المراجعة العامة والنهائية فى جبر

المراجعة العامة والنهائية فى جبر

الصف الأول الإعدادى

الصف الأول الإعدادى

أولا القوى الصحيحة (السالبة وغير السالبة)

القواعد :

١) $\text{أ}^{\text{ن}} = \text{أ} \times \text{أ} \times \text{أ} \times$ ،،،،، ن من المرات

٢) $\text{أ}^{\text{م}} \times \text{أ}^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م} + \text{ن}}$ عند ضرب الأساسات المتشابهه نجمع الأسس

٣) $\text{أ}^{\text{م}} \div \text{أ}^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م} - \text{ن}}$ عند قسمة الأساسات المتشابهه نطرح الأسس

٤) $(\text{أ}\text{ب})^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{ن}} \times \text{ب}^{\text{ن}}$ يتم توزيع الأسس على الضرب

٥) $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}} = \frac{\text{أ}^{\text{ن}}}{\text{ب}^{\text{ن}}}$ يتم توزيع الأسس على القسمة

٦) $\text{أ}^{\text{صفر}} = ١$ أى عدد قوته صفر = ١

٧) $(\text{أ}^{\text{م}})^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{م} \times \text{ن}}$ أى اساس مرفوع لأسين فإنه مرفوع لحاصل ضربهما

٨) $\text{أ}^{-\text{ن}} = \frac{١}{\text{أ}^{\text{ن}}}$ أى أن $\text{أ}^{\text{ن}}$ هو المعكوس الضربى للعدد $\text{أ}^{-\text{ن}}$

ملاحظات مهمة :

١) تختفى الإشارة السالبة تحت الأس الزوجى وتظل موجودة تحت الأس الفردى

$(-٢)^{٤} = ٢^{٤}$ ، $(-٢)^{٥} = -٢^{٥}$

٢) $٣^{٤} \times ٣^{-٤} = ١$ لماذا ؟ ٣) $٥^{-٢} = \frac{١}{٢٥}$

أمثلة على القواعد السابقة :

مثال ١ : أوجد قيمة

١) $\left(\frac{١}{}\right)^{٤} = \frac{١}{} \times \frac{١}{} \times \frac{١}{} \times \frac{١}{} = \frac{١}{}$. ٢) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} = \frac{٢^{٢}}{٣^{٢}} = \frac{٤}{٩}$

٣) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{١٣} \div \left(\frac{٢}{٣}\right)^{١١} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{١٣-١١} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} = \frac{٢^{٢}}{٣^{٢}} = \frac{٤}{٩}$

٤) $\left(-\frac{٣}{٤}\right)^{٧} \div \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥} = -\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٧} \div \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥}$ حيث الأس الفردى لا يؤثر فى الإشارة

$= -\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٧-٥} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢} = \frac{٩}{١٦}$

٥) $\left(\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٣}\right)^{٢} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٦} = \frac{٧٢٩}{١٦}$ ٦) $٣^{-١} = \frac{١}{٣}$

٧) $٢^{-٣} = \frac{١}{٢^{٣}} = \frac{١}{٨}$ ٨) $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{-٢} = \left(\frac{٤}{٣}\right)^{٢} = \frac{١٦}{٩}$

مثال ٢ : أختصر لأبسط صورة

١) $\frac{٨ \times ٨^{-٢}}{٨^{-٣}}$ ٢) $\frac{٧^{-٢} \times ٧^{٥}}{٧^{٣}}$ ٣) $\left(\frac{٩^{٣} \times ٩}{٩^{٥}}\right)^{-٣}$

الحل

١) $\frac{٨ \times ٨^{-٢}}{٨^{-٣}} = ٨^{١-٢+٣} = ٨^{٢} = ٦٤$

٢) $\frac{٧^{-٢} \times ٧^{٥}}{٧^{٣}} = ٧^{-٢+٥-٣} = ٧^{٠} = ١$

٣) $\left(\frac{٩^{٣} \times ٩}{٩^{٥}}\right)^{-٣} = (٩^{٣+١-٥})^{-٣} = (٩^{-١})^{-٣} = ٩^{٣} = ٧٢٩$

مثال ٣ : أوجد قيمة ما يأتى :

١) إذا كانت س = $-\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{٣}{٤}$ أوجد قيمة $\left(\frac{\text{ص}}{\text{س}^{٢}}\right)^{-٢}$

الحل

المقدار = $\left(\frac{\text{ص}}{\text{س}^{٢}}\right)^{-٢} = (\text{ص} \times \text{س}^{-٢})^{-٢}$

$= \left(\frac{٣}{٤} \times \left(-\frac{١}{٢}\right)^{-٢}\right)^{-٢} = \left(\frac{٣}{٤} \times \left(\frac{٢}{١}\right)^{٢}\right)^{٢}$

$= \left(\frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{١}\right)^{٢} = (٣)^{٢} = ٩$

٢) إذا كانت س = $-\frac{٣}{٢}$ ، ص = $-\frac{٤}{٣}$ فأوجد فى ابسط صورة $\left(\frac{\text{ص}}{\text{س}}\right)^{٢}$

الحل

المقدار = $\left(\frac{\text{ص}}{\text{س}}\right)^{٢} = (\text{ص} \div \text{س})^{٢} = \left(-\frac{٤}{٣} \div -\frac{٣}{٢}\right)^{٢}$

$= \left(-\frac{٤}{٣} \times -\frac{٢}{٣}\right)^{٢} = \left(\frac{٨}{٩}\right)^{٢} = \frac{٦٤}{٨١}$

تدريبات على ما سبق :

١) أوجد قيمة :

⊙ $٣^{-٢}$ ⊙ $(٢^{٢} \times ٥^{-٢})^{٢}$ ⊙ $٢^{٣} \times ٧^{-٢}$

٢) أختصر لأبسط صورة :

⊙ $\frac{٢^{-٢} \times ٢^{٥}}{٢^{٣}}$ ⊙ $\left(\frac{٤^{-٢} \times ٣}{٤^{-٦}}\right)^{-٣}$ ⊙ $\left(-\frac{٢}{٣}\right)^{-٣}$

٣) إذا كانت س = $\frac{-٢}{٥}$ ، ص = $\frac{٣}{٥}$ أوجد قيمة :

$(\text{س} \div \text{ص})^{٢}$ ، $(\text{س}^{٢} \times \text{ص})$

الصورة القياسية للعدد

القاعدة

العدد يكون على الصورة القياسية إذا كان فى الصورة

$\Leftarrow$ $م \times ١٠^{ن}$ بحيث $٠ < م \le ١٠$

ملاحظات مهمة :

عندما تتحرك العلامة العشرية لليسار يكون الأس موجب

عندما تتحرك العلامة العشرية لليمين يكون الأس سالب

أمثلة على الصورة القياسية

مثال ١ : ضع على الصورة القياسية كلا من الأعداد الأتية :

١) ٦٧٠٠٠٠٠ ٢) $٠{,}٠٠٠٠٠٠٤٥٦$ ٣) ٥مليون

الحل

١) $٦٧٠٠٠٠٠ = ٦{,}٧ \times ١٠^{٦}$ تحركت العلامة ٦ حركات لليسار

٢) $٠{,}٠٠٠٠٠٠٤٥٦ = ٤{,}٥٦ \times ١٠^{-٧}$ ٧ حركات لليمين

٣) ٥ مليون = $٥٠٠٠٠٠٠ = ٥ \times ١٠^{٦}$ العدد ٥ امامه ٦ اصفار

مثال ٢ : ضع الأعداد على الصورة القياسية :

١) ٦٨×١٠^{٥} ٢) ٧٥٠×١٠^{-٩} ٣) $٠{,}٠٧٥ \times ١٠^{٨}$

الحل

١) $٦٨ \times ١٠^{٥} = ٦{,}٨ \times ١٠^{٥+١} = ٦{,}٨ \times ١٠^{٦}$

٢) $٧٥٠ \times ١٠^{-٩} = ٧{,}٥ \times ١٠^{-٩-٢} = ٧{,}٥ \times ١٠^{-١١}$

٣) $٠{,}٠٧٥ \times ١٠^{٦} = ٧{,}٥ \times ١٠^{٦-٢} = ٧{,}٥ \times ١٠^{٤}$

مثال ٣ : أوجد قيمة ن فيما يلى :

١) $٣٥٠٠٠٠٠ = ٣{,}٥ \times ١٠^{ن}$ ٢) $٠{,}٠٠٠٠٠٠٢٣٥ = ٢{,}٣٥ \times ١٠^{ن}$

٣) $(٠{,}٠٠٤)^{٢} = ١{,}٦ \times ١٠^{ن}$ ٤) $٠{,}٠٠٠٠٠٠٠٠٦ = ٦ \times ١٠^{ن}$

الحل

١) $٣٥٠٠٠٠٠ = ٣{,}٥ \times ١٠^{ن} = ٣{,}٥ \times ١٠^{٦} \Rightarrow ن = ٦$

٢) $٠{,}٠٠٠٠٠٠٢٣٥ = ٢{,}٣٥ \times ١٠^{ن} = ٢{,}٣٥ \times ١٠^{-٦} \Rightarrow ن = -٦$

٣) $(٠{,}٠٠٤)^{٢} = ١{,}٦ \times ١٠^{ن} = ٠{,}٠٠٠٠١٦ = ١{,}٦ \times ١٠^{-٥}$

$\Rightarrow ن = -٥$

٤) $٠{,}٠٠٠٠٠٠٠٠٦ = ٦ \times ١٠^{ن} = ٦ \times ١٠^{-٨} \Rightarrow ن = -٨$

مثال ٤ : أوجد قيمة ما يلى فى الصورة القياسية :

١) $٢{,}٣ \times ١٠^{٥} + ٣{,}١ \times ١٠^{٤}$ ٢) $٥{,}٤ \times ١٠^{٧} - ٢{,}٣ \times ١٠^{٦}$

٣) $(٢{,}٤ \times ١٠^{٥}) \times (٣ \times ١٠^{٣})$ ٤) $(٣{,}٩ \times ١٠^{٨}) \div (٠{,}٣ \times ١٠^{٣})$

الحل

١) $٢{,}٣ \times ١٠^{٥} + ٣{,}١ \times ١٠^{٤} = ٢{,}٣ \times ١٠ \times ١٠^{٤} + ٣{,}١ \times ١٠^{٤}$

$= ٢٣ \times ١٠^{٤} + ٣{,}١ \times ١٠^{٤} = (٢٣ + ٣{,}١) \times ١٠^{٤}$

$= ٢٦{,}١ \times ١٠^{٤} = ٢{,}٦١ \times ١٠^{٤+١} = ٢{,}٦١ \times ١٠^{٥}$

٢) $٥{,}٤ \times ١٠^{٧} - ٢{,}٣ \times ١٠^{٦} = ٥{,}٤ \times ١٠ \times ١٠^{٦} - ٢{,}٣ \times ١٠^{٦}$

$= ٥٤ \times ١٠^{٦} - ٢{,}٣ \times ١٠^{٦} = (٥٤ - ٢{,}٣) \times ١٠^{٦} =$

$= ٥١{,}٧ \times ١٠^{٦} = ٥{,}١٧ \times ١٠^{٦+١} = ٥{,}١٧ \times ١٠^{٧}$

٣) $(٢{,}٤ \times ١٠^{٥}) \times (٣ \times ١٠^{٣}) = ٢{,}٤ \times ٣ \times ١٠^{٥} \times ١٠^{٣}$

$= ٧{,}٢ \times ١٠^{٨}$

٤) $(٣{,}٩ \times ١٠^{٨}) \div (٠{,}٣ \times ١٠^{٣}) = (٣{,}٩ \div ٠{,}٣) \times ١٠^{٨-٣}$

$= ١٣ \times ١٠^{٥} = ١{,}٣ \times ١٠^{٥+١} = ١{,}٣ \times ١٠^{٦}$

ترتيب إجراء العمليات الرياضية

القاعدة:

عند إجراء مجموعة من العمليات الرياضية على مقدار يراعى الترتيب للعمليات كالتالى :

١) إجراء العمليات داخل الأقواس الداخلية ثم الخارجية اولا

٢) حساب قوى العدد

٣) إجراء الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار

٤) إجراء الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار

أمثلة على الصورة القياسية

مثال ١ : أوجد قيمة المقادير الأتية

١) $٩ + ٤ \times ٣^{٢}$ ٢) $٤ \times ٢^{٣} - ٢٠$ ٣) $٤ \times ٧ - ٣^{٢}$

الحل

١) $٩ + ٤ \times ٣^{٢} = ٩ + ٤ \times ٩ = ٩ + ٣٦ = ٤٥$

٢) $٤ \times ٢^{٣} - ٢٠ = ٤ \times ٨ - ٢٠ = ٣٢ - ٢٠ = ١٢$

٣) $٤ \times ٧ - ٣^{٢} = ٤ \times ٧ - ٩ = ٢٨ - ٩ = ١٩$

مثال ٢ : اوجد قيمة المقادير الأتية :

١) $٢ - [(٧ - ٣) - ٢]$ ٢) $٧(٦^{٢} \div ٢ \times ٣)$

٣) $١٢(٢^{٢}) \div ٢٤ + ٣^{٢}$ ٤) $٢[(٥^{٢} + ١) - (٤^{٢} - ١)]$

الحل

١) $٢ - [(٧ - ٣) - ٢] = ٢ - [٤ - ٢] = ٢ - ٢ =$ صفر

٢) $٧(٦^{٢} \div ٢ \times ٣) = ٧(٣٦ \div ٢ \times ٣) = ٧(١٨ \times ٣)$

$= ٧ \times ٥٤ = ٣٧٨$

٣) $١٢(٢^{٢}) \div ٢٤ + ٣^{٢} = ١٢ \times ٤ \div ٢٤ + ٣^{٢} = ١٢ \times ٤ \div ٢٤ + ٩$

$= ٤٨ \div ٢٤ + ٩ = ٢ + ٩ = ١١$

٤) $٢[(٥^{٢} + ١) - (٤^{٢} - ١)] = ٢[(٢٥ + ١) - (١٦ - ١)]$

$= ٢[٢٦ - ١٥] = ٢ \times ١١ = ٢٢$

مثال ٣ : اوجد قيمة ما يلى

١) $\frac{٥ + ٢ \times ٥}{٢^{٢} + ١} + ٥^{٢} - ٥$ ٢) $\frac{٣^{٢} \times ٦ \div ٣}{٢ \times ١ + (٣ + ١)}$

الحل

١) $\frac{٥ + ٢ \times ٥}{٢^{٢} + ١} + ٥^{٢} - ٥ = \frac{٥ + ٢ \times ٥}{٤ + ١} + ٥^{٢} - ٥$

$= \frac{٥ + ١٠}{٤ + ١} + ٥^{٢} - ٥ = \frac{١٥}{٥} + ٥^{٢} - ٥ = ٣ + ٢٥ - ٥ = ٢٣$

٢) $\frac{٣^{٢} \times ٦ \div ٣}{٢ \times ١ + (٣ + ١)^{٢}} = \frac{٣^{٢} \times ٦ \div ٣}{٢ \times ١ + ٤^{٢}} = \frac{٩ \times ٦ \div ٣}{٢ \times ١ + ١٦}$

$= \frac{٥٤ \div ٣}{٢ \times ١ + ١٦} = \frac{٥٤ \div ٣}{٢ + ١٦} = \frac{١٨}{١٨} = ١$

الجذر التربيعي للعدد النسبي المربع الكامل

القاعدة :

الجذر التربيعى للعدد النسبى م :
هو العدد الذى مربعه = م ويرمز له بالرمز $\sqrt{\ }$ ودليله = ٢
فمثلا $\sqrt{٩}$ = العدد الذى مربعه ٩ وهو ± ٣

ملاحظات مهمة :

١) $\sqrt{١٦}$ تعنى الجذر التربيعى الموجب للعدد ١٦ = ٤
٢) $-\sqrt{١٦}$ يقصد بها الجذر السالب لـ ١٦ وهو = - ٤
٣) $\pm\sqrt{١٦}$ تعنى الجذرين التربيعى الموجب والسالب = ±٤
٤) $\sqrt{م^{٢}} = |م|$ لأن التربيع يبدد الإشارة والجذر
٥) $\sqrt{\frac{م}{ب}} = \frac{\sqrt{م}}{\sqrt{ب}}$ ∀ ب ≠ ٠
٦) $\sqrt{-١٦}$ = ليس لها معنى
٧) $\sqrt{م^{ن}} = م^{\frac{ن}{٢}}$ ⟸ أى أنه عند التخلص من الجذر التربيعى نقسم الأس على ٢ ⟸ $\sqrt{م^{١٢}} = م^{٦}$ أو $\sqrt{س^{٦}} = س^{٣}$

أمثلة على الصورة القياسية

مثال١ : أوجد قيمة ما يلى :

١) $\sqrt{(-٥)^{٢}}$ ٢) $\sqrt{١,٤٤}$ ٣) $\sqrt{٦\frac{١}{٤}}$

الحل

١) $\sqrt{(-٥)^{٢}} = |-٥| = ٥$ لأن التربيع يبدد الإشارة والجذر
٢) $\sqrt{١,٤٤} = \sqrt{\frac{١٤٤}{١٠٠}} = \frac{\sqrt{١٤٤}}{\sqrt{١٠٠}} = \frac{١٢}{١٠} = ١,٢$
٣) $\sqrt{٦\frac{١}{٤}} = \sqrt{\frac{٢٥}{٤}} = \frac{\sqrt{٢٥}}{\sqrt{٤}} = \frac{٥}{٢} = ٢,٥$

مثال ٢ : أختصر لأبسط صورة كلا مما يأتي :

١) $\sqrt{٣^{٢} + ٤^{٢}}$ ٢) $\sqrt{١٠^{٢} - ٨^{٢}}$
٣) $(\frac{-١}{٣})^{٢} + \sqrt{\frac{٦٤}{٨١}} - (\frac{٣}{٧})^{صفر}$ ٤) $\sqrt{\frac{٢٥ص^{٨} س^{٦}}{٣٦}}$
٥) $(\frac{-٣}{٧})^{صفر} \times (\frac{-٢}{٥})^{٢} \times \sqrt{٦\frac{١}{٤}}$

الحل

١) $\sqrt{٣^{٢} + ٤^{٢}} = \sqrt{٩+١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$
٢) $\sqrt{١٠^{٢} - ٨^{٢}} = \sqrt{١٠٠ - ٦٤} = \sqrt{٣٦} = ٦$
٣) $(\frac{-١}{٣})^{٢} + \sqrt{\frac{٦٤}{٨١}} - (\frac{٣}{٧})^{صفر} = \frac{١}{٩} + \frac{٨}{٩} - ١$
$= \frac{١ + ٨ - ٩}{٩} = \frac{صفر}{٩} = صفر$
٤) $\sqrt{\frac{٢٥ص^{٨} س^{٦}}{٣٦}} = \frac{٥ص^{٤} س^{٣}}{٦}$
٥) $(\frac{-٣}{٧})^{صفر} \times (\frac{-٢}{٥})^{٢} \times \sqrt{٦\frac{١}{٤}} = ١ \times \frac{٤}{٢٥} \times \sqrt{\frac{٢٥}{٤}}$
$= ١ \times \frac{٤}{٢٥} \times \frac{٥}{٢} = \frac{٢}{٥}$

حل المعادلات فى ن

القاعدة :

عند حل المعادلة يجب أن نضع كل المجاهيل فى طرف والأعداد فى طرف أخر وذلك إما بإضافة المعكوس الجمعى للطرفين أو نقل الحد الجبرى مباشرة بإشرة مخالفة

أمثلة على المعادلات

مثال١ : أوجد مجموعة حل كلا من المعادلات الأتية فى

١) ٣ س + ٢ = ٨ ∀ س ∈ ن   ٢) ٣ - ٤ س = - ٥ ∀ س ∈ ن
٣) ٣ س + ٥ = ١١ ، س ∈ ن   ٤) ٣ س + ١ = ٢٥ ، س ∈ ن

الحل

١) ٣ س + ٢ = ٨ ⟸ ٣ س = ٨ - ٢ = ٦
⟸ س = $\frac{٦}{٣}$ = ٢ ∈ ص ⟸ م.ح = { ٢ }

٢) ٣ - ٤ س = - ٥ ⟸ - ٤ س = - ٥ - ٣ = - ٨
∴ س = $\frac{-٨}{-٤}$ = ٢ ∈ ص ⟸ م.ح = { ٢ }

٣) ٣ س + ٥ = ١١ ⟸ ٣ س = ١١ - ٥ = ٦ ⟸ س = $\frac{٦}{٣}$ = ٢
م.ح = { ٢ }

٤) متروك

مثال ٢ : أوجد مجموعة حل المعادلات الأتية :

١) ٢ س - ٥ = ٥ س + ٤ ∀ س ∈ ن
٢) ٥ س - ٤ = ٢ س + ١١ ∀ س ∈ ن
٣) ٣(٢ س - ٨) - (٢ س + ٢) = س - ٣ ∀ س ∈ ن

الحل

١) ٢ س - ٥ = ٥ س + ٤ ⟸ ٢ س - ٥ س = ٤ + ٥
- ٣ س = ٩ ⟸ س = $\frac{٩}{-٣}$ = -٣ ∈ ن
∴ م.ح = { - ٣ }

٢) ٥ س - ٤ = ٢ س + ١١ ⟸ ٥ س - ٢ س = ١١ + ٤
٣ س = ١٥ ⟸ س = $\frac{١٥}{٣}$ = ٥ ∈ ن
∴ م.ح = { ٥ }

٣) ٣(٢ س - ٨) - (٢ س + ٢) = س - ٣
٦ س - ٢٤ - ٢ س - ٢ = س - ٣ ⟸ ٤ س - ٢٦ = س - ٣
٤ س - س = - ٣ + ٢٦ ⟸ ٣ س = ٢٣ ⟸ س = $\frac{٢٣}{٣}$ ∈ ن
∴ م.ح = { $\frac{٢٣}{٣}$ }

حل المتباينات في ص

القاعدة :

إذا كانت أ > ب وكانت جـ > ٠ ، د < ٠ فإن :

١) أ + جـ > ب + جـ ٢) أ − جـ > ب − جـ

٣) أ جـ > ب جـ ٤) أ ÷ جـ > ب ÷ جـ

٥) أ د < ب د ٦) أ ÷ د < ب ÷ د

امثلة على ما سبق

مثال ١ : أوجد مجموعة حل المتباينات الأتية ممثلا الناتج على خط الأعداد وبالصفة المميزة

١) ٤ س − ٥ > ٧ ∀ س ∈ ص ٢) ٢ س − ١ ≤ ٥ ∀ س ∈ ص

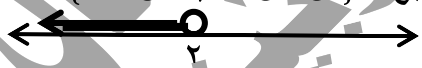
٣) ٢ س + ١٥ > ١٩ س ∈ ص ٤) ٢س + ٣ ≥ ٧ ، س ∈ ص

الحل

١) ٤س − ٥ > ٧ ⟸ ٤ س > ٧ + ٥ ⟸ ٤ س > ١٢

⟸ س > $\frac{١٢}{٤}$ ، س > ٣

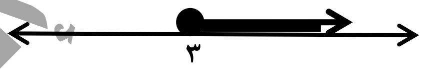
∴ م ح = { س : س ∈ ص ، س > ٣ }



٢) ٢ س − ١ ≤ ٥ ⟸ ٢ س ≤ ٥ + ١

٢ س ≤ ٦ بقسمة الطرفين على ٢ ⟸ س ≤ $\frac{٦}{٢}$ ⟸ س ≤ ٣

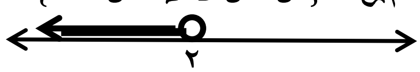
∴ م ح = { س : س ∈ ص ، س ≤ ٣ }



٣) ٢ س + ١٥ > ١٩ ⟸ ٢ س > ١٩ − ١٥

٢ س > ٤ بقسمة الطرفين على ٢ ⟸ س > $\frac{٤}{٢}$ ⟸ س > ٢

∴ م ح = { س : س ∈ ص ، س > ٢ }



٤) متروك للطالب

مثال ٢ : أوجد مجموعة حل المتباينات الأتية فى ص

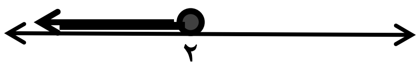
١) ٣س − ١ ≥ ٢ س + ٣ ٢) ٣ س − ٥ ≤ ٧ س + ٧

٣) −٢ (س+ ١) ≥ ٣ (س+٢) ٤) ٥ س + ٣ ≥ ٢ س − ٩

الحل

١) ٣س − ١ ≥ ٢ س + ٣ ⟸ ٣ س − ٢ س ≥ ٣ + ١

⟸ س ≥ ٤ ∴ م ح = { س : س ∈ ص ، س ≥ ٤ }

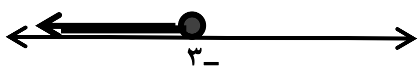


٢) ٣ س − ٥ ≤ ٧ س + ٧ ⟸ ٣ س − ٧ س ≤ ٧ + ٥

− ٤ س ≤ ١٢ بقسمة الطرفين على − ٤

س ≥ $\frac{١٢}{-٤}$ ⟸ س ≥ − ٣

∴ م ح = { س : س ∈ ص ، س ≥ − ٣ }

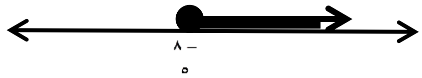


٣) −٢ (س+ ١) ≥ ٣ (س+٢)

−٢ س −٢ ≥ ٣ س + ٦ ⟸ − ٢ س − ٣ س ≥ ٦ + ٢

− ٥ س ≥ ٨ (بقسمة الطرفين على − ٥)

س ≤ $\frac{٨}{-٥}$ ⟸ ∴ م ح = { س : س ∈ ص ، س ≤ $\frac{-٨}{٥}$ }



٤) متروك للطالب

تطبيقات على حل المعادلات

ملاحظات مهمة :

١) إذا ذكر عددان أحدهما ضعف الأخر أو أحدهما نصف الأخر فنفرضهما س ، ٢ س

٢) أحدهما ثلاثة أمثال الأخر أو أحدهما ثلث الأخر فنفرضهما س ، ٣س

٣) إذا كان عمر أحمد الأن س فإن عمره بعد ٣ سنوات هو س + ٣ وعمره قبل ٥ سنوات هو س − ٥

٤) محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢
أما المساحة = الطول × العرض

٥) ثلاثة أعداد طبيعية أو صحيحة متتاليه س ، س+١ ، س+٢

٦) ثلاثة أعداد زوجية أو فردية متتالية هى س ، س+ ٢ ، س + ٤

٧) عددان أحدهما (يزيد ، يقل ، الفرق بينهما) عن الأخر بمقدار ٣ نفرضهما س ، س+ ٣ أو س ، س − ٣ بصفة عامة

مثال ١ : مستطيل طوله ضعف عرضة فإذا كان المحيط ٣٦ أوجد كلا من الطول والعرض

الحل

نفرض أن العرض = س ⟸ ∴ الطول ٢ س ∵ المحيط = ٣٦

∴ ٢ (س + ٢س) = ٣٦ ⟸ ٢ × ٣ س = ٣٦

⟸ ٦ س = ٣٦ ⟸ س = $\frac{٣٦}{٦}$ = ٦

∴ العرض = ٦ ، الطول = ٢ × ٦ = ١٢

مثال ٢ : عددان طبيعيان الفرق بينهما ٥ ومجموعهما ١٥ فما العددان

الحل

الفر بينهما ٥ ∴ نفرضهما س ، س+ ٥

ومجموعهما ١٥ ∴ س + (س + ٥) = ١٥

س + س + ٥ = ١٥ ⟸ ٢ س + ٥ = ١٥ ⟸ ٢ س = ١٥ − ٥

٢ س = ١٠ ⟸ س = ٢

العدد الأول = س = ٢

العدد الثانى = س + ٥ = ٢ + ٥ = ٧

مثال ٣ : ثلاث شقيقات أعمارهن الان ٢٥ سن وكانت الكبرى أكبر من الوسطى بـ ٣ سنوات والوسطى أكبر من الصغرى بسنتين فما عمر كلا منهما

الحل

نفرض أن عمر الوسطى = س ⟸ عمر الكبرى يكون س + ٣

ويكون عمر الصغرى = س − ٢

مجموع الأعمار الثلاثة = ٢٥ ∴ س + ٣ + س + س − ٢ = ٢٥

٣ س + ١ = ٢٥ ⟸ ٣ س = ٢٥ − ١ = ٢٤

⟸ ٣ س = ٢٤ ⟸ س = ٨

عمر الوسطى − س = ٨

عمر الكبرى = س + ٣ = ٨ + ٣ = ١١

عمر الصغرى = س − ٢ = ٨ − ٢ = ٦

الإحصاء

التجربة العشوائية :

هى تلك التجربة التى يمكن التنبؤ بجنيع نتائجها ولا يمكن الجزم بأياً من هذه النتائج يحدث

فضاء العينة :

هو كل نواتج تالتجربة العشوائية

الحدث :

هو جزء من فضاء العينة وأنواعه

١) حدث بسيط : هو حدث يحتوى على ناتج واحد فقط ويسمى احيانا بالحدث الأولى

٢) الحدث المؤكد : هو حدث يتميز بالتالى :

⊙ إحتماله = ١ أو ١٠٠ ٪ ⊙ له نفس نواتج فضاء العينة

⊙ يرمز له بالرمز ف

٣) الحدث المستحيل : هو حدث يتميز بالتالى :

⊙ إحتماله = صفر أو صفر ٪ ⊙ ليس به أى نواتج

⊙ يرمز له بالرمز ∅

ملحوظة مهمة :

قيمة أى إحتمال تنحصر بين الصفر والواحد الصحيح

أى أن إذا كان ل(أ) إحتمال وقوع حدث معين فإن :

٠ ≤ ل(أ) ≤ ١

قاعدة الإحتمالين النظرى والعملى :

$$\text{إحتمال وقوع أى حدث} = \frac{\text{عدد نواتج هذا الحدث}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

ن(أ) عدد نواتج الحدث أ ن(ف) عدد نواتج فضاء العينة

فيكون القانون رياضيا :

$$\text{ل(أ)} = \frac{\text{ن(أ)}}{\text{ن(ف)}}$$

أمثلة على الإحتمال

مثال ١ : فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الرقم الظاهر على الوجه العلوى أكتب فضاء العينة ثم أوجد قيمة الإحتمالات الأتية :

أ إحتمال ظهور عدد فردى ب إحتمال ظهور عدد زوجى

ج إحتمال ظهور عدد أولى د إحتمال ظهور عدد زوجى وأولى

هـ إحتمال ظهور عدد زوجى أو أولى

و إحتمال ظهور عدد أكبر من ٦

ز إحتمال ظهور عدد أق من ٧

الحل

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ن(ف) = ٦

أ ={١، ٣، ٥} ن(أ) = ٣ ⟸ $\text{ل(أ)} = \frac{\text{ن(أ)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

ب={٢، ٤، ٦} ن(ب) = ٣ ⟸ $\text{ل(ب)} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

ج= {٢ ، ٣ ، ٥} ن(ج) = ٣ ⟸ $\text{ل(ج)} = \frac{\text{ن(ج)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

د ={٢} ن(د)=١ ⟸ $\text{ل(د)} = \frac{\text{ن(د)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{١}{٦}$ (حدث بسيط)

هـ = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ن(هـ) = ٥

$\text{ل(هـ)} = \frac{\text{ن(هـ)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{٥}{٦}$

و = { ∅ } ن(ف) = صفر ⟸ $\text{ل(و)} = \frac{\text{ن(و)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{\text{صفر}}{٦}$

ل(و) = صفر (حدث مستحيل)

ز = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ن(ز) = ٦

$\text{ل(ز)} = \frac{\text{ن(ز)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{٦}{٦} = ١$ (حدث مؤكد)

مثال ٢ : صندوق يحتوى على ٥ كرات بيضاء ، ٤ كرات سوداء ، ٧ كرات حمراء سحبت كرة واحدة عشوائيا من هذا الصندوق أكتب فضاء العينة ثم أوجد إحتمالات الأتية :

أ حدث أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء

ب حدث أن تكون الكرة المسحوبة حمراء

ج حدث أن تكون الكرة المسحوبة ليست بيضاء

الحل

ف = { ٥ بيضاء ، ٤ سوداء ، ٧ حمراء }

ن(ف) = ٥ + ٤ + ٧ = ١٦

أ = {٥ بيضاء } ن(أ)= ٥ ⟸ $\text{ل(أ)} = \frac{\text{ن(أ)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{٥}{١٦}$

ب= { ٧ حمراء } ن(ب)= ٧ ⟸ $\text{ل(ب)} = \frac{\text{ن(ب)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{٧}{١٦}$

ج = {٤ سوداء ، ٧ حمراء } ن(ج)= ٤ + ٧ = ١١

$\text{ل(ج)} = \frac{\text{ن(ج)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{١١}{١٦}$

مثال ٣ : فصل دراسى به ٤٠ طالب نجح منهم ٣٨ طالب فى الرياضيات ، ٣٦ طالب قد نجح فى العلوم ، ٣٤ طالب نجح فى الإمتحانين معا فاذا أختير طالب عشوائيا أوجد إحتمال أن يكون هذا الطالب المختار :

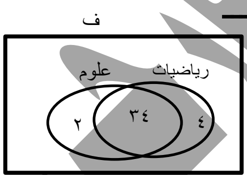
أ ناجحا فى الرياضيات ب راسبا فى العلوم

ج ناجحا فى العلوم د راسبا فى الرياضيات والعلوم

الحل

ف = { ٤٠ طالب } ن(ف) = ٤٠

يمكن الإستعانة بشكل فن كالتالى :



أ = { ٣٨ طالب} ن(أ) = ٣٨

$\text{ل(أ)} = \frac{\text{ن(أ)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{٣٨}{٤٠} = \frac{١٩}{٢٠}$

ب={٤ طلاب} ن(ب)=٤ ⟸ $\text{ل(ب)} = \frac{\text{ن(ب)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{٤}{٤٠} = \frac{١}{١٠}$

ج = {٣٤ طالب } ن(ج) = ٣٤

$\text{ل(ج)} = \frac{\text{ن(ج)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{٣٤}{٤٠} = \frac{١٧}{٤٠}$

د = { ∅ } ن(د)= صفر ⟸ ل(د) = صفر

تدريبات :

١) من مجموعة الأرقام { ٢ ، ٣ ، ٥ } كون عددا من رقمين , ما إحتمال كل من الأحداث الأتية :

ﺃ) حدث أن يكون رقم العشرات فرديا   ب) رقم الأحاد فرديا

ج) مجموع الرقمين ٧   ء) حاصل ضرب الرقمين ١٥

٢) سحبت بطاقة واحدة عشوائيا من ثمانى بطاقات مرقمة من ١ إلى ٨ أكتب فضاء العينة ثم أوجد الإحتمالات الأتية :

ﺃ) حدث الحصول على عدد زوجى   ب) على عدد فردى

ج)على عدد أكبر من أو يساوى ٦   ء)عدد يقبل القسمة على ٣

أكمل كلا مما يأتى :

١) $-٣ﺃ ب^{٢} \times ٢ﺃ^{٢} ب^{٣}$ = ...

٢) $\sqrt{١٦+٩}$ = ...

٣) ٢×٤ - ٢١ ÷ ٧ = ...

٤) $\sqrt{١٠٠ - ٦٤}$ = ...

٥) $\sqrt{١٠^{٢} - ٦^{٢}}$ = ...

٦) إذا كان س + ٩ = ١١ فإن قيمة ٧ س = ...

٧) ضعف العدد س مطروحا من ٣ = ...

٨) إذا كان ﺃ جـ > ب جـ فإن ﺃ ...... (حيث جـ > ٠)

٩) إحتمال وقوع الحدث المؤكد = ...

١٠) عند إلقاء حجر نرد مرة واحدة فإن إحتمال ظهور العدد ٣ على الوجه العلوى = ...

١١) إذا أختير رقم عشوائيا من الأرقام ٣٧٤٥٠ فإن إحتمال أن يكون الرقم المختار زوجيا = ...

١٢) إحتمال أى حدث لا يقل عن .... ، ولا يزيد عن ....

١٣) عند إلقاء حجر نرد مرة واحدة فإن إحتمال ظهور عدد فردى على الوجه العلوى = ...

١٤) إذا كان إحتمال نجاح طالب = ٠,٨٥ فإن إحتمال رسوبه = ...

١٥) ٢×٦ - ٤÷٢ = ...

١٦) إذا كان ٧ - ٢ س = ٣ فإن س = ...

١٧) إذا كان ٣ س + ١ ≤ ١٠ فإن س ≤ ....

١٨) الصورة القياسية للعدد ٠,٧ × ٠,٠٠٥ = ...

١٩) إذا كان عدد تلاميذ فصل ٣٦ تلميذ منهم ٢٠ ولد فإذا أختير تاميذ عشوائيا فإن إحتمال أن يكون هذا التلميذ بنتا = ...

٢٠) $(\frac{-٢}{٣})^{صفر}$ = ...   ٢١) $\sqrt{\frac{١٦}{٤٩}}$ = ...

٢٢) إحتمال الحدث المستحيل = ...

٢٣) أكمل بنفس التسلسل ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٨ ، ..... ، ....

٢٤) إذا كان إحتمال غياب أحد التلاميذ فى أحد الأيام هو ٠,١٥ فإذا كان عدد تلاميذ المدرسة ٦٠٠ فإن عدد التلاميذ الحاضرين فى هذا اليوم = ...

٢٥) إحتمال الحدث المؤكد = ...

٢٦) مجموعة حل المعادلة ٢ س + ٣ = ٤ هى ....

٢٧) إذا كان الزوج المرتب (٢ ، -١) يحقق العلاقة ص - ك س = ١١ فإن ك = ...

٢٨) ٠,٠٠٠٣٧ = $٣,٧ \times ١٠^{ن}$ فإن قيمة ن = ...

٢٩) عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن إحتمال ظهور صورة = ...

٣٠) مجموعة حل المتباينة ٢ ≤ س ≤ ٤ فى ط = ...

٣١) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن إحتمال ظهور عدد زوجى = ...

٣٢) إذا كان $\frac{س}{ص} = \frac{٧}{٢}$ فإن $\frac{٢س}{٧ص}$ = ...

٣٤) إذا كان ﺃ = ٠,٠٠٠٠٦٢٥ فإن $\sqrt{ﺃ} = ٢,٥ \times ١٠^{......}$

٣٥) ربع العدد $٤^{٢٠}$ = ...

٣٦) ناتج المقدار $(\frac{-١}{٣})^{٢} - (\frac{-١}{٢})^{٣}$ = ...

تخير الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس

١) $٧,٣٥ \times ١٠^{-٤}$ =

{ ٠,٠٠٠٧٣٥ ، ٠,٠٠٧٣٥ ، ٠,٠٧٣٥ ، ٧٣٥٠ }

٢) $\sqrt{(\frac{-٢}{٣})^{٢}}$ = ,,,, { $\frac{-٤}{٩}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٤}{٩}$ }

٣) $٢^{١٠} + ٢^{١٠}$ = ,,, { $٢^{١٠}$ ، $٢^{١١}$ ، $٢^{٢٠}$ ، $٢^{٣٠}$ }

٤) إذا كان عمر عامر الان س فإن عمره منذ ٥ سنوات يساوى ...... { ٥ س ، ٥+ س ، ٥ - س ، س - ٥ }

٥) $٢^{٤} \times ٣^{٤}$ = ... { $٥^{٤}$ ، $٦^{٤}$ ، $٦^{٨}$ ، $٦^{١٦}$ }

٦) إذا كان س = ٠,٠٠٠٩ فإن $\sqrt{س}$ = ...

{ ٠,٠٠٠٣ ، ٠,٠٠٠٨١ ، ٠,٠٠٣ ، ٠,٠٣ }

٧) أيا من الأتى هو الأصغر ؟

{ ٣١٤×١٠^{٣} ، $٣,١٤ \times ١٠^{٤}$ ، $٣١,٤ \times ١٠^{٥}$ ، $٠,٣١٤ \times ١٠^{٦}$ }

٨) إذا كان - س < ٣ فإن :

{ س<٣ ، س > -٣ ، س < ٣ ، س < - ٣ }

٩) ربع العدد $٤^{٢٠}$ = ... { $٤^{٥}$ ، $٤^{١٠}$ ، $٤^{١٩}$ ، $٢^{١٠}$ }

١٠) $٢^{٧} \times ٣^{٧}$ = ... { $٥^{٧}$ ، $٦^{٧}$ ، $٦^{١٤}$ ، $٦^{٤٩}$ }

١١) إذا كان ﺃ = ب فإن $(\frac{٣}{٧})^{ب-ﺃ}$ = { صفر ، ١ ، $\frac{٧}{٣}$ ، $\frac{٣}{٧}$ }

١٢) $\frac{٤ﺃ^{٢} ب^{٤}}{٢ﺃ^{٣} ب^{٣}}$ = ... { ٢ﺃ ب ، $ﺃ^{٥} ب^{٧}$ ، $\frac{٢ب}{ﺃ}$ ، $\frac{٢}{ﺃ ب}$ }

١٣) إذا كان إحتمال نجاح أحد التلاميذ ٧٥ ٪ فإن إحتمال رسوبه = ..

{ - ٠,٢٥ ، ٠,٢٥ ، ٠,٧٥ ، ١,٢٥ }

١٤) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فإن إحتمال ظهور عدد أكبر من أو يساوى ٦ = ...
{ صفر ، ١ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٥}{٦}$ }

١٥) سلة بها ٤٨ كرة من نفس النوع أبيض وأحمر وأخضر فإذا كان إحتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٥}{٨}$ فإن عدد الكرات الحمراء فى السلة = ... { ٢٤ ، ٣٠ ، ٣٢ ، ٣٦ }

١٦) ألقيت قطعة نقود منتظمة ٢٠٠ مرة فإن أقرب عدد متوقع لظهور صورة يساوى : { ٩٦ ، ١٠٦ ، ١٩٩ ، ٢٠١ }

١٧) فصل دراسى به ٣٢ تلميذ فإذا كان عدد تلاميذ المدرسة ٣٢٠ تلميذ فإذا أختير تلميذ عشوائيا فإن أحتمال أن يكون التلميذ من بين تلاميذ هذا الفصل = ... { $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{١٠}$ }

١٨) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه العلوى فإن إحتمال ظهور العدد ٥ فى المرتين = ...
{ $\frac{١}{٣٦}$ ، $\frac{٥}{٣٦}$ ، $\frac{٦}{٣٦}$ ، $\frac{٢٥}{٣٦}$ }

١٩) مجموع الإحتمالات لكل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية يكون
{ صفر ، ١ ، > ١ ، < ١ }

٢٠) إذا كان ٣ م = $\sqrt{٤}$ ب فإن م : ب = ...
{ ٣ : ٢ ، ٢ : ٣ ، ٣ : ٤ ، ٤ : ٣ }

٢١) $(-\frac{٢}{٣})^{-٣}$ = .. { $-\frac{٢٧}{٨}$ ، $-\frac{٨}{٢٧}$ ، $\frac{٢٧}{٨}$ ، $\frac{٨}{٢٧}$ }

٢٢) فصل به ٢١ ولد ، ١٥ بنتا فإذا أختير أحد التلاميذ عشوائيا فإن أحتمال أن تكون بنتا يساوى { $\frac{٥}{١٢}$ ، $\frac{٧}{١٢}$ ، $\frac{٤}{٧}$ ، $\frac{٥}{٦}$ }

٢٣) $٢^{٣} \times ٢^{٥}$ = { $٢^{٢}$ ، $٢^{٨}$ ، $٢^{١٥}$ ، $٢^{٥٣}$ }

٢٤) أى من الأتى هو الأكبر
{ $٢,٣ \times ١٠^{٤}$ ، $٢,٣ \times ١٠^{٥}$ ، $٣,٢ \times ١٠^{٤}$ ، $٣,٢ \times ١٠^{٥}$ }

٢٥) طول ضلع المربع الذى مساحته ٩$س^{٢}$ $سم^{٢}$ هو
{ ٣س ، ٣$س^{٢}$ ، ٩س ، ٩$س^{٢}$ }

٢٦) أيا مما يأتى يكون إحتمالا لحدث ما :
{ – ٠,٣٥ ، ٨٧ ٪ ، ١,٠٥ ، ١٢٠ ٪ }

٢٧) المعكوس الضربى للعدد $\sqrt{\frac{٩}{١٦}}$ =
{ $\frac{-٤}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٣}$ }

٢٨) $\frac{س}{٢}$ >٥ تكافئ
{ س > $\frac{٥}{٢}$ ، س < $\frac{٥}{٢}$ ، س > ١٠ ، س < ١٠ }

٢٩) $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س}$ = ...
{ $٣^{س}$ ، $٣^{س+١}$ ، $٢٧^{س}$ ، ٣$س^{٢}$ }

٣٠) مدرسة بها ٤٨٠ طالب رسب منهم ١٢٠ طالب ، فإذا أختير عشوائيا فإن إحتمال أن يكون الطالب ناجحا = ...
{ ٠,٢٥ ٪ ، ٠,٧٥ ، ٠,٨ ، ٠,٦٦٧ }

٣١) مجموعة حل المعادلة : س + ٣ = ٣ فى ط = ...
{ ∅ ، { ٠ } ، { ٣ } ، { ٦ } }

٣٢) العدد الذى فى الصورة القياسية من الأعداد الأتية هو
{ ١١×١٠^{٨} ، $٩,٧ \times ١٠^{-٥}$ $١٠,٣ \times ١٠^{-٣}$ $٠,٨٧ \times ١٠^{٨}$ }

٣٣) إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة ١٦٠ مرة فإن أقرب عدد متوقع لظهور صورة هو { ٦٠ ، ٧٨ ، ٩٠ ، ١٥٩ }

٣٤) العدد $\sqrt{٠,٠٩}$ هو عدد
{ طبيعى ، صحيح موجب ، صحيح سالب ، نسبى }

٣٥) مجموعة حل المتباينة س<٢ فى ط =
{ {٠} ، {١} ، { ٠ ، ١ } ، ∅ }

٣٦) إذا كان ٥ س = ٣٥ ، ٢ س + ١ = ...
{ ٧ ، ٨ ، ١٥ ، ٧١ }

٣٧) إذا كان $\frac{٢٦}{س}$ + ١ = ١٤ فإن س = ...
{ ٢ ، ١٠ ، ١٣ ، ٢٠ }

٣٨) إذا كان $\frac{٦س}{٥}$ = –٢ فإن $س^{٢}$ = ...
{ $\frac{-٢٥}{٩}$ ، $\frac{٥}{٩}$ ، $\frac{٢٥}{٩}$ ، $\frac{٢٥}{٣}$ }