة الحمل $(Y_L = G_L + j\,B_L\ \Omega^{-1})$ مساوية لمسامحة خط النقل المميزة أو $G_L=Y_0=1/Z_0$، أما إذا كانت $G_L \neq Y_0$ فلا بد

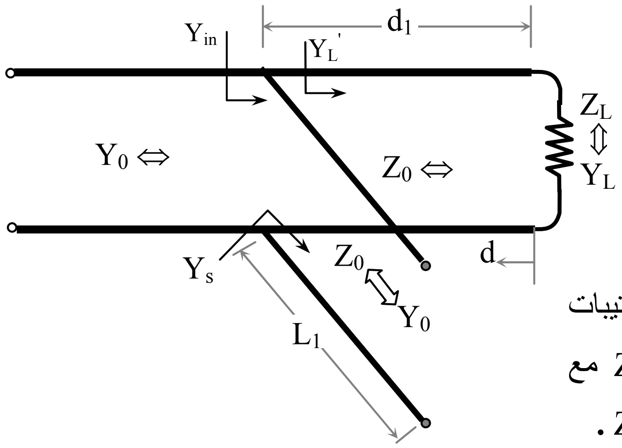
من تجهيز الحمل لتحقيق ذلك. وبما أن ممانعة الدخل لخطوط النقل تتغير مع تغير d وهذا يعني أنه إذا كانت $G_L \neq Y_0$ فإنه بالإمكان التحرك بعيداً عن الحمل باتجاه المصدر لتتغير قيمة Y_L إلى $Y_L^{'}$ $(Y_L^{'} = G_L^{'} + jB_L^{'})$ حيث تكون $G_L^{'} = Y_0$، وعند تلك النقطة يتم وصل قضمة خط النقل (أو ببساطة القضمة) للتخلص من $B_L^{'}$ أو باستخدام المسامحة المعيارية $(y_L = g_L + jb_L)$، فإذا كانت g_L تختلف عن الواحد الصحيح فهناك ضرورة للحركة على خط النقل بعيداً عن الحمل باتجاه المصدر لتتغير مسامحة الدخل المعيارية إلى $y_L^{'} = g_L^{'} + jb_L^{'}$ ويكون الجزء الحقيقي لها مساوياً للواحد الصحيح أو أن $g_L^{'} = 1$ ويمكن وضع القضمة عند هذه النقطة للحصول على مواءمة بين الحمل وخط النقل الرئيسي.

لنأخذ خط نقل ممانعته المميزة Z_0 وموصول به حمل $Z_L = R_L + j\,X_L$ أو أن $Y_L = G_L + j\,B_L$ ومن أجل الحصول على مواءمة بين هذا الحمل وخط النقل، جعل Y_{in} مساوية للمسامحة المميزة لخط النقل Y_0، تم استخدام قضمة ممانعتها المميزة $Z_0\ \Omega$ وطولها L_1 وتم وصلها عند النقطة d_1 من الحمل (سيتم تحديد L_1 و d_1 لاحقاً) وذلك كما يبين الشكل (5-35). ويمكن كتابة العلاقة التالية عند النقطة d_1 :-

$$Y_{in} = Y_L^{'} + Y_s^{'} = G_L^{'} + j\,B_L^{'} + j\,B_s = Y_0$$

حيث إن Y_{in} هي المسامحة المكافئة على يسار القضمة والتي يجب أن تكون مساوية Y_0 لتحقيق المواءمة، و $Y_s = jB_s$ هي المسامحة المكافئة على مدخل القضمة. أو يمكن كتابة المعادلة الأخيرة باستخدام المسامحات المعيارية كما يلي:-

$$y_{in} = y_L^{'} + y_s^{'} = g_L^{'} + j\,b_L^{'} + j\,b_s = 1 + j0$$

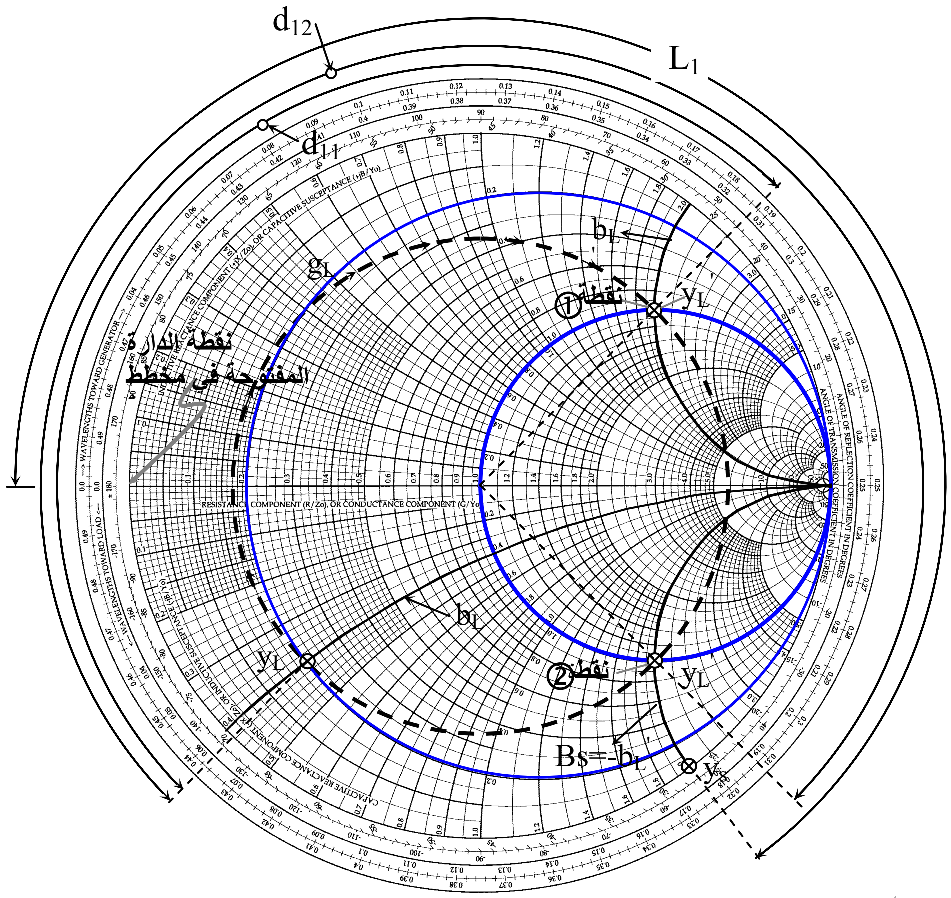


الشكل (5-35):- الترتيبات اللازمة لمواءمة حمل Z_L مع خط نقل ممانعته المميزة Z_0 .

ومن هذه العلاقة يمكن استنتاج أن $g_L' = 1$ وأن $b_s = -b_L'$. وهذا يعني أنه للحصول على مواءمة بين الحمل وخط النقل عند النقطة d_1 فيجب أن تقع y_L' على الدائرة $g = 1$ من مخطط سميث أو أن هذه الدائرة ($g = 1$) تعتبر المحل الهندسي للمسامحة المعيارية y_L' عند النقطة d_1 . بعد توقيع الكمية y_L على مخطط سميث ، أنظر الشكل (5-36) ، وتحديد دائرة معامل الانعكاس ρ_L الثابتة يتم التحرك على هذه الدائرة باتجاه المصدر حتى الوصول إلى نقطة تكون عندها المواصلة المعيارية مساوية للواحد الصحيح (أو أن المسامحة المعيارية تساوي $1 + jb_L'$).

يبين الشكل (5-36) أن هناك نقطتان تنتجان عن تقاطع الدائرة ρ_L مع الدائرة $g = 1$ وكليهما يصلح لتمثيل المسامحة المعيارية المطلوبة y_L' عند النقطة d_1 والتي يكون عندها $g_L' = 1$. ويتم تحديد المسافة d_1 من مخطط سميث من خلال إيجاد الفارق بين موقع y_L وموقع y_L' وهناك قيمتان للكمية d_1 إحداهما d_{11} (أو $d_{11} + n\lambda/2, n = 0,1,2,...$) والأخرى d_{12} (أو $d_{12} + n\lambda/2, n = 0,1,2,...$)، وقد تم اختيار d_{11} والتي ينتج عنها $y_L' = 1 + j\,b_L'$ وبالتالي يتم تحديد $b_s = -b_L'$ أو y_s وحيث إن القضمة منتهية

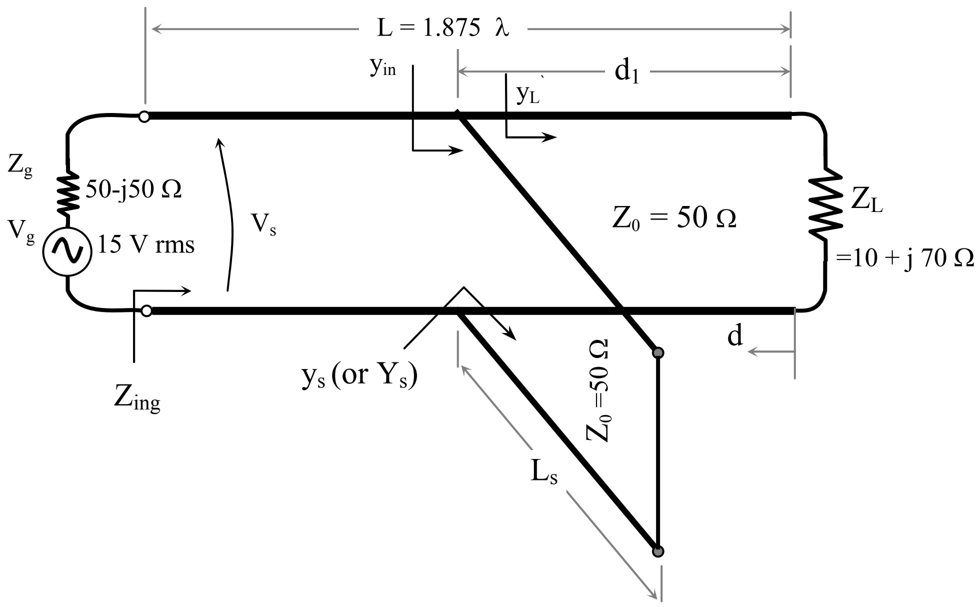
بدارة مفتوحة ومسامحة مدخلها المعيارية أصبحت معروفة (y_s) وبالتالي يمكن إيجاد طولها كما يبين الشكل (5-36).



الشكل (5-36):- استخدام مخطط سميث لتحديد مكان وصل القضمة اللازمة لضمان المواءمة بين الحمل وخط النقل وإيجاد طول القضمة.

مثال (5-7):- يبين الشكل (5-38) خط نقل يصل بين مصدر فولطية 15 V(rms) وممانعته الداخلية $Z_g = 50 - j\,50\ \Omega$ وحمل ممانعته $Z_L = 10 + j\,70\ \Omega$ علماً بأن طول هذا الخط يساوي $1.875\ \lambda$ وممانعته المميزة $Z_0 = 50\ \Omega$. إذا ما تم

استخدام قضمة منتهية بدارة قصر وممانعتها المميزة $Z_{0s} = 50\ \Omega$ لضمان المواءمة ما بين هذا الحمل وخط النقل، فأوجد مكان وصل هذه القضمة (d_1) وطولها L_s. أوجد كذلك القدرة التي يمتصها الحمل في هذه الحالة. ارسم كذلك $|V(d)|$ و $|I(d)|$ على خط النقل.



الشكل (5-37):- مواءمة خط النقل مع الحمل عبر استخدام قضمة واحدة ،المثال (5- 7).

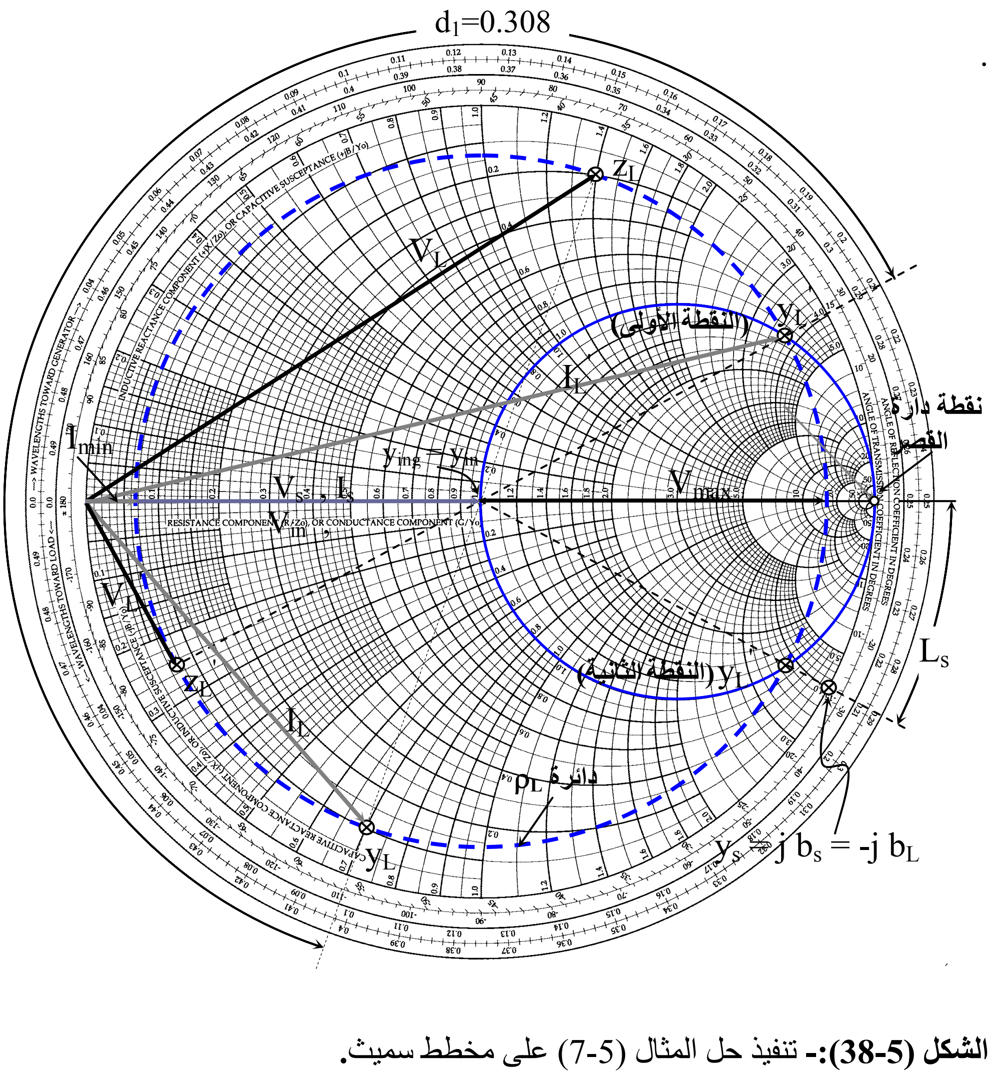
الحــل:-

1- يتم تحديد $z_L = 0.2 + j\ 1.4$ على مخطط سميث وترسم دائرة ρ_L الثابتة ومنها يتم إيجاد المسامحة المعيارية أو $y_L = 0.1 - j\ 0.7$ ، أنظر الشكل (5-38).

2- يتم التحرك على دائرة ρ_L الثابتة باتجاه المصدر حتى نقطة تقاطع هذه الدائرة مع الدائرة $g = 1$ ويتم تحديد الطول $d_1 = 0.308\,\lambda$ (أو من النقطة الثانية $0.386\ \lambda$) وتحدد قيمة $y'_L = 1 + j\,3.8$ (أو $1 - j\ 3.8$).

3- تحدد مسامحة الدخل المعيارية للقضمة $y_s = jb_s = -jb'_L = -j\,3.8$ (أو $+j\,3.8$).

4- يتم استنتاج طول القضمة وذلك بالبدء من نقطة دارة القصر على مخطط المسامحة والتحرك منها باتجاه الحمل حتى الوصول الى مدخل القضمة حيث إن مسامحة الدخل المعيارية y_s قد تم تحديدها في الخطوة السابقة وبالتالي يتم تحديد طول القضمة $L_s = 0.041\lambda$ (أو 0.459λ).



الشكل (5-38):- تنفيذ حل المثال (5-7) على مخطط سميث.

بعد أن يتم تحقيق المواءمة بين الحمل وخط النقل فإن قيمة Z_{in} تكون مساوية للمانعة المميزة لهذا الخط، وبالتالي فإن قيمة التيار عند نقطة الإرسال I_s تكون

$$|I_s| = |15/(50+50-j50)| = 0.134 \quad A$$

وبما أن خط النقل من مدخلة وحتى الحمل لا يعاني من الفقد فيمكن إيجاد القدرة التي يمتصها الحمل من القدرة على مدخل الخط وهي كما يلي:-

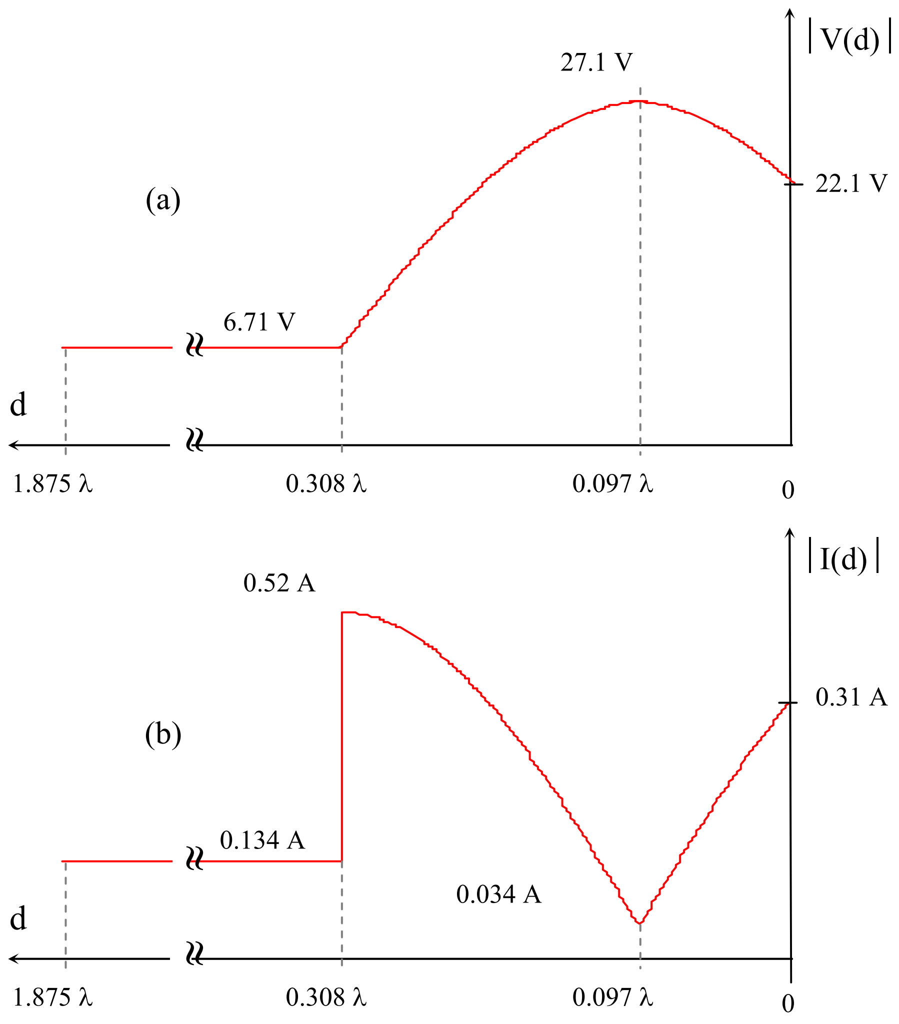
$$P_s\ (= P_L) = I_s^2\ Z_0 = 0.9 \quad W$$

والآن فإن الفولطية V_s عند طرف الإرسال تكون $V_s = Z_0\, I_s = 6.71 \ V$

وحيث إنه ليس هناك موجة منعكسة حتى النقطة التي تقع على يسار القضمة فإن الفولطية عند النقاط المختلفة هي $V_s = V_{in} = V_L' = 6.71\ V$، وكذلك بالنسبة للتيار أو $I_s = I_{in} = 0.134\ A$. ومن V_L' يمكن إيجاد مقياس الرسم الصحيح للجزء $0 < d < d_1$ أو أن $V_L = 22.1\ V$ وأن الفولطية تصل إلى قيمتها العظمى $V_{max} = 27.1\ V$ عند النقطة $d = 0.097\ \lambda$. أما التيار على يمين القضمة فسيتم استخدام V_L' و Z_L' لإيجاده ويساوي $0.52\ A$ وعندئذ يمكن إيجاد مقياس الرسم الصحيح للتيار وبالتالي إيجاد أن $I_L = 0.31\ A$ وأن التيار يصل إلى قيمته الدنيا $I_{min} = 0.034\ A$ عند النقطة $d = 0.097\lambda$، ويبين الشكل (5-39) تغير $|V(d)|$ و $|I(d)|$ مع d.

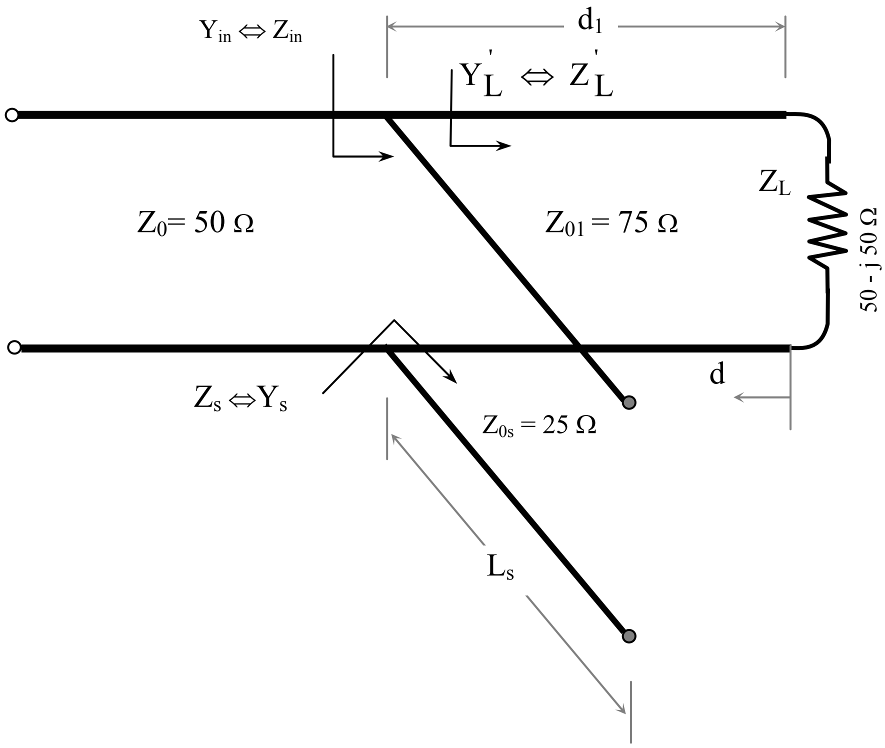
ومن الجدير بالذكر أن وصل قضمة عند النقطة d_1 على خط النقل يحقق مواءمة الحمل Z_L مع هذا الخط عند هذه النقطة، إلا أن هذا الترتيب يسبب تشويهاً (distortion) في خطوط المجالات الكهرومغناطيسية في منطقة الوصل. وقد يكون الحمل حساساً لهذا التشويه في خطوط المجالات، مثل الهوائيات، في هذه الحالة يصبح من الضروري وصل القضمة بعيداً عن الحمل بمسافة كافية لتلاشى

التشويه في هذه الخطوط. وعليه فإذا كان خيار النقطة الأولى غير مناسب من المنظور السابق يمكن أخذ الخيار الثاني (النقطة الثانية) أو بإضافة $(n\lambda/2)\,, n, 1\,, 2,...$ على الطول المحدد من قبل أحد النقطتين بما يضمن عدم تأثر الحمل بهذه التشوهات والتي تتلاشى بعد أقل من $\lambda/2$ من نقطة نشوئها.



الشكل (5-39):- (a) تغير |V(d)| مع المسافة d (b) تغير |I(d)| مع المسافة d.

مثال (5-8):- يبين الشكل (5-40) حملاً $Z_L = 50 - j\,50\ \Omega$ تم وصله مع خط نقل رئيسي واستخدمت قضمة منتهية بدارة مفتوحة لضمان المواءمة بين الحمل وهذا الخط. فإذا كانت $Z_0 = 50\ \Omega$ و $Z_{01} = 75\ \Omega$ و $Z_{0s} = 25\ \Omega$ فأوجد d_1 و L_s لتحقيق المواءمة (حتى تصبح $Z_{in} = Z_0$).



الشكل (5-40):- رسماً يوضح تفاصيل المثال (5-8) والذي يتضمن استخدام خطوط نقل بممانعات مميزة مختلفة.

الحـــل:-

لا يختلف هذا المثال عن المثال السابق باستثناء أن الممانعة المميزة لأى جزء من خطوط النقل تختلف عن الأجزاء الأخرى وبالتالي فإن التعامل هنا يجب أن يكون بقيم الممانعة أو المسامحة المطلقة (absolute impedance or admittance)

وليس بقيم الممانعة أو المسامحة المعيارية (normalized). وللحصول على مواءمة عند النقطة $d = d_1$ ، أو على يسار القضمة، فلا بد أن تكون $Z_{in} = Z_0$ أو $Y_{in} = Y_0$ ولكن

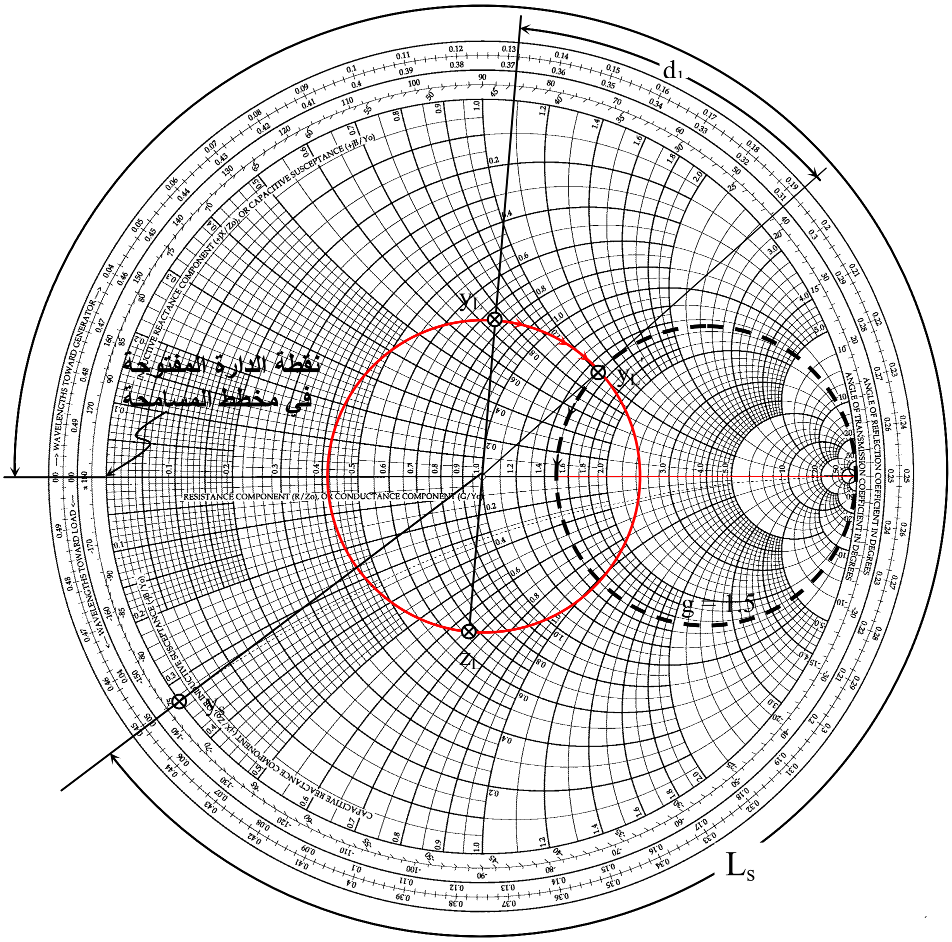
$$Y_{in}\ (=Y_0) = Y_s + Y'_L = j\,B_s + G'_L + j\,B'_L$$

أو

$$0.02 = j\,B_s + G'_L + j\,B'_L$$

أو أن $G'_L = 0.02 \quad \Omega^{-1}$ و $B_s = -B'_L \quad \Omega^{-1}$

وتصبح المواصلة المعيارية لخط النقل الواقع على يمين القضمة، أو في المدى $0 < d < d_1$ ، مساوية $g'_L = G'_L / Y_{01} = 0.02 \times 75 = 1.5$ أو أن المحل الهندسي للمسامحة المعيارية $y'_L = Y'_L / Y_{01}$ هو الدائرة $g = 1.5$ (وليس $g = 1$). يتم تحديد قيمة $z_L = Z_L / Z_{01} = 0.67 - j0.67$ وتوقيعها على مخطط سميث وتحديد دائرة ρ_L الثابتة ومن النقطة z_L تحدد y_L ويتم التحرك على دائرة ρ_L الثابتة باتجاه المصدر حتى يحصل التقاطع مع الدائرة $g = 1.5$ ويؤخذ أول تقاطع ومنه تحدد $y'_L = 1.5 + j\,b'_L$ وكذلك d_1. يتم إيجاد قيمة $Y'_L = y'_L \times Y_{01}$ ومنها تحدد قيمة B'_L أو $B_s = -B'_L$ ؛ ومن B_s تحدد $b_s = B_s / Y_{02}$ وبالتالي يتم إيجاد طول القضمة، المنتهية بدارة مفتوحة، L_s. ويبين الشكل (5-41) تنفيذاً لهذه الخطوات على مخطط سميث ومنه يمكن استنتاج أن $y_L = 0.7 + j0.75$ و $y'_L = 1.5 + j1$ وبالتـالي فـإن $d_1 = 0.061\,\lambda$ وأن $b'_L = 1$ أو أن $B'_L = 1/75\ \Omega^{-1}$. من هذا يتم إيجاد Ω^{-1} $B_s = -1/75$ أو أن المسامحة المعيارية للقضمة $y_s = j\,B_s / Y_{0s} = -j\,25/75 = -j\,0.33$ ومن هذا يتم استنتاج أن $L_s = 0.449\,\lambda$.

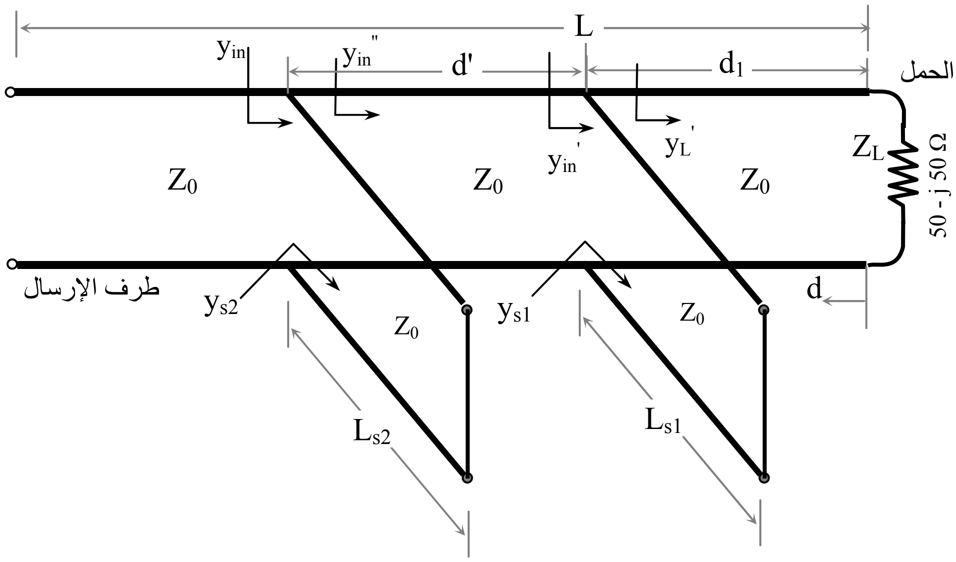


الشكل (5-41):- مخطط سميث للمثال (5-8) مبين عليه خطوات الحل.

5-6-2:- مواءمة خط النقل باستخدام قضمتين

إن طريقة استخدام قضمة واحدة في مواءمة حمل Z_L مع خط نقل بممانعة مميزة Z_0 قادرة على تغطية، تقريباً، جميع الأحمال ولكن هذا يتم من خلال قفزة واحدة من y'_L إلى y_{in}. ويمكن أن يتم إنجاز المواءمة بين الحمل وخط النقل عبر استخدام أكثر من قضمة يتم وصلها على التوازي مع الخط وعليه فإن الانتقال من y'_L إلى y_{in} يتم عبر أكثر من خطوة (قفزة) وكل خطوة ممثلة بقضمة. سيتم

التركيز هنا على استخدام قضمتين، فقط، أو ما يدعى "منغم باستخدام قضمتين double stub tuner" للوصول إلى مواءمة الحمل مع خط النقل وذلك بوصلها على التوازي مع الخط كما يبين الشكل (5-42). وفيما يلي شرحاً متسلسلاً للخطوات المتبعة لإيجاد أماكن وأطوال القضمتين:-



الشكل (5-42):- مواءمة حمل Z_L مع خط نقل بممانعة مميزة Z_0 عبر استخدام قضمتين أحدهما عند d_1 والأخرى عند $d' + d_1$.

1 - يجب أن تكون قيمة $Y_{in} = Y_0$ $(Z_{in} = Z_0)$ أو $y_{in} = 1 + j\,0$ لتحقيق المواءمة وبالتالي فإن $y_{in} = y''_{in} + y_{s2} = g''_{in} + b''_{in} + j\,b_{s2} = 1 + j0$ أو أن $g''_{in} = 1$ و $b_{s2} = -b''_{in}$ أي أن الدائرة $g = 1$ تمثل المحل الهندسي للمسامحة المعيارية y''_{in}.

2 – يلاحظ أن y''_{in} و y'_{in} لا يختلفان عن بعضهما البعض إلا من خلال المسافة المحددة بين القضمتين d' (حيث إن دائرة ρ''_{in} الثابتة هي نفسها دائرة ρ'_{in}

الثابتة). نلف النقطة y''_{in} باتجاه معاكس لحركة عقارب الساعة مسافة d' للحصول على y'_{in}. إلا أن المعروف هو المحل الهندسي للمسامحة المعيارية y''_{in} وبالتالي يتم لف كل المحل الهندسي باتجاه يعاكس حركة عقارب الساعة (يتم لف الدائرة $g = 1$) مسافة d' عبر لف مركزه للحصول على المحل الهندسي للمسامحة المعيارية y'_{in}.

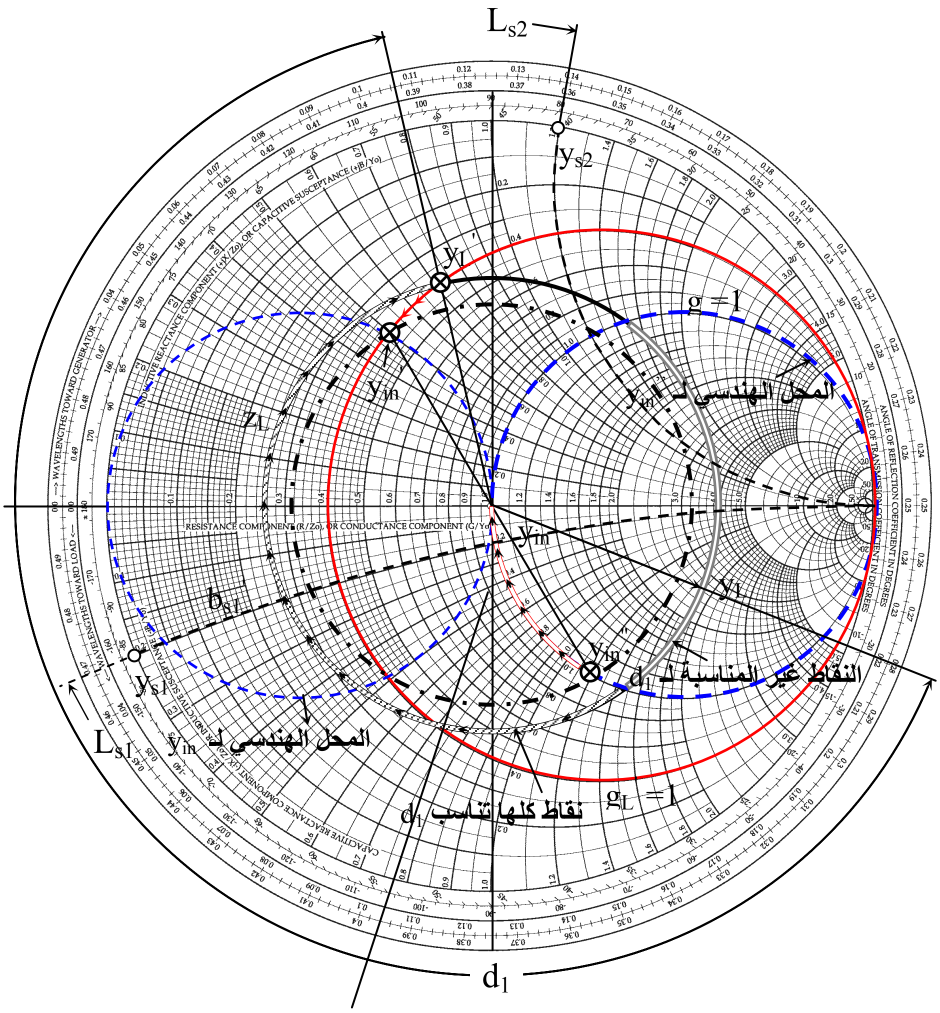
3- يتم تحديد y_L على مخطط سميث والتحرك باتجاه المصدر على دائرة ρ_L الثابتة حتى الوصول الى y'_L. ولكن كيف يمكن تحديد y'_L ؟ يتم تحديد y'_L من خلال العلاقة ما بين y'_{in} و y'_L و y_{s1} كما يلي:-

$$y'_{in} = g'_{in} + j\,b'_{in} = y'_L + y_{s1} = g'_L + j\,(b'_L + b_{s1})$$

أو أن $g'_L = g'_{in}$, $b'_{in} = b'_L + b_{s1}$ ولكن g'_{in} غير معروفة وكذلك y'_{in} فإنها غير معروفة وإنما محلها الهندسي هو المعروف. وحيث إن الجزء الحقيقي g لا يتغير فإنه للانتقال من y'_L إلى y'_{in} على مخطط سميث يجب أن يتم ذلك بالحركة على إحدى الدوائر التي تمثل g. بعد أن يتم توقيع y_L على المخطط يتم التحرك إلى y'_L (على دائرة ρ_L الثابتة) على أن تتقاطع دائرة g للنقطة التي سيتم التوقف عندها ، y'_L، مع المحل الهندسي للمسامحة المعيارية y'_{in} (أو على الأقل لمسه). وهناك عدد لا يحصر من النقاط التي يمكن اختيارها وتحقق الشرط السابق وهناك عدد أخر من النقاط التي لا يجب التوقف عندها، أو كما تدعى المنطقة المحظورة (forbidden region) ، كما هو مبين على الشكل (5-43).

4 – بعد أن يتم تحديد قيمة d_1 مما سبق وبالتالي تحديد y'_L والتحرك بأي اتجاه على دائرة g'_L للوصول إلى تقاطع هذه الدائرة مع المحل الهندسي

للمسامحة المعيارية y'_{in} ، وهناك احتمالان ينتجان عن هذا التقاطع يتم اختيار أحدهما، ومن ذلك يتم تحديد قيمة b_{s1} أو $b_{s1} = b'_{in} - b'_L$ وايجاد طول القضمة الأولى L_{s1}. ويبين الشكل (5-43) هذه القيم حيث تم اختيار مكان القضمة الأولى على مسافة مناسبة من الحمل.



الشكل (5 - 43) :- استخدام مخطط سميث في تنفيذ مواءمة حمل Z_L مع خط نقل ممانعته المميزة Z_0 باستخدام قضمتين تفصلهما مسافة d'.

5- بعد تحديد النقطة y'_{in} يتم لفها باتجاه حركة عقارب الساعة على دائرة ρ'_{in} الثابتة مسافة قدرها d' لتحديد قيمة y''_{in} ومنها يتم إيجاد b_{s2} $(b_{s2} = -b''_{in})$ ومن ذلك تحدد طول القضمة الثانية L_{s2}. ويبين الشكل (5-43) هذه القيم. تم في هذا الشكل اختيار d' لتكون مساوية $\lambda/4$ (في العادة تكون محددة).

مثال(5-9):- يبين الشكل (5-42) استخدام قضمتين موصولتين على التوازي مع خط نقل ممانعته المميزة $Z_0 = 50\ \Omega$ ينتهي بحمل $Z_L = 20 + j\ 10\ \Omega$ لضمان مواءمة الحمل Z_L مع خط النقل علماً بأن الممانعة المميزة للقضمتين هي $50\ \Omega$ والمسافة بين القضمتين $d' = \lambda/4$. أوجد d_1 و L_{s1} و L_{s2} وحدد القيم غير المناسبة للمسافة d_1.

الحـل:-

بإتباع الخطوات السابقة والرجوع إلى الشكل (5-44) الذي يوضح تنفيذها على مخطط سميث فيمكن إيجاد القيم التالية:-

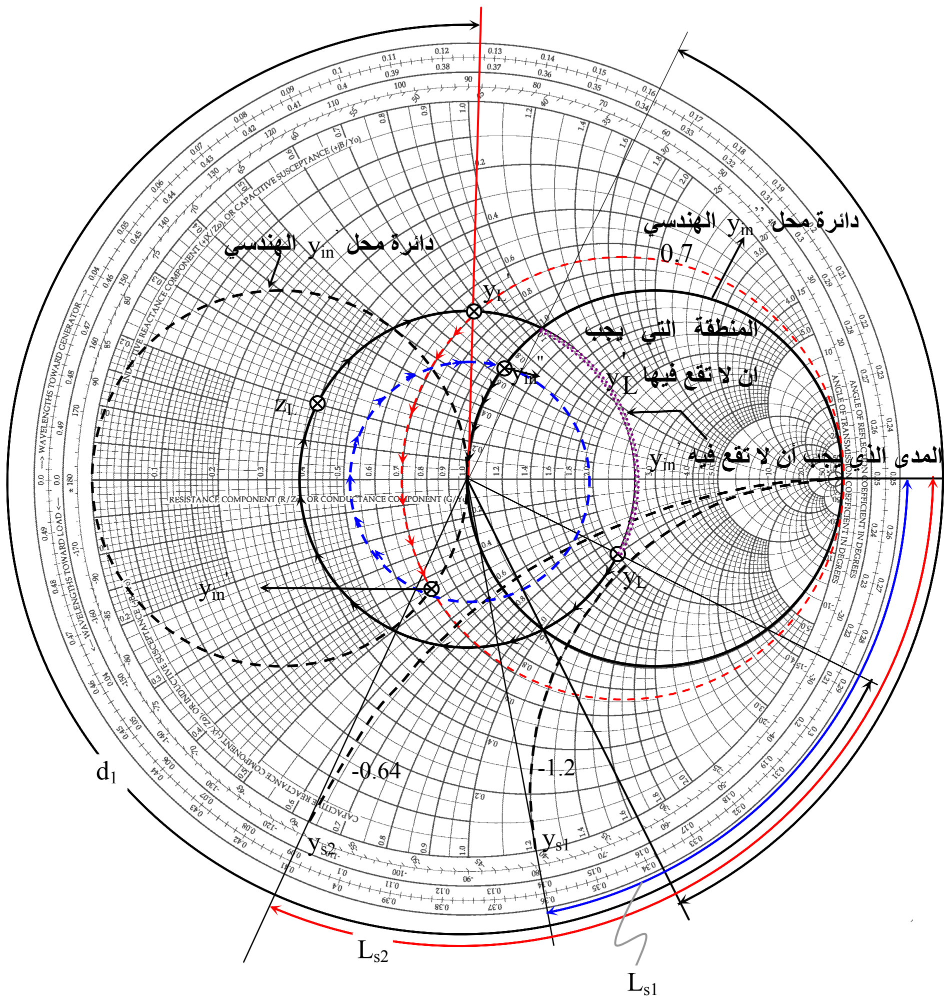
$z_L = 0.4 + j\ 0.2$ و $y_L = 2 - j\ 1$

ومن ذلك تحدد قيمة y'_L بعد أن يتم لف المحل الهندسي للمسامحة المعيارية y''_{in} للحصول على المحل الهندسي للمسامحة المعيارية y'_{in} وكذلك d_1، إن من أسباب اختيار مكان y'_L المبين في الرسم كان لغرض توضيحي، كما يلي:-

$y'_L = 0.7 + 0.j\,75$ و $d_1 = 0.34\lambda$

وبالتالي تحدد قيم y'_{in} و b_{s1} كما يلي:-

$$y'_{in} = 0.7 - j\,0.45 \qquad \text{و} \qquad b_{s1} = b'_{in} - b'_{l} = -1.2$$



الشكل (5-44):- تنفيذ حل المثال (5-9) على مخطط سميث.

وبالتالي فإن $L_{s1} = 0.111\,\lambda$ (كلا القضمتين منتهيتان بدارة قصر). ومرة أخرى فقد كان من وراء اختيار هذه النقطة لتمثيل y'_{in} أغراضاً توضيحية. بعد ذلك يتم لف النقطة y'_{in} على دائرة ρ'_{in} الثابتة باتجاه المصدر بطول مقداره

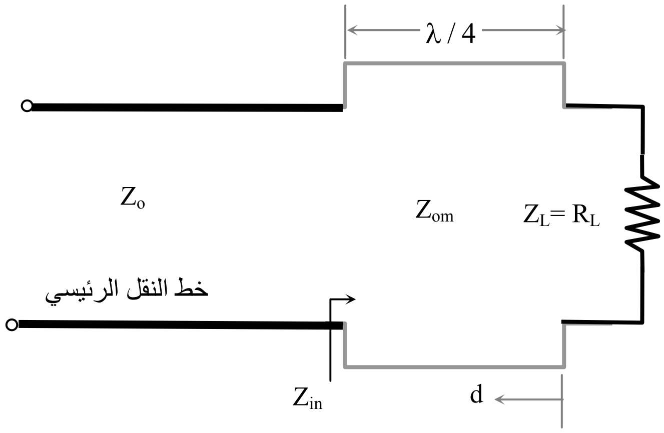
$d' = \lambda/4$ (أو 180°) وتحديد $y''_{in} = 1 + j\,0.64$ ومنها يتم استنتاج $b_{s2} = -b''_{in} = -0.64$ و $L_{s2} = 0.159\,\lambda$. ويجب أن تكون d_1 في المدى $\lambda\ (0.161 + n/2) \le d_1 \le \lambda\ (0.339 + n/2)$ أو أن تكون خارج المدى

$\lambda\ (0.339 + n/2) < d_1 < \lambda\ (0.161 + n/2)$ وذلك لضمان مواءمة الحمل مع خط النقل. ومن الجدير بالذكر أن الانتقال من z_L إلى $z_{in} = 1$ قد تم عبر خطوتين وذلك من $|\rho_L| = 0.44$ إلى $|\rho''_{in}| = 0.304$ ومن ثم إلى $|\rho_{in}| = 0$.

5-6-3:- مواءمة خطوط النقل باستخدام خط نقل بطول $\lambda/4$

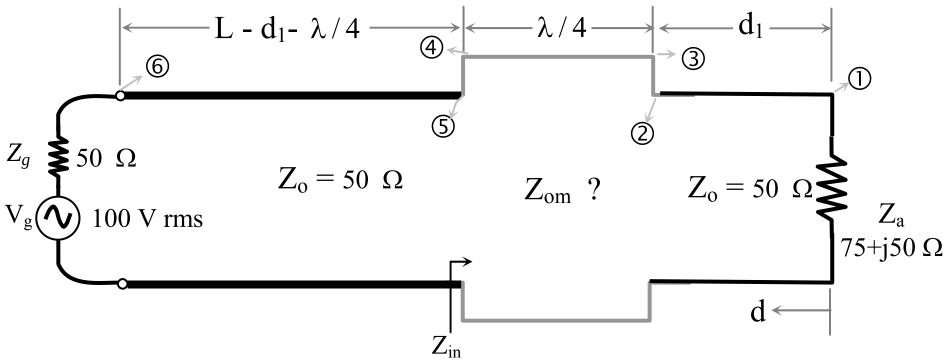
سبق وتم تقديم خصائص خط النقل بطول يساوي ربع طول الموجة (أو للتسهيل خط - $\lambda/4$) حيث إنه يعمل عمل المحول (transformer) في الترددات الدنيا للدارات الكهربائية في رفع أو خفض الممانعة التي يكون منتهياً بها ومنظوراً إليها عند مدخله. بالتالي إذا تم وصل خط - $\lambda/4$ (على افتراض أن ممانعته المميزة هي $Z_{om}\ \Omega$) بين حمل $Z_L = R_L$ وخط نقل ممانعته المميزة $Z_0\ (\neq R_L)$ كما يبين الشكل (5-45) فإنه بالإمكان اختيار الخط - $\lambda/4$ المناسب ذي الممانعة المميزة Z_{0m} ليحقق الشرط $Z_{in} = Z_o = Z^2_{om}/Z_L$، أو باختيار خط - $\lambda/4$ بممانعة مميزة $Z_{om} = \sqrt{Z_L\ Z_0}$ وبالتالي فإن مواءمة الحمل مع خط النقل الرئيسي تكون قد تحققت. أما إذا كانت $Z_L = R_L + j\,Z_L$ وكان المطلوب تحقيق المواءمة بين هذا الحمل Z_L وخط نقل رئيسي بممانعة مميزة Z_0 فلا بد من تجهيز Z_L بالشكل الملائم ليتم بعدها استخدام خط - $\lambda/4$ الذي يقوم فقط برفع أو خفض الممانعة التي ينتهي بها. يتم ذلك عن طريق التحرك على يسار الحمل مسافة كافية للوصول إلى النقطة $d = d_1$ على خط النقل الرئيسي لتكون عندها ممانعة الدخل المكافئة مساوية لكمية حقيقية أو $Z'_L = R'_L + j\,0$. يتم وصل خط - $\lambda/4$ على يسار هذه النقطة مع خط النقل الرئيسي وبشكل تتابعي على أن

تكون ممانعة خط - $\lambda/4$ المميزة $Z_{om} = \sqrt{Z_o R_L^{'}}$ وبهذا يتم تحقيق المواءمة بين الحمل Z_L وخط النقل الرئيسي عند النقطة $d = d_1 + \lambda/4$. يتم معالجة مثل هذه المسائل وبشكل رئيسي عبر استخدام مخطط سميث، وسيتم توضيح ذلك من خلال المثال التالي.



الشكل (5-45) :- وصل الحمل Z_L مع خط النقل الرئيسي باستخدام خط - $\frac{\lambda}{4}$.

مثال (5-10):- يبين الشكل (5-46) هوائي ممانعة مدخله المكافئة $Z_a = 75 + j\,50\,\Omega$ حيث تم وصله الى مصدر فولطيته $V_g = 100$ V(rms) وممانعته الداخلية $Z_g = 50\,\Omega$ باستخدام خط نقل ممانعته المميزة $Z_o = 50\,\Omega$ وطول $L = 2.0625\,\lambda$. ونظراً لهذا التباين بين Z_a و Z_0 فإنه يصبح من الضروري تحقيق المواءمة ما بين الهوائي وخط النقل باستخدام خط - $\lambda/4$ لهذا الغرض ، أوجد مكان وصل خط - $\lambda/4$ (أوجد d_1) وممانعته المميزة Z_{0m} باستخدام مخطط سميث. أوجد الفولطية والتيار عند مدخل الهوائي والقدرة التي يمتصها الهوائي (هي نفس القدرة التي يشعها الهوائي نظرياً). كذلك أرسم $|V(d)|$ و $|I(d)|$ مع d للمدى $0 \le d \le 2.625\,\lambda$.



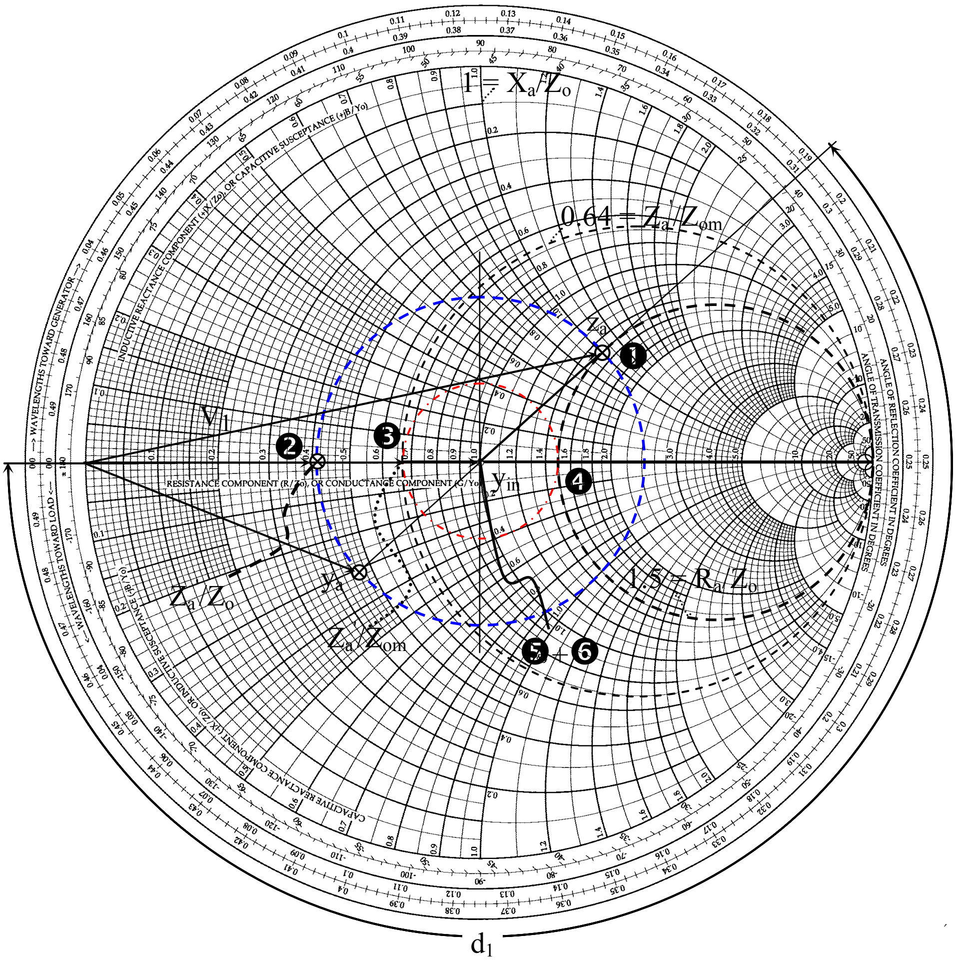
الحــل:-

بعد أن يتم تحديد $z_a = 1.5 + j\,1$ وتوقيعها على مخطط سميث ورسم دائرة ρ_a الثابتة، كما يبين الشكل (5-47) ، يتم التحرك على هذه الدائرة باتجاه المصدر حتى الوصول إلى النقطة $d = d_1$ التي عندها يجب أن تكون ممانعة الدخل المكافئ (equivalent input impedance) $Z_a^{`}$ خالية من أي جزء خيالي، وهناك خيارين ناتجين عن تقاطع دائرة ρ_a الثابتة مع الدائرة $x = 0$ (من دوائر مخطط سميث). ستؤخذ في هذا المثال النقطة الثانية (البعيدة) حيث إن $z_a^{'} = Z_a^{'}/50 = 0.41$ (أو $Z_a^{'} = 20.5\,\Omega$) والمسافة $d_1 = 0.3085\lambda$ أما Z_{om} فيمكن إيجادها من العلاقة $Z_{om} = \sqrt{Z_{in} Z_a^{'}}$ أو $Z_{om} = 32\,\Omega$. تم ترقيم النقاط المختلفة على خط النقل من 1 إلى 6 حيث إن النقطة 1 تمثل مدخل الهوائي والنقطة 6 تمثل طرف الإرسال. وكما هو معلوم فإن ممانعة الدخل عند النقطة 6 تساوي $50\,\Omega$ وبالتالي فإن الفولطية والتيار عند طرف الإرسال أو النقطة 6 هما كما يلي:-

$$I_s = I_6 = 100/100 = 1 \ \ A(rms) \ \text{و}\ V_s = V_6 = 100 \times 50/100 = 50 \ \ V(rms)$$

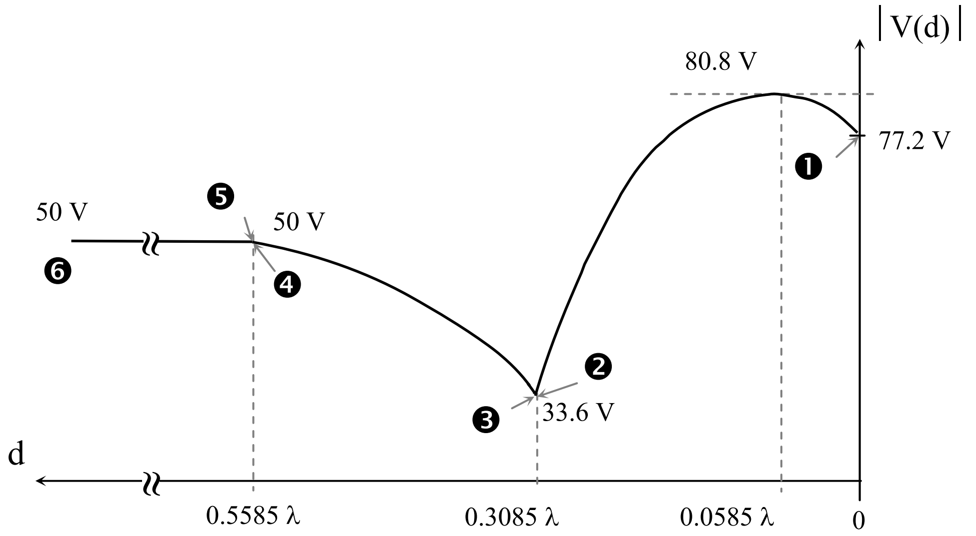
وهذه هي نفس القيم عند النقاط 4 و 5 أو

$I_6 = I_5 = I_4 = 1\ \text{A}$ و $V_6 = V_5 = V_4 = 50\ \text{V}$

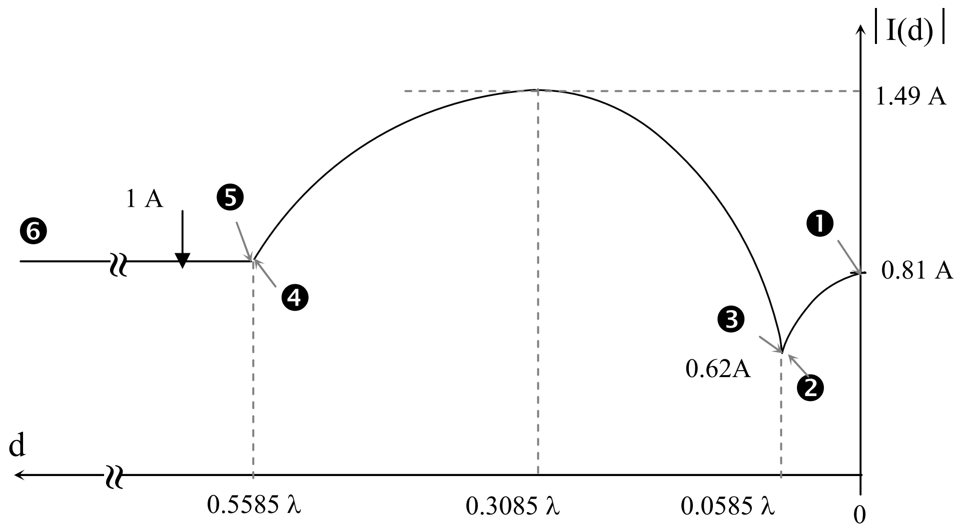


الشكل (5-47):- مخطط سميث للمثال (5-10) مبين عليه الفولطية والتيار.

ويمكن استنتاج الفولطية والتيار من خلال مخطط سميث عند النقطة 2 و 3 وبعدها يتم تحديد الفولطية والتيار عند مدخل الهوائي أو I_1 و V_1 ، كما يبين الشكل (5-48) .



(a)



(b)

الشكل (5-48) :- تغير الفولطية والتيار مع d على خط النقل المشارالمذكور في المثال (5-10) بعد تحقيق الموائمة (a) تغير |V(d)| مع d (b) تغير |I(d)| مع d.

من الجدير بالذكر إن الانتقال من النقطة 5 إلى النقطة 4 تمكننا من تحديد مقياس الرسم الصحيح في المنطقة $d_1 < d < d_1 + \lambda/4$ وكذلك الانتقال من 3 إلى 2 يمكننا من تحديد مقياس الرسم الصحيح في المنطقة $0 < d < d_1$ وذلك اعتمادا على مخطط سميث المبين في الشكل (5 -47). وهذه القيم هي كما يلي:-

$V_3 = V_2 = 33.6$ V　و　$I_3 = I_2 = 1.49$ A

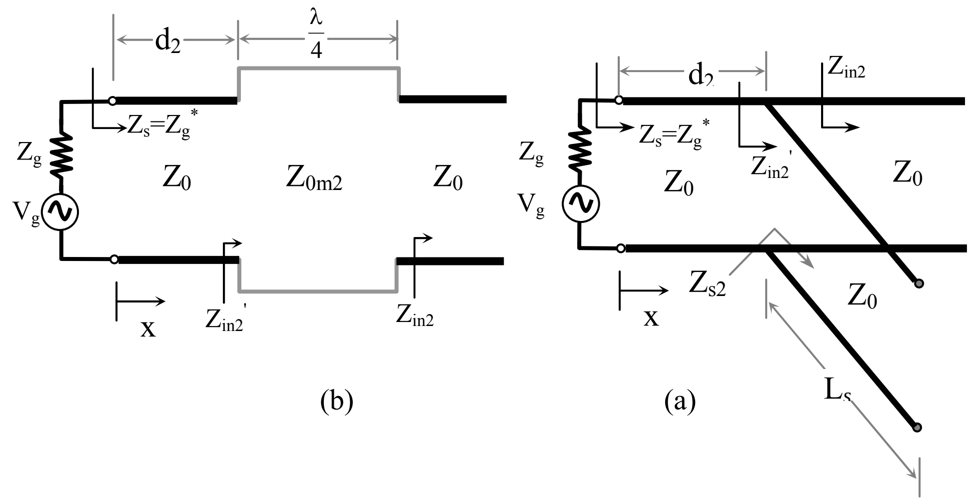
$V_1 = V_a = 77.2$ V　و　$I_1 = I_a = 0.81$ A

أما القدرة التي يمتصها الهوائي فهي نفس القدرة (الجزء الحقيقي) التي يرسلها المصدر أو $P_a = 50$ W ويبين في الشكل (5-48) تغير $|V(d)|$ و $|I(d)|$ مع d.

5-7:- الحصول على القدرة القصوى من المصدر

يلاحظ من الأمثلة السابقة التي تم تقديمها لتحقيق المواءمة بين الحمل Z_L وخط النقل Z_o أنه قد تم التخلص من الموجة المنعكسة على معظم خط النقل وما تبقى منها يكون محصوراً لمسافة قصيرة حول موقع الحمل. ولكن هناك نقطة مهمة لم يتم تحقيقها أو البحث فيها وهي العلاقة بين الممانعة الداخلية للمصدر Z_g والممانعة المكافئة على مدخل خط النقل عند طرف الإرسال Z_s من منظور القدرة التي يمكن للمصدر توصيلها إلى الحمل. ويمكن أن لا تكون هذه القدرة في أعلى قيمها نظراً لعدم توفر الشروط المناسبة حيث إن الشرط اللازم لتحقيق القدرة القصوى (maximum power) التي يمكن أخذها من المصدر هو أن تكون Z_s مساوية للكمية المرافقة للممانعة الداخلية للمصدر أو أن $Z_s = Z_g^*$. ومن المعروف أنه عندما تتحقق المواءمة بين الحمل وخط النقل فأن Z_s تصبح مساوية للممانعة المميزة لخط النقل Z_o أو $Z_s = Z_o$ وإذا لم تكن Z_g مساوية للممانعة Z_o يمكن معالجة هذا الوضع باستخدام قضمة يتم وصلها على سبيل المثال على التوازي مع خط النقل ويحدد طولها ومكان وصلها بالقرب أو عند طرف

الإرسال كما يبين الشكل (5-49). يمكن كذلك استخدام خط - $\lambda/4$ يتم وصله بشكل تتابعي مع خط النقل وتحدد ممانعته المميزة ومكان وصله بالقرب أو عند طرف الإرسال كما يبين الشكل (5-49). إن الخطوات اللازمة لتحقيق القدرة القصوى تشابه ما تم القيام به في حالة تحقيق المواءمة. فعند نقطة البداية $x = 0$ يكون من المطلوب تحقيق $Z_s = Z_g^*$ وعند نقطة النهاية، ا لنقطة الوقعة على يمين القضمة أو على يمين خط $\lambda/4$، يكون $Z_{in2} = Z_o$ وسيتم شرح استخدام القضمة (وإيجاد d_2 و L_{s2}) وخط - $\lambda/4$ (وإيجاد Z_{om2} و d_2) كل على حدة.



الشكل (5-49):- تحقيق شروط القدرة القصوى التي يمكن للمصدر توصيلها إلى الحمل باستخدام (a) قضمة موصولة على التوازي (b) خط - $\lambda/4$ موصول بشكل تتابعي.

- باستخدام القضمة:- يتم البدء من طرف الإرسال وحيث إن المطلوب هو $Y_s = Y_g^*$ أو باستخدام المسامحة المعيارية $y_s\ (=Y_s/Y_0) = y_g^*$ فإنه يتم تحديدها على مخطط سميث. من المعروف أن y_s و y'_{in2} يقعان على نفس دائرة ρ_s الثابتة وليس

هناك مجالاً لتحديد y'_{in2} إلا بتحديد d_2. إلا أن y'_{in2} ، وعند النقطة $x = d_2$ ، تكتب كما يلي:-

$$y'_{in2} = g'_{in2} + j\,b'_{in2} = y_{s2} + y_{in2} = j\,b_{s2} + 1$$

أو أن $g'_{in2} = 1$ و $b_s = b'_{ins}$ وبالتالي فإن الدائرة $g = 1$ تعتبر المحل الهندسي للمسامحة المعيارية y'_{in2}. في ضوء ذلك فإن نقطة تقاطع دائرة ρ_s الثابتة مع دائرة $g = 1$ (هناك نقطتا تقاطع) تمثل y'_{in2} ومن ذلك يتم تحديد d_2 وكذلك b_{s2} وبالتالي L_s.

- **باستخدام الخط - $\lambda/4$**:- يقوم الخط - $\lambda/4$ برفع أو خفض الممانعة التي ينتهي بها (ممانعة مخرجه) منظور إليها من مدخله وبالتالي :-

$$Z'_{in2} = Z^2_{0m2}/Z_{in2} = Z^2_{0m2}/Z_0 = R'_{in2}$$

ولذلك فإن ممانعة الدخل المعيارية (عند النقطة $x = d_2$) $z'_{in2} = Z'_{in2}/Z_0 = r'_{in2}$ يجب أن لا تحوي جزءً خيالياً أو أن دائرة المفاعلة المعيارية $x = 0$ تمثل المحل الهندسي للمانعة المعيارية $z'_{in2} = Z'_{in2}/Z_0$. وحيث إن $z_s = Z_s/Z_0 = z^*_g = Z^*_g/Z_0$ كمية معروفة فإنه يتم تحديدها على مخطط سميث ومنها يتم تحديد دائرة ρ_s الثابتة التي تشترك فيها مع $z'_{in2} = Z'_{in2}/Z_0$ وبالتالي يمكن القول أن دائرة ρ_S الثابتة هي المحل الهندسي للممانعة المعيارية z'_{in2}. في ضوء ذلك فإن تقاطع دائرة ρ_s الثابتة مع الدائرة $x = 0$ (هناك نقطتا تقاطع) تمثل z'_{in2} ومن ذلك يتم تحديد Z'_{in2} (أو $Z'_{in2} = z'_{in2}\,Z_0$) وبالتالي Z_{0m2} وكذلك المسافة d_2. سيتم فيما يلي تقديم مثالٍ لتوضيح استخدام

القضمة وخط- $\lambda/4$ لتحقيق الحصول على القدرة القصوى من المصدر. بما أن موضوع المواءمة بين الحمل وخط النقل قد تم شرحه سابقاً فسيتم الافتراض أن المواءمة قد تم تحقيقها.

مثال (5-11):- يبين الشكل (5-50a) مصدر فولطيته $V_g = 30$ V(rms) وممانعته الداخلية $Z_g = 50 - j50\ \Omega$ موصول إلى خط نقل طوله $3.3125\ \lambda$ وممانعته المميزة $Z_0 = 50\ \Omega$ وينتهي بحمل Z_L وقد تم إجراء ما يلزم لضمان مواءمته مع هذا الخط. أوجد القدرة التي يحققنها المصدر عند مدخل خط النقل. هل يمكن رفع هذه القدرة والى أي قيمة؟ وكيف يمكن أن يتحقق ذلك باستخدام إما قضمة بنهاية مفتوحة موصولة على التوازي مع خط النقل أو خط- $\lambda/4$ موصول بشكل تتابعي (cascaded connection) مع الخط، أوجد طول القضمة ومكان وصلها وكذلك مكان وصل خط- $\lambda/4$ وممانعته المميزة.

الحــل:-

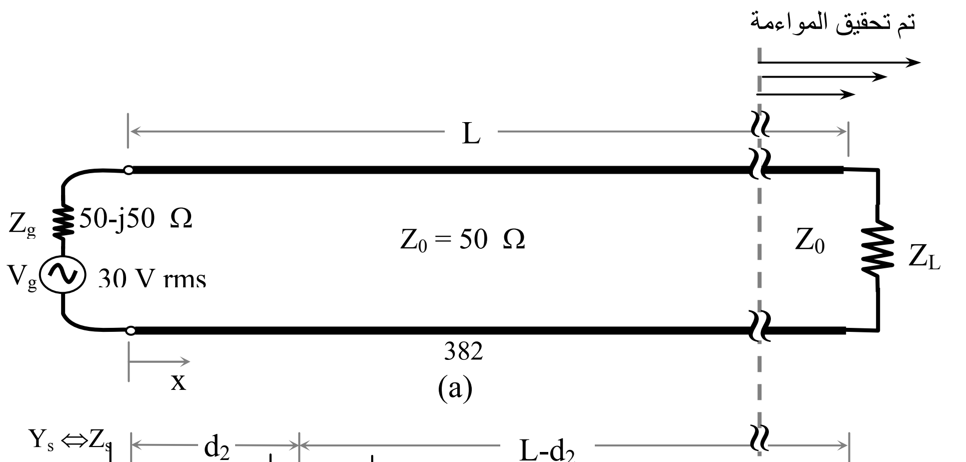
بما أن الحمل متوائم مع خط النقل فإن $Z_s = Z_0$ وبالتالي فإن الفولطية والتيار عند طرف الإرسال هما كما يلي:-

$$|V_s| = \left|50\,V_g/(Z_g + Z_s)\right| = \left|50\times 30/(100 - j\,50)\right| = 13.4 \quad \text{V}$$
$$|I_s| = \left|V_g/(Z_g + Z_s)\right| = \left|30/(100 - j\,50)\right| = 0.268 \quad \text{A}$$

القدرة التي يحققنها المصدر عند مدخل خط النقل هي $P_s = |I_s|^2\ 50 = 3.6$ W

نعم، يمكن رفع هذه القدرة حيث إن القيمة العظمى لمثل هذه القدرة هي:-

$$P_{sm} = \left|30/(Z_g + Z_g^*)\right|^2 \times R_g = 4.5 \quad \text{W}$$



(a)

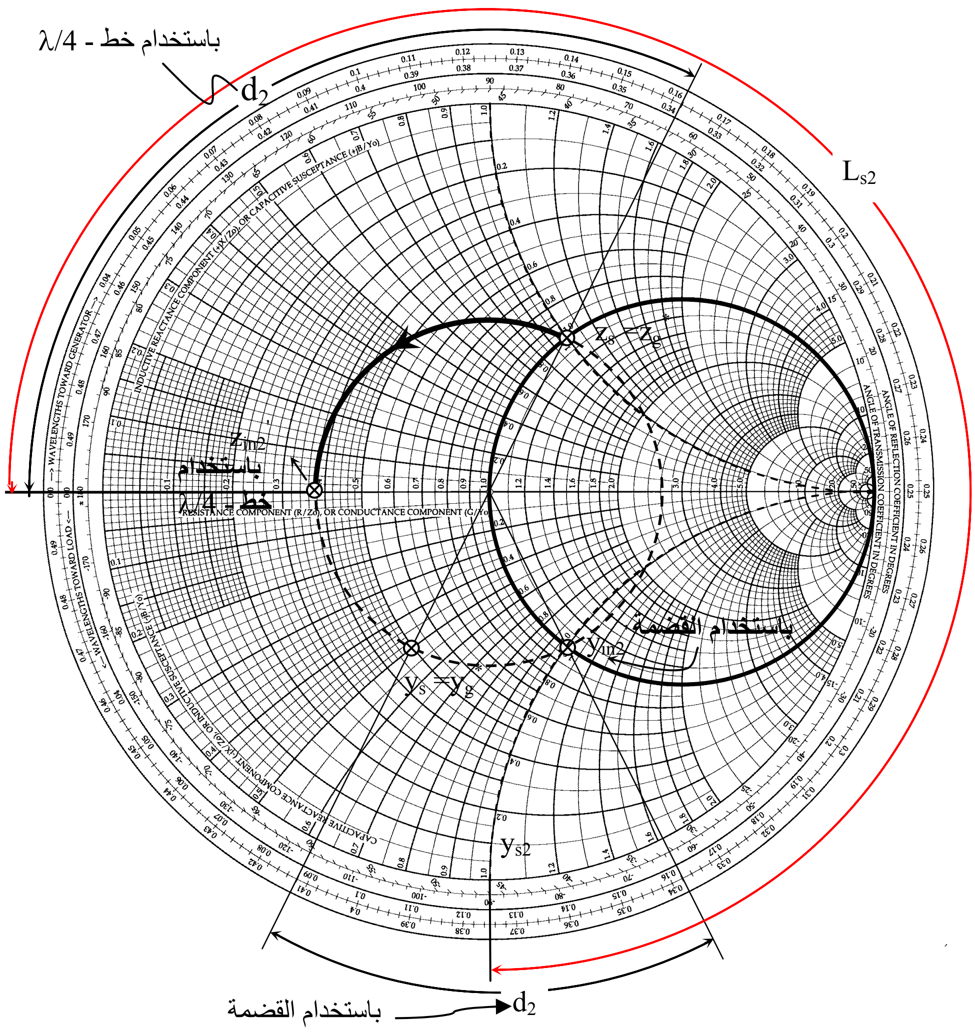
الشكل (5-50):- خط النقل الخاص بالمثال (5-11): (a) بوضعه الأولي (b) باستخدام قضمة موصولة على التوازي مع خط النقل لضمان الحصول على القدرة القصوى (c) باستخدام خط - $\lambda / 4$ لضمان الحصول على القدرة القصوى.

ويمكن الحصول عليها إذا كانت Z_s مساوية للكمية المرافقة لممانعة المصدر Z_g (أو $Z_s = Z_g^*$) وذلك عن طريق استخدام قضمة يتم وصلها بالتوازي مع الخط كما يبين الشكل (5-50b) أو يتم وصل خط - $\lambda/4$ بشكل تتابعي مع الخط كما يبين الشكل (5-50c).

- **استخدام القضمة**:- لتحقيق شرط القدرة القصوى فمن المعلوم أن $y'_{in2} = g'_{in2} + jb'_{in2} = y_{in2} + y_{s2} = 1 + jb_{s2}$ ، وبالتالي فإن $g'_{in2} = 1$ أو أن الدائرة $g = 1$ هي المحل الهندسي للمسامحة المعيارية y'_{in2}. كذلك فإن $y_s = y_g^* = 1/z_g^*$ وعليه يتم توقيع $z_g^* = 1 + j1$ على مخطط سميث وتحدد بالتالي دائرة ρ_g الثابتة ويتم التحرك باتجاه معاكس لحركة عقارب الساعة (clock wise direction) حتى يتم التقاطع مع المحل الهندسي للمسامحة y'_{in2} وتختار إحدى نقاط التقاطع (تم اختيار النقطة القريبة) وفي هذه الحالة تحدد y'_{in2} و d_2 وبالتالي L_{s2}. أو أن $y'_{in2} = 1 - j\,1$ وبالتالي فإن $d_2 = 0.0752\,\lambda$ ومن y'_{in2} يتم إيجاد $b_{s2} = -1$ أو أن $L_{s2} =$ $0.375\,\lambda$ وقد تم تنفيذ هذه الخطوات على الشكل (5-51).

- **استخدام خط-** $\lambda/4$:- حيث إن المطلوب، لتحقيق شرط القدرة القصوى، أن تكون $z_s = z_g^* = Z_s/Z_0 = 1 + j1$ فبعد توقيعها على مخطط سميث يتم تحديد دائرة ρ_s الثابتة. ويتم التحرك من هذه النقطة باتجاه معاكس لحركة عقارب الساعة حتى الوصول إلى نقطة يكون الجزء الخيالي فيها صفراً (الدائرة $x = 0$ تعتبر المحل الهندسي للمانعة المعيارية $z'_{in2} = Z'_{in2}/Z_0$). يتم اختيار أقرب نقطة

ويتم تحديد $d_2 = 0.16\ \lambda$ وكذلك $z'_{in2} = 0.385$ وبالتالي فإن $Z'_{n2} = z'_{in2} \times 50$ ومن ذلك يتم استنتاج Z_{0m} أو $Z_{0m} = \sqrt{Z'_{in2}\ Z_{in2}} = 31\ \ \Omega$، وقد تم تنفيذ هذه الخطوات على الشكل (5-51).



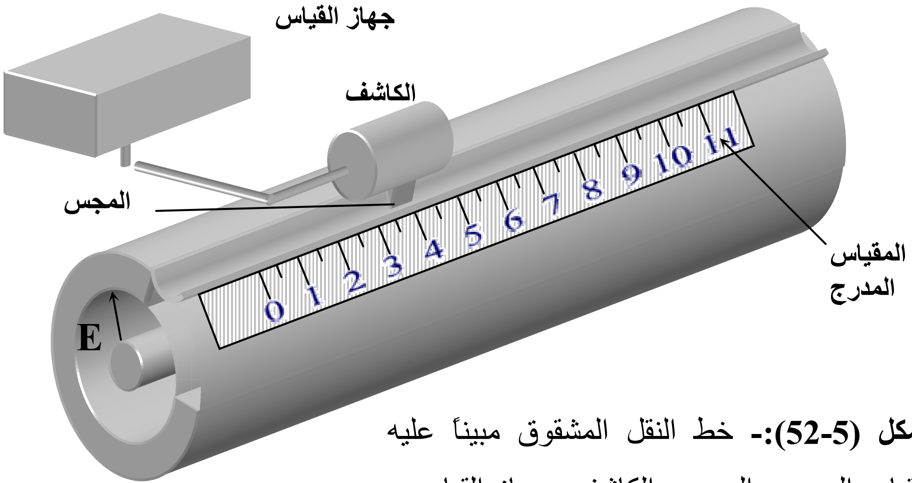
الشكل (5-51):- تنفيذ استخدام القضمة وخط - $\lambda/4$ على مخطط سميث من أجل تحقيق شروط الحصول على أعلى قدرة من المصدر.

8-5:- قياس الممانعة باستخدام خط النقل وطريقة الاستبدال

يتم قياس ممانعة حمل معين في مدى الترددات المنخفضة باستخدام طرق عدة يذكر منها على سبيل المثال طريقة القنطرة (bridge). ومن الجدير بالذكر أن الممانعة في مدى الترددات المنخفضة تكون من النوع المركز الذي يمكن التعرف عليه كممانعة بين نقطتين أو ربما كممانعة مكافئة (ممانعة ثيفينين المكافئة). أما في مدى الترددات العالية عندما تصبح أبعاد الدارة الكهربائية بحيث يمكن مقارنتها بطول الموجة العاملة عندها فإن الممانعة المركزة تفقد معناها وتصبح الممانعة موزعة ومرتبط معناها بالممانعة المكافئة عند طرف معين (مثلاً طرف الإرسال أو الاستقبال أو غير ذلك)، ويصبح قياسها باستخدام الطرق التقليدية بحاجة إلى حرص وحذر شديدين. عند هذه الترددات العالية بالإمكان استخدام خطوط النقل (سواءً كانت كابل محوري أو حتى دليل موجة) في تحديد الممانعة من خلال استخدام طريقة استبدال حمل معروف (دارة قصر) بحمل مطلوب تحديد ممانعته وعمل بعض القياسات في كلا الحالتين تؤدي إلى تحديد ممانعة الحمل كما سيبدو بعد قليل. قبل البدء في شرح الطريقة يتم تقديم نبيطة تستخدم في مدى الترددات العالية لمراقبة (observe) أو قياس (measure) أو تحسس مستوى الإشارة على الخط وهي نبيطة خط النقل المشقوق (slotted line) وملحقاته.

- **خط النقل المشقوق وملحقاته**:- لمراقبة أو قياس مستوى الإشارة داخل خط النقل يتم إدخال مجس (probe) على شكل سلك نحاسي (أو أبره موصلة) في شق معمول في الموصل الخارجي للخط، باتجاه موازٍ لمحوره. يصل طول الشق إلى بضعة أطوال الموجة وعرضه يكون بحده الأدنى لخفض تسرب الطاقة الكهرومغناطيسية منه. وينفذ هذا المجس إلى داخل الخط بالحد الأدنى بما يكفي للقياس ولا يصل إلى الحد الذي يمكن أن يؤثر بشكل ملموس على الموجة الكهرومغناطيسية ومكوناتها. يتم وضع مقياس مدرج بجانب الشق لتحديد حالة الموجة داخل خط النقل مثل تحديد مكان النقاط التي يكون عندها المجال الكهربائي بحده الأدنى. يربط مع هذا المجس

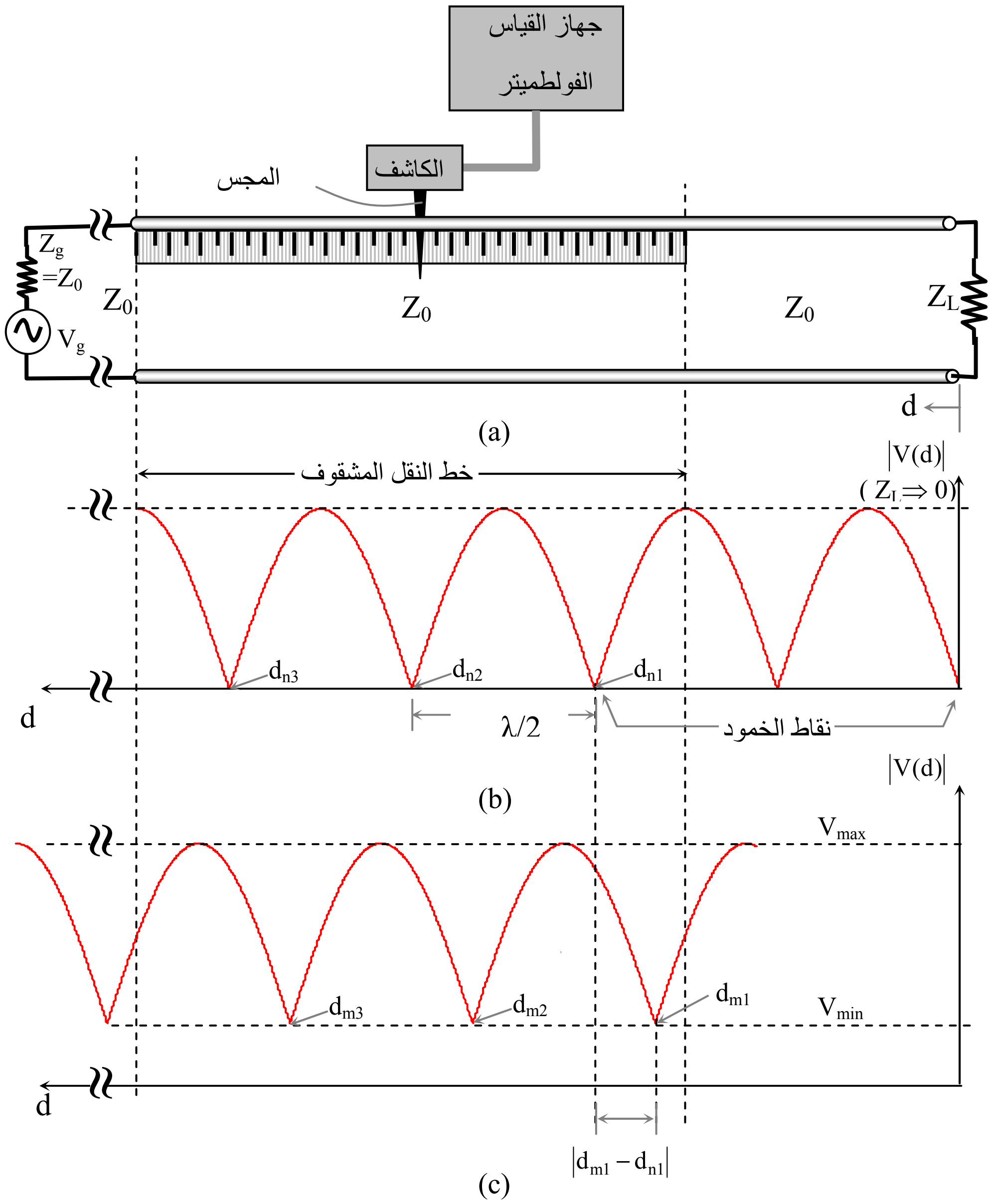
كاشف للترددات الراديوية (radio frequency detector) الذي يقوم بتحويل إشارة الترددات العالية إلى إشارة تيار مستمر (أو إشارة بترددات متدنية تمثل إشارة التعديل حيث إنه في العادة يتم استخدام سلسلة من النبضات بمعدل 1 KHz لتعديل الإشارة). ولقياس مستوى الإشارة النسبي داخل الخط يتم وصل مخرج هذا الكاشف إلى جهاز القياس المناسب (مثل راسم الموجة أو فولطميتير أو جهاز قياس نسبة الموجة الواقفة). ويبين الشكل (5-52) خط النقل المشقوق وملحقاته.



الشكل (5-52):- خط النقل المشقوق مبيناً عليه المقياس المدرج والمجس والكاشف وجهاز القياس.

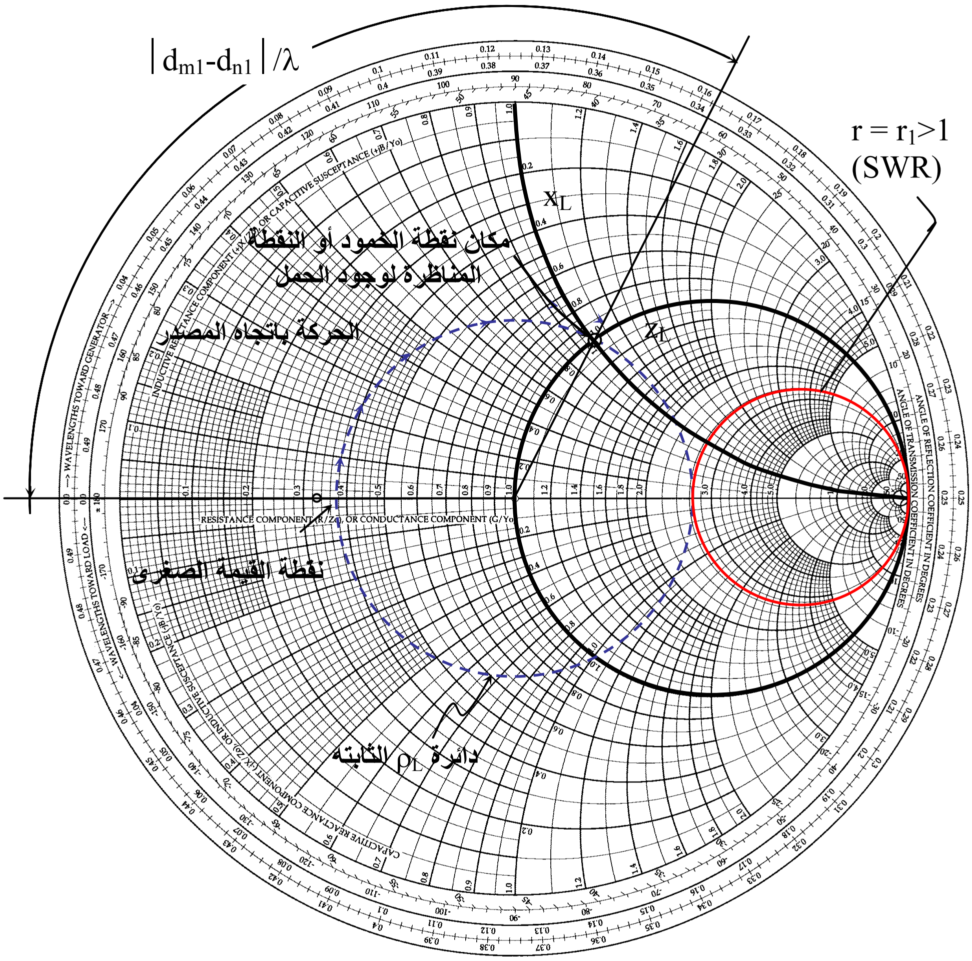
- قياس الممانعة باستخدام طريقة الاستبدال:- يبين الشكل (5-53) خط نقل، يصل الحمل Z_L بمصدر فولطيته V_g وممانعته الداخلية مساوية للممانعة المميزة لخط النقل $Z_0\ \Omega$، ومن ضمنه خط النقل المشقوق ومحتوياته من أجل قياس تغير الفولطية (المجال الكهربائي) داخل الخط. إذا كان الحمل عبارة عن دارة قصر أو $Z_L = 0$ فإن الموجة الساقطة ستنعكس بالكامل وتكون قيمة المجال الكهربائي مساوية للصفر وتصل إلى قيمتها العظمى على بعد $\lambda/4$ من الحمل وترجع لتصبح مساوية للصفر على بعد $\lambda/2$ من الحمل وتتكرر هذه القيمة الصفرية كل $\lambda/2$ ، ويبين الشكل (5-53) تغير الفولطية على طول الخط. يمكن قياس تغير

الفولطية على جزءٍ من الخط بتحريك المجس على خط النقل المشقوق من أقصى يمينه إلى أقصى يساره وتسجيل قراءات الفولطميتر التي تعكس قيمة المجال الكهربائي الكلي عند النقاط المختلفة كما يبين الشكل (5-53) ، ومن نتيجة القياسات يمكن تحديد أماكن نقاط الخمود (null points)، مثلاً d_{n1} و d_{n2} ... (النقاط التي يكون عندها المجال الكهربائي أو الفولطية أو قراءة الفولطميتر مساوياً للصفر). تعكس أي نقطة من هذه النقاط الموجود فعلاً عند النقطة $d = 0$ (أو $Z_L = 0$ في هذه الحالة). إضافة لذلك فإن المسافة بين نقطتين متجاورتين من نقاط الخمود تمثل نصف طول الموجة، أو أن $d_{n2} - d_{n1} = d_{n3} - d_{n2} = \lambda/2$. إذا كانت خصائص المادة التي تفصل بين موصلي خط النقل معروفة، مثلاً $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ و $\mu = \mu_0$ و $\sigma = 0$ ، فيمكن تحديد سرعة الموجة $v = 3\times10^8/\sqrt{\varepsilon_r}$ و تردد الإشارة $f = 3\times10^8/(\lambda\sqrt{\varepsilon_r})$. بعدها يتم استبدال دارة القصر بحمل ممانعته غير معروفة أو Z_L ويتم تحريك المجس على الخط المشقوق وأخذ قراءات الفولطميتر التي تم تمثيلها على الشكل (5-53). يتركز الاهتمام من هذه القراءات على القيمة العظمى والقيمة الصغرى (أعلى وأدنى قراءة للفولطميتر) ومكان القراءة الصغرى التي يتم تحديدها من المقياس المدرج مثلاً d_{m1} و d_{m2} و ...، وتحدد من القيمتين العظمى والصغرى نسبة الموجة الواقفة SWR ويتم توقيعها على مخطط سميث ويتم رسم دائرة ρ_L الثابتة. تحدد على دائرة ρ_L نقطة الفولطية الدنيا ويتم التحرك منها بالمسافة $|d_{m1} - d_{n1}|/\lambda$، أو بالمسافة بين النقطة على المقياس المدرج التي تمثل القيمة الصغرى والتي تم تحديدها عندما تم وصل الحمل ذي الممانعة المجهولة بدلاً من دارة القصر وبين نقطة الخمود التي تم تحديد مكانها عندما كان الخط منتهياً بدارة قصر. ويكون اتجاه الحركة إما باتجاه المصدر أو باتجاه الحمل إذا كانت نقطة الخمود تقع على يسار أو يمين النقطة التي تمثل القيمة الصغرى على التوالي ويبين الشكل (5-54) تنفيذاً للقياسات التي تم الحصول عليها من الشكل (5-53).



الشكل (5-53):- (a) خط النقل موصول بنهايته حمل Z_L وجزء منه هو خط النقل المشقوق وملحقاته (b) تغير $|V(d)|$ مع d عندما تكون نهاية خط النقل دارة قصر $(Z_L = 0)$ (c) تغير $|V(d)|$ مع d عندما تكون Z_L غير معروفة.

بعد تحديد نقطة القيمة الصغرى التي تمثل النقاط d_{m1} أو d_{m2} أو d_{m3} يتم التحرك على دائرة ρ_L الثابتة من مكان، مثلاً، d_{m1} إلى مكان d_{n1} وتكون الحركة باتجاه المصدر وإذا ما تم أخذ النقطة d_{n2} فستكون الحركة إلى اليسار للوصول إلى d_{n2} وتحديد z_L علماً بأن مجموع هاتين الحركتين هو $\lambda/2$ ويتم إيجاد الممانعة Z_L أو $Z_L = z_L \times Z_0 = r_L\ Z_0 + j\,x_L\ Z_0\ \ \Omega$.



الشكل (5-54):- تنفيذ القياسات التي تمت باستخدام خط النقل المشقوق على مخطط سميث لتحديد ممانعة الحمل Z_L.

مثال (5-12):- تم باستخدام خط النقل المشقوق (slotted line) وطريق الاستبدال (replacement) عمل القياسات اللازمة لتحديد ممانعة الدخل المكافئة لهوائي معين Z_a اعتمادا على الترتيبات المبينة في الشكل (5-53a) وكانت نتائج هذه القياسات كما يلي:-

عندما كانت $Z_L = 0$ تم تحديد مكان نقطتي خمود على المقياس المدرج إحداهما عند $d_{n1} = 12.45\ cm$ والأخرى عند $d_{n2} = 14.95\ cm$ وعندما استبدلت دارة القصر بالهوائي المطلوب قياس ممانعة دخله المكافئة كانت قراءات الفولطميتر ، القيمة العظمى $V_{max} = 15\ mV$ والقيمة الصغرى $V_{min} = 5\ mV$ الواقعة عند $d_{m1} = 13\ cm$ على المقيــاس المدرج. إذا كانت الممانعة المميزة لخط النقل $Z_0 = 75\ \Omega$ وكانت خصائص المادة التي تفصل بين موصلي الخط المشقوق هي $\varepsilon = \varepsilon_0\ F/m$ و $\mu = \mu_0\ H/m$ و $\sigma = 0\ (\Omega\ m)^{-1}$.

أوجد طول موجة وتردد الإشارة وقيمة نسبة الموجة الواقفة SWR وكذلك أوجد ممانعة الدخل المكافئة للهوائي Z_a.

الحــل:-

من مكان نقطتي الخمود يمكن استنتاج طول الموجة أو

$$\lambda / 2 = d_{n2} - d_{n1} = 2.5\ cm \Rightarrow \lambda = 5\ cm$$

والتردد

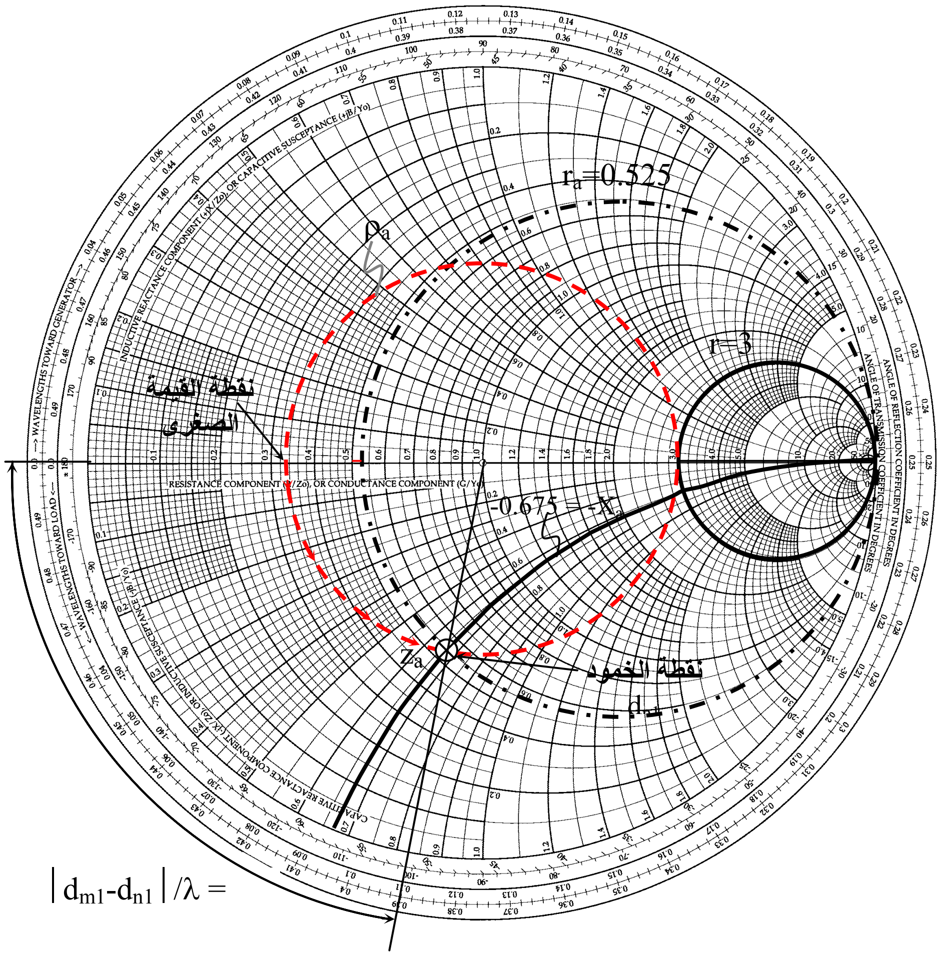
$$f = v / \lambda = (3 \times 10^8) / 0.05 = 6\ GHz$$

أما نسبة الموجة الواقفة SWR فهي

$$SWR = V_{max} / V_{min} = 15/5 = 3$$

يتم ، من قيمة نسبة الموجة الواقفة SWR، تحديد ورسم دائرة ρ_a الثابتة، كما يبين الشكل (5-55)، ويحدد عليها نقطة الفولطية الصغرى ويتم التحرك منها مسافة $| d_{m1} - d_{n1} | / \lambda = (13 - 12.45) / 5 = 0.11$ باتجاه الحمل ، من

نقطة الفولطية الصغرى "d_{m1}" إلى نقطة الخمود "d_{n1}" التي تقع على يمين النقطة السابقة حيث إنه تم افتراض أن المقياس المدرج موضوع على الخط بحيث أن ازدياده يكون باتجاه المصدر، وتحدد z_L وبالتالي $Z_L = z_L \times 50 = 26.25 - j\,33.75\ \Omega$.



الشكل (5-55):- تنفيذ قياسات المثال (5-12) على مخطط سميث لاستنتاج ممانعة الدخل المكافئة للهوائي Z_a.

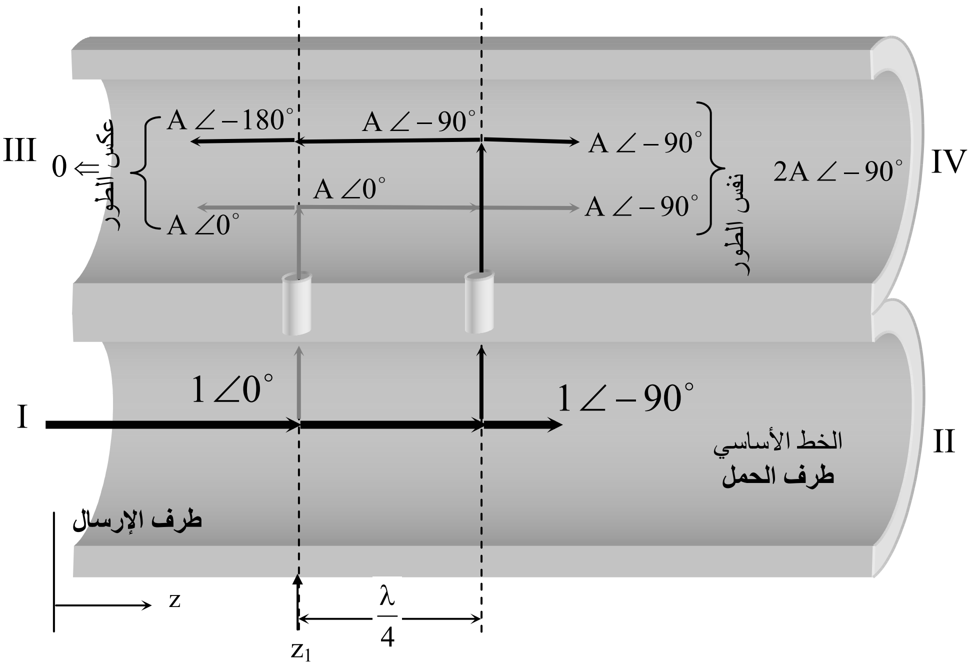
9-5:- القارن الاتجاهي directional coupler DC

يستنتج مما سبق أن هناك نوعان من الموجات الأول هو الموجة الساقطة التي تمثل حالة المصدر أو طرف الإرسال والثاني هو الموجة المنعكسة التي تمثل حالة الحمل أو طرف الاستقبال. لم يتم حتى الآن البحث في طريقة فصل الموجة الساقطة عن الموجة المنعكسة (wave separation). إن من الضروري في أنظمة الاتصالات المختلفة إيجاد الطريقة المناسبة للفصل بين هاتين الموجتين أو بمعنى أخر قياس الموجة الساقطة دون المنعكسة أو قياس الموجة المنعكسة دون الساقطة لأن هذا يسمح بمراقبة (observe) حالة المصدر (state of the source) أو الإشارة المرسلة أو/ و حالة الحمل، يتم ذلك باستخدام القارن الاتجاهي (directional coupler DC) والذي يعتمد أساساً على مبدأ أن الموجة عندما تنتقل فراغياً مسافة مساوية لربع طول الموجة، $\lambda/4$، فإن هذا يترجم إلى تأخر في طورها مقداره $90°$. ويبين الشكل (5-56) فكرة مبسطة للقارن الاتجاهي الذي يتكون من خطي نقل متلاصقيـن (عبر الموصلين الخارجيين) ويصلهما ببعض ثقــبان (two holes) تكون المسافة بينهما مساوية لربع طول الموجة، والخط السفلي هو الخط الأساسي (principal line) الذي يربط بين المرسل والمستقبل والخط العلوي هو الخط الثانوي (secondary line) الذي يتسرب إليه جزء من الطاقة الكهرومغناطيسية التي تنتشر في الخط السفلي عبر الثقبين اللذين يكون قطراهما صغيرين بدرجة كافية تسمحان بتسرب كمية كافية من الطاقة الكهرومغناطيسية من الخط الأساسي إلى الخط الثانوي تكفي لعملية القياس ولكن هذه الكمية تكون اقل من أن تغير بشكل ملموس من مستوى الإشارة الساقطة أو/ و المنعكسة في الخط الأساسي. إذا سقطت موجة من الطرف I وكانت فولطيتها ، عند النقطة $z = z_1$ ، مثلاً $1\angle 0^o$ V فإن جزءً صغيراً سيتسرب منها إلى الخط العلوي من الثقب الأول مقداره $A\angle 0^o$ V وهذا الجزء سيسلك طريقين أحدهما إلى اليسار والآخر إلى اليمين (طرف III وطرف IV) علماً بأن الجزء الذي سيسلك المسار الأيمن يصل إلى النقطة $z = z_1 + \lambda/4$

(عند الثقب الثاني) بقيمة $V \quad A\angle -90^o$، أما غالبية الموجة فإنها ستستمر في انتشارها في اتجاه الحمل على الخط الأساسي لتصل إلى النقطة $z = z_1 + \lambda/4$ وستكون على وجه التقريب $V \quad 1\angle -90^o$. وعندما تصل إلى هذ النقطة (الثقب الثاني) فإنه يتسرب منها إلى الخط الثاني وعبر الثقب الثاني كمية صغيرة مقدارها $V \quad A\angle -90^o$. تسلك هذه الكمية طريقين أحدهما إلى اليسار والأخر إلى اليمين علماً بان الجزء الذي سيسلك المسار الأيسر سيصل إلى النقطة $z = z_1$ (عند الثقب الأول) بقيمة $V \quad A\angle -180^o$ وبالتالي فإن الفولطية عند الأطراف الأربعة هي كما يلي:-

الطرف I $\quad 1\angle 0^o \quad V$ الطرف II $\sim \quad 1\angle -90^o \quad V$

الطرف III $\approx$ صفر الطرف IV $\sim \quad 2A\angle -90^o \quad V$



الشكل (5-56):- مكونات القارن الاتجاهي، DC ، وهي شبكة من أربعة أطراف أو من خطي نقل بينهما ثقبان صغيران.

وعليه فإن الموجة الساقطة ستظهر في الخط الثانوي عند الطرف IV وتتلاشى عند الطرف III. أما إذا سقطت الموجة من الطرف II باتجاه الطرف I فإنه إذا ما اتبع التحليل السابق فسنجد أنها ستظهر على الطرف III من خط النقل الثانوي ولن يظهر منها شيئاً يذكر عند الطرف IV. وبالتالي إذا كان الطرف I هو طرف الإرسال والطرف II هو طرف الحمل فإن الموجة الساقطة من المصدر تظهر عند الطرف IV فقط والموجة المنعكسة تظهر عند الطرف III. أو أنه يمكن مراقبة إشارة أو حالة طرف الإرسال فقط من الطرف IV ومراقبة إشارة أو حالة طرف الحمل من الطرف III وهذا هو القارن الاتجاهي (DC) . إذا كان مستوى الإشارات، بالواط W، عند الأطراف I و II و III و IV هو P_1 و P_2 و P_3 و P_4 على التوالي فيمكن تعريف الكميات التالية (بالديسيبل dB):-

- **فقد الإدخال**(Insertion Loss, IL):-

$$IL = 10 \log_{10} (P_1/P_2) \quad dB$$

وتكون قيمته عادة أقل من 0.5 dB.

- **الأقتران** (Coupling, C) :-

$$C = 10 \log_{10} (P_1 / P_4) = 10 \log_{10} (P_2 / P_3) \quad dB$$

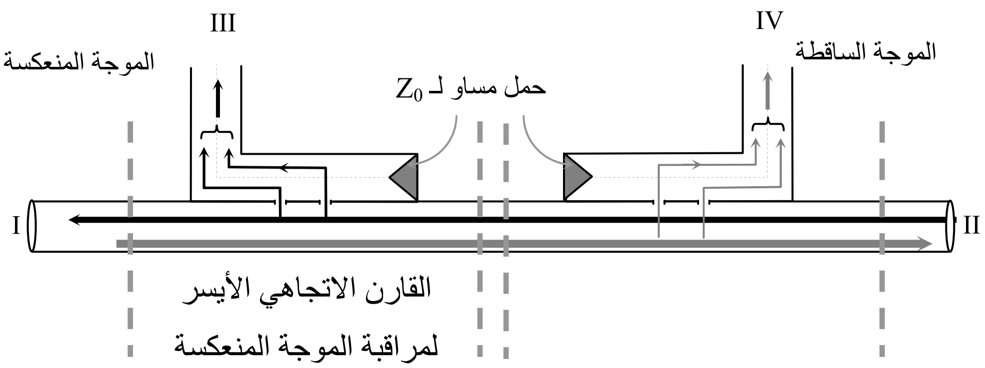
وتكون قيمته، في العادة، أعلى من أو مساوية 10 dB. وتستخدم هذه الكمية في تسمية القارن الاتجاهي حيث أن هناك 10 dB - DC و 20dB - DC و 30dB – DC .

- **العزل** (Isolation, I) :-

$$I = 10 \log_{10} (P_1/P_3) = 10 \log_{10} (P_2 / P_4) \quad dB$$

وتكون قيمته في العادة أعلى من 30 dB.

وبالتالي فإن DC هو شبكة بأربعة أطراف (four ports network) ويتم في الحياة العملية وصل ممانعة مساوية للممانعة المميزة للخط الثانوي عند الطرف III أو الطرف IV ويتم وصل هذا القارن في أنظمة الاتصالات المختلفة لمراقبة الإشارات المرسلة أو أحوال الحمل من خلال استخدام قارنين كما هو مبين في الشكل (5-57).



الشكل (5-57):- وصل القارن الاتجاهي لمراقبة إشارة المصدر أو/ و حالة الحمل.

5-10:- تحليل الحالة العابرة لخط نقل لا يعاني من الفقد

تتعرض خطوط النقل لإشارات كهربائية مفاجئة مثل البرق (lightning) والتداخلات (interferences) الناتجة عن أنظمة أخرى إضافة إلى تغيرات مفاجئة ناتجة عن أجهزة ومعدات التبديل (switching) ويصبح من الضرورة بمكان دراسة أداء خط النقل تحت تأثير تلك الإشارات. كذلك فإن دراسة تحليلات الحالة العابرة (transient analysis) لخطوط النقل تساعد في استكشاف المشاكل والأعطال التي يعاني منها خط النقل أو الشبكة الكهربائية (electrical network) المكونة من مجموعة من الخطوط. ولتسهيل عمليات تحليل الحالة العابرة لخطوط

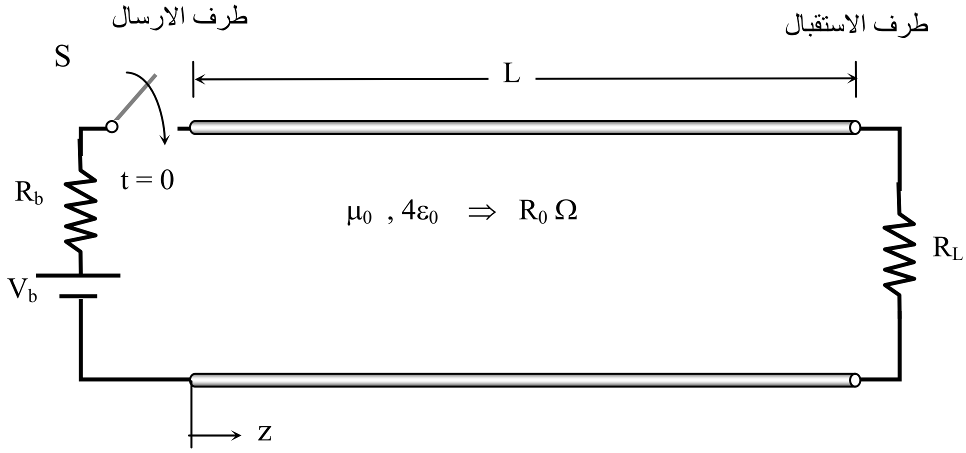
النقل يتم افتراض أنها لا تعاني من الفقد وذلك يعني أن مقاومة موصلي خط النقل $R = 0$ وموصلية الوسط الفاصل بين الموصلين $G = 0$ وفي هذه الحالة فإن المعادلة (5- 6) تصبح كما يلي:-

$$\frac{\partial^2 V(z,t)}{\partial z^2} + LC\frac{\partial^2 V(z,t)}{\partial t^2} = 0 \qquad (45a\text{-}5)$$

$$\frac{\partial^2 I(z,t)}{\partial z^2} + LC\frac{\partial^2 I(z,t)}{\partial t^2} = 0 \qquad (45b\text{-}5)$$

وتتشابه المعادلة (5-45) مع معادلة الموجة الكهرومغناطيسية للموجة التي تنتشر في وسط عازل لا يعاني من الفقد، مثلاً المعادلة (3-14). يمكن الاستفادة من النتائج التي تم الحصول عليها سابقاً حيث إنه قد وجد أن الموجة تسير بسرعة مقدارها $v = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$ حيث إن μ و ε هما النفاذية والسماحية للوسط الذي يفصل موصلي خط النقل، ويرتبط مجالها الكهربائي بمجالها المغناطيسي من خلال الممانعة المميزة للوسط Ω $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$. وحيث إن L تناظر μ و C تناظر ε فإن ناتج حل المعادلة (5-45) هو موجة كهرومغناطيسية ممثلة بالفولط والتيار. هذه الموجة تنساب (flow) بين موصلي خط النقل بسرعة $v = 1/\sqrt{LC}\ \left(= 1/\sqrt{\mu\varepsilon}\right)$ حيث إن μ و ε هما نفاذية وسماحية الوسط العازل الواقع بين موصلي خط النقل (لاحظ أن سرعة الموجة لهذا الخط هي ذاتها سرعة الموجة التي تنتشر في وسط عازل بدون حدود). وترتبط قيم V و I، للموجة المنسابة، من خلال الممانعة المميزة (characteristic impedance) لخط النقل $Z_0 = \sqrt{L/C} \equiv R_0 \quad \Omega$ وهي تساوي للكابل المحوري $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\mathrm{Ln}(b/a)\ \Omega$. وتنساب هذه الموجة الكهرومغناطيسية بين موصلي خط النقل ولا تعاني من أي فقد أثناء سيرها وسرعتها تكون ثابتة ولا تعتمد على

التردد. وكما هو معروف فإنه يمكن النظر إلى أي إشارة كهرومغناطيسية من خلال استخدام تحاوير فوريير (Fourier analysis)، على أنها تتكون من عدد محدود أو غير محدود من الإشارات التي تكون على شكل $\sin\omega t$ و $\cos\omega t$ (إشارات متناغمة مع الزمن بترددات مختلفة). وتسير هذه الإشارات كلها بنفس السرعة وتصل إلى نهاية خط النقل دون أن تعاني من أي تشويه. وبالتالي فإن الإشارة الكهرومغناطيسية (أو الحدث event) التي تدخل عند نقطة ما إلى خط نقل، لا يعاني من الفقد، تنتقل إلى أي نقطة أخرى في هذا الخط وتصلها دون تشويه. ولتوضيح ما سبق، فإن الشكل (5-58) يبين مصدر تيار مستمر (DC source) بفولطية V_b ومقاومة داخلية (internal resistance) R_b موصول عند طرف إرسال خط نقل لا يعاني من الفقد من خلال مفتاح (switch) S يتم قفله عند $t = 0$، علماً بأن طول خط النقل هو L وله ممانعة مميزة R_0 والوسط الفاصل بين الموصلين هو من مادة عازلة غير مغناطيسية سماحيتها $\varepsilon = 4\,\varepsilon_0\ \text{F/m}$، وتم وصل حمل R_L عند طرف الاستقبال لهذا الخط.



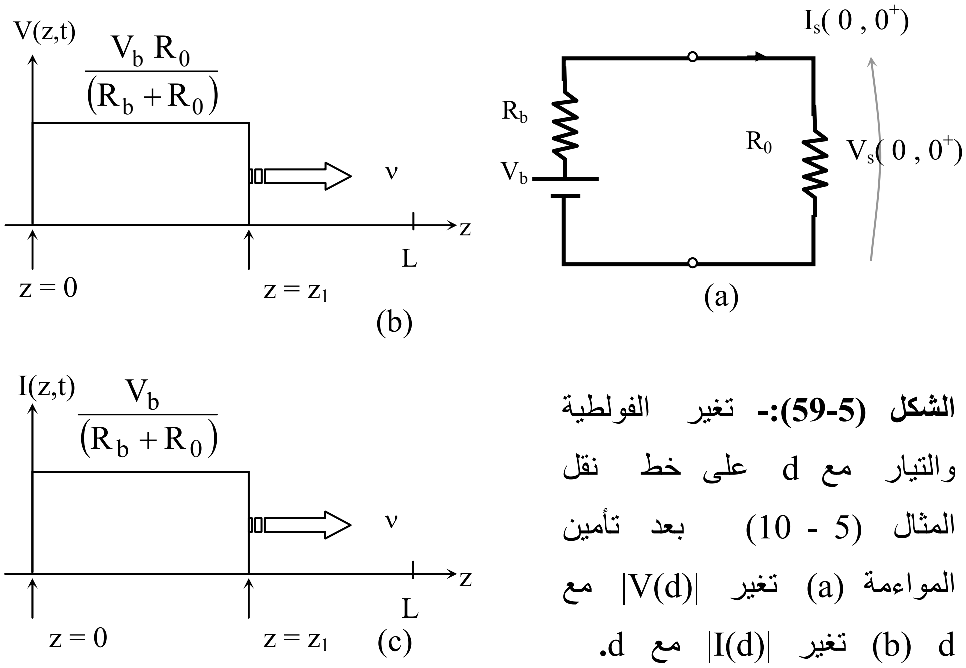
الشكل (5-58):- خط نقل بطول L لا يعاني من الفقد يربط مصدر تيار مستمر بفولطية V_b عبر مفتاح S مع حمل R_L.

عندما يتم قفل المفتـاح S عند $t = 0$ فإن حدث وصل المصدر بالخط ينتج عنه موجة (طاقة) كهرومغناطيسية وما سيظهر للمصدر هو مقاومته الداخلية ومدخل خط النقل ممثلاً بممانعته المميزة R_0. بالتالي فإن الدارة المكافئة تبدو عند الزمن $t = 0^+$ كما يبين الشكل (59a-5)، وتكون قيم تيار وفولطيـة طـرف الإرسال كما يلي:-

$$I_s\ (z = 0, t = 0^+) = V_b /(R_b + R_0) \qquad A \qquad (46a\text{-}5)$$

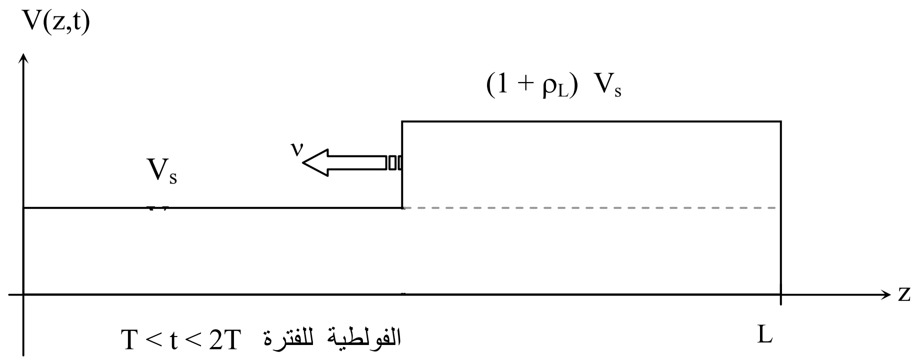
$$V_s\ (z = 0, t = 0^+) = V_b R_0 /(R_b + R_0) \qquad V \qquad (46b\text{-}5)$$

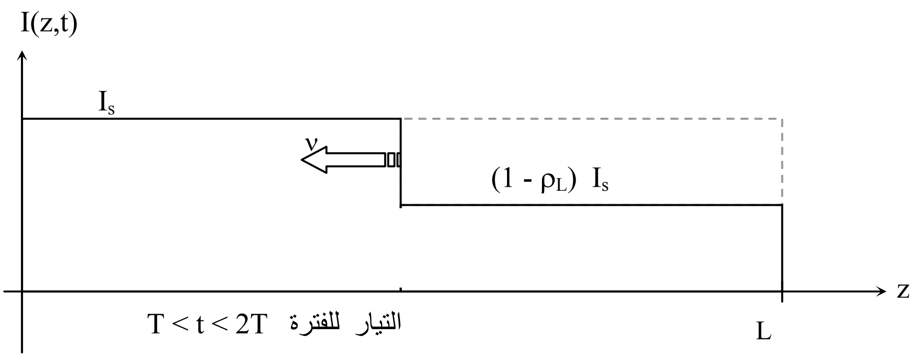
وتنتشر هذه الموجة الكهرومغناطيسية الممثلة بفولطيتها وتيارها بسرعة $v = 1 / \left(2\sqrt{\mu_0\ \varepsilon_0}\right) = 1.5 \times 10^8\ \ m/s$. ويبين الشكل (59-5) رسماً توضيحياً لكل من الفولطية والتيار على الخط عند الزمن $t > 0$.



الشكل (59-5):- تغير الفولطية والتيار مع d على خط نقل المثال (5 - 10) بعد تأمين المواءمة (a) تغير |V(d)| مع d (b) تغير |I(d)| مع d.

وتستمر الموجة في التقدم دون أن تتغير حتى $t = T$ حيث إن $T = L/v$ وعندها تصل إلى الحمل الذي يقوم بامتصاص جزءٍ منها ويعكس الباقي أو تنعكس الموجة من الحمل بمعامل انعكاس $\rho_L = (R_L - R_0)/(R_L + R_0)$. وتكون قيمة الفولطية المنعكسة $V_s \rho_L$ وقيمة التيار المنعكس $-I_s \rho_L$، وعليه فإن الموجة التي تنشأ بعد الزمن $t = T$ ممثلة بفولطيتها وتيارها هي كما يبين الشكل (5-60) . يلاحظ أن الموجة المنعكسة موجودة إضافة للموجة التي دخلت إلى خط النقل عند $t = 0^+$ والمبينة في الشكل (5-59).

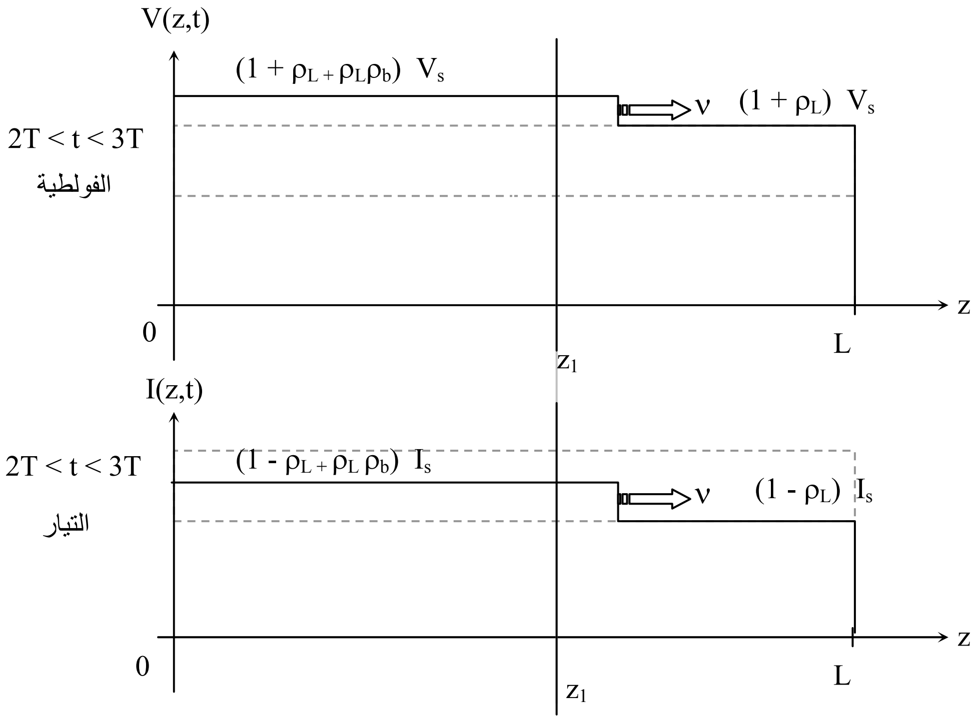




الشكل (5-60):- الفولطية والتيار على خط النقل عند الزمن $T < t < 2T$.

تستمر هذه الموجة في الانتشار حتى تصل إلى المصدر عند الزمن $t = 2T$ وعندها تنعكس بمعامل انعكاس $\rho_b = (R_b - R_0)/(R_b + R_0)$. تم توضيح مكونات هذه الموجة عند الزمن $2T < t < 3T$ في الشكل (5-61) ، ويلاحظ أن هذه الموجة موجودة إضافة للموجة التي دخلت الى خط النقل عند الزمن $t = 0^+$ والأخرى التي انعكست من الحمل عند $t = T$ حيث إن الفولطية والتيار عند $z = z_1$ هي كما يلي:-

$$V(z_1,t) = V_s\,[1+\rho_L+\rho_L\,\rho_b] \quad \text{و} \quad I(z_1,t) = I_s\,[1-\rho_L+\rho_L\,\rho_b]$$



الشكل (5-61):- الفولطية والتيار على خط النقل عند الزمن $2T < t < 3T$.

حيث تم افتراض أن قيمة كل من ρ_L و ρ_b أكبر من الصفر. وتستمر عمليات الانعكاس هذه من طرف الحمل (إذا كانت ممانعة الحمل تختلف عن الممانعة المميزة للخط) ومن طرف المصدر (إذا كانت ممانعة المصدر تختلف عن الممانعة المميزة للخط)، فمثلاً فإن الفولطي ة والتيار تكونا عند الزمن $5\,t < t < 6T$ كما يلي:-

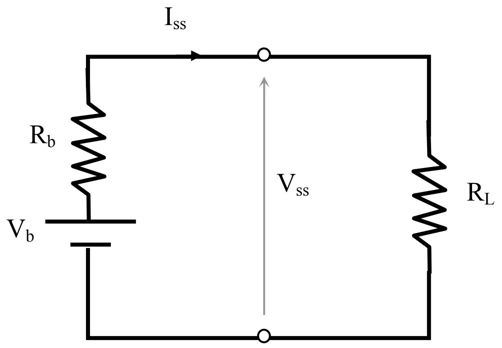
$$V(z_1,t) = V_s \left(1+\rho_L+\rho_L\,\rho_b+\rho_L^2\;\;\rho_b+\;\;\rho_L^2\;\;\rho_b^2+\rho_L^3\;\;\rho_b^2\right)$$

$$I(z_1,t) = I_s \left(1-\rho_L+\rho_L\,\rho_b-\rho_L^2\;\;\rho_b+\;\;\rho_L^2\;\;\rho_b^2-\;\rho_L^3\;\;\rho_b^2\right)$$

إذا كان معامل الانعكاس أقل من الواحد الصحيح فإن قيمة كل انعكاس جديد للفولطية أو التيار تكون أقل من القيمة السابقة. وبالتالي فإنه وبمرور الزمن وعندما يؤول الزمن إلى ما لانهاية $(t \to \infty)$ فإن قيمة كل من الفولطية والتيار المنعكسة ستؤول إلى الصفر وهذا هو وضع الحالة المستقرة (steady state) لخط النقل. وفي هذه الحالة وعندما يؤول الزمن إلى ما لانهاية فإن تردد المصدر سيؤول إلى الصفر أي أن طول موجته ستؤول إلى ما لانهاية. أو بمعنى أخر فإن المصدر سيؤول ومن منظور خط النقل إلى وضعه الفعلي ألا وهو مصدر تيار مستمر. وبالتالي فإن الدارة المكافئة لخط النقل في هذه الحالة تصبح كما يبين الشكل (5-62)، حيث إن طول خط النقل في هذه الحالة مقارنة بطول الموجة (L/λ) يؤول إلى الصفر ويصبح الوضع وكأن الحمل موصول مباشرة إلى المصدر. وتكون قيمة فولطية وتيار الحالة المستقرة لخط النقل عند كل النقاط $0 \le z \le L$ هي كما يلي:-

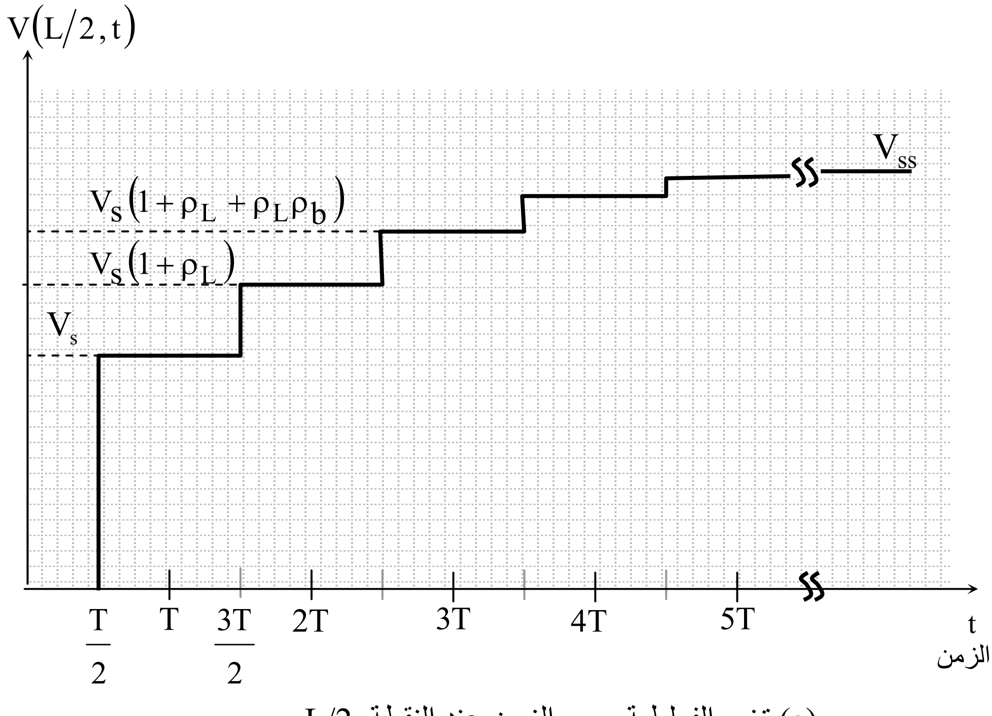
$$I_{ss} = V_b/(R_b+R_L) \quad A \qquad \text{و} \quad V_{ss} = V_b\,R_L/(R_b+R_L) \quad V$$

حيث إن V_{ss} و I_{ss} هما فولطية وتيار الحالة المستقرة على الترتيب.

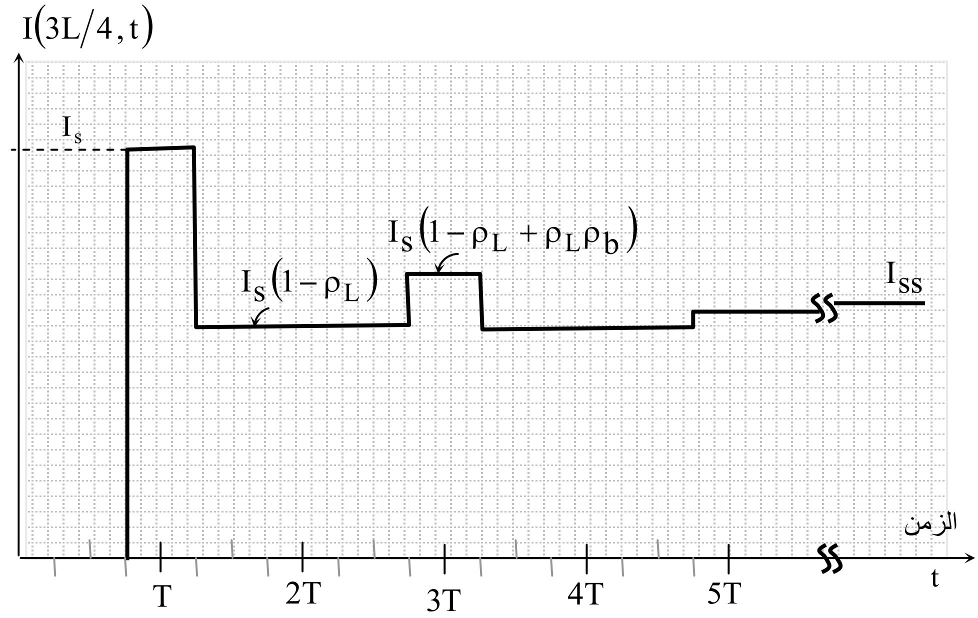


الشكل (5-62):- الدارة المكافئة لخط النقل في الحالة المستقرة.

يتركز الاهتمام في تحليل الحالة العابرة لخط النقل على تغير الفولطية والتيار مع الزمن عند نقطة معينة على الخط وهذا ما يمكن أن يتم الحصول عليه إذا ما وصل راسم الموجة (oscilloscope) على خط النقل عند تلك النقطة. ويتم استنتاج ذلك مما سبق، فمثلاً يبين الشكل (5-63) تغير الفولطية مع الزمن عند النقطة $z = L/2$ كذلك تغير التيار مع الزمن عند النقطة $z = 3L/4$.



(a) تغير الفولطية مع الزمن عند النقطة $z = L/2$.



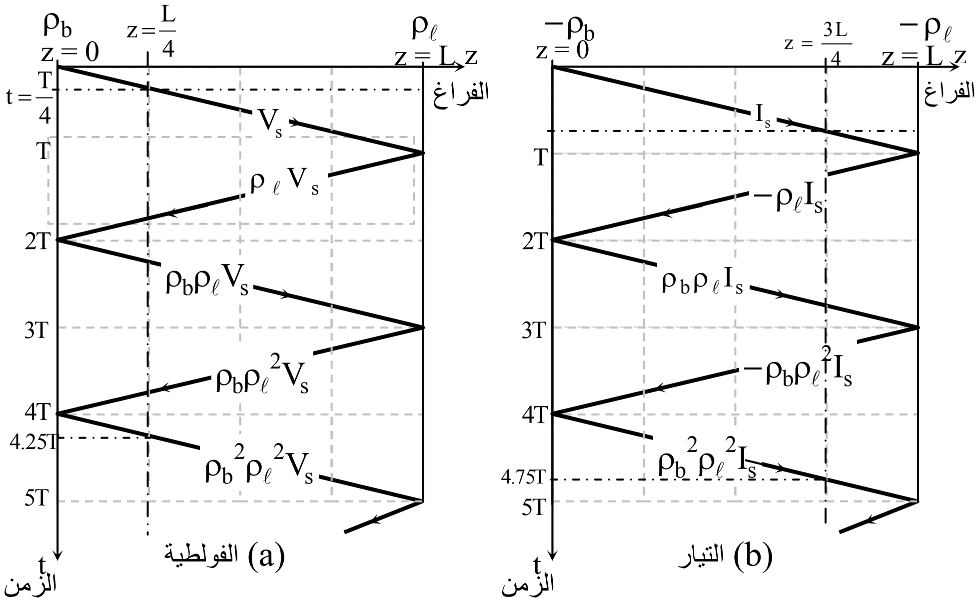
(b) كذلك تغير التيار مع الزمن عند النقطة $z = 3L/4$.

الشكل (5-63):- (a) تغير الفولطية مع الزمن عند النقطة $z = L/2$ (b) تغير التيار مع الزمن عند النقطة $z = 3L/4$.

5-10-1:- مخطط الفراغ - الزمن لتحليل الحالة العابرة لخط النقل

تعتبر الطريقة السابقة في تحليل الحالة العابرة لخط النقل طويلة وبدلاً عنها يستخدم كل من الزمن والفراغ في عمل مخطط يتم من خلاله تتبع الإشارة على خط النقل، ويتم ذلك بأخذ المحور الأفقي ممثلاً للفراغ z حيث إنه محدد بطول خط النقل L والمحور العمودي ممثلاً للزمن حيث إن الزمن متغير يبدأ في اللحظة التي يتم إدخال إشارة المصدر إلى الخط ويستمر حتى الوصول إلى الحالة المستقرة $(t \rightarrow \infty)$. ويتم تقسيم المحور العمودي إلى أجزاء كل جزء بطول يناظر الزمن T وهو الزمن ا للازم لانتقال الإشارة من طرف الإرسال (المصدر) إلى

طرف الاستقبال (الحمل)، أو بالعكس. يتم رسم خط يبدأ من النقطة التي عندها يكون $z = 0$ و $t = 0$ وهذا إما يمثل الفولطية أو التيار ومنها إلى النقطة $z = L$ و $t = T$، ويوضع على المخطط معاملي الانعكاس لكل من الفولطية والتيار عند الحمل وعند المصدر. ويبين الشكل (5-64) مخطط الفراغ - الزمن (space-time diagram) للخط الذي تم تقديمه سابقاً في الشكل (5-58) لكل من الفولطية والتيار.



الشكل (5-64):- مخطط الفراغ - الزمن(a) للفولطية(b). والتيار.

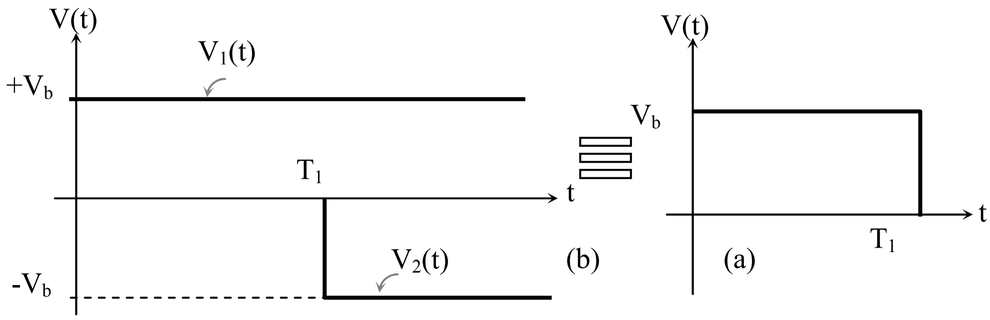
يتم استنتاج الفولطية والتيار عند نقطة ما على خط النقل كدالة في الزمن من خلال رسم خط عمودي عند تلك النقطة. وتمثل نقاط التقاطع بين هذا الخط والخطوط الممثلة للفولطية والتيار قيم الفولطية والتيار للموجة المنتقلة من المصدر إلى الحمل أو بالعكس عند تلك النقطة. يتم إيجاد الفولطية أو التيار عند زمن معين من خلال جمع كل القيم التي يمكن قراءتها عند كل نقاط التقاطع العلوية. فمثلاً

إن الفولطية عند النقطة $z = L/4$ ستبقى صفراً حتى $t = T/4$ وإن الفولطية عند الزمن $t = 4.25T$ هي كما يلي:-

$$V(t = 4.25T, z = L/4) = V_0\left(1 + \rho_L + \rho_L\rho_b + \rho_L^2\rho_b + \rho_L^2\rho_b^2\right)$$

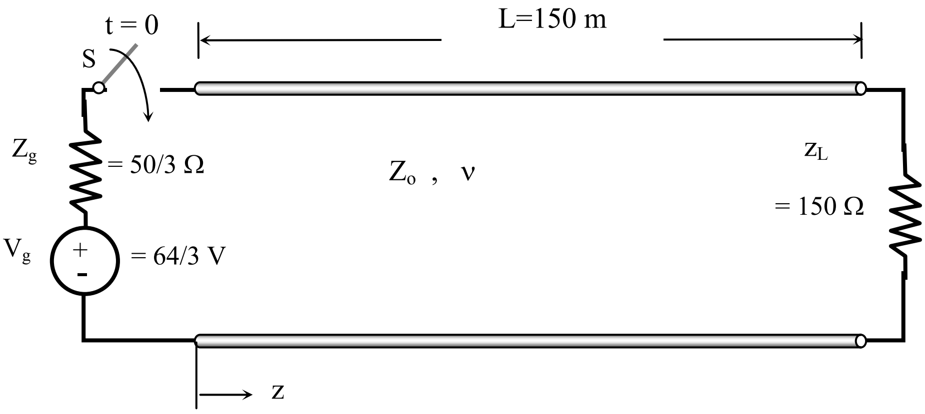
وكذلك الحال بالنسبة للتيار، ويبين الشكل (5-63) تغير الفولطية مع الزمن عند النقطة $z = L/4$ وتغير التيار مع الزمن عند النقطة $z = 3L/4$.

من الجدير بالذكر أنه إذا كان خرج المصدر عبارة عن نبضة (pulse) بعرض T_1 ثانية وذلك كما هو مبين في الشكل (5-65a) فإنه يمكن تحليل الحالة العابرة للخط في هذه الحالة من خلال اعتبار أن هناك مصدرين $V_1(t)$ و $V_2(t)$ وذلك كما هو مبين في الشكل (5-65b). سيتم فيما يلي يتم تقديم مثالين لتوضيح فكرة تحليل خط النقل وذلك باستخدام طريق الفراغ - الزمن لمصدر تيار مستمر ومصدر نبضي.



الشكل (5-65):- (a) خرج مصدر نبضي (b) الإشارة المكافئة وهي عبارة عن مصدرين أحدهما $V_1(t) = V_b$ عند الزمن $t = 0$ والآخر $V_2(t) = -V_b$ عند الزمن $t = T_1$.

مثال (5-14):- يبين الشكل (5-66) خط نقل لا يعاني من الفقد، كابل محوري coaxial cable، نصف قطر موصله الداخلي $a = 1\ mm$ ونصف قطر موصله الخارجي $b = 5.3\ mm$، والمادة العازلة بين الموصلين هي غير مغناطيسية وسماحيتها $\varepsilon = 4\,\varepsilon_0\ F/m$ وطول خط النقل $L = 150\ m$ ويصل هذا الخط بين مصدر تيار مستمر فولطيته $V_g = 64/3\ V$ وممانعته الداخلية $Z_g = 50/3\ \Omega$ عبر مفتاح يتم قفله عند الزمن $t = 0$، وبين حمل $Z_L = 150\ \Omega$ كما هو مبين في الشكل (5-66). باستخدام مخطط الفراغ-الزمن للفولطية والتيار على الخط أوجد الفولطية عند $z = 150\ m$ والتيار عند $z = 75\ m$ للفترة الزمنية $0 \le t \le 6.5\ \mu s$ وحدد قيم الحالة المستقرة للفولطية V_{ss} والتيار I_{ss}.



الشكل (5-66):- خط نقل يصل مصدر تيار مستمر بحمل من خلال مفتاح يقفل عند الزمن $t = 0$ للمثال (5-14).

الحـــل:-

من المعروف أن حاثية الكابل لكل وحدة طول $L = (\mu / 2\pi)\, Ln(b/a)\ \ H/m$

وسعته لكل وحدة طول $C = (\varepsilon/[2\pi\, Ln(b/a)])\ F/m$ ، وبالتالي يمكن استنتاج

السرعة على الخط $\nu = \sqrt{1/LC} = 1/\sqrt{4\,\mu_0\,\varepsilon_0} = 1.5\times10^8 \quad m/s$
والممانعة المميزة

$$Z_0 = \sqrt{L/C} = \sqrt{\mu/\varepsilon} = (1/2\pi)\ln(b/a) = (60\pi/2\pi)\mathrm{Ln}\,(5.3) = 50\,\Omega$$

والزمن اللازم لانتقال الحدث من طرف الإرسال إلى الحمل هو $T = L/\nu = 1\ \mu s$. أما الفولطية V_s والتيار I_s عند إقفال المفتاح S عند الزمن $t = 0^+$ فهما كما يلي:-

$$I_s(0^+) = 320\ \text{mA} \qquad \text{و} \qquad V_s(0^+) = \frac{64}{3}\times\frac{50}{50+50/3} = 16\ V$$

أما معاملا الانعكاس عند طرف الحمل وطرف الارسال فهما كما يلي:-

$$\rho_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{(150-50)}{(150+50)} = 0.5$$

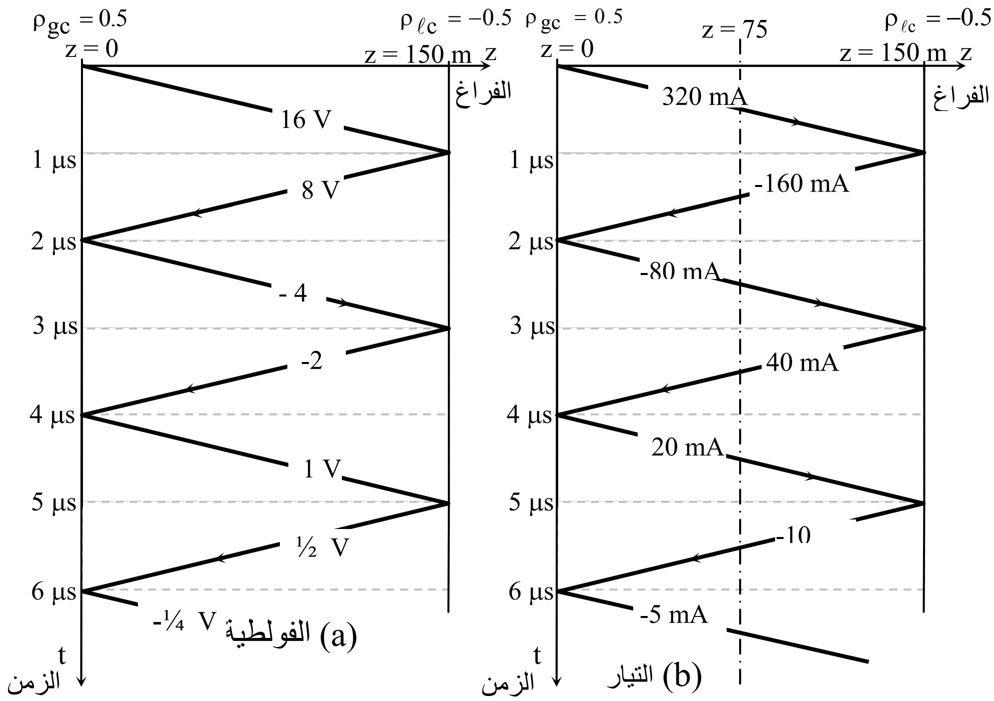
لمعامل الانعكاس عند الحمل للفولطية، أما معامل الانعكاس عند الحمل للتيار فهو -0.5، و

$$\rho_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} = \frac{(50/30)-50}{(50/30)+50} = -0.5$$

لمعامل الانعكاس عند طرف الارسال للفولطية، أما معامل الانعكاس عند طرف الإرسال للتيار فهو 0.5. ويبين الشكل (5-67) مخطط الفراغ – الزمن للفولطية والتيار لهذا الخط.

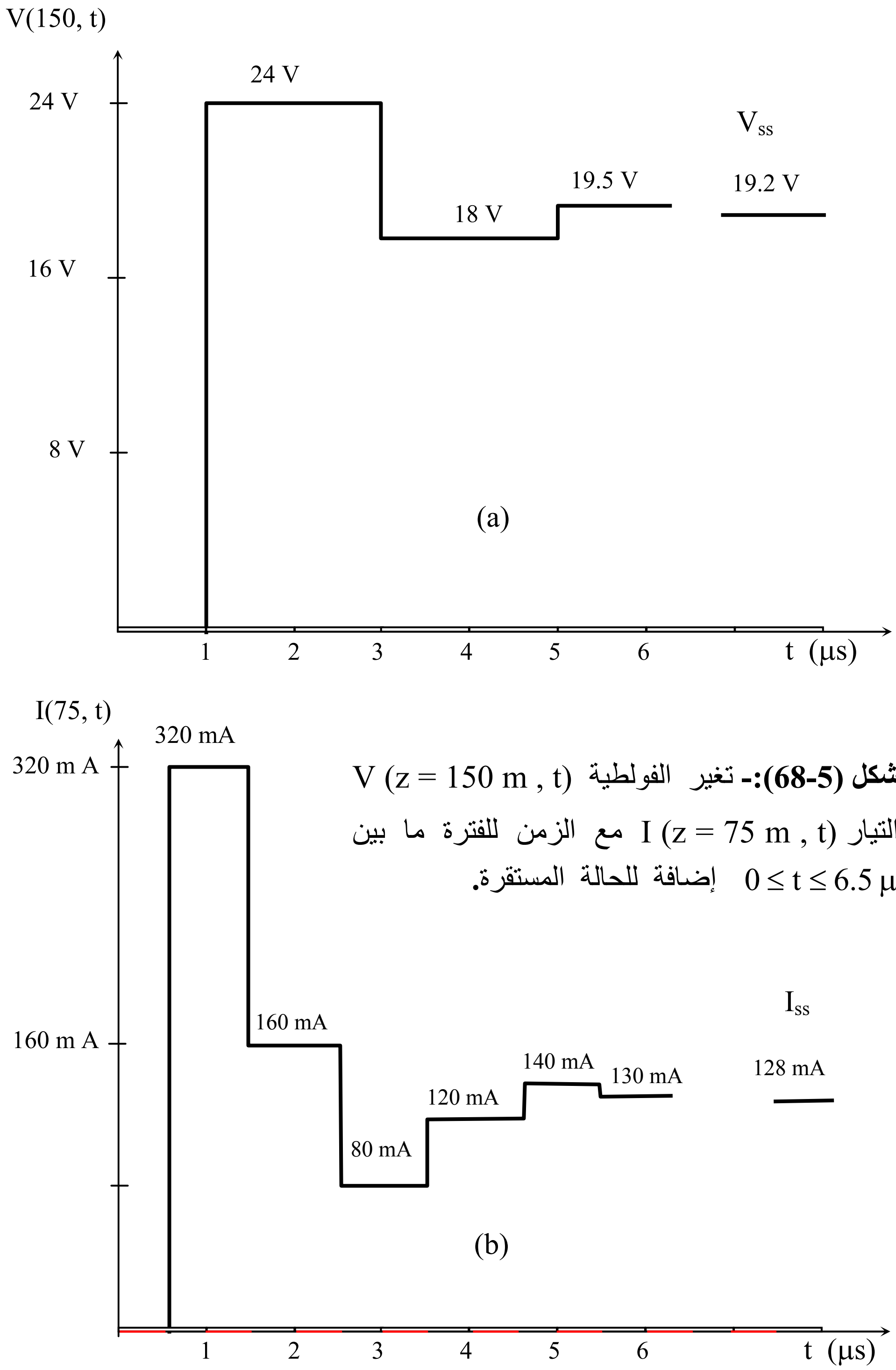
يتم استنتاج الفولطية عند النقطة $z = 150\ m$ من الشكل (5-67a) مع ملاحظة أن هناك قفزة (pulse) تجمع كل من الموجة الساقطة والمنعكسة عند النقاط

$t = T, \; 3T, \; 5T$، أما التيار فيتم استنتاج قيمه عند النقطة $z = 75m$ من الشكل (67b-5).



الشكل (67-5):- مخطط الفراغ - الزمن للمثال (14-5) (a) الفولطية (b) التيار.

أما فولطية وتيار الحالة المستقرة (steady state) V_{ss} و I_{ss} (عند الزمن $t \to \infty$) فهما $V_{ss} = 19.2\ V$ و $I_{ss} = 128\ mA$. ومن مخطط الفراغ – الزمن يتم استنتاج الفولطية $V(z = 150\ m)$ والتيار $I(z = 75m)$ ، ويبين الشكل (68-5) تغير كلاً من الفولطية والتيار مع الزمن للفترة المحددة بين $t = 0$ و $t = 6.5\ ms$.

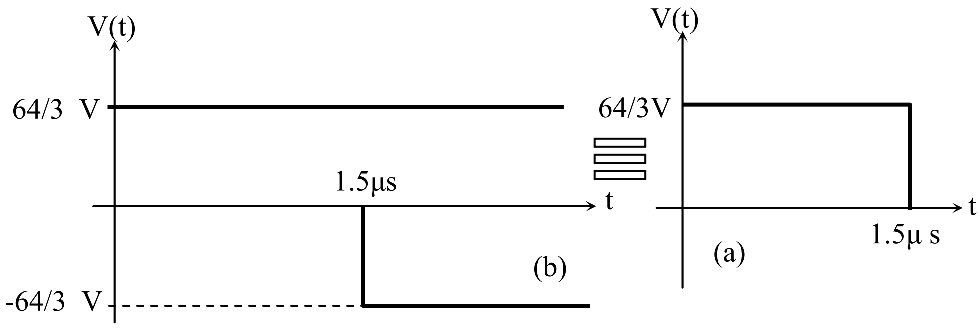


الشكل (5-68):- تغير الفولطية $V\ (z = 150\ m\ ,\ t)$ والتيار $I\ (z = 75\ m\ ,\ t)$ مع الزمن للفترة ما بين $0 \le t \le 6.5\ \mu s$ إضافة للحالة المستقرة.

مثال (5-15):- إذا تم استبدال مصدر التيار المستمر (DC current source) في المثال السابق بمصدر نبضي خرجه $v_g(t) = \frac{64}{3}$ V في المدى الزمني $0 \le t \le 1.5\ \mu s$ وممانعته الداخلية $Z_g = \frac{50}{3}\ \Omega$، أرسم الفولطية والتيار عند النقطة $z = 75$ m في الفترة الزمنية $0 \le t \le 6.5\ \mu s$ وأوجد فولطية وتيار الحالة المستقرة.

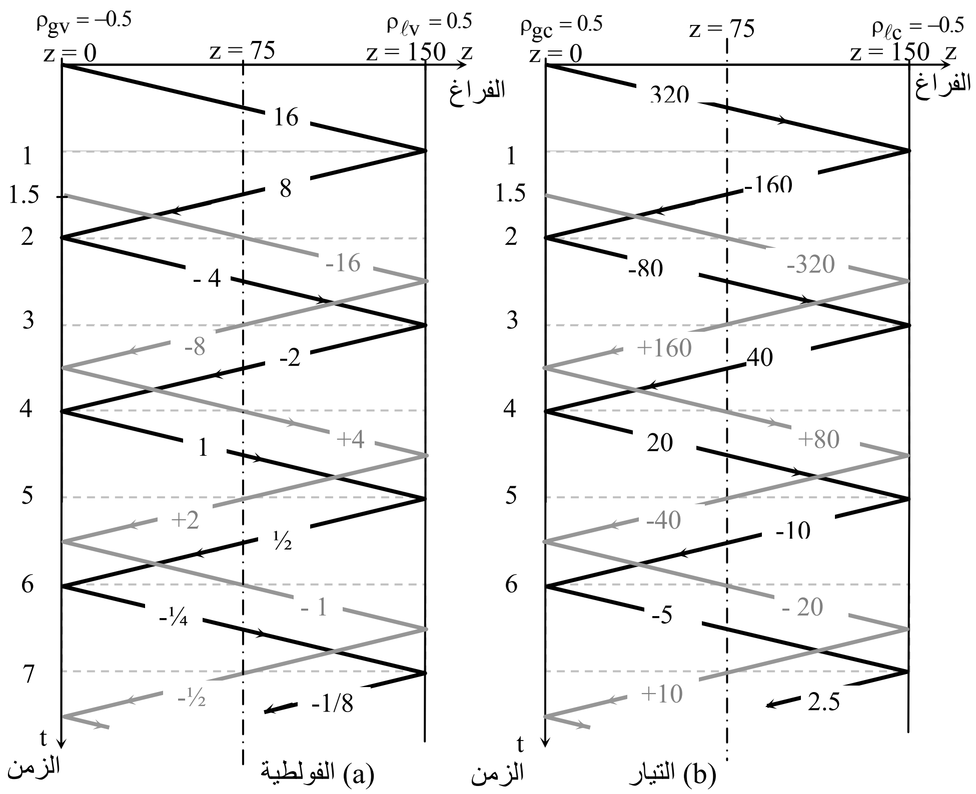
الحـــل:-

يتم حل هذا المثال باتباع نفس الخطوات التي استخدمت لحل المثال السابق باستثناء أنه أثناء رسم مخطط الفراغ - الزمن للفولط والتيار يتم اعتبار أن خرج المصدر النبضي (pulse source) يكافئ خرج مصدري تيار مستمر الأول بفولطية $\frac{64}{3}$ V ويبدأ عند $t = 0$ والأخر بفولطية $-\frac{64}{3}$ V ويبدأ عند $t = 1.5\ \mu s$ وذلك كما يبين الشكل (5-69).

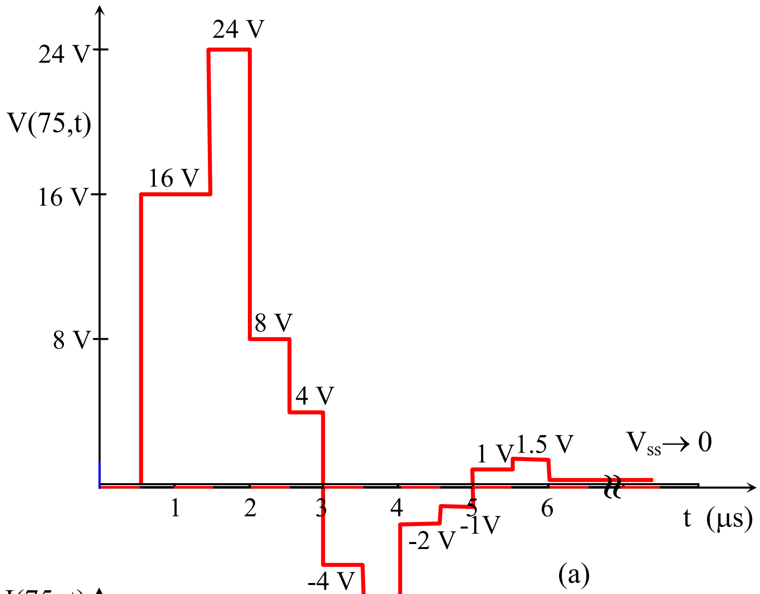


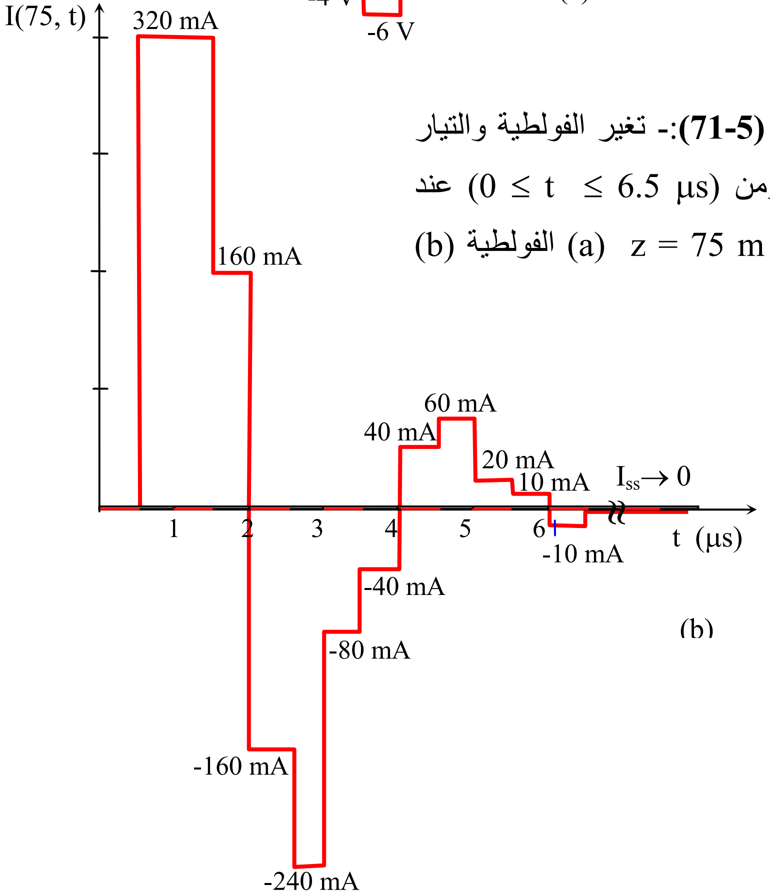
الشكل (5-69):- (a) خرج مصدر نبضي (b) الإشارة المكافئة وهي عبارة عن مصدرين أحدهما $+64/3$ V عند الزمن $t = 0$ والآخر $-64/3$ V عند الزمن $t = 1.5\ \mu s$

في ضوء ما سبق، فقد تم تنفيذ مخطط الفراغ - الزمن للفولطية والتيار على الشكل (5-70) مبيناً عليه خرج المصدرين، الأول بفولطية $\frac{64}{3}$ V ويبدأ عند $t = 0$ والأخر بفولطية $-\frac{64}{3}$ V ويبدأ عند $t = 1.5\,\mu s$. والذي يمكن منه استنتاج الفولطية والتيار عند النقطة $z = 75$ m للفترة الزمنية المحددة في المثال مع ملاحظة أن كلاً من V_{ss} و I_{ss} يؤولان إلى الصفر. ويبين الشكل (5-71) تغير الفولطية والتيار مع الزمن ، $0 \le t \le 6.5\ \mu s$، عند النقطة $z = 75$ m.



الشكل (5-70) :- مخطط الفراغ - الزمن للمثال (5-15).





الشكل (5-71):- تغير الفولطية والتيار مع الزمن $(0 \le t \le 6.5\ \mu s)$ عند النقطة $z = 75\ m$ (a) الفولطية (b) التيار.

5-10-2:- تحليل الحالة العابرة لخط نقل عندما تحوي Z_L على C أو L

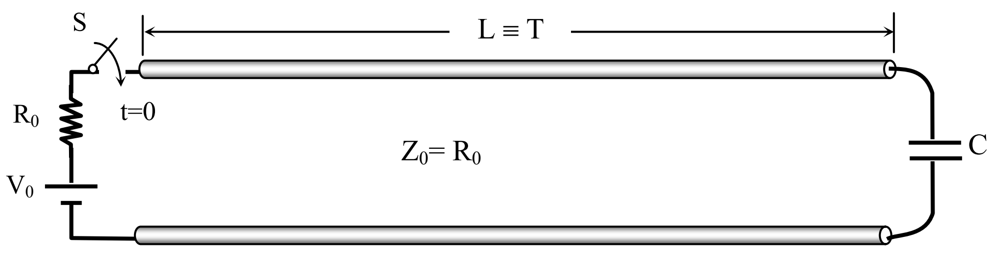
تم فيما سبق تحليل الحالة العابرة لخطوط النقل في حالة إذا كانت $Z_L = R_L$، ولكن السؤال الذي يمكن طرحه في هذه المرحلة هو ما الذي يمكن أن يحدث إذا كانت Z_L تتكون من R_L بالإضافة إلى مواسع C و/أو محاثة L أو خليط من R و L و C ؟ إن ما يحدث هنا لا يختلف كثيراً عما يحدث في حالة التحليل العابر للدارات الكهربائية، فالفولطية على المواسع تزداد أو تتناقص بشكل أسي أما تيار المواسع فيمكن أن يبدأ بقفزة ولكنه يتناقص أو يتزايد بعد ذلك بشكل أسي. أما بالنسبة للمحاثة فإن تيارها يزداد أو يتناقص بشكل أسي أما فولطيتها فيمكن أن تبدأ بقفزة ولكنها تتناقص أو تتزايد بعد ذلك بشكل أسي. أما إذا كانت الدارة مكونة من عدد من العناصر (R و L و C) فإن المبدأ الذي يحكمها في وضع الحالة العابرة هو ما سبق ذكره ولكن ذلك يتم بطريقة أكثر تعقيداً. ففي حالة خطوط النقل التي تنتهي بأحمال مركبة أو تكون من ضمن أحمالها R و L و C فإن الوضع لن يختلف عما سبق باستثناء أن انتقال الحدث أو الموجة (الفولطية والتيار) من طرف الإرسال إلى الحمل سيأخذ بعضاً من الوقت ويكون تفاعله مع العناصر المختلفة محكوماً بما سبق ذكره. وسيتم هنا حصر الاهتمام في حالات يكون فيها الحمل Z_L إما مواسعاً C أو مواسعاً متصلاً على التوالي مع مقاومة R_L أو مواسعاً متصلاً على التوازي مع مقاومة. وسيتم توضيح التشابه بين هذه الأحمال وأحمال أخرى عندما يتم استبدال المواسع C بمحاثة L ولن يتم التعرض لأحمال تحتوي على R و L و C.

- الحمل Z_L عبارة عن مواسع C فقط :- سيتم هنا معالجة خط نقل ممانعته المميزة $Z_0 = R_0$ وطوله L (يناظر زمناً يساوي T) يصل بين حمل Z_L عبارة عن مواسع C ومصدر تيار مستمر فولطيته V_0 ومقاومته الداخلية $Z_g = R_0$ عبر مفتاح S يتم قفله عند $t = 0$ وذلك كما يبين الشكل (5-72). سيتم بحث كيفية تغير الفولطية والتيار عند طرف الإرسال، $z = 0$،

وطرف الحمل، $z = L$، لهذا الخط مع الزمن. عند إقفال المفتاح S عند الزمن $t = 0$ يظهر أمام المصدر مقاومته الداخلية R_0 ومدخل الخط الذي يكافئ ممانعته المميزة R_0 وبالتالي فإن الفولطية والتيار عند $t = 0^+$ و $z = 0$ هما كما يلي:-

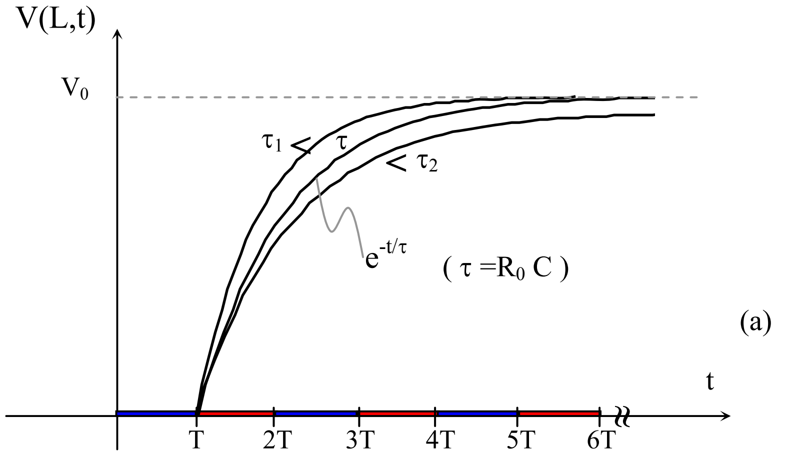
$$I_s\,(z = 0^+, t = 0^+) = V_0 / 2R_0 \quad A \quad \text{و} \quad V_s\,(z = 0^+, t = 0^+) = V_0 / 2 \quad V$$

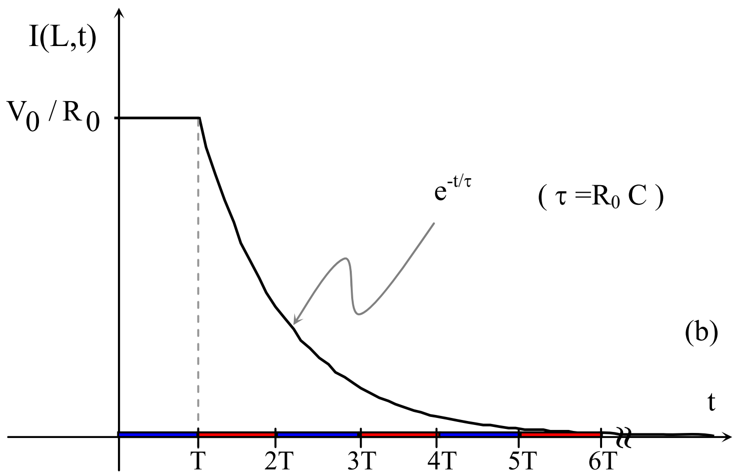
وهذه الموجة (الفولطية والتيار) التي تنشأ بعد قفل المفتاح S من طرف الارسال تنتشر باتجاه الحمل حتى تصل إلى المواسع C عند الزمن $t = T$ والذي سيبدو للموجة الساقطة وكأنه دارة قصر (لحظة وصول هذه الموجة) وبالتالي فإن معامل الانعكاس للفولطية يصبح $1 -$ وللتيار 1، أو أن الفولطية على المواسع ستصبح صفراً (الموجة الساقطة $+ V_0 / 2$ والموجة المنعكسة $(- V_0 / 2$ عند الزمن $t = T^+$ وأن التيار يصبح مساوياً V_0 / R_0 (الموجة الساقطة $V_0 / 2R_0$ والموجة المنعكسة $V_0 / 2R_0)$. بعد ذلك يبدأ المواسع بالشحن وتزداد فولطيته تبعاً للعلاقة $V_c(t) = V_0\,(1 - e^{-t/\tau})\ V$ ويتناقص التيار تبعاً للعلاقة $I_c = (V_0 / R_0) e^{-t/\tau}\ A$، حيث إن $\tau = R_0 C$ هو الثابت الزمني لعملية الشحن التي تتم عبر خط النقل.

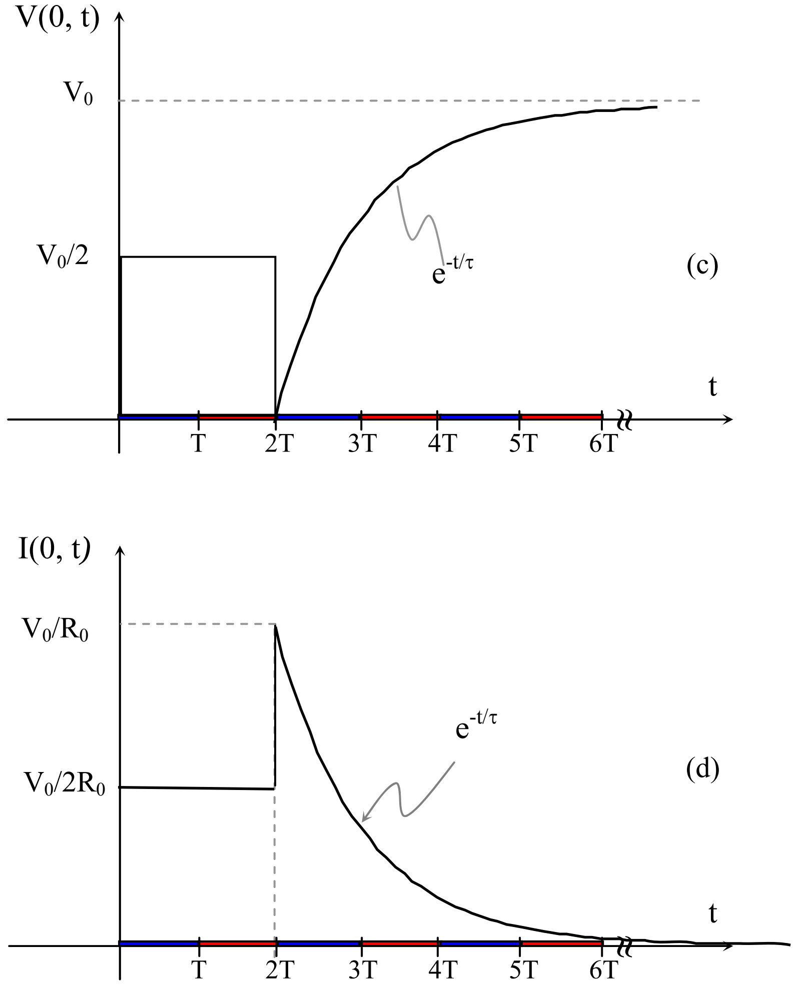


الشكل (5-72):- خط النقل الذي يصل مواسع بمصدر عبر مفتاح S يتم إقفاله عند $t = 0$.

وعندما تصبح $t > 5\,\tau$ فإن الحالة العابرة للخط ستتلاشى ويصبح المواسع دارة مفتوحة للموجة الساقطة (عند وصول الوضع إلى حالة الإستقرار) أو أن الفولطية على الخط تصبح V_0 ويصبح التيار على الخط أو في المواسع صفراً. ويبين الشكل (73-5) تغير الفولطية والتيار مع الزمن عند النقطة $z = L$ (تم توضيح تغير الفولطية مع الزمن عند عدد من الثوابت الزمنية $\tau_1 < \tau < \tau_2$) وعند النقطة $z = 0$. ومن الجدير بالذكر أنه إذا تم إستبدال المواسع C بمحاثة L فإن تغير الفولطية والتيار مع الزمن للمحاثة يكون مناظراً لتغير التيار والفولطية مع الزمن للمواسع.





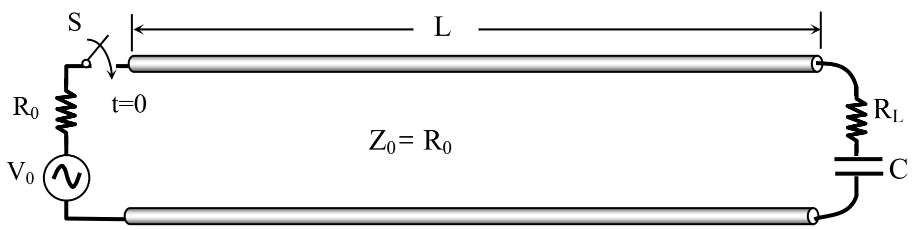


الشكل (5-73):- تغير الفولطية والتيار مع الزمن لخط نقل ينتهي بمواسع ولثوابت زمنية مختلفة $\tau_1 < \tau < \tau_2$ (a) $V(L,t)$ (b) $I(L,t)$ (d) $I(0,t)$ (c) $V(0,t)$.

- الحمل Z_L عبارة عن مواسع C متصل على التوالي مع مقاومة R_L :- يبين الشكل (5-74) خط نقل طوله L وممانعته المميزة $Z_0\ (= R_0)$ يربط مصدر

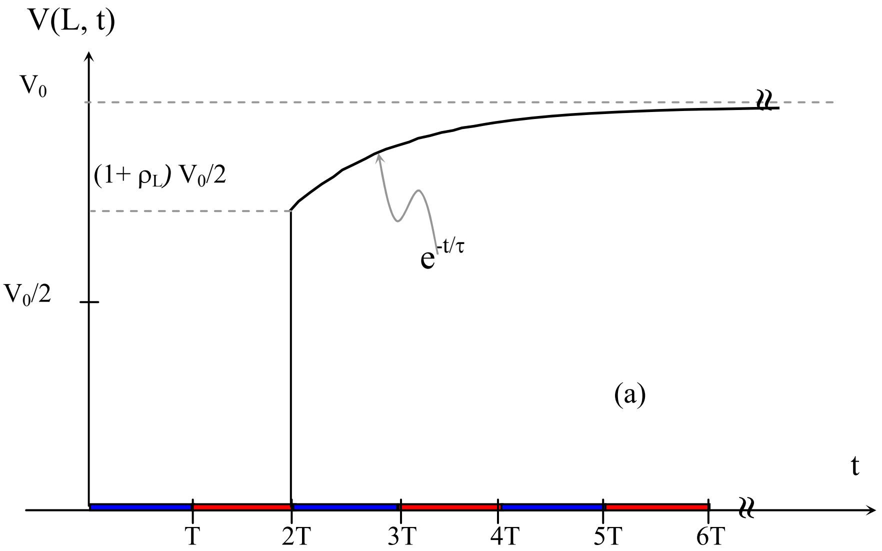
فولطيته V_0 وممانعته الداخلية R_0 بحمل مكون من مواسع C متصل على التوالي مع مقاومة $R_L\,(>R_0)$ عبر مفتاح S يتم قفله عند $t=0$. عند قفل المفتاح ينشأ عند طرف الإرسال موجة فولطيتها $V_0/2$ وتيارها $\frac{V_0}{2R_0}$

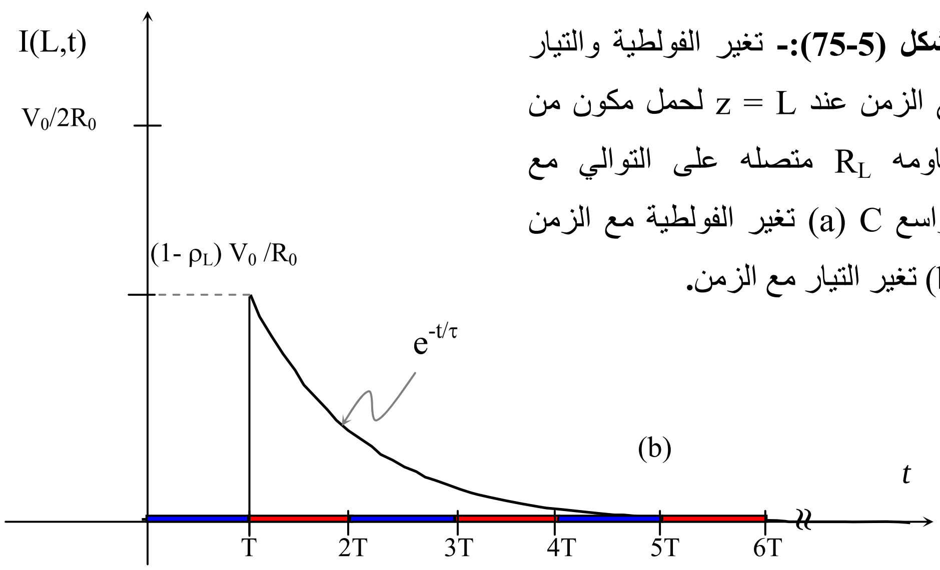
ويبين الشكل (5-75) تغير الفولطية والتيار مع الزمن عند طرف الحمل، النقطة $z=L$. ولا يختلف الوضع عن السابق باستثناء أن المواسع عند $t=T$ يبدو للموجة الساقطة وكأنه دارة قصر وبالتالي فإن الموجة الساقطة ستنعكس بمعامل انعكاس لحظي (عند الزمن $t=T^+$) $\rho_L=\frac{(R_L-R_0)}{(R_L+R_0)}$ وهي كمية موجبة للفولطية. وتصبح الفولطية عند الزمن $t=T^+$ على الحمل مساوية $V_0(1+\rho_L)/2$. بعد ذلك يبدأ المواسع بالشحن عبر المقاومة المكافئة R_L+R_0 بثابت زمني $\tau=(R_0+R_L)C$ تبعاً للدالة الأسية $e^{-t/\tau}$ حتى تتلاشى الحالة العابرة ويصل الوضع إلى الحالة المستقرة حيث سيبدو المواسع للموجة وكأنه دارة مفتوحة وتكون الفولطية على الخط مساوية V_0 ويكون التيار على الخط أو في الحمل يساوي صفراً.



الشكل (5-74):- خط نقل يصل حمل Z_L (مقاومة متصلة على التوالي مع مواسع) مع مصدر عبر مفتاح S يتم قفله عند **$t=0$.**

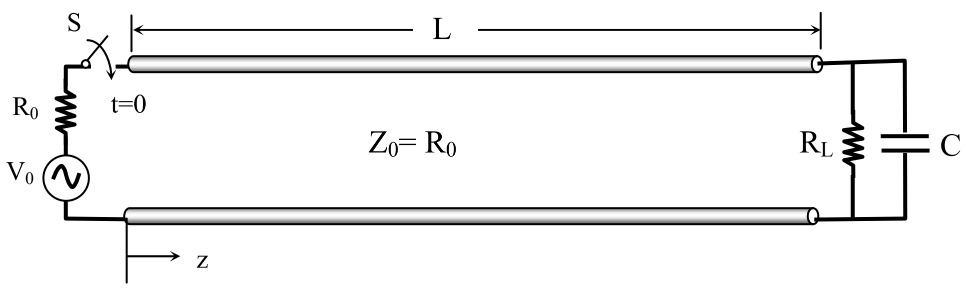
من الجدير بالذكر إنه إذا كان الحمل مكوناً من محاثة L متصلة على التوالي مع مقاومة R_L فإن تغير الفولطية والتيار على الحمل مع الزمن يناظر تغير التيار والفولطية على الحمل مع الزمن لحمل مكون من مواسع متصل على التوالي مع مقاومة.





الشكل (5-75):- تغير الفولطية والتيار مع الزمن عند z = L لحمل مكون من مقاومه R_L متصله على التوالي مع مواسع C (a) تغير الفولطية مع الزمن (b) تغير التيار مع الزمن.

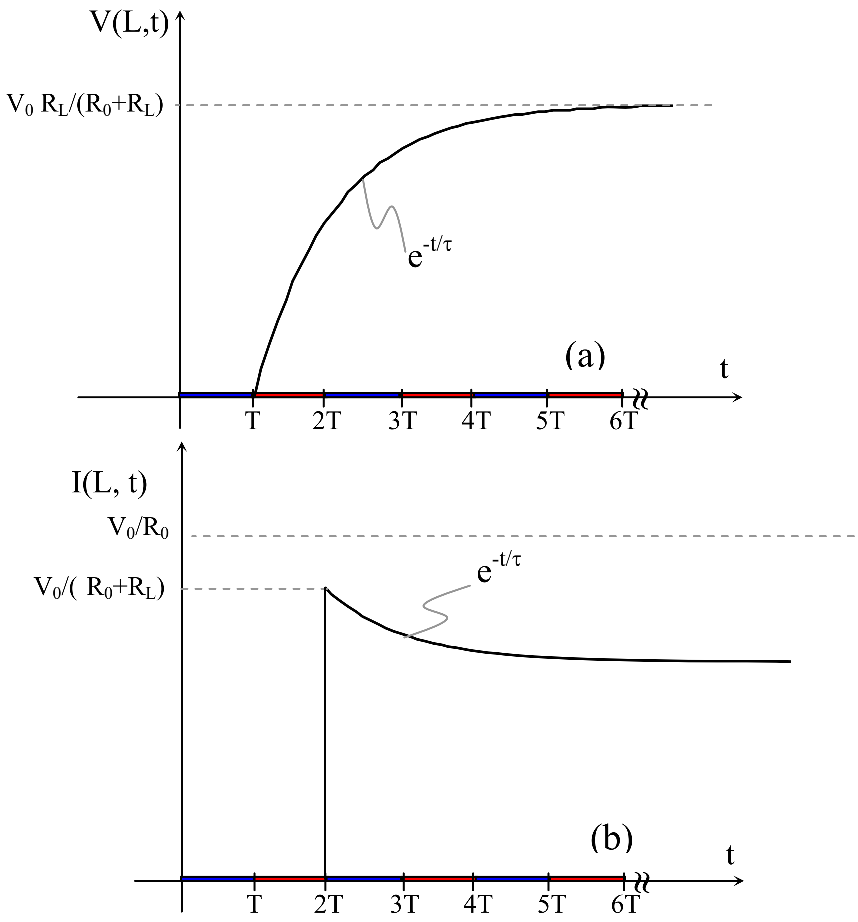
- الحمل Z_L عبارة عن مواسع متصل على التوازي مع مقاومة R_L :- يبين الشكل (5-76) خط نقل طوله L وممانعته المميزة $Z_0\ (= R_0)$ يربط مصدر فولطيته V_0 وممانعته الداخلية R_0 بحمل Z_L مكون من مواسع C متصل على التوازي مع مقاومة $R_L\ (< R_0)$ عبر مفتاح S يتم قفله عند الزمن $t = 0$. ينشأ عند طرف الإرسال عند $t = 0^+$ موجة فولطيتها $\dfrac{V_0}{2}$ V وتيارها $\dfrac{V_0}{2R_0}$ A. عند الزمن $t = T$ فإن الحمل يبدو للموجة وكأنه دارة قصر وبالتالي فإن الموجة ستنعكس بمعامل انعكاس لحظي (عند $t = T^+$) للفولطية يساوي 1 - وللتيار 1 +. وتصبح الفولطية عند $t = T^+$ على الحمل مساوية صفراً في حين يصبح التيار مساوياً $\dfrac{V_0}{R_0}$ بعد ذلك يبدأ المواسع بالشحن عبر المقاومة المكافئة $R_{eq} = \dfrac{R_0\ R_L}{R_0 + R_L}$ بثابت زمني $\tau = C\,R_{eq}$ تبعاً للدالة الأسية $e^{-t/\tau}$ حتى تتلاشى الحالة العابرة ويصل الوضع إلى الحالة المستقرة.



الشكل (5-76):- خط نقل يصل الحمل Z_L (مقاومة R_L متصلة على التوازي مع مواسع C) مع مصدر عبر مفتاح S يتم قفله عند الزمن $t = 0$.

وعندما يصل الوضع إلى الحالة المستقرة (steady state) فإن المواسع سيبدو للموجة وكأنه دارة مفتوحة وتصبح الفولطية عندها على الخط مساوية

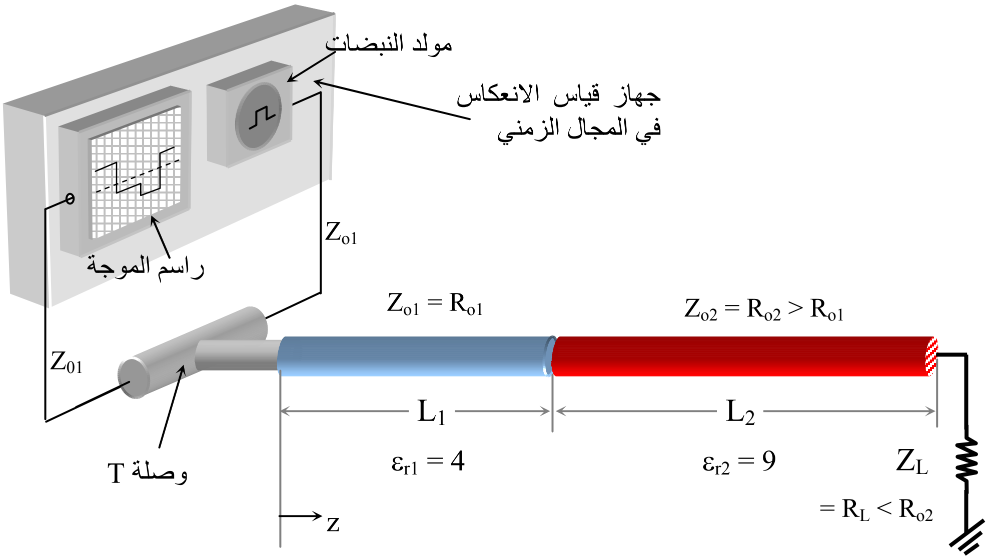
$\dfrac{V_0 R_L}{R_L + R_0}$ أما التيار فيكون مساوياً $\dfrac{V_0}{R_L + R_0}$ ويبين الشكل (5-77) تغير الفولطية والتيار مع الزمن عند طرف الحمل، عند النقطة $z = L$.



الشكل (5-77):- تغير الفولطية والتيار مع الزمن عند $z = L$ لحمل مكون من مقاومة R_L متصلة على التوازي مع مواسع C موصول إلى مصدر بفولطية V_0 وممانعة داخلية R_0 عبر خط نقل ومفتاح يتم إقفاله عند $t = 0$ (a) تغير الفولطية مع الزمن (b) تغير التيار مع الزمن.

5-10-3:- جهاز قياس الانعكاس في المجال الزمني

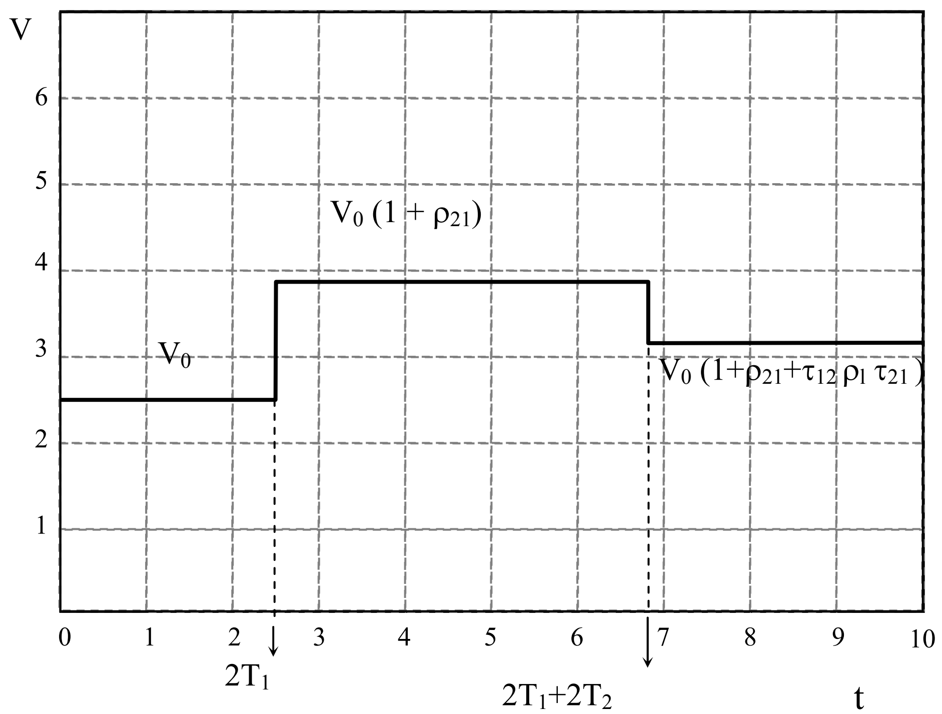
في دراسة الحالة العابرة على خطوط النقل يلاحظ انه عندما يتم قفل المفتاح S تنطلق موجة من المصدر باتجاه الحمل عبر خط النقل وتتفاعل لحظياً (instantaneously) مع أي تغير موضعي (وعند ذلك الموضع location) في خط النقل وينعكس جزء منها نحو المصدر حيث يمكن تحديد مكان ودرجة ونوع هذا التغير من هذا الجزء المنعكس. ولهذا أهمية كبيرة في فحص الشبكات الهاتفية (inspection of telephone networks) وغيرها من الشبكات، ككوابل القدرة (power cables) أو خطوط الماء والغاز (water or gas pipes)، وذلك عبر إرسال نبضة أو موجة ومراقبة المنعكس منها لتحديد مكان التغير ونوعه (مثلاً إذا كان هناك عطل (defects) ما في أحد خطوط الشبكة). تم تصميم جهاز يعتمد أساساً في طريقة عمله على ما سبق ذكره ويدعى بجهاز قياس الانعكاس في المجال الزمني (Time Domain Reflectometer TDR)، ويتكون من مولد نبضات (pulse generator) مربوط على مخرجه عبر وصلة تي (T connector) راسم موجة (oscilloscope)، يقوم بإظهار الفولطية مع الزمن، إضافة إلى خط النقل المراد فحصه. ويبين الشكل (5-78) مكونات هذا الجهاز حيث تم ربط أحد مخرجيه إلى خطي نقل موصولين بشكل تتابعي (cascaded) أحدهما بطول L_1 وممانعته المميزة $Z_{o1}\ (= R_{o1})$ والأخر بطول L_2 وممانعته المميزة $Z_{o2}(= R_{o2} > R_{o1})$ ومتصل بنهاية الخط الثاني حمل بممانعة $Z_L\ (= R_L < R_{o2})$. فإذا إفترض أن المواد العازلة التي تفصل موصلي الخط الأول والثاني هي مواد غير مغناطيسية ولا تعاني من الفقد وسماحيتها النسبية هي $\varepsilon_{r1} = 4$ و $\varepsilon_{r2} = 9$ على التوالي، فما الذي ستبينه شاشة راسم الموجة؟. علماً بأن ممانعة الدخل لمولد النبضات وراسم الموجة والممانعة المميزة للخطوط التي تصل إليها تساوي Z_{01}.



الشكل (5-78):- جهاز قياس الانعكاس في المجال الزمني مربوط عليه خطي نقل مختلفين Z_{01} و Z_{01} وحمل Z_L.

عند تشغيل مولد النبضات ينتج عنه نبضة بفولطية V_0 وبعرض يكون في الغالب كبير نسبياً (قد يصل إلى أكثر من 1 ms). وتدخل هذه النبضة إلى خط النقل الأول (Z_{01}) وإلى راسم الموجة، في نفس الوقت، وتظهر على شاشة الراسم عند الزمن $t = 0$ (مثلاً) كقفزة يحدد ارتفاعها القيمة V_0 ومقياس الفولطية لراسم الموجة (Volt/division). يبقى هذا الوضع قائماً على شاشة الراسم حتى تصل هذه النبضة إلى النقطة $z = L_1$ حيث تنعكس بمعامل انعكاس $\rho_{21} = (R_{02} - R_{01}) / (R_{02} + R_{01})$ لترجع وتصل إلى راسم الموجة عند الزمن $t = 2\,T_1 = 2\,L_1 / v_1$، حيث إن $v_1 = c/2$ و $c = 1/\sqrt{\mu_0\,\varepsilon_0}$، وكذلك فإنها تنتقل إلى الخط الثاني (Z_{02})

بمعامل انتقال $\tau_{21} = 2R_{02} / (R_{02} + R_{01})$. تنتشر هذه الموجة المنتقلة إلى الخط الثاني باتجاه الحمل حتى تصله عند الزمن $t = T_1 + T_2 = L_1/v_1 + L_2/v_2$، حيث إن $v_2 = c/3$ ، وتنعكس من الحمل بمعامل انعكاس $\rho_L = (R_L - R_{02}) / (R_L + R_{02})$ لترجع باتجاه المصدر حتى تصل عند نقطة اتصال الخط الأول مع الثاني لتنتقل من الخط الثاني إلى الأول، باتجاه المصدر، بمعامل انتقال $\tau_{21} = 2\,R_{01} / (R_{01} + R_{02})$ وتصل إلى راسم الموجة عند الزمن $t = 2\,T_1 + 2\,T_2$ بقيمة $V_0\ \tau_{12}\ \rho_L\ \tau_{21}$. ويبين الشكل (5-79) رسماً لما يمكن أن يتوقع ظهوره على شاشة راسم الموجة.



الشكل (5-79):- تغير الفولطية مع الزمن على شاشة راسم الموجة للشكل (5-78).

ويمكن تحديد مكان التغيير، من هذا الشكل، في مسار الموجة وذلك باستخدام المقياس الزمني لراسم الموجة ونوع وكمية التغيير في مسار الموجة باستخدام المقياس الفولطي للراسم. وفيما يلي مثالاً على استخدام جهاز قياس الانعكاس في المجال الزمني لتفحص خطوط نقل شبكة معينة وتحديد الأعطال (مكانها ونوعها).

مثال (5-16):- تم استخدام جهاز TDR لفحص خط نقل يصل بين ثلاث نقاط في إحدى شبكات الاتصالات حيث إن تغير الفولطية مع الزمن على شاشة راسم الموجة، بعد أن تم تشغيل مولد النبضات، كانت كما هو مبين في الشكل (5-80). إذا كان المقياس الزمني لراسم الموجة مضبوطاً على 1 μs لكل جزء (مربع من شاشة الراسم) وكان مقياسه الفولطي مضبوطاً على 10 mV لكل جزء وأن المواد العازلة المستخدمة في الجزء الأول من الخط (بين النقطة الأولى والثانية) والجزء الثاني هي مواد غير مغناطيسية بسماحية نسبية $\varepsilon_{r1} = 2.25$ و $\varepsilon_{r2} = 4$ على التوالي. أوجد طول الجزء الأول والثاني من خط النقل وحدد الممانعة المميزة للجزء الثاني من الخط. أوجد كذلك قيمة ونوع الحمل Z_L علماً بأن الممانعة المميزة للجزء الأول من الخط وممانعة دخل الجهاز هما 50 Ω.

الحـــل:-

من الشكلين (5-79) و (5-80) ومعطيات المثال يمكن استنتاج الكميات التالية:-

$V_0 = 75\text{m V}$ و $V_0(1+\rho_{21}) = 37\text{ mV}$

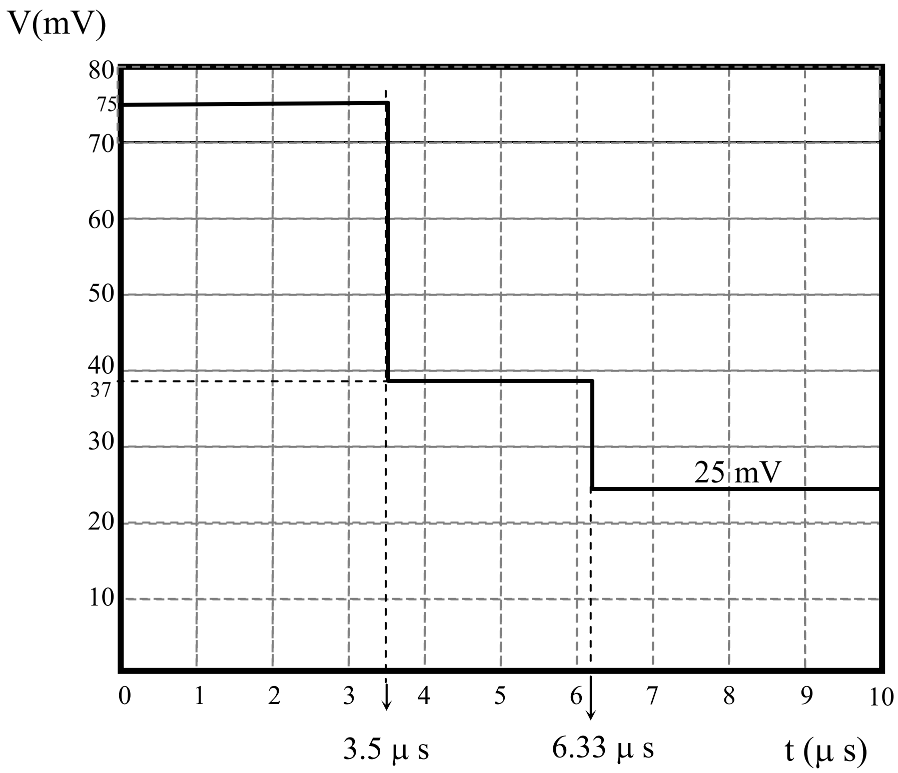
و $V_0\,(1+\rho_{21}+\tau_{12}\,\rho_L\,\tau_{21}) = 25\text{ mV}$

و $2\,T_1 = 3.5\,\mu\text{s}$ و $2\,(T_1+T_2) = 6.33\ \mu\text{s}$ و $v_1 = 2\times10^8\text{ m/s}$

و $v_2 = 1.5 \times 10^8$ m/s وبالتالي يمكن إيجاد أطوال أجزاء خط النقل كما يلي:-

طول الجزء الأول: $L_1 = 3.5\ \mu s \times v_1 / 2 = 350 \quad m$

وطول الجزء الثاني : $L_2 = 212.25 \quad m$



الشكل (5-80):- ما تظهره شاشة راسم الموجة لجهاز قياس الانعكاس في المجال الزمني، تغير الفولطية مع الزمن، للمثال (5-16).

أما نوع التغير في الممانعة عند نقطة اتصال الجزء الأول بالثاني وكذلك نوع الحمل وحيث إن تغير الفولطية مع الزمن ظهر بشكل فجائي فإن الممانعة ستكون حقيقية (لا تحتوي على C أو/و L) وأما الانخفاض في قيمة الفولطية عند

$t = 3.5\ \mu$ فإن ذلك يعني أن $R_{02} < R_{01}$ ومن القيم السابقة يمكن إيجاد Z_{02} و Z_L كما يلي:-

$$1+\rho_{21} = 37/75 \Rightarrow \rho_{21} = -0.5067 \Rightarrow Z_{02} = 16.4\ \Omega$$

وكذلك $1+\rho_{21}+\tau_{12}\,\rho_L\,\tau_{21} = 0.333$ أو أن $Z_L = 10.6\ \Omega$

11-5:- خطوط النقل الشريطية الدقيقة

تقع خطوط النقل الشريطية الدقيقة (microstrip transmission lines) ضمن خطوط النقل ذات النوع المستوي وهي مستخدمة بشكل واسع في الدارات المتكاملة للميكروويف، وهذا هو أهم استخدام لها حيث أنها تتيح تصنيع الدارات الإلكترونية العاملة عند الترددات العالية كدارات متكاملة حيث يمكن أن يجمع على الدارة المطبوعة التوصيلات ، الخطوط الشريطية الدقيقة، وعناصر ونبائط الدارة المختلفة إضافة لذلك فإنها تستخدم لبناء النبائط العديدة مثل المرشحات (filters) والقوارن (couplers) والهوائيات (antennas) ... الخ. وينحصر استخدام هذه الخطوط داخل أجهزة الإرسال والاستقبال ولا تستخدم كخطوط لنقل الطاقة الكهرومغناطيسية لمسافات بعيدة لأنها خطوط مفتوحة، وتستخدم في مدى الترددات الميكروويةأو $f > 1$ GHz هذا ويبين الشكل (5-81) عدداً من أنواع هذه الخطوط الشريطية. تصنع هذه الخطوط كما تصنع الدارات المطبوعة من خلال عمليات التخطيط الضوئي (photolithographic processes) حيث يتم طبع موصل رقيق بعرض W على طبقة عازلة بسمك d وسماحية نسبية ε_r موضوعة فوق مستوى أرضي موصل. ويبين الشكل (5-81) رسماً لخطوط المجالات الكهربائية والمغناطيسية ونظراً لأن خطوط النقل هذه ذات طبيعة مفتوحة فإن خطوط المجالات تكون موجودة داخل وخارج المادة العازلة. ويلاحظ انه في غياب المادة العازلة يصبح خط النقل مكوناً من خطين على شكل شريطين بعرض W والمسافة بينهما

2 b (وذلك باستخدام نظرية الصور). وإذا كانت $b << \lambda$ فيمكن القول بأن المجالات الكهرومغناطيسية تقترب من كونها ممثلة لموجة TEM وهذا يجعل الأمر سهلاً في تقريب بعض الكميات التي تصف الموجة الناتجة في هذا النوع من الخطوط كما يلي:-

سرعة طور الموجة v_p

$$v_p = 1/\sqrt{\mu_0\ \varepsilon_0\ \ \varepsilon_{eff}} = v_0/\sqrt{\varepsilon_{eff}}$$

ثابت انتشار الموجة

$$\beta = \omega\sqrt{\mu_0\ \varepsilon_0\ \ \varepsilon_{eff}} = \beta_0\ \sqrt{\varepsilon_{eff}}$$

والممانعة المميزة لهذه الخطوط Z_0

$$Z_0 = \sqrt{L/C} = 1/v_r\ C$$

حيث إن v_0 هي سرعة انتشار الموجة في الفراغ الحر، و $(3 \times 10^8\ m/s)$ ε_{eff} هو ثابت العزل الفعال وتكون قيمته $1 < \varepsilon_{eff} < \varepsilon_r$ و ε_r هو ثابت العزل الفعلي للمادة العازلة المستخدمة، و L و C تمثلان المحاثة والمواسعة لهذا الخط لكل وحدة طول.

هناك العديد من الطرق المستخدمة لإيجاد هذه الكميات ومنها الطريقة التي تعالج المسألة وكأنها مسألة كهربائية شبه ساكنة من أجل إيجاد المواسع C عبر حل معادلة لابلاس ، $\nabla^2\ \Phi = 0$ حيث إن Φ يمثل الجهد، وكذلك هناك الطرق العددية. وقد اجتذب هذا النوع من الخطوط اهتمامات العديد من الباحثين لإيجاد عناصره المختلفة، وسيتم فيما يلي ذكر العناصر الرئيسية لنوع الخطوط الشريطية الدقيقة والمبين أحدها في الشكل (5-81a) والواقع على اليمين.

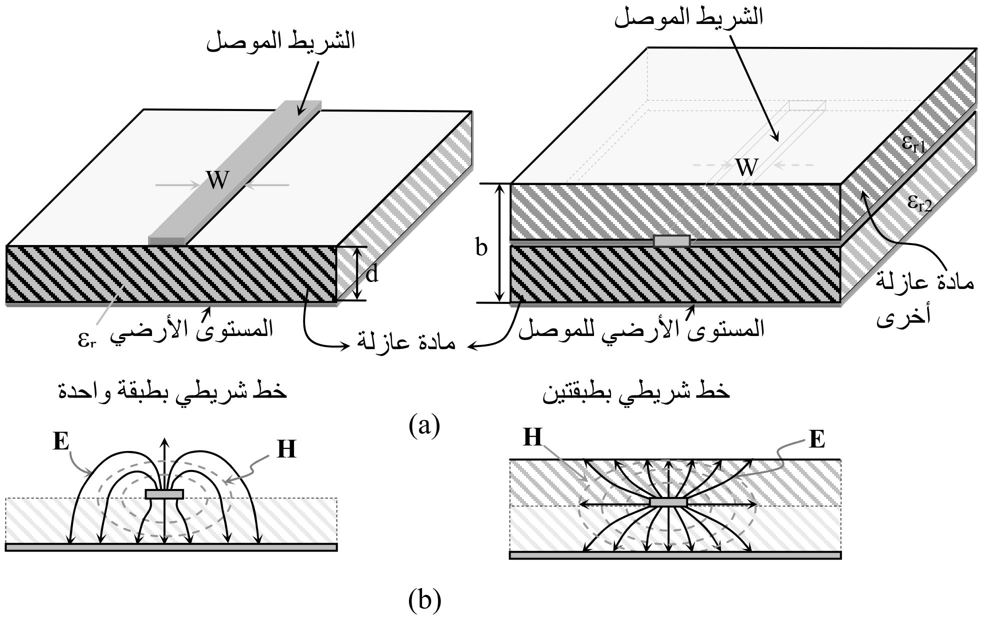
$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_r\ +1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} + \frac{1}{\sqrt{1 + 12\ b/W}}$$

وأما قيمة الممانعة المميزة فهي كما يلي:-

$$Z_o = \frac{120\,\pi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}\left[\frac{W}{b} + 1.393 + 0.667\,\ln\left(\frac{W}{b} + 1.444\right)\right]}$$

إذا كانت $\frac{W}{b} \geq 1$.

وهناك عناص ر أخرى لا مجال لذكرها هنا، ويكتفي بهذا القدر القليل من الشرح، ولا بد من التأكيد على أهمية هذه الخطوط وشيوع استخداماتها داخل أجهزة الإرسال والاستقبال العاملة في مدى الترددات الميكروويية.



الشكل (5-81):- نوعان من خطوط النقل الشريطية الدقيقة (a) الشكل الهندسي لهذه الخطوط (b) خطوط المجالات الكهربائية والمغناطيسية.

المسائل

1-5:- في حالة خط نقل مكون من موصلين (كابل محوري) ولا يعاني من الفقد بين أن سرعة طور الموجة v_p عليه هي $v_p = 1/\sqrt{LC}$ m/s ، وأن ممانعته المميزة Z_0 هي Ω $Z_0 = \eta_0\ \varepsilon_0\ /C$ حيث إن L و C هما محاثة ومواسعة خط النقل لكل وحدة طول وإن ε_0 هي سماحية الهواء وإن η_0 هي الممانعة المميزة للهواء ($\eta_0 = 120\,\pi = 377\ \Omega$).

2-5:- إذا كان نصف قطر الموصل الخارجي لكابل محوري هو $b = 10$ mm وممانعته المميزة $50\ \Omega$ ، أوجد نصف قطره الداخلي "a" وقيمة مواسعته C ومحاثته L لكل وحدة طول وسرعة الطور فيه إذا كانت المادة بين موصلية هي مادة عازلة غير مغناطيسية ولا تعاني من الفقد وسماحيتها $\varepsilon = 2.25\ \varepsilon_0$ F/m.

3-5:- تم استخدام كابل محوري لربط نقطتين تبعدان عن بعضهما 2.5 Km، فإذا كان نصف قطره الداخلي $a = 2.5$ mm والخارجي $b = 12.5$ mm، وكانت خصائص المادة العازلة المستخدمة بين الموصلين هي : $\varepsilon = 4\ \varepsilon_0$ F/m و $\mu = \mu_0$ H/m و $\sigma \approx 0$ $(\Omega m)^{-1}$، أوجد:- **(i)** سرعة انتشار الموجات في هذا الكابل والزمن اللازم لتنتقل الإشارة بين هاتين النقطتين. **(ii)** ا لممانعة المميزة لهذا الكابل.

4-5:- إذا كانت خصائص خط نقل مكون من موصلين ويعاني من الفقد عند التردد $f = 1$ M Hz هي $R = 5\ m\ \Omega/m$ و $G = 0.9\ \mu\ (\Omega m)^{-1}$ و $C = 1$ nF/m و $L = 1.2\ \mu$ H/m، فأوجد كل مما يلي:- **(i)** ثابت الانتشار $\gamma = \alpha + j\ \beta$ وطول الموجة λ على هذا الخط وممانعته المميزة. **(ii)** أوجد التوهين الكلي التي تعانيه موجة بعد انتشارها في هذا الخط مسافة 2 Km.

5-5:- إذا كانت خصائص خط نقل يعاني من الفقد هي مقاومة موصليه $R\ \Omega/m$ ومواصلة المادة العازلة بين موصليه $G\ (\Omega m)^{-1}$ ومحاثته $L\ H/m$ ومواسعته $C\ F/m$. أثبت أنه إذا تحققت العلاقة $(G / C) = (R / L)$ فإن الممانعة المميزة لهذا الخط تصبح حقيقية وأوجد قيمتها في هذه الحالة. بين أنه على الرغم من أن هذا الخط يعاني من الفقد إلا أنه إذا ما أستخدم لنقل إشارة فإنه لن يشوهها.

6-5:- إذا كانت المسافة بين مدينتين تبلغ 50 Km وتم استخدام خط نقل مكون من موصلين لربط هاتين المدينتين لنقل إشارة بتردد 10 MHz، فأوجد الزمن اللازم لانتقال الإشارة من مدينة إلى أخرى، وأوجد كذلك أقل عدد من المضخمات (إذا كان كل مضخم قادر على رفع مستوى الإشارة بمقدار 60 dB) اللازمة لرفع مستوى الإشارة أثناء انتقالها إذا ما انخفض عن مستوى 60 dBm - ، لاحظ أن $-60\ dBm = -90\ dB$، علماً بأن مستواها عند نقطة البداية هو 30 dB - (1 m W)، وأن خصائص خط النقل هي كما يلي:-

(i) $R \approx 0 \approx G$ و $C = 25\ p\ f/m$ و $L = 10\ n\ h/m$

(ii) $R = 1\ m\Omega/m$ و $G = 10\ n\ (\Omega m)^{-1}$ و $L = 0.1\ nH/m$ و $C = 2.5\ PF/m$.

7-5:- إذا كان نصف قطر الموصل الخارجي لكابل محوري b وتم استخدام هذا الكابل في أنظمة الإرسال فإنه منعاً لانهيار العازل المستخدم بين الموصلين (الحد الأعلى الذي يتحمله العازل المستخدم هو مجال كهربائي مقداره $E_0\ V/m$) فأوجد الخيار الأمثل لقيمة نصف قطر موصله الداخلي "a" علماً بأن المصدر المربوط على مدخله له الفولطية التالية $v(t) = V_0 \sin\omega t$.

8-5:- إذا كان هناك خط نقل بطول 100 m وينتهي بدارة قصر ومربوط على طرفه الآخر مصدر فولطيته هي $v_g(t) = 100 \sin 2\pi 10^7 t\ V$ وممانعته الداخلية $Z_g = 50\ \Omega$، أوجد الممانعة المميزة لهذا الخط وكذلك أوجد الفولطية والتيار عند طرف الإرسال وعند طرف الحمل في الحالات التالية:- **(i)** إذا كان هذا

الخط لا يعاني من الفقد ومحاثته $L = 3\ nH/m$ ومواسعته $C = 50\ pF/m$.
(ii) إذا كان هذا الخط يعاني من الفقد وخصائصه $R = 10\ m\ \Omega/m$ و $G = 2\ \mu\ (\Omega m)^{-1}$ و $L = 2\ \mu H/m$ و $C = 2\ nF/m$.

9-5:- أعد حل السؤال (5-8) إذا كان خط النقل ينتهي بدارة مفتوحة.

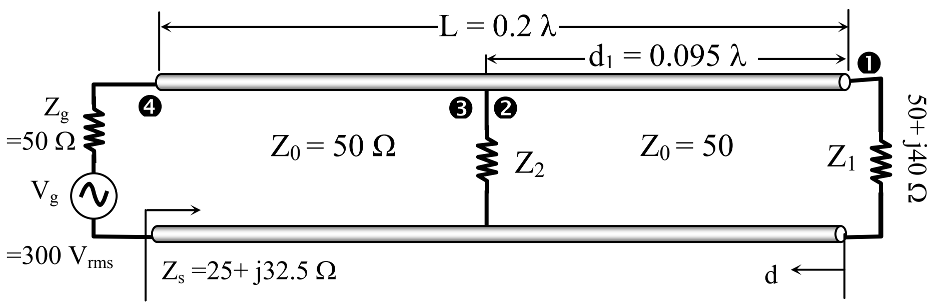
10-5:- تم وصل حمل $Z_L = 75 + j\ 50\ \Omega$ إلى مصدر فولطيته $V_g = 10 \sin 2\pi\ 10^6\ t\ \ V$ وممانعته الداخلية $Z_g = 50 - j\ 40\ \Omega$ باستخدام خط نقل طوله 150 m وله الخصائص التالية:- ممانعته المميزة $Z_0 = 400 - j\ 150\ \Omega$ وثابت انتشاره هو $\gamma = \alpha + \beta$ حيث إن $\alpha = 0.17\ d\ B/m$ و $\beta = 18°\ /m$. أوجد، باستخدام طريقة الحساب والمخطط الاتجاهي، ما يلي:- **(i)** الفولطية والتيار عند طرفي الارسال والحمل وعلى بعد 37.5 m من الحمل. **(ii)** معدل القدرة المركبة التي يحققنها المصدر عند طرف الارسال وتلك التي تصل إلى الحمل.

11-5:- تستخدم الكوابل المحورية بشكل واسع في ربط أجهزة ومعدات الترددات العالية والحديث هنا عن مسافات قصيرة نسبياً لا تزيد عن بضعة عشرات الأمتار في معظم الأحيان. إذا كان هناك كابتل محوري بطول $L = 25.375\ m$ ذو ممانعة مميزة $Z_0 = 75\ \Omega$ يصل بين حمل $Z_L = 300 + j\ 150\ \Omega$ ومصدر فولطيته 100 Vrms وممانعته الداخلية $Z_g = 50\ \Omega$ وتردده هو 200 MHz وطول الموجة داخل هذا الخط 1 m، أوجد، باستخدام طريقة الحساب والمخطط الاتجاهي والدوراني، الفولطية والتيار عند طرفي الإرسال والاستقبال وعلى بعد 10.55 m من الحمل.

12-5:- استخدم خط نقل طوله $L = 37$ وممانعته المميزة $Z_0 = 300\ \Omega$ لوصل مصدر فولطيته $V_g = 100$ Vrms وممانعته الداخلية $Z_g = 150 - j\ 50\ \Omega$ إلى حمل $Z_L = 75 + j\ 50\ \Omega$ وكان ثابت الانتشار لهذا الخط هو $\gamma = 0 + j\ 0.25\ \ rad/m$.

أوجد ممانعة الدخل والفولطية والتيار عند النقاط التالية :- **(i)** طرف الإرسال. **(ii)** طرف الاستقبال. **(iii)** على بعد 5 m من الحمل.

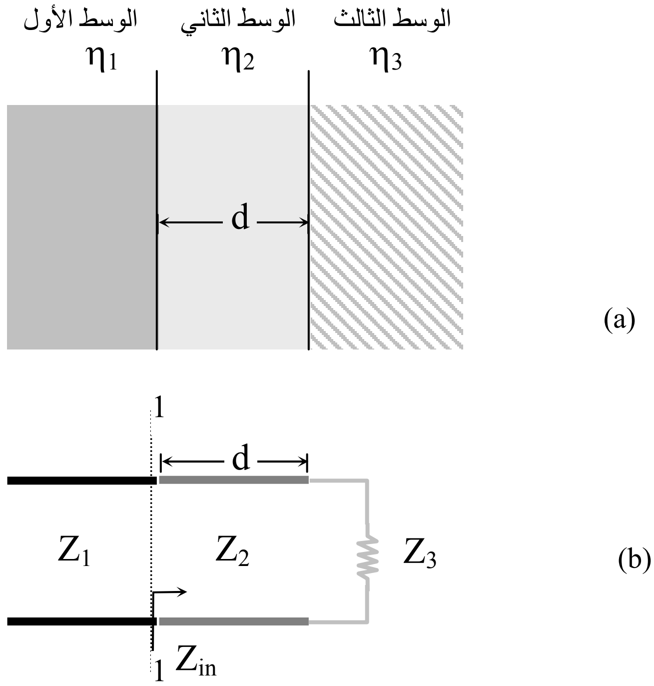
13-5:- يبين الشكل (82-5) خط نقل بطول $L = 0.2\lambda$ يصل حملين الأول $Z_1 = 50 + j\ 40\ \Omega$ والثاني ممانعته غير معروفة Z_2، المسافة بينهما $d_1 = 0.095\lambda$ ، إلى مصدر بفولطية $V_g = 300$ V rms وممانعته الداخلية $Z_g = 50\ \Omega$. فإذا كانت ممانعة الدخل عند طرف الإرسال $Z_s = 25 + j\ 32.5\ \Omega$، وبالتالي:- **(i)** أوجد Z_2. **(ii)** أوجد الفولطية والتيار عند النقاط 1 و 2 و 3 و 4 المبينة على الشكل. **(iii)** أرسم $|V\ (d)|$ و $|I\ (d)|$ مع d للمدى $0 \le d \le L$. **(iv)** أوجد معدل القدرة الحقيقية التي يحققنها المصدر عند النقطة 4 ويمتصها كل من Z_1 و Z_2.



الشكل (82-5):- خط النقل الخاص بالسؤال (13-5) الذي يصل الحملين Z_1 و Z_2 بالمصدر.

14-5:- في حالة سقوط الموجات الكهرومغناطيسية المستوية وبشكل عمودي على أوساط متعددة فيمكن الاستفادة من نظريات خط النقل بحيث يتم محاكاة الوسط ذي الممانعة المميزة η_n والسمك d_n بخط نقل ممانعته المميزة $Z_n\ (= \eta_n)$ وطول d_n. ويبين الشكل (83a-5) المسألة الفعلية وفيها ثلاثة أوساط بممانعات مميزة η_1 و η_2 و η_3 ويبلغ سمك الوسط الثاني d وأما الشكل (83b-5) فيبين الحمل $Z_3\ (= \eta_3)$ المناظر للوسط الثالث وخط نقل بممانعة

مميزة ($= \eta_2$) Z_2 وطول d وخط نقل بممانعة مميزة ($= \eta_1$) Z_1 يناظر الخط الأول. أوجد Z_{in} ومعامل الانعكاس عند المستوى (1-1) ومعامل الانتقال إلى الحمل Z_3 من الوسط الأول. كيف يمكن ضبط Z_{in} لتصبح مساوية Z_1.



الشكل (5-83):- الأشكال الخاصة في السؤال (5-14) (a) المسألة الفعلية المكونة من ثلاثة أوساط (b) المسألة المناظرة باستخدام خطوط النقل.

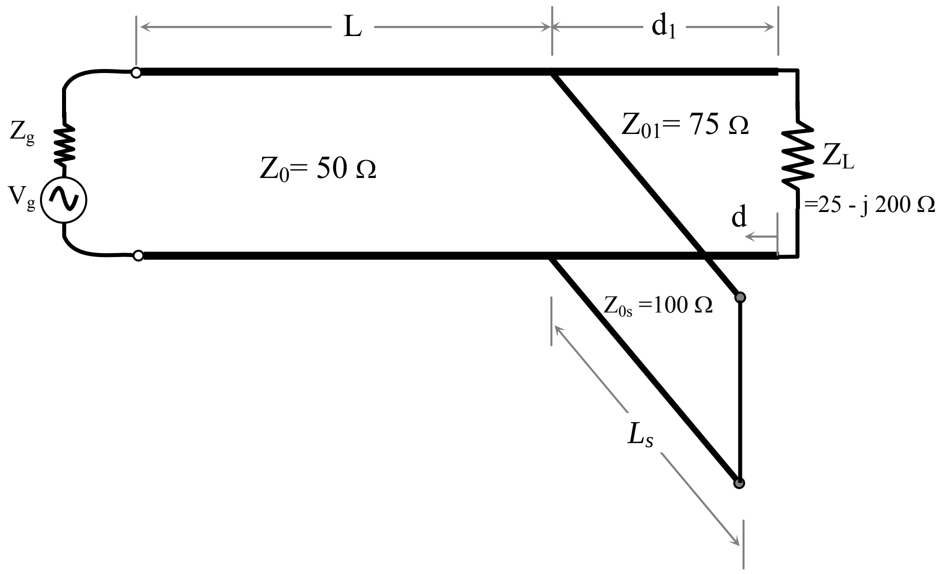
5-15:- تم وصل حمل $Z_L = 150 + j\ 50\ \ \Omega$ إلى نهاية خط نقل ممانعته المميزة $Z_0 = 50\ \Omega$ وطوله $L = 2.035\lambda$ ، ولضمان مواءمة هذا الحمل مع خط النقل تم استخدام قضمة، من نفس نوع هذا الخط، تنتهي بدارة قصر لتحقيق ذلك. أوجد مكان وصل هذه القضمة وطولها إذا ما تم وصلها على التوالي أو على التوازي.

5-16:- تم وصل هوائي ممانعته $Z_a = 400 + j\,50\ \Omega$ إلى خط نقل ممانعته المميزة $Z_0 = 600\ \Omega$ ونظراً لهذا التباين فقد تم اقتراح طريقتين للحصول على مواءمة بين الهوائي وخط النقل:- **(i)** استخدام قضمة قصيرة من نفس نوع خط النقل تنتهي بدارة مفتوحة. **(ii)** استخدام خط - $\lambda/4$.
أوجد مكان وصل وطول القضمة المقترحة وكذلك أوجد مكان وصل خط- $\lambda/4$ وممانعته المميزة Z_{0m}.

5-17:- في السؤال (5-15) إذا كانت الممانعة المميزة للقضمة تختلف عن تلك الخاصة بخط النقل وتساوي $Z_{0s} = 100\ \Omega$. أوجد مكان وصل هذه القضمة وطولها إذا ما تم وصلها على التوازي.

5-18:- لضمان مواءمة الحمل $Z_L = 25 - j\,200\ \Omega$ مع خط النقل ذي الممانعة المميزة $Z_0 = 50\ \Omega$ فقد تم استخدام الترتيبات المبينة في الشكل (5-84) حيث إن $V_g = 100$ V (rms) و $Zg = 75\ \Omega$ وبالتالي:-
(i) أوجد d_1 و L_s ومعدل القدرة التي يحققها المصدر عند طرف الإرسال وتلك التي يمتصها الحمل. **(ii)** أرسم الفولطية $|V(d)|$ و $|I(d)|$ مع d للمدى $0 \le d \le L + d_1$.

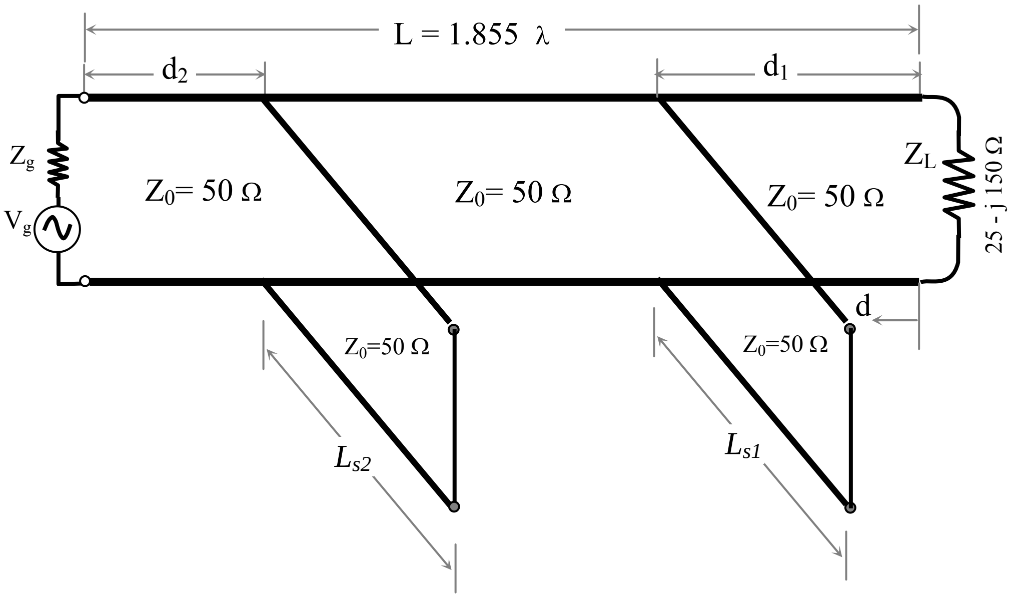
5-19:- إذا تم استخدام قضمتين منتهيتين بدارة قصر والمسافة بينهما $\lambda/4$ للحصول علي مواءمة بين حمل $Z_L = 100 - j\,25\ \Omega$ وخط نقل ممانعته المميزة $Z_0 = 50\ \Omega$ على افتراض أن الممانعة المميزة للقضمتين هي نفسها لخط النقل، بالتالي **(i)**:- أوجد أين يمكن وصل هاتين القضمتين وطول كل منها. **(ii)** حدد المناطق التي يجب عدم وصل هاتين القضمتين عندها. **(iii)** أرسم الفولطية والتيار $|V(d)|$ و $|I(d)|$ على المدى $0 \le d \le L$.



الشكل (84-5):- الترييات اللازمة لضمان المواءمة بين الحمل $Z_L = 25 - j\ 200\ \Omega$ وخط نقل ممانعته المميزة $Z_0 = 50\ \Omega$.

20-5:- يبين الشكل (85-5) اقتراحا لضمان مواءمة الحمل $Z_L = 25 - j\ 150\ \Omega$ إلى خط النقل وكذلك لضمان الحصول على أعلى قدر ممكن من القدرة من المصدر علما بأن $V_g = 100\ \ V(rms)$ و $Z_g = 75\ \Omega$ وبالتالي:- **(i)** أوجد d_1 و L_{s1} و L_{s2} و d_2. **(ii)** أوجد معدل القدرة التي يحققنها المصدر عند طرف الإرسال والتي يمتصها الحمل (P_s و P_L). **(iii)** إرسم $|V(d)|$ و $|I(d)|$ على المدى $0 \le d \le L$.

21-5 :-أعد حل السؤال (5- 20) باستبدال القضمتين بخطي نقل بطول $\lambda/4$ يتم وصل كل خط مكان كل قضمة وبشكل تتابعي على افتراض أن فولطية المصدر هي $V_g = 100\ \ V(rms)$ وممانعته الداخلية $Z_g = 75 + j\ 50\ \Omega$. في هذه الحالة أوجد d_1 , d_2 والممانعات المميزة لخطوط - $\lambda/4$ وارسم $|V(d)|$ و $|I(d)|$ على طول خط النقل من المصدر إلى الحمل.



الشكل (5-85):- ترتيبات السؤال (5-20) اللازمة لضمان المواءمة بين الحمل والخط وأعلى قدر منوالقدرة من المصدر إلى الحمل.

5-22:- باستخدام خط النقل المشقوق (المقياس المردج يزداد باتجاه المصدر) الذي يستخدم الهواء ليفصل بين موصليه لقياس ممانعة حمل معين فقد تم قياس الكميات التالية:-

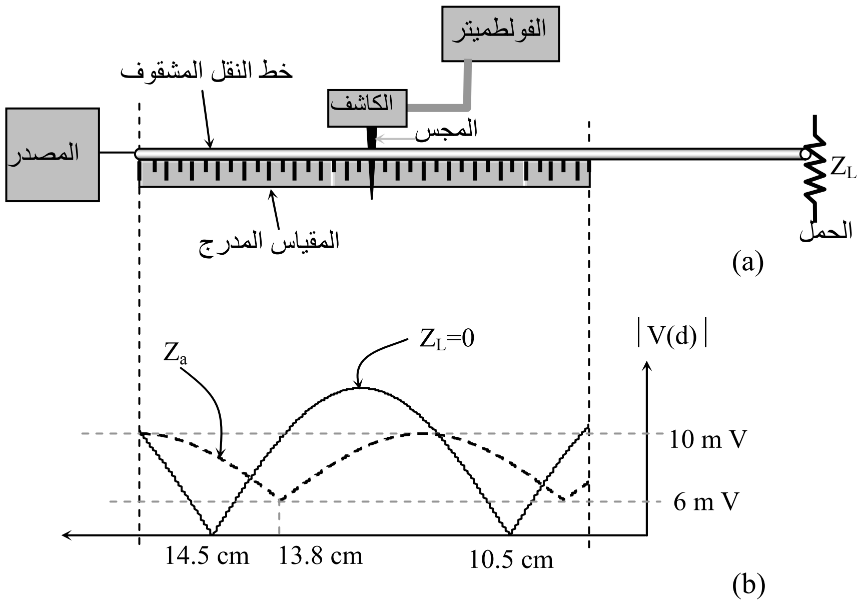
- عندما ينتهي الخط بدارة قصر تم تحديد نقطتي خمود إحداهما عند 10.5 cm والأخرى عند 25 cm.

-عندما تم وصل الحمل المراد تحديد ممانعته فقد تم تحديد الكميات التالية $V_{max} = 25\ \ mV$ والقيمة الدنيا للفولطية $V_{min} = 18\ \ mV$ حيث تم تحديدها عند 17.35 cm.

أوجد تردد الإشارة التي تم عندها هذه القياسات وأوجد ممانعة الحمل Z_L.

5-23:- تم استخدام خط النقل المشقوق لقياس ممانعة الدخل لأحد الهوائيات السلكية كما هو مبين في الشكل (5-86a). وتم الحصول على تغير الفولطية مع المسافة، كما هو مبين في الشكل (5-86b)، في حالتين الأولى عندما تم وصل دارة قصر عند نهاية خط النقل

$(Z_L \rightarrow 0)$ والثانية عندما تم وصل الهوائي المراد قياس ممانعة دخله $(Z_L = Z_a)$ علماً بأن الهواء هو الذي يفصل بين موصلي خط النقل المشقوق. أوجد تردد المصدر وممانعة الدخل للهوائي Z_a.

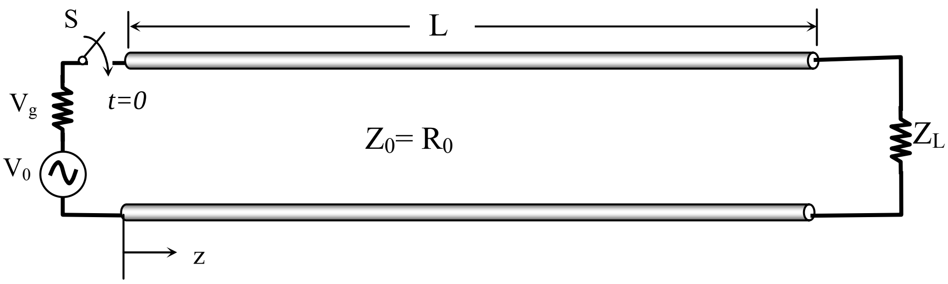


الشكل (5-86):- استخدام خط النقل المشقوق لقياس ممانعة مدخل هوائي سلكي (a) الترتيبات اللازمة (b) ناتج القياسات.

5-24:- يبين الشكل (5-87) خط نقل طوله L وممانعته المميزة Z_0 يصل بين حمل Z_L ومصدر فولطيته V_g وممانعته الداخلية Z_g عبر مفتاح S يتم قفله عند الزمن $t = 0$ علماً بأن الموجة تنتشر بسرعة v_0 على هذا الخط. إذا كانت هذه القيم السابقة هي كما يلي :- $L = 150$ m و $Z_0 = 75\ \Omega$ و $Z_L = 150\ \Omega$ و $V_g = 30$ V (dc) و $Z_g = 25\ \Omega$ و $v_0 = 10^8$ m/s وبالتالي:- **(i)** أرسم تغير الفولطية عند النقطة $z = L/4$ والتيار عند $z = L$ للفترة الزمنية $0 \le t \le 8\ \mu$ s.

(ii) أوجد قيمة الفولطية والتيار عند $t \rightarrow \infty$.

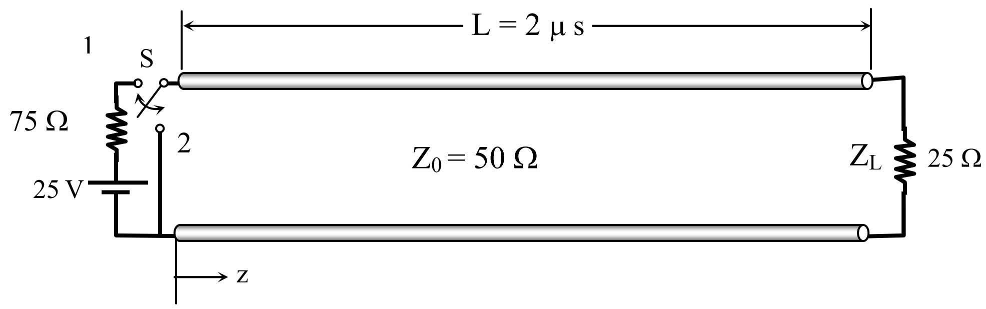
25-5:- في الشكل (5-87) إذا كان طول خط النقل $L = 150\ m$ وممانعته المميزة $Z_0 = 75\ \Omega$ وممانعة حمله $Z_L = 50\ \Omega$ و $V_g = 100\ V\ (dc)$ و $Zg = 0\ \Omega$ و $v_0 = 1.5 \times 10^8\ m/s$ وبالتالي:- **(i)** أرسم تغير الفولطية عند النقطة $z = L/2$ والتيار عند $z = 3L/4$ للفترة الزمنية $0 \le t \le 8.5\ \mu s$. **(ii)** أوجد الفولطية والتيار عند $t \to \infty$.



الشكل (5-87):- خط النقل الخاص بالأسئلة (5-24) و (5-25) و (5-26) و (5-28) و (5-29) و (5-30).

26-5:- في الشكل (5-87) إذا كانت $L = 150\ m$ و $Z_0 = 75\ \Omega$ و $Z_L = 25\ \Omega$ أما V_g فإنه مصدر ينتج عنه نبضة قيمتها $100\ V$ بعرض $2.5\ \mu s$ و $Z_g = 0$ و $v_0 = 10^8\ m/s$ وبالتالي:- **(i)** أرسم تغير الفولطية عند النقطة $z = 0$ والتيار عند $z = 3L/4$ للفترة الزمنية $0 \le t \le 8 \mu s$. **(ii)** أوجد الفولطية والتيار عند $t \to \infty$.

27-5:- في الشكل (5-88) إذا تم وصل المفتاح S إلى النقطة 1 عند $t = 0$ وبقي في مكانه لفترة $1.5\ \mu s$ وبعدها (عند $t = 1.5\ \mu s$) تم نقله إلى النقطة 2. ارسم الفولطية عند النقطة $z = 3L/4$ والتيار عند $z = L/4$ للفترة الزمنية $0 \le t \le 9.5\ \mu s$ وأوجد قيمة الفولطية والتيار عند $t \to \infty$.



الشكل (5-88):- خط النقل الخاص بالسؤال (5-27).

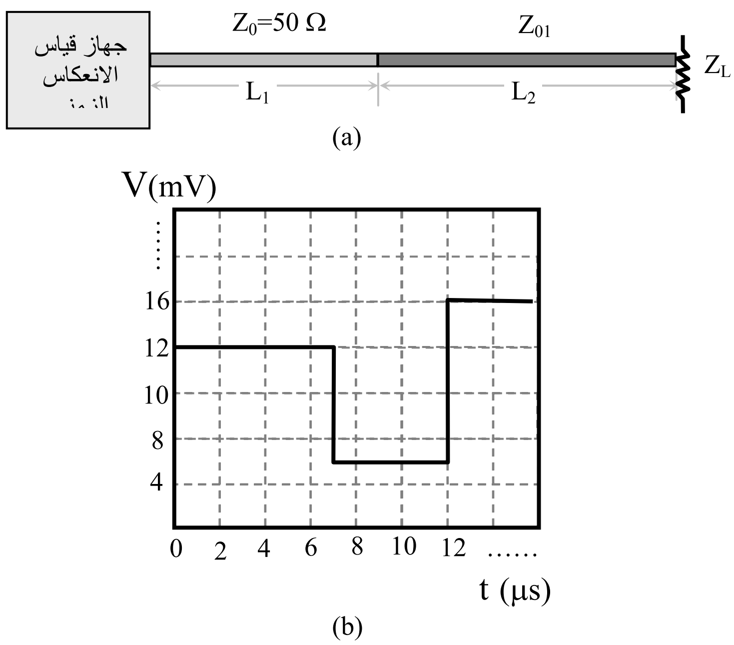
5-28:- في الشكل (5-87) إذا كان طول خط النقل $L = 150\ m$ وممانعته المميزة $Z_0 = 75\ \Omega$ أما Z_L فإنه يتكون من مقاومة $R_L = 150\ \Omega$ موصولة على التوازي مع مواسع $C = 1\ nF$ وكانت $Z_g = 75\ \Omega$ و $V_g = 30\ V$ و $v_0 = 10^8\ m/s$ وبالتالي أرسم الفولطية والتيار عند كل من النقطة $z = 3L/4$ و $z = L$ للزمن ما بين $0 \le t \le 5\ \mu s$.

5-29:- في الشكل (5-87) إذا كانت $L = 250\ m$ و $Z_0 = 75\ \Omega$ وكانت Z_L تتكون من مواسع $C = 1\ nF$ و $Z_g = 75\ \Omega$ و $V_g = 100\ V$ و $v_0 = 1.5 \times 10^8\ m/se$ وبالتالي أرسم الفولطية والتيار عند $Z = L$ للفترة الزمنية $0 \le t \le 5\ \mu s$.

5-30:- في الشكل (5-87) إذا كانت $L = 75\ m$ و $Z_0 = 75\ \Omega$ وكانت Z_L تتكون من مواسع $C = 0.1\ nF$ متصل على التوالي مع مقاومة $R_L = 225\ \Omega$ وكانت $V_g = 50\ V$ و $Z_g = 75\ \Omega$ وبالتالي أرسم الفولطية والتيار عند $z = L$ للفترة ما بين $0 \le t \le 5\ \mu s$.

5-31:- يبين الشكل (5-89a) جهاز قياس الانعكاس الزمني حيث تم وصله بخطي نقل وينتهي خط النقل الأيمن بحمل Z_L. إذا كانت المادة العازلة التي تفصل

الموصلين هي مادة غير مغناطيسية ولا تعاني من الفقد وسماحيتها للخط الأول $\varepsilon = 9\,\varepsilon_0$ F/m وللخط الثاني $\varepsilon = 2.25\,\varepsilon_0$ F/m وكانت الممانعة المميزة للخط الأول هي $50\ \Omega$. إذا كان المعروض على راسم الموجة لهذا الجهاز هو المبين في الشكل (5-89b) ، بالتالي أوجد أطوال خطوط النقل L_1 و L_2 والممانعة المميزة للخط الثاني Z_{02} وكذلك ممانعة الحمل Z_L. افترض أن راسم الموجة كان مضبوطاً على المقياس الزمني 1 μs لكل جزء وعلى المقياس الفولطي 2 mV لكل جزء.



الشكل (5-89):- (a) جهاز قياس الانعكاس متصل بخطي نقل (b) ما تعرضه شاشة راسم الموجة لجهاز قياس الانعكاس الذي يتصل إلى خطي نقل.

الباب السادس
دلائل الموجة
Waveguides

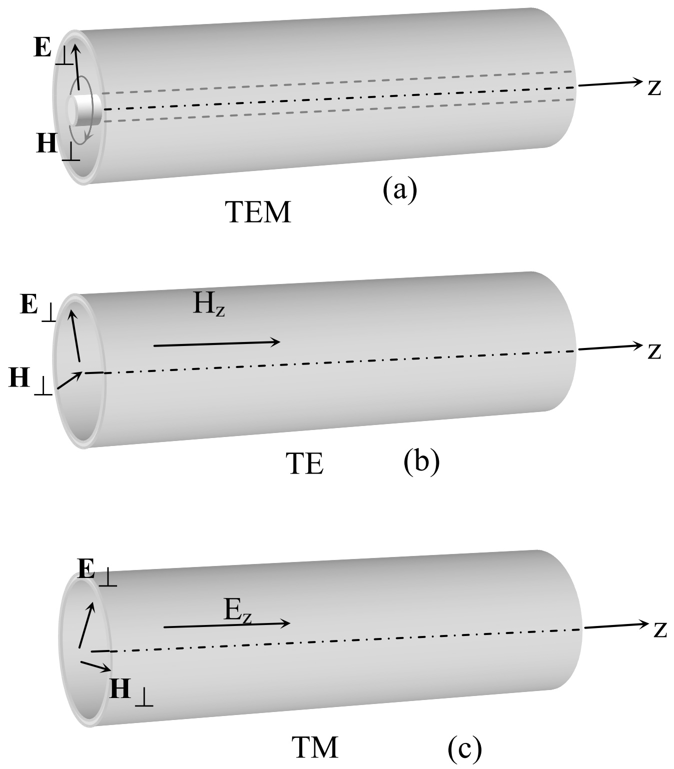
تم في الباب الخامس تقديم فكرة عن ربط المرسل بالمستقبل عبر استخدام خط نقل مكون من موصل أو أكثر وتم التركيز على استخدام خط نقل من موصلين وتقديم التحليلات التفصيلية اللازمة لمعالجة هذا النوع من الخطوط. سيتم في هذا الباب تقديم خط نقل مكون من موصل واحد، موصل مفرغ يمثل دليل موجة (waveguide)، وحبل مكون من مادة شفافة للضوء مثل الزجاج أو البلاستيك (الألياف البصرية optical fibers) ويعمل كدليل موجة. يوفر خط النقل المكون من موصلين وضعاً مناسباً لتشكل أو وجود أو تكّون خطوط المجال الكهربائي **E** بين هذين الموصلين وبشكل متعامد عليهما وتكّون مجالاً مغناطيسياً يلتف حول الموصل الداخلي (في حالة الكابل المحوري) الذي ينتج فيه تيار يتم من خلاله تدعيم وجود المجال المغناطيسي. وهذه الحالة من المجالات الكهرومغناطيسية المتعامدة على بعضها وعلى اتجاه انتشار الموجة (اتجاه الخط الواصل بين المرسل والمستقبل) تدعى بموجة تعامدية المجال الكهربائي والمغناطيسي TEM. ولكن في حالة الخط المكون من موصل واحد (مفرغ) فإن أول سؤال يمكن أن يسأل هو كيف يمكن للمجال المغناطيسي أن يوجد داخل هذا الموصل المفرغ في غياب الموصل الداخلي؟ ويأتي الجواب على ذلك من معادلات ماكسويل حيث يتم تدعيم التفاف المجالات المغناطيسية من قبل التيار التوصيلي $\mathbf{J}_{cond} = \sigma\,\mathbf{E}$ أو التيار الحملي $\mathbf{J}_{conv}$ أو التيار الإزاحي $\mathbf{J}_{dis}$ أو كل هذه التيارات مجتمعة. وإذا أهمل التيار الحملي لعدم توقع حدوثه هنا وغياب التيار التوصيلي وذلك لغياب الموصل الداخلي فإن التيار الإزاحي هو التيار المتبقي الوحيد الذي يمكن أن يدعم وجود المجال المغناطيسي. وبالتالي فإن معادلات ماكسويل في الفراغ الذي يحيط به موصل تصبح لمصادر ومجالات متناغمة مع الزمن كما يلي:-

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\,\mathbf{H} \qquad (1a\text{-}6)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\,\mathbf{E} \qquad (1a\text{-}6)$$

أو أن الجزء الالتفافى من المجال الكهربائي ينشأ عن مجال مغناطيسي متغير أما الجزء غير الالتفافى منه فينشأ بين موصلين أو جزأين متباعدين من نفس الموصل، وأن المجال المغناطيسي (والذي يكون التفافياً) ينشأ عن وجود مجال كهربائي. وبالتالي فإن الموجة الكهرومغناطيسية التي تنشأ في دلائل الموجة تختلف عن تلك التي درست في خطوط النقل المكونة من موصلين. تكون الموجة في خطوط النقل، مثل الكابل المحوري، تعامدية لكلا المجال الكهربائي والمغناطيسي TEM حيث ينشأ المجال الكهربائي بين الموصلين ويلتف المجال المغناطيسي حول الموصل الداخلي. أما في حالة دلائل الموجة وفي غياب الموصل الداخلي فإن المجال الكهربائي أو/ و المجال المغناطيسي، الذي يكون باتجاه الخط الذي يصل المرسل بالمستقبل، يعمل كبديل لهذا الموصل. في ضوء ذلك تكون الموجات الناتجة في دلائل الموجة موجات تعامدية المجال الكهربائي TE أو موجات تعامدية المجال المغناطيسي TM أو كليهما. ويبين الشكل (6-1) المجالات الكهرومغناطيسية لهذه الموجات في حالة الكابل المحوري ودلائل الموجة حيث تم اعتماد المحور z (كخط مرجعي) ممثلاً للموصل الداخلي للكابل المحوري أو ممثلاً للخط الواصل بين المرسل والمستقبل لدلائل الموجة. تم استخدام $\mathbf{E}_\perp$ و $\mathbf{H}_\perp$ لتمثلان المجالات الكهرومغناطيسية في المستوى العمودي على z واستخدمت E_z و H_z للمجالات الكهرومغناطيسية في اتجاه z. سيلعب المجالين E_z و H_z دوراً أساسياً في إيجاد المجالات الكهرومغناطيسية الأخرى ($\mathbf{E}_\perp$ و $\mathbf{H}_\perp$) في دلائل الموجة.

سيتم في هذا الباب بحث دلائل الموجة ذات المقطع المستطيل والمقطع الدائري إضافة إلى العناصر المختلفة التي تستخدم مع هذه الدلائل (وخاصة ذات المقطع المستطيل) مثل الموائم والفجوات الرنانة والشقوق ... ألخ. كذلك سيتم تضمين هذا الباب بمقدمة إلى الألياف البصرية والتي شاع استخدامها في العقدين الأخيرين.



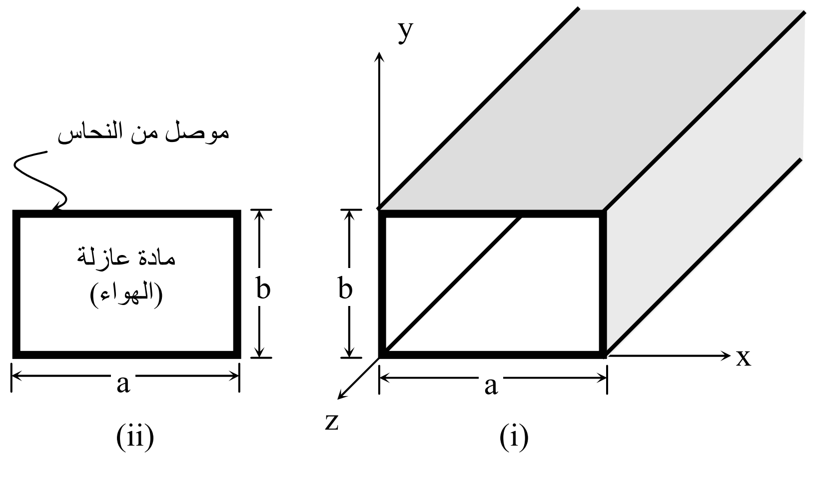
الشكل (1-6):- الموجات المختلفة والمجالات الكهرومغناطيسية الخاصة بها (a) موجة تعامدية المجالين الكهربائي والمغناطيسي TEM ($E_z = 0$ و $H_z = 0$) (b) موجة تعامدية المجال الكهربائي TE ($E_z = 0$ و $H_z \neq 0$) (c) موجة تعامدية المجال المغناطيسي TM ($E_z \neq 0$ و $H_z = 0$).

1-6:- دليل الموجة المستطيل (rectangular waveguide)

يتكون دليل الموجة من موصل من مادة النحاس أو الألومنيوم مفرغ، ذو مقطع مستطيل يكون عرضه مساوياً a وارتفاعه مساوياً b ويتم تحديد قيم a و b اعتماداً على التردد واعتبارات أخرى سيتم بيانها في حينه. يبلغ سمك الموصل المكون للدليل بضعة مليمترات يتم تحديدها من الاعتبارات الميكانيكية. ويستخدم الهواء عادة داخل هذا لموصل (الدليل) إلا أنه يتم استخدام مواد عازلة أخرى لأغراض محددة. يبين الشكل (2-6) رسماً توضيحياً

لهذا الدليل مبيناً عليه الإحداثيات الكارتيزية حيث تم اعتماد محور z ليكون باتجاه محور الدليل (اتجاه الخط الذي يصل المرسل بالمستقبل). عندما يستخدم هذا الدليل لنقل الطاقة الكهرومغناطيسية (في داخله) من المرسل إلى المستقبل فإن موجة كهرومغناطيسية تتكون وتنتشر داخله. ويحكم هذه الموجة ومجالاتها الكهرومغناطيسية معادلات ماكسويل ومعادلة الموجة وشروط الحدود. سيتم افتراض أن المصدر وبالتالي المجالات الكهرومغناطيسية تتغير مع الزمن بشكل متناغم ($e^{j\omega t}$) وأن الموجة تنتشر باتجاه $\pm z$ وتتغير بالتالي تبعاً للدالة $e^{\pm j\beta z}$ حيث إن β هو ثابت انتشار الموجة داخل الدليل والذي سيتم تحديده لاحقاً (تمثل الإشارة السالبة في هذه الدالة موجة تنتشر باتجاه $+z$ وأما الإشارة الموجبة فإنها تمثل موجة تنتشر باتجاه $-z$). في ضوء ذلك يمكن كتابة المجالات الكهرومغناطيسية لهذا الدليل كما يلي (تم اعتبار الإشارة السالبة هنا):-

$$\begin{pmatrix}\mathbf{E}\\ \mathbf{H}\end{pmatrix}(x,y,z,t) = \begin{pmatrix}\mathbf{E}\\ \mathbf{H}\end{pmatrix}(x,y)\, e^{j(\omega t-\beta z)} \qquad (2\text{-}6)$$



الشكل (2-6):- دليل الموجة المستطيل المكون من موصل (نحاس أو ألومنيوم) مفرغ ($b \times a$) (i) الدليل والإحداثيات الكارتيرية (ii) مقطع من الدليل أو منظر أمامي له.

مع ملاحظة أن $\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow -j\beta$ يتم باستخدام معادلة ماكسويل $\nabla \times \mathbf{E} = -j\,\omega\mu\,\mathbf{H}$ الحصول على ما يلي:-

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta\ E_y = -j\omega\mu\, H_x \tag{3a-6}$$

$$-\frac{\partial E_z}{\partial x} + j\beta\ E_x = -j\omega\mu\, H_y \tag{3b-6}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu\, H_z \tag{3c-6}$$

و باستخدام معادلة ماكسويل $\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\,\mathbf{E}$ يتم الحصول على ما يلي:-

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta\ H_y = j\omega\varepsilon\, E_x \tag{4a-6}$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} - j\beta\ H_x = j\omega\varepsilon\, E_y \tag{4b-6}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon\, E_z \tag{4c-6}$$

وباستخدام المعادلات (3a-6) و (3b-6) و (4a-6) و (4b-6) يتم كتابة العلاقات التالية:-

$$E_x = \frac{-j}{k^2 - \beta^2}\left[\beta \frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y}\right] \tag{5a-6}$$

$$E_y = \frac{j}{k^2 - \beta^2}\left[-\beta \frac{\partial E_z}{\partial y} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x}\right] \tag{5b-6}$$

$$H_x = \frac{j}{k^2 - \beta^2}\left[\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} - \beta \frac{\partial H_z}{\partial x}\right] \tag{5c-6}$$

$$H_y = \frac{-j}{k^2 - \beta^2}\left[\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} + \beta \frac{\partial H_z}{\partial y}\right] \tag{5d-6}$$

حيث إن $k = \omega \sqrt{\mu\varepsilon} \quad rad/m$.

يلاحظ من المعادلة (5-6) أن المجالات الكهرومغناطيسية في المستوى العمودي على المحور z (الذي يمثل الخط الواصل بين المرسل والمستقبل) أو E_x و E_y و H_x و H_y معطاة كدالة في المجالات التي تقع باتجاه المحور z (أو E_z و H_z) . وبالتالي إذا تم تحديد كل من E_z و H_z فإن المجالات الأخرى ستحدد تبعاً لذلك. يلاحظ أيضاً أنه في حالة موجات تعامدية المجالين الكهربائي والمغناطيسي TEM فإن $E_z = 0$ و $H_z = 0$ وعليه فإن الطرف الأيمن للمعادلة (5-6) يصبح صفراً. أي أن المجالات الكهرومغناطيسية تكون كلها صفراً وهذا غير صحيح وغير منطقي!! إذن في هذه الحالة لا بد أن هناك شيئاً أخر قد تم إهماله!؟ وإذا تم التدقيق في المعادلة (5-6) فيمكن ملاحظة المتغير β الذي يكون في هذه الحالة مساوياً k وعليه فإن المعادلات الواردة في (5-6) لن تجدي نفعاً ويصبح من الضروري الرجوع إلى الباب الرابع أو الخامس لاتباع الطريقة التي شرحت هناك لإيجاد المجالات الكهرومغناطيسية في هذه الحالة. إذا لم تكن E_z أو/ و H_z مساوية صفراً فكيف يمكن إيجادها/ إيجادهما؟! يتم ذلك عن طريق معادلة الموجة لكل منهما أو

$$\nabla^2 \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} + k^2 \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} = 0 \tag{6-6}$$

حيث إن $\nabla^2 \equiv \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2} = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} - \beta^2$.

وبالتالي فإن المعادلة (6-6) تصبح كما يلي :-

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} + (k^2 - \beta^2) \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} = 0 \tag{7-6}$$

والمعادلة الأخيرة هي معادلة تفاضلية جزئية (partial differential equation) متجانسة من الدرجة الثانية ويمكن أن يتم حلها عبر استخدام طريقة فصل المتغيرات

(separation of variables). يتم استخدام شروط الحدود عند جدران الدليل التي تحدد المجالات الكهربائية الماسة لجدران الدليل (يجب أن تكون مساوية للصفر) والمجالات المغناطيسية العمودية على جدران الدليل (يجب أن تكون مساوية للصفر) لإيجاد كل من E_z و H_z. يتم من هذين المجالين استنتاج باقي المجالات الأخرى. وحيث إن E_z و H_z يعتمدان على المتغيرين x و y وبما أن x و y هما متغيران لا يعتمدان على بعضهما البعض فيمكن كتابة E_z أو H_z كدالتين أحدهما تعتمد على x والأخرى على y كما يلي:-

$$E_z(x,y) = X(x)\ Y(y) \tag{8a-6}$$

$$H_z(x,y) = X(x)\ Y(y) \tag{8b-6}$$

علماً بأن الدالتين X(x) وY(y) للمجال الكهربائي تختلفان عن الدالتين اللتين تمثلان المجال المغناطيسي. في هذه الحالة فإن المعادلة (6-7) بعد استخدام المعادلة (6-8) والقسمة على X(x) و Y(y) تصبح كما يلي:-

$$X''/X + Y''/Y + (k^2 - \beta^2) = 0 \tag{9-6}$$

حيث إن $X'' = \dfrac{d^2\ X(x)}{d\,x^2}$ و $Y'' = \dfrac{d^2\ Y(y)}{d\,y^2}$.

يلاحظ أن المعادلة (6-9) تتكون من ثلاثة أجزاء:- الجزء الأول X''/X ويعتمد على x فقط والجزء الثاني Y''/Y ويعتمد على y فقط أما الجزء الثالث $(k^2 - \beta^2)$ فهو يمثل كمية ثابتة. لا بد من التأكيد على أن المعادلة (6-9) صحيحة لكل من x و y و z و t (ضمن حدود الدليل) وهذا لا يتحقق إلا إذا كان X''/X كمية ثابتة (مثلاً $-k_x^2$) وكذلك Y''/Y فهي أيضاً كمية ثابتة (مثلاً $-k_y^2$). وبالتالي يتم تحويل المعادلة (6-7) من مسألة تفاضلية جزئية إلى معادلتين تفاضليتين عاديتين من الدرجة الثانية كما يلي:-

$$\frac{d^2 X(x)}{dx^2} + k_x^2 X(x) = 0 \tag{10a-6}$$

$$\frac{d^2 Y(y)}{dy^2} + k_y^2 Y(y) = 0 \tag{10b-6}$$

والمعادلة الجبرية التالية:-

$$- k_x^2 - k_y^2 + (k^2 - \beta^2) = 0 \tag{10c-6}$$

بملاحظة التشابه بين المعادلتين (10a-6) و (10b-6) ، فيكتفى بتوضيح الحل التفصيلي للمعادلة (10a-6). يمكن أن تكون قيمة الكمية الثابتة k_x إما كمية خيالية $(k_x \rightarrow j\, k_x)$ أو أن تكون قيمتها صفراً $(k_x = 0)$ أو تكون قيمتها حقيقية وفيما يلي سيتم بحث هذه الحالات الثلاث:-

- إذا كانت $k_x = j\, k_x$ فإن المعادلة (10a-6) تصبح $\frac{d^2X(x)}{d\,x^2} - k_x^2\, X(x) = 0$

وبالتالي فإن حلها يكون كما يلي:-

$$X(x) = A \cosh k_x x + B \sinh k_x x \tag{11a-6}$$

أو

$$X(x) = A' e^{k_x x} + B' e^{-k_x x} \tag{11b-6}$$

- إذا كانت قيمة $k_x = 0$ فإن حل المعادلة (10a -6) يصبح كما يلي:-

$$X(x) = a\, x + b \tag{12-6}$$

- إذا كانت قيمة k_x حقيقية وبالتالي فإن حل المعادلة (10a-6) يصبح كما يلي :-

$$X(x) = A \cos k_x x + B \sin k_x x \tag{13a-6}$$

أو

$$X(x) = A_1' \, e^{jk_x x} + B_2' \, e^{-jk_x x} \qquad (13b\text{-}6)$$

حيث إن A و B أو ′A و ′B أو a و b كميات ثابتة يتم تحديدها من شروط الحدود (boundary conditions) التي يمكن إيجازها للمجالات الكهرومغناطيسية داخل الدليل كما يلي:- تلاشي المجالات الكهربائية الماسة لأسطح الدليل ويناظرها تلاشي المجالات المغناطيسية العمودية على أسطح الدليل. وبالرجوع إلى الشكل (6-2) تكون هذه الشروط كما يلي :-

$E_x = 0$ و $H_y = 0$ عند $y = 0$ و $y = b$ للمدى $0 \le x \le a$ لكل z و t.

$E_y = 0$ و $H_x = 0$ عند $x = 0$ و $x = b$ للمدى $0 \le y \le b$ لكل z و t.

$E_z = 0$ عند $x = 0$ و $x = a$ للمدى $0 \le y \le b$ لكل z و t وكذلك عند $y = 0$ و $y = b$ للمدى $0 \le x \le a$ لكل z و t.

وبما أن $X(x)$ (أو $Y(y)$) هو جزء من الحل الذي يتم الحصول عليه للمجالات الكهرومغناطيسية داخل الدليل فإن الدوال الواردة في المعادلتين (6-11) و (6-12) والتي تمثل $X(x)$ (أو $Y(y)$) لا يمكنها تحقيق شروط الحدود الواردة أعلاه للمجالات الكهرومغناطيسية. في ضوء ذلك لا يمكن لقيمة k_x أن تكون صفراً أو أن تكون كمية خيالية. أما عندما تكون قيمة k_x حقيقية، فإن الدوال الجيبية المبينة في المعادلة (6-13) تحقق شروط الحدود الواردة أعلاه وذلك لأنها دوال دورية (periodical function) في تغيرها، فمثلاً يمكنها أن تكون صفراً عند $x = 0$ وكذلك عند $x = a$ لقيم محددة للكمية الثابتة k_x (أو k_y) . سيتم فيما يلي بحث الموجتين اللتين سبق ذكرهما أو موجة تعامدية المجال المغناطيسي TM وموجة تعامدية المجال الكهربائي TE.

6-1-1:- موجة تعامدية المجال المغناطيسي TM

يكون لهذا النوع من الموجات $H_z = 0$ و$E_z \neq 0$ وبالتالي فإنه من المعادلات (6-7) و (6-10) و (6-13) تكون E_z كما يلي:-

$$E_z(x,y) = (A\cos k_x x + B\sin k_x x)(C\cos k_y y + D\sin k_y y) \qquad (6\text{-}14)$$

علماً بأن المجال الكهربائي E_z بشكله الكامل يكون كما يلي:-

$$E_z(x, y, z, t) = E_z(x, y)\, e^{j(\omega t \pm \beta z)} \qquad (6\text{-}15)$$

حيث إن $\beta^2 = k^2 - k_x^2 - k_y^2$. وبتطبيق شروط الحدود الواردة أعلاه على E_z أو $E_z = 0$ عند $x = 0$ للمدى $0 \le y \le b$ أو

$$E_z(0,y) = A\,[C\cos k_y y + D\sin k_y y] = 0$$

وبالتالي يمكن استنتاج أن $A = 0$. كذلك $E_z = 0$ عند $x = a$ للمدى $0 \le y \le b$ أو

$$E_z(0,y) = (B\sin k_x a)\,[C\cos k_y y + D\sin k_y y] = 0$$

ومن هذه المعادلة الأخيرة يكون هناك احتمالين أحدهما أن $B = 0$ وهذا يعطي الحل البديهي (trivial solution) وهو انعدام المجالات الكهرومغناطيسية في الدليل. أما الاحتمال الأخر فهو $\sin k_x a = 0$ أو أن $k_x a = m\pi$ حيث إن m عدد صحيح لا يساوي الصفر أو أن

$$k_x = m\pi / a \,, \quad m = 1, 2, ... \qquad (6\text{-}15)$$

وكذلك فإن E_z تحقق الشروط $E_z = 0$ عند $y = 0$ للمدى $0 \le x \le a$ أو

$$E_z(x, 0) = CB\sin k_x x = 0$$

بالتالي يمكن استنتاج أن $C = 0$. كذلك $E_z = 0$ عند $y = b$ للمدى $0 \le x \le a$ أو

$$E_z\ (x, b) = BD\ \sin\ k_x x\ \ \sin k_y b = 0$$

وبالتالي هناك احتمالين الأول هو $D = 0$، وهذا يعطي الحل البديهي وهو انعدام المجـالات الكهرومغناطيسية فـي الدليل. أما الاحتمـال الثانـي فهو $\sin k_y b = 0$ أو أن $k_y b = n\pi$ حيث إن n عدد صحيح لا يساوي الصفر أو أن

$$k_y = n\pi / b\ ,\ \ n = 1, 2, 3, ... \tag{16-6}$$

في ضوء ما سبق يمكن كتابة المجال الكهربائي E_z كما يلي:-

$$E_z(x, y, z) = B_{mn}\ \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y\ \ e^{\pm j\beta mnz} \tag{17-6}$$

حيث إن B_{mn} هو ثابت يتم تحديده من معرفة المجال الكهربائي عند نقطة معينة داخل الدليل أو من طرف الإرسال و $\beta_{mn} = \sqrt{k^2 - (m\,\pi/a)^2 - (n\pi/b)^2}$ هو ثابت الانتشار للموجة باتجاه z داخل الدليل، سيتم اعتماد الإشارة السالبة (موجة تنتشر في اتجاه z +).

يتم إيجاد المجالات الكهرومغناطيسية الأخرى باستخدام المعادلتين (5-6) و (17-6) كما يلي:-

$$E_x = \frac{-j\,\beta_{mn}\ \left(\frac{m\pi}{a}\right)}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} B_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}\, x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}\ y\right) e^{-j\,\beta_{mn} z} \tag{18a-6}$$

$$E_y = \frac{-j\,\beta_{mn}\ \left(\frac{n\pi}{a}\right)}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} B_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}\, x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-j\,\beta_{mn} z} \tag{18b-6}$$

$$H_x = -E_y / Z_{TM_{mn}} \tag{18c-6}$$
$$H_y = E_x / Z_{TM_{mn}} \tag{18d-6}$$

حيث إن $Z_{TM_{mn}} = \beta_{mn} / \omega\varepsilon$ هي الممانعة المميزة لدليل الموجة أو ببساطة هي ممانعة دليل الموجة لموجة تعامدية المجال المغناطيسي TM.

سيتم تقديم الملاحظات اللازمة حول β_{mn} وانتشار الموجات داخل دليل الموجة المستطيل (propagation of waves inside the rectangular waveguide) وكذلك حول ممانعة الدليل $Z_{TM_{mn}}$ في الفصل التالي (موجة تعامدية المجال الكهربائي TE).

6-1-2:- موجة تعامدية المجال الكهربائي TE

يكون لهذا النوع من الموجات $E_z = 0$ و $H_z \neq 0$ وبالتالي فإنه من المعادلات (6-7) و (6-10) و (6-13) يتم إيجاد H_z كما يلي:-

$$H_z(x,y) = (A \cos k_x x + B \sin k_x x)(C \cos k_y y + D \sin k_y y) \tag{19-6}$$

علماً بأن المجال المغناطيسي H_z بشكله المتكامل يكون كما يلي:-

$$H_z(x,y,z,t) = H_z(x,y)\ e^{j(\omega t \pm \beta z)} \tag{20-6}$$

حيث إن $\beta^2 = k^2 - k_x^2 - k_y^2$. وبما أنه ليس هناك شروط يمكن وضعها على H_z عند جدران الدليل فإنه يتم تطبيق شروط الحدود على E_x و E_y (أو H_x و H_y)؛ أو

$E_x\left(= \dfrac{-j\omega\mu}{k^2-\beta^2}\dfrac{\partial H_z}{\partial y}\right) = 0$ عند $y = 0$ للمدى $0 \le x \le a$ أو أن

$$E_x(x,0) = \frac{-j\omega\mu}{k^2-\beta^2}(A \cos k_x x + B \sin k_x x)\ D k_y = 0$$

بالتالي يمكن استنتاج أن $D = 0$. كذلك من $E_x = 0$ عند $y = b$ للمدى $0 \le x \le a$ هناك احتمالين أحدهما $C = 0$ وهذا يعطي الحل البديهي وهو انعدام المجالات المغناطيسية داخل الدليل (وهذا الاحتمال مرفوض)، أما الاحتمال الآخر فهو $\sin k_y b = 0$ أو أن $k_y b = n\pi$ أو أن

$$k_y = n\pi / b \ , \ n = 0,1,2,... \qquad (21\text{-}6)$$

كذلك فإن $E_y \left(= \dfrac{j\omega\mu}{k^2 - \beta^2} \dfrac{\partial H_z}{\partial x} \right) = 0$ عند $x = 0$ للمدى $0 \le y \le b$ أو أن

$$E_y\,(0, y) = \frac{j\omega\mu}{k^2 - \beta^2} B\, k_x\ (C \cos k_y\ y) = 0$$

بالتالي يمكن استنتاج أن $B = 0$. وكذلك من $E_y = 0$ عند $x = a$ وللمدى $0 \le y \le b$ هناك احتمالين أحدهما $A = 0$ وهذا يعطي الحل البديهي وهو انعدام المجالات الكهرومغناطيسية ويلغي هذا الاحتمال، أما الاحتمال الثاني فهو $\sin k_x a = 0$ أو $k_x a = m\pi$ أو أن

$$k_x = m\pi / a\ , \quad m = 0,1,2,... \qquad (22\text{-}6)$$

بالتالي في ضوء ما سبق يمكن كتابة المجال المغناطيسي H_z كما يلي:-

$$H_z(x, y, z) = A_{mn} \operatorname{cox}\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \operatorname{cox}\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{\pm j\beta_{mn} z} \ , n = 0, 1, 2,... \qquad (23\text{-}6)$$

حيث إن A_{mn} هو ثابت يتم تحديده من معرفة المجال المغناطيسي عند نقطة معينة أو من طرف الإرسال، و $\beta_{mn} = \sqrt{k^2 - (m\pi/a)^2 - (n\pi/b)^2}$ هو ثابت الانتشار للموجة باتجاه z داخل الدليل وسيتم اعتماد الإشارة السالبة (موجة تنتشر في اتجاه $+z$).

ويتم إيجاد المجالات الكهرومغناطيسية الأخرى باستخدام المعادلتين (6-5) و (6-23) كما يلي:-

$$E_x = \frac{j\omega\mu\left(\frac{n\pi}{b}\right)}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} A_{mn} \cos\frac{m\pi}{a} x \sin\frac{n\pi}{a} y \; e^{-j\beta_{mn}z} \qquad (24a\text{-}6)$$

$$E_y = \frac{-j\omega\mu\left(\frac{m\pi}{a}\right)}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} A_{mn} \sin\frac{m\pi}{a} x \cos\frac{n\pi}{a} y \; e^{-j\beta_{mn}z} \qquad (24b\text{-}6)$$

$$H_x = -E_y / Z_{TE_{mn}} \qquad (24c\text{-}6)$$

$$H_y = E_x / Z_{TE_{mn}} \qquad (24d\text{-}6)$$

حيث إن $Z_{TE\,mn} = \omega\mu/\beta_{mn}$ هي الممانعة المميزة لدليل الموجة المستطيل أو ببساطة هي ممانعة دليل الموجة (waveguide impedance) لموجة TE. يلاحظ هنا أن m و n يجب أن لا تكونا صفراً في أن واحد لأن هذا يجعل E_x و E_y و H_x و H_y تساوي صفراً.

والآن بعد الانتهاء من اشتقاق المجالات الكهرومغناطيسية لكل من موجة TM وموجة TE داخل دليل الموجة المستطيل فمن المفيد التأكيد على أنه سيتم تحديد انتشار الموجة داخل هذا الدليل من خلال النظر إلى مجالاتها الكهرومغناطيسية **E** و **H** وثابت انتشارها β_{mn} إضافة إلى ممانعة دليل الموجة $Z_{TM_{mn}}$ أو $Z_{TE_{mn}}$ وسيتم هنا تفحص هذه العوامل والمكونات المحددة لانتشار الموجة داخل هذا الدليل بدءً بثابت الانتشار $\beta_{mn} = \sqrt{k^2 - (m\pi/a)^2 - (n\pi/b)^2}$ الذي له

نفس القيمة لكل من موجة TM وموجة TE. يلاحظ أن قيمة β_{mn} تكون حقيقية إذا كانت

$$k\,(=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}=\frac{2\pi f}{\nu}=\frac{2\pi}{\lambda})>\sqrt{(m\pi/a)^2+(n\pi/b)^2}$$

وفي هذه الحالة فإن الموجة تنتشر داخل الدليل وباتجاه z. ولكن إذا كانت قيمة k أقل من $\sqrt{(m\pi/a)^2+(n\pi/b)^2}$ فإن قيمة β_{mn} تصبح خيالية ($\beta_{mn}\rightarrow -j\beta_{mn}$) وبالتالي فإن المجالات الكهرومغناطيسية تتلاشى مع z تبعاً للدالة $e^{-j(-j\beta_{mn}z)}=e^{-\beta_{mn}z}$ وينتج عن ذلك موجات تسمى بالموجات الفانية أو المتلاشية (evanescent wave) باتجاه z (أي أنه لن يكون هناك انتشار فعلي للموجات الكهرومغناطيسية داخل الدليل)، ويحدث هذا إذا كان تردد الإشارة f كما يلي:-

$$f<\frac{\nu}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2}\quad \text{Hz}$$

أو بمعنى أخر إذا كان طول موجة الإشارة λ هو

$$\lambda>1/\sqrt{(m/2a)^2+(n/2b)^2}\ \ \text{Hz}$$

تمثل المعادلة الأخيرة العلاقة بين طول الموجة $(\lambda=\nu/f)$ للإشارة والأبعاد الكهربائية لدليل الموجة. إذا أخذ الحد الفاصل بين انتشار الموجة وعدمه داخل دليل الموجة المستطيل عند النقطة التي تكون فيها $\beta_{mn}=0$ فإن

$$k=k_{c_{mn}}=\sqrt{(m\pi/a)^2+(n\pi/b)^2} \qquad (25\text{-}6)$$

وبما أن $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi f}{\nu}$ فإن هذا التردد f يسمى تردد القطع $f_{c_{mn}}$ حيث إن

$$f_{c_{mn}} = (\nu/2)\ \sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2} \qquad (26\text{-}6)$$

وتسمى طول الموجة المناظرة بأنها طول موجة القطع $\lambda_{c_{mn}}$ حيث إن

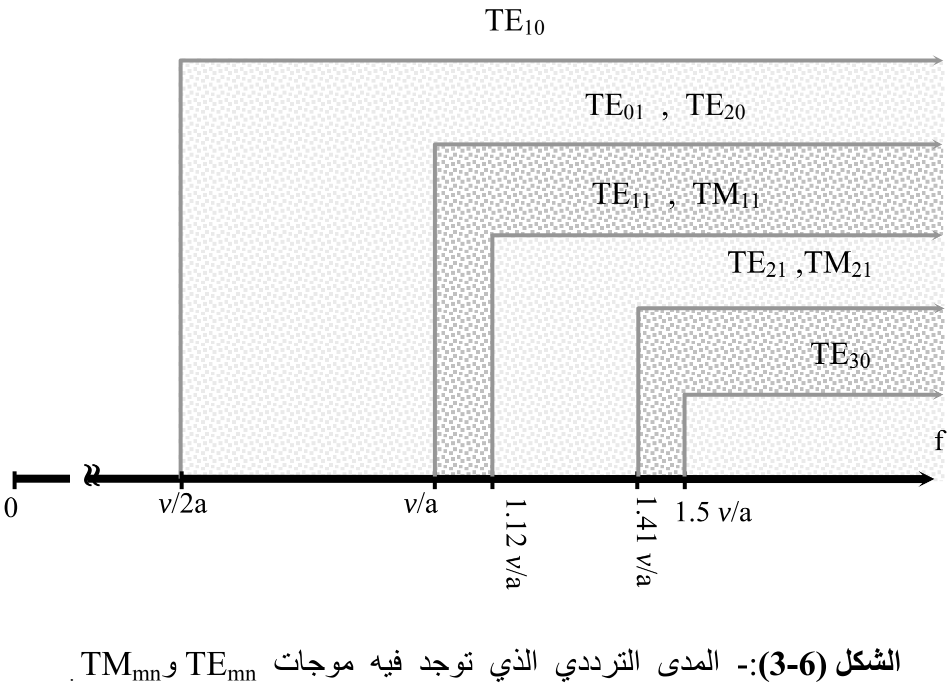
$$\lambda_{c_{mn}} = 1/\sqrt{(m/2a)^2 + (n/2b)^2} \qquad (27\text{-}6)$$

تنتشر الموجة داخل الدليل المستطيل إذا كان ترددها $f > f_{c_{mn}}$ ولا تتمكن من الانتشار في هذا الدليل إذا كان ترددها $f \le f_{c_{mn}}$. هذا وتم حساب قيمة $f_{c_{mn}}$ لدليل الموجة المستطيل، على افتراض أن $b = a/2$ حيث سيتم توضيح أهمية هذا الافتراض لاحقاً، لقيم m و n المختلفة (علماً بأنه في هذه الحالة $f_{c_{mn}} = (\nu/2a)\sqrt{m^2 + 4n^2}$) تم بيان هذه القيم في الجدول (6-1). كذلك تم بيان قيم $f_{c_{mn}}$ وكلاً من موجة TM_{mn} وموجة TE_{mn} على الشكل (6-3) وتم الاكتفاء بعدد محدود من m وn لتوضيح الفكرة.

الجدول (6-1):- تغير $f_{c_{mn}}$ لقيم m و n المختلفة، حيث تم افتراض أن b = a/2.

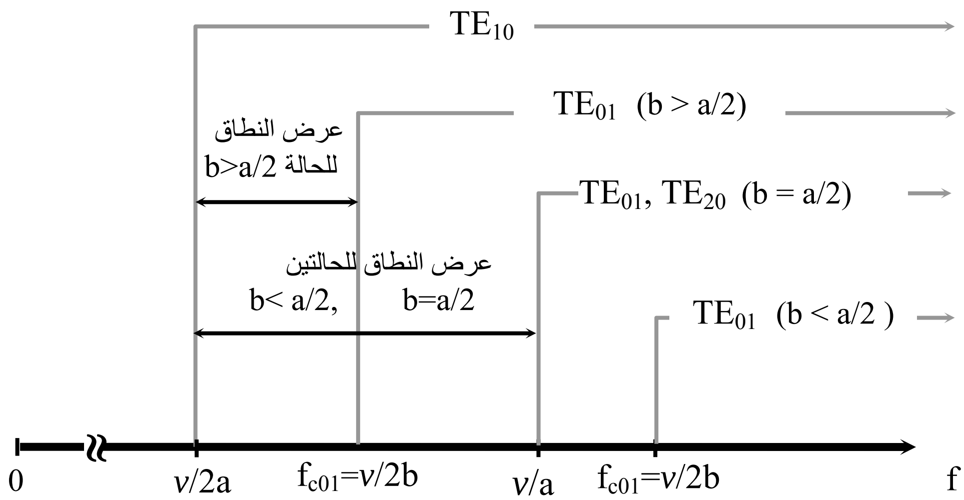
m / n	0	1	2	3
0	-	$0.5\,\nu/a$	ν/a	$1.5\,\nu/a$
1	ν/a	$1.12\,\nu/a$	$1.41\,\nu/a$	$1.8\,\nu/a$
2	$2\,\nu/a$	$2.06\,\nu/a$	$2.24\,\nu/a$	$2.5\,\nu/a$

تجدر الإشارة إلى أنه لا يجب أن يكون أي من m و n صفراً للموجة TM_{mn} في حين أنه وللموجة TE_{mn} فإن m أو n يمكن أن تساوي صفراً ولكن ليس كليهما. يلاحظ من الشكل (6-3) أن الإشارة التي يكون ترددها أقل من أو يساوي $v/2a$ $(f \le v/2a)$ لن تتمكن من الانتشار داخل دليل الموجة المستطيل. أما الموجات التي يكون ترددها أعلى من $v/2a$ $(f > v/2a)$ فإنها ستتمكن من الانتشار داخل هذا الدليل. ويطلق على موجات (waves) TM_{mn} و TE_{mn} حالات (modes) TM_{mn} و TE_{mn} التي تعكس حالة أو طبيعة حالة أو طبيعة المجالات (state or nature of fields) الكهرومغناطيسية داخل الدليل (تغير المجالات مع الفراغ واتجاهاتها). في ضوء ذلك يمكن القول أن خصائص دليل الموجة في المدى الترددي (frequency range) تشابه خصائص مرشح تمرير عالٍ (High Pass Filter HPF) بحيث إنه يمرر الترددات العالية ولا يمرر الترددات المنخفضة (التي تقل عن $v/2a$ للموجة TE_{10}).



الشكل (6-3):- المدى الترددي الذي توجد فيه موجات TE_{mn} وTM_{mn}.

يلاحظ أن هناك موجة (أو حالة) واحدة تكون موجودة دون غيرها وهي موجة TE_{10} في مدى الترددات $\nu/2a < f < \nu/a$. أو أنه إذا كان هناك ظرف موضعي بحيث إن المجالات الكهرومغناطيسية التي تنشأ داخل الدليل تتكون من عدد من موجات TE_{mn} و TM_{mn} فأن الموجة الوحيدة التي يمكنها أن تنتشر في المدى السابق $(\nu/2a < f < \nu/a)$ هي موجة TE_{10}. ومن المناسب الآن إيضاح سبب الفرضية التي تم وضعها سابقاً وهي أن $b = a/2$ من خلال النظر في الاحتمالين التاليين الأول إذا كانت $b > a/2$ والثاني إذا كانت $b < a/2$ وأثر ذلك على عرض النطاق (bandwidth) المحدد بين $\nu/2a < f < \nu/a$ الذي يحوي فيه الموجة TE_{10}. تم بيان هذين الاحتمالين على الشكل (4-6) الذي يبين أن عرض النطاق يقل في حالة $b > a/2$ ويبقى كما هو في حالة $b < a/2$ بالتالي فإن الخيار $b = a/2$ هو الأنسب والمستخدم في الواقع العملي.



الشكل (4-6):- تغير عرض النطاق الذي توجد فيه موجة واحدة وهي TE_{10} للحالات $b < a/2$ و $b = a/2$ و $b > a/2$.

يتم عادة تحديد عرض النطاق الواقعي من خلال ترك نطاق حماية على يمين $f_{c_{10}}$ وعلى يسار f_{c20} وذلك في حدود 10% إلى5% أعلى من $f_{c_{10}}$ وأدنى من f_{c20} وذلك لضمان نقاء الموجة TE_{10} في هذا المدى، أو أن عرض النطاق المستخدم (إذا ما اعتمدت النسبة 20%) يكون كما يلي:-

$$0.6\ \nu/a\ \leq f \leq 0.8\,\nu/a$$

مثال (6-1):- إذا كان هناك دليل موجة مستطيل وأبعاده $a = 5$ cm و $b = 2.5$ cm وكان الوسط داخل هذا الدليل هو الهواء فأوجد ترددات القطع $f_{c_{mn}}$ الخمس الأولى وحدد الموجة أو الموجات المناظرة لكل تردد وكذلك طول موجة القطع لهذه الموجات. حدد، أيضاً، عرض النطاق الذي يمكن استخدامه لنقل موجة TE_{10} فقط بنطاق حماية في حدود 15%.

الحـــل:-

$$\nu = 1/\sqrt{\mu_0\ \varepsilon_0} = 3\times 10^8 \qquad \text{m/s}$$

$$f_{c_{mn}} = (\nu/2a)\ \sqrt{m^2+4n^2} \qquad \text{و} \qquad \lambda_{c_{mn}} = 2a/\sqrt{m^2+4n^2}$$

وبالتالي فإن

$$f_{c_{10}} = \nu/2a = 3\times 10^8/0.1 = 3\ \text{GHz}$$

وهو تردد القطع لموجة TE_{10} وطول موجة القطع لها هو

$$f_{c_{10}} = 2\,a = 10\,\text{cm}$$

أما تردد القطع الثاني فهو

$$f_{c_{20}} = f_{c_{01}} = \nu/a = 6\ \text{GHz}$$

وهذا تردد القطع للموجتين TE_{01} و TE_{20} وطول موجة القطع لهما

$$\lambda_{c_{20}} = \lambda_{c01} = 5\text{cm}$$

أما تردد القطع الثالث فهو

$$f_{c_{11}} = 1.12\ \frac{\nu}{a} = 6.72\ \text{GHz}$$

وهو تردد القطع للموجتين TM_{11} و TE_{11} وطول موجة القطع لهما

$$\lambda_{c_{11}} = 4.46\ \text{cm}$$

أما تردد القطع الرابع فهو

$$f_{c_{21}} = 1.41\ \ \nu/a = 8.46\ \text{GHz}$$

وهو تردد القطع للموجتين TM_{21} و TE_{21} وطول موجة القطع لهما $\lambda_{c_{21}} = 3.55 \text{ cm}$

أما تردد القطع الخامس فهو $f_{c_{31}} = 1.51 \ \nu/a = 9 \text{ GHz}$

وهو تردد القطع للموجتين TM_{31} و TE_{31} وطول موجة القطع لهما $\lambda_{c_{31}} = 3.33 \text{ cm}$.

أما عرض النطاق (bandwidth BW) الذي يمكن استخدامه لنقل موجة TE_{10} فقط فهو $BW = 0.85 f_{c_{20}} - 1.15 f_{c_{10}} = 1.65 \text{ GHZ}$ وهذا عرض نطاق واسع ولا يتم في الواقع الفعلي تخصيص سوى 500 MHz كعرض نطاق يستخدم للاتصالات المختلفة عند هذه الترددات (نطاق الحماية في حدود 15%).

تمثل β_{mn} ثابت الانتشار للموجة داخل دليل الموجة المستطيل ويتم منها اشتقاق طول موجة الدليل λ_{gmn} وكذلك سرعة الطور v_p وسرعة المجموعة v_g، ويمكن كتابتها كما يلي:-

$$\beta_{mn} = 2\pi/\lambda_{g_{mn}} = \sqrt{k^2 - k^2{}_{c_{mn}}} = \sqrt{(2\pi/\lambda)^2 - (2\pi/\lambda_{c_{mn}})^2}$$
$$= (1/\nu)\sqrt{\omega^2 - \omega^2_{c_{mn}}} \qquad (28\text{-}6)$$

أو أن طول موجة الدليل هو كما يلي:-

$$\lambda_{g_{mn}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1-(\lambda/\lambda_{c_{mn}})^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1-(f_{c_{mn}}/f)^2}} \qquad (29\text{-}6)$$

ويلاحظ أن $\lambda_{g_{mn}} > \lambda$ وتقترب من λ كلما زاد التردد وتصبح $\lambda_{g_{mn}} = \lambda$ عندما تؤول f إلى ∞ وعندها تصبح الأبعاد الكهربائية للدليل لانهائية، كذلك فإن سرعة الطور والمجموعة للموجة داخل الدليل هما كما يلي:-

$$v_p = \frac{\omega}{\beta_{mn}} = \frac{v}{\sqrt{1-(f_{c_{mn}}/f)^2}} \qquad m/s \qquad (30a\text{-}6)$$

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta_{mn}} = v\sqrt{1-(f_{cmn}/f)^2} \qquad m/s \qquad (30b\text{-}6)$$

يلاحظ أن $\left(1/\sqrt{\mu\varepsilon}\right)$ $v_p \geq v$ و $v_g \leq v$ وتؤول كل من v_p و v_g إلى v إذا آلت f إلى ∞ . كذلك للتأكيد على ما سبق ذكره فإنها تصبح صفراً أو خيالية إذا كانت $f \leq f_{mn}$. ومن الجدير بالذكر أن الموجة TE_{10} هي التي تستخدم لنقل الطاقة الكهرومغناطيسية في دلائل الموجات المستطيلة. ويطلق عليها في ضوء ما سبق ذكره اسم الموجة أو الحالة السائدة (dominant mode)، وحيث إن ترددها الذي يقع ضمن المدى $v/2a < f < v/a$ هو أدنى تردد لأن الموجات الأخرى تنشأ عند ترددات أعلى فإن كمية الفقد التي تعاني منه موجة TE_{10} يكون أدنى من أي موجة أخرى وهذا يؤكد التسمية السابقة.

سيتم الآن فحص المجالات الكهرومغناطيسية المكونة للموجة TM (أو للموجة TE) داخل دليل الموجة. يلاحظ أن هذه المجالات تتكون من مجال كهربائي E_z (أو مجال مغناطيسي H_z) ومجالات كهربائية ومغناطيسية أخرى مثل E_x و E_y و H_x و H_y كما تبين المعادلات (6-17) و (6-18) للموجة TE، ويمكن إبداء الملاحظات التالية على هذه المجالات:-

1- للمجالات الكهربائية والمغناطيسية الواقعة في المستوى xy نفس الطور ولكنها تتقدم أو تتأخر عن تلك التي في اتجاه z بمقدار 90°.
2- تنتشر الموجة الناتجة عن المجالات الكهرومغناطيسية التي تقع في المستوى xy باتجاه z وتمثل قدرة حقيقية (real power). أما الموجة الناتجة عن تفاعل المجال الكهربائي (أو المغناطيسي) في اتجاه z مع المجالات

المغناطيسية (أو الكهربائية) في المستوى xy فإنها تنتشر باتجاه x أو y وتمثل قدرة تفاعلية (reactive power) ، موجات ترتد من الجدار العلوي للدليل إلى الجدار السفلي وبالعكس أو من الجدار الأيمن للدليل إلى الجدار الأيسر وبالعكس. وبالتالي فإن اتجاه انتشار الموجة يكون $\mathbf{a}_s = \Delta_1\ \mathbf{a}_x + \Delta_2\ \mathbf{a}_y + \Delta_3\ \mathbf{a}_z$ حيث إن $\mathbf{a}_s$ هو اتجاه انتشار الموجة و Δ_1 و Δ_2 و Δ_3 هي ثوابت يتم تحديدها من المجالات الكهرومغناطيسية المكونة للموجة علماً بأن $\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2} = 1$.

يبين الشكل (5-6) رسماً توضيحياً للموجة TE_{10} (تم اختيارها للتسهيل) يبين ما سبق ذكره. ويتم تحديد θ من أحد المجالات الكهرومغناطيسية، مثلاً E_y، حيث يمكن كتابتها كما يلي:-

$$E_y = -\frac{j\,\omega\mu a}{\pi}\ A_{10}\ \sin\ \frac{\pi x}{a}\ e^{-j\beta_{10} z}$$

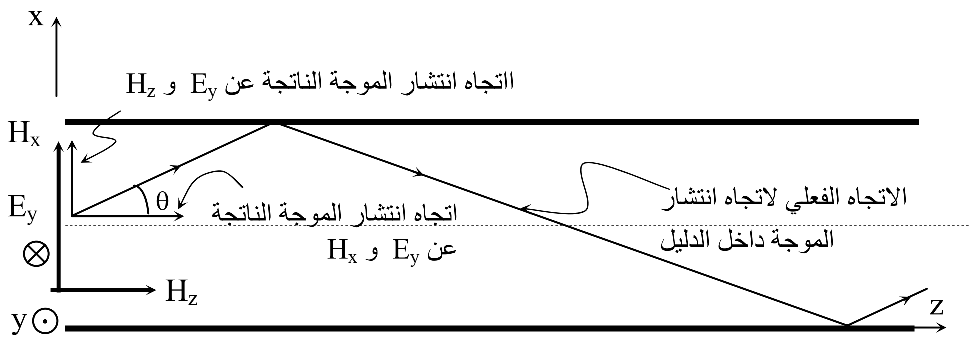
أو يمكن كتابتها كما يلي:-

$$E_y = -\frac{\omega\mu a}{2\,\pi}\ A_{10}\left[e^{j(\frac{\pi x}{a} - \beta_{10} z)} - e^{-j(\frac{\pi x}{a} + \beta_{10} z)}\right]$$

يتم استنتاج الزاوية θ من طور أحد مركبات المجال الكهربائي السابق كما يلي :-

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\pi}{a\,\beta_{10}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\lambda / \lambda_{c10}}{\sqrt{1-(\lambda / \lambda_{c10})^2}}\right) \qquad (31\text{-}6)$$

تتغير قيمة θ في مدى الترددات المستخدمة لعرض النطاق المستخدم لدليل الموجة المستطيل من $53°$ عند $f = 1.2\ f_{c_{10}}$ إلى $36°$ عند $f = 0.8\ f_{c_{20}}$، لعرض نطاق حماية في حدود 20%.



الشكل (6-5):- مقطع لدليل الموجة المستطيل مبيناً عليه مجالات الموجة TE_{10} واتجاه انتشارها.

يتم الآن استعراض الممانعة المميزة لدليل الموجة المستطيل حيث إن قيمتها لموجة TM_{mn} هي

$$Z_{TM\,mn} = \beta_{mn} / \omega\varepsilon = \eta\sqrt{1-(f/f_{c_{mn}})^2} \qquad \Omega \qquad (33a\text{-}6)$$

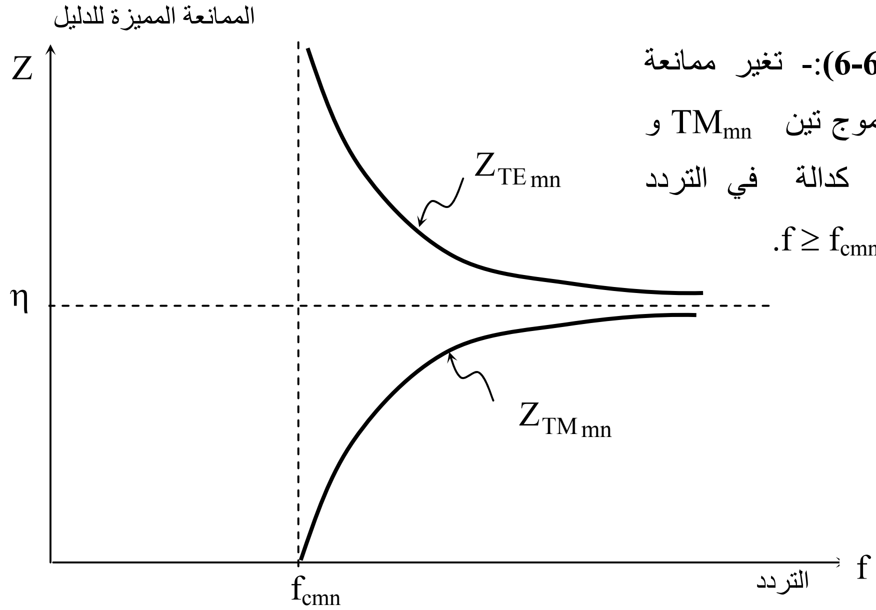
ولموجة TE_{mn} هي

$$Z_{TE_{mn}} = \omega\mu / \beta_{mn} = \eta / \sqrt{1-(f/f_{c_{mn}})^2} \qquad \Omega \qquad (33b\text{-}6)$$

حيث إن $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}\ \Omega$ هي الممانعة المميزة لموجة مستوية تنتشر في وسط سماحيته $\varepsilon\ F/m$ ونفاذيته μ H/m.

يبين الشكل (6-6) تغير هاتين الممانعتين مع التردد ويلاحظ أن الممانعة تؤول إلى η عندما تؤول f إلى ما لانهاية وتصبح قيمة خيالية للترددات التي تقل عن $f_{c_{mn}}$. يمكن إعادة صياغة الجزء الأخير من الجملة السابقة من منظور طول الموجة وزاوية السقوط θ وممانعة الدليل . فإذا كان تردد الإشارة المنوي نقلها في دليل الموجة أقل من $f_{c_{mn}}$ فإن حجم الدليل

(أبعاده) يصبح اصغر من احتواء الموجة التي يكون طول موجتها أكبر من 2a . ومن منظور آخر فإن الزاوية θ تصبح مساوية $90°$ وتنتشر الموجة إلى الأعلى والى الأسفل ولا تراوح مكانها عند حقنها في مدخل الدليل. أو أن ممانعة الدليل تكون للموجة ككمية خيالية وبالتالي فمن المتوقع أن يحصل انعكاس كامل للموجة التي تحاول الدخول في هذا الدليل عند الترد د السابق.



الشكل (6-6):- تغير ممانعة الدليل للموج تين TM_{mn} و TE_{mn} كدالة في التردد للمدى $f \geq f_{cmn}$.

6-1-3:- حالة (موجة) TE_{10}

يتم التركيز فيما يلي على حالة (mode) TE_{10} في دليل الموجة المستطيل التي تكون مجالاتها الكهرومغناطيسية كما يلي :-

$$H_z = A_{10} \cos \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta_{10} z} \tag{34a-6}$$

$$E_x = 0 = H_y \tag{34b-6}$$

$$E_y = -\frac{j\omega\mu a}{\pi} A_{10} \sin\frac{\pi x}{a} e^{-j\beta_{10} z} \tag{34c-6}$$

$$H_x = -\frac{E_y}{Z_{TE_{10}}} \tag{34d-6}$$

حيث إن $\beta_{10} = 2\pi/\lambda_{g_{10}} = k\sqrt{1-(f_{c10}/f)^2} = k\sqrt{1-(\lambda/\lambda_{c10})^2}$ و

$Z_{TE_{10}} = \omega\mu/\beta_{10} = \eta/\sqrt{1-(f_{c10}/f)^2}$ و $\lambda_{c10} = 2a$

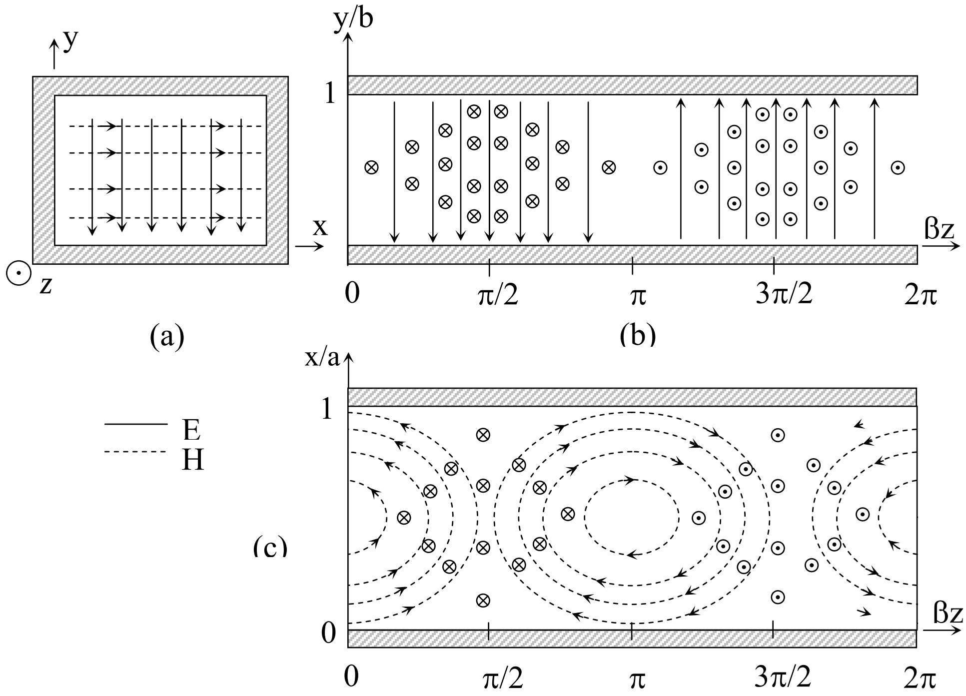
يبين الشكل (6-7) هذه المجالات داخل دليل الموجة المستطيل. ومن الجدير بالذكر أن الموجة TE_{10} تستخدم في الواقع العملي دون غيرها لنقل الطاقة الكهرومغناطيسية في مدى الترددات الميكرووية للأسباب التالية:-

1- تتميز الحالة TE_{10} بأنها الوحيدة التي يمكن أن توجد في دليل الموجة المستطيل في المدى الترددي $\nu/2a < f < \nu/a$ وعليه فقد أطلق عليها أسم الموجة السائدة.

2- بما أن المدى الترددي التي توجد فيه هذه الحالة (منفردة) هو اقل الترددات التي يستخدم عندها دليل الموجة المستطيل فإن الفقد الأومي سيكون أدنى ما يمكن. إضافة إلى أن المجالات المغناطيسية التي ينتج عنها تيارات سطحية على جدران الدليل موجودة على شكل H_x و H_z فقط في غياب H_y وهذا ينعكس على عدد التيارات السطحية الناتجة وبالتالي على الفقد الأومي (سيتم حساب هذا الفقد لاحقاً).

3- إن المجال الكهربائي (الوحيد) لهذه الموجة مستقطب باتجاه y وبالتالي، في ضوء ما سبق، فإن الدليل يقوم بتصحيح أي انحراف أو التفاف في المجال الكهربائي لهذه الموجة إذا كان ترددها في المدى الترددي $\nu/2a < f < \nu/a$. أو أن الموجة التي يتم حقنها في مدخل هذا الدليل في هذا المدى الترددي يتم تحويلها إلى موجة TE_{10} بمجال كهربائي (منفرد)

في اتجاه y. يمكن القول أن هذا الدليل يمكنه استقبال إشارة كهرومغناطيسية مستقطبة استقطابا خطياً باتجاه y ولكنه لن يتمكن من استقبال موجة أخرى مستقطبة استقطاباً خطياً باتجاه x. أما إذا كانت الموجة مستقطبة استقطاباً دائرياً في المستوى xy فإنه يتم استقبال نصف قدرتها فقط.



الشكل (6-7):- تمثيل المجالات الكهرومغناطيسية داخل دليل الموجة المستطيل للموجة TE_{10} (a) في الواجهة الأمامية (b) مقطع لمنظر جانبي (c) مقطع لمنظر علوي.

تجدر الإشارة هنا إلى أن استخدام دليل الموجة المستطيل يكاد يكون محصوراً في الترددات التي تساوي أو تزيد عن 3 GHz. وتصبح أبعاد الدليل في مدى الترددات التي تقل عن 3 GHz عالية وتعكس بنفسها على سعر المعدن المستخدم في تصنيعه (النحاس أو الألومنيوم). يبين الجدول (6-2) مواصفات عددٍ من دلائل موجة مستطيلة مختلفة لموجة TE_{10} حيث إن الرقم على

يمين WR يمثل عرض الدليل الداخلي a بالإنش، وتم استخدام النظام المتري في تحديد أبعاد الدليل وتم افتراض أن الدليل مصنع من مادة النحاس.

الجدول (6-2):- مواصفات دلائل موجة مستطيلة مختلفة لموجة TE_{10}.

نوع الدليل	المدى الترددي GHz	f_{c10} GHz	الفقد الأومي dB /100m	الأبعاد الخارجية cm	السمك mm
WR 229	3.3 - 4.9	2.577	3.1 - 2.2	6.142 × 3.233	1.63
WR 159	4.9- 7.05	3.705	5.0 - 3.8	4.364 × 2.344	1.63
WR 90	8.2- 12.4	6.56	13.9 - 9.8	2.54 × 1.27	1.27
WR 42	18 - 26.5	14.08	45.3 - 33.2	1.27 × 0.635	1.02
WR 28	26.5 - 40	21.1	75.5 - 51.7	0.914 × 0.559	1.02

سيتم فيما يلي إيجاد القدرة (power) التي تحملها الموجة والفقد الأومي (ohmic loss) الناتج عن جدران الدليل وطريقة إطلاق أو حقن الموجة (wave launching) داخل الدليل إضافة إلى الشقوق في دلائل الموجة (slots in waveguides).

- **القدرة التي تحملها الموجة المنتشرة في الدليل**:- يمكن استنتاج القدرة الحقيقية التي تحملها الموجة المنتشرة في دليل الموجة من المعادلة (6-34) كما يلي:-

$$P = \frac{\mathrm{Re}}{2}\left[\frac{1}{2}\oiint_{S} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^{*} \bullet \mathbf{dS}\right] \qquad (35\text{-}6)$$

وهنا فإن $\mathbf{dS} = d\,x\,dy\,\mathbf{a}_z$ وبالتالي فإن المعادلة (6-35) تصبح كما يلي:-

$$\mathrm{P} = \frac{\omega^2\,\mu^2\,a^2}{2\,\pi^2} A_{10}^2 \frac{1}{Z_{TE_{10}}} \int_0^a\!\!\int_0^b \sin^2\frac{\pi x}{a}\,dx\,dy = \frac{\omega^2\,\mu^2\,a^2}{2\,\pi^2} A_{10}^2 \frac{\beta_{10}}{\omega\mu}\frac{ab}{2}$$

أو

$$\mathrm{P} = \frac{\omega\,\mu\,a^2\,A_{10}^2}{4\,\pi^2}\,ab\,\beta_{10} \quad \mathrm{W} \qquad (35\text{-}6)$$

- **الفقد الأومي في جدران الدليل:-** يتم أولاً استنتاج التيارات الخطية (linear currents) الناتجة عن المجالات المغناطيسية الماسة لأسطح الدليل من المعادلة (6-34) اعتماداً على الشكل (6-2)، ويتم إيجاد هذه التيارات من $\mathbf{k} = a_n \times \mathbf{H}$ كما يلي:-

- **التيار الخطي على السطح العلوي للجدار السفلي** $\mathbf{K}_D$ $(y = 0$ و $0 \le x \le a)$

$$\mathbf{K}_D = \mathbf{a}_y \times \left[H_x\,\mathbf{a}_x + H_z\,\mathbf{a}_z\right]\Big|_{y=0} = H_z\,\mathbf{a}_x - H_x\,\mathbf{a}_z \quad \mathrm{A/m}$$

- **التيار الخطي على السطح السفلي للجدار العلوي** $\mathbf{K}_U$ $(y = b$ و $0 \le x \le a)$

$$\mathbf{K}_U = -\,\mathbf{a}_y \times \left[H_x\,\mathbf{a}_x + H_z\,\mathbf{a}_z\right]\Big|_{y=0} = -H_z\,\mathbf{a}_x + H_x\,\mathbf{a}_z \quad \mathrm{A/m}$$

ويلاحظ أن قيمة التيار $\mathbf{K}_D$ تساوي قيمة $\mathbf{K}_U$.

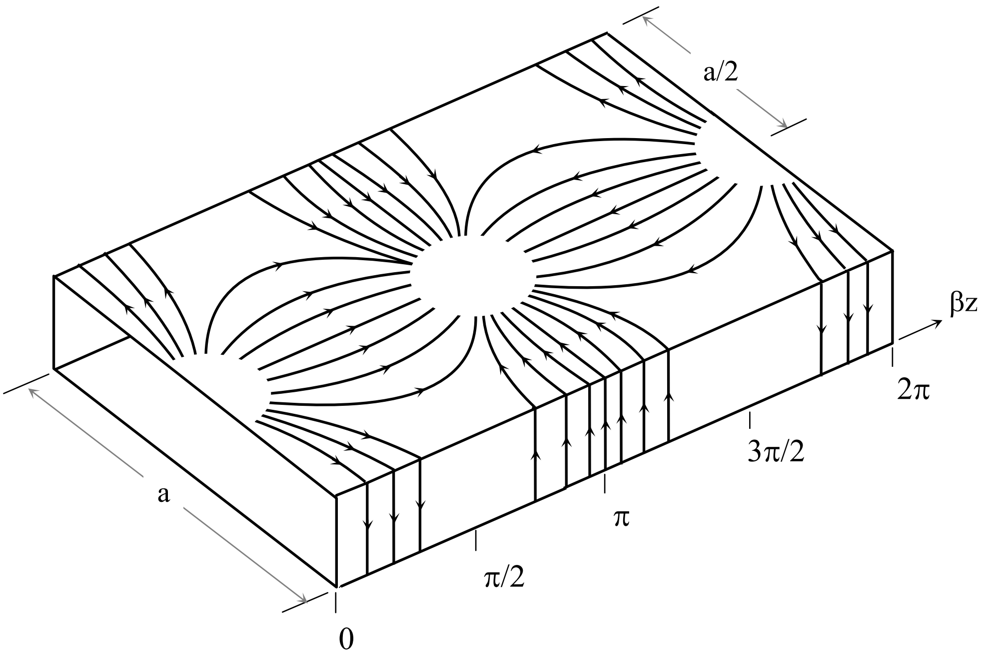
- التيار الخطي على السطح الأيمن للجدار الأيسر $\mathbf{K}_L$ $(0 \le y \le b$ و $x = 0)$

$$\mathbf{K}_L = \mathbf{a}_x \times H_z\, \mathbf{a}_z \Big|_{x=0} = -H_z \Big|_{x=0} \mathbf{a}_y \qquad A/m$$

-التيار الخطي على السطح الأيسر للجدار الأيمن $\mathbf{K}_R$ $(0 \le y \le b$ و $x = a)$

$$\mathbf{K}_R = -\mathbf{a}_x \times H_x\, \mathbf{a}_z \Big|_{x=0} = H_z \Big|_{x=0} \mathbf{a}_y \qquad A/m$$

يلاحظ أن قيمة التيار $\mathbf{K}_L$ تساوي قيمة $\mathbf{K}_R$. يبين الشكل (6-8) هذه التيارات الخطية على الأسطح الداخلية للدليل.



الشكل (6-8):- التيارات الخطية على أسطح جدران الدليل الداخلية للموجة TE_{10}.

يتم استنتاج الفقد الأومي، من هذه التيارات السطحية، لكل وحدة طول عبر استخدام العلاقة التالية :-

$$P_L = \frac{1}{2}\int_0^L R_s \ |\mathbf{K}|^2 \ dL \qquad W/m$$

حيث إن dL إما أن تكون dx أو dy وبالتالي فإن L تكون إما a أو b على التوالي أما R_s فهي المقاومة السطحية لجدران الدليل وتساوي $R_s = \sqrt{\pi f \mu_c / \sigma_c} \ \ \Omega$ و μ_c H/m هي نفاذية مادة الدليل و σ_c $(\Omega m)^{-1}$ هي موصليه مادة الدليل و f هو التردد Hz.

وبالتالي فإن الفقد الأومي لكل وحدة طول من الدليل للجدار السفلي يساوي ذلك للجدار العلوي وكذلك الأمر بالنسبة للجدار الأيمن والأيسر أو أن الفقد الأومي يكون كما يلي:-

$$\begin{aligned} P_L &= \frac{R_s}{2}\left[2\int_0^a A_{10}^2 \ \cos^2\frac{\pi x}{a} \ dx + 2\int_0^a \frac{|E_y|^2}{Z_{TE_{10}}^2} \ dx + 2\int_0^b A_{10}^2 \ dy\right] \\ &= R_s \ A_{10}^2\left[b + \frac{a}{2} \ \left\{1 + (\beta_{10} a/\pi)^2\right\}\right] \end{aligned}$$

أو

$$P_L = R_s \ A_{10}^2\left[b + \frac{a}{2} \ (f/f_{c10})^2\right] \qquad W/m \qquad (36\text{-}6)$$

يصيب هذا الفقد الأومي الموجة الكهرومغناطيسية المنتشرة في الدليل بالتوهين (attenuation) ويمكن إعادة كتابة قيمة المجالات الكهربائية والمغناطيسية (في المستوى xy) كما يلي:-

$$\left|E_y\right| = \left|E_{(x)}\right| \exp^{\left(-\alpha_{TE_{10}} z\right)} \quad \text{و} \quad \left|H_x\right| = \frac{\left|E_{(x)}\right|}{Z_{TE_{10}}} \exp^{\left(-\alpha_{TE_{10}} z\right)}$$

حيث إن α_{TE10} هو التوهين الذي يصيب المجالات الكهربائية والمغناطيسية (Nep/m) أو (dB/m) وبالتالي فإن القدرة التي تنتشر في الدليل هي كما يلي :-

$$P(z) = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\left|E(x)\right|^2 / Z_{TE_{10}}\right] e^{-2\alpha_{TE_{10}} z} dx\, dy \Rightarrow P(z) = P(0)\, e^{-2\alpha_{TE_{10}} z}$$

حيث إن $P(0) = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\left|E(x)\right|^2 / Z_{TE_{10}}\right] dx \quad dy$ وبالتالي فإن معدل تغير القدرة في اتجاه z هو

$$\frac{\partial P(z)}{\partial z} = -2\,\alpha_{TE_{10}} \;\; P(0)\, e^{-2\alpha_{TE_{10}} z} = -2\,\alpha_{TE_{10}} \;\; P(z)$$

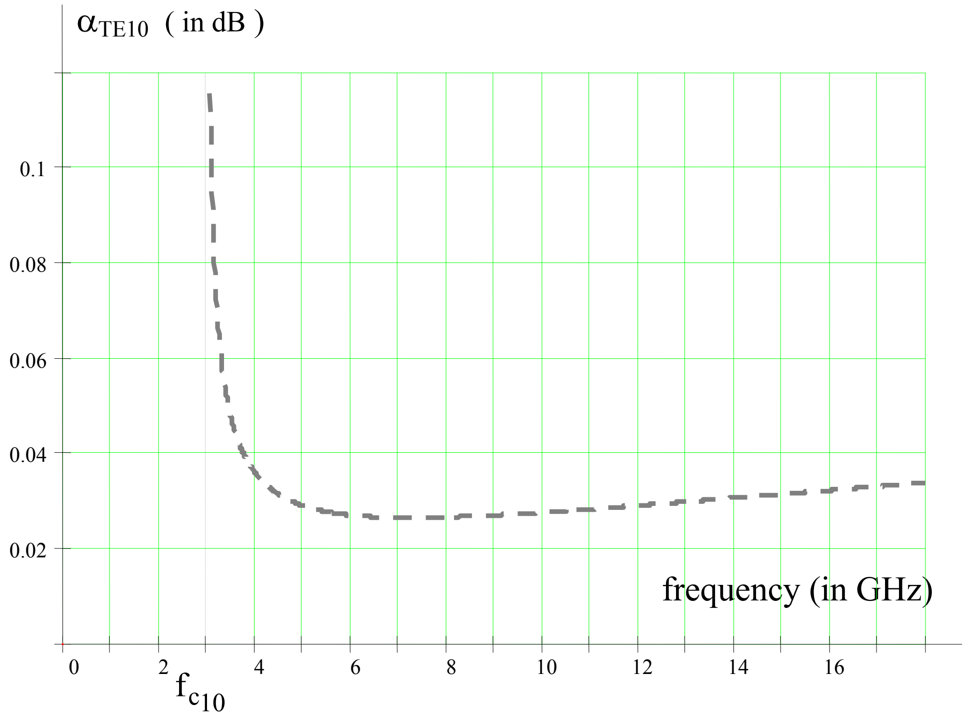
وتمثل الكمية $-\frac{\partial P(z)}{\partial z}$ قيمة الفقد الأومي لكل وحدة طول P_L أو أن $P_L = 2\,\alpha_{TE_{10}}\, P(z)$ أو

$$\alpha_{TE_{10}} = P_L \;/\; 2\,P(z) \quad \text{Neper/m} \tag{37-6}$$

وبتعويض المعادلتين (6-35) و (6-36) في المعادلة (6-37) يتم الحصول على ما يلي:-

$$\alpha_{TE_{10}}(f) = \frac{R_s}{b\eta} \frac{1 + \frac{2b}{a}\left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2}} \quad \text{Neper/m} \tag{38-6}$$

يبين الشكل (9-6) تغير قيمة $\alpha_{TE_{10}}$ مع التردد f لدليل موجة مستطيل $a = 5$ cm و $b = 2.5$ cm مصنوع من النحاس يملؤه الهواء، باستخدام وحدات dB/m بدلاً من Neper/m.



الشكل (9-6):- تغير معامل التوهين $\alpha_{TE_{10}}$ مع التردد f لدليل موجة مستطيل مصنوع من النحاس ويملؤه الهواء (5 cm × 2.5 cm).

مثال (2-6):- لدليل موجة (WR 90) مصنوع من النحاس ومملوء بالهواء يحمل موجة TE_{10} ترددها 10 GHz، أوجد كلاً من طول موجة القطع λ_{c10} وثابت الانتشار β_{10} وطول موجة الدليل $\lambda_{g_{10}}$ وسرعة الطور v_p وسرعة المجموعة v_g وممانعة الدليل $Z_{TE_{10}}$ ومعامل التوهين أو $\alpha_{cTE_{10}}$ وزاوية دخول الموجة بالنسبة لمحور الدليل θ.

الحــل:-

يتم من الجدول (6-2) إيجاد أبعاد الدليل الخارجية وسمكه وهي كما يلي 2.54 cm و 1.27 cm و 1.27 mm على التوالي وبالتالي فإن أبعاد الدليل الداخلية a و b هي كما يلي:-

$a = 2.5 - 2 \times 0.127 = 2.286$ cm و $b = 1.27 - 2 \times 0.127 = 1.016$ cm

طول موجة القطع $\lambda_{c_{10}}$ هو $\lambda_{c10} = 2a = 4.572$ cm

أما ثابت الانتشار β_{10} فيكون $\beta_{10} = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2} = 158.05 \quad rad/m$

ويكون طول موجة الدليل $\lambda_{g_{10}}$ كما يلي $\lambda_{g_{10}} = 2\pi/\beta_{10} = 3.9755 \quad cm$

ومن ثابت الانتشار يتم إيجاد سرعة الطور v_p أو

$$\nu_{p_{10}} = \omega/\beta_{10} \quad 3.9755 \times 10^8 \quad m/s$$

وسرعة المجموعة v_g $\nu_g = \dfrac{d\omega}{d\beta_{10}} = \upsilon\sqrt{1 - (k_{c_{10}}/k)^2} = 2.2638 \times 10^8 \quad m/s$

أما ممانعة الدليل فهي $Z_{TE_{10}} = \eta/\sqrt{1-(k_{c_{10}}/k)^2} = 499.58 \quad \Omega$

ويكـون معامل التوهين نتيجة الفقد الأومي في جدران الدليل $\alpha_{cTE_{10}}$ كما يلي:-

$$\alpha_{cTE_{10}} = 0.0125 \quad Neper/m \quad \Rightarrow \quad \alpha_{cTE_{10}} = 0.11 \quad dB/m$$

وأخيراً فإن زاوية دخول الموجة θ تساوي °41.

- **الشقوق في دلائل الموجة**:- هناك حاجة في الحياة العملية إلى النفاذ إلى داخل دليل الموجة لأغراض مختلفة يذكر منها ما يلي:-

- مراقبة التغير في مستوى الإشارة داخل الدليل وتحديد خصائصها والتعرف على حالة الحمل وحالة المصدر كما سبق وأشير إليه في القارن الاتجاهي.

- السماح لجزء من الطاقة الكهرومغناطيسية التي تنتشر في الدليل من النفاذ إلى الخارج وإشعاعها كما هو الحال في الهوائيات.

يتم ذلك عن طريق عمل شقوق (slots) في جدران الدليل من أجل النفاذ إلى داخل الدليل لمراقبة مستوى الإشارة أو للسماح للطاقة الكهرومغناطيسية أن تشع إلى الخارج ويسمى الشق الأول بشق القياس (measuring slot) والأخر بشق الإشعاع (radiation slot). بالنظر إلى الشكل (6-8) الذي يبين التيارات الخطية الناتجة على أسطح جدران الدليل الداخلية للموجة TE_{10} فإن الذي يحدد مكان هذه الشقوق هو تأثيرها على سير هذه التيارات الخطية. فإذا كان المقصود مراقبة مستوى الإشارة داخل الدليل فيجب أن لا تؤثر هذه الشقوق على الموجة داخل الدليل بشكل ملموس (أن لا تزعج الموجة أو التيارات على سطح الدليل). يتحقق هذا إذا كان الشق صغيراً جداً مقارنة بطول موجة الدليل وأن يكون امتداده باتجاه سريان التيارات الخطية. أما إذا كان الشق لغرض إشعاع الطاقة الكهرومغناطيسية فيجب أن يكون الشق كبير نسبياً (يمكن مقارنته بطول موجة الدليل) إضافة إلى إنه يتم عمله بشكل متعامد أو على الأقل مائل على التيارات السطحية. ومن الجدير بالذكر أن التيارات الخطية على الوجه السفلي للسطح العلوي، مثلاً، هي كما يلي:-

$$\mathbf{K}_U = \left(-A_{10} \cos \frac{\pi x}{a} \quad \mathbf{a}_x + \frac{j\omega\mu a}{\pi} A_{10} \sin \frac{\pi x}{a} \quad \mathbf{a}_z \right) e^{j(\omega t - \beta_{10} z)}$$

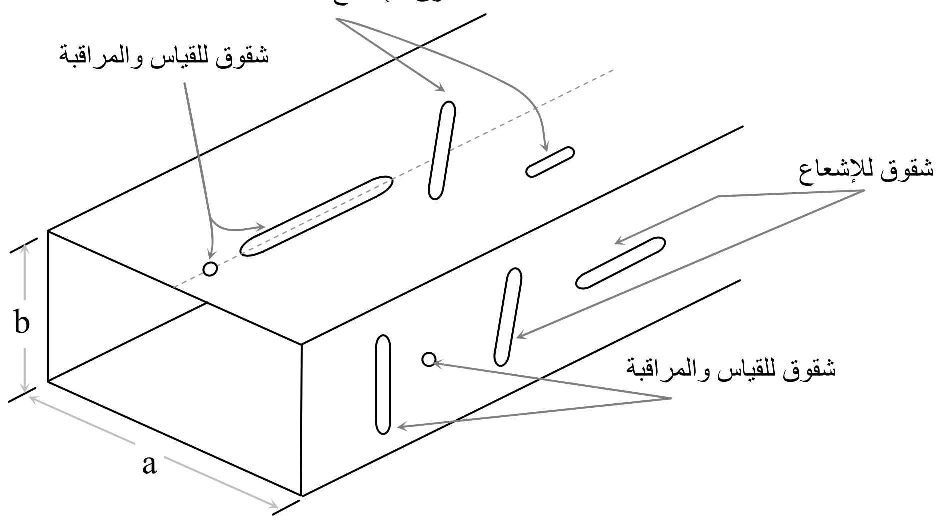
ويلاحظ أنه عند $x = a/2$ فإن التيار $\mathbf{K}_U$ يكون كما يلي:-

$$\mathbf{K}_U = (j\omega\mu a/\pi)\ A_{10}\ e^{j(\omega t - \beta_{10} z)} \quad \mathbf{a}_z \qquad A/m$$

وعند $x = 0$ أو $x = a$ فإنه يكون كما يلي:-

$$\mathbf{K}_U = \mp\ A_{10}\ e^{j(\omega t - \beta_{10} z)} \quad \mathbf{a}_x \qquad A/m$$

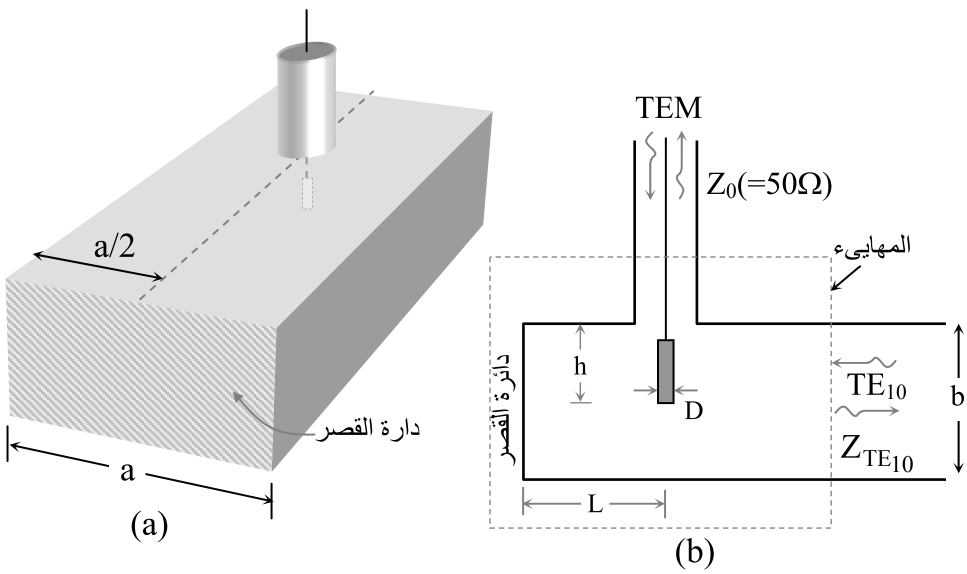
وفي ضوء ما سبق فإن الشكل (6-10) يبين مجموعة من الشقوق المستخدمة لأغراض القياس والمراقبة وأخرى لأغراض الإشعاع.



الشكل (6-10):- مجموعة من الشقوق في جدران الدليل لأغراض المراقبة والقياس وأخرى لأغراض الإشعاع.

- ربط دليل الموجة بالكابل المحوري (المهايىء adaptor):- يتم عادة حقن الطاقة الكهرومغناطيسية في دليل الموجة باستخدام كابل محوري ويتم استقبال الإشارة المنتشرة في الدليل وتوجيهها إلى كابل محوري. نظراً للاختلافات المتعددة بين دليل الموجة المستطيل والكابل المحوري فهناك حاجة إلى محول أو مهايىء ليقوم بالتجسير بين هذه الإختلافات. كما هو معروف إن الموجة التي تنتشر في الكابل المحوري هي في العادة موجة تعامدية المجال الكهربائي والمغناطيسي TEM علماً بأن ممانعته المميزة تكون في العادة $50\ \Omega$ أو $75\ \Omega$. في المقابل إن الموجة الموجودة داخل الدليل هي موجة تعامدية المجال الكهربائي TE أو بالذات TE_{10} التي يكون ممانعة الدليل لها أكبر من $120\pi\ \Omega$ (في المثال السابق كانت

$(Z_{TE_{10}} \approx 500\Omega)$. وبالتالي فلابد أن يقوم المهايىء بعمل التحويلات اللازمة للموجات (من TEM إلى TE_{10} وبالعكس) إضافة إلى موائمة ممانعة الدليل مع ممانعة الكابل المحوري. يتم ذلك من خلال استخدام مسبار (probe) يكون في العادة امتداداً للموصل الداخلي للكابل المحوري، بعد إجراء بعض التعديلات على قطره لأغراض الموائمة. يتم إدخاله من الجدار العلوي أو السفلي للدليل عند الخط $x = a/2$ (يكون المجال الكهربائي عند هذا الخط للمستوى yz عند قيمته العظمى) بشكل موازٍ للمحور y ويبين الشكل (11-6) هذا المهايئ إضافة إلى مقطع جانبي له.



الشكل (11-6):- ربط الكابل المحوري بدليل الموجة المستطيل أو المهايئ (a) منظر ثلاثي الأبعاد (b) مقطع جانبي.

يتم حقن الطاقة الكهرومغناطيسية من الكابل المحوري إلى دليل الموجة (أو العكس) عبر المسبار، الذي يعمل عمل الهوائي، ويوضع على بعد $L \approx \lambda_{g_{10}}/4$ من دارة القصر التي تقع على يسار المسبار. تنعكس الموجة التي يشعها المسبار

إلى اليسار من دارة القصر وترجع إليه لتصله بطور يساوي $360°$ - وتضاف إلى الموجة التي يشعها المسبار إلى اليمين. فإذا كانت أبعاد الدليل مناسبة $b = a/2$ وكان تردد الإشارة f محصوراً بين $\nu/2a$ و ν/a $(\nu/2a < f < \nu/a)$ فإنه، بغض النظر عن المجالات الكهرومغناطيسية التي تنشأ عند المسبار، بعيداً عن المسبار تكون الظروف مهيأة فقط لانتشار ووجود موجة TE_{10} . أو أنه قد تم تحويل موجة TEM (كانت تنتشر في الكابل المحوري) إلى موجة TE_{10} تنتشر في الدليل. كذلك يتم تأمين الموائمة بين ممانعة الكابل المحوري (Z_0) وممانعة دليل الموجة المستطيل $(Z_{TE_{10}})$ من خلال التحكم في قطر المسبار D وعمق إختراقه h. ويبين الشكل (6-11) مربعاً محدداً بخط متقطع يمثل المهايئ وهو متوفر في الواقع الفعلي كنبيطة يتم شراؤها لوصل دليل الموجة المستطيل بالكابل المحوري.

6-2:- دليل الموجة الدائري (cylindrical waveguide)

يشابه دليل الموجة الدائري إلى حد كبير دليل الموجة المستطيل من نواحي عدة، فكلاهما عبارة عن خط نقل مكون من موصل واحد مفرغ ولا يمكن أن تنشأ فيهما موجة TEM وإنما تنشأ فيهما فقط موجة TE أو/ و TM. ويبين الشكل (6-12) دليل الموجة الدائري بنصف قطر "a" ويتم هنا اعتماد الإحداثيات الأسطوانية (ρ , ϕ, z) في تحليل هذا الدليل حيث يكون المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي ، اللذان يتغيران مع الزمن تبعاً للدالة $e^{j\omega t}$ ، وبشكل عام كما يلي:-

$$\mathbf{E}(\rho, \phi, z) = E_\rho\, \mathbf{a}_\rho + E_\phi\, \mathbf{a}_\phi + E_z\, \mathbf{a}_z \qquad (39a\text{-}6)$$

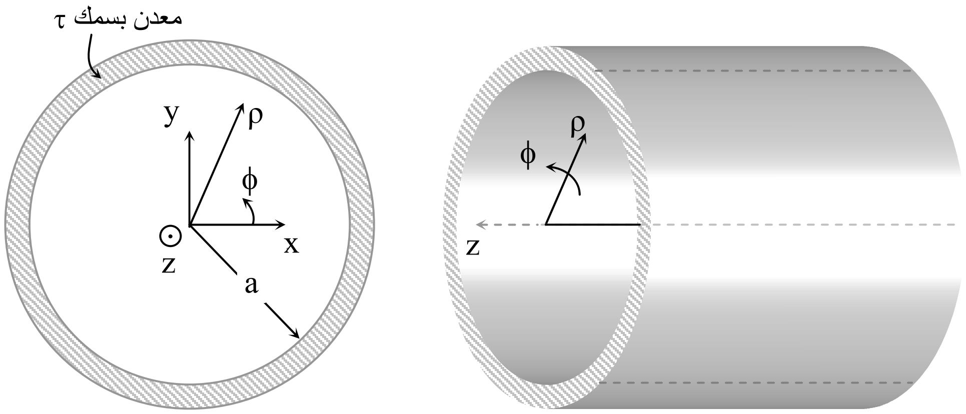
$$\mathbf{H}(\rho, \phi, z) = H_\rho\, \mathbf{a}_\rho + H_\phi\, \mathbf{a}_\phi + H_z\, \mathbf{a}_z \qquad (39b\text{-}6)$$

وتحقق هذه المجالات معادلات ماكسويل ومعادلة الموجة داخل الدليل إضافة إلى شروط الحدود التي تتلخص في تلاشي المجالات الكهربائية الماسة للسطح $\rho = a$

(أو تلاشي المجالات المغناطيسية العمودية على هذا السطح). تنتشر الموجات الكهرومغناطيسية داخل دليل الموجة الدائري من المرسل إلى المستقبل باتجاه محور الدليل أو المحور z وبالتالي فإنه سيتم افتراض أن مجالات الموجة الكهرومغناطيسية تتغير مع z تبعاً للدالة $e^{\pm j\beta z}$ أو أن هذه المجالات تكون كما يلي:-

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} (\rho,\phi, z) = \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} (\rho, \phi)\; e^{\pm j\beta z} \qquad (40\text{-}6)$$

حيث إن β هو ثابت انتشار الموجة داخل دليل الموجة الأسطوانى وسيتم تحديده لاحقاً. تمثل الإشارة الموجبة والسالبة موجات تنتشر باتجاه z- وأخرى تنتشر باتجاه z+ على التوالي وسيتم اعتماد الإشارة السالبة هنا.



الشكل (6-12):- دليل الموجة الدائري والإحداثيات الأسطوانية ومنظر أمامي له.

بالنظر إلى المعادلتين (6-39) و (6-40)، يلاحظ إن المجالات الكهرومغناطيسية المكونة للموجة المنتشرة في هذا الدليل تتكون من مجموعتين الأول تقع في اتجاه انتشار الموجة أو اتجاه محور الدليل z وهي E_z و H_z وتقع المجموعة الثانية في

المستوى العمودي على الاتجاه السابق وتتكون من E_ρ و E_ϕ و H_ρ و H_ϕ. يشابه ذلك ما ورد في دليل الموجة المستطيل حيث يمكن تتبع الخطوات التي سبق وأن قدمت في تلك الحالة حيث تم اشتقاق المجالات الكهرومغناطيسية الواقعة في المستوى العمودي على المحور z باستخدام المجالات التي تقع في اتجاه المحور z، وذلك بحل معادلة الموجة في الإحداثيات الكارتيزية لكل من E_z و H_z. سيتم هنا بالتالي حل معادلة الموجة في الإحداثيات الأسطوانية لكل من E_z و H_z كما يلي:-

$$\nabla^2 \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} + k^2 \begin{pmatrix} E_z \\ H_z \end{pmatrix} = 0 \qquad (41a\text{-}6)$$

أو

$$\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right]\begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} = 0 \qquad (41b\text{-}6)$$

ويلاحظ من المعادلة (40-6) أن $\frac{\partial^2}{\partial z^2} \to -\beta^2$ أو أن المعادلة (41b-6) تصبح كما يلي:-

$$\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + k_\rho^{\,2}\right]\begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} = 0 \qquad (42\text{-}6)$$

حيث إن $k_\rho^2 \equiv k^2 - \beta^2$. وتمثل العلاقة الأخيرة معادلة تفاضلية جزئية متجانسة من الدرجة الثانية في الإحداثيات الأسطوانية يتم حلها بالطريقة التي تم تقديمها في دليل الموجة المستطيل باستخدام طريقة فصل المتغيرات. وهنا فإن المتغيران ρ و ϕ لا يعتمدان على بعضهما وبالتالي يمكن كتابة $E_z(\rho, \phi)$ أو $H_z(\rho, \phi)$ باستخدام دالتين إحداهما تعتمد على ρ أو $R(\rho)$ والأخرى تعتمد على ϕ أو $\Phi(\phi)$ كما يلي:-

$$E_z(\rho, \phi) = R(\rho)\,\Phi(\phi) \qquad (43a\text{-}6)$$

أو

$$H_z(\rho, \phi) = R(\rho)\,\Phi(\phi) \qquad (43b\text{-}6)$$

بالتالي يمكن كتابة المعادلة (6-42) كما يلي:-

$$\frac{\rho}{R}\frac{d}{d\rho}\left(\rho\frac{dR(\rho)}{d\rho}\right) + \frac{1}{\Phi(\phi)}\frac{d^2\,\Phi(\phi)}{d\phi^2} + k_\rho^{\,2}\,\rho^2 = 0 \qquad (44\text{-}6)$$

يلاحظ من هذه المعادلة أن الحد الأول والثالث يعتمدان فقط على ρ أما الحد الثاني فيعتمد فقط على ϕ ، كذلك إن المعادلة صحيحة لكل قيم ρ و ϕ وبالتالي يمكن استنتاج ما يلي:-

$$\frac{d^2\,\Phi(\phi)}{d\,\phi^2} = -\,k_\phi^2\,\Phi(\phi) \qquad (45a\text{-}6)$$

حيث إن k_ϕ هو ثابت الانتشار في اتجاه ϕ وتكون من شروط الحدود على المجالات الكهرومغناطيسية في دليل الموجة الأسطوانى كما يلي:-

$$k_\phi = n\,,\ n = 0, 1, 2, \ldots\ldots \qquad (45b\text{-}6)$$

ويكون حل المعادلة (6-45) كما يلي:-

$$\Phi(\phi) = A\cos n\phi + B\sin n\,\phi \qquad (46\text{-}6)$$

سيتم اعتماد إحدى هاتين الدالتين الجيبيتين ، مثلاً، $\cos n\phi$ ؛ وفي ضوء المعادلة (6-45) فإن المعادلة (6-44) تصبح كما يلي:-

$$\rho\frac{d}{d\rho}\left(\rho\frac{dR(\rho)}{d\rho}\right) + \left(k_\rho^2\,\rho^2 - n^2\right)R = 0 \qquad (47\text{-}6)$$

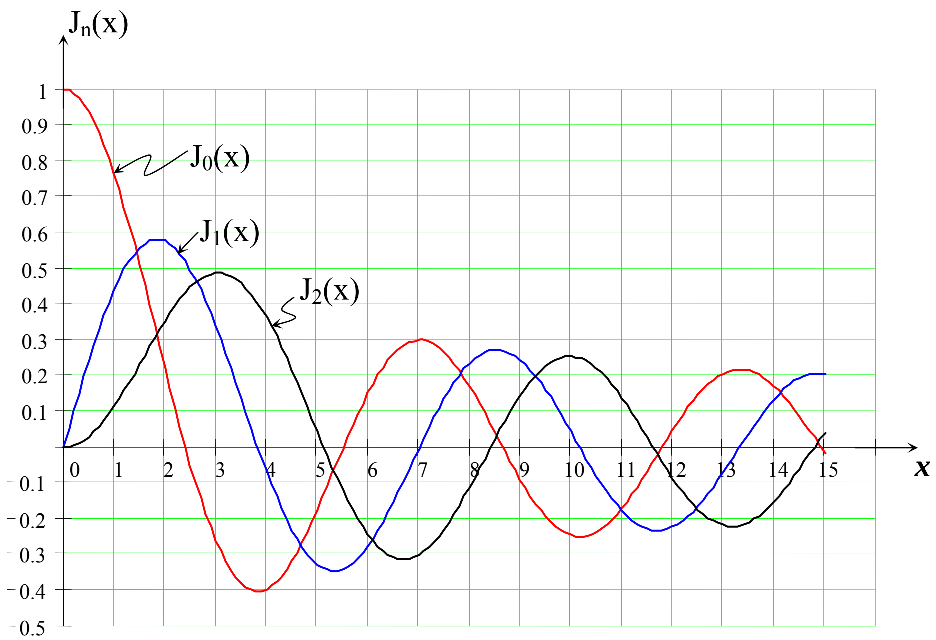
وتمثل العلاقة الأخيرة معادلة بيسيل (Bessel equation) التفاضلية وهي معادلة متجانسة من الدرجة الثانية ويكون حلها بصور مختلفة تبعاً لقيمة k_ρ ويتم هنا ذكر الصورة التي تنشأ عادة في حالة دليل الموجة الأسطوانى، أو

$$R(\rho) = C\,J_n(k_\rho\,\rho) + D\,Y_n(k_\rho\,\rho) \qquad (48a\text{-}6)$$

حيث إن $J_n(k_\rho \rho)$ و $Y_n(k_\rho \rho)$ هما دالتا بيسيل من النوع الأول والنوع الثاني على التوالي. بما أن قيمة $Y_n(k_\rho \rho)$ تؤول إلى ما لانهاية عندما تؤول ρ إلى الصفر فلا بد أن تكون D صفراً. في ضوء ما سبق يكون المجال الكهربائي أو المغناطيسي في اتجاه z كدالة في ρ و ϕ و z كما يلي:-

$$A\, J_n(k_\rho \rho) \cos n\phi\, e^{-j\beta z} \tag{48b-6}$$

ويبين الشكل (13-6) الدالة $J_n(x)$ لقيم n المختلفة $(n = 0, 1, 2)$ وتتغير هذه الدالة بشكل متناوب وعندما تزداد x فإنها تقترب من الدالة الجيبية.



الشكل (13-6):- تغير دالة بيسيل $J_n(x)$ مع x لقيم n المختلفة $(n = 0, 1, 2)$.

كذلك يبين الجدول (3-6) قيم $x\ (= x_{mn})$ المختلفة التي تكون عندها $J_n(x) = 0$ وكذلك قيم $x'\ (= x'_{mn})$ المختلفة التي تكون عندها $J'_n(x) = 0$

علماً بأن $J'_n(x) = d\left[J_n(x)\right]/dx$ وتحدد هذه القيم (x_{mn} و x'_{mn}) الموجات التي يمكنها الانتشار داخل دليل الموجة الأسطوانى كما سيظهر فيما بعد. سيتم فيما يلي بحث موجة تعامدية المجال المغناطيسي TM وموجة تعامدية المجال الكهربائي TE.

الجدول (6-3):- أصفار الدوال $J_n(x)$ و $J'_n(x)$ أو x_{mn} و x'_{mn} على التوالي لقيم مختلفة من m و n .

	أصفار $J_n(x)$ أو x_{mn}			أصفار $J'_n(x)$ أو x'_{mn}		
n / m	0	1	2	0	1	2
1	2.405	3.832	5.136	3.832	1.841	3.054
2	5.520	7.016	8.417	7.016	5.331	6.706

6-2-1:- موجة تعامدية المجال المغناطيسي TM

في هذه الحالة، تكـون $H_z = 0$ و $E_z \neq 0$ وبالتالي فـإن المجال الكهربائـي E_z يكـون كما يلي:-

$$E_z(\rho, \phi, z) = A\, J_n(k_\rho\, \rho) \cos n\phi\, e^{-j\beta z} \qquad (49\text{-}6)$$

ومن شروط الحدود أن المجال الكهربائي E_z يتلاشى عند $\rho = a$ لكل قيم ϕ و z ومن ذلك يستنتج أن

$$0 = A\,J_n\,(k_\rho\,a)\cos n\,\phi\,e^{-j\beta z}$$

أو أن هذا ممكناً (إضافة للحالة البديهية $A = 0$) إذا كانت

$$J_n\,(k_\rho\,a) = 0 \qquad (50\text{-}6)$$

من الجدول (6-3) فإن هذا يتحقق عند أصفار الدالة $J_n\,(k_\rho\,a)$ أو عند $k_\rho\,a = x_{mn}$ وبالتالي يمكن استنتاج قيمة ثابت الانتشار β في اتجاه المحور z أو

$$\beta_{mn} = \sqrt{k^2 - \left(x_{mn}/a\right)^2} = 2\pi/\lambda_{g_{mn}} \qquad (51\text{-}6)$$

ومن المعادلة الأخيرة يمكن استنتاج أنه إذا كانت $k\left(= 2\pi f/\nu\right) > x_{mn}/a$ أو أن تردد الإشارة الموجودة في دليل الموجة الأسطوانى $f > \nu\,x_{mn}/(2\pi a)$ حيث إن $\nu = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$ فإن β_{mn} تكون حقيقية وفي هذه الحالة فإن الموجة تنتشر في اتجاه المحور z. ولكن إذا كانت $k < x_{mn}/a$ أو أن $f < \nu\,x_{mn}/(2\pi a)$ فإن قيمة β_{mn} تصبح خيالية، وفي هذه الحالة فإن الموجة تتلاشى إثناء انتشارها باتجاه المحور z (موجة فانية) ويطلق على التردد الذي يكون عنده $\beta_{mn} = 0$ بتردد القطع f_{cmn} وتكون قيمته كما يلي:-

$$f_{c_{mn}} = \nu\,x_{mn}/C \qquad (52\text{-}6)$$

حيث إن $C = 2\,\pi a$ هو المحيط (circumference) الداخلي لدليل الموجة الأسطوانى. إذا كان تردد الإشارة أعلى من $f_{c_{mn}}$ فإن الموجة تنتشر داخل هذا الدليل وأما إذا كان تردد الإشارة أقل أو يساوي $f_{c_{mn}}$ فإن الإشارة لن تتمكن من الانتشار في الدليل. ويمكن إعادة كتابة ثابت الانتشار β_{mn} لموجات TM_{mn} وذلك كما يلي:-

$$\beta_{mn} = k\sqrt{1-(f_{c_{mn}}/f)^2} = k\sqrt{1-(\lambda/\lambda_{c_{mn}})^2} \tag{53a-6}$$

ويكون طول موجة الدليل $\lambda_{g_{mn}}$ لموجات TM_{mn} كما يلي:-

$$\lambda_{g_{mn}} = \lambda / \sqrt{1-(f_{c_{mn}}/f)^2} \tag{54-6}$$

يتم إيجاد المجالات الأخرى في المستوى العمودي على المحور z من العلاقات التالية:-

$$H_\rho = \frac{j}{\omega\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\rho\partial\phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z}\right) \Leftrightarrow E_\phi = -Z_{TM_{mn}} \; H_r$$

$$H_\phi = \frac{j}{\omega\mu}\left(\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho}\right) \Leftrightarrow E_\rho = -Z_{TM_{mn}} \; H_\phi$$

حيث إن Ω $Z_{TM_{mn}} = \frac{\beta_{mn}}{\omega\varepsilon} = \eta\sqrt{1-(f_{c_{mn}}/f)^2}$ وتمثل ممانعة دليل الموجة الأسطوانى لموجة TM_{mn} .

وبالتالي فإن المجالات الكهرومغناطيسية للموجة TM_{mn} لدليل الموجة الأسطوانى تكون كما يلي :-

$$E_z = A_{mn} \; J_n\left(x_{mn}\frac{\rho}{a}\right)\cos n\,\phi \; e^{-j\beta_{mn}z} \tag{55a-6}$$

$$H_r = -\frac{j\omega\varepsilon n A_{mn}}{\rho(x_{mn}/a)^2} \; J_n\left(x_{mn}\frac{\rho}{a}\right)\sin n\phi \; e^{-j\beta_{mn}z} \tag{55b-6}$$

$$H_\phi = -\frac{j\omega\varepsilon A_{mn}}{(x_{mn}/a)} \; J_n'\left(x_{mn}\frac{\rho}{a}\right)\cos n\,\phi \; e^{-j\beta_{mn}z} \tag{55c-6}$$

$$E_\phi = -Z_{TM_{mn}} \; H_\rho \tag{55d-6}$$

$$E_\rho = Z_{TM_{mn}} \; H_\phi \tag{55c-6}$$

وسيتم بحث هذا النوع من الموجات بعد إنهاء موجات TE.

2-2-6:- موجة تعامدية المجال الكهربائي TE

تكون المجالات الكهرومغناطيسية في اتجاه المحور z لموجة تعامدية المجال الكهربائي TE ($E_z = 0$ و $H_z \neq 0$) وبالتالي فإن المجال المغناطيسي H_z يكون كما يلي:-

$$H_z(\rho, \phi, z) = B\, J_n(k_\rho \rho) \cos n\phi\, e^{-j\beta z} \tag{56-6}$$

بما أن المجال المغناطيسي H_z يكون ماساً للسطح الداخلي لدليل الموجة الأسطوانى فلن يكون عليه أي شروط يمكن استخدامها لإيجاد β لذا سيتم الانتقال إلى إيجاد المجالات الكهرومغناطيسية الأخرى في المستوى العمودي على المحور z من العلاقات التالية:-

$$E_\rho = -\frac{j}{\omega\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\rho \partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z}\right) \Leftrightarrow H_\phi = E_\rho \;/ Z_{TE}$$

$$E_\phi = -\frac{j}{\omega\varepsilon}\left(\frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho}\right) \Leftrightarrow H_\rho = -E_\phi \;/\; Z_{TE}$$

حيث إن $Z_{TE} = \omega\mu / \beta$ تمثل الممانعة المميزة للموجة داخل دليل الموجة الأسطوانى للموجة TE.

ويمكن تطبيق شروط الحدود إما على E_ϕ (أو على H_ρ) حيث يكون $E_\phi(\rho, \phi, z)\Big|_{\rho = a} = 0$ لكل قيم φ و z أو أن

$$0 = \frac{Bk_\rho}{\varepsilon} J'_n(k_\rho a) \cos n\phi\, e^{-j\beta z}$$

أو أن هذا يمكن (إضافة للحالة البديهية $B = 0$) إذا كانت

$$J'_n(k_\rho a) = 0 \tag{57-6}$$

ويتحقق هذا عند أصفار الدالة (zeroes of the function) $J'_n(k_\rho a)$ أو عند $k_\rho a = x'_{mn}$ وبالتالي يمكن استنتاج قيمة β كما يلي:-

$$\beta_{mn} = \sqrt{k^2 - (x'_{mn} / a)^2} = 2\pi / \lambda_{g_{mn}} \qquad (58\text{-}6)$$

يمكن من المعادلة الأخيرة استنتاج أنه إذا كان تردد الإشارة في الدليل $f > \nu\, x'_{mn} / C$ فإن الموجة تنتشر في اتجاه المحور z ، أما إذا كان التردد $f < \nu\, x'_{mn} / C$ فإن الموجة تتلاشى إثناء انتشارها باتجاه المحور z (أو أنه سيكون هناك موجة فانية evanescent wave) . يطلق على التردد الذي يكون عنده $\beta_{mn} = 0$ بتردد القطع (cut-off frequency) f_{cmn} لموجة TE_{mn} وقيمته تكون كما يلي:-

$$f_{c_{mn}} = \nu\, x'_{mn} / C \qquad (59\text{-}6)$$

حيث إن $C = 2\,\pi a$ هو المحيط الداخلي لدليل الموجة الأسطوانى. تمثل المعادلة (6-53) ثابت الانتشار β_{mn} لموجات TE_{mn} علماً بأن تردد القطع $f_{c_{mn}}$ لهذه الموجات مبين في المعادلة (6-59). أما المجالات الكهرومغناطيسية لموجات TE_{mn} في دليل الموجة الأسطوانى فإنها تكون كما يلي:-

$$H_z\,(\rho,\phi,z) = B_{mn}\, J_n\left(x'_{mn}\,\frac{\rho}{a}\right)\cos n\,\phi\;\; e^{-j\beta_{mn}z} \qquad (60a\text{-}6)$$

$$E_\rho = \frac{j\omega\mu n}{\left(x'_{mn}/a\right)^2 \rho}\, B_{mn}\, J_n\left(x'_{mn}\,\frac{\rho}{a}\right)\sin n\phi\;\; e^{-j\beta_{mn}z} \qquad (60b\text{-}6)$$

$$E_\phi = \frac{j\omega\mu}{\left(x'_{mn}/a\right)}\, B_{mn} J'_{mn}\left(x'_{mn}\,\frac{\rho}{a}\right)\cos\; n\phi\;\; e^{-j\beta_{mn}z} \qquad (60c\text{-}6)$$

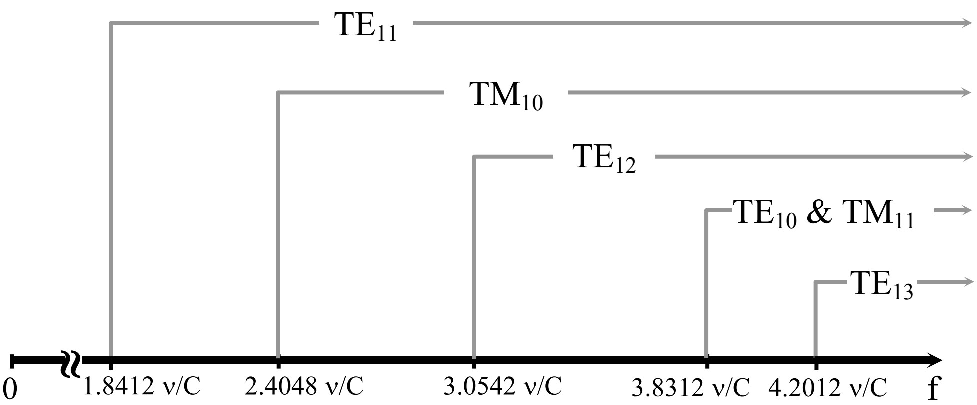
$$E_z = 0 \qquad (60d\text{-}6)$$

$$H_\rho = -\,E_\phi \,/\, Z_{TE\ mn} \qquad (60e\text{-}6)$$

$$H_\phi = E_\rho \,/\, Z_{TE_{mn}} \qquad (60f\text{-}6)$$

حيث إن $Z_{TE_{mn}} = \eta / \sqrt{1-(f_{c_{mn}}/f)^2}$ هي الممانعة المميزة لدليل الموجة الأسطوانى للموجة TE_{mn}.

في ضوء ما سبق يمكن إيجاد المدى الترددي الذي توجد فيه الموجات TE_{mn} و TM_{mn} حيث تم بيان ذلك على الشكل (6-14) لكل من الموجات الست الأولى، والذي يبين أن الموجة TE_{11} لها أدنى تردد قطع مقارنة بكل الموجات الأخرى (TE_{mn} و TM_{mn}) يتبعها الموجة TM_{10} بفارق يبلغ $0.536\,v/C$ بين ترددي قطعهما.

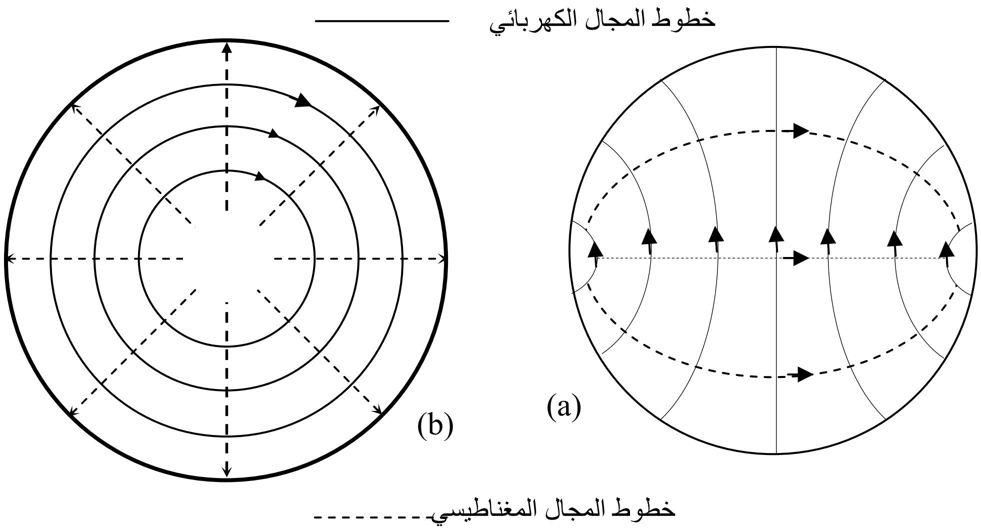


الشكل (6 -14):- مدى التردد لموجات TE_{mn} و TM_{mn} الست الأولى.

تم بيان خطوط المجالات الكهرومغناطيسية لهاتين الموجتين في الشكل (6-15) على مقطع عمودي على المحور z في دليل الموجة الأسطوانى. يمكن القول أن الموجة TE_{11} هي الموجة السائدة (dominant wave) في دلائل الموجة الأسطوانية، ويكون عرض النطاق الفعلي المستخدم الذي توجد فيه هذه الموجة فقط (إذا ما ترك نطاق حماية على يمين $f_{c_{11}}$ وعلى يسار $f_{c_{10}}$) هو

$$BW = 0.9\, f_{c_{10}} - 1.1\, f_{c_{11}} = 0.139\, \nu / C \;\; Hz$$

فإذا كان نصف قطر دليل الموجة الاسطواني $a = 2.5$ cm وكان الهواء هو الوسط داخل هذا الدليل فإن عرض النطاق الواقعي (actual bandwidth) هو في حدود 265 MHz، وهو عرض نطاق أقل من حالة دليل الموجة المستطيل. تجدر الإشارة إلى أن الموجة TE_{11} تمثل الانتقال الطبيعي من موجة TE_{10} (الموجة السائدة dominant wave) في دليل الموجة المستطيل إلى موجة TE_{11} في دليل الموجة الأسطوانى. نظراً لشكل دليل الموجة الأسطوانى المتماثل (symmetrical shape of cylindrical waveguide) فإنه يستخدم لنقل الموجات الكهرومغناطيسية المستقطبة استقطابا خطياً والموجات المستقطبة استقطابا دائرياً وبالتالي فإن هذا النوع من الدلائل يستخدم في أنظمة الاتصالات التي تستخدم أنواعاً مختلفة من الاستقطاب مثل اتصالات الأقمار الاصطناعية (satellite communication) وغيرها.



الشكل (6-15):- خطوط المجالات الكهرومغناطيسية في مقطع عمودي على المحور z في دليل موجة أسطوانى (a) الموجة TE_{11} (b) الموجة TE_{10}.

قبل الانتهاء من موضوع دلائل الموجة الأسطوانية قد يكون من المفيد الإشارة إلى أن هناك عائلة من الموجات (family of waves) لهذا الدليل تتميز بخصائص ذو فائدة قصوى خاصة إذا ما تم استخدام هذه الدلائل لنقل الطاقة الكهرومغناطيسية لمسافات طويلة. هذه العائلة هي الموجات TE_{m0} و $m = 1, 2, \ldots$ والتي تكون مجالاتها الكهرومغناطيسية كما يلي:-

$$H_z = B_{m0} \quad J_0 \left(x'_{m0} \ \frac{\rho}{a} \right) e^{-j\beta_{m0} z} \tag{61a-6}$$

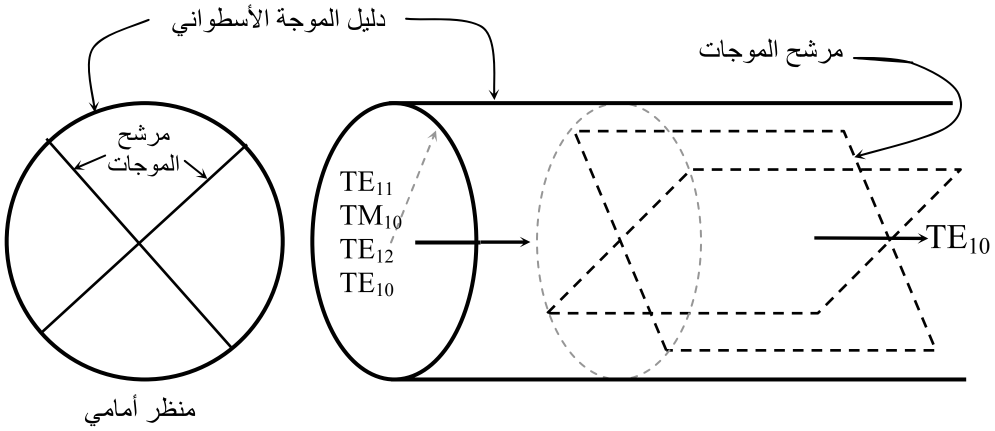
$$E_\phi = \frac{j x'_{m0} \ B_{m0}}{\varepsilon a} \ J'_0 \left(x'_{m0} \ \frac{\rho}{a} \right) e^{-j\beta_{m0} z} \tag{61b-6}$$

$$H_\rho = -E_\phi \ / Z_{TE_{m0}} \tag{61c-6}$$

$$E_z = 0 = E_\rho = 0 = H_\phi \tag{61d-6}$$

ويلاحظ من العلاقات السابقة أن هناك عنصراً واحداً من المجالات المغناطيسية يمس سطح الدليل وهو المسؤول عن الفقد الأومي في سطح الدليل وهذا العنصر هو H_z. تنخفض قيمة H_z كلما زاد ابتعاد تردد الموجة TE_{m0} المنتشرة في الدليل عن تردد القطع $f_{c_{m0}}$ للموجة المعنية. فإذا ما أخذت أول موجة من هذه العائلة TE_{10} فسيكون تردد القطع لها $f_{c_{10}} = 3.831\, v/C$ Hz وتقل H_z كلما زاد تردد هذه الموجة على $f_{c_{10}}$ وبالتالي فإن الفقد الأومي يقل مع ازدياد التردد (بعيداً عن f_{c10}). يلاحظ من الشكل (6-14) انه عند هذه الترددات تكون الظروف مناسبة لوجود موجات أخرى بالإضافة إلى TE_{10}. فإذا كان تردد الإشارة أكبر بقليل من $4.2012\ v/C$ Hz فسيكون هناك الموجات TE_{11} و TM_{10} و TE_{12} و TM_{11} و TE_{13} بالإضافة إلى الموجة

TE_{10}. ولاستغلال الميزة السابقة فإنه لا بد من التخلص من المشكلة اللاحقة وذلك باستخدام مرشح الموجات (wave filter) الذي لا يؤثر بشكل ملموس على الموجة TE_{10} ولكنه يوهن (attenuate) أو يمنع انتشار الموجات الأخرى السابق ذكرها. يبين الشكل (6-16) رسماً توضيحياً لهذا المرشح الذي يتكون من عدد من الصفائح المعدنية ، يمكن أن تكون من النحاس، الرقيقة (thin metallic plates) يتم وضعها بحيث تكون متعامدة على المجالات الكهربائية للموجة TE_{10} وماسة للمجالات المغناطيسية لهذه الموجة بطول لا يزيد على $\lambda_{g_{10}}$.



الشكل (6-16):- استخدام مرشح الموجات لتمرير الموجة TE_{10} ومنع انتشار الموجات TE_{11} و TM_{10} و TE_{12} و TM_{11}.

مثال (6-3):- لدليل موجة أسطوانى بقطر 3 cm مملوء بالهواء أوجد تردد القطع (cut-off frequency) للموجات الست الأولى التي يمكنها أن تنتشر في هذا الدليل وحدد عرض النطاق الفعلي (actual bandwidth) لهذا الدليل معتمداً الموجة TE_{11} ومفترضاً نطاق حماية (guard band) لا يزيد على 7.5 % من كلا الجانبين.

الحــل:-

من الشكل (14-6) علماً بأن $v = 3\times10^{8}\ m/s$ وأن $C = 3\pi 10^{-2}\ m$ فإن الجدول (4-6) يبين الموجة وتردد قطعها للموجات الست الأولى. أما عرض النطاق الفعلي، للموجة TE_{11}، لنطاق حماية لا يزيد عن 7.5% من كلا الجانبين فهو

$$BW = 0.925 \times f_{c_{10}} - 1.075 \times f_{c_{11}} = 780.34\ MHz$$

الجدول (4-6):- الموجة وتردد قطعها.

تردد القطع $f_{c_{mn}}$ (GHz)	الموجـة
5.8607	TE_{11}
7.6547	TM_{10}
9.7218	TE_{12}
12.195	TE_{10}
12.195	TM_{11}
13.373	TE_{13}

3-6:- الفجوات الرنانة

يستخدم المواسع C لخزن الطاقة الكهربائية والمحاثة L لخزن الطاقة المغناطيسية ويتم استخدامهما في الدارات الكهربائية والإلكترونية للحصول على المرشحات والمنغمات والمذبذبات وغيرها. يتم ذلك في مدى الترددات التي لا تزيد ، في العادة، كثيراً عن 100 MHz، أما إذا زاد التردد عن حد معين فإن استخدامهما يصبح من الصعوبة بمكان ولابد من إيجاد طريقة أخرى يتم فيها خزن الطاقة الكهرومغناطيسية بدون استخدام المواسع والمحاثة كعناصر مركزة. تم في الباب الخامس تقديم خط النقل القصير (قضمة من خط نقل) الذي ينتهي إما بدارة قصر أو دارة مفتوحة كبديل

عن C أو / و L. أما في دلائل الموجة فإن دليل الموجة لا يختلف عن الكابل المحوري باستثناء أن الدليل هو على وجه التقريب كابل محوري بدون موصل داخلي وبالتالي فإنه يتم خزن الطاقة الكهرومغناطيسية في الفراغ الداخلي أو في ما يسمى بالفجوة الرنانة (resonant cavity) لهذا الدليل. سيتم أولاً بحث الفجوة الرنانة لدليل الموجة المستطيل، وسيكتفى هنا بالنظر إلى المجال المغناطيسي H_z للموجات TE_{mn} التي تتكون من دليل مستطيل تم وضع دارة قصر، على شكل صفيحة معدنية $a \times b$، عند كل من المستوى $z = 0$ والمستوى $z = d$ كما يبين الشكل (6-17). يمكن الآن إعادة كتابة المعادلة (6-23) مع الأخذ بعين الاعتبار أن هناك، وبشكل عام، موجتان إحداهما تنتشر باتجاه $+z$ والأخرى تنتشر باتجاه $-z$ أو أن المجال المغناطيسي H_z يكون كما يلي:-

$$H_z\,(x,y,z) = A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}\,x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}\,y\right)\, e^{+j\,\beta_{mn} z}$$

$$+\,B_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}\,x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}\,y\right)\, e^{-j\beta_{mn} z}$$

ومن شروط الحدود على H_z عند المستوى $z = 0$ و $z = d$ ، أنه يكون عمودياً على هذين المستويين، ويكون مساوياً للصفر عندهما لكل قيم $0 \le x \le a$ وقيم $0 \le y \le b$ ، وبالتالي فعند $z = 0$ يتم الحصول على ما يلي:-

$$H_z\,(x,y,0) = 0 = (A_{mn} + B_{mn})\,\cos\frac{m\pi}{a}\,x\,\cos\frac{n\pi}{b}\,y$$

أو أن $B_{mn} = -A_{mn}$، وأما عند $z = d$ فإنه يتم الحصول على ما يلي:-

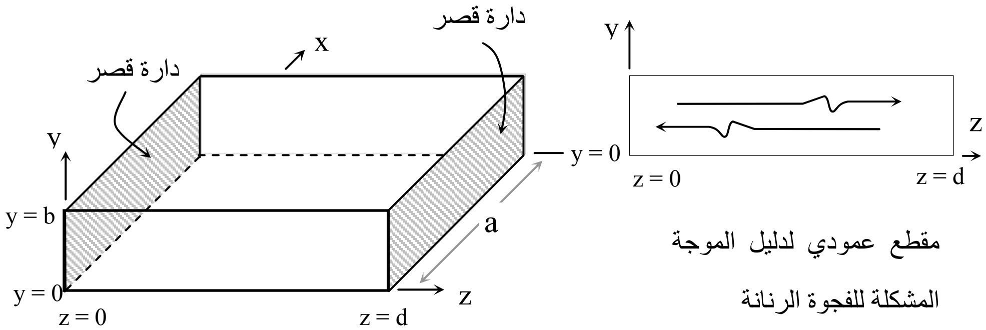
$$H_z\,(x,y,d) = 0 = A\left(e^{j\beta_{mn} d} - e^{j\beta_{mn} d}\right)\,\cos\frac{m\pi}{a}\,x\,\cos\frac{n\pi}{b}\,y$$

أو أن
$$2\,j\,A_{mn}\,\sin\beta_{mn}\,d\,\cos\frac{m\pi}{a}x\;\cos\frac{n\pi}{b}y=0$$

وهناك خياران أحدهما عندما يكون $A_{mn}=0$ وهذا هو الخيار البديهي ، تلاشي المجالات داخل الفجوة، ولن يتم اعتماد هذا الخيار. أما الخيار الثاني فهو $\sin\beta_{mn}\,d=0$ أو أن يكون $\beta_{mn}\,d=p\pi$ حيث إن $p=1, 2, 3, \ldots$، أو أن يكون التردد الذي يسمى بتردد رنين الفجوة كما يلي:-

$$f_{r_{mnp}}=(\nu/2)\sqrt{(m/a)^2+(n/b)^2+(p/d)^2} \qquad (62\text{-}6)$$

أو أنه يمكن وجود الإشارات الكهرومغناطيسية في الفجوة لرنانة المبينة في الشكل (6-17) وأبعادها $a\times b\times d$ ، فقط ، إذا كان ترددها هو أحد الترددات التي يمكن الحصول عليها من المعادلة (6-62) وهذا ينطبق لكلا الموجتين TE_{mn} و TM_{mn}.



الشكل (6-17):- الفجوة الرنانة لدليل الموجة المستطيل والتي تتكون من ستة جدران موصلة وإبعادها $a\times b\times d$.

مثال (6-4):- إذا كان هناك فجوة رنانة مملوءة بالهواء وأبعادها هي $a=3$ cm و$b=1.5$ cm و $d=4$ cm، أوجد ترددات الرنين الخمس الأولى لهذه الفجوة والموجات المناظرة.

الحــل:-

يمكن الحصول على تردد الرنين (resonat frequency) لهذه الفجوة من المعادلة (6-62) علماً بأن $v/2 = 1.5\times10^{8}\ m/s$ وفيما يلي الترددات الخمس الأولى والموجات المناظرة:-

للموجة TE_{101} : $f_{r101} = 1.5\times10^{10}\sqrt{(1/3)^2 + (1/4)^2} = 6.5\ \text{GHz}$

للموجة TE_{102} : $f_{r102} = 1.5\times10^{10}\sqrt{(1/3)^2 + (2/4)^2} = 9.014\ \text{GHz}$

للموجة TM_{201} و TE_{011} : $f_{r001} = f_{r201} = 10.68\ \text{GHz}$

للموجة TM_{111} و TE_{111}: $f_{r111} = 11.793\ \text{GHz}$

للموجة TE_{103} : $f_{r103} = 1.5\times10^{10}\sqrt{(1/3)^2 + (3/4)^2} = 12.311\ \text{GHz}$

يتم عادة استخدام الفجوات الرنانة عند الموجة المسيطرة وهي TE_{10} ، عند التردد f_{r101}، ويعتبر ادنى تردد رنين لفجوات الدليل المستطيل.

أما بالنسبة للفجوة الرنانة لدليل الموجة الأسطوانى المبينة في الشكل (6-18) فإنها لا تختلف عن فجوة دليل الموجة المستطيل إلا في شكلها وبعض التفاصيل. يتم تحليلها باستخدام العلاقة (6-60a) التي تمثل المجال المغناطيسي $H_z(r,d,z)$ مع الأخذ بعين الاعتبار وجود موجتين إحداهما تنتشر باتجاه $+z$ والأخرى باتجاه $-z$ كما يلي:-

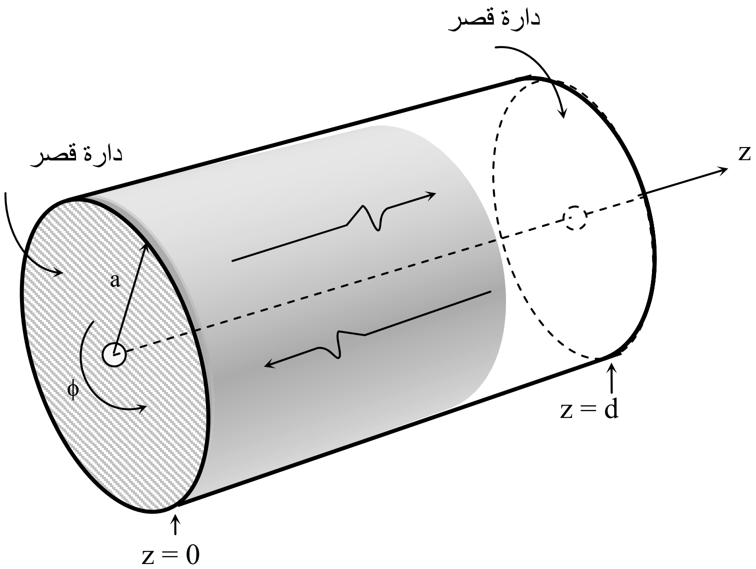
$$H_z(\rho,\phi,z) = J_n\left(x'_{mn}\frac{\rho}{a}\right)\cos n\phi\left[A_{mn}\,e^{j\beta_{mn}z} + B_{mn}\,e^{-j\beta_{mn}z}\right]$$

وتتطلب شروط الحدود على H_z تلاشيه عند كل من المستوى $z=0$ والمستوى $z=d$ لكل قيم $0\le\rho\le a$ وقيم $0\le\phi\le2\pi$، ويتم عند المستوى $z=0$ الحصول على ما يلي :-

$$H_\rho\ (\rho, \phi, 0) = 0 = J_n\ (x'_{mn}\ \frac{\rho}{a}) \cos n\ \phi\ [A_{mn} + B_{mn}\ ]$$

أو أن $B_{mn} = - A_{mn}$ ، ويتم عند المستوى $z = d$ الحصول على ما يلي:-

$$H_z\ (\rho, \phi, d) = 0 = A_{mn}\ J_n\ (x'_{mn}\ \frac{\rho}{a}) \cos n\ \phi \sin \beta_{mn}\ d$$



الشكل (6-18):- الفجوة الرنانة لدليل الموجة الأسطواني بنصف قطر a وطول d ووجود صفيحتين موصليتين عند المستوى $z = 0$ و $z = d$.

أو أن $\beta_{mn}\ d = p\pi$ وبالتالي يكون تردد الرنين لهذه الفجوة للموجة TE_{mn} كما يلي:-

$$f'_{r_{mnp}} = (\nu / 2)\ \sqrt{\left(x'_{mn} / (\pi\ a)\right)^2 + \left(p / d\right)^2} \qquad (63\text{-}6)$$

حيث إن $p = 1,\ 2, 3, ...$ و $\nu = 1 / \sqrt{\mu\varepsilon}$.

ويمكن تتبع نفس الخطوات السابقة وإيجاد تردد الرنين لهذه الفجوة للموجة TM_{mn} وهو كما يلي:-

$$f_{r_{mnp}} = (\nu/2)\sqrt{\left(x_{mnp}/(\pi a)\right)^2 + \left(p/d\right)^2} \qquad (46\text{-}6)$$

حيث إن $p = 1, 2, 3, ...$

مثال (6-5):- إذا كان هناك فجوة رنانة مكونة من دليل موجة أسطوانى وأبعادها هي $a = 1.5$ cm و $d = 4$ cm مملوءة بالهواء ، أوجد ترددات الرنين الست الأولى والموجات المناظرة.

الحــل:-

يتم إيجاد ترددات الرنين الست الأولى من المعادلة (6-63) والمعادلة (6-64) للموجات TE_{mnp} و TM_{mnp} علماً بأن $\nu = 3\times10^8$ m/s وهذه الترددات والموجات المناظرة هي كما يلي :-

الموجة المناظرة	تردد الرنين
TE_{111}	$f_{r_{111}} = 6.968$ GHz
TM_{101}	$f_{r_{101}} = 8.524$ GHz
TE_{112}	$f_{r_{112}} = 8.524$ GHz
TE_{121}	$f_{r_{121}} = 10.42$ GHz
TM_{102}	$f_{r_{102}} = 10.716$ GHz
TE_{122}	$f_{r_{122}} = 12.279$ GHz

تجدر الإشارة إلى أنه يتم قياس أداء الفجوة الرنانة من خلال عامل الجودة أو النوعية (quality factor Q) والذي يعرّف كما يلي:-

$$Q = \omega(W / P_L) \qquad (65\text{-}6)$$

حيث إن $\omega = 2\pi f$ هو التردد القطري rad/s ، و W هي الطاقة المخزنة في الفجوة وتتكون من الطاقة الكهربائية W_e والطاقة المغناطيسية W_m علماً بأنه عند تردد الرنين فإن $W_m = W_e$، و P_L هي القدرة المفقودة في الفجوة ، في جدران الفجوة المعدنية والوسط الذي يملأ الفجوة، وتمثل كمية الطاقة المفقودة في الفجو ة لكل وحدة زمن.

سيتم فيم ا يلي إيجاد قيمة Q لفجوة رنانة لدليل موجة مستطيل وإبعادها $a \times b \times d$ لموجة TE_{101} وذلك من المعادلة (6-34) كما يلي :-

$$W_e = \frac{\varepsilon}{4} \iiint_V \mathbf{E}.\mathbf{E}^* \; dV = \frac{\varepsilon\, abd}{16} \; \frac{\omega^2 \mu^2 a^2 \; A_{10}^2}{\pi^2} \qquad J$$

أما القدرة المفقودة P_L فهي ، تم احتساب الفقد الأومي في جدران الفجوة فقط، كما يلي :-

$$P_L = \frac{R_s}{2} \iint_S \left|\mathbf{H}_{\tan g}\right|^2 \; dS$$

حيث إن $R_S = \sqrt{\omega\,\mu/(2\,\delta)}\ \Omega$ هي المقاومة السطحية لجدران الفجوة، و $\mathbf{H}_{tang}$ هي عناصر المجال المغناطيسي للموجة TE_{101} الماسة لجدران الفجوة، وتكون قيمة P_L كما يلي:-

$$P_L = \frac{\lambda^2 R_s}{8\eta^2}\left(\frac{a\,b}{d^2} + \frac{b\,d}{a^2} + \frac{a}{2\,d} + \frac{d}{2a}\right)\frac{\omega^2 \mu^2 a^2 A_{10}^2}{\pi^2} \qquad W$$

وإذا كانت $b = a/2$ فإن P_L تصبح كما يلي:-

$$P_L = \frac{\lambda^2 R_s}{16\eta^2}\left(\frac{a^3 + 2d^3 + a^2 d}{d^2 a}\right)\frac{\omega^2 \mu^2 a^2 A_{10}^2}{\pi^2}$$

وبالتالي فإن معامل الجودة Q لفجوة رنانة لدليل الموجة المستطيل للموجة TE_{101} وأبعادها $a \times a/2 \times d$ تكون كما يلي:-

$$Q = \frac{\omega\varepsilon\,\eta^2 a^3 d^3}{2\lambda^2 R_s (a^3 + 2d^3 + a^2 d)} \tag{66-6}$$

مثال (6-6):- أوجد معامل الجودة للفجوة الرنانة المحددة في المثال (6-4) للموجة TE_{101} علماً بأن جدران الفجوة مصنوعة من النحاس.

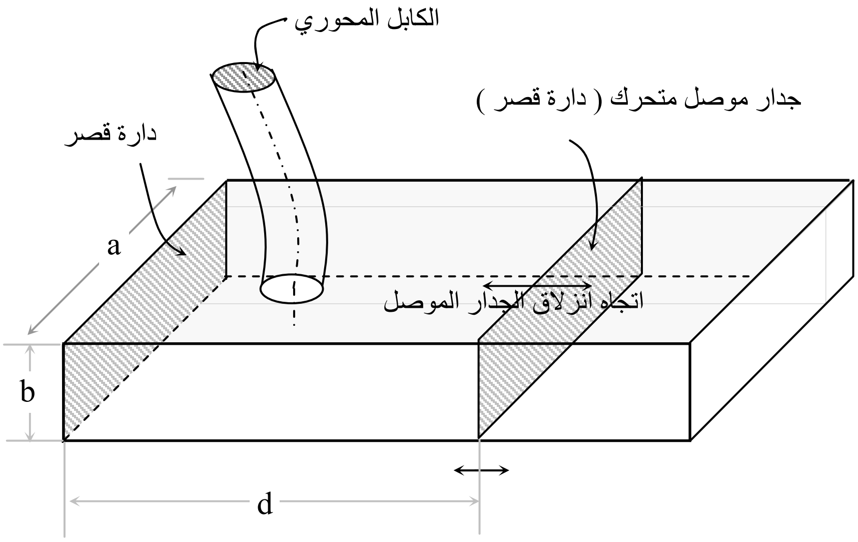
الحـــل:-

من العلاقة (6-66) يكون معامل الجودة لهذه الفجوة من أثر الفقد الأومي، فقط، في جدرانها $Q = 4657$ وينخفض هذا المعامل إذا أخذ الفقد التخلفي الذي ينتج عن المادة العازلة التي تستخدم لملء الفجوة ويترك ذلك للقارئ لاستنتاج معامل الفجوة الكلي.

6-3-1:- تغذية الفجوات الرنانة واستخداماتها

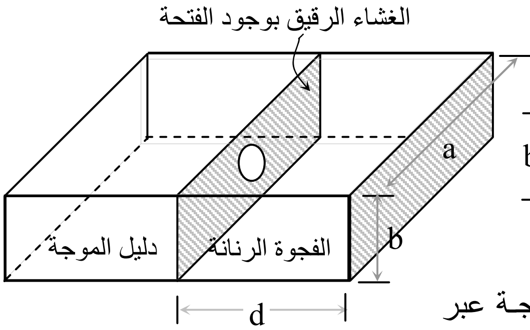
يتم تغذية الفجوات الرنانة أو حقن الطاقة الكهرومغناطيسية فيها بطرق مختلفة وسيتم هنا ذكر طريقتين إحداهما باستخدام المهايىء حيث تم توضيح ذلك في الشكل (6-19) للفجوة الرنانة لدليل الموجة المستطيل، ويمكن التحكم بتردد رنين هذه

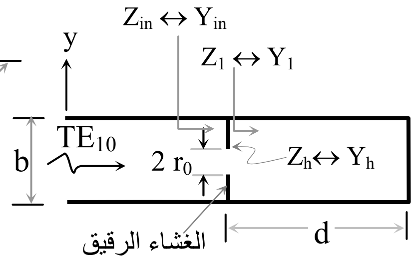
الفجوة عن طريق انزلاق الجدار الذي يمثل دارة قصر الموجود مثلاً على يمين الفجوة.



الشكل (6-19):- تغذية فجوة دليل الموجة المستطيل باستخدام المهايىء والتحكم في تردد رنينها.

أما الطريقة الثانية فتتم عن طريق فتحة صغيرة في جدار الفجوة لربطها بدليل الموجة ويبين الشكل (6-20) هذا الترتيب.



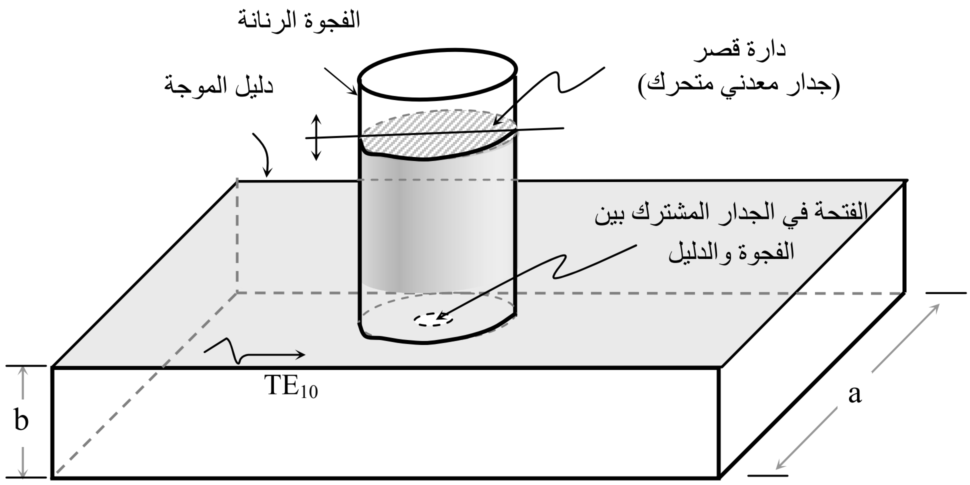


الشكل (6-20):- ربط الفجوة بدليل الموجـة عبر غشاء معدنـي رقيق بفتحة ذو نصف قطر r_0.

فالموجة السائدة TE_{10} التي تنتشر في دليل الموجة باتجاه الفجوة الرنانة ترتطم بالغشاء المعدني الرقيق (Thin metallic diaphragm) ويتسرب جزء من طاقتها عبر الفتحة التي تم إحداثها في الغشاء إلى الفجوة الرنانة، ويحدد مكان الفتحة وأبعادها وشكلها كمية الطاقة التي يمكنها الانتقال إلى الفجوة الرنانة. وتتطلب الفجوة الرنانة أن يكون تردد الموجة TE_{10} هو نفس تردد الرنين لهذه الفجوة. بالنظر إلى ممانعة الدخل على يسار الغشاء مباشرة Z_{in} والتي تتكون من جزأين موصولين على التوازي الأول هو الممانعة المكافئة للغشاء Z_h والثاني هو ممانعة الجزء الواقع على يمين غشاء الفجوة الرنانة والتي تمثل دليل موجة ينتهي على يمينه بجدار معدني يعمل كدارة قصر، وله ممانعة دخل مكافئة Z_1 وتكون هذه الممانعة إما $+jX_1$ أو $-jX_1$ ، تبعاً للطول d مقارنة بطول موجة الدليل $\lambda_{g_{10}}$.

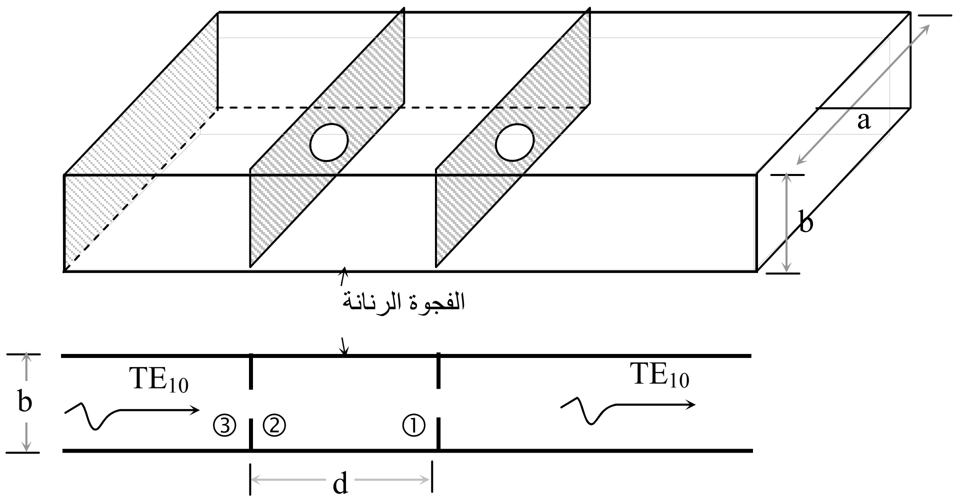
إذا تم اختيار الفتحة في الغشاء الرقيق في مكان يكون المجال الكهربائي أعلى ما يمكن أو في مكان يكون فيه المجال المغناطيسي أعلى ما يمكن فإن الممانعة المكافئة للفتحة تصبح إما $-jX_n$ أو $+jX_n$. وإذا كانت $X_1 = X_h$ فإنه يتم الحصول على دارة رنين مكافئة حيث يتم امتصاص الطاقة داخل هذه الفجوة عبر فتحة الغشاء. وإذا تمت مراقبة الإشارة على يسار الغشاء فإن الموجة TE_{10} ستنعكس بالكامل إذا كان ترددها مختلفاً عن تردد رنين الفجوة. أما إذا كان ترددها مساوياً لتردد رنين الفجوة فإنه سيتم امتصاص جزء من الطاقة داخل الفجوة وبالتالي فإن مستوى الإشارة سينخفض بمقدار يتناسب مع كمية الطاقة التي تمتصها الفجوة الرنانة. إذا كانت دارة القصر التي ينتهي بها هذا الدليل متحركة ومتصلة بمقياس دقيق للمسافات مترجم إلى ترددات فإنه يمكن استخدام هذه الفجوة لقياس تردد الإشارة ويطلق عادة على هذه الفجوة أسم الفجوة التفاعلية (reaction cavity) .

يبين كذلك الشكل (6-21) ترتيب أخر لوصل الفجوة بدليل الموجة عبر فتحة في الجدار المشترك بينهما، ويطلق على هذا الترتيب أسم مقياس التردد (Frequency meter) أو مقياس Q . يتم استخدام الفجوة لامتصاص جزء يسير من الطاقة المنتشرة في الدليل إذا كان تردد الإشارة مساوياً لتردد الرنين لهذه الفجوة، ويتم عادة استحداث فتحة صغيرة بحيث لا تؤثر على مستوى الإشارة المنتشرة في الدليل. كذلك فإن الفجوة تكون منتهية بدارة قصر وهي عبارة عن جدار معدني متحرك (قرص) للتحكم في تردد رنين الفجوة.



الشكل (6-21):- استخدام الفجوة الرنانة كمقياس للتردد أو مقياس Q.

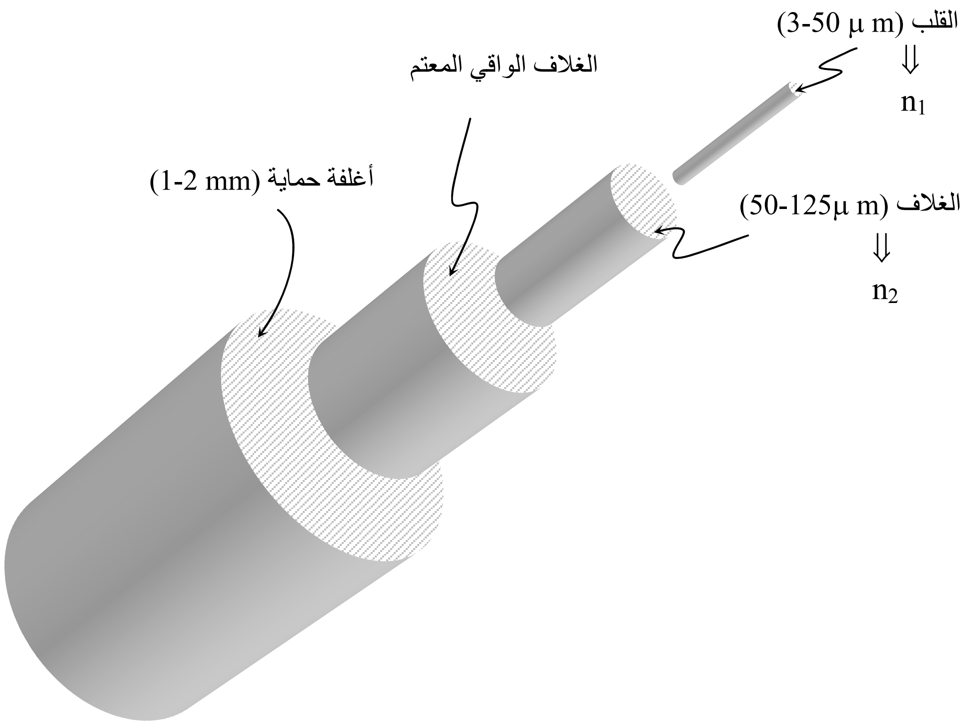
أخيراً فإن الشكل (6-22) يبين ترتيب مختلف لوصل الفجوة الرنانة بدليل الموجة عبر استخدام غشاءين رقيقين كل بفتحة ويطلق على هذا الترتيب أسم فجوة النقل. فإذا تم ضبط الفتحات ، المكان والشكل، وأبعاد الفجوة الرنانة وتردد الموجة TE_{10} التي تنتشر في دليل الموجة فإن الإشارة تنتقل من يسار الفجوة إلى يمينها ويكون الهدف عادة هنا على أن يتم انتقال الإشارة بكاملها، ويستخدم هذا الترتيب في بناء المرشحات الميكرووية.



الشكل (6-22):- الفجوة الرنانة المستخدمة لنقل الإشارة من يسارها إلى يمينها.

4-4:- الألياف البصرية (Optical Fibers)

تعتبر الألياف البصرية (أو الزجاجية أو الضوئية) دلائل موجة أسطوانية مكونة من مادة عازلة وتتشكل من قلب (core) وغلاف (cladding) ويتراوح قطرها ما بين 50 μm و 125 μm. يتكون القلب من قضيب عازل شفاف للضوء يصنع عادة من مادة الزجاج أو البلاستيك ذو معامل انكسار $n_1 = \sqrt{\varepsilon_r}$ يكون عادة 1.5، أما الغلاف فيكون عادة مصنعاً من نفس القلب ومصهوراً مع القلب إلا أن معامل انكساره (refractive index) $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$ يكون أدنى من معامل انكسار القلب أو $n_2 < n_1$ ، ويكون عادة في حدود 1.47 . يستخدم غلاف واقٍ (protective coating) معتم حول هذا الليف لحمايته ويتم عادة استخدام أغلفة واقية أخرى تحمي الليف البصري من المؤثرات الخارجية بجميع أنواعها. يبين الشكل (6-23) رسماً توضيحياً لهذا الليف البصري وأغلفته المختلفة ويطلق على هذا الترتيب بالكابل البصري ويتم عادة وضع عدد من هذه الكوابل ضمن قراب (هو عبارة عن غلاف مقوى لحمايتها) لخدمة اكثر من مستخدم.



الشكل (6-23):- رسم توضيحي لليف البصري وأغلفته المختلفة (الكابل البصري).

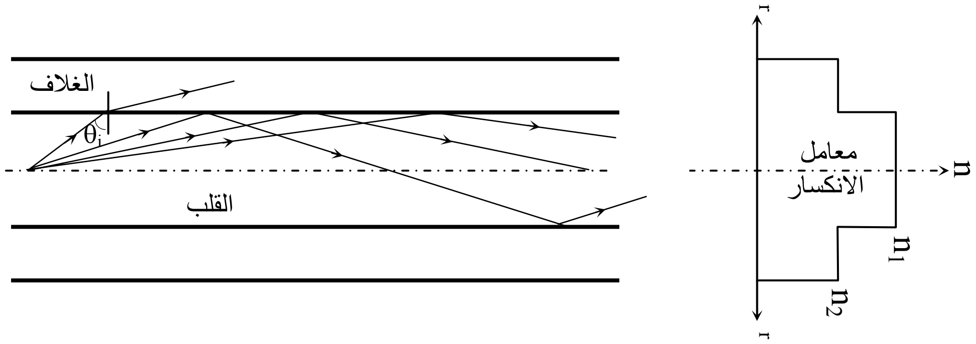
تستخدم هذه الألياف البصرية في مدى الترددات 10^{13} - 10^{16} Hz ، مدى الترددات الذي يبدأ من الأشعة تحت الحمراء (infrared) إلى فوق البنفسجية (ultraviolet)، أو لمدى أطوال الموجات 600 - 1800 nm . رغم أنه لم يمر على إدخالها في الخدمة التجارية (commercial service)، كخط نقل لوصل المرسل بالمستقبل ونقل الإشارات الكهرومغناطيسية، أكثر من 30 سنة إلا أن ميزاتها المختلفة وتقدم تقنية تصنيعها جعلتها مؤهلة لان تحتل مركزاً رئيسياً في استخدامها في أنظمة الاتصالات المختلفة للإسباب التالية:-

- تقدم سعة اكبر بكثير من أنظمة النقل الأخرى حيث إن عرض نطاق لا يزيد على 0.1% من أدنى تردد لمدى تردداتها يمثل عرض نطاق يساوي 10^{10} Hz (10 GHz) وهذا قادر على استيعاب خدمات واسعة ومختلفة.
- توفر مرونة في التعامل معها ، نظراً لصغر حجمها ، وتمديدها ويسهل عملية تركيبها وينعكس ذلك إيجابياً على تكاليف تركيبها.
- لا تتأثر بالموجات الكهرومغناطيسية الخارجية وتعتبر أكثر أماناً حيث إنه من غير الممكن التنصت على الإشارات التي تحملها هذه الألياف.
- تتحمل درجات حرارة عالية ويمكن استخدامها في بيئات مختلفة ومتنوعة.
- تتميز بتدني توهينها للإشارة لدرجة أن توهينها يمكن أن يكون أقل من0.2 dB/km.

كما تم ذكره سابقاً فإن الألياف البصرية لا تغدو عن كونها دلائل موجات أسطوانية عازلة ويمكن تصنيفها تبعاً لنمط انتشار الضوء (الموجة الكهرومغناطيسية) فيها كما يلي:-

- ألياف بصرية متعددة الحالة بمعامل انكسار- قفزة(multimode step-index):-

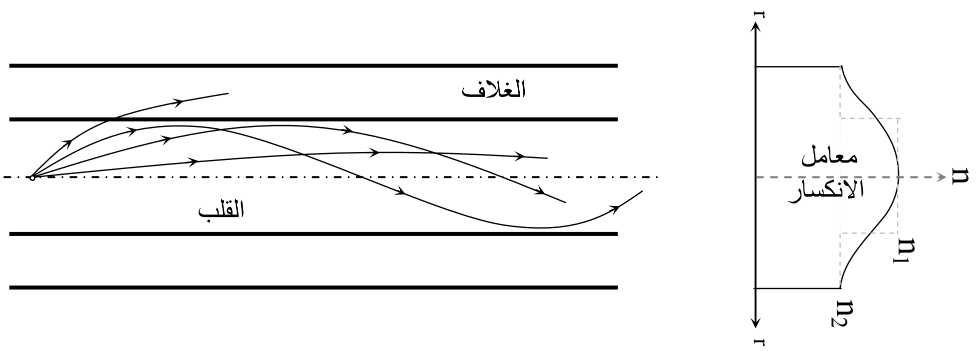
تتكون الألياف هنا من نوعين من الزجاج، الداخلي (القلب) وله معامل انكسار n_1 والخارجي (الغلاف) بمعامل انكسار n_2، علماً بأن $n_1 > n_2$، وذلك كما هو مبين في الشكل (6-24)، ويلاحظ أن الأشعة المنتشرة في القلب والساقطة على السطح الفاصل بين القلب والغلاف تنعكس إلى القلب مرة أخرى، ويناظر عدد هذه الأشعة المنعكسة لفظة متعددة الحالة الواردة في العنوان، نظراً لأن زاوية سقوطها تكون أكبر أو تساوي الزاوية الحرجة التي أشير إليها في الباب الرابع وهي ($\theta_{ic} = \sin^{-1}(n_2 / n_1)$. ونظراً لاختلاف المسافات التي تقطعها الأشعة المختلفة فإنه من المتوقع أن يحدث تشتتاً للإشارة أثناء انتشارها وهذا يحد من عرض النطاق الفعال لهذه الألياف. يكون قطر القلب لهذا النوع من الألياف البصرية، في حدود 50 μm وقطر الغلاف في حدود 125 μm.



الشكل (6-24) :- ليف بصري متعدد الحالة بمعامل انكسار-قفزة.

- ألياف بصرية متعددة الحالة بمعامل انكسار- تدرجي multimode graded index:-

يتدرج التغير من n_1 إلى n_2 ولا يحدث في قفزة واحدة، كما يبين الشكل (6-25). في هذه الحالة فإن الأشعة الساقطة تنحنى أثناء انتشارها بشكل تدريجي حتى تصل إلى نقطة تنعكس عندها بالكامل ويكون التشتت بدرجة أقل من الليف البصري السابق وهذا ينعكس على عرض النطاق الذي يكون أكبر بكثير من السابق. يكون قطر قلب هذا الليف في حدود 60 µm أو ما يزيد عن ذلك قليلاً أما قطر الغلاف الخارجي فيكون بحدود 125 µm.



الشكل (6-25):- ليف بصري متعدد الحالة بمعامل انكسار تدريجي.

- ألياف بصرية أحادية الحالة بمعامل انكسار- قفزة (single mode step-index):-
يشابه هذا الليف الحالة الأولى إلا أن قطر القلب يكون أقل من 10 μm وهذا يجعل كل الأشعة تنتشر باتجاه محور هذا الليف وعليه فإن التشتت يختفي إلى حد كبير ويزداد عرض النطاق الفعال في هذه الحالة.

المسائل

6-1:- أوجد سرعة الطور v_p داخل دليل موجة مستطيل وأخر أسطواني وارسم تغيرها مع التردد.

6-2:- إذا ما تم استخدام دليل موجة مربع المقطع $a = b = 5$ cm وكان الهواء يملأ هذا الدليل فأوجد ترددات القطع الست الأولى والموجات المناظرة لها وقارن بين هذه النتائج وتلك النتائج عندما تكون $a = 2b = 5$ cm.

6-3:- إذا كان هناك دليل موجة مستطيل وأبعاده $a = 4$ cm و $b = 2$ cm فأي من الموجات يمكن استخدامها لنقل الإشارات ذات الترددات التالية: 5 GHz و 10 GHz و 15 GHz.

6-4:- لدليل الموجة المستطيل WR90، إذا تم قياس المسافة بين نقطتين يمثلان القيمة العظمى للمجال الكهربائي للموجة TE_{10} التي تنتشر في هذا الدليل وكانت 1.6 cm، فأوجد تردد الإشارة المنتشرة في هذا الدليل وزاوية سقوط أشعتها θ وممانعة الموجة عند هذا التردد.

6-5:- يتم في الأقمار الاصطناعية العاملة في النطاق الترددي C (4-8 GHz) تخصيص المدى الترددي 3.7-4.2 GHz للوصلة الهابطة، حدد أبعاد دليل الموجة المستطيل والأسطواني المناسبين لاستخدامهما في هذا المدى وحدد الموجة أو الموجات المقترحة لنقل الإشارات في هذا المدى الترددي.

6-6:- لدليل الموجة WR42، أوجد ترددات القطع الست الأولى والموجات المناظرة وأحسب الفقد الإومي لموجة بتردد 20 GHz علماً بأن طول الدليل هو 10 m.

6-7:- تم وصل مصدر بتردد 4 GHz إلى دليل الموجة WR229 الذي ينتهي بحمل، عبارة عن هوائي، وممانعته $Z_a = 500 - j\,50\ \Omega$ ، حدد الموجة التي تنتشر في هذا الدليل وأوجد الممانعة المميزة له وطول موجته. أوجد نسبة الموجة الواقفة SWR في هذا الدليل وحدد مكان أول نقطة بجانب الحمل والتي يكون عندها المجال الكهربائي بقيمته الدنيا.

8-6:- إذا كان هناك دليل موجة أسطوانى بقطر 5 cm فأوجد ما يلي:- **(i)** ترددات القطع الست الأولى والموجات المناظرة لها. **(ii)** ثابت الانتشار لكل من الموجة السائدة TE_{11} والموجة TE_{10}. **(iii)** الممانعة المميزة لهذا الدليل للموجة TE_{10}.

9-6:- إذا كان المطلوب تغذية (أو حقن) موجة TE_{20} في دليل موجة مستطيل، فبين بالتفصيل كيف يمكن أن يتم ذلك وما هي المشاكل المتوقعة في هذه الحالة.

10-6:- إذا كان هناك دليل موجة مستطيل علماً بأن أبعاده هي $a = 5$ cm و $b = 2.5$ cm وتنتشر فيه موجة TE_{10} بتردد 4 GHz. إذا تم وصل هذا الدليل بدليل موجة أسطوانى؛ فحدد نصف قطر الدليل الأسطواني ليحمل فقط الموجة السائدة TE_{11}. كذلك حدد أبعاد الدليل الأسطوانى لنقل الموجة TE_{10} وكيف يمكن ضمان وجود هذه الموجة دون غيرها.

11-6:- في دليل موجة أسطوانى قطره 3 cm تنتشر إشارة ترددها 13 GHz، فإذا كان هذا الدليل مصنوع من النحاس فأوجد الموجات التي يمكن أن تنشأ فيه عند هذا التردد وكذلك الفقد الأومي لكل من الموجة TE_{11} والموجة TE_{10}.

12-6:- أعد حل المسألة (6-7) إذا كانت المادة التي تملأ الدليل هي مادة عازلة بسماحية $\varepsilon = 2.25\ \varepsilon_0$ F/m.

13-6:- أعد حل المسألة (6-9) إذا كان الدليل يمتلئ بمادة عازلة سماحيتها $\varepsilon = 4\ \varepsilon_0$ F/m.

14-6:- أوجد ترددات الرنين الست الأولى لفجوة رنانة مشكلة من دليل الموجة المستطيل من نوع WR90، بطول 7.5 cm، حدد الموجات المناظرة لهذه الترددات.

6-15:- تم تشكيل فجوة من دليل الموجة WR229 ليكون تردد رنينها الأول $f_{r_{101}} = 4\ \text{GHz}$ ، حدد أبعاد هذه الفجوة واحسب معامل الجودة Q لها إذا كانت مصنوعة من الألومنيوم.

6-16:- أوجد ترددات الرنين الست الأولى لفجوة مشكلة من دليل موجة أسطوانى بقطر 4.5 cm وبطول 5 cm وحدد الموجات المناظرة لهذه الترددات.

6-17:- إذا كان معامل الانكسار لقلب ليف بصري متعدد الحالة بمعامل انكسار – قفزة $n_1 = 1.5$ وقطره 50 μm أما معامل انكسار الغلاف فهو $n_2 = 1.47$ علماً بأن قطره بتراوح ما بين 50 μm و 125 μm أوجد أكبر زاوية يمكن أن تنعكس عندها الأشعة الساقطة دون أن تنفذ إلى الغلاف علماً بان طول موجة الأشعة المنتشرة في هذا الليف هو 1300 nm.

الباب السابع
الهوائيات
Antennas

1-7 :- مقدمة

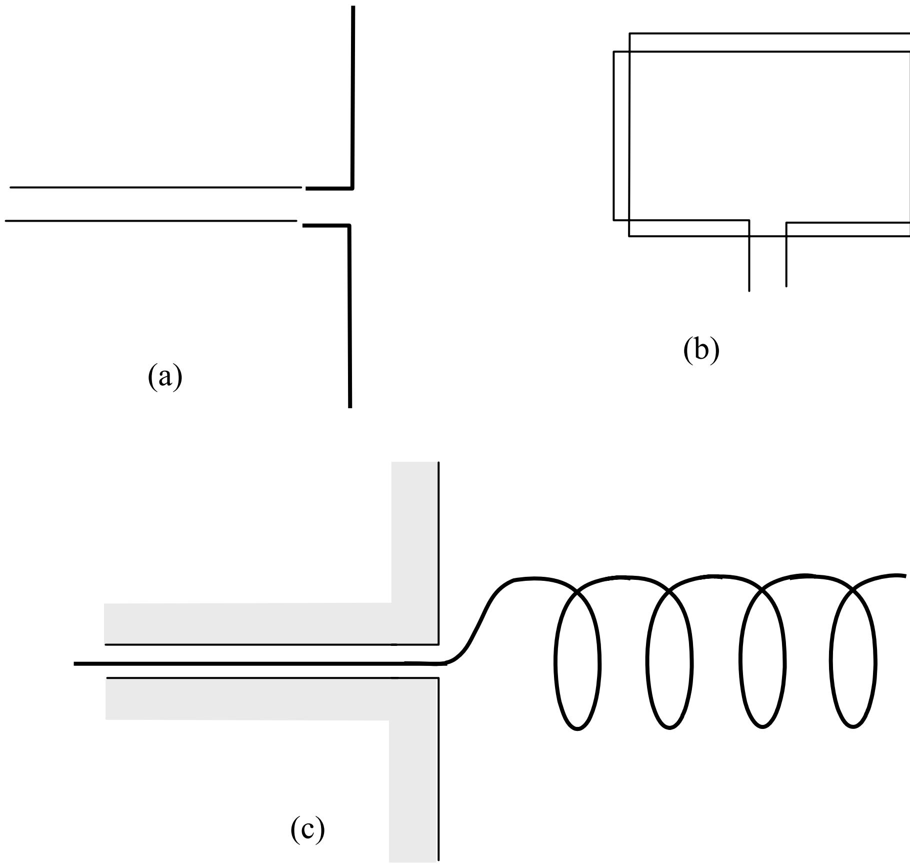
تم في الأبواب السابقة دراسة بعض الأوساط المستخدمة لنقل الطاقة الكهرومغناطيسية مثل خطوط النقل ودلائل الموجات والألياف البصرية. تستخدم هذه الأوساط لنقل المعلومات على شكل موجات كهرومغناطيسية تنتقل من المصدر (المرسل) إلى الحمل (المستقبل). وترتبط هذه الأوساط المرسل والمستقبل بأسلاك (أو كوابل) وتستخدم متى كانت هذه الأوساط السلكية هي السبيل الأنسب لنقل المعلومات والإشارات هندسياً واقتصاديا. يصبح استخدام هذه الأوساط السلكية في كثير من تطبيقات الاتصالات ونقل المعلومات مستحيلاً أو غير عملي أو عالي الكلفة مثل الاتصالات بين الطائرات والمحطات الأرضية أو الاتصالات عبر الأقمار الاصطناعية أو خدمات البث الإذاعي والتلفازي. في مثل هذه الخدمات لابد من استخدام الاتصالات اللاسلكية والتي تتمثل في إرسال الطاقة الكهرومغناطيسية على شكل موجات راديوية في الفضاء المحيط بالأرض أو طبقات الجو العليا أو في الفضاء الخارجي في حالة الاتصالات الفضائية ويتم وضع أو بث هذه المعلومات على هذا الشكل بواسطة هوائيات (antennas) مناسبة. إذاً فالهوائيات هي ذلك الجزء من نظام الاتصالات الذي يحول الطاقة الكهرومغناطيسية من موجات تنتشر عبر الأسلاك إلى موجات كهرومغناطيسية تنتشر في الفراغ لاسلكياً. ويمكن من الشكل (7-1) الذي يوضح شكل نظام اتصالات بسيط ملاحظة أن نظام الإرسال يتكون أساساً من المرسل الذي هو عبارة عن دارات إلكترونية تشمل عدة مراحل مثل التكبير والتضمين ورفع التردد. ويتصل هذا المرسل بهوائي الإرسال عن طريق خط نقل (كابل محوري أو دليل موجة) ويبث هوائي الإرسال الطاقة الكهرومغناطيسية المشتملة على المعلومات المنقولة في الفراغ الحر من حول الهوائي. أما هوائي الاستقبال

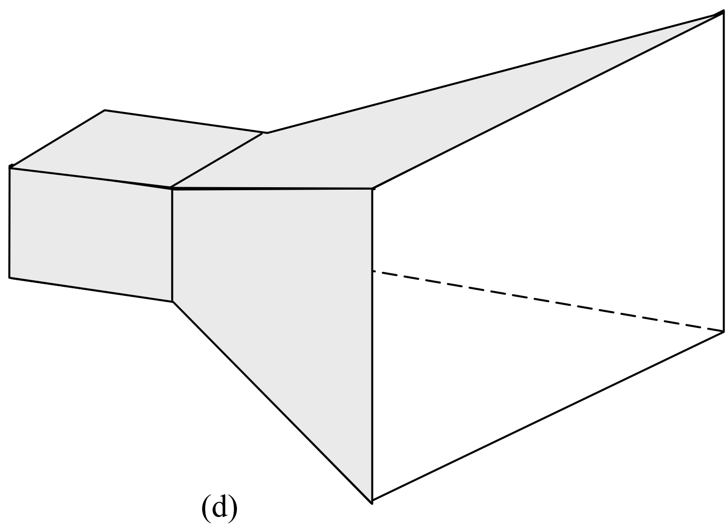
فيحول الطاقة المبثوثة إلى طاقة (موجات أو إشارات) سلكية في خط النقل الذي يصله بدارات المستقبل التي تعالج الإشارات لاستخلاص المعلومات منها. من هذا التمهيد يتضح أهمية أن يكون الهوائي فعالاً في الإرسال والاستقبال حتى يمكن الاستفادة من الطاقة المرسلة والمستقبلة. في هذا الشأن لابد أن يكون الهوائي متوائماً مع خط النقل ودوائر الإرسال أو الاستقبال، وان يكون تصميمه ونوعه مناسباً لنطاق الترددات المستعملة وطريقة توزيعه لطاقة البث على الاتجاهات مناسباً لغرض خدمة الاتصالات المقصودة.

الشكل (7-1) :- رسم مبسط لنظام اتصالات لاسلكي.

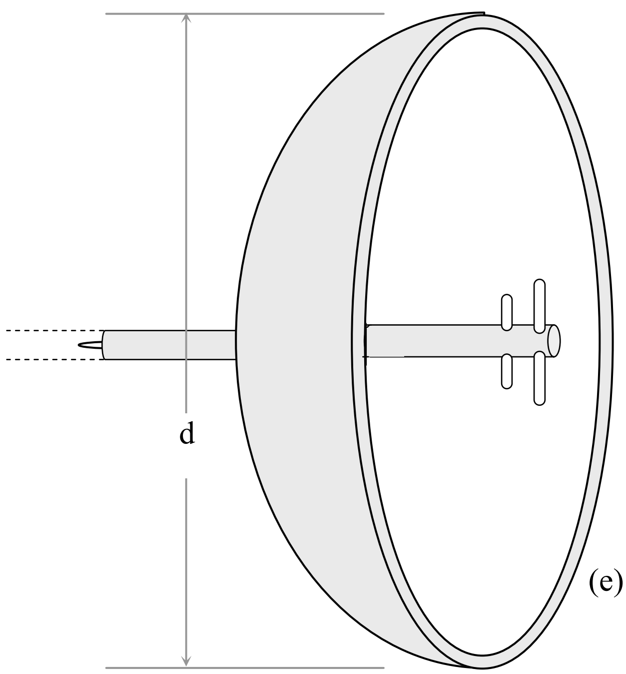
عند ملاحظة أنظمة الاتصالات العاملة والهوائيات المستخدمة فيها فإنها تكون في الغالب هوائيات سلكية (wire antennas) أي مصنوعة من أسلاك وقد تكون بسيطة على شكل خط مستقيم أو حلقة أو مركبة الشكل. تستخدم هذه الهوائيات في نطاق الترددات المنخفضة LF وحتى نطاق الترددات UHF أي من ترددات منخفضة وحتى 1 GHz تقريباً. أما أنظمة الاتصالات التي تستخدم ترددات عالية فإنها تستخدم هوائيات تعتمد على مساحتها تسمى الهوائيات ذات الفوهة أو هوائيات الفتحة (aperture antennas) مثل الهوائيات العاكسة والهوائيات البوقية. وهناك نوع من

الهوائيات يسمى بالهوائيات المصفوفة وهو عبارة عن مجموعة أو مصفوفة من عناصر الهوائيات السابق ذكرها وذلك لزيادة فاعلية الهوائيات وتحسين أدائها وتشكيل إشعاعاتها حسب الحاجة كما هو الحال في أنظمة الرادارات الحديثة وأنظمة الاتصالات النقالة. وهناك أيضا الهوائيات المطبوعة أو الهوائيات الرقعية أو الشريطية الدقيقة (microstrip antennas) التي تتميز بسهولة وضعها على أسطح مستوية وتكوين مجموعات أو مصفوفات منها صغيرة الحجم وتستخدم عادة للترددات التي تزيد على 500 ميجاهيرتز؛ ويوضح الشكل (7-2) بعض أنواع الهوائيات شائعة الاستعمال. من الجدير بالذكر أن للهوائيات استعمالات في مجالات أخرى مثل استعمالها للإشعاع الميكرويفي في العلاج الطبي لبعض الأمراض وكذلك استخدامها لأغراض أخرى مثل الاستكشاف الجيولوجي والفضائي.





(d)

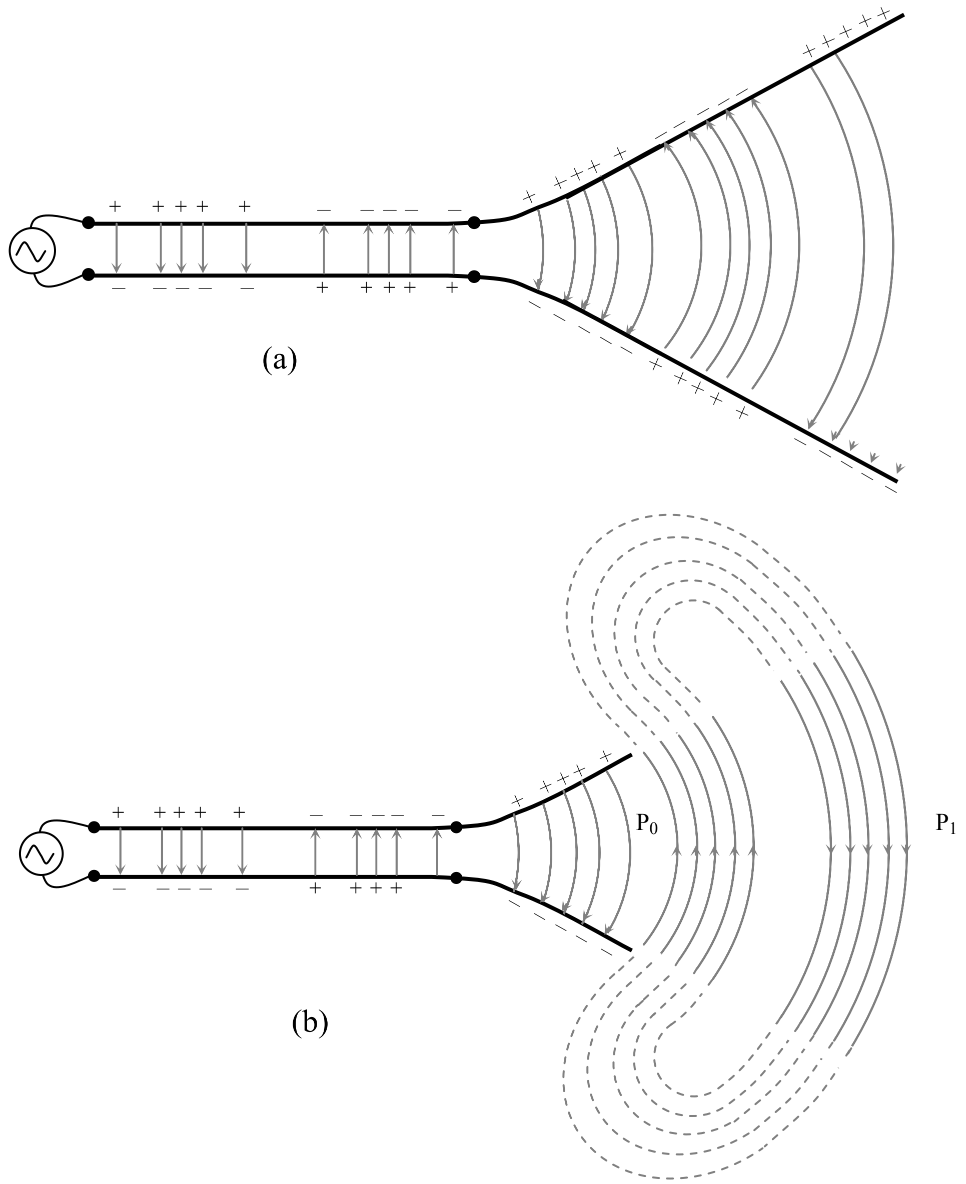


الشكل (2-7) :- صور لبعض الهوائيات شائعة الاستعمال (a) ثنائي القطب (b) هوائي الحلقة (c)الهوائي الإهليليجي (d) هوائي بوقي هرمي (الفتحة) (e) الهوائي العاكس.

7-2:- الإشعاع من الهوائيات

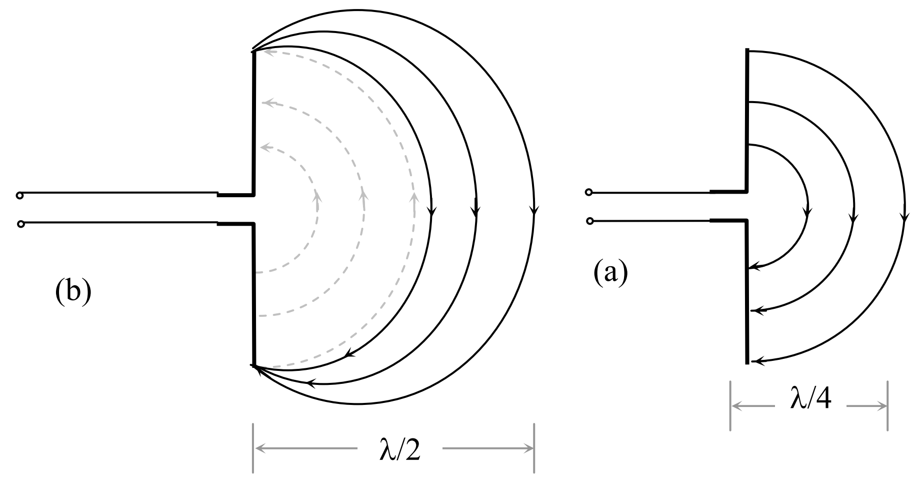
سيتم في هذا الفصل شرح كيفية حدوث الإشعاع (radiation) من الهوائيات؛ فمثلاً لو أخذ خط نقل طويل مربوط بهوائي في طرفه الأيمن ومغذى بمصدر فولطية جيبي(sinusoidal source) أو تناغمي (harmonic) من طرفه الأيسر كما يوضح الشكل (7-3). يولد مصدر الفولطية مجالاً كهربائياً بين موصلي (فرعي) خط النقل وتم على هذا الشكل توضيح اتجاه خطوط المجال الكهربائي. تؤثر هذه المجالات الكهربائية على الشحنات ، الإلكترونات، الحرة (free electrons) في ذرات الموصل وتحركها وتفصلها منها. تكوَن حركة هذه الشحنات التيار الذي يسري في موصلي الخط ويكوّن هذا التيار بدوره مجالاً مغناطيسياً خطوطه عمودية على اتجاه خطوط المجال الكهربائي. وتكون خطوط المجال المغناطيسي مغلقة كما هو معروف أما خطوط المجال الكهربائي فهي أما أن تبدأ من شحنة موجبة وتنتهي بشحنة سالبة أو تنتهي في نقطة اللانهاية أو تبدأ في نقطة لانهائية وتنتهي بشحنة سالبة أو أنها ، أي خطوط المجال الكهربائي، تكوّن حلقات أو خطوط مغلقة (closed lines) على خطوط المجال المغناطيسي وذلك في المجالات المتغيرة مع الزمن كما تم شرحه سابقاً. إذا كان مصدر تغذية الفولطية تناغمي كما أسلف فإن المجالات الكهرومغناطيسية تكون أيضاً تناغمية (جيبية) ويكون توزيع الشحنات على الموصلين جيبياً أيضاً كما يوضح الشكل السابق. تكون هذه المجالات عبارة عن موجات تنتقل وتتحرك على طول الخط من المصدر إلى الهوائي بحركة موجية (wave motion) إلى أن تدخل الهوائي مصحوبة بتوزيع الشحنات وسريان التيار كما يوضح الشكل (7-3) . ولو تم تقصير طول الهوائي فستغلق خطوط المجال الكهربائي على بعض (كما يوضح الشكل بالخط المقطع) مكوّنةً مجالات كهربائية مستقلة في الفراغ خارجة من الهوائي (طرف خطي نقل) وستستمر في الحركة (الانتشار) بعيداً عن الهوائي. وهذه المجالات الكهرومغناطيسية المستقلة (المنفصلة) عن خط النقل هي موجات جيبية أيضاً وتنتشر بسرعة الضوء في الفراغ. لذا فإن

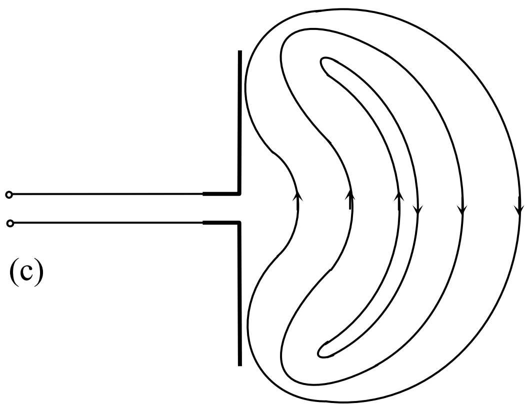
النقطة P_0 في هذه الموجة ستنتقل في زمن قدره نصف زمن دوري $(T/2)$ لتقطع مسافة نصف طول موجي $(\lambda/2)$ إلى النقطة P_1 .



الشكل (3-7):- خطوط المجال الكهربائي وانفصالها عن الهوائي (a) خطوط المجال الكهربائي (b) انفصال الموجة الكهرومغناطيسية.

ولمزيد من توضيح عملية إنفكاك (انفصال) الموجة الكهرومغناطيسية من الهوائيات إلى الفراغ يتم دراسة الإشعاع من هوائي ثنائي القطبية المغذى من منتصفه والموضح في الشكل (7-4) حيث إن الموجة المنتشرة عبارة عن موجه جيبية لها زمن دوري مقداره T. وتصل قيمة موجة المجال الكهربائي، بعد ربع زمن دوري، إلى ذروتها وبالتالي فإن قيمة توزيع الشحنة على طرفي الهوائي يصل إلى ذروته وتكون الموجة قد قطعت مسافة ربع طول موجي $(\lambda/4)$ كما هو موضح في الجزء (a) من الشكل السابق .

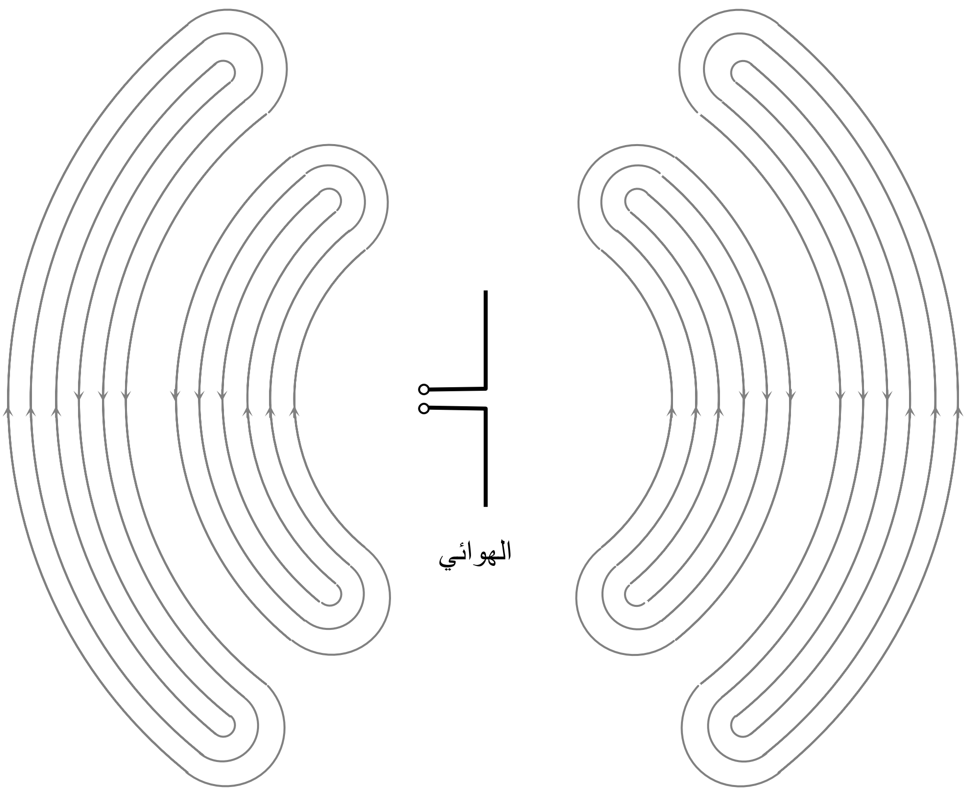




الشكل (4-7) :- تكّون وانفصال خطوط المجال الكهربائي من هوائي ثنائي القطبية (a) T/4 (b) و (c) T/2.

تم في هذا الشكل تمثيل خطوط المجال الكهربائي بثلاثة خطوط تبدأ بشحنات موجبة وتنتهي بشحنات سالبة. وتتحرك الموجة المعبر عنها بهذه الخطوط في خلال فترة ربع الزمن الدوري القادمة مسافة $(\lambda/4)$ أخرى لتصل إلى مسافة $(\lambda/2)$ وفي نفس الأثناء تبدأ كمية الشحنات في الاضمحلال أو التلاشي (diminishing). ويمكن تصور ذلك أنه نتيجة لتكون شحنات معاكسة على طرفي الهوائي تكون محصلة كمية الشحنة تساوي صفراً عند نهاية نصف الزمن الدوري $T/2$. وهذه الشحنة المكافئة تكون لها خطوط المجال الكهربائي مماثلة ولكن في عكس الاتجاه وتنتقل مسافة ربع طول موجي عند نهاية نصف الزمن الدوري $T/2$ ويعبر عنها بالخطوط الثلاثة المقطعة في الجزء (b) من الشكل السابق. ونتيجة لأن محصلة الشحنة تكون صفراً في نهاية هذه الفترة فإن خطوط المجال الكهربائي المتجهة إلى الأعلى في مسافة $(\lambda/4)$ الأولى ستلتقي مع الخطوط المتجهة إلى الأسفل في المسافة $(\lambda/4)$ الأخيرة متحدة معاً مكونة حلقات مجال (field rings) تعبر عن المجال الكهربائي وتنفصم (dispatch) من الهوائي المسبب لها مبتعدة عنه بسرعة انتشار موجي مساوي لسرعة الضوء في الهواء كما هو موضح في الجزء (c) من الشكل (7-4).

تتكرر هذه العملية (تكوين خطوط المجال ثم ا لانفصام) ، سالفة الذكر، في نصف الزمن الدوري الباقي (ولكن في اتجاهات معاكسة) وكذلك في باقي الزمن ما دام المنبع (مصدر التغذية feeding source) المسبب عاملاً ومؤثراً كما هو موضح في الشكل (7-5). وهذ ا يشابه ما يمكن ملاحظته من انتشار موجات الماء (water wave) إذا رمي حجر صغير في بركة راكدة حيث تنتشر هذه الموجات متباعدة عن مصدرها (الحجر) وتستمر في التولد والانتشار ما دام هناك مصدر مؤثر (تتابع رمي أحجار) للموجات على سطح الماء الراكد.



الشكل (7-5) :- خطوط المجال الكهربائي المشعة من هوائي ثنائي القطبية.

7-3 :- المجالات الكهرومغناطيسية المشعة والتكامل الإشعاعي

تم في الفصل السابق إلقاء نظرة تأملية في كيفية حدوث الإشعاع الكهرومغناطيسي (electromagnetic radiation) من الهوائيات. ولدراسة الهوائيات كأنظمة هندسية لا بد من تمثيل هذه الظاهرة الفيزيائية بمعادلات رياضية يمكن من خلال حلها والتعامل معها والاستفادة منها هندسياً وتحليل وتصميم أنظمة الإشعاع الكهرومغناطيسي (الهوائيات). وكما هو معروف فإن معادلات ماكسويل بصيغتها الأساسية تمثل الأساس الرياضي للظاهرة

الفيزيائية (الموجات الكهرومغناطيسية) ولذا فلا بد من الرجوع إليها والبدء منها لدراسة أي موضوع يتعلق بهذه الظاهرة الفيزيائية. تم في الباب الثاني توضيح معادلات ماكسويل وكذلك توضيح كميات الجهد الكهربائي (electrica potential) Φ (أو V) ومتجه الجهد المغناطيسي (magnetic vector potential) $\mathbf{A}$ وعلاقاتها بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية عبر المعادلات التالية:-

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu}\ \nabla \times \mathbf{A} \tag{1a-7}$$

$$\mathbf{E} = -\ \nabla\ \Phi - \ \frac{\partial\ \mathbf{A}}{\partial\ t} \tag{1b-7}$$

ويمكن اعتبار هذه الكميات (Φ و $\mathbf{A}$) كميات رياضية وسيطة تستخدم لتسهيل عملية إيجاد المجالات الكهربائية والمغناطيسية من مصادرها الأساسية (الشحنات والتيارات). ويكون مقصد مسائل الهوائيات الأول إيجاد المجالات الكهرومغناطيسية الناتجة من مصادر أساسية، وانطلاقاً من معادلات ماكسويل يمكن اشتقاق معادلات الجهود Φ و $\mathbf{A}$ كالتالي :-

$$\nabla^2\ \Phi - \mu\,\varepsilon\ \frac{\partial^2\ \Phi}{\partial\ t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \tag{2a-7}$$

$$\nabla^2\ \mathbf{A} - \mu\,\varepsilon\ \frac{\partial^2\ \mathbf{A}}{\partial\ t^2} = -\,\mu\,\mathbf{J} \tag{2b-7}$$

ويكون حل هذه المعادلات التفاضلية الجزئية بدلالة الشحنات والتيارات بالصيغ التالية:-

$$\Phi(R\ ,t) = \frac{1}{4\ \pi\varepsilon}\int_{V'} \frac{\rho\ (t - \frac{R}{\nu})}{R}\, dV' \qquad V \tag{3a-7}$$

$$\mathbf{A}(R,t)=\frac{\mu}{4\pi}\int_{V'}\frac{\mathbf{J}\,(t-\frac{R}{v})}{R}\,dV' \qquad Wb/m \tag{3b-7}$$

حيث إن R هو بعد نقطة المصدر عن نقطة المجال و V' هو الحجم الموجود فيه توزيع المصادر المتغيرة مع الزمن (الشحنات والتيارات). وتكون الشحنات والتيارات مرتبطة مع بعضها من خلال معادلة الاستمرارية وكذلك فإن متجه الجهد المغناطيسي $\mathbf{A}$ والجهد الكهربائي Φ يكونان مرتبطين بتحويل لورنتز كما يلي:-

$$\nabla\bullet\mathbf{J}=\frac{-\partial\rho}{\partial t} \tag{4a-7}$$

$$\nabla\bullet\mathbf{A}+\mu\,\varepsilon\frac{\partial\Phi}{\partial t}=0 \tag{4b-7}$$

وبالتالي فإن معرفة متجه الجهد المغناطيسي $\mathbf{A}$ تكون كافية لإيجاد المجالات المشعة الصادرة من مصدر التيارات المتغيرة مع الزمن. وكذلك بملاحظة أن التكاملات السابقة لإيجاد الجهود Φ و $\mathbf{A}$ تحتوي على المقدار $\rho\,(t-R/v)$ والمقدار $\mathbf{J}\,(t-R/v)$ ، والتي تدل على أن متجه هذه الجهود عند نقطة المجال عند الزمن t تكون معتمدة على قيمة المصادر (الشحنات والتيارات) عند لحظة زمنية سابقة بمقدار $t'=R/v$ (حيث v هي سرعة انتشار الموجة في الوسط). وهذا يدل على وجود حركة موجية تصدر من المصادر ثم تنتقل (تنتشر) إلى نقطة المجال لتصل بعد فترة زمنية مقدارها " t' " تتحدَد ببعد هذه النقطة عن المصدر وبسرعة انتشار الموجة، والذي يعتمد على خصائص الوسط $(v=\sqrt{\mu/\varepsilon})$. وكما تم توضيحه سابقاً فإن هذه الدراسة للمجالات الكهرومغناطيسية ستكون غالباً بالنسبة للمجالات التناغمية (harmonic fields) إي المجالات ذات التغير الجيبي مع الزمن والناتجة من مصادر تناغمية وتكون المعادلات السابقة لهذه المجالات إذا استخدم التمثيل الطوري كما يلي :-

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \qquad (5a\text{-}7)$$

$$\mathbf{E} = -\, j\omega\, \mathbf{A} - \nabla\, \Phi = -\, j\omega\, \mathbf{A} - \frac{1}{j\omega\mu\varepsilon} \nabla\nabla \bullet \mathbf{A} \qquad (5b\text{-}7)$$

$$\nabla \bullet \mathbf{J} = -\, j\omega\, \rho \qquad (5c\text{-}7)$$

$$\Phi = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon} \int_{V'} \frac{\rho(r')\, e^{-\, j\beta R}}{R}\, dV' \qquad (5d\text{-}7)$$

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\,\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}\,(r')\, e^{-\, j\beta R}}{R}\, dV' \qquad (5e\text{-}7)$$

حيث إن الشرطة ' على V و r (أو V' و r') تدل على إحداثيات المصادر أو تستخدم للمصدر وتبين الدالة $e^{-j\beta R}$ $(\beta = 2\,\pi/\lambda)$ أن الموجة الكهرومغناطيسية تنتشر في اتجاه $\mathbf{a}_R$ بعيداً عن الهوائي ويدل على تغير الطور مع تباعد المسافة المقطوعة. وبناءً على ما تقدم فإنه يمكن إيجاد المجالات الناتجة من توزيع تيارات متغيرة مع الزمن على هوائيات حسب الخطوات التالية :-

1- من معرفة توزيع التيار $\mathbf{J}\,(r')$ يتم إيجاد متجه الجهد المغناطيسي (magnetic vector potential) $\mathbf{A}$ من المعادلة (5e-7) والتي تسمى معادلة التكامل الإشعاعي (radiation integral) ويلاحظ أن $\mathbf{A}$ له نفس اتجاه التيار $\mathbf{J}\,(r')$.

2- يتم إيجاد المجال المغناطيسي $(\mathbf{H})$ من العلاقة (5a-7) ويكون اتجاه $\mathbf{H}$ عمودي على اتجاه $\mathbf{A}$ كما هو واضح من عملية الالتفاف.

3- يتم إيجاد المجال الكهربائي $\mathbf{E}$ حسب معادلة ماكسويل الثانية أو $\mathbf{E} = \frac{1}{j\,\omega\varepsilon}(\nabla \times \mathbf{H})$ أو من $\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A} - \frac{1}{j\omega\mu\varepsilon}\nabla\nabla \bullet \mathbf{A}$. وتجدر الإشارة إلى أنه بعيداً عن مصدر التيار (في وسط غير موصل أو $\sigma = 0$)

يكون اتجاه **E** متعامد على اتجاه **H** أو في نفس اتجاه التيار $\mathbf{J}(r')$ ومتجه الجهد المغناطيسي **A**.

4- يتم إيجاد كثافة القدرة والقدرة الإشعاعية وبقية خصائص الهوائيات من المجالات الذي تم إيجادها وسيتم تطبيق ذلك في أمثلة الهوائيات التي ستتم دراستها فيما بعد.

ونبدأ أولاً بدراسة توزيع التيارات على الهوائيات الخطية (linear antenna).

7-4:- توزيع التيارات على الهوائيات الخطية

لدراسة الهوائيات وخصائصها فإنه لابد من إيجاد المجالات الصادرة من هذه الهوائيات وأول خطوة هي إيجاد متجه الجهد المغناطيسي **A** من التكامل الإشعاعي المعطى في المعادلة (7-5e) ويتطلب هذا التكامل معرفة توزيع التيار على الهوائي تحت الدراسة. إن إيجاد توزيع التيار على الهوائي مسألة كهرومغناطيسية تحتاج إلى حل لإيجاد معادلة تصف التيارات مستقاة من معادلات ماكسويل ثم حلها بالطرق الرقمية (numerical methods) الحديثة وهذه المسألة خارج نطاق هذا الباب. لهذا السبب سيتم الاستفادة من المعلومات الواردة في الأبواب السابقة لتخمين شكل التيار على الهوائيات السلكية (المصنوعة من الأسلاك) الخطية. يوضح شكل (7-6) خط نقل من موصلين متوازيين مفتوح (ينتهي بدارة مفتوحة) ويكون معامل الانعكاس لهذا الخط يساوي واحد $(\rho = 1)$ وهذا يعني انعكاس كامل لموجات التيار والفولطية من عند نقطة الحمل (الدارة المفتوحة open circuit) ويكون شكل التيار عبارة عن موجات واقفة (standing waves) قيمتها تساوي صفراً عند نقطة نهاية الخط المفتوح وتبلغ قيمتها القصوى على بعد ربع طول موجة من الحمل المفتوح في كلا الفرعين المتوازيين.

يكون خط النقل بوضعه السابق قليل الإشعاع نتيجة لأن المسافة بين فرعيه صغيرة جداً بالنسبة إلى طوله لكن إذا تم ثني طرفي خط النقل إلى الخارج في اتجاهين متعاكسين لازدادت فاعلية الإشعاع وصار هوائي سلكي خطي. ولو كان طول كل فرع مثني من الهوائي هو ربع طول موجة لأصبح الهوائي الناتج هوائي خطي طوله نصف طول موجي مغذى من منتصفه ويكون توزيع التيار عليه عبارة عن موجة تيار واقفة جيبية تعطى بالصيغة التالية:-

$$I(z) = I_0 \cos \beta z \qquad (6-7)$$

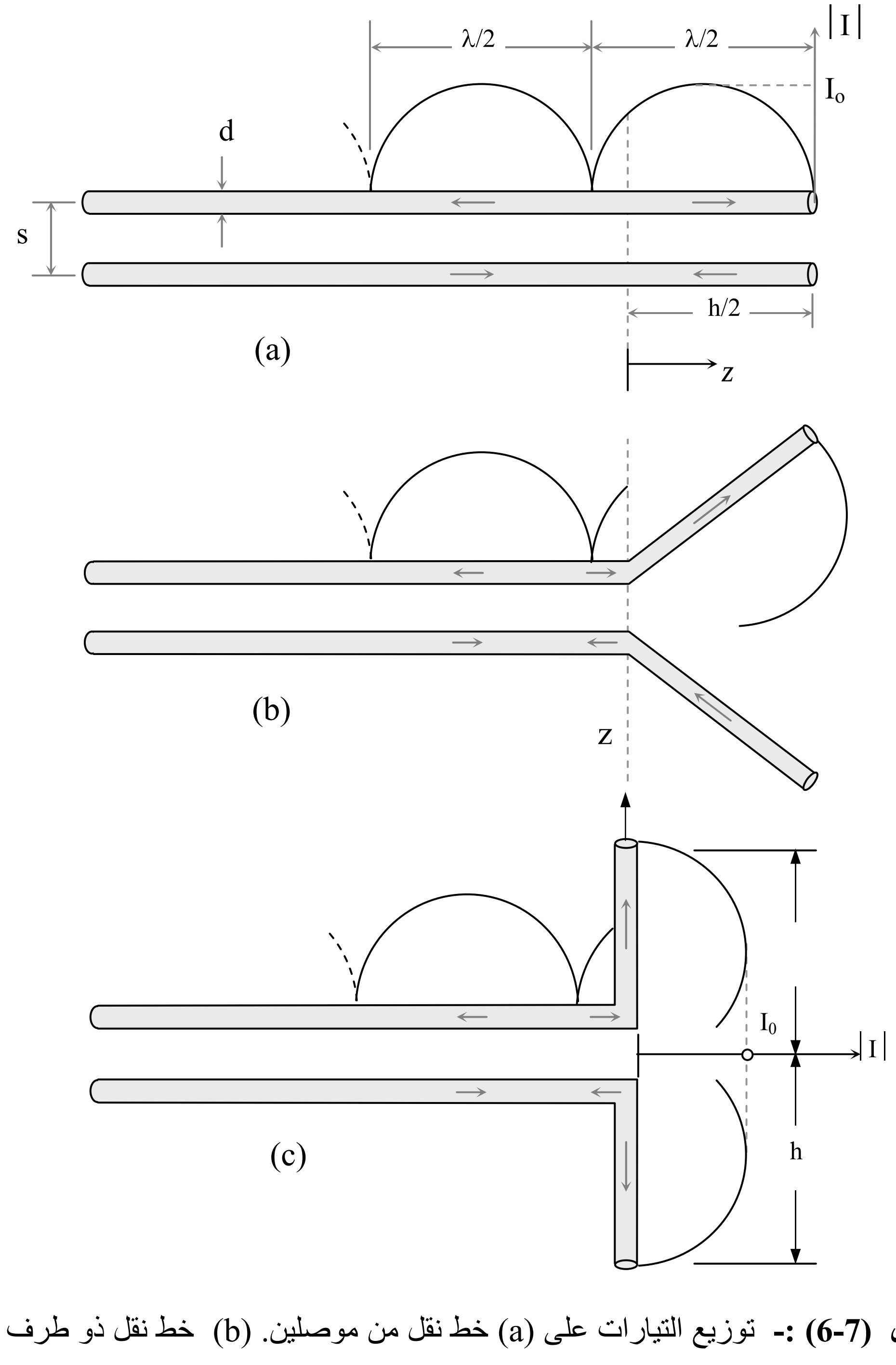
ويبين الشكل (7-6) ذلك، وإذا كان طول كل فرع من الهوائي الناتج h (هوائي خطي له طول يساوي طول الفرعين 2h مغذى عند منتصفه) فإن توزيع التيار عليه يكون عبارة عن موجه تيار واقفة جيبية كما يلي:-

$$I(z) = I_0 \sin \beta (h - |z|) \qquad (7-7)$$

و تسمى هذه بالهوائيات ذات الموجة الواقفة (standing wave antennas) نتيجة لتوزيع التيار عليها الناتج من موجه واقفة على خط نقل مفتوح. وتدعى أحياناً، عندما يكون طولها في حدود الطول الموجي λ، بهوائيات الرنين (resonant antennas). أما إذا كان خط النقل ينتهي بممانعة موائمة لممانعته الذاتية فتصبح الموجة على خط النقل موجه مسافرة أو راحلة أو متحركة أو منتقلة ويصبح توزيع التيار على الهوائي بالصيغة التالية:-

$$I(z) = I_0 \; e^{-j\beta z} \qquad (8-7)$$

وتدعى تبعاً لذلك بهوائيات الموجه الراحلة أو المتحركة (traveling wave antenna) ويبلغ طولها عدة أطوال من طول الموجه التي تحملها من أجل زيادة كفاءتها.



الشكل (7-6) :- توزيع التيارات على (a) خط نقل من موصلين. (b) خط نقل ذو طرف مثني. (c) خط نقل طرفه عبارة عن هوائي ثنائي القطبية.

7-5:- الهوائي ثنائي القطبية القصير (هوائي هيرتز)

كمدخل لدراسة (الهوائيات) وخصائصها والعوامل المؤثرة في عملها وفي المجالات الناتجة منها سيتم البدء في دراسة أبسط أنواع الهوائيات وهو الهوائي المتناهي الصغر (ثنائي القطبية dipole) الذي يسمى أيضاً هوائي هيرتز (Hertzian dipole) نسبة إلى العالم هيرتز الذي أجرى أول تجربة عملية لتحقيق معادلات ماكسويل التي تشكل أساس النظرية الكهرومغناطيسية. هذا الهوائي عبارة عن توزيع تيار على طول صغير جداً (متناهي القصر) ويمثل العنصر الأساسي أو الوحدة الأساسية للتيارات على الهوائيات ذات الأطوال المحدودة. ويكون تدرج الدراسة لهذا الهوائي كالتالي:-

- معرفة توزيع التيار على هذا الهوائي كدالة في الطول (الفراغ) والزمن.
- إيجاد المجالات الكهرومغناطيسية الناتجة من هذا التيار كدالة في متغيرات الفراغ والزمن.
- التعرف على المجالات في المناطق القريبة (near regions) من الهوائي والبعيدة (far regions) عنه.
- إيجاد القدرة المحمولة بالمجالات الكهرومغناطيسية في مناطق بعيدة عن الهوائي.
- تعريف وإيجاد الخصائص التي توصف بها الهوائيات من خلال الهوائي تحت الدراسة مثل الشكل (النمط) الإشعاعي، الاتجاهية وكسب الهوائي ومقاومته الإشعاعية وغيرها.

وسيتم البدء بفرض توزيع متماثل (symmetrical) للتيار على وحدة الطول **dL** المتناهية القصر حيث يكون التيار على الهوائي كدالة في الفراغ (في هذه الحالة الطول) والزمن كالتالي:-

$$i\,(L\,,\,t) = I_0\,\cos\omega t \qquad (9\text{-}7)$$

حيث إن ω هي التردد الزاوي للتيار. وكما هو ملاحظ فإن التيار كدالة في الزمن هو دالة تناغمية ويمكن استخدام التمثيل الطوري (phasor) لتمثيل هذه الدوال وهذا يبسط العمليات الرياضية التي يتم إجراؤها للحصول على المجالات الناتجة عن توزيع التيار المذكور. باستخدام التمثيل الطوري يتم الاهتمام فقط بتوزيع التيار كدالة أو كمتغير مع الفراغ (الطول في هذه الحالة) أما التغير مع الزمن فهو معروف ومحسوب ضمنياً وعلى هذا فإن التيار سيكون $I(L') = I_0$ وهذا التيار ثابت على الطول $\mathbf{dL'}$. ويمكن من توزيع هذا التيار حساب متجه الجهد المغناطيسي $\mathbf{A}$ كالتالي :-

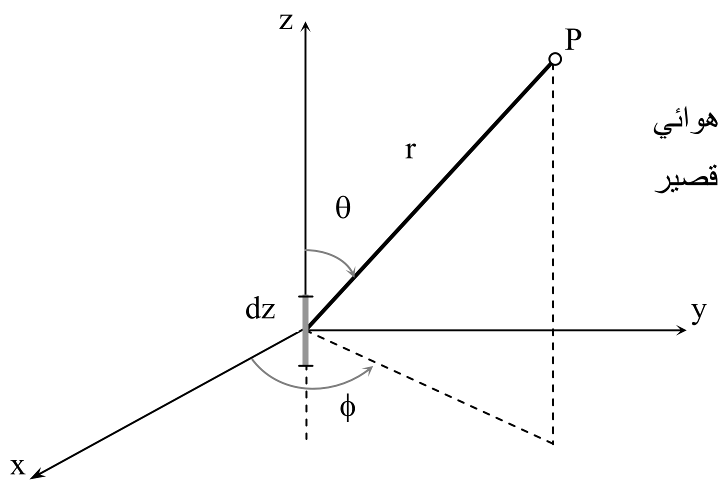
$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{L'} \frac{I(L')\, e^{-j\beta R}}{R}\, \mathbf{dL'} \qquad (10\text{-}7)$$

حيث إن R هي بعد النقطة التي يحسب عندها المجال الكهرومغناطيسي (نقطة المجال) عن نقطة المصدر والشرطة على متغير التكامل L' تدل على أن التكامل هو على إحداثيات المصدر ، ويحسب التكامل على طول الهوائي لأن توزيع التيار طولي فقط. وإذا تم استخدام الإحداثيات الكارتيزية ووضع عنصر التيار في نقطة الأصل وعلى المحور z كما في الشكل (7-7) فيصبح توزيع التيار $I(z') = I_0$ وبالتالي:-

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{z'} \frac{I_0\, e^{-j\beta R}}{R}\, dz'\ \mathbf{a}_z \qquad (12\text{-}7)$$

وحيث إن توزيع التيار على عنصر متناهي القصر فلن يكون هناك حاجة لعملية التكامل أو

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{I_0\, dz}{r} e^{-j\beta r}\, \mathbf{a}_z \qquad (13\text{-}7)$$



الشكل (7-7) :- هوائي ثنائي قطبية قصير واحداثياته.

حيث تم استخدام المتغير r من الإحداثيات الكروية (spherical coordinates) لنقطة المجال (field point). يلاحظ من المعادلة (7-13) أن متجه الجهد المغناطيسي هو في الاتجاه $\mathbf{a}_z$ ومن المناسب صياغة المتجه $\mathbf{A}$ في الإحداثيات الكروية كما هو الاصطلاح المتعارف عليه في تحليل الهوائيات أو $\mathbf{A} = A_r\ \mathbf{a}_r + A_\theta\ \mathbf{a}_\theta + A_\phi\ \mathbf{a}_\phi$ وبالتالي

$$\mathbf{A} = A_z\ \cos\theta\ \mathbf{a}_r - A_z \sin\theta\ \mathbf{a}_\theta \qquad (14\text{-}7)$$

ويكون المجال المغناطيسي $\mathbf{H}$ كما يلي :-

$$H_\phi = j\frac{I_0\ \beta dz}{4\ \pi r}\sin\theta\left[1+\frac{1}{j\beta r}\right]e^{-j\beta r} \qquad (15a\text{-}7)$$

$$H_r = H_\theta = 0 \qquad (15b\text{-}7)$$

أما المجال الكهربائي $\mathbf{E}$ فيتم إيجاده من معادلة ماكسويل الثانية ويكون كما يلي:-

$$E_r = \eta\frac{I_0\ dz}{2\ \pi r^2}\cos\theta\left[1+\frac{1}{j\beta r}\right]e^{-j\beta r} \qquad (16a\text{-}7)$$

$$E_\theta = j\eta \frac{I_0\, \beta\, dz}{4\,\pi r} \sin\theta \left[1 + \frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{(\beta\, r)^2}\right] e^{-j\beta r} \qquad (16b\text{-}7)$$

حيث إن $\eta = \beta/(\omega\,\varepsilon) = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ هي الممانعة المميزة (intrinsic impedance) للوسط.

يلاحظ من المعادلات السابقة أن اتجاه المجال الكهربائي هو نفس اتجاه متجه الجهد المغناطيسي وهو نفسه اتجاه سير التيار الكهربائي في الهوائي بينما يكون اتجاه المجال المغناطيسي متعامد على اتجاه سير التيار كما هو متوقع. لو تم التأمل في حقيقة توزيع التيار على عنصر الطول dz فان الحدود الفيزيائية تحتم أن يكون مقدار التيار يساوي صفراً عند طرفي عنصر الطول dz وعلى هذا فلا بد من وجود لتجمع شحنة كهربائية على طرفي الطول وهذه الشحنة الكهربائية تعطى بالعلاقة

$$i(t) = \pm \frac{dq\,(t)}{dt} \qquad (17\text{-}7)$$

وفي التمثيل الطوري للكميات التناغمية (time harmonics)

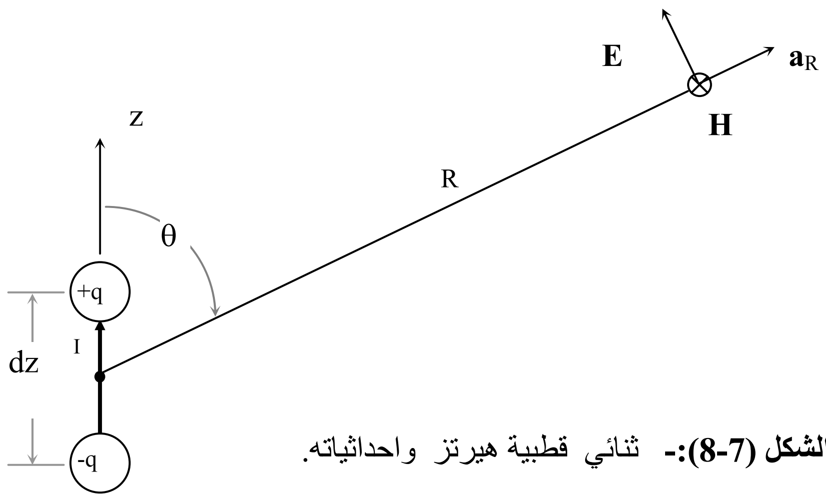
$$I = \pm\, j\omega\, q \quad \Rightarrow\Rightarrow \quad q = \pm\, I/(j\omega) \qquad (18\text{-}7)$$

وتكون الشحنة الموجبة q+ على الطرف العلوي بينما تكون الشحنة السالبة q- على الطرف السفلي لعنصر الطول dz. ويمثل هذا الزوج من الشحنات المتعاكسة الذي يفصل بينهما مسافة قصيرة dz ثنائي قطبية كهربائي (electric dipole)، كما يبين الشكل (7-8) ، ويكون عزمه كما يلي:-

$$\mathbf{m}_e = q\, dz\, \mathbf{a}_z \qquad (19\text{-}7)$$

ومن الجدير بالذكر أن قيمة الشحنة المكونة لثنائي القطبية تتغير مع الزم ن تبعاً لتغير التيار مع الزمن لذلك يسمى هذا ثنائي القطبية المتأرجح زمنياً أو

ثنائي قطبية هيرتز (Hertzian Dipole) وبهذا التفصيل يكون مفهوماً لماذا تمت تسمية هذا النوع من الهوائيات بثنائي القطبية.



الشكل (7-8):- ثنائي قطبية هيرتز واحداثياته.

7-5-1:- المجالات القريبة (Near Fields) للهوائي ثنائي القطبية

يتم الآن تأمل طبيعة المجالات الكهرومغناطيسية الناتجة عن الهوائي ثنائي القطبية الصغير في منطقة قريبة جداً منه، أي على مسافة تكون فيها $\beta r << 1$ ، عند هذه المسافة القريبة تكون الأجزاء التي تتناسب مع $1/r^2$ و $1/r^3$ من المعادلات (7-15) و (7-16) هي المؤثرة في القيمة الكلية إضافة إلى أن $e^{-j\beta r} \approx 1$؛ وبهذا التقريب يكون المجال المغناطيسي

$$\mathbf{H} = \frac{I_0 \; dz}{4\,\pi\, r^2} \sin\theta \;\; \mathbf{a}_\phi \qquad (20\text{-}7)$$

والمجال الكهربائي

$$\mathbf{E} = \eta \frac{I_0 \; dz}{4\,\pi\, r^2} \left[\frac{1}{j\beta\, r} + 1 \right] (2\cos\theta\, \mathbf{a}_r + \sin\theta \;\; \mathbf{a}_\theta) \qquad (21\text{-}7)$$

وبتقريب المقدار $1+1/(j\beta\, r)$ إلى $1/(j\beta\, r)$ لأن $(\beta r << 1)$ تصبح قيمة المجال الكهربائي

$$\mathbf{E} = \frac{q\;\; dz}{4\,\pi\,\varepsilon}\left[\frac{2\cos\theta}{r^3}\,\mathbf{a}_r + \frac{\sin\,\theta}{r^3}\,\mathbf{a}_\theta\right] \tag{22-7}$$

وبهذا فقد تم وضع المجال الكهربائي في صيغة سهلة الفهم فهي نفس الصيغة الناتجة عن ثنائي قطبية كهربائي ساكن (static electric dipole)، المعادلة (18-1)، لذا يمكن القول أن المقدار الذي يتناسب مع $1/r^3$ هو مقدار كهروستاتيكي (كهربائي ساكن) بينما تكون المعادلة (7-15) المتناسبة مع $1/r^2$ مكافئة للمجال المغناطيسي الساكن الناتج من عنصر تيار ساكن قصير، ويسمى لهذا السبب بالمجال الحثي. تكون كثافة القدرة في مجالات المنطقة القريبة لهذا الهوائي

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_{av} &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*\right)\\ &= j\frac{I^2(dz)^2}{32\,\pi^2 r^5 \omega\,\varepsilon}\sin\theta\left[-\sin\theta\,\mathbf{a}_r + 2\cos\theta\,\mathbf{a}_\theta\right]\end{aligned} \tag{23-7}$$

وكما هو واضح فإن هذا المقدار هو قدرة غير فعالة أو تفاعلية (reactive power) تماثل القدرة غير الفعالة المصاحبة للمواسعات ويكون متوسطها صفراً. ويتضح من هذه المناقشة أن المجالات القريبة الناتجة من ثنائي القطبية المتأرجح (أو المتناغم) زمنياً هي مجالات شبيهة بالمجالات الساكنة (quasi-static fields).

7-5-2:- المجالات البعيدة (Far Fields) لهوائي ثنائي القطبية

إذا كانت النقطة التي يحسب عندها المجال الكهرومغناطيسي بعيدة جداً عن الهوائي بحيث يكون $\beta\, r >> 1$ تكون المقادير المتناسبة مع $1/r$، في معادلات المجالات (7-15) و (7-16)، هي المسيطرة والمؤثرة في القيمة الكلية ويمكن كتابة المجال المغناطيسي بالصيغة

$$\mathbf{H} = \frac{j\, I_0\, \beta\, dz}{4\, \pi\, r} \sin\theta\ e^{-j\beta r}\ \mathbf{a}_\phi \tag{24a-7}$$

ويكون المجال الكهربائي المصاحب

$$\mathbf{E} = \frac{j\, I_0\, \eta\, \beta\, dz}{4\, \pi\, r} \sin\theta\ e^{-j\beta r}\ \mathbf{a}_\theta \tag{24b-7}$$

يلاحظ من صيغتي المجال الكهربائي والمغناطيسي السابقتين (في المجال البعيد) ما يلي :-

1- إن كلاً من المجالين يمثلان موجه كروية تنتشر في اتجاه $\mathbf{a}_r$ متباعدة عن نقطة وجود الهوائي.
2- إن كلاً من الموجتين للمجالين الكهربائي والمغناطيسي لهما نفس الطور (phase).
3- إن اتجاه المجال الكهربائي متعامد على اتجاه المجال المغناطيسي وكليهما متعامد على اتجاه انتشار الموجة وهما يمثلان موجه كهرومغناطيسة تحقق شروط موجة TEM (موجه تعامدية المجالين الكهربائي والمغناطيسي أو موجة مستعرضة المجالين).
4- تكون العلاقة بين قيمة المجالين الكهربائي والمغناطيسي كما يلي $E_\theta = \eta\, H_\phi$ حيث إن η هي الممانعة المميزة للوسط $\left(\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}\right)$.
5- من الملاحظتين السابقتين يتضح أن هذه المجالات تشابه الموجات المستوية التي سبق دراستها فيما عدا أن هذه الموجات كروية وليست مستوية.
6- يمكن إيجاد المجال الكهربائي البعيد من $\mathbf{A}$، في المجال البعيد، من العلاقة $\mathbf{E} = -\, j\omega\, \mathbf{A}$ دون الحاجة إلى المعادلة $\mathbf{E} = -\, j\omega\, \mathbf{A} - \nabla\Phi$ حيث إن الجزء الثاني $\nabla\Phi$ ناتج من توزيع الشحنات وموجود بصفة مؤثرة في المجال القريب أو المجال شبه الساكن وغير مؤثر في منطقة المجالات البعيدة وعلى ذلك يكون أمر إيجاد المجالات البعيدة عن الهوائي ميسوراً باتباع الخطوات التالية:-

(i) أوجد قيمة الجهد المغناطيسي $\mathbf{A}$ من توزيع التيار .

(ii) إحتفظ بالمقادير التي تتناسب مع $1/r$ (المجال البعيد) في **A**.

(iii) أوجد المجال الكهربائي من العلاقة $\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A}$.

(iv) أوجد المجال المغناطيسي من العلاقة التي سبق توضيحها في 4 أعلاه.

استكمالاً لموضوع المجالات البعيدة للهوائيات؛ ينبغي التأكيد على أن المسافة r التي يحسب عندها المجالات الكهرومغناطيسية في منطقة المجالات البعيدة يجب أن تحقق الشروط $\beta r >> 1$ و $r \geq 2d^2/\lambda$ حيث إن d هو أكبر بعد للهوائي و λ الطول الموجي في الوسط. من الجدير بالذكر أن منطقة المجالات البعيدة عن الهوائي ومجالاتها هي المهمة، لأنظمة الاتصالات، لأن الاتصال باستخدام الهوائيات يتم مع نقاط بعيدة. وعليه فإن التعاريف والمصطلحات التي ستعرض لاحقاً معرفة في منطقة المجالات البعيدة للهوائيات أو منطقة الإشعاع (radiation region).

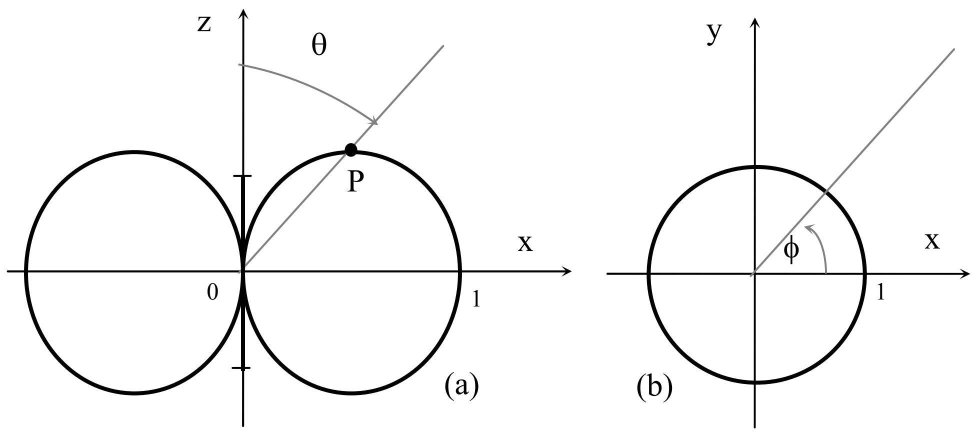
7-6:- خصائص الهوائيات

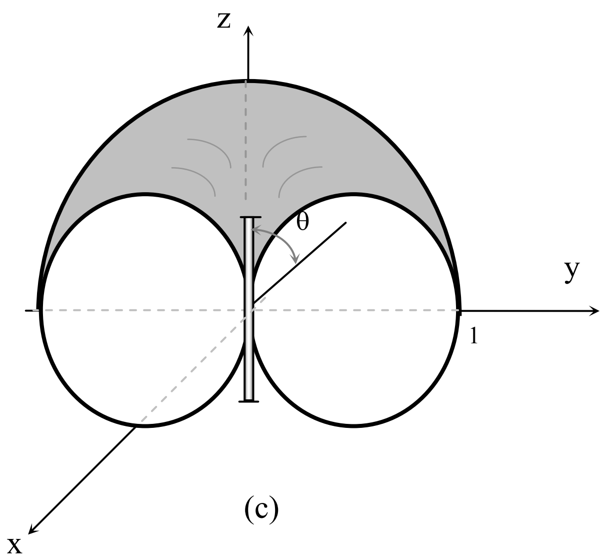
سيتم التطرق هنا للخصائص التي توصف بها الهوائيات من حيث أدائها وصفاتها وسيتم ملاحظة أن هذه الخصائص معرفة في منطقة الإشعاع أي في منطقة المجالات البعيدة. وتتضمن هذه الخصائص كلاً من النمط أو الشكل الإشعاعي (radiation pattern) والاتجاهية (directivity) أو التوجيهية وممانعة الهوائيات.

7-6-1:- النمط الإشعاعي

يلاحظ من المعادلة (7-24) لهوائي ثنائي القطبية في المجال البعيد ، عند بعد ثابت r ، أن المجال الكهربائي يتغير مع الزاوية θ؛ أي أن هذا الهوائي لا يبث مجالاته بالتساوي في جميع الاتجاهات وهذا هو الحال لجميع الهوائيات العملية. تدعى الدالة التي تحدد توزيع المجالات الإشعاعية في الاتجاه (الزوايا) دالة النمط الإشعاعي لأنها تحدد نمط أو شكل توزيع الإشعاعات للهوائي بالنسبة للزوايا ، وهي الدالة $f(\theta) = \sin\theta$ في المعادلة (7-24) . وتكون هذه الدالة، بصفة عامة، للهوائيات

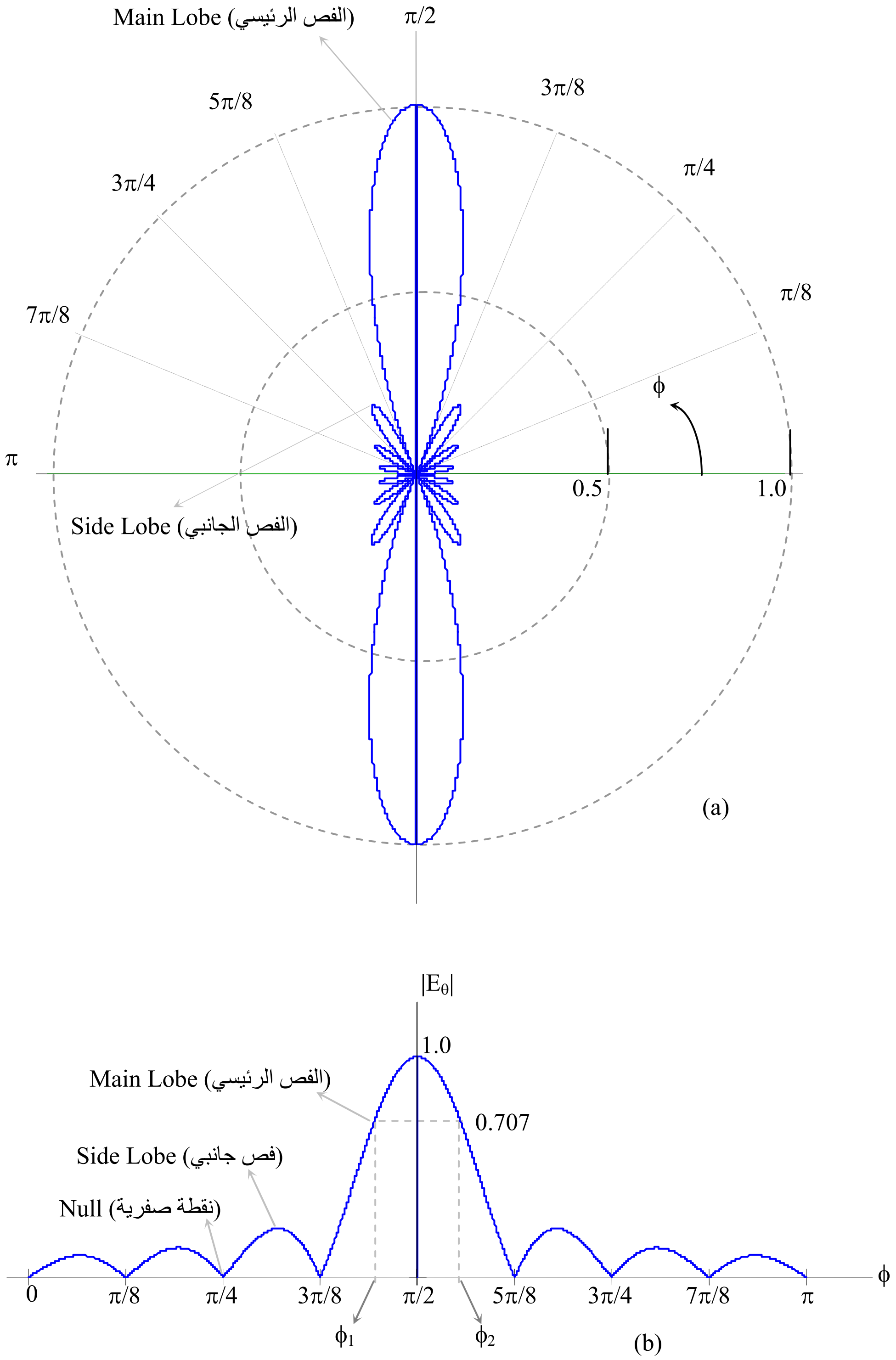
المختلفة متغيرة مع الزوايا (θ, ϕ) أي أن الدالة تكون $f(\theta, \phi)$ أما هنا بالنسبة لهوائي ثنائي القطبية فإنها ثابتة (غير متغيرة) مع الزاوية ϕ. بهذا التعريف لدالة النمط الإشعاعي كدالة في متغيرين (θ, ϕ) يصبح النمط الإشعاعي، بصفة عامة، شكلاً ثلاثي الأبعاد. يتم عادة تعريف مستويين يتم فيهما رسم نمط الإشعاع بشكل ثنائي الأبعاد وهذان هما المستوى المكون من المجال الكهربائي **E** واتجاه انتشار الموجة في اتجاه الفص الرئيسي (main lobe) ويسمى بمستوى E (E-plane pattern) والآخر في المستوى المكون من المجال المغناطيسي **H** واتجاه انتشار الموجة في اتجاه الفص الرئيسي ويسمى بمستوى H (H- plane pattern). يبين الشكل (7-9) النمط الإشعاعي للهوائي ثنائي القطبية متناهي الصغر حيث تم توضيح مقطع هذا الشكل في مستوى xz أي كمتغير في θ فقط (مستوى E) ومقطع الشكل في المستوى xy أي كدالة في الزاوية ϕ (مستوى H). لو رسم شكل مستوى E للنمط الإشعاعي للهوائي ثنائي القطبية فسيكون ممثلاً بالدالة $f(\theta) = \sin\theta$ وهو الواضح في الشكل (7-9a). أما مستوى H فهو عبارة عن دائرة نظراً لأن الدالة ثابتة مع ϕ ويكون مقدار المجال الإشعاعي ثابت في كل اتجاهات ϕ كما يوضح الشكل (7-9b). ويبين الشكل (7-9c) نمط الإشعاع ثلاثي الأبعاد لهذا الهوائي.

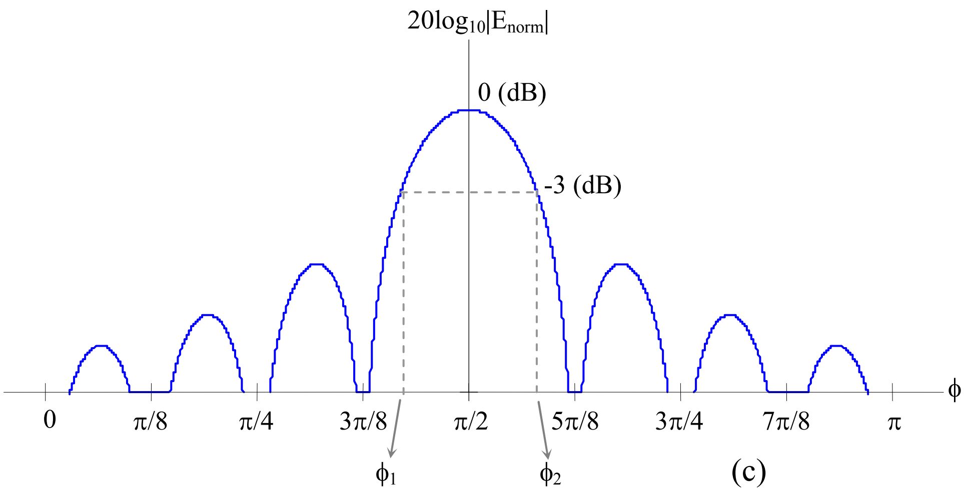




الشكل (7-9):- النمط الإشعاعي لهوائي ثنائي القطبية متناهي القصر (a) مستوى E (b) مستوى H (c) نمط الاشعاع مرسوماً على شكل ثلاثي الأبعاد.

كذلك يوضح الشكل (7-10) نموذجاً عاماً لنمط إشعاعي لهوائي ما حيث يقسم لمناطق أو فصوص (lobes) ومنها الفص الرئيسي أو الحزمة الرئيسية (main lobe) والفصوص الجانبية (side lobes) والنقاط الصفرية أو الخامدة (nulls) التي يكون عندها الإشعاع يساوي صفراً. ويبين الشكل (7-10a) النمط الإشعاعي مرسوماً في الإحداثيات القطبية باستخدام الوحدات المعيارية $|E_{\theta\,norm}| = |E_\theta / E_{\theta\,max}|$ أما الشكل (7-10b) فهو للنمط الإشعاعي مرسوماً في الإحداثيات الكارتيزية باستخدام الوحدات المعيارية E_{norm}، ويبين الشكل (7-10b) النمط الإشعاعي في الإحداثيات الكارتيزية باستخدام وحدة الديسيبل $20 \log_{10} |E_{norm}|$ ويوضح مستوى الفصوص الجانبية بالنسبة للقيمة القصوى للفص الرئيسي ومواقع النقاط الصفرية في النمط الإشعاعي. مما يجدر ذكره أن النمط الإشعاعي قد يرسم للمجال الكهربائي ويسمى بالشكل الإشعاعي للمجال الكهربائي وقد يرسم لكثافة القدر (power density) المعيارية، وتكون لثنائي القطبية القصير $\sin^2\theta$، ويسمى بالنمط الإشعاعي للقدرة (power radiation pattern).


Main Lobe (الفص الرئيسي)
π/2
5π/8
3π/8
3π/4
π/4
7π/8
π/8
ϕ
π
0.5
1.0
Side Lobe (الفص الجانبي)
(a)
|Eθ|
1.0
Main Lobe (الفص الرئيسي)
0.707
Side Lobe (فص جانبي)
Null (نقطة صفرية)
0
π/8
π/4
3π/8
π/2
5π/8
3π/4
7π/8
π
ϕ
ϕ1
ϕ2
(b)



الشكل (7-10):- نموذج عام لنمط إشعاع لهوائي معين مرسومٍ في (a) الإحداثيات القطبية. (b) الإحداثيات الكارتيزية باستخدام الوحدات المعيارية. (c) الإحداثيات الكارتيزية باستخدام وحدة الديسيبل.

يعرف كذلك للهوائي سعة الشعاع الرئيسي (Beam Width BW) لوصف مدى تركيز العنصر الأساسي أو الشعاع الرئيسي في النمط الإشعاعي للهوائي في حدود قطاع زاوي ضيق أو العكس. وتحدد هذه السعة بالزاوية بين النقطتين اللتين عندهما تنخفض قدرة الإشعاع إلى النصف (3 dB) عن القيمة القصوى. وكلما صغرت هذه الزاوية دلت على أن هذا الإشعاع مركز في نطاق زاوي ضيق وبالتالي فإن الهوائي له مقدرة عالية على تركيز إشعاعاته. أما إذا كانت هذه الكمية كبيرة فإن النمط الإشعاعي سيكون واسعاً وإن هذا الهوائي ليس له مقدرة عالية على تركيز إشعاعاته. وهذا هو الحال بالنسبة لهوائي ثنائي القطبية القصير حيث إن سعة النمط الإشعاعي لهذا الهوائي هي $90°$ وهي قيمة مرتفعة وتدل على أن الشعاع غير عالي التركيز ويلاحظ أيضا أن النقاط التي تكون عندها القدرة نصف القدرة القصوى تكون عندها قيمة المجال الكهربائي $1/\sqrt{2}$ من قيمته القصوى.

7-6-2:- القدرة والمقاومة الإشعاعية للهوائيات

يتم حساب كثافة القدرة في المنطقة البعيدة (far region) من الهوائي ثنائي القطب القصير باستخدام المعادلات (7-24) و (7-25) والتي تمثل المجال الكهربائي والمغناطيسي المشع في هذه المنطقة من خلال إيجاد متجه بوينتنغ للكميات المتناغمة زمنيا

$$\mathbf{S}_{av} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\;(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^{*}) = \frac{1}{2}\;\mathrm{Re}\,(E_\theta\; H_\phi)\,\mathbf{a}_r$$

$$= \frac{1}{2}\,\eta\,|\,H_\phi\,|^2\,\mathbf{a}_r = \frac{1}{2}\,\frac{|\,E_\theta\,|^2}{\eta}\,\mathbf{a}_r \qquad W/m^2 \qquad (25\text{-}7)$$

تعبر هذه الكمية عن كثافة القدرة عند نقطة معينة (r, θ, ϕ) في المجال البعيد. ولحساب كامل القدرة الإشعاعية الصادرة من الهوائي يتم إجراء عملية تكامل (تجميع) لكثافة القدرة المنبثقة من سطح كرة محيطة بالهوائي وتسمى هذه القدرة بقدره الإشعاع الصادر من الهوائي (P_{rad}) .

$$P_{rad} = \oint\!\!\oint_S \mathbf{S_{av}} \bullet \mathbf{dS} = \int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} \frac{I_0^2\,\eta\,\beta^2\,(dz)^2}{32\,\pi^2\,r^2}\,\sin^2\theta\, r^2\,\sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

$$= \frac{I_0^2\,\eta\,\beta^2\,(dz)^2}{32\,\pi^2}\,(2\,\pi)\int_0^{\pi} \sin^3\theta\, d\theta$$

$$= \frac{I_0^2\,\eta\,(dz)^2}{32\,\pi^2}\left(\frac{2\,\pi}{\lambda}\right)^2 2\,\pi\times\frac{4}{3} \qquad (26a\text{-}7)$$

أو أن

$$P_{rad} = \frac{I_0^2\,\pi\,\eta}{3}\left[\frac{dz}{\lambda}\right]^2 \qquad (26b\text{-}7)$$

علماً بأن dz هو طول الهوائي الصغير ويمكن استبداله بالمقدار dL. وإذا كان الهوائي في الفضاء الحر فإن $\eta = 120\ \pi\ \Omega$ وعلى هذا فإن قدرة الإشعاع الصادرة من الهوائي هي

$$P_{rad} = 40\,\pi^2 \left[\frac{dL}{\lambda}\right]^2 I_0^2 \tag{27-7}$$

هذه الكمية هي القدرة الإشعاعية للهوائي ثنائي القطبية القصير ويمكن باستعمال نفس الطريقة إيجاد القدرة الإشعاعية لأي هوائي إذا عرفت المجالات الكهربائية والمغناطيسية في المنطقة البعيدة. وهي القدرة التي يرسلها الهوائي كإشعاع في منطقة المجالات البعيدة (far field region) ويمكن تصور أن هذه القدرة هي قدرة مستهلكة (consumed power) في مقاومة افتراضية (virtual resistance) تسمى مقاومة الإشعاع R_{rad}، أي أن

$$P_{rad} = \frac{1}{2} I_0{}^2\ R_{rad} \tag{28a-7}$$

وتكون قيمة هذه المقاومة

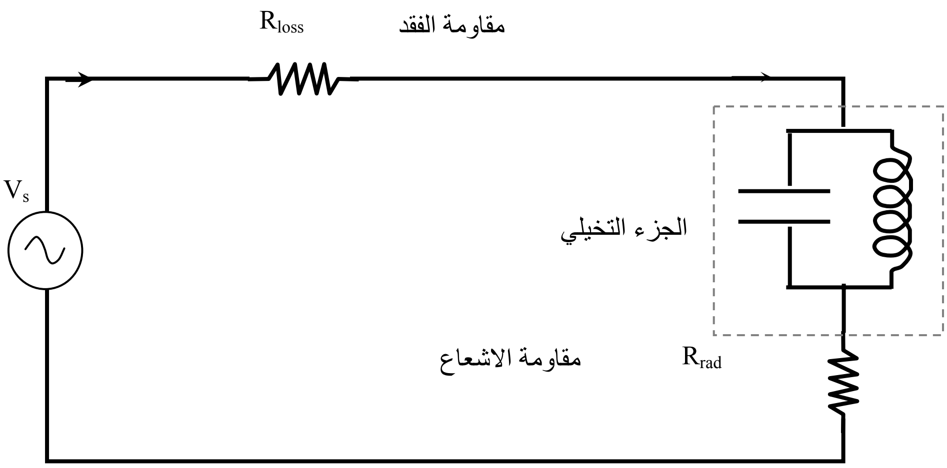
$$R_{rad} = 2\ P_{rad} / I_0^2 \tag{28b-7}$$

إن هذه المقاومة هي تعبير عن كمية القدرة التي يشعها الهوائي في المنطقة البعيدة فكلما زادت قيمتها كلما زادت القدرة الإشعاعية للهوائي، وتكون للهوائي ثنائي القطبية القصير كما يلي:-

$$R_{rad} = 80\pi^2\ [dz/\lambda]^2 = 80\pi^2\ [dL/\lambda]^2 \tag{29-7}$$

ولكل هوائي مقاومته الإشعاعية (radiation resistance) الخاصة به والتي تمثل إحدى الخصائص الهامة التي توصف بها الهوائيات. ويتم تحديد المقاومة

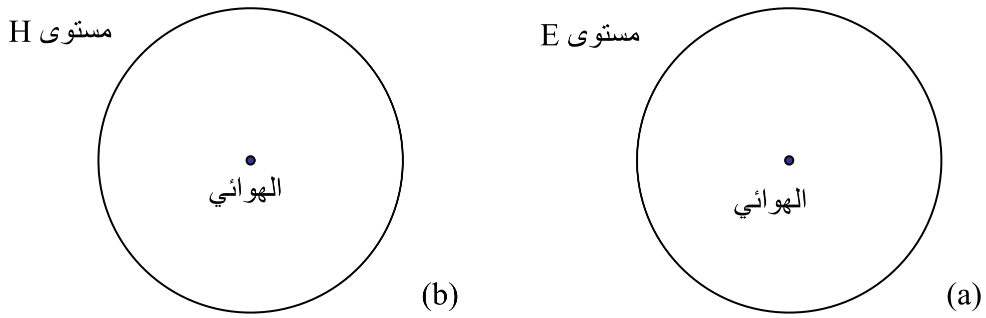
الإشعاعية للهوائي ثنائي القطبية القصير من المقدار (dL/λ) وهو طول الهوائي بالنسبة لطول الموجة، أو الطول الكهربائي، وهذا الطول يجب أن يكون قصيراً جداً حتى يحقق شرط هوائي ثنائي القطب القصير. فإذا كان $dL = \lambda/20$ فإن $R_{rad} = 2\,\Omega$ وهذه قيمة صغيرة جداً وتدل على أن القدرة التي يرسلها الهوائي صغيرة وكذلك فإنه من الصعب أن تتم موائمته مع خطوط النقل. ويمكن تمثيل الهوائي بدارة مكافئة (equivalent circuit) تتكون من مصدر للفولطية أو ممانعة تتكون من جزء حقيقي هو مقاومة الإشعاع R_{rad} (radiation resistance) وجزء تخيلي يعبر عن الطاقة غير الفعالة (reactive power) في المجال القريب للهوائي يعبر عنه إما بمواسع أو بمحث حسب قيمة هذه القدرة (يكون في الوقع مواسع إذا كان طول الهوائي أقل بشكل واضح من نصف طول الموجة التي يشعها) كما أنه لا بد من إضافة عنصر حقيقي (real element) ، مقاومة، يعبر عن الفقد في المعدن (metallic loss) المصنوع منه الهوائي R_{loss} (أو بشكل عام الفقد في الهوائي loss in antenna) كما هو موضح في الشكل (7-11).



الشكل (7-11) :- دارة بسيطة تمثل الهوائي.

3-6-7:- الهوائي المتماثل (Isotropic Antenna)

هو هوائي مثالي أو افتراضي (ideal or virtual antenna) عبارة عن كرة صغيرة جداً (very small sphere) أو نقطة (point) تبث إشعاعاتها في جميع الاتجاهات (الزوايا) بنفس المقدار. لذلك يكون نمطه الإشعاعي عبارة عن كرة وشكل (مقطع) المستوى E وكذلك شكل (مقطع) المستوى H عبارة عن دائرة كما هو موضح في الشكل (7-12)، ويطلق على هذا الهوائي اسم الهوائي النقطي (point source antenna). يلاحظ أن هذا الهوائي ليس له القدرة على تركيز إشعاعاته في اتجاه معين وتكون كثافة القدرة عند أي نقطة (r, θ, ϕ) في المنطقة البعيدة $S_{av} = P_{rad}/(4\pi r^2) \quad W/m^2$ وهذا هو متوسط القدرة المشعة على سطح كرة بنصف قطر r. يستعمل هذا الهوائي المتماثل كمعيار (reference) لمقارنة الهوائيات الأخرى به من حيث مقدرتها على التوجيه أو الكسب. يعطى هذا الهوائي المتماثل قيمة مطلقة للمقدرة على التوجيه تساوي واحداً وهذا يعني أن هذا الهوائي هو الحد الأدنى في هذا المعيار.



الشكل (7-12) :- النمط الإشعاعي للهوائي المتماثل (a) مقطع المستوى E (b) مقطع المستوى H.

7-6-4:- توجيه (إتجاهية) وكسب الهوائيات

بالنظر إلى النمط الإشعاعي للهوائي ثنائي القطبية الصغير الموضح في الشكل (7-8) ومقارنته بنمط الهوائي المتماثل في شكل (7-12) يمكن ملاحظة أن الهوائي ثنائي القطبية له مقدرة على تركيز إشعاعاته في اتجاهات معينة (أمامية وخلفية) مقارنة بالهوائي المتماثل. تسمى هذه مقدرة التوجيه للهوائي (الاتجاهية directivity) وتعرّف رياضياً بأنها النسبة بين كثافة القدرة في اتجاه ما (θ,ϕ) لهذا الهوائي منسوبة إلى كثافة القدرة الخاصة بالهوائي المتماثل (isotropic source) والتي هي متوسط القدرة الكلية كما سبق ذكره أو أن الاتجاهية تعطى بما يلي:-

$$D(\theta,\phi) = \frac{S_{av}\,(r,\theta,\phi)}{(P_{rad}/4\pi r^2)} \qquad \text{(30a-7)}$$

وللوصول إلى صيغة عامة لإيجاد إتجاهية أي هوائي له أي نمط فإن متوسط كثافة قدرته تكتب على الصورة التالية:-

$$\mathbf{S}_{av} = \frac{P_o}{r^2} f^2(\theta,\phi)\,\mathbf{a}_r$$

حيث إن P_o هو ثابت و $f(\theta,\phi)$ هي دالة النمط الإشعاعي. وتكتب مجموع القدرة التي يشعها الهوائي كالتالي

$$P_{rad} = \int_{\theta=0}^{2\pi}\int_{\phi=0}^{\pi} \frac{P_o}{r^2} f^2(\theta,\phi)\,\mathbf{a}_r \bullet r^2 \sin\theta\, d\theta\, \mathbf{a}_r$$

$$= P_o \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} f^2(\theta,\phi)\sin\theta\, d\theta\, d\phi$$

ومن المعادلة (7-30a) تكون الاتجاهية

$$D(\theta,\phi) = \frac{P_o \;\; f^2(\theta,\phi)}{\dfrac{r^2 \;\; P_o}{4\pi r^2} \displaystyle\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{P_o}{r^2} f^2(\theta,\phi) \; r^2 \sin\theta \, d\theta d\phi}$$

$$= 4\pi \frac{f^2(\theta,\phi)}{\displaystyle\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} f^2(\theta,\phi) \; \sin\theta \, d\theta d\phi} \qquad (30b\text{-}7)$$

حيث إن D ترمز لمقدرة الهوائي على التوجيه او الاتجاهية (directivity) عند الاتجاه (θ,ϕ) وبحسب البسط والمقام في المجال البعيد عند نفس قيمة البعد r. كما انه يؤخذ في الاعتبار تساوي القدرة الكلية المبثوثة من كلا الهوائيين (قدرة الإشعاع) لتتم مقارنة مقدرة توجيه هذه القدرة في كلا الحالتين. وتكون مقدرة هوائي ثنائي القطبية القصير على التوجيه $D(\theta,\phi) = 1.5 \;\; \sin^2\theta$ وتصل $D(\theta,\phi)$ قيمتها العظمى عند $\theta = \pi/2$ أي على المستوى xy وتكون $D_o = D(\theta,\phi)_{max} = 1.5 \Rightarrow 1.76 \text{ dB}$ وتسمى هذه القيمة إتجاهية أو توجيهية الهوائي ثنائي القطبية القصير. أما كسب الهوائي (antenna gain) فهو مقياس مشابه لمقياس إتجاهية الهوائي أي انه مقياس لمقدرة الهوائي على تركيز إشعاعاته في اتجاهات معينة ولكن مقياس الكسب يأخذ في الاعتبار فقد بعض (جزء من) القدرة الكلية في دارة (مادة) الهوائي قبل أن تبث في المنطقة البعيدة. وتشتمل قدرة الدخل الكلية على القدرة الإشعاعية إضافة إلى القدرة المفقودة في الهوائي أو

$$P_{in} = P_{rad} + P_{loss} = \frac{1}{2} \; |I_{in}|^2 \;\; (R_{rad} + R_{loss}) \qquad (31\text{-}7)$$

حيث إن الجزء المفقود من القدرة P_{loss} يستهلك في مقاومة الفقد R_{loss} كما أن الطاقة المشعة P_{rad} تستهلك في المقاومة R_{rad} الممثلة لها. تعرف فعالية الهوائي η_r بأنها النسبة بين القدرة الإشعاعية P_{rad} (المستفاد منها) وقدرة الدخل الكلية للهوائي P_{in} وتكون قيمتها كما يلي:-

$$\eta_r = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{loss}} \qquad (32a\text{-}7)$$

أو

$$P_{rad} = \eta_r \; P_{in} \qquad (32b\text{-}7)$$

يتم حساب كسب الهوائي من هذه المعلومات بكتابة معادلة الكسب كالتالي:-

$$G = \frac{S_{av}\,(r,\theta,\phi)}{(P_{in}/4\,\pi r^2)} = \frac{\eta_r\; S_{av}\,(r,\theta,\phi)}{(P_{rad}/4\,\pi r^2)} = \eta_r\; D \qquad (33\text{-}7)$$

يتبين من هذه المعادلة أن مقياس كسب الهوائي أقل من مقياس الاتجاهية له ويتساويان فقط إذا كانت فعالية الهوائي η_r تساوي 100% أي أنه لا يوجد فقد في قدرة دخل الهوائي فكلها تخرج على شكل قدرة إشعاعية. كثيراً ما يفترض في أن فعالية الهوائي تساوي 100% وبالتالي فعندما يطلق مسمّى كسب إتجاهية الهوائي فإنه يعني كسب أو إتجاهية الهوائي وهو مقياس لمقدرة الهوائي على تركيز أو توجيه إشعاعاته في الفراغ.

7-7 :- ثنائي القطبية المغناطيسي (هوائي الحلقة الصغيرة)

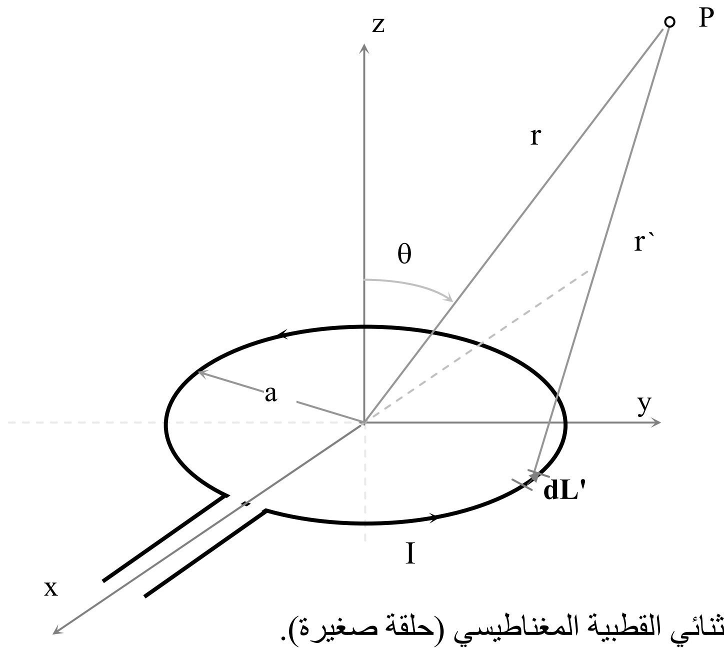
سبق أثناء دراسة المجالات المغناطيسية الساكنة التعرف إلى أن حلقة صغيرة جداً (very small loop) يسري فيها تيار ثابت تسمى ثنائي القطبية المغناطيسي (magnetic dipole) لأن المجالات المغناطيسية الناتجة من توزيع هذا التيار تشابه في الصيغة الرياضية المجالات الكهربائية الناتجة من ثنائي قطبية

كهربائي، ولا يختلف الوضع هذا إذا كان التيار متغيراً مع الزمن. يبين الشكل (7-13) هوائي الحلقة الصغيرة (small loop antenna) الموضوعة في المستوى xy ومركزها عند نقطة الأصل، ويسري فيها تيار متناغم زمنياً وثابت مع الفراغ (محيط الحلقة) أو أن $i\,(t) = I_0 \cos \omega\, t$ أو أن التمثيل الطوري للتيار هو $I\,(\phi') = I_0$ حيث إن الشرطة على المتغير ϕ تدل على إحداثيات المصدر كالمعتاد. يكون عزم ثنائي القطبية المغناطيسي (الناتج عن مرور التيار في الحلقة)، كما يلي:-

$$\mathbf{m}_m = I_0\ \pi\, a^2\ \ \mathbf{a}_z = m_m\ \ \mathbf{a}_z \qquad (34\text{-}7)$$

حيث إن a هو نصف قطر الحلقة و $m_m = I_0\ \pi\ a^2$ هو مقدار العزم المغناطيسي للحلقة. ويتم إيجاد متجه الجهد المغناطيسي **A** كما يلي :-

$$\mathbf{A} = \frac{\mu\ I_0}{4\,\pi} \oint \frac{e^{-j\beta r'}}{r'}\ \mathbf{dL}'$$



الشكل (7-13) :- الهوائي ثنائي القطبية المغناطيسي (حلقة صغيرة).

ويصعب حل هذا التكامل بهذه الصورة إلا أنه باستخدام بعض التقريبات التي تستفيد من كون نصف قطر الحلقة a صغير جداً مقارنة بالطول الموجي أو أن أو $\beta a <<1$

$$e^{-j\beta r'} = e^{-j\beta r} \quad e^{-j\beta r - j\beta(r'-r)} \approx e^{-j\beta r} \quad [1 - j\beta(r'-r)]$$

وبالتالي فإن المعادلة (7-5) لمتجه الجهد المغناطيسي **A** تصبح

$$\mathbf{A} = \frac{\mu \ I_0}{4\pi} \ e^{-j\beta r} \left[(1 + j\beta r) \oint \frac{\mathbf{dL}'}{r'} - j\beta \oint \mathbf{dL}' \right] \qquad (36\text{-}7)$$

يلاحظ أن التكامل الثاني يكون حاصله صفراً أما التكامل الأول فيعطى بالصيغة التالية:-

$$\mathbf{A} = \frac{\mu \, m_m}{4\pi r^2} \ (1 + j\beta r) \ e^{-j\beta r} \ \sin\theta \ \mathbf{a}_\phi \qquad (37\text{-}7)$$

وبالتالي فإنه يتم إيجاد مركبات المجالات الكهربائية والمغناطيسية حسب الخطوات التي استعملت وتم توضيحها سابقاً وتعطى بالمعادلات التالية :-

$$E_\phi = \frac{-j\omega \mu \, m_m}{4\pi} \ \sin\theta \left[\frac{j\beta}{r} + \frac{1}{r^2} \right] e^{-j\beta r} \qquad (38a\text{-}7)$$

$$H_r = \frac{-j\omega \mu \, m_m}{2\pi \eta} \ \cos\theta \left[\frac{1}{r^2} - \frac{j}{\beta r^3} \right] e^{-j\beta r} \qquad (38b\text{-}7)$$

$$H_\theta = \frac{j\omega \mu \, m_m}{4\pi \eta} \ \sin\theta \left[\frac{j\beta}{r} + \frac{1}{r^2} - \frac{j}{\beta r^3} \right] e^{-j\beta r} \qquad (38c\text{-}7)$$

$$E_r = E_\theta = H_\phi = 0 \qquad (38d\text{-}7)$$

وبمقارنة هذه المجالات بتلك الناتجة عن الهوائي ثنائـي القطبيـة الكهربائي القصير، معادلات (7-15) و (7-16) ، يلاحظ وجود تقابل بين المجالات الكهربائية هنا

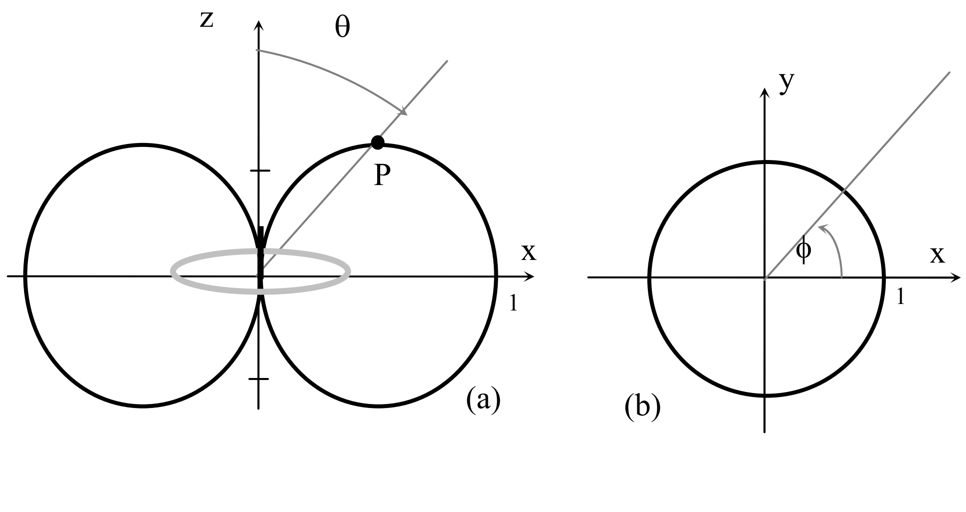
والمجالات المغناطيسية هناك مقداراً واتجاهاً وكذلك بين المجالات المغناطيسية هنا والمجالات الكهربائية هناك أيضاً وهذا يسمى بتقابلية (duality) أو ثنائية المجالات الكهرومغناطيسية في كلٍ من الهوائيين. وللحصول على المجالات في المنطقة البعيدة يتم الاحتفاظ بالمقادير التي تحتوي على المقدار $1/r$ ويلغي ما عداها (لأنها ذات قيم صغيرة جداً في هذه المناطق) ويكون المجال الكهربائي والمغناطيسي كالتالي:-

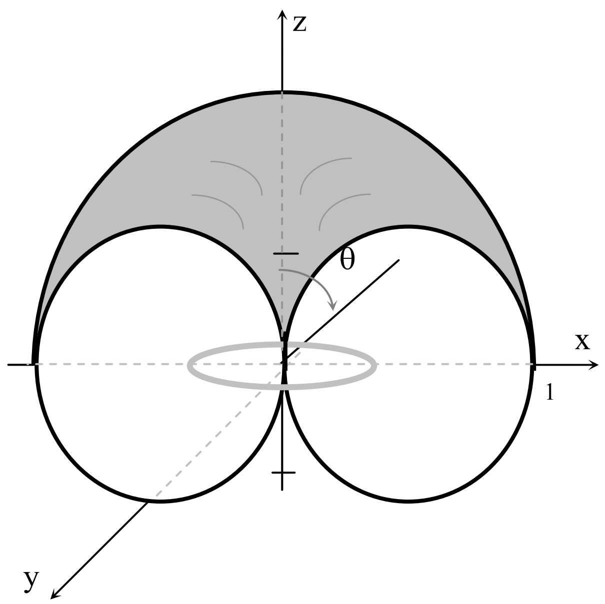
$$E_\phi = \frac{\omega \mu m_m}{4 \pi r} \beta \sin\theta\, e^{-j\beta r} = \frac{\eta \pi m_m}{r \lambda^2} \sin\theta\, e^{-j\beta r} \qquad (39a\text{-}7)$$

$$H_\theta = \frac{-\pi m_m}{r \lambda^2} \sin\theta\, e^{-j\beta r} = -\frac{E_\phi}{\eta} \qquad (39b\text{-}7)$$

$$E_r = E_\theta = 0 = H_r = H_\theta \qquad (39c\text{-}7)$$

يمكن حساب خصائص هذا الهوائي (الحلقة الصغيرة) حيث إن النمط الإشعاعي يكون محدداً من خلال الدالة $f(\theta) = \sin\theta$ ويكون النمط الإشعاعي كما في الشكل (7-14) وهو لا يختلف عن المبين في الشكل (7-8) للهوائي ثنائي القطبية متناهي القصر. ويمكن إيجاد قيمة المقاومة الإشعاعية لهذا الهوائي بنفس الخطوات التي سبق توضيحها أو





الشكل(7-14) :- النمط الإشعاعي لهوائي الحلقة الصغيرة.

$$\mathbf{S}_{av} = \frac{1}{2}\ \mathrm{Re}\ (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \quad = \frac{1}{2\,\eta}\ m_m^2 \left(\frac{\omega\,\mu\,\beta}{4\,\pi\,r}\right)^2\ \sin^2\theta\ \mathbf{a}_r \qquad (40a\text{-}7)$$

$$P_{rad} = \frac{1}{2\,\eta}\, m_m^2 \left(\frac{\omega\,\mu\,\beta}{4\,\pi}\right)^2 \int_0^{\pi} \sin^3\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \ = \frac{4}{3}\,\pi^3\ \eta \left(\frac{m_m}{\lambda^2}\right)^2 \qquad (40b\text{-}7)$$

$$P_{rad} = \frac{\pi}{12}\ \eta\ I_0^2\ (\beta a)^4\ \ |I_0|^2 \qquad (40c\text{-}7)$$

حيث إن $m = \pi a^2$ وبالتالي فإن المقاومة الإشعاعية تعطى بالصيغة

$$R_{rad} = \frac{8}{3}\,\eta\,\pi^3 \left(\frac{\pi\,a^2}{\lambda^2}\right)^2 = \frac{8}{3}\,\eta\,\pi^3 \left(\frac{S}{\lambda^2}\right)^2 = \ \eta\,\frac{\pi}{6}\ \ (C/\lambda)^4 \qquad (40d\text{-}7)$$

حيث إن $S = \pi\,a^2$ هي مساحة الحلقة و $C = \pi\,a$ هو محيط الحلقة. أما الاتجاهية (directivity) فتكون مماثلة للهوائي ثنائي القطبية الكهربائي القصير وذلك لتساوي النمط الإشعاعي في كلا الهوائيين أو أن

$$D(\theta, \phi) = 1.5 \ \sin^2 \ \theta \quad \Rightarrow \ D_o = 1.5 \ = \ 1.76 \, dB \tag{41-7}$$

من الجدير بالذكر إن نتائج خصائص هوائي الحلقة الصغيرة يكون منطبقاً على الحلقة المربعة الصغيرة وتكون S هي مساحة هذه الحلقة المربعة في هذه المعادلة وسيترك إثبات ذلك للقارئ.

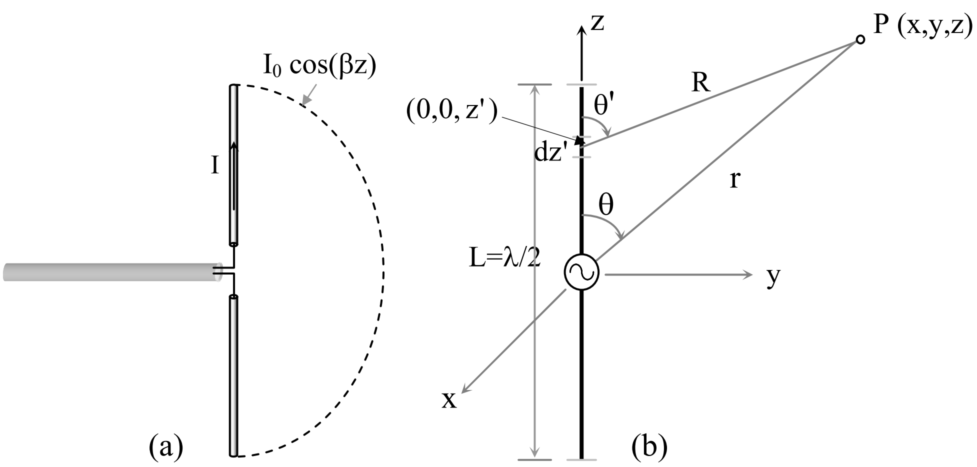
يشار إلى أن خصائص الهوائيات ثنائية القطبية الكهربائية والمغناطيسية الإشعاعية غير جيدة حيث إن مقاومتها الإشعاعية قليلة واتجاهيتها متدنية أيضاً. أما إذا زادت أبعاد هذه الهوائيات لتصبح معتبرة بالنسبة للطول الموجي فلن تنطبق هذه النتائج لوصف هذه الهوائيات ولابد من بحث خصائص هذه الهوائيات ذات الأبعاد المعتبرة بالنسبة للطول الموجي، وهي الهوائيات المستعملة في كثير من التطبيقات العملية، وتكون خصائصها الإشعاعية افضل من هذه الهوائيات الصغيرة التي سبق دراستها.

8-7 :- هوائي ثنائي القطبية بطول نصف موجة

هو هوائي سلكي طوله نصف طول الموجة في الوسط الموجود فيه $(\lambda/2)$ ومغذى من منتصفه ويتكون من فرعين (خطين) كل فرع طوله ربع طول موجة $(\lambda/4)$ ويسمى أيضاً بالهوائي الخطي نصف طول الموجة لأنه على شكل خط مستقيم ويكون توزيع التيار فيه كما يبين الشكل (7-15). وكما ورد سابقاً فإن أول خطوة لإيجاد المجالات المشعة من هذا الهوائي وخصائصه هو معرفة توزيع التيار عليه وهذا الأمر قد تم بحثه في بداية هذا الباب. يمكن تصور أن فرعي هذا الهوائي هي نهاية خط نقل مفتوح وبذلك يكون التيار على فرعيه عبارة عن موجة تيار واقفة تكون قيمتها العظمى على بعد ربع طول موجة من نهاية خط النقل أي عند منتصفه. وتكون قيمة التيار تساوي صفراً عند نهاية خط النقل الذي هو طرفي الهوائي وهذا بالطبع يحقق شروط الحدود المطلوبة من التيار على طرفيه. يكون

توزيع هذا التيار، باستعمال التمثيل الطوري، على هذا الهوائي عندما يكون موضوعاً على المحور z كما يبين الشكل (15-7) كما يلي :-

$$I(z) = I_0 \cos \beta z' \tag{42-7}$$



الشكل (15-7) :- الهوائي ثنائي القطبية نصف طول الموجي.

وهذا تيار جيبي يمثل موجه واقفة لذا يسمى هذا الهوائي بهوائي الموجة الواقفة وهو أحد هوائيات الموجة الواقفة التي يكون توزيع التيار عليها عبارة عن موجة واقفة جيبية ويكون أطوالها عادة مضاعفات لنصف طول الموجة ولذا تسمى أيضاً هوائيات الرنين (resonant antennas). سيتم التركيز، في دراسة هذا الهوائي، على منطقة المجالات البعيدة أو منطقة الإشعاع ويتم في البداية إيجاد متجه الجهد المغناطيسي **A** أو

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{z'} \frac{I_0 \cos \beta z' \, e^{-j\beta R}}{R} \, dz' \, \mathbf{a}_z \tag{43-7}$$

حيث إن R هو بعد نقطة على المصدر من نقطة المجال. يمكن، لغرض حساب المجالات البعيدة فقط، استخدام التقريبات التالية التي تسمى (تقريبات المجالات البعيدة) وهي :-

- يقرب المقدار R إلى المقدار r (بعد نقطة المجال عن نقطة الأصل) في الإحداثيات الكروية في مقام المعادلة (7-43).
- يقرب المقدار R الوارد في المقدار الطوري $e^{-j\beta R}$ كما يلي :- $R \approx r - z'\cos\theta$ ويلاحظ في هذه التقريبات أن التقريب الثاني أدق ولذلك استخدم مع كمية الطور لأن هذه الكمية تتغير بحساسية مع أي تغير في المقدار R.

بهذا التقريب ووضع حدود التكامل تصبح المعادلة (7-43) كالتالي :-

$$A_z = \frac{\mu\, I_o}{4\,\pi\, r}\; e^{-j\beta r} \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} e^{j\beta z'\cos\theta}\; \cos\; \beta z'\; dz' \qquad (44\text{-}7)$$

ومن جداول التكامل

$$\int e^{az}\cos bz\, dz = \frac{e^{az}\,(a\;\cos b\,z\; + b\sin \beta z)}{a^2\; +\; b^2}$$

بالتالي فإن المعادلة (7-44) تصبح كما يلي :-

$$A_z \;=\; \frac{\mu\, I_o\, e^{-j\beta z\cos\theta}}{4\,\pi\, r}\;\; \frac{(j\beta\cos\theta\cos\beta z + \beta\sin\beta z)}{-\beta^2\cos^2\theta\; + \beta^2}\Bigg|_{-\frac{\lambda}{4}}^{\frac{\lambda}{4}}$$

وحيث إن $\beta\,\lambda/4 = \pi/2$ وباستخدام العلاقة $1-\cos^2\theta = \sin^2\theta$ يمكن الحصول على

$$A_z = \frac{\mu I_o e^{-j\beta r}}{2\pi r \beta} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin^2\theta} \qquad (45\text{-}7)$$

وهذه الصيغة لمتجه الجهد المغناطيسي صحيحة في منطقة المجال البعيد ويمكن كتابة A_z في الإحداثيات الكروية كما يلي:-

$$A_z\,\mathbf{a}_z = A_z\cos\theta\,\mathbf{a}_r - A_z\sin\theta\,\mathbf{a}_\theta \qquad (46\text{-}7)$$

وتحدد المركبة A_θ، في منطقة المجال البعيد، المجالات الكهرومغناطيسية وتكون كما يلي :-

$$A_\theta = \frac{-\mu I_0 e^{-j\beta r}}{2\pi r \beta} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta} \qquad (47\text{-}7)$$

وتكون المجالات الكهرومغناطيسية

$$E_\theta = \frac{j\eta I_0 e^{-j\beta r}}{2\pi r} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta} \qquad (47a\text{-}7)$$

$$H_\phi = E_\theta / \eta \qquad (47b\text{-}7)$$

حيث إن $\eta = \omega\mu/\beta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$. ولتحديد بقية خصائص الهوائي يتم أولا حساب كثافة القدرة عند نقطة (r, θ, ϕ) في المنطقة البعيدة أو منطقة الإشعاع أو

$$\mathbf{S}_{av} = \frac{1}{2}\,\eta\,|H_\phi|^2\,\mathbf{a}_r = \frac{\eta I_0^2 \cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{8\pi^2 r^2 \sin^2\theta}\,\mathbf{a}_r \quad \mathrm{W/m^2} \qquad (48\text{-}7)$$

يتم إيجاد قدرة البث الكلية من الهوائي من تكامل كثافة القدرة على سطح كرة محيطة بالهوائي أو

$$P_{rad} = \oiint_S \mathbf{S}_{av} \bullet \mathbf{dS} = \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \frac{\eta I_0^2 \cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{8\pi^2 r^2 \sin^2\theta} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

$$= \frac{\eta I_0^2}{8\pi^2}(2\pi) \int_0^{\pi} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin^2\theta} d\theta$$

$$= \frac{\eta I_0^2}{4\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin^2\theta} d\theta \qquad (49\text{-}7)$$

يمكن إيجاد هذا التكامل باستخدام التكامل العددي وهذه القيمة هي 1.21882 وعلى هذا فإن

$$P_{rad} = \frac{1.219}{4\pi} \eta I_0^2 \qquad (50\text{-}7)$$

وتكون قيمة المقاومة الإشعاعية R_{rad} كما يلي :-

$$R_{rad} = \frac{2 P_{rad}}{I_0^2} = \frac{1.219}{2\pi} \eta \qquad (51a\text{-}7)$$

وفي الفضاء الحر عندما تكون $\eta = 120\pi$ تكون

$$R_{rad} = 1.219 \times 60 = 73\,\Omega \qquad (51b\text{-}7)$$

يلاحظ أن هذه المقاومة الإشعاعية للهوائي نصف طول الموجة اكبر بكثير من المقاومة الإشعاعية للهوائي ثنائي القطبية القصير. وبالتالي فإن هذا الهوائي له مقدرة لوضع أو بث قدرة أو طاقة أعلى في المنطقة الإشعاعية مقارنة بالهوائي القصير مما يعكس فعالية هذا الهوائي مقارنة بالهوائي القصير. يلاحظ أن هذه المقاومة الإشعاعية تم حسابها من قدرة الإشعاع الكلية في المنطقة البعيدة وبالتالي

فهي تشكل الجزء الحقيقي من مقاومة دخل الهوائي (في حالة كون الهوائي عديم الفقد) أما ممانعة الدخل فهي $Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$ ؛ وتكون $R_{in} = R_{rad}$ في حالة الهوائي عديم الفقد أو $R_{in} = R_{rad} + R_{loss}$ في الحالة العامة للهوائي ذي الفقد. يحسب الجزء التخيلي X_{in} من القدرة غير الفعالة (غير الحقيقية) في منطقة المجالات القريبة وتكون للهوائي ثنائي القطبية بطول نصف طول موجة $X_{in} = 42.5\,\Omega$ وبالتالي فإن $Z_{in} = 73 + j42.5\,\Omega$. يكون الجزء التخيلي من ممانعة دخل الهوائي حثية وتنخفض قيمتها مباشرة إلى الصفر بمجرد خفض طول الهوائي إلى $0.465\,\lambda$ وبذلك يصبح هوائي رنين $(X_{in} = 0)$ وتصبح ممانعة الدخل عند هذا الطول حقيقية أو أن $Z_{in} = 73\,\Omega$ مما يجعل هذا الهوائي مناسب جداً ومتوائم مع خطوط النقل ذات الممانعة المميزة $75\,\Omega$ المستخدمة في مجال أجهزة الاتصالات. وهذا ما يجعل الهوائيات الخطية المصنوعة من الأسلاك ذات طول نصف الموجة شائعة الاستعمال في أنظمة الاتصالات وأجهزتها. أمّا الاتجاهية (التوجيهية) D فيتم إيجادها من التعريف

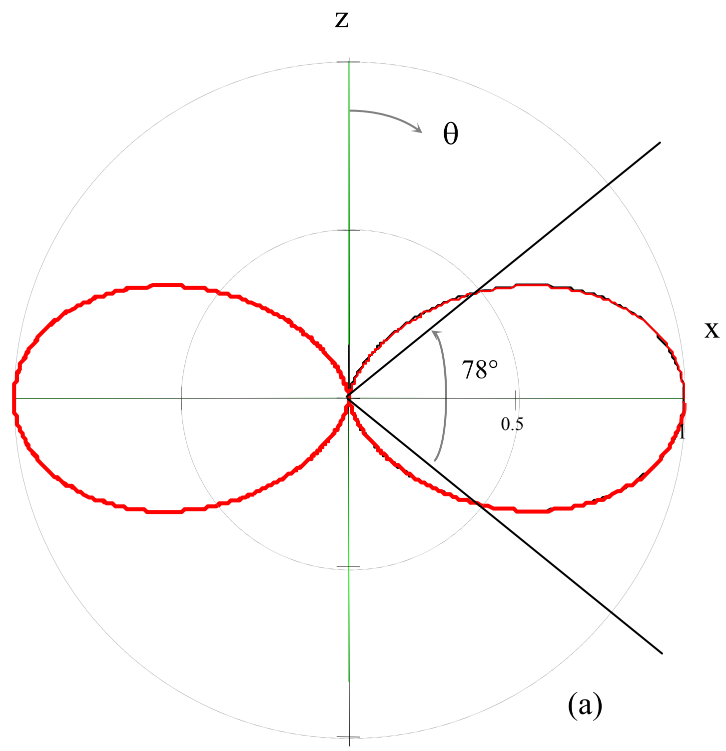
$$D(\theta,\phi) = \frac{S_{av}}{P_r / 4\pi r^2} = \frac{\eta I_0^2 \cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta) \times 4\pi \times 4\pi r^2}{8\pi^2 r^2 \sin^2\theta \times 1.219\,\eta I_0^2}$$

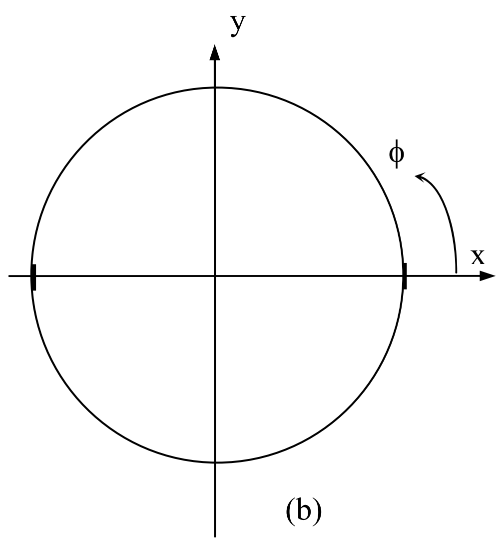
$$= 1.64\,\frac{\cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin^2\theta} \Rightarrow D(\theta,\phi)_{max} = 1.64 \equiv 2.15\text{ dB} \qquad (52\text{-}7)$$

أما دالة النمط الإشعاعي فهي

$$f(\theta,\phi) = \left[\frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}\right] \qquad (53\text{-}7)$$

ويبين الشكل (7-15) النمط الإشعاعي لهذا الهوائي مرسوماً للدالة $f^{2}(\theta, \phi)$ للمستوى E وللمستوى H وتكون سعة هذا الشعاع الرئيسي °78.

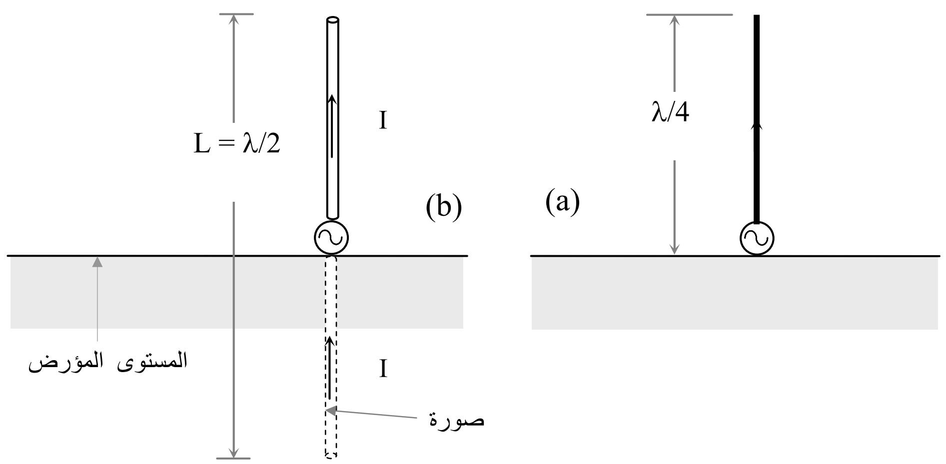




الشكل (7-16) :- النمط الإشعاعي للهوائي ثنائي القطبية بطول نصف طول الموجة (a) مستوى E (b) مستوى H.

9-7 :- الهوائي أحادي القطبية ذو الطول ربع الموجة

يتكون هذا الهوائي من سلك له نصف طول الهوائي السابق أي أنه يمثل فرعاً واحداً طوله ربع طول موجة $(\lambda/4)$ موضوع بصورة عمودية على سطح معدني موصل لانهائي (infinite) ومؤرض. يغذى هذا الهوائي بكابل محوري من قاعدته على السطح الموصل اللانهائي. لتحليل هذا الهوائي فإنه ليس بالإمكان إيجاد متجه الجهد المغناطيسي **A** مباشرة من تكامل الإشعاع المعطى في المعادلة (7-5) لأن هذا التكامل يعطى الحل فقط عندما يكون توزيع التيارات موجوداً في وسط متجانس مفتوح وهذا ليس هو الحال هنا إذ أنه موجود فوق سطح معدني لانهائي يغطي نصف الفراغ ولكن يمكن استخدام نظرية الصور لحل هذه المسألة. وقد سبق عرض هذه النظرية في الباب الأول من هذا الكتاب وهذه النظرية تتيح استبدال هذا المستوى المعدني الموصل اللانهائي بصورة لتوزيع التيار تكون لها نفس المقدار ونفس الاتجاه كما يبين الشكل (7-17).



الشكل (7-17) :- الهوائي أحادي القطبية ربع طول الموجة وصورته.

بهذا تكون مسألة الهوائي أحادي القطبية ذو الطول ربع الموجة هي نفس حالة الهوائي ثنائي القطبية نصف طول الموجة في الفراغ المتجانس بنفس توزيع التيار الجيبي وتكون المجالات الكهرومغناطيسية الناتجة من هذا الهوائي في نصف الفراغ العلوي هي نفسها الناتجة من الهوائي ذو طول نصف الموجة التي تم إيجادها سابقاً بالمعادلة (47-7). تجدر الإشارة هنا إلى أنه في نظرية الصور (image theory) فإن النتيجة صحيحة فقط في نصف الفراغ العلوي أما النصف السفلي فكما هو معروف وحيث إن المستوى المعدني مؤرض (earthed metallic plane)؛ لذا فإن المجالات الكهرومغناطيسة تساوي صفراً في النصف السفلي من الفراغ، ولذا ستعطى مجالات المنطقة البعيدة كالتالي :-

$$E_\theta = \frac{j\,\eta\, I_0\, e^{-j\beta r}}{2\,\pi\, r}\,\frac{\cos\left((\pi/2)\cos\theta\right)}{\sin\theta} \qquad (54a\text{-}7)$$

$$H_\phi = E_\theta / \eta \qquad (54b\text{-}7)$$

في المنطقة $\left[0 \le \phi \le 2\,\pi\,,\, 0 \le \theta < \pi/2\right]$ فقط.

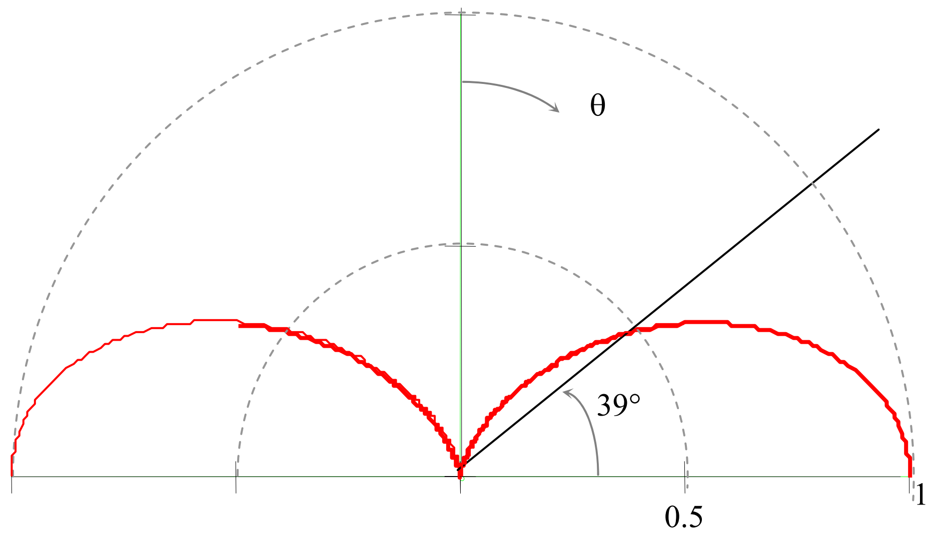
تكون القدرة المشعة من الهوائي محصورة في هذه المنطقة أيضاً وتكون القدرة المشعة الكلية P_{rad} لهذا الهوائي تساوي نصف الطاقة المشعة من الهوائي نصف طول الموجة لأن التكامل على المتغير θ يكون على نصف الفراغ فقط $\left(0 \le \theta < \pi/2\right)$ وتكون $P_{rad} = \dfrac{0.61}{2\,\pi}\,\eta$ وفي الفراغ الحر $(\eta = \eta_0)$ تكون $P_{rad} = 16.28\, I_0^{\,2} \Rightarrow\; R_{rad} = 36.5\,\Omega$ علماً بأن ممانعة دخل هذا الهوائي تكون كما يلي:-

$$Z_{in} = 36.5 + j\,21.25\,\Omega \qquad (55\text{-}7)$$

أما ا لاتجاهيه فستتضاعف لأن القدرة ستتركز في النصف العلوي من الفراغ

$$D_o = 3.28 \Rightarrow 5.16 \ \ dB \tag{56-7}$$

أما النمط الإشعاعي فيكون هو نفسه النمط الإشعاعي للهوائي نصف طول الموجة السابق ولكن في نفس الفراغ العلوي لأن الهوائي أحادي القطبية يبث في هذه المنطقة فقط ويبين الشكل (18-7) رسماً للدالة $\sin^2\theta$ التي تمثل النمط الإشعاعي لهذا الهوائي في الجزء العلوي $(0 \le \theta \le \pi/2)$.



الشكل (18-7) :- الشكل الإشعاعي للهوائي أحادي القطبية ربع طول الموجة.

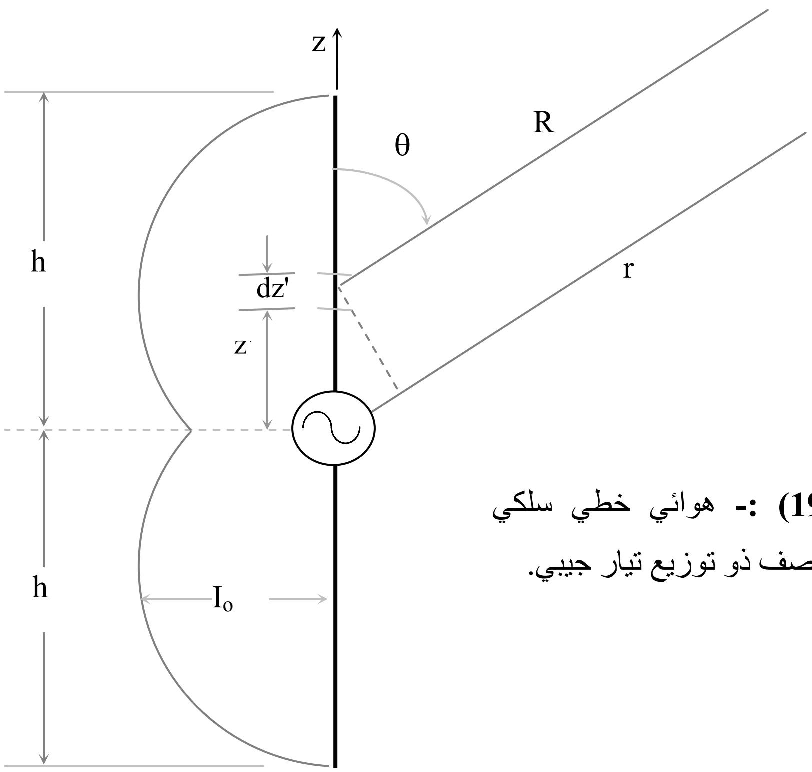
10-7 :- الهوائيات الخطية الدقيقة

هذه هي الحالة العامة للهوائي السلكي (wire antenna)، المصنوع من الأسلاك، الخطي (على شكل خط مستقيم straight line) المغذى من منتصفه ذو طول غير محدد. وهذا الهوائي تعميم للحالة الخاصة للهوائي ذي الطول

نصف الموجة الذي سبق دراسته. يكون توزيع التيار على طول الهوائي عبارة عن موجة واقفة (standing wave) لتيار جيبي تكون قيمته على أطراف الهوائي تساوي صفراً وبالتالي فهو يحقق شروط الحدود للتيار كما أنه يمثل موجة تيار واقفة على نهاية خط نقل مفتوح كما سبق ذكره، وهذا التيار يعطى بالمعادلة التالية :-

$$I(z) = I_0 \sin\beta\,(h - |z|) \;= \begin{cases} I_o \sin\beta\,(h - z)\,,\; z > 0 \\ I_0 \sin\beta\,(h + z)\,,\; z < 0 \end{cases} \qquad (57\text{-}7)$$

حيث إن h هو نصف طول الهوائي كما في الشكل (7-19).



الشكل (7-19) :- هوائي خطي سلكي مغذي من النصف ذو توزيع تيار جيبي.

يكون تكامل متجه الجهد المغناطيسي مماثلاً للتكامل المعطى في المعادلة (44-7) ما عدا أن حدود التكامل تكون عامة أي على طول الهوائي البالغ 2h، أو أن

$$A_z = \frac{\mu I_0}{4\pi r} \int_{-h}^{+h} e^{-j\beta(r - z'\cos\beta)} \sin(h - |z'|)\, dz' \qquad (58\text{-}7)$$

وباستخدام التعويض $e^{j\beta z \cos\theta} = \cos(\beta z \cos\theta) + j\sin(\beta z \cos\theta)$ فإن متجه الجهد المغناطيسي A_z يصبح كما يلي :-

$$A_z = \frac{-\mu I_0 e^{-j\beta r}}{2\pi r \beta} \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\sin^2 \beta} \qquad (59a\text{-}7)$$

وبالتالي فإن المركبة A_θ تكون كما يلي:-

$$A_\theta = \frac{-\mu I_0 e^{-j\beta r}}{2\pi r \beta} \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\sin\ \theta} \qquad (59b\text{-}7)$$

ويعطي المجال الكهربائي والمغناطيسي كما يلي :-

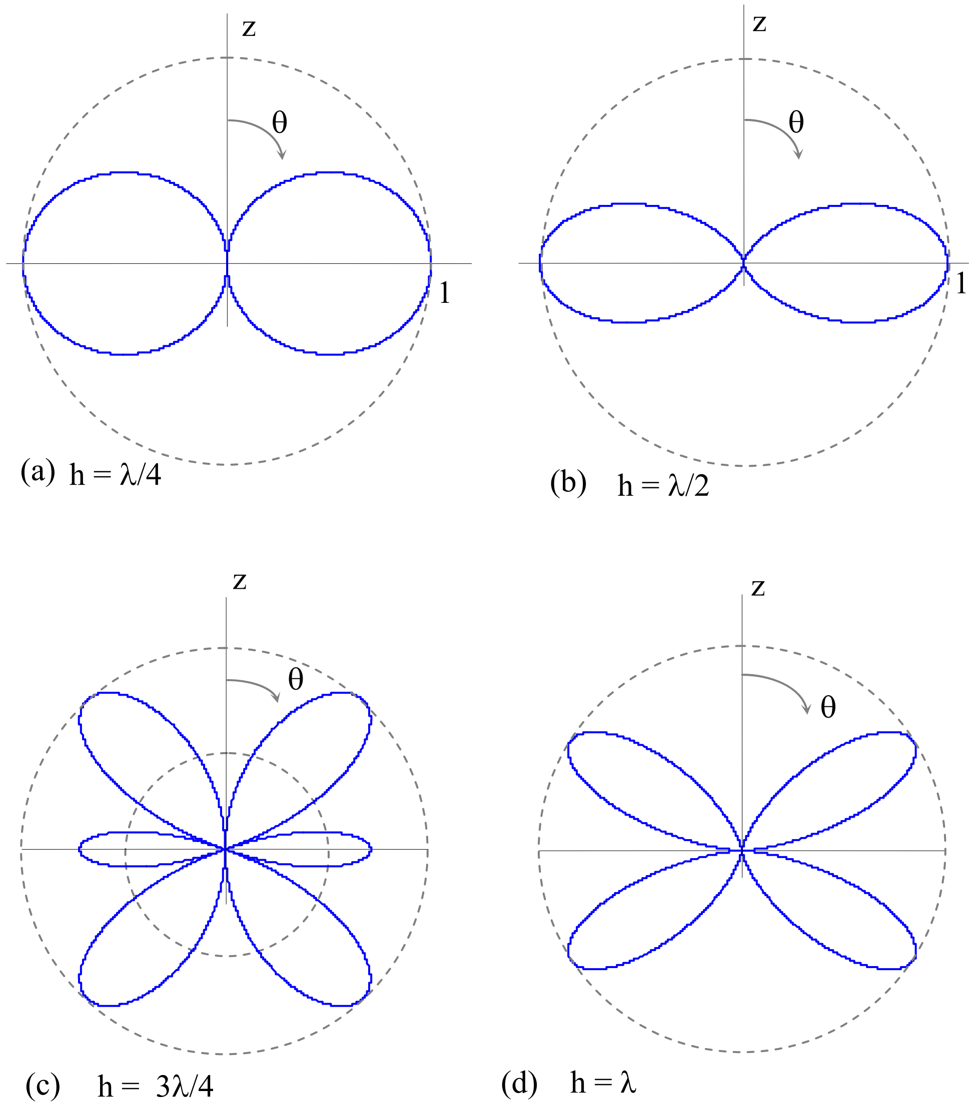
$$E_\theta = -j\omega A_\theta = \frac{j\eta I_0 e^{-j\beta r}}{2\pi r} \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\sin\theta} \qquad (60a\text{-}7)$$

$$H_\phi = E_\theta / \eta \qquad (60b\text{-}7)$$

وتكون دالة النمط الإشعاعي

$$f(\theta,\phi) = \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\sin\theta}$$

حيث إن h هو نصف طول الهوائي. ويوضح شكل (20-7) النمط الإشعاعي (مقطع مستوى E) لعدد من الهوائيات السلكية الخطية بأطوال مختلفة أو عندما تكون $\left(2h/\lambda = 1/2\,,\ 1,\ 3/2,\ 2\right)$.



الشكل (20-7) :- النمط الإشعاعي (مقطع مستوى E) لبعض الهوائيات الخطية.

تجدر الإشارة إلى أن الهوائيات أحادية القطبية (monopole antennas) ذات الطول h والموضوعة بشكل عمودي على مستوى لانهائي موصل مؤرض تكون لها نفس المجالات الكهربائية والمغناطيسية الناتجة من مقابلتها ثنائية القطبية ذات الطول $2h$ ما عدا أن المجالات مشعة في نصف الفراغ العلوي فقط. هذا وتستخدم الهوائيات السلكية ذات الموجة الواقفة في نطاق الترددات المتوسطة والعالية والعالية جداً، (MF و HF و VHF) غالباً عند الترددات التي تقل عن 1 جيجا هيرتز.

11-7 :- الطول المكافئ للهوائي

يلاحظ أن توزيع التيارات على الهوائيات الخطية المستقيمة يكون غير منتظم (غير ثابت) وفي الغالب يكون عبارة عن دالة جيبية تساوي صفراً على أطراف الهوائي لتحقق ظروف التيار الحدية. ويمكن لهذه الهوائيات تعريف الطول المكافئ L_{eff} (effective length) وهي خاصية للهوائي الخطي تتناسب مع المجالات والقدرة المشعة في المنطقة الإشعاعية البعيدة. تعطي هذه الخاصية معلومات عن مقدرة الهوائي على التوجيه وتحسب عادة عند القيمة القصوى للمجال الكهربائي، عند $\theta = \pi/2$ في حالة الهوائيات السلكية المغذاة في وسطها، ويعطى الطول المكافئ L_{eff} بالعلاقة التالية:-

$$L_{eff} = \frac{1}{I_0} \int_{-h}^{h} I(z)\, dz \qquad (62\text{-}7)$$

حيث إن I_0 هي قيمة تيار التغذية القصوى عند نقطة التغذية و $2h$ هو الطول الحقيقي للهوائي والمعنى الفيزيائي لهذه الخاصية أن L_{eff} يمثل طول هوائي

مكافئ (إشعاعياً) له توزيع تيار منتظم (uniform current distribution) على هذا الطول مقداره I_0. ويقصد بالمكافئ إشعاعياً أي أن هذا الهوائي يبث نفس المجال ونفس القدرة في المستوى $(\theta = \pi/2)$. وكمثال على ذلك فإن الطول المكافئ للهوائي ثنائي القطبية نصف طول الموجة هو

$$L_{eff} = \frac{1}{I_0} \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} (I_0 \cos\beta z)\ dz = \frac{\lambda}{\pi} \quad \text{m} \tag{63-7}$$

من هذا يتضح أن الطول المكافئ لهذا الهوائي أقصر من طوله الحقيقي $(\lambda/2)$ نتيجة لأن توزيع التيار عليه جيبي. وحينما يستخدم الهوائي الخطي في الاستقبال فإن فرق الجهد الناتج بين الطرفين المفتوحين (open circuit) له V_{oc} يتناسب مع طوله المكافئ أو أن

$$|V_{oc}| = |L_{eff}\ E_i| \tag{64-7}$$

حيث إن E_i هي قيمة المجال الكهربائي (الساقط) عند الهوائي على فرض أنه في نفس اتجاه طول الهوائي. أما إذا كان اتجاه استقطاب المجال الكهربائي غير موازي لاتجاه الهوائي فإنه لابد أن يؤخذ في الاعتبار مركبة المجال الكهربائي في اتجاه طول الهوائي كما يلي :-

$$|V_{oc}| = |\mathbf{L_{eff}} \bullet \mathbf{E}_i| \tag{65-7}$$

حيث إن اتجاه L_{eff} هو اتجاه سريان تيار الهوائي أما اتجاه المجال الكهربائي الساقط على الهوائي $\mathbf{E}_i$ فهو اتجاه استقطابه. وحينما يكون هذان الاتجاهان غير متطابقين فإن هناك عدم توائم استقطابي (polarization mismatch) في نظام الاستقبال لهذا الهوائي. ومن هذه المناقشة يتضح ضرورة أن يكون هوائي الاستقبال له نفس استقطاب الموجة المستقبلة للاستفادة من قدرتها كاملة.

12-7:- هوائيات الموجة المتحركة (المنتقلة أو الراحلة)

تم سابقاً دراسة الهوائيات السلكية الخطية المستقيمة ذات الأطوال المقارنة بطول الموجة وافترض أنها نهايات مفتوحة لخطوط نقل ولذا فإن توزيع التيار على هذه الهوائيات يكون عبارة عن موجات واقفة (standing wave) ولذا سميت هوائيات الموجة الواقفة. أما إذا كانت الهوائيات طويلة أي أن طولها عدة أطوال موجية ولم تكن مفتوحة الطرف ولكنها منتهية بممانعة موائمة أو ممانعة تساوي ممانعة الموجة المنتقلة على الهوائي (كحالة خط نقل منتهي بممانعة متوائمة مع ممانعته الذاتية) فإن التيارات على هذه الهوائيات تكون موجة متحركة (منتقلة أو راحلة) (traveling wave) بدون أي وجود لانعكاسات للتيارات أو وجود لموجات واقفة. ويكون في هذه الحالة توزيع التيار على هذه الهوائيات كما يلي:-

$$I(z) = I_0\, e^{-j\beta z} \qquad (66\text{-}7)$$

وإذا كان هذا الهوائي معزولاً (isolated) أي أهمل تأثير وجوده فوق سطح الأرض وكان موضوعاً على المحور z في الفراغ الحر فإن المجالات الناتجة عنه تعطى كما يلي:-

$$A_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^L I(z)\, \frac{e^{-j\beta R}}{R}\, dz \qquad (67a\text{-}7)$$

كما يبين الشكل (21-7) أو أن

$$A_\theta = \frac{-\mu_0\, I_0 \sin\theta}{4\pi r}\, e^{-j\beta r} \int_0^L e^{-j\beta z}\, e^{-j\beta z\cos\theta}\, dz \qquad (67b\text{-}7)$$

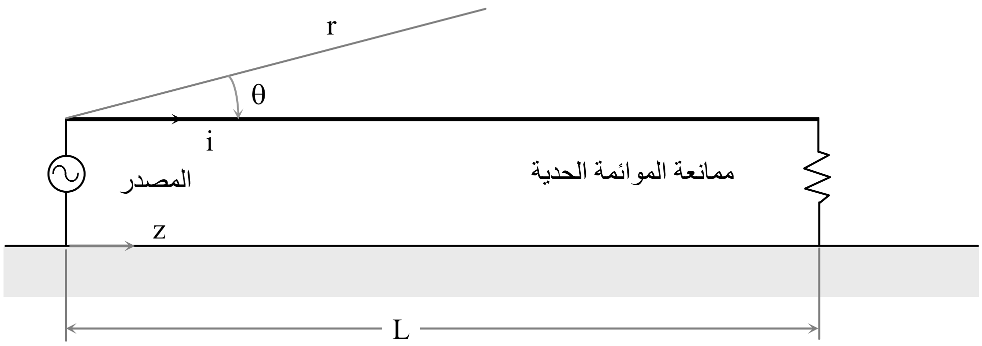
أو أن

$$E_\theta = \frac{j\,60\, I_0}{r} \sin\theta\;\, f(\theta,\phi)\;\, e^{-j\beta[r+(L/2)(1-\cos\theta)]} \qquad (67c\text{-}7)$$

$$H_\phi = E_\theta / \eta_o \qquad (67d\text{-}7)$$

حيث إن $f(\theta,\phi)$ هي دالة النمط الإشعاعي لهذا الهوائي أو أن

$$f(\theta,\phi) = \frac{\sin\theta\ \sin\left[\beta L\,(1-\cos\theta)/2\right]}{1-\cos\theta} \qquad (68\text{-}7)$$

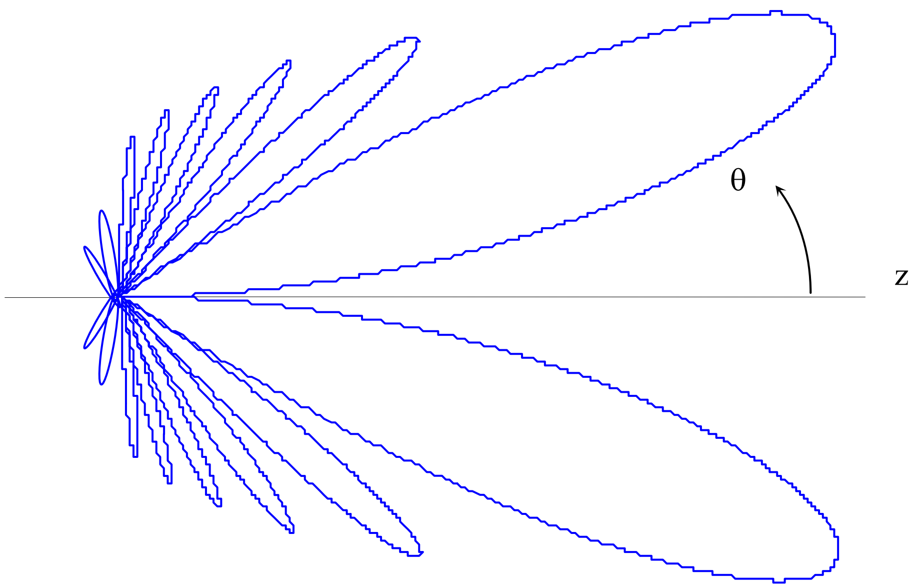


الشكل (7-21) :- الهوائي ذو الموجة المنتقلة أو المتحركة.

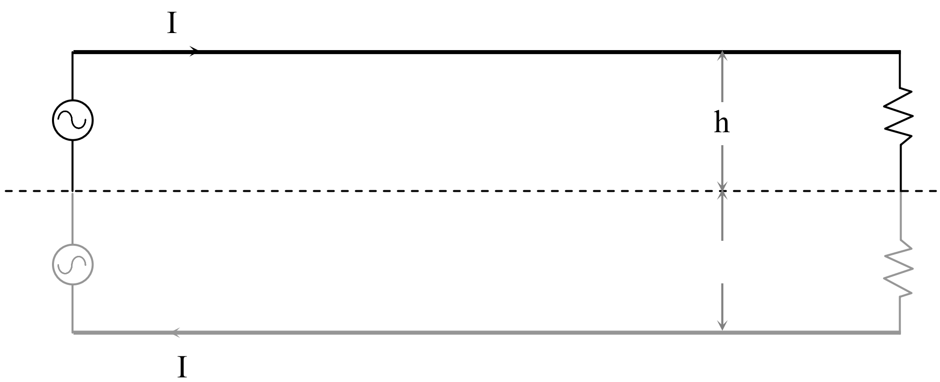
وهذه هي المجالات الكهرومغناطيسية لهوائي ذي موجة منتقلة طوله L ويوضح الشكل (7-22) نمطه الإشعاعي. ويمكن بنفس الطريقة إيجاد المجالات الكهرومغناطيسية للحالة الأكثر واقعية (more realistic case)، عند وجود هذا الهوائي على سطح الأرض (earth or ground surface)، باستخدام نظرية الصور وذلك باعتبار صورة للتيار يكون اتجاهه عكس اتجاه التيار الأصلي وعلى ارتفاع h عن سطح الأرض ويوضح الشكل (7-23) هذا الهوائي وصورته. ويمكن حساب المجالات الناتجة من هذا الهوائي ونمطه الإشعاعي الذي يعطى بالصيغة التالية:-

$$\left|f\,(\theta,\phi)\right| = \left|\frac{\sin\theta\sin\left[\beta L\,(1-\cos\theta)/2\right]}{1-\cos\theta}\sin\,(\beta\, h\sin\theta\cos\phi)\right| \qquad (69\text{-}7)$$

حيث إن h هو ارتفاع الهوائي عن سطح الأرض. وهذا الهوائي هو نموذج من نماذج الهوائيات منتقلة الموجة والتي تستخدم كثيراً في نطاق الترددات المنخفضة والمتوسطة (LF و MF).



الشكل (7-22) :- النمط الإشعاعي لهوائي ذي الموجة المنتقلة.



الشكل (7-23) :- الهوائي ذو الموجة المتحركة وصورته.

13-7 :- الهوائيات المصفوفة

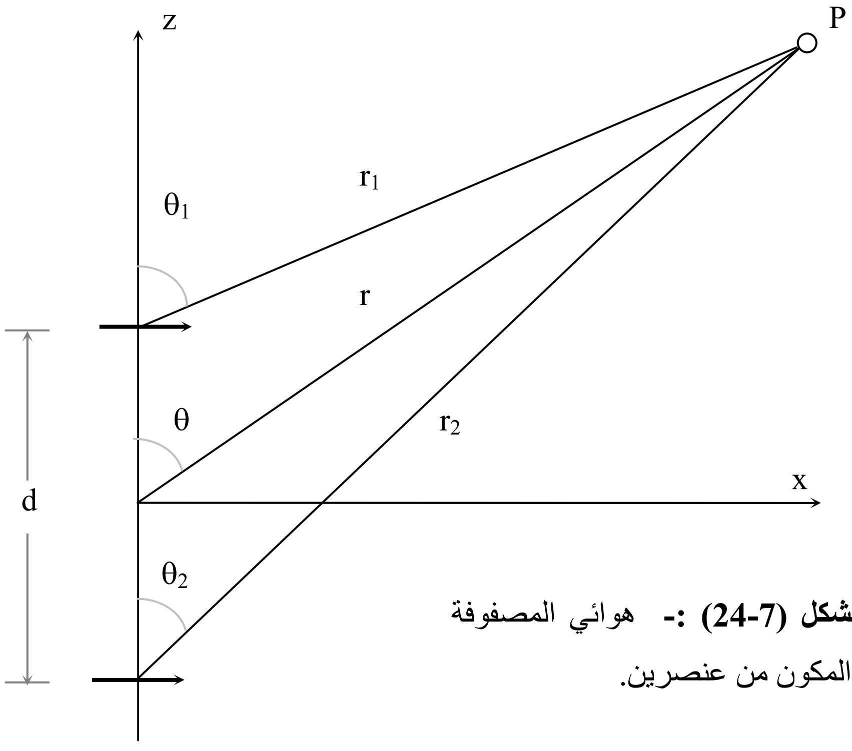
الهوائيات المصفوفة أو مصفوفة الهوائيات (array antennas) هي تجميع لعدد من عناصر الهوائيات، فبدلاً من استخدام عنصر واحد تستخدم مجموعه أو مصفوفة من الهوائيات معاً كهوائي إرسال أو استقبال لتحسين خصائص الهوائي (في الإرسال أو الاستقبال). ويمكن بذلك تحسين مقدرة التوجيه أو زيادة القدرة الإشعاعية أو حتى تشكيل النمط الإشعاعي بتجميع الهوائيات معاً كمصفوفة هوائيات. تستعمل الهوائيات المصفوفة في كثير من التطبيقات لعل من اشهرها أنظمة الرادار الحديثة التي تستعمل مصفوفة هوائيات تتيح لها تشكيل وتوجيه إشعاعاتها بسرعة عالية لتقوم بعدة وظائف معاً مثل المسح (scanning) والمتابعة (tracking). تستعمل كذلك نماذج مبسطة من الهوائيات المصفوفة في أنظمة الاتصال الحديثة كما في هوائيات محطات القاعدة (base stations) لأنظمة الهاتف الخلوي أو الجوّال (cellular or mobile phone systems) الحديثة إذ أن الهوائيات المصفوفة تشكل أساساً لما يسمى الآن بالهوائيات الذكية (smart antennas) أو أنظمة الهوائيات المتكيفة (adaptive) . يمكن أن يتم ترتيب مجموعة الهوائيات المصفوفة على شكل خط مستقيم وتسمى المصفوفة الخطية (linear arrays) أو على سطح مستوي وتسمى المصفوفة المستوية (planner arrays) أو توضع على سطح منحنى مثل أسطوانة أو سطح كرة. سيتم بداية دراسة حالة مبسطة وهي عبارة عن عنصرين متجاورين يمكن التعرف من خلالهما على بعض المفاهيم الأساسية لهذا الموضوع.

يوضح الشكل (7-24) عنصرين كل عنصر عبارة عن هوائي ثنائي قطبيه قصير موضوعين في الفراغ الحر على محور z وتيار كل منهما في اتجاه المحور x. سيتم افتراض أن الهوائي الأول موجود عند النقطة $(0, 0, d/2)$ ويغذى بالتيار $I_1 = I_0 \angle\alpha$ والهوائي الأخر موجود عند النقطة $(0, 0, -d/2)$

ويغذى بالتيار $I_2 = I_0 \angle 0$ حيث إن المقدار α هو فرق الطور بين تياري

التغذية. سيتم هنا الاهتمام بمجالات المنطقة البعيدة ويتم حساب حاصل جمع المجالات في هذه المنطقة حيث إن هذه المجالات ستجمع في نقاط وتطرح في نقاط أخرى حسب طور كل مجال منها عند هذه النقاط. لذا فعند النقطة P في المنطقة البعيدة سيتم جمع مجال كل عنصر جمعاً اتجاهياً كما يلي :-

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$
$$= \frac{j\,\eta\,\beta\,I_0\,dL}{4\,\pi}\left[\cos\theta_1\,\frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1}\,e^{j\alpha}\mathbf{a}_{\theta_1} + \cos\theta_2\,\frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2}\,\mathbf{a}_{\theta_2}\right] \qquad (70\text{-}7)$$



الشكل (24-7) :- هوائي المصفوفة والمكون من عنصرين.

ويلاحظ أن المقدار $\cos\theta$ استخدم بدلاً من المقدار $\sin\theta$ المعطى في معادلة (24-7) للمجالات الكهربائية ثنائية القطبية القصيرة لأن الهوائي هنا في اتجاه x

وليس في اتجاه z كما سبق. يمكن عندما تكون النقطة P في المنطقة البعيدة عمل التقريبات التالية :-

$$\theta_1 \approx \theta_2 \approx \theta \tag{71a-7}$$

$$\mathbf{a}_{\theta_1} \approx \mathbf{a}_\theta \approx \mathbf{a}_{\theta_2} \tag{71b-7}$$

وكذلك المقادير

$$r_1 \approx r \approx r_2 \tag{71c-7}$$

في المقام الذي يؤثر على المقدار أما في كمية الطور فالوضع مختلف حيث سيتم استخدم التقريب الأكثر دقة وهو:-

$$r_{1,2} \approx r \mp (d/2)\cos\theta \tag{71d-7}$$

حيث إن d هي المسافة بين عنصري الهوائي. وبهذا التقريب تصبح المعادلة (7-70) كالتالي :-

$$\mathbf{E} = \frac{j\eta\,\beta\, I_0\, dL}{4\,\pi r}\cos\theta\, e^{-j\beta r} e^{j\alpha/2}\left[e^{j(\beta d\cos\theta)/2}\, e^{j\alpha/2} + e^{-j(\beta d\cos\theta)/2}\, e^{-j\alpha/2}\right]\mathbf{a}_\theta$$

$$= \frac{j\eta\,\beta\, I_0\, dL}{2\,\pi r}\cos\theta\; e^{-j\beta r}\; e^{j\alpha/2}\;\cos\left[(\beta d\;\cos\theta + \alpha)/2\right]\mathbf{a}_\theta \tag{72-7}$$

ويلاحظ أن صيغة المجال الكهربائي الناتج من الهوائي المصفوف المكون من عنصرين ثنائي قطبية قصيرين مكونة من جزءين الجزء الأول هو المجال الكهربائي الناتج من عنصر هوائي واحد (هوائي ثنائي قطبية قصير) والجزء الآخر صيغة ناتجة من حاصل جمع لمجالات من عنصرين (هوائيين) بصرف النظر عن نوعهما ويسمى عامل الجمع أو عامل الصف (Array Factor AF) ويعطى هنا بالصيغة التالية:-

$$AF = 2\cos\left[(\beta d\cos\theta + \alpha)/2\right]e^{j\alpha/2} \quad (73\text{-}7)$$

يمكن كتابة المجال الكهربائي الكلي كحاصل ضرب لهذين الجزء ين أو أن:-

المجال الكلي = المجال من عنصر هوائي واحد (عند نقطة الأصل) × عامل الصف.

وإذا ما تم تركيز الاهتمام على النمط الإشعاعي للهوائي المصفوفة فإن دالته تعطى بالصيغة :-

$$|f(\theta,\phi)| = |\cos\theta|\left|\cos\left[(\beta d\cos\theta + \alpha)/2\right]\right| \quad (74\text{-}7)$$

يلاحظ أن الجزء الأول $|\cos\theta|$ يمثل دالة النمط (الشكل) الإشعاعي لعنصر هوائي ثنائي قطبية في اتجاه x والجزء الثاني هو دالة نمط (شكل) حاصلة من عملية الصف (الجمع) وتسمى نمط (شكل) الجمع أو الصف ولذا يكون النمط (الشكل) الإشعاعي الكلي لأي هوائي مصفوف معطى بما يلي :-

النمط الكلي = نمط العنصر × نمط الجمع (الصف).

لا يعتمد نمط الصف على نوعية عنصر الهوائي المستخدم ولكن على شكل الصف أي على المسافة بين العناصر وعلى الفرق الطوري في تيار التغذية واتجاه العناصر. يلاحظ أيضاً أنه بتغير زاوية (فرق) الطور α يمكن أن يتغير اتجاه القيمة القصوى لنمط الصف وبذلك يتغير اتجاه نمط الإشعاع وهذا يمثل حركة لإشعاع الهوائي ناتج عن تغير كهربائي أي بدون حركة ميكانيكية أو تحريك الشعاع إلكترونياً (electronic beam steering). كما أنه يمكن التحكم في شكل نمط الإشعاع بالتحكم في تيارات التغذية (مقداراً وطوراً) والمسافات بين العناصر أيضاً مما يعطى هذا النوع من الهوائيات مرونة وميزات كثيرة إذا

استخدم تحكم إلكتروني لعناصر هذه المصفوفات وهذه الميزة تتيح استخدام هذه الهوائيات للاستخدامات المتقدمة مثل أنظمة الرادارات الحديثة. ويدعى المبدأ الذي سبق شرحه لإيجاد النمط الكلي للهوائي المصفوف بأنه حاصل ضرب نمط العنصر في نمط الجمع (الصف) بمبدأ ضرب الأنماط الإشعاعية أو ضرب الأشكال الإشعاعية (pattern multiplication).

7-13-1 :- الهوائيات المصفوفة الخطية المنتظمة

يتضح من المناقشة السابقة أن النمط (الشكل) الإشعاعي للهوائي المصفوف يحدده نمط العنصر ونمط الصف وليس للأخير علاقة بنوع العناصر المكونة للهوائي المصفوف. وللتبسيط سيفترض في هذا الاستعراض أن عناصر الهوائي المصفوف عبارة عن هوائي متماثل (isotropic) حيث إن نمط العنصر يساوي 1. والهوائي المصفوف الخطي المنتظم هو عبارة عن مجموعة من العناصر عددها N مصفوفة على خط مستقيم بينها مسافات متساوية d وتغذى بتيارات متساوية المقدار وذات طور متدرج مقداره α. يوضح شكل (7-25) هذا الهوائي المصفوف حيث وضعت العناصر على محور z وتغذى بالتيارات

$$(I_N = I_0 \angle (N-1)\alpha \;\; .... \;\; I_3 = I_0 \angle 2\alpha \;\; , I_2 = I_0 \angle \alpha \, , I_1 = I_0 \angle 0^\circ)$$

وسيتم إيجاد نمط الجمع (نمط الصف) وذلك بجمع تأثير كل العناصر كالتالي :-

$$AF = 1 + e^{j\psi} + e^{j2\psi} + e^{j3\psi} + ... + e^{j(N-1)\psi} \qquad (7-75)$$

حيث إن $\psi = \beta d \cos\theta + \alpha$ و $\beta = 2\pi/\lambda$.

ومن حاصل جمع المصفوفة الهندسية

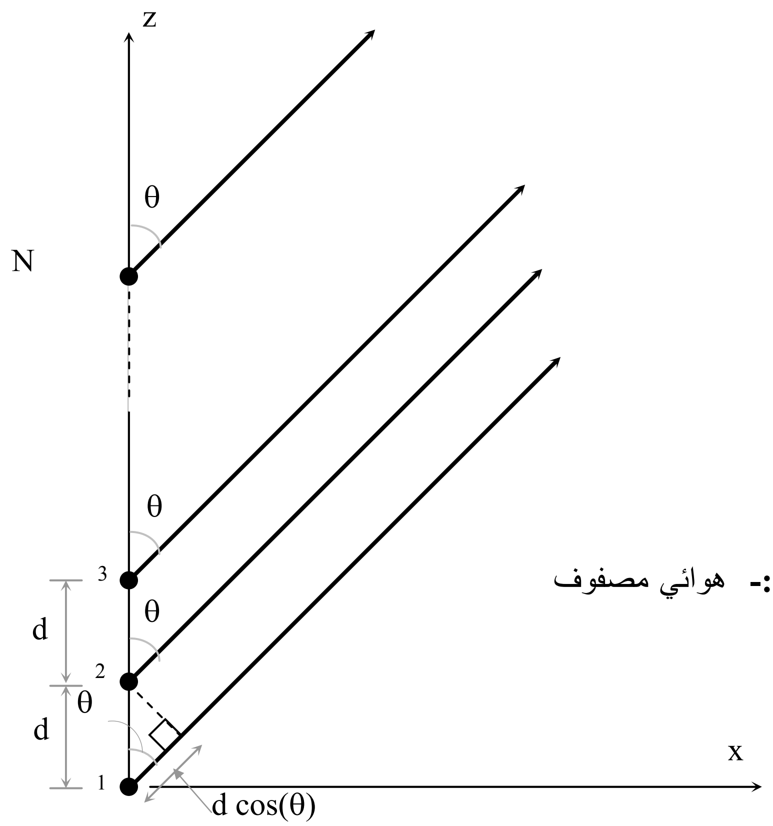
$$(1-x^N)/(1-x) = 1 + x + x^2 + x^3 + ... + x^{N-1}$$

تصبح المعادلة (7-75)

$$AF = \frac{1 - e^{jN\psi}}{1 - e^{j\psi}} \quad = \frac{e^{jN\psi/2}}{e^{j\psi/2}} \, \frac{e^{jN\psi/2} - e^{-jN\psi/2}}{e^{j\psi/2} - e^{-j\psi/2}} \tag{76a-7}$$

أو

$$AF = e^{j(N-1)\psi/2} \; \frac{\sin(N\psi/2)}{\sin(\psi/2)} \tag{76c-7}$$



الشكل (25-7) :- هوائي مصفوف خطي منتظم.

إذا كان منتصف الهوائي المصفوف موضوعاً عند نقطة الأصل فإن المقدار الطوري $e^{j(N-1)\psi/2}$ يختفي، ولا يغير هذا المقدار شيئاً في قيمة AF وعلى هذا يمكن كتابة نتيجة نمط الصف كالتالي :-

$$AF = \frac{\sin\left(N\,\psi/2\right)}{\sin\left(\psi/2\right)} \quad , \quad \psi = \beta d\cos\theta + \alpha \qquad (77\text{-}7)$$

ويمكن من الصيغة السابقة لعامل الصف استنتاج ما يلي :-

(i) لعامل الصف (AF) قيمة قصوى مقدارها N (عدد العناصر) وذلك عندما يكون المقدار $\psi = 0$ أي عندما يكون $\beta d\cos\theta + \alpha = 0$ أو

$$\cos\theta = -\frac{\alpha}{\beta\, d} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{-\alpha}{\beta d}\right) \qquad (78\text{-}7)$$

وهذا يعني أن اتجاه الشعاع الرئيسي (القيمة القصوى) θ يتحدد حسب القيمة $\alpha/(\beta d)$ حيث $\beta = 2\pi/\lambda$ و d هي المسافة بين العناصر. أو يتحرك اتجاه الشعاع الرئيسي للهوائي المصفوف مع تغير زاوية الطور α بين تيارات التغذية. وهذه عملية تحريك الشعاع إلكترونياً حيث إن تغير طور التغذية α يكون عبر تحكم إلكتروني (electronic control) في مغيرات الطور (phase shifter) وهي دارات إلكترونية تغير الطور لتيارات التغذية. وتمكن هذه الميزة الهوائي من تحريك إشعاعاته بدون حركة ميكانيكية حقيقية، لذا تستعمل الهوائيات المصفوفة في أنظمة رادارات المسح والمتابعة ويمكن أيضاً تشكيل الإشعاعات وتحريكها لتفادي مصادر التشويش (jamming sources) المقصودة وغير المقصودة عن طريق التحكم في تيارات التغذية كمية وطوراً.

(ii) تكون قيمة عامل الصف (AF) مساوية للصفر عندما يكون

$$AF = 0 \;\Rightarrow\; N\psi/2 = \pm\, k\,\pi \;\;, k = 1, 2, 3, \ldots \qquad (79\text{-}7)$$

على أن لا تكون k مساوية N أو مضاعفاتها.

(iii) يكون اتجاه الشعاع الرئيسي (direction of the main lobe) متعامد (على الهوائي المصفوف) $(\theta = \pi/2)$ عندما تكون زاوية الطور $(\alpha = 0)$ وهذا يمكن إيجاده من العلاقة السابقة:-

$$\cos\theta = -\alpha/(\beta d) = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \qquad (80\text{-}7)$$

ويسمى بالهوائي ذو الجانب العريض (broadside array) أو الإشعاع المتعامد.

(vi) يكون اتجاه الشعاع الرئيسي طرفياً (end-fire) عندما تكون زاوية طور التغذية $\alpha = \pm\beta d$ أو

$$\cos\theta = \frac{-\alpha}{\beta d} = \pm 1 \quad \Rightarrow \qquad \theta = \begin{bmatrix} 0 \\ \pi \end{bmatrix} \Rightarrow \alpha = \begin{bmatrix} -\beta d \\ +\beta d \end{bmatrix} \qquad (81\text{-}7)$$

ويسمى بالهوائي ذو الإشعاع الطرفي (end-fire array). وتساعد هذه المعلومات السابقة في تصور ورسم نمط عامل الصف للهوائيات المصفوفة الخطية ويبين الشكل (25-7) أنماطاً إشعاعية للحالات عندما تكون $(N = 2, 3, 4)$ للهوائي المصفوف المحدد في البند (iii).

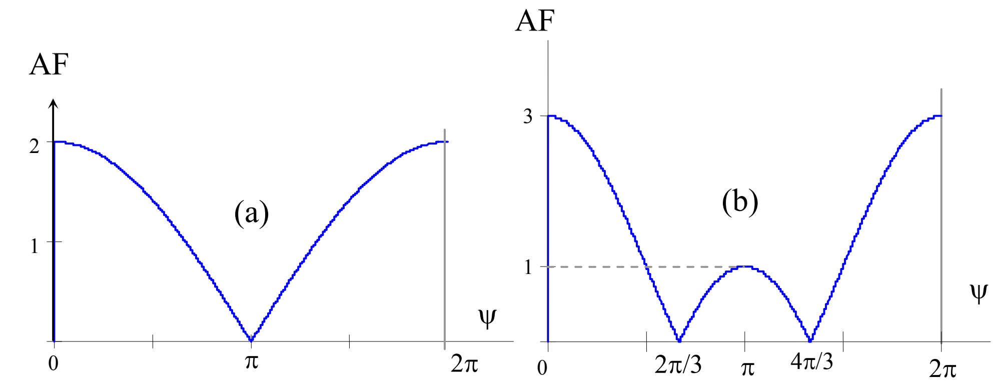
(iv) باستخدام المفكوك الرياضي

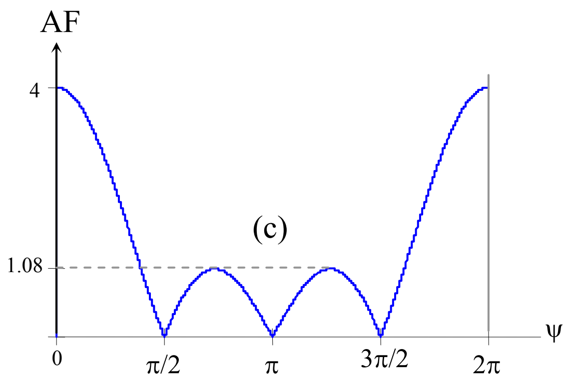
$$\left|\frac{\sin(N\psi/2)}{N\sin(\psi/2)}\right|^2 = \frac{1}{N} + \frac{2}{N^2}\sum_{m=1}^{N-1}(N-m)\cos m\psi \qquad (82\text{-}7)$$

يمكن إيجاد اتجاهية (Directivity) للهوائي المصفوف الخطي المنتظم ويعطى بالصيغة التالية:-

$$D=\left[\frac{1}{N}+\frac{2}{N^2}\sum_{m=1}^{N-1}\frac{N-m}{m\,\beta d}\sin m\,\beta d\cos m\,\alpha\right]^{-1} \qquad (83\text{-}7)$$

ويترك إثبات هذه الفقرة للقارئ كتمرين رياضي.





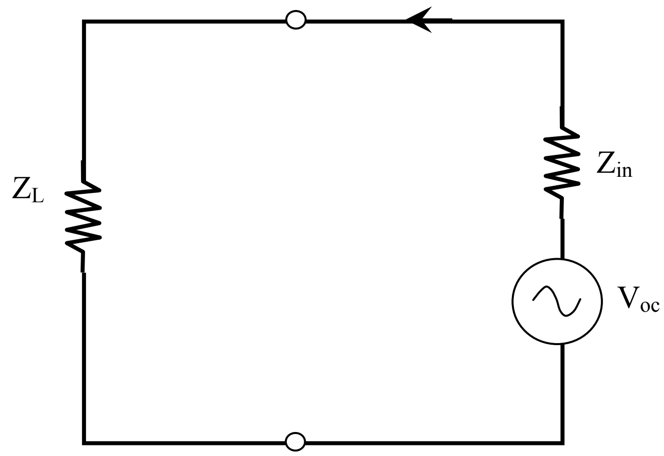
الشكل (7-25) :- رسم لعامل الصف AF لهوائيات مصفوفة حسب عدد العناصر (a) $N=2$ (b) $N=3$ (c) $N=4$.

7-14 :- هوائيات الاستقبال

تم فيما سبق الحديث عن الهوائيات كنظام إرسال ووصف خصائص هذه الهوائيات كالنمط الإشعاعي والاتجاهية والكسب والمقاومة الإشعاعية وغيرها. تستخدم هذه

الهوائيات في إرسال أو إشعاع الموجات الكهرومغناطيسيه وفي استقبالها كجزء من المستقبل في أنظمة الاتصالات. من المبادئ الأساسية في الهندسة الكهربائية والمجالات الكهرومغناطيسيه مبدأ التبادلية (reciprocity)، وفيما يخص الهوائيات فإن نظرية أو مبدأ التماثلية ينص على أن خصائص هوائي ما كمرسل تماثل خصائصه كمستقبل. أي أن النمط الإشعاعي والمقاومة أو الممانعة الإشعاعية وكسب الهوائي ومقدرته التوجيهية متماثلة سواءً أكان هوائي إرسال أو هوائي استقبال؛ ومن هذا المنطلق ستتم دراسة هوائيات الاستقبال. يوضح الشكل (7-26) الدائرة المكافئة لهوائي استقبال حيث إن Z_{in} هي ممانعة الهوائي و Z_L هي ممانعة المستقبل الموصول بالهوائي وللحصول على أقصى نقل للقدرة المستقبلة من الهوائي لدائرة المستقبل فيجب أن يكون $Z_L = Z_{in}^*$ (أو $R_{in} = R_L$ و $X_L = -X_{in}$). إذا كان الهوائي عديم الفقد أو أن $R_{in} = R_{rad}$ لهذا الهوائي فإن القدرة التي يستقبلها الهوائي ويوصلها للحمل عند المستقبل تحت هذه الظروف تكون

$$P_r = \frac{1}{2}\left[\frac{|V_{oc}|^2}{2R_{rad}}\right]^2 R_{rad} = \frac{|V_{oc}|^2}{8R_{rad}} \qquad \text{W} \tag{84-7}$$



الشكل (7-26) :- دارة مبسطة للهوائي كمستقبل.

حيث إن R_{rad} هي المقاومة الإشعاعية للهوائي و V_{oc} هي الفولطية الناتجة على طرفي الهوائي مفتوح الدارة وتعطى بالصيغة $|V_{oc}| = |E^i L_{eff}|$ إذا كان الهوائي موازياً للمجال الكهربائي الساقط عليه E^i، علماً بأن L_{eff} هو الطول المكافئ للهوائي .

سيتم الآن تعريف خاصية جديدة توصف بها هوائيات الاستقبال وهي المساحة المكافئة للهوائي وتعطى بالصيغة الرياضية التالية:-

$$A_e = \frac{P_r \text{ (Watt)}}{S_i \text{ (Watt}/\text{m}^2)} \tag{85-7}$$

حيث إن A_e هي المساحة المكافئة للهوائي (effective area) و P_r هي مجموع القدرة التي يستقبلها الهوائي و S_i هي كثافة القدرة للموجه الساقطة عليه. ويمكن من الصيغة (7-85) كتابة المساحة المكافئة A_e كما يلي:-

$$A_e = \frac{P_r}{S_i} = \frac{|E^i|^2 L_{eff}^2 \, 240\pi}{8 R_{rad} |E^i|^2} = \frac{30\pi}{R_{rad}} L_{eff}^2 \tag{86-7}$$

حيث إنه قد تم التعويض بقيمة P_i المعطاة بالصيغة $P_i = |E^i|^2 / 2\eta_0$. وتحدد هذه الصيغة العلاقة بين المساحة المكافئة والطول المكافئ للهوائي في الفراغ الحر أو الهواء $(\eta_0 = 120\pi)$. ويتضح من هذا أن المساحة المكافئة هي تعبير عن مقدرة الهوائي على استخلاص القدرة من موجة ساقطة لها كثافة قدرة معروفة, وليس بالضرورة أن يكون للهوائي مساحة فعليه يمكن قياسها. بالنسبة للهوائي ثنائي القطبية القصير، في الفراغ الحر فإن $R_{rad} = 80\ \pi^2\ (dL/\lambda)^2$

ويكون طوله المكافئ هو dL نتيجة لأن توزيع التيار عليه يكون منتظم وعلى هذا فإن مساحته المكافئة تكون

$$A_e = \frac{3\lambda^2}{8\pi} = 1.5\frac{\lambda^2}{4\pi} \quad m^2 \tag{87a-7}$$

وبما أن $D = 1.5$ لهذا الهوائي فإن

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} D \quad m^2 \tag{87b-7}$$

وهذه الصيغة المعطاة في المعادلة (87b-7) صحيحة لأي هوائي. وإذا كان الهوائي عديم الفقد $(D = G)$ فإن

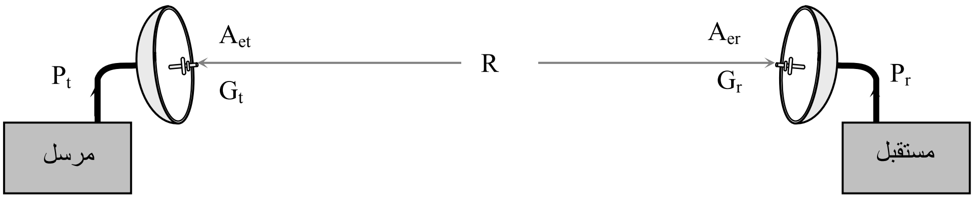
$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G \quad \Rightarrow\Rightarrow \quad G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e \tag{88-7}$$

ومن الجدير بالذكر أن المقادير التي تم التعامل معها مثل الطول المكافئ والمساحة المكافئة والاتجاهية والكسب محسوبة عند القيم العظمى.

15-7:- معادلة فريس (Friis Equation)

يبين شكل (27-7) نظام اتصالات مبسط يتكون من مرسل مربوط بهوائي إرسال ومستقبل مربوط بهوائي استقبال تفصل بينهما مسافة R، علماً بأن خصائص هوائي الإرسال هي (A_{et}, P_t, G_t) وخصائص هوائي الاستقبال هي (A_{er}, P_r, G_r). وتمثل A_e المساحة المكافئة و G كسب الهوائي والحرف الصغير r يشير إلى المستقبل والحرف الصغير t يشير إلى المرسل. أما P_r فهي القدرة التي يتم استقبالها بهوائي الاستقبال الموصول إلى مستقبل له ممانعة متوائمة مع الهوائي و P_t هي القدرة التي يشعها هوائي الإرسال. كما أن نقطتي الإرسال والاستقبال موجودتان في الفراغ الحر (free space) بدون

عوائق أو ظروف أخرى وهما على خط رؤية (Line Of Sight LOS) أي أنهما متقابلتين. يمكن أن يتم حساب كثافة القدرة المرسلة من المرسل الساقطة على هوائي الاستقبال كالتالي :-



الشكل (27-7) :- نظام اتصالات مبسط مكون من مرسل متصل مع هوائي الإرسال وتفصله مسافة R عن هوائي الاستقبال.

$$P_i = \frac{|\,Ei\,|^2}{2\,\eta_o} = \frac{P_t}{4\pi\,R^2}\;G_t \qquad (89\text{-}7)$$

حيث إن R هي المسافة بين الهوائيين ويجب أن تكون هذه المسافة كبيرة ليكون كلاً من الهوائيين واقعين في منطقة المجالات البعيدة للآخر. وعلى هذا فإن القدرة الكلية المستقبلة بهوائي الاستقبال تكون

$$P_r = P_i\;A_{er} = P_i\;\frac{\lambda^2}{4\pi}\;G_r \qquad (90a\text{-}7)$$

$$P_r = \frac{P_t\;G_t\;G_r}{(4\,\pi\,R/\lambda)^2} \qquad (90b\text{-}7)$$

تسمى هذه العلاقة معادلة فريس (Friis) للاتصالات وهي وإن كانت تفترض وجود المرسل والمستقبل على خط رؤية واحد في الفراغ الحر فإنها تمثل قاعدة لحسابات وصلات الاتصالات الأساسية وتعتبر نقطة البداية لحساب وصلات الاتصالات ذات

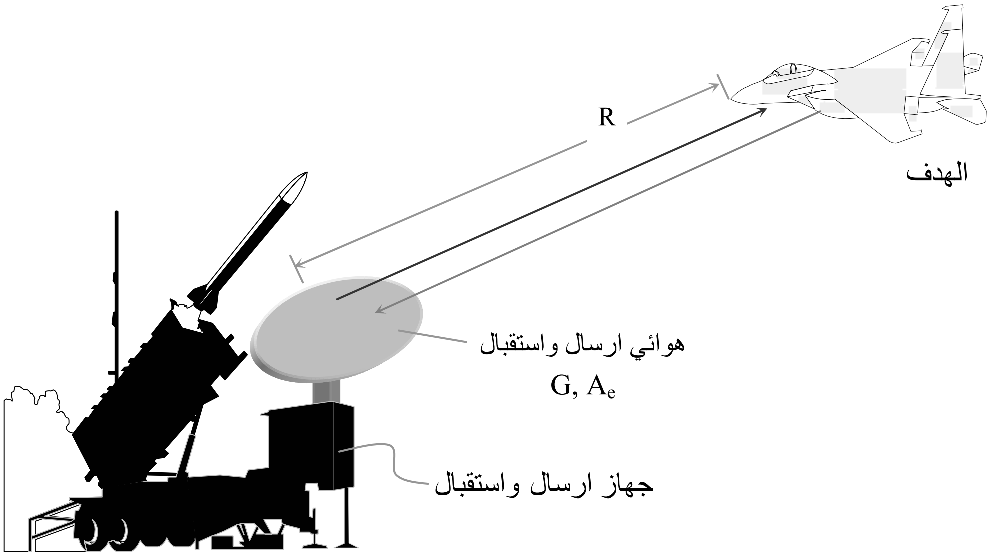
الظروف الأكثر تعقيداً. ويمكن باستعمال هذه الصيغة إيجاد المسافة التي يمكن لمرسل ما يبث قدرة معينه أن يغطيها أو يصلها بخدمته كما يمكن حساب مقدار القدرة الواصلة للمستقبل عند مسافة ما من المرسل وبالتالي نوعية المستقبل والهوائي اللازم للاستفادة من البث المرسل وبالتالي من خدمة الاتصالات المقدمة.

16-7 :- معادلة الرادار (Radar Equation)

إن الغرض من أنظمة الرادار هو اكتشاف هدف موجود في الفضاء على مسافة معينة من الرادار ومن ثم قياس بعده وسرعته وموقعه واتجاهه وربما أيضاً نوعه. يتم ذلك بأن يرسل نظام الرادار عبر هوائيه نبضات كهرومغناطيسية راديويه ومن ثم استقبال النبضات المنعكسة من الهدف عبر نفس الهوائي. وبقياس فرق الزمن بين النبضة المرسلة والمستقبلة يمكن حساب بعد الهدف الراداري (calculation of the distance to the radar target)، والذي قد يكون طائره مثلاً، عن نظام الرادار. أما بقية المعلومات فيمكن استخلاصها من الموجات والنبضات المستقبلة ومعالجتها بصورة معينه. يوضح شكل (7-28) نظام رادار بسيط يتكون من هوائي واحد للإرسال والاستقبال متصل بدائرتي الإرسال والاستقبال عبر مفتاح ويوجد الهدف المقصود قياس بعده على مسافة R في منطقة المجالات البعيدة بهوائي الرادار الذي له الخصائص التالية:-

A_e و G

وإذا كان نظام الهوائي والهدف موجودين في الفراغ الحر فإن فترة الزمن التي تستغرقه النبضة بعد إرسالها لتعود ثانية إلى هوائي الرادار تكون $2R/c$ حيث إن c هي سرعة الضوء في الفراغ $(c = 3\times10^8\ m/s)$ و $2R$ هي المسافة الكلية ذهاباً وإياباً بين الرادار والهدف ومن خلال قياس هذه الفترة الزمنية يمكن أيجاد المسافة R.



الشكل (7-28) :- نظام رادار بسيط.

وتعكس الأهداف الرادارية كالطائرات والصواريخ والقذائف (projectiles) وغيرها كميات مختلفة من القدرة المحمولة بالموجه (النبضة) القادمة من هوائي الإرسال وتعتمد هذه الكمية على حجم الهدف وشكله ووضعه واتجاهه والمادة المصنوع (target size, shape, position, direction and its material) منها وكذلك على تردد الموجه الكهرومغناطيسية المرسلة من الرادار. وتمثل مقدرة الأهداف الرادارية على عكس كمية من القدرة بالمقدار المسمى مساحة المقطع الراداري (radar cross section) أو مساحة مقطع التبعثر (scattering cross section) σ. ويعرف هذا المقدار بأنه المساحة المكافئة التي تستقبل مقداراً من القدرة والتي حين تعكسها (أو تبثها) في جميع الاتجاهات تعطي نفس كثافة القدرة المبعثرة (أو المنعكسة) من الهدف الراداري الساقطة على هوائي الرادار. أي أن كثافة القدرة المنعكسة من الهدف S_s الساقطة على هوائي الرادر هي كما يلي:-

$$S_s = \lim_{R\to\infty}\left[\frac{\sigma S_i}{4\pi R^2}\right] \qquad (91\text{-}7)$$

حيث إن S_i هي كثافة القدرة المرسلة من الرادار والساقطة على الهدف الراداري. وعلى ذلك تكون مساحة المقطع الراداري σ كما يلي:-

$$\sigma = \lim_{R\to\infty} 4\pi R^2 \frac{S_s}{S_i} \quad m^2 \qquad (92\text{-}7)$$

وكما هو معروف من الفصل السابق فإن

$$S_i = \frac{P_{rad}\, G}{4\pi R^2} \quad و \quad S_s = \frac{P_r}{A_e}$$

حيث إن P_{rad} هي القدرة الكلية المبثوثة من هوائي الرادار كمرسل و P_r هي القدرة الكلية المستقبلة من هوائي الرادار (المستقبل) حيث إن هوائي الإرسال هو هوائي الاستقبال في هذه الحالة، أو أن

$$\sigma = (4\pi R^2)^2 \frac{P_r}{P_{rad}} \frac{1}{A_e G} \qquad (93\text{-}7)$$

وبالتالي فإن $P_r = \dfrac{A_e \sigma\, G\, P_{rad}}{(4\pi R^2)^2}$ ، وبما أن $A_e = \dfrac{\lambda^2}{4\pi} G$ فستكون

$$P_r = \frac{P_{rad}\, \sigma\, (\lambda G)^2}{(4\pi)^3 R^4} \qquad (94\text{-}7)$$

وهذه المعادلة تسمى معادلة الرادار وتكون المسافة أو المدى (distance or range) R كما يلي:-

$$R = \left[\frac{\lambda^2 \; G^2 \sigma}{(4\pi)^3} \quad \frac{P_{rad}}{P_r} \right]^{\frac{1}{4}} \tag{95-7}$$

وتسمى هذه العلاقة معادلة المدى الراداري (Radar range equation) ويتم منها تحديد أقل قدرة ممكنة يستطيع جهاز استقبال الرادار التعامل معها والحصول على أقصى مدى R يمكن للرادار أن يحدده وأبعد هدف يمكن للرادار اكتشافه. وتتيح هذه المعادلة أيضاً دراسة تأثير المتغيرات على أداء نظام الرادار. ويسمى هذا الرادار الذي يكون هوائي الإرسال هو هوائي الاستقبال بالرادار أحادي الموقع (monostatic radar)، وأغلب أنظمة الرادار هي من هذا النوع. وهناك أنظمة رادار أخرى يكون هوائي الاستقبال والمستقبل في موقع آخر غير هوائي الإرسال والمرسل يسمى هذا النظام بالرادار ثنائي الموقع (bistatic radar)، ويكون كسب الهوائيات، في هذه الحالة، مختلفاً $(G_t \neq G_r)$ ويختلف بعد الهدف عن المرسل R_1 عن بعده عن المستقبل R_2 وفي هذه الحالة يمكن كتابة المعادلة (7-94) كما يلي:-

$$P_r = \frac{G_t \; G_r}{4\pi} \left[\frac{\lambda}{4\pi \; R_1 \; R_2} \right]^2 \sigma \; P_{rad} \tag{96-7}$$

ويوضح الجدول (7-1) بعض الترددات المستخدمة في أنظمة الرادارات المختلفة وتسميتها الاصطلاحية. ولا يعني أن هذه الترددات فقط هي المستخدمة في أنظمة الرادارات المختلفة، حيث إن هناك نظمة تعمل على ترددات أدنى من تلك المبينة في هذا الجدول وتستخدم في أنظمة الرادار التي ترسل إشارتها للبحث عن الاهداف الواقعة خارج نطاق خط رؤية (Line Of Sight LOS) ويصل مداها إلى آلاف الكيلومترات والتي تسمى بأنظمة الرادارات العاملة فوق الافق (over the horizon radar systems).

جدول (7-1) :- الترددات المستخدمة في أنظمة الرادار وتسميتها الاصطلاحية.

مدى التردد (GHz)	التسمية الإصطلاحية
1 - 2	L
2 - 4	S
4 - 8	C
8 - 12.5	Ku
12.5 - 18	K

7-17:- أنواع أخرى من الهوائيات

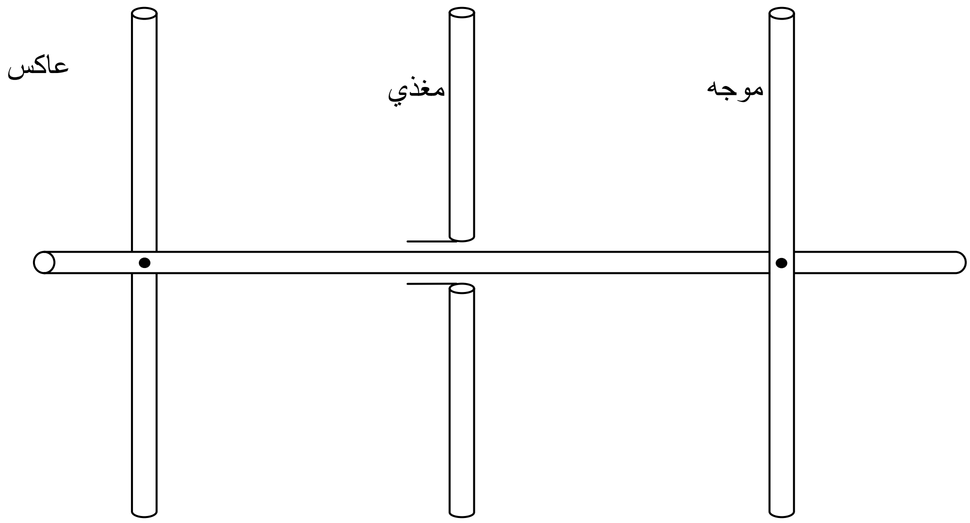
تم في هذا الباب عرض نظرية الهوائيات وخصائصها ووصف بعض أنواع الهوائيات البسيطة مثل ثنائي القطبية القصير والهوائي الحلقي الصغير والهوائيات السلكية الخطية الدقيقة وكذلك نوقشت نظرية الهوائيات المصفوفة الخطية. وهذه الهوائيات تمثل معظم أنواع الهوائيات المشاهدة عملياً وتمثل كذلك الأجزاء الرئيسية التي تبنى منها الهوائيات الأخرى الأكثر تعقيداً. واستكمالاً لهذا الباب فسيتم تقديم عرض وصفي موجز لبعض أنواع الهوائيات المستخدمة بكثرة في أنظمة الاتصالات والتي لم تذكر سابقاً إلا تلميحاً والتي تتركب في معظمها من الهوائيات أو الأجزاء التي سبق دراستها. ومن هذه الهوائيات التي سيتم تقديمها :- الهوائيات السلكية المركبة كهوائي ياجي - أودا والهوائي اللوغاريتمي الدوري والهوائي الحلزوني (اللولبي) إضافة للهوائيات العاكسة والهوائيات الرقعية المطبوعة (الشريطية الدقيقة) .

7-17-1:- الهوائيات السلكية المركبة

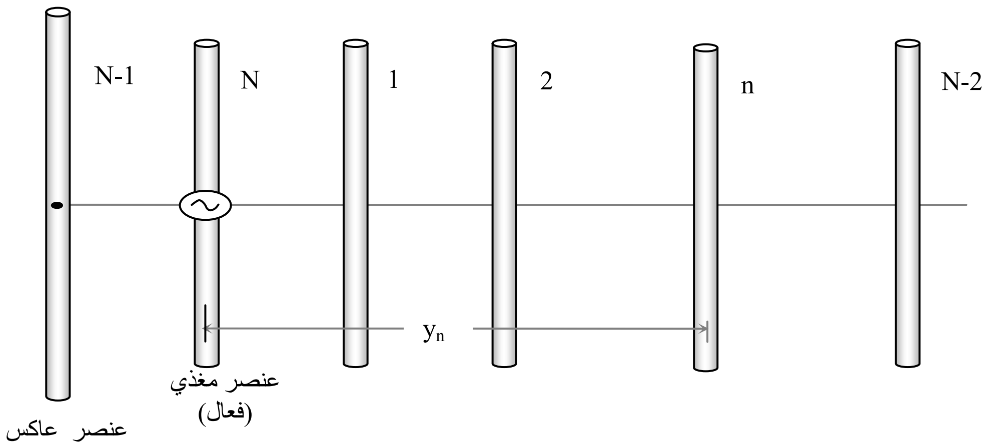
يقصد بالهوائيات السلكية المركبة تلك الهوائيات المصنوعة من الأسلاك أو القضبان المعدنية (metallic rods) على شكل مركب مثل الهوائيات المكونة من عدة أسلاك على شكل مصفوفة أو الهوائيات المكونة من أسلاك مطوية على شكل أكثر تعقيداً من تلك الهوائيات البسيطة الخطية أو الحلقية. وسيتم التطرق هنا إلى أشهر هذه الهوائيات وأكثرها استعمالاً.

(i) هوائي ياجي-أودا Yagi-Uda Antenna

يتكون هذا الهوائي من عدة عناصر من الهوائيات الخطية الموضوعة بشكل متوازي على محور مكونة ما يسمى بالمصفوف الطفيلي أو غير الفعال (parasitic array) لأنه لا يغذى إلا عنصراً واحداً من هذه العناصر (يكون هوائي ثنائي قطبية نصف طول موجي) أما بقية العناصر فهي غير مغذاة ويكون تأثيرها ناتج عن تكون تيارات حثية عليها بتأثير العنصر المغذي (الفعال). ويبين شكل (7-29) هوائي ياجي-أودا بسيط مكون من ثلاث عناصر فقط. العنصر المغذي (الأوسط) طوله أقل قليلاً من $\lambda/2$ (ليكون هوائي رنين). أما العنصر الأول فطوله أطول قليلاً من العنصر الفعال ويعمل كعاكس للإشعاع من العنصر الفعال في الاتجاه الأمامي ويسمى العنصر العاكس (reflector). أما العنصر الثالث (أو الأمامي) فطوله أقصر قليلاً من طول العنصر الفعال ويقوم على توجيه إشعاع الهوائي في الاتجاه الأمامي ويسمى العنصر الموجه (director). ويوضح شكل (7-30) هوائي ياجي - أودا وهو أكبر من الهوائي السابق ويتكون من عدة عناصر موجهة (directors) وقد يزيد كسبه عن 12 dB إذا أتقن تصميمه. يستعمل هذا النوع من الهوائيات بكثرة كهوائي استقبال للبث التلفازي الأرضي ويرى كثيراً فوق سطوح المنازل وقد يستعمل أيضاً كهوائي إرسال واستقبال في أنظمة الاتصالات في مدى الترددات العالية (HF) والعالية جداً (VHF) وفي نطاق الترددات ما بين 50 إلى 800 ميجا هيرتز تقريباً.



الشكل (7-29) :- هوائي ياجي-أودا بسيط.

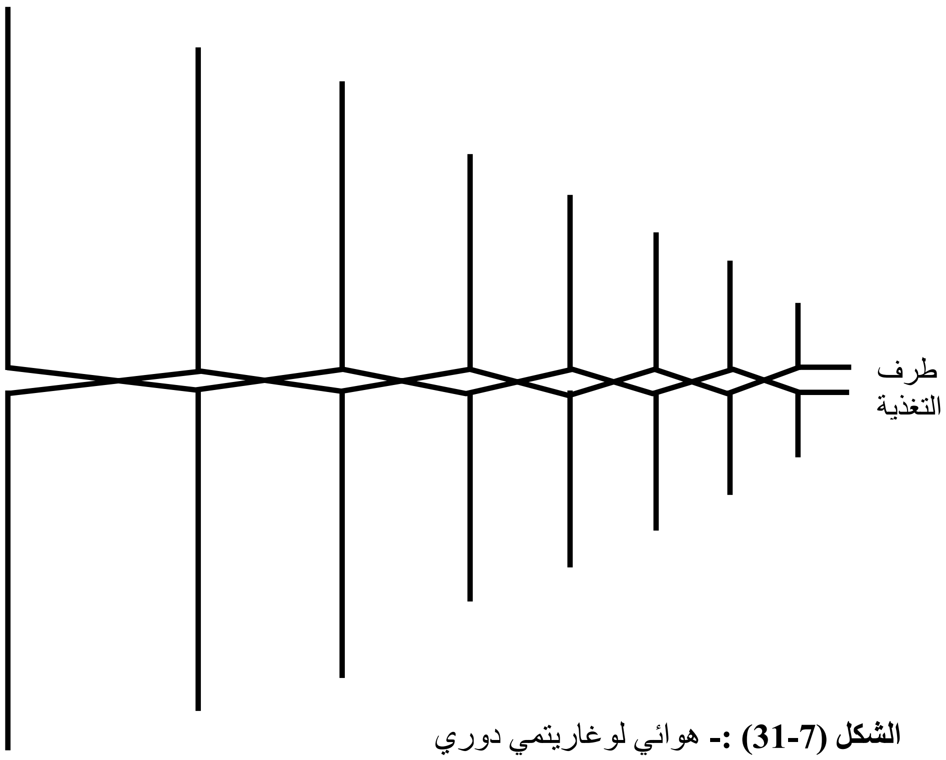


الشكل (7-30) :- هوائي ياجي-أودا له عدة عناصر موجهه.

(ii) الهوائي اللوغاريتمي الدوري Log- Periodic Antenna

وهو يشابه هوائي ياجي - أودا شكلاً ولكن عناصره كلها تغذى بتيار له نفس الطور أو بطور متغير تبادلياً (صفر أو/ و 180^o). وتختار أطوال عناصر الهوائي

والمسافات بينها وعددها حسب دالة تصميم لوغاريتمية متدرجة تبعاً لموقع العنصر (الذي يكون على شكل هوائي سلكي خطي). وتتيح هذه الطريقة في التصميم لهذا الهوائي ميزة سعة نطاق الترددات التي يعمل عليها ولذا فهو ينتمي للهوائيات واسعة النطاق (wide band) أو ما يسمى بالهوائيات التي لا تعتمد على التردد (frequency independent antennas). أما استعمالات هذا الهوائي ومقدار كسبه فهي مقاربة لتلك المذكورة لهوائي ياجي-أودا ويمكن استخدام مبدأ التصميم اللوغاريتمي في هوائيات مطبوعة عند الترددات العالية جداً. ويوضح الشكل (7-31) شكلاً مبسطاً لهوائي لوغاريتمي دوري خطي.

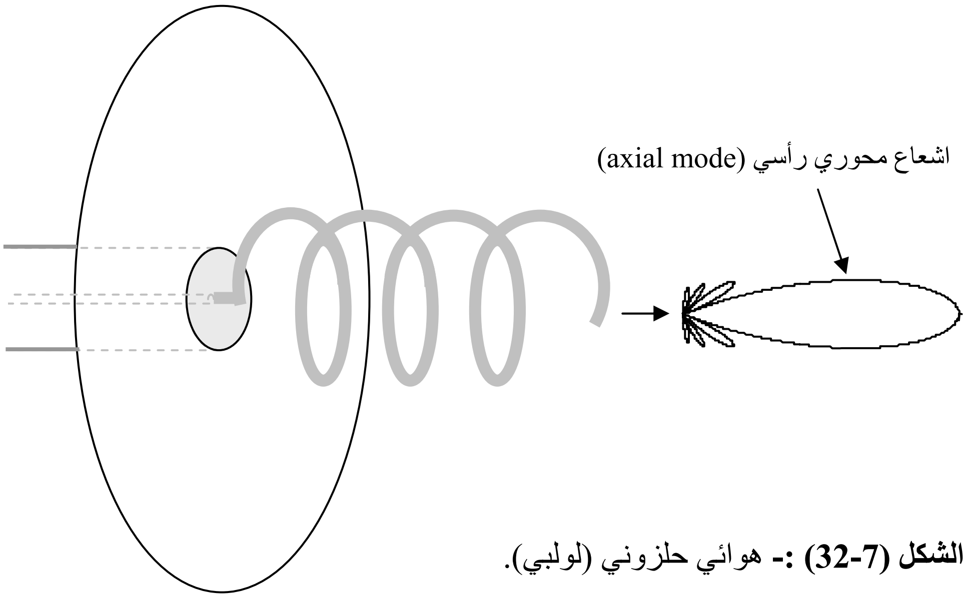


الشكل (7-31) :- هوائي لوغاريتمي دوري

(iii) الهوائي الحلزوني (اللولبي) Helical Antenna

يتكون هذا الهوائي من سلك مطوي (ملفوف) على شكل حلقات حلزونياً (لولبياً) على اسطوانة عازلة وموضوع فوق سطح معدني مؤرض. يعتمد عمل هذا الهوائي على

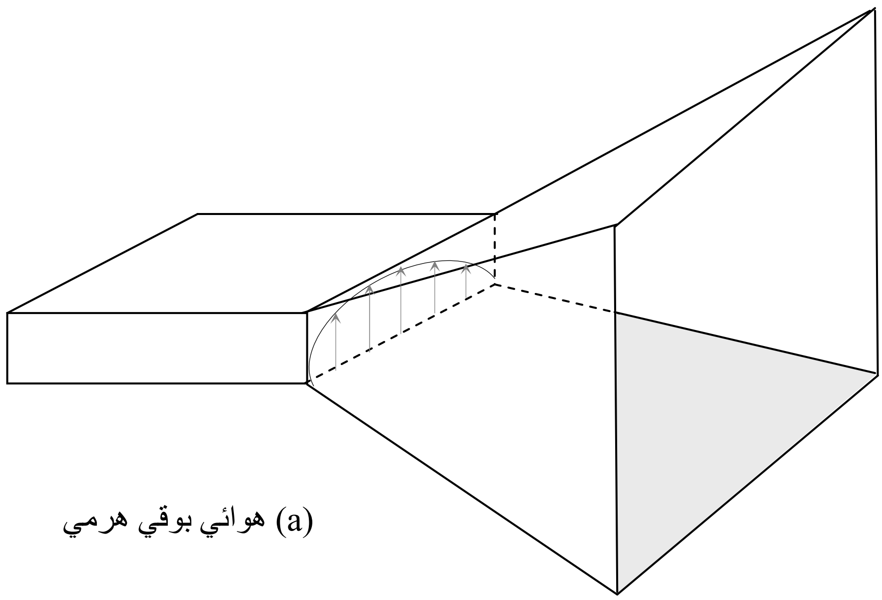
عدد لفات الهوائي وطوله ومحيط الحلقة الواحدة وزاوية لف الحلقات. ويغذى هذا الهوائي بواسطة كابل محوري يوصل السلك الداخلي له بسلك الهوائي ويوصل موصله الخارجي بالسطح المعدني بعناية. إذا كان محيط حلقة اللف لهذا الهوائي مقاربة للطول الموجي (λ) فإنه يبث بثاً محورياً (axial - mode) باتجاه محور الهوائي الرأسي. وهذا المجال المرسل بهذا الشكل يكون ذا استقطاب دائري نقي في اتجاه محور الهوائي وأقل نقاوة خارج اتجاه محوره (أي يتغير الاستقطاب إلى استقطاب قطع ناقص تدريجياً). يستخدم هذا الهوائي الحلزوني ذو البث المحوري كثيراً في الاتصالات بعيدة المدى وخاصة تلك التي يلائمها الاستقطاب الدائري مثل الاتصالات الفضائية ويتميز كذلك بمقدار كسب عالي نسبياً وبالتالي بمقدرة عالية على تركيز إشعاعاته في الاتجاه الرأسي المحوري. أما إذا كان محيط حلقة لف الهوائي الحلزوني لا تحقق ذلك الشرط فإن إشعاع هذا الهوائي يسمى الإشعاع (البث) العادي (Normal- mode) ويشابه الإشعاع الصادر من ثنائي قطبية في نمطه الإشعاعي. ويبين شكل (7-32) هوائي حلزوني (لولبي) بسيط، نمط أشعاعه بإتجاه محوره.



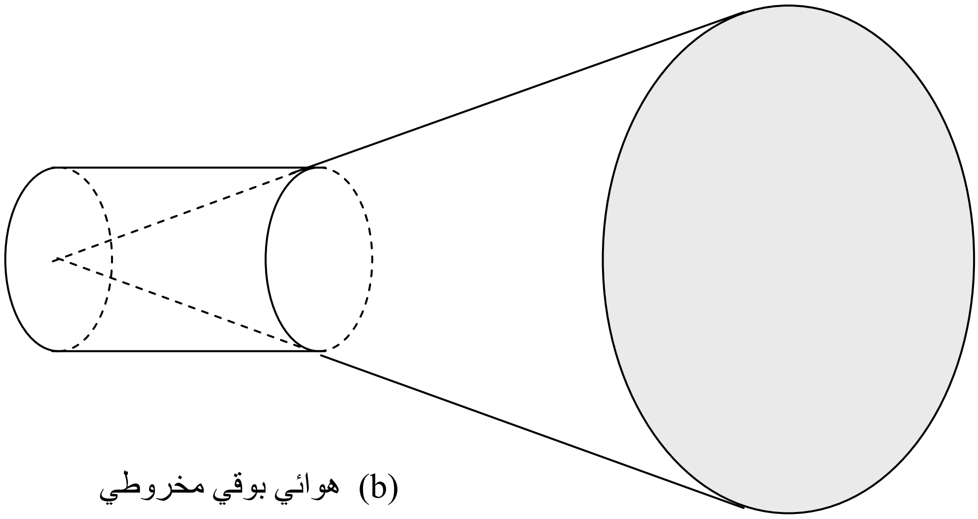
الشكل (7-32) :- هوائي حلزوني (لولبي).

7-17-2:- الهوائيات البوقية (Horn Antennas)

هي أحد أنواع هوائيات الفوهة أو الفتحة ويعتمد أداء هذا النوع من الهوائيات على مساحة الفوهة المشعة. يوضح الشكل (7-33) بعض أنواع الهوائيات البوقية التي هي عبارة عن نهاية دليل موجات تتسع فوهته تدريجياً مكوناً شكلاً بوقياً. هذا التدرج بين نهاية دليل الموجات وفوهة البوق عبارة عن موائمة تدريجية بين دليل الموجات والفراغ الحر للموجات في الدليل. يمكن معرفة توزيع المجال الكهرومغناطيسي على فوهة البوق من معرفة نوع الموجة المنتشرة في دليل الموجات ومن ذلك يمكن حساب الموجات المشعة من هذا البوق باستخدام بعض النظريات الكهرومغناطيسية المتقدمة التي تعنى بسلوك حيود الموجات البصرية. يمكن بصفة تقريبية حساب إتجاهية هذه الهوائيات من المعادلة التي سبق دراستها أي من $D=\frac{4\pi}{\lambda^2}A_e$ حيث إن $A_e = A_{phy} \bullet \eta_{ap}$ و A_e هي المساحة الفعالة للهوائي و A_{phy} هي المساحة الفيزيائية له بينما تمثل η_{ap} كفاءة فوهة الهوائي.



(a) هوائي بوقي هرمي



(b) هوائي بوقي مخروطي

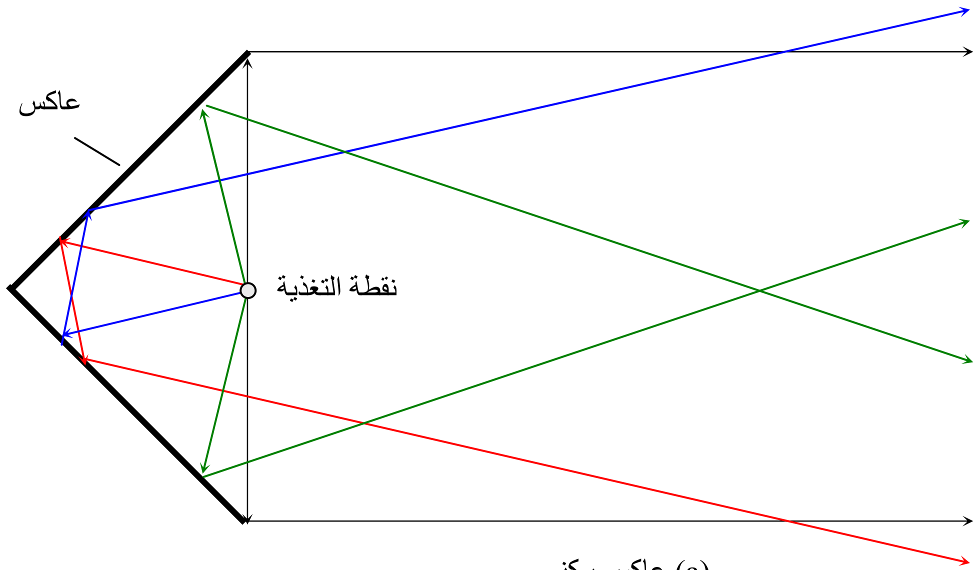
الشكل (7-33) :- هوائيات بوقية (a) هوائي بوقي هرمي(b) هوائي بوقي مخروطي.

وتقل المساحة الفعالة لفوهة البوق عن المساحة الحقيقة نتيجة لأن توزيع المجالات الكهربائية والمغناطيسية غير مستوى (منتظم) على مستوى الفوهة مقداراً واتجاهاً نظراً لطبيعة الموجة شبه الكروية الساقطة على والمنتشرة عبر البوق؛ وتتراوح كفاءة الفوهة بين 50% و 80% تقريباً. وتستخدم الهوائيات البوقية في مجال الترددات المايكروية والمليميترية كهوائيات مستقلة أو غالباً كهوائيات تغذية لهوائيات عاكسة أو عدسية. يتراوح مقدار كسب الهوائيات البوقية، التي لا تزيد أبعادها كثيراً عن ثلاثة أضعاف طول الموجة، بين 15 dB و 20 dB تقريباً.

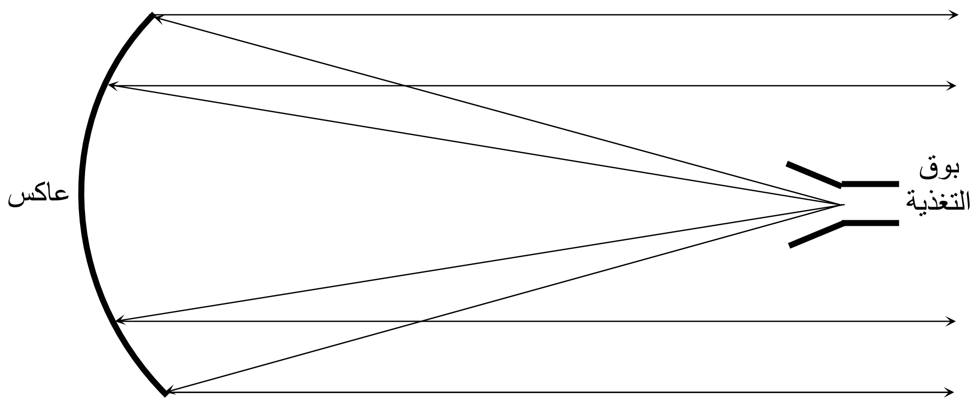
7-17-3:- الهوائيات العاكسة

تتكون هذه الهوائيات من هوائي تغذية موضوع أمام سطح عاكس للموجات (waves reflector surface). ويمكن أن تكون هوائيات التغذية ثنائيات قطبية

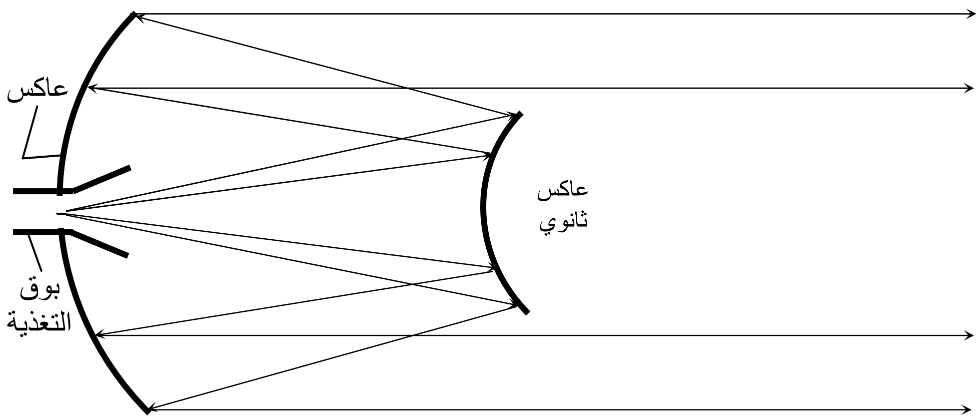
ذات طول نصف موجي أو هوائيات بوقية مثلاً حسب التطبيق. وقد يكون السطح العاكس بسيطاً كسطح مستوي (plane surface) أو زاوية (ركن) عاكسة (corner reflector surface) أو قد يكون سطحاً كروياً أو سطح قطع ناقص (parabolic surface)؛ ويبين شكل (7-34) بعض أشكال هذه الهوائيات.



(a) عاكس ركني



(b) عاكس قطع مكافئ



(c) عاكس قطع مكافىء ذو عاكس ثانوي (نوع كاسيجرين)

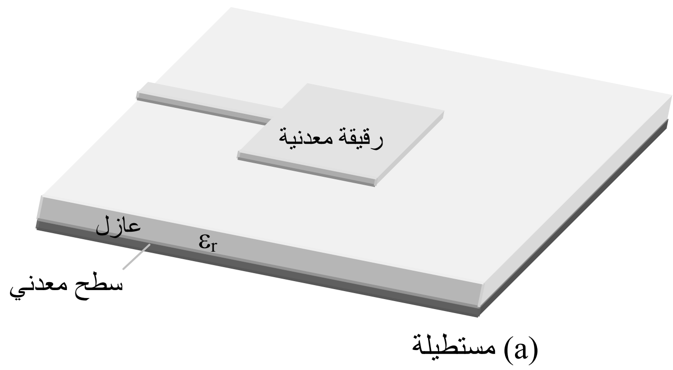
الشكل (7-34) :- هوائيات عاكسة (a) عاكس ركني (b) عاكس قطع مكافىء (b) عاكس قطع مكافىء ذو عاكس ثانوي.

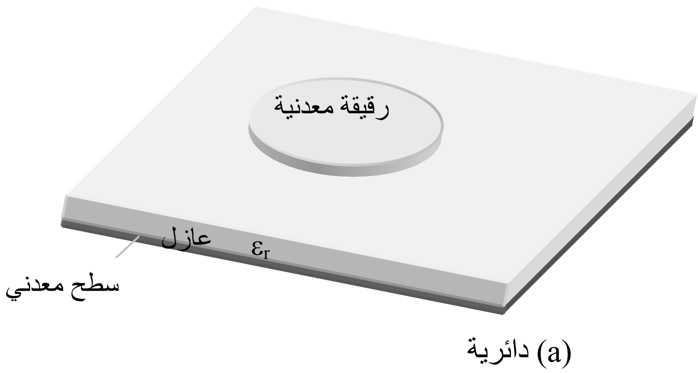
يمكن دراسة خصائص الهوائيات العاكسة المستوية أو الركنية البسيطة باستخدام نظريات بسيطة مثل نظرية الصور (image theory) بينما تستخدم نظريات أكثر تعقيداً لتحليل الهوائيات العاكسة ذات السطوح الكروية أو سطوح قطع ناقص (parabolic surfaces) إذا لابد من اللجوء لنظريات الحيود الضوئي (theories of optical diffraction) واستخدامها في الكهرومغناطيسية لمعرفة توزيع المجالات على السطح العاكس. تنتمي هذه الهوائيات لهوائيات الفوهة (aperture antennas) وتتميز بأن مقدار كسبها عالي جداً خاصة تلك الهوائيات العاكسة الكروية أو ذوات سطح قطع ناقص المغذاة بهوائيات بوقية (horn antennas) من البؤرة أو عبر سطح عاكس ثانوي. وكلما زاد حجم الهوائي (عند تردد معين) كلما زاد مقدار الكسب المتوقع منه وتستخدم هذه الهوائيات بكثرة في الوصلات الميكروية وفي الإرسال والاستقبال في اتصالات الأقمار الاصطناعية كما أن اتجاهيتها العالية تجعلها الخيار الأنسب لاستخدامها

في أنظمة الرادارات العسكرية والمدنية. يتراوح حجمها حسب الترددات وحسب الاستعمال من أطباق ذات قطر في حدود نصف المتر كما في شبكات اتصالات البث المباشر التلفازي والمعلوماتي من الأقمار الاصطناعية إلى مساحة تكافئ مساحة ملعب كرة قدم، هوائي أرسيبو – بورتوريكو (Aracibo, Purto Rico) ، كما هو الحال في بعض الأنظمة التي تستخدم غالباً لاكتشاف الفضاء (space exploration). تستخدم هذه الهوائيات غالباً في مجال الترددات الميكروية والمليمترية ولها كسب عالي جداً قد يصل إلى أكثر من 80 dB.

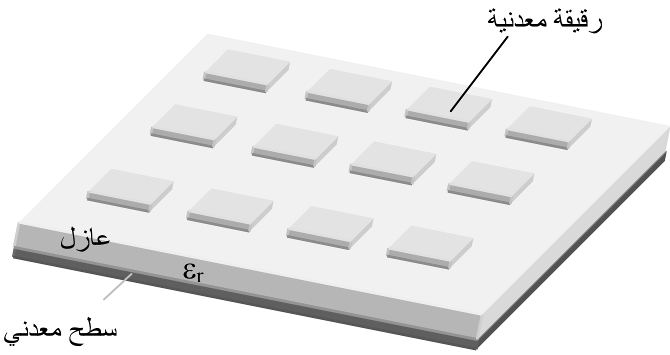
7-17-4:- الهوائيات الرقعية المطبوعة (الشريطية الدقيقة)

تسمى الهوائيات الرقعية (microstrip antenna) بالمطبوعة لأنها تطبع بمادة موصلة رقيقة على سطح مادة عازلة موضوعة على سطح موصل مؤرض. تتميز هذه الهوائيات بصغر حجمها وسهولة وضعها على الأسطح المستوية أو المدببة كأسطح السيارات والمركبات والطائرات والصواريخ. يمكن أن تكون هذه الهوائيات مستطيلة الشكل أو مربعة أو دائرية أو حتى ذات شكل قطع ناقص مطبوعة (printed) على سطح ما كما في الشكل (7-35). تستخدم هذه الهوائيات للترددات فوق 500 ميجاهيرتز ولكنها في الغالب لا تتميز بمقدار كسب أو بخصائص عالية الكفاءة ولكن صغرها وسهولة وضعها على الأسطح الصغيرة والكبيرة جعلها الخيار الأمثل في كثير من التطبيقات مثل هوائيات أجهزة الاتصال النقال (mobile communication receivers) وعلى أسطح المركبات والصواريخ. كما أنه يمكن صنع مصفوفة من هذه الهوائيات كما يبين الشكل (7-36) مما يحسن من خصائصها الإشعاعية وجعلها ممكنة الاستعمال حتى في بعض خدمات الاتصالات البعيدة مثل أنظمة الاتصالات مع الطائرات وبعض أنظمة الاتصالات بالأقمار الاصطناعية. تغذى هذه الهوائيات بواسطة خطوط شريطية رقعية (microstrip lines) أو بواسطة كابلات محورية مناسبة.





الشكل (7-35) :- هوائيات رقعية مطبوعة (a) مستطيلة الشكل (b) دائرية الشكل.



الشكل (7-36) :- هوائي مصفوف من هوائيات رقعية مطبوعة.

أمثلـة

مثال (7-1):- إذا كانت شدة المجال المغناطيسي الناتجة عن هوائي في الفراغ الحر والمطلوبة عند النقطة $(r = 2\ \text{Km}, \quad \theta = \pi/2)$ هي $\mu\ \text{A/m}$ 5.

أوجد القدرة التي يلزم لهذا الهوائي إرسالها (إشعاعها) مع إهمال القدرة المفقودة فيه لكل من الحالات التالية :-

(i) إذا كان الهوائي هو هوائي هيرتز ذو طول $(\lambda/25)$.

(ii) إذا كان الهوائي ثنائي قطبية ذو طول $\lambda/2$.

(iii) إذا كان الهوائي أحادي القطبية ذو طول $(\lambda/4)$.

(iv) إذا كان الهوائي حلقي صغير ذو نصف قطر يساوي $(\lambda/20)$ وذو عشر لفات.

الحل:-

(i) للهوائي هيرتز (ثنائي القطبية القصير)

$$\left|H_\phi\right| = \frac{I_o\, \beta dl\ \sin\theta}{4\,\pi r}$$

وبالتعويض بقيمة $H_\phi = 5\,\mu\ \text{A/m}$ و $\beta dl = 2\pi dl/\lambda = 2\pi/25$ و $r = 2\ \text{Km}$ في المعادلة السابقة ينتج $I_o = 0.5\ \text{A}$ وبالتالي فإن

$$P_{rad} = 40\,\pi^2 \left(\frac{dl}{\lambda}\right)^2 I_o^2 = \frac{40\ \pi^2\ (0\cdot 5)^2}{(25)^2} = 158\ \ \text{mW}$$

(v) لهوائي ثنائي قطبية ذو طول $(\lambda/2)$

$$\left|H_\phi\right| = \frac{I_o\ \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{2\,\pi r\ \sin\theta}$$

وبالتالي فيمكن إيجاد أن $I_o = 20\ \pi\ \ \text{mA}$ وبالتالي فإن

$$P_{rad} = \frac{1}{2} I_o \ P_{rad} = \frac{1}{2} (20\,\pi)^2 \times 10^{-6} \times 73 \ = 144 \qquad mW$$

(iii) لهوائي أحادي القطبية ذو طول $\lambda / 4$ فإن $I_o = 20\ \pi \quad mA$ وبالتالي فإن

$$P_{rad} = \frac{1}{2} \ (20\,\pi)^2 \times 10^{-6} \times (36.56\,\Omega) = 72 \qquad mW$$

(iv) لهوائي حلقي صغير يكون $\left|H_\phi\right| = \frac{\pi\, I_o}{r} \frac{S}{\lambda^2} \sin\theta$ حيث $S = N\pi\, a^2$ و a هي نصف قطر الحلقة و N هي عدد لفات الحلقة. وعلى هذا فإن $I_o = 40.53 \quad mA$ وبالتالي فإن

$$R_{rad} = \frac{320\,\pi^4\, S^2}{\lambda^4} \ = 320\,\pi^6\ N^2 \left[\frac{a}{\lambda}\right]^4 = 192.3\,\Omega$$

أو أن

$$P_{rad} = \frac{1}{2}\ I_o^2 \ P_{rad} = 158 \qquad mW$$

ويلاحظ هنا أن كمية الطاقة المطلوبة من هذه الهوائيات تتناسب عكسياً مع توجيهية كل هوائي؛ فكلما زادت مقدرة الهوائي على تركيز إشعاعاته قلت القدرة المهدورة (wasted power) وتركزت القدرة المشعة في الاتجاه الأمامي أو الاتجاه المطلوب.

مثال (2-7) :- إحسب القدرة الكلية الناتجة من هوائي ثنائي القطبية القصير الذي يبلغ طوله $0.02\,\lambda$، أو التي يشعها هذا الهوائي، ثم إحسب الإتجاهية لهذا الهوائي.

الحل :-
يتم حساب P_{rad} من معادلة القدرة المشعة

$$P_{rad} = \frac{\eta_o\ I^2\ (2\pi)^2\ (dl/\pi)^2}{12\ \pi} = 39.44\ I^2\ (\frac{dl}{\lambda})^2 = 0.0158\ \ I^2 \quad W$$

ثم تحسب الاتجاهية من المعادلة

$$D\ (\theta, \phi) = 1.5\ \ \sin^2\ \theta \Rightarrow\Rightarrow D_{max} = 1.5 \quad (\theta = \pi/2)$$

مثال (3-7) :- هوائي طوله عشرة أمتار ويستخدم لاتصالات الهواة عند تردد MF أو عند 600 KHz إحسب المقاومة الإشعاعية لهذا الهوائي.

الحل:-
عند 600 KHz في الفراغ الحر يكون الطول الموجي

$$\lambda_o = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^3} = 500 \quad m$$

وعلى هذا يكون طول الهوائي بالنسبة للطول الموجي

$$\frac{dL}{\lambda_o} = \frac{10}{500} = 0.02$$

وبالتالي يمكن اعتبار أن هذا الهوائي هو ثنائي قطبية صغير تعطى مقاومته الإشعاعية

$$R_r = \frac{\eta_o}{6\pi}\ (2\pi)^2 \left(\frac{dl}{\lambda}\right)^2 = 80\ \pi^2\ \ (0.02)^2 = 0.31\ \ \Omega$$

مثال (4-7) :- إذا كانت دالة النمط الإشعاعي لهوائي هي $f(\theta, \phi)$ حيث إن $f(\theta, \phi) = \sin^2\theta \cos^2\theta$ إحسب الاتجاهية لهذا الهوائي.

الحل:-

مما سبق دراسته فإن معادلة الاتجاهية تكون كالتالي

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{[f(\theta, \phi)]}{\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} f(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi}$$

$$= 4\pi \frac{[\sin^2\theta \cos^2\theta]}{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \sin^3\theta \cos^2\theta d\theta d\phi}$$

أو

$$D = D(\theta, \phi)_{max} = 4\pi \frac{\left[\frac{1}{4}\sin^2 2\theta\right]_{max}}{2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^3\theta - \sin^5\theta d\theta}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{(4/3) - (16/15)} = 15/8$$

مثال (5-7) :- إحسب كفاءة الإشعاع (radiation effeciency) لهوائي ثنائي قطبية قصير (هوائي هيرتز) مصنوع من سلك معدني له نصف قطر a وطول d وتوصيلية σ.

الحل:-
لحساب كفاءة الإشعاع لهذا الهوائي يتم حساب كل من المقاومة الإشعاعية R_r ومقاومة الفقد في مادة السلك R_l والتي هي عبارة عن القدرة المفقودة في السلك على شكل حرارة وتحسب من المعادلة التي سبق دراستها عند دراسة عمق الاختراق، أو $R_l = R_s\,(dL/2\pi\, a)$ حيث إن $R_s = \sqrt{\pi\, f\, \mu_o/\sigma}$

وتعطى الطاقة المفقودة كالتالي $P_l = I^2 R_l/2$ علماً بأن I هو مقدار التيار الذي يمر في سلك الهوائي وتعطى القدرة المشعة من الهوائي كالتالي $P_r = I^2 R_r/2$ وبالتالي فإن كفاءة الإشعاع η_r هي

$$\eta_r = \frac{P_r}{P_r + P_l} = \frac{R_r}{R_r + R_l} = \frac{1}{1 + (R_l/R_r)}$$

حيث إن R_r تعطى كالتالي $R_r = 80\pi^2 \left(\frac{dL}{\lambda}\right)^2$ فإن η_r تصبح

$$\eta_r = \frac{1}{1 + \frac{R_s}{160\pi^3}\left(\frac{\lambda}{a}\right)\left(\frac{\lambda}{dL}\right)}$$

ولو أعطيت قيمة $a = 1.8mm$ و $dl = 2\ m$ و $f = 1.5\ MHz$ و $\sigma = 5.8\times 10^7\ (\Omega\, m)^{-1}$ للنحاس فإن $\eta_r = 58\%$.

مثال (6-7) :- للهوائي المصفوف المكون من عنصرين (حيث إن العنصر هو عبارة عن هوائي ثنائي قطبية قصير) أرسم النمط الإشعاعي لهذا الهوائي عندما:-
(i) يكون فرق طور (phase shift) تيار التغذية $\alpha = 0$ والمسافة بين العنصرين $d = \lambda/2$.

(ii) يكون فرق طور تيار التغذية $\alpha = \pi / 2$ والمسافة بين العنصرين $d = \lambda / 4$.

الحل :-

دالة النمط الإشعاعي الكلي لهذا الهوائي المصفوف هو

$$f(\theta) = \sin\theta \; \cos\left[(\beta d \; \cos\theta + \alpha)/2 \right]$$

حيث إن المقدار $\sin\theta$ يعبر عن نمط العنصر الواحد والمقدار $\cos\left[(\beta d \cos\theta + \alpha)/2 \right]$ هو نمط الصف أو عامل الصف لهوائي مصفوف مكون من عنصرين المسافة بينهما d وفرق طور التغذية فيهما α.

(i) عندما تكون $\alpha = 0$ و $d = \lambda / 2$ فإن $\beta d = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2} = \pi$ وعلى هذا يصبح

$$|f(\theta)| = |\sin\theta| \times \left| \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right) \right|$$

ويكون النمط الإشعاعي كما هو مبين في الشكل (7 - 37).

(ii) عندما تكون $\alpha = \frac{\pi}{2}$ و $d = \lambda / 4$ فإن $\beta d = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4} = \lambda / 2$ وعليه فإن النمط الإشعاعي الكلي لهذا الهوائي المصفوف يكون كما يلي:-

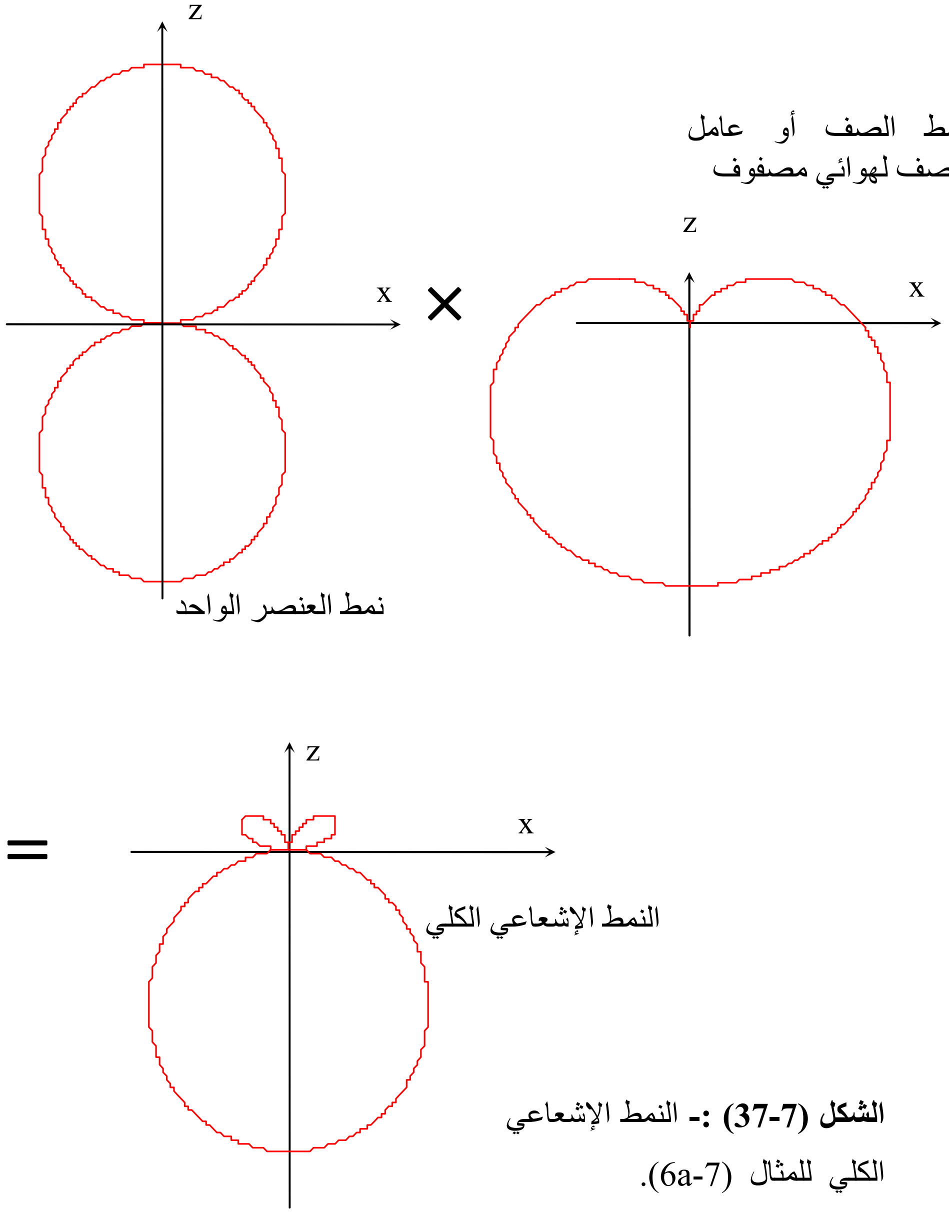
$$|f(\theta)| = |\sin\theta| \; \left| \cos\frac{\pi}{4}\left(\cos\theta + 1 \right) \right|$$

ولرسم دالة نمط (عامل) الصف $\cos\frac{\pi}{4}(\cos\theta + 1)$ يتم تحديد النقاط الصفرية له كالتالي

$$\cos\frac{\pi}{4}(1+\cos\theta)=0 \quad \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow \frac{\pi}{4}(1+\cos\theta)=\pm\frac{\pi}{2},\pm\frac{3\pi}{2},\ldots$$

أو

$$\cos\theta=1\Rightarrow\theta=0^{o}$$



الشكل (37-7) :- النمط الإشعاعي الكلي للمثال (6a-7).

وكذلك فإن القيمة العظمى والصغرى يمكن تحديدها بما يلي

$$\frac{d}{d\theta}\left[\cos\frac{\pi}{4}(1+\cos\theta)\right]=0 \Rightarrow\Rightarrow \sin\theta\sin\frac{\pi}{4}\ (1+\cos\theta)\ =0$$

أو

$$\sin\theta=0 \quad\Rightarrow\quad \theta=0^{\circ}\ ,180^{\circ}$$

وأيضا

$$\cos\theta=-1 \quad\Rightarrow\quad \theta=\ 180^{\circ}$$

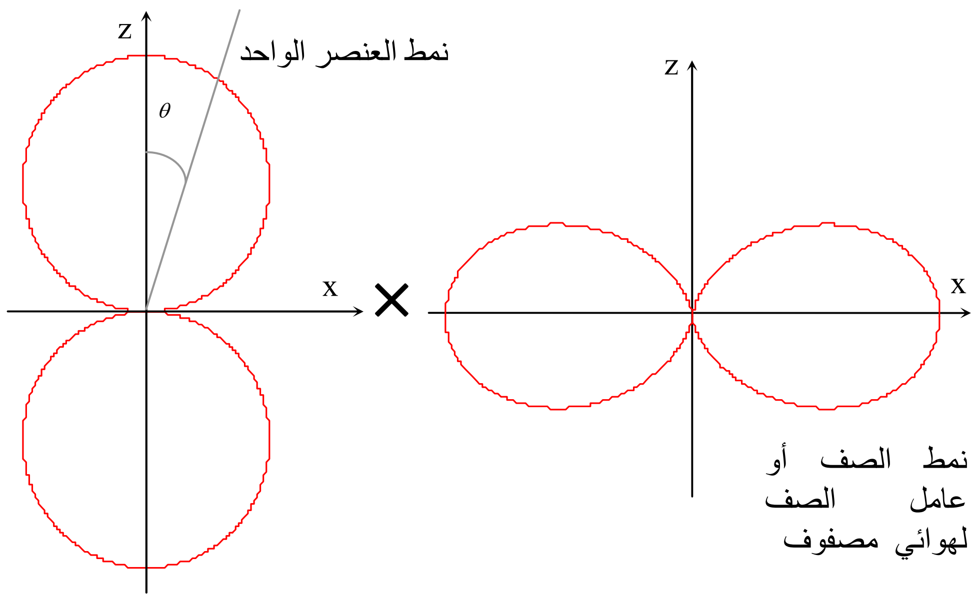
وبالتالي فإن

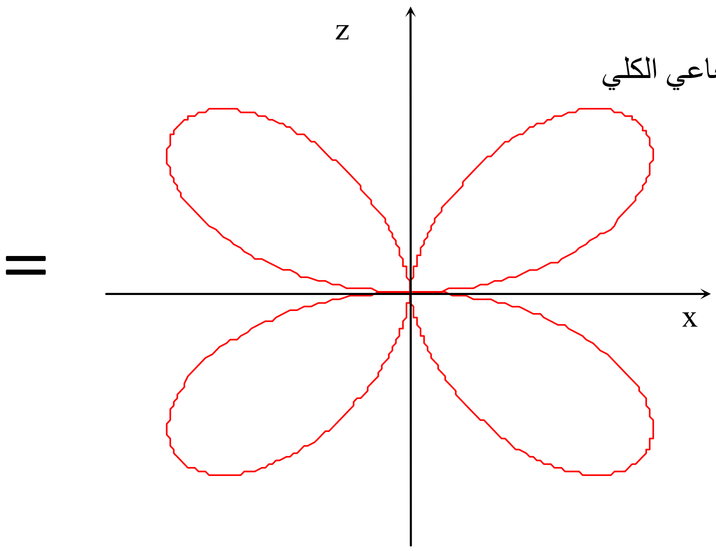
$$\sin\frac{\pi}{4}(1+\cos\theta)=0 \Rightarrow\Rightarrow \frac{\pi}{4}(1+\cos\theta)=0$$

أو

$$\cos\theta=-1 \Rightarrow \theta=180^{o}$$

ويبين الشكل(7-38) النمط الإشعاعي الكلي لهذا الهوائي المصفوف.





الشكل (7-38) :- النمط الإشعاعي الكلي للمثال (7-6b).

مثال (7-7) :- إذا كانت المسافة بين هوائي الإرسال والاستقبال في نظام اتصالات معين λ 200 وكسب هوائي الإرسال هو 25 dB وكسب هوائي الاستقبال 18 dB، فإذا كانت القدرة المطلوب استقبالها هي 5 mW على الأقل أوجد أقل قدرة إرسال ممكنة.

الحل :-

يمكن إيجاد مقدار كسب الهوائيات كالتالي

$$G_t = 10^{2.5} = 316.23 \quad \text{و} \quad G_r = 10^{1.8} = 63.1$$

وباستخدام معادلة فيربس

$$P_r = G_t \, G_r \left[\frac{\lambda}{4\pi r}\right]^2 P_t$$

أو

$$P_r = P_t \left[\frac{4\pi\, r}{\lambda}\right]^2 \frac{1}{G_t\, G_r}$$

$$= 5 \times 10^{-3} \left[\frac{4\,\pi \times 200\,\lambda}{\lambda}\right]^2 \frac{1}{(63.1)\,(316/23)} = 1.58\ \mathrm{W}$$

مثال (7-8) :- يعمل نظام رادار على ترددات نطاق S حيث يرسل على تردد 3 GHz قدرة مقدارها 200 KW . أوجد مقدار كثافة القدرة على بعد 100 و 400 ميل بحري إذا كانت المساحة المؤثرة (الفعالة) لهوائي الرادار هي $9\ \mathrm{m}^2$، ثم إحسب القدرة المنعكسة لهوائي الرادار من هدف مساحة مقطعه الراداري $20\ \mathrm{m}^2$ على بعد 300 ميل بحري.

الحل:-

الميل البحري يساوي 1852 m والطول الموجي λ في الهواء عند التردد 3 GHz هو $\lambda = 0.1\ \mathrm{m}$ وبالتالي فإن

$$G_t = \frac{4\,\pi}{\lambda^2}\ A_e = \frac{4\,\pi}{(0.1)^2}\, 9 = 3600\,\pi$$

وتكون كثافة القدرة على بعد 100 ميل بحري أو $1.852 \times 10^5\ \mathrm{m}$ كما يلي:-

$$S = \frac{G_t\ P_t}{4\,\pi\, r^2} = \frac{3600 \times 200 \times 10^3}{4\,\pi\,(1.852)^2 \times 10^{10}} = 5.248\ \ \mathrm{mW/m^2}$$

أما كثافة القدرة على بعد 400 ميل بحري أو $4(1.852 \times 10^5)\ \mathrm{m}$ فتكون

$$S = \frac{5.248}{(4)^2} = 0.328\ \mathrm{mW/m^2}$$

وذلك لأن كثافة القدرة تتناسب عكسياً مع مربع المسافة عن المرسل.

وتحسب القدرة المنعكسة لهوائي الرادار من العلاقة

$$P_r = \frac{A\,\sigma\,G_t\,P_t}{\left[4\,\pi\,r^2\right]^2}$$

وعلى بعد 300 ميل بحري أو 5.556×10^5 m فإن P_r تصبح

$$P_r = \frac{180 \times 3600\,\pi \times 200 \times 10^3}{\left[4\,\pi \times 5.556^2\right]^2 \times 10^{20}} = 2.706 \times 10^{-4}\ \ \mathrm{W}$$

المسائل

7-1:- موجة مستوية لها مجال مغناطيسي معطى بالتمثيل الطوري كما يلي:-

$$\mathbf{H} = H_o\, e^{-j\beta z}\, \mathbf{a}_y$$

(i) أوجد متجه الجهد المغناطيسي **A**. **(ii)** أوجد شدة المجال الكهربائي؛ وهل هذا المجال الكهربائي هو المتوقع (الصحيح) لهذه الموجة المستوية؟.

7-2 :- هوائي له متجه جهد مغناطيسي معطى بالصيغة

$$\mathbf{A} = \frac{e^{-j\beta r}}{r}\; f(\theta,\phi)\,\mathbf{a}_z$$

حيث إن $f(\theta,\phi)$ هي دالة في (θ,ϕ) في الإحداثيات الكروية. أوجد المجال الكهربائي في المجال البعيد لهذا الهوائي.

7-3:- هوائي هيرتزي قصير ذو طول h موضوع عند نقطة الأصل ويسري فيه تيار $i(t) = I_o \cos \omega t$ في اتجاه x. أوجد متجه الجهد المغناطيسي **A** عند النقطة $\left(x = 100\,\pi\, c / \omega\,,\, y = z = 0\right)$، حيث c هي سرعة الضوء في الفراغ.

7-4:- أثبت أن متجه الجهد المغناطيسي للهوائي ثنائي القطبية القصير المعطى بالصيغة

$$A_z = \frac{\mu\, I_o\, dl}{4\,\pi\, r}\; e^{-j\beta r}$$

يحقق المعادلة الموجية $\nabla^2 A_z + \beta^2 A_z = 0$ ثم إحسب الثابت β.

7-5:- إذا كان متجه الجهد المغناطيسي عند (r, θ, ϕ) لهوائي صغير موضوع في نقطة الأصل هو $\mathbf{A} = \frac{50}{r}\, e^{-j\beta r}\, \mathbf{a}_x$ حيث $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$. أوجد $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$ و $\mathbf{H}(r, \theta, \phi)$ في منطقة المجال البعيدة.

7-6:- هوائي ثنائي قطبية قصير طوله 1 m . إحسب كثافة القدرة المشعة بواسطة هذا الهوائي إذا كان تيار التغذية للهوائي تيار تناغمي مقداره 200 mA وذلك في الحالات التالية:- **(i)** في محطة بث AM إذاعية عند التردد 1.5 MHz. **(ii)** في محطة بث تلفازي عند التردد 150 MHz.

7-7:- هوائي ثنائي القطبية ذو طول L ومغذى بواسطة مصدر فولطية تناغمي. إذا كان هذا الهوائي قصير بحيث يمكن افتراض أن التيار يتناقص تدريجياً بانتظام من قيمته العظمى في منتصف الهوائي ليكون مقداره صفراً على طرفي الهوائي؛ اشتق صيغة رياضية للمجالات البعيدة لهذا الهوائي.

7-8:- من صيغة المجالات المغناطيسية والكهربائية الكاملة لهوائي هيرتز القصير أوجد متجه معدل كثافة القدرة. قارن بين إجابتك فيما لو بدأت بالمجالات في المنطقة البعيدة فقط. ماذا يمكن أن تستفيد من هذه المقارنة.

7-9:- إذا كان مقدار المجال الكهربائي عند نقطة على بعد 100 m من هوائي هيرتزي قصير هو $1\,\mathrm{V/m}$. أوجد مقدار المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي في نقطة على بعد 1000 m في نفس الاتجاه. أوجد الفرق الطوري في المجال الكهربائي بين النقطتين إذا كان تردد الموجه هو 500 MHz؛ وإحسب متوسط كثافة القدرة عند كلا النقطتين.

7-10:- هوائيين قصيرين (هيرتز) متماثلين لهما الطول h. الأول منهما موضوع عند نقطة الأصل والآخر عند النقطة $(x, a, y = z = 0)$ ويحملان التيار $I_o \cos \omega t$ في اتجاه z. أوجد متجه الجهد المغناطيسي **A** عند النقطة $(x, a, y = z = 0)$ حيث $(a = \pi c/\omega)$ و c هي سرعة موجة الضوء في الفراغ.

7-11:- هوائي نصف طول موجي يعمل عند التردد $2\ \mathrm{MHz}$ في الفراغ، وقيمة تيار تغذيته عند منتصف الهوائي $60\ \mathrm{A}$. أوجد عند المستوى $(\theta = \pi/2)$ ما يلي:- **(i)** المجال الكهربائي على مسافة $100\ \mathrm{m}$. **(ii)** المجال المغناطيسي على بعد $300\ \mathrm{m}$.

7-12:- هوائي ثنائي قطبية ذو طول نصف موجي مغذى بمصدر مقداره $10\ \mathrm{V}$ ومقاومته $50\ \Omega$. أوجد مقدار المجال الكهربائي في منطقة المجال البعيدة على بعد $10\ \mathrm{Km}$ في مستوى متعامد مع الهوائي باستخدام المعادلة الخاصة بهذا الهوائي. ثم أوجد مقدار المجال الكهربائي باستخدام معادلة فريس للاتصال وقارن بين النتائج.

7-13:- إحسب متوسط كثافة القدرة للمجالات الكاملة الناتجة من هوائي حلقة صغيرة (ثنائي قطبية مغناطيسي) وأثبت انه يمكن حساب هذا المقدار باستخدام المجالات البعيدة فقط.

7-14:- هوائي حلقي صغير له نصف قطر مقداره $1\ \mathrm{cm}$ ويحمل تيار منتظم تناغمي مقداره $I = 10\ \angle 30^\circ\ \mathrm{A}$. إذا كان تردد التيار هو $100\ \mathrm{MHz}$؛ إحسب المجالات الكهربائية المغناطيسية عند الأبعاد $(r = 10\ \mathrm{cm}, 1\ \mathrm{m}, 10\ \mathrm{m})$ عند

الزاوية $\theta = 45^\circ$ وإحسب النسب التالية (H_θ / H_r) و (E_ϕ / H_θ) عند هذه المسافات.

15-7:- هوائي حلقي صغير مربع الشكل ذو أطوال L_x و L_y موضوع في مستوى xy ومركزة في نقطة الأصل وأطواله موازية لمحور x ومحور y. يحمل هذا الهوائي تيار $i(t) = I_o \cos\omega t$. افترض أن أطوال هذا الهوائي صغيرة جداً بالمقارنة مع الطول الموجي وأوجد المقادير التالية في منطقة المجالات البعيدة. **(i)** متجه الجهد المغناطيسي **A**. **(ii)** شدة المجال الكهربائي **E**. **(iii)** شدة المجال المغناطيسي **H**. ثم قارن هذه المقادير بمثيلاتها في المجالات البعيدة للهوائي الحلقة الصغيرة .

16-7:- هوائي مصفوف مكون من هوائيين أحادي القطبين متماثلين وموضوعين بشكل متعامد على سطح الأرض. المسافة بين الهوائيين d وتيارا التغذية لكليهما متساويان في المقدار. إرسم النمط الإشعاعي لهذا الهوائي المصفوف في مستوى متعامد على الهوائيين في الحالات التالية:

(i) $d = \lambda/2 \;, \alpha = 90^\circ$ **(ii)** $d = 5\lambda/8 \;, \alpha = 45^\circ$

(iii) $d = \lambda \;, \alpha = 180^\circ$ **(iv)** $d = \lambda/4 \;, \alpha = 180^\circ$

17-7:- هوائي بث إذاعي على موجه AM يتكون من عنصري هوائيات أحاديي القطبية متعامدين على سطح الأرض. المسافة بين هذين العنصرين يساوي 50 متراً وتردد الإرسال الإذاعي هو 1500 KHz. يغذى هذان الهوائيان بإشارات لها نفس المقدار وبإزاحة طورية مقدارها 135° بينهما. إرسم النمط الإشعاعي للمجال الكهربائي الناتج مع تحديد مكان ومقدار القيم العظمى والصغرى لهذا الإشعاع.

7-18:- هوائي مصفوف مكون من 4 عناصر هوائيات أحادية القطبية فوق سطح الأرض. إذا كانت مسافة الفصل بين الهوائيات مقدارها ربع طول موجي، أرسم نمط الإشعاع لهذا الهوائي المصفوف وأوجد مواقع ومقادير القيم العظمى والصغرى لهذا النمط الإشعاعي.

7-19:- هوائي استقبال تلفازي له كسب مقداره 12 dB وموضوع على بعد 30 Km من محطة إرسال تلفازية لها قدرة بث مقداره 1000 W مرسله من هوائي تماثلي علماً بأن تردد الإرسال هو 55 MHz. إحسب القدرة الداخلة لجهاز الاستقبال التلفازي.

7-20:- يراد تصميم وصله اتصالات ميكروية طولها 30 Km عند التردد 3 GHz باستخدام هوائيات عاكسة للإرسال والاستقبال متماثلة في الطرفين لها كسب مقداره 45 dB. إذا كان كلا الهوائيين عديم الفقد ومتوائم مع أجهزة الإرسال والاستقبال؛ أوجد أقل قدرة إرسال يمكن استخدامها إذا كانت القدرة المطلوبة عند المستقبل هي 1 mW.

7-21:- هوائي مركب على طائرة حربية يستخدم للتشويش على الرادارات المعادية وله كسب مقداره 12 dB وقدره مشعة مقدارها 5 KW. أوجد مقدار المجال الكهربائي في موقع الرادار المعادي إذا كان يبعد 2 K m وتردد الإرسال هو 7 GHz.

7-22:- نظام اتصالات لبث معلومات قياسية من سطح القمر إلى الأرض مقدار قدرته هي 100 mW مقدار كسب هوائي الإرسال هو 12 dB. إحسب أقل قيمة لكسب هوائي الاستقبال حتى يمكن استقبال إشارة مقدارها 1 nW عند المستقبل.

المسافة بين الأرض والقمر هي 238857 ميل وتردد الاستقبال المستخدم هو 100 MHz.

7-23:- نظام اتصالات بين طائرة ومحطة مراقبة أرضية يستخدم هوائيات متماثلة في كلا الطرفين. يعمل هذا النظام بصورة مرضية إذا كانت قدرة الإشارة المستقبلة في الطائرة عند المحطة الأرضية لا تقل عن 1μ W. بعد إقلاع الطائرة وطيرانها فوق المحطة الأرضية على ارتفاع 5000 قدم كان مستوى قدرة الإشارة المستقبلة في المحطة الرضية 500 nW. إحسب أقصى مدى لنظام الاتصال المذكور وما هي الاعتبارات التي يجب أخذها في الحسابات لو كانت الهوائيات المستعملة ليست هوائيات متماثلة.

7-24:- هوائي بوقي يعمل عند تردد 2 GHz أبعاده هي 2λ و 2.84λ. إحسب مقدار كسب هذا الهوائي. إذا كان هذا الهوائي يستخدم في نظام رادار للتعرف على أهداف ذات مساحة مقطع $5\,m^2$ على بعد 70 Km أوجد أقل قدرة إرسال ممكنة إذا كان جهاز الاستقبال في هذا الرادار لا يستطيع استقبال قدرة أقل من 0.001 pW.

المراجع

1. John D. Kraus, Electromagnetics, 4th Ed., McGraw-Hill, New York, 1988.
2. John D. Kraus and Daniel A. Fleisch, Electromagnetics with Applications, 5th Ed., McGraw-Hill, Boston, 1999.
3. Mathew N. O. Sadiku, Elements of Electromagneticsm, 3rd Ed., Oxford University Press, New York, 2000.
4. Liang Chi Shen and Jin Au Kong, Applied Electromagnetism, 3rd Ed., PWS Pub. Co., ITP, Boston, 1995.
5. Umran S. Inan and Aziz S. Inan, Electromagnetics Waves, Prentice Hall, New Jersey, 2000.
6. Arnold Sommerfeld, Electrodynamics, Lectures on Theoretical Physics, Vol. III, Translated by Edward G. Ramberg, Academic Press, New York, 1952.
7. Markus Zahn, Electromagnetic Field Theory, a problem solving approach, John Wiley & Sons, New York, 1979.
8. Bhag Singh Guru and Huseyin R. Hiziroglu, Electromagnetic Field Theory Fundamentals, PWS Pub. Co., ITP, Boston, 1998.
9. Constantine A. Balanis, Advance Engineering Electromagnetics, John Wiley & Sons, New York, 1989.
10. William H. Hayt, Jr. and John A. Buck, Engineering Electromagnetics, 6th Ed., McGraw-Hill, Boston, 2001.
11. Clayton R. Paul, Keith W. Whites and Syed A. Nasar, Introduction to Electromagnetic Fields, 3rd Ed., McGraw-Hill, Boston, 1998.

12. Stanley V. Marshall and Gabriel G. Skitek, Electromagnetic Concepts & Applications, 2nd Ed., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersy, 1987.
13. Herbert P. Neff, Jr., Basic Electromagnetic Fields, Harper & Row, New York, 1981.
14. David K. Cheng, Field and Wave Electromagnetics, 2nd Ed., Addison-Wesley Pub. Co., Reading, Massachusetts, 1989.
15. David K. Cheng, Fundamentals of Engineering Electromagnetics, Addison-Wesley Pub. Co., Reading, Massachusetts, 1993.
16. Samuel Y. Liao, Engineering Applications of Electromagnetic Theory, West Pub. Co., St. Paul, 1988.
17. Paul Lorrain and Dale R. Corson, Electromagnetic Fields and Waves, 2nd Ed., W. H. Freeman and Co., San Francisco, 1970.
18. Branko D. Popovic, Introductory Engineering Electromagnetics, Addison-Wesley Pub. Co., Reading, Massachusetts, 1971.
19. P. Hammond and J. K. Sykulski, Engineering Electromagnetism, Physical Processes and Computation, Oxford University Press, Oxford, 1994.
20. Simon Ramo, John R. Whinnery and Theodore Van Duzer, Fields and Waves in Communication Electronics, 3rd Ed., John Whiley & Sons, New York, 1993.
21. William R. Smythe, Static and Dynamic Electricity, McGraw-Hill, New York, 1950.

22. Constantine A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design, 2nd Ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1997.
23. Simon R. Saunders, Antennas and Propagation for Wirless Communication Systems, John Wiley & Sons, Inc., Chichester, 1999.
24. David M. Pozar, Microwave Engineering, 2nd Ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998.

معجم الكلمات العربية إلى ألإنجليزية

ا

أحادى القطب	monopole
إتجاهية الهوائي	antenna directivity
إحداثيات إسطوانية	cylindrical coordinates
إحداثيات كارتيزية	cartesian coordinates
إحداثيات كروية	spherical coordinates
ارتباط أو ترابط الفيض أو التدفق	flux linkage
استقطاب	polarization
استقطاب أفقي	horizontal polarization
استقطاب خطي	linear polarization
استقطاب دائري	circular polarization (CP)
استقطاب عمودي	vertical polarization
استقطاب قطع ناقص	elliptical polarization (EP)
استقطاب موازٍ	parallel polarization
أسطح تساوي الجهد (أو متساوية الجهد)	equipotential surface
إعادة استخدام التردد	frequency reuse techniques
أعداد مركبة	complex numbers
اقتران	coupling
التفاف	curl
ألياف بصرية	optical fibers
انتقال (أو نقل) كلي	total transmission
أنشوطة تخلفية	hysteresis loop
انعكاس كلي	total reflection

انعراج	diffraction
نمط (أو نموذج) الإشعاع	radiation pattern
انهيار العازل	dielectric breakdown

ب

بصرية، ألياف	optical fibers

ت

تبعثر	scattering
تخلفية كهربائية	electrical hysteresis
تخلفية مغناطيسية	magnetic hysteresis
تدرج	gradient
تدرج الجهد	voltage gradient
تردد	frequency
تردد زاوي	angular frequency
تردد القطع	cutoff frequency
تيسلا (وحدة الفيض المغناطيسي)	Tesla, unit of magnetic flux
تشتت (تباعد)	divergence
تغذية (تحريض) الموجة (الحالة)	mode excitation
تقبلية	susceptance
تكاملات حجمية	volume integrals
تكاملات خطية	line integrals
تكاملات سطحية	surface integrals
تكاملات غير محددة	indefinite integrals
تكاملات محددة	definite integrals
تنقلية	mobility
تيار الإزاحة	displacement current

تيار توصيلي	conduction current
تيار حملي	convection current
تيار خط	line current
تيار خطي	linear current
تيار سطحي	surface current
تيار متناوب (متردد)	alternating current
تيار مستمر (ثابت)	direct current

ث

ثابت التوهين	attenuation constant
ثابت الزمن	time constant
ثابت الطور	phase constant
ثابت العزل	dielectric constant
ثابت الانتشار	propagation constant
ثنائي القطب	dipole
عزم كهربائي	electrical moment
عزم مغناطيسي	magnetic moment
نصف طول الموجة	half-wavelength

ج

جاوس، قانون	Gauss law
جدول	table
أبعاد دليل الموجة المستطيل	dimensions of RWG
أصفار دوال بيسل	zeroes of Bessel functions
تردد القطع	cuttoff frequency
ترددات الرادار	radar frequencies
ثابت العزل	dielectric constant

physical constants	الثوابت الفيزيائية
penetration depth	عمق الاختراق
conductivity	الموصلية
relative permeability	النفاذية النسبية
table of conductivity	الموصلية
potential	جهد
for volume charge	لشحنة حجمية
for line charge	لشحنة خطية
for surface charge	لشحنة سطحية
for point charge	لشحنة نقطية
magnetic vector potential	جهد اتجاهي مغناطيسي
electric potential	جهد كهربائي
absolute potential	جهد مطلق
Joule, unit of energy	جول (وحدة الطاقة)

ح

differential volume	حجم تفاضلي
cylindrical coordinates	إحداثيات إسطوانية
cartesian coordinates	إحداثيات كارتيزية
spherical coordinates	إحداثيات كروية
dominant mode	حالة أو موجة سائدة
for waveguide	لدليل الموجة
for resonant cavity	للفجوة الرنانة
evanescent mode	حالة أو موجة فانية (مضمحلة)
transverse electric mode TE	حالة تعامدية المجال الكهربائي
transverse magnetic mode TM	حالة تعامدية المجال المغناطيسي

حالة تعامدية المجال الكهربائي والمغناطيسي	TEM
حالة خطوط النقل العابرة	transient on transmission lines

خ

خط مقصور	shorted line
خط متوائم	matched line
خط مشقوق	slotted line
خط مفتوح الدارة	open circuit line
خط نقل	transmission line
مكوناته	components
معادلاته	equations
أنواعه	types
مخططاته ورسوماته	diagrams and charts
الكابل المحوري	coaxial cable
خط النقل المفتوح	open wire transmission line
خط نقل ربع طول الموجة	quarter-wave transmission line
خط نقل ينتهي بدارة قصر	short circuit transmission line
خط نقل ينتهي بدارة مفتوحة	open circuit transmission line
خط النقل الشريطي الدقيق	microstrip line
خط نقل لا يعاني من الفقد	lossless transmission line
خط نقل يعاني من الفقد	lossy transmission line
خط نقل لا يشوه	distortionless transmission line
خطوط المجال الكهربائي	electric field lines
خطوط المجال المغناطيسي	magnetic field lines

د

دارات كهربائية	electric circuits

دارات مغناطيسية	magnetic circuits
دارة قصر	short circuit
دارة مفتوحة	open circuit
دلائل الموجة	waveguides
دليل الانكسار	refractive index
دوال أسية	exponential functions
دوال بيسيل	Bessel functions
دوال جيبية	sinusoidal functions
دوال زائدية	hyperbolic functions
دوال هانكل	Hankel functions
ديسيبل	decibel (dB)
دليل الموجة المستطيل	rectangular waveguide
الحالة السائدة	dominant mode
الممانعة (المعاوقة)	impedance
تردد القطع	cut-off frequency
أبعاد	dimension
الفقد	loss
حالات	modes
دليل الموجة الدائري	circular waveguide
الحالة السائدة	dominant mode
الممانعة (المعاوقة)	impedance
تردد القطع	cut-off frequency

ذ

ر

رباعي القطب	quadrupole

ربع طول الموجة	quarter-wave length
خط نقل	transmission line
محول	Transformer
هوائي	antenna
رقم الموجة	wave number

ز

زاوية السقوط	incident angle
زاوية الفقد	loss angle
زاوية الانعكاس	reflection angle
زاوية الانتقال	transmission angle
زاوية بروستر	Brewester angle
الزاوية الحرجة	critical angle
زاوية مجسمة	solid angle
زاوية مجسمة فراغية	differential solid angle

س

سراب	mirage
سرعة الجريان(الانحراف أو الانسياق)	drift velocity
سرعة الضوء	speed of light
سرعة الطور	Phase velocity
سرعة المجموعة	group velocity
سرعة الموجة	wave velocity
سطح تساوي (متساوي) الجهد	equipotential surface
سطح جاوس	Gauss surface
سطح مقفل	closed surface
سقوط عمودي للموجات	normal incidence of waves

سقوط مائل للموجات	Oblique ncidence of waves
سماحية	permittivity
سماحية مركبة	complex permittivity
سماحية نسبية ، جدول	relative permittivity table
سمك أو عمق الجلد (الاختراق)	skin (penetration) depth
ش	
شبه موصل	semiconductors
شحنات حرة	free charge
شحنات مغناطيسية	magnetic charge
شحنات مقيدة	bounded charge
شحنة خطية	line charge
غير محدودة	infinite
محدودة	finite
شحنة نقطية	point charge
شحنة سطحية	surface charge
شحنة حجمية	volume charge
شدة الإشعاع	radiation intensity
شروط الحدود	boundary conditions
المجالات الكهربائية الساكنة	electrostatic fields
المجالات المغناطيسية الساكنة	magneto static fields
المجالات الكهرومغناطيسية	electromagnetic fields
شغل مبذول	work done
شق القياس	measuring slot
شق الاشعاع	radaition slot

ص

صيغة فريس للنقل	Friis transmission formula
صور، نظرية	images, theory of

ض

ضرب التفافي(تبادلي أو تعامدي)	cross product
ضرب ثلاثي للمتجهات	vector triple product
ضرب قياسي	scalar product
ضرب نقطي	dot product
ضرب الأنماط (النماذج)	pattern multiplication

ط

طاقة كهربائية	electrical energy
كثافة	density
في المواسع	in the capacitor
طاقة مغناطيسية	magnetic energy
كثافة	density
في المحاثة	In the inductor
طريقة الصور	method of images
طور	phase
طور، ثابت	phase constant
طور، سرعة	phase velocity
طوري	phasor
الشكل الكارتيزي	cartesian form
الشكل القطبي	polar form
طول كهربائي	electric length

طول مكافئ او فعال	effective length
طول الموجة	wavelength
طول موجة دليل الموجة	waveguide wavelength
طول موجة القطع	cutoff wavelength
طول تفاضلي	differential length
إحداثيات إسطوانية	cylindrical coordinates
إحداثيات كارتيزية	cartesian coordinates
إحداثيات كروية	spherical coordinate

ظ

ع

عازل	dielectric
سماحية العازل	dielectric permittivity
جدول	table
عامل التدرج	gradient operator
عامل الجودة أو النوعية	quality factor
عامل الزمن أو العامل الزمني	time factor
عزل	isolation
عزم ثنائي القطب الكهربائي	moment dipole electrical
عزم ثنائي القطب المغناطيسي	moment dipole magnetic
عزم الدوران المغناطيسي	torque magnetic
علاقات الأساسية	constitutive relations
علاقة الاستمرارية	continuity equation
علاقة التراخي أو الارتخاء	relaxation relation
عمق أو سمك الاختراق (الجلد)	penetration (skin) depth
عنصر(مركبة) المماس أو التماس	tangential component

للمجال الكهربائي	of the electric field
للمجال المغناطيسي	of the magnetic field

غ

غلاف أيوني	ionosphere

ف

فاعلية العزل	shielding effectiveness (SE)
فاراد	Farad
فارادى، قانون	Faraday`s law
فجوة رنانة	resonant cavity
فراغ أو فضاء حر أو الفراغ	free space or vacuum
ممانعة مميزة أو ذاتية	intrinsic impedance
فريس، معادلة	Friis, equation
فرق جهد	difference potential
فصل المتغيرات	separation of variables
فقد إدخال	insertion loss (IL)
فقد أومي	Ohmic loss
فقد تخلفي	hysteresis loss
فقد التماسي	loss tangent
فقد الجدار	wall loss
فقد القدرة	power loss
فيض أو تدفق كهربائي	electric flux
فيض أو تدفق مغناطي	magnetic flux

ق

قابلية	susceptibility
كهربائية	electrical

magnetic	مغناطيسية
directional coupler (DC)	قارن إتجاهي
Ampere`s law	قانون أمبير
derivation	إشتقاق
applications	تطبيقات
for static fields	للمجالات الساكنة
for alternating fields	للمجالات المتغيرة
Ohm’s law	قانون أوم
Snell`s law	قانون سنيل
Biot-Savart`s law	قانون بيوت-سافارات
derivation	اشتقاق
Gauss law	قانون جاوس
Len's law	قانون لينز
Coulomb's law	قانون كولومب
Kirchoff’s law	قانون كيرشوف
for the current	للتيار
for the voltage	للفولطية
Farady`s law	قانون فارادى
power	قدرة
maximum power	قدرة قصوى
power density	قدرة، كثافة
instantaneous	لحظية
averag	معدل
coercive, magnetic field	قهري، مجال مغناطيسي
force	قوة

على أجسام مشحونة	on charged particles
على التيار	on current
على المواد المغناطيسية	on magnetic materials
قوة دافعة كهربائية، ق د ك	electromotive force, emf
ق د ك - الحركية	motional- emf
ق د ك - المحول	transformer- emf
قوة دافعة مغناطيسية(ق د م)	magnetomotive force (mmf)
قوة كهربائية	electric force
قوة مغناطيسية	magnetic force
قياس الممانعة (المعاوقة)	measurement impedance
قياس الانعكاس في المجال الزمني	time domain reflectometer (TDR)
قياسي	scalar
ك	
كثافة التيار الخطية أو الخطي	linear current density
كثافة التيار السطحية أو السطحي	surface current density
كثافة تيار الإزاحة	displacement current density
كثافة التيار التوصيلي	conduction current density
كثافة الشحنة الخطية	linear charge density
كثافة الشحنة السطحية	surface charge density
كثافة الشحنة الحجمية	volume charge density
كثافة الفيض أو التدفق الكهربائي	electric flux density
كثافة الفيض أو التدفق المغناطيسي	magnetic flux density
كثافة القدرة	power density
لحظية	instantaneous
معدل	average

antenna gain	كسب الهوائي
radiation efficiency	كفاءة الإشعاع
complex quantities	كميات مركبة
addition	جمع
subtraction	طرح
components	عناصر
magnitude	قيمة أو مقدا ر
complex conjugate	كمية مرافقة أو مرافق مركب

ل

Laplacian for a scalar	لابلاس لكمية قياسية
Laplacian for a vector	لابلاس لكمية متجهة
Laplacian operator	لابلاس ،عامل

م

dielectric material	مادة عازلة
Huygens principle	مبدأ هايجنز
residual	متبقي
vector	متجه
displacement	إزاحة
projection	إسقاط
addition	جمع
cross product	ضرب التفافي(تبادلي أو تعامدي)
dot product	ضرب نقطي
subtraction	طرح
components	عناصر أو مركبات

magnetization	مغنطة
magnitude	قيمة أو مقدار
electric polarization vector	متجه الاستقطاب الكهربائي
magnetic polarization vector	متجه الاستقطاب المغناطيسي
displacement vector	متجه الإزاحة
propagation vector	متجه الانتشار
magnetic vector potential	متجه الجهد المغناطيسي
position vector	متجه موضعي أو الموضع
Poynting vector	متجه بوينتنغ
exponential identities	متطابقات أسية
hyperbolic identities	متطابقات زائدية
logarithmic identities	متطابقات لوغرثمية أو خوارزمية
vector identities	متطابقات متجهية
trigonometric identities	متطابقات مثلثية
electromagnetic field	مجالات كهرومغناطيسية
time harmonic fields	مجالات متناغمة زمنيا
radiation field	مجال الإشعاع
far field	مجال بعيد
retarded field	مجال متأخر
harmonic field	مجال متناغم
electrostatic field	مجال كهربائي ساكن أو كهروستاتي
line charge	شحنة خطية
point charge	شحنة نقطية
surface charge	شحنة سطحية
volume charge	شحنة حجمية

rotational field	مجال التفافي أو دوار
irrotational field	مجال غير التفافي
scalar field	مجال قياسي
conservative field	مجال محافظ
time varying electric field	مجال كهربائي متغير مع الزمن
magneto static field	مجال مغناطيسي ساكن
time varying magnetic field	مجال مغناطيسي متغير مع الزمن
earth magnetic field	مجال المغناطيسي الأرضي
uniform field	مجال منتظم
probe	مجس
inductor	محث
inductance	محاثة
mutual	تبادلية
self	ذاتية
solenoid	ملف حلزوني أو لولبي
torodial coil	ملف حلقي
inductance per unit length	محاثة لكل وحدة طول
coaxial cable inductance	محاثة الكابل المحوري
electric transformer	محول كهربائي
quarter-wave transformer	محول ربع طول الموجة
vector diagram	مخطط اتجاهى
crank diagram	مخطط دوراني
Smith chart	مخطط سميث
admittance chart	مخطط السماحية
impedance chart	مخطط الممانعة (المعاوقة)

space-time diagram	مخطط الفراغ-الزمن
complex conjugate	مرافق الكمية المركبة
differential area	مساحة تفاضلية
cylindrical coordinates	إحداثيات إسطوانية
cartesian coordinates	إحداثيات كارتيزية
spherical coordinates	إحداثيات كروية
antenna effective area	مساحة الهوائي الفعالة أو المكافئة
closed path	مسار مقفل
admittance	مسامحة
normalized admittance	مسامحة معيارية
characteristic admittance	مسامحة مميزة
plane of incidence	مستوى السقوط
point source	مصدر نقطي
transmission line equations	معادلات خط النقل
Maxwell's equations	معادلات ماكسويل
differential form	شكل تفاضلي
integral form	شكل تكاملي
Poisson's equation	معادلة بواسان
radar equation	معادلة الرادار
Friis equation	معادلة فريس
Fresnel's equation	معادلة فرينيل
Laplace's equation	معادلة لابلاس
wave equation	معادلة الموجة
transmission line parameters	معاملات خط النقل
reflection coefficient	معامل الانعكاس

normal incidence	سقوط عمودي
oblique incidence	سقوط مائل
transmission coefficient	معامل الانتقال
normal incidence	سقوط عمودي
oblique incidence	سقوط مائل
refractive index	معامل الانكسار
differential operator	معامل أو عامل تفاضلي
Laplacian operator	معامل أوعامل لابلاس
magnetization	مغنطة
lumped parameters	مقادير مركزة
distributed parameters	مقادير موزعة
reluctance (reluctance)	مقاصرة (أو ممانعة أو مقاومة مغناطيسية)
resistance	مقاومة
radiation resistance	مقاومة الإشعاع
Ohmic resistance	مقاومة أومية
leakage resistance	مقاومة تسريب
dc resistance	مقاومة تيار مستمر
ac resistance	مقاومة تيار متناوب
skin resistance	مقاومة الجلد
loss resistance	مقاومة الفقد
resistance per unit length	مقاومة لكل وحدة طول
resistivity	مقاومية او المقاومة النوعية
solenoid	ملف حلزوني
torodial coil	ملف حلقي
input resistance	ممانعة الدخل

measurement impedance	ممانعة، قياس
normalized impedance	ممانعة معيارية
characteristic impedance	ممانعة مميزة
for the transmission line	لخط النقل
intrinsic impedance	ممانعة مميزة
for free space	للفراغ الحر
for dielectric medium	لوسط عازل
for conducting medium	لوسط موصل
waveguide impedance	ممانعة دليل الموجة
for TE mode	لموجة تعامدية المجال الكهربائي
for TM mode	لموجة تعامدية المجال المغناطيسي
antenna impedance	ممانعة الهوائي
magnetization curve (B-H curve)	منحنى المغنطة (منحنى B-H)
single stub tuner	منغم أحادي القضمة
double stub tuner	منغم ثنائي القضمة
adaptor	مهائي
good conducting materials	مواد جيدة التوصيل
Semiconductor materials	مواد شبه موصلة
dielectric materials	مواد عازلة
magnetic materials	مواد مغناطيسية
ferromagnetic materials	مواد حديدية مغناطيسية
conductor materials	مواد موصلة
capacitor	مواسع
capacitance	مواسعة
capacitance per unit length	مواسعة لكل وحدة طول

مواسعة الكابل المحوري	coaxial cable capacitance
مواسعة الكرة	sphere capacitance
مواسعة اللوحين المتوازيين	parallel plate capacitance
مواصلة	conductance
موائمة الحمل	load matching
موائمة بقضمة	single-stub matching
موائمة بقضمتين	double-stub matching
موائمة بخط - $\lambda/4$	matching - $\lambda/4$
موجة أو حالة سائدة	dominant mode
لدليل الموجة	for waveguide
للفجوة الرنانة	for resonant cavity
موجة أو حالة فانية أو مضمحلة	evanescent mode
موجة أسطوانية	cylindrical wave
موجة كروية	spherical wave
موجة متنقلة	traveling wave
موجة مسافرة أو منتقلة أو راحلة	traveling wave
موجة مستوية	plane wave
موجة مستوية منتظمة	uniform plane wave
موجة واقفة	standing wave
موجة تعامدية المجال الكهربائي	transverse electric wave TE
موجة تعامدية المجال المغناطيسي	transverse magnetic wave TM
موجة تعامدية المجال الكهربائي والمغناطيسي	TEM wave
موصلية	conductance
موصلية أو مواصلة لكل وحدة طول	conductance per unit length

ن

axial ratio AR	نسبة المحور
standing wave ratio SWR	نسبة الموجة الواقفة
divergence theorem	نظرية التشتت
Poynting thereom	نظرية بوينتنغ
Stokes's theorem	نظرية ستوكس
image theory	نظرية الصور
permeability	نفاذية
for free space	للفراغ الحر
for air	للهواء
for materials	للمواد
relative	نسبية
null point	نقطة خمود
standing wave pattern	نمط الموجة الواقفة
Neper (unit of attenuation)	نيبر (وحدة التوهين)

هـ

Henry	هنري
Henry (unit of inductance)	هنري (وحدات المحاثة)
antenna	هوائي
directivity	إتجاهية
radiation	إشعاعية
types	أنواعه
characteristics	خصائصه
effective area	المساحة الفعالة
impedance	الممانعة
radiation pattern	نمط أو نموذج الإشعاع

horn antenna	هوائي بوقي
dipole antenna	هوائي ثنائي القطب
half-wavelength	نصف طول الموجة
Hertzian	هيرتزيان
helical antenna	هوائي حلزوني
loop antenna	هوائي الحلقة
quarter-wave antenna	هوائي ربع طول الموجة
microstrip antenna	هوائي رقعي مطبوع
wire antenna	هوائي سلكي
reflector antenna	هوائي عاكس
log-periodic antenna	هوائي لوغاريتمي
isotropic antenna	هوائي متماثل
antenna array	هوائي المصفوفة
broadside	الجانب العريض
linear	الخطي
endfire	إطلاق النهاية
uniform	المنتظم
array factor	معامل المصفوف أو الصف
traveling wave antenna	هوائي الموجة المتحركة
Yagi-Uda antenna	هوائي ياجي-أودا
	و
Watt (unit of electric power)	واط (وحدة القدرةالكهربائية)
Weber (unit of magnetic flux)	وبر(وحدة الفيض المغناطيسي)
unit volume	وحدة حجم
unit charge	وحدة شحنة

unit length	وحدة طول
unit vector	وحدة متجه
unit area	وحدة مساحة
dielectric medium	وسط عازل
inhomogeneous medium	وسط غير متجانس
homogeneous medium	وسط متجانس
isotropic medium	وسط موحد الخواص
conducting medium	وسط موصل

ي

Yagi-Uda antenna	ياجي-أودا، هوائي

معجم الكلمات الإنجليزية إلى العربية

A

absolute potential	جهد مطلق
ac resistance	مقاومة تيار متناوب
admittance	مسامحة
admittance normalized	مسامحة معيارية
admittance chart	مخطط السماحية
alternating current	تيار متناوب (متردد)
Ampere's law	قانون أمبير
angular frequency	تردد زاوي
antenna	هوائي
antenna impedance	ممانعة الهوائي
antenna array	هوائي المصفوفة
array factor	معامل المصفوفة
antenna directivity	إتجاهية الهوائي
antenna effective area	مساحة الهوائي الفعالة
attenuation constant	ثابت التوهين
axial ratio (AR)	نسبة محورية

B

Bessel functions	دوال بيسيل
Biot-Savart`s law	قانون بيوت-سافارات
boundary conditions	شروط الحدود
bounded charge	شحنات مقيدة

Brewester angle	زاوية بروستر

C

capacitance	مواسعة
capacitance per unit length	مواسعة لكل وحدة طول
capacitor	مواسع
cartesian coordinates	إحداثيات كارتيزية
characteristic admittance	مسامحة مميزة
characteristic impedance	ممانعة مميزة
circular polarization (CP)	استقطاب دائري
circular waveguide	دليل الموجة الدائري
closed path	مسار مقفل
closed surface	سطح مقفل
coaxial cable capacitance	مواسعة الكابل المحوري
coaxial cable inductance	محاثة الكابل المحوري
coercive, magnetic field	قهري، مجال مغناطيسي
complex conjugate	كمية مرافقة أو مرافق مركب
complex numbers	أعداد مركبة
complex permittivity	سماحية مركبة
complex quantities	كميات مركبة
components	عناصر أو مركبات
conductance	موصلية
conductance per unit length	موصلية لكل وحدة طول
conducting media	أوساط موصلة
conduction current	تيار توصيلي

conduction current density	كثافة التيار التوصيلي
conduction loss	فقد توصيلي
conductor materials	مواد موصلة
conservative field	مجال محافظ
constitutive relations	علاقات الأساسية
continuity equation	معادلة الاستمرارية
convection current	تيار حملي
Coulomb's law	قانون كولمب
crank diagram	مخطط دوراني
critical angle	الزاوية الحرجة
cross product	ضرب التفافي(تبادلي أو تعامدي)
curl	التفاف
cutoff frequency	تردد القطع
cutoff wavelength	طول موجة القطع
cylindrical coordinates	إحداثيات إسطوانية
cylindrical wave	موجة أسطوانية

D

dc resistance	مقاومة تيار مستمر
decibel (dB)	ديسيبل
dielectric breakdown	انهيار العازل
dielectric constant	ثابت العزل
dielectric materials	مواد عازلة
dielectric permittivities	سماحيات العوازل
differential area	مساحة تفاضلية
differential length	طول تفاضلي

differential operator	معامل تفاضلي
differential solid angle	زاوية مجسمة فراغية
differential volume	حجم تفاضلي
dipole	ثنائي القطب
dipole antenna	هوائي ثنائي القطب
half-wavelength	نصف طول الموجة
direct current	تيار مستمر (ثابت)
displacement vector	متجه الإزاحة
displacement current	تيار الإزاحة
density	كثافة
displacement current density	كثافة تيار الإزاحة
distortionless transmission line	خط نقل لا يشوه
distributed parameters	مقادير موزعة
divergence	تشتت (تباعد)
divergence theorem	نظرية التشتت
dominant mode	حالة أو موجة سائدة
dominant mode	موجة أو حالة سائدة
dot product	ضرب نقطي
double stub tuner	منغم ثنائي القضمة
drift velocity	سرعة الجريان(الانحراف أو الانسياق)

E

earth magnetic field	المجال المغناطيسي الأرضي
electric circuits	دارات كهربائية
electric field lines	خطوط المجال الكهربائي

electric flux	فيض أو تدفق كهربائي
electric flux density	كثافة الفيض أو التدفق الكهربائي
electric force	قوة كهربائية
electric length	طول كهربائي
electric potential	جهد كهربائي
electrical	كهربائية
electrical energy	طاقة كهربائية
electromagnetic field	مجالات كهرومغناطيسية
electromotive force, emf	قوة دافعة كهربائية، ق د ك
electrostatic fields	المجالات الكهربائية الساكنة
elliptical polarization (EP)	استقطاب قطع ناقص
equipotential lines	خطوط تساوي (متساوية) الجهد
evanescent mode	حالة أو موجة فانية (مضمحلة)
evanescent mode	موجة أو حالة فانية أو مضمحلة
exponential functions	دوال أسية
exponential identities	متطابقات أسية

F

far field	مجال بعيد
Farad	فاراد
Faraday`s law	فارادى، قانون
Farady`s law	قانون فارادى
ferromagnetic materials	مواد حديدية مغناطيسية
flux linkage	ارتباط الفيض أو التدفق
free charge	شحنات حرة

free space or vacuum	فراغ أو فضاء حر أو الفراغ
frequency	تردد
Fresnel's equation	معادلة فرينيل
Friis transmission formula	صيغة فريس للنقل

G

Gauss law	قانون جاوس
Gauss surface	سطح جاوس
good conducting materials	مواد جيدة التوصيل
gradient	تدرج
gradient operator	عامل التدرج
group velocity	سرعة المجموعة

H

half-wavelength	نصف طول الموجة
Hankel functions	دوال هانكل
harmonic field	مجال متناغم
Henry	هنري
Henry (unit of inductance)	هنري (وحدات المحاثة)
Hertzian	هيرتزيان
homogeneous media	أوساط متجانسة
horizontal polarization	استقطاب أفقي
hyperbolic functions	دوال زائدية
hyperbolic identities	متطابقات زائدية
hysteresis	تخلفية
hysteresis loss	فقد تخلفي

I

images, method of	صور، طريقة
impedance chart	مخطط الممانعة (المعاوقة)
incident angle	زاوية السقوط
inductance	محاثة
inductance per unit length	محاثة لكل وحدة طول
inductor	محث
inhomogeneous media	أوساط غير متجانسة
integrals	تكاملات
intrinsic impedance	ممانعة مميزة
irrotational field	مجال غير التفافي
isotropic antenna	هوائي موحد الخواص
isotropic media	أوساط موحدة الخواص

J

Joule, unit of energy	جول (وحدة الطاقة)

K

Kirchoff's current law	قانون كيرشوف للتيار
Kirchoff's voltage law	قانون كيرشوف للفولطية

L

Laplace's equation	معادلة لابلاس
Laplacian for a scalar	لابلاس كمية قياسية
Laplacian for a vector	لابلاس كمية متجهة
Laplacian operator	معامل لابلاس
Len's law	قانون لينز
line charge	شحنة خطية

linear charge density	كثافة الشحنة الخطية
linear current	تيار خطي
linear current density	كثافة التيار الخطية أو الخطي
linear polarization	استقطاب خطي
load matching	موائمة الحمل
logarithmic identities	متطابقات لوغرثمية أو خوارزمية
loop antenna	هوائي الحلقة
loss angle	زاوية الفقد
loss resistance	مقاومة الفقد
loss tangent	فقد التماسي
lossless transmission line	خط نقل لا يعاني من الفقد
lossy transmission line	خط نقل يعاني من الفقد
lumped parameters	مقادير مركزة

M

magnetic	مغناطيسية
magnetic vector potential	متجه الجهد المغناطيسي
magnetic charge	شحنات مغناطيسية
magnetic circuits	دارات مغناطيسية
magnetic energy	طاقة مغناطيسية
magnetic field lines	خطوط المجال المغناطيسي
magnetic flux	فيض أو تدفق مغناطي
magnetic flux density	كثافة الفيض أو التدفق المغناطيسي
magnetic force	قوة مغناطيسية
magnetic materials	مواد مغناطيسية

magnetization curve: B-H curve	منحنى المغنطة (منحنى B-H)
magnetostatic fields	المجالات المغناطيسية الساكنة
magnetomotive force (mmf)	قوة دافعة مغناطيسية(ق د م)
matching - $\lambda/4$	موائمة بخط - $\lambda/4$
Maxwell's equations	معادلات ماكسويل
measurement , impedance	قياس الممانعة (المعاوقة)
method of images	طريقة الصور
microstrip line	خط النقل الشريطي الدقيق
mode excitation	تغذية (تحريض) الموجة (الحالة)
moment dipole, magnetic	عزم ثنائي القطب المغناطيسي
moment dipole, electrical	عزم ثنائي القطب الكهربائي
monopole	أحادى القطب
motional- emf	ق د ك - الحركية

N

Neper (unit of attenuation)	نيبر (وحدة التوهين)
normal incidence of waves	سقوط عمودي للموجات
normalized impedance	ممانعة معيارية

O

oblique ncidence of waves	سقوط مائل للموجات
Ohm’s law	قانون أوم
Ohmic resistance	مقاومة أومية
Ohmic loss	فقد أومي
open circuit	دارة مفتوحة
open circuit transmission line	خط نقل ينتهي بدارة مفتوحة

open wire transmission line	خط النقل المفتوح
optical fibers	ألياف بصرية

P

parallel plate capacitance	مواسعة اللوحين المتوازيين
parallel polarization	استقطاب موازٍ
pattern multiplication	ضرب الأنماط (النماذج)
penetration (skin) depth	عمق أو سمك الاختراق (الجلد)
permeability	نفاذية
permittivity	سماحية
phase	طور
phase constant	ثابت الطور
phase velocity	سرعة الطور
phasor	طوري
plane of incidence	مستوى السقوط
plane wave	موجة مستوية
point charge	شحنة نقطية
point source	مصدر نقطي
Poisson's equation	معادلة بواسان
position vector	متجه موضعي أو الموضع
potential	جهد
power	قدرة
power density	كثافة لقدرة
power loss	فقد القدرة
Poynting vector	متجه بوينتنغ

probe	مجس
propagation vector	متجه الانتشار
propagation constant	ثابت الانتشار

Q

quadrupole	رباعي القطب
quality factor	عامل الجودة أو النوعية
quarter-wave antenna	هوائي ربع طول الموجة
quarter-wave length	ربع طول الموجة
quarter-wave transformer	محول ربع طول الموجة

R

radiation pattern	نمط (أو نموذج) إشعاع
resistance	مقاومة
radiation efficiency	كفاءة الإشعاع
radiation field	مجال الإشعاع
radiation intensity	شدة الإشعاع
radiation resistance	مقاومة الإشعاع
rectangular waveguide	دليل الموجة المستطيل
reflection angle	زاوية الانعكاس
reflection coefficient	معامل الانعكاس
refractive index	دليل الانكسار
relative permittivity	سماحية نسبية
relaxation relation	طريقة التراخي أو الارتخاء
relaxation time	زمن التراخي (الارتخاء)
reluctance	مقاصرة أو ممانعة

residual	متبقي
resistance	مقاومة
resistance per unit length	مقاومة لكل وحدة طول
resistivity	مقاومية او المقاومة النوعية
resonant cavity	فجوة رنانة
retarded field	مجال متأخر
rotational field	مجال التفافي أو دوار

S

scalar	قياسي
scalar field	مجال قياسي
scalar product	ضرب قياسي
semiconductor materials	مواد شبه موصلة
separation of variables	فصل المتغيرات
short circuit	دارة قصر
single stub tuner	منغم أحادي القضمة
single-stub matching	موائمة بقضمة
sinusoidal functions	دوال جيبية
skin (penetration) depth	سمك أو عمق الجلد (الاختراق)
skin resistance	مقاومة الجلد
Smith chart	مخطط سميث
Snell`s law	قانون سنيل
solenoid	ملف حلزوني
solid angle	زاوية مجسمة
space-time diagram	مخطط الفراغ – الزمن

speed of light	سرعة الضوء
sphere capacitance	مواسعة الكرة
spherical coordinates	إحداثيات كروية
spherical wave	موجة كروية
standing wave	موجة واقفة
standing wave ratio SWR	نسبة الموجة الواقفة
Stokes's theorem	نظرية ستوكس
superposition	تراكب
surface charge	شحنة سطحية
surface charge density	كثافة الشحنة السطحية
surface current	تيار سطحي
surface current density	كثافة التيار السطحية أو السطحي
susceptance	تقبلية
susceptibility	قابلية

T

tangential component	عنصر(مركبة) المماس أو التماس
TEM mode	حالة تعامدية المجال الكهربائي والمغناطيسي
TEM wave	موجة تعامدية المجال الكهربائي والمغناطيسي
Tesla, unit of magnetic flux	تيسلا (وحدة الفيض المغناطيسي)
time factor	عامل الزمن أو العامل الزمني
time harmonic fields	مجالات متناغمة زمنيا
time varying electric field	مجال كهربائي متغير مع الزمن
time varying magnetic field	مجال مغناطيسي متغير مع الزمن
torodial coil	ملف حلقي
torque magnetic	عزم الدوران المغناطيسي

total reflection	انعكاس كلي
radiation pattern	نمط (أو نموذج) الإشعاع
total transmission	انتقال (أو نقل) كلي
transformer- emf	ق د ك - المحول
transient on transmission lines	الحالة العابرة على خطوط النقل
transmission angle	زاوية الانتقال
transmission coefficient	معامل الانتقال
transmission line	خط نقل
transmission line equations	معادلات خط النقل
transmission line parameters	معاملات خط النقل
transverse electric mode TE	حالة تعامدية المجال الكهربائي
transverse electric wave TE	موجة تعامدية المجال الكهربائي
transverse magnetic mode TM	حالة تعامدية المجال المغناطيسي
transverse magnetic wave TM	موجة تعامدية المجال المغناطيسي
traveling wave	موجة مسافرة أو منتقلة أو راحلة
trigonometric identities	متطابقات مثلثية

U

uniform field	مجال منتظم
uniform plane wave	موجة مستوية منتظمة
unit charge	وحدة شحنة
unit length	وحدة طول
unit vector	وحدة متجه
unit volume	وحدة حجم

V

vector diagram	مخطط اتجاهى

vector identities	متطابقات متجهية
vector triple product	الضرب الثلاثي للمتجهات
vectors	متجهات
vertical polarization	استقطاب عمودي
voltage gradient	تدرج الجهد
volume charge	شحنة حجمية
volume charge density	كثافة الشحنة الحجمية

W

wall loss	فقد الجدار
Watt (unit of electric power)	واط (وحدة القدرةالكهربائية)
wave equation	معادلة الموجة
wave number	رقم الموجة
wave velocity	سرعة الموجة
waveguide impedance	ممانعة دليل الموجة
waveguide wavelength	طول موجة دليل الموجة
waveguides	دلائل الموجة
wavelength	طول الموجة
Weber (unit of magnetic flux)	وبر(وحدة الفيض المغناطيسي)
work done	شغل مبذول

فهرس الكلمات العربية

ا

ب

ت

ث

ز

س

ش

ص

ض

ط

ل

م

ي

الملحقات

الملحق I:- الثوابت الفيزيائية وبعض الرموز والخصائص الفيزيائية لبعض المواد (الثوابت).

I-1:- الثوابت الفيزيائية

الكمية	الوحدات	الرمز	القيمة
سماحية الفراغ	F/m	ε_0	8.854×10^{-12}
نفاذية الفراغ	H/m	μ_0	$4\,\pi\times10^{-7}$
الممانعة المميزة للفراغ	Ω	η_0	376.6
سرعة الضوء في الفراغ	m/s	C	2.998×10^{8}
شحنة الإلكترون	C	e	-1.6030×10^{-9}
كتلة الإلكترون	Kg	m_e	9.1066×10^{-31}
كتلة البروتون	Kg	m_p	1.67248×10^{-27}
كتلة النيترون	Kg	m_n	1.6749×10^{-27}
ثابت بولتزمان	J/K	k	1.38047×10^{-23}
رقم أفوجادرو	/Kg mole	N	6.0228×10^{26}
ثابت بلانك	Js	h	6.624×10^{-34}
التسارع بسبب الجاذبية	m/s^2	g	9.81
ثابت الجاذبية	$m^2/kg\ s^2$	G	6.658×10^{-11}
إلكترون - فولط	J	eV	1.6030×10^{-19}

I-2:- مضاعفات العشرة

القوة	اللفظ	الرمز	القوة	اللفظ	الرمز
10^{15}	بيتا Peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{12}	تيرا Tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{9}	جيجا Giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{6}	ميجا Mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^{3}	كيلو Kilo	K	10^{-3}	milli	m

I-3:- النفاذية النسبية (μ_r) لبعض المواد المغناطيسية

المادة	(μ_r)
كوبولت Cobalt	250
نيكل Nickel	600
حديد طري Soft Iron	5000
حديد سيلكون Silicon-Iron	7000

I-4:- موصلية بعض المواد عند درجة حرارة 20° C

المادة		الموصلية $(\Omega m)^{-1}$
المواد الموصلة	**Conductors**	
الفضة	Silver	6.1×10^{7}
النحاس	Copper	5.7×10^{7}
الذهب	Gold	4.1×10^{7}
الألومنيوم	Aluminum	3.5×10^{7}
التانجستون	Tungsten	1.8×10^{7}
الزنك	Zinc	1.7×10^{7}
النحاس الأصفر	Brass	1.1×10^{7}
الحديد النقي	Iron	10^{7}
الرصاص	Lead	5×10^{6}
الزئبق	Mercury	10^{6}
الكربون	Carbon	3×10^{6}
ماء البحر	Sea Water	4
أشباه الموصلات	**Semiconductors**	
جرمانيوم نقي	Pure Germanium	2.2
سيلكون نقي	Pure Silicon	4.4×10^{-4}

I-5:- الموصلية $\sigma\ (\Omega m)^{-1}$ وثابت العزل أو السماحية النسبية (ε_r) لبعض المواد والمجال الكهربائي الذي يحدث عنده انهيار للمادة (E).

المادة	$\sigma\ (\Omega m)^{-1}$	(ε_r)	$E(V/m)$
الماء المقطر	10^{-4}	81	—
الورق	10^{-11}	7	12×10^{6}
الزجاج	10^{-12}	5-10	35×10^{6}
الميكا	10^{-15}	6	70×10^{6}
الخزف	10^{-12}	6	—
الكوارتز	10^{-17}	5	30×10^{6}
المطاط	10^{-15}	3.1	25×10^{6}
الخشب	—	2.5-8	—
البوليسترين	—	2.55	—
البوليبروبلين	—	2.55	—
بارفان	10^{-15}	2.2	30×10^{6}
زيت البترول	—	2.1	12×10^{6}
الهواء (ضغط جوي واحد)	—	1	3×10^{6}

الملحق II:- علاقات رياضية

II-1:- المتطابقات المثلثية (Trigonometric Identities)

$\tan\theta = \sin\theta / \cos\theta$ و $\cot\theta = 1/\tan\theta$

$\sec\theta = 1/\cos\theta$ و $\csc\theta = 1/\sin\theta$

$\sin(a \pm b) = \sin a \operatorname{cox} b \pm \cos a \sin b$

$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$

$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \tan b}$$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\tan^2\theta - \sec^2\theta = -1$

$\cot^2\theta - \csc^2\theta = -1$

$$\sin a \pm \sin b = 2\sin\frac{1}{2}(a \pm b)\cos\frac{1}{2}(a \mp b)$$

$$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{1}{2}(a + b)\cos\frac{1}{2}(a - b)$$

$$\cos a - \cos b = -2\sin\frac{1}{2}(a + b)\sin\frac{1}{2}(a - b)$$

$2\sin a\cos b = \sin(a + b) + \sin(a - b)$

$2\cos a\sin b = \sin(a + b) - \sin(a - b)$

$2\cos a\cos b = \cos(a + b) + \cos(a - b)$

$2\sin a\sin b = -\cos(a + b) + \cos(a - b)$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

$$\sin\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}\ \Rightarrow 2\sin^2\theta=1-\cos 2\theta$$

$$\cos\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}\ \Rightarrow 2\cos^2\theta=1+\cos 2\theta$$

$$\tan\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}=\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}=\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\sin x=\frac{e^{jx}-e^{-jx}}{2j}=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\ldots$$

$$\cos x=\frac{e^{jx}+e^{-jx}}{2j}=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots$$

$$\tan x=\frac{e^{jx}-e^{-jx}}{j(e^{jk}+e^{-jx})}=x+\frac{x^3}{3}+\frac{2x^5}{15}-\frac{17x^7}{315}+\ldots$$

$$e^{j\theta}=\cos\theta+j\sin\theta$$

II-2:- متطابقات زائدية (Hyperbolic Identities)

$$\sinh z=(e^z-e^{-z})/2$$

$$\cosh z=(e^z+e^{-z})/2$$

$$\tanh z=\sinh z/\cosh z$$

$$\coth z=1/\tanh z=\frac{\cosh z}{\sinh z}$$

$$\mathrm{sech}\, z=1/\cosh z$$

$$\cosh z=1/\sinh z$$

$$\cosh(x\pm y)=\cosh x\ \cosh y\pm\sinh x\ \sinh y$$

$$\sinh(x\pm y)=\sinh x\ \cosh y\pm\cosh x\ \sinh y$$

$$\tanh(x\pm y)=\frac{\tanh x\pm\tanh y}{1\pm\tanh x\ \tanh y}$$

$$\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1$$
$$\tanh^2 z + \operatorname{sech}^2 z = 1$$
$$\coth^2 z - \operatorname{csch}^2 z = 1$$
$$\cosh(\alpha \pm j\beta) = \operatorname{coh}\alpha \cos\beta \pm j \sinh\alpha \sin\beta$$
$$\sinh z = \frac{e^z - e^{-z}}{2} = z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \frac{z^7}{7!} + \dots$$
$$\cosh z = \frac{e^z + e^{-z}}{2} = 1 + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} + \frac{z^6}{6!} + \dots$$
$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^4}{4!} + \dots$$

II-3:- اللوغرثمات (Logarithmic)

$$\log_\alpha (ab) = \log_\alpha a + \log_\alpha b$$
$$\log_\alpha (a/b) = \log_\alpha a - \log_\alpha b$$
$$\log_\alpha (1/a) = -\log_\alpha a$$
$$\log_\alpha (a^n) = n \log_\alpha a$$
$$\log_\alpha (a^{1/n}) = (1/n) \log_\alpha a$$
$$\log_\beta a = \log_\alpha a \ \log_\beta \alpha = \log_\alpha a / \log_\alpha \beta$$
$$\log_e a = \log_{10} a \ \log_e 10 = 2.302585 \log_{10} N$$
$$\log_{10} a = \log_e a \ \log_{10} e = 0.434294 \log_e N$$

II-4:- التقريب للكميات الصغيرة

إذا كانت $1 >> |x|$

$$(1 \pm x)^n \approx 1 \pm n x$$

$$e^{x} \approx 1 + x$$

$$\mathrm{Ln}\,(1 + x) \approx x$$

$$\sin x \approx x$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\cos x \approx 1$$

$$\tan x \approx x$$

II-5:- التكاملات غير المحددة (Indefinite Integrals)

$$\int f(x)\; d\,[g(x)] = f(x)\,g(x) - \int g(x)\; d\,[f(x)]$$

$$\int \frac{d\,[f(x)]}{f(x)} = \mathrm{Ln}\,[f(x)] + C$$

$$\int e^{\alpha x}\; dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} + C$$

$$\int x\; e^{\alpha x}\; dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha^{2}}\,(\alpha\, x - 1) + C$$

$$\int \mathrm{Ln}\, x\, dx = x\, \mathrm{Ln}\, x - x + C$$

$$\int \sin \alpha\, x\; dx = -\frac{1}{\alpha} \cos \alpha\, x + C$$

$$\int \cos \alpha\, x\; dx = \frac{1}{\alpha} \sin \alpha\, x + C$$

$$\int \tan \alpha x\; dx = \frac{1}{\alpha}\, \mathrm{Ln}\,(\sec(\alpha x)) + C = -\frac{1}{\alpha}\, \mathrm{Ln}(\cos(\alpha x) + C$$

$$\int \sec \alpha\, x\, dx = \frac{1}{\alpha}\, \mathrm{Ln}\,(\sec \alpha\, x + \tan \alpha x) + C$$

$$\int \sin^{2} \alpha\, x\, dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2\,\alpha\, x}{4\,\alpha} + C$$

$$\int \cos^2 \alpha x \, dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2\alpha x}{4\alpha} + C$$

$$\int x \sin \alpha x \, dx = \frac{1}{\alpha^2} (\sin \alpha x - \alpha x \cos \alpha x) + C$$

$$\int x \cos \alpha x \, dx = \frac{1}{\alpha^2} (\cos \alpha x + \alpha x \sin \alpha x) + C$$

$$\int e^{\alpha x} \sin \beta x \, dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha^2 + \beta^2} (\alpha \sin \beta x - \beta \cos \beta x) + C$$

$$\int e^{\alpha x} \operatorname{co} \beta x \, dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha^2 + \beta^2} (\alpha \cos \beta x + \beta \sin \beta x) + C$$

$$\int \sin \alpha x \sin \beta x \, dx = \frac{\sin(\alpha - \beta)x}{2(\alpha - \beta)} - \frac{\sin(\alpha + \beta)x}{2(\alpha + \beta)} + C \qquad \alpha^2 \neq \beta^2$$

$$\int \sin \alpha x \cos \beta x \, dx = -\frac{\cos(\alpha - \beta)x}{2(\alpha - \beta)} - \frac{\cos(\alpha + \beta)x}{2(\alpha + \beta)} + C \qquad \alpha^2 \neq \beta^2$$

$$\int \cos \alpha x \cos \beta x \, dx = \frac{\sin(\alpha - \beta)x}{2(\alpha - \beta)} + \frac{\sin(\alpha + \beta)x}{2(\alpha + \beta)} + C$$

$$\int \sinh \alpha z \, dz = \frac{1}{\alpha} \cosh \alpha z + C$$

$$\int \cosh \alpha z \, dz = \frac{1}{\alpha} \sinh \alpha z + C$$

$$\int \tanh \alpha z \, dz = \frac{1}{\alpha} \operatorname{Ln}(\cosh \alpha z) + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + \alpha^2} = \frac{1}{\alpha} \tan^{-1}\left(\frac{x}{\alpha}\right)$$

$$\int \frac{x^2 \, dx}{(x^2 + \alpha^2)} = x - \alpha \tan^{-1}\left(\frac{x}{\alpha}\right)$$

$$\int \frac{dx}{x^2-\alpha^2} = \begin{cases} \dfrac{1}{2\alpha}\,\mathrm{Ln}\left(\dfrac{x-\alpha}{x+\alpha}\right)+C & x^2>\alpha^2 \\[2ex] \dfrac{1}{2\alpha}\,\mathrm{Ln}\left(\dfrac{\alpha-x}{\alpha+x}\right)+C & x^2<\alpha^2 \end{cases}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2-x^2}} = \sin^{-1}\frac{x}{\alpha}+C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2\pm\alpha^2}} = \mathrm{Ln}\left(x+\sqrt{x^2\pm\alpha^2}\right)+C$$

حيث إن C هو ثابت التكامل.

II-6:- التكاملات المحددة (Definite Integrals)

$$\int_0^\pi \sin mx \sin nx \, dx = \int_0^\pi \cos mx \cos nx \, dx = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ \pi/2, & m = n \end{cases}$$

$$\int_0^\pi \sin mx \cos nx \, dx = \begin{cases} 0 & m+n = \text{even} \\[1ex] \dfrac{2m}{m^2-n^2} & m+n = \text{odd} \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin mx \sin nx \, dx = \int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \sin nx \, dx = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ \pi, & m = n \end{cases}$$

$$\int_0^\infty \frac{\sin ax}{x}\, dx = \begin{cases} \pi/2, & a>0, \\ 0, & a=0 \\ -\pi/2, & a<0 \end{cases}$$

$$\int_0^\infty \frac{\sin 2x}{x}\, dx = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^\infty \frac{\sin^2 \alpha x}{x^2}\, dx = |\alpha|\,\frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-\alpha x^2} dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$$

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$\int_{-\infty}^\infty e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$\int_{-\infty}^\infty e^{-(\alpha x^2 + \beta x + \gamma)} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\, e^{(\beta^2 - 4\alpha\gamma)/4\alpha}$$

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x} \cos\beta x \, dx = \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2}$$

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x} \sin\beta x \, dx = \frac{\beta}{\alpha^2 + \beta^2}$$

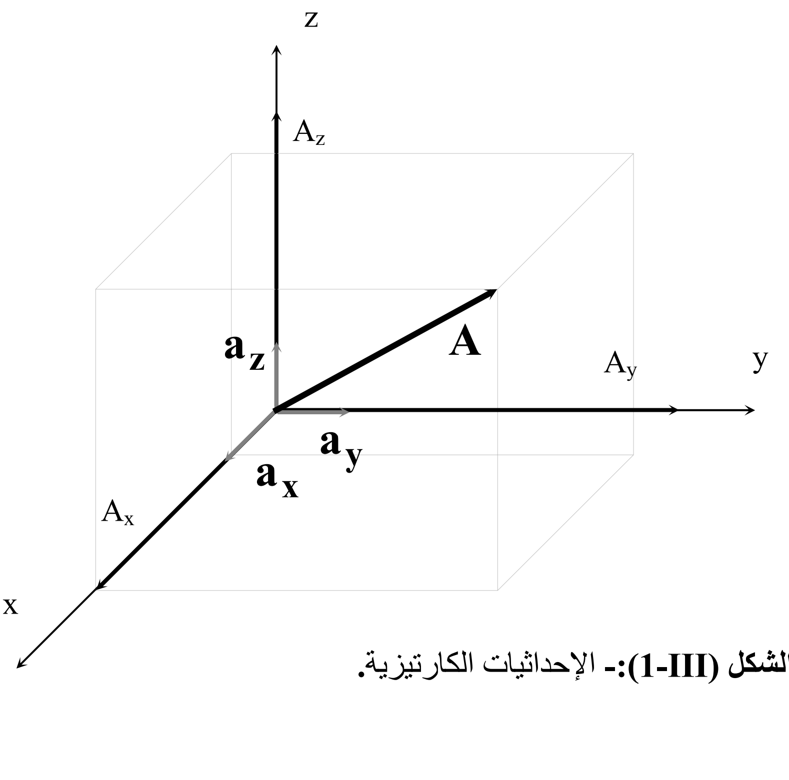
الملحق III:- تحليل المتجهات (Vector Analysis)

سيتم فيما يلي وبشكل مختصر تقديم الإحداثيات الثلاث الكارتيزية والأسطوانية والكروية ومكونات كل نوع والمتجهة وقيمة الطول والمساحة والحجم التفاضلي في كل منها وكذلك سيتم تقديم التحويل بينها.

III-1:- الإحداثيات الكارتيزية (Cartesian Coordinates)

تتكون من ثلاثة عناصر x و y و z حيث إن المدى لكل عنصر هو كما يلي $-\infty < x < \infty$ و $-\infty < y < \infty$ و $-\infty < z < \infty$ ويبين الشكل (III-1) رسماً لهذه الإحداثيات الكارتيزية. ويعرف لها ثلاثة متجهات وحدة (طول كل منها وحدة واحدة) (Unit Vectors) هي $\mathbf{a}_x$ و $\mathbf{a}_y$ و $\mathbf{a}_z$ ويعرف أي متجه $\mathbf{A}$ بشكل عام على أنه مكون من ثلاثة عناصر كما يلي:-

$$\mathbf{A} = A_x\ \mathbf{a}_x + A_y\ \mathbf{a}_y + A_z\ \mathbf{a}_z \qquad (1\text{-III})$$



الشكل (III-1):- الإحداثيات الكارتيزية.

ويعرف كذلك الطول **dL** والمسافة **dS** والحجم dV التفاضلي للإحداثيات الكارتيزية كما يلي:-

$$\mathbf{dL} = dx\,\mathbf{a}_x + dy\,\mathbf{a}_y + dz\,\mathbf{a}_z \qquad m \qquad (2a\text{-}III)$$

$$\mathbf{dS} = dy\,dz\,\mathbf{a}_x + dx\,dy\,\mathbf{a}_y + dx\,dy\,\mathbf{a}_z \qquad m^2 \qquad (2b\text{-}III)$$

$$dV = dx\,dy\,dz \qquad m^3 \qquad (2c\text{-}III)$$

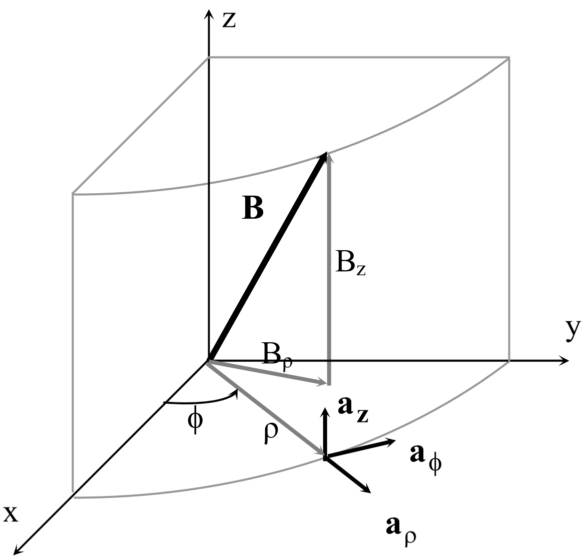
ويلاحظ أن متجهات الوحدة $\mathbf{a}_x$ و $\mathbf{a}_y$ و $\mathbf{a}_z$ لا تغير اتجاهاتها.

2-III:- الإحداثيات الاسطوانية (Cylindrical Coordinates)

وتتكون من ثلاثة عناصر ρ و ϕ و z حيث إن المدى لكل عنصر هو $0 \le \rho < \infty$ و $0 \le \phi < 2\pi$ و $-\infty < z < \infty$ ويبين الشكل (2-III) رسماً لهذه الإحداثيات الاسطوانية. ويعرف لها ثلاثة متجهات وحدة (طول كل منها وحدة واحدة) وهي $\mathbf{a}_\rho$ و $\mathbf{a}_\phi$ و $\mathbf{a}_z$

ويعرف أي متجه **A** بشكل عام على انه مكون من ثلاثة عناصر كما يلي:-

$$\mathbf{A} = A_\rho\,\mathbf{a}_\rho + A_\phi\,\mathbf{a}_\phi + A_z\,\mathbf{a}_z \qquad (3a\text{-}III)$$



الشكل (2-III):- الإحداثيات الاسطوانية.

كما يكون أي متجه موضعي (يبدأ من نقطة الأصل) **B** كما يلي:-

$$\mathbf{B} = B_\rho\ \mathbf{a}_\rho + B_z\ \mathbf{a}_z \qquad (3b\text{-}III)$$

وتم توضيح المتجه الموضعي **B** على الشكل (2-III).

ويلاحظ أن متجهين الوحدة $\mathbf{a}_\rho$ و $\mathbf{a}_\phi$ يغيران اتجاههما ولكن ليس $\mathbf{a}_z$. ويعرف الطول **dL** والمساحة **dS** والحجم dV التفاضلي للإحداثيات الاسطوانة كما يلي:-

$$\mathbf{dL} = d\rho\ \mathbf{a}_\rho + \rho d\phi\ \mathbf{a}_\phi + dz\ \mathbf{a}_z \qquad (4a\text{-}III)$$

$$\mathbf{dS} = \rho d\phi\, dz\, \mathbf{a}_\rho + d\rho\, dz\ \mathbf{a}_\phi + \rho d\,\rho\, d\,\phi\ \mathbf{a}_z \qquad (4b\text{-}III)$$

$$dV = \rho\ d\ \rho d\ \phi\ dz \qquad (4c\text{-}III)$$

III-3:- الإحداثيات الكروية (Spherical Coordinates)

وتتكون من ثلاثة عناصر r و θ و φ حيث إن المدى لكل عنصر هو كما يلي $0 \le r < \infty$ و $0 \le \theta \le \pi$ و $0 \le \phi < 2\pi$، ويبين الشكل (3-III) رسماً لهذه الإحداثيات الكروية.

ويعرف لها ثلاثة متجهات وحدة (طول كل واحدة منها وحدة واحدة) هي $\mathbf{a}_r$ و $\mathbf{a}_\theta$ و $\mathbf{a}_\phi$ ويعرف أي متجه **A** وبشكل عام على انه مكون من ثلاثة عناصر كما يلي:-

$$\mathbf{A} = A_r\ \mathbf{a}_r + A_\theta\ \mathbf{a}_\theta + A_\phi\ \mathbf{a}_\phi \qquad (5a\text{-}III)$$

كما يكون أي متجه موضوعي (يبدأ من نقطة الأصل) **r** كما يلي:-

$$\mathbf{r} = r\ \mathbf{a}_r \qquad (5b\text{-}III)$$

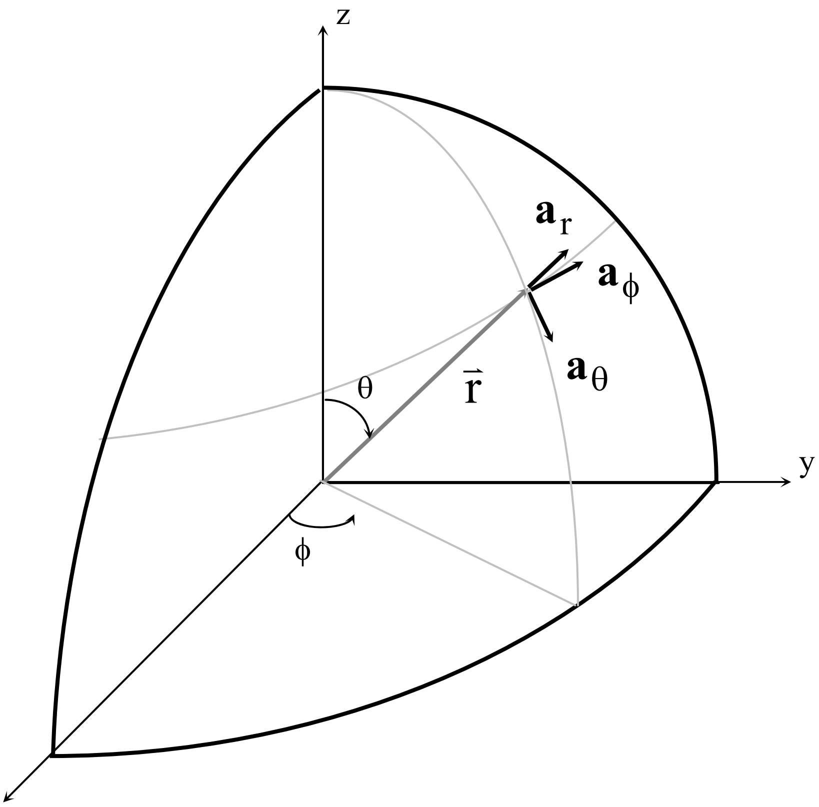
ويعرف الطول **dL** والمساحة **dS** والحجم dV التفاضلي للإحداثيات الكروية كما يلي:-

$$\mathbf{dL} = d r\ \mathbf{a}_r + r d\theta\, \mathbf{a}_\theta + r \sin\theta\ d\ \phi\ \mathbf{a}_\phi \qquad (6a\text{-}III)$$

$$\mathbf{dS} = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \;\; \mathbf{a}_r \; + \; r \sin\theta \, dr \, d\phi \, \mathbf{a}_\theta + r \, dr \, d\theta \, \mathbf{a}_\phi \qquad (6b\text{-III})$$

$$dV = r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\phi \qquad (6c\text{-III})$$

ويلاحظ أن متجهات الوحدة $\mathbf{a}_r$ و $\mathbf{a}_\theta$ و $\mathbf{a}_\phi$ تغير اتجاهاتها.



الشكل (3-III):- الإحداثيات الكروية.

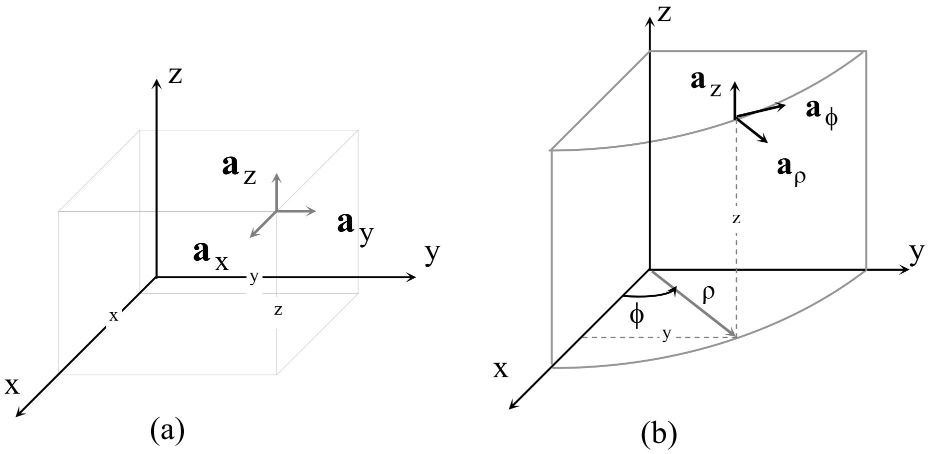
III-4:- التحويل من الإحداثيات الكارتيزية الى الاسطوانية (وبالعكس)

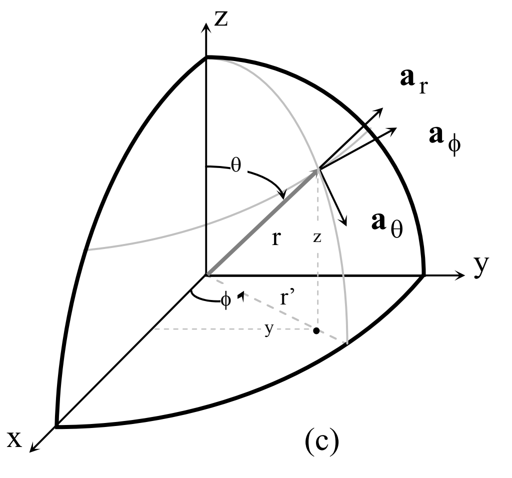
بالنظر إلى الشكل (3-III) فإن عناصر الإحداثيات الكارتيزية (x, y, z) والاسطوانية (ρ, ϕ, z) مرتبطة مع بعضها كما يلي :-

$$x = \rho \cos\phi \qquad \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad (7a\text{-III})$$

$$y = \rho \sin \phi \qquad\qquad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \qquad\qquad (7b\text{-}III)$$

$$z = z \qquad\qquad z = z \qquad\qquad (7c\text{-}III)$$





الشكل (3-III):- الإحداثيات المختلفة (a) الكارتيزية (b) الاسطوانية (c) الكروية.

وإذا كان هناك متجه **A** فيمكن كتابته في الإحداثيات الكارتيزية وذلك كما يلي :-

$$\mathbf{A} = A_x\ \mathbf{a}_x + A_y\ \mathbf{a}_y + A_z\ \mathbf{a}_z \qquad (8a\text{-}III)$$

وفي الإحداثيات الاسطوانية كما يلي:-

$$\mathbf{A} = A_\rho\, \mathbf{a}_\rho + A_\phi\, \mathbf{a}_\phi + A_z\, \mathbf{a}_z \qquad \text{(8b-III)}$$

ولكن متجهات الوحدة في كلا الإحداثيات ترتبط مع بعضها كما يلي:-

$$\mathbf{a}_x = \mathbf{a}_\rho \cos\phi - \mathbf{a}_\phi \sin\phi \qquad \text{(9a-III)}$$

$$\mathbf{a}_y = \mathbf{a}_\rho \sin\phi + \mathbf{a}_\phi \cos\phi \qquad \text{(9b-III)}$$

$$\mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \qquad \text{(9c-III)}$$

أو

$$\mathbf{a}_\rho = \mathbf{a}_x \cos\phi + \mathbf{a}_y \sin\phi \qquad \text{(10a-III)}$$

$$\mathbf{a}_\phi = -\mathbf{a}_x \sin\phi + \mathbf{a}_y \cos\phi \qquad \text{(10b-III)}$$

$$\mathbf{a}_z = \mathbf{a}_z \qquad \text{(10c-III)}$$

وبالتالي فإنه يمكن التعبير عن عناصر **A** الكارتيزية بالاسطوانية وبالعكس كما يلي:-

$$\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\upsilon \\ A_\phi \\ A_z \end{pmatrix} \qquad \text{(11a-III)}$$

أو

$$\begin{pmatrix} A_\rho \\ A_\phi \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \qquad \text{(11b-III)}$$

III-5:- التحويل من الإحداثيات الكارتيزية إلى الكروية (وبالعكس)

ترتبط عناصر الإحداثيات الكارتيزية (x, y, z) والكروية (ϕ, θ, r) مع بعضها ، الشكل (3-III)، كما يلي:-

$$x = r\sin\theta\cos\phi \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad (12a\text{-III})$$

$$y = r\sin\theta\sin\phi \qquad \theta = \cos^{-1}\left(z/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right) \qquad (12b\text{-III})$$

$$z = r\cos\theta \qquad \phi = \tan^{-1}(y/x) \qquad (12c\text{-III})$$

وإذا كان هناك متجه **A** فيمكن كتابته في الإحداثيات الكارتيزية والكروية كما يلي:-

$$\mathbf{A} = A_x\,\mathbf{a}_x + A_y\,\mathbf{a}_y + A_z\,\mathbf{a}_z \qquad (13a\text{-III})$$

$$\mathbf{A} = A_r\,\mathbf{a}_r + A_\theta\,\mathbf{a}_\theta + A_\phi\,\mathbf{a}_\phi \qquad (13b\text{-III})$$

وترتبط متجهات الوحدة في كلا الإحداثيات مع بعضها كما يلي:-

$$\mathbf{a}_x = \mathbf{a}_r\sin\theta\cos\phi + \mathbf{a}_\theta\cos\theta\cos\phi - \mathbf{a}_\phi\sin\phi \qquad (14a\text{-III})$$

$$\mathbf{a}_y = \mathbf{a}_r\sin\theta\sin\phi + \mathbf{a}_\theta\cos\theta\sin\phi + \mathbf{a}_\phi\cos\phi \qquad (14b\text{-III})$$

$$\mathbf{a}_z = \mathbf{a}_r\cos\theta - \mathbf{a}_\theta\sin\theta \qquad (14c\text{-III})$$

أو

$$\mathbf{a}_r = \mathbf{a}_x\sin\theta\cos\phi + \mathbf{a}_y\sin\theta\sin\phi + \mathbf{a}_z\cos\theta \qquad (15a\text{-III})$$

$$\mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_x\cos\theta\cos\phi + \mathbf{a}_y\cos\theta\sin\phi - \mathbf{a}_z\sin\theta \qquad (15b\text{-III})$$

$$\mathbf{a}_\phi = -\mathbf{a}_x\sin\phi + \mathbf{a}_y\cos\phi \qquad (15c\text{-III})$$

وبالتالي فإنه يمكن التعبير عن ارتباط عناصر **A** الكارتيزية بالكروية وبالعكس كما يلي:-

$$\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\phi & \cos\theta\cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\theta\sin\phi & \cos\theta\sin\phi & \cos\phi \\ \cos\theta & -\sin\theta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{pmatrix} \qquad (16a\text{-III})$$

أو

$$\begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \qquad (16b\text{-III})$$

III-6:- العاملات التفاضلية الاتجاهية

(Vector Differential Operators)

1- الإحداثيات الكارتيزية

$$\nabla\psi = \mathbf{a}_x \frac{\partial \psi}{\partial x} + \mathbf{a}_y \frac{\partial \psi}{\partial y} + \mathbf{a}_z \frac{\partial \psi}{\partial z} \qquad \text{(17a-III)}$$

$$\nabla \bullet \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \qquad \text{(17b-III)}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{a}_x \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \mathbf{a}_y \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right)$$

$$+ \mathbf{a}_z \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \qquad \text{(17c-III)}$$

$$\nabla \bullet \nabla \psi = \nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \qquad \text{(17d-III)}$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mathbf{a}_x \nabla^2 A_x + \mathbf{a}_y \nabla^2 A_y + \mathbf{a}_z \nabla^2 A_z \qquad \text{(17e-III)}$$

2:- الإحداثيات الاسطوانية

$$\nabla\psi = \mathbf{a}_\rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \mathbf{a}_\phi \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} + \mathbf{a}_z \frac{\partial \psi}{\partial z} \qquad \text{(18a-III)}$$

$$\nabla \bullet \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \qquad \text{(18b-III)}$$

$$\nabla\times \mathbf{A} = \mathbf{a}_\rho\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) + \mathbf{a}_\phi\left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right)$$

$$+\ \mathbf{a}_z\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\rho}{\partial \phi}\right) \qquad (18c\text{-III})$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial \psi}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \qquad (18d\text{-III})$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \nabla(\nabla\bullet \mathbf{A}) - \nabla\times\nabla\times\mathbf{A}$$

أو

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mathbf{a}_\rho\left(\frac{\partial^2 A_\rho}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\rho}{\partial \rho} - \frac{A_\rho}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 A_\rho}{\partial\phi^2} - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi} + \frac{\partial^2 A_\rho}{\partial z^2}\right)$$

$$+\ \mathbf{a}_\phi\left(\frac{\partial^2 A_\phi}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \rho} - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 A_\phi}{\partial\phi^2} + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial\phi} + \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial z^2}\right)$$

$$+\ \mathbf{a}_z\left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 A_z}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}\right) \qquad (18e\text{-III})$$

3:- الإحداثيات الكروية

$$\nabla\psi = \mathbf{a}_r\frac{\partial \psi}{\partial r} + \mathbf{a}_\theta\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \mathbf{a}_\phi\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial \psi}{\partial \phi} \qquad (19a\text{-III})$$

$$\nabla\bullet\mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 A_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\, A_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi} \qquad (19b\text{-III})$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{\mathbf{a}_r}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi \sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right] + \frac{\mathbf{a}_\theta}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial}{\partial r}(r A_\phi)\right]$$

$$\frac{\mathbf{a}_\theta}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r A_\phi) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right] \tag{19c-III}$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial_r}\left(r^2 \frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} \tag{19d-III}$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \nabla(\nabla \bullet \mathbf{A}) - \nabla\times\nabla\times\mathbf{A}$$

أو

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \mathbf{a}_r\left(\frac{\partial^2 A_r}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial A_r}{\partial r} - \frac{2}{r^2}A_r + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_r}{\partial\theta^2} + \frac{\cot\theta}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} + \right.$$

$$\left.\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 A_r}{\partial\phi^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_\theta}{\partial\theta} - \frac{2\cot\theta}{r^2}A_\theta - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}\right)$$

$$+\mathbf{a}_\theta\left(\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial r} - \frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial\theta^2} + \frac{\cot\theta}{r^2}\frac{\partial A_\theta}{\partial\theta}\right.$$

$$\left. + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial\phi^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} - \frac{2\cot\theta}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}\right)$$

$$+\mathbf{a}_\phi\left(\frac{\partial^2 A_\phi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial r} - \frac{1}{r^2\sin^2\theta}A_\phi + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_\phi}{\partial\phi^2}\right.$$

$$\left. + \frac{\cot\theta}{r^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial\theta} + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}A_\phi + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_\phi}{\partial\theta^2} + \frac{2\cot\theta}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right) \tag{19e-III}$$

6-III:- المتطابقات الاتجاهية

1:- الجمع والضرب

$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{A} = |\mathbf{A}|^2 \quad \text{(20a-III)}$$

$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{A}^* = |\mathbf{A}|^2 \quad \text{(20b-III)}$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A} \quad \text{(20c-III)}$$

$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} = \mathbf{B} \bullet \mathbf{A} \quad \text{(20d-III)}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A} \quad \text{(20e-III)}$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \bullet \mathbf{C} = \mathbf{A} \bullet \mathbf{C} + \mathbf{B} \bullet \mathbf{C} \quad \text{(20f-III)}$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \times \mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{C} + \mathbf{B} \times \mathbf{C} \quad \text{(20g-III)}$$

$$\mathbf{A} \bullet \mathbf{B} \times \mathbf{C} = \mathbf{B} \bullet \mathbf{C} \times \mathbf{A} = \mathbf{C} \bullet \mathbf{A} \times \mathbf{B} \quad \text{(20h-III)}$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \bullet \mathbf{C})\, \mathbf{B} - (\mathbf{A} \bullet \mathbf{B})\, \mathbf{C} \quad \text{(20L-III)}$$

$$\begin{aligned}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \bullet (\mathbf{C} \times \mathbf{D}) &= \mathbf{A} \bullet \mathbf{B} \times (\mathbf{C} \times \mathbf{D}) \\ &= \mathbf{A} \bullet (\mathbf{B} \bullet \mathbf{D}\mathbf{C} - \mathbf{B} \bullet \mathbf{C}\mathbf{D}) \\ &= (\mathbf{A} \bullet \mathbf{C})\,(\mathbf{B} \bullet \mathbf{D}) - (\mathbf{A} \bullet \mathbf{D})\,(\mathbf{B} \bullet \mathbf{C}) \quad \text{(20j-III)}\end{aligned}$$

$$(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \times (\mathbf{C} \times \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \times \mathbf{B} \bullet \mathbf{D})\, \mathbf{C} - (\mathbf{A} \times \mathbf{B} \bullet \mathbf{C})\, \mathbf{D} \quad \text{(20k-III)}$$

2:- التفاضل

$$\nabla \bullet (\nabla \times \mathbf{A}) = 0 \quad \text{(21a-III)}$$

$$\nabla \times \nabla \psi = 0 \quad \text{(21b-III)}$$

$$\nabla (\phi + \psi) = \nabla\phi + \nabla\psi \quad \text{(21c-III)}$$

$$\nabla (\phi \psi) = \phi\nabla\psi + \psi\nabla\phi \quad \text{(21d-III)}$$

$$\nabla \bullet (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \nabla \bullet \mathbf{A} + \nabla \bullet \mathbf{B} \quad \text{(21e-III)}$$

$$\nabla \times (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \nabla \times \mathbf{A} + \nabla \times \mathbf{B} \quad \text{(21f-III)}$$

$$\nabla \bullet (\psi \mathbf{A}) = \mathbf{A} \bullet \nabla \psi + \psi \nabla \bullet \mathbf{A} \quad \text{(21g-III)}$$

$$\nabla \times (\psi\, \mathbf{A}) = \nabla\, \psi\; \times \mathbf{A} + \psi\, \nabla \times \mathbf{A} \qquad \text{(21h-III)}$$

$$\nabla(\mathbf{A} \bullet \mathbf{B}) = (\mathbf{A} \bullet \nabla)\mathbf{B} + (\mathbf{B} \bullet \nabla)\mathbf{A} + \mathbf{A} \times (\nabla \times \mathbf{B}) + \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \qquad \text{(21i-III)}$$

$$\nabla \bullet (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \bullet\; \nabla \times \mathbf{A} - \mathbf{A} \bullet \nabla \times \mathbf{B} \qquad \text{(21j-III)}$$

$$\nabla \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{A} \nabla \bullet \mathbf{B} - \mathbf{B}\, \nabla \bullet \mathbf{A} + (\mathbf{B} \bullet \nabla)\, \mathbf{A} - (\mathbf{A} \bullet \nabla)\mathbf{B} \qquad \text{(21k-III)}$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \bullet \mathbf{A}) - \nabla^2\, \mathbf{A} \qquad \text{(21L-III)}$$

3:- التكامل

$$\oint_C \mathbf{A} \bullet \mathbf{dl} = \iint_S (\nabla \times \mathbf{A}) \bullet \mathbf{dS} \qquad \text{(22a-III)}$$

$$\oiint_S \mathbf{A} \bullet \mathbf{dS} = \iiint_V (\nabla \bullet \mathbf{A})\; dV \qquad \text{(22b-III)}$$

$$\oiint_S (\mathbf{n} \times \mathbf{A})\, \mathbf{dS} = \iiint_V (\nabla \times \mathbf{A})\; dV \qquad \text{(22c-III)}$$

$$\oiint_S \psi\, \mathbf{dS} = \iiint_V \nabla\, \psi\; dV \qquad \text{(22d-III)}$$

$$\oint_C \mathbf{dL} = \iint_S \mathbf{n} \times \nabla \psi\; dS \qquad \text{(22e-III)}$$

حيث إن $\mathbf{a}_n \equiv \mathbf{n}$ ويمثل العمودي على السطح S.

الملحق IV:- دوال بيسيل

(Bessel Functions)

يمكن كتابة معادلة بيسل كما يلي:-

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{d_y}{d_x} + (x^2 - \nu^2)\, y = 0 \qquad (1\text{-IV})$$

وحل هذه المعادلة هو كما يلي :-

$$y(x) = A_1\, J_\nu(x) + B_1\, J_{-\nu}(x) \qquad (2a\text{-IV})$$

إذا كانت ν ليست مساوية للصفر أو لعدد صحيح أو

$$y(x) = A_2\, J_n(x) + B_2\, Y_n(x) \qquad (2b\text{-IV})$$

إذا كانت ν عدد صحيح $\nu = n$ أو صفراً

حيث إن

$$J_{\pm\nu}(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m\, (x/2)^{2m+\nu}}{m!\,(m \pm \nu)!} \qquad (3a\text{-IV})$$

$$Y_\nu(x) = \frac{J_\nu(x)\cos(\nu\pi) - J_{-\nu}(x)}{\sin(\nu\pi)} \qquad (3b\text{-IV})$$

$$m! = \Gamma(m+1) \qquad (3c\text{-IV})$$

علماً بأن $J_\nu(x)$ هي دالة بيسل من النوع الأول الرتبة ν و $Y_\nu(x)$ هي دالة بيسل من النوع الثاني و الرتبة ν و $\Gamma(x)$ هي دالة جاما (Gamma Function) .

عندما تكون $\nu = n$ (عدد صحيح) فإن

$$J_{-n}(x) = (-1)^n\, J_n(x) \qquad (4a\text{-IV})$$

وكذلك

$$J_n(-x) = (-1)^n\, J_n(x) \qquad (4b\text{-IV})$$

أما دوال بيسيل للمتغيرات (Arguments) الصغيرة والكبيرة فهي كما يلي :-

$$\left.\begin{aligned} &J_0\ (x) \approx 1 \\ &Y_0\ (x) \approx \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{yx}{2}\right) \\ &y = 1.781 \end{aligned}\right\} x \to 0 \qquad (5a\text{-}IV)$$

$$\left.\begin{aligned} &J_\nu\ (x) \approx \frac{1}{\nu!} \left(\frac{x}{2}\right)^\nu \\ &Y_\nu\ (x) \approx \frac{(\nu - 1)!}{\pi} \left(\frac{2}{x}\right)^\nu \end{aligned}\right\} \begin{matrix} x \to 0 \\ \nu > 0 \end{matrix} \qquad (5b\text{-}IV)$$

$$\left.\begin{aligned} &J_\nu\ (x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi\, x}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4} - \frac{\nu\pi}{2}\right) \\ &Y_\nu\ (x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi\, x}} \sin\left(x - \frac{\pi}{4} - \frac{\nu\pi}{2}\right) \end{aligned}\right\} x \to \infty \qquad (5c\text{-}IV)$$

في حالة انتشار الموجات فمن الأنسب استخدام دوال هانكل والتي ترتبط مع دوال بيسل كما يلي:-

$$H_\nu^{(1)}\ (x) = J_\nu(x) + j\, Y_\nu(x) \qquad (6a\text{-}IV)$$

$$H_\nu^{(2)}\ (x) = J_\nu(x) - j\, Y_\nu(x) \qquad (6b\text{-}IV)$$

حيث إن $H_\nu^{(1)}$ هي دالة هانكل من النوع الأول والرتبة ν و $H_\nu^{(2)}$ هي دالة هانكل من النوع الثاني والرتبة ν.

وللمتغيرات الكبيرة فإنها تصبح كما يلي:-

$$H_\nu^{(1)}\ (x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\ e^{j[x - \nu(\pi/2) - \pi/4]} \quad x \to \infty \qquad (7a\text{-}IV)$$

$$H_\nu^{(2)}\ (x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\ e^{-j[x - \nu(\pi/2) - \pi/4]} \quad x \to \infty \qquad (7b\text{-}IV)$$

الملحق V:- مخطط سميث

(Smith Chart)