د . فاروق كامل تقـلا

مدرس في جامعة قسنطينة

# مقدمة في الضوء والأمواج الكهرطيسية

ديوان المطبوعات الجامعية

الجزائر

# مقدمة

يتضمن هذا الكتاب موضاعات في الضوء والامواج الكهرطيسية . ومع أن الضوء بمفهومه الدارج ، يعني الضوء المرئي الذي يشغل مجالا ضيقا من طيف الامواج الكهرطيسية العريض ، فإن ايراد كلمة ضوء في عنوان هذا الكتاب ، يعني تأكيدا على هذا المجال الطيفي بالذات ، لكثرة التعامل معه في حياتنا العادية . بالاضافة الى معالجة بعض الظواهر الفيزيائية والمنظومات البصرية استنادا الى مفهوم الضوء الهندسي ، حيثما أمكن ذلك ، دون ارتكاب خطأ كبيرا في تلك المعالجة .

لقد قسمت هذا الكتاب الى ثمانية فصول : يحوي الفصل الأول على دراسة لتداخل الامواج الضوئية ، مع ايراد الكيفية التي تمكّن من تحقيق هذه الظاهرة تجريبيا . بالاضافة الى عرض لبعض الأجهزة الفيزيائية التي تستخدم في حياتنا العملية لاستثمار هذه الظاهرة . ويتضمن الفصل الثاني دراسة بعض الظواهر الانعراجية بنفس ترتيب الفصل الاول . وقد عمدت في بعض المواقع الى الدراسة الكمية الرياضية ، بينما اكتفيت في مواقع اخرى بتفسير كيفي مع التأكيد على المغزى الفيزيائي .

يحتوي الفصل الثالث على عرض سريع لقوانين الضوء الهندسي ، مع دراسة لعدد من المنظومات البصرية التي نصادفها في حياتنا العملية .

وأعطيت في الفصل الرابع عرضا للمفاهيم الفوتومترية التي طالما أغفلت في الكتب باللغة العربية ، مما أدى الى الخلط في كثير من الأحيان بين هذه المفاهيم .

أما الفصل الخامس فقد ضمنته عرضا كيفيا أكثر منه كميا لبعض ظواهر استقطاب الضوء ، ذلك لأن الدراسة الكمية لهذه الظاهرة الهامة تتطلب تقديما رياضيا لمفهوم الحقل الكهرطيسي والامواج الكهرطيسية وتفاعلاتها المتبادلة مع الأوساط المادية . وهذه الموضوعات تضمنتها الفصول الاخيرة (السادس والسابع والثامن) .

وهكذا عدت لطرح ظاهرة الاستقطاب في الفصل الثامن ، الذي حوى أيضا دراسة لبعض ظواهر الضوء اللاخطي .

إن القسط الأكبر من الجهد الذي بذلته في اعداد هذا الكتاب، إنصب على اختيار التمارين والتطبيقات المناسبة للمواضيع النظرية المطروحة . فقد ورد في نهاية كل فصل عدد من التمارين المحلولة تكمل وتوضح ماتضمنه ذلك الفصل .

لقد أعد هذا الكتاب بما يتناسب مع مستوى طلبة السنة الجامعية الثانية لمعاهد الفيزياء والمدارس العليا للأساتذة ، وهكذا لابد للدارس فيه من أن يكون ملماً بالقوانين الأساسية للكهرباء والمغناطيسية .

أخيرا أتوجه بشكري لكل من ساهم في إعداد هذا الكتاب، وأخص بالذكر طلبة معهد الفيزياء في جامعة قسنطينة لمشاركتهم في حل التمارين . وإذ لاأدعي الكمال في عملي هذا ، أرجو جميع الدارسين والزملاء إبداء ملاحظاتهم المفيدة حيثما أمكن ذلك لكي أتداركها مستقبلا . والله ولي التوفيق .

د . فاروق كامل تقلا

قسنطينة : 20 _ 05 _ 1988

# الفصل الأول

## التداخل

### 1 ـ القوانين الاساسية للحوادث الموجية .

سوف ندعو أية حادثة اهتزازية منتشرة في الفضاء "موجة" .
وتتضمن العبارة التحليلية للموجة الاحداثيات المكانية والزمن وهكذا فإن الموجة حادثة زمكانية ( زمانية ـ مكانية ) ، لذلك لايمكن تمثيل الموجة على شكل منحني ثلاثي البعد . ونمثل عادة تابعية المقدار المهتز ـ بيانيا ـ للاحداثيات ،مفترضين أن الزمن ثابت ، وكأننا نسجل صورة لحظية للحادثة الموجية . أو نمثل التابعية للزمن ، مفترضين أن دراسة الحادثة تتم في نقطة ثابتة من الفضاء .

ويسمح لنا تعريف الموجة كحادثة دورية في الفضاء والزمن ،الاستنتاج بأن تابعية المقدار للاحداثي $x$ والزمن $t$ ، يجب أن تتميز بأن هذين المتحولين يشكلان التركيب :

$$t - \frac{x}{v} \qquad (1\_1)$$

حيث $v$ سرعة انتشار الاضطراب الموجي وفق المحور $x$ .

وتستنبط صحة هذا التأكيد من أن قيمة المقدار المهتز في الحادثة الموجية في نقطة الملاحظة $x$ يجب أن تساوي قيمة هذا المقدار في نقطة تبعد عن $x$ بزمن الانتشار أي بـ $\frac{x}{v}$ .

بعبارة اخرى ، إن قيمة المقدار المهتز في النقطة $x$ تساوي قيمته في مبدأ الاحداثيات ( أوأية نقطة مفروضة اخرى ) في اللحظة الزمنية التي تسبق لحظة التحديد بالزمن $\frac{x}{v}$ ، أي أن قيمة المقدار المدروس في النقطة $x$ تساوي تلك القيمة التي ملكها المقدار في النقطة $x = 0$ قبل زمن قدره $\frac{x}{v}$.

اذا عرّفت الموجة بالزمن واحداثي وحيد ( أوأي اتجاه اختياري ثابت ) فإن هذه الموجة تدعى بالموجة المستوية ، لأن المقدار المهتز في لحظة زمنية معطاة يملك نفس القيمة في مستوي لانهائي معامد لاتجاه الانتشار . وهذا يدل بشكل قاطع على عدم وجود موجة مستوية في الطبيعة ، ذلك لأن الموجة التي تشغل جبهة مستوية لامتناهية في الكبر يجب أن تحمل طاقة لانهائية .غير أن هذا لايمنع من استعمال الحلول على شكل موجة مستوية،لأنها تمثل بشكل جيد الظواهر الموجية

في منطقة بعيدة عن المنابع ، اضافة إلى أن الكثير من الحوادث الموجية الحقيقية الناشئة عن منابع نقطية أو ممطوطة ( جبهاتها الموجية كروية أو اسطوانية ) يمكن تمثيلها على شكل تركيب لعدد لانهائي من الامواج المستوية ( على شكل تكامل للامواج المستوية ) .

ويكون حل معادلات ماكسويل على شكل مجموع امواج مستوية صحيحا، إذا كان ذلك الحل تابعا واصفا للموجة المستوية . وهذا ينتج عن خطية معادلات ماكسويل ، فمن اجل المعادلات الخطية يعتبر مجموع الحلول حلا أيضا .

من المعلوم، أن اختصار $\vec{E}$ أو $\vec{H}$ من معادلات ماكسويل يقود الى المعادلة الموجية :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \qquad (1\text{-}2)$$

حيث $f$ مركبة الحقل $\vec{E}$ أو $\vec{H}$ ، و $v$ سرعة انتشار الموجة .

إذا قمنا بأخذ المركبة $x$ ،على سبيل المثال ، للشعاع $\vec{E}$ من الموجة المنتشرة وفق المحور $z$ ، فإن المعادلة الموجية الموافقة تأخذ في الجملة الدولية الشكل :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0 \qquad (1\text{-}3)$$

ومنه نستنتج أن سرعة الامواج الكهرطيسية تساوي سرعة الضوء .فنحصل من اجل الخلاء مثلا على

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{36\pi}10^{-9} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 3.10^8 m/s \qquad (1\text{-}4)$$

وأصبحت هذه النتيجة اساس النظرية الكهرطيسية للضوء :

تعتبر الامواج الضوئية أمواجا كهرطيسية كما هو الحال في الامواج الراديوية ، غير أن اطوال هذه الامواج أقصر بكثير ، فهي محصورة في المجال $\lambda_1$ الى $\lambda_2$ :

الضوء البنفسجي $\lambda_1 = 0,4\ MKM$ ـ الضوء الاحمر $\lambda_2 = 0,8\ MKM$ .

توصف كثافة تدفق طاقة الموجة الكهرطيسية ـ كما سنرى ذلك لاحقا ـ بشعاع باونتنغ

$$\vec{\gamma} = \frac{c}{4\pi}\vec{E} \wedge \vec{H} \qquad (1\text{-}5)$$

وبما أن $\vec{H} = \vec{n} \wedge \vec{E}$ ، $\vec{E} = \vec{H} \wedge \vec{n}$ حيث $\vec{n}$ شعاع الواحدة في اتجاه

الانتشار ، فإن القيمتين المطلقتين للشعاع المغناطيسي والشعاع الكهربائي متساويتان :

$$|\vec{H}| = |\vec{E}| \qquad (1\text{-}6)$$

وبالتالي تكون القيمة المطلقة لكثافة تدفق الطاقة للموجة الكهرطيسية متناسبة مع مربع السعة لشدة حقل الموجة :

$$|\vec{\gamma}| = \left|\frac{c}{4\pi}\vec{E}\wedge\vec{H}\right| = \left|\frac{c}{4\pi}\vec{E}\wedge(\vec{n}\wedge\vec{E})\right| = \left|\frac{c}{4\pi}E^2\vec{n}\right| \qquad (1\text{-}7)$$

ويدعى مربع سعة شدة الحقل بشدة الموجة ويرمز لها عادة بـ $I$ .

تملك معادلة الموجة للحادثة الموجية المستوية البسيطة والمنتشرة وفق المحور $X$ الشكل:

$$S = a\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) \qquad (1\text{-}8)$$

حيث يمثل $S$ أي مقدار واصف لحادثة موجية (شدة الحقل ، الازاحة الميكانيكية ، كثافة الغاز في الموجة الصوتية الخ ... ) .

سوف ندعو المقدار

$$I = a^2 \qquad (1\text{-}9)$$

بشدة هذه الموجة .

— تركيب الامواج . نطرح السؤال التالي :ماذا تساوي الشدة الحاصلة عن جمع موجتين $S_1$ و $S_2$ ؟ يمكن التمييز هنا بين حالتين ممكنتين : أولاً-أن يكون متحولا التابعين $S_1$ و $S_2$ مختلفين بمقدار ثابت ،ثانيا- أن يكون الفرق بين المتحولين ، والذي سندعوه بفرق الطور ، تابعا للزمن .

تدعى الامواج في الحالة الاولى بالامواج المترابطة وفي الحالة الثانية بالغير مترابطة .

ندرس في البداية مجموع موجتين مترابطتين

$$S_1 = a\cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v}x\right) = a\cos(\omega t - Kx) \qquad (1\text{-}10)$$

$$S_2 = a\cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v}x + \varphi\right) = a\cos(\omega t - Kx + \varphi)$$

$$S = S_1 + S_2 = a\left[\cos(\omega t - Kx) + \cos(\omega t - Kx + \varphi)\right] =$$

$$= 2a\cos\frac{\varphi}{2}\cos\left(\omega t - Kx + \frac{\varphi}{2}\right) \qquad (1\text{-}11)$$

وهكذا يبدو أن سعة الموجة الحاصلة متعلقة بفرق الطور $\varphi$ ، وشدتها لاتساوي مجموع شدتي الموجتين المحصلتين ، وإنما

$$I = 4a^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} \quad , \quad I \neq a^2 + a^2 \qquad (1\_12)$$

إذا تعرض فرق الطور بين موجتين مختلفتين بالطور فقط الى تغير عشوائي ، فإن ذلك يعتبر مثالا شائعا لاختفاء الترابط . ونحصل في هذه الحالة على الشدة لمجموع مثل هاتين الموجتين بتوسيط العبارة (1_12) :

$$I = 4\overline{a^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}} = 4a^2 \cdot \frac{1}{2} = 2a^2 \qquad (1\_13)$$

وهكذا تكون شدة الموجة الحاصلة ،في حالة الامواج غير المترابطة ، مساوية الى مجموع شدات الامواج المحصّلة:

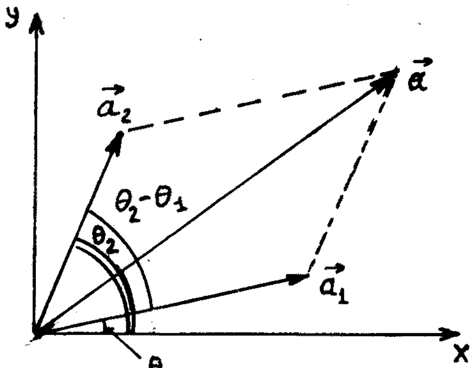
$$I = a^2 + a^2 \qquad (1\_14)$$

نستخدم في حالة جمع موجتين مختلفتين بالسعة والطور :

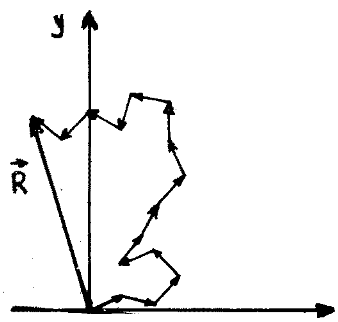
$$S_1 = a_1 \cos(\omega t - kx) = a_1 \cos\theta_1$$

$$S_2 = a_2 \cos(\omega t - kx + \varphi) = a_2 \cos\theta_2 \qquad (1\_15)$$

التمثيل البياني للمقدارين $S_1$ و $S_2$ (الشكل 1.1) .ونحصل وفق قاعدة جمع شعاعين يحصران فيما بينهما الزاوية $(\theta_2 - \theta_1)$ على :



شكل 1.1



شكل 1.2

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \qquad (1\_16)$$

أو

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\theta_2 - \theta_1) \qquad (1\_17)$$

اذا كانت الموجتان غير مترابطتين والقيمة التوسيطية لتجيب فرق الطور معدومة فإن : $I = I_1 + I_2$

مثلا : في حالة مجموعة من الامواج عددها $n$ متساوية في السعة

ومختلفة عشوائيا في الطور (الشكل 1.2) ،نستطيع أن نكتب بعد اسقاط كل من هذه الامواج على المحورين X و Y :

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

حيث

$$R_x = a\cos\varphi_1 + a\cos\varphi_2 + a\cos\varphi_3 + \dots =$$

$$= a\sum_{i=1}^{n}\cos\varphi_i \quad , \quad R_y = a\sum_{i=1}^{n}\sin\varphi_i$$

ومنه

$$R_x^2 = a^2\left(\sum_1^n \cos\varphi_i\right)^2 =$$

$$= a^2\left[\sum_{i=1}^{n}\cos^2\varphi_i + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\cos\varphi_i \sum_{j=1}^{n}\cos\varphi_j\right]$$

وتتراوح قيم $\cos\varphi_i$ بين 1+ و 1- في الحالة العشوائية ويكون حاصل مجموع الحد الثاني من الطرف الايمن معدوما . وهكذا يبقى لدينا

$$\sum^n \cos^2\varphi_i = n\overline{\cos^2\varphi}$$

أي أن

$$n\overline{\cos^2\varphi} = \frac{n}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos^2\varphi\, d\varphi = n\overline{\sin^2\varphi} = \frac{n}{2}$$

أخيرا فان الشدة الحاصلة تساوي مجموع الشدات المحصلة $R^2 = na^2$ .

ويتعلق فرق الطور في بعض الحالات ،بفرق المسار الذي تسلكه الموجتان :

$$\theta_1 = \omega t - Kx_1 \quad , \quad \theta_2 = \omega t - Kx_2 + \varphi$$

$$\theta_2 - \theta_1 = K(x_1 - x_2) + \varphi \qquad (1\text{–}18)$$

وتتغير في هذه الحالة الشدة ،وفقا للعلاقة (1–17) ،بتابعية المقدار $K(X_1 - X_2)$ بشكل دوري بين القيمتين $I_{min}$ و $I_{max}$، فمن أجل $\varphi = 0$ يكون

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad , \quad I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \qquad (1\text{–}19)$$

في الحالة الخاصة أي من اجل $I_1 = I_2$،تكون النهاية الصغرى للشدة الحاصلة معدومة ، والنهاية العظمى تساوي $4I_1$، ويدعى الفضل $x_1 - x_2$ بفرق المسير ويرمز له $\Delta$ .

ونحصل على فرق الطور $\theta_\Delta$ بضرب فرق المسير $\Delta$ بالعدد الموجي $K$:

$$\theta_\Delta = K\Delta = \frac{\omega}{v}\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta \qquad (1\text{–}20)$$

ويلاحظ أن شدة الموجة الحاصلة تكون عظمى اذا كان فرق الطورمعدوما أو مساويا لعدد صحيح من $2\pi$.ونستطيع كتابة العلاقة التالية من

اجل فرق المسير :

$$\frac{2\pi}{\lambda} = m \cdot 2\pi \quad (m = 0, 1, 2, ---) \qquad (1\_21)$$

أو

$$\Delta = m\lambda \qquad (1\_22)$$

وبالتالي اذا كان فرق المسير بين موجتين مترابطتين محصلتين مساويا عددا صحيحا من طول الموجة ، فإن شدة الموجة الحاصلة تكون عظمى.

ويتضح أن الشدة تأخذ قيمة صغرى من اجل فرق في المسيرقدره عددصحيح من انصاف طول الموجة

$$\Delta = m\,\lambda/2 \qquad (1\_23)$$

## 2 ـ تداخل الامواج المترابطة

عند انتشار الامواج المترابطة في الأوساط المختلفة ،يتعلق فرق الطور فيما بينها والذي يسببه فرق المسير بسرعة انتشار الامواج في تلك الأوساط . وتدعى نسبة سرعة الموجة في الخلاء الى سرعتها في الوسط المادي بقرينة الانكسار للوسط . لنرمز لسرعة الموجة (الضوء) في الخلاء بـ $c$ ، وللسرعة في الوسط بـ $v$ ، فتكون قرينة الانكسار $n$ :

$$n = c/v \qquad (2\_1)$$

نوجد الآن تغير طور الموجة الذي يسببه عبورها في وسط ما بالمسافة $d$ ، حيث سرعة انتشارها في ذلك الوسط هي $v$ .

وفقا للعلاقة (1ـ20) يكون تغير الطور $\Delta\theta$ مساويا جداء العدد الموجي $K$ بفرق المسير $\Delta$ ، أي أنه في حالتنا

$$\Delta\theta = K \cdot d \qquad (2\_2)$$

لنوجد العدد الموجي :

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi\nu}{v} \qquad (2\_3)$$

نعوض عن $v = \frac{c}{n}$ فنحصل على

$$K = \frac{2\pi\nu}{c} n \qquad (2\_4)$$

وبملاحظة أن $\frac{c}{\nu_0}$ تمثل طول الموجة في الخلاء $\lambda_0$ ، يكون :

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} n \qquad (2\_5)$$

وبالتالي يعين فرق الطور بالعبارة

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{\lambda_0} n\,d \qquad (2\_6)$$

هكذا نلاحظ دخول جداء فرق المسير في قرينة الانكسار بتعريف فرق الطور في مكان فرق المسير . ويدعى الجداء السابق بفرق المسير

الضوئي ، أوطول المسار الضوئي . وبالتالي لكي نحسب فرق الطور عند انتشار الموجة في وسط قرينة انكساره $n$ ، يجب أن نأخذ جداء العدد الموجي في طول المسار الضوئي . واذا عبرت الموجة مجموعة من الأوساط المختلفة بقرائن انكسارها $n_1$ ، $n_2$ ، $n_3$ ، ... فإن تغير طور هذه الموجة الذي يحدثه فرق المسير ، يكون مساويا لجداء العدد الموجي في مجموع المسارات الضوئية :

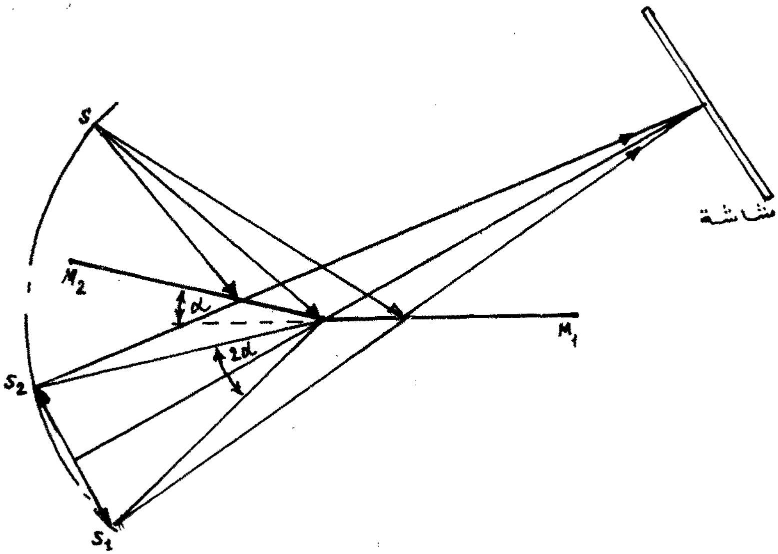
$$\Delta \theta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_1 d_1 + n_2 d_2 + ----) \tag{2-7}$$

حيث $d_1$ ، $d_2$ ، $d_3$ الخ .. هي الاطوال الهندسية للمسارات في الاوساط المختلفة .

وتسمح العلاقة الأخيرة بحساب الشدة الحاصلة لامواج مترابطة تنتشر من المنابع الى نقطة الملاحظة عبر عدد من الاوساط المختلفة بقرائن انكسارها .ولا يوجد في الطبيعة منابع مترابطة ، غير أنه في الامكان الحصول عليها صنعيا .

نعرض بعض الطرق التقليدية للحصول على المنابع المترابطة :

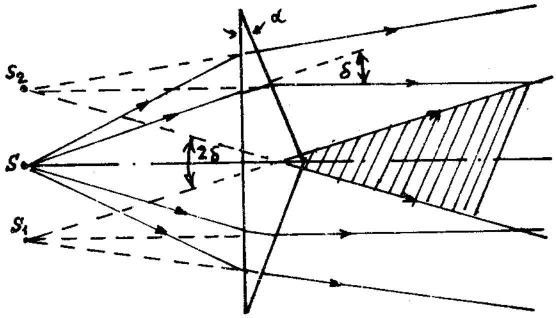
آ . مرآتا فرنل . اذا تموضعت مرآتان مستويتان تصنعان فيما بينهما زاوية قريبة من 180 درجة،كما هو مبين على الشكل 1.3 ، فإنهاتين المرآتين تشكلان للمنبع S الموضوع أمامهما خيالين وهميين $S_1$ و $S_2$ ويدرك الملاحظ الموجود أمام المرآتين هذين الخيالين ، كباعثين




شكل 1.3

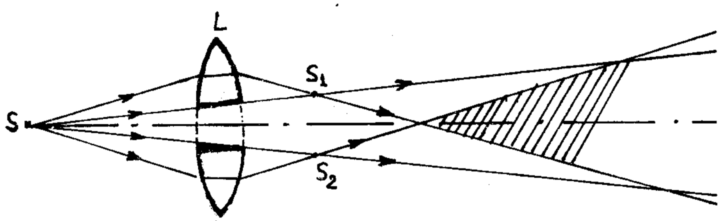
للامواج المترابطة منفصلين مكانيا .ويؤمن الترابط هنا ، كما هو الحال في كثير من الترتيبات الاخرى ، بكون الاشعة الحقيقية تتولد عن منبع وحيد . وبالتالي تكون الامواج التي تبدو كأنها صادرة عن خياليه $S_1$ و $S_2$ مختلفة بالطور فقط . ويحدث ، كما هو مبين على الرسم ، في المنطقة المخططة تداخل (تراكب) للامواج المنعكسة عن المرآتين ، غير أن مسار الاشعة يكون تماما كما لو أنها صدرت عن المنبعين $S_1$ و $S_2$

ب. موشورا فرنل . يوزع في هذه الحالة ايضا منبع وحيد $S$ صنعيا الى منبعين وهميين ، ولكن باستخدام موشورين (الشكل 1.4) .ويلاحظ المراقب الموجود الى اليمين من الموشورين الضوء في المنطقة المخططة على أنه مجموع اشعة منبعين مترابطين $S_1$ و $S_2$ (مع ملاحظة أن انحراف الاشعة في حالة المواشير الرقيقة تعطى بالعلاقة ( $\delta = \alpha(n-1)$ ) .




شكل 1.4

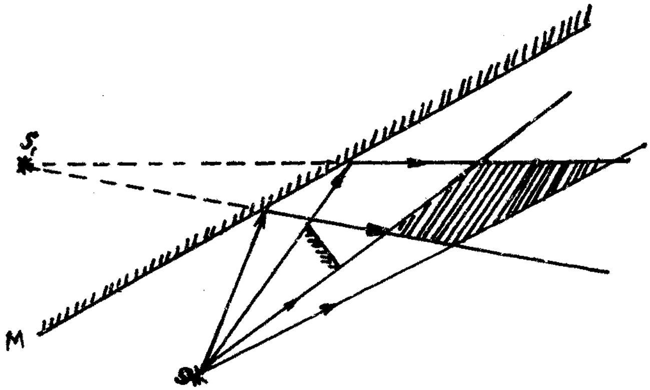
ج . عدسة بييه المشطورة . إن هذا الترتيب يماثل ترتيب موشورا فرنل غير أنه يستعمل بدلا من الموشورين عدسة مقربة مشطوره (شكل 1.5)




شكل 1.5

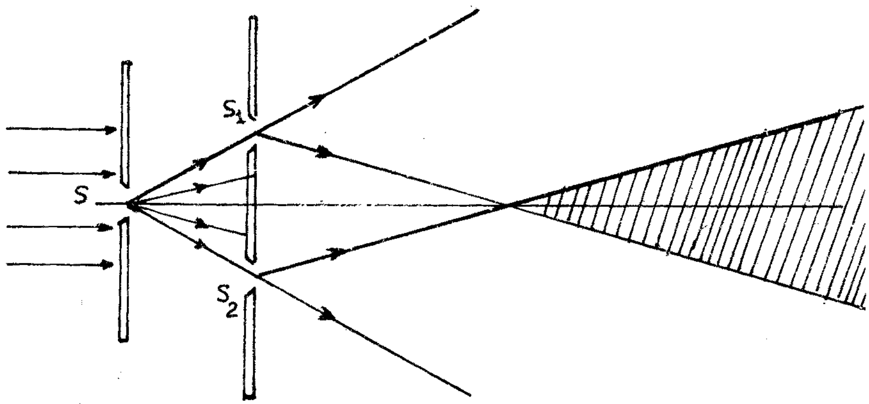
د . مرآة لويد . إذا كان التداخل يحدث في الترتيبات التي وردت سابقا بين الاشعة الصادرة عن خيالين وهميين أو حقيقين ، فإن التداخل باستخدام مرآة لويد يحصل بين الاشعة الصادرة عن منبع حقيقي وخياله .

الوهمي . ونبلغ هذا الهدف باستخدام مرآة مستوية تسقط عليها حزمة ضوئية بشكل مائل من المنبع S ( الشكل 1.6 ) .ويحدث تداخلامواج




شكل 1.6

الضوءالصادرة عن المنبع S وعن خياله $S_1$ في المنطقة المخططه منالرسم ه . شقا يونغ . يستخدم في هذه الطريقة شق ضيق S مضاء من اليسار بضوء ساطع (الشكل 1.7) . ويسقط الضوء النافذ من الشق S على الشقين المتوازيين $S_1$ و $S_2$ واللذين يبعدان عن بعضهما بعدا صغيرا . وهكذا يصبح هذان الشقان منبعين للامواج المترابطة .




شكل 1.7

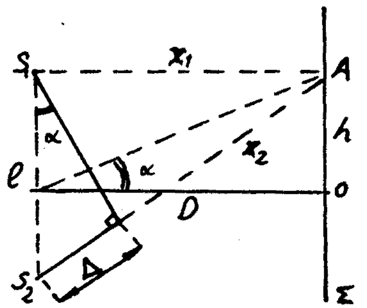
وتتعلق طريقة يونغ بظواهر ضوئية أكثر تعقيدا من التداخل بمفرده

حيث يرافق بالتواء الامواج الضوئية عند حدود الحواجز (الانعراج) . وسوف ندرس الانعراج لاحقا . وتلقى طريقة يونغ استخداما واسعا في الاعمال والبحوث التطبيقية المرتبطة باستغلال ظاهرة التداخل .

هكذا اذا أوجدنا بواسطة أية طريقة من الطرق السابقة منبعين مفصولين مكانيا ومترابطين ، فإن الحصول على لوحة تداخلية على سطح مضاء بهذين المنبعين لايتطلب عناء كبيرا .

ندرس الان كيف تكون اضاءة شاشة مستوية $\Sigma$ مضاءة بواسطة المنبعين المترابطين $S_1$ و $S_2$ الموجودين في مستوي يوازي الشاشة (الشكل 1.8) .

نأخذ نقطة اختيارية $A$ على الشاشة ، تبعد عن مبدأ الحساب (النقطة $O$ ) بالمسافة $h$ . تمثل النقطة $O$ نقطة تقاطع الناظم المقام من منتصف المستقيم الواصل بين المنبعين المترابطين ،مع الشاشة ،وهذا يعني أن الطول $D$ يمثل البعد بين مستوي الشاشة ومستوي المنبعين المترابطين .




شكل 1.8

إذاكان $\ell \ll D$ و $h \ll D$ وهذا يتحقق غالبا في التطبيقات العملية فإن

$$\frac{h}{D} \approx \frac{\Delta}{\ell} \qquad (2\text{-}8)$$

ومن هنا ينتج أن فرق المسير $\Delta$ الذي يحدث فرقا في الطور في النقطة $A$ بين الامواج الواردة من $S_1$ و $S_2$ يعطى بالعلاقة

$$\Delta \approx \frac{\ell h}{D} \qquad (2\text{-}9)$$

فاذاشكل فرق المسير فرقا في الطور مقداره عددا صحيحا من $2\pi$ فإن الامواج تصل الى $A$ على التوافق في الطور وتقوي كل منها الاخرى ، أما إذا كان فرق الطور عددا فرديا من $\pi$ يحدث في هذه الحالة انطفاء أو خبو في الامواج . لنكتب الآن شرط تشكل النهايات العظمى والصغرى

لشدة الاضاءة على الشاشة بتابعية فرق المسير $\Delta$ . فمن اجل النهايات العظمى يجب أن يتحقق الشرط $(m=0,1,2..)$ $\Delta\theta = K\Delta = m.2\pi$

أي $\frac{2\pi}{\lambda}\Delta = m.2\pi$ أو $\Delta = m\lambda$ (2-10)

وبشكل مشابه يكون شرط تشكل النهايات الصغرى هو :

(2-11) $\Delta = m\frac{\lambda}{2} \qquad m=(1,3,5,7,...)$

ويمكن كتابة الشرطين (10) و(11) على الشكل :

(عدد زوجي) $\Delta = m\frac{\lambda}{2}$ if $m=0,2,4,..$ نهاية عظمى

( عدد فردي ) $\Delta = m\frac{\lambda}{2}$ if $m=1,3,5,..$ نـهاية صغرى

لكي نعين شدة الضوء في النقطة $A$ ، نعوض في العلاقة (12-1) قيمة فرق الطور التي حصلنا عليها في مسألتنا (العلاقة 9 ) ،فنجد

$$I = 4a^2\cos^2\frac{\varphi}{2} = 4a^2\cos^2\frac{\pi\ell h}{\lambda D} \qquad (2\text{-}13)$$

أو

$$I = 4a^2\left(1+\cos\frac{2\pi\ell h}{\lambda D}\right) \qquad (2\text{-}14)$$

وتسمح العلاقتان الاخيرتان بايجاد توزع الشدة على الشاشة .ويظهر وجود التجيب في العلاقة (13) أو (14 )،أن الشدة تتغير وفقالتغير $h$ أي البعد عن مركز الشاشة ،بشكل دوري مارة بقيم عظمى وصغرى وبالتالي تتشكل اهداب التداخل .

لايجاد البعد الهدبي ، نحسب المسافة بين نهايتين عظميتين متجاورتين ، مستخدمين العلاقة (10) :

$$\Delta_1 = m\lambda \quad , \quad \Delta_2 = (m+1)\lambda$$

أو

$$\frac{\ell h_1}{D} = m\lambda \quad , \quad \frac{\ell h_2}{D} = (m+1)\lambda$$

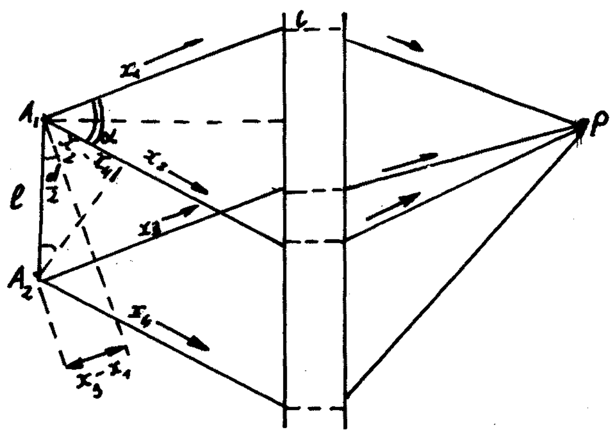
ومنه نجد

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{D}{\ell}\lambda \qquad (2\text{-}15)$$

وتكون العلاقة الاخيرة صحيحة من اجل $D >> \ell$، وذلك وفقا لـ (8) . وتظهر هذه العلاقة أن البعد بين النهايات العظمى المتجاورة يكون من مرتبة طول الموجة مضروبا بالنسبة $D/\ell$ . وبالتالي لكي تكون اهداب التداخل منفصلة ( واضحة ) يجب زيادة $D$ أو $\lambda$ (أوتصغير $\ell$ ).

إذا مثل $S_1$ و$S_2$ منبعين نقطيين فإن هيئة أهداب التداخل يمكن

تحديدها كالتالي : إن شرط تكوين محل هندسي ما للنقاط المالكة لفرق طور متساوي ، هو نفس الشرط للنقاط المالكة لفرق مسير متساوي ، أي لقيم متساوية للفرق $X_2-X_1$ . ويكون المحل الهندسي لمثل هذه النقاط في الفضاء ، بالتعريف ، هو سطح زائد دوراني محوره $S_1S_2$ ومحرقاه $S_1$ و $S_2$ . ويمثل مقطع السطح الزائد بمستوي الشاشة قطع زائد ، وبالتالي تكون اهداب التداخل على شكل قطوع زائدة . وينتج عن الشرط $D \gg \ell$ في الواقع العملي أن اهداب التداخل في مركز الشاشة قريبة الى الخطوط المستقيمة . وتعتبر الحالة التي درسناها للتداخل حالة بسيطة . فاذا كانت الاشعة المتداخلة ناتجة عن منبعين منبسطين، ومرت هذه الاشعة عبر جملة ضوئية لجمعها ، فإن المسألة تتعقد .
لندرس في هذه الحالة الاخيرة الشرط الضروري لتشكل اللوحة التداخلية . لنفرض أن المنبع المنبسط خطي ، طوله $\ell$ ( الشكل 1.9) . تنتشر عنه أشعة مترابطة ، تنفصل بعدئذ بمساعدة جملة ضوئية الى شعاعين يسلكان طريقين مختلفين . يُجمع هذان الشعاعان في النقطة $P$ . اذا




شكل 1.9

كان المنبع نقطيا ، فإن هذا يؤدي الى الحالة التي درسناها آنفا .
أما اذا كان المنبع منبسطا ، فان ذلك يؤدي الى اختلاف في الطور بين الاشعة الصادرة عن ذات المنبع . لندرس بالضبط هذا الاختلاف الذي تسببه الابعاد المحددة للمنبع . نفرض أن الاشعة ترد من النقطة $A_1$ على الجملة الضوئية بزاوية $\alpha$ ، وبعدئذ تلتقي في النقطة $P$ .

ويحدث نفس الشيىء بالنسبة للاشعة الصادرة عن $A_2$ . نقوم الان بحساب فرق المسير من اجل النقطة $A_1$ ، يكون : $\Delta_1 = x_2 - x_1$

ومن اجل النقطة يكون : $\Delta_2 = x_4 - x_3$

نتخذ كمقياس لكي لاتطفىء الامواج الصادرة والآتية من النقطة $A_2$ الامواج الامواج الصادرة عن $A_1$ ، المتراجحة التالية :

$$\Delta_1 - \Delta_2 < \frac{\lambda}{4} \qquad (2\_16)$$

عندئذ نجد $\Delta_1 - \Delta_2 = (x_2 - x_4) + (x_3 - x_1)$

ويمكن أن نضع من اجل الحالات التطبيقية المساوتين التقريبيتين التاليتين :

$$x_3 - x_1 \approx \ell \sin \alpha/2$$

$$x_2 - x_4 \approx \ell \sin \alpha/2 \qquad (2\_17)$$

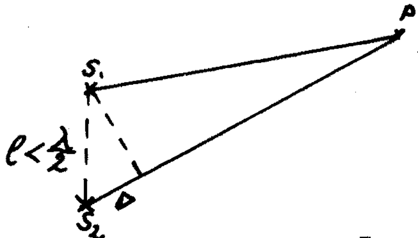
وبالتالي يكون $\Delta_1 - \Delta_2 = 2 \ell \sin \alpha/2$

ويأخذ مقياس تشكل اللوحة التداخلية (16) الشكل الآتي :

$$2\ell \sin \frac{\alpha}{2} < \frac{\lambda}{4} \qquad (2\_18)$$

أي كلما كانت الزاوية $\alpha$ كبيرة كلما وجب أن تكون أبعاد المنبع صغيرة . وتدعى الزاوية $\alpha$ بكوة التداخل ، وتحددها ابعاد الجملة الضوئيـة المستخدمة ، وبعدها عن المنبع . بعبارة اخرى كلما كبرت كوة التداخل كلما وجب أن تصغر ابعاد المنبع .

ندرس في النهاية حالة التداخل عندما يكون البعد بين المنبعين المترابطين اصغر من $\frac{\lambda}{2}$ (الشكل 1.10) . يكون فرق المسار $\Delta$ عندئذ أصغر من $\frac{\lambda}{2}$ ، حيث أن القيمة العظمى $\Delta$ تساوي $\ell$ .



شكل 1.10

إن شدة الضوء في أية نقطة من اللوحة التداخلية $P$ تحدد بالعلاقة

$$I = 4a^2 \cos^2 \frac{k\Delta}{2} \qquad (2\_19)$$

أو

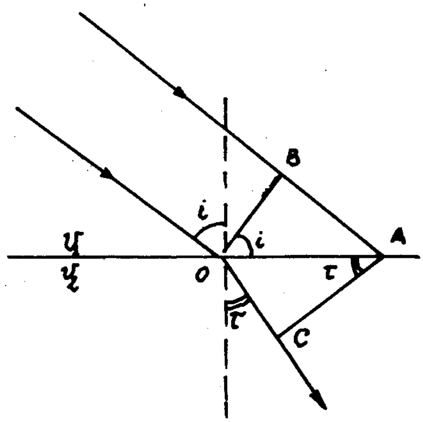
$$I = 4a^2 \cos^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda} \qquad (2\_20)$$

بما أن $\Delta < \frac{\lambda}{2}$ يكون $\cos \frac{\pi\Delta}{\lambda} > 0$ أي أن الشدة $I$ لايمكن أن تكـــون

معدومة . ويمكن بلوغها قيمة عظمى $4a^2$ . ويتهيأ لنا حدوث تناقض حيث أنها تملك من اجل مسافات $\ell > \frac{\lambda}{2}$ قيما صغرى معدومة ، وعند تقريب المنبعين تصبح النهايات الصغرى غير ومدومة ، دون أن تتغير الشدة في النهايات العظمى . وفي الحقيقة لايوجد اي تناقض هنا ، ذلك لأن تقريب المنبعين الى المسافة $\frac{\lambda}{2}$ يؤدي الى زيادة التأثير المتبادل فيما بينهما ، بحيث أن الطاقة الصادرة عنهما في هذه الحالة تختلف عن الطاقة الصادرة عنهما في الحالة الاولى،أي قبل تقريبهما من بعض .

## 3 ـ التداخل في الصفائح والأسافين .

يحدث انكسار للاشعة الضوئية على الحدود الفاصلة بين الاوساط الشفافة المختلفة ، وذلك نتيجة لاختلاف سرعة انتشارها في تلك الأوساط . لندرس حالة موجة مستوية ترد على السطح المستوي الفاصل بين وسطين بزاوية ورود $i$ ، أي الزاوية المحصورة بين اتجاه انتشار الموجة والناظم على سطح الفصل (الشكل 1.11) . نفرض أن سرعة الضوء في الوسط الاول $v_1$ ، وفي الثاني $v_2$.




شكل 1.11

عندئذ يصل جزء الموجة المشار اليه بالحرف $B$ الى السطح الفاصل متخلفا عن الجزء $O$ بزمن مقداره $t$ ، ويقطع المسافة $v_1 t$ ، وخلال هذا الزمن يقطع الجزء $O$ مسافة في الوسط الثاني مقدارها $OC = v_2 t$.

نجد من المثلثين القائمين $OBA$ و $OCA$ أن :

$$OA = \frac{BA}{\sin i} = \frac{v_1 t}{\sin i} \quad , \quad OA = \frac{OC}{\sin \tau} = \frac{v_2 t}{\sin \tau}$$

وبالتالي

$$\frac{v_1}{\sin i} = \frac{v_2}{\sin \tau} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin i}{\sin \tau} \qquad (3\_1)$$

إذا كان الوسط الاول خلاء ، فإن سرعة الضوء فيه تساوي $C$ ، ولتكن سرعته في الوسط المادي الثاني هي $v$ ، عندئذ يكون :

$$\frac{c}{v} = \frac{\sin i}{\sin \tau} = n$$

حيث $n$ قرينة انكسار الوسط المادي ، ومنه

$$n = \frac{\sin i}{\sin \tau} \qquad (3\_1.a)$$

إذا انتشر الضوء في وسط معقد ، فإن قرينة الانكسار ( وبالتالي سرعة الانتشار ) تعتبر تابعا للاحداثيات ، ويمكن الحصول في هذه الحالة على مسار الشعاع استنادا الى مبدأ فيرما الذي ينص على "أن الضوء يسلك مسارا بحيث يتطلب قطع هذا المسار زمنا اصغريا" . وهذا المبدأ عبارة عن تعميم للمعطيات التجريبية ، ويستخدم كأساس لحل المسائل التطبيقية حول انتشار الضوء . نعبر عن هذا الحل تحليليا :
يقطع الضوء خلال زمن $dt$ مسافة $dx$ ، وبالتالي اذا كانت سرعة الانتشار كتابع لـ $X$ هي $v(X)$ ، فإن

$$dx = v(x) \cdot dt$$

أو

$$dx = \frac{c}{n(x)} dt$$

ومنه

$$dt = \frac{1}{c} n(x) \cdot dx$$

ويأخذ مبدأ فيرما الصياغة الرياضية التالية :

$$t = \frac{1}{c} \int_0^x n(x) \cdot dx = min$$

وفي الحالة العامة ، تأخذ العبارة السابقة من اجل مسار اختياري على طريق طوله $L$ ، الشكل التالي :

$$t = \frac{1}{c} \int_0^L n(s) \cdot ds = min$$

تسمح العلاقة ($3\_1.a$) بتفسير تشكل لوحة تداخلية عند انعكاس الضوء على صفيحة رقيقة ، قرينة انكسارمادتها $n$ (الشكل 12. 1) .
لنفرض أن موجة مستوية ترد على مثل هذه الصفيحة بزاوية $i$ . إن الشعاع $1$ ينكسر في النقطة $O$ ، ويبلغ الوجه السفلي للصفيحة وينعكس ليرد الى النقطة $A$ ، حيث يتحد مع الشعاع $2$ المنعكس عن نفس النقطة ، وبالتالي ينطلق من النقطة $A$ شعاعان فرق المسير بينهما $\Delta$ ، ويمكن حسابه اذاعلمنا سماكة الصفيحة $d$ :

$$\Delta = (\overline{OB} + \overline{BA}) n - \overline{DA}$$

بما أن $OB = BA = \ell$ فإننا نحصل من المثلث القائم $OCB$ أو $(BAC)$ ، على

$$\ell = OB = BA = \frac{d}{\cos \tau} \qquad (3\_2)$$

نعبر عن القطعة $OA$ بدلالة مسقط $\ell$ على السطح العلوي للصفيحة فنجد

$$OA = 2\ell \cos\left(\frac{\pi}{2} - \tau\right) = 2\ell \sin \tau \qquad (3\_3)$$

يمكن بالتالي إيجاد $DA$ بسهولة:

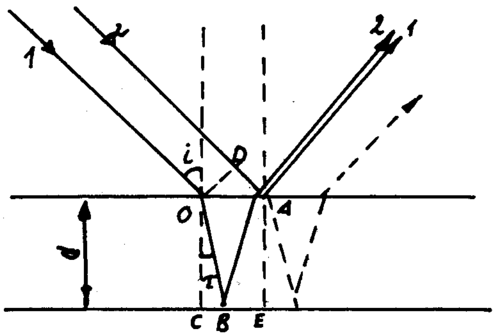
$$DA = OA \cdot \sin i = 2\ell \sin \tau \sin i \qquad (3\_4)$$

ونحصل من تعريف قرينة الانكسار (1.a) على

$$\sin i = n \sin \tau \qquad (3\_5)$$

وبالتالي

$$DA = 2\ell n \sin^2 \tau \qquad (3\_6)$$




شكل 1.12

مما تقدم نحصل على فرق المسير بين الشعاعين 1 و 2 :

$$\Delta = 2 \frac{d}{\cos \tau} n - 2\ell n \sin^2 \tau$$

$$\Delta = 2 \frac{d}{\cos \tau} n - 2 \frac{d}{\cos \tau} n \sin^2 \tau \qquad (3\_7)$$

أو

$$\Delta = 2 \frac{d}{\cos \tau} n (1 - \sin^2 \tau) = 2 d n \cos^2 \tau / \cos \tau$$

$$\Delta = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos \tau \qquad (3\_8)$$

نوجد شرط النهاية العظمى لمجموع الشعاعين 1 و 2 ، أي حالة مساواة فرق الطور لمضاعفات $2\pi$. ويجب في حالتنا هذه أن نأخذ بالحسبان أن الشعاع 2 المنعكس على السطح العلوي للصفيحة يتغير طوره نتيجة لهذا الانعكاس بمقدار $\pi$ (هذا ناتج عن الشروط الحدودية للشعاع $\vec{E}$) ، وبالتالي يحدد التغير الكلي في الطور والمساوي الى مضاعفات $2\pi$ بالمساواة :

$$2 \frac{2\pi}{\lambda} d \cdot n \cdot \cos \tau \mp \pi = m \cdot 2\pi \qquad (3\_9)$$

حيث $m = 0 , 1 , 2 , 3 ...$ .

نختصر هذه المساواة على $\pi$ ونعيد كتابتها بالشكل :

$$2d \cdot n \cos \tau - \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2} \qquad (3\_10)$$

أو

$$2d \cdot n \cos \tau = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$$

تظهر العلاقة الاخيرة أن النهايات العظمى للشدة تنشأ في الضوء المنعكس عن الصفيحة من اجل قيم محددة لـ $\tau$ ( وبالتالي من اجل قيم محددة لـ $i$ ) . إذاوردت على الصفيحة حزمة ضوئية متباعدة ، فإن أهدابا للتداخل تتشكل في الضوء المنعكس عن الصفيحة (العلاقة 11) . وتسمى هذه الاهداب باهداب الميل المتساوي . إذا كان الضوء في هذه الحالة غير وحيد اللون ، فان شرط تشكل النهايات العظمى يمكن ان يتحقق من اجل بعض قيم $\lambda$ ولا يتحقق من اجل القيم الاخرى .وتنشأ مايسمى بأضواء الصفائح الرقيقة التي نشاهدها مثلا على بقع الزيت وفقاعات الصابون .

يتبادر الى الذهن السؤال التالي : لماذا ندعو الصفائح " رقيقة" ؟ إن سماكة الصفيحة $d$ تدخل في العلاقة (11) كبارامتر (مواصف) ، وتيهيأ لنا أنها لاتؤثر على امكانية الحصول على اهداب التداخل .لكي نجيب على السؤال المطروح ،ندرس تشكل نهايتين عظيمتين متجاورتين لشدة الضوء المنعكس ،وذلك في حالة حزمة واردة متباعدة (أي اختلاف قيم $\tau$ ) وضوء غير وحيد اللون ( أي وجود طيف للأطوال الموجية $\Delta\lambda$) .

نكتب شرطي تشكل نهايتين عظيمتين من اجل الزاويتين $\tau_1$ و $\tau_2$ :

$$2d \cdot n \cos \tau_1 = (2m+1) \lambda/2$$

$$2d \cdot n \cos \tau_2 = [2(m+1)+1] \lambda/2 \qquad (3\_12)$$

بطرح العلاقة الاولى من الثانية نجد :

$$2d \cdot n (\cos \tau_2 - \cos \tau_1) = \lambda \qquad (3\_13)$$

أو

$$2d \cdot n \sin \frac{\tau_1 - \tau_2}{2} \sin \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} = \lambda \qquad (3\_14)$$

يمكن كتابة العلاقة الاخيرة بشكل تقريبي :

$$4d \cdot n \sin \frac{\Delta\tau}{2} \sin \tau \approx \lambda \qquad (3\_15)$$

أو

$$4d \cdot n \frac{\Delta\tau}{2} \sin \tau \approx \lambda \qquad (3\_16)$$

أي أن

$$\Delta\tau \approx \frac{\lambda}{2d\cdot n\sin\tau} \qquad (3\_17)$$

تظهر العلاقة (17) أن $\Delta\tau$ تكون صغيرة من اجل قيم كبيرة لـ $d$ ، وهذا يعني أن الاهداب المتجاورة متساوية الميل تكون قريبة جدا من بعضها البعض ، ولايمكن أن تميز بوضوح .

ندرس الآن تأثيرلاوحدانية اللون على نوعية اللوحة التداخلية . لنأخذ نهاية الطيف ( $\lambda + \Delta\lambda$ ) من الرتبة $m$ ومن اجل الميل $\tau_1$، وبداية الطيف ذي الرتبة ( $m+1$ ) والميل $\tau_2$ :

$$2d\cdot n\cos\tau_1 = (2m+1)\,\frac{\lambda+\Delta\lambda}{2}$$

$$2d\cdot n\cos\tau_2 = \left[2(m+1)+1\right]\,\frac{\lambda}{2} \qquad (3\_18)$$

إذاتساوى الطرفان اليمينيان لهاتين العلاقتين ، فإن هذا يعني ان الاشعة غير وحيدة اللون المالكة لنفس الميل ($\tau_1 = \tau_2$) تنطبق فيها النهاية العظمى للموجة ( $\lambda+\Delta\lambda$) ( نهاية الطيف ) على النهاية العظمى للموجة $\lambda$ (بداية الطيف ) ، وتختلف هاتان النهايتان بالرتبة فقط . ويعني هذا في حالة استعمال الاشعة البيضاء ، مثلا ، انطباق النهايات العظمى للضوء الاحمر على العظمى للبنفسجي (لكن من اجل الرتب المتجاورة ). ويعبر عن هذا الشرط بالمساواة :

$$(2m+1)\,\frac{\lambda+\Delta\lambda}{2} = \left[2(m+1)+1\right]\frac{\lambda}{2} \qquad (3\_19)$$

او

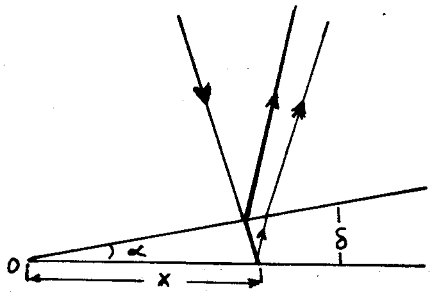
$$\Delta\lambda = \frac{2\lambda}{2m+1} \qquad (3\_20)$$

تظهر العلاقة (20) أنه من اجل قيم كبيرة لـ $m$ (صفائح سميكة )، يجب أن تكون $\Delta\lambda$ صغيرة . بعبارة اخرى : كلما كانت الصفيحة سميكة كلما وجب استخدام ضوء وحيد اللون ( عرض طيفه ضيق جدا ) وذلك للحصول على لوحة تداخلية ، ولكن هذا يؤدي الى فقر في اضاءة تلك اللوحة .

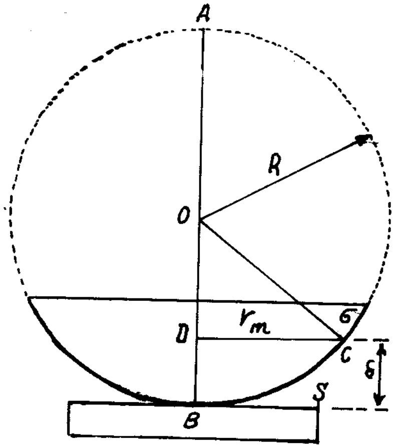
إذا انعكس الضوء على صفيحة وجهاها غير متوازيين ، فإن فرق المسير يتعلق بالاحداثي الذي تتغير وفقه سماكة الصفيحة . وتعتبر الأسافين (الشكل 1.13) مثالا دارجا على هذه الحالة ، أو ماشابهها كشدفة كروية (قطعة من كرة ) قرينة انكسارها $n$ موضوعة على سطح

مستو عاكس (الشكل 1.14) .

تكون الاهداب في حالة الشكل 1.13 مستقيمة عمليا وتوافق خطوط تساوي السماكة وذلك لأن وجهي الصفيحة مستويان .




شكل 1.13




شكل 1.14

إن فرق المسير بين الشعاعين 1 و 2 يكون وفقا للعلاقة (8) مساويا :

$$\Delta = 2n\,\delta \cos \tau$$

وفي حالة الورود القريب من الناظمي $\Delta = 2n\delta$

وتتشكل نهايات عظمى عندما

$$2n\delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \qquad m = 0, 1, 2, \ldots$$

ونجد من الشكل 1.13 أن $\delta = \alpha \cdot x$ حيث $\alpha$ الزاوية بين وجهي الصفيحة، وتكون عادة صغيرة وتقاس بالراديان . نعيد كتابة العلاقة السابقة بالشكل :

$$2n\,x\cdot\alpha = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = \frac{(2m+1)\lambda/2}{2n\alpha} \qquad (3\text{-}21)$$

وتحددهذه العلاقة بعد الهدب المضيىء ذي الرتبة $m$ عن الخط المشترك لوجهي الصفيحة ، فهو اذن على شكل مستقيم يوازي الحرف المشترك .

نعود الى الشكل 1.14 ، ولنفرض أن الضوء يرد الى السطح العلوي للشدفة الكروية . إن هذا الضوء ينعكس جزئيا على السطح الكروي $\sigma$ ، وينفذ جزئيا الى الفجوة الهوائية (الاسفين) ، وبعدئذ ينعكس على السطح المستوي $S$ . نأخذ مسافة اختيارية $r_m$ من الخط المركزي $AB$ الى السطح الكروي. ويساوي الناظم $r_m$ المقام من نقطة واقعة على

محيط الدائرة على قطرها المتوسط الهندسي لقطعتي القطر ، أي :

$$r_m^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DB} = (2R - \delta)\delta \qquad (3\text{-}22)$$

باهمال $\delta^2$، ذلك لأن تقوس الشدفة الكروية في هذه الحالة يفترض صغيرا ، نحصل على :

$$r_m^2 \approx 2R\delta \qquad (3\text{-}23)$$

نحسب الآن فرق المسير بين الشعاعين المنعكسين في النقطة C على السطح الكروي $\sigma$ وعلى السطح S ، آخذين بعين الاعتبار تغير الطور بمقدار $\pi$ ( أو تغير فرق المسير بمقدار $\lambda/2$ ) ، أثناء الانعكاس على الصفيحة :

$$\Delta = 2\delta + \frac{\lambda}{2} \qquad (3\text{-}24)$$

إن شرط النهاية الصغرى للشدة ، أي تشكل هدب مظلم يعطى بالعلاقة

$$2\delta + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (3\text{-}25)$$

أو $\quad 2\delta = m\lambda \quad , (m = 1, 2, 3, \ldots)$

وبالتالي تتموضع الاهداب المظلمة عند الملاحظة من الاعلى على مسافات من المركز تعينها العلاقة

$$r_m = \sqrt{2R\delta} = \sqrt{mR\lambda} \qquad (3\text{-}26)$$

وهكذا تتكون في حقل الرؤيا حلقات مظلمة ومضيئة على الترتيب ، تدعى بحلقات نيوتن . ويمكن ايجاد $\lambda$ تجريبيا بقياس $r_m$ ومعرفة $m$ (نمرة الحلقة ) و $R$ ( نصف قطر الشدفة ) .

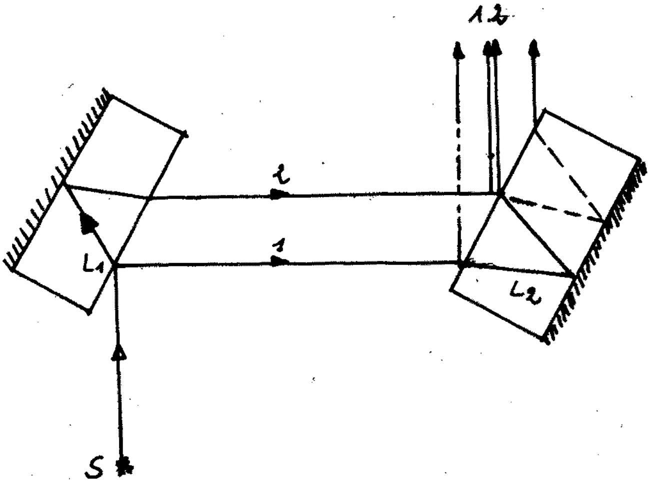
## 4 ـ مقاييس التداخل .

تجد ظاهرة التداخل استخدامات واسعة في العلوم والتطبيقات العملية . حيث أن التغيرات الطفيفة في مسار أحد الشعاعين المتداخلين يؤدي الى تغير ملحوظ في اللوحة التداخلية . وقد قامت على هذا الاساس أدق القياسات للابعاد ، واكتشاف الاشارات ، وبحث الخواص الضوئية للأوساط ولاستخدامات علمية وتطبيقية اخرى للتداخل . وقد سمحت دقة القياسات في الأجهزة التداخلية باجراء بعض التجارب التي بينت عدم تابعية سرعة الضوء لحركة الجملة العطالية (تجربة مايكلسون ) . مما وضع الأساس التجريبي للنظرية النسبية .

تنفذ القياسات التداخلية بواسطة اجهزة تدعى مقاييس التداخل

والتي تتمثل في اجهزة ضوئية تحدث فصلا وجمعا للامواج المترابطة . وتوجد اشكال مختلفة لمقابيس التداخل ، نقـوم بدراسة بعضها .

ــ مقياس جامان التداخلي ( Jamin ) . يعرض الشكل 1.15 مخططا لهذا المقياس ، وهو يتألف من صفيحتين سميكتين $L_1$ و $L_2$ (Interferometers)




شكل 1.15 مخطط مقياس جامان التداخلي

تملكان قاعدتين مرآتيتين ، ومنبعا للضوء S . إن الشعاع الصادر عن المنبع والوارد الى الصفيحة $L_1$ ينعكس جزئيا وينطلق على شكل الشعاع 1 الى الصفيحة الثانية . بينما ينكسر الجزء الاخر من الشعاع ليدخل الى الصفيحة الأولى وينعكس على قاعدتها المرآتية ، وينطلق باتجاه الصفيحة الثانية $L_2$ على شكل الشعاع 2 . وتؤمن الصفيحة $L_2$ جمع هذين الشعاعين اللذين يملكان فرقا في الطور نتيجة لعبور الصفيحتين . وبطبيعة الحال ، إذا كانت الصفيحتان متماثلتين تماما ومتوازيتين والوسط المحصور بينهما متجانسا ، فإن فرق الطور بين الشعاعين 1 و 2 يكون معدوما ، ذلك لأن تخلف الشعاع 2 بعد خروجه من الصفيحة $L_1$ ، يعدله تخلف الشعاع 1 بعد خروجه من الصفيحة الثانية .

اذا كانت الاشعة غير متوازية ( مثلا تصدر عن المنبع S جزمة متباعدة ) ، أو أن الصفيحتين متموضعتان بشكل تحصر معه فيما بينهما زاوية ما ، فان ذلك يؤدي الى نشوء فرق في الطور ، وتلاحظ بالتالي اللوحة التداخلية .

اذا كانت الصفيحتان غير متوازيتين ،مثلا ، ويرد الشعاع على الصفيحة $L_1$ بزاويه $i_1$ ( زاوية الانكسار $\tau_1$) ، وعلى الصفيحة $L_2$ بزاوية $i_2$ (زاوية الانكسار $\tau_2$ ) ، فإنه وفقا للعلاقة (3_8) يكون فرق المسير الضوئي :

$$\Delta = 2d \cdot n \cos \tau_1 - 2d \cdot n \cos \tau_2 \qquad (4\_1)$$

أو

$$\Delta = 4d \cdot n \sin \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} \sin \frac{\tau_1 - \tau_2}{2} \approx$$

$$\approx 2d \cdot n \cdot \sin \tau \cdot \Delta\tau \qquad (4\_2)$$

حيث $\tau = \frac{\tau_1+\tau_2}{2}$ و $\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2$ الزاوية بين الصفيحتين .

تسمح هذه الصيغة بحساب خصائص اللوحة التداخلية الناشئة من اجل $\Delta\tau \neq 0$. ويمكن بمساعدة مقياس جامان أن نقيس قرينة انكسار مادة ما ، وذلك بوضعها في طريق أحد الشعاعين بين الصفيحتين (الشكل 1.15 المادة مرسومة بخط متقطع ) .

بملاحظة تغير اللوحة التداخلية ، الذي تنزاح فيها اهداب التداخل أثناء ادخال المادة المدروسة بمقدار $m$ هدب مثلا .ويعني هذا أن فرق المسير الضوئي قدتغير بمقدار $m$ طول موجة،أي أن :

$$(n-1)\ell = m\lambda \qquad (4\_3)$$

حيث ان $(n-1)\ell$ يمثل فرق المسير بين الشعاع 1 الذي يعبر المادة ذات الطول $\ell$ وقرينة الانكسار $n$ والشعاع 2 :

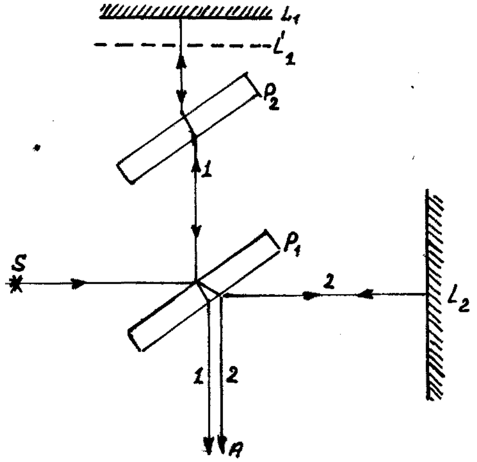
$$n\ell - \ell = (n-1)\ell$$

وبمعرفة $m$ ، $\lambda$ و $\ell$ يمكن ايجاد $n$ من العلاقة (3) .

تحتل المقاييس من نوع مقياس جامان مكانا مهما في دراسة التغيرات الفجائية لقرينة انكسار المادة التي يعبرها الشعاعان 1 و 2 . حيث تؤدي التغيرات القليلة لـ $n$ الى تغيرات ملحوظة في تموضع اهداب التداخل ، وبتسجيل هذه التغيرات يمكن دراسة خواص اللاتجانس العشوائي للمادة بشكل احصائي .

ـ مقياس ميكلسون التداخلي (*Michelson*) . يتألف هذا المقياس من منبع ضوئي S ، وصفيحة نصف شفافة ( شافة ) $P_1$ وصفيحة شفافة $P_2$ ومرآتين مستويتين $L_1$ و $L_2$ ( الشكل 1.16) . يرد الشعاع الضوئي من المنبع S ليسقط على الصفيحة $P_1$ ، فينعكس جزئيا ويعبر الصفيحة $P_2$ باتجاه المرآة $L_1$ ، حيث ينعكس عليها ليعود الى $P_1$ فيعبرها متابعا طريقه نحو نقطة المراقبة $A$ . ويصل في نفس الوقت الى هذه

النقطة ذلك الجزء من الشعاع الذي عبر الصفيحة $P_1$ باتجاه المرآة $L_2$ وانعكس عنها ليعود من جديد الى الصفيحة $P_1$ حيث يصل الى وجهها العلوي نصف المفضض فينعكس عليه متجها نحو $A$ .



شكل 1.16 مقياس مايكلسون

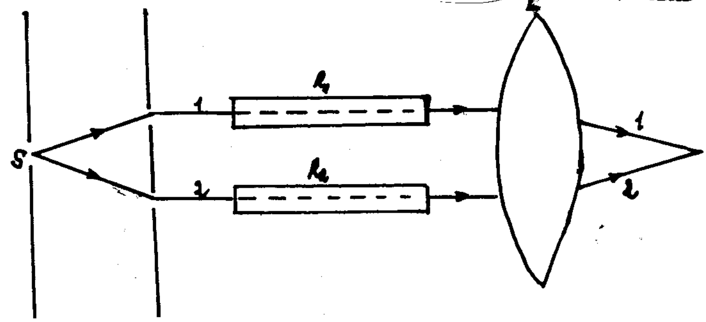
إن دور الصفيحة $P_2$ في هذا الترتيب ، ينحصر في تعديل المسار الضوئي بين الشعاعين 1 و 2 ، حيث أن الشعاع 2 يخترق الصفيحة ثلاث مرات بينما يخترقها الشعاع 1 مرة واحدة . ويمكن بمساعدة مقياس مايكلسون تسجيل الانزياحات الصغيرة للمرآتين ، ويمكن التقرير فيما اذا كانت سرعة الضوء تتغير بتغير حركة الجملة المرتبطة مع هذا المقياس .

يماثل فرق المسير في هذه الحالة فرق المسير بين شعاعين في حالة الانعكاس على طبقة هوائية متوازية الوجهين سماكتها تساوي فضل بعدي المرآتين عن مركز الصفيحة $P_1$ . فاذا كانت المرآتان متعامدتين والصفيحة $P_1$ تميل على الشعاع الوارد بزاوية 45 درجة ، فان هذه الصفيحة تشكل للمرآة $L_2$ خيالا $L'_2$. وتماثل الفجوة $L_1 L'_2$ طبقة هوائية متوازية الوجهين .

– <u>مقياس رايلي التداخلي .</u> يستخدم هذا المقياس عادة لقياس قرينة انكسار السوائل والغازات (الشكل 1.17) . نحصل على الشعاعين المترابطين بطريقة يونغ ، ويعبر هذان الشعاعان الانبوبين $R_1$ و $R_2$ اللذين يحويان المواد التي نرغب بتعيين قرائن انكسارها . وينشأ نتيجة للاختلاف في قرائن الانكسار فرق في المسير الضوئي .وبالتالي يعطي الشعاعان 1 و 2 اللذان يجمعان بواسطة عدسة مقربة اللوحة التداخلية .

تستخدم الظواهر التداخلية من اجل قياس اطوال الامواج الضوئية للضوء المرئي ، واطوال الامواج لمجالات اخرى من طيف الاشعة الكهرطيسية .

ويلقى مايدعى بمقياس فابري ـ بيرو التداخلي انتشارا واسعـا لتحقيق الغاية السالفة الذكر ، وسنقدم لاحقا مخطط هذا الجهــاز وكيفية عمله .




شكل 1.17 مخطط مقياس رايلي

ـ وضوح الاهداب . لقد عرف ميكلسون معامل وضوح الاهداب بالعلاقة

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \qquad (4\_4)$$

حيث أن $I_{max}$ و $I_{min}$ الشدتان في مركزي الهدبين المتجاورين المضيء والمظلم على الترتيب . إذاكان المنبع الضوئي وحيد اللون فإن المعادلة (4) تدل على أن معامل وضوح الاهداب يساوي الواحد ، ويكون ثابتا في حقل الرؤيا بأكمله . ولا يوجد في الواقع العملي ضوء وحيد اللون ،وإنما توجد عصابة من الامواج عرضها $\Delta\lambda$. وكما رأينا في الفقرة 3 فإن انطباق النهايات العظمى ، أو انزياحها عن بعضها يتعلق بـ $\Delta\lambda$، وهذابدوره يؤثر على معامل وضوح الاهداب .

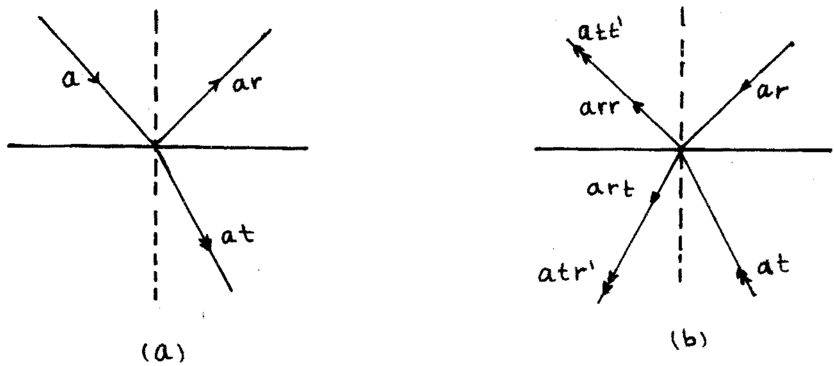
5 ـ تداخل الامواج متعددة الانعكاسات .

ـ معالجة ستوكس ( Stokes ) للانعكاس والانكسار .

لنفرض أن شعاعا ضوئيا سعته $a$ يسقط على السطح الفاصل بين الماء والهواء ( الشكل 1.18-a) . إن هذا الشعاع ينعكس جزئيا ولتكن سعة الجزء المنعكس $ar$ ، وينكسر جزئيا وسعة هذا الجزء $at$، حيث أن $r$ و $t$ معاملا الانعكاس والانكسار للسطح الفاصل بالنسبة للسعة . وتختلف النتيجة في حالة سطح فاصل معين ، تبعا لجهة انتشار الامواج من الوسط الاول الى الثاني وبالعكس . لنفرض الآن أن $a$ سعة الامواج الواردة من الهواء الى السطح الفاصل بين الهواءوالماء، وليكن $r$ ممثلا للجزء المنعكس من السعة ، و $t$ للجزء المنكسر.هكذا

تكون سعة الموجة المنعكسة $ar$ وسعة الموجة المنكسرة $at$.

لنتصور الآن أن اتجاه الاشعة قد انعكس كما في الشكل 1.18-b.
فاذالم يحدث فقدان للطاقة نتيجة امتصاص الضوء اثناء عمليتي




شكل 1.18

الانعكاس والانكسار ، أمكن اعتبار الحادثة السابقة عكوسة ، أي يجب أن يكون للموجتين ذات السعتين $at$ و $ar$ تأثير محصل على شكل موجة وحيدة في الهواء سعتها $a$ واتجاهها معاكس لاتجاه الموجة الاصلية. وهكذا فإن الشعاع $ar$ الذي عكسنا اتجاهه ينقسم الى جزئين،الجزء المنعكس ذو السعة $arr$، والجزء المنكسر $atr$، وكذا الشعاع $at$ ينقسم الى منعكس $atr'$ ومنكسر $att'$.

اذا قبلنا بمبدأ العكوسية استطعنا بمساعدة الشكل 1.18-b، أن نكتب :

$$a\,t\,t' + a\,r\,r = a$$

$$a\,r\,t + a\,t\,r' = 0 \qquad (5\_1)$$

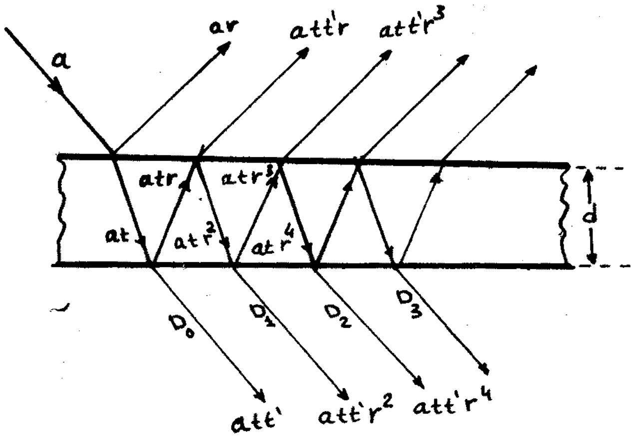
ونجد بالاختصار أن :

$$t\,t' = 1 - r^2 \quad , \quad r' = -r \qquad (5\_2)$$

- تداخل الحزم النافذة من صفيحة ذات وجهين مستويين متوازيين.

اقتصرنا في دراستنا السابقة على ملاحظة الاهداب المتشكلة نتيجة الانعكاس على الصفيحة متوازية الوجهين ، عندما كانت عوامل الانعكاس لهذه الصفائح صغيرة . وبالتالي اقتصرت دراستنا على تداخل حزمتين فقط ، وقد وجد أن الاهداب المتشكلة بالانعكاس ذات

تباين ضعيف . وكذلك الحال بالنسبة للاهداب المتشكلة بالنفوذ .
وعندما يصبح عامل انعكاس السطح الفاصل اكبر ، فإن الاهداب تصبح أكثر وضوحا وتألقا .وتخضع الحزم في هذه الحالة الى عدة انعكاسات داخلية ، يكون لها تأثير كبير على تشكل الاهداب . ويعرض الشكل 1.19 الانعكاسات والانكسارات الجزئية المتتالية لشعاع ضوئي .




شكل 1.19

وكما ذكرنا سابقا فان الانعكاس الذي يحدث في الوسط الاقلكثافة يرافقه تغير في الطور مقداره $\pi$ لكل انعكاس . وهكذا يكون الفرق في المسير بين شعاعين متتاليين مساويا :

$$\Delta = 2nd \cdot \cos \tau + \varepsilon$$

حيث $\varepsilon$ فرق المسير الناتج عن الانعكاس ، و $d$ سمك الصفيحة ، و $\tau$ زاوية الانكسار في الصفيحة . ويعطى فرق الطور الموافق بالعلاقة :

$$\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}$$

ويكون ثابتا بين كل شعاعين متتاليين .

يلاحظ من الشكل أن الشعاع $D_0$ يعاني نفوذين ، والشعاع $D_1$ يعاني نفوذين وانعكاسين ، والشعاع $D_2$ يعاني نفوذين واربع انعكاسات وهكذا ..... وبالتالي يعاني الشعاع $D_K$ نفوذين و $2K$ انعكاسا .
وبالتالي فإن سعة كل من الاشعة النافذة تعطى بالعلاقة :

$$a_K = a\,t\,t'\,r^{2K} \tag{5-3}$$

ويجب علينا بالتالي تركيب عدد لانهائي من الاهتزازات سعاتها

$$att', \ att'r^2, \ att'r^4, \ldots, att'r^{2k}$$

وأطوارها على الترتيب

$$0, \varphi, 2\varphi, \ldots, k\varphi$$

نستخدم طريقة فرنل للتحصيل (الشكل 1.20) . لتكن $\overrightarrow{OB}$ المحصلة وليكن مسقطاها على المحورين $OX$ و $OY$ هما $X$ و $y$ ، فتكون الشدة

$$I = \overline{OB}^2 = X^2 + y^2$$

حيث

$$X = \sum_{K=0}^{\infty} att'r^{2K} \cos K\varphi$$

$$y = \sum_{K=0}^{\infty} att'r^{2K} \sin K\varphi \qquad (5\_4)$$

نعرف المقدارين العقديين التاليين

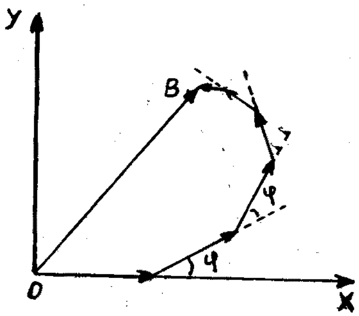
$$z = X + iy \qquad (5\_5)$$

$$z^* = X - iy$$

عندئذ تكون الاضاءة $I$ :

$$I = zz^* = X^2 + y^2 \qquad (5\_6)$$

من 4 نجد :




شكل 1.20

$$z = att' \sum_0^{\infty} r^{2K}(\cos K\varphi + i\sin K\varphi) =$$

$$= att' \sum_0^{\infty} r^{2K} \cdot e^{iK\varphi} =$$

$$= att' \cdot \sum_0^{\infty} (r^2 e^{i\varphi})^K$$

$$z^* = att' \sum_0^{\infty} (r^2 e^{-i\varphi})^K \qquad (5\_7)$$

لكن المجموع السابق يمثل مجموع سلسلة هندسية متناقصة حدها الأول 1 وأساسها $r^2e^{i\varphi}$، وبالتالي يكون مجموعها

$$\frac{1}{1 - r^2 e^{i\varphi}}$$

ومنه نجد :

$$z = \frac{att'}{1 - r^2 e^{i\varphi}} \quad , \quad z^* = \frac{att'}{1 - r^2 e^{-i\varphi}} \qquad (5\_8)$$

وبالتالي فان الشدة

$$I = \frac{a^2(tt')^2}{1+r^4-r^2(e^{i\varphi}+e^{-i\varphi})} =$$

$$= I_0 \frac{(tt')^2}{1+r^4-2r^2\cos\varphi}$$

يمكن أن نكتب المخرج على الشكل:

$$I + r^4 - 2r^2\cos\varphi = (1-r^2)^2 + 2r^2(1-\cos\varphi) =$$

$$= (1-r^2)^2 + 4r^2\sin^2\varphi/_2 =$$

$$= (1-r^2)^2\left[1+\frac{4r^2.\sin^2\varphi/_2}{(1-r^2)^2}\right]$$

وبالتالي باستعمال العلاقة (2) نجد أن :

$$I_t = I_0 \frac{(1-r^2)^2}{(1-r^2)^2\left[1+\frac{4r^2\sin^2\varphi/_2}{(1-r^2)^2}\right]}$$

حيث $I_t$ الشدة للاشعة النافذة .

نعرف عامل الانعكاس بالنسبة للشدة بالعلاقة $R = r^2$ ، فنجد :

$$I_t = I_0 \frac{1}{1+\frac{4R\sin^2\varphi/_2}{(1-R^2)^2}} \qquad (5\_9)$$

وتكون شدة الاضاءة صغرى من اجل $\varphi = (2K+1)\pi$

$$I_{t(min)} = \frac{I_0}{1+\frac{4R}{(1-R^2)^2}} \qquad (5\_10)$$

وتكون الشدة عظمى من اجل $\varphi = 2\pi K$ ، أي :

$$I_{t(max)} = I_0 \qquad (5\_11)$$

إن هذه العلاقات صحيحة في حالة اهمال الامتصاص . ويبين الشكل 1.21 تغير I بدلالة $\varphi$ من اجل قيم مختلفة لـ R ، وذلك عندما تكون الشدة العظمى تساوي $I_0$ . ويتضح أن تأنف الاهداب يزداد بازدياد قدرة الصفائح على عكس الضوء .

إذا رمزنا بـ $F = \frac{4R}{(1-R)^2}$

نجد أن الشدة الصغرى تكون اقل كلما كانت F اكبر . ويعطي الجدول

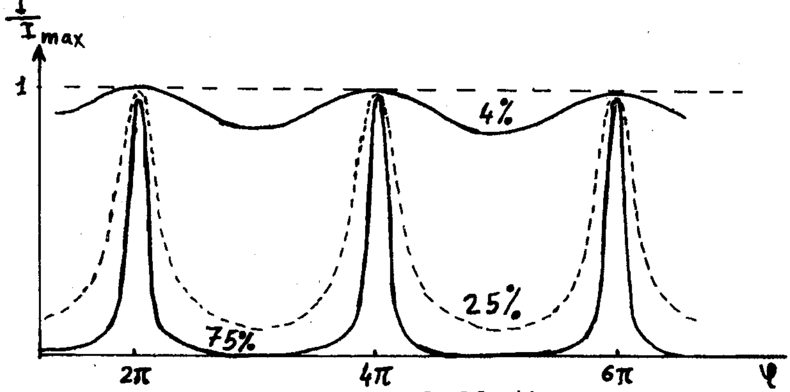
التالي تغيرات $F$ بدلالة $R$ :

| $R$ | 0,3 | 0,6 | 0,8 | 0,9 | 0,95 |
|---|---|---|---|---|---|
| $F$ | 2,5 | 15 | 80 | 360 | 1520 |

لقد عرفنا معامل وضوح الاهداب بالعلاقة

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2R}{1+2R^2} \quad (5\_12)$$

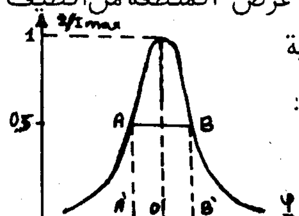
فمن اجل الصفائح الرقيقة الزجاجية الغير مفضضة يكون $R \simeq 4\%$ وبالتالي



شكل 1.21

$V \approx 0,08$، وعندما يصل $R \approx 50\%$ فان $V$ تصل الى 0,8 وتقترب من 1 عندما تقترب $R$ من $100\%$. وعلى الرغم من أن الامتصاص لايؤثر على على تأنف الاهداب،الاأنه ينقص من الاضاءة المطلقة للاهداب . لذلك تستخدم مواد امتصاصها ضعيف وعكسها جيد . وفي التطبيقات العملية ترسب على السطوح العاكسة طبقة معدنية بالتبخر في الخلاء .ويجب أن تختار المواد المعدنية المناسبة من اجل مجال طيفي معين، فالفضة تعتبر مفضلة من اجل مجال الضوء المرئي والاشعة تحت الحمراء ،بينما يستخدم الالمنيوم في مجال الاشعة فوق البنفسجية ، ذلك لأن الفضة تملك عصابة امتصاص الى جوار 3000 انغستروم .

يعرف نصف عرض الهدب المضيىء ، بأنه عرض المنطقة من الطيف التي تكون فيها شدة الاضاءة عند طرفيها مساوية $\frac{I_0}{2}$ ، كما هو مبين على الشكل 1.22،أي أن:



شكل 1.22

$$\frac{I_t}{I_0} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+\frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)}$$

حيث $\Delta\varphi$ يساوي فرق الطور الموافق لـ $\overline{OB'}$ واللازم حتى تهبط قيمة الشدة الى نصف قيمتها العظمى . وبما أن الاهداب المضيئة ضيقة فإن $\Delta\varphi$ صغيرة ، وبالتالي يكون

$$2 = 1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \cdot \frac{\overline{\Delta\varphi^2}}{4}$$

أو

$$\Delta\varphi = \frac{2}{\sqrt{F}} = \frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

وهكذا تكون النسبة بين نصف عرض الهدب الى البعد بين مركزي هدبين مضيئين

$$\frac{2\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{1-R}{\pi\sqrt{R}} \qquad (5\text{-}13)$$

فاذاكانت قيم $R$ : 0,8 ، 0,9 ، 0,95 ، فإن النسبة السابقة تأخذ القيم 1/15 ، 1/30 ، 1/60 على الترتيب .

- تداخل الحزم المنعكسة من صفيحة ذات وجهين مستويين ومتوازيين .

إذا اهملنا الامتصاص ، فإن مجموع شدة اضاءة الحزم المنعكسة مع شدة اضاءة الحزم النافذة يساوي شدة اضاءة الحزمة الواردة ،أي أن :

$$I_0 = I_t + I_r$$

ومنه نجد :

$$I_r = I_0 - I_t = I_0 - \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

وبالاصلاح يكون

$$I_r = I_0 \frac{4R\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{(1-R)^2 + 4R\sin^2(\varphi/2)} \qquad (5\text{-}14)$$

- مقياس فابري - بيرو ( Fabri- Berot ) التداخلي والعيار .

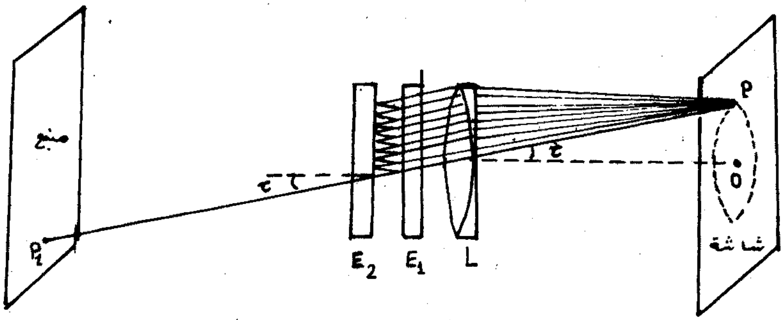
يتألف هذا المقياس من لوحين زجاجيين متوازيين نصف مفضضين يحصران بينهما طبقة من الهواء (الشكل 1.23) . يكون أحد اللوحين ثابتا ، بينما يمكن تحريك الآخر لتغيير سمك طبقة الهواء المحصورة بينهما . ويستعمل بالاضافة الى هذا الجهاز جهاز مرفق تكون المسافة بين اللوحين فيه ثابتة ويدعى بالعيار ، وذلك لصعوبة تحقيق التوازي دائما بين اللوحين في حالة تحريك احدهما . ويجب أن تكون سطوح الالواح المستعملة مستوية ضوئيا بدقة كبيرة . وذلك للحصول على لوحة تداخلية جيدة وأهداب حادة ومؤنقة . ويجعل السطحان الخارجيان

للوحين الزجاجيين مائلين قليلا بالنسبة للسطحين الداخليين ، ويكون الميل من رتبة الدقائق حتى لاتساهم الاشعة المنعكسة عليهمافي تشكيل اللوحة التداخلية .

يمكن بواسطة العيار تعيين قرائن الانكسار للغازات . يكون فرق المسير الضوئي بين الحزم المتتالية البارزة من العيار مساويا $2nt\cos\theta$ حيث $n$ قرينة الانكسار للغاز الموجود بين اللوحتين . اذا أخلي هذا الغاز ، يصبح فرق المسير الجديد $2t\cos\theta$، أي أن فرق المسيرينقص بمقدار $2(n-1)t\cos\theta$. اذاكانت $\lambda$ طول موجة الضوء في الخلاء،فإن نقصان فرق المسير الضوئي بالأطوال الموجية يعطى بالعلاقة :

$$K = \left[2(n-1)t\cos\tau\right]/\lambda$$

ويقابل ذلك انزياح في اللوحة التداخلية بعددمن الاهداب مساو للعدد $K$ . من معرفة $\lambda$ ، $K$ و $t$ يمكن ايجاد $n$ .




شكل 1.23

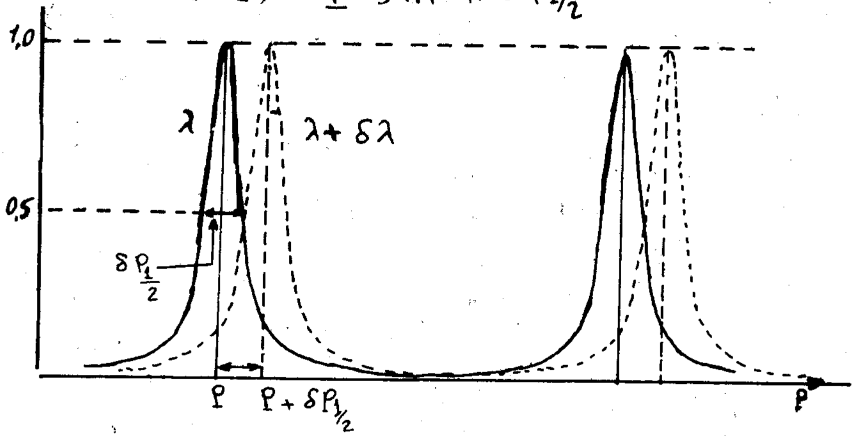
\- شدة تحليل مقياس فابري-بيرو التداخلي .

يمكن الدلالة ،كما ذكرنا سابقا ، على تأنف الهدب باستخدام مفهوم نصف عرض الهدب .ويمكن من زاوية اخرى ، تمثيل تابعية شدة اضاءة الاهداب بدلالة الرتبة $P$ . ويعرض الشكل 1.24 تابعية $\frac{I}{I_{max}}$ لـ $P$ . فالرتبة تساوي عددا صحيحا في مركز الهدب وتتغير بمقدار $\delta P_{1/2}$ عندما تنخفض الشدة العظمى الى النصف . إن قيمة نصف عرض الهدب بدلالة الرتبة تساوي $2\delta P_{1/2}$.

نأخذ العلاقة

$$I = \frac{I_{max}}{1+F\sin^2\frac{\varphi}{2}}$$

حيث
$$F = 4R/(1-R)^2$$
و
$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\, 2t \cos\tau = 2\pi p$$
ومنه نجد :
$$\frac{I}{I_{max}} = \frac{1}{1+F\sin^2(\pi p)} \qquad (5\_15$$
عندما $I = \frac{I_{max}}{2}$ فإن $p = \pm\, \delta p_{1/2} + K$
حيث $K$ عددصحيح ، ومنه $\sin(\pi p) = \pm \sin \pi\, \delta p_{1/2}$




شكل 1.24

وبالتالي
$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1+F\sin^2(\pi\,\delta p_{1/2})}$$
أو
$$F\sin^2(\pi\,\delta p_{1/2}) = 1$$
اذاكانت $R$ كبيرة فان $\delta p_{1/2}$ صغيرة ، ومنه
$$\pi\,\delta p_{1/2} = \frac{1}{\sqrt{F}} \quad ، \quad \delta p_{1/2} = \frac{1}{\pi\sqrt{F}}$$
وبالتالي تكون قيمة نصف عرض الهدب
$$2\,\delta p_{1/2} = \frac{2}{\pi\sqrt{F}} \qquad (5\_16)$$
وتسمى النسبة بين فضل الرتب المتتالية الى قيمة نصف عرض الهدب بالدقة . وبما أن البعدبينالرتب المتتالية بدلالة الرتبة تساوي 1تكون

$$(5\_17) \qquad \frac{1}{2\,\delta p_{1/2}} = \frac{\pi\sqrt{F}}{2} =$$ الدقة . ويدعى $F$ بمعامل الدقة .

نفرض الآن ان المنبع الضوئي يصدر طولين موجيين بنفس الشـدة $\lambda$ و $\lambda+\delta\lambda$ . تتشكل في هذه الحالة اهداب مضيئة الى جـوار بعضها البعض كما هو مبين على الشكل 1.24 . إذا كانت $\delta\lambda$ صغيرة

جدا فان النهايات العظمى تنطبق على بعضها ، وعندما تصبح كبيرة بشكل كاف لتحليل الاهداب فان النسبة $\frac{\lambda}{\delta\lambda}$ تعرف "بشدة التحليل اللونية" . اذا كان البعد الزاوي بين النهايتين العظيمتين لهدبين متتالين هو $\Delta\tau$ ، بحيث أن المنحنيين يتقاطعان في النقطة من المنحني التي من اجلها $I=\frac{1}{2}I_{max}$ ، فإن الانخفاض في الشدة فيمنتصف المسافة بين القمتين يكون حوالي $17\%$ من القيمة العظمى لمجموع الاثنين ، وهذا يمكن العين من تمييز خطين منفصلين متجاورين .

لايجاد $\Delta\lambda$ الموافقة لهذا الفرق ، نكتب شرط الانتقال من نهاية عظمى الى النقطة $I=\frac{1}{2}I_{max}$ :

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1+F\sin^2\left(\frac{\varphi+\Delta\varphi_1}{2}\right)} \Longrightarrow$$

$$\sin^2\left(\frac{\varphi+\Delta\varphi_1}{2}\right) = \frac{(1-R)^2}{4R} \Longrightarrow \sin\left(\frac{\varphi+\Delta\varphi_1}{2}\right) = \frac{1-R}{2\sqrt{R}}$$

غير أن $\frac{\varphi}{2}$ في مركز الهدب تكون عددا صحيحا من $\pi$ ، ومن اجل الاهداب المؤنفة تكون $\Delta\varphi$ صغيرة بشكل كاف ، ومنه

$$\sin\frac{\Delta\varphi_1}{2} \approx \frac{\Delta\varphi_1}{2} \approx \frac{1-R}{2\sqrt{R}}$$

ويعطي الانتقال من قمة عظمى الى قمة مجاورة بـ $\Delta\varphi = 2\Delta\varphi_1$

$$\Delta\varphi = 2\Delta\varphi_1 = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} \qquad (a)$$

الآن يمكن ايجاد العلاقة بين التغير الزاوي $\Delta\tau$ والتغير في الطور ، وذلك بمفاضلة الزاوية

$$\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} t \cos\tau$$

$$\Delta\varphi = -\frac{4\pi}{\lambda} t \sin\tau \cdot \Delta\tau \qquad (b)$$

فإذا وقعت النهاية العظمى لـ $\lambda+\Delta\lambda$ في نفس الفرق الزاوي $\Delta\tau$ ، نجد من العلاقة

$$2t\cos\tau = p\lambda$$

أن

$$-2t\sin\tau \cdot \Delta\tau = p \cdot \Delta\lambda \qquad (c)$$

من $a$ ، $b$ و $c$ نجد :

$$\Delta\varphi = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot p \cdot \Delta\lambda$$

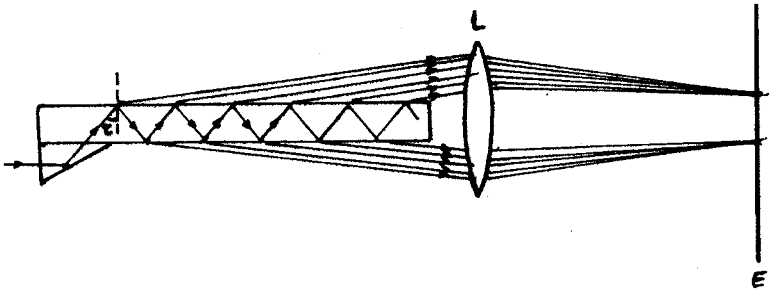
$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\pi\sqrt{R}}{(1-R)} p \qquad (5\_18)$$

ويلاحظ أن شدة التحليل اللونية تتعلق بـ $R$ وبرتبة التداخل ، التييمكن

أخذها بمثابة $\rho = \frac{2t}{\lambda}$ . وهكذا اذا كانت $R = 0,9$ مثلا ، و$t = 1cm$ البعد بين اللوحين ، فان الشدة التحليلية من اجل $\lambda = 0,5\mu$ تكون مساوية $1,2.10^6$ ، أي يمكن الفصل بين طولين موجيين يختلفان بـ $0,0042\,A^o$

- مقياس لومر - غرك ( Lummer-Gehrcke ) التداخلي .

يتألف هذا المقياس من صفيحة سميكة من الزجاج متوازية الوجهين يرد عليها الضوء بالقرب من البروز المماسي ( الشكل 1.25) . وليست بالضرورة أن تكون الصفيحة مفضضة ، ذلك لأن معامل الانعكاس من الزجاج الى الهواء يزداد بازدياد زاوية الورود . يمكن رؤية اهداب




شكل 1.25

تساوي الميل في المستوي المحرقي لعدسة مقربة ، ويكون شرط تشكل النهايات العظمى هو :

$$2n\,t\cos r = K\lambda \qquad (5\text{-}19)$$

وتتناسب شدة تحليل الصفيحة مع طولها . وتستخدم في حالة الامواج القصيرة صفائح طويلة ورقيقة للحصول على شدة تحليل كبيرة .

- المرشحات التداخلية .

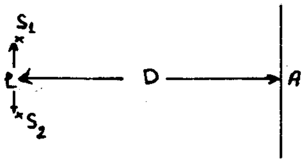
يمكن استخدام عيار فابري - بيرو التداخلي كمرشح للاضواء . فاذا ورد الضوء ناظميا على العيار ، وجب أن تتحقق العلاقة $2t = K\lambda$ لتشكيل الاهداب المضيئة . فاذا كانت $t$ صغيرة فإن الفرق بين اطوال الامواج التي يمكنها العبور يصبح كبيرا . فمثلا اذا كانت $t$ من رتبة $0,5\,\mu$ فان الامواج التي تشكل نهايات عظمى هي $\lambda_1 = \frac{2t}{1} = 1\mu$ من اجل $K = 1$ ، و $\lambda_2 = \frac{2t}{2} = 0,5\mu$ من اجل $K = 2$ ، و $\lambda_3 = 0,333\mu$ من اجل $K = 3$ وهكذا . فاذاكانت $R$ كبيرة ، مثلا $R = 0,94$ فإن

نصف عرض الهدب يكون $2(\delta P_{1/2}) = \dfrac{2}{\pi\sqrt{F}}$

أي 1/25 من البعد بين الرتب المتتالية .

# مسائل وتطبيقات

1 ـ منبعان ضوئيان مترابطان $S_1$ و $S_2$ موجودان على بعد $\ell$ من بعضهما (الشكل 1 ـ 1 ) . توضع شاشة على بعد $D$ . $\ell \ll D$ . أوجد المسافة بين هدبين تداخلين متجاورين بالقرب من وسط الشاشة (النقطة $A$ ) ، فيما اذا كان المنبعان يصدران ضوءا طولموجته $\lambda$ .



شكل 1 ـ1

ـــ ستلاحظ نهاية عظمى للاضاءة في نقطة اختيارية ما $C$ علىالشاشة ، اذا كان فرق المسير $d_2 - d_1 = K\lambda$ حيث $K = 0, 1, 2, ...$ عدد صحيح ( الشكل 1ـ2 ) . نكتب وفقا للهندسة المستوية

$$d_2^2 = D^2 + \left( h_K + \frac{\ell}{2} \right)^2 \quad , \quad d_1^2 = D^2 + \left( h_K - \frac{\ell}{2} \right)^2$$

ومنه

$$d_2^2 - d_1^2 = (d_2 + d_1)(d_2 - d_1) = 2 h_K \ell$$

بما أن $\ell \ll D$ يكون $d_1 + d_2 \approx 2D$ وبالتالي

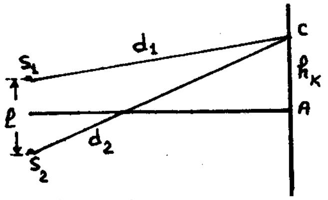
$$d_2 - d_1 = K\lambda \approx 2 h_K \ell / 2D$$

ويكون بعد الهدبالمضيىء $K$ عن مركز الشاشة :

$$h_K = K\lambda D/\ell$$

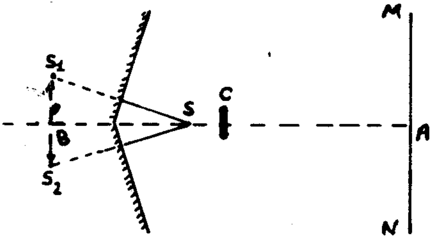
والمسافة بين هدبين مضيئين :

$$\Delta h = h_{K+1} - h_K = \frac{\lambda D}{\ell}$$

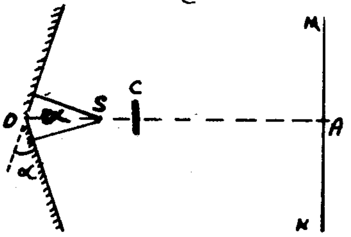


شكل 1ـ2

2 ـ مرآتان مستويتان تحصران بينهما زاوية قريبة من 180 درجة ( الشكل 1 ـ2 ). يوضع منبع ضوئي $S$ على مسافة متساوية $b$ من المرآتين . حددالمسافة بينهدبين تداخليين متجاورين على الشاشة $MN$ الموجودة على بعد $OA = a$ من نقطة تقاطعالمرآتين ، فيما اذا استعمل ضوء طول موجته $\lambda$ .



شكل 2ـ2



شكل 2ـ1

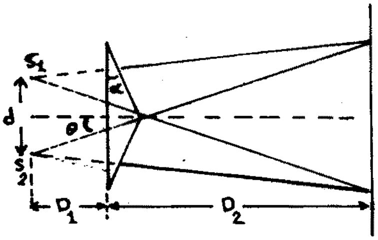
— المسافة بين الهدبين التداخليين $\Delta h=\frac{\lambda D}{\ell}$ (انظر المسألة 1).
في هذه الحالة $D \approx AB = a+b$ و $\ell = S_1S_2$ البعد بين الخياليين $S_1$ و $S_2$ للمنبع $S$ في المرآتين المستويتين (الشكل 2 ـ 2) . يمكن حساب $\ell$ من المثلث $S_1SB$ :

$$\frac{\ell}{2}=\frac{2b\alpha}{2} \quad , \ell = 2b\alpha$$

وبالتالي

$$\Delta h = \lambda(a+b)/2b\alpha$$

3 ـ في تجربة موشوري فرنل ، وباستخدام ضوء طول موجته $\lambda = 5.10^{-5} cm$ لوحظت اهداب التداخل على بعد 175 سم من الموشور . ووجد أن عرض الهدب 0,2 مم . فاذا كان الموشور مصنوعا من زجاج قرينة انكساره 1,5 ،ويبعد عن الشق المضيىء 25سم ، احسب زاوية كل من رأسي الموشور الثنائي .



شكل 1 ـ 3

— $D_1 = 25 cm$ ، $\lambda = 5.10^{-5} cm$
. $i = 0,2 mm$ ، $D_2 = 175 cm$

$$d = 2D_1\theta = 2D_1(n-1)\alpha$$

$$i = \frac{\lambda(D_1+D_2)}{d} \Rightarrow$$

$$d = 0,5 \ cm$$

$$\alpha = \frac{d}{2(n-1)D1} = \frac{0,5}{2(1,5-1)\cdot 25} = \frac{0,1}{5} rad \approx 1^0$$

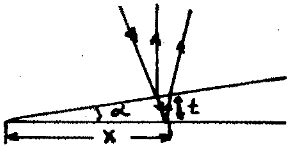
4 ـ تتشكل اهداب تساوي السماكة في اسفين زجاجي قرينة انكساره 1,52 باستخدام ضوء ( $\lambda = 5893 A^0$ ) . فاذا علمت ان عرض الهدب 1 مم ،احسب قيمة زاوية الاسفين .

— يعطى فرق المسير بين الشعاعين المتداخلين الناتج عن المسار الضوئي بالعلاقة $\Delta = 2nt \cos\theta'$.

وتكون من اجل الورود القريب من الناظمي $\theta' \simeq 0$ ومنه

$$\Delta = 2nt - \frac{\lambda}{2}$$

حيث ان $\frac{\lambda}{2}$ ناتجة عن الانعكاس على الوجه العلوي للاسفين (الشكل 4ـ1 ) . إن شرط تشكل الاهداب المضيئة هو : $\Delta = (2nt - \frac{\lambda}{2}) = K\lambda$



شكل 4ـ1

أو $$2nt = (K+\frac{1}{2})\lambda$$

أما في حالة الاهداب المظلمة فيكون $2nt = K\lambda$

وتكتب العلاقة السابقة من اجل هدب مظلم ترتيبه $K+1$

$$2n\,t_{K+1} = (K+1)\lambda$$

وهكذا يصبح الفرق عند الانتقال من الهدب $K$ الى الهدب $K+1$

$$t_{K+1} - t_K = \frac{\lambda}{2n}$$

من ناحية اخرى $t = \alpha \cdot x$

ويكون عرض الهدب $i = x_{K+1} - x_K = \frac{1}{\alpha}(t_{K+1} - t_K) = \frac{1}{\alpha}\cdot\frac{\lambda}{2n}$

ومنه

$$\alpha = \frac{1}{i}\,\frac{\lambda}{2n} \approx 0{,}011^\circ = 6{,}6'$$

5 ـ توضع عدسة محدبة الوجهين متناظرة بعدها المحرقي 4 متر ، وقرينة انكسارها 1,52 على سطح مستو ضوئيا . فاذا شكلت حلقات نيوتن بالانعكاس الناظمي بواسطة ضوء ( $\lambda = 5460 A^\circ$ ). احسب قطر الحلقة المضيئة الخامسة . ماذا يشاهد اذا

آ . استخدم ضوء ابيض

ب . رفعت العدسة تدريجيا ببطء

ـ آ .. يعطى البعد المحرقي للعدسات الرقيقة بالعلاقة

$$f = \frac{1}{(n-1)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

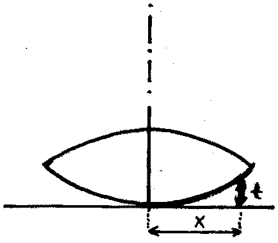
حيث أن $R_{1,2}$ نصفا قطري تقوس وجهي العدسة . وبما أن العدسة متناظرة يكون $R_1 = R_2 = R$ ومنه

$$f = \frac{1}{0{,}52}\cdot\frac{R}{2} = 4\ m \Rightarrow R = 4{,}16\ m$$

نصف قطر الحلقة المضيئة الخامسة يعين من العلاقة

$$x_K^2 = (K+\frac{1}{2})\,R\lambda \qquad (1)$$

$$x_5^2 = (5+\frac{1}{2})\,R\lambda$$



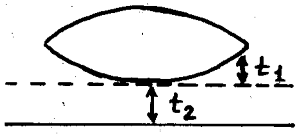

شكل 5ـ1

انظر الشكل 5ـ1 . عندما يستخدم الضوء الابيض يكون الهدب المركزي مظلما ومحاطا بألوان مقزحة .

ب . عند رفع العدسة تدريجيا يصبح فرق المسير

$$\Delta = 2t_1 + 2t_2 = \frac{2x^2}{2R} + 2t_2$$

حيث $t_2$ سماكة الطبقة الفاصلة بين قمة العدسة والصفيحة الزجاجية ( انظر الشكل 2ـ5 ) . وتصبح من اجل الاهداب المضيئة العلاقة (1) من الشكل :



شكل 2ـ5

$$\frac{X^2}{R} + 2t_2 = (K + \frac{1}{2})\lambda$$

ومن اجل الاهداب المظلمة ، يكون

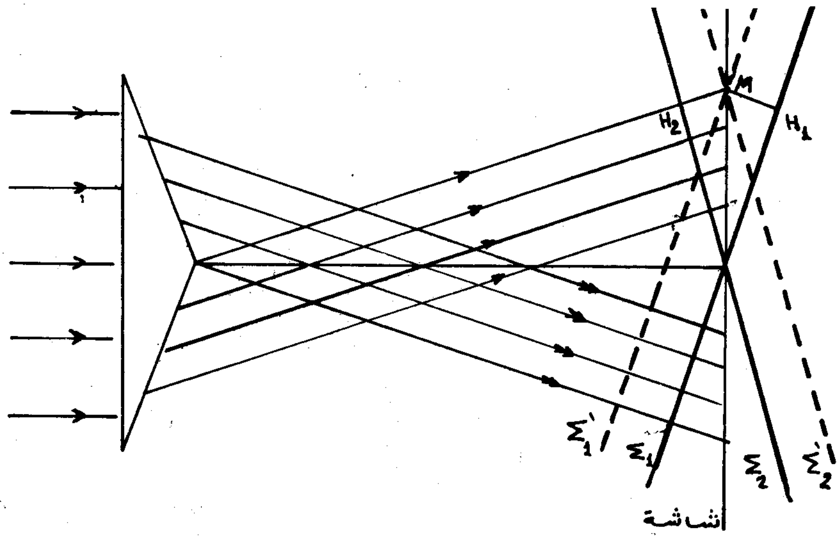
$$\frac{X^2}{R} = K\lambda - 2t_2$$

وهكذا نلاحظ ان الهدب ذا الرتبة $K$ يعاني من تناقص نصف قطره بازدياد $t_2$ ،وفقا للعلاقة : $X_K^2 = \frac{K\lambda}{R} - \frac{2t_2}{R}$

أي أن الاهداب تقترب من المركز .

6 ـ ترد موجة ضوئية مستوية طولها $\lambda$ ناظميا على قاعدة موشور ثنائي مصنوع من زجاج قرينة انكساره $n$ وزاويته الرأسية $\theta$ . جد عرض الهدب التداخلي على شاشة $E$ واقعة خلف الموشور .

ـــ ان الموجة النافذة من الموشور العلوي يمثل صدرها المستوي $\Sigma_1$



شكل 1 ـ 6

في النقطة $O$ . ويمثل $\Sigma_1'$ صدرها في النقطة $M$ من الشاشة ، ويكـــون $\Sigma_1'$ متقدما على $\Sigma_1$ بالمسافة $MH_1$ .

ان الموجة النافذة من الموشور السفلي يمثل صدرها المستوي $\Sigma_2$ في النقطة $O$ ، ويمثل المستوي $\Sigma_2'$ صدرها في النقطة $M$ ،وهو متخلف

عن $\Sigma_2$ بالمسافة $H_2M$ . وبالتالي يكون فرق المسير في النقطة M بين $\Sigma'_1$ و $\Sigma'_2$ :

$$\Delta = H_2M + MH_1 = 2MH_2 = 2y\sin D \approx 2Dy$$

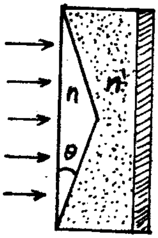
حيث $y$ بعد النقطة M عن النقطة المركزية O . و D زاوية الانحراف التي يسببها الموشور . وتكون M موضعا لهدب مضيء اذا تحققت المساواة

$$\Delta = K\lambda = 2Dy$$

حيث أن K عدد صحيح . ومنه $y = K\frac{\lambda}{2D}$

أي أن عرض الهدب : $i = \frac{\lambda}{2D} = \frac{\lambda}{2(n-1)\theta}$

7 ـ تسقط موجة ضوئية مستوية ( $\lambda = 0{,}7 \cdot 10^{-6} m$ ) ناظميا على قاعدة موشور ثنائي مصنوع من زجاج قرينة انكساره ( $n = 1{,}52$ ) وزاويته ( $\theta = 5^o$ ). نضع خلف الموشور ( الشكل 7ـ1 ) صفيحة زجاجية متوازية الوجهين ،، ويُملؤ الفراغ بينهما بالبنزول ( $n' = 1{,}5$ ) . جد عرض الهدب التداخلي على الشاشة E الواقعة خلف الصفيحة .


شكل 7ـ1

ـــ تكافؤ هذه المجموعة موشوري فرنل بزاوية $\theta'$ اصغر من $\theta$ حيث أن الانحراف الكلي الذي تحدثه المجموعة ، يمكن تعيينه بالعلاقة $n\sin\theta = n'\sin\alpha$
( لاحظ أن الصفيحة متوازية الوجهين لا تسبب أي انحراف في مسار الاشعة ).

بما أن الزاوية $\theta$ صغيرة لذلك يكون $\alpha = \frac{n}{n'}\theta$

وتعطى زاوية الانحراف في حالة المواشير الرقيقة بالعلاقة :

$$D = (\alpha - \theta) = \left(\frac{n}{n'} - 1\right)\theta \qquad (1)$$

في حالة الموشور المغمور بالهواء والمكافيء للمجموعة السابقة ( أي الموشور ذو الزاوية $\theta'$ والذي يسبب نفس الانحراف للاشعة ) يكون :

$$D = \theta'(n-1) \qquad (2)$$

بالمقارنة بين 1و2 نجد ان $\theta'(n-1) = \left(\frac{n}{n'} - 1\right)\theta$

ومنه
$$\theta' = \frac{n - n'}{n'(n-1)}$$

وهكذا تؤول معالجة المسألة الى معالجة موشور مغمور في الهواء زاويته الرأسية $\theta'$ .

وهكذا يعطى عرض الهدب بالعلاقة (انظر المسالة 6 ) :

$$i = \frac{\lambda}{2D} = \frac{\lambda}{2(n-1)\theta'} = \frac{\lambda}{2(n-1)\cdot\frac{n-n'}{n'(n-1)}\theta} =$$

$$= \frac{n'\lambda}{2(n-n')\theta} = \frac{\lambda}{2(\frac{n}{n'} - 1)\theta} =$$

$$= \frac{0,7 \cdot 10^{-6}}{2\left(\frac{1,52}{1,5} - 1\right)\frac{5\pi}{180}} \simeq 0,3 \cdot 10^{-3}\ m$$

ملاحظة: يستعمل الترتيب المذكور في هذه المسألة للتخلص من الصعوبات التقنية لصناعة مواشير رقيقة جدا .

8 ـ عدسة محدبة مستوية نصف قطر انحناء وجهها ( $R = 40\ cm$ )، توضع بحيث يمس سطحها المحدب صفيحة زجاجية . تشكل اهداب تداخل ، ويكون نصف قطر واحد منها ( $X = 2,5\ cm$ ). نراقب هذا الهدب ،ونبدأ برفع العدسة عن الصفيحة ببطيء لعلو ( $\Delta h = 5\mu$ ) . ماذا يصبح نصف قطر هذا الهدب ؟

ــ يعطى فرق المسير بالعلاقة $\Delta = 2t \cdot \cos\theta' - \frac{\lambda}{2}$

ان شرط تشكل الاهداب المضيئة $\Delta = K\lambda$

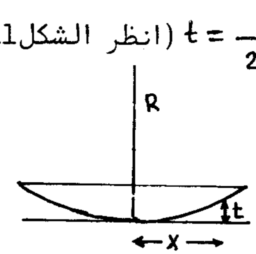
والاهداب المظلمة $\Delta = (K + \frac{1}{2})\lambda$

حيث $K$ عدد صحيح .

ومنه تعطى انصاف اقطار الاهداب المظلمة ،بالعلاقة

$$X_K^2 = KR\lambda$$

حيث أن العلاقة الرابطة بين $t$ و $x$ هي $t = \frac{x_K^2}{2R^2}$ (انظر الشكل8ـ1).



شكل 8ـ1

عند رفع العدسة بالمسافة $t'$ يصبح فرق المسير $\Delta' = 2(t + t')$

وتعطى انصاف اقطار الاهداب المظلمة $X'$ بالعلاقة

$$\Delta' = 2\left(\frac{X_K'^2}{2R} + t'\right) = K\lambda$$

$$x'^2_K = R\,(K\lambda - 2t')$$

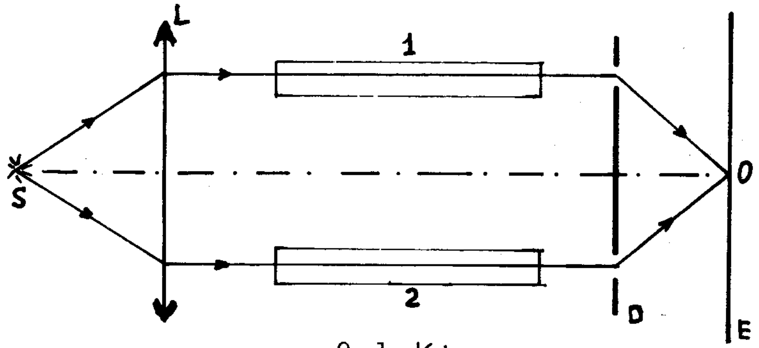
وتتناقص قيمة $x'$ عند زيادة $t'$ ذلك لأن $R$ ، $K$ و $\lambda$ ثوابت ،وتصبح القيمة الجديدة لـ $x$ هي :

$$x'_K = \sqrt{x_K^2 - 2\Delta h R}$$

$$x'_K \approx \sqrt{5,85}\cdot 10^{-2}\ m$$

9 ـ يعرض الشكل 1ـ9 مخططاً لمقياس تداخلي ، يستعمل لقياس قرينة انكسار المواد . $S$ شق ضيق يضاء بضوء وحيد اللون $\lambda$ ($\lambda = 5890\ A^o$) . 1 و 2 انبوبان متماثلان مملوءان بالهواء،طول كل منهما ($\ell = 10\ cm$) . $D$ حاجز يحوي شقين ضيقين. عندما يستبدل الهواء في الانبوبة 1 بغاز النشادر ، يلاحظ انزياح اللوحة التداخلية المتشكلة على الشاشة $E$ نحو الاعلى بـ $N = 17$ هدبا .فاذا علمت أن قرينة انكسار الهواء ( $n = 1,000277$ ) :احسبقرينة انكسارغاز النشادر .

ــ ان فرق المسير في حالة امتلاء الانبوبين بالهواء له قيمةمعدومة




شكل 1ـ 9

من اجل الهدب المركزي $O$ :

عند وضع غاز النشادر يصبح فرق المسير

$$\Delta = \ell\,(n_2 - n_1) = N\lambda$$

$$n_2 = n_1 + \frac{N\lambda}{\ell} = 1,000277\ \frac{17\cdot 5,89\cdot 10^{-8}}{10}$$

$$n_2 = 1,000377$$

10 ـ بين أنه في حالة مرآتي فرنل يقع كل من المنبع $S$ وخياليه الوهميين $S_1$ و $S_2$ على محيط دائرة مركزها $O$ ينطبق على نقطة تقاطع حرفي المرآتين مع المستوي العمودي على هذا الحرف والمار من النقطة $S$ . استعن بالرسم 1ـ10 وبين ان :

أ . $S_1OS_2 = 2\alpha$ حيث $\alpha$ الزاوية المحصورة بين المرآتين .

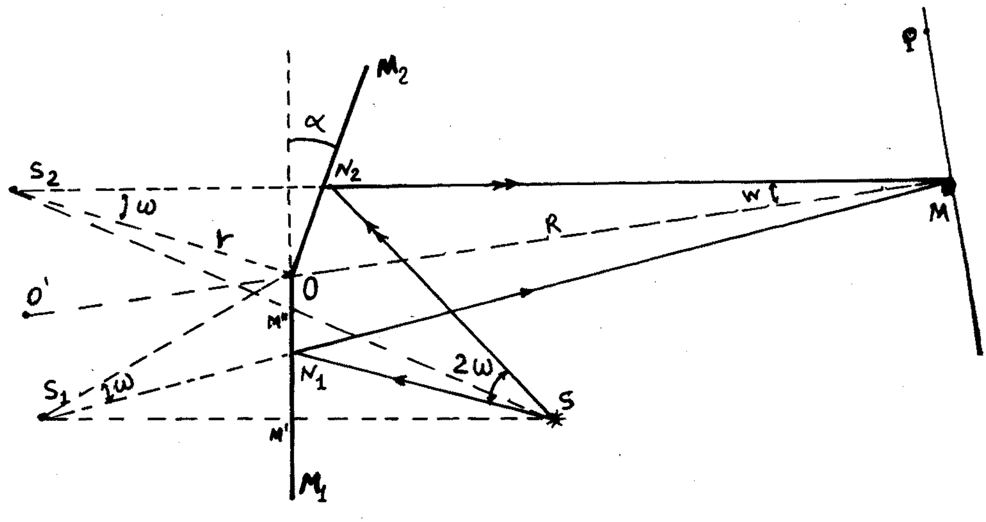
ب . $2\omega = \frac{2\alpha R}{(r+R)}$ حيث $2\omega$ كوة التداخل*) من اجل النقطة المركزية $M$ لحقل الرؤيا . حيث $r$ المسافة $OS$ و $R$ المسافة $OM$.
اذاكان $R \gg r$ فبين أن $2\omega = 2\alpha$ .

جـ . $2W = 2\alpha \frac{r}{(r+R)}$ حيث $2W$ زاوية اقتراب الشعاعين المتداخلين من اجل النقطة المركزية $M$ للحقل .

د . $S_1S_2 = \ell = 2r\alpha$ .

هـ . عرض الهدب $i = \lambda \frac{r+R}{2\alpha r}$

نشير الى أن الزوايا $\alpha$ ، $\omega$ و $W$ صغيرة .




شكل 1ـ10

*) كوة التداخل هي الزاوية المحصورة بين زوج من الاشعة التي ستتداخل بعد عبورها شقي يونغ أو انكسارها في موشوري فرنل أو انعكاسها على مرآتي فرنل في نقطة ما من اللوحة التداخلية ( حقل التداخل ) .

ـــ نجد من الشكل بعد الأخذ بعين الاعتبار أن الشعاع الوارد والشعاع المنعكس يقعان في مستوي واحد ، وبالتالي $S$ ، $S_1$ و $S_2$ يقعوا في نفس المستوي . من تطابق المثلثين $SOM'$ و $S_1OM'$ نجد أن $OS=OS'$.
ومن تطابق المثلثين $SOM''$ و $S_2OM''$ نجد أن $OS = OS_2$ ومنه $OS=OS_1=OS_2$ ، أي أن الاخيلة تبقى ثابتة البعد عن النقطة $O$ ، وذلك من اجل أي وضع للمنبع ، وبالتالي فهي تقع على محيط دائرة مركزها $O$ .

آ . ان الزاويتين $\alpha$ ، $M'SM''$ متساويتان بالتعامد ، والزاوية $M'SM''$ محيطية تحصر القوس $S_1S_2$ . الزاوية $S_1OS_2$ مركزية تحصر نفس القوس اذاً $S_1\hat{O}S_2 = 2\alpha$ .

ب . ان كوة التداخل في حالتنا هي $N_1SN_2 = 2\omega$ ، المثلثان $S_2ON_2$ و $SON_2$ متطابقان $OS_2\hat{N}_2 = O\hat{S}N_2 = \omega$
والمثلثان $S_1ON_1$ و $SON_1$ متطابقان $OS_1\hat{N}_1 = O\hat{S}N_1 = \omega$ .
المثلثان $S_2MO$ و $S_1OM$ متطابقان ايضا $OS_1\hat{N}_1 = OS_2\hat{N}_2$ ،
مما تقدم نستطيع كتابة العلاقات

$$tg\,\alpha = \frac{S_2O'}{r} = \alpha \;,\; tg\,W = \frac{S_2O'}{O'M} = \frac{S_2O'}{r+R} \approx W$$

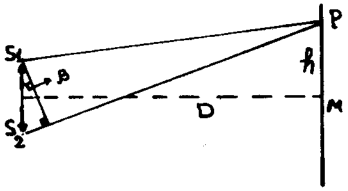
$$\frac{\alpha}{W} = \frac{r+R}{r} \Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha-\omega} = \frac{r+R}{r} \Rightarrow \omega = \frac{\alpha R}{R+r}$$

نلاحظ أنه من اجل $R \gg r$ ان $\omega = \alpha \Big/ 1+\frac{r}{R} \approx \alpha$ .

ج. من العلاقة السابقة نجد ان $W = \dfrac{\alpha r}{r+R}$

د . $S_1S_2 = 2r\sin\alpha \approx 2r\alpha$ .

هـ . يعطى فرق المسير في حالة مرآتي فرنل بالعلاقة (انظر الشكل 10ـ2) :




شكل 10ـ2

$$\Delta = \overline{S_1S_2} \cdot \sin\beta = $$
$$= S_1S_2 \cdot \frac{h}{D} = m\lambda$$

$$h = \frac{D \cdot m\lambda}{S_1S_2}$$

ومنه يكون عرض الهدب

$$i = h_2 - h_1 = \frac{D\lambda}{S_1S_2} = \frac{D\lambda}{2r.\alpha} = \frac{(r+R)}{2r\alpha}\cdot\lambda$$

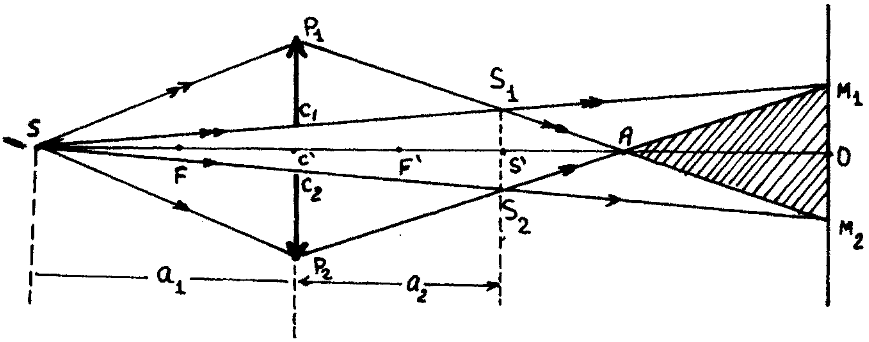
11 ـ عدسة مقربة بعدها المحرقي ( 20 cm ) وقطرها (4 سم )

شطرت الى شطرين متساويين، وجعل البعد بين المركزين البصريين للشطرين 1 مم . فاذا كان الشق المضيء يقع على مسافة ($a_1 = 40\,cm$) من العدسة . وكان طول موجة الضوء المستعمل 0,55 ميكرون . احسب مايلي : آ . البعدبين المنبعين المترابطين ( خيالي الشق فيشطري العدسة .

ب . المسافة الفاصلة بين العدسة والشاشة التي تتكون عليها الاهداب حتى يكون البعد الهدبي مساويا 0,11 مم .

ج . عدد الاهداب المتكونة على الشاشة عندئذ .

د . سماكة صفيحة شفافة متوازية الوجهين التي اذا وضعت في طريق احدى الحزمتين المتوازيتين ، أدت الى ازاحة الهدب المركزي عن موضعه بمقدار 0,8 مم .




شكل 1 ـ 11

ـ من العلاقة $\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f}$

حيث أن $f = -f_1 = f_2$ نجد

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{-40} = \frac{1}{20} \Rightarrow a_2 = 40\,cm$$

حيث $a_2$ بعد المستوي الذي يتشكل عليه الخيال عن العدسة . وبما أن العدسة مشطورة ( انظر الشكل 1ـ 11 )فان الخيال ينشطر الى خيالين $S_1$ و $S_2$.

لحساب المسافة $S_1S_2$،نستفيد من تشابه $\overset{\Delta}{S\,C\,C_2}$ و $SS'S_2$ فنجد أن:

$$S_1S_2 = 2\,S'S_2 = 2\,\frac{CC_2}{a_1}(a_1 + a_2) = 2\ mm$$

نحسب بعد $A$ عن $C$ معتمدين على تشابه المثلثين $AS_1S'$ و $C_1S'P_1$

$$S'A = S'S_1\,\frac{C_1S_1}{C_1P_1} = 20\ mm$$

$$AC = CS' + S'A = 2 + 20 = 22\ cm$$

ومنه

ب . يعطى البعد الهدبي $i$ بالعلاقة

$$i = \frac{\lambda \cdot \overline{S'O}}{S_1S_2} \Rightarrow \overline{S'O} = \frac{i \cdot \overline{S_1S_2}}{\lambda} = \frac{0{,}11 \cdot 2}{0{,}55 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 40\ cm$$

ومنه يكون بعد الشاشة عن العدسة $CO$ :

$$CO = \overline{CS'} + \overline{S'O} = 80\ cm$$

ج . عدد الاهداب = $\frac{\text{عرض منطقة التداخل على الشاشة}}{\text{البعد الهدبي}} = \frac{2OM_1}{i}$

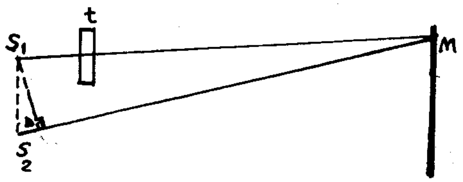
نجد من المثلثين $SC_1C_2$ و $SM_1M_2$ أن

$$M_1M_2 = 2OM_1 = \frac{\overline{OS} \cdot \overline{C_1C_2}}{SC} = \frac{120 \cdot 0{,}1}{40} = 0{,}3\ cm$$

عدد الاهداب $n = \frac{0{,}3}{0{,}011} = 27{,}3$ هدبا

أي أن هناك 28 هدبا مضيئا و 27 مظلما لأن الهدب المركزي مضيء.

د . عند وضع الصفيحة الشفافة ينزاح الهدب المركزي بالمسافة $\Delta x$ في نفس اتجاه الخيال الذي وضعت أمامه الصفيحة ذات السماكة $t$ . ويصبح فرق المسير من اجل الهدب المركزي ( انظر الشكل 2ـ11)




شكل 2ـ11

$$\Delta = (n-1)\,t$$

$$\frac{\Delta}{S_1S_2} = \frac{\Delta x}{S'O} \quad , \quad \Delta = \frac{\overline{S_1S_2} \cdot \Delta x}{S'O}$$

$$t = \frac{\overline{S_1S_2} \cdot \Delta x}{S'O\,(n-1)} =$$

$$= \frac{2 \cdot 0{,}8}{400 \cdot 0{,}5} = 8 \cdot 10^{-3}\,mm = 8\,\mu .$$

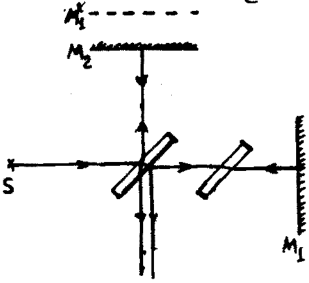
12 ـ استعمل لاضاءة مقياس مايكلسون التداخلي الخط الطيفي الاصفر لضوء الصوديوم المؤلف من طولين موجيين $\lambda_1 = 5890\,A^o$ و $\lambda_2 = 5896\,A^o$. يلاحظ اختفاء اللوحة التداخلية بشكل دوري أثناء الازاحة الانسحابية لاحدى المرآتين ، فسر ذلك . جد مقدار ازاحة المرآة بين ظهورين واضحين متتاليين للوحة التداخلية .

ـــ نفرض ان وضوح اللوحة التداخلية يتحقق من اجل قيمة ما معينة لـ $t$ ( انظر الشكل 1ـ12 ) :

$$\Delta = 2t = n\,\lambda_2 = m\,\lambda_1$$

حيث أن $m$ و $n$ عددان صحيحان . وهذا يعني تطابق النهايات العظمى للوحة التداخلية المتشكلة بـ $\lambda_1$ واللوحة التداخلية المتشكلة بـ $\lambda_2$ .

عند تغير $t$ تتغير مواقع النهايات العظمى ومواقع النهايات الصغرى لكلتا اللوحتين لتنطبق على بعضهما ، مما يؤدي الى اختفاء اللوحة التداخلية الحاصلة . وتظهر اللوحة التداخلية بوضوح من جديد عندما تتحقق المساوتين




شكل 12ـ1

$$2(t+dt) = (n+K)\lambda_2 = (m+K+1)\lambda_1 \quad (1)$$

ومنه يكون شرط الانتقال من وضع واضح الى وضع واضح لاحق للوحة التداخلية

$$K\lambda_2 = (K+1)\lambda_1 \quad (2)$$

من 1 و2 نجد ان

$$2dt = K\lambda_2 \quad (3)$$

، من 2 و 3 نجد ان

$$dt = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_2-\lambda_1)} \approx \frac{\lambda_2}{2\Delta\lambda} = 0{,}3\ mm \ .$$

13 ـ يعرض الشكل 13ـ1 مخطط التداخل باستخدام مرآتي فرنل.

الزاوية بين المرآتين $\alpha = 12'$ ، المسافتان من خطتقاطع المرآتين الى الشق المضيىء $S$ والى الشاشة $E$ تساويان على الترتيب $(r=10\ cm)$ و $(b=130\ cm)$ . طول موجة الضوء $(\lambda=0{,}55\ \mu)$ . عين :

آ . عرض الهدب على الشاشة ،وعدد النهايات الممكنة .

ب . ازاحة اللوحة التداخلية على الشاشة من اجل ازاحة الشق بمقدار $(\delta l = 1\ mm)$ وفق القوس ذي نصف القطر $r$ والمركز $O$ .

ج . من اجل أية قيمة عظمى للشق تبقى اللوحة التداخلية واضحة بشكل كاف .

ـــ آ : يعطى عرض الهدب بالعلاقة ( انظر الشكل 13ـ1 )

$$i = \Delta x = \frac{l}{d}\lambda$$

$$l = b+r \quad , \quad d = S_1' S_1'' = r\sin(2\alpha) \approx 2r\alpha$$

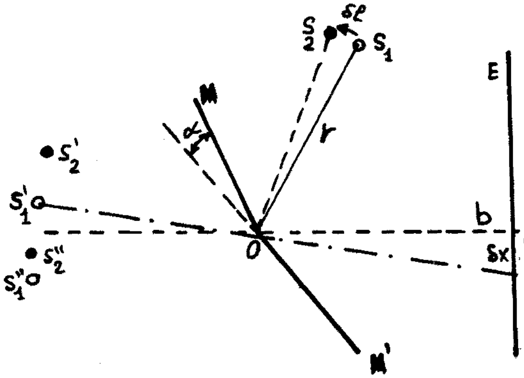
$$i = \frac{(b+r)\lambda}{2\alpha r} = \frac{140\cdot 0{,}5\cdot 10^{-4}}{2\cdot 12\cdot 10\cdot \frac{\pi}{180\cdot 60}} \approx 1{,}1\ mm$$

وتكون ساحة التداخل مساوية : $2x = 2b\cdot\alpha$

وهكذا فان عدد النهايات الممكنة $n$ :

$$n = \frac{2b\alpha}{\Delta x} = \frac{2b\alpha}{\frac{(b+r)\lambda}{2\alpha r}} \simeq 9$$

ب . عند ازاحة المنبع $S_1$ بمقدار $\delta\ell$ أي الى الموضع $S_2$ ، ينزاح موضعا الخيالين الوهميين $S'_1$ و $S''_1$ الى $S'_2$ و $S''_2$ ، باتجاه معاكس لاتجاه ازاحة المنبع ، وذلك بالمقدار $\delta\ell$ وهذا يقابله ازاحة في موضع اللوحة التداخلية المتشكلة على الشاشة E بالمقدار $\delta x$ :




شكل 13ـ1

$$\delta x = b \cdot \frac{\delta\ell}{r} =$$

$$= 130 \cdot \frac{0,1}{10} = 1,3 \text{ cm}$$

جـ . يمكن النظر الى الشق العريض على أنه مجموعة من الشقوق الضيقة المتوضعة الى جوار بعضعها البعض ، فمن اجل شق أعرض من الشق العنصري يمكننا النظر الى اللوحة التداخلية المتشكلة عنه أنها عبارة عن تراكب لوحتين تداخليتين متشكلتين عن الشق العنصري وعن شق جديد مزاح بمقدار ما عن الشق الاصلي ،وتبقى اللوحة الحاصلة واضحة فيما بعد اذاتحقق الشرط .

$$\delta x \leqslant \frac{1}{4}\Delta x = \frac{1}{4} i$$

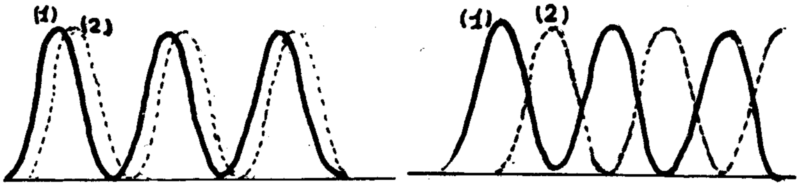
حيث $\delta x$ تمثل ازاحة اللوحة التداخلية المتشكلة عن الشق الجديد عن اللوحة الاصلية ، وبزيادة $\delta x$ التيترتبط بـ $\delta\ell$ ، تأتي مرحلة تنطبق فيها النهايات المضيئة لاحدى اللوحتين مع النهايات المظلمةللوحة الاخرى وتختفي بالتالي صورة التداخل . وهكذا بزيادة عرض الشق تظهر اللوحة التداخلية وتختفي دوريا ، ولكن في هذه الحالة تبدو اللوحة في حالة تشكلها قائمة على قاعدة مضاءة نسبيا . ويبين الشكل 13ـ2 توزع شدة اضاءة اللوحة التداخلية في الحالتين المذكورتين آنفا .

نعيد كتابة الشرط اللازم لتبقى اللوحة واضحة

$$\delta x \leq \frac{1}{4}\Delta x$$

نأخذ حالة المساواة فنجد :

$$b\frac{\delta \ell}{r} = \frac{1}{4} = \frac{(b+r)\lambda}{2\alpha \cdot r} \Longrightarrow \delta \ell \simeq 2,78.10^{-4}\, cm.$$




ازاحة بمقدار نصف هدب الصورة الحاصلة عن تركيب 1 و 2 تظهر اضاءة منتظمة .

ازاحة بمقدار ربع هدب تبقى اللوحة الحاصلة عن تركيب 1 و2 واضحة .

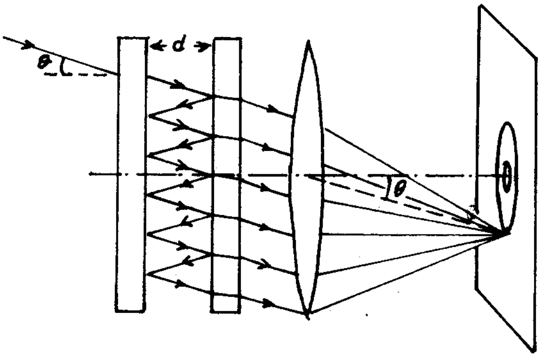
شكل 2ـ 13

14 ـ تتشكل في المستوي المحرقي لعدسة مقربة أثناء اضاءة معيار فابري ـبيرو التداخلي بضوء وحيد اللون متباعد لوحة تداخلية (الشكل 14ـ1) على هيئة جملة من الحلقات المتمركزة . فاذاكانت سماكة العيار تساوي $d$ ، عين كيف تتعلق

آ . مواضع الخواتم برتبة التداخل ، واوجد العلاقة الرابطة بين نصف القطر الزاوي للهدب $K$ وبين $K$ ورتبة التداخل العظمى $P_0$ .

ب . العرض الزاوي للهدب التداخلي .

ج . كيف يتغير عرض الخواتم التداخلية ،عند استبدال الطبقة الهوائية بين الصفيحتين بطبقة من الماء قرينة انكسارها $n$ .




شكل 1 ـ14

ـــ ان مواقع النهايات العظمى تتعين بالعلاقة التالية :

$$2d\cdot\cos\theta = P\lambda \qquad (1)$$

تؤدي زيادة الزاوية $\theta$ اي زيادة نصف قطر الخاتم الى نقصان رتبة التداخل فمن اجل الهدب المركزي

$$2d = P_0\lambda \qquad (2)$$

ومن اجل الهدب ذي الرقم 1 يكون

$$2d\cos\theta_1 = (P_0-1)\lambda \qquad (3)$$

اذاكانت الزاوية $\theta$ صغيرة ، نستطيع أن نكتب

$$2d\cdot\left(1-2\sin^2\frac{\theta_1}{2}\right) = (P_0-1)\lambda \qquad (3')$$

من 2 و '3 نجد

$$\theta_1^2 = \frac{2}{P_0}$$

وهكذا من اجل الهدب ذي الرقم $K$ يكون :

$$2d\cdot\left(1-2\frac{\theta_K^2}{4}\right) = (P_0-K)\lambda$$

أي

$$\theta_K^2 = K\frac{2}{P_0} = K\frac{\lambda}{d}$$

ب . يمكن ايجاد العرض الزاوي للهدب من مفاضلة العلاقة 1 مع ملاحظة أن الانتقال من هدب الى آخر يغير رتبة التداخل بمقدار 1 :

$$2d\cdot\sin\theta\,\delta\theta = (\delta P)\lambda \Rightarrow \delta\theta = \frac{\lambda}{2d\sin\theta} \qquad (4)$$

ويلاحظ من هذه العلاقة ان العرض الزاوي للهدب يتناقص بازدياد الزاوية $\theta$، أي يتناقص بتناقص رتبة التداخل .

ج . عند استبدال الهواء بطبقة من الماء قرينة انكسارها $n$ يكون فرق المسير

$$\Delta = 2dn\cos r \qquad (5)$$

حيث $r$ زاوية الانكسار . وتتعين مواضع الاهداب بدلالة $r$ وفق العلاقة :

$$2d\cdot n\cdot\cos r = K\lambda \qquad (6)$$

بمفاضلة العلاقة 6 نجد أن :

$$2d\cdot n\sin r\cdot\delta r = (\delta K=1)\lambda$$

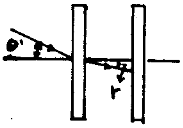
ومنه

$$\delta r = \frac{\lambda}{2nd\cdot\sin r}$$

غير ان ( انظرالشكل 2_14 ) $\sin\theta' = n\sin r$

$$\cos\theta'\cdot\delta\theta' = n\cos r\,\delta r$$

$$\delta\theta' = \frac{n\cos r\,\delta r}{\cos\theta'} = \frac{n\cos r}{\cos\theta'}\cdot\frac{\lambda}{2nd\sin r}$$



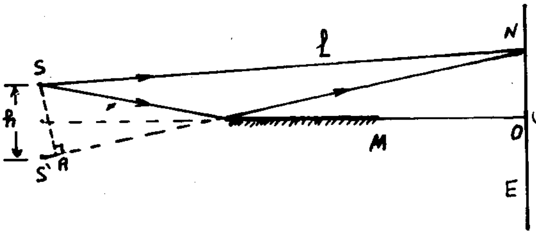

شكل 2_14

ومنه

$$\frac{\delta\theta'}{\delta\theta} = \frac{n\cos r}{\cos\theta'}\cdot\frac{\lambda}{2nd\sin r}\cdot\frac{2d\cdot\sin\theta}{\lambda} = \frac{tg\theta}{tg r}$$

وهكذا يزداد عـرض الهدب التداخليبالنسبة $\frac{tg\theta}{tg\, r}$

15 ـ في تجربة مرآة لويد ( الشكل 1 ـ 15 ) تتداخلالموجـة الضوئية المنطلقة مباشرة من المنبع $S$ ( شق ضيق ) مع الموجة المنعكسة عن المرآة $M$ . تتشكل بنتيجة التداخل جملة اهداب تداخل علـى الشاشة $E$ . البعد بين المنبع والشاشة ( $l = 100\ cm$ ) . يكون عرض الهدب على الشاشة من اجلوضع ما للمنبع مساويا ( $i = 0{,}25\ mm$ ). اذا قمنا بابعاد المنبع عن مستوي المرآة بالمسافة ( $\Delta h = 0{,}6\ mm$ )يتناقص عرض الهدب بـ $\eta = 1{,}5$ مرة . جد طول موجة الضوء .



شكل 1 ـ15

ـ يعطى فرق المسير $\Delta$ بالعلاقة $\Delta = \overline{S'A} - \frac{\lambda}{2}$

حيث $\frac{\lambda}{2}$ ناتجة عن الانعكاس على المرآة .

ان شرطتشكل الاهداب المضيئة

$$\Delta = K\lambda$$

وشرط تشكل الاهداب المظلمة

$$\Delta = (2K+1)\frac{\lambda}{2},$$

حيث أن $K$ عدد صحيح . من تشابه المثلثين $SS'A$ و $BNO$ نجد

$$\frac{S'A}{ON} = \frac{S'A}{X} = \frac{2h}{l} \Longrightarrow S'A = \frac{2hX}{l}$$

وهكذا تكون قيم $X$ للاهداب المظلمة

$$X_K = \frac{Kl\lambda}{2h} \quad , \quad X_{K+1} = \frac{(K+1)l\lambda}{2h}$$

ومنه يعطى عرض الهدب بالعلاقة

$$i = X_{K+1} - X_K = \frac{l\lambda}{2h}$$

عند ابعاد المنبع بالمقدار $\Delta h$ يصبح عرض الهدب $i' = \frac{i}{\eta}$

غير ان $i' = \frac{l\lambda}{2(h+\Delta h)}$

ومنه $i = \eta i' = \frac{l\lambda\eta}{2(h+\Delta h)} = \frac{l\lambda}{2h}$ , $2h\eta = 2(h+\Delta h)$

$$h = \frac{\Delta h}{\eta - 1} \Rightarrow \lambda = \frac{2hi}{l} = \frac{2i\Delta h}{l(\eta-1)} = 0{,}6\ \mu$$

16 ـ ان الاهداب مختلفة الرتب في عيار فابري ـ بيرو التداخلي تملك شكل حلقات متمركزة :

آ . أين تتوضع اهداب الرتب العليا الى جوار المركز أم بعيدة عنه ؟

ب .كيف يتعلق عرض الهدب برتبة التداخل ، بطول الموجة وبسماكة العيار $h$ .

ــ من العلاقة $p\lambda = 2h\cos\theta$ حيث $\theta$ الزاوية بين الشعاع الخارج من الصفيحة والناظم عليها . نجد أن الاهداب تقترب من المركز في حالة زيادة الرتبة ( $+\Delta p$ ) والزاوية $\theta$ تتناقص .

ب . $\Delta\theta = \dfrac{\lambda}{2h\sin\theta}$

أي أن عرض الهدب يزداد بازدياد طول الموجة وبازدياد رتبة التداخل ويتناقص بزيادة $h$ .

17 ـ جد تغير عامل وضوح رؤية الاهداب $V = \dfrac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min}}$ حيث $E$ شدة الاضاءة ، في ترتيبات ( أجهزة )فرنل بتابعية زيادة عرض المنبع .

ــ نقسم خيال المنبع ذي العرض $2b$ الى أشرطة ( شرائح ) ضيقة $dx \ll \lambda$ ، كل منها يمكنه أن يعطي اضاءة عظمى $I_0 dx$ . فمن اجل نقطة $N$ تبعد بالمسافة $h$ عن النهاية العظمى المركزية $M$ ( الشكل 1ـ17) ، تكون الاضاءة التي يسببها الجزء $dx$ المجاور لمنتصف المنبع معطاة بالعبارة

$$dE = I_0 dx\left(1 + \cos\frac{4\pi l h}{\lambda D}\right) = I_0 dx\left(1 + \cos\frac{2\pi h}{\beta}\right)$$

حيث أن $\beta = \dfrac{\lambda D}{2l}$ العرض الهدبي لأهداب التداخل .

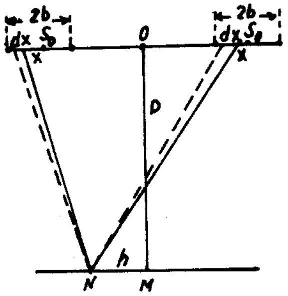
وتكون الاضاءة التي يحدثها الجزء $dx$ المتموضع الى اليسار من $S_0$ على مسافة $x$ في النقطة $N$ معطاة بالعلاقة :

$$dE = I_0 dx\left(1 + \cos\frac{2\pi(h - x)}{\beta}\right)$$

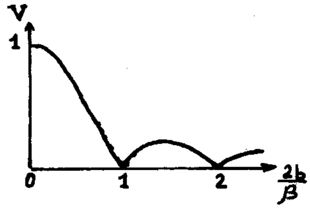
ونحصل على الاضاءة الكلية في النقطة $N$ باجراء التكامل :

$$E = \int_{-b}^{+b} I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi(h-x)}{\beta}\right)dx = 2I_0 b + + I_0\frac{\beta}{\pi}\sin\frac{2\pi b}{\beta}\cdot\cos\frac{2\pi h}{\beta}$$

يعطي الحد الاول من الطرف الأيسر اضاءة ثابتة من اجل اللوحة ككل ( أي من اجل أية قيمة لـ $h$ ) وهذه تمثل الخلفية (الفون) ،
ويتغير الحد الثاني دوريا بتابعية $h$ ( معطيا نهايات عظمى وصغرى) .
ويلاحظ أنه بزيادة عرض المنبع $2b$ تبدأ الخلفية بالنمو التدريجي .
ولا يمكن للنهايات العظمى كما هو ملاحظ من العلاقة أن تتجاوز القيمة $I_0 \beta/\pi$ .




شكل 1 ـ17




شكل 2 ـ 17

إن زيادة عرض المنبع تؤدي الى انخفاض تباين الاهداب بالتدريج .

وتدعى النسبة $V = \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min}}$ بمعامل وضوح رؤية الاهداب .

ومنه
$$V = \frac{\beta}{2\pi b} \left| \sin \frac{2\pi b}{\beta} \right|$$

وبزيادة $2b$ تدريجيا تبدأ $V$ بالانتهاء الى الصفر مارة بسلسلة من النهايات العظمى والصغرى . ويعرض الشكل 2ـ17 تغير وضوح رؤية الاهداب بتابعية $2b/\beta$ .

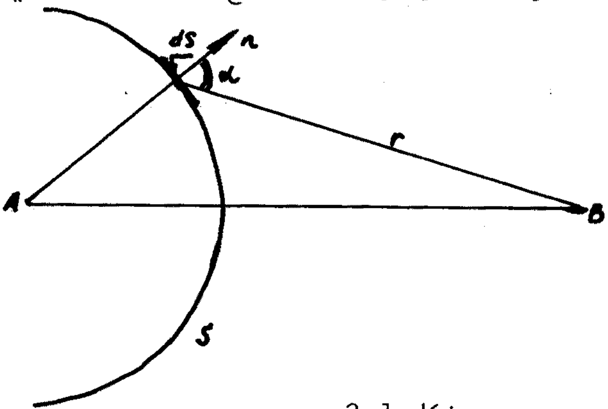
# الفصل الثاني
# الانعراج

## 6 ـ مبدأ هويغنز ـ فرنل . مناطق فرنل .

ان الظواهر الانعراجية مرتبطة بحيود الضوء في منطقة الظل وذلك عند عبوره خلال فتحة صغيرة ، أو التوائه حول الحواجز .ويسهل مبدأ هويغنز (Huygens' Principle) في تلك الصياغة التي منحها اياه العالم فرنل دراسة هذه الظواهر . وقد قدم العالم كيرتشوف (Kirchhoff ) الاثبات الرياضي لهذا المبدأ .

ان كل نقطة من صدر الموجة حسب تصور هويغنز يمكن اعتبارها منبعا لامواج ثانوية . وتملك هذه المنابع المساعدة نفس الطور (ذلك لانها تقع على نفس صدر الموجة ) ، وبالتالي تعتبر منابع مترابطة . ونتيجة لذلك فان الامواج الثانوية الصادرة عن هذه المنابع يجب أن تتداخل فيما بينها . وتعطي نتيجة هذا التداخل ( حسب فرنل) الموضع اللاحق لصدر الموجة ، موضحا بذلك انتشارها .

يمكن دراسة انتشار الضوء من النقطة $A$ الى النقطة $B$ بالشكل التالي ( الرسم 2.1) . نحيط المنبع ( النقطة $A$ ) بسطح اختياري $S$ ، بعدئذ سوف نعتبر ان هذا السطح يصدر ضوءا ، أي أن نقاطه




شكل 2.1

(وليس المنبع $A$ ) هي التي ترسل الضوء الى النقطة $B$ .

يمثل اشعاع كل عنصر $ds$ من السطح $S$ الموجة الثانوية الكروية التي تحمل الاهتزاز الى النقطة $B$ :

$$\frac{a_0}{r} \sin(\omega t - kr - \varphi) \qquad (6\_1)$$

حيث $a_0$ السعة و $\varphi$ الطور للاهتزاز الحقيقي الواصل الى $dS$ من النقطة $A$ .ويظهر المضروب $\frac{1}{r}$ تناقص كثافة الطاقة بـ $r^2$ مرة في حالة الموجة الكروية التي تقطع المسافة $r$ من $dS$ الى المستقبل في النقطة $B$ . ويكون تأثير العناصر $dS$ في النقطة $B$ في هذه الحالة - حسب فرنل - اصغر كلما كانت الزاوية $\alpha$ المحصورة بين الناظم على السطح $S$ والاتجاه الى النقطة $B$ من العنصر المعني اكبر .

ان انتقاء السطح $S$ اختياري ، ويجب في كل حالة محددة انتقاءه بالشكل الاكثر ملائمة ، فاذا تطابق هذا السطح مع جبهة الموجة المنطلقة من $A$ ( كرة مركزها $A$ ) ، فان جميع $dS$ تملك نفس الطور . ومن اجل انتقاء آخر للسطح $S$ ، فان أطوار المنابع المساعدة لاتكون متساوية غير أن هذه المنابع بطبيعة الحال تبقى مترابطة . إذا وجدت في طريق الموجة من $A$ الى $B$ حواجز أو لوحات بثقوب ، بحيث تغلق بعض أجزاء جبهة الموجة ، فان الاشعاع من هذه الاجزاء المحجوبة لاتصل الى النقطة $B$ . وعلى هذا الاساس يقوم مبدأ هويغنز - فرنل لدراسة الحوادث الانعراجية .

اذا كان $d\xi$ يمثل الموجة التي يصدرها الجزء $dS$، فان السطح الكلي $S$ يعطي موجة حاصلة في نقطة المراقبة ، وتحدد هذه الموجة بالتكامل :

$$\xi' = \int_S K(\alpha)\frac{a_0}{r}\sin(\omega t - kr - \varphi)\,dS$$

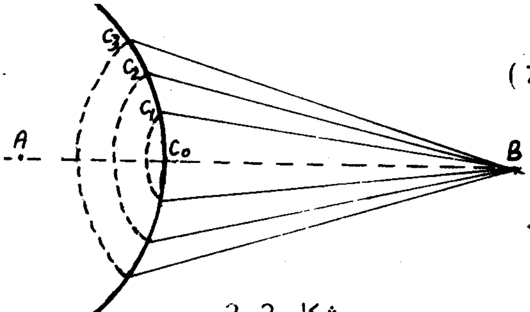
حيث $K(\alpha)$ يأخذ تابعية الموجة للزاوية $\alpha$ بعين الاعتبار . ويمثل هذا التكامل الاساس الرياضي لحل مسألة الانعراج . ويرتبط استخدامه في كثير من الحالات الهامة باسم كيرتشوف .

يبسط تحليل وفهم مسألة تداخل الامواج الثانوية باستخدام طريقة "مناطق فرنل" . ولعرض هذه الطريقة ندرس بالتفصيل انتشار الضوء من $A$ الى النقطة $B$ ، ونختار بمثابة $S$ سطح الجبهة الموجية (كرة مركزها في $A$ للمنبع النقطي ) . لنفرض $C_0$ - نقطة تقاطع هذا السطح مع المستقيم الذي يصل النقطة $A$ بالنقطة $B$ ( الشكل 2.2 ) .

نقسم السطح $S$ الى مناطق تملك ابعادا تكون من اجلها المسافات من حدودها الى النقطة $B$ مختلفة بمقدار $\frac{\lambda}{2}$ اي ان

$$C_1B - C_0B = C_2B - C_1B = C_3B - C_2B = \cdots = \frac{\lambda}{2}$$

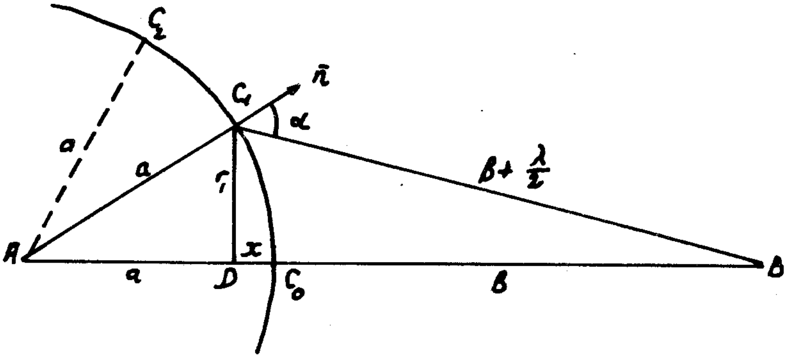
وهكذا تُضعف تأثيرات المناطق المتجاورة في النقطة $B$ بعضها البعض ، من اجل التقسيم المذكور ( وبهذا تنحصر الفكرة الاساسية لطريقة فرنل ) .ويحدث هذا لان المنابع التصورية (التخيلة) للمنطقة $C_0C_1$ موجودة على بعد من النقطة $B$ اقرب بـ $\frac{\lambda}{2}$ من المنابع الموافقة للمنطقة $C_1C_2$. وبالتالي تصل الاهتزازات الصادرة عنهم الى النقطة $B$ متعاكسة في الطور . بهذا الشكل يضعف تأثير المنطقة المركزية في النقطة $B$ وهكذا دواليك .



شكل 2.2

بما ان تأثير كل منطقة متناسب مع عدد النقاط المضيئة ، اي مع مساحة هذه المنطقة . نقوم بحساب مساحات بعض المناطق :

نجد من اجل المنطقة المركزية (الشكل 2_3) باستخدام المثلثين $AC_1D$ و $DC_1B$ :



شكل 2.3

$$r_1^2 = a^2-(a-x)^2 = \left(b+\frac{\lambda}{2}\right)^2-(b+x)^2$$

ومنه نستنتج قيمة $x$

$$x = \frac{b\lambda+\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}{2(a+b)} \qquad (6\_2)$$

ونحصل من اجل ارتفاع $x_m$ للشدفة التي تضم $m$ منطقة من مناطق فرنل

$$x_m = \frac{bm\lambda+m^2\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}{2(a+b)} \qquad (6.3)$$

اذا كان $\lambda \ll b$ ، نحصل من اجل المنطقة الاولى على

$$x = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{\lambda}{2} \tag{6.4}$$

حيث $x$ ارتفاع الشدفة الكروية الممثلة للمنطقة الأولى . وتساوي مساحة هذه الشدفة :

$$S_0 = 2\pi a x = 2\pi a \frac{b}{a+b}\cdot\frac{\lambda}{2} = \frac{\pi a b}{a+b}\lambda \tag{6-5}$$

تعطى مساحة الشدفة $C_2C_0$ الممثلة للمنطقتين الأوليتين بالعلاقة

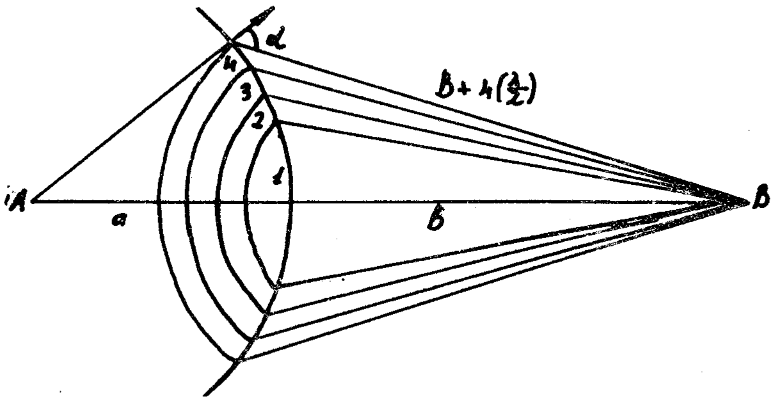
$$2\pi a x' = 2\pi a \frac{b}{a+b}\lambda \tag{6-6}$$

وهكذا نجدأن مساحة المنطقة الثانية تساوي :

$$\frac{2\pi a b}{a+b}\lambda - \frac{\pi a b}{a+b}\lambda = \frac{\pi a b}{a+b}\lambda \tag{6-7}$$

اي انها تساوي مساحة المنطقة الاولى ، وجميع المناطق اللاحقة تملك نفس هذه المساحة تقريبا . وهكذا يُقسم انشاء فرنل في هذه الحالة سطح الموجة الكروية الى مناطق حلقية متساوية المساحة ، مساحة كل منها $\frac{\pi a b \lambda}{a+b}$ (شكل 2.4) .

يتناقص تأثير المناطق المنفصلة في النقطة $B$ ، بازدياد الزاوية $\alpha$ بين الناظم على سطح المنظقة والاتجاه الى $B$ . وبالتالي يتناقص




شكل 2.4

تأثير المناطق تدريجيا من المنطقة المركزية 1 نحو المناطق الطرفية ( ذات الترقيم المرتفع ) ، وذلك بغض النظر عن تساوي ( أو حتى نمو

طفيف في ) مساحاتهم .

لنفرض أن تأثير المنطقة المركزية في النقطة $B$ يعبر عنها باهتزازة مثارة سعتها $S_0$ ، وتأثير المنطقة المجاورة باهتزازة سعتها $S_1$ ، والتي تليها بسعة قدرها $S_2$ وهكذا دواليك . ويتناقص تأثير المناطق تدريجيا ( مع أنه ببطء ) من المركز الى الحواف ، بحيث ان $S_0 > S_1 > S_2 > ----$ الخ ... . فاذا كان $n$ عدد المناطق كبيرا بشكل كاف ، فان تأثير المنطقة ذات الترتيب $n$ سيكون ضعيفا جدا . وبما أن الاهتزازات من المناطق المتجاورة تصل الى $B$ متعاكسة في الطور ، فان الاهتزاز الحاصل في هذه النقطة ، والمثار من قبل جميع المناطق يساوي :

$$S = S_0 - S_1 + S_2 - S_3 + S_4 --- =$$
$$= S_0 - (S_1 - S_2) - (S_3 - S_4) - (S_5 - S_6) --- \quad (6\text{-}8)$$

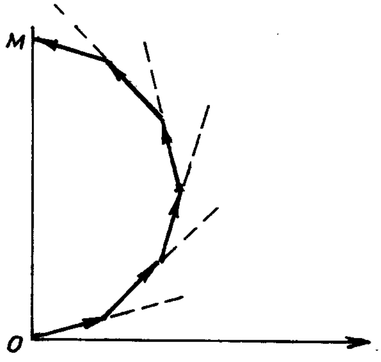
بما ان $S_0 > S_1 > S_2 > S_3 ---$ ،فان جميع الاقواس تكون ذات اشارة موجبة ، وبالنتيجة $S < S_0$ .

من هنا نرى ان سعة الاهتزاز الحاصل أصغر من سعة الاهتزاز الناتج عن المنطقة الاولى فقط . وبالتالي يُردّ تأثير الموجة ككل في النقطة $B$ ، الى تأثير جزء صغير منها أقل من المنطقة المركزية . فمن اجل قيم لـ $a$ و $b$ من رتبة 1م ، تكون مساحة الجزء الفعال من الموجة $\frac{\pi a b \lambda}{a+b}$ من رتبة 1 مم$^2$ . وهكذا فان الضوء ينتقل من $A$ الى $B$ ضمن قنال دقيق جدا وفق $AB$، أي أن انتشاره يتم وفق خطوط مستقيمة .

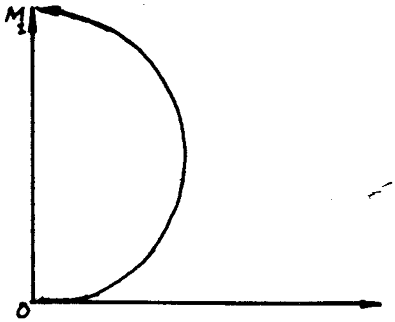
من المريح ايجاد الاهتزاز الحاصل في النقطة $B$ ، بجمع الاهتزاز الوارد من مختلف المناطق بيانيا .

لكي نمثل تأثير احدى المناطق بيانيا ، نقوم بتقسيمها الى أجزاء صغيرة متساوية بحيث يمكن اعتبار كل منبع من هذه المنابع الصورية مشعا لامواج متفقة في الطور . ويمثل تأثير مثل هذا المنبع شعاع يعين طوله بالسعة ،ويحدد اتجاهه بالطور المرتبط بذلك المنبع. ويمثل تأثير الجزء المجاور بشعاع طويلته تساوي طويلة الشعاع السابق ، غير أن اتجاهه يميل على اتجاه الشعاع الآخر . ويشع الجزء الاخير من المنطقة على تعاكس تقريبا في الطور مع الاول ، ذلك لأن

بعديهما عن المنطقة $B$ مختلفان بـ $\frac{\lambda}{2}$ ( الشكل 2.5 ) . وهكذا يمثل المخطط الشعاعي الذي يحدد تأثير سلسلة الاجزاء المشكلة لاحدى المناطق بخط منكسر ، ويمثل الاهتزاز الحاصل بالشعاع $OM$ الذي يغلق ذلك الخط . ويبين الشكل أن المنطقة هنا قد قسمت الى ستة اجزاء .



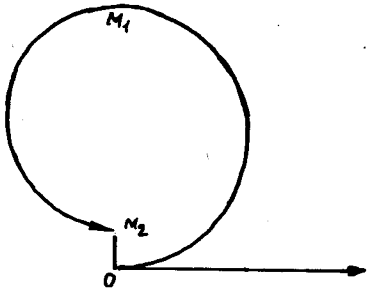

شكل 2.5



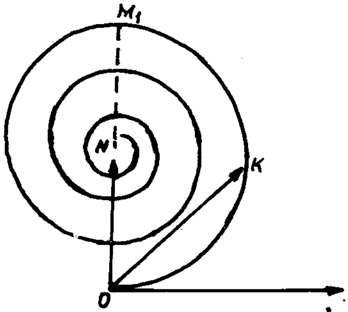

شكل 2.6

عندما يزداد عدد الاجزاء وذلك بتصغير ابعادهم ، يتحول الخط المنكسر الى قوس من دائرة (الشكل 2.6) . وهكذا يملك المخطط الشعاعي لتأثير المنطقة المركزية شكل نصف دائرة ، حيث يعبر الشعاع $OM_1$ عن الاهتزاز الحاصل الذي يولده تأثير هذه المنطقة بمفردها فقط .

لكي نحسب تأثير المنطقة الثانية ، يجب الاستمرار في تكوين




شكل 2.7




شكل 2.8

المخطط الشعاعي ، وذلك بانشاء نصف الدائرة اللاحق (الشكل 2.7 ) . ويملك القوس $M_1M_2$ قطرا أصغر من $OM_1$، ذلك لأن ميل المنطقة الثانية ( الزاوية $\alpha$ ) اصغر من المنطقة المركزية . ونحصل على مخطط تأثير جميع الامواج باستمرار الانشاء (الشكل 2.8) . ويمثل الشعاع $ON=S$

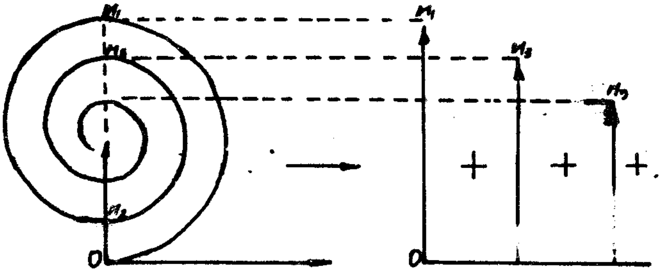
تأثير جميع الامواج . ويتضح من الرسم أنه يساوي نصف الشعـــاع $S_0 = OM_1$ الذي يمثل تأثير المنطقة المركزية ، ويتفق معه في الاتجاه . وهذا يعني ان الاهتزاز في النقطة $B$ الذي تحدثه جميع الامواج يتفق في الطور مع الاهتزاز الذي تولده المنطقة المركزية ، وتساوي طويلتـه نصف طويلة اهتزاز المنطقة المركزية . ويجب هنا ألا نخلط بين هذا الاهتزاز والاهتزاز الذي يولده نصف المنطقة المركزية ، والممثل بالشعاع $OK$ ، ويلاحظ ان هذا الشعاع لايساوي $ON$.

نشير مرة اخرى الى أن المخططات الشعاعية تعتبر رمزية ، ولاترتبط بشكل مباشر بالشعاعين $\vec{H}$ و $\vec{E}$ للموجة الكهرطيسية الضوئية . غير أن استعمالهم يبسط بشكل كبير دراسة المسائل الانعراجية .

يمكن التأكد من واقعية مناطق فرنل باستخدام الشاشة ذات المناطق. اذا جهزنا شاشة تغطي المناطق الزوجية أو الفردية فقط ، فاننا نحصل على زيادة في الاضاءة في النقطة $B$ . ويجب ان توضع هذه الشاشة في مكان محدد بين النقطتين $A$ و $B$ ، ذلك لأن اقطار مناطق فرنل تتعلق بـ $a$ و $b$ . فمن اجل المنطقة ذات الترتيب $m$ ، يكون :

$$r_m = \sqrt{\frac{m a b \lambda}{(a+b)}} \tag{6-9}$$

ويماثل تأثير هذه الشاشة ( الصفيحة ذات المناطق ) تأثير العدسة المجمعة . فاذا أغلقنا على سبيل المثال جميع المناطق الفردية ، فان الموجة العابرة لمثل تلك الصفيحة ، سوف تعطي في النقطة $B$ سعة للاهتزاز قيمتها : $S = S_0 + S_2 + S_4 + S_6 + ---$

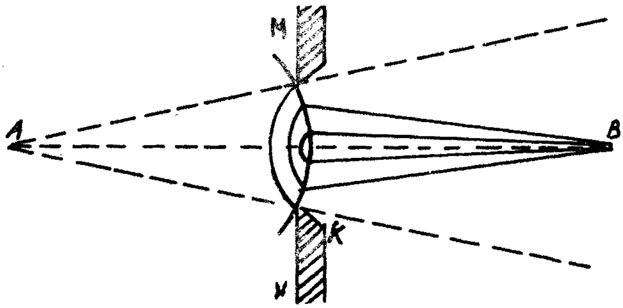


شكل 2.9

وتكون السعة الحاصلة في هذه الحالة أكبر بكثير من السعة التي تولدها الموجة باكملها عندما لاتكون محجوبة ، وهذا مانلاحظه على المخـــطط الشعاعي المعروض على الشكل 2.9 .

## 7 ـ بعض المسائل البسيطة في الانعراج .

ندرس من جديد انتشار الضوء من النقطة $A$ الى النقطة $B$ .ولنفرض ان حاجزا عاتما $MN$ يحوي على فتحة دائرية صغيرة $K$ ، قد وضع في طريق الاشعة بين النقطتين $A$ و $B$ (الشكل 2.10) . كيف يؤثرذلك على شدة الضوء في النقطة $B$ ( نفرض ان مركز الفتحة يقع على المستقيم $AB$ ) ؟



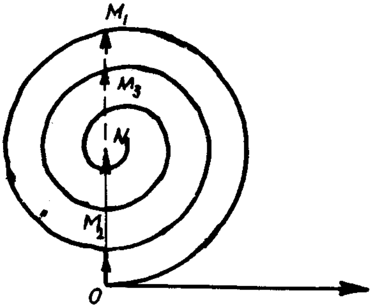

شكل 2.10

لكي نجيب على هذا السؤال ، نختار سطح فرنل ـ المحل الهندسي للمنابع الثانوية النقطية . لنفرض أن هذا السطح يمس الحاجز $MN$ ، وينطبق داخل الفتحة على سطح الموجة الكروية . نجزىء هذا السطح الى مناطق فرنل الحلقية ، كما فعلنا ذلك في الفقرة 6 ، أي بشكل نجعل فيه الاشعة الصادرة عن المناطق المتجاورة على تعاكس في الطور بحيث تضعف بعضها البعض أثناء التداخل .

تصل الى النقطة $B$ الأشعة الصادرة عن تلك المناطق الموجودة داخل الفتحة (ذلك لأن الحاجز العاتم لايمرر الأشعة ) . ويلاحظ على رسمنا وجود ثلاث مناطق مفتوحة . ويمكننا اعتمادا على المخطط الشعاعي (فقره 6) أن نعين الشدة في النقطة $B$ ، وتساوي هذه الشدة مربع الشعاع $OM_3$ (الشكل 2.11) . وبما أن الشدة في النقطة $B$ من اجل موجة مفتوحة تساوي مربع $ON$ ، نلاحظ أنها في حالة وجود الحاجز اكبر منها في حالة عدم وجودها . وتحصل أعظم اضاءة في حالة ابقاء المنطقة الاولى فقط مفتوحة (الشعاع $ON_1$ ) . اضف الى ذلك ان الاضاءة تبقى في النقطة $B$ من أجل أي عدد غير زوجي من المناطق المفتوحة أكبر منها في حالة عدم وجود الحاجز (الشعاع $ON$) .

ويزداد عدد المناطق مع زيادة قطر الفتحة . وتسعى الشدة في

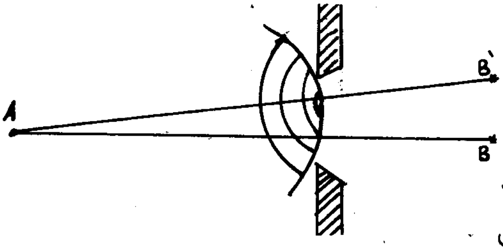
النقطة B الى شدة الموجة المفتوحة . وهكذا فان الظاهرة المدروسة تحدث فقط من اجل افتحات الصغيرة التي تحوي عددا صغيرا نسبيا من مناطق فرنل .



شكل 2.11

ومن المثير حقا الحالة التي يوجد فيها عدد زوجي من المناطق المفتوحة ، مثلا اثنتان فقط ، تحدد السعة في هذه الحالة للأمواج الضوئية في النقطة B بالشعاع $OM_2$ الذي يقل كثيرا عن ON ( ذلك لأن المنطقتين المتجاورتين تعملان على اضعاف تأثيرهما المشترك في النقطة B ) . وأثناء ذلك تظهر في المنطقة المركزية للحقل بقعة ظل مظلمة . إن هذه النتيجة الغير منتظرة لا يمكن تفسيرها من وجهة نظر الضوء الهندسي ، الذي يفترض تشكل خيال للفتحة على صورة بقعة ضوئية منتظمة الاضاءة . عند زيادة أبعاد الفتحة تساهم مناطق فرنل الأكثر فالأكثر في زيادة الاضاءة ، وتختفي هذه الظاهرة تدريجيا ، ذلك لأن السعة تسعى الى ON شعاع الموجة المفتوحة .

إذا ازيحت نقطة المراقبة الى جوار النقطة B ، فان شروط الايضاح تختلف ، ذلك لأن الفتحة تمرر من اجل النقاط الجانبية عددا غير صحيح من مناطق فرنل الحلقية (الشكل 1.12) . ان حساب الشدة في هذه الحالة صعبا ، الا أنه استنادا الى التناظر ، يتضح أن اللوحة يجب ان تملك هيئة خاتمية لخواتم مظلمة ومضيئة ، تتحول أثناء الابتعاد عن النقطة B الى ظل متجانس ويتعلق وضع الاضاءة في المركز

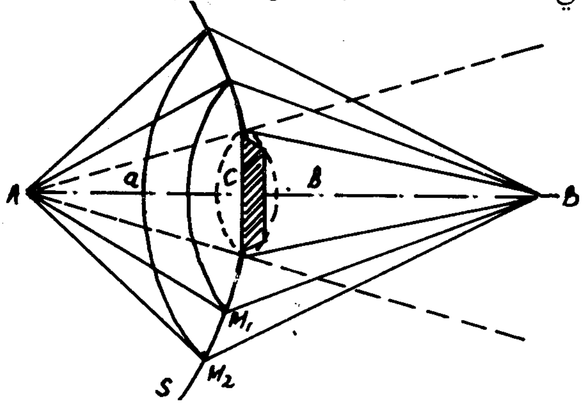


شكل 2.12

بأبعاد الفتحة وطول الموجة والمسافة بين الحاجز والنقطتين A و B .

إن ظاهرة نشوء الأهداب الخاتمية المظلمة والمضيئة بالاضافة الى الدائرة منتظمة الاضاءة تفسر استنادا الى النظرية الموجية للضوء وتدعى بانعراج فرنل على الحلقات المستديرة .

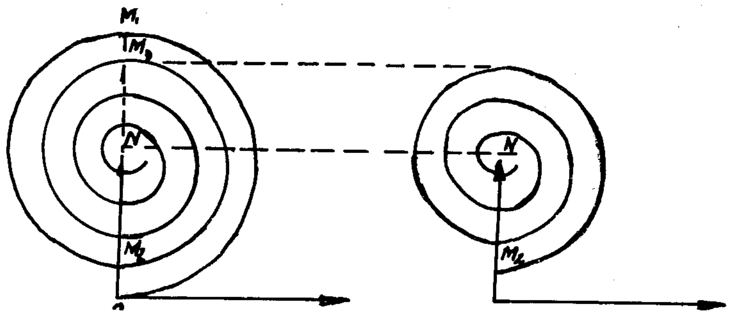
لنفرض الآن أن قرصا عاتما صغيرا C (من الأفضل تجريبيا استعمال كرة صغيرة ) موجود في طريق الاشعة الواردة من A الى B .كيف تتغير الاضاءة في النقطة B ؟ (الشكل 2.13) .




شكل 2.13

للاجابة على هذا السؤال نستخدم اسلوب فرنل . نختار بمثابة سطح مساعد S ، مرة اخرى ، جبهة الموجة الكروية التي تمس القرص العاتم ، ونجزئها الى مناطق حلقية . ولنفرض أن القرص يغطي عددا صغيرا من المناطق . عندئذ تتوقف المناطق المحجوبة بطبيعة الحال عن المساهمة في تشكيل الاضاءة في النقطة B وتبقى مساهمة المناطق المفتوحة .

اذا فرضنا مثلا انغلاق المنطقتين الأوليتين ، فإن الاهتزاز في النقطة B يحدده الشعاع $M_2N$(وذلك في مكان $ON$ فيحالة اختفاء القرص) ,



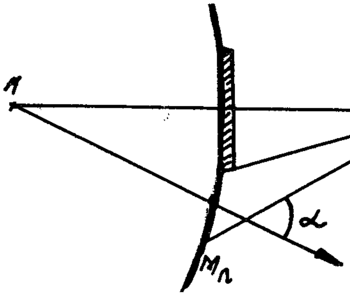

شكل 2.14

وهذا الشعاع يختلف بمقدار قليل عن الشعاع $ON$ ، أي أن شدة الضوء في النقطة B تبدو كما كانت تقريبا في حالة غياب القرص (الشكل 2.14) . إذا حجب القرص عددا من المناطق المركزية ، فان أول منطقة مفتوحة

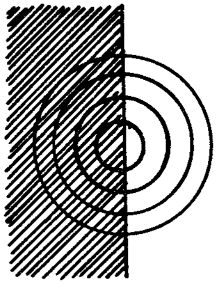
"تلعب دور المنطقة المركزية "، بمعنى أن تأثيرها يساوي تقريبا تأثير المنطقة المركزية للموجة المفتوحة (ذلك اذا كان ترتيبها ليس كبيرا جدا، أي أن القرص صغير ) .

وهكذا يلاحظ في مركز الظل الذي يخلفه القرص بقعة مضيئة . ويحاط الظل نفسه بأهداب حلقية مضيئة ومظلمة على التوالي . وتدعى هذه الظاهرة بانعراج فرنل على حاجز دائري . وكأن الضوء ينحرف (ينحني) في منطقة الظل ، وهذا يعتبر نتيجة من نتائج الطبيعة الموجية للضوء .

عند زيادة أبعاد الحاجز ، تزداد نمرة أول منطقة مفتوحة ، وتزداد في هذه الحالة الزاوية $\alpha$ بين الناظم على هذه المنطقة والاتجاه الى النقطة $B$ ( الشكل 2.15) . وتنخفض شدة الاشعاع الثانوي الصادر عن المنطقة نحو $B$ بقوة في هذه الحالة ، وتختفي البقعة المضيئة




شكل 2.15



شكل 2.16

في مركز اللوحة . وهكذا فإن الانعراج يلاحظ فقط في حالة الحواجز الصغيرة التي تغطي عددا غير كبير من مناطق فرنل .

اضافة الى ماقيل سابقا يجب أن يكون القرص دائريا ويملك حوافا دقيقة . حيث يمكنه في هذه الحالة فقط تغطية عدد محدد من المناطق ويولد بالتالي ظاهرة الانعراج .

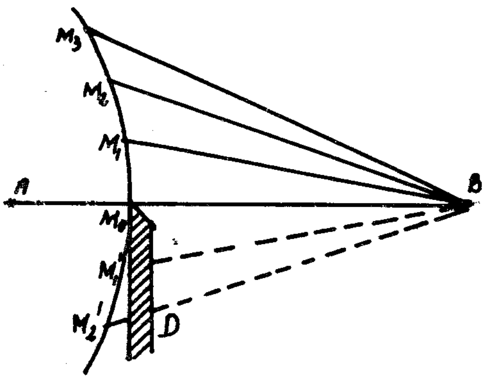
ندرس في النهاية الانعراج الحاصل على حافة حاجز مستقيم طويل. يسمح هذا بدراسة الانعراج على شق ضيق أيضا . نختار كما هو الحال في المرات السابقة ، جبهة موجة كروية بمثابة سطح فرنل . غير أن تقسيمها الى مناطق حلقية في هذه الحالة غير مناسب ، ذلك لأن الحاجز ذا الحافة المستقيمة يقطعها ، ويكون صعبا حساب تأثير المناطق

المفتوحة أو المحجوبة جزئيا . ويعرض الشكل 2.16 صورة مثل هـذا الحاجز وسلسلة من مناطق فرنل (الصورة مأخوذة من النقطة $B$ ) .

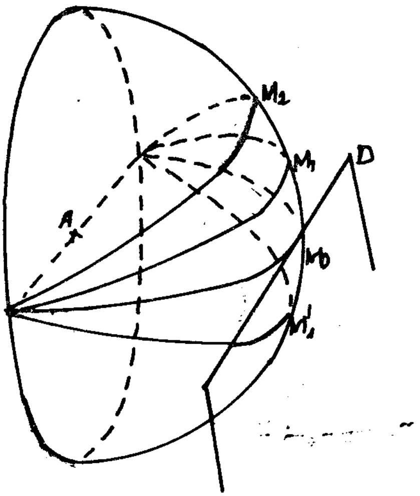
من المناسب في الحالة السابقة تقسيم جبهة الموجة الى مناطق بشكل مغاير لما سبق ( الشكل 2.17) . لنفرض أن الضوء ينطلق من $A$ الى $B$ ، ويوجد في طريق الاشعة حاجز لانهائي $D$ (عمودي على مستوي الشكل ) . نوصل من النقطة $B$ المستقيمات $BM_0$ ، $BM_1$ ، $BM_2$ -- و $BM'_1$ ، $BM'_2$ .... التي تختلف بطول مقداره $\frac{\lambda}{2}$ ، أي أن

$$BM_1 - BM_0 = BM_2 - BM_1 = ---- = \frac{\lambda}{2}$$

نمرر خلال المركز $A$ مستويات موازية لحرف الحاجز $D$ ، وتقطع




شكل 2.17




شكل 2.18

جبهة الموجة في النقاط $M_0$ ، $M_1$ ، $M_2$ و $M'_1$ ، $M'_2$ ، ---- . عندئذ يُقَطَّع سطح الموجة الى اجزاء كما تقطع الكرة الارضية الى حزوزبواسطة خطوط الطول ، ويبقى الخلاف بأن مساحات هذه الاجزاء غير متساوية ، ذلك لأن المسافات $M_0M_1$ ، $M_1M_2$ ، $M_2M_3$ تختلف عن بعضعها البعض .

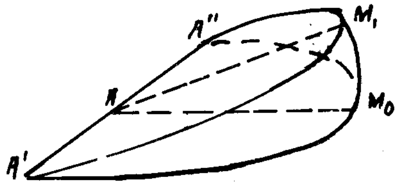
ويعرض الشكل 2.18 كيفية تقطيع الموجة الكروية الى مثلهذه المناطق من اجل حرف مستقيم للحاجز . ويبين الشكل 2.19 هيئة واحدة من مناطق فرنل حيث

$$AM_0 = AM_1 = AA' = AA''$$

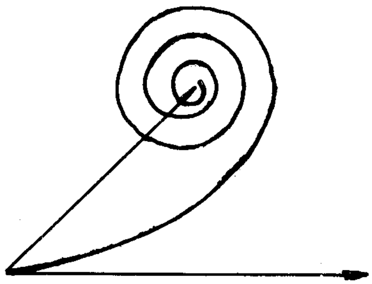
نصف قطر الكرة . ويتضح بسهولة أن مساحة المنطقة تتناقص كلما

ابتعدنا عن المنطقة المركزية . وهذا التناقص يجري بسرعة في البداية ثم يتباطىء . وتصل الاثارات الضوئية من المناطق المتجاورة الى النقطة B على تعاكس في الطور (انظر الشكل 2.17) كما هو الحال فيما سبق ، الا أن سعاتهم تتناقص بسرعة اكبر بكثير مما سبق.

ندرس المخطط الشعاعي لكي نحسب تأثير المناطق المختلفة (يجري الحديث هنا ، بطبيعة الحال ، عن تلك الاجزاء المجاورة للخط $M_0 M_1 M_2$ --- ، ذلك لأن اجزاء المناطق البعيدة الى اليمين أو إلى اليسار عن هذا الخط تعطي مساهمة مهملة تقريبا في الاهتزاز الحاصل،




شكل 2.19



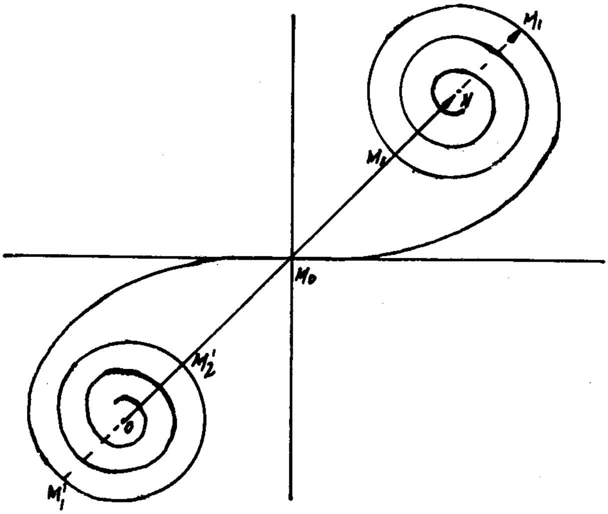
شكل 2.20

وذلك نتيجة لزوايا الانحراف الكبيرة ). ونحصل ايضا في هذه الحالة على لولب (الشكل 2.20) ، كما هو عليه الحال في المناطق الحلقية لفرنل . الا أن هذا اللولب أكثر انسيابية (أقل انحدارا ) ذلك لأن مساحة المناطق تتناقص أثناء الابتعاد عن $M_0$ ، ولأن الاشعة الممثلة لتأثير الاجزاء الصغيرة المتتالية لكل منطقة تتناقص في حالتنا هذه بسرعة أكبر ( كان تناقص الاشعة في الحالة السابقة يتم بسبب ازدياد ميل المنطقة فقط ) .

يمثل اللولب المذكور تأثير الجزء العلوي المكشوف لنصف الموجة الكروية . وعند ازالة الحاجز يساهم في تشكيل الاضطراب في النقطة B النصفان معاً للموجة . ويملك المخطط الشعاعي ، من اجل مثل ذلك التقسيم المختار للمناطق هيئة لولب متناظر يدعى بحلزون كورنو (Cornu's spiral) ويعرضه الشكل 2.21 .

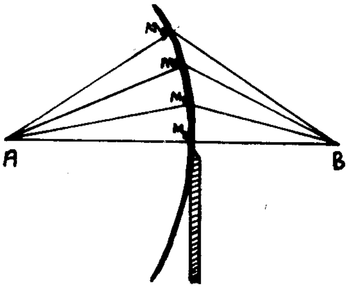
يمثل الشعاع $ON$ الذي يصل بين محرقي اللولب الاهتزازة الحاصلة التي تحدثها جميع الامواج . ويمثل الشعاع $M_0M_1$ الشدة التي تولدها

المنطقة الاولى $M_0M_1$ ، أما الاهتزازات التي يولدها في B النـــصف العلوي للموجة فيمثلها الشعاع $M_0N$.

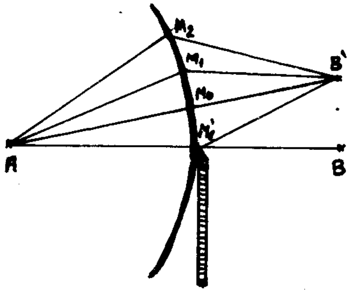



شكل2.21

ندرس الآن الانعراج على حرف حاجز (الشكل2.22) بمساعدة حلزون كورنو .يؤثر في النقطة B الواقعــة على حدود الظل الهندسي،النصف العلوي للموجة ، والموافق للشعاع $M_0N$ على حلزون كورنو (انظر الشكل 2.21) . بما أن $M_0N=\frac{1}{2}ON$ ، تكون السعة الملاحظة في النقـطـة B مساوية لنصف سعة الموجة الكلية التي ستلاحظ في حالة نــزع الحاجز D .وعند الانتقال من النقطة B نحو الأعلى (في المنـــطقة المضاءة ) يبدأ تأثير مناطق النصف السفلي للموجة .



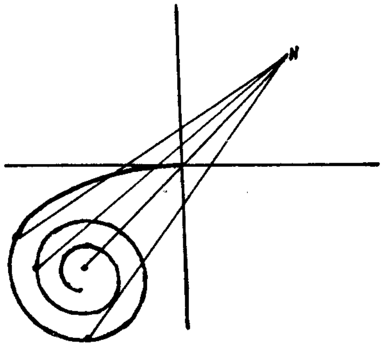

شكل 2.22




شكل2.23

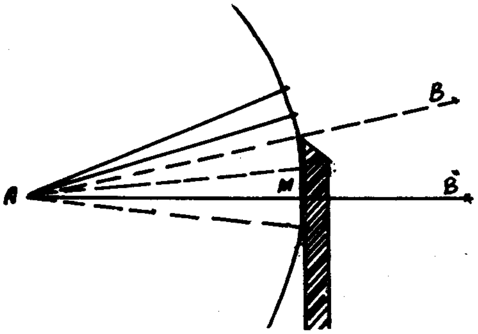
ويبين الشكل 2.23 مثلا ، تأثير المنطقة السفلية الاولى في النقطة B' .

ولكي نحسب تأثيرها يجب أن . نضع مبدأ الشعاع على منحني كورنو في الجزء السفلي . وهكذا اذا ساهمت بالاضافة الى النصف العلوي بأكمله ، المنطقة الاولى من النصف السفلي ، فان الاضطراب في النقطة $B'$ يوصف بالشعاع $M'_1N$ (انظر الشكل 2.21) . واذا ساهمت بالاضافة الى النصف العلوي منطقتان من النصف السفلي ، فان الاضطراب في $B'$ يمثل بالشعاع $M'_2N$ ذي الطول الأقصر . وهكذا فان ازاحة النقطة من $B$ الى $B'$ تقابل ازاحة مبدأ الشعاع الى النصف السفلي لحلزون كورنو . وتبقى نهاية الشعاع في $N$ ، ذلك لأن النصف العلوي يساهم دوما من اجل جميع نقاط المجال العلوي المضاء (الشكل 2.24) . واثناء الانتقال يمر الشعاع بسلسلة من النهايات العظمى والصغرى حول $ON$ . وهذا يعطي أهدابا مضيئة واقل اضاءة (مظلمة) .

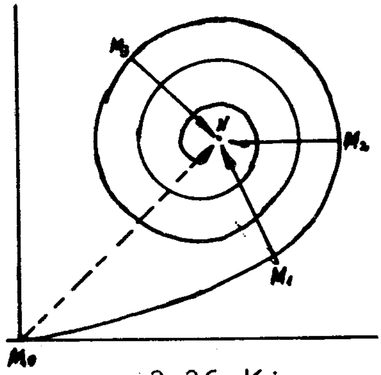


شكل 2.24

عندما يحدث الانتقال من $B$ نحو الأسفل (في مجال الظل) تنحجب بعض المناطق لنصف الموجة العلوي (الشكل 2.25) ، وهذا يقابله حركة مبدأ الشعاع الحاصل على النصف العلوي للحلزون . ويلاحظ نقصان طوله باطراد (الشكل 2.26) . وهكذا تكون تابعية شدة الضوء لموضع نقطة الملاحظة كما هي مبينة على الشكل 2.27 . وترمز $I_0$ هنا الى الشدة بدون حاجز (مربع الشعاع

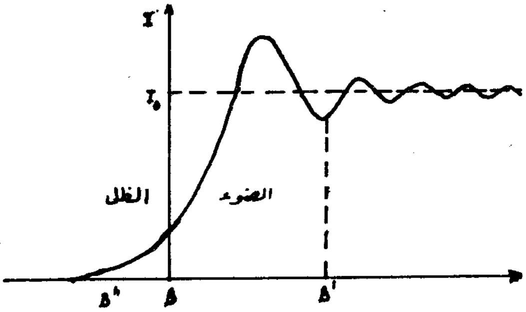


شكل 2.25



شكل 2.26

$ON$ ) . وتكون الشدة في النقطة B تساوي $\frac{1}{4} I_0$ ، ذلك لأن السعة $\frac{1}{2} a_0$ . و $I_0 \sim a_0^2$ . وينحدر تباين الاهداب أثناء الابتعاد عن B في المنطقة المضاءة ، وذلك لزيادة المناطق المساهمة والمتأتية من




شكل 2.27

النصف السفلي للموجة . ويلاحظ في منطقة الظل تناقص مطرد للشدة ( النقطة $B''$ ) . وتكون المساحة تحت المنحني مساوية للمساحة تحت المستقيم $I = I_0$ ، ذلك لأن الشدة تتوزع فقط في الفضاء (الطاقة محفوظة)

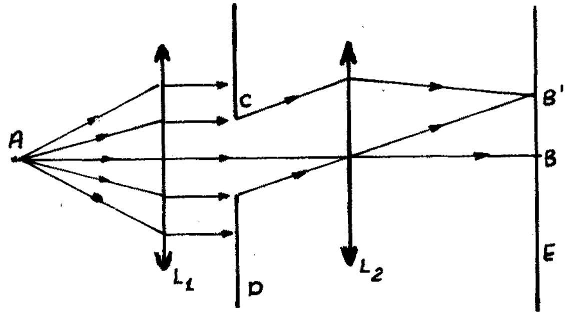
## 8 ـ انعراج فراونهوفر (Fraunhofer) .

لقددرسنا في الفقرتين السابقتين عددا من المسائل الانعراجية ، وقد كانت الجبهة الكروية للموجة الأولية الواردة الخاصة المشتركة لتلك المسائل . وتدعى ظاهرة الانعراج هذه المتأتية من منبع نقطي (الذي يملك جبهة كروية ) بانعراج فرنل .

اذا كان المنبع موجودا على بعد كبير جدا من الفتحة أوالحاجز فان جبهة الموجة تصبح مستوية (كرة ذات نصفقطر كبير ) . ويدعى الانعراج الذي يحدث في حالة الاشعة المتوازية بانعراج فراونهوفر ، (نحصل على الجبهة المستوية عمليا ، بوضع منبع ضوئي نقطي في محرق عدسة مجمعة ) . وتسهل الدراسة في هذه الحالة ، ويمكن الحصول على سلسلة من التابعيات التحليلية .

توضع ،أثناء ملاحظة انعراج فراونهوفر ، بعد الفتحة أو الحاجز عادة عدسة مجمعة ،وبفضل هذه العدسة تسقط الاشعة المنعرجة والتي تصنع نفس الزاوية مع الاشعة الاصلية ، تسقط في نفس النقطة على شاشة المراقبة .وتكتسب اللوحة الانعراجية سطوعا واضحا بواسطة هذا الترتيب .

وهكذا يكون الترتيب العام لملاحظة انعراج فراونهوفر ، كما هو مبين على الشكل 2.28 . تشكل العدسة $L_1$ جبهة مستوية ، وتجمع العدسة $L_2$ الاشعة على شاشة المراقبة E . ويوضع بين هاتين

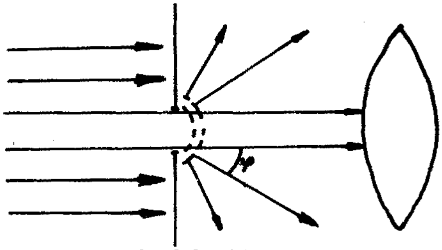



شكل 2.28

العدستين اللوح الحاوي على ثقب D أويوضع حاجز .

ندرس انعراج فراونهوفر على شق (فتحة طويلة ضيقة) . نجعل الشق متموضعا بشكل معامد لمستوي الرسم ، وبالتالي نتمكن من دراسة المسألة احادية البعد في اتجاه معامد للشق (اشكل 2.29) .

ان الاشعة المتوازية الواردة على الشق سوف تنتشر بعد عبورها له ليس فقط في الاتجاه الأصلي ، وإنما في اتجاهات تصنع زوايا مختلفة $\varphi$ ( زوايا الانعراج) مع ذلك الاتجاه .




شكل 2.29

لكي نحسب شدة التدفق الضوئي الذي يصنع زاوية $\varphi$ مع الناظم على مستوي الشق ، نقوم بتقطيع جبهة الموجة المستوية الى مناطق فرنل . وتجدر الاشارة هنا إلى أن هذا التقطيع يتعلق بالزاوية $\varphi$ ، ولكل زاوية حالتها الخاصة .

وفقا لقاعدة فرنل العامة يجب ان تصل الاشعة الصادرة عن منطقتين متجاورتين الى نقطة المراقبة على تعاكس في الطور . وتقوم العدسة $L_2$ بجمع الاشعة المتوازية دون ان تُدخِل أي فرق اضافي في المسير ، وبالتالي يكون شرط مناطق فرنل من اجل زاوية معطية $\varphi$ هو ( انظر الشكل 2.30) :

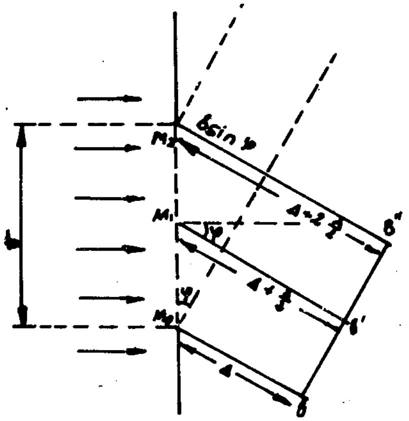
$$M_1B' - M_0B = M_2B'' - M_1B' = ---- = \frac{\lambda}{2}$$

حيث $B$ ، $B'$ ، $B''$ ... تقع على جبهة الموجة المستوية الواردة بزاوية $\varphi$ ، و $M_0$ ، $M_1$ ، $M_2$ ...حدود مناطق فرنل .

اذا توضّع على عرض الشق من اجل الاتجاه المعطى $\varphi$ عددزوجي من المناطق ، فان النقطة الموافقة الموجودة على شاشة المراقبة تكون موضعا لنهاية صغرى لشدة الاضاءة . فمن اجل عرض للشق مقداره $b$ يكون الشرط من الشكل :

$$b \sin \varphi = m \lambda \qquad (8.1)$$

حيث $m$ عددصحيح . وهذايتضح منأن فرق المسير منأجل المنطقة الاخيرة يساوي $b \sin \varphi$ (الشكل 2.30) ، ويجب أن يساويعدداً زوجيا من انصاف طول الموجة $\lambda$ (عددزوجي من المناطق المفتوحة )، أي عددصحيح من أطوال الموجة . وتحصل النهاية الصغرى في هذه الحالة للسبب التالي : وهو أن كل زوج من المناطق يضعف التأثير المشترك لهما في نقطة المراقبة .




شكل 2.30

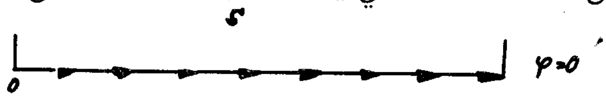
ويلاحظ في تلك الاتجاهات التي من اجلها يكون عدد المناطق المفتوحة عدداً فردياً ، يلاحظ نهاية عظمى للاضاءة . وهكذا تكون اللوحة المتشكلة على شاشة المراقبة عبارة عن اهداب مضيئة ومظلمة على التوالي .

يمكن الوصول الى النتيجة السابقة باستخدام المخططات الشعاعية . نقسم الشق الى شرائط ضيقة متوازية ومتساوية . ان كل شريط من هذه الأشرطة يجب ان يدرس كمنبع لامواج متساوية السعة والطور ( ذلك لأن المساحة والميل لهم متساوية ، والموجة البدئية ترد ناظميا ،أي ان جبهتها تنطبق على مستوي الشق) .

اذا تمت الملاحظة في اتجاه الموجة البدئية ، فان $\varphi=0$ .وبالتالي لايوجد اي فرق في الطور بين الامواج العنصرية الثانوية ، ويملك المخطط الشعاعي الهيئة المبينة على الشكل 2.31 .

وتكون السعة الحاصلة $S = A_0$ ، أي أنها تساوي سعة الموجة البدئية .

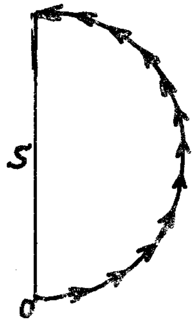
اذا تمت المراقبة من أجل زاوية ما يكون من أجلها فرق المسير بين الشريطين الطرفيين العنصريين يساوي $\frac{\lambda}{2}$، أي فرق في الطور قدره $\pi$ ، فان المخطط الشعاعي يملك الهيئة المبينة على الشكل 2.32 .



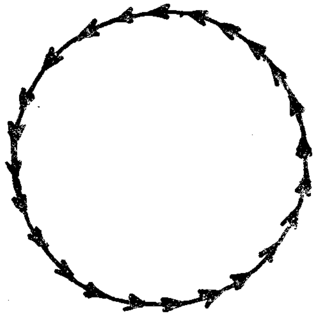

شكل 2.31

وتكون السعة الحاصلة في هذه الحالة مساوية $S = \frac{2A_0}{\pi}$ . وهذا ينتج من ان $S$ يمثل قطراً لنصف الدائرة ذي الطول $A_0$ ( مجموع اطوال الاشعة المثارة من المنابع ) ، أي أن $A_0 = \frac{\pi S}{2}$. وتكون قيمة الزاوية التي تحدث من اجلها هذه الوضعية ، تعين بالشرط $b \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}$ اي $\sin \varphi = \frac{\lambda}{2b}$ ، ذلك لأن فرق المسير بين الشريطين الطرفيين يساوي $b \sin \varphi$ .

من اجل فرق في المسير بين العنصرين الطرفيين قيمته $\lambda$ ، يكون فرق الطور الموافق مساويا $2\pi$ . ويملك المخطط الشعاعي الهيئة المبينة على الشكل 2.33 ، وهكذا تكون السعة الحاصلة في هذه الحالة




شكل 2.32



شكل 2.33

معدومة . ويحدث هذا من اجل زاوية انعراج تعين بالشرط $b \sin \varphi = \lambda$.

يتضح الآن أنه عندما يتحقق الشرط $b \sin \varphi = m\lambda$، اي عندما يكون فرق الطور بين الشريطين الطرفيين للشق عددا صحيحا من $2\pi$ ، نحصل على نهايات صغرى للاضاءة ، ذلك لأن المخطط الشعاعي يكون مغلقا .وهكذا نحصل ،كما رأينا سابقا ، على مواضع للنهايات الصغرى توافق الاتجاهات

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{b} \quad , \quad \frac{2\lambda}{b} \quad , \; ---- \; , \quad \frac{m\lambda}{b} \qquad (8\_2)$$

حيث ان $m$ عدد صحيح .

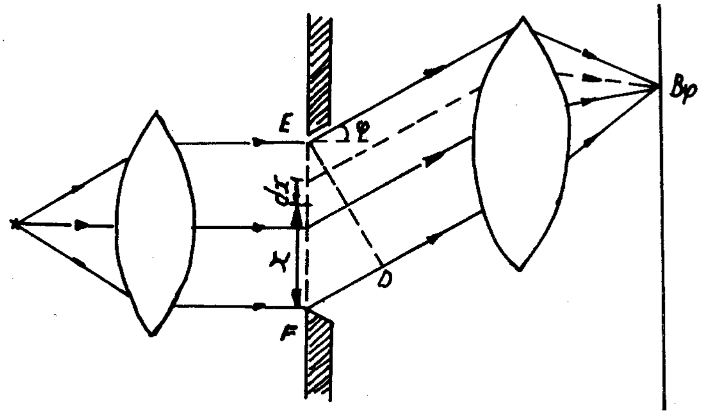
نورد الآن الدراسة التحليلية لسعة الموجة المنعرجة بزاوية $\varphi$ على الشق الضيق (الشكل 2.34) .

ان سعة الموجة الصادرة عن عنصر الشق ذي العرض $dx$ ، تكون متناسبة مع عرضه ، اي انها تساوي $c.dx$ .ويجب علينا ان نجمع تأثير كل تلك العناصر .

ان سعة الموجة التي يرسلها الشق ككل في الاتجاه $\varphi=0$ تساوي $A_0$ ،وبالتالي $A_0=\int_0^b c.dx=cb$ ، أي أن $c=\frac{A_0}{b}$ ،وقد قمنا باجراء التكامل على عرض الشق ككل في المجال $0\leqslant x\leqslant b$ . وهكذا يكون الاضطراب الضوئي في الجزء الموافق للشق مساويا :

$$dS=\frac{A_0}{b}\cdot dx\cdot\cos\omega t \qquad (8\_3)$$

وأثناء ايجاد الموجة الواردة بزاوية $\varphi$ ، يجب ان نأخذ بعين الاعتبار فرق الطور من اجل جميع العناصر . وبما ان العدسة $L_2$ لاتحدث اي فرق اضافي في المسير ، يكفي ان نحدد فرق المسير بين




شكل 2.34

الجبهتين $EF$ و $ED$ . ويكون فرق المسير من اجل العنصر $dx$ الواقع على بعد $x$ من حرف الشق $E$ مساويا $x\sin\varphi$ . وبالتالي يُعَبِّر عن الاضطراب الضوئي في نقاط المستوي $ED$ بالعلاقة

$$ds=\frac{A_0}{b}\,dx\cos(\omega t-K\cdot x\sin\varphi) \qquad (8\_4)$$

ويكون الاضطراب الحاصل في النقطة $B\varphi$ مساويا لمجموع تلك الاضطرابات .اي التكامل وفق عرض الشق :

$$S=\int ds=\int_0^b \frac{A_0}{b}\cos(\omega t-Kx\sin\varphi)\,dx=$$

$$=\frac{A_0}{bK\sin\varphi}\cdot\sin(\omega t-Kx\sin\varphi)\Big|_0^b=$$

$$=A_0\frac{\sin\left(\frac{bK}{2}\sin\varphi\right)}{\frac{bK}{2}\sin\varphi}\cos\left(\omega t-\frac{bK}{2}\sin\varphi\right) \qquad (8\_5)$$

من هنا نرى ان السعة الحاصلة للموجة في الاتجاه $\varphi$ تساوي :

$$A_\varphi=A_0\frac{\sin\left(\frac{bK}{2}\sin\varphi\right)}{\frac{bK}{2}\sin\varphi}=A_0\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi} \qquad (8\_6)$$

ذلك لأن $K=\frac{2\pi}{\lambda}$ . وبما ان زوايا الانعراج صغيرة عادة ، يكون من الممكن استبدال $\sin\varphi$ بـ$\varphi$، واستعمال العلاقة التقريبية التالية

$$A_\varphi=\frac{A_0\sin\frac{\pi b}{\lambda}\varphi}{\frac{\pi b\varphi}{\lambda}} \qquad (8\_7)$$

تمر السعة عندما تتغير $\varphi$ بنهايات عظمى وصغرى ، وتسعى الى الصفر عندما يتحقق الشرط :

$$\frac{b\pi}{\lambda}\sin\varphi=m\pi \qquad (8\_8)$$

حيث $m$ عددصحيح . وكذلك يكون الحال مع شدة الاضاءة على الشاشة فهي تنعدم من اجل

$$\sin\varphi=m\frac{\lambda}{b} \qquad (8\_9)$$

مما يتفق مع ماحصلنا عليه آنفا ، الشرط (2) .

ويلاحظ أنه من اجل $\frac{b\pi}{\lambda}\sin\varphi=0$ تبلغ العبارة (6) نهايتها العظمى المساوية $A_0$ ، ذلك لان $\lim_{\alpha\to 0}\frac{\sin\alpha}{\alpha}=1$. وهذه نتيجة طبيعية لأن الشق يجب عليه ألاّ يغير شدة الضوء في الاتجاه المستقيم من اجل $\varphi=0$ .

يمكن الحصول على النهايات الاخرى للعبارة (6) باتباع الطريقة الشائعة ،وذلك بعدم مشتق هذه العبارة بدلالة $\varphi$ . لنرمز بـ $\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi=\alpha$ ، فنحصل على $A_\varphi=A_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}$

$$\frac{dA_\varphi}{d\alpha}=A_0\left(\frac{\cos\alpha}{\alpha}-\frac{\sin\alpha}{\alpha^2}\right)=A_0\frac{\cos\alpha}{\alpha^2}(\alpha-tg\,\alpha) \qquad (8\_10)$$

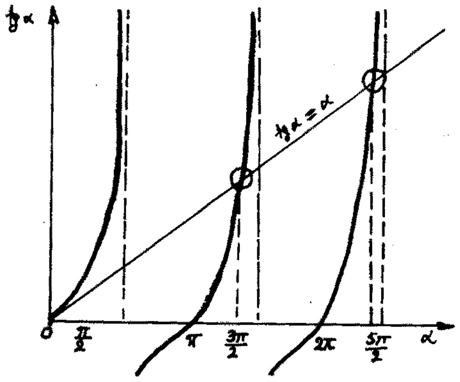
أو $(8\_11)$ $$tg\,\alpha = \alpha$$

يمكن حل هذه المعادلة بيانيا (الشكل 2.35) ،بايجاد نقاط تقاطع المنحني $y_1 = tg\,\alpha$ مع الخط المستقيم $y_2 = \alpha$ . ويتضح أن مواقع النهايات توافق بتقريب جيد القيم $(2m+1)\frac{\pi}{2}$ ويزداد هذا التقريب بازدياد $m$، مثلا تكون القيم الدقيقة مساوية: $0,991\frac{7\pi}{2}$ ، $0,985\frac{5\pi}{2}$ ، $0,955\frac{3\pi}{2}$

بما ان شدة الضوء $I$ تتناسب طردا مع مربع سعة الموجة ، فاننا نحصل على :

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2\left(b\frac{\pi}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\left(\frac{b\pi}{\lambda}\sin\varphi\right)^2} \qquad (8\_12)$$

وهكذا فان الشدة تبلغ قيما عظمى من اجل النهايات العظمى للسعة ومن اجل النهايات الصغرى ايضا ( الاشارة لاتلعب اي دور ) . وفي هذه الحالة تتناقص القيم العظمى الثانوية بسرعة .




شكل 2.35

ويعرض الشكل 2.36 التحول النموذجي للسعة $A$ وللشدة $I$ بتابعية تغيرات الزاوية .

عند تصغير $b$ عرض الشق يزداد بعد النهايات عن مركز اللوحة ( انظر الشكل 2.36). وهكذا يتوسع عرض الهدب المضيء المركزي $\left(-\frac{\lambda}{b} \leq \sin\varphi \leq \frac{\lambda}{b}\right)$ بتصغير عرض الشق .

اذا ملك الشق طولا محدودا $\ell$ ، اي اذا كان على شكل فتحة مستطيلة ابعادها $b$ و $\ell$ فان اللوحة الانعراجية تلاحظ ايضا في اتجاه طول الشق . وهذه اللوحة تكون على شكل مجموعتين متعامدتين متقاطعتين لاهداب مظلمة ومضيئة ( التصالب الانعراجي) . وتكون اللوحة الانعراجية أعرض في تلك الاتجاهات التي يكون فيها الشق اضيق .

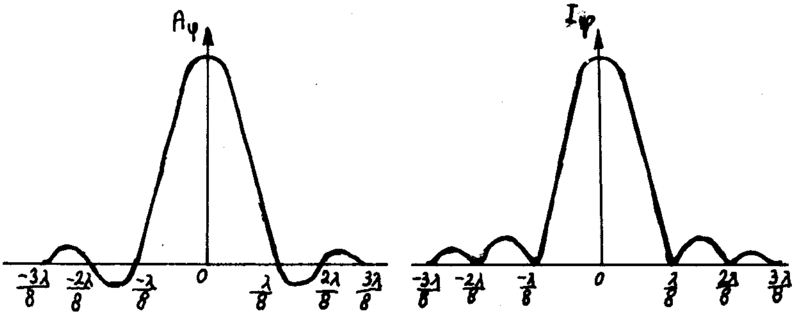
يمكن كتابة العبارة التحليلية للشدة في حالة الانعراج على فتحة مستطيلة بشكل مماثل للعبارة (12) ، وذلك باستعمال الزاويتين $\varphi$ و $\psi$ :

$$I_{\varphi,\psi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \ell \sin\psi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \ell \sin\psi}{\lambda}\right)^2} \quad (8\_13)$$

حيث $I_0$ شدة الضوء الوارد وفق الاتجاه البدئي $\varphi=0$ و $\psi=0$ .

بما أن زوايا الانعراج صغيرة ، يمكننا من جديد استبدال الجيب بالزاوية نفسها ، واستعمال العبارة التقريبية :

$$I_{\varphi,\psi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \varphi}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \ell \psi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \ell \psi}{\lambda}\right)^2} \quad (8\_14)$$




شكل 2.36

وتعطى خطوط الشدة المعدومة بالعلاقتين :

$$\frac{\pi b \varphi}{\lambda} = m\pi \Rightarrow \varphi = \frac{m\lambda}{b} \quad , \quad \frac{\pi \ell \psi}{\lambda} = m\pi \Rightarrow \psi = \frac{m\lambda}{\ell}$$

اما أبعاد هذه الخطوط عن الهدب المركزي من اجل عدسة $L_2$ بعـــدها المحرقي $f$ فتعطى بالعلاقتين :

$$Z_\varphi = f\varphi = \frac{m\lambda}{b} f \quad , \quad H_\psi = f\psi = \frac{m\lambda}{\ell} f$$

وتعين ابعاد مراكز الاهداب المضيئة عن الهدب المركزي بعلاقتيـــن مماثلتين .

## 9 ـ تعبير كرتشوف لمبدأ هويغنز وانعراج فراونهوفر .

ـ تعبير كرتشوف لمبدأ هويغنز : يفترض ان الاضطراب الضوئـــي

يمكن تمثيله بتابع سلمي وحيد $\Phi$ يحقق المعادلة العامةللحركة الموجية

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} = \Delta\Phi = \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} \qquad (9\_1)$$

حيث $c$ سرعة الضوء . فاذا كان الضوء وحيد اللون طول موجته $\lambda = \frac{2\pi}{K}$ ،
يعطى حل هذه المعادلة على الشكل

$$\Phi = A\,e^{i(\omega t - Kr)} =$$

$$= A\,e^{-iKr}\cdot e^{i\omega t} = \Psi(r)\cdot e^{i\omega t} \qquad (9\_2)$$

ونلاحظأن الحل يوزع الى جزء مكاني تمثله السعة العقدية $\Psi$ ومعامل زماني $e^{i\omega t}$ . ويمثل الجزء الحقيقي لـ (2) الاضطراب الفيزيائي .

يمكن كتابة العلاقات التالية

$$\Delta\Phi = e^{i\omega t}\cdot\Delta\Psi \quad , \quad \frac{\partial\Phi}{\partial t} = i\omega\Psi e^{i\omega t}$$

$$\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = -\Psi\frac{\omega^2}{c^2}e^{i\omega t}$$

ونجد باستخدام العلاقات المذكورة والمعادلة (1) ان :

$$\Delta\Psi = -K^2\Psi \qquad (9\_3)$$

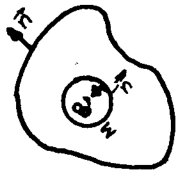
حيث $K = \frac{\omega}{c}$ .

نحسب الآن الاضطراب الضوئي في نقطة ما $B$ . لكي نحقق ذلك نعتمد على نظرية غرين التي تنص على أنه اذا كان لدينا تابعان مستمران $\Psi_1$ و $\Psi_2$ وحيدا القيمة ويملكان مشتقات مستمرة أيضانستطيع أن نكتب المساواة

$$\iiint_{(V)}(\Psi_2\cdot\Delta\Psi_1 - \Psi_1\cdot\Delta\Psi_2)\,dv = \iint_S\left(\Psi_2\frac{\partial\Psi_1}{\partial n} - \Psi_1\frac{\partial\Psi_2}{\partial n}\right)ds$$

ويمثل $S$ السطح الذي يغلف الحجم V ، $\frac{\partial}{\partial n}$ يرمز للمشتق على الناظم للسطح $S$ والمتجه نحو خارج الحجم الذي يغلفه ذلك السطح .

نغلف النقطة $B$ بسطح اختياري $S$ ( الشكل 2.37) ، ونفرض أن $\Psi = \Psi_1$ السعة العقدية ، ونختار التابع $\Psi_2$ بحيث يكون ذوسلوكمناسب ،
وقد تبين أن التابع $\Psi_2 = \frac{1}{r}e^{-iKr}$ مناسب ، حيث تقاس $r$ ابتداء من $B$ . غير أن هذا التابع يسبب بعض المصاعب لأنه يأخذ قيمة غير محدودة في النقطة $B$ . لكي نستطيع تطبيق نظرية غرين ، يجب وضع $B$ خارج التكامل،لذلك نحيط $B$ بسطح صغير $\Sigma$ مركزه $B$ .


شكل 2.37

عندئذ يمكن تطبيق نظرية غرين على $\Psi_1$ و $\Psi_2$،حيث يمتد التكامل على الحجم المحصور بين السطحين $S$ و $\Sigma$.

نبرهن في البداية على ان $\Delta\Psi_2 = -K^2\Psi_2$

لدينا $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial r}{\partial x}\cdot\frac{\partial}{\partial r} = \frac{x}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}$

لان $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ .

ومنه نجد بعد الاخذ بعين الاعتبار تماثل المشتقات الجزئية بالنسبة لـ $y$ و $z$، أن

$$\frac{\partial^2\Psi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi_2}{\partial z^2} = -K^2\Psi_2$$

او

$$\Delta\Psi_2 = -K^2\Psi_2 \qquad (9\text{-}4)$$

باستبدال (3) و (4) في مساواة غرين نجد ان التكامل الحجمي معدوم ، وبالتالي يكون التكامل السطحي معدوما ايضا .

نأخذ الآن التكامل على السطح $\Sigma$ ، حيث يوجه الناظم على هذا السطح نحو $B$ ( خارج من حجم التكامل ) ، عندئذ يكون

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial r}\cdot\frac{\partial r}{\partial n} = -\frac{\partial}{\partial r}$$

ومنه نجد :

$$\iint_\Sigma\left(\Psi_2\frac{\partial\Psi_1}{\partial n} - \Psi_1\frac{\partial\Psi_2}{\partial n}\right)d\Sigma = \iint_\Sigma\left\{\frac{e^{-ikr}}{r}\left(-\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right) - \Psi\left[-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{e^{-ikr}}{r}\right)\right]\right\}d\Sigma =$$

$$= \iint_\Sigma\left\{\frac{e^{-ikr}}{r}\left(-\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right) - \Psi\left[\frac{e^{-ikr}}{r^2} + \frac{ike^{-ikr}}{r}\right]\right\}d\Sigma$$

لنفرض ان السطح العنصري $d\Sigma$ يرى من $B$ بزاوية مجسمة $d\Omega$ عندئذ يكون $d\Sigma = r^2 d\Omega$ ومنه

$$\iint_\Sigma = \int_{\text{حول } B}\left\{re^{-ikr}\left(-\frac{\partial\Psi}{\partial r}\right) - \Psi e^{-ikr} - r\Psi ike^{-ikr}\right\}d\Omega$$

نفرض الآن أن $\Psi$ تأخذ قيما محدودة دوما ، يبقى في هذه الحالة من التكامل السابق الحد الثاني فقط وذلك عندما $r \to 0$ ، وتأخذ $\Psi$ قيمة ثابتة محدودة الى الجوار المباشر لـ $B$ ، أي قيمتها في $B$ ونرمز لها بـ $\Psi_B$ ويصبح التكامل

$$\iint_\Sigma \longrightarrow -\Psi_B\int_{\text{حول } B} d\Omega = -4\pi\Psi_B$$

وبما أن $\iint_{S+\Sigma} = 0$ نجد ان $\iint_S = 4\pi\Psi_B$

اي ان

$$4\pi\Psi_B = \iint\left\{\frac{e^{-ikr}}{r}\cdot\frac{\partial\Psi}{\partial n} - \Psi\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{-ikr}}{r}\right)\right\}dS =$$

$$=\iint\left[\frac{e^{-ikr}}{r}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial n}-\psi e^{-ikr}\cdot\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)+\frac{ik\psi e^{-ikr}}{r}\cdot\frac{\partial r}{\partial n}\right]ds \quad (9\_5)$$

تعرف هذه المعادلة باسم معادلة هلمولتز *Helmholtz*. وبما ان

$$\Phi=\psi\cdot e^{ikct}$$

نجدان :

$$\Phi_B=\frac{1}{4\pi}\iint_S\left[\frac{e^{ik(ct-r)}}{r}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial n}-\psi e^{ik(ct-r)}\cdot\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{ik\psi}{r}e^{ik(ct-r)}\cdot\frac{\partial r}{\partial n}\right]ds \quad (9\_6)$$

وتعطي هذه العبارة الاضطراب في النقطة B في اللحظة $t$ . يمكن ان نكتب $\psi e^{ik(ct-r)}=\psi\cdot e^{ikc(t-\frac{r}{c})}$ ويمثل ذلك قيمة $\Phi$ في العنصر ds في اللحظة $t-\frac{r}{c}$، وتدعى بالقيمة المؤخرة لـ $\Phi$ ويكتب $\Phi_{t-\frac{r}{c}}$ وهكذا يكون $\Phi_{t'}=\Phi_{t-\frac{r}{c}}=\psi\cdot e^{ikct'}$ ومنه

$$\frac{\partial\Phi_{t'}}{\partial n}=\frac{\partial\psi}{\partial n}\cdot e^{ikct'}$$

$$\frac{\partial\Phi_{t'}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t'}\left(\psi\cdot e^{ikct'}\right)\frac{\partial t'}{\partial t}=ikc\psi\cdot e^{ikct'}\cdot 1$$

أي

$$\frac{1}{c}\,\frac{\partial\Phi_{t'}}{\partial t}=ik\psi\cdot e^{ikct'}$$

نبدل الآن في العلاقة (6) فنجد

$$\Phi_B=\frac{1}{4\pi}\iint_S\left[\frac{e^{ikct'}}{r}\cdot e^{-ikct'}\cdot\left(\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right)_{t'}-\Phi_{t'}\cdot\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{rc}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)_{t'}\cdot\frac{\partial r}{\partial n}\right]\cdot ds$$

$$(9\_7)$$

وتدعى العبارة الاخيرة بعبارة كرتشوف .

هكذا يمكن ايجاد الاضطراب في B من معرفة الشروط التي تعطى على السطح المغلق S . وهذا يعني فيزيائيا أن العنصر ds يمكنه أن يؤثر في $\Phi_B$ بواسطة اضطراب ثانوي يسير منه الى B . بعبارة اخرى يمكن القول ان قيمة $\Phi_B$ في اية لحظة $t$ تعتمد على الاضطراب في الزمن $t-\frac{r}{c}$ حيث ان $\frac{r}{c}$ يساوي الزمن اللازم حتى ينتقل الاضطراب بالمسافة $r$ من ds الى B . وهذا يفسر تسمية $\Phi_{t-\frac{r}{c}}$ بالقيمة المؤخرة .

## - تطبيق على الامواج الكروية -

ان التكامل في المعادلة (7) يمتد على السطح S الذي يحيط بنقطة الملاحظة B وليس بالمنبع ، حيث فرضنا أن قيمة $\Psi$ تبقى محدودة ضمن حجم التكامل . يمكن البرهنة أن النتائج السابقة تبقى صحيحة اذا كان السطح يغلف المنبع دون النقطة B . اذا كان S يحيط بالمنبع ، عندئذ يمكن ان نفترض وجود سطح آخر يحيط بالسطح S وليكن على شكل كرة نصف قطرها $r \to \infty$ ونأخذ التكامل على مجموع السطحين ، فتكون B داخل السطح الكلي وتنطبق عليها المعادلة (7) . وبما أن التكامل على سطح الكرة ذات نصف القطر اللانهائي يكون معدوما لانعدام السعة . فلا يبقى سوى التكامل على السطح S الذي يحيط بالمنبع .

يمكن في حالة المنبع النقطي ان نأخذ السطح S على شكل صدر موجة كروي . لنعتبر الآن منبعا نقطيا O (الشكل 2.38) ، و S أي سطح يحيط بـ O ( $\vec{n}$ يمثل الناظم الخارج من الفضاء الذي يحوي B ) .

يمكن ان نكتب في هذه الحالة

$$\Phi = \frac{a}{r_0} e^{iK(ct - r_0)}$$

حيث $r_0$ يساوي نصف القطر الشعاعي من O كمبدأ ، عندئذ :

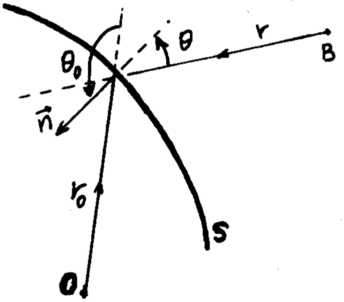
$$\psi = \frac{a}{r_0} e^{-iKr_0}$$

لدينا

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{\partial \psi}{\partial r_0} \cdot \frac{\partial r_0}{\partial n}$$

ولدينا ايضا

$$\frac{\partial r}{\partial n} = \cos\theta \quad \text{و} \quad \frac{\partial r_0}{\partial n} = \cos\theta_0$$




شكل 2.38

ويكون من المعادلة (6)

$$e^{iK(ct-r)} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial n} = -\frac{a\cos\theta_0}{r_0^2 r} \cdot e^{iK[ct-(r+r_0)]} - \frac{a\cos\theta_0}{r_0 r} iK e^{iK[ct-(r+r_0)]}$$

و

$$-\psi e^{iK(ct-r)} \cdot \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{a\cos\theta}{r^2 r_0} \cdot e^{iK[ct-(r_0+r)]}$$

و

$$-\frac{K\psi}{r} \cdot e^{iK(ct-r)} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} = \frac{iaK\cos\theta}{r r_0} \cdot e^{iK[ct-(r_0+r)]}$$

بالتبديل نجد أن :

$$\Phi_B = \frac{1}{4\pi}\iint_S e^{iK[ct-(r_0+r)]} \cdot \frac{a}{rr_0}\left[\cos\theta\left(iK+\frac{1}{r}\right) - \cos\theta_0\left(iK+\frac{1}{r_0}\right)\right] ds$$

اذا كان $\lambda \ll r_0$ و $\lambda \ll r$ يمكن اهمال $\frac{1}{r}$ و $\frac{1}{r_0}$ امام $K = \frac{2\pi}{\lambda}$
بالنتيجة نجد :

$$\Phi_B = \frac{1}{4\pi}\iint_S \frac{iaK}{rr_0}(\cos\theta - \cos\theta_0) \cdot e^{iK[ct-(r_0+r)]} . ds$$

بتعويض $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ و $i = e^{i\frac{\pi}{2}}$ واذا كان $S$ صدر موجة كروي فان $\cos\theta_0 = -1$
وبالتالي نجد

$$\Phi_B = \iint_S \frac{a}{r_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right) \cdot e^{iK[ct-(r_0+r)] + i\frac{\pi}{2}} \cdot ds \qquad (9\text{-}8)$$

ونرى من هذه العبارة ان الاضطراب في $B$ هو مجموع اضطرابات قادمة من منابع ثانوية متوزعة على السطح $S$ . وتتمتع المنابع الثانوية بالخواص التالية .

آ - ترسل اضطرابات سعاتها تختلف عن السعة الواردة من المنبع بالمضروب $\frac{1}{\lambda}$ .

ب - يوجد في التكامل عامل ميل عنصر السطح الثانوي بالنسبة للاتجاه الى نقطة الملاحظة وهذا العامل هو $\frac{1+\cos\theta}{2}$ . ويأخذ قيمة 1 من اجل $\theta = 0$ وصفر من أجل $\theta = \pi$ .

ج - ان المنابع الثانوية تبث اضطرابات متخلفة عن الاضطراب الاصلي بمقدار ربع الدور ، ويظهر هذا وجود المضروب $e^{i\pi/2}$ .

د - عدم وجود موجة عكسية لأن عامل الميل يصبح معدوما عندما $\theta = \pi$ .

— عبارة كرتشوف في الانعراج .

عندما يمر الضوء خلال فتحة أو مجموعة من الفتحات موجودة في حاجز عاتم ، فاننا نستطيع ان نعتبر أن الحاجز يمتد الى اللانهاية ليحيط بالنقطة $B$ . ونعتبر السطح $S$ مؤلفا من الحاجز والسطوح المكشوفة للفتحات . ويمكن ان نقبل أيضا أن $\psi$ و $\frac{\partial\psi}{\partial n}$ يساويان الصفر على الجزء المحجوب بواسطة الحاجز ، ويساويان القيم التي

نحصل عليها في حالة عدم وجود الحواجز على الاجزاء المكشوفة (سطوح الفتحات ) .وعلى الرغم من وجود عيوب في هذه النظرية أهمها انقطاع قيم $\psi$ و $\frac{\partial\psi}{\partial n}$ عند اطراف الفتحات مما يخالف فروض تطبيق مبرهنة غرين ، الا أنها تقود الى العديد من النتائج التي تتفق مع التجربة . ويعود السبب الى أن الحواجز المستخدمة ليست عديمة العكس للضوء،الا أن جانبها المظلم يعطي تأثيرا مهملا في B .

ويمكن في حالة انعراج الضوء القادم من منبع نقطي ، ان نطبق عليه عبارة كرتشوف التالية لنحصل على $\Phi_B$ :

$$\Phi_B = \iint_{\Sigma} \frac{a}{2\lambda r r_0} (\cos\theta - \cos\theta_0)\, e^{ik[ct-(r_0+r)] + i\frac{\pi}{2}} . ds \quad (9\_9)$$

حيث يمتد التكامل على سطوح الفتحات والثقوب الموجودة في الحاجز ، وتعرف هذه العبارة بتكامل كرتشوف .

- مبدأ بابنيه Babinet.

نقول عن حاجزين $Q_1$ ، $Q_2$ أنهما متكاملان اذا كان $Q_2$ يتشكل من جعل الاجزاء الشفافة في $Q_1$ معتمة ، والمعتمة شفافة . وتنص نظرية بابنيه على أن الحواجز المتكاملة تولد نفس نماذج الانعراج في نقطة ما . ويمكن البرهنة على هذه النظرية بسهولة :

لنفرض أن $\Phi_1$ و $\Phi_2$ الاضطربان الضوئيان في نقطة ما B في حالة وجود الحاجزين $Q_1$ و $Q_2$ على الترتيب . فاذا كانت فتحات كلا الحاجزين موجودة في نفس الوقت ، يكون الاضطراب في B مساويا $\Phi_1 + \Phi_2$ . ولكن عندما تكون فتحات كلا الحاجزين المتكاملين موجودة في نفس الوقت فهذا يعني عدم وجود حاجز عارج ، وعندئذ يكون الاضطراب الكلي $\Phi_1 + \Phi_2$ الذي نفرضه معدوما . ومنه نجد ان $\Phi_1 = -\Phi_2$ أو $|\Phi_1|^2 = |\Phi_2|^2$ وهذا يعني أن الشدة في B تكون نفسها في حالة وجود $Q_1$ أو $Q_2$ .

10 - تفسير بعض الظواهر الانعراجية باستخدام تكامل كيرتشوف .

- الانعراج على فتحة مستديرة : لنفرض وجود فتحة مستديرة في حاجز ، وأن موجة مستوية تقريبا ترد عليها . ان عناصر الموجة الموجودة ضمن حدود الفتحة تعمل كمنابع ثانوية ، والمطلوب ايجاد محصلة الاضطرابات الثانوية الصادرة عن هذه المنابع في نقطة مثل P

على الشاشة .

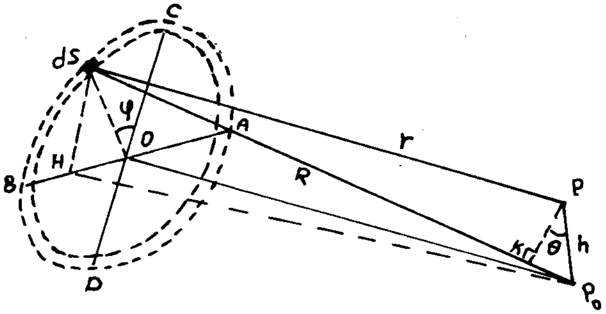
يمكن في هذه الحالة استعمال عبارة كرتشوف :

$$\Phi_p = \iint_s \frac{a}{2\lambda} (\cos\theta - \cos\theta_0) \frac{e^{ik[ct-(r_0+r)]+i\pi/2}}{r r_0} \cdot ds$$

حيث أن $s$ يمكن ان يكون أي سطح يغلق الفتحة ، ونفرض أنه الجزء المكشوف من صدر الموجة . ويمثل $r_0$ و $r$ الموجودان في الحد الأسي المسير الضوئي من المنبع الى الفتحة ومن الفتحة الى النقطة $P$ على الشاشة . في حالة انعراج فراونهوفر يمكن اعتبار $r_0$ ثابتا وكذلك عامل الميل $(\cos\theta - \cos\theta_0)$ ، بالاضافة الى ذلك يمكن اعتبار الجداء $r r_0$ ثابتا تقريبا ، ونستطيع ان نحذف ايضا $e^{i\frac{\pi}{2}}$ لأننا نهتم في هذه الحالة بالشدات النسبية . عندئذ تعطى السعة العقدية بالعبارة :

$$\psi_p = const \iint_s e^{-ikr} \cdot ds \qquad (10\_1)$$

نعود الى الفتحة الدائرية ونأخذ منها حلقة عنصرية $ACBD$،نصف قطرها $\rho$ ، من الموجة النافذة من تلك الفتحة في الحاجز (الشكل 2.39) .ولنفرض أن $OP_0$ يمثل محور تناظر عمودي على مستوي الفتحة




شكل 2.39

والشاشة . نختار عنصر السطح $ds$ الذي يصنع زاوية $\varphi$ مع المستوي الذي يحوي $OP_0$ والنقطة $P$ ،أي المستوي $COP_0P$ فيكون $AB$ عموديا على هذا المستوي و $CD$ يقع فيه . $\overline{PK}$ عمودي على $R$ المستقيم الواصل بين $ds$ و $P_0$ ، المستقيم $H(ds)$ يعامد $AB$ .

لنرمز للبعد بين $ds$ و $P$ بـ $r$ عندئذ تعطى سعة الموجة في $P$ بالعلاقة

$$\psi_p = const \iint_s e^{-ikr} \cdot ds$$

أو
$$\Psi_p = c_1 \iint_S e^{-ik(r-R)} . ds$$

ذلك لأن $R$ يمثل البعد بين $P_0$ وعنصر السطح وهو ثابت من اجـــل الحلقة العنصرية . ويهمنا كما اسلفنا سابقا الأطوار النسبية فقط.

نجد من الشكل ان
$$R - r = KP_0 = \overline{PP_0} . \sin\theta = \frac{h\rho\cos\varphi}{R}$$

حيث $\overline{PP_0} = h$ والزاوية $P_0\hat{P}K = (ds)\hat{P_0}H = \theta$ بالتعامد ،

و
$$\sin\theta = \frac{(ds)H}{R} = \frac{\rho\cos\varphi}{R}$$

ومنه نجد
$$\Psi_p = C_1 \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^{\rho_{max}} e^{i\frac{kh\rho\cos\varphi}{R}} . \rho . d\rho . d\varphi$$

حيث ان $ds = \rho d\rho d\varphi$.

ويمكن ان نكتب العبارة السابقة بالشكل :
$$\Psi_p = C_2 \int_{\rho=0}^{\rho_{max}} \rho . d\rho \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} e^{i\frac{kh\rho\cos\varphi}{R}} . d\varphi =$$
$$= C_2 \int_{\rho=0}^{\rho_{max}} \rho . J_0\left(\frac{kh\rho}{R}\right) d\rho$$

حيث
$$J_0\left(\frac{kh\rho}{R}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} e^{i\frac{kh\rho\cos\varphi}{R}} . d\varphi$$

ويدعى التابع الاخير بتابع بسل Bessel من الدرجة 0 .

لنرمز بـ $X = \frac{kh\rho}{R}$ فيكون $dX = \frac{kh\,d\rho}{R}$

يصبح التكامل السابق
$$\Psi_p = C_2 \int_0^{X_{max}} J_0(X) X . dX \left(\frac{R}{kh}\right)^2$$

ندخل متحول جديد $z = \frac{kh\rho_{max}}{R}$ يتعلق بـ $h$ بعد $P$ عن $P_0$.

عندئذ
$$\Psi_p = C_2 \left(\frac{R}{kh}\right)^2 \int_{X=0}^{X=z} X\, J_0(X) . dX$$

ويدعى التكامل
$$J_1(z) = \frac{1}{z} \int_{X=0}^{z} X\, J_0(X) . dX$$

بتكامل بسل من الدرجة الاولى . وهكذا يكون
$$\Psi_p = C_2 \left(\frac{R}{kh}\right)^2 . z . J_1(z) = C_2 . \rho_{max}^2 \frac{J_1(z)}{z}$$

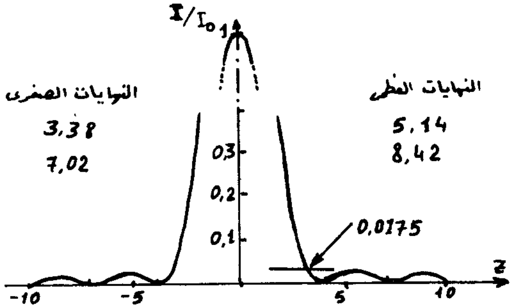
ويمكن اعادة كتابة التكامل السابق بحيث نحصل على شدة نسبية في المركز تساوي $I_0$ . ومع ملاحظة أنه من اجل $z \to 0$ ينتهي $\frac{J_1(z)}{z} \to \frac{1}{2}$ يكون $(\Psi_p)_{max} = a_0$ حيث $\Psi_p = a_0 \frac{2J_1(z)}{z}$

وتكون الشدة

$$I = 4 I_0 \left[ \frac{J_1(z)}{z} \right]^2 \qquad (10\_2)$$

وعندما تتغير $h$ نحصل على عدد غير محدد من النهايات العظمى والصغرى .

ويعرض الشكل 2.40 تغير $I$ بتابعية $z$ . ونحصل على النموذج الكلي بتدوير الشكل بأكمله حول محور الشدة . وهذا يعني أن اللوحة




شكل 2.40

تتألف من قرص مركزي مضيىء محاط بحلقات مضيئة تتناقص شدة اضاءتها بسرعة كلما ابتعدنا عن المركز . وتنعدم النهاية العظمى من اجل $z_1 = 1,22\,\pi$ .

نعيد كتابة $z$ بالشكل $z = \frac{2\pi}{\lambda} h \cdot \frac{\rho_{max}}{R} = \frac{2\pi}{\lambda} h \cdot \sin u_{max}$

حيث $u_{max}$ نصف زاوية رأس المخروط الذي يقع رأسه في $P_0$ وقاعدته تنطبق على الفتحة .وهكذا تحدث النهاية العظمى الاولى من اجل $h = \frac{0,61\,\lambda}{\sin u_{max}}$ حيث $\lambda$ طول موجة الضوء في الوسط الذي يتشكل فيه الخيال . فاذا كانت $\lambda$ تمثل طول موجة الضوء في الخلاء ، فان العبارة السابقة تكتب بالشكل

$$h = \frac{0,61\,\lambda}{n \sin u_{max}} \qquad (10\_3)$$

ويمثل $h$ نصف قطر القرص المضيىء المركزي .

اذا كانت $z$ كبيرة بشكل كاف يمكن حساب $J_1(z)$ من العلاقة :

$$J_1(z)=\left(\frac{2}{\pi z}\right)^{1/2}\left[P_1(z)\cos\left(z-\frac{3\pi}{4}\right)-Q_1(z)\sin\left(z-\frac{3\pi}{4}\right)\right] \quad (10-4)$$

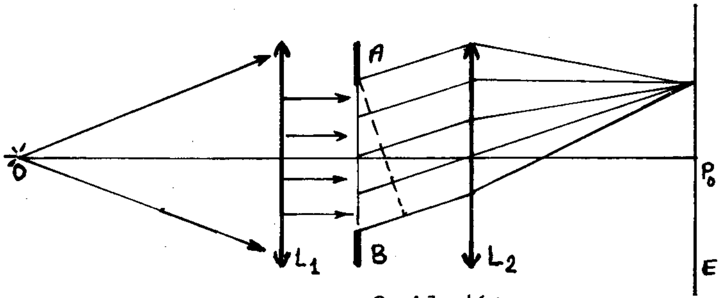
حيث :

$$P_1(z)\approx 1+\frac{1^2.3.5}{2!(8z)^2}-\frac{1^2.3^2.5^2.7.9}{4!(8z)^4}+\frac{1^2.3^2.5^2.7^2.9^2.11.13}{6!(8z)^6}\ldots$$

$$Q_1(z)\approx \frac{1.3}{1!\,8z}-\frac{1^2.3^2.5.7}{3!(8z)^3}+\frac{1^2.3^2.5^2.7^2.9.11}{5!(8z)^5}\ldots$$

ويمكن استنتاج انصاف اقطار الحلقات المضيئة من عبارات مشابهة للعبارة (3) .

- الانعراج خلال عدد من الفتحات المستديرة المتماثلة :يمكن استخدام انعراج الضوء لايجاد نصف قطر جسيمة صغيرة .ليكن لدينا الترتيب المبين على الشكل 2.41 ،حيث $O$ يمثل منبعا نقطيا وحيد اللون و $L$



شكل 2.41

عدسة مجمعة و $AB$ حاجزا يحوي عددا كبيرا من الفتحات الصغيرة المتماثلة الموزعة عشوائيا ، $L_2$ عدسة مجمعة أخرى و $E$ شاشة .

إن كل فتحة سوف تعطي اهداب انعراج على شكل حلقات مضيئة ومعتمة متمركزة في $P_0$ الذي يمثل الخيال الهندسي لـ $O$ وبما أن الفتحات لها نفس القطر والشكل ،لذا فان انصاف اقطار الحلقات المضيئة والمظلمة تكون متساوية من اجل جميع نماذج الانعراج لمختلف الفتحات وبالتالي فان اللوحة الانعراجية تظهر نفس الحلقات .

لنفرض أننا استبدلنا الحاجز $AB$ بحاجز متكامل معه ان الحاجز الجديد يعطي حسب مبدأ بابنيه نفس اللوحة الانعراجية .

اذا أخذنا عددا من الجسيمات العاتمة المتشابهة ونشرناها على

صفيحة زجاجية ووضعت بدلا من $AB$ في الترتيب السابق ، أمكننا حسب ماتقدم ان نحسب نصف قطر الجسيمة بالعلاقة :

$$\rho_{max} = \frac{R z'}{K h} = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{z'}{\pi} \cdot \frac{R}{h} \qquad (10\text{-}5)$$

حيث $R$ بعد الحاجز عن اللوح الزجاجي $AB$ و $h$ نصف قطر الحلقة المضيئة، $\rho_{max}$ نصف قطر الجسيم .

من قياس نصف قطر الحلقة المضيئة الاولى ، يصبح لدينا :

$$\rho_{max} = \frac{1}{2\pi} z'_1 \lambda \cdot \frac{R}{h_1} = 0,82 \frac{\lambda R}{h_1}$$

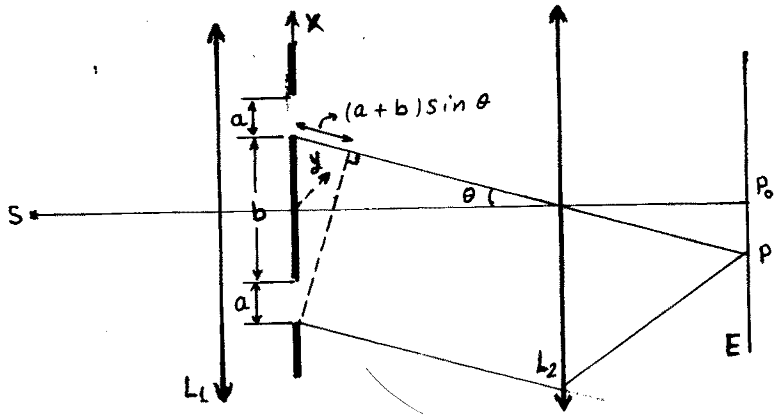
ومن الحلقة المضيئة الثانية يكون

$$\rho_{max} = \frac{z'_2}{2\pi} \lambda \frac{R}{h_2} = 1,33 \frac{\lambda R}{h_2}$$

وقد استبدلنا $z'_1$ و $z'_2$ بقيمتهما اللتين تحققان قيم عظمى لـ $J_1$ (من اجل الحلقات المضيئة):

| $z'_1$ | $z'_2$ | $z'_3$ | ---- |
|---|---|---|---|
| $2\pi \cdot 0,82$ | $2\pi \cdot 1,33$ | $2\pi \cdot 1,85$ | |

- الانعراج على شق مضاعف : لنفرض أن الحاجز يحوي شقين متوازيين ومتساويين ، وأنه مضاء بضوء وحيد اللون صادر عن منبع $S$ يقع في المستوي المحرقي للعدسة $L_1$ ( الشكل 2.42) . اذا كان الحاجز




شكل 2.42

يحوي فتحة وحيدة فانها سوف تشكل اهداب فراونهوفر المتمركزة في النقطة $P_0$ - الخيال الهندسي للمنبع $S$ المتشكل في المستوي المحرقي للعدسة $L_2$ . لكن وجود فتحتين يؤدي الى تداخل الاشعة الصادرة

عنهما ، لتشكل بنتيجة التداخل اللوحة الانعراجية .

لنقوم باشتقاق عبارة الانعراج على الشق المضاعف باستخدام تكامل كرتشوف ، ولنقتصر على حساب تغير الشدة وفق خط مستقيم $PP_0$ عمودي على الشقين . عندئذ نقتصر على التكامل وفق المحور $X$ .

نفرض أن الاضطراب القادم من النقطة $X=0=y$ يعطي طورامساويا للصفر في النقطة $P_0$ . عندئذ نستطيع ان نكتب (انظر العلاقة (1) ) .

$$\Psi_P = C_1 \iint_S e^{-ikr} \cdot ds = C_2 \iint_S e^{-ikx\sin\theta} \cdot ds$$

اذا اقتصرنا على التكامل وفق المحور $X$ وذلك بادخال التكامل وفق المحور $y$ داخل الثابت يكون

$$\Psi_P = C_3 \left[ \int_{\frac{b}{2}}^{a+\frac{b}{2}} e^{-ikx\sin\theta} \cdot dx + \int_{-(a+\frac{b}{2})}^{-b/2} e^{-ikx\sin\theta} \cdot dx \right]$$

حيث $kx\sin\theta$ يمثل فرق المسير للاشعة المنعرجة بالزاوية $\theta$.ومنه

$$\Psi_P = \frac{C_3}{ik\sin\theta} \left[ e^{-i\frac{kb\sin\theta}{2}} - e^{-ik(a+\frac{b}{2})\sin\theta} + \right.$$

$$\left. + e^{ik(a+\frac{b}{2})} - e^{i\frac{kb\sin\theta}{2}} \right] =$$

$$= \frac{2C_3}{k\sin\theta} \left[ \sin\left\{ k + (a+\frac{b}{2}) \right\} - \sin\left\{ k\frac{b}{2}\sin\theta \right\} \right] =$$

$$= \frac{2C_3}{k\sin\theta} \sin\frac{ka\sin\theta}{2} \cdot \cos\frac{k(a+b)\sin\theta}{2}$$

واذا بدلنا $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ ، وقمنا بتنظيم العبارة بحيث تعطي شدة عظمى في المركز تساوي الواحد ، حيث $I \sim |\Psi_P|^2$ ، نحصل على :

$$I = \left[ \frac{\sin\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}{\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}} \right]^2 \cos^2\left(\frac{\pi(a+b)\sin\theta}{\lambda}\right) \qquad (10\_6)$$

يعرض الشكل 2.43 توزع الشدة في لوحة الانعراج من اجل $b=2a$ . ويبدو على شكل منحني مغلف ( الخط المتقطع ) يتغير ببطء وهو يعكس تأثير المضروب الاول في عبارة الشدة $I$ ، ويمثل توزع الشدة في نموذج فراونهوفر من اجل فتحة وحيدة . وتقع ضمن هذا المنحني

الاهداب المعينة بالمضروب الثاني $\cos^2$ .

تنعدم الشدة في حالة انعدام أحد العاملين

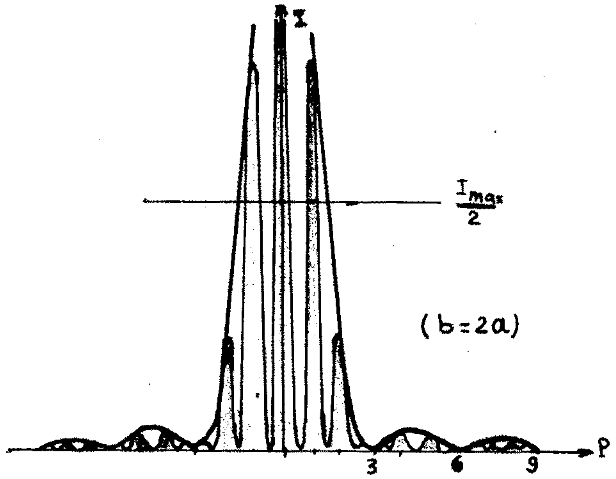
$$\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} = \pi p \Longrightarrow \sin\theta = \frac{\lambda p}{a} \,,\; p = 1,2,3\cdots \quad (10\_7)$$

و

$$\frac{\pi(a+b)}{\lambda}\sin\theta = (p+\tfrac{1}{2})\pi \Longrightarrow \sin\theta = (p+\tfrac{1}{2})\frac{\lambda}{a+b} \quad (10\_8)$$

حيث $p$ تدعى رتبة التداخل .

من الصعب تحديد مواقع النهايات العظمى تماما . ولكن من اجل تغير بطيء للمنحني المتقطع فان النهايات العظمى للتداخلتعين




شكل 2.43

بالعلاقة :

$$(a+b)\sin\theta = p\lambda \quad (10\_8)$$

فاذا كان $b$ عددا صحيحا من $a$ ، فان انطباقا سيحدث من اجلبعض قيم $p$ بين النهايات العظمى للتداخل والصغرى للانعراج ، وتُفقَد في هذه الحالة بعض الرتب ذلك لأن النهايات العظمى للتداخـــل تعين بالعلاقة

$$\sin\theta = \frac{p\lambda}{a+b}$$

والنهايات الصغرى للانعراج بالعلاقة

$$\sin\theta = \frac{p\lambda}{a}$$

فمن اجل $b=2a$ مثلا نجد ان الرتب المفقودة للتداخل هي 3، 6 ، 9 ومن اجل $b=3a$ تكون الرتب المفقودة 4 ، 8، 12 ، وفي الحالة العامة

اذاكان $b = na$ فان الرتب المفقودة هي : $p = (n+1)p'$ ، أي

$(n+1)$ ، $2(n+1)$ ، $3(n+1)$ ---

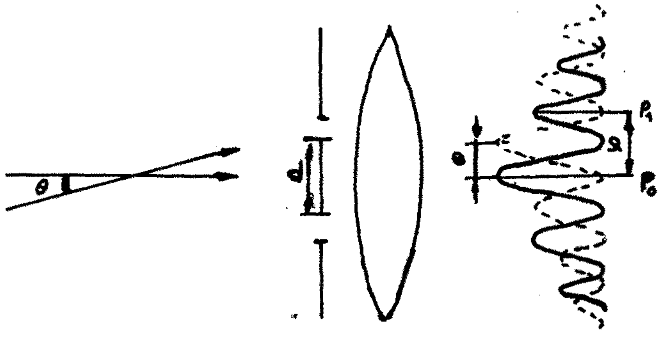
اذا استخدم في الاضاءة ضوء أبيض ، فان الهدب المركزي يكون أبيض اللون لأن فرق المسير من اجل جميع الاطوال الموجية معدوم ، ويحيط بذلك الهدب عددمن الاهداب الملونة .

## 11 ـ استخدامات الانعراج .

يستعمل انعراج الضوء علي شق مضاعف لقياس قرينة انكسارالغازات في مقياس رايلي التداخلي الذي عرض مخططه في الفقرة 4 .

يلقى تطبيق آخر للانعراج على شقين مكانا في علم الفلك ، وذلك لقياس المسافة الزاوية أو القطر الزاوي للنجوم البعيدة . ويتحقق ذلك بواسطة مقياس ميكلسون التداخلي النجمي . يمكن فهم فكرة استخدام هذا المقياس لقياس المسافات الزاوية الصغيرة من الشكل 2.44 .

لنفرض أن نجمين يقعان على مسافة زاوية صغيرة $\theta$ من بعضهما ،




شكل 2.44

عندئذ سيتشكل لهذين النجمين خيال في جسمية المنظار الفلكي(تلسكوب) على شكل دائرة مضيئة ( ولايمكن تمييزها ) . لنغطي الجسمية بحاجز يحوي شقين يبعدان عن بعضهما بالمسافة $D$ . عندئذ سنحصل من كل نجم على لوحة انعراجية على شكل اهداب عاتمة تتقاطع مع خيال النجم . وتكون جملتا الاهداب للنجمين مزاحتين بالزاوية $\theta$ . وتعطى المسافة $\varphi$ بين الهدب المركزي $P_0$ في كل لوحة والهدب المجاور له $P_1$ من نفس اللوحة بالعلاقة $D \sin \varphi = \lambda$ حيث $\varphi$ زاوية الانعراج ، أي أن

كونها صغيرة . اذا غيرنا المسافة $D$ بين الشقين تتغير $\varphi \approx \frac{\lambda}{D}$ بالتالي المسافة الزاوية $\varphi$ بين الاهداب . فاذا تحققت المساواة $\varphi = 2\theta$ انطبقت النهايات العظمى لاحدى اللوحتين مع النهايات الصغرى للوحة الاخرى ، ويكون بالتالي التمييز بين اللوحتين سيئا . اذا استمرينا في تغيير المسافة تظهر الاهداب من جديد . نقوم بعدئذ بقياس المسافة $D_0$ بين الشقين عندما يحدث التدهور الاول في تمييز الاهداب .فنحصل على المسافة الزاوية $\theta$ من العلاقة $\theta = \frac{\lambda}{2D_0}$. ويجب ان يجرى القياس من اجل طول موجة محددة .

## ـ شبكة الانعراج :

تعتبر شبكة الانعراج من أهم الاجهزة الانعراجية ، لذلك سنقوم بدراستها بالتفصيل .

ان الأهداب المتشكلة بواسطة شقين تكون أضيق وأكثر تأنفا من الاهداب المتشكلة بواسطة شق واحد ، ويتضح ذلك من مقارنة العلاقتين (8ـ10) و 9ـ8) . وتؤدي زيادة عدد الشقوق الى زيادة الشدة للنهايات العظمى الرئيسية من ناحية ، والى زيادة تمركز الاهداب المضيئة في نهايات عظمى ضيقة ومؤنفة ، مفصولة عن بعضها عمليا بمسافات معتمة من ناحية اخرى . ولكي نتأكد من ذلك نقوم بدراسة شبكة مؤلفة من $N$ شق ، عرض كل منها $b$ والمسافة الفاصلة بين شقين متتاليين تساوي $a$ ( الشكل 2.45) . وتدعى القيمة $d = a + b$ بدور الشبكة .

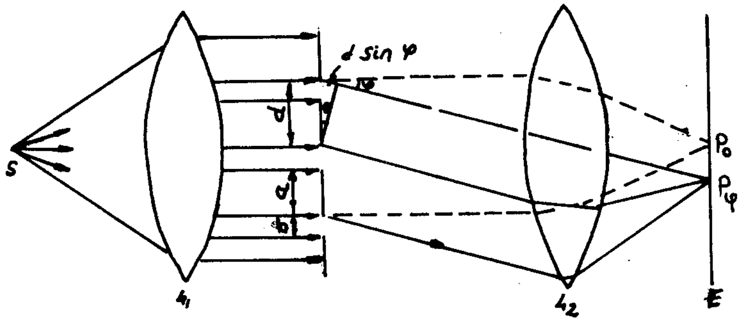
لنفرض أن حزمة ضوئية ناتجة عن المنبع $S$ ترد متوازية بمساعدة العدسة $L_1$ الى الشبكة . وكما هي العادة في انعراج فراونهوفر ، تجري الملاحظة على شاشة واقعة في المستوي المحرقي للعدسة الموضوعة خلف الشبكة مباشرة . ويمكن ان توضع بدلا من الشاشة عينية لمشاهدة اللوحة بصريا .

نرى من الشكل 2.45 أن فرق المسير بين شعاعين منتشرين من نقاط متوافقة لشقين متجاورين بزاوية انعراج $\varphi$ يساوي $d \sin\varphi$. فاذا كان فرق المسير هذا مساويا لعدد صحيح من طول الموجة ، فان الامواج الصادرة عن جميع الشقوق والمنتشرة وفق هذا الاتجاه تكون على اتفاق في الطور (ذلك لأن ازاحة فرق الطور بعدد صحيح من $2\pi$ لاتحمل اي تأثير ) .ويحدث تقوية تداخلية للامواج المنتشرة في هذا الاتجاه .

وهكذا يكون شرط تشكل النهايات العظمى الرئيسية كالتالي

$$d \sin \varphi = 0 , \lambda , 2\lambda , ---- , m\lambda \qquad (11\_1)$$

اذا لم ينتشر الضوء من شق واحد في اتجاه ما ، فانه لن ينتشر



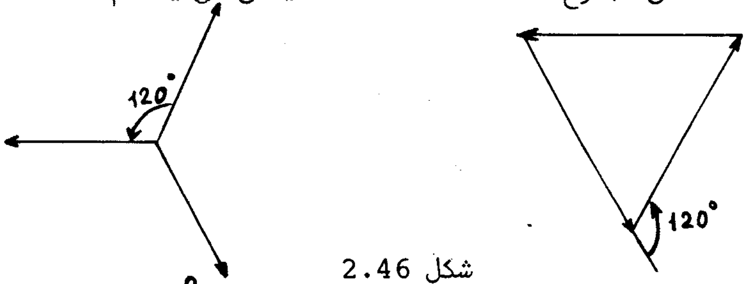

شكل 2.45

في هذا الاتجاه في حالة N شق ايضا . وبالتالي تكون شروط تشكل النهايات الصغرى كما هي في حالة شق وحيد :

$$b \sin \varphi = \lambda , 2\lambda , 3\lambda , ---, m\lambda \qquad (11\_2)$$

وعندما يتحقق الشرطان (1)و (2) معا ، فان بعض النهايات العظمى تختفي وهذا ممكن فقط اذا كانت b و d متناسبتين . فمن اجل الشبكة التي يكون فيها a=b تختفي النهايات العظمى الزوجية .

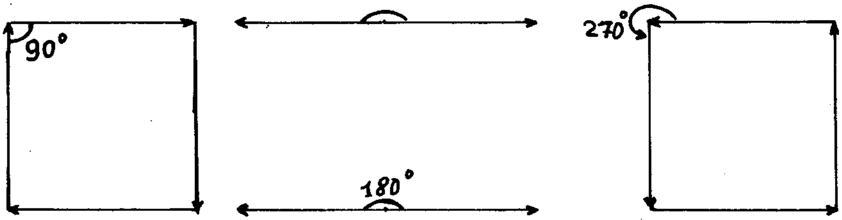
وأخيرا فان الاشعة الصادرة من مختلف الشقوق وفق اتجاه ما سوف تقوم باطفاء بعضها البعض بنتيجة التداخل . ولكي نفهم الشروط التي يحدث من اجلها ذلك ، نتوجه الى المخطط الشعاعي المبين على الشكل 2.46 . ان مجموع ثلاثة اشعة متماثلة يمكن ان ينعدم عندما تكون




شكل 2.46

الزاوية بين كل شعاعين متجاورين 120 درجة او $240^0$ . وهذا يعني

ان ثلاثة اشعة متماثلة يمكن ان تطفأ بعضها البعض ، اذا كان فـــرق التشير بين الشعاعين المتجاورين $\frac{\lambda}{3}$ او $\frac{2\lambda}{3}$. ويحدث الانطفـاء في حالة أربعة اشعة (انظر الشكل 2.47) عندما يكون فرق الطور بيـــن

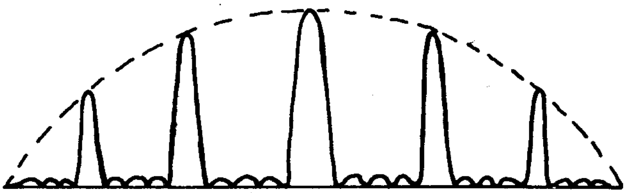



شكل2.47

الشعاعين المتجاورين من مضاعفات 90 درجة، أي من اجل فرق في المسير قدره $\frac{\lambda}{4}$ ، $\frac{2\lambda}{4}$ ، $\frac{3\lambda}{4}$ . نعمم هذه المناقشة على $N$ شعاع فنحصل من اجل النهايات الصغرى الاضافية على الشرط التالي :

$$d \cdot \sin\varphi = \frac{\lambda}{N} , \frac{2\lambda}{N} , \ldots , \frac{(N-1)\lambda}{N} \qquad (11\_3)$$

بمقارنة العلاقتين (1) و(3)،نرى أن عدد النهايات الصغـــرى الثانوية المحصورة بين نهايتين عظيمتين رئيسيتين يساوي ( $N-1$ ).



شكل2.48

وبالرغم من أن هذه النهايات الصغرى الثانوية مفصولة بعظمى ثانوية ، الاّ ان هذه الاخيرة ضعيفة الاضاءة .وبالتالي فان اللوحة الانعراجية تبدو على شكل اهداب مضيئة حادة جدا موجودة على قاعدة معتمـــة (الشكل2.48) وذلك من اجل شبكة مؤلفة من أربعة شقوق .

وبما أن نهايتين صغيرتين موجودتين الى جانبي النهاية العظمـى الرئيسية ، نستنتج استنادا الى الشرط (3) ،ان عرض الهدب المضيء (النهاية العظمى الرئيسية ) يكون أصغر كلما كان عدد الشقوق $N$ اكبر . فمن اجل العرض الزاوي للهدب يكون لدينا الشرط :

$$\delta(d.\sin\varphi) = \frac{\lambda}{N} \qquad (11\_4)$$

ومنه $d.\cos\varphi \cdot \delta\varphi = \frac{\lambda}{N}$ أو

$$\delta\varphi = \frac{\lambda}{Nd.\cos\varphi} \approx \frac{\lambda}{Nd} \qquad (11\_5)$$

ذلك لأن $\varphi$ زاوية صغيرة في التطبيقات العملية .

لكي نحصل على العبارة التحليلية للسعة بتابعية زاوية الانعراج $\varphi$ ، يجب أن نقوم بجمع تأثير كل الشقوق وفق الاتجاه المقصود .ان تأثير شق واحد وفق الاتجاه $\varphi$ يعطى بالعبارة

$$\xi = A_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha} \cos(\omega t + \beta_\varphi)$$

حيث $\alpha = \frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}$ و $A_0$ سعة الموجة خلال شق وحيد في اتجاه الحزمة البدئية (انظر العلاقة 7_8 ) .

يعطى فرق المسير بين شعاعين متداخلين صادرين عن شقين متجاورين بالعلاقة $\beta_\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}\sin\varphi$ حيث $d = a+b$ دور الشبكة . ويؤدي استعمال الطريقة الرمزية لجمع الاهتزازات الى جمع مقادير عقدية . حيث يمثل الاهتزاز الناتج عن الشق الواحد بالعبارة

$$\xi_j = A_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha} e^{i\omega t} \cdot e^{i(j-1)\beta}$$

وتكون الاهتزازة الحاصلة :

$$\xi = \sum_{j=1}^{N} \xi_j = A_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha} e^{i\omega t} \left[1 + e^{i\beta} + e^{i2\beta} + \cdots e^{i(N-1)\beta}\right]$$

(11_6)

ان المقدار الموجود ضمن الاقواس في الصيغة (6) يمثل مجموع حدود سلسلة هندسية اساسها $q = e^{i\beta}$ ، ويساوي هذا المجموع

$$\sum_{j=1}^{N} e^{i(j-1)\beta} = \frac{1-e^{iN\beta}}{1-e^{i\beta}} \qquad (11\_7)$$

وتساوي السعة طويلة هذا المقدار العقدي (يصف المضروب $e^{i\omega t}$ في العبارة 6 التابعية للزمن ، ولايعطي أية مساهمة في تحديد السعة ).

نضرب العبارة (7) في مرافقها العقدي ، فنحصل على :

$$\frac{1-e^{iN\beta}}{1-e^{i\beta}} \cdot \frac{1-e^{-iN\beta}}{1-e^{-i\beta}} = \frac{2-(e^{iN\beta}+e^{-iN\beta})}{2-(e^{i\beta}+e^{-i\beta})} =$$

$$= \frac{1-\cos(N\beta)}{1-\cos\beta} = \frac{\sin^2(\frac{N\beta}{2})}{\sin^2(\frac{\beta}{2})} \qquad (11\_8)$$

يعطي الجذر التربيعي للعلاقة (8) عبارة السعة التي نبحث عنها ( تعطي العلاقة (8) نفسها عبارة الشدة ) . ونحصل بشكل نهائي آخذين بعين الاعتبار أن $\beta = \frac{2\pi d}{\lambda}\sin\varphi$ ، على :

$$A_\varphi = A_0 \frac{\sin(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda})}{\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}} \cdot \frac{\sin(\frac{\pi N d \cdot \sin\varphi}{\lambda})}{\sin(\frac{\pi d \cdot \sin\varphi}{\lambda})} \qquad (11\_9)$$

ويعكس المضروب $A_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha}$، حيث $\alpha = \frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}$، في الصيغة (9) تأثير شق واحد .

وبالتالي فان الانعراج على الشبكة ، كما هو الحال في الانعراج على شقين ، يؤدي الى تمركز جميع الضوء تقريبا في مجال النهاية العظمى المركزية لشق وحيد، ويساوي العرض الزاوي لهذه النهاية $\frac{2\lambda}{b}$ (المسافة الزاوية بين النهايتين الصغيرتين اللتين تحدان النهاية العظمى المركزية للانعراج ) .

بما ان عرض كل شق يكون عادة صغيرا جدا ، فان هذه النهاية العظمى تكون عريضة جدا ، ويتموضع داخلها عدد من النهايات العظمى الرئيسية للشبكة (عددمن الرتب ).

كيف تكون الشدة في النهايات العظمى الرئيسية ؟ تحددهذه الشدة بالشرط (1) . نعوض في (9) قيمة $\sin\varphi = \frac{m\lambda}{d}$ ، حيث $m$ رتبة التداخل، فنحصل على :

$$I_m = A_0^2 \frac{\sin^2(\frac{\pi b m}{d})}{\frac{\pi^2 b^2 m^2}{d^2}} \cdot \left[\frac{\sin(\pi m N)}{\sin(\pi m)}\right]^2 \qquad (11\_10)$$

ننشر المقدار $\frac{\sin(\pi m N)}{\sin(\pi m)}$ وفق قاعدة لوبيتال ، فنجد :

$$\lim_{\beta\to\pi m} \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} = N \lim_{\beta\to\pi m} \frac{\cos N\beta}{\cos\beta} = N \qquad (11\_11)$$

وهكذا يكون

$$I_m = \frac{A_0^2 N^2 d^2}{\pi^2 m^2 b^2} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi b m}{d}\right) \qquad (11\_12)$$

يرىمن العبارة (12) أن شدة النهايات العظمى تتناسب مع $N^2$ . اذا كانت الشقوق $N$ غير مترابطة ، فان الشدة تنمو بمقدار $N$ مرة ( با لمقارنة مع الشدة لشقٍ وحيد) . ويرى ايضا من العلاقة (12) ان زيادة رتبة النهايات $m$ يؤدي الى نقصان سريع للشدة .

وبما أن شرط النهايات العظمى(1) يتعلق بطول الموجة $\lambda$ ، فان خطوط) اهداب) الألوان المختلفة سوف تلاحظ في أماكن مختلفة . وهكذا اذاورد على شبكة الانعراج ضوء ابيض ، فان هذا الضوء يتعرض لتحليل (نشر) طيفي .عندئذ يمكن اعتبارالشبكة جهازا جيدا للتحليل الطيفي ، ذلك لأنها يعطي خطوطا ضيقة جدا.

## 12 ـ مواصفات أجهزة التحليل الطيفي .

تُعدّ مثل هذه الأجهزة لتعيين طول الموجة ، وذلك بمقارنة أطوال الامواج لخطوط طيفين متقاربين .

ـ تبديد الجهاز الطيفي :( desspersive power) يعرف هذا المقدار بأنه المسافة الزاوية الفاصلة بين خطين طيفيين يقابـلان طولين موجيين يختلفان بـ $1 \ A^o$ . اذا شوهد خطان مقابلانلطوليـن موجيين $\lambda$ و $\lambda+d\lambda$ وفق الزاويتين $\varphi$ و$\varphi+d\varphi$ ، فان قياس التبديد يعبر عنه بالمقدار

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} \qquad \text{التبديد الزاوي} \qquad (12\_1)$$

يتشكل الطيف عادة على الشاشة بمساعدة عدسة ، فاذاكان البعد المحرقي لهذه العدسة يساوي $f$ فان المسافة الزاوية $\delta\varphi$ ستقابـل بازاحة خطية مقدارها $\delta S = f\,\delta\varphi$ . وهكذا يعرف التبديد الخـطـي بالعلاقة

$$D_f = \frac{\delta S}{\delta\lambda} = f\,D_\varphi \qquad (12\_2)$$

ويعبر عن هذا المقدار عادةبالملم على انغستروم ( $mm/A^o$ ) .ويشـار غالبا الى مقلوب المقدار السابق $\frac{1}{D_f}$ الذي يظهر عدد الامواجالموجودة في 1 ملم من صفيحة (فيلم ) التصوير التي يسجل عليها الطيف .

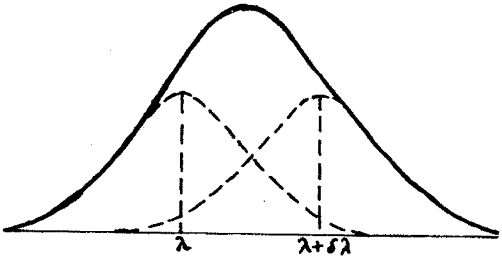
ان شرط تشكل النهايات العظمى في حالة الشبكة هو$d.\sin\varphi = m\lambda$ ونقوم من اجل موجتين متقاربتين $\lambda$ و $\lambda+\delta\lambda$ بمفاضلة العلاقـة المذكورة

$$d.\cos\varphi.\delta\varphi = m\,\delta\lambda \Rightarrow D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d.\cos\varphi} = \frac{nm}{\cos\varphi} \qquad (12\_3)$$

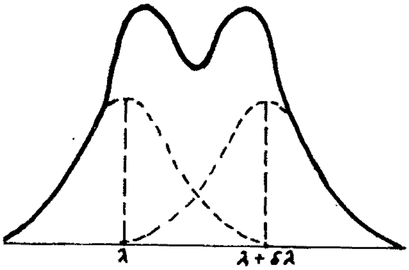
حيث $n = \frac{1}{d}$ عدد حزوز الشبكة في الملم الواحد .

هكذا نلاحظ أن التبديد يزداد كلما نقص دور الشبكة $d$ ، وكلما ازدادت الرتبة $m$ للطيف المشاهد .

ـ قدرة الفصل او شدة التحليل (Resolving power) : تعطي هذه الخاصة امكانية التمييز بواسطة الجهاز بين خطين طيفيين موافقين لطولين موجيين متجاورين $\lambda$ و $\lambda + \delta\lambda$ . ويعرض الشكل 2.49 خطين مندمجين بغض النظر عن التبديد الشديد للجهاز ،فالتبديد يحدد المسافة بين قمتين لنهايتين عظيمتين ، بينما تتعلق قدرة الفصل بعرض الخط الطيفي.




شكل 2.49




شكل 2.50

يمكن لخطين طيفيين ان يكونا مفصولين بالتأكيد ، اذا وقعت النهاية العظمى لأحد الخطين على الصغرى للخط الآخر (عيار رايلي الشكل 2.50) . ويؤخذ بمثابة القياس لقدرة الفصل ، النسبة بين طول الموجة $\lambda$ والمجال الاصغر $\delta\lambda$، أي $A = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$. وتحدد النهايتان العظيمتان المتجاورتان في الطيف ذي الرتبة $m$ لشبكة الانعراج من الشرطين

$$d \cdot \sin \varphi'_m = m\lambda_1 \quad , \quad d \cdot \sin \varphi''_m = m\lambda_2 \qquad (12\_4)$$

ان النهاية الصغرى لـ $\lambda_2$ تلاحظ وفق الاتجاه $\varphi_m$ الذي يحقق الشرط

$$d \cdot \sin \varphi_m = m\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N} \qquad (12\_5)$$

ويكون شرط رايلي الذي يتحقق من اجله الفصل هو التالي

$$\varphi'_m = \varphi_m \qquad (12\_6)$$

أي أن

$$m\lambda_1 = m\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N} \quad or \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = mN \qquad (12\_7)$$

وبما أن $\lambda_1 - \lambda_2 = \delta\lambda$ ، فاننا نحصل على عبارة قدرة الفصل للشبكة

$$A = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN \qquad (12\_8)$$

وهكذا فان قدرة الفصل تساوي جداء رتبة الطيف $m$ بعدد الاشعة المتداخلة ( عدد خطوط الشبكة ).

فمن اجل رتبة طيف $m$ محددة ،مثلا ، يكون

$$\frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d.\cos\varphi} \implies m = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} d.\cos\varphi$$

ومنه

$$A = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = N d.\cos\varphi . \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \ell \cos\varphi \, D_\varphi$$

أي أن شدة التحليل = شدة التبديد × عرض الحزمة المنعرجة .

- مجال التبديد : ان زيادة الرتبة تؤدي الى أن الطيوف تبدأ بتغطية بعضها البعض ، مما يحول دون ملاحظة الخطوط الطيفية وبالتالي يوجد لكل جهاز عرض محدود للمجال الطيفي $\Delta\lambda$ ، ويمكن ضمن هذا المجال الحصول على نهايات عظمى وصغرى متقطعة (غيرمتصلة ) ويدعى هذا المجال بمجال التبديد $G$ . نوجد هذا المجال من اجل شبكة انعراج .

نفرض أن أمواجا محصورة في المجال ( $\lambda, \lambda + \Delta\lambda$ ) تردعلىشبكة انعراج . ان موضع النهاية العظمى للرتبة للطرف الايمن من هذاالمجال المساوية لـ $m$ يحدد بالعلاقة

$$d . \sin\varphi_m^* = m ( \lambda + \Delta\lambda ) \qquad (12\_9)$$

وتشكل النهاية العظمى للرتبة $m+1$ من اجل الطرف الايسر للمجال (طول الموجة $\lambda$ ) ، عندما يتحقق الشرط

$$d . \sin\varphi_{m+1} = (m+1)\lambda \qquad (12\_10)$$

ويحصل الانطباق بين النهايتين عندما

$$\varphi_m^* = \varphi_{m+1} \qquad (12\_11)$$

اي ان

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda \quad or \quad G = \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} \qquad (12\_12)$$

وهكذا نلاحظ ان مجال التبديد يتناقص كلما ازدادت الرتبة .

تسمح المواصفات التي استعرضناها آنفا بمقارنة مختلف الاجهزة الطيفية التداخلية منها والانعراجية ، واختيار الجهاز المُناسب لهدف الاستعمال .

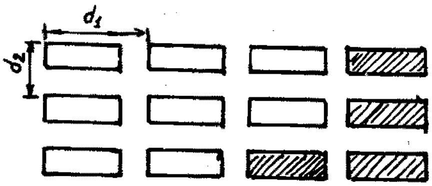
يمكن للتداخل ان يحدث ليس فقط على مجموعة من الشقوق المتوازية (شبكة أحادية البعد) ، وإنما على شبكة مستوية ، تتألف من جملة فتحات مستطيلة دورية ثنائية البعد ، وأيضا على هيكل ثلاثي البعد دوري . وتعتبر الحالة الأخيرة هامة جدا من الناحية التطبيقية .

ويرتبط هذا بأن الشبكة البلورية للاجسام الصلبة تعتبر بناء (تركيبا) فراغيا دوريا . ويلاحظ الانعراج عندما ترد على البلورات أشعة ذات اطوال موجية قصيرة جدا (اشعة رونتجن) . وتكون اللوحة الانعراجية في هذه الحالة على شكل نقاط مضيئة (أماكن تقاطع الاهداب) متوضعة على قاعدة معتمة . ويمكن أن نعين بواسطة اللوحة المذكورة دور الشبكات البلورية ، أي المسافة المتوسطة الفاصلة بين ذرات الجسم الصلب . وتستند على هذا الاساس طرق تحليل التركيب البلوري بالاشعة السينية .

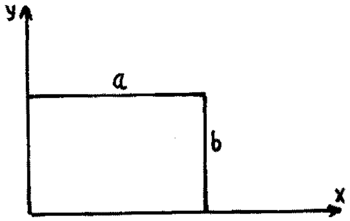
يعبر عن شرط تشكل النهايات العظمى في حالة شبكة الانعراج ثنائية البعد (الشكل 2.51) بالعلاقتين

$$d_1 \cos\alpha = \pm m\lambda \quad , \quad d_2 \cos\beta = \pm m\lambda \qquad (12\text{-}13)$$

حيث ان $\alpha$ و $\beta$ الزاويتان اللتان يشكلهما الاتجاه نحو نقطة




شكل 2.51




شكل 2.52

المراقبة مع محوري الاحداثيات . وتحدد الزاوية الثالثة $\gamma$ أثناء ذلك بالعلاقة

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 \qquad (12\text{-}14)$$

يمكن الانتقال من الانعراج على شبكة ثنائية البعد الى الانعراج على فتحة مستطيلة (الشكل 2.52) . وتبين الحسابات أن شدة الضوء في الاتجاه $\alpha$ ، $\beta$ يعطى بعبارة مشابهة لعبارة الشدة في حالة

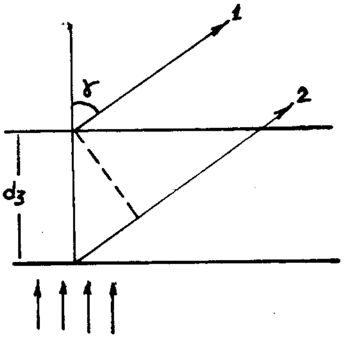
الانعراج على شق أوشبكة (انظر الصيغتين 10و 11 في الفقرة 11) :

$$I = A_0^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi a \sin\alpha}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi a \sin\alpha}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b \sin\beta}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin\beta}{\lambda}\right)^2}$$

يوصف الانعراج على تركيب ثلاثي دوري (بلورات) بنفس الصيغ من اجل الشبكة ثنائية البعدمع شرط اضافي للنهايات العظمى ،وذلك بنتيجة تداخل الاشعة الصادرة عن مختلف مستويات الشبكة (الشكل 2.53) . لنفرض أن الضوء يرد على الشبكة من الاسفل ، ان فرق المسير بين الشعاعين 1و 2 المنعرجين على مستويين للشبكة والمتجهين وفق الزاوية $\gamma$ ،يعطى بالعلاقة

$$\Delta = d_3 - d_3 \cos\gamma \qquad (12\_15)$$

حيث $d_3$ المسافة بين مستويات الشبكة (الدور الثالث للشبكة) .



شكل 2.53

وتحدد جملة الشروط

$$d_1 \cos\alpha = \pm m_1\lambda$$
$$d_2 \cos\beta = \pm m_2\lambda \qquad (12\_16)$$
$$d_3 - d_3\cos\gamma = \pm m_3\lambda$$

بالاضافة الى الشرط

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

او

$$\frac{m_1^2\lambda^2}{d_1^2} + \frac{m_2^2\lambda^2}{d_2^2} + \frac{(d_3 - m_3\lambda)^2}{d_3^2} = 1 \qquad (12\_17)$$

المحققةفي نفس الوقت ،اللوحة الانعراجية الصادرة عن شبكة فراغية .

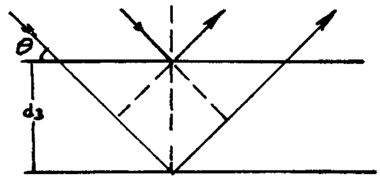
اذاحدث انعكاس على طبقات الشبكة ، فان علاقة التداخل تأخذ نفس الشكل لعلاقة فرق المسير من اجل صفيحة متوازية الوجهين (الشكل 2.54) :

$$2 d_3 \cos\xi = \pm m\lambda \qquad (12\_18)$$

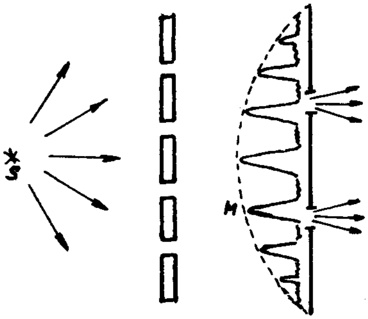
حيث $\xi$ زاوية الانعكاس . وتدعى هذه العلاقة الاخيرة بعلاقةبراغ- فولغا .

نشير اخيرا الى بعض الملاحظات . يملك مبدأ هويغنز - فرنل وعبارته الرياضية لكرتشوف تطبيقات محددة ، ذلك لأنه في حالة استخدام

شقوق ضيقة جدا $b \sim \lambda$ ، وفي حالة زوايا انعراج $\varphi$ كبيرة ، تبدأ خواص الحاجز المستعمل بتأثيراتها على المسألة المدروسة . ولحل المسألة في هذه الحالات ، يجب ان تؤخذ بعين الاعتبار الشروط الحدودية للحقل الكهرطيسي للموجة الضوئية .مما يسبب صعوبات جمة في الحسابات وحتى الآن لم تحل بشكل دقيق الا بعض المسائل الانعراجية ، وفي هذه المسائل تستخدم غالبا شروط مثالية .



شكل 2.54



شكل 2.55

وتتطرق الملاحظة الثانية الى دور الانعراج في الاجهزة البصرية حيث أن حدود الجسمية تعتبر حدود الفتحة التي يحدث عليها انعراج الضوء الوارد . وهذا يؤثر على قدرة الفصل للأجهزة البصرية ، وسوف نتعرض الى ذلك في الفصل الذي يخص الضوء الهندسي .

لقد درسنا سابقا ورود الموجة المستوية على شبكة الانعراج . ولكن من المثير الحالة التي توضع فيها الشبكة مباشرة بين المنبع والشاشة دون استخدام عدسة مقربة ( الشكل 2.55 ) .

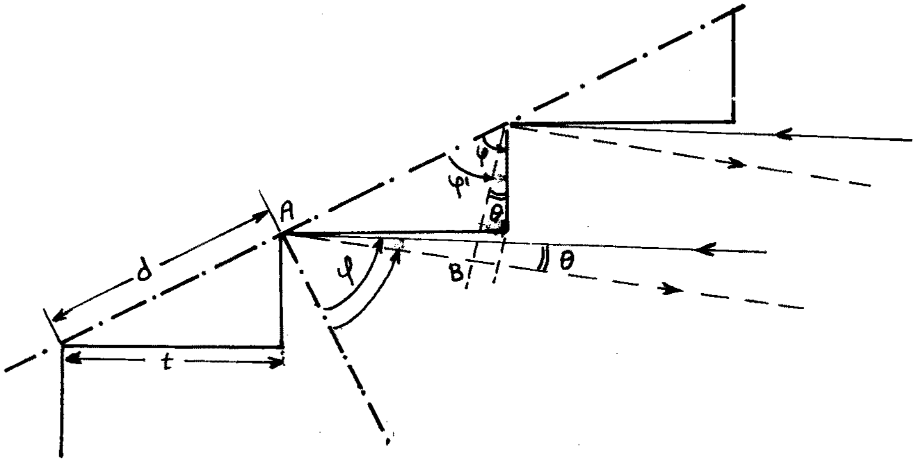
يرد الضوء في الحالة الاخيرة المذكورة ، على الشبكة وفق جميع زوايا الورود الممكنة ، ويبدو الطيف المتشكل على الشاشة مموها (غير واضحا ) . غير أن الضوء الذي يعبر الشبكة يملك بعض الخواص المثيرة للاهتمام . ففي الوقت التي تشكل فيه نهايات عظمى للشدة في حالة استخدام موجة مستوية ، تتشكل في حالتنا نهايات عظمى للترابط . فاذا أحدثنا شقين في الشاشة ، فإن اللوحة التداخلية ليونغ التي تتشكل خلف الشاشة تكون واضحة جدا ، وذلك اذا انطبق الشقان على

موضعي نهايتي ترابط عظيمتين .

- شبكة الانعراج المدرجة ( Echelon ) : لقد وجدنا في هذه الفقرة أن شدة تبديد الشبكة تتناسب مع عدد الشقوق في الملم الواحد ( العلاقة 3 ) ، وتتناسب ايضا مع الرتبة . وكذلك وجدنا أن قدرة الفصل للشبكة تتناسب مع عدد الشقوق (الحزوز) الكلي $N$ ومع رتبة الطيف .

ان زيادة شدة التحليل تتطلب زيادة عدد الحزوز ولكن هذا لايمكن ان يكون بدون حدود ، بالاضافة الى أن زيادة الرتبة تؤدي الىانخفاض الاضاءة . وقد أمكن التغلب على هذه المشكلة باستخدام مايعرف بالشبكة المدرجة . ويوجد نوعان من هذه الشبكات ، الشبكات المنفذة والعاكسة .

يعرض الشكل 2.56 مخططاً لشبكةمدرجة عاكسة ، دورها d ،وعرض الدرجة الواحدة يساوي s وعمقها $t$ . اذا وردت الاشعة بزاوية ورود $\varphi$ على هذه الشبكة ، فان فرق المسير بين اضطرابين منعرجين من نقطتين متوافقتين من درجتين متجاورتين بزاوية انعراج $\varphi'$ يعطى




شكل 2.56

بالعلاقة :

$$\Delta = AB + t = d \cdot \sin\varphi' + d \cdot \sin\varphi = d(\sin\varphi' + \sin\varphi)$$

ويجب ان يتحقق الشرط في مواضع النهايات العظمى

$$n' d \cdot (\sin\varphi' + \sin\varphi) = m\lambda \qquad (12\_19)$$

حيث $n'$ قرينة انكسار الهواء و $m$ الرتبة و $\lambda$ طول موجة الضوء المستخدم .

نجد من الشكل 2.56 ان

$$\theta = \varphi - \varphi' \ , \quad \varphi' = \varphi - \theta$$

$$\sin\varphi' = \sin\varphi \cos\theta - \cos\varphi . \sin\theta$$

لدينا ايضا
$$\sin\varphi = \frac{t}{d} \quad , \ \cos\varphi = \frac{s}{d}$$

بما ان $\theta$ صغيرة في اغلب الحالات العملية ، يكون $\cos\theta = 1$ و $\sin\theta = \theta$ وتصبح المعادلة (19) على الشكل :

$$n'd \left[ \frac{t}{d} - \frac{s}{d}\theta + \frac{t}{d} \right] = m\lambda$$

ومنه

$$n'(2t - \theta \cdot s) = m\lambda \qquad (12\text{-}20)$$

وباهمال تبديد الهواء نجد ان التبدد الزاوي يعطى بالعلاقة :

$$\Delta_\theta = \frac{\delta\theta}{\delta\lambda} = -\frac{m}{n's} = -\frac{2t}{\lambda n s} \qquad (12\text{-}21)$$

عندما تكون $\theta$ معدومة ، و $\cos\varphi' \approx \cos\varphi = \frac{s}{d}$ يمكن استنتاج العبارة السابقة من

$$\frac{\delta\varphi'}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\varphi'} \cdot \frac{1}{n'}$$

التي نحصل عليها من اشتقاق العبارة (19) . وبصورة مشابهة نجد من العلاقة (20) :

$$\frac{\delta\theta}{\delta m} = -\frac{\lambda}{s n'} \qquad (12\text{-}22)$$

اذا وضعنا $\delta m = 1$ ،نحصل على قيمة البعد الزاوي بين الرتب المتتالية

$$\delta\theta = -\frac{\lambda}{s n'}$$

ويمكن حساب $\Delta\lambda$ بين الرتب المتتالية من العلاقة (21) :

$$\Delta\lambda = -\frac{\lambda s}{2t}\delta\theta = -\frac{n's}{m}\delta\theta = \frac{n's}{m} \cdot \frac{\lambda}{n's} = \frac{\lambda}{m}$$

وباستخدام العلاقة (20) بعد اهمال الحد الحاوي على $\theta$ ، وبالتبديل نحصل على :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda^2}{2n't} \qquad (12\text{-}23)$$

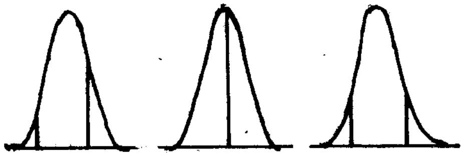
تساوي شدة التحليل لهذه الشبكة ، كما هو الحال في الشبكات الاخرى ، الى جداء الرتبة بعدد العناصر العارجة . ويكون عددالعناصر العارجة في هذا النوع من الشبكاتصغيرا (مثلا 40) ، ولكن الرتبة

كبيرة ، مثلا اذا كانت سماكة الصفيحة 7 ملم ، فان $m$ تساوي تقريبا 34000 من اجل $\theta = 0$ وذلك عند استخدام الضوء ذي الطول الموجي $\lambda = 4000\,A^{\circ}$ .

تقع النهايات العظمى الرئيسية المعطاة بالعلاقتين (19) و(20) ضمن المغلف الموافق لنموذج الانعراج لعنصر عارج وحيد من الشبكة . ويتمركز نموذج الانعراج ، في حالة الانعكاس ، الموافق لفتحة وحيدة عرضها $s$ في حالة الورود الناظمي ، على الناظم لسطح وجه الدرجة ، وتعطى النهاية الصغرى الاولى بالعبارة $\sin\theta = \pm \frac{\lambda}{s}$
او بدلالة طول الموجة في الخلاء

$$\theta = \pm \frac{\lambda}{n's}$$

حيث $\theta$ صغيرة و $n'$ قرينة انكسار الهواء . ان الفرق الزاوي للنهايات العظمى الرئيسية يساوي $\frac{\lambda}{n's}$ وذلك من العلاقة (22) . وهكذا يوجد مكان لنهايتين عظيمتين رئيسيتين فقط داخل النهاية العظمى المركزية للمغلف . وتوافق هاتان النهايتان في الحالة العامة الموضعين المبينين على الشكل 2.57a . وعندما توافق عددا صحيحا من طول الموجة $m\lambda$ فان الخط ذا الرتبة $m$ سوف يكون ملاحظاً بمفرده ، لأن الخط الذيلي


(a) (b) (c)

شكل 2.57

يقع على النهاية الصغرى للمغلف ، اي يكون لدينا وضع وحيد الرتبة (الشكل 2.57-b) . وعندما يكون

$$2tn' = (m + \tfrac{1}{2})\lambda$$

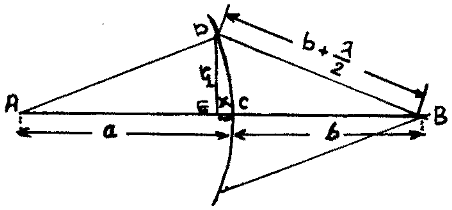
فان الخطين يملكان شدتين متساويتين ، ويلاحظان في المكانين $\theta = \frac{\pm\lambda}{2n's}$ (الشكل 2.57-C) .

يستبدل في حالة الشبكة المدرجة المنفذة المقدار $2n't$ بـ $(n-n')t$ حيث $n$ تساوي قرينة انكسار الزجاج التي صنعت منه الشبكة . وتكون الرتبة في هذه الحالة أقل ، وشدتي التبديد والتحليل أقل منهما في حالة الشبكة العاكسة . اضافة الى ذلك فان $d\nu$ سوف يتغير مع $n$ ولذلك لن يكون مستقلا عن $\lambda$ .

1 ـ احسب أنصاف أقطار مناطق فرنل لموجة كروية نصف قطرها $a$ في النقطة $B$ ،التي تقع على بعد $a+b$ من منبع لضوء وحيد اللون طول موجته $\lambda$ ، خذ بعين الاعتبار أن $a, b \gg \lambda$ .

ـ إن نصف قطر المنطقة الاولى لفرنل، يمكن ايجاده من المثلثين $ADE$ ، $DEB$ ( الشكل 1ـ1 ) :

$$r_1^2 = a^2 - (a-x)^2 = (b+\frac{\lambda}{2})^2 - (b+x)^2$$




شكل 1ـ1

بما أن طول الموجة صغير ،فإن

$$x = \frac{b\lambda}{2(a+b)}$$

وبالتالي $r_1^2 = 2ax - x^2$

نهمل القيمة الصغيرة $x^2$ ،

فنحصل بالنتيجة على :

$$r_1 = \sqrt{ab\lambda/(a+b)}$$

بشكل مماثل يمكن الحصول على انصاف اقطار مناطق فرنل اللاحقة .

فمن اجل المنطقة ذات النمرة $K$ يكون

$$r_K = \sqrt{abK\lambda/(a+b)}$$

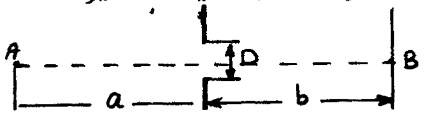
2 ـ احسب انصاف اقطار مناطق فرنل للموجة المستوية من اجل النقطة $B$ الواقعة على بعد $b$ ( $b \gg \lambda$ ) من جبهة الموجة ،حيث $\lambda$ طول موجة الضوءالمستخدم .

ـ إنالموجة المستوية توافقمسافة من المنبع النقطي الى جبهة الموجة تساوي $a$ ( $a \longrightarrow \infty$ ) . وتكون انصاف اقطار المناطقالمبحوث عنها :

$$r_K = \lim_{a\to\infty} \sqrt{\frac{abK\lambda}{a+b}} = \sqrt{Kb\lambda}$$

انظر حل المسألة 1 .

3 ـ منبع نقطي لضوء وحيد اللون طول موجته 5000 ،يقع على مسافة $a = 6.75\ m$ من فتحة في حاجز،قطرها $D = 4.5\ mm$ .وتوجد شاشة على بعد $b = a$ منالفتحة (الشكل 1ـ 3) .كيف تتغير الاضاءة في النقطة $B$ من الشاشة الواقعة على محور الحزمة ،




شكل 1ـ 3

إذا ازداد قطر الفتحة الى $D_1 = 5,2\ mm$ ؟

ـ لحل هذه المسألة لابد من حساب العدد $K$ لمناطق فرنل الموجودة في الفتحتين المالكتين للقطرين $D$ و $D_1$ . نستعمل نتائج المسألة 1 فنجد :

$$D/2 = \sqrt{K a b \lambda/(a+b)}$$

وبالتبديل بالمعطيات العددية نجد أن $K = 3$ (عددفردي ) وذلك من اجل $D = 4,5\ mm$ . وتكون $K = 4$ مناطق ( عدد زوجي )من اجل $D_1 = 5,2$ . وبالتالي فإنزيادة قطر الفتحة تؤدي الى تناقص الاضاءة في النقطة $B$ .

4 ـكيف يمكن أن توافق بين قانون انحفاظ الطاقة والواقع التالي وهوأن زيادة الفتحة (انظر المسألة 3 ) يمكن أن يؤدي الى نقصان الاضاءة على محور الحزمة ؟ علما بأن زيادة الفتحة تؤدي الى زيادة التدفق الضوئي الكلي الذي يجتازها .

ـ تكون البقعة المظلمة على محور الحزمة مناجل أربع مناطقمفتوحة لفرنل محاطة بخواتم مضيئة ومظلمة . وفي الواقع تزداد الاضاءة الكلية للشاشة ، غير أن توزع الطاقة الضوئية على الشاشة تتغير بحيث تصبح الاضاءة في المركز صغرى .

5 ـ تسقط موجة ضوئية مستوية( $\lambda = 6000 \mathring{A}$ ) على حاجز يحوي فتحة دائرية . توضع شاشة على بعد $b = 2\ m$ خلف الفتحة . من اجل أي قطر $D$ للفتحة ، تكونالاضاءة في النقطة $B$ من اللوحة والواقعة على محور الحزمة الضوئية عظمى ؟

ـ تكونالاضاءة في النقطة المعنية عظمى ، عندما تتوضع فيالفتحة منطقة واحدة فقط .بالأخذ بعين الاعتبار حل المسألة 1 نجد أن :

$$D = 2\sqrt{b\lambda} = 0,2\ cm$$

6 ـ اعتبر المسافتين بين المنبع والحاجز ،وبين الحاجز والشاشة متساويتين تقريبا ، وتساوي كل منهما $a$ ، قدر من اجل أية شروط يكون انعراج الامواج الضوئية ذات الطول $\lambda$ على الثقب في الحاجز واضحا بشكل كاف (الاضاءة على محور الحزم تتعلق بقطر الفتحة ) .

ـ يكون الانعراج ملحوظا ، إذا تواجد في الثقب عدد صغير من مناطق فرنل ، أي يجب أن يكون نصف قطر الثقب من رتبة (أو أصغر )

$b = 0{,}08\ cm$ . والبعد المحرقي للعدسة 80 سم . احسب الاطوال الموجية المفقودة في المجال المرئي على الشاشة ، وذلك على بعد 0,3 سم من المحور الاصلي للجملة .

ــ آ. بالعودة إلى الفقرة 8 نجد أن عبارة توزع الشدة تعطى بالعلاقة :

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2\left(b\frac{\pi}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\left(\frac{b\pi}{\lambda}\sin\varphi\right)^2} .$$

وعبارة السعة تعطى بالعلاقة :

$$A_\varphi = A_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi}$$

ومنه نجد أن شرط تشكل النهايات الصغرى هو .

$$\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi = m\pi \Longrightarrow \sin\varphi = m\frac{\lambda}{b}$$

حيث $m$ عددصحيح .

2 ـ شرط تشكل النهايات العظمى : لنفرض أن $\alpha = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi$ تتشكل النهاية العظمى المركزية من اجل $\alpha \longrightarrow 0$ أي $\varphi \longrightarrow 0$ ، ومنه نجد أن $A_\varphi \longrightarrow A_0$ .

تعطى بقية النهايات باشتقاق العلاقة (2) بالنسبة لـ $\alpha$ وعدم المشتق

$$\frac{dA_\varphi}{d\alpha} = A_0\left(\frac{\cos\alpha}{\alpha} - \frac{\sin\alpha}{\alpha^2}\right) = 0$$

$$tg\,\alpha = \alpha \Longrightarrow tg\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right) = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi$$

ب ـ إن الاطوال الموجية المفقودة تقابل النهاية الصغرى من اجل البعد المعطى :

$$\sin\varphi = \frac{x}{f} = \frac{0{,}3}{80} = \frac{3}{8}\cdot 10^{-2}$$

$$\sin\varphi = \frac{m\lambda}{b} \Longrightarrow m\lambda = b\sin\varphi = 0{,}08\cdot\frac{3}{8}\cdot 10^{-2}$$

ومنه $m\lambda = 3\,\mu$ . ونجد أن قيم $m$ التي توافق اطوال الامواج الواقعة في المجال المرئي : $m = 5 , 6 , 7 , 8 , 9$ . وتقابل هذه القيم اطوال موجية تساوي على الترتيب :

$\lambda = 0{,}333 , 0{,}375 , 0{,}428 , 0{,}5 , 0{,}6\ \mu$ . وهذه هي الاطوال الموجية المفقودة في النقطة المعنية، والواقعة في المجال المرئي .

12 ـ إذا سقط ضوء بارز من شق ضيق على سلك معدني رفيع مواز للشق ، تتشكل أهداب متساوية الابعاد عن بعضها تقريبا في الظل

الهندسي للسلك . احسب نصف قطر السلك إذا كان طول موجة الضوء المستخدم ( $5893\,A^{\circ}$ ) والبعد بين الاهداب المضيئة المتتالية ( 1, 0 مم ) على بعد ( 21 سم ) عن السلك .

ـ إن السلك ، حسب مبدأ بابينيه ،يكافىء في تصرفه شق ضيق عرضه يساوي قطر السلك .

إن شرط تشكل النهايات العظمى هو : $\operatorname{tg}\alpha = \alpha$

حيث $\alpha = \dfrac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}$ وبما أن زوايا الانعراج صغيرة يمكن استبدال $\sin\varphi = \varphi$ وتكون حلول المعادلة 1 قريبة من $\alpha = (2n+1)\dfrac{\pi}{2}$

حيث $n$ عدد صحيح ، ومنه

$$(2n+1)\frac{\pi}{2} = \frac{\pi b \varphi_n}{\lambda} \Rightarrow \varphi_n = \frac{(2n+1)\lambda}{2b}$$

ويعطى بعد الهدب المضيىء عن الهدب المركزي من اجل بعد للشاشة يساوي $a$ بالعلاقة $x_n = a \cdot \varphi_n$ ، ومنه يكون البعد بين هدبين مضيئين متتاليين : $x_{n+1} - x_n = i$

$$i = \frac{a\lambda}{b} \Longrightarrow b = \frac{20 \cdot 10^{-2} \cdot 5893 \cdot 10^{-10}}{0,1 \cdot 10^{-3}} =$$

قطر السلك . $b \approx 1,8\ mm$ .

13 ـ تسقط موجة ضوئية مستوية طول موجتها $5000\,A^{\circ}$ على حاجز معتم يحوي ثقبا دائريا قطره 1 مم .

احسب شدة الاضاءة في نقطة تقع على المحور الناظمي على الثقب وعلى بعد 30 سم خلف الحاجز بدلالة شدة النهاية العظمى الاولى .

14 ـ تصنع هالة متشكلة حول القمر زاوية 5 درجة في عين المشاهد إذا فرض أن سبب تشكل الهالة هو الانعراج الحاصل على قطيرات الماء العالقة في الجو . احسب اقطار هذه القطيرات . بفرض أن طول الموجة ( $5000\,A^{\circ}$ ) .

ـ إن صورة القمر في عين المشاهد تمثل هدب الانعراج المركزي والهالة تمثل الهدب المضيىء الأول الذي يحيط به الهدب المظلم الثاني . غير أن نصف قطر الحلقة المضيئة الاولى تحدد من العلاقة

$$\rho_{max} = \frac{z'_1}{2\pi}\lambda \; \frac{R}{h_1}$$

حيث $h_1$ نصف قطر الحلقة الاولى و $\rho_{max}$ نصف قطر قطرة الماء .

ـ إن السعة في نقطة ما $P$ من المستوي المحرقي للعدسة ،والموافقة للزاوية $\psi$ تعطى بالعلاقة :

$$\psi_p = const. \frac{J_1(z)}{z}$$

حيث $z = \frac{k h \rho}{R}$ . وبما أن $\lim_{z \to 0} \frac{J_1(z)}{z} \to \frac{1}{2}$

يكون $I = 4 I_0 \left(\frac{J_1(z)}{z}\right)^2$ حيث $I$ الشدة العظمى في الهدب المركزي .

وبما أن نصف القطر المضيء المركزي يتحقق من اجل الانعدام الاول

$$z_1 = 1,22\pi = \frac{k h_1 \rho}{R}$$

نجد أن :

$$h_1 = \frac{1,22 R\pi}{2\pi\rho} \cdot \lambda = \frac{1,22\lambda}{2} \cdot \frac{R}{\rho} = 0,61 \frac{\lambda f}{\rho}$$

يحسب نصف قطر الهدب المظلم الثاني ،عندما يتحقق الشرط :

$$\cos\left(z - \frac{3\pi}{4}\right) = 0$$

أي $z_2 - \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} \Leftarrow z_2 = \frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{2} = 2,25\pi$

الهدب المضيء الاول : $z'_1 - \frac{3\pi}{4} = \pi \Leftarrow z'_1 = \frac{3\pi}{4} + \pi = \frac{7\pi}{4}$

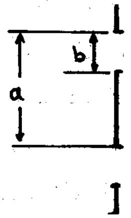
ومنه يمكن حساب $\rho$ .

18 ـ شقان عرض كل منهما $(b = 0,14\,mm)$ ، والمسافة بين مركزيهما $(d = 0,84\,mm)$ . آ ـ ماهي الرتب المفقودة ؟

ب ـ ماهي الشدة النسبية التقريبية في الرتب $m = 0$ إلى $m = 6$

ـ آ . إن شرط تشكل النهايات العظمى الرئيسية

$$d \cdot \sin\varphi = 0, \lambda, 2\lambda, \cdots = m\lambda \quad (1)$$



وشرط تشكل النهايات الصغرى الانعراجية

$$b \cdot \sin\varphi = \lambda, 2\lambda, \cdots = m'\lambda \quad (2)$$

من 1 و2 نجد أن الرتب المفقودة تحقق العلاقة

$$m\lambda / m'\lambda = d/b \Rightarrow m = \frac{0,84}{0,14} = 6m'$$

شكل 18.1

أي من اجل $m = 6 \; , \; 12 \; , \; 18 \; , \; \cdots$

ب ـ تعطى الشدة في الرتبة $m$ بالعلاقة

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b m}{d}\right)}{(\pi b m / d)^2} \cdot \left(\frac{\sin \pi m N}{\sin \pi m}\right)^2$$

حيث $N$ عدد الشقوق ، في حالتنا $N=2$ . اضف إلى أن

$$\lim_{\beta \to m\pi} \frac{\sin \beta N}{\sin \beta} = N \lim_{\beta \to m\pi} \frac{\cos N\beta}{\cos \beta} = N$$

ومنه

$$I_m = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b m}{d}\right)}{(\pi b m/d)^2}$$

من اجل $m=0$ يكون

$$I_{max} = I_0(2)^2 = 4I_0 \Rightarrow \frac{I_{max}}{4I_0} = 1$$

من اجل $m=1$

$$\frac{I_1}{4I_0} = \frac{\sin^2\left(\frac{1\cdot\pi}{6}\right)}{(\pi\cdot 1/6)^2} = \frac{9}{\pi^2}$$

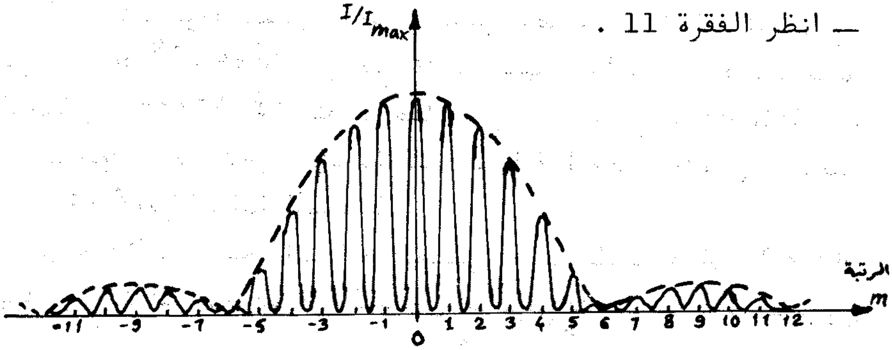
من اجل $m=2$

$$\frac{I_2}{4I_0} = \frac{\sin^2\left(\frac{2\pi}{6}\right)}{(\pi\cdot 2/6)^2} = \frac{36\sqrt{2}}{8\pi^2} \approx 68,4\%$$

وهكذا .

19 ـ يضاء الشق المضا عف الموصوف في المسألة 18 بحزمة متوازية وحيدة اللون طول موجتها ( $\lambda = 5000\,\AA$ ) . وتستخدم لتثبيت نموذج الانعراج على الشاشة عدسة بعدها المحرقي 50 سم . ارسم بيانيا توزع الشدة على الشاشة ،ارسم المراتب الاثنى عشرة الأول المتوضعة على أحد جانبي الشدة المركزية .

ـ انظر الفقرة 11 .




شكل 1 ـ 19

20 :تسقط موجة مستوية ناظميا على شبكة انعراج دورها ( $d=4.10^{-4}cm$ ) . احسب طول موجة الضوء $\lambda$ ،إذاعلمت أن الزاوية بين طيفي المرتبة الثانية والثالثة ( $\alpha = 2^\circ\,30'$ ). يفترض أن زاوية الانحراف صغيرة .

ـ إن شرط تشكل النهايات العظمى الرئيسية ، هو

$$d.\sin\varphi = 0, \lambda, 2\lambda, \ldots = m\lambda$$

حتى يحدث تحليل هذين الخطين ، يجب أن يتحقق شرط رايلي :

$$m\lambda_1 = m\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N} \Rightarrow m(\lambda_1 - \lambda_2) = \frac{\lambda_2}{N}$$

من اجل $m = 1$ يكون عدد الحزوز الكلي

$$N = \frac{\lambda_2}{|\lambda_1 - \lambda_2|} = \frac{5890}{6} = 980$$

وبالتالي يكون عرض الشبكة

$$\ell = \frac{N}{n} \simeq 3,3\ mm$$

29 ـ احسب شدة تحليل شبكة عاكسة مدرجة عدد درجاتها 10 درجات ، وسماكة كل درجة 2 سم . إذا استخدم ضوء طول موجتـــه ( $3000\ A^o$ ) .

ـــ من العلاقة : $n(2t - \theta \cdot s) = m\lambda$

من اجل $\theta \simeq 0$ نجد

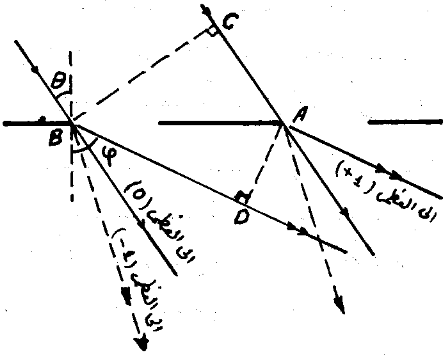
$$m_{max} = \frac{2nt}{\lambda}$$

$$m(\lambda_1 - \lambda_2) = \frac{\lambda}{N} \Rightarrow \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda}{m \cdot N} = \frac{\lambda^2}{2ntN}$$

$$= \frac{(3 \cdot 10^{-5})^2}{2 \cdot 1 \cdot 10} = 4,5 \cdot 10^{-9}\ cm$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = 4,5 \cdot 10^{-1}\ A^o$$

إلى الأعلى من النهاية المركزية ( $m=0$ ) . و $m=-1,-2,..$ من اجل النهايات الواقعة الى الاسفل من النهاية المركزية .




شكل 1 ـ26

نحصل على أعظم قيمة لمرتبة الطيف من اجل $\varphi=-90^o$. عندئذ

$$d(-1-\frac{1}{2})=m\lambda \Rightarrow m=-6$$

وهكذا يمكن مشاهدة الطيف ذي المرتبة السادسة . وتشير الاشارة السالبة إلى أن هذا الطيف يقع إلى اسفل النهاية المركزية .

27 ـ جد الشرط الذي يحدد الاتجاه نحو النهايات العظمى الرئيسية من اجل ورود مائل للامواج الضوئية على الشبكة ، إذا كان دور الشبكة $d \gg m\lambda$ حيث $m$ رتبة الطيف .

ــ يعطى الشرط اللازم ،في الحالة العامة (انظر المسألة السابقة) بالشكل $d\cdot(\sin\varphi-\sin\theta)=m\lambda$

ويمكن اعادة كتابته كالتالي : $2d\cdot\cos\frac{\varphi+\theta}{2}\cdot\sin\frac{\varphi-\theta}{2}=m\lambda$

إذا كانت $d \gg m\lambda$ فإن $\varphi\approx\theta$ . وفي هذه الحالة يكون :

$$\cos\frac{\varphi+\theta}{2}\approx\cos\theta \quad , \quad \sin\frac{\varphi-\theta}{2}\approx\frac{\varphi-\theta}{2}$$

وبالتالي يأخذ الشرط المحدد للاتجاهات نحو النهايات العظمى الشكل :

$$(d\cdot\cos\varphi)\cdot(\varphi-\theta)\approx m\lambda$$

وكأن ثابت الشبكة قد نقص في هذه الحالة واصبح $d\cdot\cos\varphi$ بدلا من $d$ . وتحسب الزوايا ( $\varphi-\theta$) بدءا من اتجاه الاشعة الواردة .

28 ـ تسقط حزمة ضوئية متوازية من ضوء الصوديوم ناظميا على شبكة انعراج تحوي ( $n$ = 300 )شقا في الملم . عين اتجاه الرتبة الاولى للخطين D وعرض الشبكة الضروري لتحليلهما . ( الخطان $5890\ A^o$ و $5896\ A^o$ )

ــ نكتب العلاقتين

$$d\sin\varphi_1=m\lambda_1 \quad , \quad d\sin\varphi_2=m\lambda_2$$

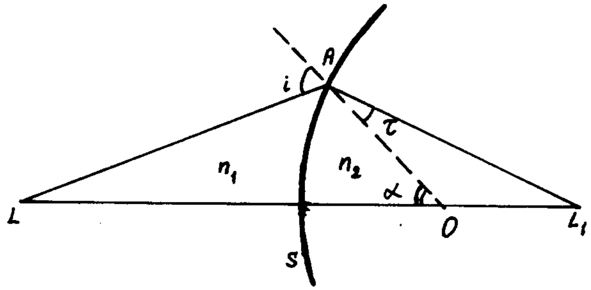
يكون من اجل الرتبة الاولى $\varphi_1=\frac{\lambda_1}{d}$ , $\varphi_2=\frac{\lambda_2}{d}$ , $d=\frac{1}{n}$

لدينا ايضا من المثلث $AL_1O$ بحكم نفس مبرهنة الجيوب

$$\frac{AL_1}{OL_1} = \frac{\sin(180-\alpha)}{\sin\tau} = \frac{\sin\alpha}{\sin\tau} \qquad (13\_3)$$

بضرب المساوتين 2و3 ، نجد

$$\frac{LO}{LA}\cdot\frac{AL_1}{OL_1} = \frac{\sin i\cdot\sin\alpha}{\sin\alpha\cdot\sin\tau} = \frac{\sin i}{\sin\tau} \qquad (13\_4)$$





شكل 3.1

إن نسبة جيبي الزاويتين تساوي نسبة قرينتي انكسار الوسطين (انظر الفقرة 3) :

$$\frac{\sin i}{\sin\tau} = \frac{n_2}{n_1} \qquad (13\_5)$$

وبالتالي :

$$\frac{LO}{LA}\cdot\frac{AL_1}{OL_1} = \frac{n_2}{n_1} \qquad (13\_6)$$

وتمثل القطعة $LO$ مجموع نصف القطر $R = SO$ للكرة والمسافة من النقطة $L$ الى السطح ( باشارة سالبة ) ، لنرمز لهذه المسافة بـ$a_1$. ونرمز للقطعة $AL_1$ بالحرف $a_2$. عندئذ تأخذ الصيغة (6) باستعمال هذه الرموز وأخذ المساوتين التقريبيتين (1) بعين الاعتبار، الشكل :

$$\frac{-a_1+R}{-a_1}\cdot\frac{a_2}{a_2-R} = \frac{n_2}{n_1} \qquad (13\_7)$$

أو

$$a_2 n_1 R - a_1 a_2 n_1 = a_1 n_2 R - a_1 a_2 n_2$$

اي

$$\frac{n_2}{a_2} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad (13\_8)$$

تستعمل هذه الصيغة من اجل المرآة الكروية في الهواء ، وتكون في هذه

الحالة $n_1=1$ .

نقوم بتعيين $n_2$ من الاعتبارات الآتية : من المعلوم أن $\frac{n_2}{n_1}=\frac{v_1}{v_2}$ ، حيث أن $v_1$ و $v_2$ سرعتا انتشار الموجة .

لدينا في حالة المرآة وسطا وحيدا هو الهواء ، غير أن السرعة $v_2$ تملك بنتيجة الانعكاس اتجاها معاكسا للاتجاه الذي كانت ستملكه في حالة الانكسار أي أن $n_2=-1$ .

وهكذا نحصل على صيغة المرآة الكروية :

$$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_1}=\frac{2}{R} \qquad (13\_9)$$

وهذه الصيغة تصح في حالة الاشعة المحورية .

إذا أبعدنا المنبع الى اللانهاية أي $a_1=\infty$ فإن

$$1/a_2 = 2/R \qquad (13\_10)$$

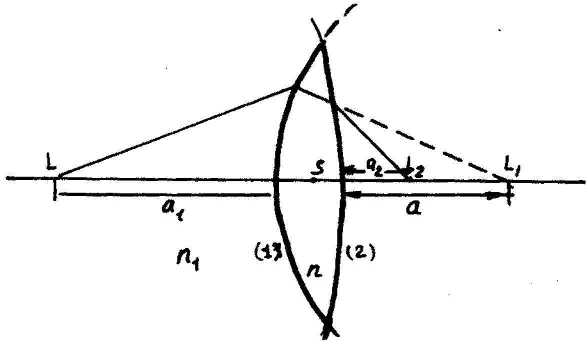
وهذا يعني ان الاشعة المتوازية الواردة من منبع واقع في اللانهاية تعطي خيالا لهذا المنبع يقع على مسافة $a_2=\frac{R}{2}$ من السطح .

وتدعى هذه المسافة بالبعد المحرقي $f$ للجملة ، وتسمى النقطة $F$ الواقعة على هذه المسافة من السطح بمحرق الجملة .

نستخدم العلاقة (8) لايجاد صيغة العدسة الرقيقة ، التي يملك وجهاها نصفي قطري التقوس $R_1$ و $R_2$ ( الشكل 3.2) . لنفرض أن قرينة انكسار مادة العدسة $n$ ، وقرينة انكسار الوسط المغمورة فيه هي $n_1$ . عندئذ تكتب الصيغة (8) من اجل الوجه الاول (الأيسر) بالشكل

$$\frac{n}{a}-\frac{n_1}{a_1}=\frac{n-n_1}{R_1} \qquad (13\_11)$$

حيث ان $a$ و $a_1$ مقاسان من مركز العدسة ، وهذا ممكن من اجل مثل هذه العدسات .




شكل 3.2

ونجد من اجل الوجه الثاني (نصف قطره $R_2$ ) :

$$\frac{n_1}{a_2} - \frac{n}{a} = -\frac{n-n_1}{R_2} \quad (13\_12)$$

حيث تأخذ $R_2$ اشارة موجبة او سالبة ، وذلك حسب تقعر الوجه 2 ( الى اليمين اوالى اليسار ) .نجمع المساواتين 11 و 12 :

$$\frac{n_1}{a_2} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n-n_1}{R_1} + \frac{n_1-n}{R_2} \quad (13\_13)$$

او

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{n_1-n}{n_1}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \quad (13\_14)$$

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = (N-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \quad (13\_15)$$

حيث $N = \frac{n}{n_1}$ قرينة الانكسار النسبية .

يمكن من العلاقة (15) الحصول على بعض الحالات الخاصة :

آ) $R_2 = -R_1$ (عدسة متناظرة ) :

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{2(N-1)}{R} \quad (13\_16)$$

ويمثل المقدار $\frac{R}{2(N-1)}$ البعد المحرقي $f$ للعدسة

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f}$$

ب) $n_1 = 1$ (العدسة مغمورة في الهواء ) ، عندئذ نحصل من (16) على:

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{2(n-1)}{R} = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{R}{2(n-1)} \quad (13\_17)$$

اذا كانت الاشعة المستخدمة بعيدة عن محور الجملة ( الحزمةلامحورية ) فان الصيغ التي استخرجناها سابقا تصبح اقل دقة لوصف العلاقة بين $a_1$ و$a_2$ و $f$ و $n$ . وينشأ ابتعاد عن قيم المقادير المحسوبة بهذه الصيغ . ويدعى مثل هذا الابتعاد او الانحراف بزيغ الجمل البصرية .

نوجد مقدار الزيغ في مرآة كروية (الشكل 3.3) . يمثل $OS$ محور الجملة ، $O$ ـالمركز و $F$ـ المحرق ، وبالتالي :

$$OF = OS/2 = R/2 \quad (13\_18)$$

تتلخص مسألتنا في ايجاد القطعتين X ( الزيغ الطولي) و $Y$ ( الزيغ العرضي ) .وتميز هاتان القطعتان انحراف النقطة C عن النقطة $F$ التي يجب ان تنطبق عليها النقطة C في حالة الاشعة المحورية :

$$x = OA - R/2$$

نجد من المثلث $OAB$ ان

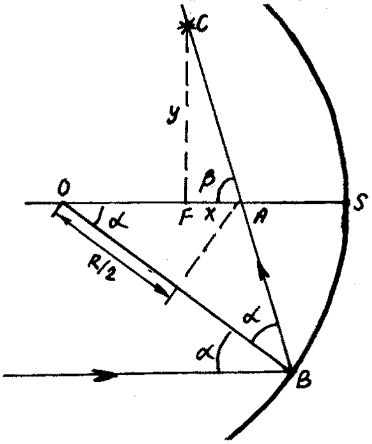
$$OA \cdot \cos\alpha = R/2 \quad , \quad OA = R/2\cos\alpha$$

وبالتالي

$$X = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right) \qquad (13\text{-}19)$$

تسمح هذه الصيغة بحساب الزيغ الطولي للمرآة الكروية وذلك من اجل الحزم الضوئية العريضة . ونحصل على الزيغ العرضي من المثلث $FCA$ :

$$y = x\,tg\,\beta \qquad (13\text{-}20)$$



شكل 3.3

حيث أن $\beta = 2\alpha$ كونهازاوية خارجية في المثلث $OBA$ ، ويمكن اعتبار الزاوية $\alpha$ قياس لعرض الحزم اللامحورية . ونجد من العلاقة (20) أن

$$y = x\,tg\,2\alpha \qquad (13\text{-}21)$$

_ أبعاد الخيال : ندرس الآن هيئة خيال الجسم الذي يملك ابعادا محدودة (ليس نقطة ) ، والمتشكل في سطح كروي فاصلبين وسطين ، قرينتا انكسارهما $n_2$ و $n_1$ . لنفرض أن الجسم على شكل قطعة مستقيمة $A_1B_1 = Y_1$ (الشكل 3.4) . إن النقطة $A_2$ ( نقطة تقاطع الشعاعين $A_1PA_2$ و $A_1SA_2$ ) تمثل خيال النقطة $A_1$ ، والنقطة $B_2$ (نقطة تقاطع الشعاعين $B_1OB_2$ و $B_1SB_2$ ) تمثل خيال النقطة $B_1$ . وهكذا تمثل القطعة $A_2B_2$ خيال الجسم $A_1B_1$ ، لنستعمل الرموز $A_1S = a_1$ ، $A_2S = a_2$ والرموز الواردة على الشكل 3.4 ( وذلك من اجل زوايا صغيرة $i$ و $\tau$ ) .

$$\frac{\sin i}{\sin \tau} = \frac{n_2}{n_1} \approx \frac{tg\,i}{tg\,\tau}$$

$$tg\,i = \frac{y_1}{a_1} \, , \; tg\,\tau = \frac{y_2}{a_2} \, , \qquad \frac{n_2}{n_1} \approx \frac{y_1 a_2}{y_2 a_1} \qquad (13\text{-}22)$$

وتكون العلاقتان التاليتان صحيحتين من اجل الزوايا الصغيرة :

$$\varphi_1 = PS/a_1 \quad , \quad \varphi_2 = PS/a_2$$

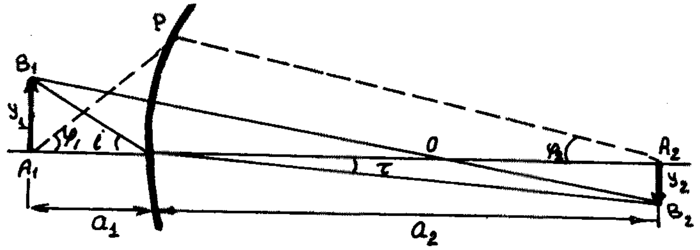
وبالتالي

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \qquad (13\text{-}23)$$

من (22) و (23) نجد :

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{y_1 \, tg \, \varphi_1}{y_2 \, tg \, \varphi_2} \quad or \quad n_1 y_1 \varphi_1 = n_2 y_2 \varphi_2 \qquad (13\_24)$$

إذا وجد عدة أوساط مفصولة عن بعضها بسطوح كروية ، فإن الاستمرار




شكل 3.4

فيتطبيق المساواة (24) يؤدي الى المساويات التالية

$$n_1 y_1 \varphi_1 = n_2 y_2 \varphi_2 = n_3 y_3 \varphi_3 = --- \qquad (13\_25)$$

حيث يدخل في كل طرف من اطراف هذه المساويات المقادير المنسوبة الى وسط واحد . وتعرف العلاقة السابقة في علم البصريات بمبرهنة لاغرانج ـ هلمولتز .

نحصل بتطبيق العلاقة (25) على مرآة مثلا ، حيث $n_2=-n_1$ ، على :

$$y_1 \varphi_1 = - y_2 \varphi_2$$

أي

$$\frac{y_1}{y_2} = - \frac{\varphi_2}{\varphi_1}$$

أو

$$\frac{y_1}{y_2} = - \frac{a_1}{a_2} \qquad (13\_26)$$

إذا ملك $a_1$ و $a_2$ نفس الاشارة ( اي وقعالخيال أمام المرآة ، وبالتالي خيال حقيقي ) ، فإن النسبة $\frac{y_1}{y_2}$ تكون سالبة . وهذايعني أن الخيال يكون مقلوبا بالنسبة للجسم .

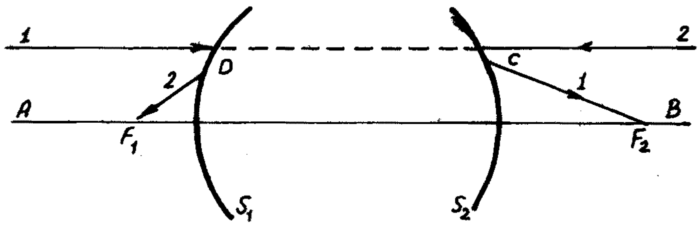
إذا كان الخيال وهميا ، أي $a_2$ سالبة فإن $y_1$ و $y_2$ يملكاننفس الاشارة ، ويكون الخيال صحيحا بالنسبة للجسم .

## 14 ـ أسس نظرية الجمل البصرية .

لقد وضع غوص أسس نظرية الجمل البصرية . وهذه النظرية تصف ضمن تقريب الضوء الهندسي الجمل البصرية المثالية ، اي الجملالتي يكون فيها خيال النقطة المضيئة ( التي تعطي حزمة متباعدة ) نقطة

ايضا ، اي الجملة التي تجمع اشعة المنبع النقطي في نقطة . وتدعى مثل هذه الجمل ( المنظومات ) "بالمتمركزة" . وتحقق مثل هذه المنظومة بجعل مراكز أجزائها على مستقيم واحد ، والاقتصار على الاشعة المحورية اي الاشعة التي تنتشر قريبة من المحور الرئيسي البصري الذي يمر من مراكز جميع سطوح العدسات والمرايا والكواسر المشكلة للمنظومة البصرية .

وهكذا تكون نظرية غوص نظرية الجمل المتمركزة ، وذلك عندتوفر شرط المحورية . وخلافا لما ورد من الحالات في الفقرة 13 لانشاء




شكل 3.5

الاخيلة ، فإن نظرية غوص لاتتطلب افتراض كون العدسات رقيقة .

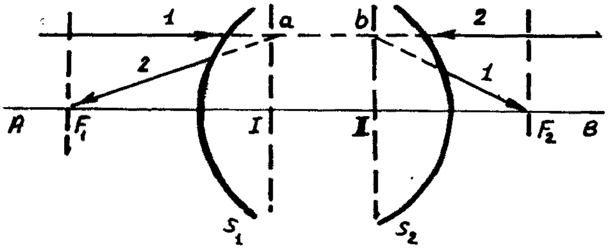
لانشاء هذه النظرية ندخل بعض مواصفات الجملة ونعطي التعاريف الضرورية .

لنفرض وجود منظومة متمركزة مقدة بشكل عام ، محصورة ضمن سطحين $S_1$ و $S_2$ (الشكل 3.5) . يمكن أن تكون في هذا المجال (بين $S_1$ و $S_2$) مجموعة عدسات بانصاف أقطار تقوس كيفية ، غير أنها متمركزة ، وبالتالي نستطيع انشاء المركز البصري الرئيسي $AB$ . لنفرض أن شعاعا محوزيا 1 يرد موازيا للمحور الئيسي . ان هذا الشعاع عند اجتيازه المجال $S_1S_2$ يعاني سلسلة انكسارات . ويخرج الى اليمين من $S_2$ . وبحكم مركزية المنظومة يجب على هذا الشعاع ان يخرج وفق زاوية ما ، لكي يصور على المحور $AB$ خيال النقطة المضيئة التي صدر عنها . وبما أن الشعاع 1 يرد موازيا لـ $AB$ ، فيجب أن تقع النقطة التي صدر عنها في اللانهاية الى اليسار من الجملة .

نقوم وفق نظرية غوص ، بتمديد الشعاع ذهنيا داخل الجملة ( الخط المتقطع )، ويخرج هذا الشعاع الى اليمين من نقطة ما $C$ ، ويتقاطع مع المحور $AB$ في النقطة $F_2$ ، التي تدعى بالمحرق اليميني

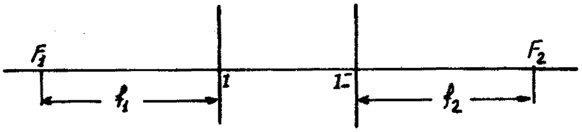
للمنظومة .

نوجه الآن الى الجملة الشعاع المحوري 2 ، الذي يرد من اليمين الى اليسار وفق منحى المستقيم المتقطع . يخرج الشعاع 2 الى اليسار من نقطة ما D ، ويتقاطع مع المحور الرئيسي في النقطة $F_1$ ( المحرق اليساري ) . ويدعى الشعاعان 1 و 2 المنشآن بالطريقة السابقة بالشعاعين المترافقين . لاتمام وصف الجملة ،وفقا لنظرية غوص ، يجب اقامة الانشآت التالية (الشكل 3.6) .




شكل 3.6

نمدد الشعاعين 1 و 2 الخارجين من الجملة حتى يتقاطعا مع المستقيم (المتقطع) الممثل لمنحييهما البدئيين . ننشأمستويين معامدين للمحور $AB$ بحث يمران من نقطتي التقاطع السابقتين $a$ و $b$ .وسوف ندعو هذين المستويين "بالمستويين الرئيسيين" للجملة . وندعو المستويين الموازيين للرئيسيين والمارين من النقطتين $F_1$ و $F_2$ "بالمستويين المحرقيين" . وندعو نقطتي تقاطع المحور الرئيسي مع




شكل 3.7

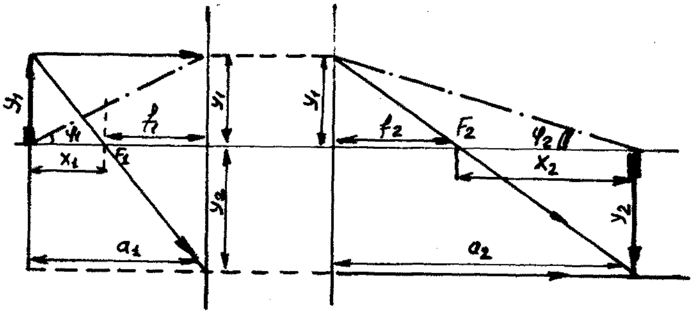
المستويين الرئيسيين "بالنقطتين الرئيسيتين" . وقدرمز لهاتين النقطتين على الشكل 3.6 بالرقمين I و II . وتمثل المسافتان الفاصلتان من النقطتين الرئيسيتين الى المحرقين "بالبعدين المحرقيين" (اليساري واليميني او الامامي والخلفي ) .

سوف نمثل أية منظومة بصرية مثالية مستقبلا على شكل زوج من

المستويات الرئيسية وزوج من المسافات المحرقية (الشكل 3.7) . وينطبق في حالة العدسات الرقيقة المستويان الرئيسيان ، وهذا مايميزها عن بقية المنظومات البصرية المتمركزة .

يمكن في حالة التمثيل المذكور للمنظومة البصرية ، أن ننشأ خيال الجسم بسهولة ، وأن نوجد النسب بين ابعاده وابعاد الجسم . وكذلك النسبة بين بعد الجسم عن المستوي الرئيسي وبعد الخيال عن المستوي الرئيسي الآخر .

لنفرض ان جسما $y_1$ (سهما) يقع الى اليسار من المنظومة . ولنقوم بايجاد موضع وابعاد خيال هذا الجسم . من اجل ذلك نصنع




شكل 3.8

الانشاء المبين على الشكل 3.8 (نرمز للمسافة الفاصلة بين الجسم والمحرق الاول بـ $X_1$ ، وبين الخيال والمحرق الثاني بـ $X_2$ ) .نجد من المثلثات المتشكلة :

$$\frac{y_1}{X_1} \quad \frac{y_2}{f_1} \quad ، \quad \frac{y_1}{f_2} = \frac{y_2}{X_2} \tag{14_1}$$

ومنه نحصل على

$$\frac{f_1}{X_1} = \frac{X_2}{f_2} \tag{14_2}$$

او

$$X_1 X_2 = f_1 f_2 \tag{14_3}$$

وتدعى هذه العلاقة الاخيرة بعلاقة نيوتن .

نطبق هذه العلاقة من اجل سطح كروي فاصل بين وسطين قرينتا

انكسارهما $n_1$ و $n_2$ ، أي نقوم بتوحيدهما مع مبرهنة لاغرانــج ـ هلمولتز :

$$n_1 \varphi_1 y_1 = n_2 \varphi_2 y_2 \tag{14-4}$$

نلاحظ أن

$$\varphi_1 = \frac{y_1}{f_1 + x_1} \quad , \quad \varphi_2 = \frac{y_1}{f_2 + x_2} \tag{14-5}$$

نحصل من 4 و 5 على :

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{f_1 + x_1}{f_2 + x_2} \cdot \frac{y_2}{y_1} \tag{14-6}$$

لدينا من 1 :

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{f_1}{x_1} \tag{14-7}$$

وبالتالي

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{f_1 + x_1}{f_2 + x_2} \cdot \frac{f_1}{x_1} = \frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{f_1 + x_1}{\left(1 + \frac{x_2}{f_2}\right) x_1} \tag{14-8}$$

أو

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{\frac{f_1}{x_1} + 1}{\frac{x_2}{f_2} + 1} \tag{14-9}$$

باستخدام صيغة نيوتن 3 نجد :

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{f_1}{f_2} \tag{14-10}$$

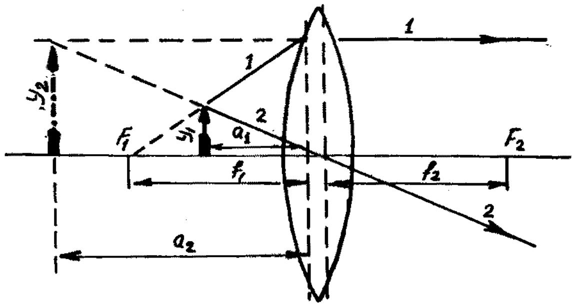
إذا أدخلنا من جديد قاعدة الاشارات ، أي ان المسافة $f_1$ يجب أن تعتبر سالبة فإن العلاقة (10) تكتب على الشكل:

$$\frac{n_1}{n_2} = -\frac{f_1}{f_2} \tag{14-11}$$

تظهر هذه العلاقة ان البعدين المحرقيين $f_1$ و $f_2$ يكونا متساويين (بالقيمة المطلقة ) عندما تتساوى قرينتا الانكسار علىيسار ويمين الجملة ( المنظومةمغمورة في وسط متجانس ) .

ـ المكبرة : نقوم الآن بدراسة جملة ضوئية بسيطة تدعى"المكبرة"

أي العدسة محدبة الوجهين ، ونستخدم الشكل 3.9 . استنادا الى ماذكر آنفا فان البعدين المحرقيين متساويان ، فيما إذا كانت المكبرة موجودة في الهواء ، أي $|f_1| = |f_2|$ .




شكل 3.9

إذا وضع الجسم $y_1$ بين المحرق $F_1$ والمكبرة ، فاننا نحصل على خيال وهمي $y_2$ اكبر من الجسم . وندعو النسبة $y_2$ على $y_1$ "بتكبير المكبرة" $N$ :

$$N = \frac{y_2}{y_1} = \frac{a_2}{a_1} \qquad (14\_12)$$

باستعمال دستور العدسات الرقيقة

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f} \qquad (14\_13)$$

نجد

$$N = 1 - \frac{a_2}{f} = \frac{f - a_2}{f} \qquad (14\_14)$$

ندخل مفهوم مسافة الرؤيا الافضل $L$ . استنادا إلى خواص العين نجد أن هذه المسافة تساوي تقريبا 25 سم ، وذلك من الخيال الى العين . وبالتالي يجب أن تكون العين على مسافة $d$ من المكبرة ، وتعين المسافة $d$ بالعلاقة

$$-a_2 + d = L \qquad (14\_15)$$

( تظهر الاشارة السالبة لـ $a_2$ أنها مقاسة الى اليسار من المكبرة )

ونجد من العلاقتين (14) و (15) أن :

$$N = \frac{f + L - d}{f} = \frac{L}{f} + 1 - \frac{d}{f} \qquad (14\_16)$$

اذا كانت العين موجودة في المستوي المحرقي ، فإن $d = f$ ،

و $$N = \frac{L}{f} \qquad (14\_17)$$

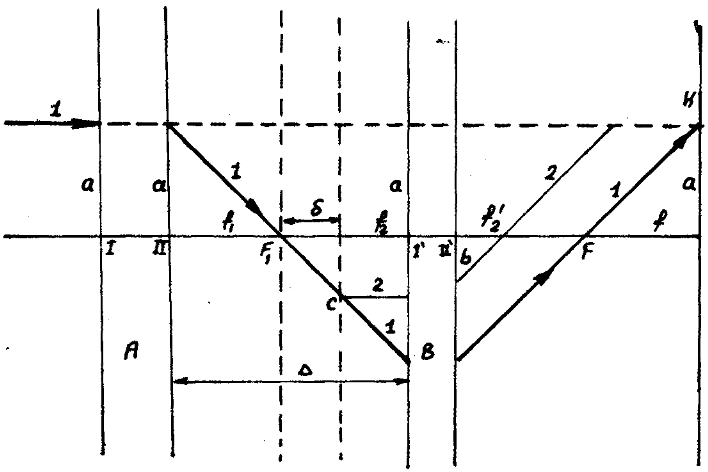
نشير الى أن مقلوب البعد المحرقي ، يدعى بالقوة البصرية للعدسة (المنظومة ) :

$$D = \frac{1}{f} \qquad (14\_18)$$

عندئذ

$$N = L \cdot D \qquad (14\_19)$$

- ايجاد القوة البصرية لمنظومة بصرية معقدة : نأخذ مثلامنظومة مؤلفة من عدستين . نمثل هذه المنظومة ، وفقا لنظرية غوص ، كما هو مبين على الشكل 3.10 .




شكل 3.10

يعرض الشكل تمثيلا لجملتين $A$ و $B$ . المسافة الفاصلة بين المستويين الرئيسيين تساوي $\Delta$ ، وبين المحرقين $\delta$ . ونرمز للمستوي الرئيسي المشترك للمنظومة $HH$ . ويقع هذا المستوي خارج حدود الجملتين $A$ و $B$ . ويقع محرق كل المنظومة في النقطة $F$ ، ويساوي البعد المحرقي $f$ ( المسافة الفاصلة بين المستوي الرئيسي والمحرق $F$ ). إن جميع هذه النقاط والمسافات قد حصلت بالتعريف وذلك كنتيجة لرصد مسار الشعاع 1 . نشير الى ان الشعاع 2 سوف

يكوّن شعاعا مساعدا موازيا للشعاع 1 في المجال بين العدسة B' والمستوي الرئيسي H H ، ذلك لأنّ الخط 2 يمكن اعتباره شعاعا خارجا مع الشعاع 1 من النقطة C الواقعة في المستوي المحرقي للعدسة B ( الاشعة المتوازية تلتقي بعد اختراقها للعدسة في نقطة تقع في المستوي المحرقي ) .

نجد من الرسم العلاقتين الهندسيتين :

$$\frac{a}{f} = \frac{b}{f'_2} \quad , \quad \frac{a}{f_1} = \frac{b}{\delta} \qquad (14\_20)$$

نحصل منهما على

$$\frac{f}{f'_2} = \frac{f_1}{\delta}$$

او

$$f = \frac{f_1 f'_2}{\delta} \qquad (14\_21)$$

إذاكانت قرينتا الانكسار للوسط الى اليمين واليسار من المنظومة متساويتين فان $f'_2 = f_2$ ، عندئذ

$$f = \frac{f_1 f_2}{\delta} \qquad (14\_22)$$

نحصل من هذه العلاقة على القوة البصرية للمنظومة :

$$D = \delta D_1 D_2 \qquad (14\_23)$$

نقوم بتحويل هذه الصيغة

$$\delta = \Delta - (f_1 + f_2) = \Delta - \left(\frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2}\right) = \Delta - \frac{D_1 + D_2}{D_1 \cdot D_2} \qquad (14\_24)$$

وبالتالي

$$D = \left(\Delta - \frac{D_1 + D_2}{D_1 \cdot D_2}\right) D_1 D_2 = \Delta D_1 D_2 - (D_1 + D_2) \qquad (14\_25)$$

اذا كانت $\delta < 0$ ، فان المستويين المحرقيين للعدستين $A$ و $B$ يكونامتوضعين بحيث أن المحرق $F_2$ يقع الى اليسار من المحرق $F_1$ ، وبالتالي تأخذ الصيغة (25) الشكل :

$$D = D_1 + D_2 - \Delta D_1 D_2 \qquad (14\_26)$$

ونحصل في حالة عدستين متلامستين ( $\Delta = 0$ ) على :

$$D = D_1 + D_2 \qquad (14\_27)$$

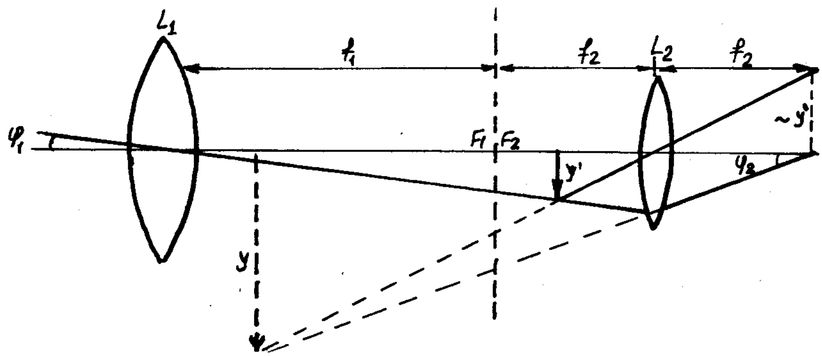
وهذا يعني أن القوة البصرية للمنظومة المؤلفة من عدسات متلاصقة

تساوي الى مجموع القوى البصرية لتلك العدسات .

## 15 ـ الأجهزة البصرية ، تشوهاتها ، قدرات فصلها .

يمكن اختيار جملة من العدسات وترتيبها بشكل نحصل معه على أخيلة للأجسام الصغيرة ، بتكبير يفوق بكثير التكبير الذي تعطيه المكبرة . إن مثل هذه المنظومات تدعى بالمجاهر (ميكروسكوبات ) . ويعرض الشكل 3.11 مخططا بسيطا ومبدئيا لمنظومة المجهر .

تدعى العدستان المتناظرتان المحدبتا الوجهين $L_1$ و $L_2$ بالجسمية (الشيئية ) والعينية على الترتيب ، وتكونا مفصولتين




شكل 3.11

بالمسافة $\Delta$ . وتساوي هذه المسافة مجموع البعدين المحرقيين للعدستين $f_1$ و $f_2$ مضافا اليه القطعة $\delta$ (المسافة بين المحرقين $F_1$ و $F_2$ ) :

$$\Delta = f_1 + f_2 - \delta \qquad (15\_1)$$

وتعطي العدسة $L_1$ خيالا حقيقيا مكبرا للجسم $y_1$ الذي يقع الى اليسار من محرقها $F_1'$ . وينظر الى الخيال $y'$ من خلال العينية $L_2$ ، كما هو الحال في المكبرة . ويرى المراقب خيالا وهميا مكبرا $y_2$ للخيال الحقيقي $y'$ .

بما أن الجسمية والعينية عبارة عن عدستين متناظرتين محدبتي الوجهين ، لذلك يمكن أن نستعمل لتحديد تكبير المجهر صيغة تكبير المكبرة (14_15) :

$$N = \frac{L}{f} \tag{15_2}$$

وصيغة القوة البصرية للمنظومة المؤلفة من عدستين (14_23) :

$$D = \delta D_1 D_2 \tag{15_3}$$

أو

$$\frac{1}{f} = \delta \cdot \frac{1}{f_1} \cdot \frac{1}{f_2} \tag{15_4}$$

وهكذا يعين البعد المحرقي للمجهر بالبعدين المحرقيين للعدستين والمسافة $\delta$ :

$$f = \frac{f_1 f_2}{\delta} \tag{15_5}$$

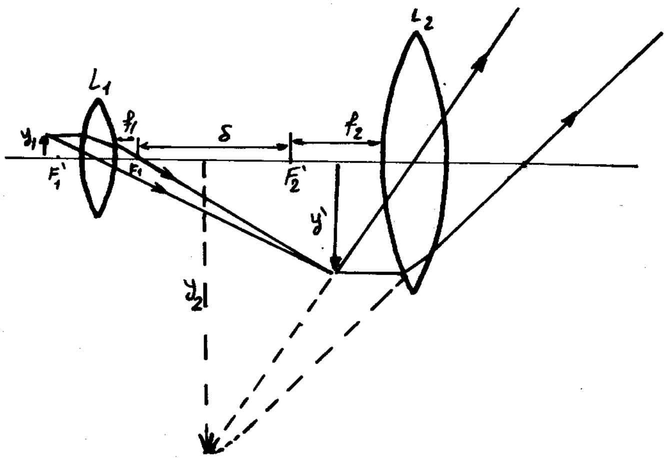
نعوض هذه النتيجة بالصيغة (2) فنحصل على :

$$N = \frac{L \delta}{f_1 f_2} \tag{15_6}$$

حيث $\delta = \Delta + (f_1 + f_2)$ . وتعين العلاقة الاخيرة تكبير المجهر.

ـ المنظار : إذا جعلت المسافة بين $F_1$ و $F_2$ لعدستين مقربتين صغيرة جدا ، فإن ذلك يؤدي الى زيادة كبيرة في زاوية النظر عند دراسة الاجسام البعيدة . ولا يمكن تطبيق العلاقة (6) في هذه الحالة، ذلك لأن $\delta \sim 0$ ، وبالتالي يكون تكبير أي جسم يقع بالقرب من الجسمية قريبا من الصفر . وتصبح الصورة من اجل الأجسام البعيدة مغايرة لما سبق (الشكل 3.12) .

يظهر مسار الشعاع على الشكل أن زاوية النظر $\varphi_1$ الى الجسم




شكل 3.12

البعيد صغيرة جدا . ويتشكل لهذا الجسم خيالا $y'$ قريبا من المستوي المحرقي للجسمية $F_1$ (وهذا المستوي المحرقي ينطبق تقريبا على المستوي المحرقي للعينية $\delta \sim 0$ ). وتعطي نتيجة النظر الى الخيال الحقيقي $y'$ من خلال العينية خيالا وهميا مكبرا $y$ . ويعين تكبير هذه المنظومة التي تدعى "بالنظارة الفلكية" ( تلسكوب) بنسبة الزاويتين $\varphi_2$ الى $\varphi_1$ .

نرى من الشكل 3.12 أن النسبة المذكورة تساوي تقريبا الى النسبة بين البعدين المحرقيين ( حيث أن العينية تلعب دور المكبرة ). وفي الواقع

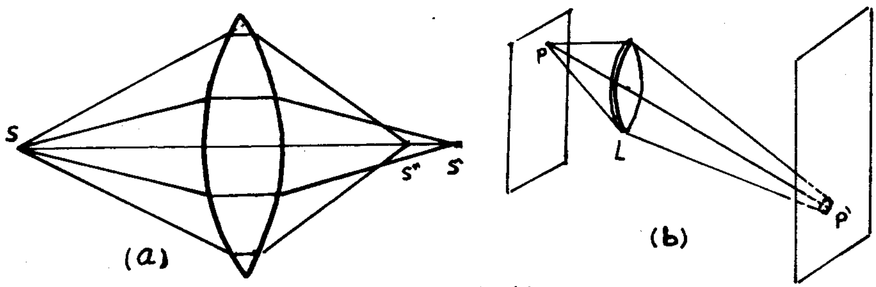
$$\varphi_1 \sim tg\,\varphi_1 = \frac{y'}{f_1} , \quad \varphi_2 \sim tg\,\varphi_2 = \frac{y'}{f_2} \qquad (15\text{-}7$$

ومنه يكون التكبير الزاوي للمنظار

$$N = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \approx \frac{f_1}{f_2} \qquad (15\text{-}8)$$

ونلاحظ من تحليل الرسم أن الاشعة في حالة المنظار تحقق بشكل جيد شرط المحورية ، بينما تبتعد الاشعة في حالة المجهر والمكبرة عن ذلك الشرط . وهذا يعني أن الجملة تشكل للنقطة خيالا غير نقطي بالضبط ، أي أننا نحصل على خيال لانقطي . وتنشأ تشوهات الاخيلة التي يمكن تصنيفها الى مجموعات تدعى بالاشكال الزيغية أو الانحرافات وعدد هذه الاشكال خمسة نستعرضها فيما يلي .

1) الزيغ الكروي : إن انحراف الاشعة التي تخترق حواف العدسة يكون اكبر من انحراف الاجزاء الوسطية ، وتكون النتيجة ان تتقاطع الاشعة الطرفية في نقطة "S أقرب الى العدسة من نقطة تقاطع الاشعة المركزية 'S ( الشكل 3.13-a) . وبالتالي يكون الخيال على شكل بقعة ، أي يحدث انفلاش للخيال . ويتم اقصاء هذا النوع




شكل 3.13

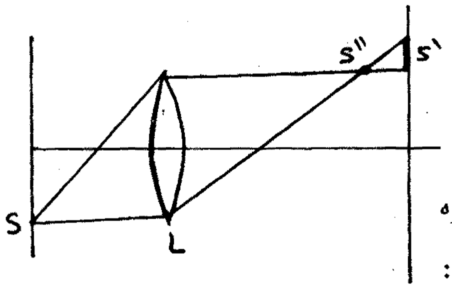
من الزيغ باختيار وموازنة مجموعة من العدسات . مثلا بطريقة جمع ( التحام ) العدسات المقربة التي يكون فيها الزيغ الكروي الطولي $\overline{\delta S} = \overline{OS'} - \overline{OS''}$ موجبا ، مع العدسات المبعدة التي زيغها الطولي الكروي سالب . أو بصنع عدسة تختلف فيها قرينة انكسار الحواف عن قرينة انكسار المنطقة المركزية .

2) الزيغ الهالي المذنب (الكوما) : ينشأ هذا النوع من الزيغ ، حتى في حالة العدسات المتحررة من الزيغ الكروي بالنسبة للمنابع الواقعة على المحور الاصلي . فاذا ازيحت هذه المنابع الى جانبي المحور الاصلي ، فان خيال النقطة يصبح على شكل بقعة ممطوطة غير متناظرة تدعى الكوما ( انظر الشكل 3.13) . ويمكن تصحيح هذا

الانحراف بترتيب عدسات ذات تحدبات مختلفة أو قرائن انكسـار مختلفة .

3) الاستيغماتزم ( Astigmatism ) أو فقدان التمركز :

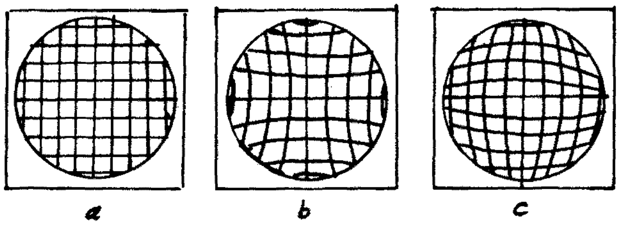
يلحق هذا العيب حتى الحزم الضيقة اللامحورية . وتعطي هذه الحزم الصادرة عن نقطة خيالين على شكل خطين مستقيمين : أحدهما `S` واقع في مستوي الشكل (انظر الرسم 3.14) والآخر "S معامد لهـذا المستوي . ويدعى البعد بين هذين الخطين بالفرق الاستغماتـيـي . ويمكن تصحيح هذا العيب باختيار مناسب لأنصاف اقطار السطوح الكاسرة وقواها البصرية . فعلى سبيل المثال يستعمل الشخص الذي يعاني من العيب الاستغماتي نظارات سطوح عدساتها اسطوانية . وتدعى المنظومة المصححة من العيب المذكـور بالانستيغمات ( Anastigmat ) .



شكل 3.14

4 ـ انحناء حقل الخيال ، والتشوه الهندسي لبنيته ( Distortion ) :

يتلخص العيب الاول بأن العدسـة تعطي للجسم خيالا منحنيا ، ويتلخص العيب الثاني بالتشوه الـذي يلحق بنية الخيال نتيجة لعدم تماثل التكبير الخطي في حدود حقـل الخيال ككل . فالجسم ذو البنية الشبكية التربيعية (شكل 3.15 )مثلا



شكل 3.15

يبدو خياله في المنظومة بشكل شبكة لخطوط منحنية . فاذا ازداد التكبير الخطي كلما ابتعدنا عن المحور الضوئي تشكل مايعرف بالتشوه الوسادي (شكل 3.15 ) . أما اذا تناقص التكبير الخطي تشكل مايسمى بالتشوه البرميلي (الشكل 3.15) . وتجدر الاشارة الى أن هذين النوعين من

التشوهات يلعب دورا هاما في الاجهزة المخصصة لاجراء القياسات الدقيقة ، كأجهزة المسح الجيوديزي والمسح الجوي . أما بالنسبة للملاحظات العينية فيمكن التغاضي عن هذين التشوهين .

يصحح العيبان المذكوران أيضا بتشكيل منظومة ضوئية مختارة بشكل مناسب .

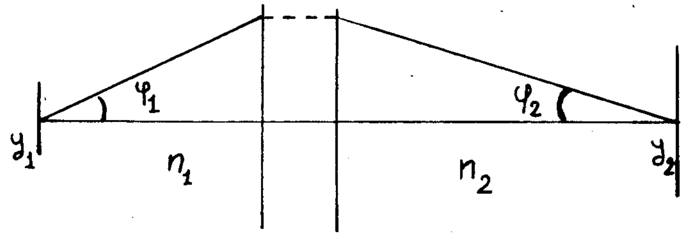
5) الزيغ اللوني (chromatic Aberration) : إن قرينة الانكسار للوسط (مادة العدسة) يعتبر تابعا لطول الموجة ، أي أن أمواج الضوء تنحرف أثناء اجتيازها للمنظومة الضوئية بزوايا انحراف مختلفة وذلك تبعا لأطوال تلك الامواج . وتدعى هذه الظاهرة بالتبديد .

يتلخص الزيغ اللوني في أن الاشعة غير وحيدة اللون التي تصدرها نقطة مضيئة ، تعطي خيالا على شكل بقعة مؤلفة من خواتم مختلفة الألوان . ويمكن اقصاء هذا النوع من الزيغ باختيار عدسات ذات قرائن انكسار مناسبة ، وتشكيل منظومة ضوئية لالونية ( Achromat ) .

تجدر الاشارة إلى أن تحليل ودراسة الجمل الضوئية أدى الى وضع شرط ضروري ، لكي تتحرر المنظومة الضوئية من الزيغ الكروي والهالي المذنب ومن فقدان التمركز . ويدعى هذا الشرط "بشرط الجيوب لآبي" ( Abbe ) :

$$\frac{n_1 \sin\varphi_1}{n_2 \sin\varphi_2} = \frac{y_2}{y_1} \qquad (15\_9)$$

حيث أن $\varphi_1$ و $\varphi_2$ الزاويتان اللتان يصنعهما الشعاعان المترافقان




شكل 3.16

مع محور الجملة ، $y_1$ و $y_2$ طولا الجسم والخيال ، $n_1$ و $n_2$ قرينتا الانكسار (الشكل 3.16) . وعندما تكون $\varphi_1$ و $\varphi_2$ صغيرتين ، يتحول شرط الجيوب الى علاقة لاغرانج ـ هلمولتز :

$$n_1 y_1 \varphi_1 = n_2 y_2 \varphi_2 \qquad (15\_10)$$

- الموشور : نقوم الآن بدراسة الخواص الحارفة للعدسة .وندرس الموشور الذي يمكن اعتباره حالة خاصة من العدسة فيما اذا كان تحدب الوجهين صغيرا (الشكل 3.17) . ينحرف الشعاع الضوئي نتيجة انكساره على سطحي الموشور عن طريقه البدئي بالزاوية $D$ التي تدعى بزاوية الانحراف" .

إن هذه الزاوية زاوية خارجية بالنسبة للمثلث $ABC$ وتعطى بالعلاقة :

$$D = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_1 + \beta_2) \quad (15\_11)$$

ونجد من المثلث $AEC$ أن زاوية الموشور $\varepsilon$ تساوي :

$$\varepsilon = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - \beta_1\right) - \left(\frac{\pi}{2} - \beta_2\right) = \beta_1 + \beta_2 \quad (15\_12)$$

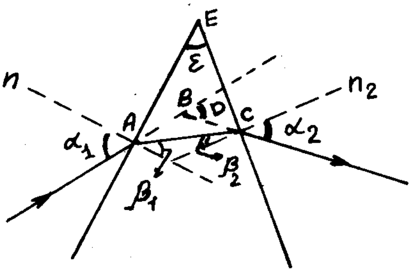
وبالتالي

$$D = \alpha_1 + \alpha_2 - \varepsilon \quad (15\_13)$$

ندرس حالة التناظر $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$ ، عندئذ :

$$D = 2\alpha - \varepsilon \quad (15\_14)$$

نشير الى أن هذه القيمة لـ $D$ صغرى من اجل جميع الحالات الممكنة




شكل 3.17

لموشور معين . وفي الواقع اذا وجدنا القيمة الصغرى لـ $D$ كتابع لـ $\alpha_1$:

$$\frac{dD}{d\alpha_1} = 1 + \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = 0 \quad (15\_15)$$

ومنه نحصل على $\alpha_2 = -\alpha_1 + C$

حيث $C$ ثابت ما . وفي حالة التناظر تكون $\alpha_2 = -\alpha_1$ ،أي $C = 0$ .

ومنه نحصل على أن القيمة الصغرى لـ $D$ تتحقق من اجل $\alpha_2 = -\alpha_1$ .

نوجد الآن العلاقة التحليلية بين $D$ و $\varepsilon$ و $n$ ( $n$ قرينة انكسار مادة الموشور ) ، وذلك عندما يقع الموشور في الهواء .

من العلاقة (14) نجد :

$$\alpha_1 = \frac{D_{min} + \varepsilon}{2} \qquad (15\text{-}16)$$

ونجد من قانون الانكسار

$$\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1$$

بما أن $\beta_1 = \beta_2$ في حالة التناظر تكون $\beta_1 = \frac{\varepsilon}{2}$، ومنه :

$$n = \frac{\sin \frac{D_{min} + \varepsilon}{2}}{\sin \frac{\varepsilon}{2}} \qquad (15\text{-}17)$$

بما أن $n$ تابع لطول الموجة $\lambda$ ، فإن معرفتها تمكننا من حساب انحراف الامواج المختلفة المشكلة للطيف ، وذلك بالعلاقة (17) .
تظهر التجربة ان $n$ تتعلق بـ $\lambda$ وفق العلاقة التقريبية التالية :

$$n(\lambda) \simeq a + \frac{b}{\lambda^2} \qquad (15\text{-}18)$$

وتبرز ظاهرة التبديد نتيجة لتلك التابعية ، ويعبر عنه كميا بأشكال مختلفة . وتوجد أربعة مقاييس للتبديد :

1) التبديد : ويعني قيمة $n$ من اجل $\lambda = 5890\ A^o$ (خط الصوديوم) ويرمز لهذا المقدار بـ $n_D$ .

2) التبديد الوسطي : وهو الفرق بين قرينتي الانكسار من اجل الخط الازرق للهدرجين ($\lambda_F = 4811\ A^o$) والخط الاحمرله ($\lambda_c = 6563\ A^o$) اي $n_F - n_c$.

3) التبديد النسبي : وهو مقدار النسبة $\frac{n_F - n_c}{n_D - 1}$

4) معامل التبديد (عددآبي) :وهو مقلوب التبديد النسبي

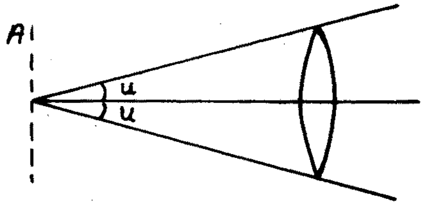
$$\frac{n_D - 1}{n_F - n_c}$$

_ قدرة الفصل للأجهزة البصرية : ندرس تأثير الانعراج على قدرة الفصل للأجهزة البصرية .

نبدأ بالمجهر . تسقط على العينية الاشعة التي تضيء الجسم وينشأ الانعراج عليه . لنفرض أن الجسم عبارة عن شبكة $A$ دورها $d$ . عندئذ تكون لوحة سقوط الاشعة على الجسمية كما يعرضهـا الشكل 3.18 . وتدعى الزاوية $2u$ بكوة (Aperture) الجسمية . يتضح عندئذ ، أنه اذا كانت الزاوية $u$ اصغر من الزاوية $\varphi$ المحددة

للنهاية العظمى الأولى للانعراج ، فإننا لانستطيع رؤية تفاصيل الجسم حيث تحصل اضاءة منتظمة . وهكذا يأخذ شرط الفصل الشكل التالي :

$$\sin\varphi < \sin u$$



شكل 3.18

ونجد من شرط النهاية العظمى الاولى $d \cdot \sin\varphi = \lambda$

أن

$$\sin u > \frac{\lambda}{d}$$

أو

$$d > \frac{\lambda}{\sin u}$$

اذا وقع الجسم والجسمية في وسط قرينة انكساره $n$ فإن

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

حيث $\lambda_0$ طول الموجة في الخلاء . وبالتالي

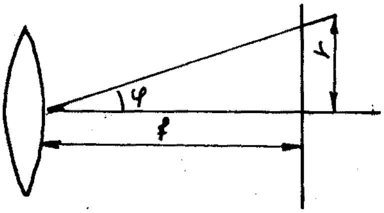
$$d > \frac{\lambda_0}{n \sin u} \qquad (15\_19)$$

أي يجب أن تكون أبعاد تفاصيل الجسم أكبر من القيمة $\frac{\lambda_0}{n \sin u}$ .

وهكذا نلاحظ انه كلما كانت $\lambda$ اصغر ،كلما استطعنا مراقبة اجسام أصغر باستعمال المجهر . ونستخلص ايضا أنه كلما كانت الكوة (الفتحة ) وقرينة انكسار الوسط أكبر، كلما استطعنا تمييز اجسام اصغر.

وتحدد الابعاد المحدودة للجسيمات قدرة الفصل للمنظومات البصرية ، حيث يحدث الانعراج على الفتحة المستديرة (الاطار) التي تحيط بالعدسة . وبالعودة الى انعراج فراونهوفر على فتحة مستديرة ، نجد أن شرط النهاية الصغرى الاولى من الشكل

$$D \sin\varphi = 1,22\,\lambda_0$$



شكل 3.19

حيث $D$ قطر الفتحة .ويسمح هذا الشرط بايجاد قطر الخاتم المظلم الاول (الشكل3.19) .

إذاتشكل الخيالفي المستوي المحرقي ،فإن $r \approx f \sin\varphi$ او

$$r \approx f\,\frac{1,22\,\lambda_0}{D} \qquad (15\_20)$$

عندما $D \to \infty$ فإن الانعراج يختفي ( $r \to 0$ ) ، أي أن الجسميات الكبيرة تساعد على تحسين شدة التحليل للجهاز البصري

والتي نعرفها كمقلوب الزاوية $\varphi$ الموافقة للهدب الاول من النموذج الانعراجي :

$$A = \frac{1}{\varphi} \approx \frac{1}{\sin\varphi} = \frac{D}{1,22\lambda} \qquad (15\_21).$$

بعبارة اخرى، إن تكبير $D$ يؤدي الى زيادة $A$ (ذلك لأن $r$ تنقص وبالتالي $\varphi$) .

نستطيع أن نربط (19) و(20) بشرط الجيوب لآبي :

$$n\,d\cdot\sin u = n'r\cdot\sin u' = \frac{n' f\cdot 1,22\lambda_0}{D}\sin u' = \frac{1,22\,n'\lambda_0}{2}$$

وبما أن $n' = 1$ غالبا ، لذلك يكون

$$d = \frac{0,61\lambda}{n\sin u} \qquad (15\_22)$$

أي أن العين تميز تفاصيل الجسم إذا كانت تلك التفاصيل أكبر من $d$ .

## 16 ـ آلة التصوير (الكمرة) ، العين .

ـ آلة التصوير : تصمم أجهزة التصوير بشكل يمَكّن من الحصول على أخيلة دقيقة للاجسام الواقعة على مسافات مختلفة من جسمية الجهاز ، بحيث تقع هذه الاخيلة في مستوي الطبقة الحساسة للضوء من الصفائح والأفلام ،وتستعمل لاحداث المطابقة (التصويب) نظم مختلفة (كازاحة الجسمية أو جزء منها أو ازاحة اللوحة الحساسة ) . ويسمح تصغير فتحة الحظار بتحسين عمق التركيز ( *Focusing*) ، أي تمثيل الاجزاء المختلفة البعد عن الجسمية في مستوي واحد بشكل دقيق . ويعمل تغيير فتحة الحظار الى تغيير كمية الضوء الداخلة الى الجهاز (شدة الاضاءة ) . ونحصل عادة في الكمرات على خيال صغير للجسم ، وبالتالي تقوم المحاولات في الاجهزة الحديثة للحصول على دقة جيدة للاخيلة ، بحيث يمكن تكبيرها بدرجات معقولة .

ويعمل دائما على تحديث الجسيمات بهدف الجمع بين أخيلة جيدة واضاءة شديدة ، وتساوي اضاءة الخيال نسبة التدفق الضوئي على سطح الخيال . أي أن هذه الاضاءة تتناسب في حالة الاجسام البعيدة طردا مع سطح فتحة الحظار مقسومة على مربع البعد المحرقي للجسمية . وتدعى هذه النسبة "بالشدة الضوئية للجسمية " . وأحيانا تعرف بأنها

نسبة القطر الأعظمي لفتحة الحظار الى البعد المحرقي . وتعتبر الاضاءة متناسبة مع مربع الشدة الضوئية . والأصح أن تدعى النسبة السابقة بالفتحة النسبية . وبهذا الشكل تقاس الشدة الضوئية بمربع الفتحة النسبية .

- العين كجملة بصرية :تعتبر العين من حيث تركيبها جملة بصرية مشابهة لآلة التصوير (الشكل 3.20) . ويلعب دور الجسمية في العين مجموعة من الاوساط الكاسرة المؤلفة من الخلط المائي A (Aqueous Humour) والعدسة البلورية L (Crystalline lens) والخلط الزجاجي Q (Vitreous Humour) .

وتدعى عملية المطابقة (التركيز) للاجسام مختلفة البعد عن العين بالتكيف (accommodation) ، وتتم هذه العملية بواسطة جهود عضلية تغير من تقوس العدسة البلورية . وتدعى المسافتان الحديتان اللتان يمكن أن تتم من اجلهما المطابقة بنقطة المدى ونقطة الكثب . وتقع نقطة المدى من اجل العين السليمة في اللانهاية بينما يتعلق نقطة الكثب بعمر الانسان (فهي تقع على بعد 10 سم من أجل الاعمار حتى 20 سنة ، وتزدادلتبلغ 22 سم من أجل الاعمار المتقدمة ) وتنضغط حدود المطابقة بتقدم السن (مدالبصر ) . وتصادف كثير من الحالات التي تكون فيها العيون غير طبيعية في حدود مطابقتها حتى من أجل الاعمار الفتية ("حسور البصر") ، حيث تقع نقطة المدى على مسافة محدودة (يمكن أن تكون صغيرة ) ، و"طمس البصر" حيث تقع نقطة الكثب بعيدة عن العين . وتصحح هذه العيوب بواسطة عدسة مساعدة إما مبعدة أومقربة (النظارات ) . ويبين الشكل 3.21 توضع مجالات المطابقة للرؤيا ، حيث تظهر الاماكن المخططة هذه المجالات بالنسبة لعيون مختلفة ، وترمز $A_p$ الى نقطة الكثب و $A_r$ الى نقطة المدى . فالعين السليمة تقع حدود مطابقتها من $A_p \doteq 10 - 22\,cm$ . الى اللانهاية . وفي حالة حسور البصر يكون مجال المطابقة أقرب الى العين ومحدود من طرفه البعيد . وتكون نقطة الكثب من اجل العين المديدة أبعد عن العين ، ونقطة المدى واقعة في المجال السالب أي خلف العين ، وهذا يعني قدرة العين الطامسة على رؤية النقاط الوهمية ، وبالتالي فهي توصل الى اللحافة الشبكية ليس فقط الاشعة

المتوازية وإنما الاشعة المتقاربة أيضا . وهكذا تكون القوة البصرية للعين الحسيرة أكبر ،والقوة البصرية للعين المديدة أصغر من القوة للعين السليمة .

تمثل حظار الفتحة في العين القزحية ( Iris ) التي تحدد لون العين ، وتحوي على ثقب صغير متغير الاتساع يدعى بؤبؤ العين ( Pupil ) . ويمثل خيال البؤبؤ في الجزء الامامي من العين ، (اي في حجرة الخلط المائي ) بؤبؤ الدخول الذي ينطبق تقريبا على البؤبؤ الحقيقي . ويلعب تغير أتساع بؤبؤ العين نفس الدور الذي تلعبه فتحة الحظار في جسميات آلات التصوير ، حيث ينظم دخول الضوء الى العين ويغير عمق التركيز (المطابقة ) . وتمثل شبكية العين R ( Retina ) اللوح الحساس في الكميرات ، وهي جزء معقد التركيب .

تستبدل في كثير من المسائل وخاصة الضوئية منها ، الجملة الكاسرة للعين بالعين المختزلة المؤلفة من مادة شفافة متجانسة وتملك هذه العين الثوابت الآتية :

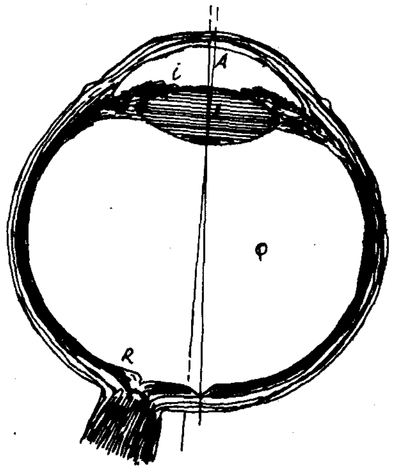
القوة الكاسرة بالكسيرات 58,48

طول العين .......... 22 ملم

نصف قطر انحناء السطح الكاسر ............ 5,7 ملم

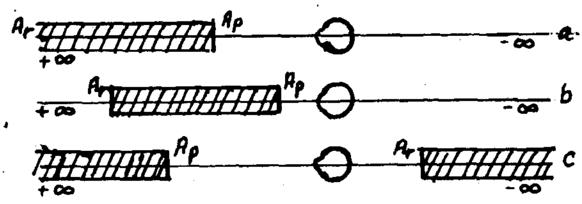
قرينة انكسار الوسط ... 1,33

نصف قطر انحناء الشبكية .. 9.7 ملم .




شكل 3.20

وبما أن موضع تشكل الخيال يقع داخل وسط يختلف عن الهواء ، لذا



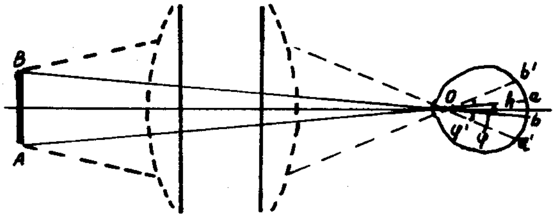

شكل 3.21

يختلف البعدان المحرقيان الامامي والخلفي في العين ( 17,1 و 22,8 ملم ) . ويقاس هذان البعدان ابتداءً من النقطتين الرئيسيتين اللتين يمكن اعتبارهما بتقريب جيد منطبقتين على المركز البصري للعين .

يمكن النظر في الحالة العامة الى العين كجملة متمركزة لسطوح كروية ؛ ولكن يجب التأكيد على أن هذه الجملة ليست مثالية ، مادامت تسمح بظهور الزيغ الكروي واللانقطية للحزم المائلة والزيغ اللوني بشكل واضح . الا أن هذه العيوب تكون قليلة بحيث يمكن اهمالها وذلك بفضل سلسلة من مزايا العين . فالزيغ الكروي غير ملاحظ نتيجة لعدم التوزع المنتظم للاضاءة في بقع التبديد ، حيث ان الجزء الهام والاشد اضاءة بالنسبة للاحساس بالرؤيا صغير جدا ؛ وهكذا عندما تكون الاضاءة شديدة ، اي عندما تتضح حواف بقعة ( هالة ) التبديد ، يصغر قطر البؤبؤ بشكل كبير بحيث تهمل هذه الهالة ، وتكون لانقطية الحزم المائلة غير ملاحظة تقريبا . لأن قدرة الشبكية على التشخيص الجيد تنخفض بسرعة من المركز نحو الاطراف ، ولهذا فان خيال كل نقطة مشخصة تنتقل بشكل لاإرادي الى محور العين الذي يمر من أفضل جزء من الشبكية الذي يدعى النقيرة المركزية ( *Fovea centralis* ). وتتمم محدودية حقل الرؤيا لهذا الجزء الفعال الصغير بواسطة حركية العين . ولا يلاحظ الزيغ اللوني عمليا ، لأن العين حساسة جدا لمجال ضيق نسبيا من الطيف .

ويؤدي تراكب العوامل المذكورة آنفا الى أن العين السليمة تستطيع أن تحكم بشكل جيد على التركيب الخارجي للاجسام . إلا أن التركيب الخاص لشبكية العين والمؤلف من عناصر منفصلة يدفع بالعين الى ادراك نقطتين متقاربتين جدا من الجسم كنقطة واحدة ، ويعود السبب في ذلك الى تشكل خيال النقطتين على نفس عنصر الشبكية ، وبهذا الشكل تدرك العين جزء المادة الذي يقع خياله داخل الحدود التي يعينها تركيب الشبكية (داخل أحد عناصر الشبكية ) تدركه كنقطة واحدة ، وتعى هذه النقطة بالنتطة الفيزيولوجية ، ولا يمكن معرفة أية تفاصيل تقع ضمن ذلك الجزء من المادة . وتتعلق أبعاد هذا الجزء ، بطبيعة الحال ، ببعد الجسم عن العين ، ويمكن تحديده بواسطة "زاوية النظر" المرتبطة بأبعاد الخيال الموافقة

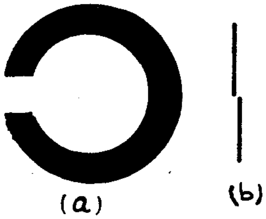
( الشكل 3.22) مادامت أبعاد الخيال ( $ab = \varphi h$ ) حيث $\varphi$ زاوية النظر و $h$ عمق العين (من المركز البصري $O$ الى الشبكية)، الذي يساوي من أجل العين العادية 15ملم ، وتدعى الزاوية الصغرى




شكل 3.22

اللازمة لتمييز تفاصيل الجسم "بالزاوية الحدية الفيزيولوجية" وتساوي تقريبا في العين المجردة حوالي دقيقة واحدة ، غير أن هذه القيمة للزاوية المذكورة مشروطة ومرتبطة بجودة اضاءة الجسم المراقب .

يجري عادة اختبار قدرة الفصل (التمييز) للعين بواسطة الجسم الاختباري المبين على الشكل 3.23-a (حلقة لاندولت) . وتعتبر زاوية الفصل تلك الزاوية التي يرى من اجلها بوضوح الانقطاع الموجود في جسم الاختبار . وتتخذ كواحدة لقياس حدة البصر ، تلك الحدة التي توافق زاوية فصل مقدارها دقيقة واحدة ، وتكون حدة الرؤيامساوية الى النصف إذا كانت القيمة الصغرى لزاوية التمييز تساوي دقيقتين وهكذا.... . ويظهر الجدول المرفق تابعية زاوية الفصل لاضاءة جسم الاختبار




شكل 3.23

من اجل العين السليمة . وتبين القيم الواردة في الجدول أن حدة البصر للعين العادية اكبر بقليل من الواحد من اجل اضاءة جيدة (اكثر من 100 لوكس lux ) .

وهكذا نلاحظ أن حدة البصر تنخفض كثيرا عن دقيقة من اجل الاضاءات الضعيفة حتى تصل أحيانا الى درجة واحدة .

ويؤدي تقريب الجسم من العين الى تصغير ذلك الجزء من الجسم الذي تقتطعه الزاوية الفيزيولوجية الحدية ، وبالتالي تتوفر الامكانية لمشاهدة تفصيلات أدق للجسم المراقب . غير أن تقريب الجسم من العين محدود القيمة بحيث نبقي على المطابقة . ويبدو أن افضل مسافة

| زاوية الفصل دقيقة | اضاءة القاعدة لكس | زاوية الفصل دقيقة | اضاءة القاعدة لكس |
|---|---|---|---|
| 2 | 0,5 | 50 | 0,0001 |
| 1,5 | 1 | 30 | 0,0005 |
| 1,2 | 5 | 17 | 0,001 |
| 0,9 | 10 | 11 | 0,005 |
| 0,8 | 100 | 9 | 0,01 |
| 0,7 | 500 | 4 | 0,05 |
| 0,7 | 1000 | 3 | 0,1 |

تابعية زاوية الفصل للاضاءة من اجل العين الصحيحة

مناسبة لرؤية الاجسام الصغيرة بواسطة العين العادية والمجردة تساوي 25 سم (مسافة الرؤيا الافضل) . وتستطيع العين الفتية أن ترى التفاصيل على مسافة قد تصل الى 10 سم ، ولكن ذلك يجهد العين . وتسمح العين الحسيرة بتصغير هذه المسافة ، وبالتالي تتمكن هذه العين من ملاحظة تفاصيل أدق من العين السليمة . بينما يكون من الصعب على العين الطامسة ، وخاصة عيون كبار السن تمييز التفاصيل الدقيقة (القراءة مثلا) .

يمكن ادراك التفاصيل الأدق للاجسام بواسطة الاجهزة البصرية التي تشكل مع العين خيالا يقع على الشبكية . وتدعى النسبة بين الخيال المتشكل على شبكية العين في حالة وجود الجهاز البصري وبين الخيال المتشكل بدونه بالتكبير الظاهري للجهاز البصري . ويكون هذا التكبير وفقا للشكل 3.22 مساويا $tg\varphi'/tg\varphi$ حيث $\varphi'$ و $\varphi$ زاويتا الرؤيا الموافقتين لرؤية الجسم باستعمال الجهاز وبدونه . ومن الاجهزة البصرية التي تساعد العين : العدسة المكبرة والمجهر والانابيب البصرية (المناظير والتلسكوبات) ...الخ .

مسائل وتطبيقات

1 ـ تتحرك نقطة مضيئة وفق محور مرآة كروية مقعرة مقتربة منها من اجل أية أبعاد للنقطة عن المرآة ، تكون المسافة بين النقطة وخيالها في المرآة مساوية $0,75\ R$ حيث $R$ نصف قطر تقوس المرآة.

ـــ نفرض أن $a_1$ بعد النقطة عن المرآة ، و $a_2$ بعد الخيال عنها. نستعمل دستور المرآة المقعرة

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_1} = \frac{2}{R}$$

ونستخدم الشرط $|a_1 - a_2| = 0,75\ R$. نحل جملة المعادلتين، فنجد:

$$a_1 = 1,5\ R \quad , \quad a'_1 = 0,25\ R \quad , \quad a''_1 = 0,75\ R$$

بالاضافة إلى الحل $a'''_1 = -0,5\ R$ وهو مرفوض لأن $a_1$ يجب أن يكون من اشارة $R$ .

2 ـ عدسة محدبة الوجهين مصنوعة من الزجاج ( $n = 1,6$ ) ، بعدها المحرقي $f = 10\ cm$ . ماذا يصبح البعد المحرقي لهذه العدسة اذا وضعت في وسط قرينة انكساره $n = 1,5$ ؟ جد البعد المحرقي فيما اذا وضعت في وسط آخر قرينة انكساره $n_2 = 1,7$.

ـــ يعطى البعد المحرقي للعدسة محدبة الوجهين بالعلاقة

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n'} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

حيث $n$ قرينة انكسارها و $n'$ قرينة انكسار الوسط المحيط بها .

في حالة الهواء $n' = 1$ ومنه

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{(n-1)f} \qquad (1)$$

في الحالة الاولى $n' = n_1$ ، وبالتالي

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{\left(\frac{1,6}{1,5} - 1\right) f_1} \qquad (2)$$

نجد من (1) و (2) أن

$$f_1 = \frac{(n-1)f}{(n/n_1 - 1)} = 90\ cm$$

في الحالة الثانية $n' = n_2$ وبالتالي

$$f_2 = \frac{(n-1)f}{(n/n_2 - 1)} = -102\ cm$$

أي أن العدسة مبعدة (مفرقة) .

3 ـ انبوبة معدنية قصيرة مغلقة من احدى نهايتيها بعدسة مستوية ـ محدبة ، ومن الطرف الآخر بصفيحة متوازية الوجهين رقيقة . نفرض أن الجملة مغمورة بسائل قرينة انكساره $n_1$ . اوجد البعد المحرقي للجملة ، اذا علمت أن نصف قطر تقوس سطح العدسة يساوي $R$ ، وأنها محضرة من مادة قرينة انكسارها $n_2$ .

4 ـ عدسة رقيقة قوتها البصرية $D = 5$ كسيرة ، وعندما تغمر في سائل قرينة انكساره $n_2$ تعمل كعدسة مبعدة ، ببعد محرقي $f = 100$ cm . عين قرينة انكسار السائل $n_2$ ، إذا علمت أن قرينة انكسار زجاج العدسة $n_1 = 1,5$ .

ـــ من دستور العدسات الرقيقة

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

حيث $n_1$ قرينة انكسار العدسة و $n_2$ قرينة الانكسار للوسط المحيط بها . ويكون في حالة الهواء :

$$D = \frac{1}{f_1} = (n_1 - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f_1 (n_1 - 1)}$$

وفي حالة العدسة المغمورة في السائل

$$\left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = - \frac{1}{f_2 \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right)}$$

وبالتالي

$$f_2 \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) = - f_1 (n_1 - 1)$$

$$\frac{n_1}{n_2} = - \frac{f_1}{f_2} (n_1 - 1) + 1 = \frac{-20}{100} . 0,5 + 1 = 0,9$$

$$n_2 = \frac{n_1}{0,9} = \frac{1,5}{0,9} = 1,67$$

5 ـ عدسة محدبة الوجهين متناظرة ، بعدها المحرقي عندما تكون في الهواء $f_1$ ، وعندما تكون في الماء $f_2$ . على أي بعد منها يقع محرقاها $F_1'$ و $F_2'$ ، إذا وضعت العدسة على الحد الفاصل بين الهواء والماء ؟ قرينة انكسار الهواء تساوي الواحد وقرينة انكسار

الماء تساوي $\frac{4}{3}$ .

ـ من قانون العدسات الرقيقة

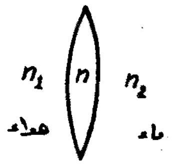
$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\frac{2}{R} \qquad (1)$$ في الهواء

$$\frac{1}{f_2} = \left(\frac{n}{n_2} - 1\right)\frac{2}{R} \qquad (2)$$ في الماء

في حالة وضع العدسة بين الهواء والماء ، يكون انطلاقا من دستور الكاسر الكروي :

$$\frac{n}{a} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n - n_1}{R}$$

$$\frac{n_2}{a_2} - \frac{n}{a} = -\frac{n_2 - n}{R}$$



شكل 5.1

ومنه بجمع العلاقتين نجد :

$$\frac{n_2}{a_2} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{1}{R}\left(2n - n_2 - n_1\right) \qquad (3)$$

يعين البعد المحرقي على يمين العدسة من اجل $a_1 \longrightarrow \infty$ ، ومنه

$$\frac{n_2}{f'_1} = \frac{1}{R}\left(2n - 2n_2 - n_1 + n_2\right)$$

حيث جمعنا وطرحنا $n_2$ داخل القوس ، وهكذا

$$\frac{1}{f'_1} = \frac{2}{R}\left(\frac{n}{n_2} - 1\right) + \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)\frac{1}{R} \qquad (4)$$

حسب مبدأ رجوع الضوء ، ننهي $a_2 \longrightarrow \infty$ ونضيف ونطرح $n_1$ في قوس العلاقة (3) فنجد المحرق الى يسار العدسة

$$-\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{n_1 R}\left(2n - 2n_1 + n_1 - n_2\right) = \frac{2}{R}\left(\frac{n}{n_1} - 1\right) + \frac{1}{R}\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) \qquad (5)$$

من (4) نجد ان

$$\frac{1}{f'_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{R}\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) \qquad (6)$$

من (5) نجد ايضا

$$-\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{R}\left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) \qquad (7)$$

باستخدام (1) و (2) نحصل على

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2(n_2 - 1)}\left(\frac{1}{f} - \frac{n_2}{f_2}\right)$$

نبدل $\frac{1}{R}$ في كل من (6) و (7) ، فنحصل على المطلوب .

6 ـ البعد بين منبعين نقطيين $\ell = 24\ cm$ . أين يجب أن نضع عدسة مقربة بعدها المحرقي $f = 9\ cm$ ، حتى يقع خيالا المنبعين في نفس النقطة .

ــ من الواضح أن واحدء من الاخيلة يجب أن يكون وهميا . فاذا رمزنا لبعدي المنبعين عن العدسة بـ $a_1$ و $a_2$ ولبعدي الخيالين عن العدسة بـ $a'_1$ و $a'_2$ فإننا نحصل على :

$$\frac{1}{a'_1} - \frac{1}{a_1} = -\frac{1}{f} \qquad , \qquad \frac{1}{a'_2} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f}$$

ذلك لأنه وفقا لمعطيات المسألة يجب أن يكون

$$a_1 + a_2 = \ell \qquad , \qquad a'_1 = a'_2$$

بحل جملة المعادلات نحصل على :

$$a_1 = \frac{\ell\left(1 \pm \sqrt{1 - 2f/\ell}\right)}{2}$$

ويجب أن توضع العدسة على بعد 6 سم من أحد المنبعين و 18 سم عن الآخر .

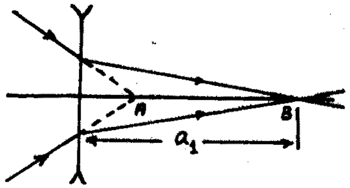
7 ـ ترد حزمة أشعة متقاربة على عدسة مبعدة ، بشكل تتلاقى من أجله ممددات الاشعة في نقطة تقع على المحور البصري للعدسة وعلى مسافة $b = 15\ cm$ منها . جد البعد المحرقي في الحالتين التاليتين :

1) تتجمع الاشعة بعد انكسارها في العدسة على بعد $a_1 = 60\ cm$ منها .

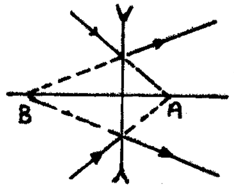
2) تتقاطع ممددات الاشعة المنكسرة في نقطة أمام العدسة وعلى

بعد $a_2 = 60\ cm$ منها .

1) إن مسار الاشعة في هذه الحالة ممثل على الشكل 6.1 . إذا




شكل 6.1




شكل 6.2

استعملنا مبدأ رجوع الضوء ، أمكننا ان نتصور النقطة B منبعـــا والنقطة $A$ خيال ذلك المنبع . عندئذ ، باستخدام العلاقة

$$-\frac{1}{b}+\frac{1}{a_1}=-\frac{1}{f} \Rightarrow f=\frac{a_1 b}{a_1-b}=20\ cm$$

2) يعرض الشكل 6.2 مسار الاشعة في الحالة 2 . ويكون كل من الخيال ( النقطة $A$ ) والمنبع ( النقطة $B$ ) وهميا في هذه الحالة ومنه :

$$-\frac{1}{a_2}-\frac{1}{b}=-\frac{1}{f} \quad , \quad f=\frac{a_2 b}{(a_2+b)}=12\ cm$$

8 ــ تساوي المسافة الفاصلة بين مصباح كهربائي وشاشة $d = 1\ m$ من اجل أية مواضع لعدسة مجمعة بعدها المحرقي $f = 21\ cm$ ،يتشكل خيال واضح لسلك المصباح الكهربائي ؟ هل يمكن أن نحصل على خيـــال إذا كان البعد المحرقي $f' = 26\ cm$ ؟

ــ اعتمادا على صيغة العدسة

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{d-a}=\frac{1}{f}$$

حيث $a$ المسافة الفاصلة بين العدسة والمصباح . ومنه

$$a^2 + a d + d f = 0$$

بحل هذه المعادلة نجد :

$$a=\frac{d}{2}\pm\sqrt{\frac{d^2}{4}-d f}$$

أي أن هناك وضعين للعدسة يتحقق فيهما المطلوب : على مسافـــة $a_1 = 70\ cm$ عن المصباح و $a_2 = 30\ cm$ . عندما $f' = 26\ cm$

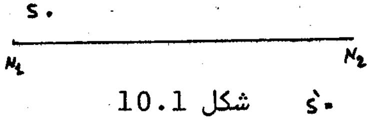
لايمكـــنأن يتشكل خيال واضح على الشاشة وذلك من اجل أي وضع كان للعدسة ، والسبب هو وجود شرط ضروري للحصول على الخيال الواضح ناتج عن الصيغة السابقة ، وهذا الشرط هو $d \geqslant 4f$ .

9 ـ تعطي عدسة رقيقة موجبة خيالا لجسم ما على شاشة . طول الخيال يساوي $h_1$ . نقوم بازاحة العدسة دون تغيير موضع الجسم أو الشاشة ، فنجد أن طول الخيال الواضح الثاني يساوي $h_2$ . جد طول الجسم $H$ .

ـــ يكون في الحالة الاولى $\frac{h_1}{H} = \frac{a_1}{a'_1}$ حيث $a_1$ و $a'_1$ بعد كل الجسم والخيال عن العدسة . ويكون في الحالة الثانية $\frac{h_2}{H} = \frac{a_2}{a'_2}$ . وبما أن $a_1 = a'_2$ و $a'_1 = a_2$ نجد ،استنادا الى المسألة 8 أن

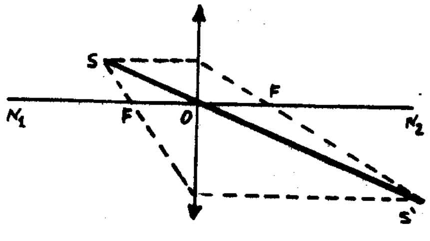
$$H = \sqrt{h_1 h_2}$$

10 ـ جد بالانشاء الهندسي المركز البصري لعدسة ومحرقيهـا الرئيسيين وذلك على محورها البصري المعطى $N_1 N_2$ (الشكل 10.1) بفرض أن موضع الجسم $s$ وموضع الخيال $s'$ معلومان .




شكل 10.1

ـــ يمكن ايجاد المركز البصري بوصل $s$ و $s'$ حيث يتقاطع مع $N_1 N_2$ في $O$ . ويمكن ايجـــاد المحرقين ،بانشاء موازيين للمحور الأصلي (الشكل10.2) .

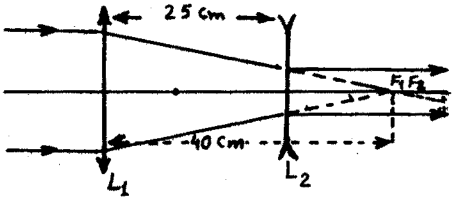



شكل 10.2

11 ـ ترد حزمة ضوئيـة متوازية على عدسة مجمعـــة بعدها المحرقي 40 سم . أين يجب وضع عدسة مبعدة بعدها المحرقي 15 سم بحيث تبقى الحزمة بعد اجتيازها للعدستين متوازية ؟

ـــ يجب ان تلتقي الاشعة المتوازية الواردة على العدسة المجمعة $L_1$ في المحرق $F_1$ (الشكل 11.1) . وعندما تقطع العدسة $L_2$ الاشعة التي ترد نحوها تنفذ منها متوازية ، وبالتالي يجب أن ينطبق

$F_1$ على $F_2$ ، وهكذا يجب أن تبتعد العدسة $L_2$ عن $L_1$



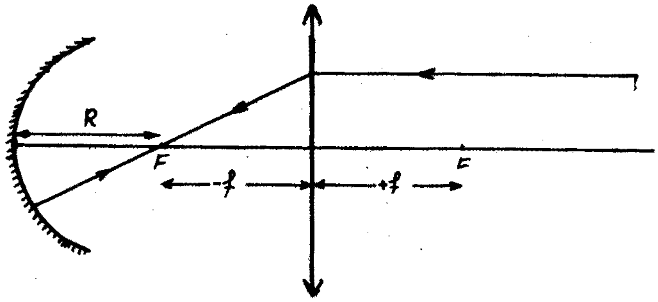

شكل 11.1

بمقدار $40 - 15 = 25\ cm$ .

12 ـ على أي بعد من عدسة محدبة الوجهين ،بعدها المحرقي $f = 1\ m$ ، يجب وضع مرآة مقعرة ،نصف قطرها $R = 1\ m$ ،لكي يعود الشعاع الساقط على العدسة موازيا للمحور البصري الرئيسي للمنظومة ، بعد انعكاسه على المرآة واجتيازه العدسة من جديدموازيا ايضا للمحور البصري ؟ جد الخيال الذي تشكله هذه المنظومةلجسم ما .

ـ هناك امكانيتين لوضع المرآة :

1) اذا وقع مركز المرآة على محرق العدسة (الشكل 12.1) . أي أن



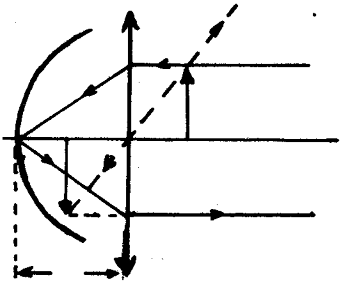

شكل 12.1

المرآة تبعد عن العدسة بالمسافة $d = f + R = 2\ m$ .

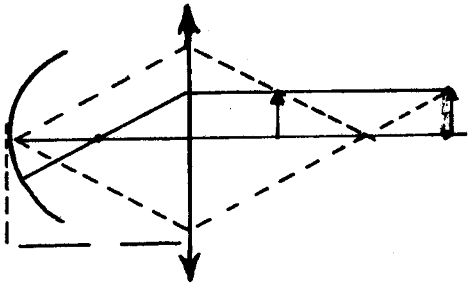
ويعرض الشكل 12.2 مسار الشعاع الموازي للمحور الاصلي وكذلك خيال الجسم $AB$ . إن الخيال $A'B'$ ( مستقيم وحقيقي )له نفس الابعاد من اجل أي وضع للجسم .

2) إذا وقع رأس المرآة على بعد $d = f = R$ من العدسة (الشكل 12.3) ، يكون الخيال مساويا للجسم ، غير أنه وهمي ومقلوب وذلك

من اجل أي وضع للجسم .



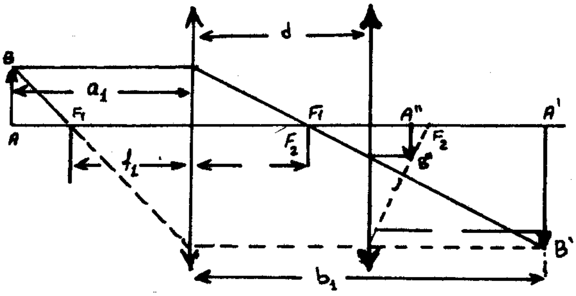
شكل 12.3



شكل 12.2

13 ـ مجموعة ضوئية مؤلفة من عدستين مجمعتين ، بعداهما المحرقيان $f_1 = 20\ cm$ و $f_2 = 10$ . والمسافة بين العدستين $d = 30\ cm$ . يوضع جسم صغير على بعد $a_1 = 30\ cm$ من العدسة الاولى . على أية مسافة من العدسة الثانية يتشكل الخيال ؟

ـ يعرض الشكل 13.1 مسار الاشعة في المنظومة البصرية الموصوفة في المسألة . إن العدسة الاولى في حالة غياب العدسة الثانية تعطي




شكل 13.1

الخيال $A'B'$ الذي يقع على المسافة $b_1$ من العدسة :

$$\frac{1}{b_1} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow b_1 = \frac{a_1 f_1}{a_1 + f_1} = \frac{-30 \cdot 20}{-30 + 20} = 60\ cm$$

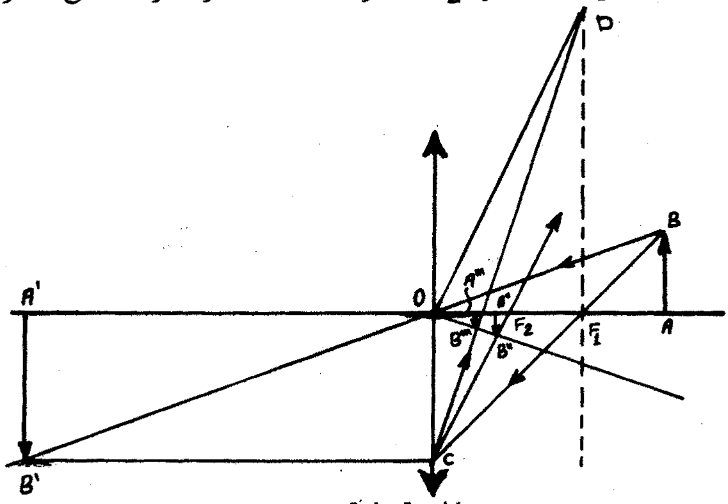
ويعتبر هذا الخيال جسما بالنسبة للعدسة الثانية ، ومنه

$$\frac{1}{b_2} - \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow b_2 = \frac{a_2 f_2}{a_2 + f_2} = \frac{30 \cdot 10}{30 + 10} = 7,5\ cm$$

اي ان الخيال النهائي هو $A''B''$ ويكون حقيقيا .

14 ـ عدسة محدبة الوجهين ، بعدها المحرقي $f_1 = 10\ cm$ . أحد وجهيها مفضض ونصف قطر تقوسه $R = 10\ cm$ . انشأ الخيال الذي تعطيه هذه الجملة لجسم موضوع أمام العدسة وعلى بعد $a = 15\ cm$ .

ـ يعرض الشكل 14.1 الخيال $A'''B'''$ الذي تشكله المنظومة المذكورة حيث أن $F_1$ و $F_2$ محرقا العدسة والمرآة على الترتيب.




شكل 14.1

ويمثل $A'B'$ الخيال الذي تعطيه العدسة فيما لو لم يكن وجهها مفضضا , يمكن انشاء الخيال $A''B''$ الذي تعطيه المرآة المقعرة ، اذا أخذنا بعين الاعتبار أن الشعاع $BO$ بعد عبوره العدسة وانعكاسه على السطح المفضض يسير وفق الطريق $OB''$ ، حيث أن $B\hat{O}A = B''\hat{O}A$ . يخرج الشعاع $BC$ من العدسة موازيا للمحور البصري للمنظومة وبعد الانعكاس يمر من $F_2$ .

إن الاشعة المنعكسة عن المرآة تنكسر مرة آخرى في العدسة وتعطي الخيال $A'''B'''$ . وتقع النقطة $B'''$ على تقاطع الشعاعين $OB''$ و $CD$ . إن الشعاع $OB''$ يمر عبر المركز البصري للعدسة بعد الانعكاس ، وبالتالي لايعاني أي انكسار . وينشأ الشعاع $CD$ بالطريقة التالية : بعد الانكسار الاول في العدسة والانعكاس يذهب الشعاع الضوئي $BC$ في اتجاه $F_2$ وينكسر مرة اخرى في العدسة. ويعين اتجاهه بعد الانعكاس الثاني ، بتمرير مستقيم خلال المركز

البصري $O$ بشكل مواز لـ $CF_2$ ، ولتكن $D$ نقطة تقاطع هذا المستقيم مع المستوي المحرقي للعدسة ، عندئذ يكون $CD$ هو الشعاع الذي نبحث عنه .

بما أن الاشعة تنكسر في العدسة مرتين . فان البعد المحرقي للمنظومة يعطى بالعلاقة :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1}$$

حيث أن $f_2 = \frac{R}{2}$ البعد المحرقي للمرآة . وهكذا يكون

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + 2f_2} = 2,5 \ cm$$

ومنه نجد المسافة $b$ الفاصلة بين الخيال $A'''B'''$ والمركز البصري $O$ للعدسة :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \implies b = \frac{af}{a-f} = 3 \ cm$$

15 ـ جملة ضوئية مؤلفة من عدستين مفرقتين متماثلتين ، سماكة كل منهما $\Delta R$ صغيرة بالمقارنة مع أنصاف اقطار تقوس وجهيهما

$$\Delta R \ll R \approx R_1 \approx R_2$$

والمسافة الفاصلة بين مركزيهما البصريين تساوي $2R$ ، وقرينة انكسار زجاجهما $n$ . خذ بعين الاعتبار فقط الاشعة المجاورة للمستقيم المار من المحور البصري للجملة (الاشعة المحورية ) . وعين موضعي المحرقين والمستويين الرئيسيين للجملة .

ــ يعين البعد المحرقي للعدسة الرقيقة بالعلاقة :

$$f_1 = \frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} \approx \frac{R^2}{(n-1)\Delta R}$$

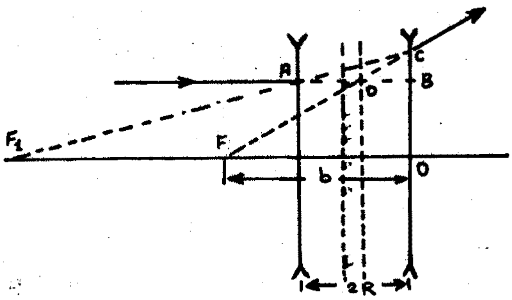
إن الاشعة الموازية للمحور البصري الرئيسي للجملة تنكسر بعد اجتياز العدستين بشكل تتقاطع معه ممدداتها في المحرق $F$ للجملة وذلك على مسافة $b$ من العدسة الثانية (الشكل 15.1) . وبتطبيق علاقة العدسات :

$$\frac{1}{f_1 + 2R} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f_1}$$

نجد قيمة $b$ :

$$b = \frac{f_1 (f_1 + 2R)}{2(f_1 + R)}$$

إن النقطة $D$ التي تمثل تقاطع $AB$ (ممدد الشعاع الوارد) و $CF$ (ممدد الشعاع المنكسر) تقع على المستوي الرئيسي للجملة




شكل 15.1

وعلى بعد $X$ من العدسة الثانية .

ينتج من تشابه المثلثين $ACB$ و $F_1CO$ والمثلثين $DCB$ و $FCO$ أن

$$\frac{X}{b} = \frac{2R}{2R + f_1}$$

وهكذا يكون المستوي الرئيسي متوضعا على مسافة $X$ من العدسة الثانية :

$$X = \frac{2Rb}{2R + f_1} = \frac{f_1 R}{f_1 + R}$$

وبالتالي يعطى البعد المحرقي للجملة بالعلاقة

$$f = b - X = \frac{f_1^2}{2(f_1 + R)} \approx \frac{f_1}{2} = \frac{R^2}{2(n-1)\Delta R}$$

وبحكم كون المنظومة البصرية المعطاةمتناظرة ، يمكن بسهولة تعيين المحرق الثاني والمستوي الرئيسي الثاني .

16 ـ عين البعد المحرقي لمنظومة بصرية تتألف من عدستين رقيقتين : احداهما مفرقة وبعدها المحرقي $f_1$ ، والأخرى مجمعة وبعدها المحرقي $f_2$ . مع العلم أن العدستين متلاصقتان ،ومحوريهما البصريين متطابقان .

ـ يمكن استنادا الى حل المسألة 13 أن نكتب في حالة عدستين مفصولتين عن بعضهما بالمسافة $d$ :

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}+\frac{d}{a_2 b_1}$$

في حالتنا $d=0$ وبالتالي

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_2}=-\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{f}$$

حيث $f$ البعد المحرقي الذي نبحث عنه :

$$f=\frac{f_1 f_2}{(f_1-f_2)}$$

17 ـ تقع حدود المطابقة لرجل قصير البصر بين $a_1 = 12\ cm$ و $a_2 = 60\ cm$ . يستعمل الرجل المذكور نظارة تمكنه من رؤية الاجسام البعيدة بوضوح . عين أصغر بعد لموقع كتاب بحيث يستطيع ذلك الرجل القراءة بوضوح باستعمال نضارته .

ـ يرى الرجل الاجسام البعيدة عندما يستعمل نظارته ، كما لو كانت على بعد $a_2 = 60\ cm$ منه بدون استعمال النظارة . لذلك يمكن كتابة العلاقة التالية في حالة استعمال النظارة (انظر المسألة 16) :

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f_0}$$

حيث $a \to \infty$ .

ويكون ،من اجله بدون نظارة

$$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

حيث $b$ عمق العين ، $\frac{1}{f}$ القوة البصرية الصغرى للعين ، $\frac{1}{f_0}$ القوة البصرية للنظارة . وبفرض ان النظارة ملتصقة بالعين يكون $f_0 \to -\infty$ .

نعين الآن موضع نقطة الكثب ( أقرب نقطة للمطابقة ) باستعمال النظارة :

$$\frac{1}{a_3}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_0} \quad , \quad \frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f_1}$$

ومنه
$$\frac{1}{a_3} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{f_0} = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}$$

وبالتالي $a_3 = 15\ cm$ .

18 ـ شخصان عندما يستعملان نظارتيهما يريان كالشخص العادي علما بأن أحدهما مديد البصر والآخر قصيره . وقع خطأ ، حيث استعمل كل منهما نظارة الآخر ، فوجد مديد البصر عند استعماله نظارة قصيره أنه يرى بوضوح الاشياء البعيدة جدا فقط . على أية مسافة يمكن للشخص قصير البصر أن يقرأ الأحرف الصغيرة عند استعماله نظارة مديد البصر .

ــ ان مديد البصر عند استعماله النظارة الاخرى يرى بوضوح فقط الاجسام البعيدة جدا . وبالتالي تعين المسافة $a_2$ للرؤيا الأفضل بالنسبة لعين مديد البصر من العلاقة :

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} = D_1$$

حيث $a_1$ مسافة بعيدة جدا ( $a_1 \to \infty$ ) و $D_1$ القوة البصرية لنظارة قصير البصر .

يمكن ايجاد القوة البصرية $D_2$ لنظارة مديد البصر من العلاقة

$$\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_2} = D_2$$

حيث $a_2 = 25\ cm$ مسافة الرؤيا المثلى للعين السليمة . وتعين المسافة $a_3$ للرؤيا المثلى للعين الحسيرة من العلاقة

$$\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_3} = D_1$$

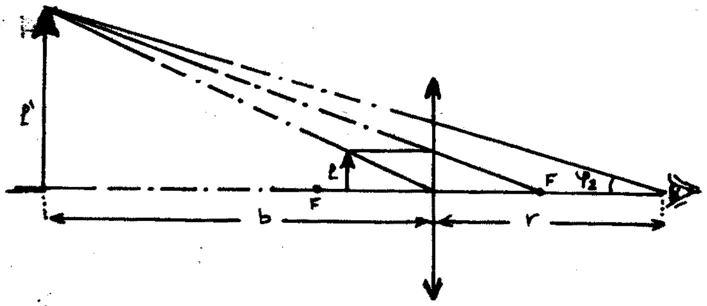
اذا استعمل قصير البصر نظارة مديده ، فان مسافة الرؤيا الأمثل ، أي اصغر مسافة $a$ يمكن لقصير البصر عندها قراءة الحروف الصغيرة بارتياح ، تعطى بالعلاقة

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a_3} = D_2$$

بحل المعادلات الأربعة نحصل على $a = 12.5\ cm$ .

19 ـ ينظر بالعين المجردة الى مادة تقع على مسافة $d$ . ماهي قيمة التكبير الزاوي اذا نظر الى نفس المادة من خلال مكبرة تقع على مسافة $r$ من العين وموضوعة بشكل يقع معه الخيال على مسافة $L$ عن العين ؟ مع العلم أن البعد المحرقي للمكبرة يساوي $f$ . ادرس الحالتين التاليتين آ) $L \to \infty$ ب) $L = d$ .

ـ اذا نظر الى مادة ارتفاعها $\ell$ من على مسافة $d$ ، فإن زاوية النظر تعطى بالعلاقة $tg\,\varphi \approx \varphi = \frac{\ell}{d}$ . واذا نظر الى نفس المادة من خلال مكبرة فإن $\frac{\ell'}{L} = \frac{\ell'}{(b+r)} = \varphi_2$ حيث $\ell'$ ارتفاع الخيال (الشكل 19.1) .




شكل 19.1

يكون التكبير الزاوي :

$$N = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \cdot \frac{\ell' d}{\ell L} = K d / L$$

حيث $K = \frac{\ell'}{\ell} = \frac{b}{d} = \frac{(f+b)}{f}$ التكبير الخطي الطولي الذي يحدد من الصيغة العامة للعدسات . وبالتالي :

$$N = \frac{d}{f} = \frac{b+f}{L} = \frac{d}{f} \cdot \frac{L-r+f}{L}$$

آ) من اجل $L \to \infty$ يكون : $N = \frac{d}{f}$

ب) من اجل $L = o$ يكون : $N = \frac{d}{f} + 1 - \frac{r}{f}$

20 ـ انبوبة بصرية محكمة على اللانهاية ، نزعت منها الجسمية

واستبدلت بحظار قطره $D$ . يتشكل في هذه الحالة خيال حقيقي للحظار على شاشة واقعة على مسافة ما من العينية . فاذا كان قطر الخيال $d$ ، جد تكبير الانبوبة البصرية .

ــ إن تكبير الانبوبة البصرية $N = \frac{f_1}{f_2}$ حيث $f_1$ البعد المحرقي للجسمية و $f_2$ البعد المحرقي للعينية . وبما أن الانبوبة مهيئة للرؤيا في اللانهاية ، يجب أن تكون المسافة بين الجسمية والعينية مساوية $f_1 + f_2$ وبالتالي :

$$\frac{D}{d} = \frac{(f_1 + f_2)}{b}$$

وترمز $b$ هنا الى المسافة الفاصلة بين العينية وخيال الحظار .
وباستعمال صيغة العدسات :

$$\frac{1}{f_1 + f_2} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2}$$

وبحذف $b$ من العلاقتين السابقتين ، نجد أن :

$$N = \frac{D}{d} = \frac{f_1}{f_2}$$

21 ـ لصنع جسمية لآلة التصوير مؤلفة من عدستين ، استعمل المصمم عدسة مفرقة بعدها المحرقي $f_1 = 4\ cm$ ، وثبتها على مسافة $\ell$ من صفيحة الفيلم ($\ell = 45\ cm$) ، أين يجب تثبيت عدسة مقربة بعدها المحرقي $f_2 = 8\ cm$ للحصول على خيال واضح للأجسام البعيدة منطبق على صفيحة الفيلم .

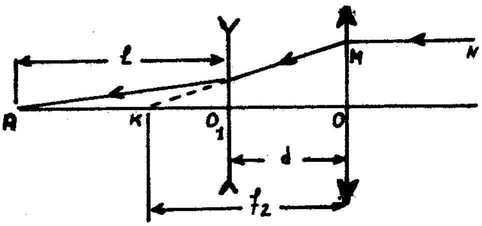
ــ يمكن الحصول على أخيلة واضحة للأجسام البعيدة من اجل موضعي تثبيت مختلفين للعدسة المقربة ، حيث يمكن تثبيتها أمام أو خلف العدسة المفرقة .

فمن اجل الوضع الاول يمكن تعيين $d$ المسافة بين العدستين بالنظر الى النقطة $K$ كخيال وهمي تشكله العدسة المفرقة للنقطة ( انظر الشكل 21.1 ) :

$$\frac{1}{f_2 - d} + \frac{1}{\ell} = -\frac{1}{f_1}$$

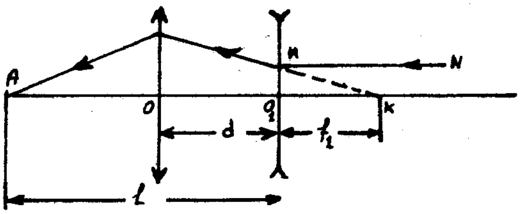
ان الشعاع $MN$ يرد موازيا للمحور البصري ، ومنه :

$$d = f_2 - \frac{f_1 \ell}{f_1 + \ell} = 3,5 \ cm$$




شكل 21.1

من اجل الوضع الثاني ( المقربة خلف المبعدة ) ، يكون مسار الشعاع كما هو مبين على الشكل 21.2 . حيث يمكن النظر الى $A$




شكل 21.2

كخيال لـ $K$ في العدسة المقربة :

$$\frac{1}{f_1 + d} + \frac{1}{\ell - d} = \frac{1}{f_2}$$

ومنه

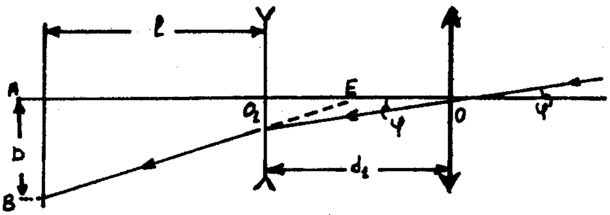
$$d = \frac{\ell - f_1}{2} \pm \frac{\ell + f_1}{2}\sqrt{1 - \frac{4f_2}{\ell + f_1}}$$

ويمكن أن يأخذ $d$ قيمتين $d_2 = 35 \ cm$ أو $d_1 = 5 \ cm$ .

22 ـ جد قطر خيال القمر $D$ المتشكل على لوح التصوير من اجل الحالات الثلاثة لترتيب العدسات الوارد في المسألة 21 . اذا علمت أن مقطع القمر يرى من الارض بزاوية قدرها $\varphi = 0,9.10^{-2} \ rad$

ـــ لنفرض أن الاشعة الصادرة عن أحد طرفي قطر قرص القمر المرئي والموازية للمحور البصري ، تعطي خيالا يقع على المحور البصري فـــي

النقطة $A$ الواقعة على بعد $\ell$ =45 cm من العدسة المفرقة (الشكل 22.1) . وتعطي الاشعة الواردة من الطرف الآخر لقطر القمر ، والتي تشكل مع الاشعة الاولى زاوية $\varphi$ حسب الفرض،تعطي



شكل 22.1

هذه الاشعة بعد اجتيازها للجملة خيالا في النقطة $B$ واقعا في مستوي معامد للمحور البصري ، ويبعدعن العدسة المفرقة بنفس المسافة $\ell$ .

لايجاد قطر الخيال $D_1 = AB$ ندرس طريق الشعاع الذي يمر عبر المركز البصري للعدسة الاولى . في حالة الترتيب الاول للعدسات، تقع العدسة المجمعة أمام المفرقة وعلى بعد يساوي $d_1$ =3,5 cm ويمكن في هذه الحالة النظر الى النقطة $E$ كخيال وهمي للنقطة $O$ ، وبالتالي نستطيع أن نكتب :

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{X_1} = -\frac{1}{f_1} ,$$

وبالاستفادة من تشابه المثلثين $ABE$ و $O_1PE$ والمساواة $O_1P = d_1 tg\varphi$ نحصل على

$$\frac{D_1}{\ell + X_1} = \frac{d_1 \, tg\,\varphi}{X_1} \approx \frac{d_1 \cdot \varphi}{X_1}$$

بالتخلص من $X_1$ من العلاقتين السابقتين ، نجد ان $D_1$=0,72 cm .

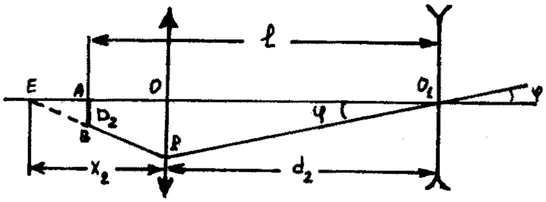
في الحالة الثانية لترتيب العدسات ( $d_2$ =35 cm ) ، يكون الطريق الذي تسلكه الاشعة كما هو مبين على الشكل 22.2 ، وتحسب قيمة $D_2$ قطر خيال القمر من العلاقات :

$$\frac{D_2}{(X_2 + d_2) - \ell} = \frac{d_2 \, tg\,\varphi}{X_2} \approx \frac{d_2 \cdot \varphi}{X_2}$$

ونجد من تشابه المثلثات $EOP$ و $EAB$ و $OPO_1$ :

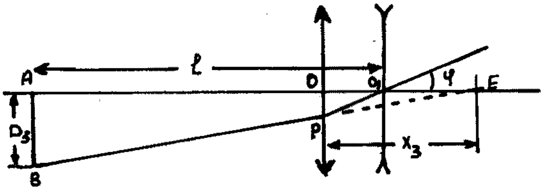
$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{X_2} = \frac{1}{f_2}$$

ننظر إلى $E$ كخيال لـ $O_1$ .




شكل 22.2

يكون من اجل الترتيب الثالث للعدسات ( $d_3 = 5\,cm$ ) طريق الاشعة مغايرا بعض الشيىء لطريق الاشعة في الشكل 22.2 (انظر الشكل 22.3) , وتكتب المعادلات لتعيين $D_3$ بشكل مماثل للحالة




شكل 22.3

السابقة :

$$\frac{D_3}{(L - d_3) + X_3} = \frac{d_3 \cdot tg\,\varphi}{X_3} \approx \frac{d_3 \cdot \varphi}{X_3}$$

$$\frac{1}{d_3} - \frac{1}{X_3} = \frac{1}{f_2}$$

ومنه نجد $D_3 = 0,18\ Cm$ .

23 ـ يبلغ البعد المحرقي الرئيسي لجسمية مجهر $f_1 = 3\ mm$ ولعينيته $f_2 = 5\ cm$ . يوضع جسم على بعد $a = 3,1\ mm$ من الجسمية . جد تكبير المجهر من اجل العين السليمة . ادرس الحالتين : آ) تموضع الخيال على مسافة $D = 25\ cm$ ، ب) ترد الى العين من العينية حزمة اشعة متوازية .

ـ ينتج عن صيغة العدسات : $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_1}$

أن تكبير الجسمية يساوي

$$K_L = \frac{b}{a} = \frac{f_1}{a-f_1} = 30$$

وينظر إلى الخيال الحقيقي المكبر والمقلوب الذي تعطيه الجسمية من خلال العينية ، كما هي حالة النظر اليه من خلال مكبرة ، التي تعطي خيالا وهميا يقع على بعد $D = 25\ cm$ من العين ،وذلك في الحالة الاولى . نستعمل صيغة المكبرة :

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{D} = \frac{1}{f_2}$$

حيث $a_1$ المسافة الفاصلة بين العينية والخيال الذي شكلته الجسمية.
ويكون تكبير العينية

$$K_2 = \frac{D}{a_1} = \frac{D+f_2}{f_2} = 6$$

والتكبير الكلي للمجهر

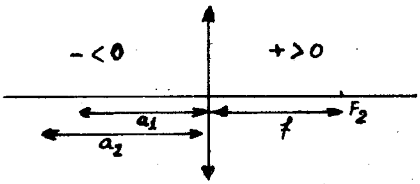
$$K = K_1 K_2 = 180$$

في الحالة الثانية :

$K_2 = \frac{D}{f_2} = 5$ ، والتكبير الكلي $K = K_1 \cdot K_2 = 150$ مرة .

24 ـ حتى يتمكن شخص من القراءة في كتاب يقع على بعد 20سم أمام عينيه ، فإنه يستعمل نظارة تحوي على عدستين مقربتين ، البعد المحرقي لكل منهما يساوي 220 سم . ما هو حد الرؤيا الاقرب لهذا الشخص عندما لايستعمل نظارته ؟

ـــ بما ان النظارة مقربة فان العين مديدة (قادعة ) ، ويكون حد الرؤيا الاقرب بدون نظارة هو بعد موضع خيال الجسم عندما ينظـــر اليه من خلال النظارة . ومنه :




شكل 24.1

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f}$$

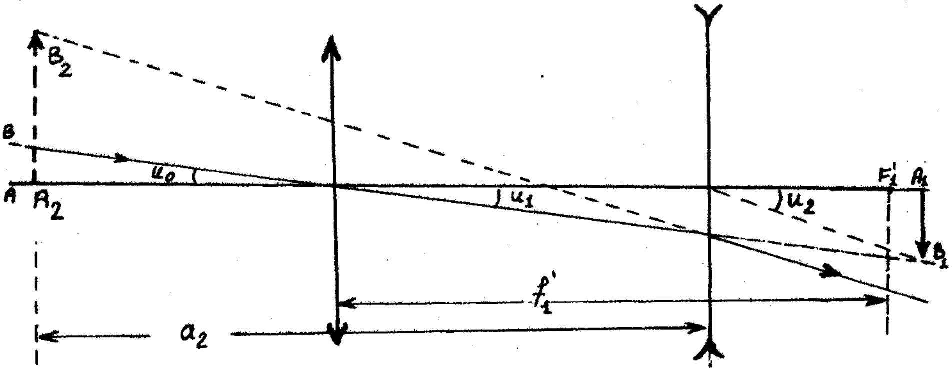
$$f = -f_1 = f_2$$

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{-20} = \frac{1}{22} \Rightarrow$$

$$a_2 = 220\ cm$$

25 ـ البعد المحرقي لجسمية منظار غاليليه ( 12 cm )، ولعينيته المفرقة ( 5 cm ) ، حُكّم هذا المنظار على جسم بعيد بحيث يظهر الخيال النهائي على بعد ( 30 cm ) من العينية . عين التجسيم الزاوي لهذا المنظار .

ـ تشكل الجسمية للجسم المراقب خيالا حقيقيا مقلوبا $y_1 = \overline{A_1B_1}$




شكل 25.1

واقعا بالجوار المباشر للمستوي المحرقي (الشكل 25.1) ويكون :

$$u_0 = u_1 \approx \frac{y_1}{f_1'}$$

حيث $f_1'$ البعد المحرقي للجسمية .

يكون هذا الخيال بمثابة جسم وهمي للعينية ، وتعطى له خيالا وهميا $y_2$ :

$$y_2 = \overline{A_2B_2}$$

ومنه $u_2 \approx \frac{y_2}{a_2}$ حيث $a_2$ بعد الخيال عن العينية . وبالتالي، يعطى تجسيم المنظار بالعلاقة :

$$\frac{u_2}{u_0} = \frac{y_2 / a_2}{y_1 / f_1'} = \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{f_1'}{a_2}$$

غير أن $\frac{y_2}{y_1} = \frac{a_2}{a_1}$ ، ومنه يمكن تعيين $a_1$ بتطبيق دستور العدسات الرقيقة على العدسة المفرقة : $\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = -\frac{1}{f_2}$

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{-30} + \frac{1}{5} \Longrightarrow a_1 = 6\ cm \quad , \quad \frac{y_2}{y_1} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-30}{6} = -5$$

أي أن الخيال $y_2$ مقلوب بالنسبة لـ $y_1$ ، وهو صحيح بالنسبة للجسم الاصلي :

$$\frac{u_2}{u_0} = \frac{-30}{6} \cdot \frac{12}{-30} = 2$$

26 ـ يتألف منظار فلكي من جسمية ، بعدها المحرقي ( $f_1 = 20\ cm$ ) وعينية بعدها المحرقي ( $f_2 = 5\ cm$ ) . احسب تكبير هذا المنظار في الحالتين :

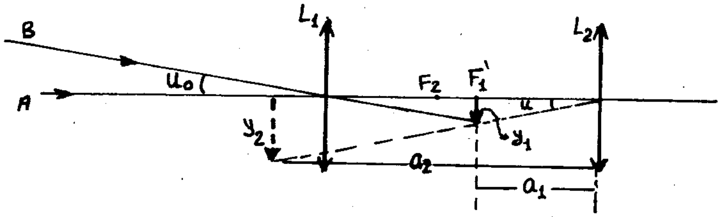
آ) عندما يحكم المنظار بحيث تتلقى العين الاشعة المتوازية .

ب) عندما يحكم المنظار بحيث ترى العين الاخيلة متوضعة عندحد الرؤية الامثل (على بعد 25 سم من العين ) .

ـــ آ) عندما تتلقى العين الاشعة متوازية ، يجب أن ينطبق محرق الجسمية الخلفي على المحرق الامامي للعينية . ويعطى التكبير في هذه الحالة بالعلاقة :

$$\frac{u_2}{u_0} = \frac{f'_1}{f_2} = \frac{20}{5} = 4 \quad \text{مرة}$$

ب) يجب في الحالة الثانية أن تشكل العينية للخيال الــــذي




شكل 26.1

تشكله الجسمية خيالا وهميا ، أي يجب أن يقع خيال الجسم في الجسمية على بعد من العينية اقل من بعدها المحرقي (الشكل 26.1) :

$$u_0 = \frac{y_1}{f'_1} \quad , \quad u_2 = \frac{y_2}{a_2}$$

حيث $y_1$ خيال الجسم في الجسمية و $y_2$ الخيال المتشكل فيالعينية ، $a_2$ بعد الخيال $y_2$ عن العينية . ومنه :

$$\frac{u_2}{u_0} = \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{a_2}{f'_1}$$

من العلاقتين : $\frac{y_2}{y_1} = \frac{a_2}{a_1}$ و $\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f'_2}$

حيث $a_1$ بعد الخيال المتشكل في الجسمية عن العينية ، نجد :

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{a_2} - \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{-25} - \frac{1}{5} = -\frac{6}{25} \Rightarrow$$

$$a_2 = -\frac{26}{5}\ cm$$

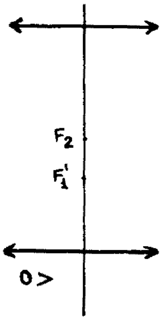
$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{25}{\frac{25}{6}} \cdot \frac{25}{20} \simeq \frac{25 \cdot 6}{20} = \frac{40}{3} \quad \text{مره}$$

27 ـ مجهر مؤلف من جسمية ( $f_1 = 3\ cm$ ) وعينية ( $f_2 = 9\ cm$ ) تبعدان عن بعضهما 24 سم . أين يجب وضع الجسم المراقب حتى يتشكل خياله النهائي في اللانهاية ؟ ماهو مقدار تكبير هذا المجهر اذا استخدم من قبل شخص الرؤية الاقرب بالنسبة له تقع علي بعد 235 سم ؟ حدد أفضل وضع لعين ذلك المراقب ، وفسر لماذا .

ــ حتى يتشكل الخيال النهائي في اللانهاية ، يجب أن يقع الخيال المتشكل بواسطة الجسمية في المستوي المحرقي للعينية .

نفرض $a_2$ بعد الخيال المتشكل عن الجسمية

و $a_1$ بعد الجسم عن الجسمية . عندئذ :




شكل 27.1

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f'_1}$$

$$a_2 = 24 - 9 = 15\ cm$$

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{a_2} - \frac{1}{f'_1} = \frac{1}{15} - \frac{1}{3} = -\frac{4}{15}$$

$$a_1 = -3.75$$

$$\frac{u}{u_0} = \frac{235\ f_2}{f_1 f_2} = \frac{235}{3}$$

يمكن أن يضع الشخص المذكور عينه قرب العينية لأن عينه قادعة والخيال يتشكل في اللانهاية ،.وبالتالي لايهمه التصحيح .

# الفصل الرابع
# المفاهيم الفوتومترية وواحدات قياسها

## 17 ـ المفاهيم الاساسية .

إن تأثير الضوء على العين أو على أي مستقبل ضوئي آخر ، ينحصر في منح هذا الجهاز المستقبل طاقة تحملها الموجة الضوئية . ولهذا السبب لابد من أخذ فكرة عن القياسات الضوئية التي تقود بدورها الى قياس الطاقة التي تحملها الموجة الضوئية ، أو الى قياس مقادير تتعلق بشكل أو بآخر بالخواص الطاقية . ولا بد كذلك من اعطاء تعريف للمقادير التي تستخدم في القياسات التطبيقية . ويرتبط اختيار هذه المقادير بخواص الاجهزة المستقبلة التي تستجيب بشكل مباشر لهذا المقدار أو ذاك . من الممكن ايضا اتخاذ بعض المعايير (واحدات عيارية ) لاستحداث هذه المقادير . ويبدو في اثناء صياغة القوانين النظرية أو النتائج التجريبية في مختلف حقول الفيزياء ( نظرية الاشعاع ، التقنية الضوئية ، التقنية البصرية والفيزيولوجيا البصرية ...الخ ) ، أنه من المريح استعمال هذه المقادير احيانا أو تلك في الاحيان الاخرى من المقادير المستحدثة .

ويتضح مما تقدم وجود الكثير من المفاهيم الفوتومترية التي تستخدم لقياس الشدة الضوئية ، وسنقوم بعرضها فيما يلي :

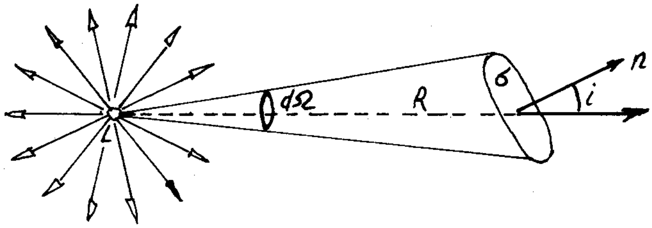
آ) تدفق الطاقة الاشعاعية $\Phi$ (Radiant energy Flux) :

لنتصور منبعا ضوئيا صغير الابعاد ، بحيث يمكن اعتبار سطح الموجة الصادرة عنه سطحا كرويا ، وذلك على بعد كاف من هذا المنبع ان مثل هذا المنبع يدعى بالمنبع النقطي .

لنضع في طريق الطاقة الاشعاعية الصادرة عن المنبع المذكور $L$ (الشكل 4.1) سطحا صغيرا $\sigma$ ، ولنقوم بقياس كمية الطاقة $Q$ التي تعبر هذا السطح خلال الفترة الزمنية $\tau$ . يمكن لهذه الغاية تغطية السطح $\sigma$ بمادة قادرة على امتصاص جميع الطاقة الساقطة على هذا السطح (كالهباب الاسود مثلا) . ثم قياس الطاقة الممتصة بطريقة قياس ارتفاع درجة الحرارة مثلا . تدعى النسبة :

$$d\,\Phi = \frac{Q}{\tau} \qquad (17\text{-}1)$$

بتدفق الطاقة الاشعاعية عبر السطح $\sigma$ ، وهي تمثل كمية الطاقة الاشعاعية التي تعبر السطح $\sigma$ خلال واحدة الزمن (اي الاستطاعة التي تعبر السطح $\sigma$) .




شكل 4.1

بما أن الطاقة الاشعاعية في الوسط المتجانس تنتشر وفق خطوط مستقيمة ، لذلك نحصل بتمديد مجموعة من الاشعة التي تنطلق من النقطة $L$ وتستند الى محيط السطح $\sigma$ على مخروط يحدد جزء التدفق الذي يعبر السطح $\sigma$ . واذا انعدم امتصاص الطاقة داخل الوسط ، فان قيمة التدفق الذي يعبر أي مقطع عرضي من مقاطع المخروط السابق تبقى نفسها . ويعطي مقطع المخروط بسطح كروي يقع مركزه في النقطة $L$ ونصف قطره يساوي الواحد قياسا للزاوية المجسمة للمخروط $d\Omega$ . فاذا صنع الناظم $\vec{n}$ على السطح $\sigma$ الزاوية $i$ مع محور المخروط وكانت المسافة عن $L$ الى السطح $\sigma$ تساوي $R$ فان :

$$d\Omega = \frac{\sigma \cos i}{R^2} \qquad (17\text{-}2)$$

نكون بهذا الشكل قد فرزنا جزء التدفق الموافق للزاوية $d\Omega$ . وقد فرضت اثناء ذلك الابعاد الخطية للسطح $\sigma$ صغيرة بالمقارنة مع $R$ ، بشكل تكون معه قيمة $d\Omega$ صغيرة جدا ، ويمكن اعتبار التدفق داخل $d\Omega$ منتظما . وتعطى قيمة التدفق الصادر عن $L$ في جميع الاتجاهات بالعلاقة :

$$\Phi = \int d\Phi$$

ويعتبر التدفق مفهوما أساسيا لابد منه لتقدير كمية الطاقة التي

تستقبلها اجهزتنا البصرية . وتكون معرفة التدفق ضرورية لاجراءالحساب في كثير من المسائل الضوئية . فالمستقبل الضوئي الذي يدعى خليـــة ضوئية ، يعاير بشكل مباشر استنادا الى مفهوم تدفق الطاقة .

ب) شدة الضوء $J$ (*Luminous intensity*) :

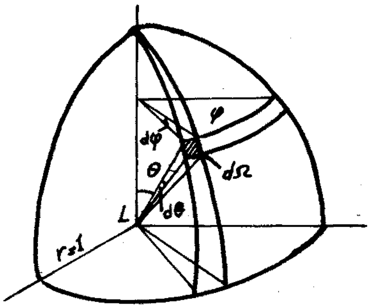
إن مقدار التدفق الذي ينحصر في واحدة الزاوية الصلبة يدعى بشدة الضوء . فاذا كان التدفق $\Phi$ الذي يصدره المنبع المدروس في جميع الاتجاهات متساويا ، فان :

$$J = \frac{\Phi}{4\pi} \qquad (17\_3)$$

وتكون هذه القيمة متساوية في جميع الاتجاهات . وعندما يكون توز ع التدفق غير منتظم فان القيمة $\Phi/4\pi$ تمثل في هذه الحالة شـــدة الضوء الوسطى ، وتدعى "شدة الضوء الكروية الوسطى" . ولتحديـــــد القيمة الدقيقة لشدة الضوء في اتجاه ما مختار ، يجب فرز (فصـــل) زاوية صلبة عنصرية $d\Omega$ صغيرة جدا وذلك وفق ذلك الاتجاه ،وقياس التدفق الضوئي $d\Phi$ الذي يوافق هذه الزاوية . وتحدد شدة الضـــوء في الاتجاه المعني بالعلاقة :

$$J = \frac{d\Phi}{d\Omega} \qquad (17\_4)$$

واذا وصفنا الاتجاه المختار بالزاوية العرضية $\theta$ وبالزاويـــة الطولية $\varphi$ في جملة احداثيات قطبية (الشكل 4.2) ، ورمزنا لشدة الضوء وفق الاتجاه السابق ب $J_{\theta,\varphi}$، فان هذا المقدار يكون تابـــعا للمتحولين $\varphi$ و $\theta$ . ويتضح من الرسم أن :




$$d\Omega = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

وبالتالي

$$d\Phi = J_{\theta,\varphi} \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

والتدفق الكلي :

شكل 4.2

$$\Phi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} J_{\theta,\varphi} \cdot \sin\theta \cdot d\theta \qquad (17.5)$$

فاذا كانت $J$ لاتتعلق بـ $\varphi$ و $\theta$ (تدفق منتظم) فان العلاقة السابقة تصبح :

$$\Phi = 4\pi J \tag{17.6}$$

وهذا يتفق مع (17_3) .

ويعتبر التدفق الكلي قيمة مميزة للمنبع الضوئي المشع ،ولا يمكن زيادة هذه القيمة بأية جملة بصرية كانت . وينحصر تأثير الجمل البصرية فقط باعادة توزيع التدفق الضوئي ، اي يجعل كثافته أكبر مايمكن في اتجاه مختار مثلا . بهذه الطريقة يمكن زيادة شدة الضوء في اتجاه ما على حساب نقصان هذه الشدة في اتجاه آخر .واستنادا على ماذكر،يقوم مبدأ أجهزة الانذار أو الكشافات الضوئية التي تسمح بالحصول على شدة ضوئية تتعدى ملايين القنديلات الضوئية وفق محور الكشاف ، وذلك باستخدام منابع ضوئية تملك شدة كروية وسطى لاتتعدى بضع مئات من القناديل . وتعتبر واحدة شدة الضوء القياس العياري الاساسي في التقنية الضوئية .

جـ) الاضاءة $E$ (Illumination) :

تعرف الاضاءة بأنها مقدار التدفق الذي يعبر واحدة السطوح ، ويعبر عن اضاءة السطح $\sigma$ بالعلاقة :

$$E = \frac{d\Phi}{\sigma} = \frac{J d\Omega}{\sigma} = \frac{J \cos i}{R^2} \tag{17_7}$$

(ان الرموز المستخدمة هنا هي نفس الرموز المبينة على الشكل 4.1)، وقد استخدمنا في المساوتين الاخيرتين العلاقة (4) لشدة الضوء $J$ والعلاقة (2) .

تظهر العبارة الاخيرة أن الاضاءة التي يحدثها منبع نقطي ( اي المنبع الذي ابعاده صغيرة بالمقارنة مع المسافة التي تفصل بينه وبين السطح المضاء ، والذي يكون تدفقه الضوئي متساويا في جميع الاتجاهات ) تتناسب بشكل عكسي مع مربع المسافة الفاصلة بين المنبع والسطح ، وتتناسب طردا مع تجيب الزاوية المحصورة بين اتجاه التدفق (محور المخروط الضيق الذي ينتشر عبره التدفق ) والناظم على السطح المضاء . ويعتبر هذا القانون القانون الأساسي للاضاءة التي يحدثها

منبع نقطي (ويدعى بقانون التربيعات العكسية) .

ويمكن في حالة المنابع الحقيقية (الحجمية) تجزئة سطح المنبع الى اجزاء عنصرية ( صغيرة بشكل كاف بالمقارنة مع المسافة R ) وتحديد الاضاءة التي يحدثها كل منها ، باستعمال قانون التربيعات العكسية . ومن ثم اجراء التكامل على جميع سطح المنبع ، آخذين بعين الاعتبار تعلق شدة الضوء بالاتجاه . ويظهر أن تابعية الاضاءة لـ R في هذه الحالة معقدة نوعا ما ، غير أنه من اجل المسافات الكبيرة (بالمقارنة مع ابعاد المنبع ) يمكن استخدام قانون التربيعات العكسية ، اي اعتبار المنبع نقطيا . وتعطي هذه الحسابات التقريبية عمليا نتائج تجريبية جيدة ، اذا كانت الابعاد الخطية للمنبع لاتتجاوز 1/10 من المسافة بين المنبع والسطح المضاء . فعلى سبيل المثال ، اذا كان المنبع عبارة عن قرص مضيء متجانس ، قطره 50 سم ، فان الخطأ في الحساب باستعمال الصيغة التقريبية في نقطة تقع على الناظم لمركز القرص وتبعد عنه بالمسافة 50 سم يقع في حدود 25٪ . ومن اجل بعد يساوي مترين فان الخطأ لايتجاوز 1,5٪ ، اما من اجل مسافة 5 م ، فان الخطأ يكون حوالي 0,25٪ فقط.

ويمكن بواسطة مجموعة من العدسات والمرايا اعادة توزيع التدفق الضوئي وتركيزه وفق اجزاء محددة من السطح ، مما يؤدي الى زيادة اضاءتها ، وتتناقص بنفس الوقت اضاءة الاجزاء الاخرى . وهذا المبدأ بالذات تقوم عليه جميع الاجهزة الضوئية المستخدمة لاضاءة بعض الأماكن كالشوارع وطاولات مكاتب العمل ...الخ .

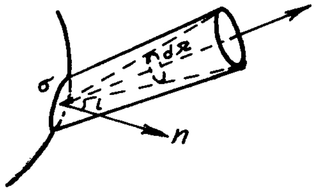
بما أننا في اغلب الاحيان لانستعمل ضوء المادة نفسها ، وانما اضاءتها ،لذلك يتمتع مفهوم الاضاءة بأهمية كبيرة . وتنحصر أغلب مسائل التقنية الضوئية بالحصول على اضاءة ملائمة . وفي معايير الاضاءة يطلب عادة اضاءة محددة ومناسبة لأمكنة العمل ، وذلك حسب نوع العمل أو الغاية من اضاءة المكان .

### د) سطوع المنبع B (Brightness) :

يمكن في كثير من مسائل الحسابات الضوئية ، كما رأينا ، اعتبار بعض المنابع نقطية ، أي أننا نستطيع اهمال ابعاد هذه المنابع بالمقارنة مع المسافة الفاصلة بين المنبع ومكان مراقبة تأثير هذا

المنبع . غير أن الكثير من هذه المنابع ايضا كبيرة الى درجة نستطيع معها تمييز اشكالها من اجل المسافات العادية وذلك بواسطة العين المجردة ، وبعبارة اخرى : تقع الابعاد السطحية لهذه المنابع في حدود القدرة الفاصلة للعين أو جهاز الاستقبال ، بحيث تبدو مختلفة عن كونها نقطية . وقد وضع مفهوم يصف مثل هذه المنابع الكبيرة يدعى بالسطوع السطحي او "بالسطوع" فقط . ولا تنتسب الى هذه الفئة المنابع الكبيرة التي تقع خارج القدرة الفاصلة للعين نتيجة لبعدها كالنجوم مثلا . ويعرف السطوع السطحي $B$ "بأنه المقدار المميز لاشعاع السطح المضيء وفق اتجاه معطى ،ويحدد هذا الاتجاه بالزاوية $i$ التي يصنعها مع الناظم المقام على جزء السطح المضيء المعطى".

لنقتطع حزمة ضيقة تستند الى عنصر السطح $\sigma$ ، وتشكل الزاوية المجسمة $d\Omega$ ، ويصنع محور الحزمة مع الناظم على السطح $\sigma$ الزاوية $i$ (الشكل 4.3) . ان السطح المرئي للعنصر $\sigma$ في اتجاه محور الحزمة يساوي $\sigma \cos i$. ولنفرض أن التدفق المرسل خلال الزاوية $d\Omega$ يساوي $d\Phi$ . ان قيمة التدفق تتناسب مع السطح المرئي المشع $\sigma \cos i$ ومع قيمة الزاوية الصلبة $d\Omega$ . ويتعلق ثابت التناسب بخواص السطح المشع ، ويمكن أن يختلف باختلاف اتجاهات الزوايا $i$ بالنسبة للناظم. لنرمز للثابت المذكور بـ $B_i$ ، فنجد أن :




شكل 4.3

$$d\Phi = B_i \sigma \cdot \cos i \, d\Omega$$

أو

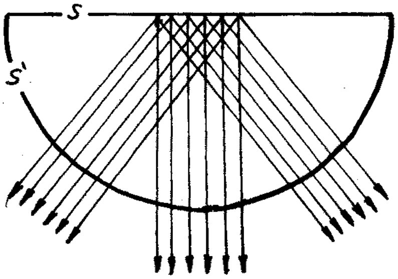
$$B_i = \frac{d\Phi}{\sigma \cos i \, d\Omega} \qquad (17\_8)$$

يدعى الثابت $B_i$ بسطوع المنبع وفق الاتجاه المحدد بالزاوية $i$ ، وهكذا ندعو التدفق المرسل في الاتجاه المعطى من قبل واحدة السطوح المشاهدة ضمن واحدة الزاوية المجسمة بالسطوع .

وتتعلق قيمة $B_i$ عادة بالاتجاه ، إلا أنها تكون مستقلة عنه من .

اجل بعض المنابع . وتدعى مثل هذه المنابع "بالمنابع التي تحقق قانون لامبرت" . ويعتبر هذا المنبع على وجه التحديد الجسم الاسود المطلق فقط . فالسطوح الخشنة والمغبرة أو الاوساط العاتمة ، التي يساهم كل جزء منها بتشتيت الضوء بشكل منتظم في جميع الاتجاهات تعتبر منابعالامبرتية بشكل كلي أو جزئي . وتدعى الاوساط بالاوساط المشتتة المثالية اذا حققت قانون لامبرت . وتعتبر السطوح المضاءة من الداخل والمطلية باكسيد المنغنيز أو بطبقة من مسحوق الزجاج الناعم أمثلة للمنابع التي تحقق قانون لامبرت بتقريب جيد . ويشع سطح الشمس تقريبا وفق قانون لامبرت ، وقد أثبت بوهرBoher تجريبيا أن سطوع الشمس يتناقص من المركز باتجاه الحواف ، حيث يتبقى حوالي 80٪ من سطوع مركز قرص الشمس على بعد من مركزها يساوي 3/4 نصف قطر قرصها .

لنعتبر قرصاسطحيا مضيئا S ( الشكل 4.4) ونصف كرة مضيئة ايضا 'S . ولنفرض أن كلا السطحين يخضعان لقانون لامبرت ،ويملكان نفس السطوع B . عندئذ يكون التدفقان الضوئيان الصادران عن الجزأين الموافقين من القرص والكرة في أي اتجاه متساويين ، مادام سطحاهما المرئيان متساويين ، وسطوعهما مستقل عن الاتجاه بالفرض . وهكذا يتبين أنه لايوجد اختلاف بين القرص المضيء ونصف الكرة المضيئة ، اذا حقق كلاهما قانون لامبرت . فالشمس تبدو لنا مثلا ( في حالة المراقبة الغير دقيقة تماما ( بشكل قرص سطحي سطوعه منتظم ، مما يؤكد على امكانية اعتبار الشمس منبعا محققا لقانون لامبرت .



شكل 4.4

إن معرفة السطوع جوهرية عند دراسة المواد التي تضيء من ذاتها ، وعلى وجه التحديد المنابع الضوئية . فالعين تستجيب مباشرة لسطوع المنبع ، ويستعمل مفهوم السطوع في نظرية الاشعاعات .

هـ ) الضياء S (luminous): يرتبط مفهوم السطوع ارتباطا

وثيقا بمفهوم الضياء $S$ ، الذي يعتبر مقدارا تكامليا . ويساوي "التدفق الاجمالي الذي ترسله واحدة السطوح الى خارج المنبع في جميع الاتجاهات (داخل زاوية صلبة مقدارها $2\pi$ )". وهكذا يعطى الضياء بالعلاقة :

$$S = \frac{\Phi}{\sigma} \qquad (17\text{-}9)$$

حيث $\Phi$ التدفق الكلي الذي يصدره السطح المضيء $\sigma$ الى خارجه في جميع الاتجاهات .

ويرتبط السطوع بالضياء بعلاقة بسيطة ، حيث يعطى التدفق الموجود ضمن الزاوية المجسمة $d\Omega$ وفق الاتجاه $i$ بالعلاقة :

$$d\Phi = B_i \, \sigma \cos i \, d\Omega = B_i \cdot \sigma \cdot \sin i \cdot \cos i \cdot di \cdot d\varphi$$

ذلك لأن

$$d\Omega = \sin i \cdot di \cdot d\varphi$$

حيث $\varphi$ الزاوية السمتية . وللحصول على التدفق الذي يصدره السطح $\sigma$ يجب مكاملة العبارة السابقة في مجال كل قيم $i$ و $\varphi$ التي تحدد الاتجاه ضمن نصف الكرة ، أي نكامل بالنسبة لـ $i$ من الصفر الى $\frac{\pi}{2}$ وبالنسبة لـ $\varphi$ من الصفر الى $2\pi$ . وهكذا يكون التدفق الكلي (بفرض أن $B_i$ مستقلة عن $\varphi$ ) :

$$\Phi = \int d\Phi = \sigma \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} B_i \cdot \sin i \cos i \, di =$$

$$= 2\pi \sigma \int_0^{\pi/2} B_i \cdot \sin i \cdot \cos i \cdot di$$

بالاضافة الى ماتقدم يمكن التعبير عن التدفق بدلالة الضياء $S$ :

$$\Phi = \sigma \cdot S$$

وهكذا نحصل على العلاقة التالية بين السطوع والضياء :

$$S = 2\pi \int_0^{\pi/2} B_i \cos i \cdot \sin i \cdot di \qquad (17\text{-}10)$$

ويكون من اجل المنابع التي تخضع لقانون لامبرت $B_i = B$ ، أي أن $B$ لاتتعلق بـ $i$ وينتج أن :

$$S = 2\pi B \int_0^{\pi/2} \cos i \cdot \sin i \cdot di = \pi B \qquad (17\text{-}11)$$

ويعتبر مفهوم الضياء مهما لكثير من الحسابات والنظريات وخاصة نظرية الاشعاعات . وتظهر العلاقة $\Phi = \sigma S$ أن الضياء يملك نفس أبعاد الاضاءة $E$ ، أي أنه عبارة عن تدفق على واحدة السطوح . ويميز الضياء الاشعاع الذي يصدره السطح ، أي التدفق الصادر عن واحدة السطوح ، بينما تميز الاضاءة الاشعاع الذي يتلقاه السطح أي التدفق الوارد على واحدة السطوح .

و ) شدة التدفق الضوئي R (Intensity of luminous flux)

لكي نميز أو نصف الحقل الضوئي ، ندخل مفهوم شدة التدفق الضوئي $R$ . ويعني مقدار التدفق الذي يخترق واحدة المقطع المرئي وفق الاتجاه الذي تحدده الزاوية $i$ المحصورة بين اتجاه التدفق والناظم على ذلك المقطع ، وذلك ضمن واحدة الزوايا الصلبة . أي أن

$$R = \frac{d\Phi}{\sigma \cdot \cos i \cdot d\Omega} \qquad (17\_12$$

وهكذا تلعب شدة التدفق الضوئي نفس الدور الذي يلعبه السطوع لتمييز السطح المضيء . ولهذا السبب تدعى احيانا بسطوع التدفق الضوئي .

يتضح مما تقدم أن اغلب المفاهيم المذكورة والمرتبطة بالطاقة التي يحملها الضوء ، تستند الى قانون الانتشار المستقيم الذي يسمح بالقول : إن الطاقة الضوئية يمكن أن تنتقل باشكال مختلفة وفي اتجاهات متعددة عبر عناصر السطح الواقعة في النقاط المختلفة . ويعتبر السطوع (أو الشدة ) الذي يحدد الاستطاعة المنتشرة في الاتجاه المعطى بالجوار من نقطة معينة في الفضاء أهم القيم التفاضلية المميزة للحقل الضوئي . وتصف شدة الضوء كذلك الاستطاعة المنتشرة في الاتجاه المعطى والصادرة عن جميع نقاط سطح المنبع اللانقطي . وتصف الاضاءة والضياء الاستطاعة التي تنتشر بجوار نقطة ما في الفضاء في جميع الاتجاهات . ويعتبر التدفق الضوئي المقدار التكاملي الأهم ، ويعني الاستطاعة المحمولة في جميع الاتجاهات عبر السطح المعطى بأكمله . وتبين العلاقات بين المقادير الضوئية التي استعملت وبين السطوع بجلاء المفاهيم التي اوردناها آنفا :

$$J = \int_{\sigma} B_i \cos i \, d\sigma$$

$$E = \int_{\Omega} B_i \cos i \, d\Omega$$

$$\Phi = \iint_{\sigma, \Omega} B_i \cos i \cdot d\sigma \cdot d\Omega$$

ومن الطبيعي أن نعبر عن نتائج قياس ما بالمقدار الضوئي المناسب ، وذلك حسب غاية وتصميم الجهاز المستعمل في القياس.

عندما نراقب النجوم مثلا ، تستجيب العين للضوء الصادر عن سطح النجم ككل في اتجاه المراقب ، وبالتالي من المناسب في هذه الحالة التحدث عن شدة ضوء النجم . ومن غير المهم في آلات التصوير تحديد الاتجاه الذي وصل منه الشعاع الضوئي الى لوح التصوير وأحدث فيه التأثير ، إذ أن لوح التصوير يستجيب لتكامل الطاقة بدلالة الزاوية وبالتالي تسجل في هذه الحالة الاضاءة . ويقاس في الخلايا الكهرضوئية والمستقبلات الحرارية للاشعاع التدفق الكلي الوارد على السطح الكلي للمستقبل من جميع الاتجاهات .

وتتعلق واحدات قياس المقادير الضوئية التي عرضناها باختيار جملة الواحدات . ففي الجملة الدولية ، يقاس التدفق بالواط ( W ) والاضاءة والضياء بالواط / م$^2$ ( $W/m^2$ ) وقوة الضوء بالواط/ستيراديان ( W / sr )(*). ونشير هنا الى ندرة الحالات التي يحسب فيها التدفق الذي يخترق سطحا بابعاد خطية من رتبة المتر . حيث نتعامل مع سطوح أبعادها من رتبة السنتيمترات (عدسات ، مرايا ..الخ) أو من رتبة الميليمترات ، لذلك تستعمل في أغلب المراجع الواحدات التالية واط/سم$^2$ ، واط/ ملم$^2$. والسطوع والشدة في SI ← ($Watt/m^2 sr$).

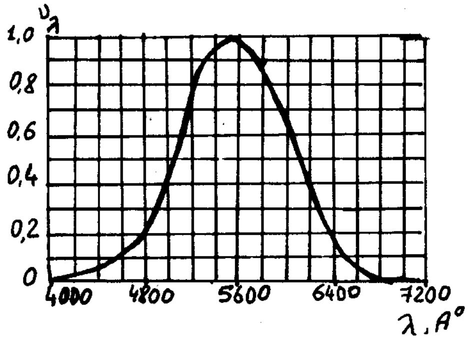
## ـ الانتقال من المقادير الطاقية الى المقادير الضوئية .

لقد أشرنا فيما مضى الى استخدام الواحدات الشائعة للطاقة والاستطاعة كالجولات والواطات ..الخ في قياس قيمة التدفق وجميع المقادير الأخرى المرتبطة به . ويتحقق هذا النوع من القياسات الطاقية عندما يكون المستقبل الضوئي مستقبلا عاما ، كالعنصر الحراري مثلا الذي

(*) الستيراديان : هي الزاوية المجسمة التي يقع رأسها في مركز كرة ، والتي تقتطع على سطح الكرة مساحة تساوي مربع نصف قطر الكرة .

يقوم على اساس تحول الطاقة الضوئية الممتصة من قبله الى طاقة حرارية . غير أنه من الضروري الأخذ بعين الاعتبار ، أننا نستعمل في الغالب مستقبلات ضوئية ذات تصميم خاص ، بالمعنى الآتي : وهوأن استجابتها لاتتعلق بالطاقة التي تحملها الاشعة الضوئية فقط ، وانما بالتركيب الطيفي لهذه الاشعة . وتنتشر مثل هذه المستقبلاتالانتقائية بكثرة ، كأفلام التصوير والخلايا الكهرضوئية مثلا ، وعلى الأخص عين الانسان التي تلعب دورا هاما ومميزا في الادراك الحسي للضوءالعادي في حياتنا اليومية ، وكمستقبل ضوئي في كثير من أجهزة علم البصريات . وتمشيا مع ماذكر يجب أن نأخذ بعين الاعتبار ، أثناء اجراء القياسات الضوئية المتعددة ، خصوصيات العين التي تجعلها قادرة على تمييز جزء ضيق ومحدود فقط من الاطوال الموجية من بين جميع الأمواج الكهرطيسية الممتدة في مجال واسع للأطوال . وتستعمل غالبا كلمة الضوء كما ذكرناذلك آنفا ، للدلالة على مجال ضيق للأطوال الموجية يتراوح بين 0,4 ـ 0,8 ميكرون تقريبا . ومن وجهة النظر هذه تتأتى أهمية الادراك الضوئي للطاقة ، وليس ادراك الطاقة فقط . وبالتالي يجب ايجاد طريقة للانتقال من المقادير الطاقية الى مقادير تصف وتميز الادراك الضوئي ، وانشاء جملة واحدات خاصة ومناسبة ، تتلاءممعخواص عين الانسان .

يمكن تمثيل احساس العين للضوء ذي الاطوال الموجية المختلفة بواسطة منحني الرؤيا . حيث تحمل على محور السينات الاطوال الموجية $\lambda$ وعلى محور العينات الاحساساتالنسبية للعين ، $v_\lambda$ أي القيم المتناسبة عكسا مع استطاعة الاشعاعات احادية اللون ،




شكل 4.5

والتي تعطي نفس الاحساسات للرؤيا (الشكل 4.5) . وبغض النظر عن ذاتية هذه الطريقة في عملية التقدير (المعايرة) إلا أن قابلية

استنساخها (أي امكانية تكرارها بنتائج متطابقة ) جيدة بشكل كاف ، ولا يختلف منحني الرؤيا ، كما أظهرت القياسات ، اختلافا كبيرا من مراقب الى مراقب آخر . ولا يخلو الامر من وجود بعض الاشخاص الذين تختلف رؤيتهم بوضوح عن الشكل الطبيعي .

لقد وضع منحني الرؤيا الذي يخص العين العادية للانسان استنادا الى قياسات عديدة . ويتميز هذا المنحني باحتوائه على نهاية عظمى من اجل الطول الموجي $\lambda = 0,555\,\mu$ ، وقد اتفق على اعطاء هذه النهاية القيمة 1 . ويبين الشكل 4.5 منحني الرؤيا المعتمد من قبل اللجنة العالمية للانارة . ويتضمن الجدول 4.1 القيم العددية المحملة على محوري الخط البياني المذكور . ويظهر الجدول أن الاستطاعة اللازمة

| $\lambda$, nm | $v_\lambda$ | $\lambda$, nm | $v_\lambda$ | $\lambda$, nm | $v_\lambda$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 400 | 0,0004 | 520 | 0,710 | 640 | 0,175 |
| 410 | 0,0012 | 530 | 0,710 | 650 | 0,107 |
| 420 | 0,0040 | 540 | 0,862 | 660 | 0,061 |
| 430 | 0,0116 | 550 | 0,954 | 670 | 0,032 |
| 440 | 0,023 | 560 | 0,995 | 680 | 0,017 |
| 450 | 0,038 | 570 | 0,995 | 690 | 0,0082 |
| 450 | 0,060 | 580 | 0,952 | 700 | 0,0041 |
| 470 | 0,091 | 590 | 0,870 | 710 | 0,0021 |
| 480 | 0,139 | 600 | 0,757 | 720 | 0,00105 |
| 490 | 0,208 | 610 | 0,631 | 730 | 0,00052 |
| 500 | 0,323 | 620 | 0,503 | 740 | 0,00025 |
| 510 | 0,503 | 630 | 0,381 | 750 | 0,00012 |

الجدول 4.1

لاحداث نفس الشعور بالرؤيا عند الطول الموجي $\lambda = 0,76\,\mu$ اكبر بـ $2.10^{4}$ مرة من الاستطاعة اللازمة عند الطول الموجي $\lambda = 0,55\,\mu$

## 18 ـ واحدات القياس الضوئية . القياسات الضوئية .

لقد حددت اللجنة الضوئية للانارة التدفق الضوئي بأنه الطاقة الاشعاعية المقدرة بواسطة الاحساس البصري ، وذلك باعتمادها العين كمستقبل للطاقة الضوئية .

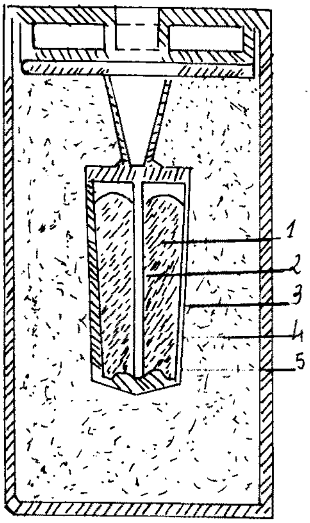
واحتفظت الطريقة المذكورة للتقدير (للمعايرة ) ، بغض النظر عن

ادخال مفهوم العين الوسطية ، ببعض العلاقة مع المفاهيم البسكيولوجية مادام الاحساس بالرؤيا قد شارك في طريقة القياس . ويسمح استبدال العَين الوسطية بمستقبل فيزيائي مكافىء - خلية كهرضوئية مثلا ، تتمتع بمنحني حساسية مماثل لمنحني الرؤيا - باجراء القياسات الضوئيــــة بموضوعية أكثر وذلك عن طريق قياس شدة تيار الخلية الناتج .

وقد اعتمد في عام 1948 لتحديد التدفق الضوئي والمقادير التقنية الضوئية الاخرى العيار الضوئي الاصطلاحي ، المنفذ على شكل مادة الجسم الأسود المطلق المأخوذة في درجة حرارة انصهار البلاتين النقـــي ( $2046,6^{o}K$ ) . ويجب أن يكون العيار المذكور موجود ضمن ترتيب محدد وشروط خاصة للمحافظة على النظافة المطلقة للبلاتين .

ويبين الشكل 4.6 تركيب وابعاد المنبع المشع الذي يعتبـــر العيار الضوئي الاصطلاخي ، حيث يتم تسخين البلاتين الى درجة الانصهار بواسطة تيار عالي التواتر . وتعتبر الانبوبة 2 التي تحافظ جدرانها على نفس درجة الحرارة نتيجة لتماسها مع البلاتين المصهورمنبعـــا ضوئيا .

تساوي واحدة شدة الضوء التي تدعى قنديل ( Condle ) 1/ 60 من شدة الضوء الذي يشعه العيار الضوئي المشار اليه بشكل ناظمـــي من مساحة قدرها 1/60 سم 2 .




1 - بلاتين

2 - انبوبة من اكسيد الثوريوم المسخن .

3 - وعاء من اكسيد الثوريوم المسخن .

4 - مسحوق غامر من اكسيـد الثوريوم .

5 - وعاء من الكوارتز .

شكل 4.6

تدعى واحدة قياس التدفق الضوئي باللومن ( *lumen* ) وتساوي التدفق الذي يرسله منبع ضوئي شدته 1 قنديل ضمن زاوية مجسمة قدرها 1 ستيراديان . واذا كانت شدة المنبع الضوئي قنديلا واحدا في أي اتجاه ، فان التدفق الضوئي الاجمالي يساوي $4\pi\, lm = 12,5\ lm$ . ويشع العيار الضوئي الجديد وفق اتجاه ناظمي من مساحة قدرها 1 سم$^2$ تدفقا يساوي $60\ lm/sr$ .

تدعى واحدة قياس الاضاءة لكسا ( *lux* ) وتساوي الاضاءة الموافقة لتدفق قدره 1 لومن موزع بانتظام على مساحة 1 م$^2$ .

$$1\ lx = 1\ lm/m^2$$

وهكذا يكون اللكس الواحد مساويا الاضاءة الناشئة عن سطح كرة نصف قطرها 1 م ، يوجد في مركزها منبع يشع شدة قدرها قنديلا واحداً بشكل منتظم في جميع الاتجاهات .

يعبر عن الضياء كما هو الحال في الاضاءة باللومن /م2 . ولكن ينتسب المقدار في هذه الحالة الى التدفق الصادر عن المنبع وليس الى التدفق الوارد على المستقبل .

يستخدم كواحدة لقياس السطوع ، سطوع السطح الذي يعطي شدة ضوئية مقدارها قنديلا واحدا من كل متر مربع في اتجاه ناظمي على ذلك السطح . وبهذا الشكل تكون واحدة السطوع قنديلا/م$^2$ .

بالاضافة الى واحدة السطوع المذكوره ، تصادف في المراجع العلمية مجموعة من الواحدات نوردها في الآتي :

| التسمية | الرمز | القيمة بالقنديل/م |
|---|---|---|
| نت Nit | Nit | 1 |
| ستيلب stilb | sb | $10^4$ |
| ايبوستيلب Apostilb | asb | $\frac{1}{}$ |
| لامبرت Lambert | lb | $\frac{10^4}{}$ |

والنت ليس إلا تسمية اخرى للقنديل / م$^2$ . والستيلب هو سطوع سطح يعطي شدة ضوئية مقدارها 1 قنديل/سم$^2$ . ويرتبط المغزى الفيزيائي للايبوستيلب واللامبرت بسطوع مشتت مثالي تنشأ عليه اضاءة محددة .

يدعى السطح الذي يشتت التدفق الضوئي الوارد عليه بشكل كامل

ومنتظم وفق جميع الاتجاهات بالمشتت المثالي ، أي أنه يحقق قانون لامبرت (لايتعلق سطوعه بالاتجاه ) . ويشتت المشتت المثالي الذي تبلغ اضاءته لكسا واحدا من كل متر مربع في جميع الاتجاهات جميع الضوء الساقط عليه ، أي 1 لومن من كل كتر مربع .

هكذا يملك المشتت المذكور استنادا الى العلاقة $S = \pi B$ سطوعا مقداره $\frac{1}{\pi} = 0,318\ cd/m^2$ . وبالتالي نستطيع أن نكتب المساواة $1\ asb = 0,318\ cd/m^2$ ، وهذه القيمة هي سطوع مشتت مثالي اضاءته لكسا واحدا .

ويعني اللامبرت سطوع مشتت مثالي تكونت عليه اضاءة مقدارها $1\ lm/cm^2 = 10^4\ lx$ . ويتفاوت سطوع المواد المضيئة بشكل كبير ، ويعطي الجدول 4.2 فكرة عن ذلك . ويعبر عن شدة الاضاءة ، كما هو الحال في السطوع بالقنديل / م$^2$ .

| السطوع بالقنديل / م$^2$ | المنبع الضوئي |
|---|---|
| $\sim 10^{-4}$ | السماء في الليالي الغير مقمرة |
| $10^{3}$ | مصباح النيون |
| $1,5.10^{4}$ | السماء الصافية في النهار |
| $1,5.10^{8}$ | فوهة القوس الفحمية العادية |
| $1,5.10^{9}$ | الشمس |
| $10^{11}$ | المصباح الستروبوسكوبي الوماض(*) |

جدول 4.2

إذا أمكن امتلاك عيار ما يعطي تدفقا ضوئيا محددا معبرا عنه باللومنات ، فان ذلك يمكننا بنفس الوقت من تحديد هذا التدفق بالواطات، وبالتالي ايجاد علاقة بين الواحدات الضوئية والطاقية ولكن يجب الإنتباه الى أن التباين الشديد في حساسية العين للأطوال الموجية المختلفة ، يؤدي الى كون المقارنة المذكورة تميز فقط اقتصادية العيار المستعمل ، ولا يمكن لهذه المقارنة من اعطاء أية معلومات حول الحساسية الطاقية للعين . وبالتالي يستخدم مضروب الانتقال (التحويل) الذي يحدد بالواطات الاستطاعة الضرورية للحصول على احساس ضوئي يحدثه تدفق قدره 1 لومن ، مقاس من اجل مجال ضيق للاطوال الموجية .

(*) (stroboscope) منظار دوامي يرى به الجسم الدائر بنفس السرعة وكأنه ساكن .

وموافق للحساسية العظمى للعين ، وعلى وجه التحديد من اجل الطول الموجي $\lambda = 0,555\ \mu$ . ويدعى مضروب التحويل $A$ "بالمعادل الميكانيكي للضوء" ، ويساوي وفق القياسات الحديثة: $A = 0,0016\ w/lm$
ونظرا لصعوبة قياس قيمة $A$ وضرورة أخذ المتوسط لمعطيات العديد من المراقبين ، فان الدقة في تعيين قيمة $A$ لاتتجاوز 2ـ3٪ .

ويتضمن الجدول 4.3 مقارنة بين الواحدات الضوئية والواحدات الطاقية .

| المقدار | الرمز | الواحدة | رمز الواحدة | الواحدة الطاقية المقابلة | |
|---|---|---|---|---|---|
| التدفق | $\Phi$ | لومن | $lm$ | $w$ | واط |
| الشدة | $J$ | قنديل | $cd$ | $w/sr$ | واط/ستيراديان |
| السطوع | $B$ | قنديل/م$^2$ | $cd/m^2$ | $w/sr\,m^2$ | واط/ستيراديان.م$^2$ |
| الضياء | $S$ | لومن/م$^2$ | $lm/m^2$ | $w/m^2$ | واط/م$^2$ |
| الاضاءة | $E$ | لكس | $lux$ | $w/m^2$ | واط/م$^2$ |

جدول 4.3

وتعطي جملة المفاهيم والمقادير الفوتومترية التي يعبر عنها بواحدات تتفق مع القياسات المجراة ، الامكانية لوصف تأثير الضوء على أجهزتنا ومستقبلاتنا المستخدمة .

## ــ القياسات الضوئية (Photometry) :

تقسم القياسات الضوئية الى قسمين : آـ موضوعية (وهي التي تجري بمساعدة الأجهزة دون اشراك العين ، كالخلايا الضوئية مثلا) بـ ذاتية أو بصرية (وهي التي تتم بها القياسات على أساس مشاهدات العين) .

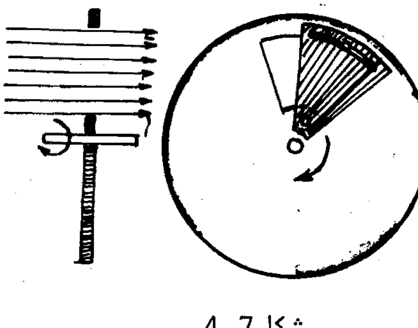
تطورت القياسات الضوئية الموضوعية في السنوات الاخيرة بشكل كبير ، وضيقت على القياسات المجراة على أساس المشاهدة . ونشير هنا الى أن جميع هذه القياسات تعتمد على التناسب الطردي بين شدة التيار الكهربائي المتولد في الخلية الكهرضوئية وبين التدفق الضوئي الذي تمتصه الخلية . وهكذا يمكن بشكل مباشر تدريج سلم الجهاز الموصول مع الخلية والذي يقيس شدة التيار الكهربائي بواحدات القياس الضوئية المناسبة (كالكس مثلا) .

تجري القياسات الذاتية باستخدام العين مباشرة . وأثناء اجراء مثل هذه القياسات يجب أن ندرك أن العين تستطيع أن تحدد تساوي اضاءة سطحين متلاصقين ، بشكل جيد ، ولكنها تقدر بشكل خاطىء عدد المرات التي تكون بها اضاءة أحد السطحين اكبر من اضاءة السطح الآخر . ولهذا السبب تصمم الأجهزة التي تستخدم لمقارنة منبعين ضوئيين (والتي تدعى فوتومترات) بحيث يكون دور العين مقصور على تقدير تساوي اضاءة سطحين متجاورين يضيؤهما المنبعان الخاضعان للمقارنة . ولتحقيق التساوي بين الاضاءتين المدروستين ، تستخدم طرق استقبال مختلفة . وتعتمد هذه الطرق على تخفيض الاضاءة التي يسببها المنبع الأشد ضياء . ويعتبر تخفيض الاضاءة الذي يتم بابعاد المنبع عن المستقبل ، من حيث المبدأ ، أبسط الطرق المتبعة . وتطبق في هذه الحالة العلاقة التالية :

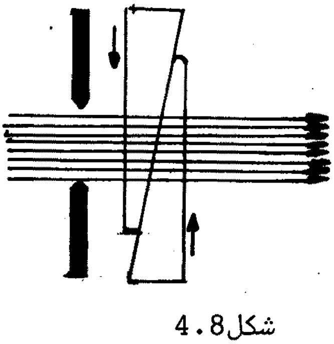
$$\frac{J_1}{J_2}=\frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad (18\text{-}1)$$

حيث $r_1$ و $r_2$ بعدا المنبعين عن المستقبل .

ويقتضي عدم امكانية التحكم في تغيير نسبة المسافة في مجال كبير ، اتباع طرق اخرى لاضعاف التدفق الضوئي . ونذكر من هذه الطرق تخفيض التدفق بواسطة مرشح (فلتر) متغير السماكة يقوم بامتصاص الضوء (اسفين الامتصاص ، الشكل 4.7) . أو بواسطة شبكات تكون نسبة ابعاد اسلاكها الى ثقوبها متغيرة وفقا لمتطلبات القياس . وتوضع هذه الشبكات على قطاع متغير الاتساع من قرص دوار حول محور (الشكل 4.8) .



شكل 4.7



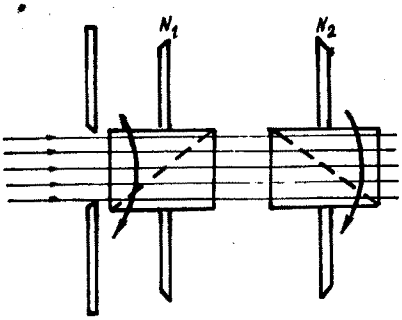
شكل 4.8

وتتم عملية اضعاف الضوء كذلك بواسطة جملة مواشير استقطاب (شكل 4.9) .

يدخل ضمن استخدام الطرق المذكورة بعض التحفظات ، لأن قانون التربيعات العكسية صحيح من أجل المنابع النقطية فقط (انظر الفقرة 17) . ويجب أن تمتص المرشحات المستعملة الأضواء من مختلف الاطوال الموجية بنفس النسبة (مرشحات محايدة ) .

عند تساوي الاضاءتين اللتين يحدثهما المنبعان الخاضعان للمقارنة يمكن ايجاد العلاقة بين شدتي هذين المنبعين :

$$\frac{J_1}{J_2} = K$$




شكل 4.9

واذا كانت شدة ضياء أحد المنبعين معلومة (منبع عياري ) فاننا نستطيع بالطرق الآنفة الذكر قياس شدة ضياء المنبع الآخر وفق اتجاه مختار . ويمكن حساب التدفق الضوئي لمنبع ما بقياس شدة المنبع وفق مختلف الاتجاهات ، ويمكن كذلك حساب الاضاءة .. الخ . ويعتبر تقرير تساوي الاضاءة بواسطة العين دقيقا بشكل كاف إذا كان الحقلان المضاءان يملكان نفس اللون . وتكون المقارنة صعبة في الحالة المغايرة أو بالأحرى ليس لها معنى . ولكي نقارن منبعين يصدران لونين مختلفين ، يجب الانطلاق من تعريف تساوي الاضاءة الذي يعتمد على الملاحظات البسيكوفيزيالوجية المختلفة التي تدخل أصلا في أساس مثل هذه القياسات ،فعلى سبيل المثال تختفي ظاهرة الوميض أثناء الاضاءة بضوء متقطع يملك شدات مختلفة والوان مختلفة ) .

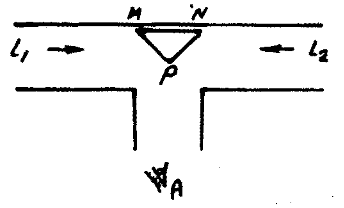
وتوجد قياسات ضوئية تسمح بتحديد التدفق الضوئي الكلي بشكل مباشر ، وبالتالي شدة الضياء الكروية الوسطى للمنبع (المقياس الضوئي الكروي integrator) . واضاءة السطح ، وسطوع المنبع ... الخ .

يوجد في كل مقياس ضوئي حقل ما يضيىء أحد المنبعين جزءا منه ويضيىء الجزء الاخر المنبع الثاني . ويركز الاهتمام في هذه الحالة بحيث يضاء الجزءان المتقاربان لحقل الفوتومتر من المنبعين الموافقين بنفس الزاوية ، بالاضافة الى أن عين المشاهد يجب أن تنظر الى الجزءين بنفس الزاوية . ويعرض الشكل 4.10 كيفية تحقيق ذلك في

في أحد نماذج الفوتومترات البسيطة .

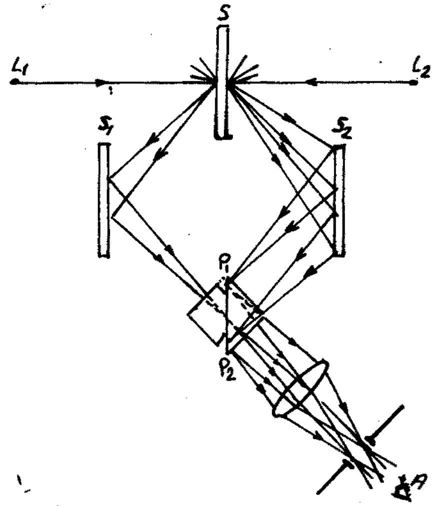
ويلاحظ أن تكوين الفوتومتر المذكور بسيطا جدا . فعين الناظر $A$ تراقب موشورا ثلاثيا أبيض اللون $MPN$ موضوع ضمن انبوبة سوداء ، مضاء بالمنبعين $L_1$ و $L_2$ .

وبتغيير المسافة بين المنبعين والموشور يمكن الحصول على اضاءة متساوية لوجهي الموشور $MP$ و $PN$ . ولتسهيل قياس البعدين $L_1P$ و $L_2P$ تركب أقسام الجهاز على جسر ضوئي .

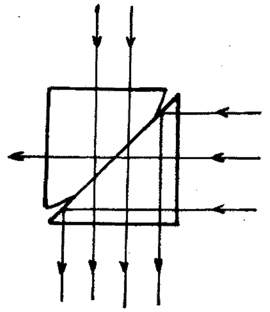


شكل 4.10

ويتمتع الفوتومتر المدعو بفوتومتر لومير - برودهن بدقة جيدة . ويعتبر الجزء الهام في المقياس المذكور مكعب لومير الذي يلعب الدور الاساسي في كثير من الفوتو مترات الاخرى . ويتألف مكعب لومير (الشكل 4.11) من موشورين قائمين والوجه الوتري لأحد هذين الموشورين مستوي في المركز فقط ، بينما تصنع



شكل 4.12


شكل 4.11

حوافه بشكل منحني كما هو مبين في الشكل . ويصقل الموشوران السابقان بشكل جيد ، ويضغطان على بعضهما بشكل محكم ، بحيث يمكن اعتبارهما

في منطقة الالتصاق قطعة واحدة (تماس ضوئي) .

ويعرض الشكل 4.12 مخططا لفوتومتر يستخدم فيه مكعب لومير . ويمثل $L_1$ و $L_2$ المنبعين الضوئيين المتقارنين ، و $S$ شاشة بيضاء ناشرة للضوء يفترض أن وجهيها مثاليان ، $S_1$ و $S_2$ مرآتان مساعدتان $P_1P_2$ مكعب لومير ، و $A$ عين الناظر ، $V$ عدسة مقربة تسمح بالتصويب على سطح انشطار المكعب .

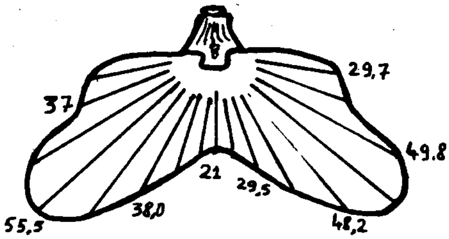
ونرى أثناء ملاحظة مركز المكعب الذي تضيئه الاشعة الصادرة عن المنبع $L_1$ والجزء الخارجي للحقل الذي تضيئه الاشعة الصادرة عن $L_2$ ، هذه الاشعة التي تعاني انعكاسا داخليا كليا على السطح $P_1P_2$ . فاذا كانت الاضاءة على وجهي الشاشة $S$ متساوية ، فان الحدود بين الحقلين تختفي . وبتحديد البعدين الموافقين $L_{1S}$ و $L_{2S}$ يمكن ايجاد النسبة بين شدتي ضياء المنبعين . ويعتبر السؤال المهم في التقنية الضوئية ايجاد أفضل اضاءة لسطح معين أو لمكان عمل ما (القراءة ، الرسم ، الخياطة ...الخ) .

تقاس الاضاءة كما ذكرنا سابقا بعدد اللكسات . وقد أقر عمليا توفير اضاءة لطاولات المكاتب ، من اجل أي عمل كان لاتقل عن عشرة لكسات . وهذه الاضاءة المريحة للقيام بعمل الخياطة مثلا ، تساوي الاضاءة التي يحدثها ضوء النهار المنتشر والمساوية تقريبا عشرة لكسات . ويستطيع الانسان أن يقرأ في اضاءة من رتبة لكس واحد ولكن ذلك يجهد العين . وتكون الاضاءة ليلا عندما يكون القمر بدرا من رتبة 0,2 ـ 0,1 لكس ، وهذه الاضاءة كافية للطيارين للقيام بعمليات في الغارات الجوية . ولذلك لايسمح في حالة الحرب إلا باضاءة من رتبة اجزاء من الألف من الكس (سماء صافية بدون قمر) . ويمكن الاهتداء ليلا بصعوبة عندما تكون الاضاءة من رتبة $10^{-4}$ لكس .

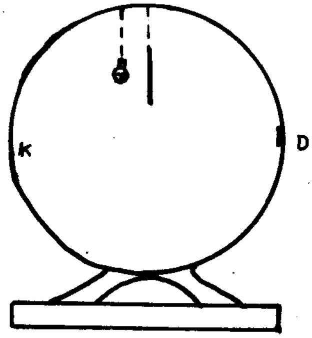
ويوجد نماذج خاصة من الفوتومترات مكيفة بحيث تسمح بتقدير الاضاءة بشكل مباشر (الكسمترات) . ويستعمل في الوقت الحاضر خلية ضوئية بمثابة لكسمتر درّج سلمه بحيث يعطي قيمة الاضاءة مباشرة .

تعطي المنابع النقطية فقط شدة ضياء متساوية في جميع الاتجاهات وبالتالي يمكن دراسة ميزات مثل هذه المنابع باجراء القياسات على جسر ضوئي وفق اتجاه واحد فقط. أما في حالة المنابع الحقيقية (الحجمية)

فان شدة ضيائها تختلف باختلاف الاتجاه ، وبالتالي تتطلب دراسةخواص هذه المنابع بشكل كامل اجراء القياسات في مختلف الاتجاهات . ويكون مخطط هذا النوع من القياسات (في الاحداثيات القطبية ) مميز جـــدا (انظر الشكل 4.13) . وفي الحالات التي يكون فيها المنبع الضوئـــي على شكل مصباح موضوع في هيكل ما ، يأخذ التوزع البياني للضياءشكلا غير متماثل (مصباح السيارة مثلا) .




شكل4.13




شكل 4.14

وتكفي في كثير من الحالات معرفة شدة الضوء الكروية الوسطية ، أي معرفة التدفق الكلي الذي يشعه المنبع دون التعرض الى توزعـه في الاتجاهات المختلفة . ويمكن اجراء مثل هذه القياسات بواسطـة اجهزة تدعى بالفوتومترات التكاملية . ويعتبر الفوتومتر الكروي أحـــد هذه الاجهزة ، حيث يعلق المنبع المدروس داخل الكرة $K$ (الشكل4.14) التي طلي سطحها الداخلي بطلاء أبيض خشن ، وتحجب الشاشة البيضاء الغير مصقولة الورود المباشر للأشعة الضوئية من المنبع الى الثقب $O$ . فاذا خضع انعكاس الأشعة الضوئية على السطح الداخلي للكرة $K$ الى قانون لامبرت ، فان الاضاءة $E$ للثقب $O$ يجب أن تتناسب مـــع التدفق الكلي $\Phi$ للمصباح . أي :

$$E = c\,\Phi \qquad (18\text{-}2)$$

حيث $c$ مضروب تناسب ، يتعلق بأبعاد الكرة ونوع الطلاء . ويحـــدد هذا المضروب بطريقة تجريبية ، وذلك بتبديل المنبع الضوئي المدروس بمنبع عياري . ويغطى الثقب $O$ عادة بصفيحة من مسحوق الزجاج .

ولقياس $E$ يحدد سطوع الصفيحة المذكورة بواسطة فوتومتر عادي .

وتستعمل عادة كرة اولبرفت التي يتجاوز قطرها 1 م ، وأحيانا كرات أقطارها أكبر من هذه القيمة .

وتعتبر طريقة "الاطفاء" من افضل الطرق الذاتية المتبعة لقياس أضعف سطوع يمكن الاحساس به . وتعتمد الطريقة المذكورة على المقدرة الجيدة للعين في تحديد عتبة السطوع (أي اقل سطوع يمكن للعين المرتاحة ادراكه) . وقد اتضح أن قيمة العتبة تبقى ثابتة من اجل أي مراقب كان . وتتلخص طريقة الاطفاء بتخفيض السطوع الملاحظ بأحدى الطرق المذكورة حتى قيمته العتبية . وبمعرفة عدد المرات التي تم بها تخفيض السطوع يمكن معرفة السطوع البدئي . وتمكن هذه الطريقة من تقدير سطوع لايتجاوز جزء من عشرة آلاف من القنديل/ م $^2$ .

# مسائل وتطبيقات

1 ـ مكشاف ضوئي (برجكتور) مجهز بمرآة مقعرة مصححة من الزيغ الكروي ، بعدها المحرقي $f = 100\ cm$ ، وقطر فتحتها $D = 100\ cm$ . تستعمل كمنبع ضوئي في المكشاف فوهة قوس كهربائية ، يمكن اعتبارها قرصا قطره 4 مم ، ينطبق مركزه على محور المرآة . فاذا علمت أن سطوع الفوهة 18 قنديل/م$^2$ ، ويخضع اشعاعها لقانون لامبرت . يطلب تحديد الشدة الضوئية الكروية المتوسطة للمنبع . وشدة الضوء وفق محور المكشاف (يهمل تأثير الحجب الذي تسببه القوس الكهربائية) .

ـ تعطى الشدة الكروية الوسطى بالقانون :

$$\langle J \rangle = \frac{\Phi}{4\pi}$$

حيث $\Phi$ التدفق الكلي .

بما أن المنبع لامبرتي ، يكون $S = \pi B$

$$\Phi = S \cdot \sigma' \Rightarrow \Phi = \pi B \sigma'$$

حيث $\sigma'$ سطح القوس الكهربائية .

$$\Phi = \pi \cdot 10^8 \pi (2 \cdot 10^{-3})^2 = 4\pi^2 \cdot 10^2\ lm$$

$$\langle J \rangle = \frac{4\pi^2 \cdot 10^2}{4\pi} = \pi \cdot 10^2\ cd\ .$$

إن جميع التدفق الوارد من القوس الكهربائية الى المرآة ينعكس بكامله ( انظر الشكل 1.1) ، وتكون الشدة :

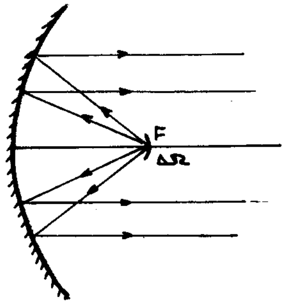
$$J = \frac{\Phi}{\Delta\Omega} \quad , \quad \Delta\Omega \cdot f^2 = \sigma$$

حيث $\sigma$ سطح المرآة .

$$J = \frac{\Phi f^2}{\sigma} = \frac{\Phi f^2}{\pi (\frac{D}{2})^2} =$$

$$= \frac{4\pi^2 \cdot 10^2 \cdot f^2}{\pi \frac{D^2}{4}} =$$

$$= 16\ \pi \cdot 10^2\ cd$$

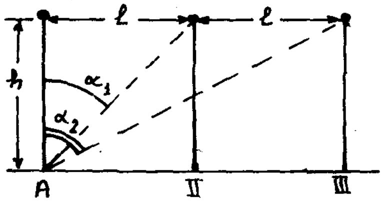


شكل 1.1

2 ـ ثلاثة مصابيح معلقة على ثلاثة أعمدة ، ارتفاع كل منها عن سطح الارض 4 م وتقع على استقامة واحدة ، ويفصل بين كل اثنين متوالين 20 م (الشكل 2.1) . فاذا علمت أن الاستطاعة المستهلكة

في كل مصباح $N_0 = 1\,K\,watt$ . جد الاضاءة في نقطة على سطح الارض واقعة تحت المصباح الاول ،مع العلم أن تدفق الاشعاع الطاقي لكل مصباح $\Phi = 15.10^3\ lm$ . واحسب مساهمة كل من المصباحين الاول والثالث في اضاءة تلك النقطة .

ـ تعطى الاضاءات الناتجة عن المصابيح الثلاث في النقطة المعنية $A$ بالعلاقات :



شكل 2.1

$$E_1 = \frac{J}{R^2} = \frac{J}{h^2}$$

$$E_2 = \frac{J\cos\alpha_1}{\sqrt{\ell^2+h^2}} = \frac{Jh}{(\ell^2+h^2)^{3/2}}$$

$$E_3 = \frac{J\cos\alpha_2}{\sqrt{4\ell^2+h^2}} = \frac{Jh}{(4\ell^2+h^2)^{3/2}}$$

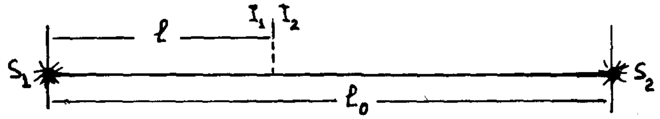
$$J = \frac{\Phi}{4\pi^2} \quad , \quad \ell = 20\,m \quad , \quad h = 4\,m$$

$$E = E_1+E_2+E_3 = \frac{\Phi h}{4\pi}\left(\frac{1}{h^3}+\frac{1}{(\ell^2+h^2)^{3/2}}+\frac{1}{(4\ell^2+h^2)^{3/2}}\right) = 75\,lx$$

مساهمة المصباح الاول : $\beta_1 = \frac{E_1}{E} = 75\%$

مساهمة المصباح الثالث : $\beta_2 = \frac{E_3}{E} = 0{,}1\%$

3 ـ مصباحان كهربائيان شدتا ضوئيهما $J_1 = 15\ cd$ و $J_2 = 60\ cd$ . واقعان على مسافة $\ell = 180\ cm$ من بعضيهما . على أي بعد من المصباح الأول وعلى الخط الواصل بين المصباحين ، يجب وضع ورقة عليها بقعة من الزيت بحيث لا نتمكن من رؤية البقعة .(الشكل 3.1) .



شكل 3.1

ـ لا نتمكن من رؤية البقعة إذا كانت الاضاءة على جانبي الورقة متساوية : $E_1 = E_2$ .

$$\frac{J_1}{\ell^2} = \frac{J_2}{(\ell_0-\ell)^2}$$

ومنه

$$\ell = \frac{\ell_0}{\pm\sqrt{\frac{J_2}{J_1}}-1} = \frac{180}{3} = 60\ cm$$

نرفض الجذر السالب .

4 ـ يوضع مصباح كهربائي في قمة مخروط زاويته المجسمة $1,2\ sr$ ستيراديان . فإذا كان التدفق الضوئي الذي يخرج من المخروط يساوي $\Phi = 60\ lm$ ، جد شدة الضوء $J$ . وجد التدفق الضوئي الكلي الذي يصدره المصباح .

ـ $\Delta\Phi = J\,\Delta\Omega \quad , \quad J = \frac{\Phi}{\Omega} = 50\ cd$

التدفق الكلي $\Phi = 4\pi J = 200\ \pi\ lm$

5 ـ يبلغ المنح الضوئي لمصباح كهربائي $\eta = 18,8\ lm/watt$ (نسبة التدفق الضوئي الاشعاعي الى الاستطاعة المستهلكة من الدارة الكهربائية) . يصدر المصباح من الفضاء المحيط به $N = 12\ K\ Joul/h$ (كيلو جول / ساعة) من الطاقة الضوئية . جد شدة الضوء لهذاالمصباح وعامل التحويل الميكانيكي الضوئي ،إذاكان استهلاك الطاقة الكهربائية من قبل المصباح $N_0 = 100\ watt$ .

ـ بما أن $\Phi = 4\pi J$ و $\eta = \frac{\Phi}{N_0}$ تعريفا . فإن

$$\eta = \frac{4\pi J}{N_0}$$ ومنه

$$J = \frac{N_0\,\eta}{4\pi} = \frac{100\cdot 18,8}{4\pi} = 150\ cd$$

$$\Phi = 4\pi J = 1880\ lm$$

عامل التحويل الميكانيكي $A$ :

$$A = \frac{N}{\Phi} = \frac{1200}{3600\cdot 1880} = 0,18\ watt/lm$$

6 ـ يتلقى المتر المربع الواحد من سطح الارض المضاء بنور الشمس في حالة الورود الناظمي تدفقا مقداره 1,35 كيلو واط ، وذلك باهمال امتصاص الغلاف الجوي .

آ ـ احسب التدفق الذي يصدره $1m^2$ من سطح الشمس ، معتبرا أن الشمس تصدر اشعاعها وفق قانون لامبرت . حيث أن القطر الزاوي للشمس الذي نقدره من الارض يساوي $2\alpha = 32'$ .

ب ـ احسب مقدار الخسارة في كتلة الشمس في الثانية الواحدة نتيجة للاشعاع ، معتبرا أن المسافة بين الشمس والارض $15.10^7 Km$ .

جـ ـ نعتبر أن سطح الارض يشتت بشكل منتظم الجزء $\rho$ من التدفق الاشعاعي الوارد ، احسب سطوع سطح الارض .

ـ بما أن الشمس تشع وفق قانون لامبرت ، فان سطوعها يكون ثابتا $B = const$ . وهكذا تكون الانارة :

$$S = \frac{\Phi}{\sigma} = B.\pi$$

حيث $\sigma$ سطح قرص الشمس .

إن التدفق الذي يرسله عنصر السطح $d\sigma$ من الشمس ضمن الزاوية $d\Omega$ والذي يرد ناظميا على العنصر $d\sigma'$ من سطح الارض الواقع على بعد $r$ من الشمس يعطى بالشكل :

يعرف السطوع بالعلاقة

$$B = \frac{d^2\Phi}{d\sigma \cdot d\Omega \cos i}$$

حيث $i$ الزاوية بين الناظم على السطح ومحور الزاوية المجسمة $d\Omega$.

$i = 0$ ومنه $\cos i = 1$ ، والتدفق

$$d^2\Phi = B.d\Omega.d\sigma$$

غير أن $d\Omega = \frac{d\sigma'}{r^2}$ وبالتالي :

$$d^2\Phi = B.d\sigma'.\frac{d\sigma}{r^2}$$

ومنه

$$\frac{d^2\Phi}{d\sigma'} = dE = B\cdot\frac{d\sigma}{r^2}$$

نأخذ الاضاءة الكلية :

$$E = B\cdot\frac{\sigma}{r^2} = \frac{\pi}{4}B\left(\frac{D}{r}\right)^2 = \frac{\pi}{4}\cdot B(2\alpha)^2$$

$$E = \pi B\alpha^2$$

وبالتالي :

$$S = \frac{E}{\alpha^2} = \frac{1,35 \cdot 10^3}{\left(\frac{16}{60} \cdot \frac{\pi}{180}\right)^2} \approx 6,32 . 10^7 \ Watt/m^2$$

ب ـ إن مقدار الاشعاع الكلي يساوي الى الاشعاع الذي يصل الى سطح كرة نصف قطرها ٢ البعد بين الارض والشمس :

$$\Phi = 1,35 . 10^3 . 4\pi \ (15)^2 . 10^{20} \approx 3,815 . 10^{26} \ watt$$

ومنه يكون مقدار نقصان الكتلة

$$\Delta m = \frac{\Delta W}{c^2} = \frac{3,815 \cdot 10^{26}}{(3 \cdot 10^8)^2} \approx 0,424 \cdot 10^{10} \ Kg$$

وهذا يوافق نقصان في كتلة الشمس مقداره $1,4.10^{13}$ طن كل عـــام ( إن كتلة الشمس تقدر بحوالي $2.10^{27}$ طن ) .

جـ ـ يشع سطح الارض الذي يتلقى تدفقا مقداره $d\Phi$ الى الوســـط الخارجي التدفق $d\Phi' = \rho \, d\Phi$ . وبالتالي يكون :

$$S' = \frac{d\Phi'}{d\sigma'} = \rho \frac{d\Phi}{d\sigma} = \rho E$$

ومنه ، يكون سطوع الارض :

$$B' = \frac{\rho E}{\pi}$$

7 ـ آ) منبع ضوئي نقطي شدة ضوئه $J = 100$ cd موضوع فــي محرق مكشاف ، نصف قطر تقوس مرآته $R = 2$ m . توضع على مسافة $\ell = 5$ m من المنبع الضوئي شاشة $A$ ، مستويها عمودي على المحور البصري للمكشاف .

جد الاضاءة في نقطة من الشاشة تقع على المحور البصري ، اذا كان ضياع الطاقة الضوئية اثناء الانعكاس يساوي 25٪ من الطاقة الواردة الى المرآة ( $\alpha = 0,25$ ) .

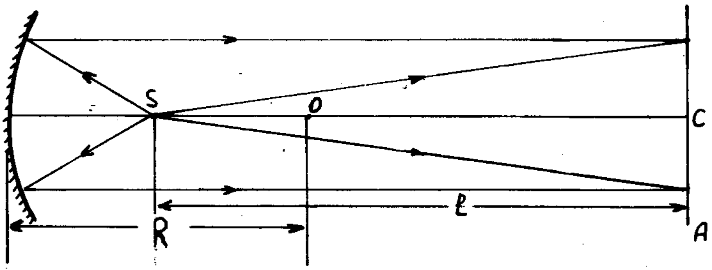
ب) حل المسألة السابقة عندما يوضع المنبع على بعد $d = 1,5$ m من المكشاف .

جـ) اعد حل المسألة من اجل بعد للمنبع عن المكشاف يساوي 0,5 m .

ـــ إن الاضاءة في النقطة المعنية C (الشكل 7.1) تساوي مجموع الاضاءة المباشرة $E_1$ التي يسببها المنبع ، والاضاءة $E_2$ التي يحدثها الضوء المنعكس عن المرآة : $E = E_1 + E_2$

$$E_2 = \frac{\Phi'}{\sigma} = \frac{\Phi(1-\alpha)}{\sigma} \quad , \quad E_1 = \frac{J}{\ell^2}$$

حيث $\Phi'$ التدفق الضوئي المنعكس عن المرآة ، و $\Phi$ التدفق الوارد




شكل 7.1

من المنبع الى المرآة ، $\sigma$ سطح صغير من الشاشة الى جوار المحور البصري للمكشاف .

إن التدفق الوارد الى مساحة موافقة من المكشاف $\Phi = \Omega J$ ، حيث $\Omega$ الزاوية المجسمة المساوية عدديا الى نسبة سطح القبة الكروية ذات نصف القطر $\frac{R}{2}$ على مربع هذه المسافة . ويمكن من اجل مساحة صغيرة $\sigma$ اعتبار سطح القبة الكروية مساويا لهذه المساحة عندئذ :

$$E_2 = \frac{4(1-\alpha)J}{R^2} \quad , \quad \Omega = \frac{\sigma}{(R/2)^2} = \frac{4\sigma}{R^2}$$

و

$$E = E_1 + E_2 = J\left[1 - \ell^2 + 4(1-\alpha)/R^2\right] = 79 \ lux$$

ب) إن الاضاءة المباشرة التي يحدثها المنبع :

$$E = \frac{J}{\ell^2} = 4 \ lux \ .$$

لكي نعين الاضاءة التي يحدثها الضوء المنعكس ، يجب أن نوجد موضع خيال المنبع الذي تشكله مرآة المكشاف (الشكل 7.2) .نستفيدمن دستور المرايا الكروية :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$$

ومنه

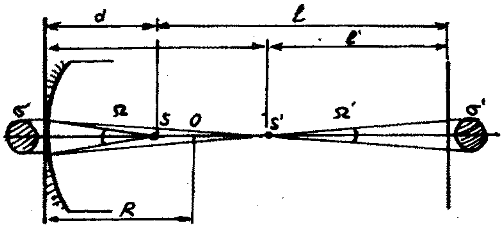
$$d' = 3 \ m$$

وهكذا تكون المسافة بين الخيال الحقيقي للمنبع $S'$ والشاشة مساوية :

$$\ell' = (\ell + d) - d' = 3,5 \ m$$

بالأخذ بعين الاعتبار ضياع الطاقة نتيجة الانعكاس ، يكون: $\Phi' = (1-\alpha)\Phi$
نورد الحل بطريقتين :

1) ان التدفق الضوئي $\Phi$ الصادر عن المنبع ضمن الزاوية المجسمة $\Omega$ ينعكس على المرآة معطيا التدفق $\Phi'$ ، ويرد الى الشاشة ضمن




شكل 7.2

الزاوية المجسمة $\Omega'$ ، وبالتالي تعين نسبة اضاءة المنطقة المركزية من $\sigma'$ بواسطة الضوء المنعكس إلى اضاءة المنطقة المركزية $\sigma$ من المكشاف بواسطة ضوء المنبع بالعلاقة :

$$\frac{E}{E'} = \frac{\Phi'/\sigma'}{\Phi/\sigma} = (1-\alpha)\frac{\sigma}{\sigma'} = (1-\alpha).\left(\frac{d'}{l'}\right)^2$$

وبما أن $E = \frac{J}{d^2}$ يكون :

$$E' = J(1-\alpha)\left(\frac{d'}{l'd}\right)^2 = 24,5 \ lux$$

2) إن الاضاءة الناتجة عن المنبع $S'$ (خيال المنبع $S$ ) ضمن الزاوية المجسمة $\Omega'$ توافق الاضاءة الناتجة عن منبع شدة ضوئه $J' = \frac{\Phi'}{\Omega'}$ و $\Phi' = (1-\alpha)\Phi$ حيث $\Phi = J\Omega$ .

وهكذا يكون :

$$J' = J(1-\alpha)\frac{\Omega}{\Omega'} = J(1-\alpha)\left(\frac{d'}{d}\right)^2$$

ومنه تعطى اضاءة مركز الشاشة بالعلاقة

$$E' = \frac{J'}{l'^2} = J(1-\alpha)\left(\frac{d'}{l'd}\right)^2$$

ونحصل على الاضاءة الكلية بجمع الاضاءتين السابقتين :

$$E = E_1 + E' = 24,5 + 4 = 28,5 \ lux$$

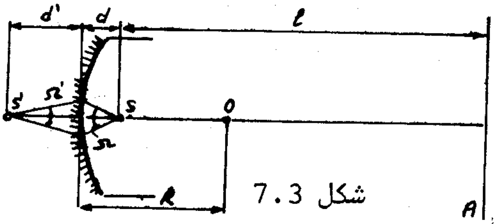
ج) إن الاضاءة التي يحدثها المنبع مباشرة تعطى ، كالسابق :

$$E_1 = \frac{J}{\ell^2} = \frac{100}{5^2} = 4 \ lux$$

لتعيين الاضاءة الناتجة عن الانعكاس نتبع الاسلوب السابق ، غير أن خيال المنبع في هذه الحالة يكون وهميا (الشكل 7.3). نعين موقع هذا الخيال :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} \implies d' = -1 \ cm$$

إن الاضاءة الناتجة عن الخيال الوهمي تماثل اضاءة منبع شدة ضوئه




شكل 7.3

$J' = \frac{\Phi'}{\Omega'}$ حيث $\Phi' = (1-\alpha)\Phi$ و $\Phi = J\Omega$ . وبالتالي

$$J' = J(1-\alpha)\frac{\Omega}{\Omega'} = J(1-\alpha)\left(\frac{d'}{d}\right)^2$$

وهكذا تكون الاضاءة في مركز الشاشة والناتجة عن الانعكاس :

$$E' = \frac{J'}{(\ell + |d'| + d)^2} = J(1-\alpha)\left[\frac{d'}{d(\ell + |d'| + d)}\right]^2 =$$
$$= 7,1 \ lux$$

الاضاءة الكلية :

$$E = E_1 + E' = 11,1 \ lux .$$

# الفصل الخامس

## الاستقطاب

### 19 ـ استقطاب الضوء .

يمكن أن يتخذ الشعاع الكهربائي $\vec{E}$ للموجة الضوئية مناحي مختلفة في الفضاء ، ويمكن ايضا أن تملك تغيراته الدورية في مستوي معامد لاتجاه انتشار الضوء صفات مختلفة . فعلى سبيل المثال يكون الشعاع للموجة المستوية معامدا لاتجاه انتشارها ، ويتغير توافقيا (جيبيا) محتفظا بمنحاه في أي مستوي عرضي . وبعبارة اخرى يغير الشعاع $\vec{E}$ في نقطة معطاة من الفضاء طويلته من $E_0$ الى $-E_0$ وفق اتجاه محدد وتدعى الموجة من الشكل المذكور بالموجة المستقطبة خطيا . اذا حقق الشعاع $\vec{E}$ حركة دورانيـــة في مستوي معامد لاتجاه الانتشار ، فان الموجة تملك استقطابا دورانيا . ويبرز السؤال التالي : هل يوجد تغير دوري لشدة الحقل الكهربائي بتابعية الزمن في حالة الاستقطاب الدوراني ، مادام الشعاع الدوار في هذه الحالة يحافظ على طويلته ؟

تتلخص الاجابة على هذا السؤال في التالي: إن أي دوران لشعاع وفق دائرة يتألف من مجموع شعاعين متعامدين يتغيران توافقيا وبينهما خلاف في الطور بمقدار $\frac{\pi}{2}$ ، وذلك كما هو معلوم لدينا من تركيب الحركات الاهتزازية (الشكل 5.1) . وفي الواقع العملي يحدث تغير مركبتي شعاع دوار $\vec{a}$ على المحورين $x$ و $y$ وفق القانون :

$$a_x = a \cos \omega t$$
$$a_y = a \sin \omega t = a \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \qquad (19\text{-}1)$$

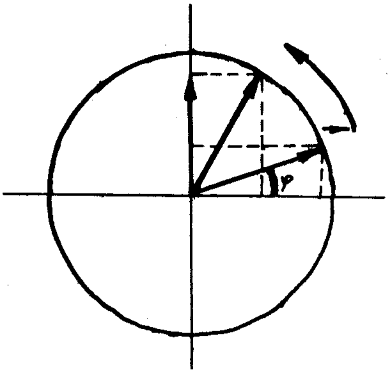
تمثل كل من هاتين الاهتزازتين اهتزازا مستقطبا خطيا . ويعطي مجموعهما الشعاع الدوار $\vec{a}$ (يعرض الشكل 5.1 هذا الشعاع الذي يدور عكس اتجاه عقارب الساعة ) .

وهكذا تنشأ الموجة المسقطبة دورانيا نتيجة لجمع موجتين مستقطبتين خطيا ، لهما نفس السعة والتواتر ، ومزاحتين عن بعضهما بفرق في الطور مقداره $\frac{\pi}{2}$ . وكل من هاتين الموجتين المسقطبتين خطيا تمثل حادثة مكانية ـ زمانية معروفة لدينا سابقا .

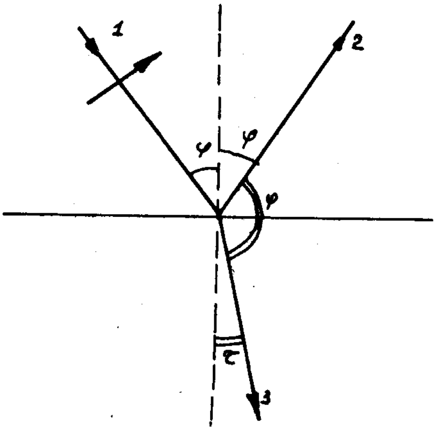
إذا مثلت الموجة مجموعة امواج لامترابطة ، وغير الشعاع $\vec{E}$ اتجاهه وطويلته بشكل عشوائي ، فان الاستقطاب يختفي . وندعو الضوء

في هذه الحالة باللامستقطب .

ندرس ورود امواج مستقطبة خطيا على السطح الفاصل بين وسطين مختلفين (الشكل 5.2) . يمثل الشعاع 1 على هذا الرسم اتجاه انتشار موجة مستوية مستقطبة خطيا ،أي أن الشعاع $\vec{E}$ معامدللشعاع الضوئي



شكل 5.1




شكل 5.2

1 ويحافظ على منحاه . وسوف ندرس نوعين لهذا التوجيه : 1)الشعاع $\vec{E}$ مواز للسطح الفاصل وعمودي على مستوي الشكل . 2) الشعاع $\vec{E}$ موجود في مستوي الشكل . وتدعى الحالة الاولى بالاستقطاب الافقي $\vec{E}_{\parallel}$ ، ويدعى الاستقطاب الآخر بالاستقطاب العمودي $\vec{E}_{\perp}$ . ويدعى المستوي المار من الشعاع الضوئي 1 والمعامد للشعاع $\vec{E}$ بمستوي الاستقطاب (يمثل هذا المستوي في حالتنا مستوي الشكل ،إذا كان $E$ معامدا لمستوي الشكل اي موازيا للسطح الفاصل ) .

يمكن تمثيل جميع الحالات الوسطية لاستقطاب الشعاع $\vec{E}$ على شكل مجموع مركبات استقطابات عمودية وأفقية .

نعود الى الشكل 5.2 . نقوم بتغير زاوية الورود $\varphi$ ، فنبلغ وضعا تكون فيه الزاوية $\psi$ بين الشعاعين المنعكس والمنكسر مساوية $\frac{\pi}{2}$ . ويعرض الشكل 5.3 هذا الوضع . وتدعى زاوية الورود التي تحقق الشرط المذكور بزاوية بروستر $\varphi_B$(Brewster) :

$$\varphi_B + \frac{\pi}{2} + \tau = \pi$$

$$\varphi_B + \tau = \pi/2 \quad , \quad \tau = \frac{\pi}{2} - \varphi_B \qquad (19\_2)$$

ونحصل من قانون الانكسار على

$$\frac{\sin \varphi_B}{\sin \tau} = n \qquad (19\_3)$$

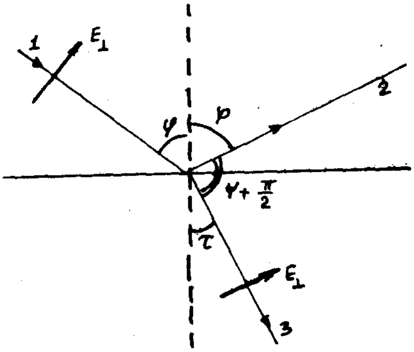
بالتعويض عن $\tau$ بقيمتها من (2) ، نجد :

$$\frac{\sin \varphi_B}{\sin(\pi/2 - \varphi_B)} = \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_B} = tg\, \varphi_B = n \qquad (19\_4)$$

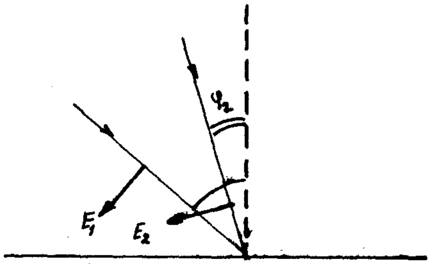
وهكذا إذا علمنا قرينة الانكسار $n$ فاننا نستطيع تعيين زاوية بروستر من اجل الوسط المعطى (هذا،بطبيعة الحال ، اذا كان الوسط الاول الهواء $n_1 = 1$ ) :

$$tg\, \varphi_B = n \qquad (19\_5)$$

نلاحظ أن تغيير الزاوية $\varphi$ الى القيمة $\varphi_B$ ،لايؤثر على التوجيه المتبادل بين الشعاع $\vec{E}$ والسطح الفاصل ، الا في حالة الاستقـطـاب العمودي ، أي عندما يكون الشعاع $\vec{E}$ واقعا في مستوي الشكل ، حيث أن تغيير الزاوية $\varphi$ يؤدي الى تغيير الزاوية بين $\vec{E}$ والسطح الفاصل بين الوسطين (الشكل 5.4) . أما في حالة الاستقطاب الافقي ، فــان تغيير الزاوية $\varphi$ لايحدث أي تأثير على التوجيه المتبادل بين الشعاع $\vec{E}$ وسطح الفصل ، حيث يبقى الشعاع $\vec{E}$ موازيا لهذه الحدود . وبالتالي فان شروط الانعكاس لهذين النوعين من الاستقطاب تكون مختلفة . إن ورود الموجة المستقطبة عموديا الى السطح الفاصل وفق زاوية بروستــر




شكل 5.3




شكل 5.4

يؤدي الى اختفاء الشعاع المنعكس 2 (انظر الشكل 5.3) . ويرتبط ذلك بأن الشعاع المنعكس من اجل زاوية $\varphi = \varphi_B$ يصنع مع الشعاع المنكسر 3

زاوية مقدارها $\frac{\pi}{2}$ . وعند تحقق مثل هذا التوجيه للشعاع $\vec{E}_1$ في الوسط ، تنفذ جسيمات الوسط اهتزازات وفق منحى الشعاع 2 . ولا تنتج اهتزازات الجسيمات المشحونة أية اشعاعات كهرطيسية وفق منحى محور الاهتزاز ، وبالتالي عندما يرد الضوء على الوسط بزاوية بروستر تختفي المركبة ذات الاستقطاب العمودي في الاشعة المنعكسة بشكل تام تقريبا .

وهكذا إذا ورد ضوء غير مستقطب على سطح عاكس وفق زاوية بروستر فان الضوء المنعكس يكون مستقطبا (افقيا) . وبطبيعة الحال لايحدث اختفاء تام للاستقطاب العمودي في الشروط الواقعية (فهذا الاستقطاب يضعف بشكل كبير ، إلا أنه لايختفي نتيجة لانحرافات السطح الواقعي عن السطح المثالي) . وتؤدي الانعكاسات المتتالية إلى الحصول على أشعة ضوئية مستقطبة عمليا بشكل تام . ويتضح مما قيل سابقا أن الموجة العابرة (الشعاع 3) أثناء الورود وفق زاوية بروستر تعاني ايضا استقطابا جزئيا (المركبة التي تستبعد بشكل اكبر هي المركبة العمودية). وتجدر الاشارة الى أن الاشعة المنعكسة والمنكسرة تعاني من أجل أية زاوية ورود كانت من استقطاب جزئي ، غير أن درجة الاستقطاب تبلغ نهايتها العظمى من اجل زاوية بروستر ، وتقترب في الاشعة المنعكسة من الاستقطاب التام .

ندعو الجهاز أو المادة التي يصبح الضوء اللامستقطب نتيجة لعبورها أو الانعكاس عليها مستقطبا ، ندعوها بالمقطب (Polarizer). ونسوق الآن بعض الأمثلة على هذه الترتيبات.

تملك المقطبات خاصة مشتركة ، حيث أنها تسمح فقط بعبور ضوء ذي استقطاب محدد . إذا وضعنا مقطبا في طريق الضوء المستقطب ، فاننا نحصل بتدوير هذا المقطب على تغير لشدة الضوء النافذ من نهاية عظمى (مساوية لشدة الضوء الوارد) الى نهاية صغرى معدومة (عندما يدور المقطب بزاوية 90 درجة بالنسبة لوضعه من اجل النهاية العظمى) .

إذا وضعنا في طريق أي ضوء كان مقطبين متصالبين (محروفين بزاوية 90) ، فان مثل هذا الترتيب يمثل جملة معتمة (غير شفافة) . وتعطى شدة الضوء النافذ من مقطبين يصنع مستويا العبور لهما زاوية

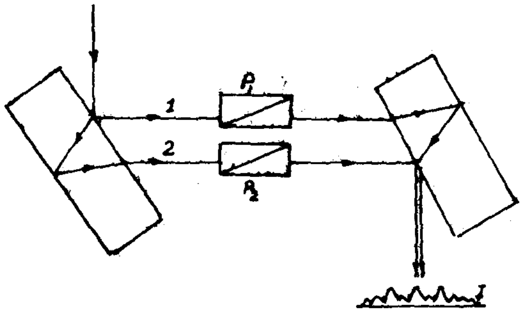
ما $\varphi$ بالعلاقة :

$$I = I_0 \cos^2 \varphi \qquad (19\_6)$$

وتنتج هذه العلاقة من أن المركبة التي تعبر المقطبين هي مسقط الشعاع $\vec{E}$ للضوء البارز من المقطب الاول على مستوي المقطب الثاني، وأن الشدة تتناسب مع مربع السعة للحقل الكهربائي . وتعرف العلاقة السابقة في الضوء بقانون مالوس ( *Malus* ) .

يمكن بمساعدة المقطبات أن نبرهن تجريبيا على أن الامواج الضوئية أمواجا عرضية . وقد أجرى هذه التجارب العالمان ارغو وفرنل .

إن مبدأ هذه التجارب بسيط ، فاذا وضعنا في طريق شعاعي




شكل 5.5

مقياس جامان مقطبين $P_1$ و $P_2$ بحيث يكون توجيهاهما متوازيين (أي عندما يخرج الشعاعان منهما مالكين لنفس الاستقطاب) ، فان اللوحة التداخلية $I$ على شكلها (الشكل 5.5) .

عندما نجعل المقطبين متصالبين ، فان اهداب اللوحة التداخلية تختفي . وهكذا تتراكب في الحالة الاخيرة امواج عرضية الهيئة ، ذلك لأن الشدات تتراكب متحررة من الطور ومن الترابط ، فقط ، في حالة الجمع العمودي للاهتزازات العرضية التوجيه .

نبين ذلك على مثال للاهتزازات الميكانيكية . لنفرض أن جسيمة مادية كتلتها $m$ تشترك في حركة توافقية وفق المحورين $x$ و $y$ :

$$x = a \cos \omega t$$

$$y = b \cos(\omega t + \varphi) \qquad (19\_7)$$

وتحقق هذه الحركة تجريبيا اذا وجدت قوى مرونة مسلطة على الجسيمة

وفق قانون هوك . إن طاقة الجسيمة تساوي مجموع طاقتيها الحركيـــة والكامنة :

$$W = \left(\frac{1}{2} m x^{\cdot 2} + \frac{1}{2} m y^{\cdot 2}\right) + \frac{1}{2}\left(K x^2 + K y^2\right) \tag{19_8}$$

حيث $K$ ثابت النابض . ونملك وفق قانون هوك :

$$F = -Kx \tag{19_9}$$

وبالتالي

$$-Kx = m x^{\cdot\cdot} = -m\omega^2 a \cos\omega t = -m\omega^2 x \tag{19_10}$$

ومنه $K = m\omega^2$ . ونحصل من العلاقات السابقة على :

$$W = \frac{1}{2} m\omega^2 \left\{a^2 \sin^2\omega t + b^2 \sin^2(\omega t + \varphi)\right\} +$$
$$+ \frac{1}{2} m\omega^2 \left\{a^2 \cos^2\omega t + b^2 \cos^2(\omega t + \varphi)\right\}$$

أو

$$W = \frac{1}{2} m\omega^2 (a^2 + b^2) \tag{19_11}$$

وتظهر هذه العلاقة أن شدة مجموع موجتين مستقطبتين عموديا ، لاتتعلق بالطور . وبما أن تجارب ارغو وفرنل قد أثبتت عدم وجود هذه التابعية في الضوء ، فهذا يعني أن الاهتزازات الضوئية اهتزازات عرضية .

## 20 ـ الانكسار المضاعف .

لقد بينا في الفقرة 19 ، كيف ينشأ الضوء المستقطب دورانيـــا ويمكن دراسة الحالة الاكثر عمومية ، وهي حالة الاستقطاب القطعـــي الناقصي ، والتي تنشأ نتيجة لتركيب اهتزازتين مترابطتين ومتعامدتين ومختلفتين في السعة :

$$x = a\cos\omega t$$
$$y = b\cos(\omega t + \varphi) \tag{20_1}$$

وتظهر هاتين المعادلتين أن احداثيي المركبتين $x$ و $y$ لشعاع ما يتغيران توافقيا بسعتين $a$ و $b$ وبفرق في الطور مقداره $\varphi$ .

نوجد الآن المنحني الذي ترسمه نهاية الشعاع :

$$y = b(\cos\omega t\cos\varphi - \sin\omega t\cdot\sin\varphi)$$
$$\frac{y}{b} - \cos\omega t\cos\varphi = \frac{y}{b} - \frac{x}{a}\cos\varphi = -\sin\omega t\cdot\sin\varphi$$

نضيف الى هذه العلاقة عبارة $x$ من (1) بعد ضربها بـ $\sin\varphi$ :

$$\frac{x}{a}\sin\varphi = \cos\omega t \cdot \sin\varphi$$

فنحصل على معادلتين

$$-\sin\omega t \cdot \sin\varphi = \frac{y}{a} - \frac{x}{a}\cos\varphi$$

$$\cos\omega t \cdot \sin\varphi = \frac{x}{a}\sin\varphi$$

نقوم بتربيعهما وجمعهما ، فنحصل على :

$$\sin^2\varphi = \frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab}\cos\varphi + \frac{y^2}{b^2} \qquad (20\_2)$$

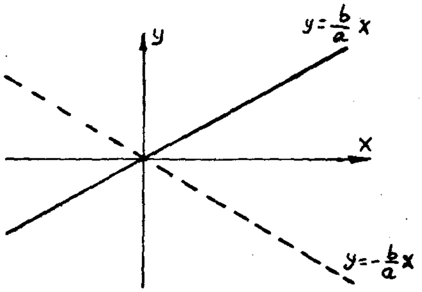
وهذه تمثل معادلة قطع ناقص . عندما $\varphi = 0$ فان القطع يتحول الى مستقيم (الاستقطاب الخطي) ، معادلته :

$$y = \frac{b}{a}x \qquad (20\_3)$$

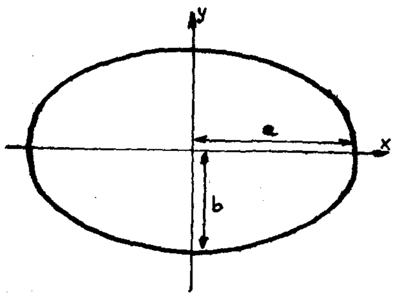
ونجد من اجل $\varphi = \pi$ (الاهتزازتان على تعاكس في الطور) أن :

$$y = -\frac{b}{a}x \qquad (20\_4)$$

وهذه ايضا معادلة مستقيم يمر من الربعين الثاني والرابع (الشكل5.6).




شكل5.6




شكل 5.7

وتعتبر حالة الاستقطاب القطعي الذي يحصل عندما تكون $\varphi = \frac{\pi}{2}$ من الحالات الممتعة للدراسة ،حيث تأخذ المعادلة (2)الشكل :

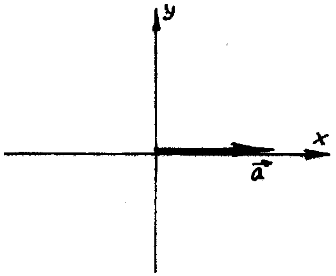
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (20\_5)$$

اي معادلة قطع ناقص في شكلها القانوني المنسوب الى المحورين $x$ و $y$ (الشكل 5.7) . ويمثل $a$ و $b$ هنا نصفي قطري القطع . ويلاحظ أنه عندما $a = b$ و $\varphi = \frac{\pi}{2}$ يتحول القطع الى دائرة ،ويصبح الاستقطاب

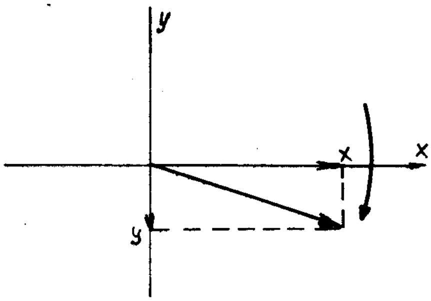
دائريا . ويطرح السؤال التالي : في أي اتجاه يحصل دوران الشعاع،وفق عقارب الساعة أم عكسها ؟

إذا كانت $\varphi = \frac{\pi}{2}$ فهذا يعني أن الاهتزاز وفق المحور $x$ يكون متخلفا في الطور عن الاهتزاز وفق $y$ بـ $\frac{\pi}{2}$ (انظر المعادلتين 1 ). وهكذا تكون نهاية الشعاع في اللحظة $t=0$ موجودة على المحور $x$ في النقطة $x = a$ ،بينما تكون المركبة $y$ معدومة (الشكل 5.8) .

وتبدأ المركبة $x$ بالتناقص بمرور الزمن ، بينما تبدأ المركبة $y$ بالنمو في الاتجاه السالب ، وذلك ناتج عن اضافة $\omega t$ الى المقدار $\varphi = \frac{\pi}{2}$ (الشكل5.9) . وبالتالي يحدث دوران الشعاع وفق عقارب الساعة (بالنسبة لمراقب ينظر الى الشكل) . وقد جرت العادة




شكل 5.8

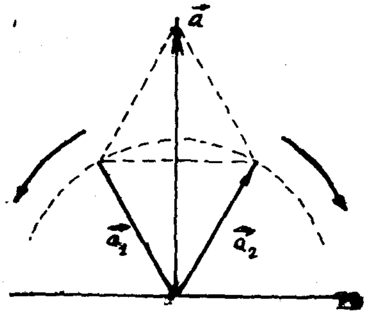



شكل 5.9

على أن يتم تعيين جهة الدوران في الضوء واتجاه انتشار الامواج الراديوية بالنسبة لمراقب ينظر الى الامواج التي تقترب منه.ويستعمل في حالة دوران الشعاع $\vec{E}$ وفق عقارب الاصطلاح"الدوران اليميني". والدوران عكس عقارب الساعة "بالدوران اليساري" . وهكذا اذاكانت الموجة مستقطبة دورانيا وفقا للشكل 5.9 وتنتشر باتجاه مراقبينظر الى الرسم ،فاننا نقابل استقطابا دورانيا يمينيا ، واذا كانتا لموجة مبتعدة الى خلف الرسم فان الاسقطاب يكون يساريا .

وليس صعبا أن نجيب الآن على السؤال التالي : كيف يمثلمجموع اهتزازين مستقطبين دورانيا ومختلفين فقط باتجاه الدوران ؟ لنفرض وجود شعاعين لهما نفس الطويلة $\vec{a}_1$ و $\vec{a}_2$ ،يدوران بنفس السرعة باتجاهين متعاكسين : احدهما وفق عقارب الساعة والاخر باتجاهمعاكس (الشكل 5.10) .

يأخذ الشعاعان المذكوران في اية لحظة وضعا متناظرا بالنسبة للمحور $y$ (أوبالنسبة لأي اتجاه آخر ،وذلك تبعا للحالة البدئيـــة) وبالتالي فان مجموعهما $\vec{a}$ يكون دائما محمولا على المحور $y$ ،أي أنه يمثل اهتزازا مستقطبا خطيا . وهذه النتيجة هامة جدا : إن الموجة المستقطبة خطيا تمثل مجموع موجتين مستقطبتيـــن دورانيا ومختلفتين فقط باتجاه الدوران .



شكل 5.10

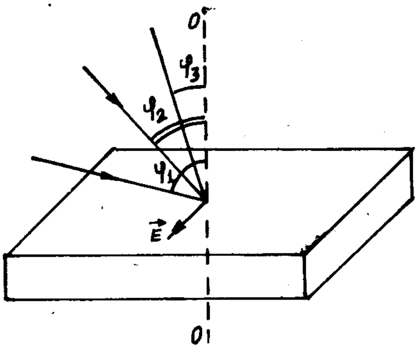
ـ الانكسار المضاعف : يوجد في الطبيعة مواد تكون فيها سرعـة انتشار الامواج مختلفة من اجل الاستقطاب اليساري واليميني . فـاذا حدث في مثل هذه المواد انتشار لموجة مستقطبة خطيا ،فان هـــذه الموجة التي تمثل ،كما رأينا ،مجموع موجتين مستقطبتين دورانيـا ، يمكن أن تتوزع الى هاتين الموجتين اللتين تكون من اجلهما قرينـــة الانكسار مختلفة . وبالتالي تنكسر الامواج بشكل مختلف ،ويحدثمايسمى "بالانكسار المضاعف" .

تلاحظ اللوحة المذكورة عند عبور الامواج الكهرطيسية ،مثلا،لغاز متأين ،أو لمركبات حديدية موجودة في حقل مغناطيسي . ويخضعالضوء للانكسار المضاعف عند مروره خلال بعض البلورات . وتلاحظ هـــذه الظاهرة بشكل جيد في بلورات الحجر الايسلندي (البلق $CaCO_3$) . وقد اكتشفت هذه الظاهرة منذ عام 1670 . وتستعمل هذه الظاهـرة بكثرةفي الضوء ،حيث أن العديد من البلورات الطبيعية أو الصنعية يحدث فيها الانكسار المضاعف .

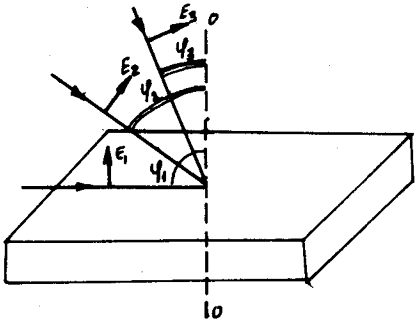
نقوم بدراسة الخواص الضوئية الاساسية لتلك البلورات . يبدو أن هذه البلورات تملكمنحى أو منحيين يتمتعان بالخاصة التاليـــة : وهي أن الامواج التي تنتشر وفق هذه المناحي لاتخضع للانكسار المضاعف وتدعى هذه المناحي "بالمحاور الضوئية للبلورة " . ونشير الى أن كلمة "محور" في هذه الحالة لاتعني خطاً وإنما اتجاه (منحى) . فـاذا وجد مثل ذلك الاتجاه في البلورة ،فان الضوء المنتشر وفق اي خـــط

يوازي ذلك الاتجاه لايعاني انكسارا مضاعفا . ويدعى أي مستوي يمر من المحور الضوئي "بالمقطع الرئيسي للبلورة" . ويعتبر عادة المقطع الرئيسي (الأصلي) ذلك المستوي الذي يمر من الشعاع الى البلورة وفق منحى المحور الضوئي .

ندرس حالتين لتوجيه الشعاع $\vec{E}$ بالنسبة للمقطع الرئيسي : حالة تعامد $\vec{E}$ مع ذلك المقطع ، وحالة تموضع $\vec{E}$ في ذلك المقطع اذا كان $\vec{E}$ معامدا للمقطع الرئيسي فان تغير زاوية الورود $\varphi$ لايغير من التوجيه المتبادل بين $\vec{E}$ والمحور الضوئي $OO$ (الشكل 5.11) . وتنشأ اللوحة الثانية من اجل $\vec{E}$ موجود في المقطع الرئيسي(الشكل 5.12) .وعندما تتغير هنا زاوية الورود $\varphi$ تتغير الزاوية بين المحور الضوئي واتجاه الشعاع $\vec{E}$ .،وهذا يؤدي الى تابعية قرينة انكسار



شكل 5.11



شكل 5.12

البلورة لزاوية الورود . وتدعى مثل هذه المواد التي تتعلق خواصها بالاتجاه بالمواد اللامتماثلة المناحي (الاينوزوتروبية ) .

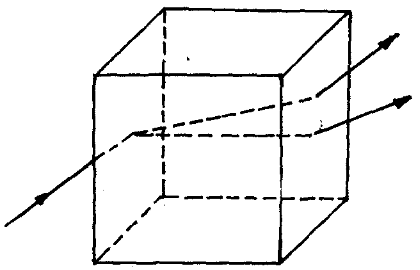
نتصور الآن شعاعا ذا استقطاب خطي واتجاه كيفي يرد الى البلورة. يمكن في هذه الحالة أن نوزع الشعاع $\vec{E}$ الى مركبتين : مركبة معامدة للمقطع الرئيسي وأخرى واقعة في هذا المقطع . إن المركبة الاولى لاتعاني من تابعية قرينة الانكسار لزاوية الورود ، حيث تبقى من اجلها قرينة الانكسار ثابتة . وتنتشر المركبة الثانية بسرعة اخرى متعلقة بزاوية الورود .وبالتالي فان الشعاع ينقسم الى شعاعين : احدهما ينتشر بسرعة ثابتة لاتتعلق بزاوية الورود ،ويدعى بالشعاع

العادي ( Ordinary ) والثاني "بالشعاع الشاذ"أو الغريب ( Extraneous ) . وجرت العادة على أن يرمز للشعاع العادي بالدليل ( O ) ، وللشاذ بـ( e ) .

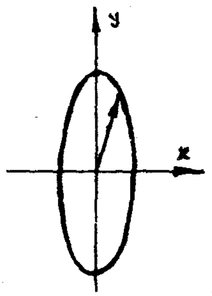
إذا كانت الزاوية $\alpha$ بين الشعاع $\vec{E}$ والمقطع الرئيسي معلومة، فانه من السهل ايجاد نسبة شدة الشعاع العادي $I_o$ الى شدة الشعاع الشاذ $I_e$ : إن مركبة شدة الحقل المعامد للمقطع الرئيسي تساوي $E_o \sin\alpha$ ، والمركبة الواقعة في المقطع تكون مساوية لمسقط $E_o$ على هذا المستوي $E_o \cos\alpha$ ، ومنه نجد أن نسبة الشدتين :

$$\frac{I_o}{I_e} = \frac{E_o^2 \sin^2\alpha}{E_o^2 \cos^2\alpha} = tg^2\alpha \qquad (20\_11)$$

ويتضح مما قيل آنفا ، أن الضوء اللامستقطب عندما يرد على بلورة غير متماثلة المناحي يعاني من إنقسامه الى مركبتين (العادية والشاذة) مستقطبتين خطيا . وتنتشر هاتان المركبتان نتيجة لاختلاف قرينتي انكسارهما في مسارين مختلفين ، وتخرجا من البلورة على شكل شعاعين مستقطبين خطيا (الشكل 5.13) . وبالتالي تستخدم البلورة الغير متماثلة المناحي كمقطب للضوء .



شكل 5.13




شكل 5.14

يستعمل من اجل تمييز استقطاب الضوء (ذلك لان الاستقطاب لايكون خطيا بشكل تام ) مايدعى "بدرجة الاستقطاب" P . فاذا كان على سبيل المثال ، استقطاب الضوء غير تام الخطية (الشكل 5.14) ، إلا أن السعات الأساسية تقع وفق منحى المحور y ، فان شدة الاشعة المستقطبة تكون عظمى وفق المحور y وصغرى وفق المحور X . وتعرف

درجة الاستقطاب بالعلاقة :

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

وتستخدم البلورات الغير متماثلة المناحي أو ترتيبات معينة لها للحصول على الضوء المستقطب خطيا . وتدعى هذه الترتيبات عـادة بالمواشير المقطبة . نقوم بدراسة بعضها .

1 ـ موشور نيكول (*Nicol Prism*) :

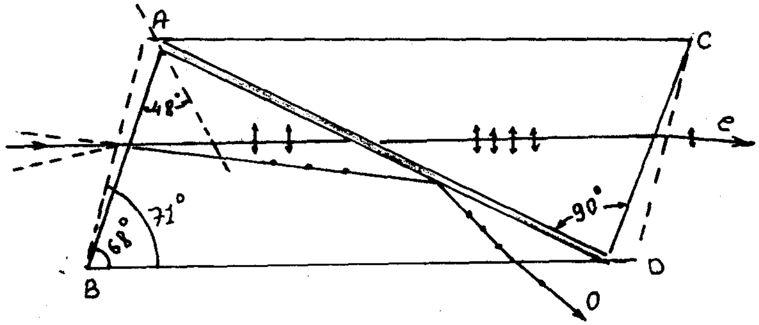
يصنع هذا الموشور عادة من بلورة البلق ، ويمكن التخلص من احد الشعاعين المنكسرين داخل البلورة كما هو مبين على الشكل 5.15 . تؤخذ بلورة البلق بحيث يكون طولها يعادل ثلاثة أمثال عرضها ، ويقطع بشكل تجعل معه أحد زوايا المقطع الرئيسي تتراوح قيمتها بين $68^{\circ}$ و $71^{\circ}$ . ثم تقطع البلورة قطريا وفق المستوي $AD$ العمودي على المقطع الاصلي . يصقل بعد ذلك الوجهان $CD$ و $AB$ حتى يصبحا مستويين استواء ضوئيا ، وبعد ذلك يتم تثبيتهما بواسطة مادة شفافة ، قرينـة انكسارها متوسطة القيمة بين قرينتي انكسار الشعاع العادي والشعاع الشاذ ، فمن اجل ضوء الصوديوم مثلا ، نجد أن :

قرينة انكسار الشعاع العادي $O$ $\quad n_O = 1,65836$

قرينة انكسار الشعاع الشاذ $e$ $\quad n_e = 1,48641$

وقرينة انكسار المادة اللاصقة (بلسم كندا) $\quad n_B = 1,550$

وهكذا ينكسر الشعاع الشاذ مرتين الاولى في بلورة البلق والاخرى



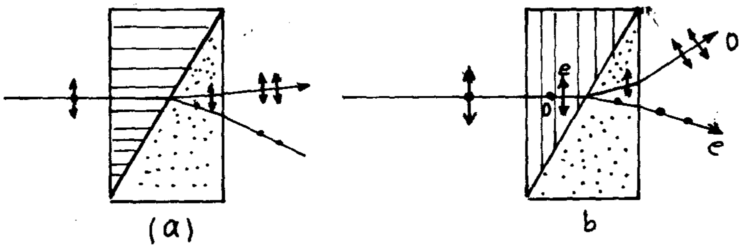

شكل 5.15

في المادة اللاصقة . أمّا الشعاع العادي $O$ فيمكن التخلص منـه

وذلك من اجل زوايا ورود كبيرة (أي اكبر من الزاوية الحدية للانعكاس الكلي) ، وتساوي الزاوية الحدية للشعاع O في حالتنا $69^{o}$ ، وهـي توافق زاوية بدئية $SMS_o$ تساوي $14^{o}$ . فاذا ورد الشعاع الضوئـي بزوايا ورود أكبر من هذه الزاوية فان جزءا من الشعاع O سوف ينفذ .

## 2 ـ موشورا روشون وولاستون (Rochon and Wollaston Prisms) :

يمكننا أن نجزأ حزمة ضوئية إلى مركبتين مستقطبتين استقطابـا مستويا بعدة طرق أهمها طريقتي موشور روشون وموشور وولاستون . ففي موشور روشون (الشكل 5.16-a) يرد الضوء ناظميا على الوجه الاول وينتشر موازيا للمحور الضوئي للموشور الاول ، ويعاني هذا الضوء انكسارا مضاعفا عندما يدخل الموشور الثاني الذي يكون فيه المحور الضوئي معامـدا





شكل 5.16

لمستوي الشكل .

أما في حالة موشور وولاستون (الشكل 5.16) فان الضوء يـرد ناظميا على الوجه الاول ، وينتشر عموديا على المحور الضوئي للموشـور الاول . ويحدث الانكسار المضاعف للضوء عندما يدخل الموشور الثانـي الذي يكون فيه المحور الضوئي عموديا على مستوي الشكل .

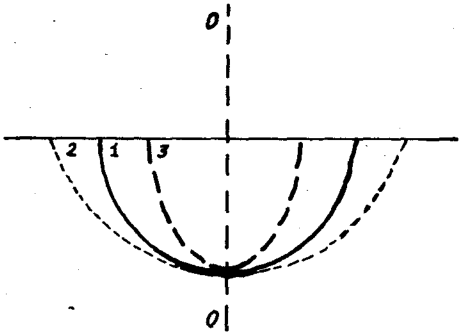
## 21 ـ الصفائح البلورية اللامتماثلة المناحي .

إذا مثلنا بيانيا تابعية قرينة انكسار البلورة للاتجاه ، بحيـث نُحمّل قيم المقدار $n$ في مقياس ما وفق جميع الاتجاهات ، فإننـا نحصل من اجل الشعاع العادي داخل البلورة على نصف كرة . ويعرض الشكل 5.17 نصف الكرة هذه (المنحني 1) .

ويوجد من اجل الشعاع الشاذ امكانيتين : المنحني 2 الموافق

للبلورة الموجبة ( $n_e > n_0$ ) ، والمنحني 3 للبلورة السالبـــة ( $n_e < n_0$ ) .

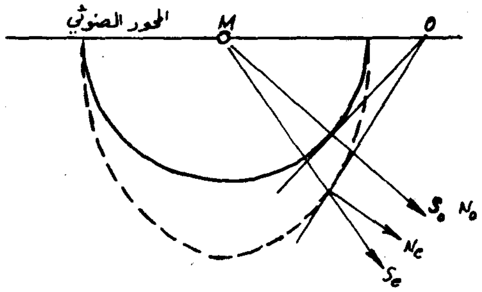
ندرس حادثة انتشار الموجة في البلورة اللامتماثلة المناحـي نوجه المحور الضوئي افقيا ، ونأخذ بلورة سالبة مثلا . بما أن $n_e < n_0$



شكل 5.17

في البلورة السالبة ، لذلك تكون سرعة الموجة الشاذة اكبر من سرعـة العادية . وبالتالي فان خارطة مسقطي الجبهتين الموجيتين لهاتيـن الموجتين على مستوي الشكل ستتمثل في دائرة من اجل الشعاع العادي وقطع ناقص مناجل الشعاع الشاذ (الشكل 5.18) .

نقوم برصد طريق الاشعة في مثل هذه البلورات . تنتشر الموجة



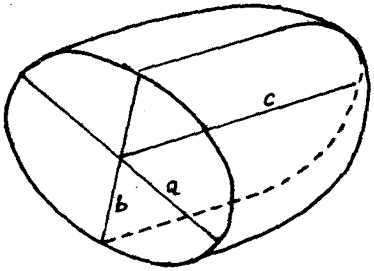

شكل 5.18

العادية من النقطة M بسرعة مستقلة عن الاتجاه . وبالتالي تكون جبهة هذه الموجة كروية (مسقطها دائرة)، وتكون جبهة الموجة الشاذة قطعية ناقصة . ننشأ من النقطة O مماسين للدائرة والقطع ، ونقيم ناظمين عليهما . إن الناظم على جبهة الموجة العادية $\vec{N_0}$ ينطبـــق

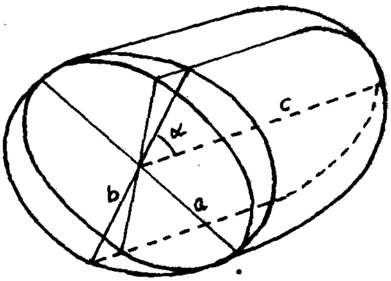
على اتجاه انتشار الطاقة الضوئية $\vec{S}_o$ (شعاع باونتنغ) . ولايتحقق الانطباق من اجل الموجة الشاذة ، وبالتالي يشكل الشعاع الضوئي $\vec{S}_e$ مع شعاع الناظم $\vec{N}_e$ في حالة الاوساط اللامتماثلة المناحي زاوية ما .

وتتساوى سرعتا انتشار الموجة العادية والموجة الشاذة وفق اتجاه المحور الضوئي . وتكون تابعية قرينة الانكسار للاتجاه في مستوي معامد للمحور الضوئي على شكل دائرة وذلك من اجل الموجتين .وإذا كانت تابعية $n_e$ للاتجاه في الفضاء على شكل قطع ناقص دوراني فان المحور الضوئي يمر من محور تناظر القطع .

نقوم الآن بعرض تابعية $n_e$ للاتجاه ، والتي يمثلها مجسم قطع ناقص ذو شكل عام .إن وصف هذا القطع يتطلب اعطاء انصاف محاوره $a$ ، $b$ و $c$ (الشكل 5.19) . ويلاحظ أن الموجة (الشاذة) المنتشرة وفق المحور $c$ لاتحقق تابعية دائرية متناظرة لـ $n_e$ بدلالة الاتجاه ، ولا تتفق سرعة انتشارها في هذه الحالة مع سرعة الموجة العادية ، أي أن الاتجاه وفق المحور $c$ لايمكن اعتباره الآن محورا ضوئيا للبلورة . أين يمر إذن المحور الضوئي في مثل هذه البلورات ؟




شكل 5.19



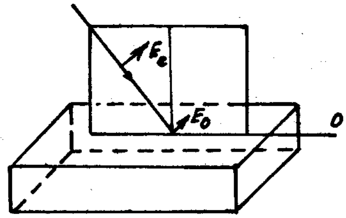

شكل 5.20

لنصور أننا قمنا بتدوير مقطع مجسم القطع ، بحيث تتناقص الزاوية بين المحورين $b$ و $c$ من الاعلى مثلا وتتزايد من الاسفل . إن مثل هذا التدوير حول المحور $a$ ، يماثل قيامنا بتمديد (بتكبير) أبعاد المقطع وفق الاتجاه $b$ . وبالنتيجة يتحول القطع الى دائرة .وبطبيعة الحال سوف يكون مستوي ذلك المقطع عموديا على المحور الضوئي للبلورة المدروسة (الشكل 5.20) . واذا قمنا بتدوير المقطع بحيث تتناقص الزاوية بين المحورين $b$ و $c$ من الاسفل ، فاننا نحصل ايضا على

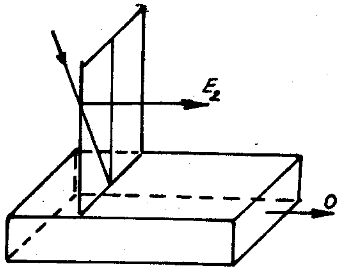
هيئة دائرية . وهذا يعطي اتجاها آخرا يعتبر أيضا محوراً ضوئيا . وبالتالي فان بلورات كهذه تملكمحورين ضوئيين ، وتدعى "بالبلورات ثنائية المحور " ، وذلك خلافا للبلورات احادية المحور (التي تتميز بكون تابعية $n_e$ للاتجاه على شكل قطع ناقص دوراني) . ويجب التأكيد على أن البلورات ثنائية المحور لايمكن أن يكون بالنسبة لهاأي شعاع ضوئي عاديا .

ويكمن السبب الفيزيائي لوجود عدم التماثل بالمواصفات البنيوية للشبكة البلورية ، وبطريقة التأثير المتبادل بين الضوء وهذه الشبكة . وتسمح معرفة القوانين الأساسية لانتشار الضوء في البلورات الغير متماثلة المناحي ، والمالكة لخاصة الانكسار المضاعف ، بالاجابة عن السؤال حول تأثير الصفائح المقتطعة من بلورات كهذه على خواص الضوء الذي يعبر هذه الصفائح .

نأخذ كمثال على ذلك صفيحة مقتطعة بشكل مواز للمحور الضوئي (الشكل 5.21) . ولنفرض أن مستوي الورود ينطبق على المستوي الرئيسي للبلورة . إن $\vec{E}$ للشعاع الشاذ تقع في مستوي الورود . وتعين زاوية الورود الزاوية المحصورة بين $\vec{E}$ والمحور الضوئي ، أي أن $n_e$ تتعلق




شكل 5.21




شكل 5.22

بزاوية الورود . واذا كان مستوي الورود معامدا للمحور الضوئي (الشكل 5.22) فان $\vec{E}$ للشعاع الضوئي الشاذ لايغير اتجاهه بالنسبة للمحور الضوئي عندما تتغير زاوية الورود (حيث يبقى دائما موازيا للمحور الضوئي ) . وبالتالي فان قرينة الانكسار $n_e$ لاتتعلق بتلك الزاوية .

ويمكن باسلوب مماثل دراسة الحالة التي تكون فيها الصفيحة

مقتطعة بشكل معامد للمحور الضوئي ، وذلك من اجل الورود في اي مستوى كان .

ـ الصفائح ربع ونصف الموجية : نستطيع بواسطة الصفائح تشكيل فرق في المسير بين الشعاعين العادي والشاذ . لنفرض، على سبيل المثال ، أن سماكة الصفيحة تساوي d . فاذا كان الفرق بين قرينتي الانكسار للشعاعين العادي والشاذ يأخذ قيما تتحقق معها العلاقة

$$(n_o - n_e)\,d = \frac{\lambda}{4} \qquad (21\_1)$$

فان ذلك يوافق فرقا في الطور مقداره $\frac{\pi}{2}$ . وبالتالي فان الشعاعين العادي والشاذ الخارجين من الصفيحة يختلفان في الطور بمقدار $\frac{\pi}{2}$ ، ويكون شعاعا الحقلين الكهربائيين $\vec{E}$ لهما متعامدين . ويعطي مجموع هاتين الموجتين المتعامدتين موجة مستقطبة استقطابا قطعيا ناقصا . فاذا ورد على الصفيحة التي تؤمن الشرط (1) والمدعوة بالصفيحة "الربع موجية" ، موجة مستقطبة خطيا بشكل يصنع معه الشعاع $\vec{E}$ زاوية 45 مع المستوي الرئيسي ، فان هذه الموجة تتوزع الى مركبتين مختلفتين : احداهما تقع في المستوي الرئيسي (الشعاع الشاذ) والاخرى معامدة له (الشعاع العادي ) . ونحصل في هذه الحالة عند خروج الاشعة من الصفيحة الربع موجية على موجة مستقطبة دائريا . ويمكن الحصول بسهولة على سماكة الصفيحة الربع موجية ، فمن اجل مادة الكوارتز مثلا، حيث ($n_o$ =1,543 و $n_e$ =1,552 ) وفي حالة الضوء الاحمر ( $\lambda$ =6500 Å ) ، يكون :

$$d = \frac{0,65}{4 \cdot 0,009} = 18\,\mu$$

اذا كانت سماكة الصفيحة d تحقق العلاقة :

$$(n_o - n_e)\,d = \frac{\lambda}{2} \qquad (21\_2)$$

فان ذلك يوافق فرقا في الطور مقداره $\pi$ . وتدعى مثل هذه الصفائح التي تحقق العلاقة (2) "بالنصف موجية" . فعندما ترد على الصفيحة نصف الموجية موجة مستقطبة خطيا ، وتنقسم الى مركبتين متساويتين فان واحدة من المركبتين (المعامدتين لبعضهما البعض) تختلف عن الاخرى عند الخروج من الصفيحة بطور مقداره $\pi$ ، أي يحدث دوران

لمستوي الاستقطاب مقداره $90^{\circ}$ .

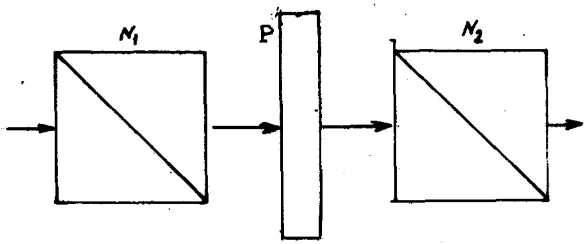
لنفرض الآن أن موجة مستقطبة قطعيا ترد على الصفيحة، إن مثل هذه الموجة يمكن اعتبارها مجموع اهتزازين $E$ متعامدين وبينهما فرق في الطور مقداره $\frac{\pi}{2}$ . تكتسب هاتان المركبتان بعد عبورهما لصفيحة ربع موجية فرقا اضافيا في الطور مقداره $\pm \frac{\pi}{2}$ ، أي يصبح فرق الطور الاجمالي إما معدوما أو $\pi$ ،وهذا يعني أن الموجة العابرة تصبح مستقطبة خطيا .

ويقوم التحليل التجريبي لاستقطاب الضوء استنادا على هذه الخاصة للصفائح . ولا يسمح النيكول (المقطب) لنا أن نميز ، مثلا ، بين الضوء الطبيعي (أي الاهتزازات المختلطة مختلفة الاستقطاب) والضوء المستقطب دائريا : حيث أن تدوير النيكول لايغير من شدة الضوء الذي يجتازه . ولا يمكن ايضا بواسطة النيكول (أو أي من المواشير المقطبة) أن نميز بين الضوء المستقطب قطعيا والمستقطب جزئيا .

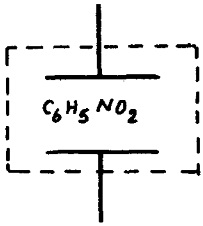
تحل هذه المشكلة بتكوين مجموعة مؤلفة من صفيحة ربع موجية ونيكول : فالضوء المستقطب قطعيا يتحول بعد عبوره للصفيحة الى ضوء مسقطب خطيا ، ويمكن بسهولة اكتشاف هذا الضوء بواسطة النيكول بينما يبقى الضوء المستقطب جزئيا بعد عبوره للصفيحة مستقطبا جزئيا وهذا ايضا يمكن اكتشافه بواسطة النيكول .

ويمكن بواسطة ترتيب مؤلف من نيكولات وصفائح أن نشاهد تداخل الاشعة المستقطبة .

نحضر الترتيب المبين على الشكل 5.23 . إن أي شعاع 1 يعبر




شكل 5.23




شكل 5.24

النيكول $N_1$ يمتلك استقطابا خطيا ، ويرد هذا الشعاع 2 الى الصفيحة P ليخرج منها مستقطبا قطعيا ناقصا (الشعاع 3 ) ، أي يمثل مجموع اهتزازين مستقطبين خطيا متعامدين فيما بينهما ومختلفين في الطور .

وعند عبور هذه الموجة النيكول $N_2$ ، فان كلتا المركبتين تعطيـــان عند الخروج مساهمة ما في الموجة الحاصلة المستقطبة خطيا ، ويكون بينهما فرق في الطور سببته الصفيحة، أي تنشأ شروط التداخل . فاذا كانت الصفيحة متموضعة بشكل يرد معه الشعاع 2 عليها كشعاع عادي أو كشعاع شاذ ، فان التداخل يختفي ، ذلك لأن الاشعة تخرج في هـــذه الحالة من الصفيحة مستقطبة خطيا (لاتتوفر في الصفيحة شروط لتوزيع الشعاع 2 الى شعاعين ) .

تلاقي المواد التي تكتسب خواصا غير متماثلة المناحي بفعـــل التأثيرات الخارجية (كتعريضها للضغط أو للحقول الكهربائية مثلا ) تطبيقات واسعة في عصرنا الحالي . ويعتبر النتروبنزول ( $C_6H_5NO_2$ ) واحدة من المواد الاكثر انتشارا والتي تتحول الى مادة غير متماثلة المناحي بنتيجة تسليط حقل كهربائي عليها . ويدعى الترتيب المؤلف من مكثفة تحوي بين لبوسيها مادة النتروبنزول بصندوق كير ( Kerr ) ويدعى المفعول المذكور بمفعول كير .(الشكل 5.24) .

تظهر التجربة (وقد برهن ذلك نظريا ) أن فرق قرينتي الانكســـار ( $n_e - n_o$ ) في صندوق كير يتناسب طردا مع مربع شدة الحقـــل الكهربائي الكائن بين لبوسي المكثفة :

$$n_e - n_o = K E^2 \qquad (21\_3)$$

واذا كان طول المسار الهندسي للشعاع الضوئي في صندوق كير يساوي $\ell$ ، فان فرق المسير الضوئي يعطى بالعلاقة :

$$\Delta = \ell ( n_e - n_o ) = \ell K E^2 \qquad (21\_4)$$

ويكون فرق الطور

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \ell ( n_e - n_o ) = \frac{2\pi}{\lambda} \ell K E^2 \qquad (21\_5)$$

أو

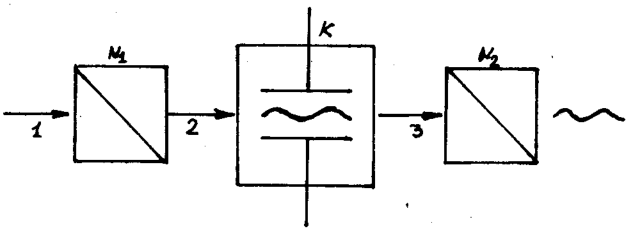
$$\Delta\varphi = 2\pi \ell b E^2 \qquad (21\_6)$$

حيث تدعى $b = \frac{K}{\lambda}$ بثابت كير . وتساوي قيمة هذا الثابت من اجـــل النتروبنزول $2,2.10 \, cm/V^2$ .

يلاقي مفعول كير تطبيقات عملية في التكييف اللاعطالي للاهتزازات

الضوئية عالية التواتر ( زمن الارتخاء في صندوق كير $10^{-10}$ ثانية ) .

يهيؤ من اجل ذلك الترتيب المبين على الرسم 5.25 . يعبر الشعاع الضوئي 1 النيكول $N_1$ ويصبح مستقطبا خطيا . ويدخل بعدئذ الى صندوق كير $K$ ، حيث يسلط عليه تواترا مكيفا . فاذا كان التوتر معدوما فان الضوء يبقى مستقطبا خطيا ، ويعبر الصندوق ليرد الى النيكول $N_2$ ، الذي يشكل مع النيكول $N_1$ جملة مختزلة ،أي لاتسمح




شكل 5.25

لاتسمح بعبور الضوء (النيكول $N_1$ محروف بالنسبة لـ $N_2$ بزاوية مقدارها $90^0$ ) . إذا سلط توتر على صندوق كير ، فان الوسط يصبح غير متماثل المناحي (كما هو الحال في الصفائح البلورية ) ، ويخرج الضوء عندئذ من الصندوق مستقطبا قطعيا ، وينفذ بعدئذ من $N_2$ جزئيا (وذلك لوجود مركبتين متعامدتين ) . وهكذا فان التوتر المكيف يحول وفق اهتزازه شدة الضوء العابر للجملة .

وقد وضعت الاسس النظرية لمفعول كير عام 1910 على يد العالم لانجڤن . إن التأثيرات المتبادلة بين الجزيئات والشعاع $\vec{E}$ ،فيكثير من الحالات،تتعلق بتوجيه هذه الجزيئات ، أي يوجد عدم تماثلمناحي ضوئي للجزيىء . ويجعل التوزيع العشوائي لتوزيع الجزيئات المادة متماثلة المناحي ضوئيا ، بيد أن تطبيق حقل كهربائي على المادة وفق المحور $z$ مثلا ، يؤدي الى نشوء انتظام جزئي في توجيه الجزيئات أي ينشأ اختلاف تماثل المناحى . واثناء ذلك يبقى المحوران $x$ و $y$ وحيدي القيمة ، أي تبقى مركبتا الثابت الكهربائي $\varepsilon$ ( او قرينة الانكسار $n$ ، ذلك لأن $n=\sqrt{\varepsilon}$ ) وفق المحورين $x$ و $y$ مالكتين لنفس القيمة $\varepsilon_x = \varepsilon_y$ . وبالتالي تنشأ البلورات احادية

المحور .

لقد فرض لانجڤن ،كتقريب أولي ،تابعية خطية للعزم الكهربائي للجزييء بالنسبة للحقل الكهربائي $E$ ،أي

$$\mu = \alpha E$$

حيث أن $\alpha$ ثابت متعلق بالاتجاه .ويولد الحقل الكهربائي ،وفقا لهذه النظرية ،محورا ضوئيا يؤدي الى العلاقة

$$n_e > n_0$$

غير أن هذه النظرية بقيت عاجزة عن تفسير الحالة $n_e < n_0$ (البلورات السالبة) . وأتى بوران ليكمل نظرية لانجڤن ،مفترضا وجود عزم كهربائي ذاتي ثابت وكبير للجزييء لاينطبق اتجاهه على اتجاه التقطيبية العظمى .

نشير أيضا إلى أن الانكسار المضاعف ينشأ في كثير من المواد عندما يسلط عليها حقل مغناطيسي (مفعول كوتون-موتون Cotton- Motton) ،حيث وجدت علاقة مشابهة لعلاقة كير :

$$n_e - n_0 = c \lambda B^2 \qquad (21\_7)$$

حيث $B$ حقل التحريض المغناطيسي .

ويسبب الحقل المغناطيسي أيضا دوران مستوي استقطاب الامواج (مفعول فارادي) .

ويصادف في حالات كثيرة امتصاص لأحد شعاعي الانكسار المضاعف اكثر من الشعاع الآخر . وتدعى هذه الظاهرة بالدهرويزم . وتحضر على اساس هذه الظاهرة الصفائح الديهروزمية للحصول على اشعة مستقطبة .

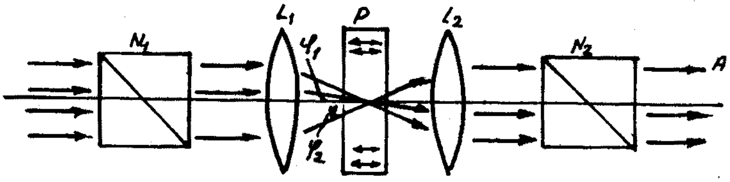
ندرس اخيرا الظواهر الضوئية في البلورات اللامتماثلة المناحي عندما ترد عليها اشعة متباعدة أو متقاربة لضوء مستقطب . ونعرض واحدا من أبسط الترتيبات : نيكولان وعدستان وصفيحة مقتطعة بشكل تعامد معه المحور الضوئي (الشكل 5.26) .

يرد ضوء طبيعي من اليسار على النيكول $N_1$ ليخرج منه مستقطبا خطيا . وتقوم العدسة $L_1$ بتجميع الضوء وتوجيهه على شكل حزمة متقاربة على الصفيحة $P$ . وبالتالي ترد الاشعة على هذه الصفيحة وفق زوايا ورود مختلفة . وتكون قرائن الانكسار بالنسبة للشعاع الشاذ مختلفة ،وبالتالي تصبح فروق المسير الضوئية مختلفة بين الاشعة

العادية والشاذة . ونحصل من اجل قيمة معينة لـ $\varphi$ على العلاقة :

$$\Delta_\varphi = (n_e - n_0)\, d_\varphi$$

وهكذا تتشكل بعد خروج الاشعة من P ، في مخروط الاشعة المتباعدة دوائر متساوية بفروق الطور بين الاشعة العادية والشاذة . وتكـــون




شكل 5.26

هذه الدوائر متمركزة على المحور الرئيسي للجملة . نتصور الآن أن واحدا من تلك الاشعة ، الشعاع $A$ مثلا، يتألف من شعاعين عادي وشاذ مختلفين بفرق في الطور مقداره $\delta$ . يرد هذان الشعاعان على النيكول $N_2$ الذي يسمح للاشعة بالخروج مستقطبة خطيا . وبما أن مايرد عليه في حالتنا شعاعان متعامدان فيما بينهما ، فان هـــذا النيكول يسمح فقط لمركبتيهما الممثلتين لمسقطيهما على اتجاه وحيـــد بالعبور ، أي ينشأ عند مخرج النيكول $N_2$ شعاعان مترابطـــــان مستقطبان خطيا بنفس الشكل وبينهما فرق في الطور . وهكذا يتوفـــر شرط التداخل . عندئذ تنشأ بعض الظواهر الملحقة : فاللوحة المتناظرة دائريا (حلقات تداخلية ) تضاف اليها اهداب متعامدة فيما بينهـــا ليتشكل في النهاية هيئة متصالبة . نفسر سبب حدوث ذلك : إن الاشعة الخارجة من النيكول $N_1$ مستقطبة خطيا ،ولنفرض أن الشعاع $\vec{E}$ يقع في مستوي الشكل معامدا لمحور الجملة .

بما أن مستويات الورود في مخروط الحزمة المتقاربة بعد العدسة $L_1$ مختلفة ، فان المقاطع الرئيسية (المستويات المارة من الاشعـــة والمحور الضوئي) مختلفة ايضا . إن الاشعة الواقعة في مستوي الشكـل تعطي من اجل المقطع الرئيسي المعامد لمستوي الشكل شعاعا عاديـــا فقط ، ويعبر هذا الشعاع الصفيحة دون أن يعاني أي تغيير . فاذا كان

النيكول $N_2$ موازيا لـ $N_1$ فاننا نرى في الاتجاه المعامد للمحـور الضوئي والمار من مركز اللوحة هدبا مضيئا . واذا كان النيكـولان متصالبين فاننا نرى هدبا مظلما . ومن اجل الاتجاه المعامد (المقطع الرئيسي ينطبق على مستوي الشكل ، والشعاع $\vec{E}$ يقع في المستـوي الرئيسي) تخرج الاشعة من الصفيحة (التي تكون شاذة فقط) محتفظـة باستقطابها الخطي ولا تعاني أي توزع (انقسام) . وبالتالي فهي تعبر النيكول $N_2$ بتمامها فيما إذا كان $N_2$ موازيا لـ $N_1$ . أو تحجـز بتمامها اذا كان النيكولان متصالبين . وهكذا سوف تقطّع عند مخـرج النيكول $N_2$ الحلقات المضيئة والمظلمة المتتابعة بهيئة متصالبـة : مضيئة إذا كان النيكولان متوازيين ، ومعتمة اذا كانا متعامدين .

# مســـائـل وتـطـبـيـقـــات

1 ـ موجتان مستويتان وحيدتا اللون مستقطبتان استقطابا خطيـــا لهما نفس التواتر، وتنتشران وفق المحور $z$ . الموجة الأولى مستقطبة وفق $x$ ، وتملك السعة $a$ ، والثانية مستقطبة وفق $y$ وتملك السعة $b$ ، وتتقدم على الأولى في الطور بمقدار $\alpha$ . جد نوع استقطـــاب الموجة الحاصلة .

ـــ نرمز لسعة الموجة الاولى بـ $\vec{E}_1 = a\,\vec{e}_x$ ، ولسعة الموجة الثانية بـ $\vec{E}_2 = b\,e^{i\alpha}\vec{e}_y$ حيث أن $a$ و $b$ مقداران حقيقيان .

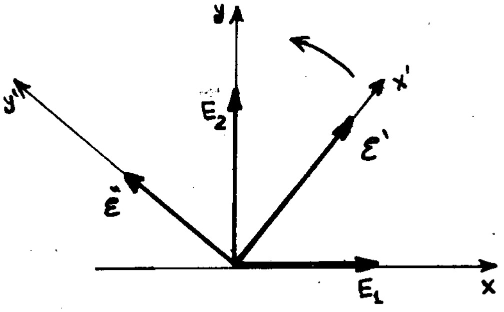
إن سعة الموجة الحاصلة $\vec{E}_0$ :

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = a\,\vec{e}_x + b\,e^{i\alpha}\vec{e}_y$$

لكي نوضح مواصفات الاستقطاب من المناسب أن نزيح بدايـــة حساب الطور بحيث تحصل الاهتزازات في اتجاهين متعامدين يفصلهما فرق في الطور مقداره $\frac{\pi}{2}$ . ندخل سعة جديدة :

$$\vec{E}'_0 = \vec{E}_0\,e^{i\alpha} = \vec{\mathcal{E}}' - i\,\vec{\mathcal{E}}''$$

ونحاول أن يكون الشعاعان $\vec{\mathcal{E}}'$ و $\vec{\mathcal{E}}''$ حقيقيين ، بالاضافة الى أن $\vec{\mathcal{E}}'\cdot\vec{\mathcal{E}}'' = 0$ (انظر الشكل 1.1) :




شكل 1.1

$$\begin{aligned}\vec{\mathcal{E}}' &= a\cos\beta\,\vec{e}_x + b\cos(\beta-\alpha)\,\vec{e}_y\\ \vec{\mathcal{E}}'' &= a\sin\beta\,\vec{e}_x + b\sin(\beta-\alpha)\,\vec{e}_y\end{aligned} \qquad (1)$$

نعين ازاحة الطور $\beta$ من الشرط $\vec{\mathcal{E}}'\cdot\vec{\mathcal{E}}'' = 0$ :

$$a^2\cos\beta\,\sin\beta + b^2\sin(\beta-\alpha)\cos(\beta-\alpha) = 0$$

ومنه نجد

$$tg\,2\beta = \frac{b^2 \sin 2\alpha}{a^2+b^2\cos 2\alpha} \qquad (2)$$

بتعيين قيمة الزاوية $\beta$ من المعادلة (2) وتعويضها في (1) نجد $\vec{\mathcal{E}}'$ و $\vec{\mathcal{E}}''$ . ندخل في المستوي $xy$ محورين جديدين $x' \parallel \mathcal{E}'$ و $y' \parallel \mathcal{E}''$ ، فنحصل في هذه الجملة الجديدة على :

$$E_{x'} = \mathcal{E}' \cos(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t + \alpha)$$

$$E_{y'} = \mathcal{E}'' \sin(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t + \alpha)$$

ونرى بسهولة أن

$$\frac{E_{x'}^2}{\mathcal{E}'^2} + \frac{E_{y'}^2}{\mathcal{E}''^2} = 1$$

أي أن نهاية الشعاع $\vec{E}$ ترسم قطعا ناقصا .

في الحالة العامة $\mathcal{E}', \mathcal{E}'' \neq 0$ . وتكون الاهتزازات على المحور $x'$ متقدمة على الاهتزازات المحمولة على $y'$ ب $\frac{\pi}{2}$ . إذا كان توجيه المحورين $x'$ و $y'$ كما هو الحال ل $x$ و $y$ بمعنى أن $x'$ ، $y'$ ، $z$ تشكل جملة احداثيات يمينية (وهذه هي الحالة المعروضة على الشكل1.1) ، يكون من اجل المراقب التي تتحرك بالنسبة له الموجة (الحركة وفق المحور $x$ ) يكون دوران $\vec{E}$ عكس اتجاه عقارب الساعة ، ويدعى مثل هذا الاستقطاب " بالاستقطاب القطعي الناقصي ذي الدوران اليساري" . واذا شكلت المحاور $x'$ ، $y'$ ، $z$ ثلاثية يسارية ، فان دوران الشعاع $\vec{E}$ يكون باتجاه عقارب الساعة ، ويدعى استقطاب الموجة "بالاستقطاب القطعي الناقصي ذي الدوران اليميني" .

من اجل $\mathcal{E}'' = \mathcal{E}'$ يكون الاستقطاب استقطابا دائريا ، اما اذا كانت $\mathcal{E}' = 0$ أو $\mathcal{E}'' = 0$ يكون الاستقطاب خطيا .

2 ـ ادرس في المسألة 1 تابعية الاستقطاب لفرق الطور $\alpha$ من اجل $a = b$ .

ـ يكون الاستقطاب :

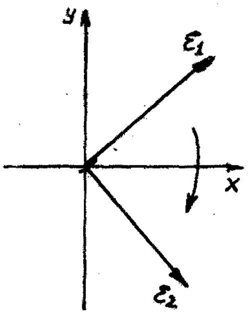
من اجل $\alpha = 0$ خطيا ، ويمر مستوي الاستقطاب من منصف الزاوية المحصورة بين المحورين $x$ ، $y$ .

من اجل $\alpha = \pi$ خطيا ايضا ، ويمر مستوي الاستقطاب من منصف الزاوية المحصورة بين المحورين $-y$ ، $x$ .

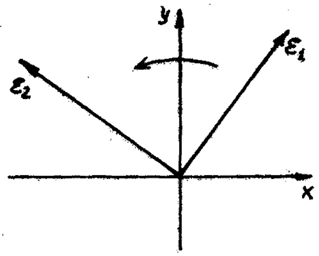
من اجل $\alpha = \frac{\pi}{2}$ دائريا يمينيا (الشكل 2.1) .

من اجل $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ دائريا يساريا ( الشكل 2.2) .

ويكون الاستقطاب في الحالات المتبقية قطعيا : يمينيا من أجل $0<\alpha<\pi$




شكل 1. 2




شكل 2.2

( $\cos\frac{\alpha}{2} > 0$ ، $\sin\frac{\alpha}{2} > 0$ ويكون توجيه المحورين كما هو مبين على الشكل 2.1) . ويكون يساريا ، من اجل $0 > \alpha > -\pi$ (الشكل 2.2).

3 ـ موجتان احاديتا اللون ، لهما نفس التواتر ، مستقطبتان دورانيا ومتعاكستان باتجاه الدوران . تملك الموجتان نفس الطور وتنتشران بنفس الاتجاه . فاذا كانت سعة الموجة الاولى $a$ (الموجة ذات الاستقطاب الدوراني اليميني ) ، وسعة الاخرى $b$ (الموجة ذات الاستقطاب اليساري) . جد تابعية مواصفات الاستقطاب للنسبة $\frac{a}{b}$ ( $a$ ، $b$ يمكن اختيارهما حقيقيين) .

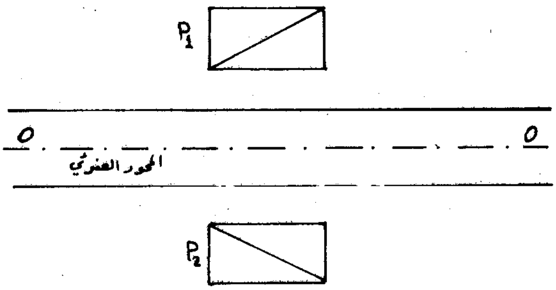
ـ يكون الاستقطاب خطيا من اجل $a = b$ . ويكون قطعيا ناقصيا يمينيا من اجل $a > b$ ، وقطعيا ناقصيا يساريا من اجل $a < b$ .

ونحصل على الاستقطاب الدائري فقط من اجل $b=0$ أو $a=0$ ، ويكون يمينيا عندما $b=0$ ، ويساريا عندما $a=0$ .

4 ـ توضع صفيحة متوازية الوجهين مستوية ، سمكها 0,5 مـم ،

قطعت من الكوارتز (بلورة موجبة) ،بحيث يكون محورها البصريموازيا لوجهيها ، توضع بين نيكولين متصالبين بشكل يصنع معه محورهاالبصري زاوية $45^{o}$ مع المقطعين الأصليين للنكولين . فاذا علمت أن الفرقبين قرينتي الانكسار الاساسيتين للكوارتز 0,009 وأنه مستقل عن طول الموجة . عين الاطوال الموجية الواقعة في المجال المرئي التي لاتسمح لهـا الجملة من النفاذ خلالها . (الشكل 4.1) .

ــ يسمح النيكول $P_1$ بمرور ضوء مستقطب استقطابا مستويا وفـق مقطعه الاصلي . وبالتالي يصنع مستوي الاهتزاز مع الصفيحة زاوية $45^{o}$ .




شكل 4.1

ينتشر الشعاعان في الصفيحة بسرعتين مختلفتين : الشعاع العادي O ، اهتزازه عمودي على المقطع الاصلي ،والشعاع الشاذ e واهتزازه واقع في المقطع الاصلي . وتكون سعتا الشعاعين المذكورين $A_o = A \sin\theta$ و $A_e = A \cos\theta$ ،حيث $\theta$ الزاوية المحصورة بين اهتزاز الشعاعالوارد والمحور البصري .

تحدث الصفيحة فرقا في الطور بين الشعاعين :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d$$

حيث أن $n_o$ ، $n_e$ قرينتا الانكسار العادية والشاذة ، $d$سمـك الصفيحة ، $\lambda$ طول موجة الضوء . وبالتالي :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (0,009) . 0,5$$

ويكون الضوء في الحالة العامة مستقطبا اهليلجيا .

عندما يرد الضوء على النيكول الثاني $P_2$ ، فان هذا النيكـول

يسمح فقط للمركبات الموازية لمقطعه الاصلي بالعبور . وتكون الاطوال الموجية التي لاتنفذ منه هي تلك الاطوال التي من اجلها فرق الطور يساوي عددا فرديا من $\pi$ :

$$(2K+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda_K}(0{,}0045)$$

$$\lambda_K = \frac{0{,}0045}{2K+1}$$

ونجد أن $\lambda_2 = 0{,}92\ \mu$ ، $\lambda_1 = 1{,}5\ \mu$ ، $\lambda_0 = 4{,}6\ \mu$ . وهذه الاطوال تقع خارج المجال المرئي . وتكون الاطوال الموجية الممنوعة في المجال المرئي مساوية :

$\lambda_4 = 0{,}5\ \mu$ ، $\lambda_3 = 0{,}657\ \mu$ ....وهكذا .

5 ـ قطعت صفيحة من بلورة احادية المحور لاستخدامها في تحويل الضوء المستقطب استقطابا مستويا الى ضوء مستقطب دورانيا . احسب سماكة هذه الصفيحة اذا كانت مصنوعة من البلق . $n_0 = 1{,}658$ ، $n_e = 1{,}486$ بالنسبة للطول الموجي $\lambda = 5890\ A^0$ .

ــ حتى يتحول الضوء المستقطب استقطابا مستويا الى ضوء مستقطب دورانيا ، يجب أن يصبح فرق الطور بين الشعاعين العادي والشاذ أثناء خروجهما من الصفيحة عددا فرديا من $\frac{\pi}{2}$ ، أي أن :

$$(2K+1)\frac{\pi}{2} = (n_0 - n_e)\cdot d\cdot\frac{2\pi}{\lambda}$$

ومنه

$$d = \frac{(2K+1)\lambda}{4(n_0-n_e)} \quad , \quad K = 0, 1, 2, ....$$

$d_0 = 8561 A^0$ ، $d_1 = 3 \times 8561 A^0$ ، $d_2 = 5 \times 8561 A^0$ وهكذا .

6 ـ تبلغ درجة الاستقطاب $P$ في ضوء مستقطب جزئيا $P = 0{,}25$ . جد نسبة شدة المركبة المستقطبة لهذا الضوء الى شدة المركبة الطبيعية .

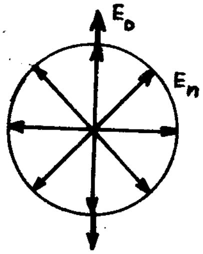
ــ نرمز بـ $I_0$ لشدة مركبة الضوء المستقطب $E_0$ ، وبـ $I_n$ لشدة لشدة المركبة الطبيعية $E_n$ . والمطلوب ايجاد النسبة $\gamma = I_0/I_n$ .

بما أن احتمال اتجاه اهتزاز الشعاع $\vec{E}$ في الضوء الطبيعي متساويا في جميع الاتجاهات ( الشكل 6.1 ) ، فان مساهمة المركبة الطبيعية في شدة الضوء تكون $I' = \frac{I_n}{2}$ . ويلاحظ من الشكل 6.1 أن

الشدتين العظمى والصغرى للضوء المار عبر محلل ، تساويتان علـــــى الترتيب :

$$I_{max} = I_o + \frac{I_n}{2}$$

$$I_{min} = \frac{I_n}{2}$$




شكل 6.1

وبالتالي فان درجة الاستقطاب

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{I_o}{I_o + I_n} = \frac{\gamma}{\gamma + 1}$$

ومنه

$$\gamma = \frac{P}{1 - P} = \frac{1}{3}$$

# الفصل السادس

# معادلات ماكسويل والحقل الكهرطيسي

## 22 ـ معادلات ماكسويل .

إن الخطوة الحاسمة في اقامة قوانين التأثير المتبادل بين الشحن والتيارات والحقول الكهرطيسية وقوانين انتشار تلك الحقول قام بها العالم ماكسويل (1860 ـ 1865) . وقد حضرت لهذه الخطوة أعمال باحثين عديدين في مقدمتهم كولون ،امبير ، ارستيد ، بيو وسافار لابلاس وفارادي . وليس من المدهش أن نعلم أن اكتشاف الحقل كشكل من اشكال المادة ، أتى بعد صياغة تلك القوانين التي يخضعلها . اضافة الى أن فهم الحقيقة التالية وهي أن تلك القوانين تعبر كيفيا عن خواص موضوع جديد (الحقل الكهرطيسي) تم فقط بعد اعادة النظر في التصورات العامة للطبيعة ككل والتي تمت في بداية القرن العشرين.

وحدث ذلك التغير في النظرة الى الطبيعة بعد اكتشاف النظرية النسبية . ويتلخص مضمون القوانين التي صاغها ماكسويل والمطبقة على الحقول المجهرية بالتالي :

آ) تدفق الحقل الكهربائي $\vec{E}$ عبر أي سطح مغلق يتناسب معالشحنة الكهربائية $\int_V \rho \cdot dv$ التي تقعفي اللحظة المعطاة ضمن الحجمالذي يحدده ذلك السطح ، حيث $\rho$ كثافة الشحنة .

ب) تجوال الحقل الكهربائي وفق أي محيط(كنتور) مغلق متناسب مع سرعة تغير التدفق المغناطيسي $\vec{B} \cdot d\vec{S}$ عبرأي سطح $S$ يحدده المحيط $L$ المعطى . ويملك في هذه الحالة تجوال الحقل الكهربائي وسرعة ازدياد التدفق المغناطيسي اشارتين متعاكستين .

ج) تدفق الحقل المغناطيسي عبر أي سطح مغلق يساوي الصفر .

د ) تجوال الحقل المغناطيسي وفق أي محيط مغلق يساوي مجموع حدين . يتناسب الاول مع شدة التيار الكهربائي $\int \vec{j} \cdot d\vec{S}$ (حيث $\vec{j}$ كثافة التيار) الذي يجري في اللحظة المعطاة عبر ذلك المحيط ويتناسب الحد الثاني مع سرعة تغير تدفق الحقل الكهربائي خلال اي سطح محدد بذلك المحيط .

ويعبر عن هذه القوانين رياضيا (من آ الى د ) بمعادلاتماكسويل

المجهرية في صيغتها التكاملية . وتكتب هذه المعادلات في الجملة الدولية بالشكل :

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho \, dV$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{s}$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0 \qquad (22\_1)$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{r} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\int_S \vec{j}\cdot d\vec{s} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

وترمز $c$ في هذه المعادلات الى سرعة الضوء في الخلاء و $\varepsilon_0$ معامل ثابت يساوي $8{,}85.10^{-12}\,c^2/N.m^2$ . ويدعى هذا المعامل بالثابت الكهربائي . إن السطح $S$ في المعادلتين الاولى والثالثة سطحا اختياريا مغلقا ، بينما في الثانية والرابعة سطحا اختياريا . ويكون الحجم في المعادلة الاولى محددا بالسطح $S$ . ويكون المحيط في المعادلتين الثانية والرابعة مغلقا دوما ويحدد السطح $S$ .

تحوي معادلات ماكسويل في الجملة $CGS$ معاملات أخرى : يحل في الطرف الايمن للمعادلة الاولى $4\pi$ بدلا من $\varepsilon_0$ . ويظهر في الطرف الأيمن للمعادلة الثانية $\frac{1}{c}$ ، وفي المعادلة الرابعة يحوي الحد الأول من الطرف الأيمن الثابت $\frac{4\pi}{c}$ والحد الثاني $\frac{1}{c}$ . وبالتالي فهي تكتب على الشكل :

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 4\pi\int_V \rho \cdot dV$$

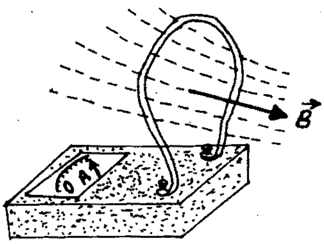
$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{s} \qquad (22\_1)$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{r} = \frac{4\pi}{c}\int_S \vec{j}\cdot d\vec{s} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

تعبر معادلات ماكسويل عن الخواص التالية للحقل الكهرطيسي :

تنص المعادلتان الأوليتان على أن الحقل الكهربائي ينشـــأ بطريقتين ، الاولى :تعتبر الشحنات الكهربائية التي تولد(تحدث ) تدفق الحقل الكهربائي منبعا لذلك الحقل . ويدعى قانون التناسب بين تدفق الحقل الكهربائي عبر سطح مغلق والشحنة الموجودة في الحجم الذي يحدده ذلك السطح بدعوى غوص . والثانية : يتشكل الحقـــل الكهربائي دوما عندما يحدث تغير مع الزمن للحقل المغناطيسي . وقد اكتشفت هذه الظاهرة لأول مرة من قبل العالم فارادي 1831 ،ودعيت بالحث الكهرطيسي . ويمكن اظهاره تجريبيا بالطريقة الآتية :لنفرض أن مربطي الامبيرمتر موصولان بواسطة سلك ناقل (الشكل6.1) ، وبنفس الوقت تتشكل دارة مغلقة . اذا جعلت هذه الدارة في حقـــل مغناطيسي متغير ،فان إبـــرة الامبيرمتر تنحرف مما يدل على مرور تيار كهربائي في هذه الدارة، وهذا التيار مرهون بولادته لتأثير حقل كهربائي على الالكترونات الحرة داخل الناقل . وينشأ الحقل الكهربائي المذكور نتيجة لتغير التدفق المغناطيسي الذي يخترق دارة الكنتور المغلق .




شكل 6.1

تبين المعادلتان الاخريان أن الحقل المغناطيسي حقل اعصاري (دوامي) ، ويتشكل فقط في حالة وجود تيارات كهربائية أو حقل كهربائي متغير مع الزمن أو الاثنين معا . ولا توجد منابع للحقل المغناطيســـي مماثلة للشحنات الكهربائية ، بحيث كان من الملائم دعوتها بالشحنات المغناطيسية . ولو وجدت مثل تلك الشحنات لكان تدفق الحقـــل المغناطيسي خلال سطح مغلق غير معدوم في الحالة العامة . وبالتالي وبشكل مماثل للحقل الكهربائي ، يجب أن يولد الحقل المغناطيســـي عند اختراقه لذلك السطح تدفقا مغناطيسيا متناسبا مع الشحنـــة المغناطيسية الموجودة داخل هذا السطح ، غير أن ذلك يتناقض مـــع ماذكرناه سابقا .

وينتج من المعادلتين الثانية والرابعة للمجموعة (1ـ22) أنـــه

من المستحيل دراسة الحقلين الكهربائي والمغناطيسي كمقداريـــن مستقلين . ويكون لجملة الحقلين معا مفهوما محددا يصفه الحقـــل الكهرطيسي الوحيد . وسنرى لاحقا أن هذا الواقع يعتبر نتيجة مـــن نتائج مبدأ النسبية لانشتيين .

( ملاحظة : نشير الى أن الشكل اللامتناظر لمعادلات ماكسويل والتي تعبر بشكل لامتماثل عن الحقلين الكهربائي والمغناطيسي يثير حتـــى الآن لدى بعض الفيزيائيين شعورا بعدم الرضى . وقد حاول ديراك منذ عام 1931 اقامة هذه المساواة باقتراحه فرضية حول امكانية وجـــود شحن مغناطيسية . واقترح تسمية الجسيم العنصري للشحنة المغناطيسية "بالمونوبول" . ومنذ ذلك الحين تجري محاولات تجريبية لاكتشاف هذا الجسيم . حيث يتم البحث عنه في نواتج التفاعلات التي تحوي مختلف الجسيمات العنصرية المجهرية ، وتتم مثل تلك التجارب في المسرعات الضخمة . وتجري محاولات لاكتشاف المونوبول بين الجسيمات الكونيـة ، وفي أماكن مختلفة دون تسجيل أي نجاح . غير أن المحاولات لم تتوقف وليس ذلك بفضل السمعة العظيمة للفيزيائي ديراك ،ولكن بالأهميـــة البالغة لذلك الاكتشاف فيما لو تم . لأن ذلك سيؤدي الى اعادة النظـر في تصوراتنا حول طبيعة المادة والتي تشكل معادلات ماكسويل حجـــر الزاوية في بنائها . وحتى الآن تبقى هذه القوانين راسخة ) .

2 ـ يمكن اعادة كتابة معادلات ماكسويل بالصيغة التفاضلية ، أي على شكل جملة معادلات تفاضلية . ويتم الانتقال الى تلك الصياغـــة باجراء خطوتين : نحول في الخطوة الاولى كل معادلة من المجموعـــة (22.1) الى ذلك الشكل الذي يحوي في طرفيه الأيمن والأيسر تكاملات وفق نفس المجال . وتتم هذه الخطوة في المعادلتين الاولى والثالثة بمساعدة دعوى غوص ـ اوستراغرادسكي :

$$\int_V \mathrm{div}\,\vec{a}\cdot dV = \oint_S \vec{a}(\vec{r})\cdot d\vec{s} = \oint_S a_n(r)\cdot ds$$

وفي المعادلتين الثانية والرابعة بمساعدة دعوى ستوكس :

$$\int_S rot\,\vec{a}(\vec{r})\cdot d\vec{s} = \oint_L \vec{a}(r)\cdot d\vec{r}$$

فعلى سبيل المثال يتحول في المعادلة الاولى من (22.1) الطـــرف

الأيسر ،وفقا لاستراغرادسكي الى تكامل حجمي :

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_V \operatorname{div}\vec{E}\cdot dV$$

بهذا الشكل تصبح المعادلة حاوية على تكامل حجمي فقط :

$$\int_V \operatorname{div}\vec{E}\cdot dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\cdot dV \quad .$$

ويتحول في المعادلة الثانية من (22ـ1) الطرف الايسر بمساعدة ستوكس الى تكامل سطحي :

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_S \overrightarrow{rot}\,\vec{E}\cdot d\vec{s}$$

ويتغير في الطرف الأيمن نظام التفاضل والتكامل :

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s}$$

بالنتيجة تصبح هذه المعادلة حاوية على تكامل سطحي فقط

$$\int_S \overrightarrow{rot}\,\vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{s}$$

ونقوم بتحويلات مماثلة للمعادلتين الثالثة والرابعة من (22ـ1) .

نستخدم لاجراء الخطوة الثانية ،نظرية رياضية بديهية : اذا تساوى تكاملان لمقدارين وفق نفس المجال المختار ،فإن المقدارين الموجودين داخل اشارة التكامل متساويان . ومن هنا نحصل مباشرة على معادلات ماكسويل المجهرية بصياغتها التفاضلية (في الجملة الدولية ) :

$$\begin{aligned}
\operatorname{div}\vec{E} &= \frac{1}{\varepsilon_0}\rho \\
\overrightarrow{rot}\,\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\
\operatorname{div}\vec{B} &= 0 \\
\overrightarrow{rot}\,\vec{B} &= \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\vec{j} + \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}
\end{aligned} \qquad (22\text{–}2)$$

يعطي استعمال دعوى غوص- اوستروغرادسكي مرة اخرى على المعادلات التفاضلية (22ـ2) ،يعطي من جديد المعادلات التكاملية

(22-1) . هذا يعني أن كلا الشكلين متكافئان ، وذلك في حالة التوزع المستمر للشحن والتيارات .

عند وجود تفرد (singularity) أو تمايز ، كتلك التي تحدث في حالة الحدود الفاصلة أو تمركزالشحن ، تبقى المعادلات التكاملية (22-1) صحيحة ، بينما يمكن استخدام المعادلات التفاضلية (22-2) فقط على اساس النظرية الرياضية للتوابع المعممة التي لاندرسها هنا . وبالتالي أثناء وجود التوزعات المتفردة للشحن والتيارات سوف نستخدم المعادلات التفاضلية في تلك المجالات التي يكون فيها التفرد معدوما ، وحول التفردات سوف نستعمل الصيغ التكاملية .

تكتب معادلات ماكسويل المجهرية في الجملة CGS بالشكل :

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\rho$$
$$\overrightarrow{rot}\, \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$
$$rot\, \vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

نشير الى أن المقدار $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ (أو $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ في الجملة CGS) يدخل في المعادلة الاخيرة لماكسويل بشكل متساو تماما مع $\vec{j}$ ويملك ابعاد كثافة التيار . لذلك يدعى المقدار $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ بكثافة تيارالازاحة . ونلاحظ أن تيار الازاحة يختلف عن الصفر في حالة الحقول الكهربائية المتغيرة فقط ، أما إذا كان الحقل الكهربائي مستقرا فان تيار الازاحة يختفي .

تتلخص الفكرة الرئيسية لجملة المعادلات (22-2) في أن :

"معادلات ماكسويل تتضمن حركة الحقل الكهرطيسي".

هذا يعني أن الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ يمكن ايجادهما في كل حالة بحل المعادلات (22-2) أو مايماثلها في الجملة CGS . ويستخرج كل حل بمساعدة الشروط البدئية والحدودية . تعين الشروط البدئية قيمة الحقل في لحظة زمنية معينة (ثابتة ) والتي تؤخذ عادة مساوية للصفر (ومن هنا أتت تسمية الشروط البدئية ) . وتكفي معرفة الحقلفي

لحظة زمنية ما لتحديد قيمة ثوابت التكامل بالنسبة للزمن في جملة المعادلات (2ـ22) ، ذلك لأن هذه المعادلات تحوي على المشتق الاول فقط بالنسبة للزمن . وتعبر الشروط الحدودية عن الخواص المتعلقة بوجود سطوح الفصل (أي تلك السطوح من مختلف الجهات التي تكون فيها خواص الجملة مختلفة ) وبحصر مجال الحقل بسطوح ما . وتعطي الشروط الحدودية قيم الحقل في أية لحظة على السطوح من النوع المذكور . اذا كان مجال تواجد الحقل كبيرا جدا ، فان الشرط على الحدود الخارجية البعيدة تحول الى قيم الحقول المعطاة في النقطة البعيدة جدا ، بعبارة اخرى في اللانهاية .

لم نتعمد قلة الدقة عندما قلنا أن معادلات ماكسويل تحوي فقط معادلات حركة الحقل الكهرطيسي . بعبارة اخرى ليست جميع معادلات ماكسويل جوهرية لمعادلات حركة الحقل . وفي الواقع تتضمن معادلتان فقط من المعادلات الأربع (2ـ22) مشتقات بالنسبة للزمن . فلا يوجد في المعادلتين الاولى والثالثة مثل هذه المشتقات . بنفس الوقت تعتبر هاتين المعادلتين شروطا مفروضة على الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ . وهذه الشروط تربط بين مركبات الحقلين أثناء حدوث أي تغيرات مع الزمن . وبما أن عدد هذه الشروط اثنان فهذا يعني ان هناك اربعة مركبات مستقلة فقط لـ $\vec{E}$ و $\vec{B}$ من المركبات الست .

تشكل المعادلات (2ـ22) بالاضافة الى معادلة الحركة للجسيمات المشحونة تحت تأثير قوة لورانتز

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$$

الجملة الاساسية للمعادلات المجهرية لماكسويل ـ لورانتز . وجملة المعادلات هذه كافية من حيث المبدأ لايضاح جميع الظواهر الكهرطيسية التي لاتظهر بها القانونيات الكوانتية .

لكي تمتلك معادلات ماكسويل ـ لورانتز حلا وحيدا ، اي لكي تعطي تكهنا (توقعا ) وحيدا عن سير الحادثة الكهرطيسية المدروسة ، لابد من اعطاء :

) الحالة البدئية للجسيمات والحقول (اي احداثيات وسرع الجسيمات وكذلك الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ في اللحظة البدئية $t = 0$ ).

) الشروط الحدودية للحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ التي تبين سلوكهما على

حدود المجال المدروس والتي تعينها شروط المسألة .

هكذا بتثبيت الشروط البدئية والحدودية تملك جملة معادلات ماكسويل ـ لورانتز المجهرية حلا وحيدا ، وتعطي توقعا وحيدا عن سلوكية الجملة المدروسة . ويتعلق الشكل المحدد (الدقيق) للشروط البدئية والحدودية الممكنة بخواص معادلات ماكسويل .

3 ـ نقوم بسرد هذه الخواص :

a) ان معادلات ماكسويل معادلات خطية . فهذه المعادلات تحوي فقط على المشتق الأول بالنسبة للزمن والاحداثيات المكانية ، اضافة الى المراتب الاولى لكثافة الشحن الكهربائية والتيارات . وترتبط الخاصة الخطية لمعادلات ماكسويل مباشرة بمبدأ التركيب . وفي الواقع اذا فرضنا وجود جملتين للشحن الكهربائية تميزان على الترتيب بالقيم $\rho_1$ ، $\vec{j}_1$ و $\rho_2$ ، $\vec{j}_2$ . ولنفرض ان الجملة الاولى في حالة غياب الثانية تشكل الحقلين $\vec{E}_1$ و $\vec{B}_1$ ، والثانية في حالة غياب الاولى $\vec{E}_2$ و $\vec{B}_2$ . عندئذ يكون :

$$\frac{\partial \vec{E}_1}{\partial \vec{r}} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_1 \quad , \quad \frac{\partial \vec{E}_2}{\partial r} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_2$$
وهكذا

لنجمع الآن المعادلات المتوافقة ، نحصل بالنتيجة على :

$$\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$
الخ.......

حيث $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ ، $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ ، $\rho = \rho_1 + \rho_2$ ، $\vec{j} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$ .

ونرى أن الحقلين الناتجين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ يتشكلان بالشحن التي يعطى توزعها بالقيمتين الحاصلتين $\rho$ و $\vec{j}$ .

b) تتضمن معادلات ماكسويل قانون انحفاظ الشحنة الكهربائية من اجل ايضاح هذا ، نقوم بمفاضلة المعادلة الاولى من الجملة (2ـ22) بالنسبة للزمن ، ونضرب طرفيها بـ $\varepsilon_0$ . وبما أن نظام التفاضل يجري بالنسبة للزمن وليس بالنسبة للاحداثيات المكانية المستقلة عن الزمن فإن

$$\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial \vec{E}}{\partial \vec{r}} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

لنأخذ الآن التفرق لكلا جزئي المعادلة الاخيرة من الجملة (22_2 ) ونضرب الناتج بـ $\varepsilon_0 c^2$ . نحصل على :

$$\varepsilon_0 c^2 \cdot div(\overrightarrow{rot}\,\vec{B}) = 0 = \frac{\partial \vec{J}}{\partial \vec{r}} + \varepsilon_0 \cdot div\ \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

وبالتعويض عن $\varepsilon_0\ div \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ في هذه المعادلة بقيمتها من المسـاواة نحصل على النتيجة المطلوبة

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\,\vec{j} = 0$$

c) ينتج من معادلات ماكسويل أن كل حقل كهرطيسي يمكن تمييـزه بكمون سلمي وكمون شعاعي ، وسنرمز لهذين المقدارين بـ $\varphi$ و $\vec{A}$ . على الترتيب . ويكون الاول منهما تابعا سلميا والثاني تابعا شعاعيا للاحداثيات المكانية ، وفي حالة الحقول المتغيرة يتبعان كذلـك الزمن . وهذان التابعان يرتبطان بالحقلين وفق المساواتين :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \qquad (22\_3)$$

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\,\vec{A}$$

الصحيحتين في الجملة SI . تستبدل في الجملة CGS فقط العلاقة بين $E$ و $\varphi$ و $\vec{A}$ ، لتصبح

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

ولا تعرف المساواتان (22_3) فقط $\varphi$ و $\vec{A}$ ، وانما يكمن فيهمـا تأكيد على ان اعطاء اربع توابع فقط $\varphi$ ، $A_x$ ، $A_y$ و $A_z$ يعين بشكل كامل التوابع الست $E_x$ ، $E_y$ ، $E_z$ و $B_x$ ، $B_y$ ، $B_z$ ، وذلك بشرط أن تحقق التوابع الاخيرة معادلات ماكسويل .

يبرهن على صحة هذا التأكيد بالتالي : من المعادلة الثالثـة للمجموعة (22_2) ووفقا للخاصتين التاليتين أ) اذا كان $div\,\vec{a}=0$ في كل نقطة من الفضاء ، فان ذلك يؤدي الى وجود حقلا شعاعيا $\vec{b}(\vec{r})$ بحيث أن

$$\vec{a}(\vec{r}) = \overrightarrow{rot}\,\vec{b}(\vec{r})$$

ويدعى الحقل الذي تفرقه معدوم بالحقل اللااعصاري (الدوامي) . أي أن الحقل الاعصاري عبارة عن دوار حقل شعاعي آخر . ب) اذا كان $rot\ \vec{a}(\vec{r})=0$ في كل نقطة من الفضاء ، فان ذلك يؤدي الى وجود حقل سلمي $f(\vec{r})$ حيث $\vec{a}=grad\ f$ ويدعى الحقل الذي يكون دواره معدوما "بالحقل الكامن" . اي ان الحقل الكامن يعتبر تدرجا لحقل سلمي . اضافة الى ذلك يمكن ان يكون الحقلان $\vec{b}(\vec{r})$ و $f(\vec{r})$ غير معدومين اذا كان الحقل $a$ معدوما .

ينتج مباشرة وجود كمون شعاعي $\vec{A}(\vec{r})$ يحقق العلاقة الثانية من(3ـ22) . بادخال هذه العلاقة في المعادلة الثانية للجملة(2ـ22)، وبتبديل نظام التفاضل بالنسبة للزمن والاحداثيات نحصل على :

$$\overrightarrow{rot}\ \vec{E} = -\overrightarrow{rot} \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

أو

$$\overrightarrow{rot}\left(\vec{E}+\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)=0$$

ومنه وفقا للخاصة (ب) ينتج وجود تابع سلمي من الشكل $\varphi$ ـ *) حيث

$$\vec{E}+\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}=-\frac{\partial \varphi}{\partial r}$$

وهذه العلاقة مكافئة للمساواة الاولى (3ـ22) .

تتمتع الحقول الكامنة بخواص هامة ، حيث يمكن تغييرهم (تنويعهم) في حدود معينة دون أن يتغير في أثناء ذلك نفس الحقلان $\vec{E}$ و $\vec{B}$ . وعلى وجه الدقة يمكن أن نطرح من الكمون السلمي المشتق بالنسبة للزمن لتابع سلمي اختياري $f(\vec{r},t)$ ، وبنفس الوقت اضافة تدرج نفس التابع الاختياري الى الكمون الشعاعي . وتصف الكمونات الحاصلة الجديدة نفس الحقل الكهرطيسي . ان الحديث عن الطرق المختلفة لاختيار الكمونات التي لاتغير الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ يماثل الحديث عن الطرق المختلفة لمعايرة الكمونات . فالمعايرة تثبت باختيار التابع $f(\vec{r},t)$ . إن صمود (ثبات) الحقول بالنسبة

*) توضع الاشارة السالبة امام $\varphi$ ليصبح التعامل مع العلاقة اسهل وسوف نفهم القصد من ذلك لاحقا .

لطرق المعايرة المختلفة تدعى بخاصة التدرج أو الصمود المعايـــــر. تسمح هذه الخاصة باختيار الكمونات بشكل اكثر ملائمة ، أي بحيـــث تصبح علاقات نظرية الحقل الكهرطيسي أكثر بساطة .

لاثبات الصمود المعاير للحقل الكهرطيسي ، نحسب الحقلين $\vec{E}'$ و $\vec{B}'$ بواسطة الكمونين

$$\vec{A}' = \overrightarrow{grad}\, f \quad , \quad \varphi' = -\frac{\partial f}{\partial t}$$

حيث $f$ تابع اعتباطي لـ $r$ و $t$ . وفقا لـ(3ـ22) يكون :

$$\vec{E}' = \overrightarrow{grad}\,\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t}\,\overrightarrow{grad}\, f = 0$$

$$\vec{B}' = \overrightarrow{rot}(\overrightarrow{grad}\, f) = \Delta f = 0$$

ومنه ( اضافة الى العلاقة الخطية بين الحقل والكمون ) ينتج مباشرة أن الكمونين $\varphi - \frac{\partial f}{\partial t}$ و $\vec{A} + \overrightarrow{grad}\, f$ يعينان نفس الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ ، كما هو في حالة كموني الانطلاق (الكمونين البدئيين) $\varphi$ و $\vec{A}$ .

تشير امكانية التحويلات المعايرة الى أن الكمونات خلافـــــا للحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ لاتعتبر مقاديرا فيزيائية سليمة تماما . مثـــــلا ، لانستطيع الاشارة (حتى ولو بشكل مبدأي ) الى طريقة لقياس الكمونيـن $\varphi$ و $\vec{A}$ وذلك لعدم وحدانية قيم الكمونات .

d ) لنعوض عبارتي الحقلين (3ـ22) بدلالة الكمونات في معادلات ماكسويل(2ـ22) . نرى مباشرة أن المعادلتين الثانية والثالثـــــة تتحولان الى مطابقتين في هذه الحالة . وتصبح المعادلتان الاولـــى والرابعة من الجملة (2ـ22) معادلات الحركة للكمونات :

$$div\left(-\overrightarrow{grad}\, f - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = -\Delta\varphi - \frac{\partial}{\partial t}\, div\, A = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$rot(rot\,\vec{A}) = -\Delta\vec{A} + grad\; div\, A =$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\,\vec{j} - grad\left(\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) - \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}$$

ولقد استعملنا هنا المطابقتين :

$$\frac{\partial}{\partial r}\cdot\frac{\partial}{\partial r} \equiv \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

و

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec{b}(\vec{r}) = \mathrm{grad}\cdot\mathrm{div}\,\vec{b}(\vec{r}) - \Delta\,\vec{b}(\vec{r})$$

وأعدنا ترتيب $\frac{\partial}{\partial r}$ و $\frac{\partial}{\partial t}$ . لنختار الآن معايرة الكمونات بحيث تتحقق المساواة :

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \mathrm{div}\,\vec{A} = 0 \tag{22-4}$$

التي تدعى "بمعايرة لورانتز" . لندخل (22-4) في المعادلتين السابقتين فنجد أن معادلات الكمون من اجل المعايرة السابقة تأخذ الشكل :

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

$$\Delta\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\vec{j} \tag{22-5}$$

وتكتب غالبا (22-5) اختصارا بالشكل :

$$\Box\,\varphi = -\frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$

$$\Box\,\vec{A} = -\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\vec{j} \tag{22-6}$$

حيث يعنى الرمز $\Box = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ ، ويدعى بموءثر دالامبير .

تأخذ المعادلتان (22-6) في الجملة CGS الشكل :

$$\Box\,\varphi = -4\pi\rho \quad \text{و} \quad \Box\,\vec{A} = -\frac{4\pi}{c}\vec{j}$$

ونكون في حصيلة عملنا هذا قد اقتنعنا بأن اختيار معايرة لورانتز للكمونين $\varphi$ و $\vec{A}$ يعطي معادلتين لهما نفس التركيب الرياضي. وهذا يعني أن طريقة الحل تكون واحدة . إن الشكل الموحد السابق مريح لحل العديد من مسائل الالكتروديناميك. وهذا يشهد على فائدة اسلوب دراسة خواص الحقل الكهرطيسي بمساعدة الكمونات .

E ) يستخلص من معادلات ماكسويل نتيجة هامة :

إن الحقل الكهرطيسي قادر على التواجد في حالة غياب الشحن والتيارات الكهربائية . وفي هذه الحالة تحمل ،حتما، تغير حالته خاصة موجية . ويدعى مثل هذا الحقل بالأمواج الكهرطيسية . وتنتشر

هذه الامواج في الخلاء دائما بسرعة الضوء.

عند اختفاء الشحن والتيارات تكون $\rho = 0$ و $\vec{j} = 0$ ، وبالتالي تأخذ المعادلتان (22_6) الشكل :

$$\Box \varphi = 0 \qquad \Box \vec{A} = 0$$

وتملكان حلا موجيا غير معدوم من الشكل :

$$\varphi = \varphi_0 \cdot e^{-i\omega t + i\vec{K}\cdot\vec{r}} \quad , \quad A = A_0 \cdot e^{-i\omega t + i\vec{K}\cdot\vec{r}}$$

وتعني $\varphi_0$ هنا ثابتا سلميا اعتباطيا ، $\vec{A_0}$ و $\vec{K}$ شعاعان ثابتان اعتباطيان $\omega = c|\vec{K}|$ . ويحدد الحلان الموجيان لـ $\varphi$ و $\vec{A}$ الحقلين الموجيين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ . وهذا ينتج من العلاقة (22_3) ومن الخاصة الأسية للتابع التي لاتغير شكلها في حالة التفاضل . إن علاقة المساواة بين سرعة الانتشار في الخلاء للأمواج الكهرطيسية والضوء تنتج من قانون التشتت $\omega = c|\vec{K}|$ .

لقد تكهن العالم ماكسويل لأول مرة بوجود الامواج الكهرطيسية . وتوصل الى ذلك الاستنتاج بتحليل الخواص المصاغة ضمن معادلاته للحقل الكهرطيسي . وأتى البرهان التجريبي على تكهنه عام 1888،أي بعد وفاته بتسع سنوات ،وذلك على يد العالم هرتز الذي لعبت تجاربه دورا حاسما في تاريخ تطور المعرفة لطبيعة الامواج الكهرطيسية .

تم التعامل اثناء دراستنا لايضاح الحقل الكهرطيسي مع جملة عطالية ما . غير أنه من المعلوم أن الجمل العطالية المختلفة مكافئة لبعضها البعض(مبدأ النسبية ) .وبالتالي فان معادلات ماكسويل يجب أن تتحقق في جميع جمل المقارنة العطالية ، وهذا ماتؤكده مجموعة كبيرة من التجارب . ويملك هذا القانون الاساسي التقرير الآتي : إن الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ حالهما في ذلك حال الكمونين $\varphi$ و $\vec{A}$ لايبقيان ثابتين اثناء الانتقال من جملة عطالية الى اخرى ، وإنما تجري لهما تحويلات وفق قواعد محددة . لندرس تحويلات الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ أثناء الانتقال من جملة مقارنة ساكنة الى جملة متحركة . وهذه الانتقالات جديرة بالاهتمام لأنها تظهر العلاقة المتبادلة بين الظواهر الكهربائية والمغناطيسية .

يجب أن نشير منذ البداية إلى أن مبدأنسبية انشتين وليس

مبدأ نسبية غاليليه هو الذي يطبق في حالة الحقول الكهرطيسية ، ويكفي أن نتذكر هنا أن الامواج الكهرطيسية تنتشر في جميع الجمل العطالية بنفس السرعة $c$ .

لندرس الانتقال من الجملة الساكنة $K$ الى الجملة المتحركة $K'$ التي تكتب تحولات لورانتز فيهما بالشكل :

$$t' = \frac{t - Vx/c^2}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad , \quad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad , \quad y' = y \; , \; z' = z$$

حيث $V$ سرعة الحركة النسبية لجملتي المقارنة . تعطى في هذه الحالة تحويلات الحقل بالشكل :

$$E'_x = E_x \qquad , \qquad B'_x = B_x$$

$$E'_y = \frac{E_y - VB_z}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad , \quad B'_y = \frac{B_y + \frac{VE_z}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad (22\text{-}7)$$

$$E'_z = \frac{E_z + VB_y}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \quad , \quad B'_z = \frac{B_z - \frac{VE_y}{c^2}}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$$

وفي الحالة العامة :

اذا كان $\vec{E}_{\parallel}$ و $\vec{B}_{\parallel}$ موازيين للسرعة $\vec{V}$ ، فان :

$$E'_{\parallel} = E_{\parallel} \quad , \quad B'_{\parallel} = B_{\parallel}$$

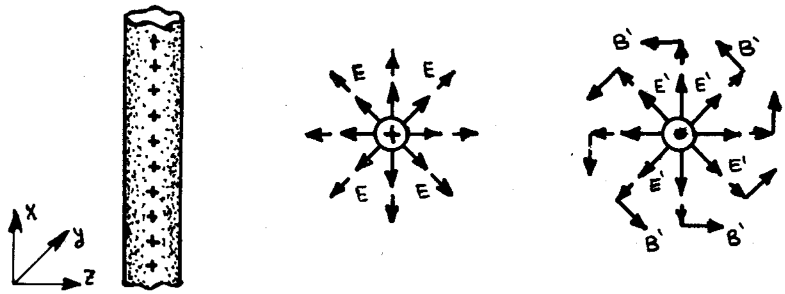
واذا كان $\vec{E}_{\perp}$ و $\vec{B}_{\perp}$ معامدين لـ $\vec{V}$ ، فان :

$$\vec{E}'_{\perp} = \frac{(\vec{E} + \vec{V}\wedge\vec{B})_{\perp}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad , \quad \vec{B}'_{\perp} = \frac{\left(\vec{B} - \frac{\vec{V}\wedge\vec{E}}{c}\right)_{\perp}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

وتنتسب المركبات التي مهرت بفتحة الى الجملة $K'$ ، والتي بدون فتحة الى الجملة $K$ .

إن استخراج العلاقات (22-7) يتم في اطار النسبية الخاصة ، لذلك سنوضح هنا كيفية التعامل معهم على مثال بسيط . لنفرض وجود اسطوانة لامتناهية في الطول مشحونة بانتظام بشحنة موجبة وذلك في الجملة $K$ (ممثلة الى يسار الشكل 6.2) . من معطيات التناظر يرى بوضوح أن هذه الاسطوانة سوف تدفع بالجسيمات المشحونة ايجابيا

في اتجاهات معامدة لمحور الاسطوانة ، وبالتالي فان الحقل الكهربائي $\vec{E}$ الذي تولده الاسطوانة يكون متجها بشكل معامد لمحور الاسطوانة وفق المستقيمات المارة من ذلك المحور (الجزء الوسطي من الشكل 6.2). لنوجه المحور $x$ وفق محور الاسطوانة . عندئذ تكون المركبتان $E_y$ و $E_z$ غير معدومتين . لنجري التحويلات (7_22) . نلاحظ من تلك التحويلات أنه في الجملة $K'$ المتحركة بالسرعة $\vec{V}$ وفق المحور $X$ يبرز حقلا مغناطيسيا مركبتاه $B'_y$ و $B'_z$ غير معدومتين ، بحيث أن $\vec{B}'\cdot\vec{E}'=0$ . وهذا يعني أنه في كل نقطة يكون $\vec{B}'$ متجها وفق مماس الدائرة المارة




شكل 6.2

من تلك النقطة والتي ينطبق مركزها على محور الاسطوانة (الجزء الايمن من الشكل 6.2) . والفكرة الفيزيائية لنشوء هذا الحقل هو أن الشحن المتحركة (في الجملة $K'$ ) تشكل تيارا كهربائيا ، وهذا التيار المستقيم يولد حوله حقلا مغناطيسيا دورانيا . وبالضبط هذا هو الحقل الذي نحصل عليه بالتحويلات (7_22). ويلاحظ ايضا أن الحقل الكهربائي $\vec{E}'$ يزداد بمقدار $1/\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$ مرة . وهذه الزيادة توضح بازديادكثافة الشحنات الكهربائية في الجملة $K'$ وفقا لعلاقات التحويل التالية :

$$\rho' = \frac{\rho - \frac{V}{c^2} j_x}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad , \quad j'_x = \frac{j_x - \rho V}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad (22\_8)$$

$$j'_y = j_y \quad , \quad j'_z = j_z$$

حيث $\rho$ ، $\vec{j}$ كثافتا الشحنة والتيار في الجملة $K$ ، و $\rho'$ ، $\vec{j}'$ كثافتاهما في الجملة $K'$ على الترتيب .

نشير الى أن التحويلات (7ـ22) تمزج بين الحقلين الكهربائي والمغناطيسي ، كما هو الحال في تحويلات لورانتز الزمانية والمكانية . فكل من الحقلين $\vec{E}'$ و $\vec{B}'$ يعبر عنه بدلالة $\vec{E}$ و $\vec{B}$ . وهذا يشهد على الطبيعة الواحدة للحقول الكهربائية والمغناطيسية . فكل منهما على حده لايملك معنى مطلقا : فالحديث عن الحقل الكهربائي أوالحقل المغناطيسي ممكن فقط باشارة حتمية الى جملة الاحداثيات التي تتم فيها الدراسة .

ينتج من العلاقات (7ـ22) أن ظهور الحقل $\vec{B}'$ يعتبرمفعولا نسبويا . ففي الحدود اللانسبوية ، أي عندما $\frac{V}{c} \to 0$ يختفي الحقل $\vec{B}'$ .

تعتبر الطبيعة النسبوية للمغناطيسية حقيقة فيزيائية عامة ، وذلك لعدم وجود شحن مغناطيسية .

غير أنه على خلاف العديد من الظواهر النسبية ، يمكن بسهولة اكتشاف المغناطيسية . ويرتبط سبب هذه السهولة بأن الحقل المغناطيسي يمكن توليده بواسطة عدد هائل من الشحنات المتحركة . وبالتالي يكون للحقل المغناطيسي الذي يولده التيار الكهربائي قيمة ملحوظة . وبفضل ذلك لعبت الظواهر المغناطيسية دورا هاما في تاريخ تطور الفيزياء ، وكانت دراسة الكهرطيسية ذلك الطريق الذي أدى الى اكتشاف مبدأ النسبية على يد العالم انشتين .

## 23 ـ الاندفاع ، الطاقة ، عزم الاندفاع للحقل الكهرطيسي .

1 ـ يتمع الحقل الكهرطيسي مثله في ذلك مثل جميع الاشكال المادية باندفاع وطاقة وعزم اندفاع . وتكون هذه المقادير محفوظة من اجل الحقول المعزولة . وتحقق شروط العزل اذا كانت الشحن الكهربائية والتيارات معدومة في مجال تواجد الحقل . ويعتبر انحفاظ الاندفاع والطاقة وعزم الاندفاع نتائجا لتجانس المكان والزمن وتماثل مناحي الفضاء . وعند وجود تأثير متبادل بين الحقل الكهرطيسي والشحن والتيارات ، فإن المجموع الكلي لاندفاعات الحقل الكهرطيسي والجسيمات المشحونة يكون محفوظا .

وبما أن الحقل يشغل دائما جزءا من الفضاء ، فإن الاندفاع والطاقة وعزم الاندفاع تميز بقيمهم النوعية . وتحدد هذه القيم المقادير الفيزيائية الموافقة والمنسوبة الى واحدة الحجم في النقطة المعطاة

من الفضاء . وتدعى القيم النوعية للمقادير السابقة بكثافة الاندفاع وكثافة الطاقة وكثافة عزم الاندفاع وسوف نرمز لهم على الترتيب بـ $\vec{g}$ و $w$ و $\vec{\ell}$ . ويعتبر كل من هذه المقادير تابعا للزمن ولموضع النقطة في الفضاء $\vec{r}$ . وهكذا تحدد $\vec{g}(\vec{r},t)$ قيمة اندفاع الحقل في اللحظة $t$ وفي واحدة الحجم المحيطة بالنقطة $\vec{r}$ .

تحددكثافات الاندفاع والطاقة وعزم الاندفاع للحقل بشكل نمطي (معياري) . ففي كل حجم لامتناه في الصغر يملك الحقل اندفاعا وطاقة وعزم اندفاع ، وتكون قيمها على الترتيب $\vec{g}(\vec{r},t)\cdot dv$ ، $w(r,t)\,dv$ و $\vec{\ell}(\vec{r},t)\cdot dv$ ، ونحصل على القيم الكاملة للمقادير المذكورة بجمع قيمها التفاضلية ، أي باجراء التكاملات التالية : $\int \vec{g}(\vec{r},t)\cdot dv$ و $\int w(\vec{r},t)\,dv$ و $\int \vec{\ell}(r,t)\cdot dv$ .

وتحذف غالبا كتابة متحولات القيم النوعية $\vec{g}$ ، $w$ و $\vec{\ell}$ وذلك للاختصار في الكتابة (كما هو الحال في الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ ) .

2 ـ تعطى كثافة اندفاع الحقل الكهرطيسي (في الجملة الدولية ) بالعبارة :

$$\vec{g}(\vec{r},t) = \varepsilon_0(\vec{E}\wedge\vec{B}) \tag{23-1}$$

( ويظهر في الجملة $CGS$ الثابت $\frac{1}{4\pi c}$ في مكان $\varepsilon_0$ ) . وهكذا يعطى الاندفاع الكلي $\vec{P}$ للجسيمات المشحونة والحقل الكهرطيسي في الجملة $SI$ بالعبارة :

$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i + \int \varepsilon_0\, \vec{E}\wedge\vec{B}\cdot dv$$

حيث يتم الجمع هنا لاندفاعات ( $\vec{p}_i$ ) جميع الجسيمات المشحونة ، ويؤخذ التكامل على حجم الفضاء ككل . ينتج انحفاظ الاندفاع $\vec{P}$ مباشرة من معادلات ماكسويل ـ لورانتز . ويلاحظ من (23ـ1) أن كثافة الحقل الكهرطيسية مختلفة عن الصفر فقط في تلك النقاط التي يتواجد فيها الحقلان $\vec{E}$ و $\vec{B}$ معا ، بشرط ألا يكونا متوازيين .

تكون كثافة اندفاع الحقل للاسطوانة المشحونة الموصوفة في الفقرة 22 ، معدومة في كل نقطة من الجملة $K$ ، ذلك وفقا للعلاقة (23ـ1) (لأن الناقل ساكن) . وتكون متجهة وفق سرعة حركة الشحنات في الجملة $K'$ (الناقل متحرك في $K'$ ) .

3 ـ تعطى كثافة الطاقة للحقل الكهرطيسي $w(\vec{r},t)$ (في الجملة SI) ، بالعبارة :

$$w(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \varepsilon_0 c^2 B^2\right) \qquad (23\_2)$$

(في الجملة CGS يصبح الثابت لكل من $E^2$ و $B^2$ مساويا $\frac{1}{8\pi}$ ) .

تبين العلاقة (23ـ2) أن كثافة الحقل الكهرطيسي مجموع جزئين جزء كهربائي وجزء مغناطيسي . وتكون هذه الطاقة غير معدومة وموجبة في جميع النقاط التي يتواجد فيها حقل واحد على الاقل من الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ . ويدعى المقدار $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ بكثافة الطاقة الكهربائية والمقدار $\frac{1}{2}\varepsilon_0 c^2 B^2$ بكثافة الطاقة المغناطيسية في الجملة SI .

إن تناقص الطاقة الكلية للحقل في واحدة الزمن يساوي الاستطاعة التي يمنحها الحقل اثناء تأثيره على الشحنة . وتكون هذه الاستطاعة في الحجم $dv$ مساوية للجداء السلمي للقوة المطبقة على الشحنات المحصورة في الحجم $dv$ في اللحظة الزمنية من قبل الحقل ، في سرعة حركة هذه الشحن ( $\vec{v}$ ) . ونحصل وفقا لعبارة قوة لورانتز المطبقة على شحنة محصورة ضمن حجم لامتناه في الصغر (اي $\rho . dv$ ) :

$$d\vec{F} = (\rho\, dv)\, \vec{E} + \rho\, dv\, (\vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\vec{f} = \frac{d\vec{F}}{dv} = \rho\, \vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B}$$

والتي تدعى عادة بقوة أمبير ،نحصل على عبارة الاستطاعة :

$$(\vec{f}.\vec{v})\, dv = \rho\,(\vec{E}.\vec{v})\, dv + [\vec{v}.(\vec{j} \wedge \vec{B})]\, dv =$$
$$= \rho . \vec{v} . \vec{E}\, dv$$

وذلك لأن $\vec{j}$ و $\vec{v}$ متوازيتان . وبمساعدة المساواة : $\vec{j}(r,t) = \rho . \vec{v}$

نحصل على :

$$(\vec{f}.\vec{v})\, dv = (\vec{j}.\vec{E})\, dv$$

واذا قمنا باجراء التكامل وفق الفضاء ، فاننا نحصل على مساواة تعبر عن قانون انحفاظ الطاقة للجملة الفيزيائية المؤلفة من جسيمات مشحونة وحقل كهرطيسي :

$$-\frac{d}{dt}\int w\, dv = -\frac{d}{dt}\left\{\frac{1}{2}\left[\varepsilon_0 E^2 + \varepsilon_0 c^2 B^2\right] dv\right\} = \int (\vec{E}.\vec{j})\, dv \qquad (23\_3)$$

لكي نستطيع أن نراقب انتقال طاقة الحقل الكهرطيسي في الفضاء ندخل مفهوم تدفق الطاقة الكهرطيسية $\vec{\Pi}(\vec{r},t)$ . يتجه هذا الشعاع في جهة انتقال الطاقة ،ويساوي بقيمته المطلقة الطاقة التي يحملها الحقل في واحدة الزمن خلال واحدة المساحات الموجهة بشكل معامد للتدفق . ويدعى شعاع تدفق الطاقة "بشعاع باونتنغ" . ويقاس في الجملة SI بواحدات جول / م$^2$ . ثانية ( $Joul/m^2.S$ ) ويساوي فولط / م$^2$ ، (في الجملة CGS يقاس بالارغة / سم$^2$ . ثانية = $Arg/cm^2.S$ ) .

يعتبر شعاع باونتنغ (خلافاً للتدفق التكاملي للحقل الشعاعي خلال السطح) مقداراً موضعياً من نوع التدفقات الحركية . ويكتب شعاع باونتنغ في الجملة الدولية بالشكل :

$$\vec{\Pi} = \varepsilon_0 c^2(\vec{E} \wedge \vec{B}) \qquad (23\text{-}4)$$

(في الجملة CGS يكون $\vec{\Pi} = \frac{c}{4\pi}(\vec{E} \wedge \vec{B})$ ) .

وتكون في مجالات الفضاء التي لاتحوي شحنا وتيارات (أي عندما $\rho = 0$ و $\vec{j} = 0$ ) كثافة طاقة الحقل الكهرطيسي $w$ مرتبطة بشعاع تدفقها $\Pi$ بمعادلة الاستمرارية :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial . \vec{\Pi}}{\partial r} = 0 \qquad (23\text{-}5)$$

وتعتبر هذه المعادلة العبارة الموضعية لقانون انحفاظ طاقة الحقل الكهرطيسي في حالة غياب الشحن . وهي تعبر عن دعوى بونتنغ .وتشبه هذه الدعوى تماما معادلة الاستمرارية :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

لكي نوضح الفكرة الفيزيائية لدعوى باونتنغ نكامل (23-5) وفق الحجم v المحدد بسطح اختياري S . ونستعمل هنا دعوى غوص استراغرادسكي ، فنحصل على :

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int_v w \, dv = \oint_s (\vec{\Pi} . d\vec{s}) = \oint_s \Pi_n ds$$

ونرى أن تناقص طاقة الحقل في الحجم v وفي واحدة الزمن اثناء غياب الشحن يساوي التدفق التكاملي للطاقة خلال سطح ذلك الحجم .

نشير الى أن قانون انحفاظ الطاقة الوارد في الصيغة (23ـ5) صحيح من اجل جميع الامواج اللامتخامدة مهما كانت طبيعتها . وقد حصل العالم أومف على المعادلة السابقة لأول مرة من اجل الامواج الصوتية .

نلاحظ بمقارنة (23ـ1) و(23ـ4)، أن :

$$\vec{\Pi} = c^2 \vec{g} \qquad (23\text{-}6)$$

وسنبين أن مثل هذه المساواة توجد بين كثافة تدفق الطاقة وكثافة الاندفاع في حزمة الجسيمات النسبية الحرة . لنفرض أن سرعة حركة الجسيمات تساوي $\vec{v}$ ، ولنفرض أن كثافة الجسيمات في الحزمة تساوي $n$ . عندئذ يكون عدد الجسيمات التي تخترق واحدة المساحات المعامدة لـ $\vec{v}$ والموجودة ضمن الحزمة في واحدة الزمن تساوي $n\vec{v}$ . اذا كانت طاقة جسيمة واحدة تساوي $\varepsilon$ فان كثافة تدفق الطاقة في الحزمة تساوي $\vec{\Pi} = n\varepsilon\vec{v}$ . لنستعمل الآن العلاقة الرابطة بين اندفاع الجسيمة النسبية $\vec{P}$ وطاقتها $\varepsilon$ والتي تكتب بالشكل :

$$c^2 P = \varepsilon v$$

عندئذ يكون :

$$\vec{\Pi} = c^2 n \vec{P}$$

ومن الواضح أن الشعاع $n\vec{P}$ يمثل كثافة الاندفاع في الحزمة ، وهذا ماتوصلنا اليه في العلاقة (23ـ5) .

تبين التجربة أن معادلات ماكسويل يُسمح بتعميمها على المجال الكوانتي . ويعتبر الحقل الكهرطيسي جملة جسيمات كوانتية فوق نسبوية (سرعة كل منها يساوي c ) أي فوتونات . ويلاحظ أن العلاقة (23ـ5) تتفق مع الخاصة الكوانتية للحقل الكهرطيسي .

إن الاكتشاف التجريبي لكثافة الاندفاع وكثافة تدفق طاقة الحقل الكهرطيسي تم على يد العالم ليبدف 1900 ، وذلك بقياس ضغط الضوء .

نوضح فيما يلي مفهوم هذا الضغط : نفرض أن الضوء يرد ناظميا على واحدة المساحات التي تمتصه . إن الاندفاع الذي يمنح لواحدة المساحات في واحدة الزمن يساوي الى اندفاع الامواج الضوئية الموجودة في حجم متوازي مستطيلات قائم قاعدته تساوي واحدة المساحات المعطاة وارتفاعه يساوي سرعة الضوء c (بفرض أن الضوء ينتشر في

الخلاء) . إن الاندفاع الممنوح للسطح المذكور يساوي $\vec{g}c = \frac{\vec{\Pi}}{c}$ حيث $\vec{g}$ و $\vec{\Pi}$ كثافة الاندفاع وكثافة تدفق الطاقة في الحزمة الضوئية. واستنادا الى القانون الثاني لنيوتن يحدد هذا المقدار القيمة المطلقة للقوة المطبقة على ذلك السطح . وبما أن مساحة السطح تساوي الواحد فهذا يعني ان القيمة السابقة ليس الا ضغط الضوء على السطح

$$\vec{P} = \vec{g}c = \frac{\vec{\Pi}}{c} \qquad (23\_7)$$

ينتج مما تقدم أن قياس $P$ يعطي امكانية تحديد كثافة الاندفاع وكثافة تدفق الطاقة في الحزم الضوئية .

إن ضغط الضوء الطبيعي صغير بشكل غير عادي . مثلا تكون قيمة ضغط ضوء الشمس على مساحة جيدة الامتصاص من سطح الارض تساوي تقريبا $3,7.10^{-8}$ ملم من الزئبق . وهي اقل من قيمة الضغط الجوي بحوالي احدى عشرة مرتبة تقريبا .

لايلعب ضغط الضوء أي دور محسوس في الظواهر التي نصادفها في حياتنا العادية . غير أن هذا الدور ينمو بشدة في مقاييس الجمل الفلكية والمجهرية . وهكذا فان الجاذبية المادية للطبقات الخارجية من مادة اي نجم نحو مركزه يتوازن مع قوة يلعب فيها ضغط الضوء الوارد من مركز النجم الى قشرته دورا هاما . ويبرز ضغط الضوء في العالم المجهري ، مثلا، بظاهرة الارتداد الضوئي الذي تعانيه الذرة المهيجة اثناء اصدارها للضوء .

تعتبر كثافة اندفاع الحزمة الضوئية ، التي نحصل عليها بقسمة الضغط الضوئي على $c$ قيمة صغيرة جدا . مثلا ، الضغط الذي قيمته $3,7.10^{-8}$ ملم زئبق يسبب كثافة للاندفاع قدرها $1,7.10^{-14}$ كغ/م$^2$.ثا . غير أن كثافة تدفق الطاقة الضوئية خارج حدود الغلاف الجوي (الأتموسفير) يمكن اكتشافها بسهولة (حيث أنها اكبر عدديا بـ $10^{17}$ مرة من كثافة تدفق اندفاع الحزمة الضوئية ) . مثلا ، تساوي القيمة المطلقة لشعاع باونتنغ للاشعة الشمسية على سطح الارض حوالي $1,5.10^{3}$ واط/م$^2$ ($watt/m^2$) . يبرز تدفق الطاقة التي لها مثل هذه الكثافة ، مثلا ، بارتفاع درجة حرارة الاجسام المعرضة لضوء الشمس .

4 ـ يعبر عن كثافة عزم اندفاع الحقل الكهرطيسي بدلالة كثافة

اندفاع الحقل ، وفق القاعدة المعروفة من الميكانيك :

$$\vec{\ell} = \vec{r} \wedge \vec{g} \tag{23-8}$$

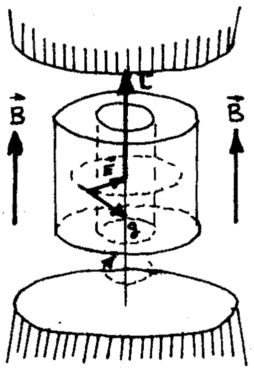
حيث ترمز $\vec{r}$ الى نصف القطر الشعاعي للنقطة التي تحدد فيها قيمة $\vec{\ell}$ . وتؤخذ قيمة $\vec{g}$ ايضافي تلك النقطة .

ينتج من (23-1) و (23-8) العلاقة (في الجملة الدولية ) :

$$\vec{\ell} = \varepsilon_0 \left( \vec{r} \wedge \vec{E} \wedge \vec{B} \right) \tag{23-9}$$

( ويستبدل الثابت في الجملة CGS ب $\frac{1}{4\pi c}$ ) .

نعرض تجربة تؤيد نتائجها وجود عزم الاندفاع للحقل الكهرطيسي . لندرس المجموعة المعروضة على الشكل 6.3 ، والمؤلفة من مكثفة اسطوانية موضوعة في حقل مغناطيسي متجانس $\vec{B}$ ، بشكل يوازي فيه محور المكثفة (يمكن للمكثفة أن تدور حول هذا المحور ) . وتتألف المكثفة الاسطوانية من اسطوانتين معدنيتن متمحورتين ، تعتبران لبوسي المكثفة . ويمكن في بعض الحالات وضع مادة عازلة بين اللبوسين . اذا كان ارتفاع اللبوسين اكبر بكثير من المسافة الفاصلة بينهما ، فان الحقل الكهربائي يكون بين اللبوسين عند شحن المكثفة قطريا (أي ينطبق على اقطار المقاطع المعامدة لمحور الاسطوانة ) ، وذلك باستثناء المنطقة المجاورة لنهايتي المكثفة . يعرض الشكل 6.3 توجيه الحقل $\vec{E}$ الموافق لحالة شحن اللبوس الخارجي للمكثفة بشحنة موجبة ، والداخلي بشحنة سالبة . ويفترض أن الحقل الكهرطيسي الناشىء ثابت مع مرور الزمن . وتكون وفقا للعلاقة (23-1) كثافة اندفاع الحقل في كل نقطة موجهة وفق المماس للدائرة المارة من النقطة المعطاة والتي ينطبق مركزها على محور المكثفة .




شكل 6.3

نلاحظ بغض النظر عن ثبات الحقل، أن كثافة الاندفاع تدور دائما على محيط دوائر اللبوسين متحدي المحور . غير أن الاندفاع الكلي للحقل يكون معدوما ، وذلك لأن كل شعاع $\vec{g}$ يقابله شعاع آخر معاكس له في الاتجاه ومساوي له في القيمة المطلقة . وبالتالي لايؤدي دوران

كثافة الاندفاع الى أي مفعول ملاحظ . وتبقى الجملة ككل ساكنة مادامت المكثفة مشحونة . وتبدأ هذه المكثفة بالدوران عند تفريغها ،والسبب في ذلك هو الآتي : تولد كثافة الاندفاع الدوارة عزم اندفاع $\vec{L}$ للحقل . ويكون هذا العزم موجها وفق محور المكثفة (الشكل6.3) . وعند تفريغ المكثفة يسعى $\vec{L}$ الى الصفر ، غير أن قانون انحفاظ عزم الاندفاع يتطلب ثبات $\vec{L}+\vec{L'}$ حيث $\vec{L'}$ العزم الميكانيكي للمكثفة . واضح الآن أن عملية تفريغ المكثفة ترافق بمنح العزم $\vec{L}$ لهذه المكثفة التي تبدأ بالدوران . فاذا كان عزم العطالة للمكثفة يساوي $I_0$ فانها تدور بسرعة زاوية $\omega = L / I_0$ .

يبين المفعول المدروس آنفا أن مفهوم عزم الاندفاع للحقل الكهرطيسي يبرز بوضوح حتى في حالة الحقول الثابتة مع الزمن . ويلعب هذا المقدار دورا هاما عندما نتعامل مع الحقول المتغيرة . إلا أن تأثير هذا المفعول في ظواهر حياتنا العادية قليل جدا ، وتكمن في ذلك صعوبة اكتشافه تجريبيا في الحالات العادية . وقد أمكن في الخمسينات من القرن الحالي فقط اجراء مثل هذه القياسات . ويتلخص المفعول المكتشف في منح عزم اندفاع الضوء الى صفيحة من الكوارتز يعبرها ذلك الضوء ، وادى ذلك الى دوران مستوي استقطاب الضوء الذي لوحظ بشكل مباشر .

يلعب عزم الاندفاع حاله في ذلك حال الاندفاع دورا هاما في الظواهر الفلكية والمجهرية . حيث أنه من الممكن أن يرافق اصدار الضوء من الذرة بتغير عزم اندفاع السحابة الالكترونية ،وهذا التغير يقارب بمرتبته العزم الكلي للذرة .

# مسائل وتطبيقات

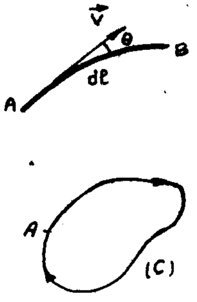
1 ـ برهن ان تجوال شعاع التدرج على طول محيط(كنتور) مغلــق معدوم .

$$L_A^B = \int_A^B \vec{V}\cdot d\vec{\ell} = \int_A^B (V\cos\theta)\, d\ell$$

حيث $\vec{V} = \overrightarrow{grad}\, S$ ، و $S$ تابع سلمي .

عندئذ :

$$L_A^B = \int_A^B \left(\frac{\partial S}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial S}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial S}{\partial z}\vec{k}\right)\cdot\left(dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}\right)$$



حيث $dx$ ، $dy$ ، $dz$ مركبات عنصر الطول $d\ell$ ومنه :

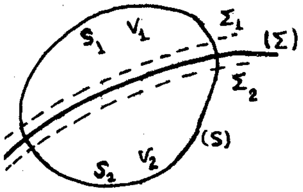
$$L_A^B = \int_A^B \left(\frac{\partial S}{\partial x}dx + \frac{\partial S}{\partial y}dy + \frac{\partial S}{\partial z}dz\right) = \int_A^B dS = S_B - S_A$$

ويكون في حالة كنتور مغلق :

$$\oint_A^B \overrightarrow{grad}\, S\cdot d\vec{\ell} = 0$$

شكل 1 ـ 1

2 ـ اذا كانت مركبات الشعاع $\vec{A}$ مستمرة وقابلة للاشتقاق ،فان



$$\oint_S \vec{A}\cdot d\vec{s} = \int_V div\,\vec{A}\cdot dV$$

حيث $S$ السطح المحدد للحجم $V$ .

برهن أن :

شكل 1 ـ 2

$$\Phi = \oint_S \vec{A}\cdot d\vec{s} = \int_V div\,\vec{A}\cdot dV + \int_\Sigma (A_{n_2} - A_{n_1})\, d\Sigma$$

في حالة وجود انقطاع (عدم استمرار) وفق السطح $\Sigma$ (الشكل 1ـ2) ، حيث $A_{n_1}$ و $A_{n_2}$ المركبتان الناظميتان للشعاع $\vec{A}$ الى جانبـــي الانقطاع .

استنتج مما تقدم الشرط اللازم والكافي حتى يكون التدفق محفوظا .

ـ نقوم بحساب تدفق الشعاع $\vec{A}$ عبر سطح مغلق $S$ . من اجل ذلك نعتبر سطحين $\Sigma_1$ و $\Sigma_2$ مجاورين بشكل مباشر للسطح $\Sigma$ ونحسب تدفق $\vec{A}$ خلال السطح $(\Sigma_1 + S_1)$ الذي يحدد الحجم $V_1$ ، والتدفــــق عبر $(\Sigma_2 + S_2)$ الذي يحدد الحجم $V_2$ .

إن التدفق عبر السطح $S_1 + \Sigma_1$ الذي يحد الحجم $V_1$ :

$$\Phi_{1(S_1)} + \Phi'_{1(\Sigma_1)} = \int_{V_1} \operatorname{div} \vec{A} \cdot dV$$

والتدفق عبر السطح $S_2 + \Sigma_2$ الذي يحد الحجم $V_2$ :

$$\Phi_{2(S_2)} + \Phi'_{2(\Sigma_2)} = \int_{V_2} \operatorname{div} \vec{A}\, dv$$

بما أن السطحين $\Sigma_1$ و $\Sigma_2$ لامتناهيان في التجاور مع $\Sigma$ فان :

$$\Phi_1 + \Phi'_1 + \Phi_2 + \Phi'_2 = \int_V \operatorname{div} \vec{A}\, dv$$

حيث $V$ هو الحجم المحدد بالسطح $S$ . أو

$$\Phi'_1 = \int_\Sigma A_{n_1} d\Sigma \quad , \quad \Phi'_2 = -\int_\Sigma A_{n_2} d\Sigma$$

بما أن

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi = \int_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

شكل 2_2

يكون

$$\Phi = \int_V \operatorname{div} \vec{A} \cdot dv + \int_\Sigma (A_{n_2} - A_{n_1})\, d\Sigma \qquad \text{(دعوى غرين)}$$

وهكذا يكون تدفق الشعاع $\vec{A}$ محفوظا ، اذا كان $\Phi = 0$ خلال سطح مغلق أي كان شكله . فالشرط اللازم والكافي هو $\operatorname{div} \vec{A} = 0$ و $A_n$ مستمر .

3 ـ برهن أن $\frac{\partial}{\partial r} \wedge \frac{\partial f}{\partial r} = 0$ وانها مكافئة لـ $\operatorname{rot} \operatorname{grad} f = 0$ .

ـ يمكن استخدام التشابه الشعاعي :

$$\vec{A} \wedge (\vec{A} f) = (\vec{A} \wedge \vec{A}) f = 0$$

يطلب الى القارىء أن يتحقق من ذلك باستخدام المركبات .

4 ـ برهن أن $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{h} = 0$

ـ بالتشابه مع الجداء المختلط يكون :

$$\vec{A} \cdot (\vec{A} \wedge \vec{h}) = 0$$

ملاحظة : يجب أن نكون حذرين اثناء استخدام التشابه بين العلاقات الشعاعية والمؤثرات ، ذلك لأن المؤثر لايمكن استبداله بكل بساطة بشعاع . لنأخذ العبارة التالية مثلا : $\frac{\partial}{\partial r} \wedge \left(\frac{\partial}{\partial r} \wedge \vec{h}\right)$

إن التماثل مع العمليات الشعاعية يسمح لنا بكتابة المساواة :

$$\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}\,(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

اذا قمنا باستبدال $\vec{A}$ و $\vec{B}$ بـ $\frac{\partial}{\partial r}$ و $\vec{C}$ بـ $\vec{h}$ لوجدنا :

$$\frac{\partial}{\partial r} \wedge \left(\frac{\partial}{\partial r} \wedge \vec{h}\right) = \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial r} \cdot \vec{h}\right) - \vec{h}\left(\frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\right)$$

وهذه النتيجة غير صحيحة لأن الحد الأول في التعبير هو شعاع والحد الثاني هو مؤثر ، والشكل الصحيح هو :

$$\frac{\partial}{\partial r} \wedge \left(\frac{\partial}{\partial r} \wedge \vec{h}\right) = \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial r} \cdot \vec{h}\right) - \frac{\partial^2}{\partial r^2}\vec{h}$$

مما يمكن التحقق منه باستخدام المركبات .

5 ـ ليكن الحقلان $\Phi$ و $\Psi$ . هل الجداء التالي $\left(\overrightarrow{\frac{\partial}{\partial r}}\Psi \wedge \overrightarrow{\frac{\partial}{\partial r}}\Phi\right)$ معدوما أم لا ؟

ـ بما أن $\Phi$ و $\Psi$ حقلان سلميان ومستقلان ، فان الشعاعين $\frac{\vec{\partial}\Phi}{\partial r}$ و $\frac{\vec{\partial}\Psi}{\partial r}$ غير متوازيين . ومنه :

$$\left(\frac{\vec{\partial}\Psi}{\partial r} \wedge \frac{\vec{\partial}\Phi}{\partial r}\right) \neq 0$$

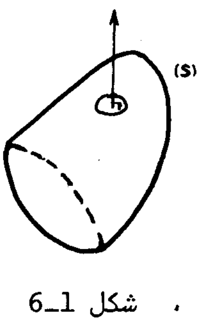
6 ـ بين أن نظرية امبير يمكن أن تكتب في حالة الحقول المستقرة بالشكل :

$$rot\,\vec{B} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\,\vec{j}$$

حيث $\vec{j}$ كثافة شعاع التيار .

ـ تسمح لنا دعوى ستوكس بكتابة المساواة :

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \int_S (rot\,\vec{B}) \cdot d\vec{s}$$




حيث أن $S$ السطح الاختياري الذي يستند الى المحيط $L$ .

تعطى نظرية امبير بالعبارة :

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\, I$$

شكل 6ـ1

ونستطيع أن نكتب انطلاقا من تعريف كثافة التيار ، العلاقة :

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

ومنه :

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \int_S rot\,\vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_S \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\,\vec{j} \cdot d\vec{s}$$

وهذه العلاقة صحيحة من اجل اي سطح اختياري يستند الى المحيط $L$ .

وبالتالي :
$$rot\,\vec{B} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\,\vec{j}$$

7 ـ نعتبر سطحا اختياريا مغلقا $S$ موجودا في حقل مغناطيسي منتظم . بين أن $div\,\vec{B}=0$ . اذكر ايضاحا فيزيائيا لهذه النتيجة. استنتج أن $\vec{B}$ يشتق من كمون شعاعي $\vec{A}$ حيث $\vec{B} = rot\,\vec{A}$ .

ـ تسمح لنا دعوى استروغرادسكي بكتابة :
$$\oint_S \vec{B}\cdot\vec{ds} = \int_V div\,\vec{B}\cdot dv$$

وبما أن الحقل المغناطيسي منتظما يجب أن يكون تدفقه خلال أي سطح مغلق محفوظا ، أي أن
$$\int_V div\,\vec{B}\;dv = 0$$
ومنه
$$div\,\vec{B} = 0$$

ـ لنتأكد تحليليا من أن $div\,\vec{B}=0$ .

من المساويات
$$div\,\vec{B} = div\left(\int d\vec{B}\right) = \int div(d\vec{B})$$
حيث $d\vec{B}$ يعطى بقانون بيو وسافار : $d\vec{B} \sim d\vec{\ell}\wedge\frac{\vec{u}}{r^2}$ .
$$div(d\vec{B}) \sim div\left(d\vec{\ell}\wedge\frac{\vec{u}}{r^2}\right) = \frac{\vec{u}}{r^2}\left(rot\,d\vec{\ell}\right) - d\vec{\ell}\cdot rot\frac{\vec{u}}{r^2} =$$
$$= 0 - d\vec{\ell}\cdot rot\,\frac{\vec{u}}{r^2} = -d\vec{\ell}\cdot rot\,grad\left(-\frac{1}{r}\right) = 0$$
حيث $\vec{u}$ شعاع الواحدة ، و $d\vec{\ell}\neq 0$ .

ومنه $div\vec{B}=0$ .

ـ بما أن $div\,\vec{B}=0$ فان $\vec{B}$ يشتق من كمون شعاعي $\vec{A}$ ، بحيث ان
$$\vec{B} = rot\,\vec{A}$$
وهذه العلاقة لاتعين $\vec{B}$ بشكل وحيد القيمة ، لأن $\vec{A}$ يمكن معايرتــه بدلالة تدرج حقل سلمي اختياري ، ليكن $\varphi$ مثلا . وبالتالي يمكـــن اعتبار
$$\vec{A'} = \vec{A} + \overrightarrow{grad}\,\varphi$$
حلا آخر للمعادلة . وبالتالي يجب أن نفرض شرطا اضافيا ، وهو $div\,\vec{A}=0$ .

8 ـ يحدد الكمون $\varphi$ في الكهرباء الساكنة ، بدلالة كثافة الشحنة

وذلك وفق معادلة بواسون $\Delta\varphi + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$ ، وتستخدم لتحديد الكمون الشعاعي $\vec{A}$ معادلة مماثلة للعلاقة السابقة تدخل فيهاكثافة التيار $\vec{j}$ . أوجد هذه العلاقة ، بفرض أن $div\vec{A}=0$ .

ـ نجد من نظرية امبير :

$$rot\,\vec{B} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\vec{j}$$

حيث $\vec{B}=rot\vec{A}$ ، إن

$$rot\,rot\,\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\vec{j}$$

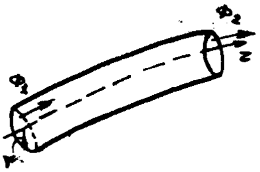
$$= grad\,div\,\vec{A} - \Delta\vec{A}$$

ومنه $\Delta\vec{A} + \mu_0\vec{j} = 0$ حيث $\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} = \mu_0$

وهي معادلة مناظرة لمعادلة بواسون في الكهرباء الساكنة .

9ـ بين أنه اذا وجد حقل مغناطيسي متناظر دورانيا ، فانه يعطى بكمون شعاعي (التمرين 7) مركباته $A_r = A_z = 0$ و $A_\theta \neq 0$ . وأن معادلات خطوط الحقل تكتب بالشكل $rA_\theta = const$ .

ـ نأخذ انبوبا في هذا الحقل (الشكل 1ـ9) ، فيكون تدفق الشعاع $\vec{B}$ محفوظا اذا كان $\Phi_1 = \Phi_2$ .



$$\Phi = \int_S \vec{B}\cdot\vec{ds} = \int rot\vec{A}\cdot ds = const$$

باستخدام دعوى ستوكس ، يكون :

$$\Phi = \int rot\vec{A}\cdot ds = \oint \vec{A}\cdot\vec{dl} = 2\pi r A_\theta$$

شكل 1ـ9

وتعطي مقاطع هذه السطوح بالمستويات $\theta = const$ خطوط الحقل .

10 ـ تبلغ الكثافة الحجمية للشحن المتحركة في ناقل $\rho$ .

آ ) بفرض أن $\vec{j}$ شعاع كثافة التيار المار في الناقل ، فما هو التيار الذي يجتاز سطحا $S$ محددا لحجم $V$ من الناقل ؟

ب ) لتكن $dq$ الشحنة التي يحويها عنصر الحجم $dV$ من الناقل جد كتابع للشحنة ثم لـ $\rho$ .

جـ ) استنتج العلاقة بين $\vec{j}$ و $\rho$ معتمدا على قانون انحفاظ الشحنة .

ـ آ) $I = \int_S \vec{j}\cdot\vec{ds}$ بالتعريف .

ب) $dq = \rho\, dv \Longrightarrow q = \int_V \rho \cdot dv$

$$|I| = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\int_V \rho \cdot dv = \int_V \frac{d\rho}{dt} \cdot dv$$

ج) بما أن الشحنة محفوظة ، يكون

$$\oint_S \vec{j} \cdot \vec{ds} = -\frac{dq}{dt} = -\int_V \frac{d\rho}{dt} dv$$

وينتج عن تطبيق دعوى ستوكس الآتي :

$$\oint_S \vec{j} \cdot \vec{ds} = -\int_V \frac{\partial}{\partial r} \vec{j} \cdot \vec{dr} \Rightarrow \int_V \left( \operatorname{div} \vec{j} + \frac{d\rho}{dt} \right) dv = 0$$

ومنه

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{d\rho}{dt} = 0$$

11 ـ استنتج ، انطلاقا من معادلات ماكسويل ، المعادلات الموجية لـ $\vec{E}$ و $\vec{B}$ في الخلاء . بين أن هذه الحقول تنتشر بسرعة الضوء $c$ ، $c = (\varepsilon_0 \mu_0)^{1/2}$

ـ نبحث عن المعادلة الموجية لـ $\vec{E}$ . نأخذ دوار العلاقة

$$rot\ \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

فنجد

$$rot\,rot\ \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} rot\ \vec{B}$$

غير أن

$$rot\ \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

وبالتالي

$$rot\,rot\ \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t}\left( \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

ومنه

$$\overrightarrow{grad}\ div\ \vec{E} - \Delta \vec{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

بما أن عملنا يفترض في الخلاء ، يكون $\rho = 0$، أي أن $div\ \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$ .

يكون

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

ونجد بشكل مماثل ان :

$$\Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

12 ـ بفرض ان الحقل المغناطيسي مشتق من كمون شعاعي $\vec{A}$

برهن أن الحقل الكهربائي $\vec{E}$ يمكن أن يعطى بالعبارة :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

ـ بما أن

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot}\,\vec{A}$$

نجد بتطبيق معادلات ماكسويل ،العلاقات :

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -rot\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)$$

$$rot\left(E + \frac{\partial A}{\partial t}\right) = 0\ ,\quad \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{grad}\,\varphi$$

ومنه

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

13 ـ يمكن للحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ أن يكتبا بالشكل (التمرين 12) :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\ ,\quad \vec{B} = rot\,\vec{A}$$

بين باستخدام معادلات ماكسويل أن :

$$\Delta\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\vec{j}\ ,\quad \Delta\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

وذلك بفرض $div\,\vec{A} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t}$ (معايرة لورانتس)

ـ من معادلة ماكسويل $div\,E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

يكون

$$div\left(-\frac{\partial\varphi}{\partial r} - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow -\Delta\varphi - \frac{\partial}{\partial t}div\,\vec{A} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

وباستخدام معايرة لورانتس ،نجد :

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

ونتوصل الى معادلة الكمون الشعاعي ،باتباع نفس الاسلوب :

$$\vec{B} = rot\,\vec{A}\ ,\quad rot\,\vec{B} = rot\,rot\,\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\vec{j} +$$

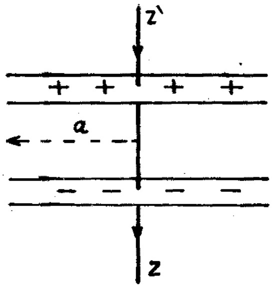
$$+\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(-grad\,\varphi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) \Rightarrow$$

$$\Delta\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\vec{j}$$

14 ـ تتألف مكثفة مستوية من لبوسين دائريين، نصف قطر كل منهما $a$ (الشكل 14ـ1). نقوم بشحن هذه المكثفة بواسطة اسلاك جيدة النقل للكهرباء، لتكن شحنة المكثفة $Q(t)$ في اللحظة $t$. احسب الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ على مسافة $\vec{r}$ من محور المكثفة المنطبق على سلكي الشحن $zz'$ (بفرض أن $r > a$):

آ) خارج المكثفة.

ب) داخل المكثفة. وناقش النتيجة.



شكل 14ـ1

ـ ان المحل الهندسي للنقاط $r = const$ هو دائرة، نصف قطرها $r$.

آ) نفرض في البداية أن هذه الدائرة $C_1$ تقع خارج المكثفة. باستخدام معادلات ماكسويل التكاملية، نجد:

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot \vec{dl} = 2\pi r B = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \int_{S_1} \vec{j} \cdot ds + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{S_1} \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

وتصح هذه العلاقة في حالة تيار مستمر أو متغير. ومنه

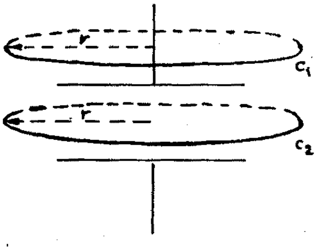
$$2\pi r B = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} I + \underbrace{0}_{\text{الحقل } E \text{ معدوم}} \Longrightarrow B = \frac{I}{\varepsilon_0 c^2 \, 2\pi r}$$

ب) الدائرة $C_2$ داخل المكثفة، عندئذ:

$$\oint_{C_2} \vec{B} \cdot \vec{dl} = 2\pi r B = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \int_{S_2} \vec{j} \cdot \vec{ds} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{S_2} \vec{E} \cdot \vec{ds}$$

لكن $j = 0$.

ويكون حسب نظرية غوص:



$$\int_{S_2} \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ومنه

$$B = \frac{\partial Q}{\partial t} \cdot \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \cdot \frac{1}{2\pi r} = \frac{1}{2\pi r \varepsilon_0 c^2} I$$

شكل 14ـ2

نلاحظ أن الحقل $B$ له نفس القيمة.

يكون في حالة السطح $S_1$ المستند الى المحيط $C_1$ تدفق الحقل $E$ معدوما، والتيار $I \neq 0$.

ويكون في حالة السطح $S_2$ المستند الى المحيط $C_2$ تدفق $E$ غير معدوم ، بينما يكون التيار معدوما .

15 ـ تنطلق جسيمات مشحونة بشكل قطري من سطح كرة مغلفة بمادة ذات نشاط اشعاعي ، بحيث أن سعة التيار في جميع الاتجاهات ثابتة . نرمز بـ $r$ لنصف قطر الكرة ، و بـ $Q(r)$ للشحنة الداخلية و بـ $E(r)$ للحقل الكهربائي . جد عبارة $\vec{j}(r)$ بدلالة $Q(r)$ و $E(r)$ . استنتج باستخدام معادلات ماكسويل الحقل المغناطيسي الناتج عن التيارات بالجوار المباشر للكرة . حيث $j(r)$ كثافة تيار الاشعاعات .

ـ نستخدم معادلة انحفاظ الشحنة :

$$\operatorname{div}\vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

ونجري التكامل وفق حجم الكرة

$$\int_V \operatorname{div} j \cdot dv = \oint_S \vec{j}\cdot d\vec{s} = 4\pi r^2 j(r) = -\frac{\partial Q(r)}{\partial t}$$

وبما أن الحقل الكهربائي على مسافة $r$ يعطى بالعلاقة :

$$E(r) = \frac{Q}{r^2}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

ينتج أن :

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\frac{\partial Q}{\partial t} \implies \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\frac{\vec{j}}{\varepsilon_0}$$

وبما أن $$\operatorname{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

نجد بالتبديل أن $\operatorname{rot} B = 0$ ، أي ان الحقل المغناطيسي معدوم . وهكذا يتبين أن تيار الازاحة يلغي تأثير تيار الناقلية $\vec{j}$ .

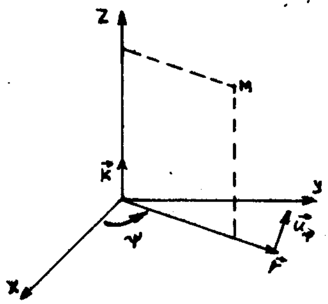
16 ـ تعطى المركبات الاسطوانية لشعاع شدة حقل مغناطيسي في الخلاء بالعلاقات $H_r = H_\theta = 0$ و $H_z = H(r,t)$ ، حيث أن التابع $H(r,t)$ ومشتقاته محدودة . جد شدة الحقل الكهربائي الدوامي (الاعصاري) الذي يولده الحقل المغناطيسي . (يطلب حل المسألة في جملة غوص) .

ـ نجد ، من معطيات المسألة ، أن منحى الحقل المغناطيسي يوازي المحور $z$ .

إن معادلات ماكسويل في الخلاء ، تكتب في جملة واحدات غوص بالشكل :

$$-\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=rot\,\vec{E}$$

$$\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=rot\,\vec{H}$$



شكل 16_1

ننتقل الى الاحداثيات الاسطوانية :

$$rot\,\vec{E}=\frac{1}{r}\left(\frac{\partial E_z}{\partial\varphi}-\frac{\partial E_\varphi}{\partial z}\right)\vec{u}_r+$$
$$+\left(\frac{\partial E_r}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial r}\right)\vec{u}_\varphi+$$
$$+\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rE_\varphi)}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial E_r}{\partial\varphi}\right)\vec{u}_z$$

وبما ان $\vec{H}\perp\vec{E}$ ، فهذا يعني أن $\vec{E}$ موجود في المستوي $(r,\varphi)$ ، أي في المستوي $XY$ . منه $E_z=0$ ، وكذلك

$$\frac{\partial E_r}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial r}=0\Rightarrow\frac{\partial E_r}{\partial z}=0\qquad(1)$$

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\partial E_z}{\partial\varphi}-\frac{\partial E_\varphi}{\partial z}\right)\vec{u}_r=-\frac{1}{c}\frac{\partial H_r}{\partial t}\vec{u}_r\Rightarrow\frac{\partial E_z}{\partial\varphi}=\frac{\partial E_\varphi}{\partial z}=0\qquad(2)$$

$$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(rE_\varphi)}{\partial r}-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial E_r}{\partial\varphi}\right)\vec{u}_z=-\frac{1}{c}\frac{\partial H_z}{\partial t}\qquad(3)$$

وبالتالي نلاحظ أن $E$ لايتعلق بـ $z$ و $\varphi$ . ويبقى لدينا من العلاقة (3)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(rE_\varphi)}{\partial r}=-\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial H_z}{\partial t}$$

بمكاملة هذه العلاقة ،آخذين بعين الاعتبار محدودية التابع $E(r,t)$ من اجل $r=0$ ، نجد :

$$E=-\frac{1}{rc}\int_0^r\xi\,\frac{\partial H(\xi,t)}{\partial t}\,d\xi$$

يمكن التأكد باجراء التفاضل مباشرة ، أن شدة الحقل الكهربائي الاعصاري $\vec{E}$ تحقق معادلتي ماكسويل :

$$rot\,\vec{E}=\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\quad و\quad div\,\vec{E}=0$$

اللتين يدخل فيهما التابع $\vec{H}$ الذي يعتبر حلا للمعادلة الموجية :

$$\Delta H - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = 0$$

17 ـ عند استخراج قانون انحفاظ الطاقة الكهرطيسية ، كنتيجة من نتائج معادلات ماكسويل ، تستبدل عادة العبارة $\frac{c}{4\pi}(\vec{H}\,rot\,\vec{E} - E\,rot\,\vec{H})$ بـ $div\,\vec{\Pi}$ حيث $\vec{\Pi} = \frac{c}{4\pi}(\vec{E}\wedge\vec{H})$ شعاع باونتنغ (وذلك في الجملة CGS) . بين أن $\vec{\Pi}$ ليس الشعاع الوحيد الذي يعطي تفرقه العبارة السابقة .

ــ اذا اضفنا الى $\vec{\Pi}$ الشعاع $rot\,\vec{F}$ ، حيث أن التابع الشعاعي $\vec{F} = \vec{F}(r,t)$ تابع اختياري ، فان العلاقة

$$div\,\vec{\Pi} = \frac{c}{4\pi}(\vec{H}\,rot\,\vec{E} - \vec{E}\,rot\,\vec{H}) \qquad (1)$$

لاتتغير ، وذلك وفقا لمبرهنة التحليل الشعاعي :

$$div\,rot\,\vec{F} = 0$$

وبالتالي ، فان تفرق المجموع $(\vec{\Pi} + rot\,\vec{F})$ يعطي الطرف الايمن للعلاقة (1) .

18 ـ جد معادلتي الكمون السلمي $\varphi$ والكمون الشعاعي $\vec{A}$ باستخدام المعايرة الكولونية ( $div\,\vec{A} = 0$ ) ، وذلك اذا عُينت قيمتا $\varphi$ و $\vec{A}$ بالعلاقتين (في الجملة CGS ) :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \quad , \quad \vec{H} = rot\,\vec{A}$$

ــ الجواب

$$\Delta\vec{A} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{1}{c}\,grad\,\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}$$

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho$$

19 ـ تتألف مكثفة مستوية من صفيحتين دائريتين متماثلتين نصف قطر كل منهما $a$ ، والبعد بينهما $h$ : تخضع هذه المكثفة الى فرق كمون متناوب $V$ ,( نهمل تأثير الحواف ) . يكون الحقل الكهربائي من اجل التواترات المنخفضة ، في كل لحظة وحيد الشكل $\vec{E}_1 = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$

آ) إن الحقل الكهربائي $E_1$ المتغير يولد حقلا مغناطيسيا . احسب

هذا الحقل المتولد $\vec{B}_1$ (الشكل 19-1) .

ب) يولد الحقل المغناطيسي المتغير $\vec{B}_1$ ، من جديد ، حقلا كهربائيا متحرضا $\vec{E}_2$ .

برهن أن $\vec{E}_2$ يتعلق بـ $\vec{r}$ . وهكذا يكتب الحقل السائد بين اللبوسين بالشكل : $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . ماهي قيمة $\vec{E}_2$ من اجل $\vec{r} = 0$ ؟

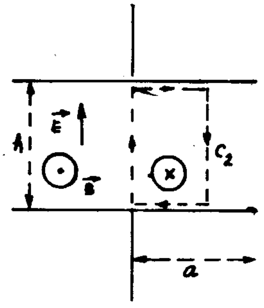
احسب تجوال $\vec{E}_2$ على طول المحيط $C_2$ المبين على الشكل 19-2 .
واستنتج منه $\vec{E}_2(r)$ ، هل يتعلق $\vec{E}_2$ بالمسافة بين اللبوسين ؟ هل اتجاه $\vec{E}_2$ هو نفس اتجاه $\vec{E}_1$ ؟

جـ ) إن الحقل المغناطيسي $B_1$ ليس إلا تقريب أولي ، ذلك لضرورة أخذ الحقل الكهربائي $\vec{E}_2$ بعين الاعتبار . وبالتالي يجب أن نكتب $B = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ . عين قيمة $\vec{B}_2(r)$ . ماهو التصحيح الواجب اجراءه على الحقل الكهربائي نتيجة لوجود الحقل المغناطيسي $\vec{B}_2$ .

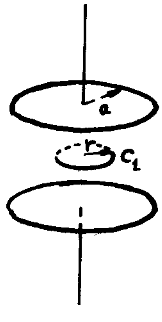
د ) برهن ان الحقلين الكهربائي والمغناطيسي يعطيان بالعلاقتين:

$$E = E_0 e^{i\omega t}\left[1 - \frac{1}{(1!)^2}\left(\frac{\omega r}{2c}\right)^2 + \frac{1}{(2!)^2}\left(\frac{\omega r}{2c}\right)^4 - \frac{1}{(3!)^2}\left(\frac{\omega r}{2c}\right)^6 + \cdots\right]$$

$$B = -\frac{i E_0 e^{i\omega t}}{c} \sum_n \frac{(-1)^n}{n!(n-1)!}\left(\frac{\omega r}{2c}\right)^{n-1}$$




شكل 19-2




شكل 19-1

ــ آ ) إن تناظر المسألة يقود الى أن $\vec{B}_1$ تابع فقط لـ r ، و $\vec{B}_1$ يكون مماسا للدائرة C .

من معادلة ماكسويل : $rot\,\vec{B}_1 = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

وبتطبيق دعوى ستوكس ، نجد :

$$\int_S rot\,\vec{B}\cdot d\vec{s} = \oint_{C_1} \vec{B}_1\cdot d\vec{l} \quad , \quad \frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{E}_1\cdot\vec{n}\,ds = c^2\oint_{C_1}\vec{B}_1\,d\vec{l}$$

حيث $S$ السطح الذي يستند على المحيط $C_1$ . ومنه :

$$\pi r^2\frac{\partial E_1}{\partial t} = c^2\cdot B_1\,2\pi r$$

أي أن

$$B_1 = \frac{i\omega r}{2c^2}\,E_0\,e^{i\omega t}$$

ب ) يسمح قانون فارادي بكتابة :

$$rot\,\vec{E}_2 = -\frac{\partial\vec{B}_1}{\partial t}$$

مما يدل على أن $\vec{E}_2$ يتعلق بـ $\vec{r}$ لأن $\vec{B}_1$ تتعلق به . ولم يعد الحقل الكهربائي وحيد الشكل . اذا كانت $r=0$ يكون $B_1=0$ و $E_2=0$ .

يصبح الحقل الكهربائي $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . من العلاقة :

$$\oint_{C_2}\vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}_1\cdot d\vec{s} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

وبما أن $E_1$ لايتعلق بـ $r$ ، يكون :

$$\oint_{C_2}\vec{E}_1\cdot d\vec{l} = 0$$

وهكذا نجد :

$$\oint_{C_2}\vec{E}_2\cdot d\vec{l} = -E_2\,h^2$$

لأن التجوال معدوم على الأضلاع الافقية للمحيط ، وهو معدوم ايضا من اجل $r=0$ .

اضافة الى ذلك فان تدفق $\vec{B}_1$ عبر شريط سماكته $dr$ ويقع على مسافة $\vec{r}$ من المحور $zz'$ يعطى بالعلاقة : $B_1(r)\,h\cdot dr$ ، وبالتالي يكون التدفق عبر السطح $S$ مساويا :

$$\Phi = h\int_0^r B_1(r)\cdot dr = h\,\frac{i\omega}{2c^2}E_0\,e^{i\omega t}\int_0^r r\cdot dr = \frac{i\omega r}{4c^2}E_0 e^{i\omega t}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\frac{\omega^2 r^2}{4c^2}E_0\,e^{i\omega t}$$

وكذلك $\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\frac{\omega^2 r^2}{4c^2}E_0 e^{i\omega t}$ ،

وأخيرا :
$$E_2 = \frac{-\omega^2 r^2}{4c^2} E_0 e^{i\omega t}$$

نلاحظ أن البعد بين اللبوسين لايدخل في العبارة الأخيرة ،وأن الحقل المتحرض $\vec{E}_2$ يعاكس $\vec{E}_1$ في الاتجاه . ومنه
$$\vec{E} = \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{4c^2}\right) E_0 e^{i\omega t}$$

ج ) $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

نحسب التجوال على المحيط $C_1$ :
$$\int_S rot\,\vec{B}_2 \cdot d\vec{s} = \oint_{C_1} \vec{B}_2 \cdot d\vec{\ell} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{E}_2\, d\vec{S}$$

إن $\vec{E}_2$ تتعلق بـ $\vec{r}$ لذا نأخذ شريطا من السطح طوله $2\pi r$ وعرضه $dr$ فيكون :
$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^r E_2(r) \cdot 2\pi r \cdot dr = 2\pi r c^2 B_2(r)$$

ومنه
$$B_2(r) = -\frac{i\omega^3 r^3}{16c^4} E_0 e^{i\omega t}$$

وبالتالي يجب أن نكتب :
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_2$$
حيث
$$E_3(r) = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^r B_2(r)\, dr$$

ومنه
$$E_3(r) = \frac{\omega^4 r^4}{64c^4} E_0 e^{i\omega t}$$

د ) وهكذا نبدأ شيئا فشيئا بتشكيل حدود السلسلة المعطاه للحقل الكهربائي :
$$E = J_0\left(\frac{\omega r}{c}\right) E_0 e^{i\omega t}$$
$$J_0(x) = \left[1 - \frac{1}{(1!)^2}(x)^2 + \frac{1}{(2!)^2}(x)^4 - \frac{1}{(3!)^2}(x)^6 + \cdots\right]$$
حيث $J_0(x)$ تابع بسل ( Bessel ) من المرتبة 0 :

وقد استخدمنا في السلسلة السابقة الرمز $x = \frac{\omega r}{c}$ .

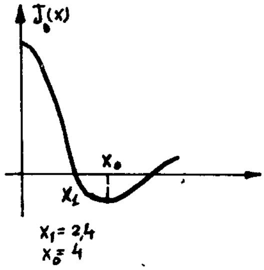
ونستنتج من السلسلة السابقة قيمة الحقل المغناطيسي ، لأن :

$$E_{n+1} = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^r B_n(r) \cdot dr$$

وبالتالي

$$B_n = \frac{\partial}{\partial r} \int E_{n+1} \cdot dt$$

ويعني اجراء التكامل بالنسبة للزمن في هذه الحالة ضرب العبارة ب $-\frac{i}{\omega}$ ، وهكذا



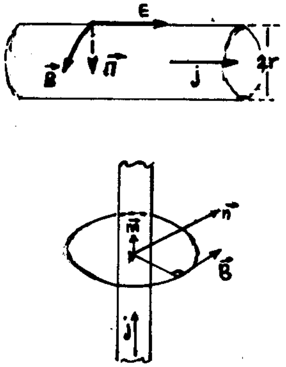

شكل 3_19

$$B_n = -\frac{i}{\omega} \frac{\partial}{\partial r} E_{n+1}(r)$$

ملاحظة : عندما تزداد $\frac{\omega r}{c}$ فان $J_0$ تتموج كما هو مبين على الشكل 3_19 ، ويغير الحقل الكهربائي اتجاهه عندما نمر من $r = 0$ الى $r = a$ ، وذلك من اجل $\frac{\omega a}{c} > x_1$ وبالتالي ، فان هذا الحقل ينعدم عند القيمة $x_1$ .

20 ـ ناقل اسطواني ، نصف قطره $r$ ، يجري فيه تيار متواصل كثافته $\vec{j}$ . ماهي شدة الحقل الكهربائي وشدة الحقل المغناطيسي الى جوار سطح الناقل ، علما أن الناقلية النوعية $\sigma$ . عين شعاع باونتنغ بالقيمة والاتجاه . فسر النتيجة .

ا ـ انظر الشكل 1 ـ20 .




شكل 1_20

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

$$\vec{B} = -\frac{\vec{n} \wedge \vec{m}}{2\pi \varepsilon_0 c^2 R} I$$

$$|B| = \frac{\pi r^2 |\vec{j}|}{2\pi \varepsilon_0 c^2 R} = \frac{j r}{2 \varepsilon_0 c^2}, \quad R = r$$

وبالتالي :

$$|\vec{\Pi}| = \varepsilon_0 c^2 \cdot B \cdot E =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 c^2 j r}{2 \varepsilon_0 c^2} \cdot \frac{j}{\sigma} = \frac{j^2 r}{2\sigma}$$

تكون الطاقة الداخلة الى السطح الجانبي لقطعة طولها $\ell$ خـلال

واحدة الزمن ، مساوية :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{j^2 r}{2\sigma} \cdot 2\pi r \ell = \pi r^2 j^2 \ell \left(\frac{1}{\sigma}\right) = S \cdot j^2 \cdot \ell \cdot \rho$$

حيث $S$ سطح مقطع الناقل .

تعطى الطاقة المنتشرة بمفعول جول في واحدة الزمن ، بالعلاقة :

$$P = R I^2 = \frac{\rho \ell}{S} \cdot j^2 S^2 = \rho \ell S j^2$$

حيث $R$ المقاومة الاومية ، و $\rho$ المقاومة النوعية .

يلاحظ أن الطاقة الداخلة الى الناقل تساوي الطاقة المنتشرة على شكل حرارة ، وهذا مايجب أن يحدث وفقا لقانون انحفاظ الطاقة .
ويلاحظ ايضا أن الطاقة الكهرطيسية التي تنتشر على حسابها الحرارة تدخل الى الناقل من جوانبه ، ولاتجري داخله كما يخيل لنا بالنظرة الاولى .

21 ـ يوجد في جملة المقارنة $K$ حقل كهرطيسي متجانس $\vec{E}$ و $\vec{H}$ . بأية سرعة يجب أن تتحرك جملة $K'$ بالنسبة لـ $K$ حتى يصبح $\vec{E'} \parallel \vec{H'}$ ؟

هل تملك هذه المسألة حلا بشكل دائم ، وهل هذا الحل وحيد ؟

كم تساوي القيمتان المطلقتان لـ $E'$ و $H'$ ؟

ـ إذا وجدت جملة $K'$ (تتحرك بالسرعة $\vec{V}$ ) يكون فيها $\vec{E'} \parallel \vec{H'}$ فان لهذه المسألة عدد لانهائي من الحلول ، ذلك لأن أية جملة $K''$ تتحرك بالنسبة للجملة $K'$ في الاتجاه المذكور يبقى فيها $\vec{E}''_{\parallel} = \vec{E}'_{\parallel}$ و $H''_{\parallel} = H'_{\parallel}$ . وذلك وفقا لتحويلات لورانتس ، أي أن $E'$ ، $H'$ يبقيان متوازيين .

سوف نبحث عن الجملة $K'$ فقط ، التي تتحرك عمودية على المستوي المعين بـ $\vec{E}$ و $\vec{H}$ ، مستخدمين شرط توازي $\vec{E'}$ و $\vec{H'}$ أي الشرط :

$$\vec{E'} \wedge \vec{H'} = 0$$

وكذلك صيغ التحويل

$$\vec{E}_{\parallel} = \vec{E}'_{\parallel} \quad , \quad \vec{E}'_{\perp} = \gamma \left(E_{\perp} + \frac{1}{c} \vec{V} \wedge \vec{H}\right) , \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

ومنه

$$\vec{E}' = \vec{E}'_{\perp} + E'_{\parallel} = \gamma \left(\vec{E}' - E'_{\parallel} + \frac{1}{c} \vec{V} \wedge \vec{H}\right) + E'_{\parallel}$$

إلا أن

$$\vec{E}_{\parallel} = \frac{\vec{V}(\vec{V}\cdot\vec{E})}{V^2} = \frac{\vec{V}(\vec{E}_{\parallel}+\vec{E}_{\perp})\vec{V}}{V^2} = \frac{\vec{V}(\vec{E}_{\parallel}\vec{V})}{V^2},$$

ومنه

$$\vec{E}' = \gamma\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{V}\wedge\vec{H}\right) + (1-\gamma)\frac{\vec{V}(\vec{V}\cdot\vec{E})}{V^2}$$

وبنفس الشكل يكون :

$$\vec{H}' = \gamma\left(\vec{H} - \frac{\vec{V}}{c}\wedge\vec{E}\right) - (1-\gamma)\frac{\vec{V}(\vec{V}\cdot\vec{H})}{V^2}$$

باستخدام شرط توازي $\vec{E}'$ و $\vec{H}'$ يكون $\vec{E}'\wedge\vec{H}' = 0$ ،ومنـه

$$\frac{\vec{V}}{c} = \vec{E}\wedge\vec{H}\ \frac{E^2+H^2-\sqrt{(E^2-H^2)^2+4(\vec{E}\cdot\vec{H})^2}}{2(\vec{E}\wedge\vec{H})^2}$$

وينتج باستخدام صامدي الحقل الكهرطيسي

$$\vec{E}\cdot\vec{H} = inv \quad , \quad E^2-H^2 = inv$$

العلاقة :

$$\vec{E}'\cdot\vec{H}' = \vec{E}\cdot\vec{H} \Rightarrow |H'| = \frac{\vec{E}\cdot\vec{H}}{E'}$$

ذلك لأن $\vec{E}' \parallel \vec{H}'$ . وكذلك $E'^2 - H'^2 = E^2 - H^2$ ، وبالتالي :

$$E'^2 = E^2 - H^2 + H'^2 = E^2 - H^2 + \left(\frac{\vec{E}\cdot\vec{H}}{E'}\right)^2$$

ومنه

$$E'^2 = \frac{1}{2}\left[E^2 - H^2 + \sqrt{(E^2-H^2)^2+4(E\cdot H)^2}\right.$$

وكذلك

$$H'^2 = \frac{1}{2}\left[H^2 - E^2 + \sqrt{(E^2-H^2)^2+4(E\cdot H)^2}\right.$$

22 ـ يكون الحقلان $\vec{E}$ و $\vec{H}$ متعامدين في الجملة $K$ . بأية سرعة يجب أن تتحرك الجملة $K'$ بالنسبة لـ $K$ ، بحيث يتواجـد

في هذه الجملة الحقل الكهربائي فقط أو الحقل المغناطيسي فقــط ؟
هل يوجد دائما حل لهذه المسألة ، وهل هذا الحل وحيد ؟

ـــ نستخدم صامدي الحقل الكهرطيسي $\vec{E}.\vec{H} = inv$ ، $E^2 - H^2 = inv$ .

من اجل $E > H$ يمكن ايجاد جملة عطالية $K_1'$ يكون فيها $H' = 0$ و $E' = \sqrt{E^2 - H^2}$ ، ذلك لأن $H' = 0 \Longrightarrow E^2 - H^2 = E'^2 - H'^2 > 0$ ، بحيث تتحرك هذه الجملة معامدة للمستوي المعين ب $\vec{H}$ و $\vec{E}$ .

ومن اجل $E < H$ يوجد جملة $K_2'$ يكون فيها $E' = 0$ و $H' = \sqrt{H^2 - E^2}$ .

في الحالة الأولى $E > H$ ، نستخدم تحويلات لورانتس لايجاد سرعة $K_1'$ :

$$\vec{E}_{\parallel}' = \vec{E}_{\parallel} = 0$$

$$\vec{E}_{\perp}' = \gamma\left(\vec{E}_{\perp} + \frac{\vec{V}_1}{c} \wedge \vec{H}\right)$$

$$H_{\perp}' = \gamma\left(H_{\perp} - \frac{1}{c}\vec{V}_1 \wedge \vec{E}\right) = 0 \Rightarrow \vec{V}_1 = c\,\frac{\vec{E} \wedge \vec{H}}{E^2}$$

وتكون قيمة $\vec{E}'$ مساوية :

$$\vec{E}' = \frac{\vec{E}}{E}\sqrt{E^2 - H^2}$$

وتملك هذه المسألة عددا لانهائيا من الحلول ، لأن أية جملة $K_1''$ تتحرك وفق $\vec{E}'$ بسرعة اختيارية يبقى فيها الحقل المغناطيسي معدوما أيضا

في الحالة الثانية $E < H$ ، نجد بنفس الاسلوب :

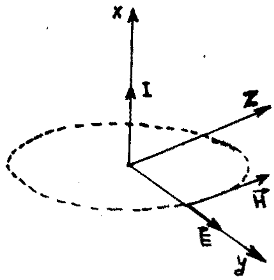
$$\vec{V}_2' = c\,\frac{\vec{H} \wedge \vec{E}}{H^2} \quad , \quad \vec{H}' = \frac{\vec{H}}{H}\sqrt{H^2 - E^2}$$

23 ـ اسطوانة ذات طول لانهائي ، مشحونة بشكل منتظم بكثافــة خطية $\lambda$ . يجري وفق محور الاسطوانة تيار $I$ ذو توزع منتظم . نعتبر أن $\varepsilon = \mu = 1$ في جميع الفضاء . عين جملة عطالية يتواجد فيهـــا الحقل الكهربائي فقط أو الحقل المغناطيسي فقط . جد قيمتي هذيــن الحقلين .

ـــ لايجاد الحقل الكهربائي في جملة عطالية ساكنة $K$ مرتبطــة بالسلك، نستخدم مبرهنة غوص ، مع ملاحظة أن الحقل $\vec{E}$ قطري ، أي

ينطبق على $\vec{r}$ ـ البعد بين السلك ونقطة المراقبة . نأخذ اسطوانة نصف قطرها $r$ تحيط بجزء من السلك طوله $h$ ومتمحورة مع السلك (انظر الشكل 23.1) .

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = 4\pi \sum q$$



شكل 23.1

حيث $S$ سطح الاسطوانة المختارة .

$$D\,(2\pi r h) = 4\pi q$$

$$D = \frac{4\pi q}{2\pi r h} = \frac{2\lambda}{r}$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{D}{1} = \frac{2\lambda}{r} \qquad (1)$$

ونجد من العلاقة

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} I$$

حيث $C$ محيط الدائرة المختارة ، أن

$$H\cdot(2\pi r) = \frac{4\pi}{c} I \Rightarrow \quad H = \frac{2I}{rc} \qquad (2)$$

في الحالة الأولى : نفرض $E < H$ . باستخدام صامد الحقل

$$E^2 - H^2 = E'^2 - H'^2 = \text{inv}$$

نجد أن $E' = 0$ ، ومنه

$$\vec{E}'_\perp = \gamma\left(\vec{E}_\perp + \frac{1}{c}\vec{V}_1 \wedge \vec{H}\right) = 0$$

$$\vec{E}_\perp = \frac{1}{c}\vec{V}_1 \wedge \vec{H} \Rightarrow$$

$$|\vec{V}_1| = c\left|\frac{\vec{H}\wedge\vec{E}}{H^2}\right| = \frac{cE}{H} = \frac{\frac{2\lambda}{r}c}{\frac{2I}{rc}} = \frac{\lambda c^2}{I}$$

وبما أن $V_1 < c$ يجب أن تكون $\lambda < \frac{I}{c}$ ، وهو الشرط اللازم لانعدام $E'$ . وتكون قيمة $H'$ في هذه الحالة :

$$H' = \sqrt{H^2 - E^2} = \left(\frac{4I^2}{r^2c^2} - \frac{4\lambda^2}{r^2}\right)^{1/2} = \frac{2I}{rc}\sqrt{1 - \frac{c^2\lambda^2}{I^2}}$$

في الحالة الثانية : من اجل $H < E$ ينعدم $H'$ وتكون قيمة $V_2$ مساوية :

$$V_2 = \frac{cH}{E} = \frac{\frac{2I}{cr}c}{\frac{2\lambda}{r}} = \frac{I}{\lambda}$$

ويجب أن يتوفر في هذه الحالة الشرط التالي :

$$V_2 = \frac{I}{\lambda} < c \quad \Rightarrow \quad \lambda > \frac{I}{c}$$

وهكذا يجب أن تتحرك الجملة $K'$ موازية لمحور الاسطوانة في الاتجاه $\vec{E} \wedge \vec{H}$ . وتكون قيمة $E'$ :

$$E' = \frac{2\lambda}{r}\left(1 - \frac{I^2}{c^2\lambda^2}\right)^{1/2}$$

ولا يمكن ايجاد جملة عطالية يوجد فيها حقل كهربائي فقط، أو مغناطيسي فقط لذا تحققت المساواة $\lambda = \frac{I}{c}$ . حيث أن توفر هـــذا الشرط ، كما هو ملاحظ من الصيغ السابقة ، يعني أن تسعى سرعة الجملة $K'$ الى القيمة $c$ ، وهذا يؤدي الى أن يسعى كل من الحقلين $E'$ و $H'$ الى الصفر .

ملاحظة : تستعمل الصيغ التالية عند حل المسألة في واحدات الجملة الدولية :

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0} \quad , \quad E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{I}{2\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{1}{r}$$

وتعطى التحويلات بالعلاقات :

$$\vec{E}'_\perp = \gamma(\vec{E}_\perp + \vec{V}\wedge\vec{B}) \quad , \quad \vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel}$$

$$\vec{B}'_\perp = \gamma\left(\vec{B}_\perp - \frac{1}{c^2}\vec{V}\wedge\vec{E}\right) \quad , \quad \vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel}$$

ويكتب صامدا الحقل الكهرطيسي على الشكل :

$$E^2 - B^2 c^2 = inv$$

$$\vec{E} \cdot \vec{B} = \vec{E'} \cdot \vec{B'} = inv$$

# الفصل السابع
# الأمواج الكهرطيسية

## 24 ـ الأمواج الكهرطيسية في الخلاء .

1 ـ لقد ذكرنا في الفقرة 22 ، أن احدى النتائج الهامة لمعادلات ماكسويل (22ـ2) هي امكانية وجود الحقل الكهرطيسي على هيئة امواج كهرطيسية كشكل قائم بذاته من اشكال المادة ، وذلك في حالة غياب الشحن والتيارات . وقد حصلنا كذلك على المعادلات الموجيةللكمونين $\varphi$ و $\vec{A}$ .

نشكل هذه المعادلات للحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ . يدعى الحقل الكهرطيسي في حالة غياب الشحن والتيارات بالحقل الحر . وهكذا تكتبمعادلات ماكسويل للحقل الحر في الجملة الدولية بالشكل :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= 0 , & \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 & \operatorname{rot} \vec{B} &= \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \qquad (24\text{-}1)$$

نأخذ الدوار لجزئي المعادلة الثانية ونستخدم علاقات الحساب الشعاعي وكذلك المعادلة الاولى من (24ـ1) ، فنحصل على المعادلة الموجية للحقل الكهربائي :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad (24\text{-}2)$$

نقوم بنفس العمليات على المعادلة الرابعة من (24ـ1) فنحصل على معادلة مماثلة لـ (24ـ2) من اجل الحقل المغناطيسي :

$$\Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \qquad (24\text{-}3)$$

إن كل مركبة من (24ـ2) و (24ـ3) تتطابق مع المعادلة الموجية :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

وذلك بعد استعمال الرموز الموافقة . وبالتالي تصح على امواجنا جميع النتائج المعروفة في حالة الامواج الميكانيكية . اضافة الى ذلكتملك الامواج الكهرطيسية خواصا مميزة مرهونة بأن معادلات ماكسويل (24ـ1)

تحوي معلومات اضافية نفتقدها عند الانتقال الى (24-2) و (24-3) .

نورد فيما يلي الخواص الاساسية للأمواج الكهرطيسية في الخلاء.

a ) تنتشر أية موجة كهرطيسية في الخلاء بسرعة تساوي سرعة الضوء $c = 3.10^8\ m/s$ . وقد ورد ذكر هذه الخاصة في الفقرة 22 .وينتج عنها على وجه التحديد ، أن الحقل الكهرطيسي الحر خلافا لاشكال المادة الاخرى لايمكن أن يوجد في حالة سكون *) .

b ) يمكن ان تمثل أية حادثة كهرطيسية موجية على شكل تركيب لامواج كهرطيسية مستوية احادية اللون . وتعتبر الموجة المشار اليها حلا للمعادلة (24-2) ، أي

$$\vec{E} = \vec{E}_0\, e^{-i\omega t + i\vec{K}\cdot\vec{r}} \qquad (24\text{-}4)$$

حيث أن الثابتين $\omega$ و $\vec{K}$ يرتبطان بالعلاقة :

$$|\vec{K}| = \frac{\omega}{c} \qquad (24\text{-}5)$$

أما المقادير الاخرى فهي اختيارية . وتعتبر العلاقة (24-5) قانون التشتت للامواج الكهرطيسية في الخلاء . ويدعى $K$ بالعدد الموجي ويساوي $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ حيث $\lambda$ طول الموجة . ويمثل المقدار الاختياري $\vec{E}_0$ السعة . ويمكن التأكد مباشرة أن الحقل (24-4) هو حل للمعادلة (24-2) ، وذلك بمراعاة الشرط (24-5) . نشير الى أن عملية التفاضل للمقادير من الشكل (24-4) تعطى بالعلاقات :

$$\frac{\partial a(r,t)}{\partial t} = -i\omega a \quad , \quad \frac{\partial a(r,t)}{\partial r} = i\vec{K} a \qquad (24\text{-}6)$$

حيث $a(\vec{r},t)$ تابع ذو طبيعة اختيارية يتعلق بالمتحولين $r$ و $t$ وفق العلاقة :

$$a(\vec{r},t) = a_0\, e^{-i\omega t + i(\vec{K}\cdot\vec{r})}$$

ويمكن أن يكون $a(r,t)$ مقدارا سلميا أو مركبة لمقدار شعاعي .

نضيف أيضا ايضاحا تقنيا وهو أنه في جميع العلاقات الخطية

*) من الممكن وجود بعض الجسيمات التي يصعب التقاطها (نيترونو) تملك الخاصة السابقة ، ومن المعتقد أن هذه الجسيمات ،إن وجدت ، فهي توجد في حالة حركة بسرعة تساوي سرعة الضوء .

يمكن استعمال الصياغة العقدية لكتابة الحادثة الموجية الكهرطيسية وهكذا تنتج الخاصة (b) من خطية معادلات ماكسويل ، ومن أن $\vec{E}$ في العلاقة (24_4) يعتبر حلا للمعادلة الموجية للحقل الكهربائي وذلك بمراعاة (24_5) . وبالتالي سوف نقوم بدراسة الأمواج السطحية فقط والتي من الشكل (24_4) ، آخذين بعين الاعتبار الخاصة (b) .

c) يوجد حتما في الموجة الكهرطيسية الحقلان: الكهربائي $\vec{E}$ والمغناطيسي $\vec{B}$ . وهذه الخاصة تنتج من معادلات ماكسويل (24_1). عندما تنتشر الموجة الكهرطيسية يتغير الحقل الكهربائي باستمرار وذلك بمرور الزمن . وهذا يؤدي وفقا للمعادلة الرابعة من المجموعة (24_1) الى ولادة مستمرة للحقل $\vec{B}$ ، الذي يحقق ايضا المعادلة الموجية (24_3) التي تملك حلا على شكل موجة مستوية :

$$\vec{B} = B_o e^{-i\omega t + i(\vec{K}\cdot\vec{r})} \qquad (24\_7)$$

وتملك نفس قانون التشتت (24_5) . ويظهر بوضوح في الخاصة (c) وحدة الظواهر الكهرطيسية : فالحقل الكهرطيسي كشكل من اشكال المادة يوجد فقط على شكل تركيب للحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ .

d) إن الامواج الكهرطيسية امواج عرضية . ونقصد بالعرضية أن اهتزاز الشعاعين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ يحدث معامدا للشعاع الموجي $\vec{K}$ الذي تنتشر وفقه الموجة المعنية ، أي أن :

$$\vec{K}\cdot\vec{E} = \vec{K}\cdot\vec{B} = 0 \qquad (24\_8)$$

وتنتج الخاصة العرضية (24_8) من المعادلتين الاولى والثالثة من المجموعة (24_1) . وذلك بتطبيق هاتين المعادلتين على الموجتين المستويتين (24_4) و (24_7) واستعمال العلاقة الثانية من (24_7).

لندخل شعاع الواحدة $\vec{n}$ الموجّه باتجاه $\vec{K}$ ، أي باتجاه انتشار الموجة :

$$\vec{K} = \vec{n}|\vec{K}| \qquad (24\_9)$$

ولنعوض العبارتين (24_4) و (24_7) للموجتين المستويتين في المعادلة الثانية والرابعة من معادلات ماكسويل ، فنحصل على العلاقة بين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ في الموجة المستوية :

$$\vec{n}\wedge\vec{E} = c\,\vec{B} \quad , \quad c\,\vec{B}\wedge\vec{n} = \vec{E} \qquad (24\_10)$$

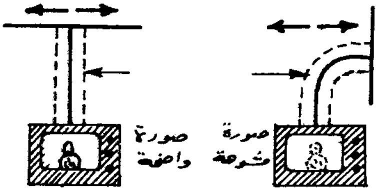
من هنا يتبين ، على الأخص ، أن الشعاعين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ معامدان ليس فقط للشعاع $\vec{K}$ وإنما لبعضهما البعض ، أي أن $\vec{B}\cdot\vec{E}=0$ .

إن الخاصة العرضية تميز بوضوح الامواج الكهرطيسية عن الامواج الصوتية . وتكون في الواقع الامواج الصوتية في الغازات والسوائل دائما طولية ، أي أن الجسيمات تهتز وفق منحى انتشار الموجة . بينما في الاوساط الصلبة هناك امكانية وجود الامواج الصوتية العرضية الى جانب الطولية حتما . ولقد لعب من وجهة النظر التاريخية تقرير الخاصة العرضية للامواج الضوئية دورا كبيرا في اسقاط التصور الميكانيكي للامواج الضوئية الذي كان يعتبرها اهتزاز للأثير (ذلك الوسط المفترض الذي يملأ الكون بكامله ) .

e ) تتمتع الموجة الكهرطيسية بخاصية الاستقطاب*) . ويتلخص مفهوم الاستقطاب ، كما ذكرنا في الفصل الخامس ، بأنه في كل نقطة من الفراغ وفي لحظة زمنية مثبتة تكون صفات الموجة الكهرطيسية مختلفة في الاتجاهات المختلفة في المستوي المعامد لاتجاه انتشار الموجة (أي المعامد لاتجاه الشعاع الموجي $\vec{K}$ ) . وهذا يعني أن الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ موجهان بطريقة ما في ذلك المستوي .

يمكن اظهار الاستقطاب بمساعدة هوائي التلفزيون (الشكل 4.1) . إن الهوائي يعتبر ناقلا افقيا مستقبلا موجها بشكل ناظمي على اتجاه ارسال محطة البث . (ويتم الارسال بواسطة الامواج الكهرطيسية العرضية ) .

إن افقية نواقل الهوائي ضرورية لأن الامواج الكهرطيسية المنبعثة من محطة الارسال مستقطبة بشكل يهتز فيه $\vec{E}$ في مستوي افقي . فاذاجعل الهوائي شاقوليا من اجل النظام الشرقي (        ) فان وضوح الشاشة يضعف نتيجة لتغيير توجيه الهوائي . وتصبح الاشارة الواردة الى التلفاز ضعيفة جدا . بينما يستعمل في النظام الغربي(        ) الاستقطاب الشاقولي للأمواج التلفزيونية ، وتوضع الهوائيات بشكل




شكل 7.1

*) يجب عدم الخلط بين استقطاب الامواج واستقطاب العوازل .

شاقولي .

F ) يتغير في الحالة العامة التواتر والشعاع الموجي للامــواج الكهرطيسية ، عند الانتقال من جملة مقارنة الى جملة اخرى تتحــرك بالنسبة للأولى بسرعة ما . للحصول على صيغ التحويل للتواتر والشعاع الموجي أثناء الانتقال من جملة عطالية الى جملة اخرى ، نأخذ الجملتين $R$ و $R'$ اللتين ينطبق محوراهما $x$ و $x'$ وتتوازي محاورهما الاخــرى على الترتيب . لنفرض أن الجملة $R'$ تتحرك بالنسبة لـ $R$ بالسرعــة المنتظمة $\vec{v}$ وفق المحور $ox$. ولنرمز للتواتر والشعاع الموجي بـ $\omega$ و $\vec{k}$ في الجملة $R$ و بـ $\omega'$ و $\vec{k'}$ في الجملة $R'$ على الترتيب . إن طور الموجة في الجملة $R'$ يكون مساويا :

$$\omega' t' - (\vec{k'}\vec{r'}) = \omega' t' - k'_x x' - k'_y y' - k'_z z'$$

حيث $t'$ ، $x'$ ، $y'$ و $z'$ الزمن والاحداثيات في الجملة $R'$. لكــي ننتقل الى الجملة $R$ نستعمل تحويلات لورانتز (لأن الامواج الكهرطيسية حدث فوق نسبوي) فنحصل بالنتيجة على عبارة الطور في الجملة $R$ :

$$\frac{\omega' - k'_x v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\, t - \frac{k'_x + \frac{\omega' v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - k'_y y - k'_z z$$

وترمز هنا $t$ ، $x$ ، $y$ و $z$ الى الزمن والاحداثيات المكانيــة في الجملة $R$ . ومنه ينتج أن المقدارين $\omega$ و $\vec{k}$ في الجملة $R$ يرتبطان بالمقدارين $\omega'$ و $\vec{k'}$ في الجملة $R$ بالعلاقات :

$$\omega = \frac{\omega' + k'x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad , \quad k_x = \frac{k'_x + \frac{\omega' v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (24\text{–}11)$$

$$k_y = k'_y \quad , \quad k_z = k'_z$$

لنفرض أن الزاويتين المحصورتين بين اتجاه انتشار الامواج في كل من الجملتين وبين اتجاه الحركة النسبية للجملتين تساويان علــى الترتيب $\alpha$ و $\alpha'$ ، عندئذ :

$$k'_x = k' \cos\alpha' = \frac{\omega'}{c}\cos\alpha' \quad , \quad k_x = k\cos\alpha = \frac{\omega}{c}\cos\alpha$$

من هنا ينتج أن المساواة الاولى في (24–11) يمكن اعطاؤها الشكل

الآتي :

$$\omega = \omega' \frac{1 + \frac{V}{c}\cos\alpha'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \tag{24-12}$$

بمساعدة هذه العلاقة يمكن التحقق من أن العلاقة الثانية تسمح بالربط بين $\alpha$ و $\alpha'$ وفق الصيغة التالية :

$$\cos\alpha = \frac{\cos\alpha' + \frac{V}{c}}{1 + \frac{V}{c}\cos\alpha'} \tag{24-13}$$

تصف هذه العلاقة المفعول الكهرطيسي لدوبلر ، أي ظاهرة تغير تواتر الموجة الكهرطيسية اثناء الانتقال من جملة عطالية الى جملة اخرى تتحرك بالنسبة للأولى بالسرعة $V$ . وتتحول العلاقة (24-12) في الحدود اللانسبوية ومن اجل التقريب وفق المرتبة الأولى لـ $\frac{V}{c}$ الى الشكل :

$$\omega = \omega' \left( 1 + \frac{V}{c}\cos\alpha \right) \tag{24-14}$$

إذا كانت $\alpha' = 0$ ( وتكون $\alpha$ معدومة أيضا وفق العلاقة 24-13 ) فان اتجاه انتشار الموجة واتجاه الحركة النسبية لجملتي المقارنة ينطبقان ويدعى مفعول دوبلر في هذه الحالة بالمفعول الطولي . واذا كانت $\alpha' = \frac{\pi}{2}$ يدعى مفعول دوبلر بالمفعول العرضي . ويلاحظ من العلاقة (24-14) اختفاء المفعول العرضي في الحدود اللانسبوية .

تبين العلاقة (24-13) أن الانتقال من جملة الى اخرى عندما $\alpha \neq 0$ يؤدي في الحالة العامة الى تغير اتجاه انتشار الموجة .، وتدعى هذه الظاهرة بالحيود . ويؤدي الحيود مثلا الى تغير المواضع المرئية للنجم نتيجة لدوران الارض (الحيود اليومي للضوء ) ولدوران الارض حول الشمس (الحيود السنوي للضوء) ولانتقال المجموعة الشمسية (الحيود القرني) . وتحدث هذه التغيرات لأن الحركات المذكورة آنفا تؤدي الى تغيرات دائمة في اتجاه الاشعة الضوئية الآتية من كل نجم ، وكذلك المرئية لانتقال النجم بالنسبة للمراقب الأرضي .

يلعب مفعول دوبلر دورا هاما في العلوم الحديثة . فعلى سبيل

المثال يمكن بواسطة هذا المفعول فقط قياس سرعة حركة الأجـــرام البعيدة . ويتم ذلك وفق الترتيب التالي : يدرس طيف الاشعـــاع للموضوع المقصود وليكن ،على سبيل المثال ،مجرة ما بعيدة جـــدا لنفرض أنه اكتشفت بعض الخطوط الطيفة لعنصر كيميائي ما ضمن طيف المجرة المذكورة *) . يقارن بين مواضع هذه الخطوط ومواضع الخطـوط لنفس العنصر الكيميائي الموجود في المخبر (مرتبط بالأرض) ، فـاذا كانت الخطوط مزاحة بالنسبة لبعضها البعض ،فان هذا يعني وجـود مفعول دوبلر الكهرطيسي ، وبالتالي وجود انتقال ما للمجرة بالنسبـة للأرض . وتسمح قيمة الانزياح تلك ، بحساب السرعة النسبية المطلقـة لهذه الحركة . فاذا كانت الخطوط الطيفية للمجرة مزاحة في اتجـاه التواترات الأدنى ، فهذا يعني أن المجرة تبتعد عن الارض ، وتدعـى هذه الازاحة بالازاحة الحمراء**) . ويدعى الانزياح في الاتجاه المعاكس بالازاحة البنفسجية ، ويدل على اقتراب المجرة من الارض .

9 ) ترتبط كثافة تدفق الطاقة للموجة الكهرطيسية بكثافة الطاقة بالعلاقة :

$$\vec{\Pi} = \vec{n}\, c\, w \qquad (24\text{-}15)$$

حيث

$$w = \varepsilon_0 E^2 \qquad (24\text{-}16)$$

(في الجملة SI ) ، و $\vec{n}$ شعاع الواحدة الذي يدل على جهة انتشار الموجة ، والشعاع $\vec{E}$ مأخوذ بصيغته الحقيقية ( في الجملة CGS تكون $w = \frac{1}{4\pi} E^2$ ) . إن أخذ الصيغة الحقيقية للشعاع ضروريـــة ذلك لأن $w$ تتعلق بمربع شدة الحقل .

للتحقق من صحة العلاقتين (24-15) و (24-16) نبدل (24-10) في (23-2) و (23-2) في (23-4) ونستفيد من قواعد الحساب الشعاعي .

تبين العلاقة (24-15) حقيقتين هامتين : اولا : تحمل الطاقة في اتجاه انتشار الامواج فقط . ثانيا : تمر خلال واحدة السطوح العمودية على منحى الانتشار في واحدة الزمن طاقة تساوي الطاقة التي يحملها الحقل الموجي في حجم متوازي مستطيلات منتظم قاعدته واحدة السطوح

*) كل عنصر كيميائي يشع امواجا كهرطيسية ذات تواترات محددة بدقة .

**) ذلك لأن اللون الأحمر يشغل منطقة التواترات المنخفضة في الطيف المرئي.

وارتفاعه يساوي عدديا السرعة $c$ . وتعطى قيمة هذه الطاقـــة بالعلاقة

$$I = |\vec{\Pi}| = c\,w$$

وتدعى بشدة الموجة .

2 ـ إن وجود الاستقطاب يؤدي الى أن موجتين كهرطيسيتيـــن مستويتين متطابقتين بـ $\omega$ و $\vec{k}$ (أي بالتواتر وجهة الانتشار ) يمكن أن تختلفا عن بعضهما البعض بحالة الاستقطاب. نعرض عدد الحالات الخطية المستقلة لاستقطاب الموجة المستوية المعرفة بالشعاعيـــن $\vec{E}$ و $\vec{B}$ . نشير قبل كل شيىء الى أن $\vec{B}$ يعين بالعلاقة (10ـ24) بشكل وحيد القيمة من اجل قيمة معطية لـ $\vec{E}$ . اضف الى أن الشعاع $\vec{E}$ يملك مركبتين مستقلتين خطيا ، ذلك لأنه عمودي على $\vec{n}$ . اذا وجهنا المحور $z$ وفق $\vec{n}$ (اي نختار $\vec{n} = 0 ، 0 ، 1$ ) فان $E_z = 0$ . وهكذا فان $\vec{E}$ يملك مركبتين $E_x$ و $E_y$ . وعند اعطاء هاتين المركبتين، فان $\vec{E}$ يعين بشكل كامل ، وكذلك الشعاع $\vec{B}$ . وبالتالي :

تملك الموجة الكهرطيسية المعرفة بـ $\omega$ و $\vec{n}$ حالتين مستقلتيــن خطيا للاستقطاب. ويمكن تمثيل الموجة ذات الشكل العام كتركيب خطي لموجتين مستقطبتين بشكل مختلف وكل منهما ذات استقطاب ثابت .

يملك الحقل الكهربائي $\vec{E_1}$ لاحدى الموجتين المستقطبتين ـ فــي جملة الاحداثيات المختارة سابقا ـ المركبات التالية :

$$E_{1y} = E_{1z} = 0 \quad , \quad E_{1x} = E_0\, e^{-i\omega t + i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

ويملك الحقل $E_2$ من اجل الموجة الثانية الاحداثيات

$$E_{2x} = E_{2z} = 0 \quad , \quad E_{2y} = E_0\, e^{-i\omega t + i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

وترمز $E_0$ الى أية قيمة مسجلة للحقل والتي نعتبرها هنا حصراً قيمة حقيقية . إن كلاً من الموجتين السابقتين مستقطبة سطحيا . ويدعـــى المستوي الذي يهتز فيه الشعاع $\vec{E}$ بمستوي الاستقطاب . وهكذا يكون مستوي الاستقطاب للموجة الأولى هو المستوي المحدد بالمحورين $x$ و $z$ ، والثانية $y$ و $z$ . ولا تعتبر جميع الامواج الكهرطيسيـة احادية اللون مستقطبة خطيا . فالموجة ذات الشكل العام تنتج عـــن

أخذ حقلها الكهربائي على شكل تركيب خطي :

$$\vec{E} = a\vec{E}_1 + i b \vec{E}_2$$

حيث $a$ و $b$ ثابتان اعتباطيان حقيقيان . ويعطى الجزء الحقيقي لهذه الموجة بالشكل : $Re\,\vec{E}$

$$Re\,E_x = E_0 a \cos(\omega t - \vec{K}\cdot\vec{r})$$

$$Re\,E_y = E_0 b \sin(\omega t - \vec{K}\cdot\vec{r})$$

$$Re\,E_z = 0$$

فمن اجل $b = 0$ ينعدم الحقل في تلك النقاط التي يتحقق من اجلها

$$\omega t - \vec{K}\cdot\vec{r} = (N + \frac{1}{2})\pi$$

حيث $N$ أي عدد صحيح . غير أنه إذا كان $a = b$ فإننا نحصل على

$$(Re\,E)^2 = (E_0 a)^2$$

أي أن القيمة المطلقة للحقل $\vec{E}$ متساوية في جميع نقاط الفـــراغ . واثناء تناقص المركبة $x$ تنمو المركبة $y$ وعلى العكس . إذا درسنا الحقل $\vec{E}$ من اجل لحظة زمنية مثبتة $t$ ، فإنه أثناء الانتقال على طول الموجة ، يقوم الشعاع $\vec{E}$ (وبالتالي $\vec{B}$) بالدوران المنتظـــم حول $z$ . ونحصل على نفس الصورة السابقة للدوران المنتظم للحقل $\vec{E}$ حول المحور $z$ عندما تثبت النقطة (أي من اجل $r = 0$ مثلا) وينساب الزمن . اذا كانت القيمة المطلقة للحقل $\vec{E}$ (أو الحقل $\vec{B}$ ، لايوجد أي اختلاف وفقاللعلاقة 10_24) من اجل الموجة المستويـــة احادية اللون ثابتة في جميع النقاط ، فان الاستقطاب لتلك الموجـــة يدعى استقطابا دائريا . ويوجد نوعان من الاستقطاب الدائري الاستقطاب اليميني والاستقطاب اليساري . ولنذكر أن الاستقطاب يكون يمينيـــا اذا كان دوران الشعاع $E$ اثناء الانتقال وفق الشعاع $\vec{K}$ باتجـــاه عقارب الساعة ، وذلك عند النظر من نهاية الشعاع $\vec{K}$ . ويدعى يساريا في الحالة المعاكسة .

عندما $a \neq b \neq 0$ فان القيمة المطلقة للحقل $E$ تتغير ضمـــن الحدود من $|aE_0|$ الى $|bE_0|$ . وتدور في هذه الحالة نهايـــة الشعاع $\vec{E}(0,t)$ مثلا وفق قطع ناقص . ويدعى الاستقطاب الموافـــق بالاستقطاب القطعي الناقصي . ويعتبر الاستقطاب الخطي والدائـــري

حالات خاصة (حدية) للاستقطاب القطعي .

يعطي اهتزاز النواس بسعات صغيرة تصوراً عن الاستقطاب (انظر الشكل 7.2) . فاذا ازحنا النواس البسيط عن الشاقول ازاحة صغيرة ثم تركناه ، فانه يبدأ بالاهتزاز في مستوىواحد ، إن ذلك يماثل الاستقطاب السطحي . إما اذا أزحنا النواس وزودناه بدفعة جانبية في اتجاه افقي ، فإن النواس يبدأ بالدوران وفق دائرة أو قطع ناقص ، إن ذلك يماثل الاستقطاب الدائري أو القطعي على الترتيب .

3 ـ إن التواتر والشعاع الموجي محددان بدقة في الموجة وحيدة اللون ، وتستمر الاهتزازات الى زمن لانهائي وتحدث في حجم غير محدود ، وتملك دائما في أي مكان نفس السعة . غير أن هذه الصفات المثالية تختفي في الامواج الحقيقية . فالموجة الحقيقية تملك حيودا (انحرافا) ما $\Delta\omega$ في التواتر ، وتتواجد في فترة زمنية محدودة $\Delta t$ . ويحدث ذلك أيضا بالنسبة لمركبات الشعاع $\vec{k}$ للموجة الحقيقية حيث تملك حيودا في قيمها $\Delta k_x$ ، $\Delta k_y$ و $\Delta k_z$ ، وتوجد الموجة في حجم محدود ، في متوازي مستطيلات مثلا حروفه $\Delta x$ ، $\Delta y$ و $\Delta z$ . (*)

يطرح في كثير من التطبيقات التقنية والعملية السؤال الهام التالي : إلى أي مدى أو في أية حدود يمكن تضييق قيم المقادير التي عددناها آنفا ؟ فمن المهم مثلا ، أثناء تصميم جهاز ارسال راديوي بسيط يبث اشارات مورس ، أن نعلم إلى أي مدى يمكن أن يكون الشريط التواتري (أي $\Delta\omega$) لهذا الجهاز ضيقا ، وذلك من اجل امتداد زمني $\Delta t$ لاشارة قصيرة (أي النقاط) . من المرغوب به حتما أن تكون كل من القيمتين صغيرة بأقل مايمكن وبآن واحد . فكلما كانت $\Delta\omega$ صغيرة كلما أمكن العمل لمجموعة أكبر من اجهزة البث دون أن يشوش أحدها على الآخر في مجال التواترات المعطى . وكلما كانت $\Delta t$ صغيرة كلما كانت كمية الأخبار المبثوثة في واحدة الزمن أكبر .

يمكن البرهنة رياضيا على اللامساويات التالية التي تثبت الحدود

---

*) نشير الى أنه خارج متوازي المستطيلات هذه (كما هوالحال خارج الفترة الزمنية ) لاتكون السعة معدومة تماما . حيث يكفي ان تكون صغيرة وتتناقص بسرعة .

الممكنة لتصغير قيم المقادير $\Delta\omega$ ، $\Delta t$ ، $\Delta K_x$ ، $\Delta K_y$ ، $\Delta K_z$
$\Delta x$ ، $\Delta y$ و $\Delta z$ :

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \gtrsim 1 \;,\; \Delta K_x \cdot \Delta x \gtrsim 1 \;,\; \Delta K_y \cdot \Delta y \gtrsim 1 \qquad (24\_17)$$
$$\Delta K_z \cdot \Delta z \gtrsim 1$$

وتدعى هذه اللامساوياتبعلاقات عدم التعيين (علاقات الارتياب) .
ويدعى كل من المقادير $\Delta\omega$ ، $\Delta K_x$ ، $\Delta K_y$ و $\Delta K_z$ بعدم التعيين .
وهكذا تعني $\Delta\omega$ عدم التعيين لتواتر معطى ، و $\Delta K_x$ تعني عدم التعيين (الشك) في قيمة المركبة $x$ للشعاع الموجي .

إن علاقات الارتياب صحيحة من اجل الأمواج المختلفة بطبيعتها ، وتصح العلاقة الاولى لأي نوع من الاهتزازات .

إن طول الموجة يرتبط بالعدد الموجي $K = |\vec{K}|$ وفق العلاقة $K = \frac{2\pi}{\lambda}$
وبالتالي نحصل وفقا لقواعد حساب الاخطاء على العلاقة :

$$\Delta K = 2\pi \Delta\lambda / \lambda^2$$

اذا قمنا بتوجيه المحور $x$ وفق الشعاع الموجي $\vec{K}$ ، فاننا نحصل على الارتياب في طول الموجة :

$$\Delta\lambda \cdot \Delta x \gtrsim \frac{\lambda^2}{2\pi}$$

تعطي علاقات الارتياب في كثير من الاحوال امكانية اجراءتقديرات بسيطة وفعالة ، وتعطي ايضا تكهنا كيفيا عن جريان الحوادث المختلفة فعلى سبيل المثال اذا كان امتداد نقطة واحدة من اشارات مورس في جهاز البث المذكور سابقا يساوي 0,1 ثانية ، فان عرض الشريط التواتري يكون :

$$\Delta\nu = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \gtrsim \frac{1}{2\pi\Delta t} \approx 2\ Hz$$

ويعتبر هذا التشتت مهملا بالمقارنة مع التشتتات الحاصلة بتأثيرات أخرى (الحرارية مثلا) .

نورد أيضا تقديرا مماثلا من اجل البث التلفزيوني . يبث في حالة التلفزة 25 صورة في الثانية ، وكل منها يتألف تقريبا من $5.10^5$ نقطة مبثوثة على التوالي ( 625 خطا في كل منها $625 . \frac{4}{3}$ عنصرا ) .
ينتج أن بث النقطة الواحدة يستغرق زمنا قدره :

$$\Delta t = (25 \cdot 5 \cdot 10^5)^{-1} = 8 \cdot 10^{-8}\ sec$$

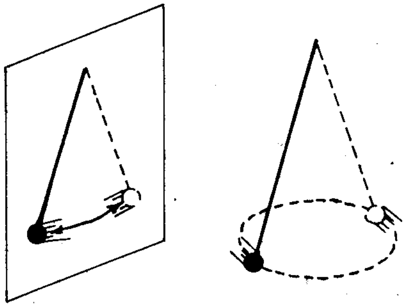
ونحصل في هذه الحالة على $\Delta\nu = 2.10^6\ Hz$ . وبالتالي يجب أن

يكون تواتر الموجة الحاملة اكبر من 30ـ50 ميغا هرتز . ويجب في هذه الحالة أن يكون المجال التواتري الفاصل بين قنالين للبث أعلى من 2 ميغا هرتز .

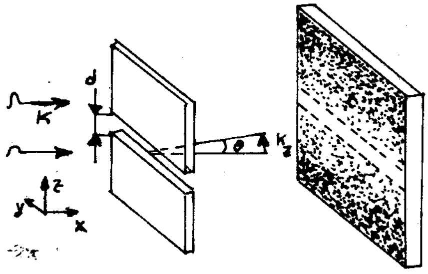
سوف ندرس كمثال على علاقات الارتياب (شعاع موجي ـ احداثيات) ظاهرة عبور الضوء خلال شق ضيق عرضه $d$ موجود في حاجز معتم (الشكل 7.3) . لنفرض أن الموجة تنتشر قبل وصولها الى الشق وفق المحور $x$ الذي نختاره عموديا على مستوي الشاشة ، حيث أن $\vec{K} = (K, 0, 0)$ . يصبح عرض حزمة الأشعة بعد اجتيازها للشق مباشرة مساوية لـ $d$ ، وتظهر وفقا للعلاقات (14ـ24) مركبة $K_z$ للشعاع الموجي من رتبة $d^{-1}$ . وبالتالي تتحول حزمة الضوء المتوازية بعد اجتيازها للفتحة الى حزمة متباعدة بزاوية انفراج $\theta$ بحيث يكون :

$$tg\,\theta = \frac{|K_z|}{K} = \frac{\lambda}{2\pi d}$$

ويلاحظ أن التباعد يمكن اهماله من اجل $\lambda \ll d$ . غير أنه من اجل $\lambda \approx d$ ، فان الاشعة يمكن أن تنتشر من الشق ، عمليا ، وفق مختلف



شكل 7_2




شكل 7_3

الاتجاهات . وتبين هذه النتيجة حدود استخدام الضوء الهندسي .

لنذكر أنه اذا كان تغير سعة الموجة صغيرا جدا على مسافات من رتبة طول الموجة ، فان الموجة يمكن وصفها بالسطوح الموجية عندئذ يحدث انتشار الموجة وفق الاشعة . ويعرف الشعاع بأنه الخط الذي يكون في كل نقطة من نقاطه عموديا على السطح الموجي ، الذي يتقاطع مع ذلك الخط في النقطة المعنية . وتحدد العلاقات الثلاث الأخيرة من (17ـ24) الخواص الهندسية للأشعة . ويبدو أنه : اذا انتشرت

الموجة في وسط متجانس وكان طولها صغيرا جدا بالمقارنة مع الأبعاد المميزة لذلك الوسط فإن الأشعة تكون مستقيمة . وفي هذه الحالة يحدث انتشار للموجة وفق قوانين الضوء الهندسي .

لم يشر هنا الى طبيعة الحادثة الموجية ، ذلك لأن الخاصة المذكورة للأمواج أتت كنتيجة لمبدأ الارتياب وهي صحيحة من اجل جميع الامواج بغض النظر عن طبيعتها . ويرتبط مصطلح الضوء الهندسي بأن الدراسة الأولية لانتشار الضوء تمت في شروط كانت فيها ابعاد الحزم الضوئية أكبر بكثير من الابعاد المميزة لأطوال موجات الضوء المرئي ($\lambda \simeq 5.10^{-7} m$) .

ولا تبدو أطوال الامواج دائما صغيرة جدا ، أو صغيرة فقط . فمثلا عند انتشار الامواج الراديوية ($\lambda = 0,3\ m$) في موجهات الامواج ذات الابعاد العرضية $0,2\ m$ ، لايمكن أن نستخدم قوانين الضوء الهندسي .

ويدعى انحراف انتشار الامواج عن قوانين الضوء الهندسي الى جوار الحواجز "بالانعراج" ، كما ذكرنا ذلك سابقا .

إذا كانت هذه الانحرافات صغيرة (ولكن ليست مهملة ، بحيث أنها لم تفقد تماما مفهوم الشعاع ) ، فان الانعراج يتجلى في انحناء الاشعة الى جوار مختلف الحواجز . ونطرق هنا واحدة من مسائل الانعراج وبالضبط نبين حدود دقة الأخيلة الضوئية . إن اشعة الحزمة الضوئية التي يجب أن تتقاطع وفقا لقوانين الضوء الهندسي في نقطة واحدة تشكل في الواقع خيالا على شكل بقعة ضوئية . وتتجلى في هذا ظاهرة انعراج الضوء . ويحدث ذلك لأن الابعاد الهندسية لأية جملة ضوئية محدودة . وبالتالي لاتكون نسبة طول الموجة الى الابعاد المميزة للجملة مساوية تماما الى الصفر (بالرغم من صغرها الشديد) . ويقدر بعد البقعة بمساعدة العلاقة $tg\,\theta = \frac{\lambda}{2\pi d}$ ، حيث يفهم من $d$ هنا قياس البقعة ومن الزاوية $\theta$ زاوية انفراج حزمة الاشعة التي يجب أن تتقاطع وفقا لقوانين الضوء الهندسي في نقطة واحدة . وتأخذ $\theta$ عادة قيما صغيرة ، وبالتالي $tg\,\theta \approx \theta$ . وهكذا نحصل على تقدير لبعد البقعة الضوئية باستخدام العلاقة :

$$d = \frac{\lambda}{\theta} \qquad (24\text{-}18)$$

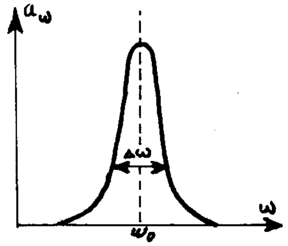
وهذه العلاقة لاتستخدم فقط من اجل الأخيلة وإنما من اجل الاجسام المضيئة ايضا . وعلى وجه التحديد ، عند مراقبة نقطة مشعة لحزمة ضوئية طول موجتها $\lambda$ فانه من غير الممكن تمييز هذه النقطة عن جسم بعده يساوي $\frac{\lambda}{\theta}$ .

يمكن التعبير عن الاهتزازات اللاتوافقية (غير هارمونية) لأي مقدار فيزيائي $a(t)$ *) بصيغتين :

أولا : نستطيع وفقا لنظرية فورييه ، أن نقدم $a(t)$ على شكل تركيب لحركات توافقية ، أي :

$$a(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} a_\omega \cdot d\omega \qquad (24\_19)$$

ويصف المقدار $a(t)$ الاهتزازات القريبة الى التوافقية ، فاذا كان تابع التواترات $a_\omega$ يملك نهاية عظمى واضحة في المجال المجاور الى قيمة محددة للتواتر $\omega_0$ ويتناقص بسرعة من اجل زيادة $|\omega - \omega_0|$ (الشكل 7.4) ، فان المقدار $\Delta\omega$ في صيغة الكتابة هذه يميز عرض اسفين التابع $a_\omega$ . ويرى بوضوح في العلاقة المنشورة (24_19) التركيب التواتري لـ $a(t)$ .



شكل 7.4

ثانيا : يمكن أن نعبر عن $a(t)$ من خلال السعة $a_0(t)$ والطور $\Psi(t)$ ، أي :

$$a(t) = a_0(t) \cdot e^{-i\Psi(t)} \qquad (24\_20)$$

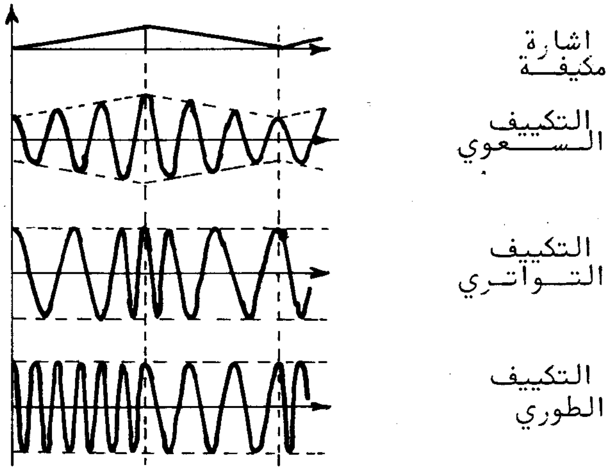
حيث أن $a_0(t)$ و $\Psi(t)$ تابعان حقيقيان .

ويرى بوضوح في العلاقة (24_20) نمو الاهتزاز بدلالة الزمن . إذا تغير كل من التابعين $a_0(t)$ و $\Psi(t)$ ببطىء مع الزمن ، وكان $|\Psi(t)| \gg 1$ فان التابع $\Psi(t)$ الموجود في (24_20) ، يمكن نشره بجوار كل لحظة زمنية $t_0$ على شكل سلسلة تايلور والاحتفاظ بحديه الأولين :

*) يمكن أن تمثل $a(t)$ مقدارا فيزيائيا معينا ، مثلا يمكن اعتبارها شحنة لبوس مكثفة لدارة مهتزة ، أو ازاحة كتلة موثوقة الى نابض عن وضع التوازن .

$$\Psi(t) = \Psi(t_0) + (t - t_0)\frac{\partial \Psi}{\partial t}\bigg|_{t=t_0}$$

ويدعى المشتق $\omega(t_0) = \frac{\partial \Psi}{\partial t}\Big|_{t=t_0}$ بالتواتر اللحظي في الزمن $t_0$ . واذا تحقق التقريب المكتوب لـ $\Psi(t)$ بشكل جيد ، وتغير التواتر $\omega(t_0)$ ببطء (ليس بالضرورة بانتظام ) عندما يتغير الزمن $t_0$ ، بحيث يبقى الى جوار التواتر المسجل $\omega_0$ ، فاننا نقول أن (20_24) تصف اهتزازا مكيفا بتواتر حامل $\omega_0$ . وتصف التوابع $a(t_0)$ و $\omega(t_0)$ و $\Psi(t_0)$ في هذه الحالة السعة والتواتر والتكييف الطوري على الترتيب . ويعرض الشكل 7.5 هذه الانماط من التكييف . وتلعب الامواج المكيفة الدور الرائد في البث الاذاعي ، حيث تعتبر $\omega_0$




شكل 7.5

التواتر الحامل للأمواج الكهرطيسية ، ونقول أن السعة $a_0(t)$ تهتز بتواترات المجال الصوتي .

تسمح مبرهنة فوربيه المذكورة بالحصول على العلاقة العكسية لـ (19_24) ، والتي يعبر بها عن التابع التواتري $a_\omega$ بدلالة $a(t)$:

$$a_\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} a(t)\, dt \tag{24\_21}$$

ونقوم على سبيل المثال بالحصول على التابع $a_\omega$ للاهتزاز المتخامد (الشكل 7.6) ، الذي تعطى من اجله $a(t)$ بالعبارة :*)

*) نقبل ، من اجل التناظر ، أن التابع $a(t)$ يتخامد أسيا من اللحظة $t=0$ في كلا الاتجاهين للزمن .

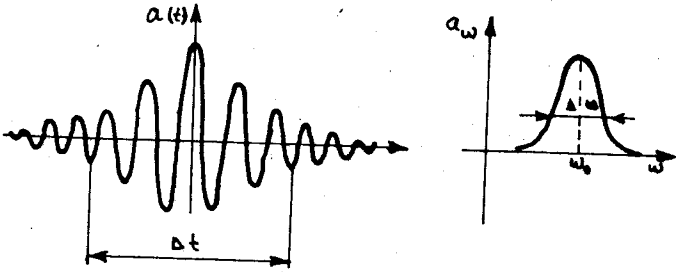
$$a(t) = a_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t - i\omega t} \tag{24_22}$$

نعوض هذه العبارة في(24_21) فنحصل على تكامل بسيط . ونجد أن:

$$a_\omega = \frac{a_0 \gamma}{2\pi\left[(\omega-\omega_0)^2+\frac{\gamma^2}{4}\right]} \tag{24_23}$$

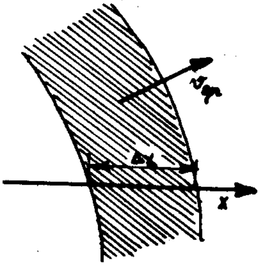
ونلاحظ أن التابع $a_\omega$ الذي حصلنا عليه يحوي نهاية عظمى من اجل $\omega = \omega_0$ ، ويكون عرض الاسفين $\Delta\omega$ من رتبة $\frac{\gamma}{2}$ . ويتواجد الاهتزاز بسعة ليست صغيرة بالمقارنة مع السعة البدئية ، وذلك خلال زمن $\Delta t$ من رتبة $\frac{2}{\gamma}$ ، مما يتفق وعلاقة عدم التعيين (24_17) .

نعمم التحليل المقدم من اجل علاقة الارتياب (زمن ـ تواتر) على علاقة الارتياب (احداثيات ـ شعاع موجي) ، وذلك باستخدام الرموز الموافقة ، لأن الطبيعة الرياضية لكليهما واحدة . وتتضح حقيقة وجود علاقة عدم التعيين (احداثيات ـ شعاع موجي) من المثال التالي .يعرض الشكل 7.7 الوضع اللحظي المحدد مكانيا للحادثة الموجية . ويبين القسم المخطط المكان الذي اثيرت فيه الاهتزازات . وتستمر




شكل 7.6

الاهتزازات في كل نقطة خلال فترة زمنية مقدارها $\Delta t$ ، ويكون امتداد هذه الفترة من رتبة $\frac{\Delta x}{v_{gr}}$ ، حيث $\Delta x$ قياس الموجة في الاتجاه $x$ و $v_{gr}$ المركبة على المحور $x$ لسرعة المجموعة (يسجل عبور الامواج بسرعة نقل طاقتها التي تساوي سرعة المجموعة ) . وبما أن $K = \vec{K}(\omega)$ فان




شكل 7.7

مجال التواترات $\Delta\omega$ مسؤول عن مجال قيم المركبة للشعاع الموجي

$$\Delta k_x = \frac{d k_x}{d\omega}\,\Delta\omega = \frac{\Delta\omega}{\partial\omega/\partial k_x} = \frac{\Delta\omega}{v_{gr}}$$

وبالتالي يكون :

$$\Delta t \approx \frac{\Delta x}{v_{gr}} = \frac{\Delta x \cdot \Delta k_x}{\Delta\omega}$$

وأخيراً نجد أن :

$$\Delta k_x \cdot \Delta x \approx \Delta\omega \cdot \Delta t \gtrsim 1$$

## 25 ـ إشعاع الأمواج الكهرطيسية ، توليدهم ، طرق ملاحظتهم .

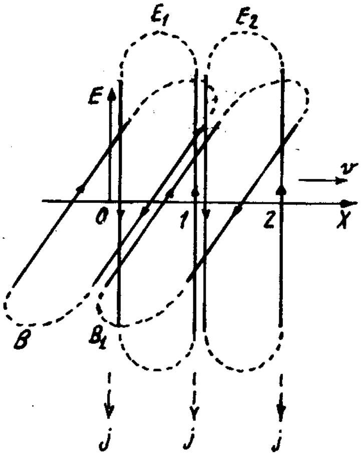
1 ـ تتولد جميع الحقول الكهرطيسية بواسطة الشحن والتيارات الكهربائية .

إن الشحن المتحركة حركة متسارعة يمكنها أن تشع في الفضاء أمواجا كهرطيسية . وفي الواقع تولد الشحن الساكنة حقلا كولونيافقط . ولا تتولد في الحالة الاخيرة امواج كهرطيسية ، ولا يمكن أن تتواجد هذه الأمواج في حالة الشحن المتحركة حركة مستقيمة منتظمة ، وذلك وفقا لمبدأ النسبية .

لنصف كيفيا صورة الاشعاع . ندرس حالة بسيطة ، يلعب فيها دور المنبع جسيم مشحون مهتز . إن اهتزاز الشحنة يؤدي الى اهتزاز الحقل $\vec{E}$ في المنطقة المجاورة للشحنة ، غير أن تغير الحقل الكهرطيسي ينتشر في الخلاء بالسرعة $c$ . وبالتالي يتخلف على بعد $r$ من الشحنة تغير الحقل عن اهتزاز الشحنة بالفترة الزمنية $\frac{r}{c}$ . وهكذا يكتسب تغير الحقل كتابع لـ $r$ شكلا موجيا طول موجته يساوي $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ . ويؤدي تغير الحقل الكهربائي مع الزمن ، وفقا لمعادلة ماكسويل الرابعة من(24ـ1) ، إلى ولادة حقل مغناطيسي $\vec{B}(t)$ ، الذي يولد بدوره حقلا كهربائيا $\vec{E}(t)$ وذلك وفقا للمعادلة الثانية من(24ـ1) . إن تغيرات الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ تنتشر في الفضاء مشكلة موجة كهرطيسية تشعها الشحنة المهتزة .

ويعرض الشكل 7.8 تخطيطيا هذه العملية : إن تناقص $\vec{E}$ مع الزمن ، يماثل توليد تيار ازاحة $j(t) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial E}{\partial t}$ يتجه باتجاه معاكس لـ $\vec{E}$ . وهذا التيار مسؤول عن توليد حقل مغناطيسي $\vec{B}$ خطوطه

متجهة باتجاه عقارب الساعة ، ولعدم وجود تيارات ثابتة تبقي على $\vec{B}$ مستقرا ، فان $\vec{B}$ يتناقص ويولد بدوره حقلا كهربائيا اعصاريا $\vec{E_1}$ . ويكون اتجاه خطوط القوة لهذا الحقل بعكس اتجاه عقارب الساعة




شكل 7.8

ويحطم هذا الحقل الحقل الأولي في النقطة 0 ويظهر في نقطة جديدة 1 . ومن جديد يختفي $\vec{E_1}$ في 1 ليولد حقلا مغناطيسيا $\vec{B_1}$ يتجه باتجاه عقارب الساعة ، يساهم الحقل $\vec{B_1}$ في تحطيم $\vec{B}$ غير أنه يتشكل في نقطة اخرى مجاورة ويولد بدوره حقلا كهربائيا اعصاريا $\vec{E_2}$ . وهكذا ينتشر الحقلان $\vec{E}$ و $\vec{B}$ في الفضاء، أي تنتشر الموجة الكهرطيسية .

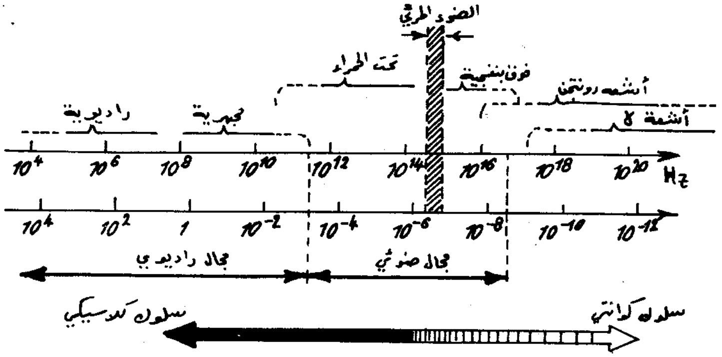
إن الشحن الكهربائية يمكنها أن تهتز بأي تواتر مرغوب به ، وتملك معادلات ماكسويل حلا من الشكل (4ـ24) و (7ـ24) من اجل أي تواتر كان . وبالتالي :

" يكون الطيف التواتري للامواج الكهرطيسية غير محدود" .

وتختلف الامواج الكهرطيسية بهذه الخاصة عن الامواج الصوتية .

يعرض المخطط 7.9 مسطرة الامواج الكهرطيسية . ويلاحظ أن المجالات الطيفية ذات التسميات المختلفة تتداخل جزئيا ، وتوضح هذه التغطية الجزئية بأن كل مجال من مجالات مسطرة الأمواج الكهر طيسية مرتبطة بهيئة محددة من المشعات . فالامواج الرادوية والمجهرية

(مجال التواترات الراديوية) ، التي تستخدم بكثرة في التطبيقات العملية تشعّ بواسطة تيارات متغيرة تجري في نواقل عادية . ويحدث احيانا أن تشكل الامواج الراديوية بواسطة مجموعات مجهرية للجسيمات مثلا ، الكترونات الذرات والجزيئات . وهكذا فان الكترون ذرة




شكل 7.9

الهدروجين قادر على اشعاع موجة كهرطيسية طولها $\lambda = 0,21cm$ . ويقابلها تواتر قدره $1,43.10^{11}$ Hz ، أي أنها تنتسب الى الامواج المجهرية *) . وتتولد الاشعاعات ابتداء من المجال الضوئي بواسطة المولدات المجهرية الضوئية . وتنسب إلى هذا المجال الأشعة تحت الحمراء والأشعة المرئية والاشعة فوق البنفسجية ،والاشعة السينية الطرية (أي الاشعة السينية ذات التواترات المنخفضة نسبيا ).

*) توجد ذرة الهدرجين بشكل اساسي حرة في الغازات مابين النجوم وتكون نادرة جدا على سطح الارض . وكل منها يشع خلال فترات متباعدة جدا حيث يحدث ذلك بشكل وسطي مرة كل 11 مليون سنة . غير أن الاشعاعات الكونية تحوي امواجا ملحوظة بطول مقداره $0,21cm$ . ذلك لأن ذرات الهدرجين منتشرة بكثرة في الكون . وبما أن الغازات الكونية تتحرك بسرع مختلفة فان التواترات نتيجة لمفعول دوبلر تقع في المجال المجاور لـ $1,43.10^{11}$ هرتز ويعتمد استنادا الى توزع الشدة في هذا المجال على دراسة حركة غازات مابين النجوم .

وتعتبر الذرات والجزيئات المشعات الدارجة لمثل هذه الاشعاعات فالاشعة تحت الحمراء تنشأ أثناء الحركة المتسارعة الكوانتية للشحن في الجزيئات . وتحدث هذه الحركة المتسارعة أثناء دوران الجزيء ، واهتزاز ذراته . وتنشأ الاشعة المرئية وفوق البنفسجية ، نتيجة لاهتزاز الالكترونات في الذرات والشوارد . وتختلف هذه الاشعاعات لأن كل نوع من الذرات يشع فقط وفق تواتراته المحددة والخاصة .

تستطيع تيارات الالكترونات أن تولد الاشعة السينية . وهذه الاشعة تنشأ عن كبح (فرملة ) الالكترونات بواسطة المواد . ويكون الطيف التواتري لهذه الاشعة متصلا ، ويدعى بالطيف المكبوح .

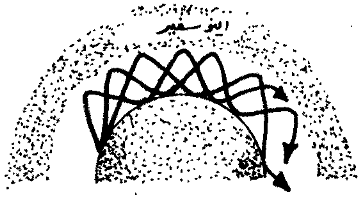
تنطلق اشعة $\gamma$ من نوى الذرات أثناء التحولات والتفاعلات النووية . وتنشأ هذه الاشعة نتيجة لبعض التأثيرات المتبادلة بين الجسيمات العنصرية . وتسلك أشعة رونتجن وأشعة $\gamma$ سلوكا كوانتيا .

2 ـ ندرس كيف تنتشر الاشعاعات الكهرطيسية ، ونبدأ قبل كل شيء بالحالات التي تصادف غالبا .

عند انتشار الامواج الراديوية فوق سطح الارض وتحته (وذلك في حالة غياب جمل موجهة خاصة ) ، يظهر تأثير الخواص الالكتروديناميكية لسطح الارض وغلافها الجوي ، بالاضافة الى تحدب (تكور ) سطح الارض وعدم استواء تضاريسه الجغرافية ، ويرتبط تأثير القشرة الارضية بأن الامواج تؤدي الى إثارة تيارات كهربائية ، ويتبع ذلك إنفاق جزء من طاقة الامواج . ويؤدي هذا الضياع في الطاقة الى إضعاف الامواج الراديوية ، خاصة الى جوار محطات البث . وينحصر تأثير الغلاف الجوي بوجود البلازما (اينوسفير) ومواد أخرى في طبقاته العليا القادرة على امتصاص بعض الامواج الراديوية . ويتمثل الدور الهام لطبقة الاينوسفير ، بقدرة هذه الطبقة على عكس الامواج المحصورة في المجال $\lambda = 10 - 10^4 m$ ، وتشكل بالتالي حول الارض مرآة عاكسة خاصة . ولاتسمح تلك الطبقة بعبور جميع الامواج المبثوثة من المحطات الارضية التي تتجاوز اطوالها $\lambda > 10 - 15\ m$ . وهذه الامواج تنعكس بالتناوب على سطح الارض وعلى طبقة الاينوسفير ، مما يمكنها من تغطية مسافات بعيدة ، وتؤمن بالتالي الاتصالات الراديوية حتى بين نقطتين متقابلتين قطريا من سطح الارض (الشكل 7.10) . ويبدو تأثير

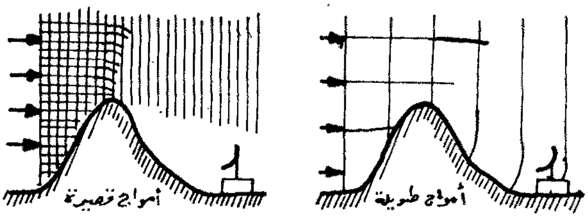
ويبرز تأثير الغلاف الجوي (اتموسفير) في امتصاصه للأمواج في المجال $\lambda \simeq 10^{-2} - 1\ cm$ . ويرتبط هذا التأثير بشكل رئيسي باحتواء الاتموسفير على الاوكسجين وبخار الماء .

ويعتبر تقوس سطح الارض وجغرافيته مسؤولا عن ظواهر الانعراج فبفضل الانعراج يمكن للامواج الراديوية الدوران حول الافق ، وتستطيع أن تتجاوز مختلف المواقع . غير أن الامواج التي تنعرج بشكل ملحوظ تلك التي تملك اطوالا من رتبة $\lambda \geqslant 10^3\ m$ . أما الامواج الأقصر من ذلك فهي تنتشر بشكل مستقيم ، وتجتاز الموانع فقط بواسطة الانعكاس على الاتموسفير



شكل 7.10

ويمثل الرسم 7.11 الفرق في سلوكية الامواج القصيرة والطويلة عندما يعترضها حاجز ما ، وليكن جبلا مثلا . وتمثل الخطوط الشاقولية على الرسم السطوح الموجية للامواج الراديوية الواردة . واخطوط الأفقية السطوح الموجية للامواج المنعكسة .ويلاحظ




شكل 7.11

أن الجبل يعزل الهوائي في حالة الامواج القصيرة ، بينما تدور حوله الامواج التي طولها من رتبة ارتفاعه ويتمكن الهوائي من التقاطها ويقتصر دور الجبل على إضعاف شدة هذه الامواج بشكل قليل .

ويتمتع الاينوسفير بصفة الشفافية بالنسبة للأمواج التي أطوالها اقل من 10 متر . وتم اكتشاف اشعاعات كونية اطوالها من الرتبة

المذكورة . وقد استقطب هذا الاكتشاف اهتمام العلماء منذ اربعينات قرننا الحالي لاستخدامه في التعرف على محتويات الاجرام السماوية

3 ـ تعتمد طرق التقاط (تسجيل) الامواج الكهرطيسية المختلفة على تحويل طاقتها الى شكل آخر للطاقة . وتختلف طرق التحويل هذه باختلاف أطوال وشدات الامواج الملتقطة . ومن المستقبلات الشائعة : المستقبلات الحرارية التي تعتمد على تحويل طاقة الامواج الى طاقة حرارية تسخن العنصر المستقبل . والمستقبلات الفوتو كهربائية التي تحول طاقة الامواج الى تيار كهربائي . والمستقبلات الكيميائية والوماضة والتشردية ...الخ .

## 26 ـ آلية الاشعاع الكهرطيسي .

1 ـ إن أغلب المنابع الطبيعية والصنعية للاشعاع الكهرطيسي تحقق الشرط :

$$d \ll \lambda \qquad (26\_1)$$

حيث $d$ البعد الطولي للمجال الذي يولد فيه الاشعاع (أي المجال الذي يحوي الشحن المتسارعة ) و $\lambda$ طول موجة الاشعاع . ويمكن ان نقدم هذا الشرط بالشكل :

$$v \ll c \qquad (26\_1a)$$

حيث $v$ القيمة الوسطية لسرعة الشحنات . وفي الواقع اذا كانت $T$ دور الاشعاع فان $\lambda = c \cdot T$ ، ويكون $d$ من مرتبة $vT$ مما يؤدي الى تكافؤ اللامتساويتين (26_1) و(26_1a) . ولا تتجاوز سرعة الالكترونات في الذرات القيمة $0,01\ c$ ، وكذلك الحال بالنسبة لالكترونات الناقلية في الهوائيات*) . وسوف نرى أن الشرط (26_1a) يتحقق في أغلب الحالات العملية .

يدعى منبع الاشعاع الكهرطيسي وحيد اللون الذي يحقق الشرط (26_1) "ديبول هرتز" ، وهذا الديبول يملك عزما ديبوليا كهربائيا $\vec{P}(t)$ يتعلق توافقيا بالزمن :

$$\vec{P}(t) = \vec{P}_0 \cdot e^{-i\omega t} \qquad (26\_2)$$

*) إن الهوائيات الخاضعة لتأثير الامواج القصيرة والمجهرية الراديوية يمكن أن تملك ابعاداً من رتبة أو اكبر من طول الموجة . ولكن يمكن النظر اليهم كمجموعة من المنابع العديدة .

ولا تلعب تفصيلات التوزع للشحن والتيارات في ديبول هرتز دورا هاما ذلك لأن مواصفات الاشعاع لاتتعلق بهذه التفصيلات . ولزيادة الايضاح يمكن ، مثلا ، اعتبار الديبول مؤلفا من شحنة سالبة ساكنة $q-$ وشحنة موجبة $q+$ تهتز توافقيا وفق منحى $\vec{P}$ بسعة مقدارها $d = \frac{|\vec{P}_0|}{q}$ وتواتر $\omega$ .

يدعى المجال المفصول بمسافات كبيرة بالمقارنة مع $\lambda$ عن ديبول هرتز ، أي من اجل

$$r \gg \lambda \qquad (26\_3)$$

بالمنطقة الموجية . ويملك الحقل في المنطقة الموجية تركيبا ابسط من تركيبه على مسافات من رتبة $\lambda$ أو اصغر . ويرتبط هذا التبسيط بسببين : تعتبر الموجة على مسافات بعيدة من المشع ، أي في الجوار المباشر لكل نقطة من نقاط المنطقة الموجية موجة مستوية تقريبا ، وبالتالي يمكن استعمال العبارات الموجية البسيطة ، وبالتحديد العبارة (24_10) حيث $\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}$ و $\vec{r}$ نصف القطر الشعاعي الذي يربط نقطة المراقبة بديبول هرتز . ثانيا : يبقى في المنطقة الموجية عمليا فقط الحقول المفصولة عن الديبول والتي تنتشر بحرية ، بينما تبقى الحقول التي تهتز مع الديبول (لاتعطي تدفقا للطاقة الى الخارج) متمركزة في مجال المسافات التي من رتبة $r \lesssim \lambda$ .

ونورد هنا بعض الاعداد لاعطاء تصور عن إبتعاد المنطقة الموجية عن المشع لبعض حالات الاشعاع الأكثر انتشارا . إن المستقبل (المذياع) الموجود على مسافة من الاذاعة تساوي تقريبا 3 كم يقع في المنطقة الموجية فيما اذا كان تواتر البث يساوي $10^7$ هرتز (أي بطول موجي حوالي 30 مترا ) . إن أية جملة ضوئية مفصولة عن الذرات المشعة للضوء المرئي ( $\lambda \approx 10^{-6} m$ ) بمسافة قدرها فقط 0,1مم تقع في المنطقة الموجية .

إن حل معادلات ماكسويل من اجل ديبول هرتز في المنطقة الموجية يملك الشكل :

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}\left[\ddot{\vec{P}}(t') \wedge \vec{n}\right] \wedge \vec{n}$$

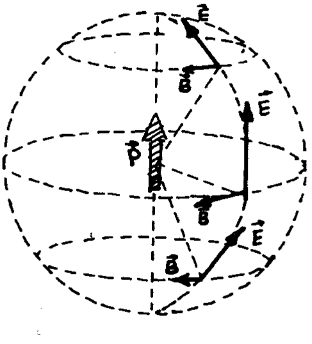
$$\vec{B}(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^3 r}\left[\ddot{\vec{P}}(t') \wedge \vec{n}\right] \qquad (26\_4)$$

حيث $t' = t - \frac{r}{c}$ وتعني $\vec{P}^{\cdot\cdot} = \frac{d^2\vec{P}}{dt^2}$ .

نوضح طبيعة العبارة (4ـ26) . إن تابعية $\vec{E}$ و $\vec{B}$ الخطية لـ $\vec{P}$ تنتج من خطية معادلات ماكسويل . وينتج تناسب الحقلين مع $\frac{d^2\vec{P}}{dt^2}$ من أن الذرات المسرعة فقط هي التي تشع ، وليس الذرات الساكنة أو المتحركة بانتظام . ويتفق التركيب الشعاعي لـ $\vec{E}$ و $\vec{B}$ مع (10ـ24) . وفي النهاية إن تناسب كل حقل مع $\frac{1}{r}$ يقود الى أن شعاع باونتنغ (4ـ23) يتناسب مع $\frac{1}{r^2}$ ، ذلك لأن التدفق الكلي لطاقة الاشعاع خلال سطح كرة ينطبق مركزها على موضع ديبول هرتز لايتعلق بقيمة نصف قطر هذه الكرة . ويتفق هذا مع قانون انحفاظ الطاقة : إن الطاقة التي تعبر سطح كرة نصف قطرها $r_1$ خلال فترة زمنية ما ، فانها تعبر خلال نفس الفترة الزمنية سطح كرة نصف قطرها $r_2$ متمركزة مع الكرة الأولى حيث $r_2 > r_1$ .

إن التناقص البطيء لحقل اشعاع ديبول هرتز بازدياد المسافة (تابعية من الشكل $\frac{1}{r}$ ) ، يسمح بانتشار الاشعاعات الكهرطيسية الى مسافات كبيرة جدا . وبالتالي نستطيع أن نرى بالعين المجردة ضوء النجوم ، مع أن أقربها يقع على مسافة $3.10^{16}\ m$ تقريبا .

يعرض الشكل 7.12 الحقلين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ (العلاقة 4ـ26) في ثلاثة نقاط متساوية البعد عن المنبع (العزم الديبولي $\vec{P}$ ) ، ومختلفة الاتجاه . نلاحظ أن $\vec{E}$ و $\vec{B}$ و $\vec{n}$ تشكل ثلاثية شعاعية متعامدة مثنى مثنى . ويكون الاشعاع اعظميا في المستوي الاستوائي ( حيث يكون عموديا على $\vec{P}$ ) ، ويتناقص بازدياد خط العرض باتجاه القطبين وينعدم نهائيا على القطبين ( وفق العزم الديبولي ) .




شكل 7.12

2 ـ نقوم باستنتاج العلاقة (4ـ26) . نحن نعلم إن الكمون الشعاعي $\vec{A}(r)$ الذي يولده تيار مستقر كثافته $\vec{J}(r)$ يساوي :

$$\vec{A}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\int\frac{\vec{j}(r')dv'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

عند الانتقال الى الكمون $\vec{A}(\vec{r},t)$ الذي يولده ديبول هرتز في المنطقة الموجية ،نقوم بتغيير عبارة الكمون $\vec{A}(\vec{r})$ بالشكل : أولاً يصبح $\vec{A}$ متعلقا بالزمن ،أي $\vec{A}=\vec{A}(\vec{r},t)$. ثانيا ،بحكم الشرطين (26ـ2) و(26ـ3) ،تختلف كثافة التيار $j$ عن الصفر فقط،من اجل $r'<<\lambda$ بينما يكون $r>>\lambda$ . وبالتالي يكون دوما $r'<<r$ ،وهكذا نستطيع أن نستبدل في مخرج علاقة $A$ المقدار $|\vec{r}-\vec{r}'|$ بـ $r$. ثالثا : إن التيار يتعلق ايضا بالزمن ،ولكن بتخلف زمني قدره $\frac{r}{c}$ وهو الزمن اللازم لانتشار الاشارة من الديبول الى النقطة $r$ : $\vec{j}=\vec{j}(r';t')$ حيث $t'=t-\frac{r}{c}$ .

وبالتالي نحصل على العبارة التالية لـ $\vec{A}(\vec{r},t)$ :

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}\int\vec{j}(\vec{r}',t')\,.\,dv$$

غير أنه وفقا للعلاقة $\frac{d\vec{P}}{dt}=\int\vec{j}\cdot dv$ (الحقول على مسافات بعيدة) يكون :

$$\int\vec{j}(\vec{r}',t')dv' = \vec{P}^{\bullet}(t')$$

وبالتالي :

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\vec{P}^{\bullet}(t')}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}$$

لكي نحصل على المركبات المغناطيسية لحقل المشع ،يجب حساب دوار الكمون الشعاعي الذي حصلنا عليه . ويجب أن نأخذ بعين الاعتبار إن هذا الكمون الشعاعي يتعلق فقط بالقيمة المطلقة لشعاع الموضع $\vec{r}$ لنقطة الملاحظة . وبالتالي اثناء حساب $rot\,\vec{A}$ يمكننا أن نقبل قاعدة تفاضل التابع المعقد ،ولكن ـبطبيعة الحال ـيجب الاحتفاظ بالمضروب الشعاعي :

$$rot\,\vec{A} = \frac{\partial r}{\partial\vec{r}}\wedge\frac{\partial\vec{A}}{\partial r}$$

من المساواة $\frac{\partial}{\partial\vec{r}}(r^2)=2\vec{r}=2r\frac{\partial r}{\partial\vec{r}}$ نحصل على : $\frac{\partial r}{\partial\vec{r}}=\frac{\vec{r}}{r}=\vec{n}$ .

نستعمل قاعدة الجداء التفاضلي ،وتفاضل التابع المعقد : $\frac{d\vec{P}}{dr}=\frac{dP}{dt'}\cdot\frac{dt'}{dr}$

ونحتفظ بالحد الذي يتناقص ببطىء بازدياد $r$ فنجد :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\vec{P}(t')}{r}\right) = -\frac{1}{r^2}\,\dot{\vec{P}}(t') - \frac{1}{rc}\,\ddot{\vec{P}}(t') \simeq -\frac{1}{rc}\,\ddot{\vec{P}}$$

(حيث $t' = t - \frac{r}{c}$ ) . نضع كلا المضروبين المحسوبين في عبارة $\vec{B} = rot\,\vec{A}$ فنحصل على العلاقة الثانية من اجل الحقل المغناطيسي من الجملة (26_4) . ونحصل على العلاقة الأولى من الجملة $(\overset{\bullet}{2}6\_4)$ من (24_10) . أي $\vec{E} = c\,\vec{B}\wedge\vec{n}$ .

3 ـ نقوم الآن بحساب شدة اشعاع ديبول هرتز . إن تدفق طاقة الاشعاع الكهرطيسي (23_4) بالتعريف تساوي شعاع باونتنغ :

$$\vec{\Pi} = \varepsilon_0 c^2\,\vec{E}\wedge\vec{B}$$

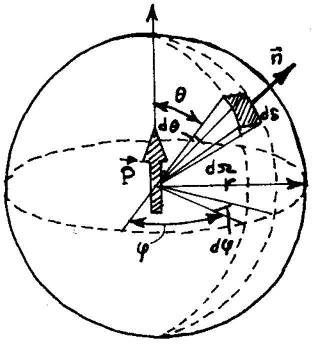
ويعتبر تدفق الطاقة $\frac{dI}{d\Omega}$ المنسوبة الى واحدة الزوايا المجسمة في الاتجاه المعطى ، في التطبيقات العملية ، أهم من شعاع باونتنغ نفسه . يصف المقدار $\frac{dI}{d\Omega}$ التوزع الزاوي لطاقة الاشعاع . يدعى التدفق $dI$ المار عبر الزاوية المجسمة $d\Omega$ بالتدفق التفاضلي للاشعاع في الزاوية المجسمة $d\Omega$ . إن عنصر السطح $d\vec{s}$ ذا الناظم $\vec{n}$ لكرة نصف قطرها $r$ والمفروز بالزاوية $d\Omega$ يعطى بالعلاقة $d\vec{s} = \vec{n}\,r^2 d\Omega$ . وبالتالي :

$$dI = \vec{\Pi}\cdot d\vec{s} = \vec{\Pi}\cdot\vec{n}\,r^2\,d\Omega$$

أو

$$\frac{dI}{d\Omega} = \vec{\Pi}\cdot\vec{n}\,r^2$$

نبدل في $\vec{\Pi}$ حقل الاشعاع (26_4) ، وذلك باعتبار أن مركز الكرة منطبق على ديبول هرتز (الشكل 7.13) .




شكل 7.13

ونفض جميع الجداءات الشعاعية فنحصل على :

$$\frac{dI}{d\Omega} = \frac{\ddot{P}^2(t')\,\sin^2\theta}{16\,\pi^2\,\varepsilon_0\,c^2} \qquad (26\_5)$$

وترمز $\theta$ هنا الى الزاوية المحصورة بين ديبول هرتز و $\vec{n}$ . ويجب أن يكون الشعاع $\ddot{\vec{P}}(t')$ في صيغته

الحقيقية $\vec{P}(t') = \vec{P}_0 \cos \omega t$ ، ذلك لأن هذا الشعاع يدخل في (26_5) على شكل تربيعه . ومن الواضح أن $\ddot{\vec{P}}(t') = -\omega^2 \vec{P}(t')$ وبالتالي $\ddot{P}^2(t') = \omega^4 P_0^2 \cos^2 \omega t'$ ، وشدة الاشعاع :

$$dI = \frac{\omega^4 P_0^2 \sin^3\theta}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3} d\theta . d\varphi \cdot \cos^2(\omega t')$$

لقد استبدلنا هنا $d\Omega$ بقيمتها $d\Omega = \sin\theta . d\theta . d\varphi$ . نقوم بتوسيط شدة الاشعاع خلال فترة زمنية تساوي دورا واحدا للاهتزاز حيث يصبح $\overline{\cos^2(\omega t')} = \frac{1}{2}$ ، وبالتالي :

$$\overline{dI} = \frac{\omega^4 P_0^2 \sin^3\theta}{32\pi^2 \varepsilon_0 c^3} d\theta . d\varphi \qquad (26\_6)$$

وتعطي مكاملة العلاقة السابقة وفق الزوايا (وفق $\varphi$ من الصفر الى $2\pi$ ، ووفق $\theta$ من الصفر الى $2\pi$ ) ، الشدة الكلية الوسطى لديبول هرتز :

$$\bar{I} = \frac{\omega^4 P_0^2}{12\pi \varepsilon_0 c^3} . \qquad (26\_7)$$

يساوي المقدار التكاملي $\bar{I}$ الطاقة المصروفة في ديبول هرتز على الاشعاع في واحدة الزمن . ويحدد المقدار التفاضلي $d\bar{I}$ استطاعة الاشارة الكهرطيسية على مدخل جهاز استقبال موضوع في حدود الزاوية $d\Omega$ . ويلاحظ مباشرة ان هذه الاستطاعة تنمو بحدة بازدياد التواتر ، حيث انها تتناسب مع $\omega^4$ . وبالتالي تكون المولدات عالية التواتر أكثر فاعلية من المولدات منخفضة التواتر .

نشير في النهاية الى أن ثوابت العلاقات (26_5) ـ (26_7) تتغير عند الانتقال الى الجملة CGS : ففي العلاقتين (26_5) و (26_6) يحل الثابت $\frac{1}{4\pi}$ مكان $\frac{1}{16\pi^2 \varepsilon_0}$ ويدخل في العلاقة (26_7) الثابت $\frac{1}{3}$ في مكان $\frac{1}{12\pi\varepsilon_0}$ .

# مسائل وتطبيقات

1 ـ تنتشر موجة كهرطيسية مستقطبة خطيا في الخلاء . فاذا علمت أن سعة الحقل الكهربائي لهذه الموجة $E_0 = 50\ mV/m$ ، والتواتر $\nu = 10^8\ Hz$ . جد :

آ) القيمة المنتجة لكثافة تيار الازاحة :

ب) القيمة المتوسطة خلال دور واحد لكثافة تدفق الطاقة .

ـ آ )

$$\vec{j} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$j = -\varepsilon_0 E_0 \omega \sin(\omega t - \vec{K}\cdot\vec{r})$$

بالتعريف :

$$|\vec{j}|_{\text{منتجه}} = \frac{J_0}{\sqrt{2}} = \frac{\varepsilon_0 E_0 \omega}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi\nu\varepsilon_0 E_0}{\sqrt{2}} = 0,2\ mA/m^2$$

ب) يعطى شعاع باونتنغ بالعلاقة :

$$\vec{\Pi} = \vec{n}\, c\, w = \vec{n}\, c\, \varepsilon_0 E^2$$

$$|\vec{\Pi}| = \frac{1}{T}\varepsilon_0 c E_0^2 \int_0^T \cos^2(\omega t - \vec{K}\cdot\vec{r}) = \frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2} = 3,3\cdot 10^{-6} =$$

$$\simeq 3,3\ \mu watt/m^2$$

2 ـ تنتشر موجة كهرطيسية في الخلاء ، حقلها الكهربائي $\vec{E}$ :

$$\vec{E} = \vec{E_0}\cos(\omega t - \vec{K}\cdot\vec{r})$$

حيث $\vec{E_0} = E_0\vec{e_y}$ ، $\vec{K} = K\vec{e_x}$ . $\vec{e_x}$ و $\vec{e_y}$ شعاعا الواحدة على المحورين $x$ ، $y$ على الترتيب . جد شعاع الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ في نقطة معرفة بـ $\vec{r} = x\vec{e_x}$ في اللحظة آ) $t = 0$ ، ب) $t = t_0$ .

تطبيق عددي $E_0 = 160\ V/m$ ، $K = 0,51\ m^{-1}$ ، $x = 7,7\ m$ ، $t_0 = 33\cdot 10^{-9}\ Sec$ .

ـ من العلاقة

$$\vec{n}\wedge\vec{E} = c\cdot\vec{B}$$

حيث $\vec{n} = \vec{e_x}$ . نجد أن :

$$\vec{B} = \frac{\vec{e_x}\wedge\vec{e_y}}{c} E = \frac{\vec{e_z}\, E}{c}$$

وبالتالي :

$$\vec{B} = \frac{\vec{e}_z E_0}{c} \cos(\omega t - Kx)$$

ويكون في اللحظة $t = 0$ :

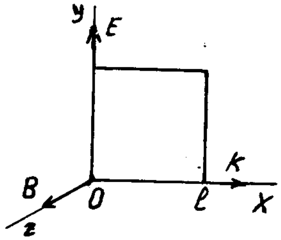
$$\vec{B} = \vec{e}_z \cdot \frac{E_0}{c} \cos Kx = -0{,}38 \cdot 10^{-6}\, Te$$

ب ) في اللحظة $t = 33.10^{-9}\, sec$

$$\vec{B} = \frac{160}{3 \cdot 10^8}\, \vec{e}_z \cdot \cos(K \cdot c \cdot t_0 - Kx) =$$

$$= 0{,}533 \cdot 10^{-6}\, e_z \cos\left[(5{,}049 - 3{,}97)\, rad\right] \approx 0{,}52 \cdot 10^{-6}$$

3 ـ تنتشر موجة مستوية في الخلاء $E = E_0 \cos(\omega t - kx)$ . توضع في طريقها حلقة ناقلة مربعة الشكل طول ضلعها $\ell$ ( الشكل 3.1 ) . اوجد القوة المحركة المتحرضة $\mathcal{E}(t)$ التي تثيرها هذه الموجة ، اذا كان $E_0 = 50\, mV/m$ ، $\nu = 10^8\, Hz$ ، $\ell = 50\, cm$ .



شكل 3.1

$$\mathcal{E} = \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_{\ell_1} \vec{E}(0)\, d\vec{\ell} + \int_{\ell_2} \vec{E}(\ell)\, d\vec{\ell} \Longrightarrow$$

$$\mathcal{E} = \ell E_0 \left[\cos\omega t - \cos(\omega t - K\ell)\right] =$$

$$= 2 \ell E_0 \left[\sin\left(\omega t - \frac{K\ell}{2}\right) \cdot \sin\frac{K\ell}{2}\right]$$

4 ـ تنتشر موجة كهرطيسية في الخلاء وفق المحور $X$ مثلا . احسب القيمة اللحظية لشعاع باونتنغ ، والقيمة الوسطية لهذا الشعاع ، اذا علمت أن :

$$B = B_0 e^{-i\omega t + ikx} \quad , \quad E = E_0 e^{-i\omega t + ikx}$$

وأن $\vec{E}$ و $\vec{B}$ الداخلتان في شعاع باونتنغ تمثلان المركبات الحقيقية .

$$|\vec{\Pi}| = \left|\varepsilon_0 c^2\, \vec{E} \wedge \vec{B}\right| = \varepsilon_0 c^2 E B \cdot \sin\alpha = \varepsilon_0 c^2 E \cdot B$$

$$|\vec{\Pi}| = \varepsilon_0 c^2 E_0 B_0 \cos^2(\omega t - kx)$$

$$|\overline{\Pi}| = I = \varepsilon_0 c^2 E_0 B_0 \overline{\cos^2}(\omega t - kx) = \frac{\varepsilon_0 c^2 E_0 B_0}{2} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$$

حيث أن $|\vec{E}| = |c\vec{B}|$ .

5 ـ جد شدة اشعاع جسيمة كتلتها $m$ تتحرك وفق مسار دائري نصف قطره $a$ تحت تأثير قوة كولونية . عبر عن الجواب بدلالة طاقة الجسيمة .

ـ يمكن التعبير عن الحقل الكهرطيسي على مسافات بعيدة من الجملة المشعة ، وذلك عندما يكون طول الموجة للاشعاع أكبر بكثير من ابعاد الجملة المشعة بدلالة العزم الديبولي :

$$\vec{E} = \frac{\mu_0}{4\pi r}(\ddot{\vec{P}} \wedge \vec{n}) \wedge \vec{n}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r c}\ddot{\vec{P}} \wedge \vec{n}$$

حيث $\vec{P}$ العزم الديبولي للجملة في اللحظة $t - \frac{r}{c}$ .

تكون شدة الاشعاع في حالتنا :

$$\bar{I} = 2\left(\frac{\ddot{P}^2}{12\pi\varepsilon_0 c^3}\right)$$

ذلك لأننا نستطيع أن نتصور الحركة الدائرية مجموع حركتين توافقيتين متعامدتين .

بما أن $\vec{P} = e\vec{r}$ يكون $\ddot{\vec{P}} = e\ddot{\vec{r}}$ . نعوض $\ddot{\vec{r}}$ بقيمتها من معادلة الحركة

$$m\ddot{\vec{r}} = -\frac{e^2\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

فنجد :

$$\bar{I} = \frac{e^6}{96\pi^3\varepsilon_0^3 c^3 a^4 m^2} = \frac{128\pi\varepsilon_0 |\mathcal{E}|^4}{2m^2 \cdot c^3 e^2}$$

حيث $\mathcal{E}$ طاقة الجسيمة .

6 ـ بين ان الاشعاع الديبولي يختفي عند اصتدام جسيمتين متماثلتين .

ـ يعطى العزم الديبولي لجملة في جملة مركز العطالة ، بالعلاقة :

$$\vec{p} = e_1\vec{r_1} + e_2\vec{r_2} = \mu\left(\frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2}\right)\vec{r}$$

حيث $m_1$ ، $m_2$ كتلتا الجسيمتين ، $\mu$ الكتلة المختزلة ، $r$ الاحداثي النسبي للجسيمتين .

يكون من اجل جسمتين متماثلتين $e_1 = e_2$ ، $m_1 = m_2$ ومنه

$$\vec{p} = 0$$

وبالتالي يختفي الاشعاع الديبولي المتناسب مع $|\ddot{\vec{p}}|^2$ .

7 ـ عين الزمن اللازم حتى تسقط جسيمة تتحرك بمسار دائري حول مركز مشحون على ذلك المركز ، نتيجة لخسارة طاقتها على شكل اشعاع كهرطيسي .

ـ إذا كان تغير الطاقة خلال دور واحد صغير بشكل كاف ، فإننا نستطيع ان نكتب ، استنادا على المسألة 5 التالي :

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{128\pi\varepsilon_0}{3} \cdot \frac{|\mathcal{E}|^4}{m^2c^3e^2}$$

ومنه :

$$\tau = \frac{3m^2c^3e^2}{128\pi\varepsilon_0}\int_{\mathcal{E}}^{0}\left|\frac{d\mathcal{E}}{\mathcal{E}^4}\right| =$$

$$= \frac{3m^2c^3e^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 24\,|\mathcal{E}|^3}$$

8 ـ يسبح الكترون $e$ على مسافة $d$ من نواة ثابتة شحنتها $Z|e|$ . يفترض أن المسافة $d$ كبيرة جدا بحيث أن سرعة حركة الالكترون $v$ تتغير بمقدار صغير جدا . عين الطاقة التي يخسرها الالكترون على الاشعاع الديبولي .

ـ تعطى طاقة الاشعاع الديبولي بالعلاقة :

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{\infty} I \cdot dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ddot{p}^2}{6\pi\varepsilon_0 c^2}\, dt \qquad (1)$$

باستعمال معادلة حركة الالكترون بشكل مشابه لما ورد في المسألة 5 نحصل على

$$\dot{\vec{p}} = \frac{Z e^3 \cdot \vec{r}}{4 \pi \varepsilon_0 m r^3} \qquad (2)$$

حيث r المسافة بين الالكترون والنواة .

نحصل باهمال تقوس المسار على :

$$r = \left( d^2 + v^2 t^2 \right)^{1/2} \qquad (3)$$

نكامل العبارة (1) آخذين بعين الاعتبار (2) و (3) ، فنجد :

$$\mathcal{E} = \frac{Z^3 e^6}{192 \pi^2 \varepsilon_0^3 c^3 m^2 v d^3}$$

# الفصل الثامن

# التأثيرات المتبادلة بين الأمواج الكهرطيسية والمادة

## 27 ـ آلية التأثيرات المتبادلة .

1 ـ تستطيع الأمواج الكهرطيسية أن تنتشر في الاوساط المختلفة بالاضافة الى انتشارها في الخلاء . وتقود التأثيرات المتبادلة بين مادة الوسط والاشعاع الى ظواهر جديدة . ومن الطبيعي أن تجزأ مسألة التأثيرات المتبادلة إلى شطرين : أ ) ماذا يحدث للاشعاع عند عبوره المادة ؟ ب) ماذا يحدث للمادة عند عبور الاشعاع ضمنها ؟ وسوف نبحث هنا الظواهر الاساسية ، أي الظواهر الشائعة أو النموذجية والعامة لكلتا الحالتين السابقتين .

إن أساس آلية التأثيرات المتبادلة يمكن تلخيصه بالتالي : يقوم الحقل المتغير للموجة الكهرطيسية بتسريع الشحن المجهرية المتعددة للمادة بشكل دوري . وتصرف الشحن المسرعة بواسطة الحقل طاقتها الاضافية بطريقتين : أولا ، يمكن أن تمنح هذه الشحن الطاقة لدرجات الحرية الاخرى للوسط . ثانيا ، يمكن أن تقوم هذه الشحن كأية شحن مسرعة باشعاع موجات جديدة . ويحدث في الحالة الأولى من وجهة النظر الجهرية ، امتصاص للاشعاع ، وفي الحالة الثانية انتشار الاشعاع في الوسط ، وذلك وفق آلية الامتصاص المستمر واعادة اشعاع للامواج الكهرطيسية من قبل شحنات الوسط .

سنقتصر في دراستنا على التأثيرات المتبادلة بين الامواج احادية اللون مع الاوساط المتجانسة والمتماثلة المناحي والتي تتمتع بمواصفات كهربائية بسيطة نسبيا ، أي العوازل الغير مستقطبة والعوازل المستقطبة والنواقل الكهربائية (المعادن) . لقد وردت في كتب الكهرباء والمغناطيسية سلوكية هذه المواد في الحقول المستقرة ويمكن تعميم ماقيل سابقا على الحالة التي نحن بصددها أي التأثيرات المتبادلة مع الامواج الكهرطيسية . ويكون هذا التعميم كالتالي :

يأثر الحقل الكهربائي للموجة بشكل دوري على السحب الالكترونية للجسيمات اللاقطبية ، وعلى الشوارد المختلفة في التركيبات الشاردية ( مثلا $Na^+$ و $Cl^-$ في ملح الطعام ) ، وعلى توجيه الديبولات للجسيمات القطبية . وهذه العمليات تقود الى استقطاب الكتروني وشاردي وموجه .

على الترتيب ، بواسطة الموجة الكهرطيسية .

تلاحظ الظواهر السابقة في المعادن ايضا ، ذلك لأن أي معدن يمكن اعتباره جزئياً مادة عازلة . حيث يوجد في المعادن ، بالاضافة الى الكترونات الناقلية ، عددكبير من الشحن المرتبطة . وتمثل هذه الشحن الايونات التي تشكل التركيب البلوري للمعدن . غير أن العملية الرئيسية في المعادن تتمثل في التأثير المتبادل بين الموجة الكهرطيسية والكترونات الناقلية . وتنفذ الكترونات الناقلية في المعدن تحت تأثير الحقل الكهربائي للموجة حركة اهتزازية منتظمة ، تكبحها المقاومة الاومية .

يوجد في الموجة الكهرطيسية ، كما هو معلوم ، بالاضافة الى الحقل الكهربائي حقل مغناطيسي $\vec{B}$ ، يؤثر على التيارات وعلى العزوم المغناطيسية . غير أن التأثيرات المتبادلة مع الحقل الكهربائي تكون في اغلب الأحيان اكبر بكثير منها في حالة الحقل المغناطيسي . وبالتالي يمكن بتقريب جيد اهمال تأثير الحقل المغناطيسي للموجة على المادة . ولكي نقتنع في ذلك ، ندرس على سبيل المثال تأثير الموجة على الالكترون . ينتج من العلاقة (24_10) أن النسبة بين $\vec{B}$ و $\vec{E}$ في الموجة الكهرطيسية هي $|B| = \frac{1}{c}|E|$ (في الجملة SI ).
وبالتالي تكون نسبة القيم للقوى التي يشكلها الحقلان $\vec{B}$ و $\vec{E}$ على الترتيب من رتبة :

$$\frac{q_0 v B}{q_0 E} = \frac{v}{c}$$

حيث $q_0$ شحنة الالكترون و $v$ سرعته المطلقة . وتملك الالكترونات في الذرات والكترونات الناقلية في المعادن سرعة أصغر بكثير من $c$ أي $\frac{v}{c} \leq 10^{-2}$ . ينتج من هنا أن القوى المغناطيسية تشكل جزءا من مئة من القوى الكهربائية ، أي أنها صغيرة بشكل كاف لاهمالها . ويكون من اجل الايونات النسبة $\frac{v}{c}$ أصغر من سابقتها بعدة مراتب .

نشير بدون حسابات إلى أن طاقة التأثير المتبادل بين $\vec{B}$ والعزم المغناطيسي للالكترون اصغر بمرتبتين من طاقة التأثير المتبادل للحقل الكهربائي مع الالكترون . وهناك استثناء عن هذه القاعدة يشمل المواد ذات المغنطة الحديدية والمواد القريبة منها في التركيب ، وكذلك التأثيرات المتبادلة التجاوبية للعزوم المغناطيسية مع الحقول

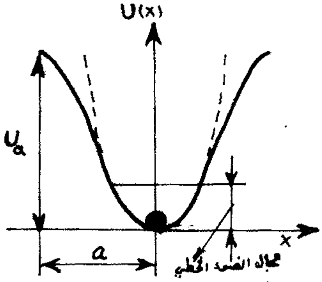
المغناطيسية التي تعتبر في الواقع تأثيرات كوانتية ،لذلك سوف لانتعرض لها . وهكذا سنعتبر أن النفوذية المغناطيسية للمواد $\mu_r$ تساوي الواحد .

2 ـ تختلف التأثيرات المتبادلة بين الامواج الكهرطيسية والمادة كيفيا من اجل الامواج ذات السعات (الشدات) الكبيرة والصغيرة . لنتفحص الطبيعة الفيزيائية لهذه الاختلافات على مثال هام عمليا وهو التأثير المتبادل بين الامواج الضوئية والعوازل اللاقطبية .يجب من اجل ذلك أن نعلم ماذا يحدث لالكترونات الذرات (أو الجزيئات) في الحقل الكهربائي للموجة الضوئية . إن هذا يوضح بشكل منطقي في الميكانيك الكوانتي فقط ،غير أنه من الممكن انشاء نموذج كلاسيكي تكون فيه القوانين الكوانتية مأخوذة بعين الاعتبار تقريبا ، وذلك ضمن فروض الانطلاق (الفروض البدئية) . نقوم فيما يلي بعرض هذا النموذج . إن الالكترونات التي تتأثر بشكل اساسي بالحقل الكهربائي للموجة هي الالكترونات الضعيفة الارتباط بالذرات (أو الجزيئات ) والمدعوة بالالكترونات السطحية . نعتبر ،ضمن هذا النموذج ،أن كل الكترون سطحي يشغل في حالة غياب الموجة موضع توازن في قعر حفرة كمونية $U(x)$ (الشكل 8.1) . وتملك هذه الحفرة امتدادا مقداره $a \approx 10^{-10} m$ (البعد الطولي المميز للذرة) .

وتساوي القيمة الدارجة لعمق الحفرة $U_a \approx 5\, e.V = 10^{-18}\, Joul$ .

إن القيمة المطلقة للحقل الكهربائي في حفرة كهذه :

$$E_a = \frac{U_a}{q_0 a} \approx \frac{10^{-10}\, Joul}{1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 10^{-10} m} \approx 10^{11}\, V/m \qquad (27\text{-}1)$$



شكل 8.1

حيث $q_0$ الشحنة العنصرية .

يمكن أن نقرر بالمقارنة مع قيمة هذا الحقل فيما اذا كانت سعة الموجة كبيرة أو صغيرة . وهكذا تعتبر سعة الموجة الضوئية صغيرة اذا تحقق الشرط :

$$E_0 \ll E_a \qquad (27\_2)$$

حيث $E_0$ القيمة المطلقة لسعة الحقل الكهربائي للموجة . وعندما يحقق الشرط(2_27) ، يمكن تمثيل الحفرة الكمونية للالكترون بتقريب جيد على شكل قطع مكافىء (وهذا القطع ممثل على الرسم 8.1 بخط متقطع) . وبطبيعة الحال ، فإن الالكترون المثار بسعة موجية صغيرة يحقق اهتزازات توافقية الى جوار وضع توازنه . وينشأ أثناء ذلك عزم كهربائي ديبولي متغير $P(t) = -q_0 \vec{r}(t)$ ، حيث $r(t)$ انحراف الالكترون عن وضع التوازن . وتحدد القيمة المتوسطة لمجموع العزوم الديبولية الكهربائية في واحدة الحجم من العازل ، تحدد استقطابيته . وتكون ،كما هو معلوم ، ازاحة الجسيم الذي يحقق اهتزازا قسريا في حفرة قطعية مكافئة متناسبة مع القوة القاسرة . وتمثل ، في حالتنا قوة الحقل الكهربائي للموجة القوة القاسرة . واذا كانت جميع العزوم الديبولية الكهربائية في واحدة الحجم المعطاة متعلقة خطيا بالحقل الكهربائي $E(t)$ للموجة في الموضع المعطى ، فإن الحقل يتناسب مع الاستقطابية $\vec{P}(t)$ ، أي :

$$\vec{P}(t) = \varepsilon_0 \chi \vec{E}(t) \qquad (27\_3)$$

ولا يتعلق المعامل $\chi$ بالحقل $\vec{E}$ ، غير أن تعلقه بتواتر الموجة $\omega$ وارد ، كما سنرى لاحقا .

تستعمل الصياغة الخطية بين $P(t)$ و $E(t)$ بشكلها الوارد في (3_27) في الجملة الدولية ويحذف $\varepsilon_0$ في $CGS$ . وتعتبر العلاقة السابقة تعميما للعلاقة المستقرة $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$ ، وذلك في حالة استقطاب العازل بواسطة الحقل الكهربائي للأمواج صغيرة السعة . ويدعى الثابت $\chi$ بالسماحية المعزالية .

إن عمليات عبور الامواج الضوئية خلال الاوساط العازلة تنتسب الى الظواهر الضوئية الخطية ، وذلك اذا روعي الشرطان (2_27) و(3_27) وتعتبر الحوادث الناتجة عند خرق الشرط (2_27) مادة للدراسة في الظواهر الضوئية اللاخطية .

نشير الى أنه عندما يتحقق الشرط (2_27) يكون من البديهي امكانية اهمال $E_0$ امام $E_a$ . ذلك لأن القيم الدارجة لـ $E_a \simeq 10^{11}\ V/m$ ،

وهذه القيم كبيرة جدا بالمقارنة مع الحقول الكهربائية للأمواج الكهرطيسية للمنابع غير اللازرية ،حيث يكون $E_0 = 10 - 10^3 \, V/m$ . أما في حالة المنابع اللازرية فإن قيم الحقول يمكن أن تصل الى $10^{10} \, V/m$ ، وبالتالي لايمكن اهمالها أمام $E_a$ .

نشير ايضا الى أن الامواج الراديوية التي تبثها المنابع المعروفة تحقق دائما الشرط (2_27) .

يدخل استقطاب العازل بالآلية التشردية تحت يافطة الشرط (2_27) . أمابالنسبة الى الاستقطاب التوجيهي (الموجه) ، فانه يختفي في مجال التواترات الضوئية . ويفسر هذا عطالة الديبولات القاسية للجسيمات القطبية ، حيث أن هذه الديبولات لاتستطيع متابعة تغيرات الحقل في المجالات الضوئية . وأخيرا فان تقدير صغر سعة الحقول الموجية في حالة المعادن ، يمكن بحثها فقط استنادا الى التصورات الكوانتية التي لانتعرض لها هنا .

تنتج الصفات الاساسية للضوء الخطي من العلاقة (3_27)، وتتلخص في أنها تحقق مبدأ التركيب :

"ان ميزة الظواهر الضوئية هي عدم تعلقها بشدة الضوء ،ولا يتغير تواتر الموجة عند عبور هذه الموجة الأوساط المادية ".

تخرق جميع الصفات المذكورة في حالة علم الضوء اللاخطي . ونقوم في الفقرات القادمة بدراسة المفاعيل الخطية واللاخطية .

نشير في نهاية هذا البند الى أن سعة حقل الموجة الضوئية يمكن أن يفوق قيمة التوتر الساكن المسؤول عن القدح (اصدار شرارة ) ، ومع ذلك فان المادة لاتتخرب (في العوازل الجيدة كالفرفور وملح الطعام ..الخ ، يحدث القدح من اجل قيم للحقل الساكن من رتبة $10^8$ فولت/ م ) . ويفسر ذلك بأن انجاز أسرع عمليات القدح يتطلب زمنا من رتبة $10^{-7}$ ثانية ، في حين أن الموجة الضوئية تحافظ على توتر من اشارة واحدة خلال فترة زمنية تساوي نصف الدور وهذه الفترة لاتتجاوز $10^{-15}$ ثانية تقريبا .

3 _ نعطي ، كمثال على عبور الضوء الصغير السعة للعازل (الاضاءة الخطية ) ، اجابة كيفية على سؤالين أساسين وردا في بداية هذه الفقرة .

تمنح الموجة الضوئية الساقطة على العازل طاقتها الى الحركة الاهتزازية للالكتروبات والايونات المرتبطة . وتعتبر الالكترونات والايونات المهتزة ديبولات متغيرة ، أي أنها تصدر امواجا جديدة . ومن وجهة النظر الجهرية تعتبر هذه العملية المتواصلة لامتصاص واعادة اصدار الطاقة الكهرطيسية من قبل شحن العازل آلية انتشار الامواج في العازل . ويعطى جزء من طاقة الديبولات المحرضة (المثارة) الى الحركة الحرارية لجزيئات المادة . وبنتيجة هذه العملية الثنائية لمنح الطاقة من الموجة الى الحركة الحرارية يحدث امتصاص الموجة من قبل العازل . وبهذا الشكل وفقا للتقريب الخطي يتم آ) انتشار الموجة الضوئية ، ب) وتخامدها . وترتفع تبعا لذلك درجة حرارة العازل .

نؤكد هنا أن الموجة الواردة من الخلاء الى العازل لاتغير تواترها .

تعتبر ،في الواقع ، اهتزازات ديبولات العازل تحت تأثير الموجة اهتزازات قسرية . وبالتالي تحدث بتواتر يوافق تواتر القوة القاسرة أي تواتر الموجة . ويملك ، وفقا للعلاقة (4-26) ، اشعاع الديبول بدوره تواتراً يساوي تواتر اهتزازه . ويعتبر عدم تغير التواتر (بغض النظر عما يحدث للشدة ) صفة هامة لعلم الضوء الخطي .

نشير الى أن المواصفات الاخرى للموجة وعلى الاخص طولها وسرعة انتشارها تتغير اثناء انتشارها في الاوساط المادية . ومن الممكن أن يتغير ايضا استقطاب الموجة .

تنبه الى أن سلوك الامواج في النواقل مشابه لما هو عليه في العوازل ، وذلك في حالة الاضاءة الخطية . ففي هذه الاوساط تنتشر الأمواج محافظة على تواترها ، ويحدث امتصاص لها وترتفع درجة حرارة الوسط . وسنقدم لاحقا الدراسة الكمية لهذه المفاعيل .

4 ـ اضافة الى ماقدمناه من الظواهر الاساسية يوجد (حتى في المجال الخطي) عدد كبير من المفاعيل التي تنشأ اثناء انتشار الامواج الكهرطيسية خلال المادة . ولنذكر على سبيل المثال الاصدار الضوئي: أي اصدار الضوء بتواتر آخر تحت تأثير الاشعاعات الكهرطيسية ،المفعول الضوئي الداخلي : ظهور ناقلية كهربائية للعازل تحت تأثير الاشعاع

التفاعل الفوتو كيميائي ...الخ . وتملك هذه المفاعيل على اختلافها صفتين مشتركتين . أولا لاتعتبر أية ظاهرة من هذه الظواهر ظاهرة عامة ، وإنما تحدث في مجموعة محددة من الاوساط ، ثانيا : تعتبر آلية هذه الظواهر كوانتية في جوهرها .

## 28 _ التشتت ، الامتصاص ، التبددفي الامواج الكهرطيسية ، الانكسار المضاعف .

1 _ يوصف التأثير المتبادل للأمواج الكهرطيسية مع المادة في حالة التقريب الخطي ، بعدد غير كبير من البارامترات (المواصفات). فعلى سبيل المثال يوصف العازل المتجانس والمتماثل المناحي بمقدار وحيد : إما "السماحية المعزالية للوسط" $\varkappa$ وإما النفوذية المعزالية $\varepsilon = 1 + \varkappa$ . لنقدم ايضاحا كيفيا لمسألة تعلق هاتين القيمتين بالتواتر $\omega$ . ونشير مقدما الى أنه بفضل هذا التعلق يلاحظ تبدد الامواج الكهرطيسية في المادة . لنذكر أيضا بأن تعلق السرعة الطورية لانتشار الموجة بتواترها يدعى بالتبدد . وفقا للعلاقة $n = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$ حيث $n$ قرينة انكسار الوسط ، وبما أن $v = \frac{c}{n}$ تكون سرعة الامواج الكهرطيسية في الاوساط متعلقة بـ $\varepsilon$ . وهكذا اذا كانت $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ فإن انتشار الامواج ذات التواترات المختلفة يكون مختلفا .

تبرز التابعية $\varepsilon(\omega)$ للسبب التالي . لقد أكدنا سابقا أن الالكترونات الخارجية المرتبطة بالذرات والجزيئات ، وكذلك الايونات في التركيب الايوني تحقق اهتزازات قسرية تحت تأثير حقل الموجة الكهرطيسية صغيرة السعة . وتتعلق سعة تلك الاهتزازات بشكل تجاوبي (طنيني) بتواتر القوة القسرة التي يولدها الحقل الكهربائي للموجة ، وبالتالي مادام تواتر الموجة اصغر بكثير من أي من التواترات الذاتية للهزازات (أي الالكترونات والايونات ) في المادة ، فان تلك الهزازات تهتز على اتفاق بالطور مع الحقل . وتقوم استقطابية الوسط الالكترونية والايونية ، من اجل هذه التواترات ، بمتابعة تغيرات الحقل الكهربائي للموجة بدقة . وبالتالي تكون تابعية الاستقطابية الالكترونية والايونية للحقل ، كما هو الحال في الوضع المستقر . غير أنه عندما تقترب تواترات الموجة من أحد التواترات الذاتية للهزازات الالكترونية

أو الايونية ، فان سعة الاهتزاز تنمو بشكل حاد . وتصبح الموجة الكهرطيسية على التجاوب مع الهزازات . وإذا أصبح تواتر الامواج اكبر بكثير من التواترات الذاتية ، فان الاهتزازات القسرية للشحن المرتبطة للمادة تتوقف كليا . ولا تحدث استقطابية الكترونية أو ايونية . ويعود السبب في اختفائهم الى عطالة الشحن المرتبطة التي لم يعد بامكانها اللحاق بتغيرات تواتر الحقل السريعة . وهكذا نرى أن استقطابية المادة تتعلق بتواتر الموجة . وهذا يعني وفقا للعلاقة (3ـ27) ، أن السماحية المعزالية $\varkappa$ ، وبالتالي $\varepsilon = 1+\varkappa$ تابعان للتواتر .

تحتل التابعية $\varepsilon(\omega)$ مكانا هاما في حالة الآلية التوجيهية للاستقطاب . حيث أن ديبولات الجسيمات القطبية تغير توجيهها فقط في حالة الموجة الكهرطيسية دون أن تغير قيمتها عمليا . وبالتالي لايحدث في حالة الاستقطاب التوجيهي تأثير متبادل تجاوبي للحقل مع المادة . ويبقى مفعول توقف الاستقطاب قائما من اجل التواترات المرتفعة ، ويرد ذلك الى عطالة الجسيمات القطبية . بما أن هذه الجسيمات تتمتع بعزوم عطالية محددة ، فهي لاتستطيع اللحاق بالتغيرات السريعة للحقل الكهربائي للموجة . إن مفعول ضياع الاستقطابية التوجيهية يؤدي أيضا الى التابعية $\varepsilon(\omega)$ .

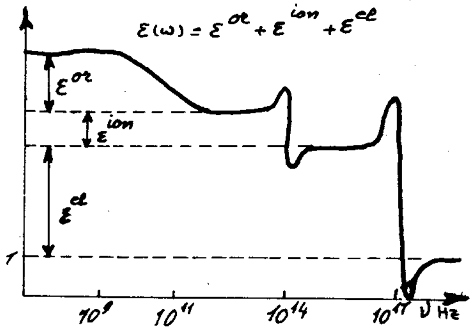
يمكن اعطاء تصور عن شكل التابعية $\varepsilon(\omega) = 1+\varkappa(\omega)$ من خلال الرسم 8.2 ، حيث فرزت مساهمات كل من اشكال الاستقطابية المذكورة سابقا *) . وكما يظهر على الشكل فإن التابعية $\varepsilon(\omega)$ ليست انسيابية . فالقمم والوهدات على المنحني $\varepsilon(\omega)$ ترتبط بالظواهر التجاوبية وتملك مركبات $\varepsilon(\omega)$ من اجل التواترات الصغيرة بشكل كاف (نظريا $\omega \to 0$ ) تلك القيم التي تقاس في حالة الحقول المستقرة .

يلاحظ التبدد ايضا في النواقل . ويمكن ، جزئيا ، النظر إلى أي ناقل ضمن معيار معين ، وكأنه عازل (انظر الفقرة 27) . غير أن المفعول الرئيسي في النواقل هو التأثير المتبادل بين الحقل وحملة التيار ، حيث تعطي الموجة الكهرطيسية طاقتها الى الاهتزازات المنتظمة

*) تظهر الخواص الكوانتية للأمواج الكهرطيسية ابتداء من التواترات ذات المراتب العليا (اعلى من $10^{18}$ هرتز . وتعتبر الموجة الكوانتية تيارا من الفوتونات . وتملك بالتالي التأثيرات المتبادلة لمثل هذه الامواج مع المادة صفة اصطدام الفوتونات مع جسيمات المادة .

لحملة التيار ، وتبدأ بالتخامد . ويكون تخامدها متناسبا مع مقدار سماكة الطبقة التي تعبرها داخل الناقل . وسوف نقتنع لاحقا وبشكل مباشر ، بأن التخامد يملك علاقة مباشرة بالتبدد . ويلاحظ التخامد فقط ، اذا كان تواتر الموجة أقل من قيمة حدية للتواتر . ويصبح الناقل فوق هذه القيمة الحدية شفافا بالنسبة للامواج الكهرطيسية . فعلى سبيل المثال يكون الصوديوم المعدني شفافا بالنسبة للأشعة فوق البنفسجية التي تتجاوز تواتراتها $10^{15}$ هرتز . وتنسب شفافية الناقل الى المفعول العطالي أيضا ، غير أنه في هذه الحالة يعود الى حملة التيار ، وبالتالي تنفذ الموجة عبر الناقل دون أن تتخامد . وسندرس لاحقا آلية هذه المفاعيل .

2 ـ تتعلق الكيفية التي تنتشر بها الامواج الكهرطيسية ذات التواترات المختلفة في الاوساط المختلفة تتعلق بالتبدد . وتملك هذه المسألة أهمية بالغة ، ففي علم الضوء مثلا تعمل العديد من المنظومات الضوئية مختلفة العناصر (التي تنتسب لها مختلف العدسات والمواشير ) في نظام تمرير الضوء . ويتمثل الاهتمام العملي هنا في مسألة تحديد تابعية سرعة الضوء عبر العازل المعطى لتواتر الموجة




شكل 8.2

الضوئية . وتتم دراسة العازل في حقل الموجة المتغير كجملة من الديبولات الطرية (الغير قاسية ) . وللتبسيط سوف نعتبر كل ديبول شكلا اهتزازيا لالكترون خارجي وحيد في الذرة أو الجزيء . وفي هذا

النموذج المتخذ من قبلنا سوف ندرس تلك الاهتزازات وفق قوانين الميكانيك الكلاسيكي .

نشكل معادلة الحركة من اجل الالكترون المرتبط مهملين تأثير القوة المغناطيسية عليه ،مما يتفق وما تقدم في الفقرة 27 ، وهذا الاهمال جائز تماما . إن ازاحة الالكترون محصورة بحجم الذرة أو الجزيء (وبالتحديد سوف نتحدث في المستقبل حول الذرات فقط) . إن طول الامواج الضوئية فوق البنفسجية (حتى القصيرة منها) تفوق بمرتبة أو أكثر البعد الطولي للذرة . وهكذا نستطيع القبول بأن الحقل الكهربائي للموجة $\vec{E}(\vec{r},t)$ في كل لحظة يملك نفس القيمة في جميع حجم الذرة، أي في كل نقطة من مسار الالكترون .

سوف نعتبر الموجة مستقطبة سطحيا . ونختار مبدأ جملة المقارنة بشكل ينطبق معه مبدأ الاحداثيات على موضع التوازن للالكترون ،بحيث يكون المحور $x$ موازيا للحقل الكهربائي للموجة . وبالتالي تكون المركبة الوحيدة الغير معدومة للحقل هي المركبة $E_x$ التي سوف نرمز لها بـ $E$ ، أي أن $\vec{E}=(E,0,0)$ . لنفرض أن القيمة المطلقة لسعة حقل الموجة الكهربائي في الذرة تساوي $E_0$ ،وتواتر الموجة $\omega$ . عندئذ سيتغير الحقل الكهربائي مع الزمن بالقانونية التالية ، وذلك داخل الذرة :

$$E = E_0 e^{-i\omega t}$$

وبما أن شحنة الالكترون تساوي $-q_0$ ،فان القوة القاسرة المطبقة على الالكترون من قبل حقل الموجة تساوي :

$$F = -q_0 E_0 e^{-i\omega t}$$

ويخضع الالكترون أيضا الى فعل قوة ارجاع :

$$F' = -K\xi$$

وقوة إعاقة (فرملة) :

$$F'' = -\beta \frac{d\xi}{dt}$$

وترمز $\xi$ هنا الى ازاحة الالكترون عن مبدأ الاحداثيات ، و $K$ و $\beta$ الى ثابت مرونة ارتباط الالكترون في الذرة ، وثابت المقاومة المحدد لقيمة قوة الاعاقة ،على الترتيب . وتؤثر كلتا القوتين وفق

المحور $X$ ، وهكذا يكون $F' = (F', 0, 0)$ .. الخ .

إن شكل قوة المرونة يحدد ، بأن قيمة قوة الارجاع من أجل الانحرافات الصغيرة عن موضع التوازن يتناسب خطيا مع الازاحة ، ويؤخذ شكل قوة الازاحة كما هو الحال في الهزاز المتخامد النمطي ، أي تتناسب قيمتها مع السرعة الخطية . إن ادخال القوتين $F'$ و $F''$ يوافق الحساب النموذجي للقوانين الكوانتية . هكذا يكون منشأ القوة $F'$ التي تثبت الالكترون في وضع التوازن منشأ كهربائيا . غير أن القوى الكهربائية يمكنها أن تخلق صورا مستقرة للجسيمات المشحونة (أي الذرات ) فقط عند أخذ خواصها الكوانتية بعين الاعتبار . وبالتالي فان المقدارين $K$ و $\beta$ يمكن حسابهما نظريا في النظرية الكوانتية فقط . وتفسر الحقيقة التجريبية التي تثبت وجود تواتر ذاتي للاهتزازات الالكترونية في الذرة ، ادخال القوة $F'$ . وتبرر الحقيقة التجريبية لتخامد تلك الاهتزازات بعد اثارة الذرة ادخال القوة $F''$ .

نشكل معادلة الحركة للالكترون في حقل القوة الحاصلة وذلك باستعمال قانون نيوتن :

$$m_e \frac{d^2\xi}{dt^2} = -q_0 E_0 e^{-i\omega t} - K\xi - \beta \frac{d\xi}{dt}$$

وترمز $m_e$ الى كتلة الالكترون . عند انحراف الالكترون عن موضع التوازن بالمقدار $\xi$ ينشأ للذرة عزم كهربائي ديبولي $P = -q_0\xi$ . وبتبديل $\xi$ بقيمتها $\xi = \frac{-P}{q_0}$ في معادلة الحركة ، نحصل على معادلة للعزم الديبولي :

$$\frac{d^2P}{dt^2} + 2\gamma \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 P = \frac{q_0^2 E_0}{m_e} e^{-i\omega t} \qquad (28\text{-}1)$$

حيث $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m_e}}$ التواتر الذاتي للهزاز الالكتروني ، $\gamma = \frac{\beta}{2m_e}$ ثابت تخامده . إن المعادلة (28-1) الى حدود دقة رموزها توافق معادلة الحركة للهزاز التوافقي المتخامد .

ان حل هذه المعادلة من الشكل :

$$P(t) = \varepsilon_0 \alpha(\omega) E(t) \qquad (28\text{-}2)$$

حيث

$$\alpha(\omega) = \frac{q_0^2}{\varepsilon_0 m_e(\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega)} \qquad (28\text{-}3)$$

ان هذا الحل يتوافق مع النظام المستقر للاهتزازات القسرية . ذلك لأن $P(t)$ المعطاة بـ (28_2) تحقق المعادلة (28_1) وذلك بأخذ قيمة $\alpha(\omega)$ من (28_3) ويمكن التحقق من ذلك مباشرة . إن مقارنة المعادلة (28_2) مع المعادلة $\vec{p} = \varepsilon_0 \alpha^{el} \vec{E}$ *) ينتج ان المقدار $\alpha(\omega)$ يعتبر تقطيبية الكترونية للذرة في حقل متغير تواتره $\omega$ . إن التقطيبية الالكترونية $\alpha^{el}$ الداخلة في معادلة الحقل المستقر تعتبر حالة خاصة من $\alpha(\omega)$ حيث $\alpha = \alpha(0)$ .

إن الحسابات الكوانتية تقود الى نتائج تماثل (28_2) و(28_3) ولكن ضمن التصحيحات التالية : أولا ) لاتملك الالكترونات في الذرات تواتراً ذاتياً وحيداً وإنما عدداً من التواترات الذاتية ، وكل من هذه التواترات يملك ثابت تخامده الذاتي . وبالتالي تكون التقطيبية الالكترونية الكلية للذرة مساوية مجموع التقطيبيات التي تشكلها الاهتزازات الذاتية المنفصلة . ثانيا ) إن مساهمة كل اثارة الكترونية في قيمة $\alpha(\omega)$ تدخل على شكل مجموع يتضمن ثابت عددي $f$ يدعى قوة الهزاز . ويكون الجواب الدقيق في النتيجة والمحسوب ضمن الطرق الكوانتية من الشكل :

$$\alpha(\omega) = \sum_{j=1}^{n} f_j \alpha_j(\omega)$$

حيث $\alpha_j(\omega)$ تملك الصيغة (28_3) :

$$\alpha_j(\omega) = \frac{q_0^2}{\varepsilon_0 m_e (\omega_{0j}^2 - \omega^2 - 2i\gamma_j \omega)}$$

ويعتبر هنا كلا من المقدارين $\omega_{0j}$ و $\alpha_j$ أحد التواترات الالكترونية الذاتية وثابت التخامد الموافق لذلك التواتر على الترتيب . وتعتبر الثوابت $f_j$ قوى الهزازات للتواترات الخاصة الموافقة . إن كلا من الثوابت $f_j$ يتمتع باشارة موجبة ، ولا يختلف عن الواحد في

*) إن العزم الديبولي المحثّ في حالة الحقول المستقرة يعطى بالعبارة :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \alpha^{el} \vec{E}$$

حيث $\alpha^{el}$ لاتتعلق بالحقل الخارجي وإنما تتحدد قيمتها بشكل كامل من المواصفات الداخلية للجسية غير القطبية ، وتدعى $\alpha^{el}$ بالتقطيبية الالكترونية .

مرتبته . وهكذا نلاحظ أن النموذج المقبول من جانبنا يعطي تابعية تواترية صحيحة ، ومرتبة صحيحة لقيمة المقدار $\alpha(\omega)$ .

لنفرض أن كثافة ذرات العازل تساوي $n_0$ (عدد الذرات في واحدة الحجوم ) ، عندئذ تعطى الاستقطابية $\vec{P}$ للعوازل في الموجة الكهرطيسية ذات التواتر $\omega$ بالعلاقة :

$$\vec{P}(t) = n_0 \vec{p}(t)$$

بمقارنة هذه العبارة مع (3ـ27) نجد أن السماحية المعزالية $\varkappa(\omega)$ تساوي :

$$\varkappa(\omega) = n_0 \alpha(\omega) \qquad (28\text{ـ}4)$$

ونلاحظ أن $\varkappa$ في الحقيقة تتعلق بالتواتر . والخاصة الأخرى للتابع $\varkappa(\omega)$ تتمثل في أنه تابع عقدي . وتؤدي التابعية التواترية الى تبدد الامواج الكهرطيسية . وتؤدي الخاصة العقدية الى تخامد هذه الامواج في العازل . ويمكن التأكد من ذلك بالمعالجة التالية . اذا حوت المعادلة

$$\Delta E - \frac{\varepsilon_r \mu_r}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

الممثلة لانتشار الموجة الكهرطيسية في الوسط ، على قيمة لـ $\varepsilon_r$ عقدية ، فإن تلك المعادلة يكون لها حلا في صيغة الامواج المتخامدة فقط . وفي الواقع إذا بحثنا عن حل للمعادلة السابقة على شكل موجة مستوية $E_0 e^{-i\omega t + ikx}$ ، فإننا نحصل على علاقة تربط بين $\omega$ و $k$ من الشكل $k^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon_r}{c^2}$ . وهكذا نرى أنه من اجل قيمة عقدية لـ $\varepsilon_r$ توجد ايضا قيمة عقدية لـ $k$ ، أي أن :

$$k = R_e\, k + i\, I_m\, k$$

وبالتالي $e^{ikx}$ سوف يحوي على المضروب $e^{-(I_m k)x}$ الذي يتناقص أسيا بازدياد $x$ ، وذلك اذا كان: $I_m\, k = \frac{\omega}{c} I_m\, n(\omega) > 0$

حيث $n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$ قرينة الانكسار . ويمكن التأكد مباشرة من أن اشارة الجزء الخيالي للتابعية الحاصلة $\varepsilon_r(\omega) = 1 + n_0 \alpha(\omega)$ بالضبط هو من الشكل المذكور ، بحيث $I_m\, n(\omega) > 0$ . وبالتالي

يحدث تخامد للاهتزازات عند انتشار الموجة وفق المحور $x$ .

في مجال التواترات المنخفضة ، اي من اجل $\omega \ll \min \omega_{oj}$ و $\omega \gamma_j \ll 1$ يمكننا في عبارات التقطيبية $\alpha_j(\omega)$ أن نضع $\omega^2 = 0$ و $\gamma_j \omega = 0$ ، ونلاحظ أن $\alpha_j$ تصبح قيما حقيقية ثابتة وموجبة :

$$\alpha_j = \alpha_j(0) = \frac{q_0^2}{\varepsilon_0 m_e \omega_{oj}^2} \qquad (28\_5)$$

وهكذا تكون النفوذية المعزالية في مجال التواترلت المنخفضة :

$$\varepsilon_r = 1 + n_0 \sum_j f_j \alpha_j(0) = 1 + \frac{n_0 q_0^2}{\varepsilon_0 m_e} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{oj}^2} > 1$$

ذات قيمة حقيقية ثابتة وموجبة . أي أن التخامد يختفي عمليا من اجل التواترات المنخفضة . وتبرز العلاقة (28_5) الطبيعة المجهرية للتقطيبية الالكترونية في الحقول المستقرة أو المتغيرة ببطء .

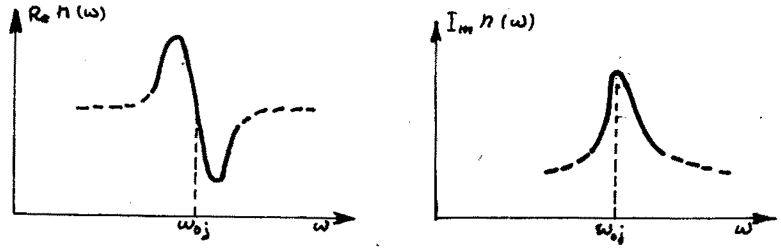
في مجال التواترات العالية اي من اجل $\omega \gg \max \omega_{oj}$ ، يمكننا اهمال $\omega_{oj}^2$ و $\gamma_j \omega$ أمام $\omega^2$ وذلك في مخرج عبارة $\alpha_j(\omega)$ . وبالتالي تأخذ $\alpha_j(\omega)$ من اجل التواترات العالية الصيغة :

$$\alpha_j(\omega) \simeq -\frac{q^2}{\varepsilon_0 m_e \omega^2} \quad , (\omega \to \infty) \qquad (28\_6)$$

ومن هنا نرى أنه من اجل التواترات العالية جدا تتناقص التقطيبية $\alpha$ بازدياد التواتر $\omega$ وتكون اشارتها سالبة . وبالتالي يختفي التخامد عمليا من أجل التواترات العالية جدا ، أضف الى أن $\chi(\omega) < 0$ و $\omega^2 \chi(\omega) \to const$ من اجل $\omega \to \infty$ .

إن سلوكية قرينة الانكسار $n(\omega) = \sqrt{\varepsilon_r(\omega)}$ الى جوار كل من التواترات الذاتية (التجاوبية) $\omega_{oj}$ موضحة على الرسم 8.3 . يلاحظ على الشكل أن التابع $Re\, n(\omega)$ يتصرف بسلوكية زكزاكية (متعرجة)، والتابع $Im\, n(\omega)$ يملك سنماً (قمة) . وتبرز هاتان الخاصتان التابعية المميزة لـ $n(\omega)$ . ويمكن استنادا الى مواضع الزكزاك والسنم (الذي يظهر في الواقع تسجيل ازدياد التخامد) أن نحدد التواترات الذاتية

$\omega_{oj}$ للهزازات الالكترونية في المادة .إن القيم التجريبيــــة للتواترات الذاتية لاهتزاز الكترونات السحب الخارجية في الذرات متوضعة في مجال الضوء المرئي والاشعة فوق البنفسجية ، وفي جـــوار




شكل 8.3

الاشعة تحت الحمراء .

3 ـ اذا أثرت الامواج الكهرطيسية في المادة بشكل فعال علـــى الكترونات السحب الخارجية في الذرات فقط، فإنه وفقا للعلاقتيـــن (28ـ5) و (28ـ6) ، تكون جميع المواد شفافة بالنسبة للأمواج الواقعة في المجال البعيد للأشعة تحت الحمراء ، ومجال الاشعة الراديويـــة وكذلك من اجل الامواج الفوق البنفسجية القاسية ، والامـــواج ذات التواترات الأعلى . غير أن الحقائق التجريبية تبين أن ذلك لايطابـق الواقع ، حيث يوجد آليات أخرى للتأثير المتبادل بين الامواج الكهـر طيسية والعوازل . وسنقوم في هذا البند بدراسة تلك الآليات .

تعتبر الصيغة (28ـ3) التي تعطي التقطيبية $\alpha(\omega)$ التي تشكلها احدى الاهتزازات الذاتية للالكترون بتواتر $\omega$ وثابت تخامد $\gamma$ اهم ماورد في البند السابق .إن هذه الصيغة يمكن تعميمها فـــي حالتين . الحالة الاولى : وهي امكانية تعميم هذه الصيغة فيما اذا كان العزم الديبولي الكهربائي متولد عن اهتزاز الايون بدلا من الالكتـرون ، حيث تتبع نفس العمليات التي قادت الى الصيغة (28ـ3) ، ولكـــن باستبدال كتلة الالكترون $m_e$ بكتلة الأيون $M$ وشحنة الالكتـــرون $q_o$ - بشحنة الأيون $q+$ ، ويفهم من $\omega_o$ و $\gamma$ التواتر الذاتـــي وثابت التخامد للاهتزازات الشاردية . ونحصل في النتيجة على تابعية التقطيبية الشاردية $\alpha_{ion}(\omega)$ للتواتر المماثل ل (28ـ3) :

$$\alpha_{ion}(\omega) = \frac{q^2}{\varepsilon_0 M(\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega)} \qquad (28\text{-}7)$$

وبما أن كتلة الشوارد أكبر بكثير من كتلة الالكترون $M >> m$ وتواتراتها الذاتية أصغر بكثير من التواترات الذاتية للالكترونات $(\omega_0)_{el} >> (\omega_0)_{ion}$ ، فان التقطيبية الشاردية تعطي المساهمة الأساسية في تحديد قيمة $\chi(\omega)$ ، وذلك من اجل التواترات تحت الحمراء المنخفضة . وتتحقق في العادة اللامساواة

$$M(\omega_0)^2_{ion} < m_e(\omega_0)^2_{el}$$

وبالتالي إذا وجد في المادة استقطاب شاردي ، فانه يفوق الاستقطاب الالكتروني ، غير أنه يبرز في مجال التواترات الأكثر انخفاضا (الشكل 8.2) .

يتم تعميم العلاقة (28-3) في الحالة الثانية استنادا الى التابعية (28-5) التي تعطي (في الحالة البسيطة أي حالة تواتر ذاتي وحيد $\omega_0$ ) بالعلاقة :

$$\frac{q_0^2}{m_e} = \varepsilon_0 \omega_0^2 \alpha(0)$$

تسمح هذه المساواة باعادة صياغة (28-3) الى شكل اكثر عمومية :

$$\alpha(\omega) = \frac{\alpha(0)\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega} \qquad (28\text{-}8)$$

تملك هذه العبارة المفهوم التالي : إن أي اهتزاز ذاتي في المادة يرافق بظهور عزم ديبولي يتبادل التأثير مع الامواج الكهرطيسية ويساهم وفق العلاقة (28-8) في تحديد قيمة التقطيبية . فمن اجل الجزيئات الشاردية ، وخاصة العوازل الشاردية من نوع ملح الطعام ( $NaCl$ ) يمكن استعمال الصيغة (28-8) من اجل الاهتزازات الجماعية (أي اللاأحادية)، مثلا في بلورة ملح الطعام ، تكون الامواج المحتملة هي امواج تشابه الامواج الصوتية ، ويتم فيها ابتعاد واقتراب شوارد الصوديوم والكلور حيث تنشأ في المادة اهتزازات العزم الديبولي . وهكذا فان بلورة ملح الطعام شفافة بالنسبة للمجال المرئي والمجال المجاور للاشعة

تحت الحمراء ، بينما يصبح عاتما (غير شفاف) تماما بالنسبة للاشعة تحت الحمراء البعيدة .

تبدأ المادة بامتصاص الأمواج الكهرطيسية في المجال الفوق البنفسجي البعيد ، حيث يرتبط هذا الامتصاص بتحريض الاهتزاز في الكترونات الغيوم الداخلية . ويبدأ اضافة الى ذلك ظهور مفعول كوانتي في جوهره وهو المفعول الضوئي ، أي انتزاع الالكترونات من الذرة بواسطة حقل الموجة . ويضعف مفعول الامتصاص في الحالة العامة من اجل الامواج السينية ، وذلك وفقا للعلاقة (6-28) ، حيث أن تواتر الاشعة السينية بعيدا عن أي تواتر ذاتي للمادة . وبالتالي فان اغلب المواد تعتبر شفافة بالنسبة للاشعة السينية . ويحدث امتصاص هذه الاشعة بشكل رئيسي على حساب المفعول الضوئي . وتكون المواد أكثر شفافية من اجل اشعة $\gamma$ ، حيث يصبح المفعول الضوئي ضعيفا أيضا من اجل هذه الاشعة .

4 - يمكن تعميم نظرية التبديد التي عرضناها أعلاه على المعادن التي تعتبر نواقلا جيدة . وتكون الكترونات الناقلية في المعادن حرة غير أنها تخضع لقوة اعاقة ناتجة عن المقاومة الأومية . وبالتالي تملك التقطيبية لالكترون الناقلية نفس شكل الصيغة (3-28) ، ولكن $\omega_0 = 0$ :

$$\alpha(\omega) = -\frac{q_0^2}{\varepsilon_0 m_e (\omega^2 + 2i\gamma\omega)} \qquad (28\text{-}9)$$

وتعطى سماحية الناقل $\varkappa$ بالعلاقة $\varkappa(\omega) = n_0\alpha(\omega)$ حيث $n_0$ كثافة الكترونات الناقلية .

يعبر عن ثابت التخامد $\gamma$ في المعادن بدلالة زمن التراخي $\tau$ لالكترونات الناقلية *) . وتقود مقارنة معادلة نيوتن من اجل الكترون الناقلية :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} - \frac{m\vec{v}}{\tau}$$

*) $\tau$ ثابت زمني توسيطي يميز الزمن اللازم لانخفاض سرعة حامل الشحنة بمقدار $e$ مرة . ويرتبط مع حركية الحامل بالعلاقة $\mu = \frac{q\tau}{m}$ حيث أن الناقلية النوعية تعطى بالعلاقة:

$$\sigma = q_+\mu_+n_+ + q_-\mu_-n_-$$

$n_-$ ، $n_+$ ، $\mu_-$ ، $\mu_+$ ، $q_-$ و $q_+$ تركيز وحركية وشحنة الجسيمات .

مع معادلة نيوتن من اجل الالكترون المرتبط :

$$m_e \frac{d^2\xi}{dt^2} = -q_0 E_0 e^{-i\omega t} - K\xi - \beta \frac{d\xi}{dt}$$

بعد وضع $\omega_0 = 0$ (لأن $K = 0$ ) الى التطابق التام فيما لو كان :

$$2\gamma = \tau^{-1}$$

وهذه هي العلاقة التي تربط بين $\gamma$ و $\tau$ . ومن هنا ، بعد الأخذ بعين الاعتبار تعريف الناقلية النوعية $\sigma$ :

$$\sigma = q_+ \mu_+ n_+ + q_- \mu_- n_-$$

حيث $\mu = \frac{q\tau}{m}$، نستطيع أن نعبر عن $\gamma$ بدلالة الناقلية $\sigma$ :

$$\gamma = \frac{q_0^2 n_0}{2 m_e \sigma} \qquad (28\_10)$$

ان شرعية استعمال العلاقة (28_10) من أجل الحقول المتغيرة تؤسس على التحقيق التجريبي لقانون اوم في النواقل ، وذلك من اجل تواترات مرتفعة بشكل كاف .

نحصل انطلاقا من العلاقتين (28_9) و (28_10) على قيمة قرينة الانكسار للمعادن :

$$n^2(\omega) = \varepsilon(\omega) = 1 + \varkappa(\omega) = 1 + n_0 \alpha(\omega)$$

ومنه

$$n^2(\omega) = 1 - \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0 (\omega\tau + i)} \qquad (28\_11)$$

ينتج من هذه العلاقة ، أن تبدد الامواج الكهرطيسية في المعادن يختلف بشكل جوهري في مجال التواترات المنخفضة عنه في المرتفعة . وتعتبر التواترات منخفضة اذا تحققت اللامتساويتان :

$$\omega\tau \ll 1 \quad , \quad \frac{\omega \varepsilon_0}{\sigma} \ll 1 \qquad (28\_12)$$

ففي معدن النحاس مثلا ، يكون من اجل هذا المعدن $n_0 = 8{,}5.10^{28}\ m^{-3}$ و $\sigma = 5{,}76.10^{7} (\Omega.m)^{-1}$. نبدل هاتين القيمتين بالاضافة الى $q_0 = 1{,}6\ .10^{-19} C$ و $m_e = 9{,}1.10^{-31} kg$ في العلاقة (28_10)

فنجد ان :

$$\tau^{-1} = 4{,}1.10^{13} sec^{-1}, \quad \frac{\sigma}{\omega_0} = 6{,}5.10^{19}\ sec^{-1}$$

إن هذا التقدير يدل على أن التواترات المنخفضة من اجل النحاس هي

تلك التواترات التي لاتتعدى $10^{12}$ Hz ( يوافق هذا التواتر طول الموجة $3.10^{-3}$ m المنتسبة الى مجموعة الامواج الميكروية الواقعة في المجال الراديوي ) .

يلاحظ أن قرينة الانكسار من اجل التواترات المنخفضة لهـــ) قيمة تخيلية :

$$n(\omega) \approx \left( i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right)^{1/2} = \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega \varepsilon_0}} \cdot (1+i)$$

ونرى أن $\mathrm{Im}\ n(\omega) \approx \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}} \gg 1$ . وبالتالي يحدث تخامد شديد للأمواج الكهرطيسية في المعادن عندما تكون تواتراتها منخفضة .

في حالة التوترات العالية ، أي عندما يتحقق الشرط :

$$\omega \tau \gg 1 \qquad (28\text{-}13)$$

تصبح قرينة الانكسار حقيقية :

$$n^2(\omega) \approx 1 - \frac{\sigma}{\tau \varepsilon_0 \omega^2} = 1 - \frac{q_e^2 n_0}{\varepsilon_0 m_e} \cdot \frac{1}{\omega^2}$$

وبالتالي يصبح المعدن شفافا من اجل الامواج ذات التواترات العالية . ويمكن كتابة قرينة الانكسار لمثل هذه الامواج بالشكل :

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2} \qquad (28\text{-}14)$$

حيث $\omega_{pe} = \left( \frac{n q_0^2}{\varepsilon_0 n_e} \right)^{1/2}$ وتدعى بتواتر الاهتزاز البلازمي للالكترونـــات.*) ونلاحظ أن $\omega_{pe}$ تملك مفهوم التواتر الحدي . فاذا كانت $\omega < \omega_{pe}$ فان $\mathrm{Im}\ n(\omega) \neq 0$ ، أي يحدث امتصاص للأمواج الكهرطيسية . اذاكانت $\omega \gg \omega_{pe}$ فان قرينة الانكسار تصبح حقيقية،أي أن الامتصاص يتوقف . وتأخذ $\omega_{pe}$ من اجل النحاس القيمة $10^{16}$ هرتز تقريبا ، وهكـــذا يكون النحاس شفافا في مجال تواترات الاشعة السينية فقط. غير أن بعض المعادن تكون شفافة في مجال الاشعة فوق البنفسجية كالصوديوم مثلا .

نشير الى أن التواترات العالية التي تحدثنا عنها الآن ، يبدأ

---

*) ندعو الغاز المتشرد الذي يحوي نسبة مرتفعة بشكل كاف من الدقائق المشحونة ، والذي يتمتع بخواص مشابهة لخواص الوسط المعتـــدل "بالبلازما" .

نشير الى أن التواترات العالية التي تحدثنا عنها الآن ، يبدأ من اجلها ظهور الانحراف عن قانون اوم . وتبعا لذلك يبرز سؤال حول شرعية (قانونية ) دراسة التواترات التي تحقق الشرط (13_28) الذي استندنا في استخراجه على عبارة $n^2(\omega)$ تلك العبارة التي فرضنا من اجلها تحقيق قانون اوم ،غير أنه ـ كما نرى ـ لاتدخل الناقلية $\sigma$ في العبارة (14_28) . وهذه الحالة تعكس تماما الواقع التالي . وهو أن الكترونات الناقلية في حالة الحقول عالية التواتر لاتتمكن من متابعة تغيرات الحقل بانتظام نتيجة لعطالتها . وبالتالي تختفي الخسارة الاومية (يتوقف تخامد الموجة ) وتتوقف التحديدات المتعلقة بقانون أوم حول التأثير .

تجدر الاشارة ايضا الى أنه لايوجد خلاف من حيث المبدأ ، فيما إذا وجدت الالكترونات الحرة في المعدن أو في البلازما ، مثلا في اينوسفير الأرض . وبالتالي فان العلاقة السابقة تصح من اجل الامواج الكهرطيسية التي تعبر البلازما (من البديهي يجب الأخذ بعين الاعتبار الكثافة $n_0$ وزمن التراخي $\tau$ ) . ويوضح هذا مسألة عدم نفوذ الامواج الراديوية خلال الاينوسفير اذالم تكن الموجة قصيرة بشكل كاف .

يجب في حالة التواترات الوسطية استعمال الصيغة (11_28) بحد ذاتها، ولا يجوز استعمال اشكالها الحدية . ينتج من (11_28) أن معامل الانكسار للأوساط الناقلة يملك في الحالة العامة جزءا حقيقيا وجزءا خياليا تابعين للتواتر . وبالتالي تنتشر الامواج مختلفة التواتر في الأوساط الناقلة بسرع مختلفة ، وتتخامد أثناء ذلك بشكل مختلف . فاذا كانت طبقة المعدن رقيقة بشكل كاف فان الامواج يمكن أن تخترقها بخسارة قليلة في شدتها . وتكون هذه الخسارة مختلفة حسب التواتر . وتستخدم الظاهرة المذكورة بشكل واسع في تحضير العناصر الضوئية نصف الشفافة (الشافة ) ، مثلا تلك الصفائح المستعملة في نظارات العمال الواقية ، ممن يتعاملون مع درجات الحرارة العالية (كاللحام بالأوكسجين ، أو بجوار الافران) . حيث يغطى زجاج تلك النظارات بطبقة رقيقة من الذهب التي لاتمرر عمليا الأشعة تحت الحمراء ولكنها شفافة بالنسبة للأشعة المرئية .

5 ـ من المعروف تجريبيا أن انتشار الامواج الكهرطيسية في المادة

يرافق دائما بظاهرة التشتت (التفرق) . وتتلخص هذه العملية بظهور امواج جديدة تنتشر في المادة وفق اتجاهات تختلف عن اتجاه الموجة الواردة على المادة . نوضح ذلك بايراد مثال على موجة تعبر وسطا مؤلفا من ذرات أحادية ، تملك كل منها الكترونا خارجيا وحيدا . ولا يحمل هذا التحديد أية اهمية مبدأية غير أنه يبسط الدراسة . يصبح ، كما رأينا سابقا ، أي الكترون مثار بواسطة الموجة الضوئية منبعا لأمواج جديدة . وتؤثر هذه المنابع بشكل مترابط ، في حالة التوزع المنتظم للذرات ، مادامت العلاقات الطورية لاهتزاز الالكترونات المختلفة في هذه الحالة محددة بدقة ، وتعتمد فقط على الزمن اللازم للموجة لكي تغطي المسافة الفاصلة بين أحد الهزازات الى الآخر . وبالتالي يحدث في حالة التوضع المنتظم للذرات في الوسط تداخل العديد من الامواج . والخاصة الهامة لهذا التداخل هي انطفاء جميع الامواج الضوئية المنتشرة في الاتجاهات المخالفة لاتجاه الموجة الواردة (سوف نتجاوز برهان هذه الخاصة) . وهذا يعني أن التشتت لايحدث في هذه الحالة . ويبدأ التشتت بالظهور اذا بدأت مواضع الذرات تتغير بشكل عشوائي . ويخرق هذا التغير التوافق في اشعاع الذرات المختلفة ، وتخرق بالتالي اللوحة التداخلية السابقة ، وتظهر امواج تنتشر في اتجاهات اخرى ، وهكذا يحدث تشتت الضوء . ينتج من هذا التعليل أن التشتت يحصل دائما كنتيجة للتغيرات الحرارية العشوائية في مواضع الذرات .

تتشتت الامواج المختلفة بتواتراتها باشكال مختلفة . لنوجد التابعية التواترية لشدة الامواج المتشتتة $\bar{I}_{scat}$. بما أن التداخل يختفي في حالة التغير اللامنتظم لمواضع الذرات ، لذا يكفي لتحديد $\bar{I}_{scat}$ ، أن نوجد كيفية تعلق اشعاع احدى الذرات بالتواتر . وتكون شدة الضوء المتشتت ككل مساوية لمجموع شدات اشعاعات الذرات .

إن شدة الاشعاع الكلية لذرة واحدة ، وفقا للعلاقة (7-26) تتناسب مع $\omega^4 p_0^2$ حيث $\omega$ تواتر الالكترون المهتز في الذرة (طبعا يهتز هذا الالكترون بتواتر الموجة الواردة) و $p_0$ سعة العزم الديبولي الالكتروني المثار بواسطة الموجة . وينتج من العلاقتين (2 - 28) و (3-28) أن :

$$P_0 \sim \left[ (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

حيث $\omega_0$ التواتر الخاص للهزاز الالكتروني . ونأخذ هنا بعين الاعتبار أن التشتت يكون ملاحظا ، عندما تتخامد الامواج ببطء وبالتالي نقبل أن ثابت التخامد $\gamma$ صغير بشكل مهمل . عندئذ :

$$P_0 \sim (\omega_0^2 - \omega^2)^{-1}$$

و

$$\bar{I}_{scat}(\omega) \sim \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \qquad (28\_15)$$

وهذه هي التابعية التي نبحث عنها . ويوجد لهذه التابعية حالتان حديتان ، تصفان التفرق في مجال التواترات المنخفضة ( $\omega_0 \gg \omega$ ) وفي مجال التواترات المرتفعة ( $\omega_0 \ll \omega$ ) .

يدعى تشتت الامواج منخفضة التواتر "بتشتت رايلي" ( *Rayleigh* ) وتكون الشدة من اجل هذا التشتت :

$$\bar{I}_{scat}^{raye}(\omega) \sim \omega^4$$

يحدث تشتت رايلي عند عبور الضوء خلال الهواء مثلا . فالضوء الأزرق الذي تواتره أكبر بـ $\sqrt{2}$ مرة من تواتر حدود الضوء الأحمر في طيف الاشعة الشمسية يتشتت بـ 4 مرات تقريبا أكثر من الضوء الاحمر ، وبالتالي يبدو لون السماء أزرقا . وتتشتت الألوان الضوئية ذات التواترات الأعلى بشكل أشد من اللون الأزرق . غير أن تيار الاشعة البنفسجية الصادرة عن الشمس أضعف من التيار الازرق بالقرب من سطح الارض .

يدعى تشتت الامواج مرتفعة التواتر "بتشتت تومسون" . ولا تتعلق الشدة $\bar{I}_{scat}^{Thom}$ بالتواتر في حالة تشتت تومسون :

$$\bar{I}_{scat}^{Thom} \sim \frac{\omega^4}{\omega^4} = 1$$

ونحصل على هذه النتيجة من (28_15) بوضع $\omega_0 = 0$ . ومن هنا تنتج أن تشتت تومسون يحدث على الشحن الحرة .

6 ـ لقد درسنا حتى الآن تشتت الامواج الكهرطيسية في حالـــة الأوساط متماثلة المناحي التي تتمتع بنفس الخواص في جميــع الاتجاهات . وتوجد بعض البلورات التي لاتتمتع بالخاصة المذكـورة (الخاصة الايزوتروبية) . وبالتالي يمكن أن تكون التواترات الذاتية لاهتزاز الالكترونات والايونات مختلفة في الاتجاهات المختلفـة للاهتزاز . ومن الواضح أن هذا الاختلاف يؤدي الى أن معامل الانكسار لايتعلق فقط بالتواتر ، وإنما باتجاه انتشار الموجة وبشكل استقطابها .

نقوم بعرض الخصائص الكيفية لهذه التابعيات في علم الضوء من اجل فئة بسيطة (ولكنها الأكثر أهمية في التطبيق) للبلـورات مختلفة المناحي وحيدة المحور الضوئي .

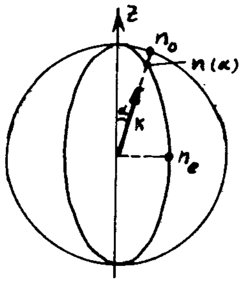
تدعى البلورات مختلفة المناحي ضوئيا "بالبلورات احادية المحور" إذا حوت على اتجاه محدد تكون التواترات الذاتية للالكترونـات والايونات للاهتزاز الحاصل في مستو عمودي على الاتجاه السابـق متساوية ، غير أنها مختلفة عن التواترات الذاتية للاهتزاز الحاصل وفق ذلك الاتجاه . ويدعى الاتجاه المفروز المشار اليه سابقا "بالمحور الضوئي" . ويبرهن في الميكانيك (هذا يجب أن نقبله تماما) على أن التواترات الذاتية في الاتجاهات التي تصنع زاوية $\alpha$ مع المحـور الضوئي تملك قيما وسطية محددة تتغير بشكل انسيابي ومتدرج عنـد تغير $\alpha$ من الصفر الى $\frac{\pi}{2}$ .

ننتقل الى قرينة انكسار الضوء $n$ . ونعتبر أن $n$ تتعلق من اجل الموجة الضوئية المستقطبة سطحيا بالطيف التواتري لاهتـزاز الالكترونات والايونات في اتجاه استقطاب الضوء . لندرس تابعيـة $n$ للاتجاه والاستقطاب . نبدأ بموجة وحيدة اللون تنتشر وفـق المحور الضوئي . تثير الموجة المذكورة في هذه الحالة اهتـزاز الديبولات الكهربائية في البلورة وفق مستو معامد للمحور الضوئـي وتكون جميع الاهتزازات في حالة البلورات احادية المحور متماثلـة في ذلك المستوي . وبالتالي يحافظ معاملا الانكسار $n_o$ من اجـل الاستقطابين المستقلين خطيا على قيمتيهما . ونحصل على صورة اخـرى من اجل انتشار الموجة في اتجاه معامد للمحور الضوئي . اذا كـان استقطاب الموجة معامدا للمحور الضوئي فان قرينة الانكسار لهـذه

الموجة تساوي نفس القيمة $n_0$ . غير أنه اذا كانت الموجة مستقطبة في اتجاه المحور الضوئي ، فإنها تهز الهزازات بتواترات خاصة اخرى . وهكذا تصبح قرينة الانكسار مختلفة ، ونرمز لها بـ $n_e$ . وتدعى البلورة احادية المحور الضوئي "بالبلورة الموجبة" اذا كانت $n_e > n_0$ "وسالبة" اذا كانت $n_e < n_0$ .

إن الحالة الوسطية تحصل عند عبور الموجة التي تصنع زاوية $\alpha$ مع المحور الضوئي ، أي من اجل $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ . وفي هذه الحالة تكون قرينة الانكسار من اجل الاستقطاب العمودي على المحور الضوئي مساوية $n_0$ ، وفي حالة الاستقطاب في مستوي اتجاه الاشعة والمحور الضوئي تملك $n$ قيمة وسطية $n(\alpha)$ بين $n_0$ و $n_e$ . إن الحالتين الحديتين المدروستين سابقا توافقان $\alpha = 0$ و $\alpha = \frac{\pi}{2}$ . وبالتالي $n(0) = n_0$ و $n(\frac{\pi}{2}) = n_e$ . ويدعى الشعاع الضوئي المستقطب بشكل معامد للمحور الضوئي "بالشعاع العادي" ، والشعاع المستقطب في مستوي اتجاه الاشعة والمحور الضوئي "بالشعاع اللاعادي (الشاذ ) .

إن تابعية قرينتا انكسار هذين الشعاعين للزاوية $\alpha$ في بلورة سالبة احادية المحور الضوئي ممثلة على الشكل 8.4 . ويتجه المحور $z$ في الرسم المذكور وفق المحور الضوئي للبلورة . إن الشعاع العادي مستقطب بشكل معامد لمستوي الرسم ، والشعاع الشاذمستقطب في مستوي الشكل معامدا بذلك الشعاع الموجي $\vec{K}$ . إن قيم $n(\alpha)$ تعكسها نقاط القطع الناقص ، وقيم $n_0$ نقاط الدائرة ذات نصف القطر $n_0$ ، (من اجل البلورة الموجبة تشكل قيم $n(\alpha)$ قطعا ناقصا يتضمن الدائرة ذات نصف القطر $n_0$ ) .




شكل 8.4

يؤدي اختلاف المناحي الضوئية في البلورة الى ظاهرة الانكسار المضاعف . ويتلخص الانكسار المضاعف بأن الشعاع اللامستقطب الساقط على البلورة أحادية المحور بشكل يصنع معه زاوية غير معدومة مع المحور الضوئي ينشطر الى مركبتين مستقطبتين سطحيا ، في مستويين متعامدين فيما بينهما . ويحدث

الانشطار لأن قرينتي الانكسار لهاتين المركبتين مختلفتان .

إن ظاهرة الانكسار المضاعف تستعمل بشكل واسع للحصول على اشعة مستقطبة ، بالاضافة الى اهداف أخرى .

ومن الأمور الهامة لتطبيق الخاصة السابقة باستخدام البلورات الغير متماثلة المناحي احادية المحور الضوئي ، هي امكانية الحصول على تغير انسيابي في قيمة قرينة الانكسار ، وذلك بتدوير البلورة . إن هذه الخاصة تستخدم بكثرة في علم الضوء اللاخطي .

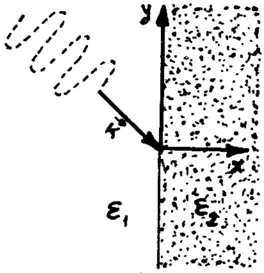
## 29 ـ سلوكية الأمواج الكهرطيسية على الحدود الفاصلة بين الأوساط .

1 ـ يحدث غالبا أن ينتقل انتشار الامواج من وسط ما الى وسط أخر ، اذا كانت في عملية كهذه سماكة طبقة العبور مهملة بالمقارنة مع طول الموجة ، فان حد الفصل بين الوسطين يمكن اعتباره سطحا املسا . فالحد الفاصل بين الهواء والزجاج ، مثلا ، يمكن اعتباره ضمن المنظور السابق سطحا املسا (إن مجال العبور الذي تتغير فيه خواص المادة لاتتعدى سماكته بضعة انغسترومات ، بينما يبلغ طول الامواج الضوئية آلاف الانغسترومات ) . ويحدث في الحالة العامة اثناء الانتقال المذكور انعكاس وانكسار للامواج على سطوح الفصل . وسندرس في هذه الفقرة هاتين الظاهرتين .

نفرض أن سطح الفصل وحيد ومستوي ، ويقع الى جانبيه مادتان عازلتان مختلفتان ، ولتكن كل مادة منهما وسطا خطيا ومتماثل المناحي ومتجانس . ويمكن ، كما نعلم ، تمثيل أية موجة في الوسط الخطي على شكل تركيب لمجموعة من الامواج المستوية وحيدة اللون . وبالتالي لكي نضع قوانين الانعكاس والانكسار ، يكون من الكافي دراسة تأثير حدود الفصل على انتشار الأمواج المستوية . ولنقبل ايضا أن الامتصاص معدوم في كلا الوسطين ، أي أن نفوذيتهم المعزالية قيمة حقيقية .

نفرض أن موجة البدء (الانطلاق) تنتشر من العازل الأول الى الثاني ونختار جملة الاحداثيات كما هو مبين على الشكل 8.5 ، حيث يتجه المحور $z$ للجملة بشكل يوازي معه الشعاع الموجي $\vec{K}$ ، وهكذا يكون $K_z = 0$ و $\vec{K} = (K_x , K_y , 0)$ . ولتكن النفوذية المعزالية للوسط الاول $\varepsilon_{r_1}(\omega)$ حيث تنتشر الموجة الواردة بالتواتر $\omega$ . وللوسط الثاني $\varepsilon_{r_2}(\omega)$ .

يعتبر قانونا الانعكاس والانكسار كما هو الحال في جميع قوانين الالكتروديناميك ، من نتائج معادلات ماكسويل . ويمكن استخراجهما بالطريقة التالية . نوجد في البداية الحلول الموجية لمعادلات ماكسويل في كل من الوسطين المتماسين ، وفي حالتنا في نصفي الفضاء $X < 0$ و $X > 0$ . وأثناء ذلك يجب الأخذ بعين الاعتبار حالتين واضحتين . أولا : ان الحل في المجال $X<0$ يجب أن يتضمن الموجة الواردة التي تكون معروفة سلفا . ثانيا : يجب أن يصف الحل في المجال $X > 0$ الموجة العابرة فقط في الاتجاه من القيم الصغيرة ل $X$ الى القيم الكبيرة ، ذلك لأننا فرضنا عدم وجود موجة واردة من الوسط الثاني الى الوسط الأول .




شكل 8.5

يجب بعدئذ أن يخاط (يربط) الحلان الحاصلان الى جانبي سطح الفصل بواسطة الشروط الحدودية التالية للحقل الكهربائي :

$$D_n^{(1)} - D_n^{(2)} = \sigma$$

$$\varepsilon_1 E_n^{(1)} - \varepsilon_2 E_n^{(2)} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma \quad , \quad E_t^{(1)} - E_t^{(2)} = 0 \qquad (29.1)$$

حيث أن $E_n$ و $E_t$ المركبتان الناظمية والمماسية للحقل الكهربائي ، $\sigma$ الكثافة السطحية للشحن الحرة (الغير مستقطبة) في النقطة الحدودية المعنية . (انظر الشكل 8.6) . والشروط الحدودية للحقل المغناطيسي :

$$\vec{H}_t^{(1)} - \vec{H}_t^{(2)} = \vec{J}$$

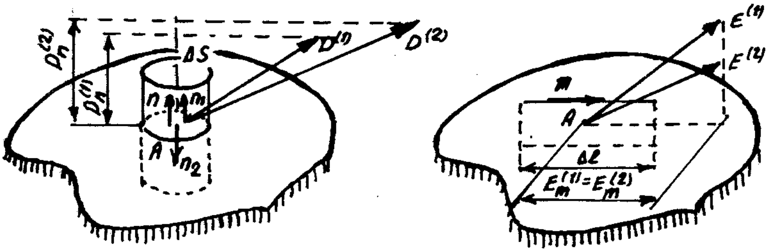
$$B_n^{(1)} - B_n^{(2)} = 0 \quad , \quad \frac{B_t^{(1)}}{\mu_1} - \frac{B_t^{(2)}}{\mu_2} = \mu_0 \vec{J} \qquad (29.2)$$

حيث $B_n$ و $B_t$ المركبتان الناظمية والمماسية لحقل التحريض المغناطيسي ، $\vec{J}$ الكثافة السطحية للتيارات الحرة في النقطة الحدودية المعنية ، والتي تجري معامدة للاتجاه المماسي . ونشير هنا الى ان هذه الشروط تستخرج في حالة الحقول المستقرة من معادلات ماكسويل المطبقة على الحالات التي تتغير فيها خواص المادة بشكل قفزي عند عبور سطح ما . غير أنه من الممكن تطبيقها في حالة الحقول التابعة للزمن ومن ضمنها الحقول الموجية . وللتأكد من ذلك

يطلب الى القارىء استخراج هذه الشروط الحدودية دون الاعتماد على معادلات ماكسويل المستقرة وإنما على المعادلات العامة :

$$div\,\vec{D} = \rho \quad , \quad rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad (29\_3)$$
$$div\,\vec{B} = 0 \quad , \quad rot\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

إن تعليل امكانية سحب الشروط الحدودية من اجل الحقول المستقــرة




شكل 8.6

على الحقول اللامستقرة يتطلب توضيحا بسيطا . يكون الحقلان فـــي نقطتين تقعان على الجانبين المختلفين لسطح الفصل وغير مزاحتيــن بالنسبة لبعضهما على طول هذا السطح ، يكون الحقلان غير متخلفيــن عن بعضهما ، ذلك لأن المسافة بين النقطتين المذكورتين معدومة *) .

لنكتب الشروط الحدودية (29ـ1) و (29ـ2) ، آخذين بعيــن الاعتبار جملة المقارنة (الشكل 8.5) ، والشرط $\mu_r = 1$ وأن سطــح الفصل يعتبر نظيفا ، أي انعدام الشحن الحرة . نحصل بالنتيجة علــى أن العلاقات التالية تتحقق في جميع نقاط المستوي $zy$ أي مـــن اجل $X = 0$ :

$$\varepsilon_1 E_x^{(1)} = \varepsilon_2 E_x^{2} \;,\; E_y^{(1)} = E_y^{(2)} \;,\; E_z^{(1)} = E_z^{(2)} \;,\; \vec{B}^{(1)} = \vec{B}^{(2)} \qquad (29\_4)$$

وتدل الارقام في اعلى الرموز على حقول الامواج المنتشرة في نصفـــي الفضاء $x < 0$ و $x > 0$ على الترتيب .

2 ـ ننتقل الآن الى حل المسألة التي يمكن صياغتها بالشكل : جـــد حلا لمعادلات ماكسويل الحرة (29ـ3) ، مستخدما المعادلات الماديــة :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad , \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \quad , \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} \qquad (29\_5)$$

*) هذا في المقياس الجهري . ان للاختلاف المكاني بطبيعة الحال قيمـــة محدودة ، غير انه يعتبر مجهريا ، وبالتالي يمكن اهماله من اجل الحقول الجهرية .

حيث $0 = \sigma$ و $1 = \mu$ . بحيث يصف هذا الحل الى اليسار من سطح الفصل (انظر الشكل 8.5) فقط الموجة الواردة المعطاة، ولا يحوي الى اليمين من السطح الامواج الواردة الى هذا السطح . عندئذ يجب أن تخاط الموجتين في نصفي الفضاء $X < 0$ و $X > 0$ بواسطة الشروط الحدودية (29-4) . نشير الى أن الموجة الواردة - حسب تعريفها - يجب أن يتجه شعاعها الموجي $\vec{K}$ نحو سطح الفصل أي أن $K_x > 0$ .

نبرهن قبل كل شيء استنادا الى قاعدة النقيضين، أن المسألة تملك حلا وحيدا . اذا كان هناك حلان فان فرقهما سيكون حلا، ولكن بشرط أن تكون الموجة الواردة تساوي الصفر . وفي حالة موجة صفرية واردة يكون الحل الوحيد صفريا، وهكذا يكون الحلان متطابقين . ونتيجة لبرهان وحدانية الحل نكون قد حصلنا على امكانية وضع أية فروض لشكل هذا الحل . فاذا حصلنا وفق هذه الفروض على حل، فان وجود حلول اخرى غير ممكن .

نبحث من اجل $X < 0$ عن حل على شكل مجموع موجتين مستويتين احاديتي اللون . ونكتب مجموع الحقلين الموجيين بالشكل :

$$E(r,t) + E_1(r,t) \tag{29-6}$$

إن الموجة $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{-i\omega t + i\vec{K}_1 \cdot \vec{r}}$ تمثل الموجة الواردة . ويمكن للموجة $\vec{E}_1$ وفقا لشروط المسألة، أن تنتشر فقط من على سطح الفصل وبالتالي تدعى الموجة $\vec{E}_1(\vec{r},t) = \vec{E}_{10} e^{-i\omega t + i\vec{K}_1 \cdot \vec{r}}$ بالموجة المنعكسة ويكون من اجلها وفقا لذلك $K_{1x} < 0$ .

نبحث عن الحقل من اجل $X > 0$ ضمن علاقة من الشكل :

$$\vec{E}_2(\vec{r},t) = \vec{E}_{20}\, e^{-i\omega t + i\vec{K}_2 \cdot \vec{r}}$$

وتدعى هذه الموجة بالموجة المنكسرة . وتنتشر هذه الموجة وفقا لشروط المسألة من سطح الفصل . وبالتالي تتحقق من اجل الشعاع الموجي $\vec{K}_2$ لهذه الموجة اللامساواة $K_{2x} > 0$. نقبل أيضا أن جميع الامواج تنتشر في المستوي $X, Y$ أي أن $K_{1z} = K_{2z} = 0$ ؛ وهاتان المساواتان تعكسان اعتبارات التناظر .

ومن الواضح ان الموجات الثلاث يجب أن تملكن نفس التواتر، اي أن $\omega = \omega_1 = \omega_2$ . ويمكن ضمن مراعاة هذا المطلب فقط للشروط الحدودية (4ـ29) المتحققة في اللحظة $t = 0$ أن تتحقق في الفترات الزمنية اللاحقة . ويكفي الآن أن نؤمن تحقق الشروط الحدودية في اللحظة $t = 0$ فقط .

ننتقل الى التحديدات على الاشعة الموجية :

أولاً ) تكون الامواج الواردة والمنعكسة والمنكسرة من اجل نفس التواترات حلولا لمعادلات موجية بسرع طورية تساوي على الترتيب $v_1 = \frac{c}{n_1}$ و $v_2 = \frac{c}{n_2}$ وذلك ضمن الشرط :

$$\frac{K^2}{n_1^2} = \frac{K_1^2}{n_1^2} = \frac{K_2^2}{n_2^2} \qquad (29\_7)$$

حيث $n_1^2 = \varepsilon_1$ ، $n_2^2 = \varepsilon_2$ .

ثانيا ) يجب أن ينفذ المطلب الآتي ، وهو أن تحقق الشروط الحدودية في احدى نقاط سطح الفصل يجب أن يؤدي الى تحققها في النقاط الاخرى من هذا السطح . ويكون الشرط الضروري والكافي من اجل ذلك هو تساوي مركبات الاشعة الموجية الثلاث على سطح الفصل ، أي أن :

$$\begin{aligned} K_z &= K_{1z} = K_{2z} = 0 \\ K_y &= K_{1y} = K_{2y} \end{aligned} \qquad (29\_8)$$

إن شرط تساوي المركبات $z$ هو شرط محقق ، فكل هذه المركبات تساوي الصفر ، وهذا ماشير اليه في (8ـ29) . ويحدد شرط تساوي المركبات $y$ بالاضافة الى الشرطين $K_{1x} < 0$ و $K_{2x} > 0$ و (7ـ29) ، تحدد هذه الشروط المركبات $x$ للاشعة الموجية بشكل وحيد القيمة ونحصل من اجل ذلك على :

$$K_{1x} = -K_x \quad , \quad K_{2x}^2 = K^2 \frac{n_2^2}{n_1^2} - K_y^2 \qquad (29\_9)$$

إن الشعاعين الموجيين $K_1$ و $K_2$ المنعكس والمنكسر قد عينا . بقي علينا ايجاد سعة هاتين الموجتين . لايجاد السعتين نكتب الشروط الحدودية (4ـ29) في النقطة الحدودية $z = y = 0$ في اللحظة $t = 0$ :

$$\varepsilon_1 E_{0x} + \varepsilon_2 E_{10x} = \varepsilon_2 E_{20x} \quad , \quad E_{0y} + E_{10y} = E_{20y}$$

$$E_{0z} + E_{10z} = E_{20z} \quad , \quad \vec{B}_0 + \vec{B}_{10} = \vec{B}_{20} \qquad (29\_10)$$

وباستخدام العلاقتين : $\vec{n} \wedge \vec{E} = c\vec{B} \quad , \quad c\vec{B} \wedge \vec{n} = \vec{E}$

(حيث $\vec{n}$ هنا ترمز الى شعاع الواحدة لجهة انتشار الموجة ) .يمكن التعبير عن سعات الحقل المغناطيسي للأمواج الواردة والمنعكسة والمنكسرة بدلالة $E_0$ ، $E_{10}$ و $E_{20}$ على الترتيب .

$$\omega \vec{B}_0 = \vec{K} \wedge \vec{E}_0 \quad , \quad \omega \vec{B}_{10} = \vec{K}_1 \wedge \vec{E}_{10} \qquad (29\_11)$$
$$\omega \vec{B}_{20} = \vec{K}_2 \wedge \vec{E}_{20}$$

( فعلى سبيل المثال من اجل الموجة الواردة ، تكون قيمة شعاع الواحدة $\vec{n}$ في اتجاه الانتشار مساوية $\vec{K}/K$ . والنسبة $\frac{\omega}{K}$ تساوي السرعة الطورية للموجة التي تساوي في الخلاء $C$ ) .

نبدل العبارات السابقة من اجل سعات الحقول المغناطيسية في المساواة الأخيرة (29_10) . عندئذ تصبح العلاقات مشكلة لجملة مؤلفة من ست معادلات خطية تحوي على ستة مجاهيل تمثل مركبات الحقلين $\vec{E}_{10}$ و $\vec{E}_{20}$ . وبما أن عدد المجاهيل يساوي عدد المعادلات ، فان هذه الجملة تملك حلا ( وذلك اذا لم يكن المحدد الموافق مساويا للصفر ، ويمكن التحقق من ذلك) . وتصبح ، بعدحصولنا على هذا الحل ، جميع صفات وخواص الموجة المنعكسة والمنكسرة معبر عنها بواسطة صفات الموجة الواردة وقرينتي الانكسار $n_1$ و $n_2$ للوسطين الماديين . إن جميع الثوابت في الجملة (29_10) هي ثوابت حقيقية ، وبالتالي يكون الحلان لمركبات الشعاعين $\vec{E}_{10}$ و $\vec{E}_{20}$ حقيقيين ايضا . ويمكن أن يأخذ فرق الطور من اجل الموجتين المنعكسة والمنكسرة القيمتين 0 أو $\pi$ ، وسوف نتطرق لاحقا الى الاستثناء الوحيد عن هذه القاعدة .

3 ـ نقدم تحليلا للنتائج المستخلصة من الحل الحاصل لمسألة عبور الموجة الكهرطيسية المستوية للحد الفاصل بين عازلين .

ندعو الزاوية $\alpha$ المحصورة بين اتجاه الشعاع الوارد والناظم

على السطح الفاصل بزاوية الورود ، والزاوية $\beta$ المحصورة بين الناظم والشعاع المنعكس بزاوية الانعكاس ، والزاوية $\gamma$ المحصورة بين الناظم على السطح والشعاع المنكسر بزاوية الانكسار . ويبين الشكل 8.7 هذه الزوايا . وينتج من الرسم أن :

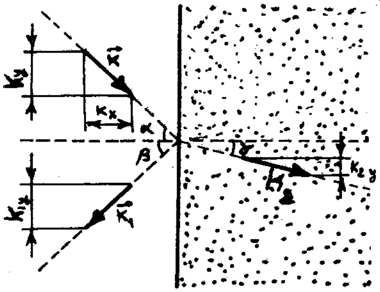
$$\sin\alpha = \frac{|k_y|}{k} \quad , \quad \sin\beta = \frac{|k_{1y}|}{k_1} \quad , \quad \sin\gamma = \frac{|k_{2y}|}{k_2}$$

حيث $k = |k|$ وهكذا . ونحصل من (29_8) و (29_9) على :

$$\alpha = \beta \qquad (29\_12)$$

و

$$\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{n_1}{n_2} \qquad (29\_13)$$



شكل 8.7

التي تمثل القوانين الأساسية للانعكاس والانكسار . وتنص هذه القوانين على :

أن تواتر الموجة لايتغير في حالتي الانعكاس والانكسار .

أن الاشعة الثلاث الوارد والمنعكس والمنكسر تقع في مستوي واحد يعامد سطح الفصل للوسطين . ويدعى هذا المستوي بمستوي الورود . وتنتج هذه الخاصة من العلاقة الأولى (29_8) .

أن زاوية الورود تساوي زاوية الانعكاس ، وهذا وارد في المساواة (29_12) . إن هذا القانون كان معروفا لاقليدس منذ القدم كحقيقة تجريبية .

أن نسبة جيبي زاوية زاويتي الانكسار والانعكاس تساوي نسبة قرينتي الانكسار للوسط الحاوي على الشعاع الوارد والوسط الحاوي على الشعاع المنكسر . وتعبر العلاقة (29_13) عن هذا القانون . وقد وضع القانون (29_13) تجريبيا من قبل العالم سنل . إذا عبرنا بدلالة السرعتين الطوريتين $v_1$ و $v_2$ للوسطين الموافقين عن قانون سنل وذلك باستعمال $v = \frac{c}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$ و $n = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$ نجد أن :

$$\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{v_2}{v_1} \qquad (29\_14)$$

ويبين لنا هذا أن القوانين الاربع المذكورة آنفا يمكن تطبيقها على عبور الامواج مهما كانت طبيعتها ، للحد الفاصل بين وسطين ، كالأمواج

الصوتية مثلا . ويجب فقط من اجل تطبيق هذه القوانين أن تتحقق الشروط المذكورة سابقا: كصغر سماكة طبقة الفصل بين الوسطين بالنسبة لطول الموجة ، والخطية والتجانس ، وتماثل المناحي لكلا الوسطين. وفي الواقع لقد استخدمنا عند استخراج هذه القوانين الصفات العامة فقط للموجة ولم تستخدم أية صفات مميزة ، كشكل الاستقطاب أو قانون التبدد ..الخ .

يجدر بنا أن نذكر هنا المفعول المسمى "بمفعول تخلف انكسار " الأشعة ، وذلك في حالة الانعكاس الكلي الداخلي .

يحدث الانعكاس الكلي الداخلي عندما تتحقق العلاقة .

$$n_2 / n_1 < \sin\alpha \qquad (29\text{-}15)$$

ويفقد قانون سنل معناه في هذه الحالة ذلك لأن $\sin\chi$ تأخذ صوريا قيما أكبر من الواحد . وبالتالي تختفي الموجة المنكسرة في حالة الانعكاس الكلي الداخلي . غير أنه في حالة تحقق العلاقة (29_15) تحتفظ العلاقات (29_7) ، (29_8) و (29_9) بمعناها ، وهي العلاقات التي استخرج منها قانون سنل من اجل $\frac{n_2}{n_1} > \sin\alpha$ . ونحصل من العلاقات الواردة سابقا على مقدار سالب لمربع المركّبة $x$ للشعاع الموجي $\vec{K_2}$ للأشعة المنكسرة ، وذلك في حالة الانعكاس الكلي الداخلي ، أي :

$$K_{2x}^2 = -K^2\left(\sin^2\alpha - \frac{n_2^2}{n_1^2}\right)$$

وبالتالي تكون المركبة $K_{2x}$ خيالية تماما :

$$K_{2x} = \pm i\varkappa$$

حيث $\varkappa$ عددا حقيقيا موجبا . وكما يلاحظ من هذه العلاقة تكون قيمة $\frac{1}{\varkappa}$ من رتبة طول الموجة $\lambda$ للاشعة الواردة . وتعني القيمة التخيلية للمركبة $K_{2x}$ أن الموجة المنكسرة تحوي المضروب

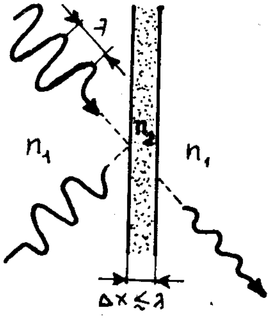
$$e^{i\varkappa K_{2x}} = e^{\pm\varkappa x}$$

ولا يمكن لسعة الموجة المنكسرة أن تنمو بازدياد $x$ .*) وبالتالي تملك القيمة $K_{2x} = i\varkappa$ معنى فيزيائي . عندئذ تكون سعة الموجة المنكسرة متناسبة مع $e^{-\varkappa x}$ ، وذلك الى المسافة $\varkappa$ من الحد الفاصل . ونكون

*) لأن طاقة الموجة فيما لو حدث ذلك تأخذ قيما لانهائية .

هكذا قد توصلنا الى النتيجة التالية : وهي أن الموجة المنكسرة موجودة في حالة الانعكاس الداخلي الكلي ، غير أنها تتخامد بتابعية أسية مع ازدياد المسافة عن حد الفصل ، وتنحدر الى قيمة معدومة عمليا من اجل مسافات من رتبة بضع أطوال للموجة عن الحد الفاصل ويدعى هذا المفعول "بتخلف انكسار الأشعة" .

يحدث في الموجة المتخلفة اهتزاز للشعاعين $\vec{E}_2$ و$\vec{B}_2$ بالتواتر $\omega$ . لنفرض الآن أن الوسط الكاسر ذا قرينة الانكسار $n_2$ عبارة عن صفيحة مستوية سماكتها من رتبة عدة اطوال للموجة ، ومحاطة من جانبيها بوسط عازل قرينة انكساره $n_1$ ( $n_1 > n_2$ ) . اذا ورد شعاع على هذه الصفيحة بزاوية ورود $\alpha$ تحقق شرط الانعكاس الكلي (14_29) ، فان الشعاع المنكسر يصل الى الوجه الآخر قبل أن يتخامد بشكل كامل ، ويحقق انكسارا عاديا على هذا الوجه ، وبالتالي فان جزءا من الموجة الواردة ينفذ خلال الصفيحة (الشكل 8.8) .



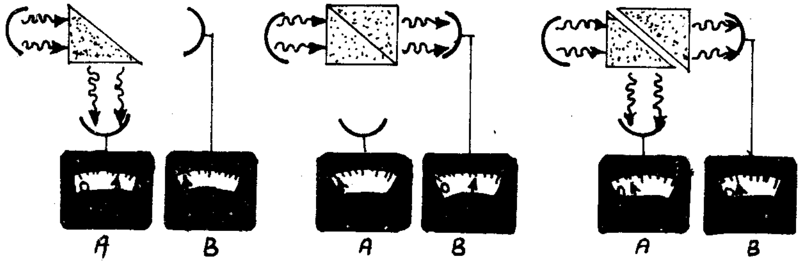
شكل8.8

تصعب ملاحظة ظاهرة التخلف المذكور في مجال الأشعة الضوئية ، ذلك لأن اطوال الامواج صغيرة جدا . ولا يمكن بسهولة صنع صفيحة رقيقة جدا قرينة انكسارها $n_2$ (من اجل الاشعة المرئية ، يجب ألّا يتجاوز سمك الصفيحة $10^{-7}$ متر) . غير أن هذا المفعول يمكن ملاحظته بسهولة في مجال الاشعة الميكروية . فعلى سبيل المثال يمكن لموجة طولها 3 سم متخامدة أن تنتشر بشدة ملحوظة لمسافة 1 سم . ويكون سهلا صنع صفيحة سماكتها 1 سم .

نورد احدى الطرق المتبعة لملاحظة عبور الامواج ذات الطول 3 سم . يبث الهوائي المشع هذه الامواج باتجاه موشور من البرافين الذي يملك قرينة انكسار تساوي 1,5 من اجل الامواج ذات الطول المذكور ، وبالتالي تكون زاوية الانعكاس الكلي الداخلي مساوية 41,5 درجة . وهكذا تنعكس الموجة المذكورة بشكل كامل عند ورودها بزاوية مقدارها 45 درجة على وجه الموشور . نتلقى هذه الموجة بالمستقبل $A$ (الطرف

الأيسر من الشكل 8.9) . اذا ضممنا الى الموشور السابق بشكل جيد موشورا مماثلا فان الاشعة النافذة يدل عليها المستقبل B فقط (الجزء المتوسط من الشكل 8.9) . إذا فصل الموشوران بمسافة لاتتجاوز 1 سم بحيث تتشكل طبقة هوائية قرينة انكسارها اصغر بشكل ملحوظ من قرينة انكسار البارافين ، فان الاشعة تسجل من قبل المستقبلين A و B (الجزء الأيمن من الشكل 8.9) ويسجل المستقبل B الاشعة المنكسرة المتخلفة فقط .

إن المفاعيل المقتصرة على الامواج الكهرطيسية فقط ، توصف بالمعادلات (10_29) وذلك من اجل السعات . وليس صعبا حل هذه




شكل 8.9

المعادلات . ويحوي الحل على الأخبار الكاملة عن توزع الشدة بين الموجتين المنعكسة والمنكسرة من اجل مختلف زوايا الورود ، ومختلف اشكال الاستقطاب للموجة الواردة ، وعن شكل الاستقطاب للأمواج المنعكسة والمنكسرة .

4 ـ نقوم في هذا البند باستخدام الصيغ السابقة لحساب مركبتي الحقل الكهربائي في الحالتين الخاصتين التاليتين : حالة الاستقطاب الأفقي وحالة الاستقطاب العمودي . وسنستعمل الرموز التالية : $\vec{E}_i$ و $\vec{E}_r$ و $\vec{E}_t$ لأشعة الحقل الكهربائي للامواج الواردة والمنعكسة والمنكسرة على الترتيب . ونرمز بـ $\vec{n}_i$ ، $\vec{n}_r$ ، $\vec{n}_t$ لأشعة الواحدة $\frac{\vec{K}}{K}$ ، $\frac{\vec{K}_1}{K_2}$ ، $\frac{\vec{K}_2}{K_2}$ وكذلك بـ $i$ ، $r$ ، $\tau$ لزوايا الورود والانعكاس والانكسار على الترتيب ، وبـ $\vec{N}$ لشعاع وحدة الناظم على السطح (انظر الشكل 8.10) .

آ ) حالة الاستقطاب الأفقي وتعني كون الحقل الكهربائي معامدا

لمستوي الورود . عندئذ نجد من العلاقات (29_10) ، أن :

$$B_{oy} + B_{o1y} = B_{o2y}$$

$$E_{oz} + E_{o1z} = E_{o2z}$$

ومن العلاقات (29_11) :

$$\omega \vec{B}_{oy} = \vec{K} \wedge \vec{E}_{oz} \quad , \quad \omega \vec{B}_{o1y} = \vec{K}_1 \wedge \vec{E}_{o1z}$$

$$\omega \vec{B}_{o2y} = \vec{K}_2 \wedge \vec{E}_{o2z}$$

وبالتالي :

$$\frac{\vec{K}}{\omega} \wedge \vec{E}_{oz} + \frac{\vec{K}_1}{\omega} \wedge \vec{E}_{o1z} = \frac{\vec{K}_2}{\omega} \wedge \vec{E}_{o2z}$$

بادخال الرموز المفروضة وملاحظة أن $\frac{\vec{K}}{\omega} = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} \vec{n}$ ، نجد :

$$\sqrt{\varepsilon_1} \left[ \vec{n}_i \wedge \vec{E}_{oi} + \vec{n}_r \wedge \vec{E}_{or} \right] = \sqrt{\varepsilon_2}\, \vec{n}_t \wedge \vec{E}_{ot} \qquad (29\_16)$$

لادخال الزوايا التي يصنعها الأشعاع الوارد والمنعكس والمنكسر مع الناظم على السطح ، نضرب العلاقة (16) شعاعيا ب $\vec{N}$ ، فنجد :

$$\sqrt{\varepsilon_1} \left[ \vec{N} \wedge (\vec{n}_i \wedge \vec{E}_{oi}) + \vec{N} \wedge (\vec{n}_r \wedge \vec{E}_{or}) \right] = \sqrt{\varepsilon_2} \left[ \vec{N} \wedge (\vec{n}_t \wedge \vec{E}_{ot}) \right]$$

أو

$$\sqrt{\varepsilon_1} \left[ \vec{n}_i (\vec{N} \cdot \vec{E}_{oi}) - \vec{E}_{oi} (\vec{N} \cdot \vec{n}_i) + \vec{n}_r (\vec{N} \cdot \vec{E}_{or}) - E_{or} (\vec{N} \cdot \vec{n}_r) \right] =$$

$$= \sqrt{\varepsilon_2} \left[ \vec{n}_t (\vec{E}_{ot} \cdot \vec{N}) - E_{ot} (\vec{n} \cdot \vec{N}) \right] \qquad (29\_17)$$

وبملاحظة أن شعاع الحقل عمودي على مستوي الورود ، يكون :

$$(\vec{n}_i \cdot \vec{E}_{oi}) = (\vec{N} \cdot \vec{E}_{oi}) = 0 \;, \; (\vec{N} \cdot \vec{E}_{ot}) = (\vec{N} \cdot \vec{E}_{or}) = 0$$

$$(\vec{n}_i \cdot \vec{N}) = -\cos i \;, \; (\vec{n}_t \cdot \vec{N}) = -\cos \tau \;, \; (\vec{n}_r \cdot \vec{N}) = \cos r$$

نعوض في (17) فنجد :

$$\sqrt{\varepsilon_1} \left[ E_{oi} \cos i - E_{or} \cos r \right] = \sqrt{\varepsilon_2}\, E_{ot} \cos \tau \qquad (29\_18)$$

وبما أن اشعة الحقل الكهربائي للامواج الثلاث موازية لسطح الفصل تكون العلاقة التالية صحيحة :

$$E_{ot} = E_{oi} + E_{or}$$

بالتعويض في (18) ، نجد :

$$\sqrt{\varepsilon_1}\, E_{oi} \cos i - \sqrt{\varepsilon_1}\, E_{or} \cos r = \sqrt{\varepsilon_2}\,(E_{oi} \cos \tau + E_{or} \cos \tau)$$

وبملاحظة أن $i = r$ ، نحصل على :

$$E_{or} = E_o \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cos i - \sqrt{\varepsilon_2} \cos \tau}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos i + \sqrt{\varepsilon_2} \cos \tau}$$

وكذلك

$$\frac{\sin i}{\sin \tau} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}} = \frac{n_2}{n_1}$$

نجد :

$$E_{or} = E_{oi} \frac{\cos i \sin \tau - \sin i \cos \tau}{\cos i \sin \tau + \sin i \cos \tau}$$

$$E_{or} = - E_{oi} \frac{\sin (i - \tau)}{\sin (i + \tau)} \tag{29\_19}$$

ويمكن بسهولة استخراج علاقة مشابهة من أجل سعة الموجـــــــة المنكسرة :

$$E_{ot} = E_{oi} \frac{2 \sin \tau \cos i}{\sin (i + \tau)} \tag{29\_20}$$

ب ) تعطى العلاقات الرابطة بين سعات الأمواج في حالة الاستقطاب العمودي أي كون شعاع الحقل واقعا في مستوي الورود ، بالشكل :

$$E_{or} = E_{oi} \frac{tg (i - \tau)}{tg (i + \tau)} \tag{29\_21}$$

$$E_{ot} = E_{oi} \frac{2 \sin \tau \cdot \cos i}{\sin (i + \tau) \cos (i - \tau)} \tag{29\_22}$$

وتدعى العلاقات الأربع الاخيرة "بصيغ فرنل" . والمعاملات الرابطـــة بين السعات "بمعاملات فرنل" .

تبسط صيغ فرنل في حالة زوايا الورود الصغيرة ، أي عندما يكون ممكنا استخدام المساويات التقريبية التالية :

$$\cos i \approx 1 \quad , \quad \sin i \approx tg\, i \approx i \quad , \quad \sin \tau = tg\, \tau \approx \tau$$

عندئذ نجد في حالة الاستقطاب الأفقي :

$$E_{orh} = -E_{oi}\frac{i-\tau}{i+\tau} \simeq E_{oi}\frac{\sqrt{\varepsilon_1}-\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}+\sqrt{\varepsilon_2}} \qquad (29\_23)$$

وفي حالة الاستقطاب العمودي :

$$E_{orv} \simeq E_{oi}\frac{i-\tau}{i+\tau} = -E_{oi}\frac{\sqrt{\varepsilon_1}-\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}+\sqrt{\varepsilon_2}} \qquad (29\_24)$$

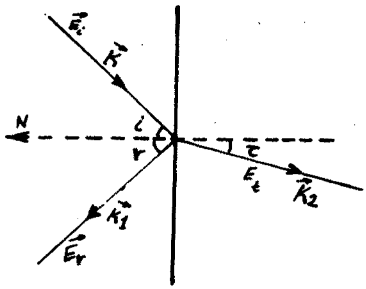
أي أن :

$$E_{orh} = -E_{orv} \qquad (29\_25)$$

ونحصل بشكل مشابه من (20) و (22) على :

$$E_{oth} \simeq E_{otv}$$

ويتضح ذلك من الفكرة الفيزيائية التالية : عندما يكون الورود قريبا من الناظمي ، فان الفرق بين الاستقطابين العمودي والافقي يمكن اهماله. ويرتبط وجود الاشارة السالبة في العبارة (25) بتطابق الاتجاه الموجب لـ $E_{orv}$ مع الاتجاه السالب لـ $E_{oi}$ في حالة الورود الناظمي.




شكل 8.10

إن معيار توزع الشدة بين الموجتين المنعكسة والمنكسرة يعتبر ثابت الانعكاس $R$ الذي يساوي بالتعريف النسبة بين شدة الموجة الواردة $\bar{I}$ والمنعكسة $\bar{I}_1$ :

$$R = \frac{\bar{I}}{\bar{I}_1} = \frac{E_0^2}{E_{o1}^2} \qquad (29\_26)$$

تجدر الاشارة هنا ، انطلاقا من المفاعيل الاستقطابية ، الى الحقيقة التالية :

اذا كانت زاوية الورود تساوي $arctg\frac{n_2}{n_1}$ وكان الشعاع الوارد مستقطبا في مستوي الورود ، فان الشعاع المنعكس يختفي (ينعدم) تماما وتدعى هذه الخاصة بقانون بروستر ، والزاوية $\alpha_B = arctg\frac{n_2}{n_1}$ "بزاوية بروستر" . اذا كان الشعاع الوارد وفق زاوية بروستر $\alpha_B$ مستقطبا في سطح حد الفصل ، فان الشعاع المنعكس يكون مستقطبا في نفس المستوي ومعامدا للشعاع المنكسر .

ينتج من خواص زاوية بروستر أن الشعاع الغير مستقطب والوارد

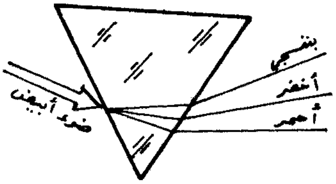
على سطح الفصل وفق زاوية بروستر يتولد عنه شعاع مستقطب بشكل كامل . وتستخدم بكثرة الصفائح الشفافة التي توضع وفق زاوية بروستر في طريق الأشعة المتولدة في الحجم الفعال للازرات . ويشع اللازر الحاوي على مثل هذه الصفائح ضوءا مستقطبا .

نشير في نهاية هذا البند الى أن الامواج الكهرطيسية ، وخاصة الامواج منخفضة التواتر ، تنعكس بشكل جيد عن سطح المعادن . وهذه الخاصة ناتجة عن القيمة الكبيرة للجزء الخيالي لقرينة انكسار المعدن في مجال التواترات المنخفضة . وفي الواقع تتخامد الموجة عندما تنفذ في المعدن لمسافة من رتبة طولها ، غير أن هذه المسافة غير كافية لتتمكن الموجة خلالها من اعطاء جزء معتبر من طاقتها للالكترونات الحرة ، وبالتالي تنعكس بشكل كامل تقريبا . ان العلاقات (10ـ29) التي حصلناعليها سابقا تصح من اجل حدود الفصل بين المعادن ، وذلك اذا اعتبرت قرائن الانكسار لهذه المعادن عقدية . ان الحسابات الموافقة غير معقدة لكنها طويلة . ونذكر هنا بعض القيم العددية لـ $R$ والمقاسة من اجل الشعاع الاصفر الذي يبثه الصوديوم وذلك في حالة الورود الناظمي على سطح المعدن : تأخذ $R$ في هذه الحالة القيم 0,95 ، 0,85 ، 0,74 من اجل الفضة والذهب والنحاس على الترتيب .

5 ـ تستعمل الامواج الكهرطيسية المنعكسة والمنكسرة في مجالات متعددة . فعلى سبيل المثال يمكن اكتشاف وتحديد مواقع الأجسام في الفضاء ، وذلك بواسطة الانعكاس (وكذلك تشتت) الامواج الراديوية وتحل مشاكل الملاحة الجوية والبحرية والفضائية بمساعدة البث والاستقبال الراديوي ، حيث تجري مراقبة سطح الارض بواسطة الأجهزة الطائرة (اقمار صناعية ، طائرات ..الخ) ، وتعمل اجهزة الانذار على اخطارنا بوجود عوائق . ويحدث ايضا اكتشاف الطائرات ومختلف الاجسام الطائرة ، بالاضافة الى تقدير الارتفاعات ..الخ . ولا يوجد أي معنى للتعامل مع الامواج الكهرطيسية في موجهات الامواج والمرنانات ( Resonator ) بدون الانعكاس الجيد للامواج على المعادن . ففي هذه الجمل نحصل على الامواج المستقرة والامواج المنتشرة في اتجاهات محددة بدقة بفضل انعكاس الامواج على سطح المعادن ، التي تحول

دون انتشار الامواج في الاتجاهات الغير مطلوبة .

ان انعكاس وانكسار الضوء مستعمل بكثرة في مختلف الجمل والاجهزة البصرية . ويسمح انكسار الضوء باجراء فصل مكاني للأمواج الضوئية مختلفة التواتر . ويتم ذلك بمساعدة المواشير الطيفية (الشكل 8.11) . ويرتبط مفعول تجميع الاشعة أو تفريقها بواسطة العدسات المختلفة بظاهرة الانكسار . وتستعمل المرايا المختلفة لعكس الضوء وتوجيهه في الاتجاهات المرغوب بها . وتحافظ عليه ضمن الحجم المعطى (المرنانات الضوئية) .




شكل 8.11

ويقوم على اساس الانعكاسات المتعددة في العوازل صنع المرشحات الضوئية ، التي تتألف من صفائح متعددة الطبقات الرقيقة . فاذا تم الاختيار المناسب لسماكة وقرينة انكسار كل طبقة حصلنا على المرشح الضوئي الذي يعكس بشكل تام التواترات المرغوب بها ، ويمرر بقية التواترات . ويشابه هذا النوع من المرشحات المرشحات الكهربائية المستخدمة في عزل الاشارات والمعروفة منذ زمن بعيد .

## 30 ـ علم الضوء اللاخطي .

1 ـ نقبل لدراسة مفاعيل علم الضوء اللاخطي ، بفرضين مبسِّطين . أولا : سوف نعتبر أن قوانين الفيزياء الكلاسيكية (اللاكوانتية) قوانين صحيحة ، ثانيا : سوف نعتبر أن الحقول الموجية الكهربائية $E$ بالرغم من انها يمكن ان تكون من مرتبة الحقل المميز $E_a$ في الوسط (انظر الفقرة 27) ، سوف نعتبرها اصغر منه بشكل ملحوظ ، أي :

$$E < E_a \qquad (30\_1)$$

نشير بدون برهان الى أن الفرض الأول صحيح كمياً من اجل أغلب المفاعيل اللاخطية الاساسية . ويبرر قبولنا للفرض الثاني بأنه يبسط بشكل جذري الدراسة من ناحية ، ولأنه يحقق في اغلب الحالات الواقعية حتى من اجل المنابع اللازرية الكبيرة الاستطاعة .

ينتج عن الفرض الأول أننا نملك الحق في استعمال معادلات ماكسويل (29_3) لوصف انتشار الامواج الكهرطيسية في الوسط . غير أنه من

غير الممكن استعمال التابعية الخطية بين الحقلين $\vec{D}$ و $\vec{E}$ ، أو التابعية الخطية بين استقطابية الوسط $\vec{P}$ والحقل $\vec{E}$ في المعادلات المادية ، نشير الى أن التابعيتين المذكورتين متكافئتان . ولكن بحكم الفرض الثاني ، يمكن التعبير عن $\vec{P}$ بدقة كافية بدلالة سلسلة قوى للشعاع $\vec{E}$ تحوي عدة حدود [*] .

ندرس حالة بسيطة . نعتبر وسطا متجانسا ومتماثل المناحي تخترقه موجة ضوئية احادية اللون ، تواترها $\omega$ وعددها الموجي $k$ ، وتنتشر في الاتجاه $x$ ، وغير متخامدة عمليا . ونفرض ايضا أن الحقل الكهربائي للموجة مستقطب وفق المحور $z$ . نرمز ب $E$ للمركبة الوحيدة الغير معدومة للحقل :

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx) \tag{30\_2}$$

تمثل في هذه الحالة الاستقطابية $P(E)$ بسلسلة قوى من الشكل:

$$P = \varepsilon_0 \varkappa E + \chi E^2 + \theta E^3 + \cdots \tag{30\_3}$$

حيث $\varkappa$ ، $\theta$ ... ثوابت جديدة تصف الخواص الكهربائية اللاخطية للوسط . ومن البديهي أن تأخذ هذه الثوابت قيما مختلفة من اجل التواترات المختلفة .

نلفت الانتباه الى أننا لم نتخذ الشكل العقدي للحقل الموجي في (30_2) . إن ذلك ضروري ، لأن استعمال الصيغ العقدية في الحالة اللاخطية غير ممكن .

إن المفاعيل الممثلة في الحد الثاني من (30_3) تدعى المفاعيل التربيعية بالنسبة للحقل ، والمفاعيل الممثلة بالحد الثالث تدعى "المفاعيل التكعيبية " بالنسبة للحقل . وسوف نقتصر على دراسة هذه المفاعيل فقط .

نشير الى أن صغر الحدود اللاخطية في (30_3) ، لايؤدي حتما الى صغر المفاعيل اللاخطية . ففي بعض الحالات الخاصة يمكن لهذه المفاعيل أن تتراكم . وسنضرب لاحقا أمثلة على ذلك .

2 ـ <u>ندرس المفاعيل اللاخطية التربيعية</u> . لنبدل $E$ بقيمتها من

---

[*] تعتبر هذه السلسلة نشرا تايلوريا للتابع $P(E)$ الى جوار الصفر .

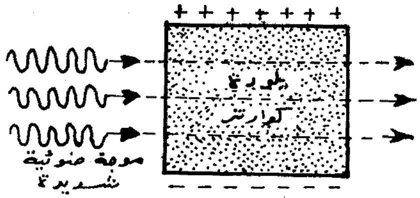
(30_2) في الحد التربيعي $\varkappa E^2$ للعلاقة (30_3) ،فنحصل على مجموع حدين :

$$\varkappa E^2 = \varkappa E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) = \frac{\varkappa E_0^2}{2} + $$
$$+ \frac{\varkappa E_0^2}{2} \cos(2\omega t - 2kx) \qquad (30\_4)$$

يعين الحد الأول الاستقطابية الثابتة للوسط :

$$P_2 = \frac{1}{2} \varkappa E_0^2 = const$$

ويعرض الشكل 8.12 تخطيطياً ظهور مثل هذه الاستقطابية في بلورة الكوارتز ،من اجل موجة شديدة . ويصف الحد الثاني من الطرف الأيمن للعلاقة (30_4) موجة الاستقطاب ذات التواتر $2\omega$ . وتعتبر الاستقطابية المهتزه بتواتر مقداره $2\omega$ منبعا لأشعة جديدة . وتملك هذه الاشعاعات الجديدة التواتر $2\omega$ ،وبالتالي تدعى بالمدروج (الهارمون ) الثاني لموجة الانطلاق .



شكل 8.12

وهكذا يتضح أن وجود اللاخطية التربيعية في العلاقة (30_3) تؤدي الى توليد المدروج الثاني للضوء في الوسط . فعلى سبيل المثال عندما يعبر الضوء الاحمر ذو الطول الموجي $\lambda = 6943\ A^\circ$ للازر الياقوتي بلورة هيدروفوسفات الفاليوم الثنائية تتولد اشغة فوق بنفسجية طول موجتها $\lambda_2 = \frac{\lambda}{2} = 3472\ A^\circ$ .
وبدأت امكانية الحصول على المدروج الثاني منذ عام 1961 . يستعمل المفعول اللاخطي لتوليد المدروجات الثانية ( والمدروجات ذات المراتب الأعلى) للحصول على أشعة احادية اللون فوق البنفسجية شديدة الاستطاعة ، حيث لاتوجد منابع لازرية .

ندرس السؤال الذي نوهنا اليه آنفا حول شروط تراكم العمليات اللاخطية التربيعية لتوليد المدروج الثاني . نقوم من اجل ذلك بتقدير درجة تواقت اطوار الامواج ذات التواترات $2\omega$ التي تبثها مختلف عناصر الوسط المدروس . لنكتب الحقل الكهربائي للمدروج الثاني بالشكل :

$$E_2(x,t) = E_{20}\cos(2\omega t - k_2 x) \qquad (30\_5)$$

حيث $\vec{K}_2$ الشعاع الموجي للمدروج الثاني، $E_{20} = \frac{1}{2}\varkappa E_0^2$ .إن السرعة الطورية للموجة (5ـ30) تساوي :

$$v_2 = \frac{2\omega}{k_2} = \frac{c}{n(2\omega)} \qquad (30\_6)$$

حيث $n(2\omega)$ قرينة انكسار الوسط من اجل الأمواج ذات التواتـرات $2\omega$ . وتعطى السرعة الطورية لموجة الاستقطاب المتناسبة مع مربع الحقل :

$$P_2(x,t) = \frac{1}{2}\varkappa E_0^2\cos(2\omega t - 2Kx) \qquad (30\_7)$$

بالعلاقة :

$$v_p = \frac{2\omega}{2k} = \frac{c}{n(\omega)} \qquad (30\_8)$$

حيث $n(\omega)$ قرينة انكسار الوسط للأمواج ذات التواترات $\omega$ . وتبين العلاقة (8ـ30) أن السرعة الطورية لموجة الاستقطاب $P_2(x,t)$ تتوافق مع السرعة الطورية لموجة الانطلاق ذات التواتر $\omega$ . ونجـد بمقارنة (5ـ30) و (7ـ30) حدوث فرق في الطور على مسافة $\ell$ فـي اتجاه انتشار الأمواج بين الموجتين $E_2(x,t)$ و $P_2(x,t)$ يعطى بالعلاقة :

$$\Delta\theta = (K_2 - 2K)\ell$$

ويمكن اعادة كتابة هذه العلاقات وفقا ل (6ـ30) و (8ـ30) بالشكل:

$$\Delta\theta = \frac{2\omega}{c}\{n(2\omega) - n(\omega)\}\ell$$

لندخل القيمة المميزة $\ell_0$ التي تحدد بالشرط $\Delta\theta = \pi$ :

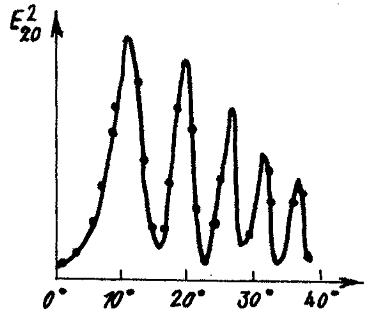
$$\ell_0 = \frac{\pi c}{2\omega\{n(2\omega) - n(\omega)\}} \qquad (30\_9)$$

يتلخص مفهوم $\ell_0$ بالتالي : من الواضح أنه من اجل المسافـات $\ell \lesssim \ell_0$ تكون اتجاهات الحقول الكهربائية التي تولدها مختلـف عناصر الوسط بالتواتر $2\omega$ مالكة لنفس المنحى . وبالتالي فان جمع هذه الحقول الى بعضها البعض يؤدي الى زيادة شدة المدروج الثاني. وعلى العكس من اجل $\ell > \ell_0$ يعمل التداخل على اضعاف شدة المدروج الثاني . وهكذا نرى أن $\ell_0$ تملك ~~معنى~~ طول الترابط من اجل الأمـواج

الثانوية ذات التواترات $2\omega$ . وتكون شدة المدروج الثاني من اجل سعة محددة لموجة الانطلاق عظمى عندما تخترق طبقة مساوية لـ $\ell_0$ . ولكن بما أن قيمة التبـدد الضوئي كبيرة (الفرق الكبير بين $n(2\omega)$ و $n(\omega)$ ) تكون قيمة $\ell_0$ صغيرة . فمن اجل الكوارتز مثلا ، وفـي حالة الضوء الأحمر تأخذ $\ell_0$ القيمة $\ell_0 \approx 10^{-5} m$ . ويحد صغر $\ell_0$ بشكل كبير من امكانية الحصول على امواج ثانوية ذات شدات عالية .

يعرض الشكل 8.13 تابعية شدة المدروج الثاني لسماكة صفيحة من الكوارتز . وقد حملت على المحور $y$ قيم $E_{20}^2$ المتناسبة مع الشدة . وتوافق مواضع النهايات العظمى السماكات $(2m+1)\ell_0$ حيث $m$ عدد صحيح . ورتبت على المحور $x$ قيم الزوايا التي تصنعهـا الصفيحة مع الشعاع الوارد .

وهكذا تتغير سماكة الطبقة التي يجتازها الضوء بتغير قيمة هذه الزاوية .



شكل 8.13

يصبح الطول $\ell_0$ غيـر محدود ، وفقا للعلاقـــة (9_30) ، اذا تحققـــت المساواة :

$$n(2\omega) = n(\omega) \qquad (30\_10)$$

وينتج من (6_30) و (8_30) أن تحقق الشرط (10_30) يعنى أن :

$$v_2 = v_p \qquad (30\_11)$$

وتدعى هذه المساواة بشرط التوافق الطوري أوباختصار "شرط التزامن". وعند تحقق (11_30) سوف يتراكم مفعول ولادة المدروج الثاني بشكـل غير محدود ، بحيث يمكن توليده بشكل شديد حتى من اجل لاخطيـــة ضعيفة . وهذا يعطي امكانية الحصول على مدروجات ثانية حتى مــن اجل شدات غير كبيرة للأمواج الواردة . ويتم عادة تقدير قيم الثابـت من العلاقة (3_30) بواسطة لازرات الهليوم ضعيفة الاستطاعة .

تكهن العلماء في بداية الستينات من القرن الحالي ، وأكـدوا ذلك تجريبيا الفكرة التالية : وهي تحقيق التزامن الطوري فـــي البلورات المختلفة المناحي ضوئيا ، والتي تملك قرائن انكسـار

تختلف قيمها بشدة من اجل الاشعة المختلفة الاستقطاب . ففي بلورة كهذه ، يمكن موازنة تغير قرينة الانكسار من اجل التواتر المضاعف باختيار شروط مناسبة ، بحيث تكون موجة الانطلاق عادية ، بينما يكون المدروج الثاني شاذا (لاعاديا) (أو على العكس ، وذلك وفقا لاشارة مفعول الانكسار المضاعف )[*]. ويكون في مجال شفافية البلورة من اجل أي استقطاب معين $n(\omega) < n(2\omega)$ . وبالتالي يحدث التزامن الموجي في حالة البلورات احادية المحور السالبة ضوئيا (انظر الفقرة 28) من اجل الامواج الواردة العادية ، وذلك فيما اذا كان حدوثة ممكنا ، وفي البلورات الموجبة من اجل الامواج الواردة اللاعادية وبالتالي يحقق شرط الترامن في حالة البلورة السالبة المساواة :

$$n(\alpha, 2\omega) = n_0(\omega)$$

ويحقق في حالة البلورة الموجبة مساواة أخرى :

$$n_0(2\omega) = n(\alpha, \omega)$$

اذا كان مفعول الانكسار المضاعف كبيرا بشكل كاف فان تنفيذ هذه الشروط يمكن تحقيقه ، باختيار الزاوية $\alpha$ بين المحور الضوئي للبلورة واتجاه انتشار الموجة الواردة . فعلى سبيل المثال يمكن تحقيق الشرط الأول في بلورة سالبة من ديهدروفوسفات الغاليوم (يرمز لهذه البلورة في المراجع بـ $KDP$ ) . وتحقيق الشرط الثاني في بلورة موجبة من الكوارتز .

نشير الى أن الطول الحقيقي للترابط يحدد بدرجة الانحراف عن التوازي للاشعة الواردة ، ذلك لأن شرط التزامن يخرق من اجل تغيرات صغيرة للزاوية $\alpha$ ، مما يؤدي الى انكماش (صغر) قيمة $l_0$ بشكل حاد . وبالتالي لايمكن ملاحظة ولادة المدروج الثاني الا في حالة المنابع اللازرية للضوء .

3 ـ ندرس الآن المفاعيل اللاخطية التكعيبية . إن هذه المفاعيل ترتبط بالحد الثالث من العلاقة (3ـ20) . لنعوض عن $E$ من(2ـ30) في الحد الثالث لـ(3ـ30) ، فنحصل بعد اجراء بعض العمليات المثلثية على العلاقة :

---

[*] ان نشر $P(E)$ على شكل سلسلة بالنسبة لـ $E$ في الاوساط مختلفة المناحي لايملك الشكل البسيط الوارد في (3ـ30) . غير أن صيغة شرط التزامن تحتفظ بصحتها .

$$P_3(x,t) = \theta E^3(x,t) = \theta E_0^3 \cos^3(\omega t - Kx) =$$
$$= \frac{3}{4}\theta E_0^3 \cos(\omega t - Kx) +$$
$$+ \frac{1}{4}\theta E_0^3 \cos(3\omega t - 3Kx) \qquad (30\_12)$$

ويتضح من هذه العلاقة أن الحد الثاني من الطرف الأيمن متناسب مع $\cos(3\omega t - 3Kx)$ ، أي أنه يقود الى توليد المدروج الثالث لموجة الانطلاق ، أو يولد موجة بتواتر ثلاثي . وقد لوحظت مثل هده المدروجات منذ عام 1962 . وتمكن العلماء في الوقت الحاضر من الحصول على مدروجات أعلى . وتستخدم هذه المدروجات العاليةفي صناعة اللازرات للمجال فوق البنفسجي .

ندرس بشكل مفصل الحد الأول من الطرف الأيمن للعلاقة (30_12) المتناسب مع $\cos(\omega t - Kx)$ . إن هذا الحد يصف الاستقطاب اللاخطي للوسط ، ويملك نفس تواتر الاستقطابية الخطية $\varepsilon_0 \varkappa E$ . بالتالي تكون الاستقطابية الكلية ذات التواتر البدئي $\omega$ مساوية :

$$\bar{P}(x,t) = \left(\varkappa + \frac{3}{4}\frac{\theta}{\varepsilon_0}E_0^2\right)E_0 \cos(\omega t - Kx) \qquad (30\_13)$$

وينتج من هنا أن :

اللاخطية التكعيبية تغير السماحية المعزالية للوسط . حيث تظهر في عبارة السماحية اضافة لاخطية تتعلق بشدة الموجة الواردة (نذكر أن الشدة تتناسب مع $E_0^2$ ) .

لنرمز للسماحية الكلية المعزالية بـ $\varkappa_{tot}$ . عندئذ يعبر عما قيل بالعلاقة :

$$\varkappa_{tot} = \varkappa + \frac{3}{4\varepsilon_0}\theta E_0^2 \qquad (30\_14)$$

ويمكن في حالة الامواج الغير شديدة التي تحقق الشرط $\frac{\theta}{\varepsilon_0}E_0^2 \ll 1$ ، ان نعبر عن قرينة الانكسار الكلية للوسط بدقة جيدة بالشكل :

$$n_{tot} = \sqrt{1 - \varkappa_{tot}} = \sqrt{1 + \varkappa + \frac{3}{4\varepsilon_0}\theta E_0^2} =$$
$$= \sqrt{1+\varkappa}\left(1 + \frac{\frac{3}{4\varepsilon_0}\theta E_0^2}{1+\varkappa}\right)^{1/2} \approx n + \frac{3\theta E_0^2}{8\varepsilon_0 n}$$

حيث $n=\sqrt{1+x}$ . ويلاحظ أن المفعول اللاخطي التكعيبي ، يؤدي الى تابعية قرينة الانكسار لشدة موجة الضوء الوارد . ونشير الى أن قيمة الثابت $\theta$ واشارته تكونان تابعتين للوسط وتختلفان باختلافه ، وينفذ في هذه الحالة شرط التزامن بشكل آلي (اوتوماتيكي) (لايوجد تواترات مختلفة ) . وهكذا تتراكم دائما المفاعيل المرتبطة بتابعية قرينة انكسار الوسط لشدة الموجة الواردة . نشير الى أن امكانية تغير قرينة انكسار الوسط بتغير شدة الشعاع الوارد ، تستعمل في تحقيق شروط التزامن الطوري من اجل المدروج الثاني .

ومن المفاعيل الممتعة والهامة المشروطة باللاخطية التكعيبية يعتبر التركيز الذاتي واللاتركيز الذاتي للأشعة الضوئية الضيقة ذات الاستطاعة العالية . تكون كثافة تيار الطاقة في المقطع العرضي للشعاع عظمى في الوسط وتتناقص نحو الاطراف . ونذكر هنا بالمناسبة أن القيمة المطلقة للاضافة اللاخطية الى معامل قرينة الانكسار تنمو أثناء الانتقال من طرفي الشعاع نحو مركزه ، وهذا يعني أن الشعاع يقوم بتحويل الوسط في العدسة بنفسه . فمن إجل $\theta<0$ يصبح الوسط كعدسة مجمعة ، ذلك لأن الاشعة تتقارب. ويدعى هذا المفعول بالتركيز الذاتي . واذا كانت $\theta>0$ يحدث العكس ويصبح الوسط كعدسة مفرقة ، وتتباعد الأشعة ، وبالتالي يدعى بالاتركيز الذاتي . اذا بدأنا بشدة معتدلة ، فان التركيز الذاتي يعمل على موازنة التفرق الانعراجي للأشعة . وبزيادة الشدة يبدأ بالظهور بشكل تدريجي سهم دقيق وساطع حيث يؤدي التركيز الذاتي الى زيادة شدة الاشعة والتي تؤدي بدورها الى زيادة التأثير التركيزي للوسط . ويمكن بالنتيجة الحصول على كثافة لتيار الطاقة ضمن السهم تفوق بعدة مراتب كثافة تيار الطاقة في موجة الانطلاق .

4 ـ نقارن في الختام بين الخواص اللاخطية الضوئية والصوتية . يحدث في الحالتين انحناء للموجة بالمدروجات العليا . غير أن التبدد في الامواج الصوتية قليل ، وبالتالي فان شرط التزامن الطوري في علم الصوت اللاخطي يتحقق دائما بشكل جيد . وهكذا فان الموجة الصوتية الشديدة اثناء انتشارها ، يستمر اغناؤها بالمدروجات العليا (مفعول التراكم ) . ويؤدي هذا الاغناء في حالة شدات كافية الى

موجة الصدم . وتكون مساهمة المدروجات العليا في موجة الصـــدم عظيمة . ويكون التبدد في الامواج الضوئية ، خلافا لمايحدث في علــم الصوت ، شديدا . وبالتالي يحدث في الضوء خرقا لشرط التزامن الذي يرافق نشوء المدروجات العليا ، مما يؤدي الى عدم تشكل موجة صـــدم ضوئية .

# مسائل وتطبيقات

1 ـ ينتشر ضوء في وسط متجانس قرينة انكساره $n$ . عبر عن شدة الضوء بدلالة السعة $A$ للشعاع الضوئي .

ـ نقتصر على دراسة موجة ضوئية منتشرة باتجاه المحور $OX$ :

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx)$$
$$H = H_0 \cos(\omega t - kx)$$

ان طويلة شعاع باونتنغ تعطى بالعلاقة :

$$|\vec{\Pi}| = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - kx) = E_0 H_0 \frac{1 + \cos[2(\omega t - kx)]}{2}$$

وينتج عن معادلات ماكسويل للموجة المستوية ، أن

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0}\; E_0 = \sqrt{\mu \mu_0}\; H_0$$

وبما أن $\mu = 1$ للمواد الشفافة ، فان :

$$H_0 = \sqrt{\varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\; E_0$$

بما أن قرينة الانكسار المطلقة للمادة $n = \frac{c}{v}$ حيث أن $v$ ، $c$ السرعتان الطوريتان للموجة الضوئية في الخلاء والمادة على الترتيب ، نستطيع أن نكتب استنادا الى العلاقة $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$ :

$$n = \sqrt{\varepsilon \mu} \simeq \sqrt{\varepsilon}$$

عندئذ :

$$|\vec{\Pi}| = n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot A^2 \frac{1 + \cos[2(\omega t - kx)]}{2}$$

حيث أدخلنا هنا الرمز الشائع $E_0 = A$ .

تعرف الشدة بالعلاقة :

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T |\vec{\Pi}| \cdot dt = \nu \int_0^{1/\nu} |\vec{\Pi}| \cdot dt$$

حيث $T$ الدور ، $\nu$ التواتر العددي . بالتبديل نجد :

$$I = \frac{1}{2} n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\; A^2 \nu \int_0^{\frac{1}{\nu}} [1 + \cos 2(\omega t - kx)] \cdot dt =$$

$$= \frac{1}{2} n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\; A^2 \nu \left[\frac{1}{\nu} + \frac{1}{2\omega} \sin 2\left(\frac{\omega}{\nu} - kx\right) + \frac{\sin 2kx}{2\omega}\right] =$$

$$I = \frac{n}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, A^2 \left[1 + \frac{1}{4\pi}\sin 2kx - \frac{1}{4\pi}\sin 2kx\right] = \frac{n}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\, A^2$$

وهكذا نلاحظ أن شدة الضوء متناسبة مع قرينة انكسار الوسط ، ومع مربع سعة الموجة الضوئية $I \sim nA^2$ .

2 ـ اعط العبارة العامة لشعاع كثافة التيار كتابع لناقلية الوسط $\sigma$ وثابت معزاليته الكهربائية $\varepsilon$ والتواتر $\omega$ . احسب الاستطاعة المتبددة بواحدة الحجم من اجل وسط ناقليته $\sigma = 0$ وثابت عزله يملك صياغة عقدية $\varepsilon = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2$ .

ـ تكتب عبارة الكثافة للتيار الكلي بالشكل :

$$\vec{j}_{tot} = rot\,\vec{H} = \vec{j}_\sigma + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{j}_{tot} = \vec{j}_\sigma + \varepsilon\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \sigma\vec{E} + i\varepsilon\omega\vec{E} = (\sigma + i\omega\varepsilon)\,\vec{E}$$

نلاحظ أن $\vec{j}_{tot}$ يملك عبارة عقدية في الحالة العامة ، فاذا كانت $\varepsilon$ حقيقية ، مثلت المركبة الحقيقية لـ $\vec{j}_{tot}$ الطاقة الضائعة والمركبة الخيالية الطاقة الردية . من شروط المسألة يكون $\varepsilon = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2$ اي أنه مقدار عقدي ، وكذلك $\sigma = 0$ ، وبالتالي تكون $j_{tot}$ :

$$\vec{j}_{tot} = i\omega\varepsilon_1\vec{E} + \omega\varepsilon_2\vec{E}$$

ومعروف من الالكترونيات أن الطاقة الضائعة هي الطاقة المرتبطة بالمركبة التي تكون على اتفاق في الطور مع $\vec{E}$ ، أي المركبة

$$\vec{j}' = \omega\varepsilon_2\vec{E}$$

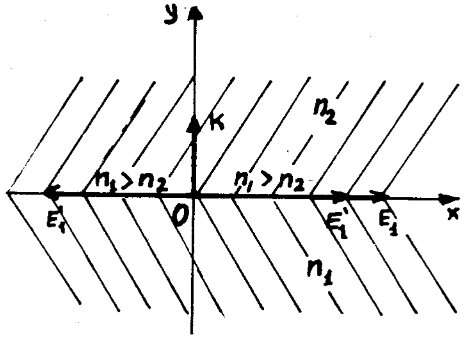
ومنه تكون الطاقة الضائعة :

$$w = j'E = \omega\varepsilon_2 E^2 \text{ joule}$$

3 ـ ترد موجة ضوئية ناظميا على السطح الفاصل بين وسطين عازلين متجانسين وشفافين ، قرينتا انكسارهما $n_1$ و $n_2$ . بين أن طوري الموجة الواردة والمنكسرة يبقيان دائما متفقين ، بينما يتغير طور الموجة المنعكسة بصورة قفزية بمقدار $\pi$ ، اذا تم الانعكاس على الوسط الاشد كسرا للضوء (الأكثر كثافة) .

ـ نستعمل شرط الاستمرارية للمركبة المماسية للشعاع $\vec{E}$ على حد الفصل للعازلين ، وقانون انحفاظ الطاقة .

نختار المحور $ox$ على طول حد الفصل باتجاه الشعاع $\vec{E_1}$ للموجة الواردة ، ونرمز بـ $E_1'$ لشعاع الموجة المنعكسة ، و $E_2$ للموجة المنكسرة (العابرة) (الشكل 3.1 ) . بما أن شدة الحقل الكهربائي في الوسط الاول ، وفقا لمبدأ التركيب ، تساوي $E_1 + E_1'$ ، ينتج عن




شكل 3.1

تطبيق شرط الاستمرارية للمركبة المماسية أن :

$$E_{1x} + E'_{1x} = E_{2x} \qquad (1)$$

من قانون انحفاظ الطاقة ، والأخذ بعين الاعتبار المسألة 1 نحصل على :

$$n_1 E_{1x}^2 = n_1 E'^2_{1x} + n_2 E_{2x}^2$$

أو

$$n_1 ( E_{1x} + E'_{1x} ) ( E_{1x} - E'_{1x} ) = n_2 E_{2x}^2 \qquad (2)$$

وتكافىء العلاقتان (1) و (2) ، جملة معادلتين خطيتين :

$$E_{1x} + E'_{1x} = E_{2x} \qquad (3)$$

$$E_{1x} - E'_{1x} = \frac{n_2}{n_1} E_{2x} \qquad (4)$$

نجد من المعادلتين السابقتين ، بعد الأخذ بعين الاعتبار المساواة $E_{1x} = E_1$ ، ان :

$$E_{2x} = \frac{2 E_1}{1 + (n_2 / n_1)} \qquad (5)$$

$$E'_{1x} = E_1 \frac{1 - \frac{n_2}{n_1}}{1 + \frac{n_2}{n_1}} \qquad (6)$$

ينتج من العبارة (6) أن $E'_{1x} > 0$ اذا كان $n_2 < n_1$ ، أي أن اتجاهي $E'_1$ ، $E_1$ متطابقان ، واذا كان $n_2 > n_1$ ، فان $E'_{1x} < 0$ والشعاع $E'_1$ يعاكس $E_1$ . وهذا يعني أن الضوء المنعكس على وسط اشد كثافة ضوئية يغير طور اهتزازه بصورة قفزية بمقدار $\pi$ .
وينتج من العبارة (5) أن $E_2$ يتفق بالاتجاه مع $E_1$ من اجل أية نسبة لـ $n_1$ و $n_2$ ، أي أن طور الاهتزاز للموجة العابرة لايتغير .

<u>ملاحظة</u> : اذا كان الشعاع $\vec{E}$ في الموجة الواردة عموديا على مستوي الورود ، فان النتيجة الحاصلة تبقى صحيحة ، وكذلك الحال بالنسبة للورود المائل للضوء على حد الفصل بين الوسطين .

4 ـ بين بمساعدة صيغ فرنل وجود زاوية ورود $i_B$ ، يكون من اجلها الضوء المنعكس على سطح وسط عازل مستقطبا بشكل تام ، وأن $tg\, i_B = n$ ، حيث $n$ قرينة انكسار العازل .

ــ سوف نرمز بـ $(E_1)_\perp$ ، $(E'_1)_\perp$ و $(E_2)_\perp$ للقيم العظمى لمركبات الشعاع $\vec{E}$ المعامد لمستوي الورود في الامواج الواردة والمنعكسة والمنكسرة على الترتيب ، و بـ $(E_1)_{\parallel}$ ، $(E'_1)_{\parallel}$ ، $(E_2)_{\parallel}$ للقيم السابقة ولكن الموازية لمستوي الورود ، $i$ زاوية الورود ، $r$ زاوية الانعكاس ، و $\tau$ زاوية الانكسار .

ينتج عن صيغ فرنل اذا تحقق الشرط : (1) $i + \tau = \frac{\pi}{2}$

[illegible]

العلاقتين :

$$(E'_1)_{\parallel} = 0 \ ، \ (E'_1)_\perp = (E_1)_\perp \,|\sin(i - \tau)| \neq 0$$

يرمز لزاوية الورود التي تحقق الشرط (1) بـ $i_B$ وتدعى زاوية بروستر . وهكذا اذا كانت $i = i_B$ ، فان الضوء المنعكس يكون مستقطبا بشكل تام في مستوي الورود .

نستخدم القانون : $\sin i = n \sin \tau$

ونحصل من اجل $i = i_B$ و $r = \frac{\pi}{2} - i_B$ على :

$$\frac{\sin i_B}{\sin(\pi/2 - i_B)} = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = tg\, i_B = n$$

5 ـ يرد ضوء طبيعي بزاوية بروستر على سطح زجاجي . جد : آ) معامل الانعكاس ب) درجة استقطاب الضوء المنكسر .

ــ نستعمل الرموز الواردة في المسألة 4 .

آ) ينتج عن صيغ فرنل أن :

$$(E'_1)_\perp = (E_1)_\perp \left| \sin(i - r) \right| \quad , \quad (E'_1)_{\parallel} = 0$$

بما أن شرط المسألة هو $i = i_B$ ، فان :

$$(E'_1)_\perp = (E_1)_\perp \left| \cos 2 i_B \right| \qquad (1)$$

وبما أن المركبة الموازية للشعاع $E'$ معدومة ، فان الشدة للاشعة المنعكسة هي $I'_1 = (I'_1)_\perp$ . نربع العلاقة (1) ، ونأخذ بعين الاعتبار ان $(I_1)_\perp = \frac{I_n}{2}$ ، فنجد :

$$I'_1 = (I_1)_\perp \cos^2(2 i_B) = \frac{1}{2} I_n \cos^2(2 i_B) \qquad (2)$$

يعطى معامل الانعكاس بالتعريف بالعلاقة $R = \frac{I'_1}{I_n}$ . ينتج عن العبارة (2) أن :

$$R = \frac{1}{2} \cos^2(2 i_B) = \frac{1}{2}(2\cos^2 i_B - 1)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{2}{1 + tg^2 i_B} - 1\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{1+n^2} - 1\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1 - n^2}{1+n^2}\right)^2$$

ب) تعطى درجة استقطاب الضوء المنكسر ، تعريفا ، بالعلاقة :

$$P = \frac{I_{2max} - I_{2min}}{I_{2max} + I_{2min}} \qquad (3)$$

ونحصل وفقا لصيغ فرنل والمساواة $i = i_B$ على :

$$(E_2)_\perp = (E_1)_\perp 2\cos^2 i_B = \frac{2(E_1)_\perp}{1 + tg^2 i_B} = \frac{2(E_1)_\perp}{1 + n^2}$$

$$(E_2)_{\parallel} = (E_1)_{\parallel} \frac{2\cos^2 i_B}{\sin 2 i_B} = (E_1)_{\parallel} \frac{\cos i_B}{\sin i_B} = \frac{(E_1)_{\parallel}}{n}$$

وبما أن $I \sim n E^2$ ، نستطيع أن نكتب :

$$(I_2)_{\perp,\parallel} \sim n^2 (E_2)^2_{\perp,\parallel} \quad , (I_1)_{\parallel,\perp} \sim n^2 (E_1)^2_{\parallel,\perp}$$

وبالتالي

$$(I_2)_{\perp} = \frac{4 (I_1)_{\perp} n_2}{(1+n^2)^2 n_1} \quad ; \quad (I_2)_{\parallel} = \frac{(I_1)_{\parallel} n_2}{n^2 \cdot n_1}$$

ولكن

$$(I_1)_{\perp} = (I_1)_{\parallel} = \frac{I_n}{2} \quad , \quad n = \frac{n_2}{n_1}$$

لذلك

$$(I_2)_{\perp} = \frac{2 I_n \cdot n}{(1+n^2)^2} \quad , (I_2)_{\parallel} = \frac{I_n}{2n}$$

بمقارنة الصيغ الاخيرة نجد :

$$(I_2)_{\perp} = \frac{4n^2}{(1+n^2)^2} \cdot \frac{I_n}{2n} = \frac{4n^2}{(1+n^2)^2} (I_2)_{\parallel} < (I_2)_{\parallel}$$

بهذا الشكل نستخلص أن

$$(I_2)_{max} = (I_2)_{\parallel} \tag{4}$$

$$(I_2)_{min} = (I_2)_{\perp} \tag{5}$$

نعوض العبارتين (4)و(5) في (3) فنجد أن درجة الاستقطاب للضوء المنكسر :

$$P = \frac{(I_2)_{\parallel} - (I_2)_{\perp}}{(I_2)_{\parallel} + (I_2)_{\perp}} = \frac{(2n)^{-1} - 2n(1+n^2)^{-2}}{(2n)^{-1} + 2n(1+n^2)^{-2}} =$$

$$= \frac{(1+n^2)^2 - 4n^2}{(1+n^2)^2 + 4n^2}$$

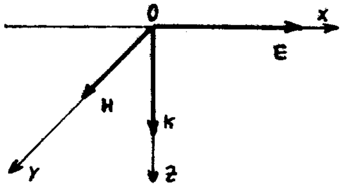
6 ـ ترد موجة كهرطيسية مستوية بشكل ناظمي على سطح مستو لمعدن (الشكل 6.1) . جد شدة الحقل الكهربائي على سطح المعدن ، واحسب سمك الطبقة القشرية ، أي عمق الطبقة التي تتناقص (تتخامد) فيها قيمة الحقل بـ $e$ مرة ( $e = 2,73$ ) . بفرض أن ناقلية المعدن $\sigma = 10^7 (\Omega.m)^{-1}$ ، وتواتر الموجة الكهرطيسية $\omega = 10^7 rad/sec$ . $\mu = 1$ .

ـ نختار احداثيي جملة المقارنة $ox$ ، $oy$ باتجاه $\vec{E}$ ، $\vec{H}$ (الشكل 6.1) . ويكون وفقا لشروط المسألة $E_x \neq 0$ ، $E_y = E_z = 0$ ، $H_y \neq 0$ ، $H_x = H_z = 0$ . نكتب معادلات ماكسويل :

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad (1)$$

$$rot\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t} \qquad (2)$$

نسقط المعادلتين (1) و (2) على محوري الاحداثيات ، آخذين بعين




شكل 6.1

الاعتبار أن $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ . فنحصل على :

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \qquad (3)$$

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma E_x + \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \qquad (4)$$

بما أن كثافة تيار الازاحة في الناقل (من اجل التواترات المنخفضة) صغيرة بالمقارنة مع كثافة تيار الناقلية فانه بالامكان اهمال الحد $\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$ في المعادلة (4) . ينتج عندئذ من المعادلتين (3)،(4)

العلاقتين :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 H_y}{\partial z \partial t} \qquad (5)$$

$$-\frac{\partial^2 H_y}{\partial z \partial t} = \sigma \frac{\partial E_x}{\partial t} \qquad (6)$$

نحصل من المعادلتين (5) و (6) على معادلة تصف الحقل الكهرطيسي داخل الناقل :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \mu_0 \sigma \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0 \qquad (7)$$

يملك الحل للمعادلة (7) الشكل :

$$E_x = E_0(z) \cdot e^{i\omega t} \qquad (8)$$

نعوض العبارة (8) في المعادلة (7) فنجد معادلة لـ $E_0(z)$

$$\frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2} - i\omega\sigma\mu_0 E_0 = 0$$

وتملك هذه المعادلة الحل :

$$E_0 = A e^{Kz} + B e^{-Kz}$$

حيث أن $A$ و $B$ ثابتان ، $K$ جذر المعادلة المميزة

$$K^2 - i\omega\sigma\mu_0 = 0$$

نرمز بـ $\omega\sigma\mu_0 = 2P^2$ فنحصل على :

$$K = P\sqrt{2i} = P(1+i) \qquad (10)$$

وهكذا يكتب حل المعادلة (9) بالاستفادة من (10) بالشكل :

$$E_0 = A e^{Pz} e^{iPz} + B e^{-P \cdot z} \cdot e^{-iPz} \qquad (11)$$

بما أن الحد الاول من المعادلة (11) ينمو بشكل لانهائي من اجل $z \longrightarrow \infty$ نفرض أن $A$ يساوي الصفر ، لأنه في الحالة المعاكسة اي عندما ندخل في عمق الناقل ينمو $E_0 \longrightarrow \infty$ وهذا ليس لـه أي معنى فيزيائي .

نكتب الآن عبارة الشدة للحقل الكهربائي بالشكل :

$$E_x = E_0 e^{i\omega t} = B e^{-pz} \cdot e^{i(\omega t - pz)}$$

(12)

ويملك الجزء الحقيقي للعبارة (12) معنى فيزيائي :

$$E = e^{-pz} B \cdot \cos(\omega t - pz)$$

ومن هنا نرى أن الحقل الكهربائي للموجة يتخامد بشكل أسي ، اضافة الى أن سرعة هذا التخامد تميزه قيمة المضروب الأسي $e^{-pz}$ . من اجل مسافة $z = \frac{1}{p}$ يتناقص الحقل بمقدار $e$ مرة .

نعوض في القيم العددية فنجد أن سمك الطبقة القشرية يساوي :

$$z = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}} \simeq 10^{-4} m$$

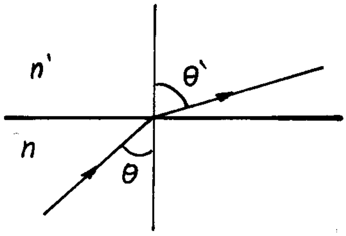
7 ـ جد انطلاقا من عبارات فرنل فرق الطور الحاصل بين المركبتين العمودية على مستوي الورقة (الورود) والواقعة فيه ، بنتيجة انعكاس الضوء انعكاسا كليا داخليا . بين أنه اذا كان الضوء الوارد مستقطبا خطيا ، فانه يخرج بنتيجة الانعكاس الكلي مستقطبا اهليلجيا . جد $tg\frac{\delta}{2}$ حيث $\delta = \delta_n - \delta_\sigma$ و $\delta_n$ فرق الطور الناتج عن انعكاس المركبة الموازية لسطح الفصل ، $\delta_\sigma$ فرق الطور الناتج عن انعكاس المركبة الواقعة في مستوي الورود . نذكر بأن

$\frac{a - ib}{a + ib} = e^{-i\delta}$ حيث $tg = \frac{b}{a}$ .

ـ ان شرط الانعكاس الكلي الداخلي هو أن تكون قرينة الانكسار للوسط الأول اكبر من قرينة الانكسار للوسط الثاني ، أي $\frac{n}{n'} > 1$ (الشكل 7.1) . وأن تكون زاوية الورود $\theta$ اكبر من الزاوية الحدية $\theta > \theta_\ell$ .

نجد من العلاقة :

$$n \sin\theta = n' \sin\theta'$$




شكل 7.1

أن

$$\cos\theta' = \sqrt{1-\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2\theta}$$

أو

$$\cos\theta' = i\sqrt{\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2\theta - 1}$$

حيث ان $i=\sqrt{-1}$ .

في حالة المركبة المعامدة لمستوي الورود (أي الموازية لسطح الفصل) ، تكون العلاقة بين المركبة المنعكسة $E_{or}$ والمركبة الواردة $E_{oi}$ للحقل الكهربائي من الشكل :

$$E_{or} = -E_{oi}\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}$$

نفرض أن $E_{oi}=A_1$ ، $E_{or}=A_2$ ، $r=\theta'$ ، $i=\theta$ فيكون :

$$A_{2h} = -A_{1h}\frac{\sin(\theta-\theta')}{\sin(\theta+\theta')} =$$

$$= -A_{1h}\frac{\sin\theta\cdot\cos\theta' - \sin\theta'\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta' + \sin\theta'\cos\theta} =$$

$$= -A_{1h}\frac{i\sin\theta\left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2\sin^2\theta-1\right]^{\frac{1}{2}} - \cos\theta\cdot\sin\theta\cdot\left(\frac{n}{n'}\right)}{i\sin\theta\left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2\sin^2\theta-1\right]^{1/2} + \cos\theta\cdot\sin\theta\cdot\left(\frac{n}{n'}\right)} =$$

$$= A_{1h}\frac{\left(\frac{n}{n'}\right)\cos\theta - i\left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2\sin^2\theta-1\right]^{1/2}}{\left(\frac{n}{n'}\right)\cos\theta + i\left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2\sin^2\theta-1\right]^{1/2}} \qquad (1)$$

استنادا الى العلاقات :

$$\frac{a-ib}{a+ib} = e^{-i\delta} \quad , \quad tg\frac{\delta}{2} = \frac{b}{a}$$

يكون :

$$A_{2h} = A_{1h}\, e^{-i\delta_h}$$

أو

$$E_{2h} = A_h \, e^{-i\delta_h} \, e^{i[\omega t - K_1(\vec{n}_1 \cdot \vec{r})]}$$

حيث أن

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_h}{2} = \frac{\left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2\theta - 1\right]^{1/2}}{\frac{n}{n'} \cos\theta} \tag{2}$$

نستطيع باسلوب مماثل أن نكتب انطلاقا من العلاقة الرابطة بين سعة الموجة الواردة الواقعة في مستوي الورود وسعة الموجة المنعكسة والواقعة في نفس المستوي :

$$A_{2v} = A_{1v} \frac{\operatorname{tg}(\theta - \theta')}{\operatorname{tg}(\theta + \theta')} = A_{1v} \frac{\sin 2\theta - \sin 2\theta'}{\sin 2\theta + \sin 2\theta'} =$$

$$= A_{1v} \frac{2\sin\theta \cdot \cos\theta - 2\sin\theta' \cos\theta'}{2\sin\theta \cdot \cos\theta + 2\sin\theta' \cos\theta'} =$$

$$= \frac{\sin\theta \cdot \cos\theta - i\left(\frac{n}{n'}\right)\sin\theta \cdot \left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2\theta - 1\right]^{1/2}}{\sin\theta \cdot \cos\theta + i\left(\frac{n}{n'}\right)\sin\theta \left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2\theta - 1\right]^{1/2}} \tag{3}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_v}{2} = \frac{\frac{n}{n'}\left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2\theta - 1\right]^{1/2}}{\cos\theta} \tag{4}$$

ومنه

$$E_{2v} = A_{1v} e^{-i\delta_v} \cdot e^{i[\omega t - K_1(\vec{n}_1 \cdot \vec{r})]}$$

هكذا نلاحظ أن مركبتي الحقل الكهربائي $E$ للموجة الضوئية : $E_h$ المعامدة لمستوي الورود ، و $E_v$ الموازية له تخضعان لتغير في الطور قدره $\delta_h$ ، $\delta_v$ على الترتيب . وتكون سعتا المركبتين

الواردتين مساويتين لسعتي المركبتين المنعكستين ( $A_{1h}$ و $A_{1v}$ ) .
لذلك اذا كان الشعاع الوارد مستقطبا استقطابا خطيا ، فان المركبتين الواردتين تملكان نفس الطور بينما تكون المنعكستان مختلفتين بالطور $\delta$ ومتعامدتين بنفس الوقت ، وبالتالي ينتج ضوء مستقطب اهليلجيا . ويكون :

$$tg\frac{\delta}{2} = tg\left(\frac{\delta_v}{2} - \frac{\delta_h}{2}\right) = \frac{tg\left(\frac{\delta_v}{2}\right) - tg\left(\frac{\delta_h}{2}\right)}{1 + tg\left(\frac{\delta_v}{2}\right) \cdot tg\left(\frac{\delta_h}{2}\right)}$$

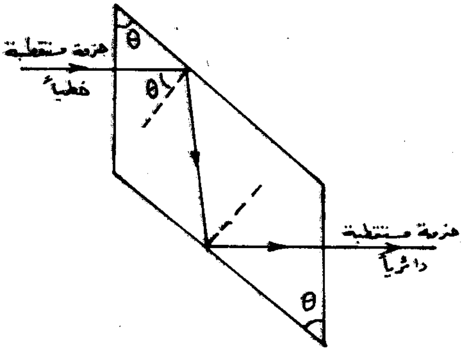
بالاصلاح نجد :

$$tg\frac{\delta}{2} = \frac{\left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2 - 1\right] \cdot \left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \cdot \sin^2\theta - 1\right]^{1/2}}{\sin^2\theta\left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2 - 1\right] \cdot \frac{n}{n'}}$$

ومنه

$$tg\frac{\delta}{2} = \frac{\cos\theta \cdot \left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2\theta - 1\right]}{\frac{n}{n'}\sin^2\theta}$$

8 ـ يتألف " معين فرنل " من معين زجاجي مقطعه مبين على الشكل 8ـ1 ، ويستخدم للحصول على ضوء مستقطب دائريا ، وذلك بعد




شكل 8.1

أن ينفذ الضوء انعكاسين داخليين .

اذا ورد الضوء بحيث يصنع مستوي الاهتزاز مع مستوي الشكل (الورود) زاوية $45^\circ$ ، وكانت قرينة انكسار الزجاج $n = 1,52$

احسب زاوية الورود اللازمة للحصول على ضوء مستقطب دائريا .

ـــ نلاحظ من العلاقة التي حصلناعليها في المسألة 7 أنالاستقطاب الدائري يتم حدوثه اذا كان فرق الطور بين المركبتين البارزتين $A_{2\vartheta}$ و $A_{2h}$ مساويا $90^{0}$ . أي يجب أن يحصل تغير مقداره $\frac{\pi}{4}$ عند كـــل انعكاس داخلي :

$$tg\left(\frac{90}{4}\right) = \frac{\cos\theta\left[\left(\frac{n}{n_1}\right)^2\sin^2\theta - 1\right]^{1/2}}{\frac{n}{n_1}\sin^2\theta}$$

$$\left(tg^2\frac{\pi}{8}\right)\left(\frac{n}{n_1}\right)^2\sin^4\theta = (1-\sin^2\theta)\left[\left(\frac{n}{n_1}\right)^2\sin^2\theta - 1\right] =$$

$$= \left(\frac{n}{n_1}\right)^2\sin^2\theta - \left(\frac{n}{n_1}\right)^2\sin^4\theta - 1 - \sin^2\theta$$

ومنه

$$\left[\left(tg^2\frac{\pi}{8}\right) + 1\right]\left(\frac{n}{n_1}\right)^2\sin^4\theta - \left[1 + \left(\frac{n}{n_1}\right)^2\right]\sin^2\theta + 1 = 0$$

وبحل هذه المعادلة ،نحصل على :

$$(\sin^2\theta)_1 \cong 0,675 \Rightarrow \theta_1 = 55^{\circ}$$

$$(\sin^2\theta)_2 = 0,549 \Rightarrow \theta_2 = 47^{\circ}$$

9 ـ يرد ضوء غير مستقطب على زجاج قرينة انكساره 1,52 بزاوية ورود قدرها $45^{\circ}$ . يمرر الضوء المنعكس خلال نيكول محلل . عين نسبــة الشدتين العظمى والصغرى اللتين يمررهما النيكول اثناء تدويره :

ـــ يمكن تحليل الضوء الوارد الغير مستقطب الى مركبتيـــــن متساويتين بالسعة ومتعامدتين .

نفرض أن سعة الضوء الوارد تساوي $A$ . نحلله الى مركبتين :

$$A_{1h} = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \quad , \quad A_{1\vartheta} = \frac{A_1}{\sqrt{2}}$$

تعطى سعة المركبة المنعكسة الموازية لسطح الفصل بالعلاقة :

$$A_{2h} = -A_{1h}\frac{\sin(\theta-\theta')}{\sin(\theta+\theta')}$$

نجد من العلاقة :

$$n \sin\theta = n' \sin\theta'$$

أن

$$\sin\theta' = \frac{n\sin\theta}{n'} = \frac{\sin\frac{\pi}{4}}{1,52} \approx 0,4652$$

$$\theta' \simeq 28^\circ$$

ومنه

$$A_{2h} = -\frac{A_1}{\sqrt{2}}\frac{\sin(45-28)^\circ}{\sin(45+28)^\circ} \approx -\frac{0,305}{\sqrt{2}}A_1$$

تعطى سعة المركبة المنعكسة المعامدة لسطح الفصل بالعلاقة :

$$A_{2v} = A_{1v}\frac{tg(\theta-\theta')}{tg(\theta+\theta')} = \frac{A_1}{\sqrt{2}}\frac{tg\,17^\circ}{tg\,73^\circ} \approx \frac{0,094\,A_1}{\sqrt{2}}$$

ويلاحظ من العلاقات السابقة أن الشدة العظمى تحصل عندما يمرر النيكول المركبة $A_{2h}$ . ومنه

$$\frac{I_{2g(max)}}{I_1} = \frac{(A_{2h})^2}{(A_1)^2} = \frac{\left(\frac{0,305}{\sqrt{2}}\right)^2 A_1^2}{A_1^2} \approx \frac{0,093}{2} = \%\,4,65$$

وتكون نسبة الشدة الصغرى :

$$\frac{I_{2v(min)}}{I_1} = \frac{(A_{2v})^2}{(A_1)^2} \simeq \frac{(0,094)^2}{2} \simeq \%\,0,4$$

10 ـ يرد ضوء غير مستقطب على سطح زجاجي قرينة انكساره 1,5 ، بزاوية ورود $30^\circ$ . احسب سعتي وشدتي المركبتين $h$ و $v$ للضوء المنعكس ، واحسب ايضا درجة الاستقطاب .

ــ نفرض أن سعة الموجة الواردة $A_1$ ، عندئذ يكون :

$$A_{1h} = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \quad , \quad A_{1v} = \frac{A_1}{\sqrt{2}}$$

من العلاقة :

$$A_{2h} = -A_{1h}\frac{\sin(\theta-\theta')}{\sin(\theta+\theta')}$$

وبحساب $\theta'$ من قانون الانكسار :

$$\sin\theta' = \frac{n}{n'}\sin\theta \approx 0,333 \implies \theta' \approx 19^{\circ}$$

$$A_{2h} = -\frac{A_1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sin(30-19)^{\circ}}{\sin(30+19)^{\circ}} \approx -0.032\, A_1$$

$$A_{2v} = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{tg(30-19)^{\circ}}{tg(30+19)^{\circ}} \approx 0,0192\, A_1$$

تعطى درجة الاستقطاب بالعلاقة :

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} - I_{min}} = \frac{(A_{2h})^2 - (A_{2v})^2}{(A_{2h})^2 + (A_{2v})^2} \approx 0,382$$

11 تسقط موجة احادية اللون ( $\lambda > a$ حيث $a$ البعد الخطي للذرة ) تواترها $\omega$ على وسط عازل لايتمتع بخواص مغناطيسية $\mu = 1$. يبلغ تركيز الذرات فيه $N$ ونفرض أن كل ذرة تملك الكترونا سطحيا وحيدا . وأن ثابتا المرونة والمقاومة للالكترون المرتبط $K$ و $\beta$ على الترتيب . نفرض ايضا أن الاستقطاب الوحيد الفعال هو الاستقطاب الالكتروني .

جد قرينة الانكسار والسرعة الطورية للموجة في هذا الوسط وجد ايضا ثابت التخامد ، والمسافة التي تنفذ بها الموجة في الوسط بحيث تتخامد بـ $e$ مرة من قيمتها الأصلية ( ثخن الطبقة القشرية ). نرمز بـ $q$ لشحنة الالكترون ، و بـ $m$ لكتلته ، $\varepsilon_0$ الثابت الكهربائي .

ـــ نكتب معادلة العزم الديبولي :

$$\frac{d^2P}{dt^2} + 2\gamma\frac{dP}{dt} + \omega_0^2 P = \frac{q^2 E_0}{m} e^{-i\omega t}$$

حيث $2\gamma = \frac{\beta}{m}$ ، $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$ . نفرض حلا من الشكل :

$$P(t) = \varepsilon_0\, \alpha(\omega)\, E(t)$$

ان هذا الحل يحقق المعادلة من اجل

$$\alpha(\omega) = \frac{q^2}{\varepsilon_0\, m\, (\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma m)}$$

ومنه

$$\varkappa = N\alpha(\omega) \quad , \quad \varepsilon(\omega) = 1 + N\alpha(\omega)$$

ويكون $n = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$

نكتب المعادلة الموجية في الاوساط :

$$\Delta E - \frac{\varepsilon_r \mu_r}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

ونفرض حلا من الشكل

$$E = E_0 \, e^{-i\omega t + ikx}$$

نجد أن :

$$K^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon_r}{c^2} = \frac{\omega^2}{v^2}$$

ومنه تكون السرعة الطورية $v$ :

$$v = \left(\frac{c^2}{\varepsilon_r}\right)^{1/2} = \frac{c}{n}$$

وثابت التخامد $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{\beta}{2m}$$

لايجاد المسافة التي تنفذ بها الموجة حتى تتخامد بمقدار $e$ مرة ، نكتب الحل الموجي بعد تبديل $K$ ، حيث أن $K$ عقدية في الحالة العامة :

$$K^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r = \frac{\omega^2}{c^2}\left[1 + N\alpha(\omega)\right] =$$

$$= \frac{\omega^2}{c^2}\left[1 + \frac{N q^2}{\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega)}\right] =$$

$$= \left[K'^2 + \eta K'^2 \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega)}\right]$$

حيث $K'^2 = \dfrac{\omega^2}{c^2}$ ، $\eta = \dfrac{N q^2}{\varepsilon_0 m}$ .

$$K^2 = K'^2 + \eta K'^2 \cdot \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) + 2i\gamma\omega}{|Z|}$$

حيث

$$Z = \left[ (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2 \right]^{1/2}$$

ويكون

$$K^2 = K'^2 + \frac{\eta K'^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{Z} + \frac{2i\gamma\omega}{Z}$$

نرمز ب

$$A = K'^2 + \frac{\eta K'^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{Z} \quad , \quad B = \frac{i\gamma\omega}{Z}$$

فيكون

$$K^2 = \left[ A^2 + B^2 \right]^{1/2} . e^{i\alpha}$$

$$K = \left[ A^2 + B^2 \right]^{1/4} e^{i\frac{\alpha}{2}}$$

$$K = (A^2 + B^2)^{1/4} \cos\frac{\alpha}{2} + i(A^2 + B^2)^{1/4} \sin\frac{\alpha}{2}$$

وبالتالي:

$$E = E_0 e^{-i\omega t + i(A^2+B^2)^{\frac{1}{4}} . x \cos\alpha} .$$

$$. e^{i(A^2+B^2)^{\frac{1}{4}} . i x \sin\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow$$

$$E = E_0 e^{-i\omega t + i(A^2+B^2)^{\frac{1}{4}} x \cos\frac{\alpha}{2}} . e^{-(A^2+B^2)^{1/4} x \sin\frac{\alpha}{2}}$$

حتى تتخامد الموجة بمقدار $e$ مرة يجب أن يتحقق الشرط

$$e^{-1} = e^{-(A^2+B^2)^{1/4} . x . \sin\frac{\alpha}{2}}$$

ومنه

$$x = \frac{1}{(A^2+B^2)^{1/4} . \sin\frac{\alpha}{2}}$$

12 ـ احسب قرينة انكسار معدن النحاس اذا علمت أن ناقليته النوعية $\sigma = 5,8.10^7 (\Omega . m)^{-1}$ . ناقش قيمة $n$ من اجل التواترات المنخفضة والمرتفعة . واوجد سمك الطبقة القشرية لهذا المعدن من اجل موجة كهرطيسية تواترها $\nu = 10^{12}$ Hz ، بفرض أن التأثيـــــر

المتبادل يتم فقط مع الالكترونات الحرة .

القيم العددية : شحنة الااللكترون $q = 1,6.10^{-19}C$

كتلته $m_e = 1,9.10^{-31}kg$ ، تركيز الالكترونات $n_0 = 8,5.10^{28}m^{-3}$.

جد عبارة هذه الموجة داخل المعدن .

— من العلاقة

$$n^2(\omega) = 1 - \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0(\omega\tau + i)}$$

حيث $\tau = \frac{1}{2\gamma}$ زمن الارتخاء ، $\gamma$ ثابت التخامد .

$$\sigma = \frac{q^2\tau n_0}{m_e} \Rightarrow \tau = \frac{\sigma m}{q^2 n_0}$$

يتحقق في حالة التواترات المنخفضة الشرط $1 \gg \frac{\omega\varepsilon_0}{\sigma}$ ، $\omega\tau \ll 1$

ومنه تأخذ عبارة $n$ الشكل :

$$n^2(\omega) = i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}}\,(1+i)$$

ويتحقق في حالة التواترات المرتفعة الشرط

$$\omega\tau \gg 1$$

ومنه

$$n^2 \approx 1 - \frac{\sigma}{\tau\varepsilon_0\omega^2}$$

نقدر قيمة $\omega\tau$ :

$$\omega\tau = \frac{2\pi\cdot 10^{12}\cdot 5,8\cdot 10^{7}\cdot 9,1\cdot 10^{-31}}{(1,6)^2\cdot 10^{-38}\cdot 8,5\cdot 10^{28}} \approx 20\cdot 10^{-2} = 0,2$$

فنجد أن $\omega\tau < 1$ . وبالتالي نستعمل عبارة $n$ من اجل التواترات المنخفضة ، أي أن :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_r \Rightarrow k = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_r}$$

$$k = \frac{\omega}{c}n = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}}\,(1+i)$$

ومنه تكون عبارة الموجة داخل المعدن :

$$E = E_0 e^{-i\omega t + ikx} = E_0 e^{-i\omega t} \cdot e^{i\left[\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}}(1+i)\right]} =$$

$$= E_0 e^{-i\omega t} \cdot e^{i\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}}} \cdot e^{-\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}}\,x}$$

ويجب أن تتحقق المساواة حتى تتخامد الموجة بمقدار $e$ مرة :

$$e^{-\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}}} = e^{-1} \Rightarrow \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}}\,x = 1$$

$$x = \frac{c}{\omega}\sqrt{\frac{2\omega\varepsilon_0}{\sigma}} \approx 6,6 \cdot 10^{-8}\ m$$

13 ـ نعتبر وسطا يحوي في واحدة الحجوم على $n$ الكترونـا (شحنته $e-$ وكتلته $m$ ) و $n$ ايونا ( شحنته $+e$ وكتلته $M$ ).

بفرض أن الايونات ثقيلة وذات سرع صغيرة بشكل يكون معه الحقل الكهربائي هو الوحيد الذي يأثر في تحديد حركتهم . إن الازاحة للايونات والالكترونات تولد استقطاب الوسط . برهن أن ثابت العزالية للوسط يصبح أقل منه في الخلاء . اتبع الخطوات التالية :

آ) عين حركة الايون الموضوع في حقل كهربائي جيبي (توافقي) $\vec{E}$ تواتره $\omega$ . ماهو عزم ثنائي القطب المتولد بهذه الحركة ؟

ب) استنتج استقطاب الوسط الذي يعزى للايونات . حدد بنفس الطريقة الاستقطاب الناتج عن الالكترونات ، وجد قيمة الاستقطابية الكلية .

جـ ) جد قيمة $\varepsilon = 1 + \chi$ بتابعية $e$ ، $m$ ، $M$ ، $n$ و $\omega$ .

د ) بين أننا نستطيع أن نكتب باستخدام معادلات ماكسويل التالي :

$$rot\,\vec{B} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \quad \text{حيث} \quad \varepsilon = 1 + \chi$$

ـ تتناسب قوة لابلاس مع السرعة ، ومع قيمة الحقل الكهربائي ، وعندما تكون سرعة الدقائق المشحونة صغيرة كما هو الحال في الايونات فان القسط الأعظم من هذه القوة يكون مرتبطا بالحقل . وهكذا تكون

معادلة الحركة للايون الواقع في حقل كهربائي توافقي ، من الشكل :

$$M x'' = e E \Rightarrow x = -\frac{e E}{M \omega^2}$$

ويساوي عزم الديبول المتولد :

$$P = e x = -\frac{e^2 E}{M \omega^2}$$

( لاحظ أن اشارة الشحنة لاتدخل في تعيين قيمة العزم ، وهكذا فان عزم الديبول يبقى نفسه من اجل الشحن السالبة والموجبة ) .

ب ) يعطى الاستقطاب المعزو للايونات بالعلاقة :

$$\vec{P}_{ion} = -\frac{n e^2}{M \omega^2} E$$

ويملك استقطاب الالكترونات نفس الشكل :

$$P_{ee} = -\frac{n e^2}{m \omega^2} E$$

ومنه فان الاستقطاب الكلي :

$$P = P_{ion} + P_{ee} = -\frac{n e^2}{m \omega^2} \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) E$$

وبما أن $M \gg m$ يكون :

$$P \simeq P_{ee} = -\frac{n e^2}{m \omega^2} E$$

ج ) إذا رمزنا بـ $\varepsilon_0$ لثابت المعزالية في الخلاء ، فان :

$$\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 E$$

ومنه :

$$\varkappa = \frac{P}{E \varepsilon_0} = -\frac{n e^2}{m \omega^2 \varepsilon_0}$$

$$\varepsilon = 1 + \varkappa = 1 - \frac{n e^2}{m \omega^2 \varepsilon_0}$$

د ) من معادلات ماكسويل :

$$rot\, \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad , \quad rot\, \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

وبما أن

$$j = -ne\frac{dx}{dt} = -n\frac{e^2}{m\omega^2}\cdot\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

يكون لدينا

$$rot\,\vec{B} = \mu_0\left(\varepsilon_0 - \frac{ne^2}{m\omega^2}\right)\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} =$$

$$= \mu_0\varepsilon_0\left(1 - \frac{ne^2}{m\omega^2\varepsilon_0}\right)\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} =$$

$$= \mu_0\varepsilon_0\varepsilon\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

ويلاحظ أن $\varepsilon\varepsilon_0 < \varepsilon_0$ . وهذا يعني أن ثابت المعزالية في الوسط $\varepsilon\varepsilon_0$ يصبح أقل منه في الخلاء $\varepsilon_0$ .

14 ـ يحتوي معدن على $n$ الكترونا حرا في واحدة الحجوم شحنة كل منهم $q$ ، وكتلته $m$ . تتحرك هذه الالكترونات في شبكة الايونات الثابتة للمعدن ، بحيث يكون المعدن ككل جسما معتدلا كهربائيا . اكتب معادلة الحركة للالكترون عندما يسلط على الناقل حقل كهربائي $\vec{E}$ . بفرض أن الالكترون يخضع لقوة احتكاك $-m\frac{\vec{v}}{\tau}$ ، حيث $\vec{v}$ سرعة الالكترون ، و $\tau$ زمن الارتخاء . وذلك بفرض أن معزالية الوسط تساوي معزالية الخلاء .

نفرض الآن أن الحقل الكهربائي توافقيا :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$$

احسب الناقلية الكهربائية للمعدن من اجل التواتر $\omega$ . ماذا تصبح هذه العبارة عندما تكون التواترات كبيرة جدا ( أي $\omega\tau \gg 1$ ) .

جد العلاقة بين الشعاع الموجي $\vec{K}$ والتواتر $\omega$ لموجة كهرطيسية مستوية تنتشر في المعدن المذكور . ناقش النتيجة .

ـ تكتب معادلة الحركة بالشكل :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} - \frac{m\vec{v}}{\tau}$$

وبما أن الحقل في حالتنا معطى بالعبارة : $\vec{E} = \vec{E}_0\cdot e^{-i\omega t}$

لذلك يكون الحل من الشكل :

$$\vec{v} = \vec{v}_0 e^{-i\omega t}$$

ومنه

$$-i\omega m \vec{v} = q\vec{E} - \frac{\vec{v} m}{\tau}$$

أي أن

$$\vec{v} = \frac{q\tau}{m} \vec{E} \cdot \frac{1}{1 - i\omega\tau}$$

باستخدام قانون أوم :

$$\vec{J} = nq\vec{v} = \sigma \vec{E}$$

يمكن ايجاد الناقلية $\sigma$

$$\sigma = \frac{nq^2\tau}{m} \cdot \frac{1}{1 - i\omega\tau}$$

اذا كان $\omega\tau \gg 1$ ، فان :

$$\sigma = i \frac{nq^2}{m\omega}$$

يعطى الحقلان الكهربائي والمغناطيسي للموجة المستوية ،بالعبارة

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t + i\vec{K}\cdot\vec{r}}$$

$$\vec{B} = B_0 e^{-i\omega t + i\vec{K}\cdot\vec{r}}$$

وتكتب معادلات ماكسويل في حالة التوزع الشبه المستقر ،بالشكل :

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad , \quad rot\,\vec{B} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

وبما أن

$$i(\vec{K} \wedge \vec{B}) = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \vec{J} - \frac{i}{c^2} \omega \vec{E}$$

$$i(\vec{K} \wedge \vec{E}) = i\omega\vec{B}$$

يعطي التخلص من $\vec{B}$ التالي :

$$\frac{i\vec{K}\wedge(\vec{K}\wedge\vec{E})}{\omega}=\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\sigma\vec{E}-\frac{i\omega}{c^2}\vec{E}$$

$$i[\vec{K}\cdot(\vec{K}\cdot\vec{E})-\vec{E}(\vec{K}\cdot\vec{K})]=\frac{\omega}{\varepsilon_0 c^2}\sigma\vec{E}-i\frac{\omega^2}{c^2}\vec{E}$$

$$K^2c^2=-\frac{nq^2}{\varepsilon_0 m}+\omega^2$$

ومنه

$$K^2c^2=\omega^2-\omega_p^2$$

حيث $\omega_p^2=\dfrac{nq^2}{\varepsilon_0 m}$ تواتر البلازما .

نلاحظ أن :

$K$ حقيقي اذا كان $\omega>\omega_p$ والموجة تنتقل

$K$ تخيلي اذا كان $\omega<\omega_p$ والموجة لاتنتشر .

15 ـ تنتشر موجة كهرطيسية مستوية $\vec{E}=\vec{E}_0 e^{-i(\omega t-\vec{K}\vec{r})}$ في وسط نفرض ثابته الكهربائي $\varepsilon_0$ وثابته المغناطيسي $\mu_0$ . اذا كانت كثافة التيار في هذا الوسط $\vec{J}$ ،وكثافة الشحنة الحجمية $\rho=0$ . برهن أن كل شيء يجري في هذه الحالة كما لو كان الوسط يملك ثابتا كهربائيا $\varepsilon_0\varepsilon$ تابعا للتواتر $\omega$ ،وأن $K^2$ كما لو كانت $K^2=a+ib$ . استنتج من ذلك أن الموجة الكهرطيسية تتخامد . احسب عمق الطبقة القشرية $\delta$ ،وذلك عندما يكون الحد الخيالي مسيطرا في عبارة $K^2$ .

ــ نكتب معادلات ماكسويل :

$$\operatorname{div}\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}\quad,\quad \operatorname{rot}\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\qquad(1)$$

$$\operatorname{div}\vec{B}=0\quad,\quad \operatorname{rot}\vec{B}=\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\vec{J}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial E}{\partial t}\qquad(2)$$

من شروط المسألة :

يكون $\rho=0$ ، $\varepsilon_0\mu_0=\dfrac{1}{c^2}$ ، $\operatorname{div}\vec{E}=0$

نأخذ دوار المعادلة الثانية من (2) ، فنجد :

$$rot\,rot\,E = -\frac{\partial}{\partial t} rot\,B = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

$$grad\,div\,\vec{E} - \Delta \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(\sigma \vec{E}) - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}\vec{E} - \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

نفرض لهذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل :

$$E\, e^{-i\omega t + i\vec{K}\vec{r}}$$

حيث $\vec{K}$ عقدية في الحالة العامة . نشتق ونبدل فنجد :

$$-K^2 \vec{E} + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \vec{E} + i\mu_0 \omega \sigma E = 0$$

$$K^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 + i\mu_0 \omega \sigma = \omega^2 \mu_0 \left(\varepsilon_0 + i\frac{\sigma}{\omega}\right)$$

نلاحظ من مقارنة هذا الحل مع الحل في الخلاء حيث $K_0^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$
أن استبدال ماضمن القوس بـ $\varepsilon_0 \varepsilon$ يعطي نفس شكل الحل ، ويجري
كل شيىء كما لو أنه في الخلاء ولكن بأخذ المساواة :

$$K^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon \varepsilon_0$$

حيث $\varepsilon \varepsilon_0 = \varepsilon_0 + i\frac{\sigma}{\omega}$ .

اذا كان الحد الخيالي في عبارة $K$ هو المسيطر ، نكتب
الحل على الشكل :

$$K^2 \approx i\mu_0 \omega \sigma \Rightarrow \frac{K^2}{\mu_0 \omega \sigma} = i = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{K}{\sqrt{\mu_0 \sigma \omega}} = e^{i\frac{\pi}{4}} = \cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4} = (1+i)\frac{\sqrt{2}}{2}$$

ومنه :

$$\vec{E} = \vec{E}_0\, e^{-i\omega t} \cdot e^{i\left[(1+i)\sqrt{\frac{\mu_0 \omega \sigma}{2}}\right] r} \Rightarrow$$

$$\vec{E} = \vec{E_0} \cdot e^{-i\omega t} \cdot e^{i\sqrt{\frac{\mu_0 \omega \sigma}{2}}\, r} \cdot e^{-\sqrt{\frac{\mu_0 \omega \sigma}{2}}\, r}$$

ويعنى وجود المضروب الأسي الحقيقي في عبارة $E$ أن الموجــة تتخامد ، وحتى تتناقص قيمة $E$ بمقدار $e$ مرة ، يجب أن تتحقق المساواة :

$$E_0\, e^{-\sqrt{\frac{\mu_0 \varepsilon \sigma}{2}}\, r} = E_0\, e^{-1}$$

ومنه

$$\sqrt{\frac{\mu_0 \omega \sigma}{2}} \cdot r = 1 \implies r = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega \sigma}}$$

وهي المسافة التي ينفذ بها الحقل في الوسط حتى يتخامد بمقدار $e$ مرة ، أي سمك الطبقة القشرية .

16 ـ بلورة شاردية من كلور الصوديوم تواترها الذاتي (للزوج $NaCl$ ) يعطى بالعلاقة $\omega_0^2 = \frac{2K}{M_R}$ حيث $K = \frac{T}{a}$ و $M_R$ الكتلة المختزلــة $\left(\frac{1}{M_R} = \frac{1}{M_{Cl}} + \frac{1}{M_{Na}}\right)$ ، $T$ قوة الارتباط بين الشوارد ، $a$ المسافة الفاصلة بين عنصري الزوج . احسب $\varepsilon$ لهذه البلورة من أجل التواتر $\omega$ ، بفرض أن الاستقطاب شاردي وثابت التخامــد للاهتزاز يساوي $\gamma$ . احسب قيمة $\varepsilon$ في الحالة الخاصة عندما تكون التواترات صغيرة ( $\omega << \omega_0$ ) . نرمز بـ $n_0$ لكثافــة الشوارد في واحدة الحجوم .

ـــ لدينا

$$\alpha(\omega) = \frac{\alpha(0)\, \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega}$$

حيث

$$\alpha(0) = \frac{q_0^2}{M_R\, \varepsilon_0\, \omega_0^2}$$

ويكون :

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \chi = 1 + n_0\, \alpha(\omega)$$

في حالة التواترات الصغيرة يتحقق الشرط $\omega_0 >> \omega$ .

وبالتالي

$$\alpha(0) = \frac{q_0^2}{m_k \varepsilon_0 \omega_0^2} \quad , \quad \varepsilon = 1 + n_0 \alpha(0)$$

حيث $\omega_0^2 = \frac{2k}{m_k}$ . أي أن $\varepsilon$ لاتتعلق بتواتر الموجة الكهرطيسية .

(A)

| | |
|---|---|
| Aberation | الزيغ |
| Absorption | امتصاص |
| Achromatic | لالوني |
| Amplitude | سعة |
| Analyser | محلل |
| Analysis | تحليل |
| Angle of deviation | زاوية الانحراف |
| " of incidence | " الورود |
| " of phase | " الطور |
| " of polarization | " الاستقطاب |
| " of reflection | " الانعكاس |
| " of refraction | " الانكسار |
| Anistropic media | الاوساط مختلفة المناحي |
| Aperture | فتحة (كوة) |
| Axis | محور |
| Azimuth | سمت |

(B)

| | |
|---|---|
| Band | شريط (عصابة) |
| Beam | حزمة |
| Biaxial crystal | بلورة ثنائية المحور |

| | |
|---|---|
| Biprism | موشور ثنائي (مضاعف) |
| Boundary conditions | الشروط الحدودية |
| Brightness | سطوع |
| (C) | |
| Circular polarization | استقطاب دائري |
| Coherence | ترابط |
| Coherent | مترابط |
| Color filter | مرشح لوني |
| Compensatur | مكافىء |
| Conjugate | مترافقة |
| Cornu's spiral | حلزون كورنو |
| Cross | متصالب |
| Cross section | مقطع عرضي |
| Crosswise | تصالبي |
| Crystal | بلورة |
| Crystalline axise | المحور البلوري |
| (D) | |
| Damped motion | حركة متخامدة |
| Degree of polarization | درجة الاستقطاب |
| Deviation | انحراف |
| Dextrorotatory | يمينية الدوران |
| Dielectrics | عوازل كهربائية |
| Diffraction | انعراج |

| | |
|---|---|
| Diffraction gration | شبكة انعراج |
| " pattern | نموذج الانعراج |
| Diopter | كسيرة |
| Dispersion | تبدد |
| Dispersive power | شدة التبدد |
| Displacement current | تيار الازاحة |
| divergence | تفرق |
| Double refraction | انكسار مضاعف |

(E)

| | |
|---|---|
| Echelon | شبكة مدرجة |
| Effect Doppler | مفعول دوبلر |
| Ellipticol | قطعي ناقصي (اهليليجي) |
| Extraordinary ray | شعاع شاذ (غريب) |

(F)

| | |
|---|---|
| Factor extinction | عامل التخامد |
| Filter | مرشح (فلتر) |
| Flux | تدفق |
| Focus | محرق |
| Fringes | أهداب |

(G)

| | |
|---|---|
| Gradient | تدرج |
| Group velocity | سرعة المجموعة |

## (H)

| | |
|---|---|
| Harmonic motion | حركة توافقية |
| Homogeneous | متجانس |
| Horizantal | افقي |

## (I)

| | |
|---|---|
| Iceland spar | بلورة البلق |
| Ideal | نموذجي |
| Illumination | اضاءة |
| Incoherent | غير مترابط |
| Index of refraction | قرينة الانكسار |
| Infra-red | تحت الأحمر |
| Instantaneous | آني |
| Intensity of luminous flux | شدة التدفق الضوئي |
| Interference | تداخل |
| Interferometer | مقياس تداخلي |
| Interferinge | البعد الهدبي |
| Isotropic | متماثل المناحي |

## (L)

| | |
|---|---|
| Lattice | شبكة |
| Lavorotatory | يسارية الدوران |
| Lens | عدسة |
| Luminous | ضياء |
| Luminous intensity | شدة الضوء |

(M)

| | |
|---|---|
| Macroscopic | جهري |
| Magnetic rotation | الدوران المغناطيسي |
| Microscopic | مجهري |
| Missing orders | الرتب المفقودة |
| Molar refraction | الانكسار الجزئي |
| Monochromatic | وحيد اللون |
| Multiple | متعدد |

(N)

| | |
|---|---|
| Newton's rings | حلقات نيوتن |
| Nicol | نيكول |
| Non-linear optics | ضوء لاخطي |

(O)

| | |
|---|---|
| Operator | موثر |
| Objective | جسمية |
| Opoque | معتم (عاتم) |
| Optical axis | محور ضوئي |
| Optical path | المسار الضوئي |
| Optics | علم الضوء |
| Optically flat | سطح مستوي ضوئيا |
| Order | رتبة |
| Ordinary ray | شعاع عادي |

(P)

| | |
|---|---|
| **Permeability** | نفوذية |
| **Permitivity** | سماحية |
| Phase | طور |
| Plate-half-wave | صفيحة نصف موجية |
| " -quarter-wave | " ربع موجية |
| Polarimeter | مقياس استقطابي |
| Polarizability | استقطابية |
| Polarizer | مقطب |
| Principal axis | محور أصلي |
| Principle of superposition | مبدأ التركيب |
| Prism | موشور |

(Q)

| | |
|---|---|
| Qurts | كوارتز |

(R)

| | |
|---|---|
| Radiant energy flux | تدفق الطاقة الاشعاعية |
| Reduced mass | كتلة مختزلة |
| Reflection total internal | انعكاس كلي داخلي |
| Resolving power | شدة التحليل |

(S)

| | |
|---|---|
| Scolar | سلمي |
| Scattering | تشتت |

| | |
|---|---|
| Slit | شق |
| Spectrum | طيف |
| Sectrometer | مقياس الطيف |
| Spherical wave | موجة كروية |
| (T) | |
| Theorem | دعوى (مبرهنة) |
| Transparent | شفاف |
| (U) | |
| Ultra-violet | فوق البنفسجي |
| Uncertainty principle | مبدأ الارتياب (الشك) |
| Unpolarized light | ضوء غير مستقطب |
| (V) | |
| Visibility | وضوح |
| (W) | |
| Wave | موجة |
| Wave front | صدر الموجة |
| Wave motion | حركة موجية |
| Wavelet | موجة ثانوية |
| Wedge | اسفين |
| (Z) | |
| Zone | منطقة |
| Zone plate | اللوح ذو المناطق |

| | | |
|---|---|---|
| **Abbe Ernst** | (1840-1905) | آبي |
| Arago | (1786-1853) | ارغو |
| Babinet Jaque | (1794-1872) | بابنيه |
| Doppler Cheristion | (1803-1853) | دوبلر |
| Fabry Charles | ( 1945 ) | فابري |
| Faraday Michael | (1791-1867) | فارادي |
| Fermat Pierre | (1601-1675) | فيرما |
| Fresnel Augustin Jean | (1787-1826) | فرنل |
| Fourieur Jean Baptiste | ( 1768 ) | فورييه |
| Galilei Galileo | (1564-1642) | غاليليه |
| Gauss Karl Friedrich | (1805-1855) | غوص |
| Helmholtz Hermann L. | (1821-1894) | هلمولتز |
| Hertz Heinrich | (1837-1894) | هرتز |
| Hooke Robert | (1635-1703) | هوك |
| Huyghens Christian | (1629-1695) | هويغنز |
| Jamin Jules C. | (1818-1886) | جامان |
| Joung Thomas | (1773-1829) | يونغ |
| Kirchhoff Gustav R. | (1824-1887) | كيرتشوف |
| Lagrange Joseph L. | (1736-1813) | لاغرانج |
| Lambert Johann H. | (1728-1777) | لامبرت |
| Lloyd H. | | لويد |

| | | |
|---|---|---|
| Lorentz Hendrick A. | (1853-1928) | لورانتز |
| Lummer Otto | (1860-1925) | لومر |
| Lyman Theodore | | لومين |
| Maxwell James C. | (1831-1879) | ماكسويل |
| Michelson Albert A. | (1852-1931) | ميكلسون |
| Newton Isaak | (1643-1727) | نيوتن |
| Nicol William | (1768-1851) | نيكول |
| Perot A. | | بيرو |
| Poisson Simeon Denis | (1781-1840) | بواسون |
| Poynting Henry | (1852-1914) | باونتنغ |
| Rayleigh Robert John | | رايلي |
| Rochon Alexis Marie | (1774-1817) | روشون |
| Stokes George | (1819-1903) | ستوكس |
| Weber | | فيبير |
| Zeeman Piter | (1865-1943) | زيمان |

## المراجع


1 ـ غ. س. لاندسبرغ ـ الضوء ـ موسكو (1976) .

2 ـ آ . استاخوف ـ يو . شيراكوف ـ كورس فيزياء 2 الحقل الكهرطيسي ـ موسكو (1980) .

3 ـ آ . غوردييف ـ آ . سيمينوف ـ الضوء ـ موسكو (1974) .

4 ـ شمس الدين علي ـ الضوء الفيزيائي والاطياف ـ سوريا (1978).

5 ـ عبدو مراد ـ الضوء الهندسي ـ حلب ـ سوريا (1982) .

6 ـ ج . بوك ـ ن . هيلين ـ كينغ ـ الامواج ـ الكهرطيسية ـ النسبية (كورس ) ـ باريس (1979) .

7 ـ سلسلة بيركلي للفيزياء(الجزء الثالث ) الامواج (النسخة الروسية ) (1984) .

8 ـ س. غ. كلاشنكوف ـ الكهرباء ـ موسكو (1985) .

9 ـ اي . تيرلسكي ـ يو . ريباكوف ـ الالكتروديناميك ـ موسكو (1980)

10 ـ غ . ببين ـ فيزياء الاهتزازات والامواج ـ لندن (1976) .

11 ـ آ . الكسييف ـ مسائل في الالكتروديناميك الكلاسيكي ـ موسكو (1977 ) .

12 ـ اي . ايرودف ـ مسائل في الفيزياء العامة ـ موسكو (1977).

13 ـ ف . باتيغين ـ اي . تابتيغين ـ مسائل في الالكتروديناميك موسكو (1962) .

14 ـ ل . غ . غريتشكو وآخرون ـ مسائل في الفيزياء النظرية ـ موسكو (المدرسة العليا ) (1984) .

15 ـ ف . مورزوف وآخرون ـ الفيزياء العامة مسائل وحلول ـ مينسك (1986) .

16 ـ ب. ب . بوخافتسييف وآخرون ـ مسائل في الفيزياء البسيطة موسكو (1974) .

17 ـ سلسلة شوم ـ الضوء (كورس ومسائل) ـ باريس (1985) .

18 ـ ن. هيلين ـ يونغ ـ النسبية والامواج الكهرطيسية (أعمال تطبيقية ) باريس ( 1972) .

19ـ أحمد الحصري ـ طاهر تربدار ـ مسائل محلولة في الفيزياء ـ مؤسسة الرسالة ـ دمشق ـ سوريا (1983) .

20 ـ فاروق تقلا ـ فيزياء الاهتزازات والامواج ـ سوريا (1982) .
21 ـ دويت هربرت برستول ـ جدول التكاملات (النسخة الروسية) موسكو (1966) .
22 ـ أحمد شفيق الخطيب ـ معجم المصطلحات العلمية والفنية والهندسية ـ بيروت (1978) .

## الفهرس