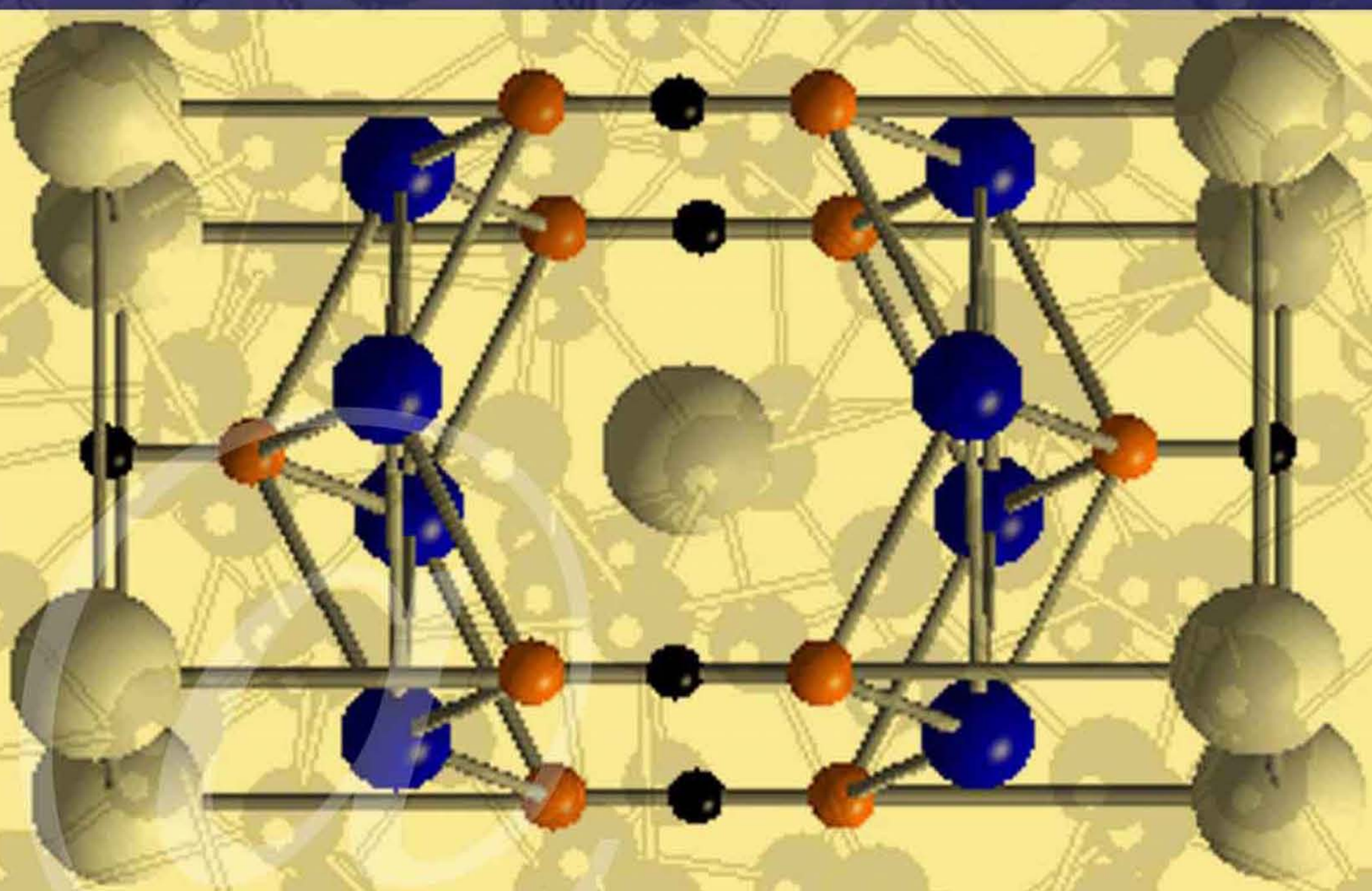
www.kotobarabia.com

فيزياء الجوامد

(الجزء الأول)

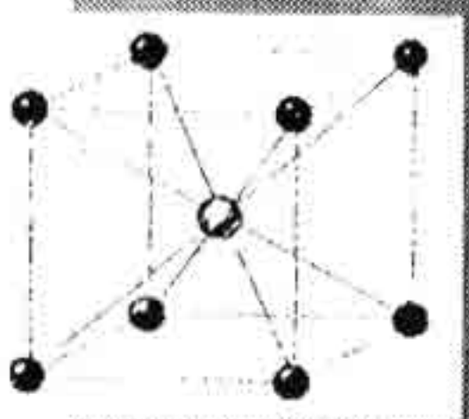


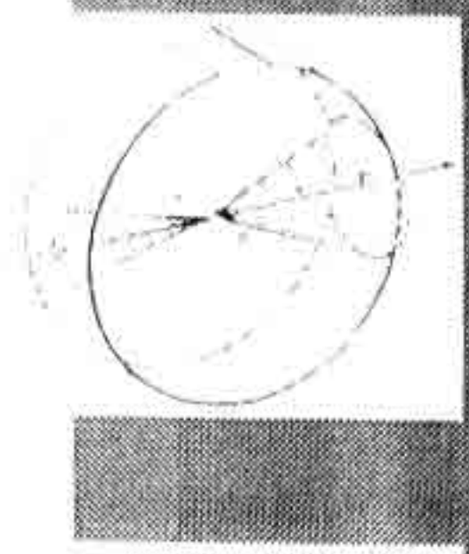
www.kotobarabia.com

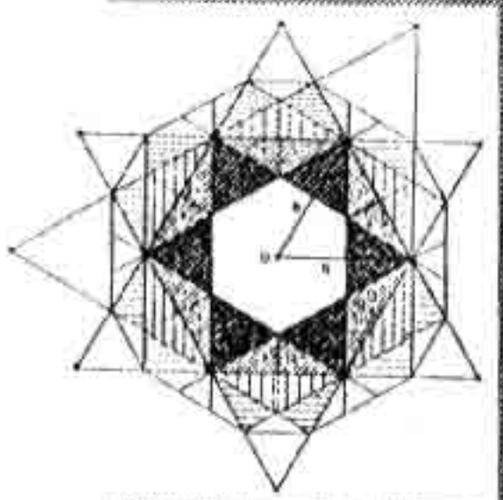
د. عبد الفتاح أحمد الشاذلي

فيزيـــــاء الجوامـــــــد

الجزء الأول







د. عبد الفتاح أحمد الشـــاذلى

أســتاذ متفرغ بقسـم الفيزياء

كلية التربية - جامعة عين شمس

طبقا لقوانين الملكية الفكرية

جميع حقوق النشر و التوزيع الالكتروني لهذا المصنف محفوظة لكتب عربية. يحظر نقل أو إعادة نسخ أو إعادة بيع اى جزء من هذا المصنف و بثه الكترونيا (عبر الانترنت أو للمكتبات الالكترونية أو الأقراص المدمجة أو اى وسيلة أخرى) دون الحصول على إذن كتابي من كتب عربية. حقوق الطبع الو رقى محفوظة للمؤلف أو ناشره طبقا للتعاقدات السارية.

مؤلف الكتاب :

أ.د. عبد الفتاح أحمد الشاذلى رئيس قسم الفيزياء الأسبق بكلية التربية – جامعة عين شمس

حاصل على جائزة الدولة التشجيعية

حاصل على وسام الاستحقاق للعلوم و الفنون من الطبقة الأولى

شارك في تأليف أكثر من ٣٥ كتاباً في العلوم و الفيزياء العامة

شارك في ترجمة كتاب أساسيات البصريات لجينكز و هوايت

شارك في وضع معجم البصريات و الصوتيات

له أكثر من ٩٠ بحثاً في فيزياء الجوامد و تطبيقاتها

أشرف على أكثر من 50 رسالة ماجستير فى فيزياء الجوامد و كذلك أكثر من 40 رسالة دكتوراه فلسفة فى العلوم تخصص فيزياء الجوامد

مقدمة عامة

بسم الله والحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله ، وبعد .

فهذا هو كتاب "فيزياء الجوامد" نقدمه لطلابنا في ثلاثة أجزاء:

الجـــزء الأول: الخصائص التركيبية للجوامد والروابط وحيود الأشعة الســـينية والـــتركيب البـــلورى والخصـــائص الميكانيكيـــة والحرارية وخصائص العزل الكهربى .

الجزء الثانى : نظرية الالكترونات الحرة من وجهة النظر الإحصائية ونظرية الأنطقة والتوصيل الكهربي في الجوامد. والتوصيل الفائق.

الجزء الثالث : الخصائص المغناطيسية للجوامد و ظواهر التلامس و الكهروحـــرارية والخصـــائص الجلفانوسكوبية والخصائص الضوئية للجوامد.

وتتطلب دراسة هذا الكتاب أن يكون الطالب دارساً للرياضيات بصفة عامة وحساب التفاضل والتكامل بصفة خاصة فضلاً عن إلمامه وتفهمه لمبادئ الفيزياء الإحصائية.

ولعـــل أبناءنا الطلاب يتفقون معناً فى أن علم فيزياء الجوامد يلقى اهتماماً كبيراً لتنوع تطبيقاته وتعدد مجالاته ، وأن فيزياء الجوامد هى ذلـــك العـــلم الذى يتناول بالدراسة تلك الخصائص التى ترجع إلى انـــتظام الـــذرات أو الجزئيات فى بلورات. ويتضمن هذا العلم دراسة الخصائص الفيزيائية للجوامد.

والله نســـأل أن يعينـــنا عـــلى عرض محتويات كتاب فيزياء الجوامد بأجزائه الثلاثة بالطريقة التى تيسر للقارئ فهمها وإستيعابها.

والله الموفق ،

المؤلف.

الباب الأول

الخصائص التركيبية للجوامد

(التركيب البلوري للجوامد)

الباب الأول

الخصائص التركيبية للجوامد
(التركيب البلوري للجوامد)
Structural characteristics of solids
(The crystalline structure of solids)

(١-١) الحالة البلورية للجوامد:

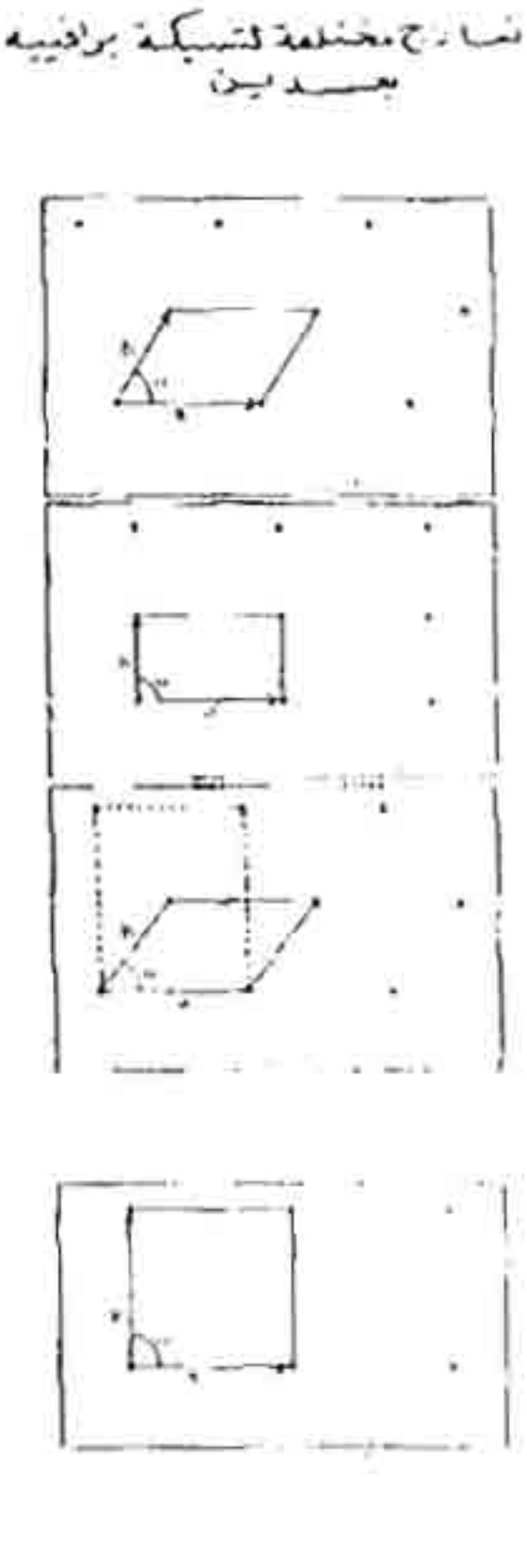
باستثناء عدد قليل، فإن معظم الجوامد المستخدمة فى الأعمال الهندســية وغيرها ذات تركيب بلوري. فالذرات أو المجموعات الذرية تنــتظم فــي تركيب متكرر ثلاثي الأبعاد. هذا التنظيم المتكرر الثلاثي الأبعــاد يحكم أحياناً الشكل الخارجي للبلورة. فبلورة كلوريد الصوديوم (مــلح الطعــام) مــثلاً ذات شكل مكعبي Cube وتتم دراسة الشكل الهندسي والحالة البلورية للجوامد بوسائل مختلفة.

- الأشعة السينية المحادة.
- الميكروسكوب الإلكتروني النافذ أو الماسح.

ونجد أنه من المفيد أن نبدأ أولاً بدراسة مختلف أنظمة البلورات:

(١-٢) شبيكة برافيه Bravais lattice :

تتمـــثل الســـمة الرئيســـية فى بلورة ما فى دورية تركيبها، وحتى يتم وصـــف هذا التركيب أدخل برافيه عام ١٨٤٨ مفهوم الشبيكة الحيزية Space lattice. فقد أخذ فى الحسبان أن الذرات فى البلورة تنتظم فى تماثل حيزى أو مكانى محدد، حيث يمكن النظر إلى أن كل الذرات مـــن نفس النوع تكون نظاماً درورياً من النقط فى الفراغ . هذا الترتيب يعرف بأسم "الشبيكة الحيزية" وتعرف كشبكة من الخطوط المســـتقيمة

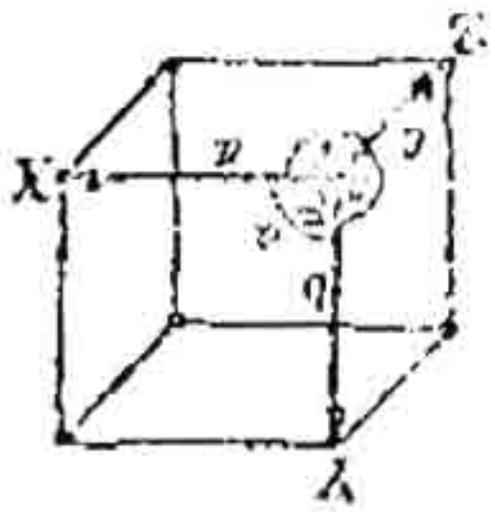


الشكل (١)

مرســـومة بطـــريقة معيـــنة تسمح بتقسيم الفراغ أو الحيز إلى حجوم متساوية دون استثناء ، تقاطعات هذه الخطوط تشكل نقاطا الفراغ.

ويوضح الشكل (١) نماذج مختلفة من شبيكة برافيه فى بعدين كل منها يمثل الخلية الوحدة Unit cell.

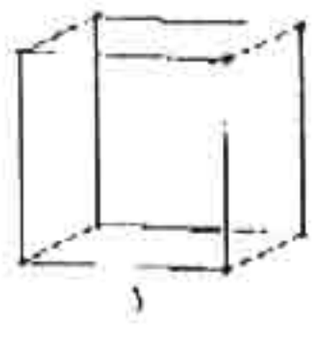
ويوضـــح الشـــكل (٢) الخلية الوحدة فى شبيكة بلورية ثلاثية الأبعـــاد. ويمكن لهذه الخلية الوحدة أن تأخذ أشكالاً مختلفة لها صفات وخـــواص معيـــنة تعتمد على كيفية وضع الذرات وعددها فى الخلية الموضحـــة فى الشكل على هيئة متوازى مستطيلات أبعاده a, b, c, وزواياه α, β, γ .

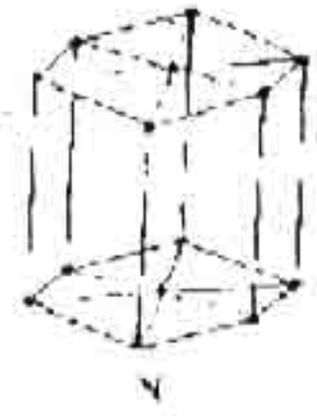


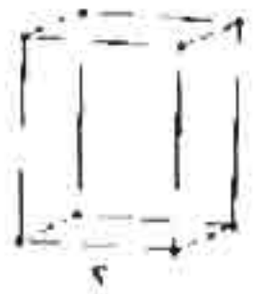
الشكل (٢)

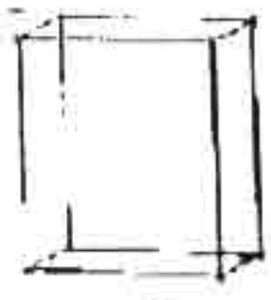
أى عـــدد مـــن هذه الخلايا يتم ترتيبه بشكل متراص ومنتظم بحيث تتوازى أضلاعها وأوجهها يكون بلورة مثالية، الشبيكة البلورية عـــبارة عن انسحابات منتظمة للخلية الوحدة فى إتجاه المحاور الثلاثة x,y,z الشكل (٢).

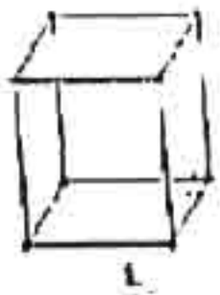
واســـتطاع برافيه تصنيف الخلايا الوحدة فى سبعة أنظمة بلورية كما فى الشكل (٣)

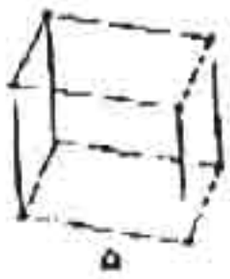


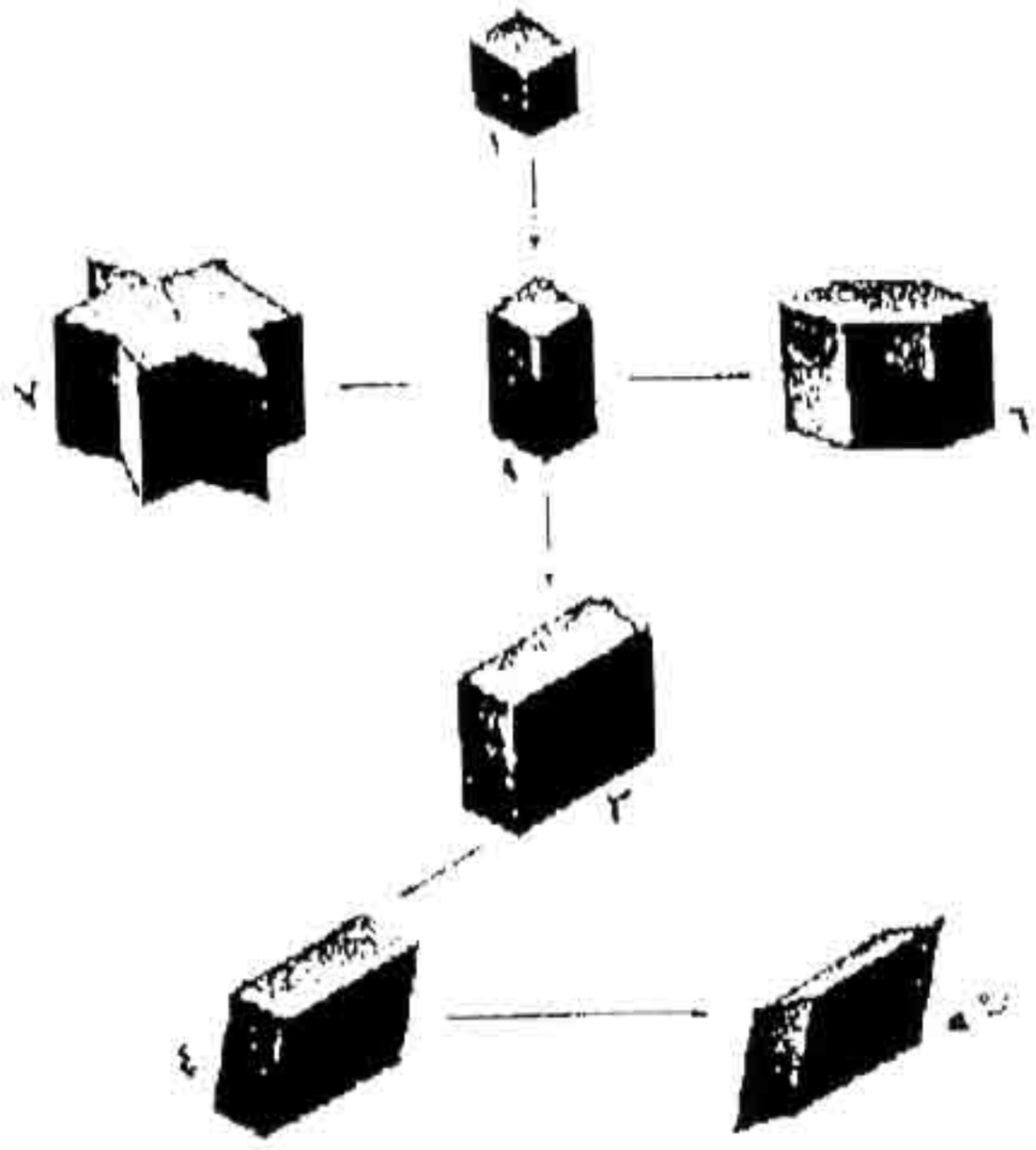












(١) مكعبي
(٢) رباعي الزوايا والأضلاع
(٣) معيني
(٤) أحادي الميل
(٥) ثلاثي الميل
(٦) ثلاثي السطوح
(٧) سداسي

الشكل (٣)

ويعـــتمد هـــذا التصـــنيف على مواصفات معينة ترتبط بأبعاد الخلايا الوحـــدة (ثوابـــت أو بارامترات الخلية Lattice constants or parameters) ... ويعطى الجدول (١) الأنظمة السبعة للعلاقة بين ثوابت الشبيكة وعلاقاتها الزاوية.

الجدول (١): الأنظمة السبعة للخلية الوحدة

والعلاقة بين ثوابت الشبيكة والزوايا المحورية.

م	اسم النظام	العلاقة بين ثوابت الشبيكة	العلاقة بين الزوايا المحورية	أمثلة من المركبات
١	مكعبى Cube	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^{o}$	Na Cl
٢	رباعى الزوايا والأضلاع Tetragonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^{o}$	SO_2
٣	معينى Orthrhombic	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 9^{o}$	KNO_3
٤	أحادى الميل Monoclinic	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^{o} \neq \gamma$	$Na_2 SO_4$
٥	ثلاثى الميل Triclinic	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^{o}$	Ca So_4
٦	ثلاثى السطوح Trigonal	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma \neq 90^{o}$	كالسيت
٧	سداسى Hexagonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^{o}, \gamma =$	Zn 0

وتشـــكل الأنظمة البلورية السبعة أربعة عشر نوعاً من الخلايا الوحدة (خلايا برافيه) الشكل (٤)

الشكل (٤)

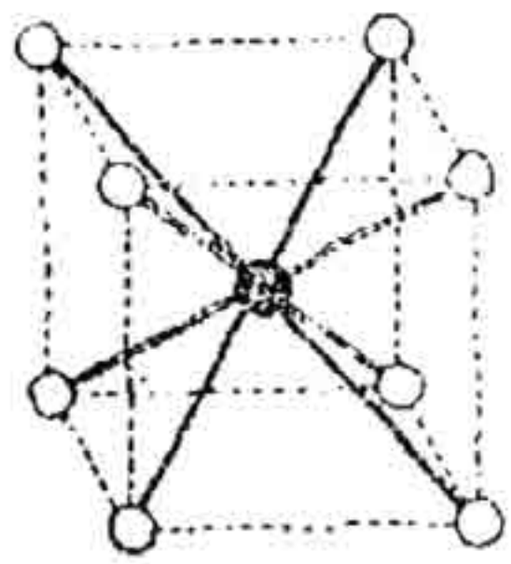
ويوضح الجدول (٢) الأنظمة الأربعة عشر لخلايا برافيه التي تنتمي إلي الأنظمة السبعة

الجدول (٢) الأنظمة الأربعة عشر لخلايا برافيه للخلايا الوحدة

النظام	الأنواع ودلا لاتها	
مكعبي	خلايا بسيطة	Simple cell (SC)
	خلايا متمركزة الوجه	Face centered cubic (FCC)
	خلايا متمركزة الجسم	Body centered cubic(BCC)
رباعي	خلايا بسيطة	Simple cell (SC)
	خلايا متمركزة الجسم	Body centered cubic(BCC)
معيني	خلايا بسيطة	Simple cell (SC)
سداسي	خلايا بسيطة	Simple cell (SC)
معيني قائم	خلايا بسيطة	Simple cell (SC)
	خلايا متمركزة القاعدة	Base centered cell (BCC)
	خلايا متمركزة الوجه	Face centered cell (FCC)
	خلايا متمركزة الجسم	Body centered cell (Bcc)
أحادي الميل	خلايا بسيطة	Simple cell (SC)
	خلايا متمركزة القاعدة	Base centred cell (BCC)
ثلاثي الميل	خلايا بسيطة	Simple cell (SC)

(١-٣) إحداثيات الشبيكة Lattice coordinates

يوضـــح الشكل (٥) إحدي خلايا برافيه إحداثياتها X,Y,Z وحدة الأطوال علي الأحداثي x هي a ووحدة الأطوال علي الأحداثي y هي b ووحـــدة الأطـــوال عـــلي الأحداثي z هي c ، أي ان بارامترات الشبيكة هي a,b,c ويتميز النظام المكعبي بما يلي :



الشكل (٥)

(١)ثوابت أو بارامترات الشبيكة متساوية أي أن $a=b=c$

(٢)زواياه قائمة أي أن $\alpha = \beta = r = 90^{\circ}$

وإذا رجعـــنا إلي الرسوم التخطيطية لأنماط خلايا برافيه في النظام المكعـــبي نجـــد أن : الرقم (١) يمثل خلية بسيطة ، تقع نقاط الشبيكة الثمان عند أركان المكعب وإحداثياتها هي :

$\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ و 111 , 101 , 110 , 001 , 010 , 100, 000

الإحداثي 000 يمثل نقطة الأصل .

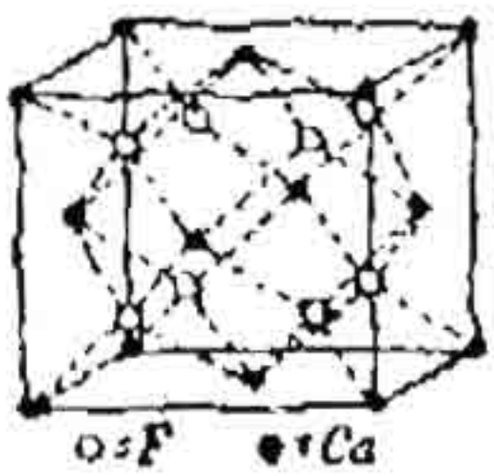
والـــرقم (٢) يمثل خلية مكعبة متمركزة الجسم ، وإحداثيات الذرة التي تقـــع عند نقطة تقاطع محاور الخلية هي $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ فضلا عن إحداثيات الذرات الثمان الأخري عند الأركـــان .

والرقم (٣) يمثل خلية مكعبية متمركزة الوجه ذات أربع ذرات فى كل خلية إحداثياتها

$$.000,\ \frac{1}{2}\frac{1}{2}0\ ,\ 00\frac{1}{2}\ ،\ \frac{1}{2}\ 0\ \frac{1}{2}$$

(١-٤) رقم التناسق Coordination number.

رقـــم التناسق يدل على عدد الذرات التى تقع فى أقرب جوار لذرة ما



فى تـــركيب بـــلورى. و يختلف رقم التناسق من نظام لأخر كما فى الـــنظام الواحـــد مـــن نمط لأخر من أنماط خلايا برافيه الأربعة عشر ويوضح الجدول التالى (٣) رقم التناسق لأنماط النظام التكعيبى.

الجدول (٣)

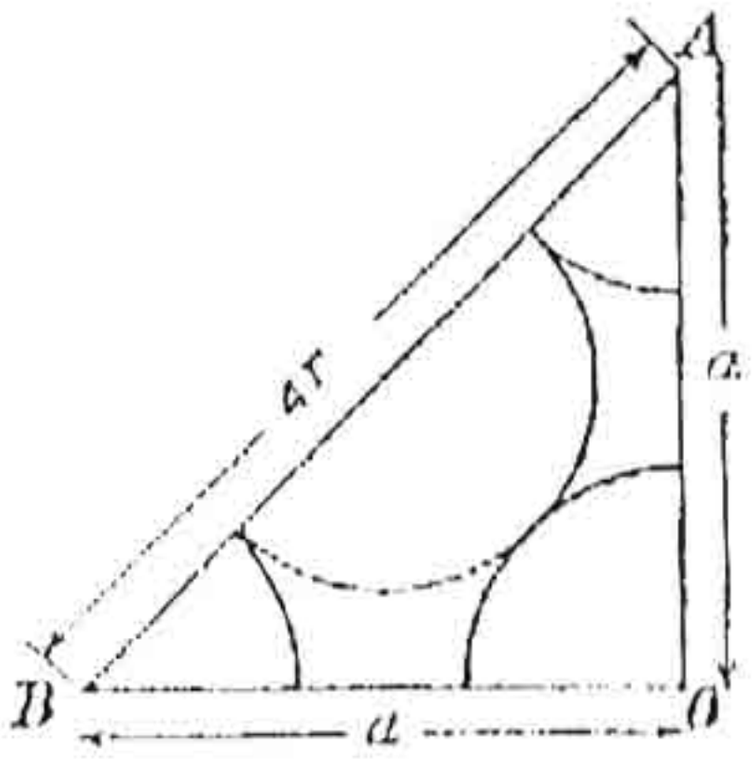
رقم التناسق	*الخلية البسيطة*	*الخلية متمركزة الجسم*	*الخلية متمركزة الوجه*
	٦	٨	١٢

وجديـــر بالذكـــر أن المركبات الأيونية لها رقما تناسق، الأول للايونات الموجبة والثانى للأيونات السالبة.

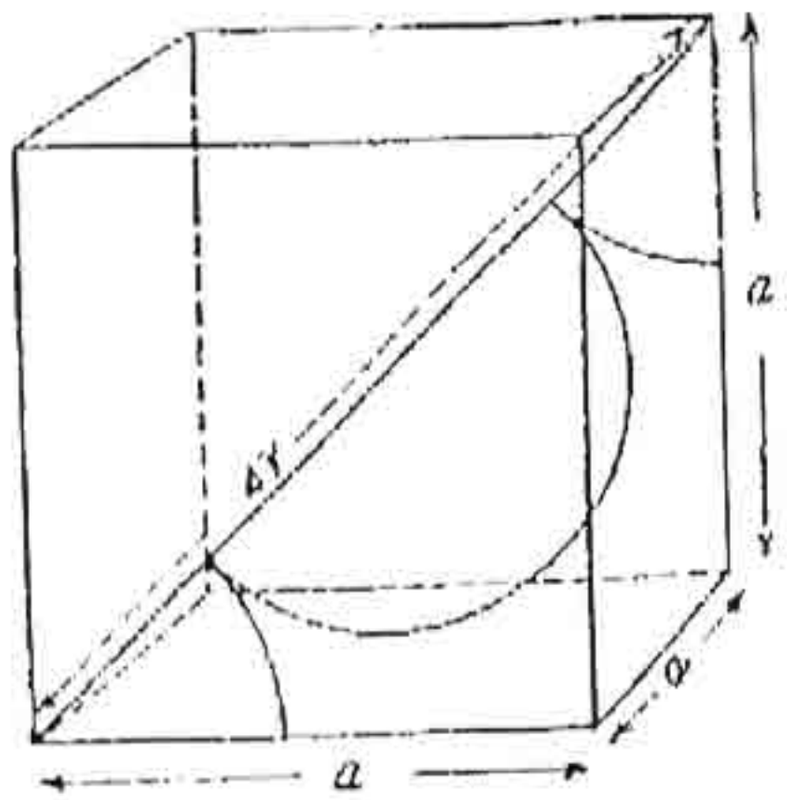
(١-٥) أنصاف أقطار ذرات شبيكة بلورية وأحجامها:

بفـــرض معـــرفة بارامـــترات الشبيكة البلورية و بفرض أن الذرات كرية الشكل وأنها تتلامس فى الشبيكة يمكن حساب كل من:

١. لصف قطر الذرة.
٢. حجم خلية برافيه.



الشكل (٧)



الشكل (٨)

بالـــرجوع إلى الشكلين ٧ و ٨ اللذين يمثلان الشبيكة المكعبة المتمركزة الجسم و الشبيكة المتمركزة الوجه نلاحظ ما يلى:

- فى الشبيكة المكعبة البسيطة $a = 2R$ وبالتالى يكون $R = \frac{a}{2}$
- فى الشبيكة المتمركزة الجسم $a\sqrt{3} = 4R$ وبالتالى يكون $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

• فى الشبيكة المتمركزة الوجه $a\sqrt{2} = 4R$ وبالـــتالى يكـــون

$$R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

كما فى الشكل (٧).

وجديـــر بالذكر أنه فى الشبيكة السداسية البسيطة أو المحكمة الـــرص يكـــون $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ كما أن حجم الشبيكة البلورية فى النظام المكعبى هو a^3 سواء كانت الخلية بسيطة أو متمركزة الوجه.

وأن عـــدد نقـــاط الشـــبيكة لكـــل خلية يساوى ١ فى الشبيكة البســـيطة، ٢ فى الشـــبيكة مـــتمركزة الجسم، ٣ فى الشبيكة متمركزة الوجـــه. و أن عـــدد نقـــاط الشـــبيكة لكل وحدة حجوم يساوى $\frac{1}{a^3}$ فى الشـــبيكة البســـيطة، $\frac{2}{a^3}$ فى الشبيكة متمركزة الجسم، $\frac{4}{a^3}$فى الشبيكة متمركزة الوجه.

ويلخص الجدول(٤)البيانات المشار اليها فى هذه الفقرة للنظام المكعبى.

الجدول (٤) خصائص النظام المكعبى

الكمية	*الخلية البسيطة*	*الخلية متمركزة الجسم*	*الخلية متمركزة الوجه*
رقم التناسق	6	8	12
نصف قطر الذرة	$\frac{a}{2}$	$\frac{a\sqrt{3}}{4}$	$\frac{a\sqrt{2}}{4}$
حجم الشبيكة	a^3	a^3	a^3
عـــدد نقـــاط (ذرات) الشبيكة فى كل خلية	1	2	4
عـــدد نقـــاط (ذرات) الشـــبيكة فى وحـــدة الحجوم	$\frac{1}{a^3}$	$\frac{2}{a^3}$	$\frac{4}{a^3}$

(١-٦) عدد الذرات فى كل خلية:

- فى الخلية المكعبية البسيطة توجد ثمان ذرات عند الأركان الثمانية كل منها تعد عضوا فى الخلايا الثمان المحيطة بالركن و يصبح

$$1 = \frac{8}{8} =$$ عدد الذرات فى كل خلية

و يكون حجمها هو: a^3 = الحجم.

- فى الخلية المكعبية المتمركزة الجسم توجد ثمان ذرات عند الأركان الثمانية كما توجد ذرة عند مركز الشبيكة و يصبح:

$$2 = \frac{1}{1} + \frac{8}{8} =$$ عدد الذرات فى كل خلية

ويكون حجمها هو: $R^3_1 \; \Pi \; 2 \times \frac{4}{3}$ = حجمهما

- فى الخلية المكعبية المتمركزة ابوجه توجد ثمان ذرات عند الأركان الثمانية كما توجد ذرة عند مركز كل وجه من أوجه المكعب، كل منها يعد عضوا فى خليتين على جانبيها و يصبح:

$$4 = \frac{8}{8} + \frac{8}{8} =$$ عدد الذرات فى كل خلية

أمثلة محلولة:

(١) أحسب ثابت الشبيكة a فى الحالات الآتية:

(أ) شـــبيكة مـــتمركزة الوجه Fcc للنحاس إذا كان نصف قطر ذرة النحاس = 1.276 أنجستروم؟

(ب) شـــبيكة مـــتمركزة الوجه Fcc للفضة إذا كان نصف قطر ذرة الفضة = 1.441 أنجستروم.

الحل: (أ) للنحاس

$$a = \frac{4r}{\sqrt{2}} = \frac{4x1.276}{\sqrt{2}} = 3.08\ \text{Å}$$

(ب) للفضة

$$a = \frac{4r}{\sqrt{2}} = \frac{4x1.441}{\sqrt{2}} = 3.078\ \text{Å}$$

(٢) بفـــرض أن نقاط الشبيكة لثابت الشبيكة a فى شبيكة متمركزة الجسم فى نظام مكعبى تكون مشغولة بذرات نصف قطرها R_L.

أ) إحسب الحجم الحر لكل خلية(الحجم الخالى فى الشبيكة).

ب) عيـــن نصـــف قطـــر كرة يتفق حجمها مع الفراغات بين نقاط الشبيكة التي لا تشغل الحجم الكلى لهذه الخلية.

الحل:

حجم الخلية الوحدة $= a^3$

ونظرا لأن الذرات تتلامس على طول القطر ، لذلك:

$$4\ R_L = a\ \sqrt{3}$$

$$R_L = a\ \frac{\sqrt{3}}{4}$$

ومن ثم يكون حجم الذرتين بدلالة a هو:

$$= 2 x \frac{4}{3}\ \Pi \left[\frac{a\sqrt{3}}{4}\right]^3$$

ويصبح الحجم الحر أو الخالى هو

$$= a^3 - \frac{8}{3}\ \Pi \left[\frac{a^3 3\sqrt{3}}{64}\right]^3$$

الحجم الحر

$$= a^3 \left[1 - \frac{\Pi\sqrt{3}}{8}\right]$$

ت) أطـــول فراغ فى الشـــــبيكة المتمركزة الجسم يقع الاحداثى 0 ¼ ½ (لاحظ وجود نقاط متكافئة عديدة فى كل خلية).

وإذا أدخلت ذرة كرية جديدة نصف قطرها R_X عند هذه النقطة يكون:

$$(R_L + R_X)^2 = \left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$= a^2 \left(\frac{5}{16}\right)$$

$$\therefore R_L + R_X = \frac{a\sqrt{5}}{4}$$

وبالتعويض عن R_L من النتيجة السابقة نجد أن:

$$\frac{a\,3}{4} + R_X = \frac{a\sqrt{5}}{4}$$

$$R_X = \frac{a}{4}\left[5^{\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}}\right]$$

وبالتالى فان:

$$\frac{R_X}{R_L} = 0.29$$

أى أن قطر الكرة المقحمة يساوى تقريبا 1/3 قطر ذرة الشبيكة.

(١-٧) عامل الرص Packing Factor

عامل الرص هو كسر الحجم الذي تشغله الذرات الكرية مقارنة بالحجم الكلي والمتاح لحجم الخلية .

ويوضح المثال التالي كيفية حساب عامل الرص f لبلورات مكعبة.

مثال (٣) : أحسب عامل الرص لنظام مكعبي (أ) خلية بسيطة (ب) خلية متمركزة الجسم (جـــ) خلية متمركزة الوجه علماً بأن ثابت الشبيكة وعامل التعبئة يتم تعيين كل منهما كما يلي :

- الخلية البسيطة $f = \frac{\pi}{6}$ و $a=2R$
- الخلية المتمركزة الجسم $f = \frac{\pi\sqrt{3}}{8}$ و $a = \frac{4R}{\sqrt{3}}$
- الخلية المتمركزة الوجه $f = \frac{\pi\sqrt{3}}{6}$ و $a = \frac{4R}{\sqrt{2}}$

الحل :

أ) في الخلية البسيطة: نظراً لوجود ذرة فى كل خلية وحدة (أرجع إلى الجدول التابع للفقرة السابقة يكون).

$$\text{حجمهما} = \frac{4}{3}\Pi R^3 = \frac{4}{3}\Pi\left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\Pi}{6}a^3$$

لكن

$$\text{حجم الخلية} = a^3$$

وبذلك يكون كسر الحجم الذى تشغله الذرة (عامل الرص f) هو :

$$f = \frac{\Pi}{6}a^3 \div a^3 = \frac{\Pi}{6}$$

ب) فى الخلية متمركزة الجسم : عدد الذرات لكل خلية يساوى 2

$$\text{حجمهما} = 2 \times \frac{4}{3}\Pi R^3 = \frac{8}{3}\Pi\left(\frac{a\sqrt{e}}{4}\right)^3$$

$$= \frac{\Pi\sqrt{3}}{8}a^3$$

لكن

$$\text{حجم الخلية} = a^3$$

وبذلك يكون عامل الرص هو:

$$f = \frac{\Pi\sqrt{3}}{8}a^3 \div a^3 = \frac{\Pi\sqrt{3}}{8}$$

فى الخلفية المتمركزة الوجه: توجد أربع ذرات فى كل خلية

$$\text{حجمها} = 4 \times \frac{4}{3}\Pi R^3 = \frac{16}{3}\Pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^3 = \frac{\Pi\sqrt{2}}{6}a^3$$

لكن

$$\text{حجمها} = 4a^3$$

عندئذ يكون عامل الرص هو :

$$f = \frac{\Pi\sqrt{2}}{6}a^3 \div a^3 = \frac{\Pi\sqrt{2}}{6}$$

(١-٨) حساب الكثافة بالإستعانة ببارامترات الشبيكة

بمعـــرفة بارامـــترات الشبيكة التى تم حسابها بواسطة الأشعة الســـينية المحـــادة (كمـــا سنوضح ذلك فيما بعد) يمكن حساب الكثافة للتأكد من صحة النتائج.

فبالنســـبة للحديد مثلاً ثابت أو بارامتر الشبيكة a = 2.86 أنجستروم وأن كـــل خـــلية (متمركزة الجسم) تحتوى على ذرتين ، يمكن حساب كتلة كل خلية وبالتالى كثافة الحديد . حيث

$$\text{الكثافة} = \frac{\text{كتلة الخلية الوحدة}}{\text{حجم الخلية}}$$

$$\text{كتلة الذرة الواحدة} = \frac{\text{عدد ذرات كل خلية لها الكتلة الذرية}}{(\text{بارامتر الشبيكة})^3}$$

ونظراً لان الكتلة الذرية للحديد = 55.84 جم / جزىء

وعدد أفوجادرو = 6.025×10^{23}

فإن

$$\text{كتلة الذرة الواحدة} = \frac{55.84}{6.025 \times 10^{23}}$$

وتكون كثافة الحديد هى:

$$\text{كثافة الحديد} = \frac{2\,[55.84/6.025 \times 10^{23}]}{(2.086 \times 10^{-6})^3}$$

$$= 7.9 \quad (\text{جم / سم}^3)$$

مثال ٤: إذا كان نصف قطر النحاس = 1.276 أنجستروم وأن خلايا بـــرافيه للنحاس تنتمى إلى نمط "الخلية المتمركزة الوجه " ، أحســـب كـــثافة الـــنحاس عـــلماً بأن الكتلة الذرية للنحاس 63.57

الحل : ثابت أو بارامتر الشبيكة

$$a = \frac{4R}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times 1.276 \times 10^{-8}}{\sqrt{2}}$$

$$= 3.6 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

لكن عدد ذرات كل خلية من هذا النمط تحتوى على أربع ذرات

$$\text{كثافة النحاس} = \frac{\text{عدد ذرات كل خلية} \times \text{الكتلة الذرية}}{a^3}$$

$$= \frac{4(63.57 / 6.025 \times 10^{23}}{3.6 \times 10^{-8}}$$

$$= 9.0 \text{ g/ cm}^3$$

مـــثال ٥: إذا كان تركيب الماس يمكن النظر إليه كشبيكتين متمركزتى الوجـــه متداخلـــتين وإن بارامـــتر شـــبيكة الماس هو 3.56 أنجســـتروم بيـــن أن عدد الذرات لكل سم^3 يساوى 1.77×10^{23}.

ومن هذه النتيجة أحسب كثافة الماس وقارنها بكثافته المعروفة علماً بأن الكتلة الذرية للماس = 12.2

الحل: نظراً لأن الماس يتكون من شبيكتين متمركزتى الوجه متداخلتين فـــإن عـــدد الـــذرات فى كل شبيكة لكل خلية وحدة يساوى 4 ذرات ويكون.

العدد الكلى للذرات فى كل خلية وحدة . = $2 \times 4 = 8$

ويكون

$$\text{عدد الذرات / سم}^3 = \frac{8}{(3.56 \times 10^{-8})^3}$$

$$= 1.77 \times 10^{-23}$$

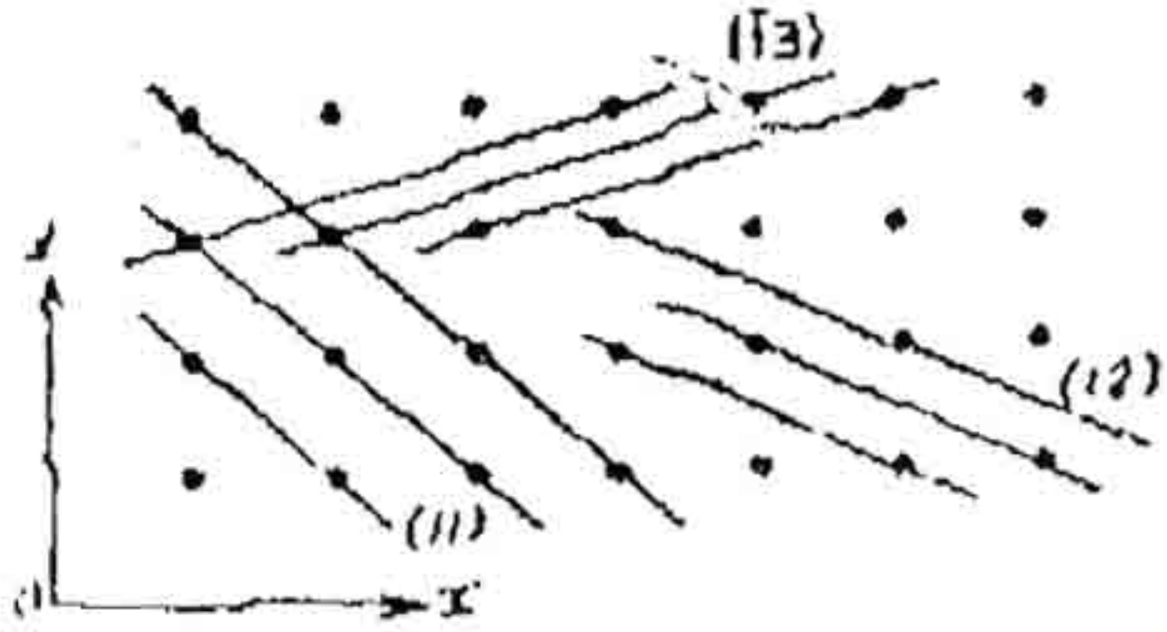
$$\text{كتلة الذرة} = 12.2 / 6.025 \times 10^{23}$$

وتكون

$$\text{الكثافة} = \frac{1.77 \times 10^{23} \times 12.2}{6.025 \times 10^{23}} = 3.54\ \text{g/cm}^3$$

وهى أكبر قليلاً من كثافة الماس المعروفة وهى 3.50 جم/سم^3

(١-٩)معاملات ميلر (مستويات البلورة)

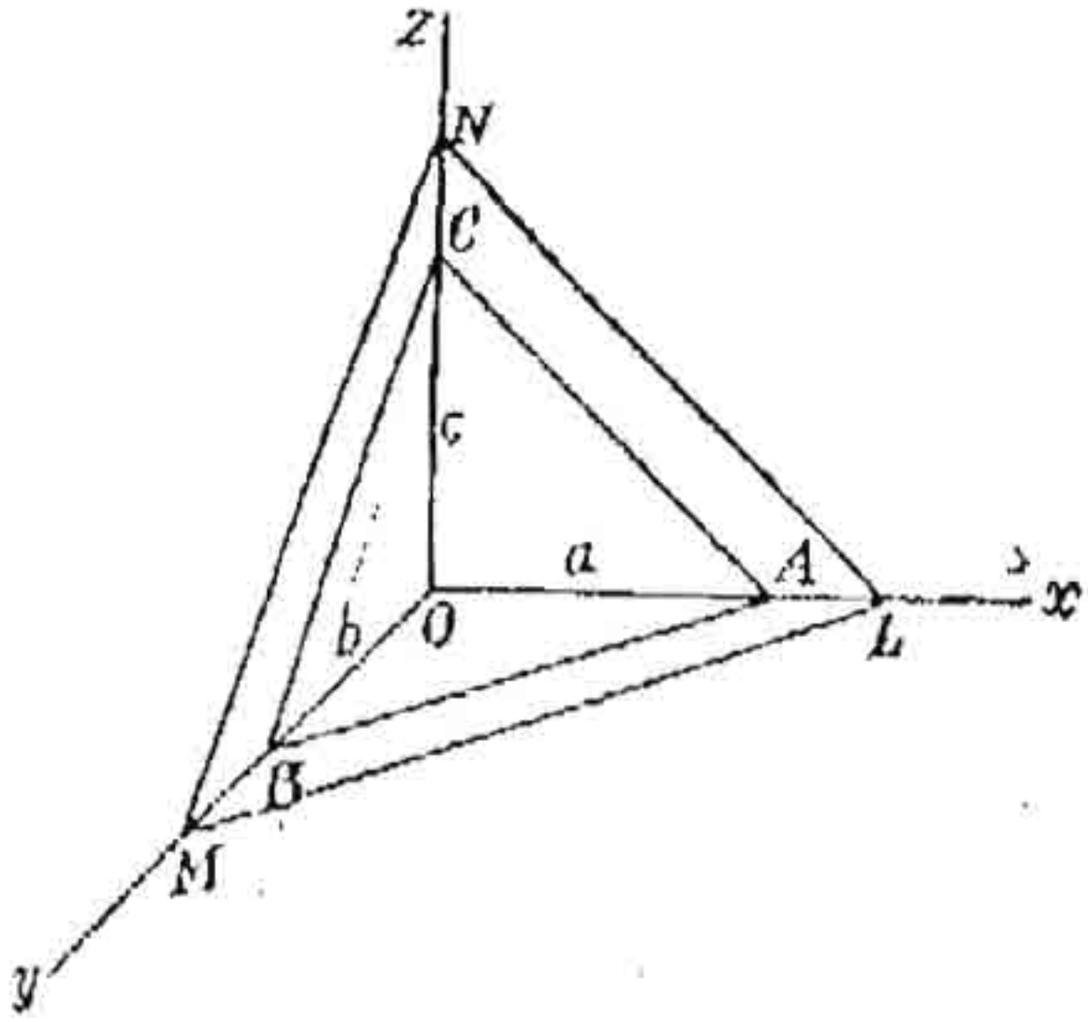


Miller Indices (Crystal Planes)

الشكل (٩)

يمكن النظر إلى أن نقاط شبيكة حيزية معينة تشغل مجموعات من المستويات المتوازية كما فى الشكل (٩) كل مجموعة من المستويات لها إتجاه محدد بالنسبة لإحداثيات الخلية الوحدة (خلية برافيه) ولتعيين هذا الإتجاه بالنسبة للاحداثيات نستخدم ما يسمى "معاملات ميلر" ويتم تعريف هذه المعاملات كما يلى:

لنأخذ فى الإعتبار نظاماً ثلاثى الأبعاد نقطة الأصل فيه هى النقطة O



الشكل (١٠)

وأن ox ، oy ، oz تمـــثل الإحداثيات البلورية، كما فى الشكل (١٠) وفيـــه ABC يمثل أحد مستويات OA يساوى a ، OB يساوى b و Oc تساوى c التى تدل على وحدة المسافات المحصور. ولنفرض أن LMN هـــو أحد المستويات الأخرى ، الإحداثيات الثلاثة فيه هى على الترتيب pa ، qb ، rc

معاملات ميلر لمجموعة المستويات المتوازية للمستوى LMN هى بحيث :

$$h : k : l :: \frac{1}{p} : \frac{1}{q} : \frac{1}{r}$$

بشـــرط أن h , k , l هى أقـــل قيـــم صحيحة ممكنة تحقق المعادلة السابقة .

وكمـــا فى الشكل (١٠) تكون معاملات المسافات المحصورة a, b, c فى المســـتوى ABC تساوى جميعها الوحدة. وتكون مقلوباتها بالتالى هى 1 : 1 : 1 ومـــن ثم تكون معاملات ميلر للمستوى ABC هى (١١١) .

والآن إذا كـــان المســـتوى LMN يقطع الاحداثيات البلورية OZ, OY, OX عـــند L, M, N الـــتى تكون معاملاتها الثلاثة على الترتيب 3, 2, 2 مرة قدر وحدات المسافات المحصورة a, b, c على الترتيب.

وتكـــون مقلوباتها $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ ويكون المضاعف المشترك الأصغر لـــلمقام يســـاوى 6 ، وتصبح النسبة هى $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{6}$ وبالضرب فى المقـــام تصـــبح النســـب هى 2 :3 :3 وتكـــون معاملات ميلر لهذا المستوى هى (233)

وقـــد يكـــون أحـــد معاملات ميلر أو أكثر سالباً عندما تكون المسافات المحصورة المناظرة سالبة ، ومن المتفق عليه وضع إشارة سالبة فوق المعامل وعندئذ تكتب معاملات ميلر على الصورة $(hk\bar{l})$ أو $(h\bar{k}l)$ ... إلى أخره .

لذلـــك إذا كـــانت المسافات المحصورة هى 2c- , 2b , 4a- تكون معاملات ميلـــــر هى (122) .

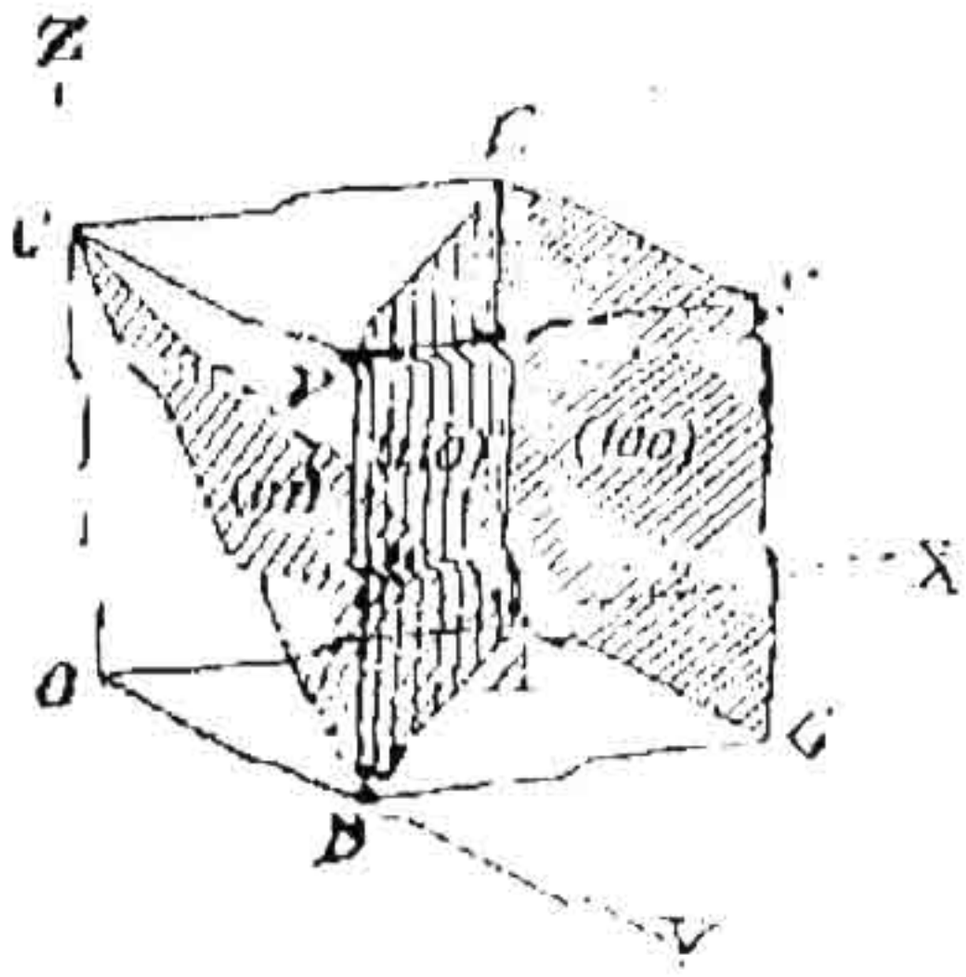
ويمكن تلخيص طريقة تعيين معاملات ميلر لمستويين كما يلى:

١- نعيـــن أولاً المسافات المحصورة للمستوى على طول الإحداثيات X , Y , Z بدلالة a,b,c على الترتيب .

٢- توجد مقلوبات هذه المسافات المحصورة.

٣- نوجـــد المضـــاعف المشترك الأصغر للمقام ، ثم نتخلص منه بعد ضرب كل حد فى قيمة المضاعف المشترك الأصغر لنحصل على معـــاملات ميلر للمستوى وجدير بالذكر أن هذه العملية لا تغير من اتجاه المستوى.

** معاملات ميلر وفواصل المستويات فى بلورة ذات نظام مكعبى:

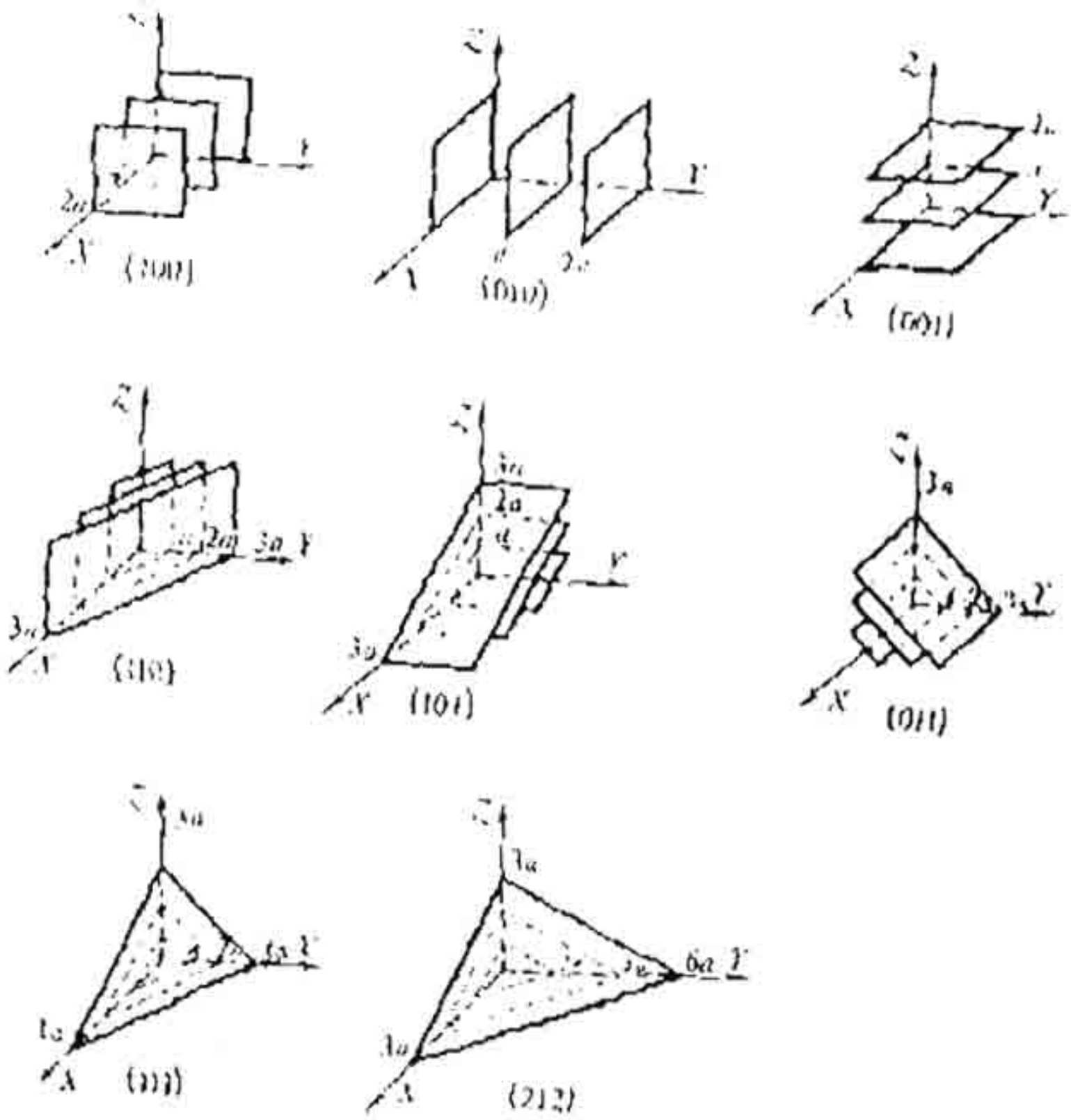


الشكل (١١)

لإيجـــاد معـــامل ميـــلر وفواصل المستويات فى بلورة مكعبية نستعين بالشـــكل (١١) احداثياتهـــا Ox , Oy , Oz تحصـــر بينها زوايا قائمة.

المســـتوى EFGA لهـــذا المكعـــب أو آى مســـتوى مـــواز للاحداثيات Z , Y وتقاطعاتها على الاحداثين تمتد إلى ما لا نهاية . وإذا كـــان OA يســـاوى الوحـــدة تكـــون معـــاملات ميـــلر هى **مقلوبات:** $1, \infty, \infty$ أى (100)

وبالمـــثل تكـــون معـــاملات ميـــلر للمستوى الموازى للوجه BGFD هى (010) ولمستوى موا ز للوجه FDCE هى (001) وعـــلى سبيل المثال تكون جميع أوجه المكعب لشبيكة مكعبية متكافئة. ولـــتحديد هـــذه المجموعة من المستويات يمكن كتابة (100) ليشمل المســـتويات , (010) , (001) , (100) , (010) , (001) (100) ويكـــون للمســـتوى القطـــرى BAED فواصل متساوية عـــلى OX, OY تساوى الوحدة مع وضع الفاصل على الأحداثى 2 يســـاوى ∞ وتكـــون معاملات ميلر لهذا المستوى (110) . وتكون معاملات ميلر للمستوى ABC هى (111). كل من هذه المستويات تكون مع المستويات الموازية لها مجموعة من المستويات المتكافئة. إذ تـــتكافأ هـــذه المستويات فى خواصها الفيزيائية والبلورية وتكتب عائلة المســـتويات المتكافـــئة فى قـــوس مركب [hkl] ويمثل الشكل (١٢) معاملات ميلر لبعض مستويات التكافؤ فى البلورات المكعبة.



الشكل (١٢)

وبمعـــرفة معـــاملات ميلر (hkl) فى النظام المكعبى يمكن حساب الفواصل بين المستويات المتتالية المتوازية من العلاقة :

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

حيث a هى ثابت أوبارامتر الشبيكة

تـــم تأكيد هذه النتائج بواسطة براج Bragg كما سنتبين فيما بعـــد حيث أنه بمعرفة زوايا الأشعة السينية المحـــــــادة ⊖ والطول المـــوجى λ للأشـــعة الســـينية يمكن حساب الفواصل بين المستويات المتوازية بالإستعانة بمعادلة براج على الصورة.

$$2\,d \sin \Theta = n\,\lambda$$

هنا n هى رتبة الحيود.

• **أهمية معاملات ميلر:**

١ – جميـــع الخوص المتساوية بين المستويات المتوازية ذات إتجاه معين ولها نفس معاملات ميلر.

٢ – المســـتوى المـــوازى لأى احداثى ، له فاصل يساوى ∞ وبالتالى يكون معامل ميلر له على هذا المحور يساوى الصفر.

٣– لا تحـــدد معـــاملات ميـــلر مستو معين بل مجموعة من المستويات المتوازية .

٤ – النسبة بين المعاملات مهمة فى هذا الاتجاه . فالمستويات (622) هى نفسها المستويات (311).

(١–١٠) المعاملات الإتجاهية (معاملات الإتجاه) :

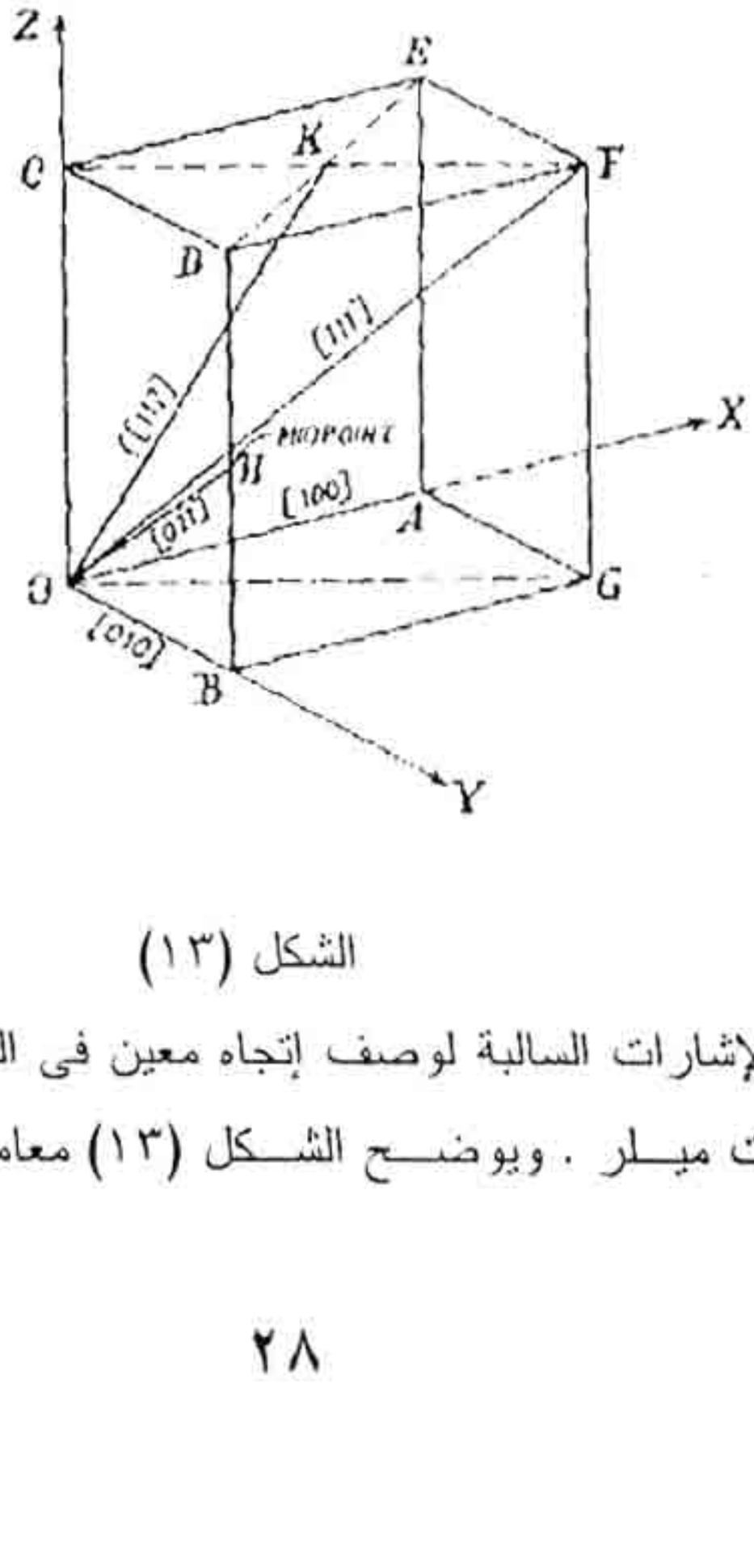
Direction indices

يكـــون ضـــروريا فى بعض الأحيان تحديد إتجاه نقطة داخل البـــلورة ، تســـتخدم لهدم الغرض المعاملات الثلاثة U , V, W داخل قوسين مربعين [U , V, W] هذه المعاملات أعداد صحيحة وليس لها مضـــاعف مشترك أكبر من الواحد الصحيح. فمعاملات الاتجاه لنقطة

هى ببســـاطة الاحداثيـــات إلى هذه النقطة بحيث أن المتجه بين نقطة الأصل والنقطة يكون هو الإتجاه المطلوب.

والاتجـــاه المحـــدد بالرمز [u , v , w] يمكن الحصول عليه كما يلى:

تحـــرك مســـافة تساوى u a على طول الاحداثى a ، v b على طـــول الاحداثى b ، wc على طول الاحداثى c ، ويعطى المتجه الذى يصل النقطة بنقطة الأصل الاتجاه الموضح بهذا الرمز. لهذا ففى بـــلورة مكعبية يعطى اتجاه الإحداثى بواسطة [100] واتجاه الاحداثى y بواسطة [010] وللاحداثى z بواسطة [001] . ويمكن أيضـــاً



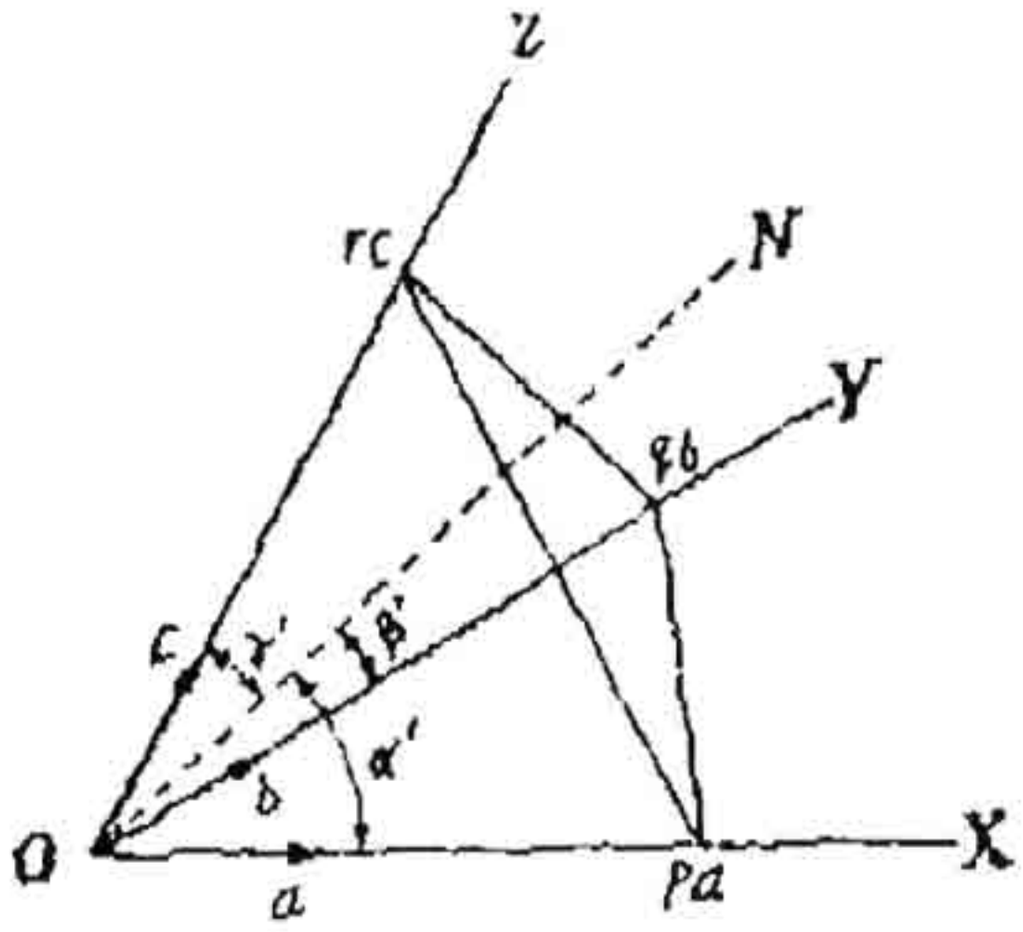
الشكل (١٣)

استخدام الإشارات السالبة لوصف إتجاه معين فى الشبيكة كما فى حالة معـــاملات ميـــلر . ويوضـــح الشـــكل (١٣) معاملات الاتجاه لبعض

الخطــوط فى البــلورة المكعبية . يوضح الشكل (١٣) إتجاهات بعض الخطوط على النحو التالى:

OE, [110] , OA[100] , OF[111] , OK [112] , OH[021], OB[010]

وترتــبط معــاملات ميلر بجيوب التمام الاتجاهية عندما تكون الاتجاهــات مرسومة من نقطة الأصل، وإذا كانت الزوايا بين العمود ON عــلى المســتوى الذى تكون فواصله على الاحداثيات كل على حدة هى pa , qb, rc. كما فى الشكل (١٤) . وإحداثيات البلورة هى الزوايا α', β', γ' على الترتيب يمكن الحصول على العلاقة



الشكل (١٤)

$$\cos\alpha' : \cos\beta' : \cos\gamma' = \left(\frac{1}{pa}\right):\left(\frac{1}{qb}\right):\left(\frac{1}{nc}\right)$$

$$= \left(\frac{h}{a}\right):\left(\frac{k}{b}\right):\left(\frac{l}{c}\right)$$

ونظراً لأن $a = b = c$ فى البلورة المكعبية البسيطة فإن:

$$\cos\alpha' : \cos\beta' : \cos\gamma' = h : k : l$$

أو أن جيـــوب التمام الاتجاهية للعمود على هذه المستويات هى نفسها معاملات ميلر للمستويات.

أمثلة محلولة:

١- قـــارن بين قيم d_{200} ، d_{111} فى بلورة رصاص متمركزة الوجه علماً بأن نصف قطر ذرة الرصاص 1.743 أنجستروم.

الحل:

$$\text{للرصاص } a = \frac{4R}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times 1.743}{\sqrt{2}} = 4.93A^{o}$$

$$\because d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

$$\therefore d_{200} = \frac{4.93}{\sqrt{4 + 0 + 0}} = 2.465A^{o}$$

$$\therefore d_{111} = \frac{4.93}{\sqrt{1 + 1 + 1}} = \frac{4.93}{\sqrt{2}} = 2.85A^{o}$$

٢- بلورة أحد الخامات من النظام المكعبى وضعت فى مطياف الأشعة السينية فكانت فواصل أوجه البلورة a , b , c كما يلى :

أوجه البلورة	A	b	C
1	0.287	1.0	0.251
2	0.287	1.0	∞
3	∞	3.6	0.125
4	0.287	∞	∞
5	0.866	0.2	0.125
6	0.574	∞	0.125

أوجد معاملات ميلر لهذه الأوجه.

الحل :

نظـــراً لأن فواصـــل الوجه الأول للبلورة تدل على مستو يتم اخـــتياره عشـــوائياً بالمســـتوى (111) أو أن وحدات الفواصل على الإحداثيـــات الـــثلاثة هى 0.251, 1.0 , 0.287 . ولمـــا كـــانت الفواصـــل عـــبارة عـــن مضـــاعفات أو قاسم (جزء) منه، فإن هذه الفواصل تكون على النحو التالى.

أوجه البلورة	a	b	C
1	1	1	1
2	-1	1	∞
3	∞	3.6	½
4	1	∞	∞
5	3	2	½
6	2	∞	½

وتكون مقلوباتها هي :

أوجه البلورة	A	b	C
1	1	1	1
2	-1	1	0
3	0	1/3	2
4	1	0	0
5	1/3	½	2
6	½	0	2

ومن ثم تكون معاملات ميلر للأوجه الستة على الترتيب هى :

(111) , (1 10) , (016) , (100) , (23 12) , (104)

٣- بلورية رباعية قائمة فيها a : b : c= 0.45 : ١ : ٠,٣٧٧٧

أوجد معامل ميلر التى تكون فواصلها هى :

$$0.214 : 1 : 0.188$$

$$0.858 : 1 : 0.754$$

$$0.429 : \infty : 0.126$$

الحل :

تكون الفواصل بدلالة وحدات أطوال الأحداثيات هى

$$½ : 1 : ½$$

$$2 : 1 : 2$$

$$1 : \infty : 1/3$$

بإيجـــاد مقلوبات هذه الأعداد واختصارها إلى أعداد صحيحة نحصل

على معاملات ميلر وهى :

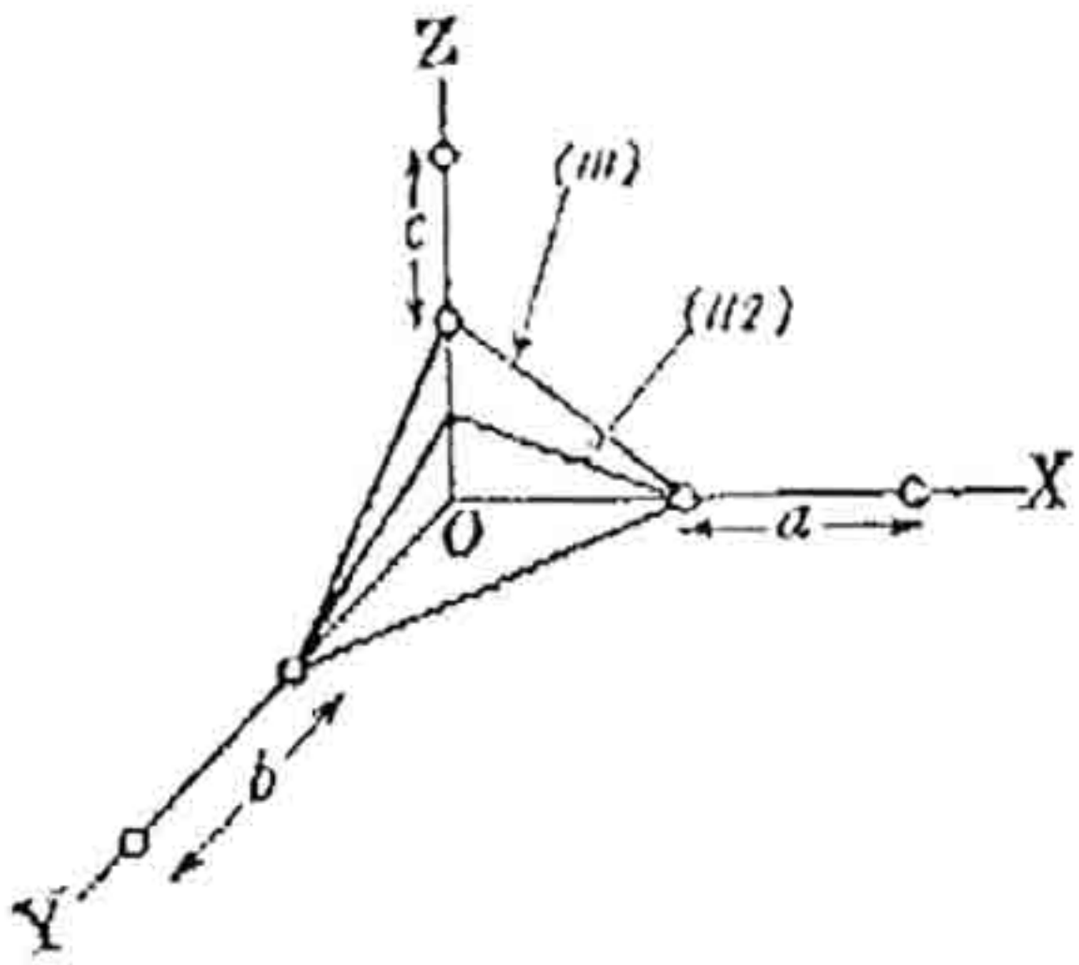
$$(212), (121), (103)$$

٤ – ارسم المستوى (112) فى بلورة مكعبة بسيطة .

الحل :

تكون مقلوبات معاملات ميلر وهى: ½ , ١, ١

لهـــذا فإن a = ١ ، b = ١ و c = ½ وحدة أطوال فى الخلية الوحدة .



الشكل (١٤)

المستوى المطلوب مرسوم فى الشكل (١٤)

ونظرا لأن المستويات المتوازية لها نفس معاملات ميلر فإن المستوى الثانى يتم رسمه مع فواصل تقطع الإحداثيات فى 1 ,2 ,2 وحدة أطوال على طول الإحداثيات x , y , z على الترتيب .

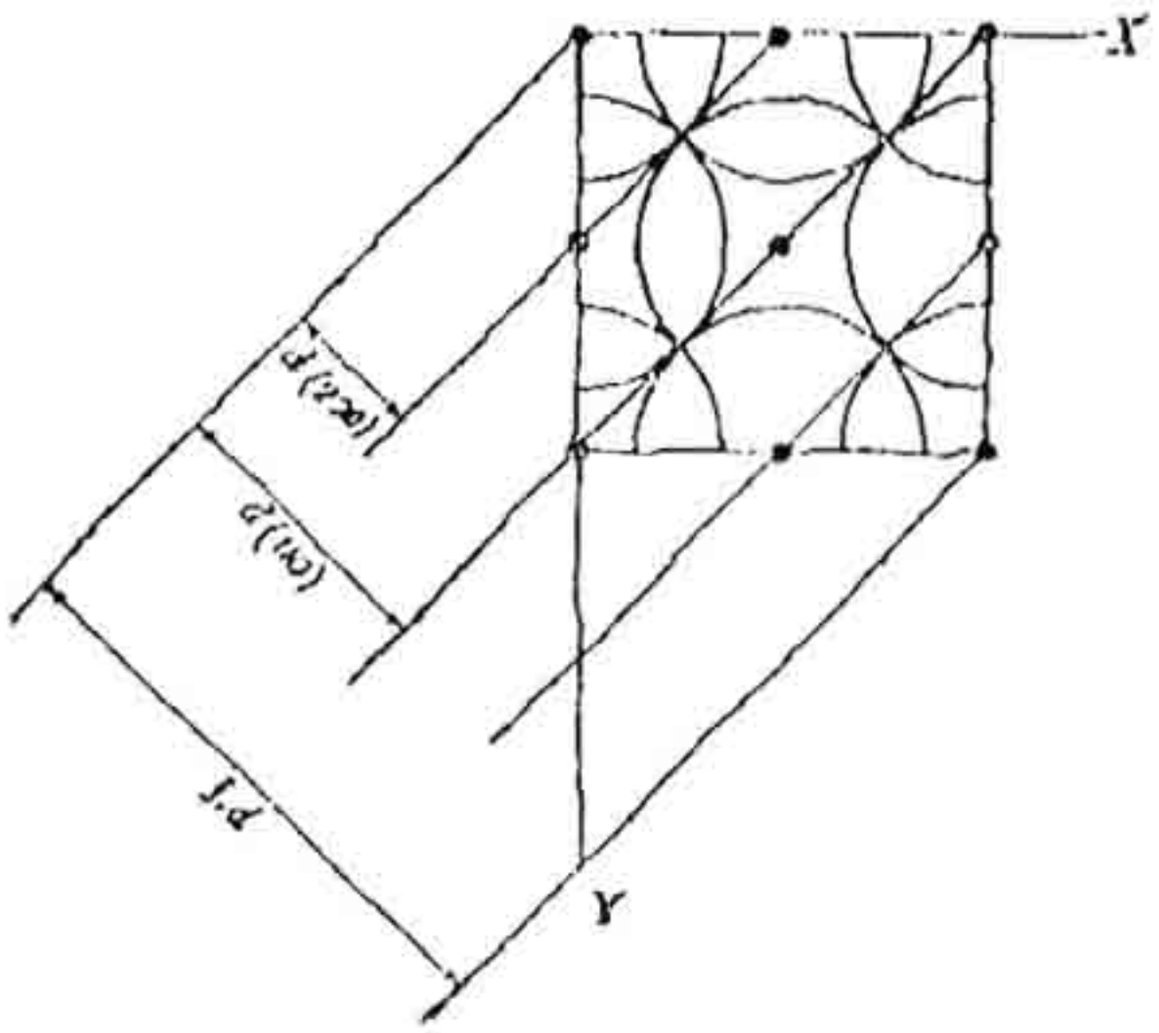
٥ – ارسم جميع المستويات (110) التى تمر خلال خلية وحدة متمركزة الوجه.

الحل:

مقلوبات معامل ميلر (110) مقلوبات ∞ 1 ,1 وحدة أطوال على الترتيب .

ويكون المستوى أحد أفراد عائلة من المستويات لها فواصل كما فى الشكل (١٥)

الشكل (١٥) لفراغات البينية (110) توجد أربعة فراغات بينية فى كـــل وجـــه قطـــري للخلية متمركزة الوجه . ونظرا لأن وحدات الأطـــوال الثلاث متساوية فى التركيب المكعبى توجد خمسة أخرى هى :



الشكل (١٥)

$$m = 0,0, \infty$$

$$n = \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \infty$$

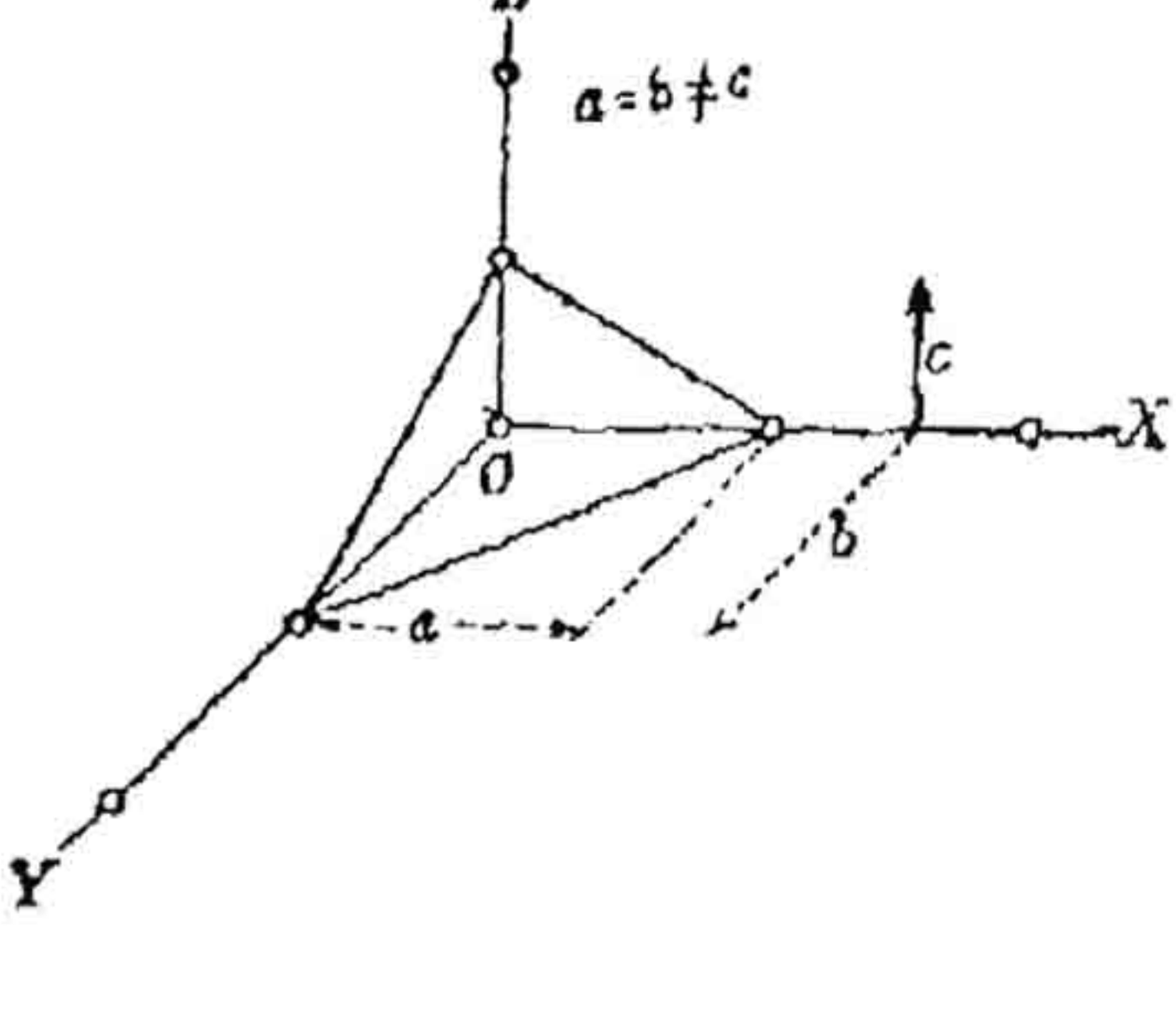
$$p = 1, 1, \infty$$

$$q = 1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}, \infty$$

$$r = 2, 2, \infty$$

الـــذرات فى كل من هذه المستويات لها ترتيب هندسى متماثل مع جيرانها ، لذلك يمكن أن يطلق على كل منها المستوى (110) .

٦ – ارسم المستوى (111) فى خلية وحدة لنظام رباعى قائم فيه $c/a = 0.62$



الشكل (١٦)

الحل :

يوضح الشكل (١٦) هذا المستوى ، يقطع المستوى (111) الاحداثيات الثلاثة عند وحدات أطوال الفواصل . ومع ذلك تكون وحدة أطـوال الفواصل على الأحداثى z أقصر من نظيرتها على الإحداثيات x , y .

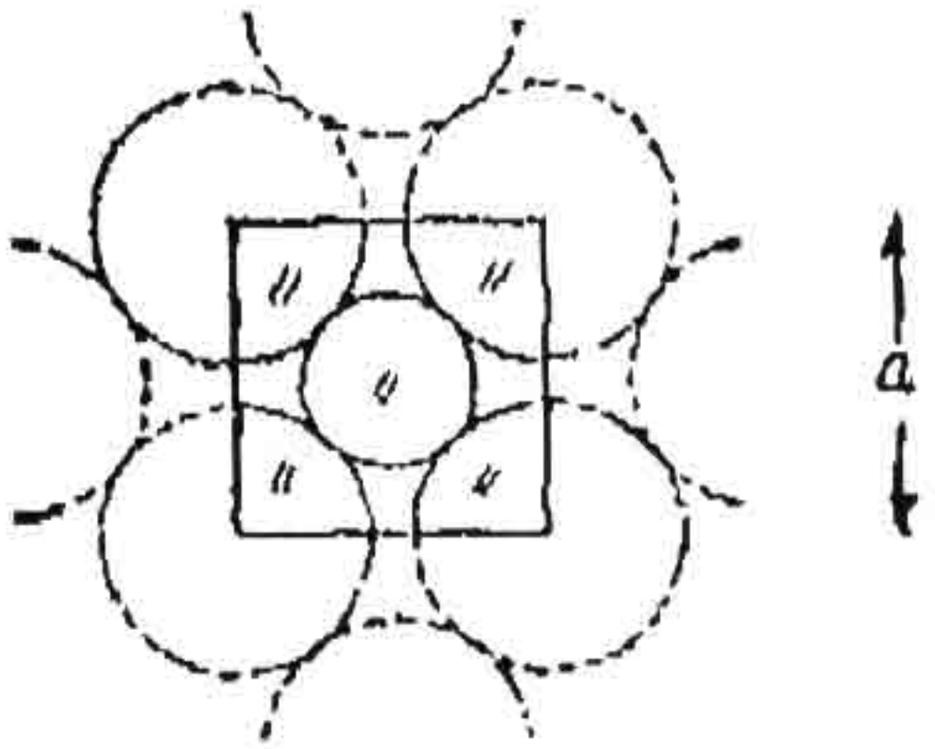
(١-١١)عدد الذرات فى وحدة المساحات فى المستويات المختلفة فى العديد من الشبائك البلورية.

يمكن توضيح الحسابات المطلوبة بواسطة الأمثلة التالية .

٧ – كم عدد الذرات فى كل مم٢ فى المستويات [(111), (110), (100)] لبلورة رصاص متمركزة الوجه.علما بأن $a = 4.93$ Å للرصاص.

الحل :

(i) يوضح الشكل (١٧) المستوى (100)



الشكل (١٧)

الذى يحتوى على $1 + \frac{1}{4} \times 4 =$ 2 ذرة

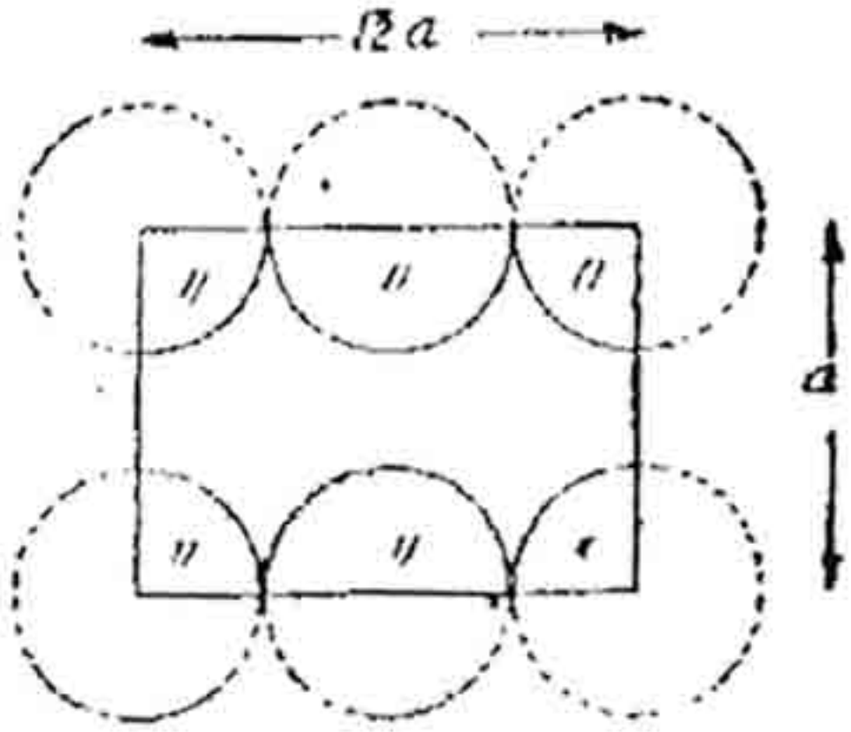
فى كل وجه من أوجه الخلية

$$\text{عدد الذرات / مم٢} = \frac{\text{٢ ذرة}}{(\text{a mm})^2}$$

$$= \frac{2}{(4.93 \times 10^{-7})} = 8.23 \times 10^{12}$$

ذرة / مم٢

(ii) يوضح الشكل (١٨) المستوى (110)



ويحتوى على:

الشكل (١٨)

$2 = 4 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2}$ ذرة لكل $\sqrt{2}$ لكل وجه من أوجه

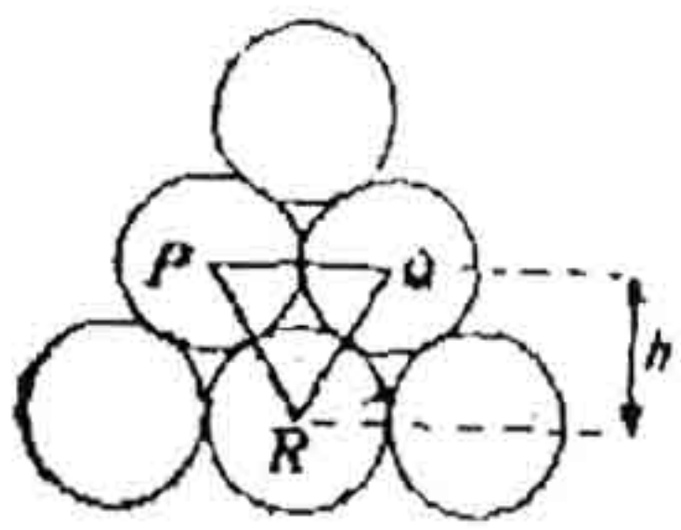
الخلية الوحدة

$$\frac{2}{\sqrt{2}\ a^2} \text{ ذرة} = \text{عدد الذرات لكل مساحة مربعة}$$

$$\frac{\text{٢ ذرة}}{\sqrt{2}\ (4.93 \times 10^{-7})^2}$$

$$= 5.82 \times 10^{12}$$

ذرة / مم٢



الشكل (١٩)

(iii) يوضح الشكل (١٩) المستوى (111) الذى يحتوى على 3/6=½ ذرة كل مثلث صغير مساحته PQR موضحة فى الشكل.

الارتفاع × ½ القاعدة = مساحة المثلث PQR

$$= \frac{1}{2} \times 2R \times \sqrt{3}\,R$$

$$= \sqrt{3}\,R^2$$

عدد الذرات فى مساحة مربعة = $\dfrac{\text{½ ذرة}}{R^2\sqrt{3}}$

$$= \frac{\text{½ ذرة}}{\sqrt{3}\,(1.746\ \text{Å})^2}$$

$$= 9.5 \times 10^{12}$$

ذرة / مم ٢

٨ – الشبيكة متمركزة الوجه تتكون من ذرات كرية نصف قطرها R، احســب عدد الذرات / سم٢ فى المستويات (أ) (100) (100

ب) (110ج) (111) . كــرر نفــس العمــل بالنســبة لبلوة متمركزة الجسم ثم لشبيكة بسيطة .

الحل :

فى الشبيكة متمركزة الوجه

أ) يحتوى المســــــتوى (100) عددا من الذرات يساوى

$2 = \frac{1}{4} \times 4 + 1$ ذرة

$$\text{عدد الذرات / سم}^2 = \frac{2\ \text{ذرة}}{(a\ cm)^2}$$

$$= \frac{2\ \text{ذرة}}{\left(2\sqrt{2}\ R\right)^2}$$

$$= \frac{1}{4R^2}$$

ذرة / سم٢

ب) يحتوى المستوى (110) عددا من الذرات يساوى

$(\frac{1}{4} \times 4 + 2 \times \frac{1}{2}) = 2$ ذرة لكل $\sqrt{2}$ من وجه الخلية الوحدة .

$$\text{عدد الذرات / سم}^2 = \frac{2\ \text{ذرة}}{\sqrt{2}\ .\ (a\ cm)^2}$$

$$= \frac{2\ \text{ذرة}}{\sqrt{2}\left(2\sqrt{2}\ R\ cm\right)^2}$$

$$= \frac{1}{4\sqrt{2}\ R^2}$$

ج) يحتوى المستوى (111) عدد من الذرات يساوى:

$3 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{6} = 2$ ذرة لكـــل $\frac{\sqrt{3}}{2}$ من وجه الخلية

الوحدة .

$$\frac{\text{4 ذرة}}{\sqrt{3}(a\ cm)^2} = \text{عدد الذرات لكل سم٢}$$

$$= \frac{\text{4 ذرة}}{\sqrt{3}\ (2\sqrt{2}\ R\ cm)^2}$$

ذرة / سم٢

وفى الشبيكة متمركزة الجسم $a = 4\ R\ /\ \sqrt{3}$

أ) يحتوى المستوى (100) على عدد من الذرات $4 \times \frac{1}{4} =$

ذرة واحدة لكل وجه

$$\frac{\text{ذرة واحـــــدة}}{(a\ cm)^2} = \text{عدد الذرات / سم ٢}$$

$$\frac{\text{ذرة واحـــــدة}}{(\frac{4R}{\sqrt{3}}\ cm)^2} = \text{عدد الذرات / سم ٢}$$

$$= \frac{3}{16\ R^2}$$

ب) يحتوى المستوى (110)على عدد من الذرات يساوى:

$1 + 4 \times \frac{1}{4} = 2$ ذرة لكل $\sqrt{2}$ من وجه الخلية .

$$\frac{\text{٢ ذرة}}{\sqrt{2}\ (a\ cm)^2} = \text{عدد الذرات / سم ٢}$$

$$= \frac{\text{ذرة } 2}{\sqrt{2}\left(\frac{4R}{\sqrt{3}}\ cm\right)^2} = \frac{3}{8\sqrt{2}\ R^2}$$

ج) يحتوى المستوى (111) عدد من الذرات من وجه الخلية $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\left(\frac{1}{6} \times 3 + 1\right) = \frac{1}{2} \text{ ذرة لكل } 1$$

$$\text{عدد الذرات / سم ٢} = \frac{\text{ذرة } 1\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}(a\ cm)^2}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{16\ R^2}$$

وفى الشبيكة البسيطة $a = 2\ R$

أ - يحتوى المستوى (100) = عدد الذرات / سم ٢

على $4 \times \frac{1}{4} = 1$ ذرة لكل وجه

$$\frac{\text{١ ذرة}}{(a\ cm)^2} = \frac{\text{١ ذرة}}{(2\ R\ cm)^2}$$

$$= \frac{1}{4\ R^2}$$

ب) يحتوى الوجه (110) على $4 \times \frac{1}{4} = 1$ لكل $\sqrt{2}$ من وجه الخلية :

$$= \frac{\text{١ ذرة}}{\sqrt{2}(2R)^2} \quad \frac{\text{١ ذرة}}{\sqrt{2}(a\ cm)^2} \quad \text{= عدد الذرات / سم ٢}$$

$$= \frac{1}{4\sqrt{2}\,R^2}$$

ج) يحتوى الوجه(111) على: $3 \times 1/6 =$ ½ ذرة فى كل وجه

$$\text{عدد الذرات/سم}^2 = \frac{\text{ذرة واحدة}}{\sqrt{3}\ (a\ cm)^2} - \frac{\frac{1}{2}\ \text{ذرة}}{\frac{\sqrt{3}}{2}\ (a\ cm)^2}$$

$$\frac{1}{4\sqrt{3}\,R^2} = \frac{\text{ذرة واحدة}}{\sqrt{3}\ (2R\ cm)^2}$$

(١-١٢) أنواع البلورات: Classes of Crystals

يمكــن تصنيف العديد من البلورات فى مجموعات معينة بناء على التماثلات الخارجية والداخلية.

عناصر التماثل الخارجى هى:

مركز التماثل – محور التماثل – مستوى التماثل.

١ - مركز التماثل : Centre of Symmetry

لبــلورة مــا مركز تماثل عندما يكون لها نقطة بحيث أن كل مســتقيم يمر بها تقع عليه نقطتان متشابهتان على جانبى مركز التماثل وعــلى مســافتين متساويتين منه وبديهى أن مركز المكعب هو مركز التماثل بينما لا يكون للنظام الرباعى القائم مركز تماثل.

٢ - محور التماثل : Axis of Symmetey

هـــو خط وهمى داخل مجموعة من النقط الشبيكة ، إذا دارت المجموعة بزاوية ما حوله كمحور ينتج تشكيل لا يختلف عن التشكيل الأصلى:

٣ - مستوى التماثل : Plane of Symmetey

عـــندما يرســـم مستوى فى البلورة يحتوى على مركز البلورة بحيـــث أن كـــل نصـــف من البلورة بمثابة صورة بالانعكاس للنصف الأخـــر يقـــال أن البلورة لها مستوى تماثل . وعلى سبيل المثال توجد ست مستويات تماثل قطرية فى البلورة المكعبة.

عناصر التماثل الداخلى هى :

عمـــلية الـــدوران - عملية الإنعكاس - الأنقلاب الدورانى - المستوى المنزلق.

١ - عملية الدوران :

توضح عملية الدوران أن أآ نقطة داخل البلورة يمكن أن تصل إلى تطابق ذاتى.

٢ - عملية الإنعكاس :

تؤدى إلى نفس تأثير مستوى التماثل.

٣ - الأنقلاب الدورانى :

عـــندما تصـــل البلون إلى تطابق ذاتى بربط عمليتى الدوران والإنقلاب.

٤ - المستوى المنزلق :

يوجـــد فى البـــلورة عـــندما يتحد مستوى الانعكاس بالانتقال المـــوازى لهذا المستوى بحيث يصل التركيب إلى تطابق ذاتى بواسطة الحركة والإنعكاس عبر مستوى معين.

أسئلة وتمارين:

١ - إذا كـــانت كـــثافة كلوريد الصوديوم هى 2.156 جم/سم^{٣} وأن الـــتركيب البلورى يتكون من شبيكة مكعبة وأن مواضع متتالية فى الشـــبيكة تشـــغلها Cl, Na عـــلى الـــترتيب مستخدما عدد أفوجاءرو :

أوجه المسافة الفاصلة بين أقرب أيونين متجاورين.

(2×10^{-10} مترا)

٢ - إذا كـــان الـــتركيب البلورى للفضة هو شبيكة مكعبة متمركزى الوجه وأن بارامترا الشبيكة يساوى 4.07 أنجستروم وأن الكتلة للفضة 107.88 احسب كثافة الفضة.

(10.58 جم/سم^{٣})

٣ - إذا كانت الكتلتان الذريتان للكلور والصوديوم هما 3545 جم ، 23.5 جـــم عـــلى الترتيب وإذا كانت كثافة الصوديوم 2.165 جم/سم^{٣} أحسب أبعاد الخلية الوحدة لكلوريد الصوديوم.

(أنجستروم 5.63)

٤ - إذا كـــان بارامتر الخلية الوحدة للألومنيوم 4.04 أنجستروم فما قيمة :

أ) d(220) ب) d (111) ج) d (200)

(أ - 1.43 أنجســـتروم ، ب - 2.33 أنجســـتروم ، ج- 2.02 أنجستروم)

٥ - ما عدد الذرات فى كل مم^{٢} فى أ) المستوى (100) للنحاس ، ب) المستوى (110) ج) المستوى (111). علماً بأن شبيكة النحاس مكعبية متمركزة الوجه وأن نصف قطر ذرته ، 1.27 أنجستروم.

[أ) 10^{12} x 1.536 ، ب) $10.86x10^{12}$ ، ج) 1.774 x 10^{12} ذرة/مم^{٢})]

٦ - إذا كانت المسافة الفاصلة بين المستويات (110) فى شبيكة مكعبة متمركزة الوجه هى 2.03 أنجستروم . أ) ما مقاس الخلية ؟ ب) ما نصف قطر الذرة؟ ج) ما هو الفلز المتوقع ؟

[أ) 2.86 أنجستروم ، ب) 1.24 أنجستروم ، ج) F_e α =]

٧ - من المعروف أن النيكل له تركيب مكعبى متمركز الوجه وأن نصف قطر ذرته 1.243 أنجستروم . ما المسافة الفاصلة بين أ) المستويات (200)، ب) المستويات (220) ، ج) المستويات (111) ؟

[أ) 1.762 ، ب) 1.243 ، ج) 2.04 أنجستروم]

٨ - (i) ما المقصود بالمصطلحات الآتية:

أ) الخلية الوحدة . ب) رقم التناسق. ج) معامل الرص.

(ii) بين أن بارمسترات الشبيكة لتركيب بلورى متمركز الجسم ولأخر متمركز الوجه تعطى بواسطة:

a_{bcc} $4r/\sqrt{2}$ a_{fcc} $4r/\sqrt{3}$,

حيث r نصف قطر الذرة.

٩ - أرسم المستوى (١١١) لبلورة نحاس متمركزة الوجه :

أ) أحسب عدد الذرات لكل مم^{٢}.

ب) أحسب المسافة الفاصلة بين المستويات المتجاورة.

[1.774×10^{14} ذرة / مـــم^{٢} ، ب) $d_{111} = 1.66$ Å]

١٠- احســب المســتوى (222) أو (١١١) لشــبيكة حديــد مكعبية مــتمركزة الوجه . أ) احسب عدد الذرات لكل ١ مم^{٢} ، ب) احســب المســافة الفاصلة بين المستويات [أ) 2.10×10^{13} ذرة/مم^{٢} ، ب) $d_{111} = 2.08$ Å]

١١ - لشــبيكة مكعبة بين أن المسافة الفاصلة بين المستويات المتالية معاملات ميلر لها l ، k ، h تعطى بواسطة:

$$d_{111}\left[\frac{a}{h^2+k^2+l^2}\right]^2$$

١٢- عيــن نصف قطر أكبر ذرة يمكن أن توضع فى فراغات بلورة حديد متمركزة الجسم بدون رسم.

[0.3 أنجستروم]

١٣- أ) اشرح مصطلح " التماثل " فى التركيب البلورى .

ب) مــا هى شــبيكة بــرافيه وما هى معاملات ميلر ؟ بين أن المستويات (١١١) تكون عمودية على الاتجاه [١١١] فى بلورة بسيطة مكعبة.

١٤- أ) مـــا الخلية الأولية لشبيكة فى بعيدن ؟ ارسم الخلية الوحدة لـــتركيب مكعبى بسيط وبين المستويات (١١١) الأربعة فيها . وما عدد الذرات التى تسهم بدور فعال فى هذه الخلية الوحدة.

ب) عرف نصف قطر الذرة.

بين كيف يمكن تعيينه بمعرفة بارامتر شبيكة مكعبة.

١٥- ارســـم المســـتويات (١١٠) (١١١) والاتجاهات [١١٠] [١١١] فى بـــلورة مكعـــبة بسيطة . ما الذى يمكن أن تســـتدل عـــليه من هذه الأشكال ومن ثم أشرح استخدام معاملات ميلر فى الدراسات التركيبية.

الباب الثانى

الروابط فى الجوامد

الباب الثانى

الروابط فى الجوامد

Bonds in Solids

يـــتكون الجـــامد مـــن بلايين الذرات مرصوصة بجوار بعضها والخصـــائص المميـــزة لهذه الحالة ترجع إلى تقارب ذراتها من ناحية وقـــوى الـــتجاذب بينها من ناحية أخرى. والروابط هى المسئولة عن الاحتفاظ بالذرات معاً.

والروابط فى الجوامد نوعان :

ـــ روابط أولية ـــ روابط ثانوية

الـــروابط الأوليـــة هى الـــروابط الأيونية والروابط التساهمية والروابط الفلزية والروابط الهيدروجينية.

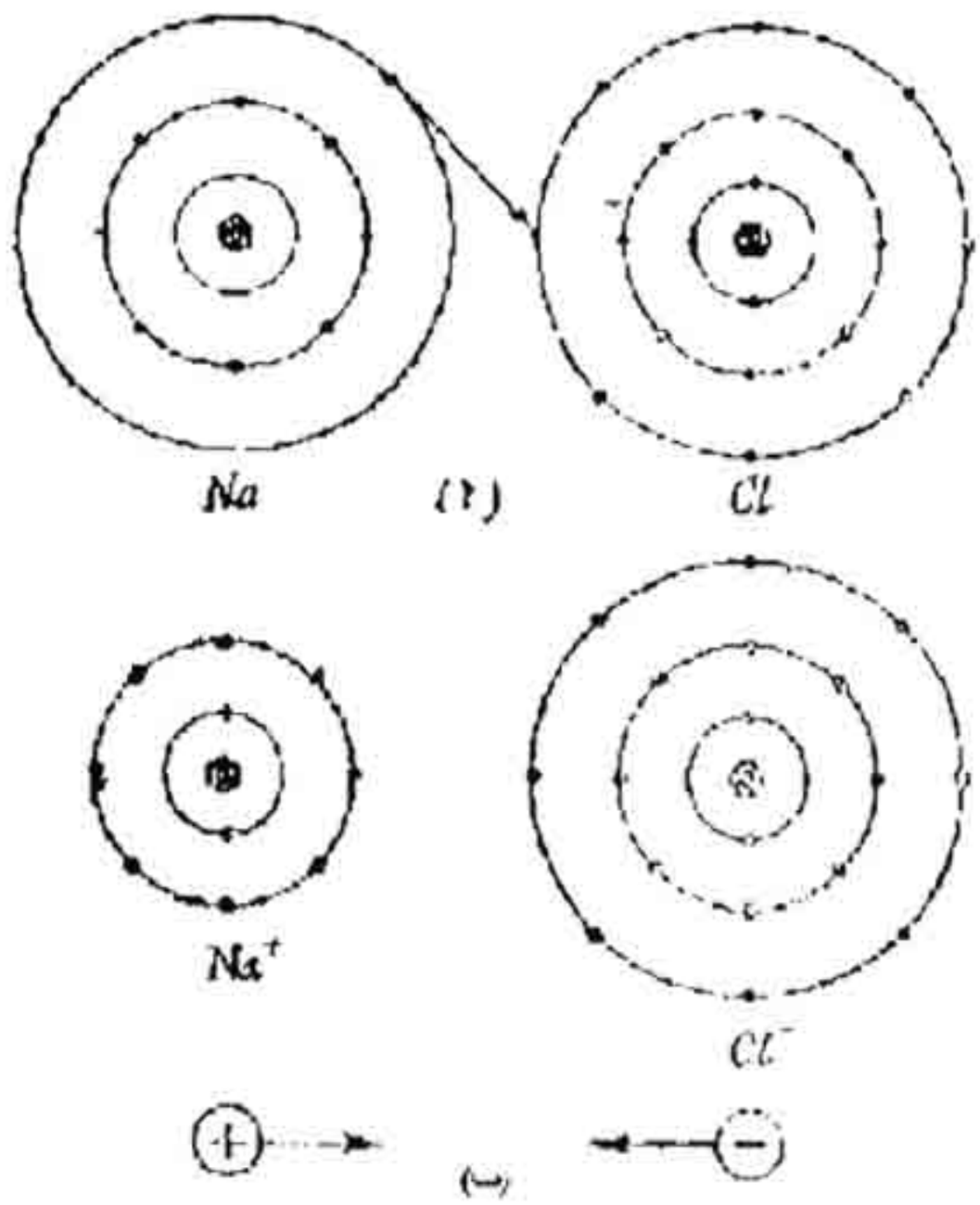
الروابط الثانوية تكون متضمنة فى قوى فان درفال Van der Waals.

(٢-١) أولاً : الروابط الأولية Primary Bonds

(١) الرابطة الأيونية : Ionic Bond

تعد الرابطة الأيونية من أقوى الروابط ، ويعد كلوريد الصوديوم NaCl أحد الأمثلة النموذجية للجوامد الايونية .

فعندما تقترب ذرة صوديوم من ذرة كلور حتى تصبح المسافة الفاصلة بينهما مناسبة ينتقل الكترون التكافؤ فى ذرة الصوديوم كما فى الشكل (١أ) إلى الغلاف الخارجى لذرة الكلور .



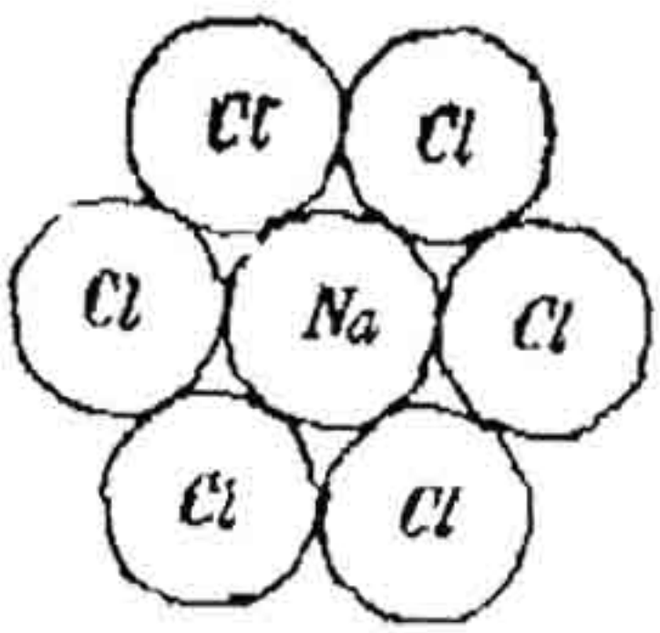
الشكل (١-أ)

وتسمى ذرة الصوديوم التى فقدت الكتروناً أيوناً موجباً (كاتيون Cation) وتسمى ذرة الكلور التى اكتسبت الكتروناً أيوناً سالباً (أنيون Anion) وتنشأ نتيجة لقوى التجاذب الكهروستاتيكية قوية تسمى الرابطة الأيونية .

ومن الشكل (١ب) يتضح أن التشكيل الإلكترونى لأيون الصوديوم الموجب Na^+ شبيه بالتشكيل الإلكترونى لذرة النيون (غاز خامل) فى حين أن التشكيل الإلكترونى لأيون الكلور السالب C^- شبيه بالتشكيل الإلكترونى لذرة الأرجون (غاز خامل) و تنتظم أيونات الصوديوم الموجبة و أيونات الكلور السالبة فى شبكة بلورية تنتمى كما

فى الشكل (٢) إلى النظام المكعبى .

ومـــن هـــذا الشكل نلاحظ أن آيون الصوديوم الموجب محاط بستة آيونات كلور سالبة ، وأن آيون الكلور السالب محاط بدوره بستة



الشكل (٢)

أيونات صوديوم موجبة على مسافات فاصلة متساوية تساوى ثابت أو بارامتر الشبيكة .وتعطى طاقة التجاذب بين الأيونين بالعلاقة :

$$E_{att} = -\frac{K e^2}{\Gamma} \qquad (١)$$

حيث K ثابت كولوم ($\frac{1}{4\pi\varepsilon}$) يساوى 9×10^9 نيوتن . متر مربع / كولوم ^{٢}

وتعطى طاقة التنافر بين الأيونين بالعلاقة :

$$E_{rep} = \frac{B}{r^{n}} \qquad (٢)$$

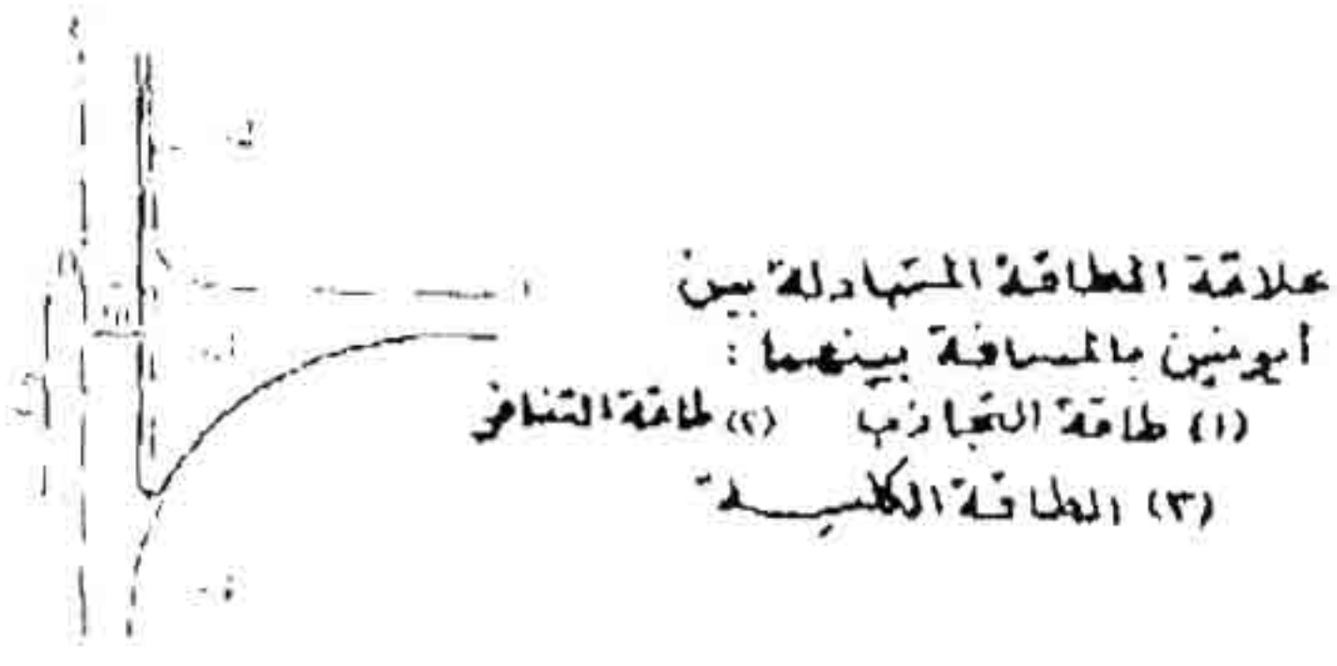
حيث B ، n ثابتان .

وتصبح الطاقة الكلية :

$$E = \frac{B}{r^{n}} - K\frac{e^{2}}{r} \qquad (٣)$$

ويوضح الشكل (٣) كيف تتغير E_{rep} ، E_{att} ، E مع تغير المسافة بين الأيونين :

فالمنحـــنى رقـــم 1 فى الشكل يبين العلاقة بين E att و r . فعـــندما تـــنقص r تزداد القيمة المطلقة لطاقة التجاذب حتى تصل إلى جعل الأيونين الموجب والسالب أقرب ما يكون من بعضهما البعض . لكن يعوق هذا التقارب قوة التنافر التى يمثلها المنحنى رقم (2)



الشكل (٣)

وتـــزداد هذه القوى بسرعة مع نقص المسافة r وعند $r = r_0$ حيث r_0 ثـــابت أو باراميـــتر الشبيكة تكون الطاقة الكلية أقل ما يمكن حيث تكون قوة التجاذب مساوية لقوة التنافر وفى النهاية تصبح طاقة الشبيكة هى:

$$E_{tot} = -NA\frac{ke^2}{r_o}\left(1-\frac{1}{n}\right) \qquad (٤)$$

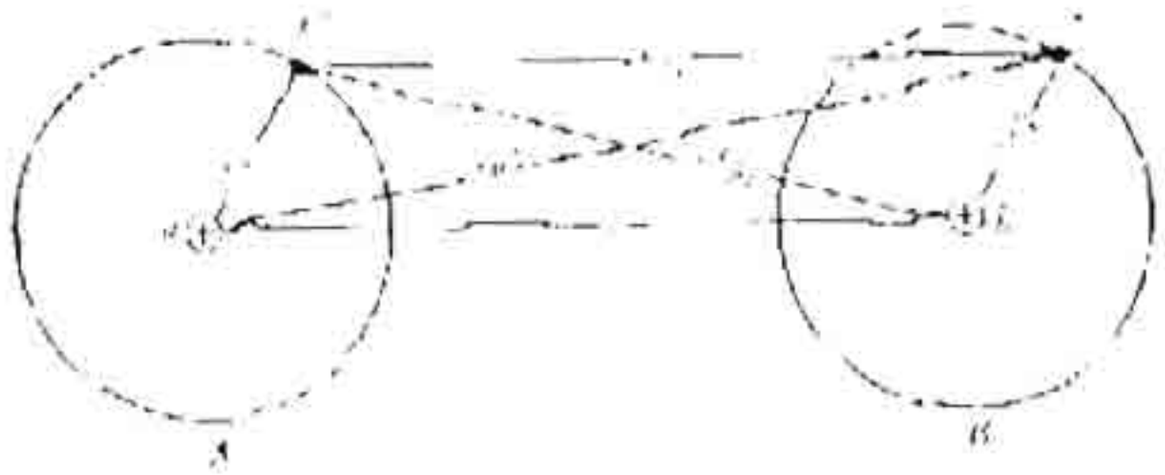
حيث N عدد جزيئات Na Cl فى الشبيكة و A ثابت يعرف بثابت ماديلونج Madelung constant

(٢-٢) الرابطة التساهمية : Coovalent Bond

عـــندما تســـتهم ذرتـــا عنصـــر واحد كالهيدروجين مثلا فى إلكـــترونين بواقـــع إلكـــترون من كل ذرة تتكون الرابطة التساهمية . ونـــتيجة لهـــذا الإستهام أو المشاركة يكتمل الغلاف الخارجى لكل ذرة بحيـــث يصبح التشكيل الإلكترونى لها شبيها بالتشكيل الإلكترونى لذرة الغاز الخامل (الهيليوم فى هذه الحالة) .

ويوضح المثال التالى ما نعنيه بالرابطة التساهمية :

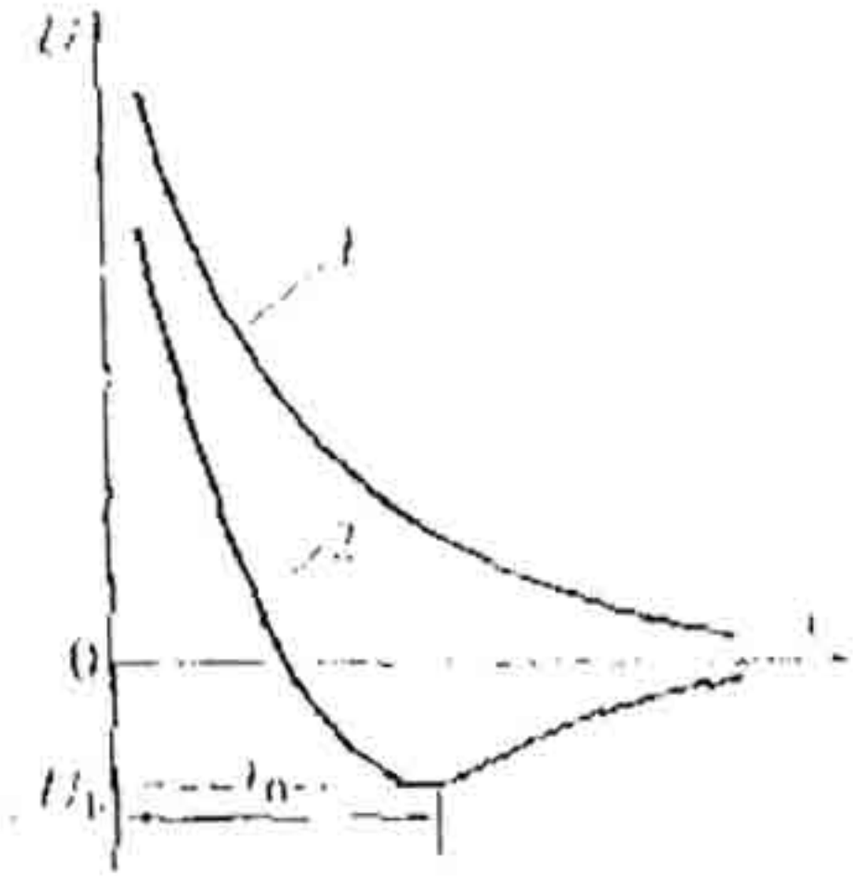
عندما تقترب ذرتا الهيدروجين B ، A إحداهما من الأخرى



الشكل (٤)

بدرجة كافية حتى يصبحا على مسافة معينة ينتقل إلكترون من الذرة A إلى الـــذرة B ليـــدور حول نواتها بجانب إلكترون الذرة B نفسها . وينـــتقل إلكـــترون الذرة B إلى الذرة A ليدور حول نواتها بجانب إلكترون الذرة A نفسها ، وعندئذ يصعب القول بأن هذين الإلكترونين ينتميان لآي ذرة من الذرتين A أو B . انظر الشكل (٤) . ونتيجة لذلـــك تنشأ قوة ترابط غاية فى القوة. ويمثل الشكل (٥) تغيرات الطاقة المصاحبة للرابطة التساهمية لجزئ الهيدروجين .

وفى الشـــكل نلاحـــظ ان طاقـــة الـــترابط تقل تدريجيا عندما تتناقص المسافة الفاصلة حتى تصل إلى أقل قيمة عندما تكون المسافة الفاصلة مساوية طول الرابطة التساهمية .



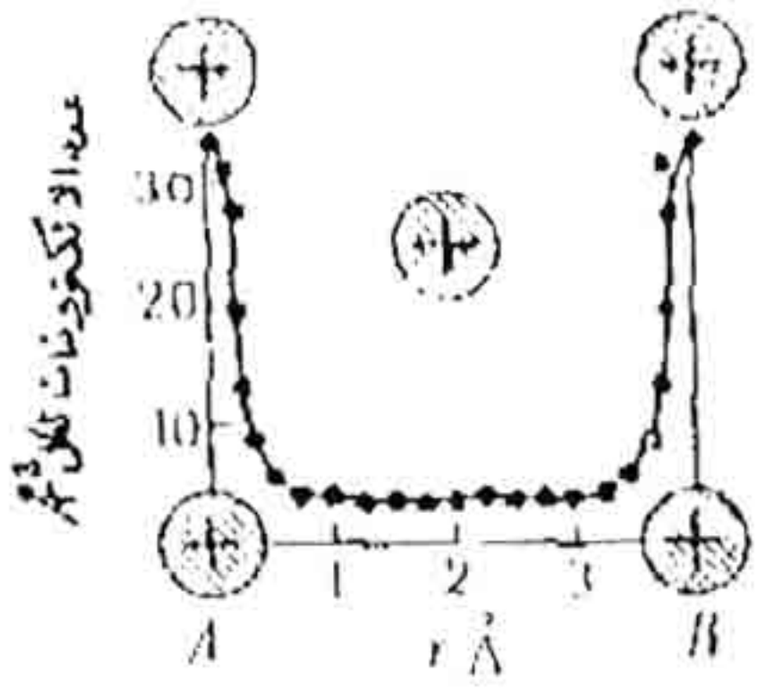
الشكل (٥)

وعندما تقل المسافة الفاصلة عن حد معين تزداد الطاقة بشكل حاد بسبب قوى التنافر بين النوى .

وتعرف طاقة الرابطة بكمية الطاقة اللازمة لكسر الرابطة لتكوين ذرات متعادلة .

(٢-٣) الرابطة الفلزية : Metallic Bond

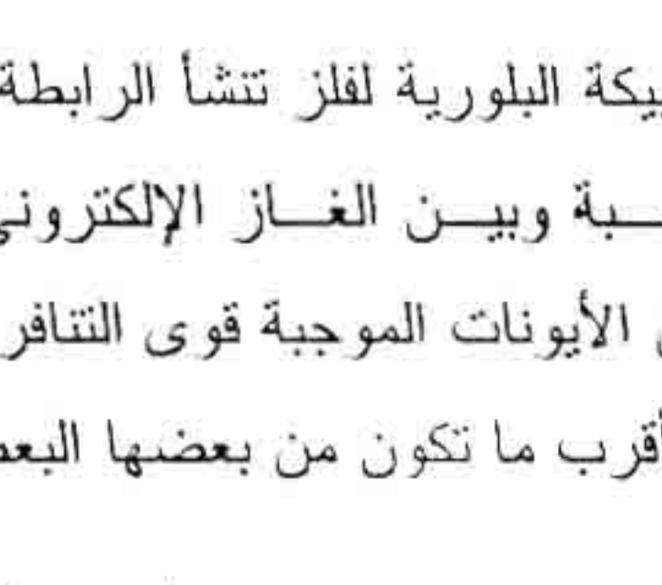
تشـــغل الفلزات أماكن فى بداية كل دورة فى جدول منديلف . وفيمـــا يلى نوضح كيف تنشأ الروابط الفلزية ، فكما هو معروف تكون إلكـــترونات الـــتكافؤ الخارجية لذرات الفلزات ضعيفة الارتباط بأنوية هـــذه الذرات . وهذا يتيح لإلكترونات التكافؤ فى الفلزات بالتحرر من أنويـــتها والـــتجول هـــنا وهناك فى الشبيكة البلورية . ويؤدى هذا إلى توزيع متجانس للشحنات السالبة فى الشبيكة البلورية .



الشكل (٦)

ويوضـــح الشـــكل (٦) المنحـــنى التجريـــبى لكـــثافة التوزيع الإلكـــترونى بيـــن مواضـــع شبيكة الألومنيوم الذى تم الحصول عليه فوتوغـــرافيا بواســـطة الأشعة السينية . ومنه يتضح أن الجزء الأكبر

مـــن المسافة الفاصلة بين مواضع تركيز الإلكترونات يظل ثابتا إلا أنه يزداد بحدة بالقرب من هذه المواضع بسبب وجود أغلفة داخلية لذرات الألومنيوم.



الشكل (٧)

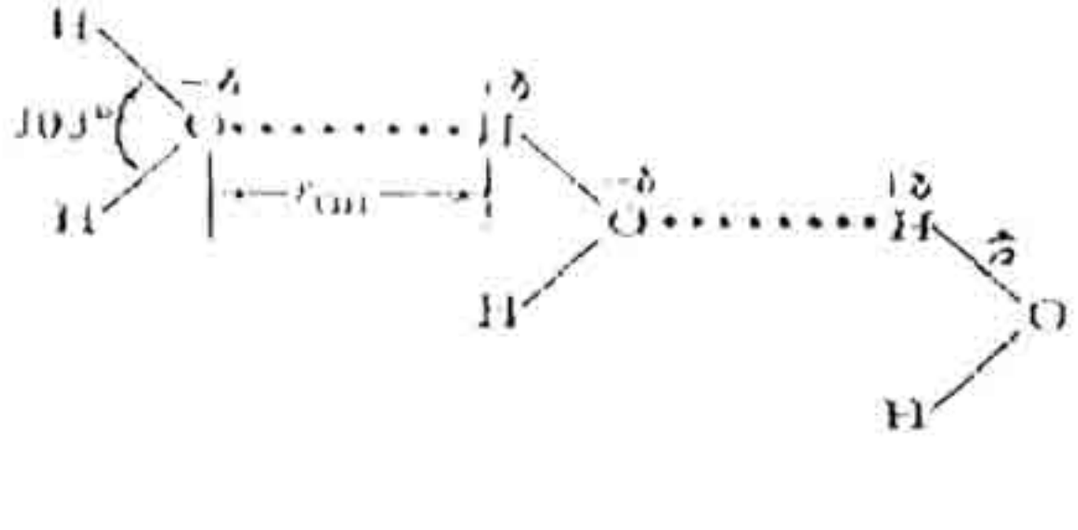
وفى الشبيكة البلورية لفلز تنشأ الرابطة من التأثير المتبادل بين الأيونـــات الموجـــبة وبيـــن الغـــاز الإلكترونى . وتعادل الإلكترونات المـــتحركة بيـــن الأيونات الموجبة قوى التنافر الموجودة بين الأيونات الموجبة لتجعلها أقرب ما تكون من بعضها البعض (شكل ٧).

وعندما تصبح المسافات بين الأيونات أصغر ترتفع كثافة الغاز الإلكـــترونى ويـــؤدى هـــذا إلى زيـــادة القوى التى تعمل على تقريب الأيونـــات. وعلى الجانب الآخر تميل قوى التنافر إلى تحريك الأيونات بعيدا عن بعضها البعض . وعندما تصبح المسافة بين الأيونات بحيث تتعادل قوى التجاذب مع قوى التنافر يتم تكوين شبيكة مستقرة .

(٢-٤) الرابطة الهيدروجينة: Hydrogen Bond

عـــندما تـــتحد ذرتان متماثلتان مثل ذرتى جزىء الهيدروجين نجـــد أن الذرتيـــن متساويتان فى السالبية الكهربية وأن لكل ذرة نفس القـــدرة عـــلى جـــذب زوج الإلكـــترونات فى الرابطة التساهمية التى تـــربطهما لذا نجد أن وجود الإلكترونات حول الذرتين يتقاسمان الوقت مناصفة و بذلك تكون كل ذرة متعادلة كهربيا.

ولكـــن إذا اختـــلفت السالبية الكهربية لذرتين متصلتين برابطة فـــان الإلكـــترونات تقضـــى وقتا اكبر نسبيا حول نواة العنصر الأكثر ســـالبية كهربية وتكتسب بذلك شحنة جزئية سالبة ، وهذا بالتالى يؤدى إلى ظهـــور شحنة جزئية موجبة على الذرة الأخرى فعند اتحاد ذرات الهيدروجيـــن مـــع ذرات اكبر فى ساليبتها الكهربية مثل الأكسجين أو الفـــلور فانه تظهر شحنة جزئية مو جبة على ذرة الهيدروجين وشحنة جـــزئية ســـالبة على ذرات الأكسجين أو الفلور وتنشأ عن ذلك رابطة تســـمى بالـــرابطة الهيدروجيـــنية نـــتيجة للتجاذب المتبادل بين ذرات الهيدروجين و ذرات الأكسجين أو الفلور ويمثل الشكل (٨) هذا النوع من الروابط .



الشكل (٨)

ثانيا : الروابط الثانوية: Secondary Bonds

- قوى فان درفال :

تعـــد الروابط الأيونية والتساهمية والفلزية روابط أولية قوية و هى روابـــط قصيرة المدى تمسك بالذرات معا ومع ذلك توجد روابط ثانويـــة ضعيفة تسهم بدورها فى قوى تجاذب فان درفال من حيث أنها قـــد تكـــون القوى الوحيدة فقط التى تعمل فى عملية الروابط . وتوجد مركـــبات كـــثيرة تكون جزيئاتها مستقرة حتى مع اقترابها من بعضها الـــبعض إذ أن لهـــا خاصية الاحتفاظ بفرديتها . على سبيل المثال، فى غـــاز خـــامل مثل الهيليوم يكون المدار الخارجى مكتملا حيث يحتوى على إلكترونين يكفيان لتشبعه فى هذا الوضع المستقر . وكنتيجة لذلك فـــإن ذرات الغـــازات الخاملة تظل فى حالتها الذرية (جزيئاتها أحادية الذرات) فى درجات الحرارة العادية. وفى درجات الحرارة المنخفضة تـــتكاثف هـــذه الجزيـــئات وهذا يؤدي الى ظهور قوى تجاذب ضعيفة تجذب الذرات نحو بعضها البعض .

<u>أسئلة:</u>

١ – ناقش أنواع الروابط المختلفة فى الجوامد و اشرح أهميتها

٢ – صف بالتفصيل خصائص الروابط فى الجوامد و شدتها النسبية

٣ – قارن بين الروابط الايونية و التساهمية فى الجوامد موضحا ذلك بامثلة:

٤ – أ) صف الشروط التى قد تجعل ذرتين تكونان

١–وصلة أيونية

٢–وصلة تساهمية

ب) بين أوجه الاختلاف بين الرابطة الأيونية و الرابطة التساهمية ؟

٥ – أكتب نبذة مختصرة عن كل من :

١– قوى فان درفال و علاقتها بالروابط .

٢– الرابطة الفلزية .

الباب الثالث

جيود الأشعة السينية والتركيب البلورى

الباب الثالث

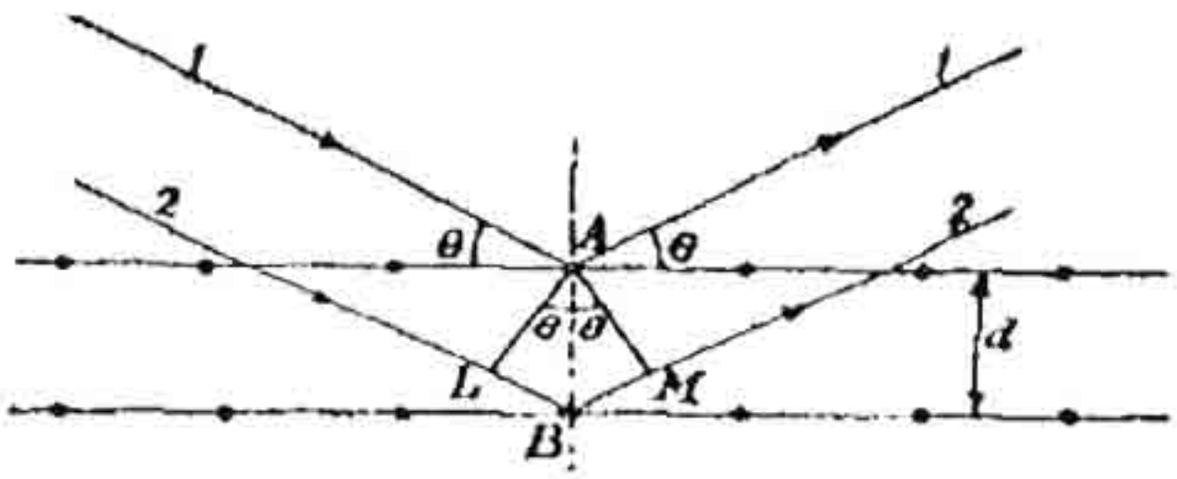
حيود الأشعة السينية والتركيب البلورى

X – Rays Diffraction and Crystal Structure

يمكـــن النظر إلى البلورة كما اقترح فون لاوا Von Laue على أنها محزوز حيود ثلاثى الأبعاد يعمل بالأشعة السينية نظرا لأن أطوالها الموجية يمكن مقارنتها بالمسافات الفاصلة بين الذرات ، و ان مجموعـــة الأشـــعة السينية المحادة تزودنا بمعلومات كافية عن انتظام تـــرتيب الـــذرات . ولعل أهم تطبيقات اقتراح فون لاوا يرتبط بقانون براج Bragg ' s Law .

(٣-١) قانون براج :

وجد براج انه يمكن بيان موضع الحزم المحادة للاشعة



الشكل (١)

الســـينية بواســـطة البـــلورة بنموذج بسيط ، حيث يفترض ان الأشـــعة الســـينية تـــنعكس بانتظام من المستويات المختلفة للذرات فى

البـــلورة . ووجـــد أن الاشعة المحادة توجد فقط عند مواضع تتداخل عندها الأشعة المنعكسة عند المستويات المتوازية تداخلا بنائيا .

ويمكن استنتاج قانون براج بسهولة بالإستعانة بالشكل (١)

فرق المسير بين الشعاعين 1 ، 2 بعد انعكاسهما عن المستويين المتوازيين المسافة الفاصلة بينهما هى d يتم تعيينه من العلاقة :

$$\text{فرق المسير} = LB + BM$$

$$= d \sin 0 + d \sin 0$$

$$= 2\ d \sin 0$$

حيث 0 الزاوية المتممة لزاوية السقوط

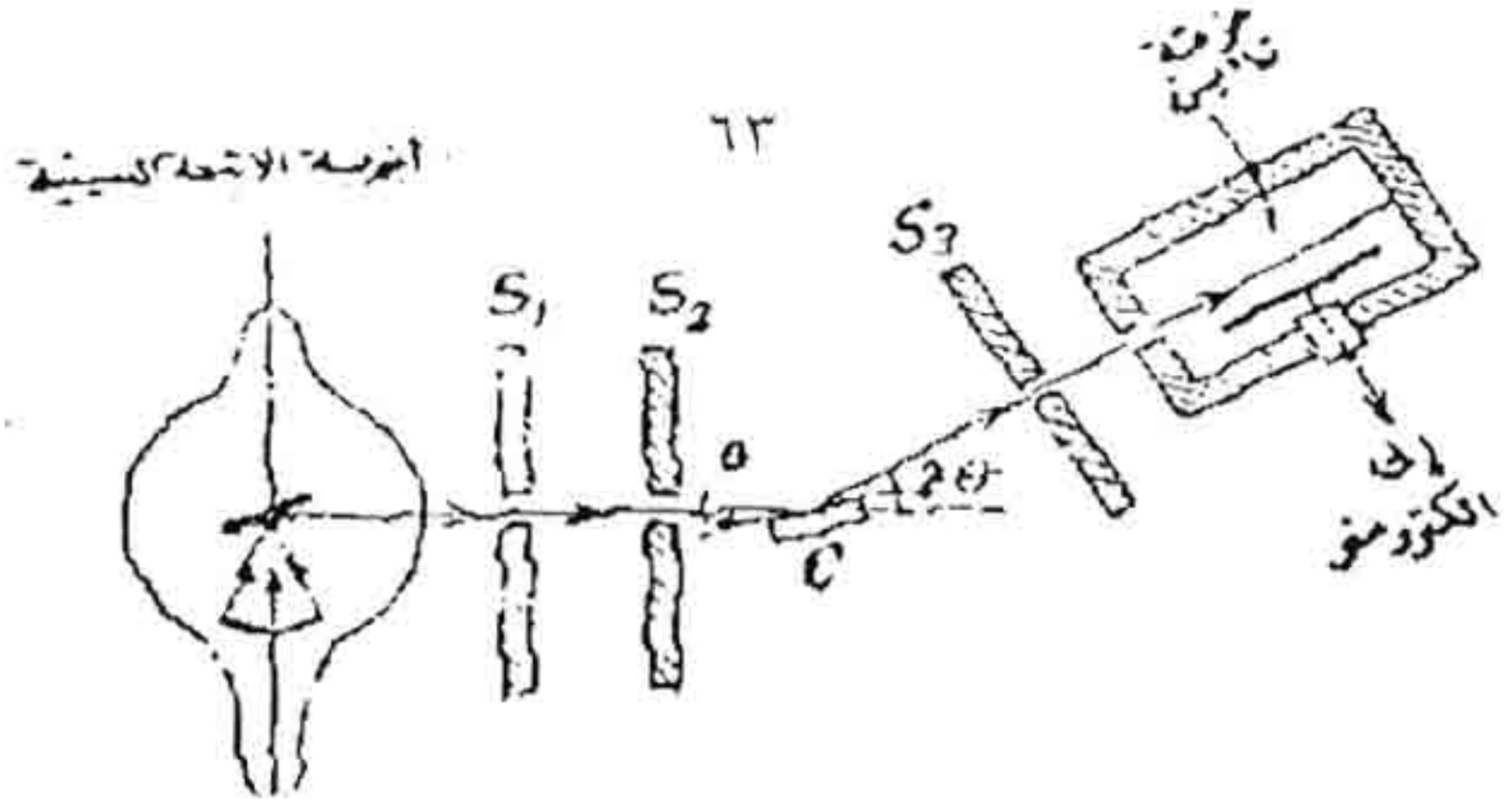
وشرط التداخل البناء هو :

$$٢\ d \sin \theta = n \lambda \qquad (١)$$

حيث n تساوى 1 , 2 , 3.....إلى آخره ، وتمثل n رتبة الأشعة المحادة .

وهـــذا هـــو قـــانون براج ، وهو الأساس فى تعيين التركيب البلورى . فبمعرفة λ (الطول الموجى للأشعة السينية) ، () والرتبة n يمكن حساب d .

وبـــدوران البلورة يحدث الإنعكاس عند مجموعات المستويات المتوازية المختلفة ، وعندئذ يمكن حساب أو معرفة شكل وحجم الخلية الواحدة.



الشكل(٢)

(٣-٢) مطياف براج للأشعة السينية:

Bragg ' s X – Ray Spectrometer

عند استخدام أشعة سينية أحادية اللون (أحادية الطول الموجى) Monochromatic ، لا يمكـــن أن يـــتحقق قـــانون براج لأى قيمة اخـــتيارية للزاوية 0 . لذلك صمم براج طريقة البلورة القابلة للدوران حيـــث يظهـــر الحيود عند قيم معينة لهذه الزوايا. والمطياف المستخدم لهذا الغرض موضح بالشكل(٢).

الشـــكل (٢) تمر حزمة ضيقة من الأشعة السينية أحادية اللون خـــلال التقـــبين الضـــيقين S_1 ، S_2 لتسقط على البلورة المثبتة على منضـــدة قابلة للدوران وتسقط الأشعة السينية المحادة خلال الثقب S_3 عـــلى لوح فوتوغرافى أو على غرفة تأين قابلة هى الأخرى للدوران حـــول نفـــس المحور الرأسى للمنضدة . وتتصل غرفة التأين بمصدر جهـــد مناسب والكترومتر لقياس تيار التأين الذى يتخذ لقياس شدة حزم الأشعة السينية المحادة، والجهاز مزود بورنيات لقياس الزوايا المتممة لـــزاوية الســـقوط الـــتى يتحقق عندها قانون براج (مواضع النهايات العظمى للأشعة السينية المحادة) .

وقــد وجــد أن الطيف يتكون من عدة رتب كما بالشكل (٣) فالنهايــتان العظميين A_1 ، B_1 تناظران الرتبة الأولى ($n = 1$) و النهايتان العظميان A_2، B_2 تناظران الرتبة الثانية($n = 2$).

ووجــد أن A_1 ، A_2 تظهــران عند الزاويتين 11.8^0 ، 23.5^0 تقريبا مما يعنى :

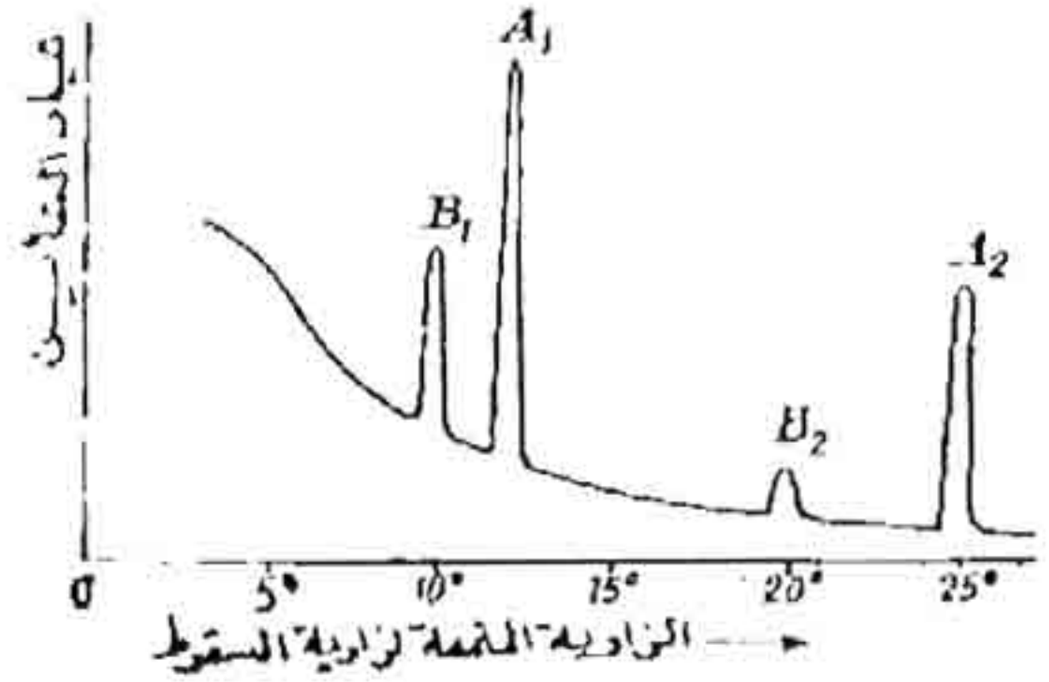
$$\sin 11.5 : \sin 23.5 = 0.204 : 0.400$$

$$= 1 : 2 \quad \text{تقريبا}$$

بما يتفق مع قانون براج .

أمثلة محلولة :

(١) المسافة الفاصلة للمستويات الرئيسية لكلوريد الصوديوم



الشكل (٣)

هى 2.86 انجستروم وتظهر الرتبة الأولى لإنعكاسات براج عند زاوية 10^{o} . فما هو الطول الموجى للأشعة السينية المستخدمة ؟

الحل :

من قانون براج

$$n\lambda = ٢ d \sin \theta$$

$$n = 1 \;,\;\; \sin 10 = 0.1736, \;\; d = 2.82\ 310^{-10}\ A^{0}$$

$$\lambda = 2 \times 2.82 \times 10^{-10} \times 0.173$$

$$\lambda = 0.98 \times 10^{-10} = m = 0.98 \quad \text{Å}$$

(٢) تم تحليل الأشعة السينية المحادة وكان الطول الموجى لها 0.58 انجستروم ، تظهر الإنعكاسات عند الزوايا (i) = 6.45^{0} ، (ii) = 9.15^{0} ، (iii) = 13.5^{0} ، احسب المسافات الفاصلة للبلورة .

من قانون براج $n\lambda = ٢ d \sin \theta$

$$\therefore \frac{d}{n} = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$$

(i) عندما تكون $\theta = 6.45^{o}$

$$\text{Å}\,\frac{d}{n} = \frac{0.58}{2\sin 6.45} = 2.57$$

(ii) عندما تكون $\theta = 9.15^{o}$

$$\text{Å}\,\frac{d}{n} = \frac{0.58}{2\sin 9.15} = 1.82$$

(iii) عندما تكون $\theta = 13°$

$$\text{Å}\,\frac{d}{n} = \frac{0.58}{2\sin 13} = 1.29$$

توضـــح النتائج أن قيمة $\frac{d}{n}$ فى (i) ضعف قيمتها فى (iii) ومـــن ثـــم تمثل الزاويتان $6.45°$ ، $13°$ رتبا مختلفة لنفس المسافة الفاصلة . وفى هذه الحالة ستكون قيمة ($n = 1$) فى (i) ، ($n = 2$) فى (iii) لذلـــك تكون $d = 2.58\ A°$ فى الحالة (ii) يمكن افتراض أن ($n = 1$) حيث لا توجد انعكاسات معينة وتكون المسافة الفاصلة فى هـــذه الحالـــة $d = 1.82$ Å لهذا توجد مجموعتان من المستويات المتوازية المسافات الفاصلة لها هى 1.82 Å, 2.82 Å

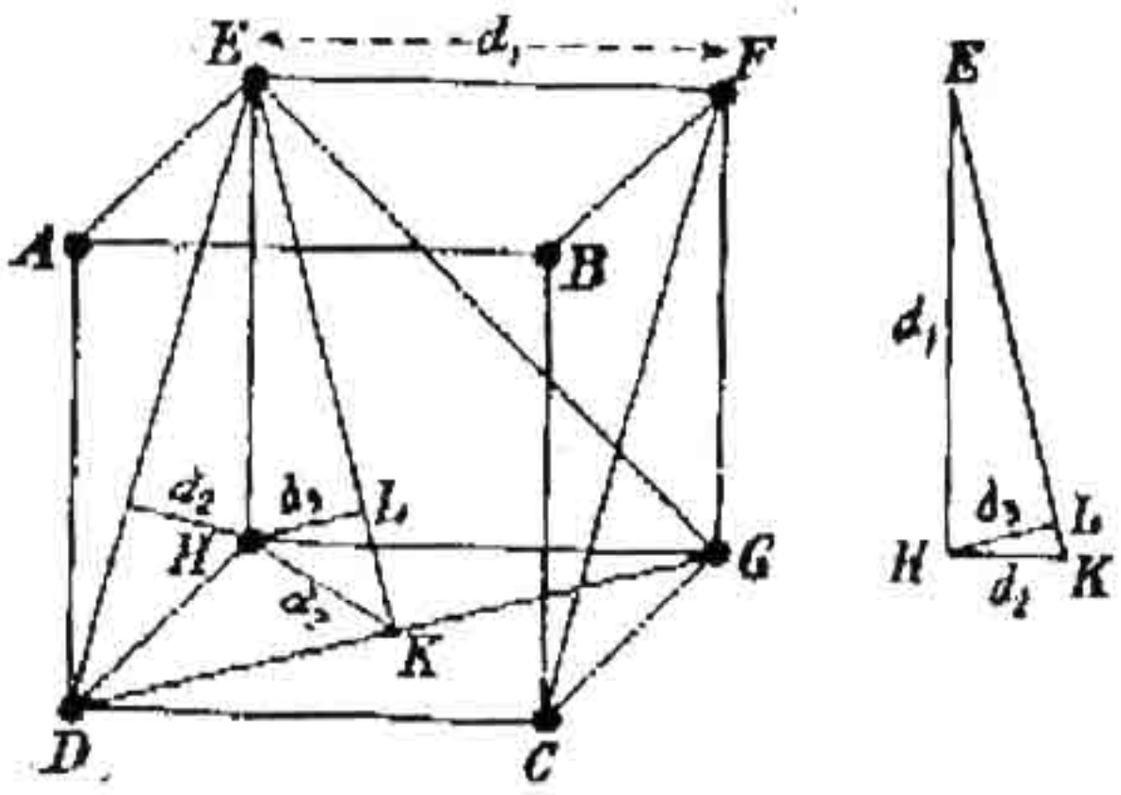
(ب) حاول بنفسك رسم الشكل المستخدم فى استنتاج قانون براج .

(٣-٣) قانون براج والتركيب البلورى:

نوضـــح العلاقـــة بين قانون براج والتركيب البلوري بعرض أبسط حالة ممثلة فى أملاح الهالوجينات التى تتبلر فى نظام مكعبى .

فى النظـــام المكعبى للبلورات تقـــع إحدى الذرات عند أركان المكعـــب . يـــتكرر هـــذا التركيب فى جميع اتجهات االشبيكة الحيزية وحـــتى فى البلورة الأحادية Singe Crystal توجد عدة مجموعات من المستويات غنية بالذرات . ويوضح

الشـــكل (٤) أن أركـــان المكعب تمثل مراكز الذرات لشبيكة بســـيطة مـــن الـــنظام المكعبى وفى هذه الحالة توجد ثلاثة أنظمة من المستويات يسهل تمييزها .



الشكل (٤)

أول هذه المجموعات الثلاث توازى المستويات ABCD ، AEFB لأوجه المكعب (المستويات 100)

المسافة الفاصلة بينهما هى d_1 ، وتوجد مستويات أخرى مثل AECD أو AEGC (المســتويات 100) الــتى تميــل على اوجه المكعــب بــزاوية تساوى 45^o وتفصلها مسافات $d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{2}}$ ثالث المجموعــات الغــنية بــالذرات هى تلك المستويات الموازية للمستوى EDG (المســتويات 111) التى تكون المسافات الفاصلة العمودية مــن H هى d_3 . ويمكــن حســاب المســافات الفاصــلة بين هذه المستويات بدلالة d_1

ومن المثلث EHK نجد أن :

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{d_2}{\sqrt{d_1^2} + \sqrt{d_2^2}}$$

$$= \frac{d_1}{\sqrt{2}} \quad \frac{\sqrt{2}}{d_1\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{2}} \quad \text{نظرا لأن}$$

$$d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{3}}$$

$$d_1 : d_2 : d_3 = 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{وتكون}$$

ولقد وجد براج أنه فى بلورة كلوريد البوتاسيوم المهيأة فى هذه الاتجاهات وبالإستعانة بالمستويات المتوازية الثلاثة المستخدمة فى انعكاس الاشعة السينية فإن قيم الزوايا المتممة لزوايا السقوط هى 5.22° ، 7.30° ، 9.05° للرتبة الأولى .

ونظرا لأن :

$$d \propto \frac{1}{\sin \theta}$$

$$d_1 : d_2 : d_3 = \frac{1}{\sin 5.22} : \frac{1}{\sin 7.3} : \frac{1}{\sin 9.05}$$

$$= \frac{1}{0.0910} : \frac{1}{0.1272} : \frac{1}{0.1570}$$

$$= 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{1}{\sqrt{3}}$$

وهذه تحقق الإفترضات التى تتعلق بالشبيكة البسيطة المكعبة ، وترتبط علاقة براج ببارامترات الشبيكة للخلية موضع الدراسة ، وتكون المسافات الفاصلة بين المستويات (100) التى تمر بأركان الشبيكة هى a وللمستويات (110) هى $\frac{a}{\sqrt{2}}$ وللمستويات (111) هى $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

وبصفة عامة تكون المسافة الفاصلة بين المستويات المتوازية لمعاملات ميلر (hkl) بدلالة البارامتر a للنظام المكعبى هى :

$$d_{hkl} = \left[\frac{a^2}{h^2 + k^2 + l^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

وثمة علاقات مماثلة يمكن استنتاجها حيث ترتبط d ببارامترات الشبيكة لكل من أنظمة البلورات . ويوضح الجدول التالى هذه العلاقات فى بعض الحالات :

الجدول : المسافات الفاصلة لبعض الشبائك البسيطة وعلاقاتها بمعاملات ميلر :

الشبيكة	المسافة الفاصلة d
المكعبى	$d = \left[\frac{a^2}{h^2 + k^2 + l^2}\right]^{\frac{1}{2}}$
رباعى الزوايا أو الأضلاع	$d = \left[\frac{a^2}{h^2 + k^2} + \frac{c^2}{l^2}\right]^{\frac{1}{2}}$
السداسى	$d = \left[\frac{3}{4}\frac{a^2}{h^2 + k^2 + l^2} + \frac{c^2}{l^2}\right]^{\frac{1}{2}}$
معينى قائم	$d = \left[\frac{a^2}{h^2} + \frac{b}{k^2} + \frac{c^2}{l^2}\right]^{\frac{1}{2}}$

أمثلة محلولة:

٣) أحســـب المسافات الفاصلة بين المستويات والطول الموجى للأشعة السينية من النتائج التالية:

(أ) الـــزاوية المـــتممة لزاوية السقوط على Na Cl للرتبة الأولى = 11.8^0

(ب) الكتلة الذرية للصوديوم = 23.0

(ج) الكتلة الذرية للكلور = 35.5

(د) كثافة Na Cl = 2.17 جم / سم^3

(هـــ) كتلة ذرة الهيدروجين = 1.64×10^{-24} جم

الحل :

بفحـــص تـــركيب بـــلورة Na Cl وجدنا أن كل مكعب به 8 ذرات ، واحدة عند كل ركن بحيث أن التركيب الكلى الممتد فى جميع الاتجاهات به ذرة واحدة لكل مكعب أو نصف جزىء لكل مكعب.

فيكون

كتـــلة ذرة الهيدروجيـــن × الكتلة الجزئية × ½ = متوسط الكتلة لكل مكعب.

$$= \frac{1}{2} \times 58.5 \times 1.64 \times 10^{-24}$$

لكن

$$\text{حجم كل مكعب} = d^3 = \frac{\text{الكتلة}}{\text{الكثافة}} = \frac{\frac{1}{2} \times 58.5 \times 1.64 \times 10^{-24}}{2.17}$$

حيث d طول جانب المكعب أى أن :

$$d = \sqrt{\frac{58.5 \times 1.64 \times 10^{-24}\ cm^3}{2 \times 2.17}}$$

$$= 2.21 \times 10^{-8}\ \text{cm} = 2.81\ \text{Å}$$

وعـــندما تكـــون الزاوية المتممة لزاوية السقوط θ للرتبة الأولى = 11.8

$$\lambda = 2d \sin \theta$$

$$= 2 \times 2.81 \times \sin 11.8$$

$$= 2 \times 2.81 \times 0.204 = 1.15\ A^{0}$$

ويوجـــد عدد من البلورات البسيطة يتم فيها حساب المسافات الفاصلة بيـــن الـــذرات والأيوانات بنفس الطريقة والمسافات الفاصلة المحسوبة متفقة تماماً مع القيم المحسوبة من قانون براج.

٤) يحيـــد الإشعاع المنبعث من أنبوبة أشعة سينية تعمل تحت فـــرق جهـــد 50 كيـــلو فولت بواءطة بلورة Kcl مكعبة وكان الكتلة الجـــزئية له 74 وكثافـــته 1.99×10^{3} كجم/ م^{3} . أحسب (أ) أقصر طول موجى لطيف الأشعة السينية المستخدمة. (ب) الزاوية θ للرتبة الأولى من المستويات الرئيسية للبلورة لذلك الطول الموجى.

الحل :

يـــتم الحصـــول على أقصر طول موجى عندما تتحول الطاقة الكلية للألكترون المتصادم مع الهدف إلى فوتونات. ويكون $h\nu = eV$ حيث h ثابت بلاشك ، ν التردد و V الجهد العامل بالفولت .

ويكون

$$\nu = \frac{c}{\lambda_{min}}$$

حيث c سرعة الضوء

$$\therefore \frac{hc}{\lambda_{min}} = eV$$

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eV}$$

$$= \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{1.6 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^{3}} = 0.248 \ A^{\circ}$$

ويـــتعين طول جانب مكعب بلورة Kcl كما فى المثال السابق فى حالة Na Cl من العلاقة :

$$d = \sqrt{\frac{74.6 \times 1.64 \times 10^{-24}}{2 \times 1.99}} = 3.13 \times 10^{-8} \ cm$$

$$= 3.13 \ \text{Å}$$

وطبقاً لقانون براج :

$$2d \sin \theta = n \lambda$$

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{2d} \ , \ n = 1$$

$$\therefore \ \sin \theta = \frac{0.248 \ A^{\circ}}{2 \times 3.13 A} = 0.0397$$

$$, \ \theta = 2^{\circ} \ 16'$$

٥) يـــنعكس الإشـــعاع α K المنبعث من البلاديوم فى الرتبة الأولى بزاوية 5^{0} 23' عن المستويات [100] وبزاوية 7^{0} 37' من المستويات [110] وبـــزاوية 9^{0} 23' من المستويات [111] . ما هو نوع الشبيكة البلورية لهذه البلورة؟

الحل:

بإستخدام قانون براج للرتبة الأولى :

$$2d \sin \theta = \lambda$$

ويكون

$$d_1 \sin \theta_1 = d_2 \sin \theta_2 = d_3 \sin \theta_3$$

حيث d_1, d_2, d_3 هى المسافات الفاصلة للمستويات [111] , [110] , [100] على الترتيب .

$$d_1 : d_2 : d_3 :: \frac{1}{\sin \theta_1} : \frac{1}{\sin \theta_2} : \frac{1}{\sin \theta_3}$$

$$:: \frac{1}{\sin 5^\circ 23'} : \frac{1}{\sin 7^\circ 37'} : \frac{1}{\sin 9^\circ 23'}$$

$$:: \frac{1}{0.0938} : \frac{1}{0.1326} : \frac{1}{0.1630}$$

$$:: 1 : \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{1}{\sqrt{3}}$$

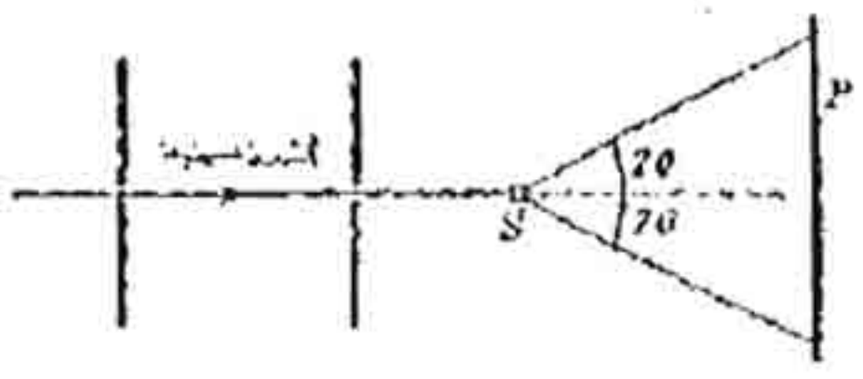
التى تمثل الشبيكة المكعبة البسيطة

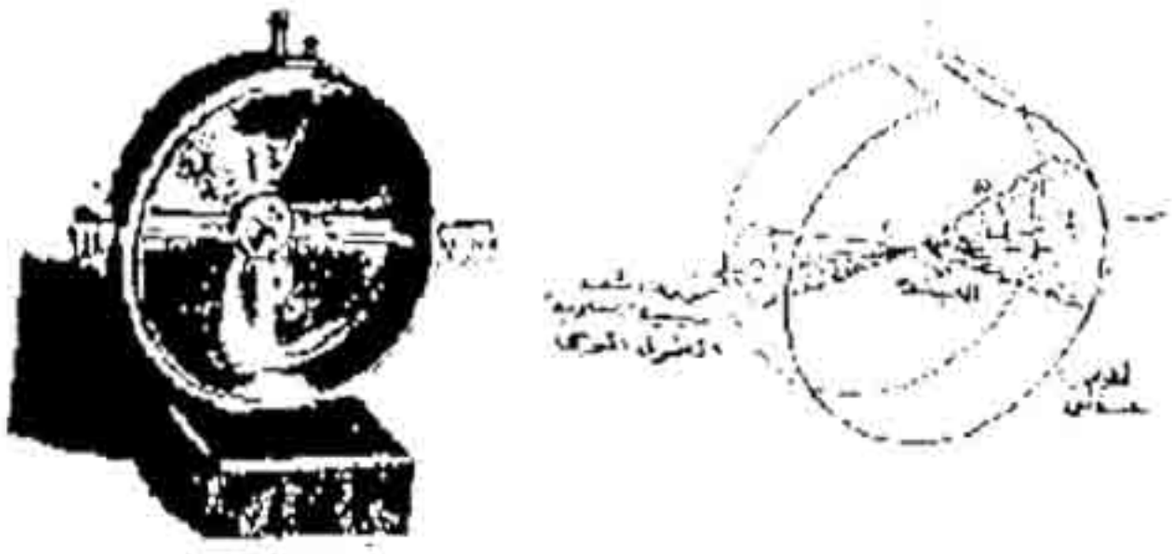
(٣-٤) طريقة مسحوق البلورة :

فى هــذه الطريقة من مسحوق البلورة فى طريق حزمة أشعة سينية أحادية اللون . ولما كان المسحوق يحتوى على بلورات صغيرة اتجاهاتهــا موزعــة عشوائياً، لذلك تكون كل مستويات الحيود متاحة

لـــكى يحدث الحيود ويكون لكل مجموعة من المستويات مخروط من الأشـــعة الســـاقطة سوف تتكون عليه مجموعة من الدوائر. وبتحليل أنصـــاف أقطـــار هـــذه الدوائر والزوايا θ يكون من الممكن تحديد معـــاملات ميـــلر (hkl) لأى إنعكـــاس محدد ويساعد هذا فى حساب المســـافات بيـــن الذريـــة الفاصلة وذلك بمعرفة طول موجة الإشعاع المستخدم.

ولهذا الغرض يستخدم الجهاز الموضح فى الشكل (٥) . يوضـــــع

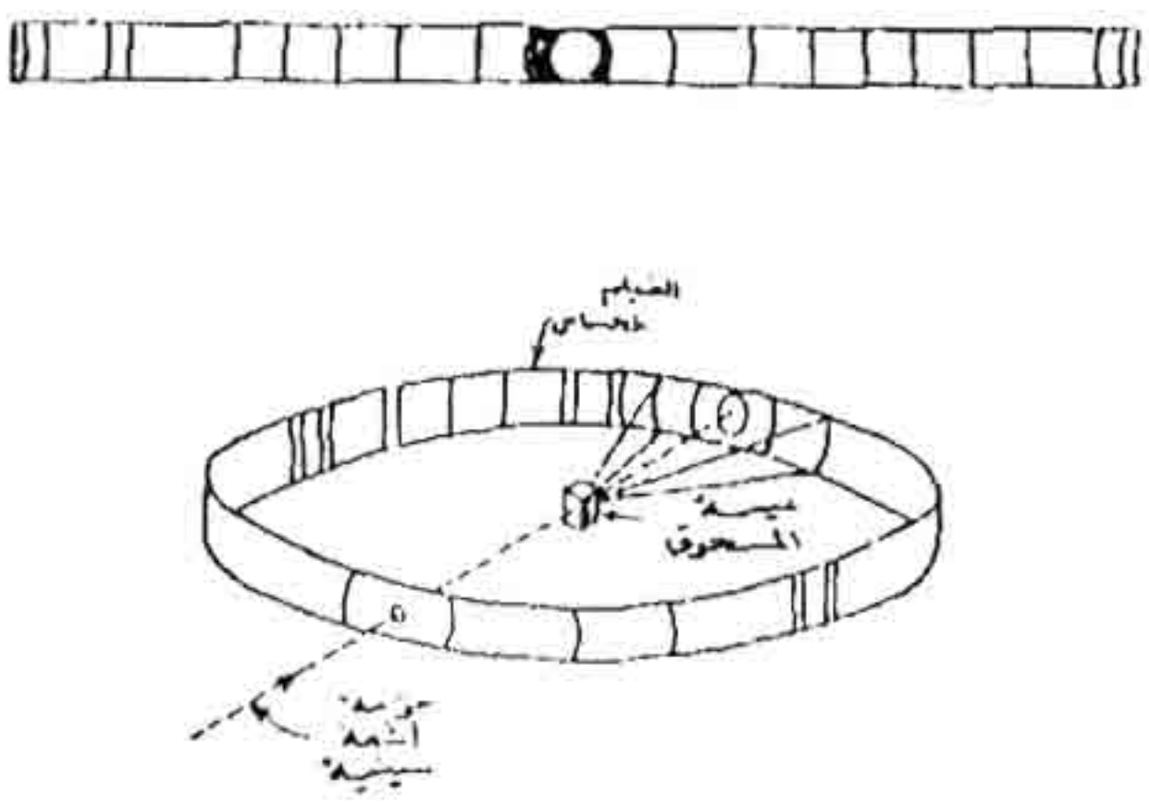




الشكل (٥)

المســـحوق فى أنبوبة شعرية مقفلة من مادة لا تعمل على حيود الأشعة معلقة على طول محور كاميرا اسطوانية فى طريق حزمة أشعة سينية أحاديـــة اللون تمر خلال مرشح مناسب وفتحتين ضيقتين . وثمة لوح

فوتوغرافى مثبت على السطح الداخلى للكاميرا ويغطية بالكامل ليكون مهيأ لإستقبال الأشعة السينية المحادة بزوايا تصل إلى 180^0 .
ويتم تسجيل إنعكاسات براج المختلفة فى شكل أقواس متتالية من دوائر متحدة المركز كما فى الشكل (٦).
وبقياس أنصاف أقطار هذه الدوائر وبمعرفة نصف قطـــــــر



الشكل (٦)

الكاميرا يمكن حساب زواية براج θ . وإذا كان R نصف قطر إحدى الدوائر و X نصف قطر أسطوانة الكاميرا، عندئذ يكون:

$$\text{Tan } 2\theta = \frac{R}{X}$$

$$2\theta = \frac{R}{X}$$

نظراً لأن θ زاوية صغيرة

$$\therefore \quad \theta = \frac{R}{2\lambda}$$

ونظـــراً لأن الدوائر آحادية المركز تمثل مقاطع مخاريط الأشعة تمتد إلى ما يسمى "إشعاع خلفى" back radiation

أمثلة محلولة:

٦) بـــرهن أنـــه عـــند تعيين بارامترات الشبيكة أنه كلما زادت زاوية الحيود كلما زادت درجة الدقة:

الحل: $\lambda = 2d \sin \theta n$

$$d \sin 0 = \frac{n\lambda}{2}$$

بالتفاضل $d \cos\theta \times \Delta\theta = \sin \theta \times \Delta d = 0$

ونظراً لأن λ ، n ثابتان

$$\therefore \sin \theta \times \Delta d = -d \cos \theta \times \Delta\theta$$

$$\frac{\Delta d}{d} = -\cot \theta \ .\Delta\theta$$

وعندما $\theta \rightarrow 90^0$ فـــإن $c0t \ \theta = 0$ وعـــندئذ يكون الخطأ Δd فى d الـــتى تمـــثل المسافة بين المستويات المتوازية الذى يرتبط بدوره ببارامتر الشبيكة يقترب من الصفر وبذلك تزداد درجة الدقة .

أمثلة محلولة:

٧ – أ) إذا أعطيـــت قطعة مربعة من لوح فوتوغرافى للأشعة السينية أبعـــاده 10 cm ، 40cm وإذا اســـتخدمت إشـــعاع النحاس وطوله المـــوجى 1.52 أنجســـتروم ومســـحوق Na Cl (مكعبى التركيب)

بارامتـــــــــر الشبيـــكة لها 57 . 4 أنجستـــــروم بين كيف تصمم تجـــربة توضح أن الأشعة المنعكسة أو المحادة من المستويات (111) تكون دوائر قطرها 10 سم .

ب) إذا اســـتبدل Na Cl بكـــلوريد الفضة Ag Cl بين كيف تتأثر شده الحزمة المحادة بفرض أن التركيب وبارامتر الشبيكة يظلان كما هما .

الحـــــــــل :

يوضح الشكل (٣-٧) نتائج هذا المثال .

أ) ليكن × المسافة بين اللوح الفوتوغرافي وعينة Na Cl وأن (θ) هى زاوية الحيود عندئذ

$$\tan 2\theta = \frac{R}{Y}$$

$$\therefore \quad \times = \frac{5\ cm}{\tan\ 20}$$

$$\therefore\ \lambda = 2\ \mathrm{d}\ \sin\theta$$

$$\mathrm{d} = \frac{a}{\left(h^2 + k^2 + l^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

وللمستويات (111) $\quad h = k = l = 1$

$$\therefore\ \mathrm{d} = \frac{\mathrm{a}}{3^{\frac{1}{2}}} = \frac{4\ .\ 57\ \text{Å}}{3^{\frac{1}{2}}} = 2\ .\ 64\ \text{Å}$$

ومن قانون براج

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{2d} = \frac{1.52}{2 \times 2.64} = 0.288$$

$$\therefore \theta = 16.75^0 \quad , 2\theta = 33.5^0$$

$$x = \frac{5}{\tan 33.5} = 7.55 \text{ cm}$$

ب) سوف تزداد شـــــدة الحدود نظرا لأنها تتناسب مع العدد الذرى z وأن العدد الذرى للنقطة أكبر من نظيره للصوديوم

حيود الإلكترونيات والنيوترونات :

ثـــم تـــأكيد استخدام ظاهرة الحيود فى البلورات عند استخدام الأشـــعة السبنية عن طريق حيود كل من الإلكترونات أو النيوترونات كل على حدة فى دراسة التركيب البلورى للجوامد .

أسئلة عامة :

١ – شـــرح تجـــربة تســـتخدم فى دراســـة حيود الأشعة السينية فى الجوامد.

٢ – صـــف قـــانون براج المستخدم لدراسة حيود الأشعة السينية . واشـــرح كيـــف يمكـــن حساب المسافة الفاصلة بين المستويات العاكسة المتتالية فى ملح الطعام.

٣ – اشرح مطيـــاف بـــراج واستنتج العلاقة المستخدمة لقياس الطول الموجى للأشعة السينية .

٤ – استنتج معادلة براج للأشعة السينية المحادة فى البلورات. صف وأشـــرح طـــريقة مطيـــاف الأشعة السينية فى تعيين الطول الموجى λ .

٥ – اكتب نبذة مختصرة عن كل من :

أ – قانون براج

ب – الأشعة السينية والتركيب البلورى .

ج – قياس الأطوال الموجية للأشعة السينية

د – شبيكة برافيه الحيزية .

٦ – اســـتخدمت أشـــعة سينية طولها الموجى 0 . 58 أنجستروم فى حســـاب d_{200} فى النيكل علما بأن زاوية براج 9.5^{o} . ما حجم الخلية الوحدة ($3.52\ A^{0}$) .

٧ – اســـتخدمت بـــلورة Na Cl فى قيـــاس الطول الموجى لمصدر للأشـــعة الســـينية فإذا كانت زاوية براج هى 5.2^{0} للمسافات الفاصلة للمستوى (١١١) للكلور .

ما هو الطول الموجى علما بأن بارامتر الشبيكة هو 5.63 أنجستروم .

$$(\lambda\ (\ a = \frac{2 \times 5.63}{\sqrt{3}}\ )\ \text{ain}\ 5\ .\ 2 = 1.\ 02\ 1\ \text{Å}\ )$$

٨ – تم تحليل الإشعاع الصادر من مصدر للأشعة السينية تعمل تحت فـــرق جهـــد 40 كيـــلو فولت وذلك بواسطة مطياف براج باســـتخدام بلورة كالسيت مقطوعة بحيث يكون سطح التفلج الإنشقاق ، موازيا للمستوى (100)

أ – احسب أقصر طول موجى لطيف هذه الأشعة السينية.

ب– مـــا أصـــغر زاويـــة بين مستويات البلورة وحزمة الأشعة الســـينية (زاوية براج) المقابلة لهذا الطول الموجى علما بأن $h = 6\ .\ 625\ x\ 10^{-34}$ جو لا لكل ثانية $e = 1.6\ x\ 10^{-19}$ كولوم46 $c = 3\ X\ 10^{8}$ م/ث و $d_{100} = 3.029$ Å

$\{\ a = 0.305\ A^{0}\ ,\ \theta = 2^{0}\ 59'\ \}$

٩ – أ) نـــاقش طريقة لدراسة تركيب بلورة بسيطة باستخدام الأشعة السينية .

ب) زاويـــة بـــراج المـــناظرة للرتـــبة الأولى للإنعكاســـات عن المســـتويات (١١١) فى بلورة هـــى 30^{0} عندما يكون الطول المـــوجى لحـــزمـــــة الأشعة السينية المستخدمة هو 1.75 أنجستروم . احسب المسافات بين الذرية .

ج) ليكـــن a هو المسافة بين الذرية ولتكون المسافة الفاصلة d بيـــن المستويات (١١١) ، بين أن d ترتبط بالمسافات بين الذرية a بالعلاقة .

$$d_{h\,k\,e} = \frac{a}{(h^2 + k^2 + l^2)^{1/2}}$$

حيث h ' k ' l معاملات ميلر

فى هذه الحالة : $h = k = l = 1$

$$d_{111} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

ومن قانون براج

$$2\, d_{111}\, \sin\theta = n\,\lambda$$

$$\therefore d_{111} = \frac{a}{\sqrt{3}}\ ,\ \theta = 30^0\ ,\ n = 1\ ,\ \lambda = 1.75\ \text{Å}$$

$$2\ \frac{a}{\sqrt{3}}\ \sin 30 = 1.75$$

$$\frac{2a}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} = 1.75$$

$$\therefore a = \sqrt{3} \times 1.75 = 3.03/\text{Å}$$

الباب الرابع

الخصائص الميكانيكية

للجوامد

الباب الرابع

الخصائص الميكانيكية للجوامد

Mechanical Properties of Solids

تعـــد الخصائص الميكانيكية : القوة والصلادة والقابلية للسحب (الممطوليـــة أو المطاوعـــة) ومقاومة التأكل من أهم مميزات الجوامد. فاعـــتمادا عـــلى هـــذه الخصائص يتم استخدام الجوامد في التطبيقات العمـــلية: الأعمـــال الإنشائية والمباني والتقنيات الكهربية والإلكترونية والمغناطيســـية الـــتي بدونهـــا يكون من المستحيل أن ينمو الاقتصاد وتزدهر الحضارة.

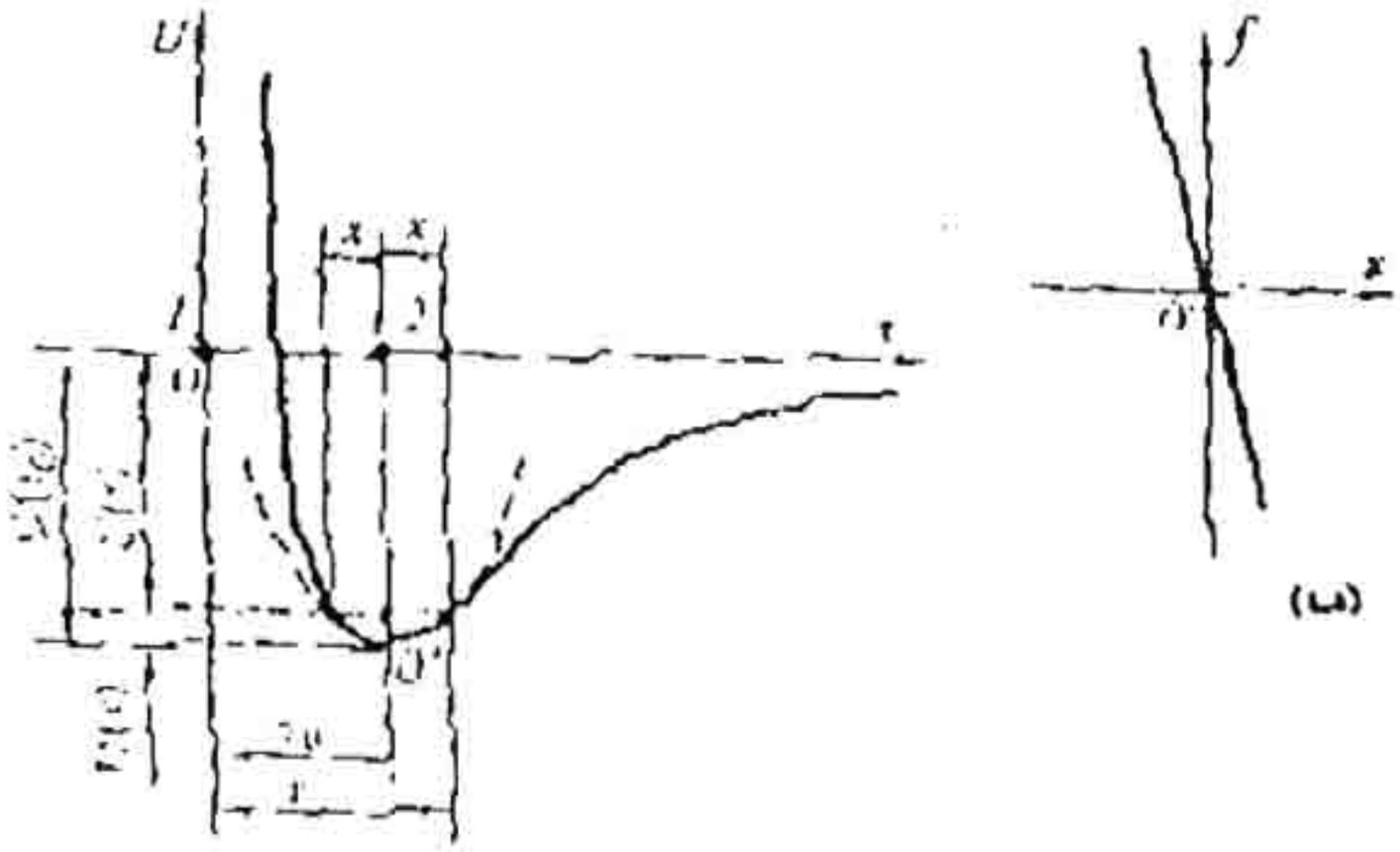
٤-١) التشوهات المرنة واللدنة:

Elastic and Plastic Deformation

قانون هوك Hooke's law

عـــندما تتعرض بلورة لحمل شد خارجي تزداد المسافات بين الذريـــة وتـــزاح الذرات عن مواضع اتزانها الأصلية. وهذا يؤدى الي الإخـــلال بحالة إلا تزان بين قوى التنافر وقوى التجاذب المميزة لحالة اتزان الذرات في الشبيكة ، كما يؤدى إلى ظهور قوى داخلية تميل إلى إعـــادة الـــذرات إلى مواضـــع اتزانها الأصلية. ويطلق على قيمة تلك القوى لكل وحدة مساحة مقطع من البلورة اسم الاجهاد Stress .

** حساب قيمة الاجهاد :



الشكل (١)

من المعروف أن طاقة التأثير المتبادل بين جسيمين (1) ، (2) فى جـامد دالـة فى المسـافة (r) بيـنهما. هذه العلاقة يمكن وصفها بالمـنحى U (r) التخطيطي فى الشكل (١أ). وعندما يزاح الجسيم (2) عـن موضـع اتـزانه الأصـلي ، أى عـندما تـزداد المسافة بين الجسـيمين إلى $r = r_0 + x$ تزداد طاقة الجسيم وتصبح U (r) .

ويكون التغير فى الطاقة هو :

$$U(x) = U(r) - U(r_0)$$

ويمكن ايجاد مفكوك U(r) تبعا لمسلسلة تبلور كدالة فى x على الصورة :

$$U(x) = \left(\frac{\delta U}{\delta r}\right)_0 x + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta^2 U}{\delta r^2}\right)_0 x^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{\delta^3 U}{\delta r^2}\right)_0 x^3 + \dots \quad (١)$$

هـــذا مع إهمال كل حدود المسلسلة باستثناء الحد التربيعي والأخذ فى الاعتبار أن $0 =$ عند النقطة o . عندئذ نحصل علي :

$$U(x) \approx \frac{1}{2}(\frac{\delta^2 U}{\delta r^2})_0 x^2 = \frac{1}{2}\beta x^2 \qquad (٢)$$

حيث β هي جسوءة (قساوة) الرابطة.

والعلاقـــة الســـابقة علاقـــة تقريـــبية للـــتغير فى الطاقـــة إذا أننـــــــا

احتفظنا فيها فقط بالحد التربيعي وأهملنا حدود x ذات الرتب الأعلي. وهـــذه العلاقـــة يمكـــن تمثيـــلها بيانيـــا بقطـــع مكـــافئ موضح فى الشـــــــــكل (٤-١أ) بخط متقطع. وتكون القوة بين الجسيمين ١ ، ٢ عندما تتغير المسافة الفاصلة بينهما بمقدار x هي :

(٣)

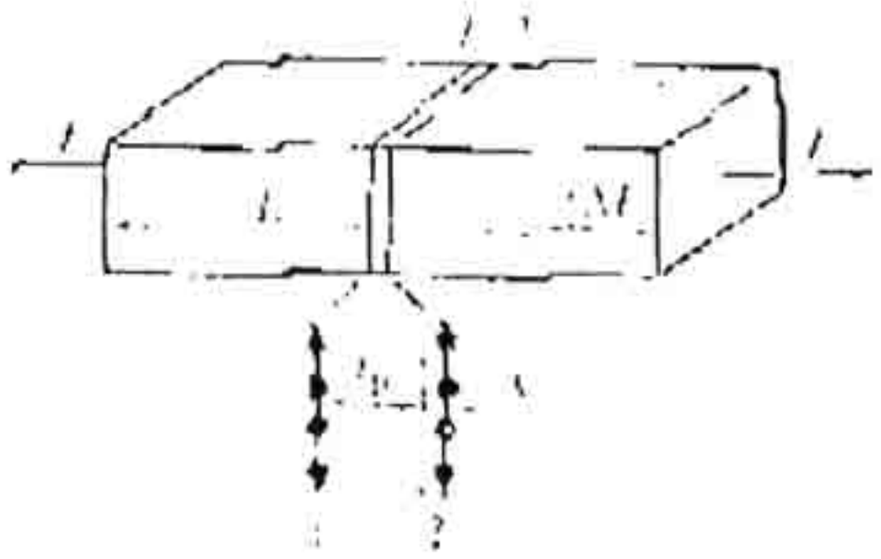
$$f = -\frac{\delta U(x)}{\delta x} = -\beta x$$

ومـــن هذه العلاقة نتبين أن القوة تتغير خطيا مع تغير χ وأنها موجهة نحو موضع الاتزان ، يدل على ذلك الاشارة السالبة التى نسبق الطرف الأيمن من المعادلة. وكما هو معروف أن أى جسيم يتأثر بمثل هـــذه القـــوة يـــتذبذب توافقيا. ويطلق على مثل هذه القوة قوة توافقيه ويطلق على نفس الحد فى المعادلة (٢) التقريب التوافقى.

ويوضـــح الشـــكل (١ب) رسما تخطيطا لعلاقة (x) f بقيم x الصغيرة. هذه العلاقة كما نرى يمثلها خط مستقيم .

وإذا تصـــورنا أن حمل شد f يؤثر على قضيب مساحة مقطعه S وطـــوله L. يتســـبب هـــذا الحمـــل في تغيير المسافة بين الذرات

المتجاورة في المستويين ١ ، ٢ بالمقدار x. وينتج عن ذلك حـــــدوث استطالة في القضيب بمقدار ΔL ، الشكل (٢).



الشكل (٢)

هذا الحمل سيتزن مع القوي الداخلية f_{int} تساوي عدديا.

$$F_{int} = fN = \mathrm{N}\,\beta x \qquad (٤)$$

حيث N عدد الجسيمات في طبقة ذرية مساحتها S.

وستكون الإجهادات σ التي تظهر فى القضيب بعد استطالته هى :

$$\sigma = \frac{F_{int}}{S} = \frac{N}{S}\beta\, x = c\, x$$

حيث :

$$c = \frac{N\beta}{S} \qquad (٥)$$

وبضـــرب وقسمة الطرف الأيمن من المعادلة (٥) فى المسافة بين المستويات الذارية r_o نحصل على:

$$\delta = c\, r_o \frac{x}{r_o} = E_\varepsilon \qquad (٦)$$

حيث :

$$E = C r_o \frac{N}{S}\beta\, r_o \qquad (٧)$$

$$E = \frac{x}{r_o} \qquad (٨)$$

حيث E معامل المرونة أو معامل يونج.

هـنا ε هـي الـتغير النسـبي لباراتير الشبيكة في اتجاه القوة الخارجية F. بضرب بسط ومقام المعادلة (٨) في عدد الطبقات الذرية N التي تتكون منها العينة التي طولها L ، عندئذ نحصل علي :

$$\varepsilon = \frac{x'N'}{r_o N'} = \frac{\Delta L}{L} \qquad (٩)$$

ومن ثم تكون ε هي الاستطالة النسبية للعينة تحت تأثير حمل الشـد الخـارجي ويتضـح مـن المعادلة (٦) أنه طالما ظل التقريب الـتوافقى صالحا للتطبيق وبعبارة أخرى أنه طالما تظل القوى المؤثرة بيـن الجسـيمات المزاحة بالنسبة لبعضها البعض نتيجة لتشوه الجسم بمـثابة دوال خطيـة للازاحة ، فأن الاجهادات التي تظهر فى الجسم تبقي متناسبة مع التشوه النسبي للجسم.

$$\sigma = E\varepsilon$$

ويدل معامل المرونة E على ثابت التناسب.

وتـدل المعادلة (٦) عن قانون هوك. وهو صالح للتطبيق فقط طالمـا ظل التقريب التوافقي صالحا هو الاخر للتطبيق ، بعبارة اخرى يظل صالحا للتطبيق فى حالة التشوهات النسبية الصغيرة جداً.

ويتضـح المعـني الفيـزيائي لقانون هوك من المعادلة (٦) بوضع ε = 1 وعندئذ نجد ان : $\sigma = E$

أى أن معـــامل المـــرونة يساوى عدديا الاجهاد الذي تنشأ عنه إســـتطالة $\Delta L = L$ حيث L طول العينة. وبفرض ان قانون هوك يظل صـــالحا للتطـــبيق فإن العينة تظل دون تدمير أو كسر. ولا توجد مادة حقيقـــة فيما عدا المطاط يمكنها أن تقاوم مثل هذه التشوهات. ويوضح الجدول (١) قيم معاملات المرونة لبعض البللورات الفلزية.

جدول (١)

المادة	جيجا بسكال و E		جيجا بسكال و G	
	نهاية عظمي	نهاية صغرى	نهاية عظمي	نهاية صغري
ألومنيوم	77	64	29	25
نحـــاس	194	68	77	31
حديـــــد	290	135	118	60
ماغنسيوم	514	437	184	171
تنجستون	400	400	155	155
خارصين	126	65	497	278

ويتضح من هذا الجدول أن معاملات مرونة الجوامد الفلزية كبيرة جداً تتراوح بين 10^{10} ، 10^{11} بسكال.

ويعـــد هذا دليلا علي أن قوي الترابط فيها قوية جداً. وتتوقف قيمـــة معامل المرونة فى بعض العينات بكيفية ملحوظة علي الاتجاه الـــذي تتشوه فيه الشبيكة ، ويوضح الجدول (١) قيم E في الاتجاهات

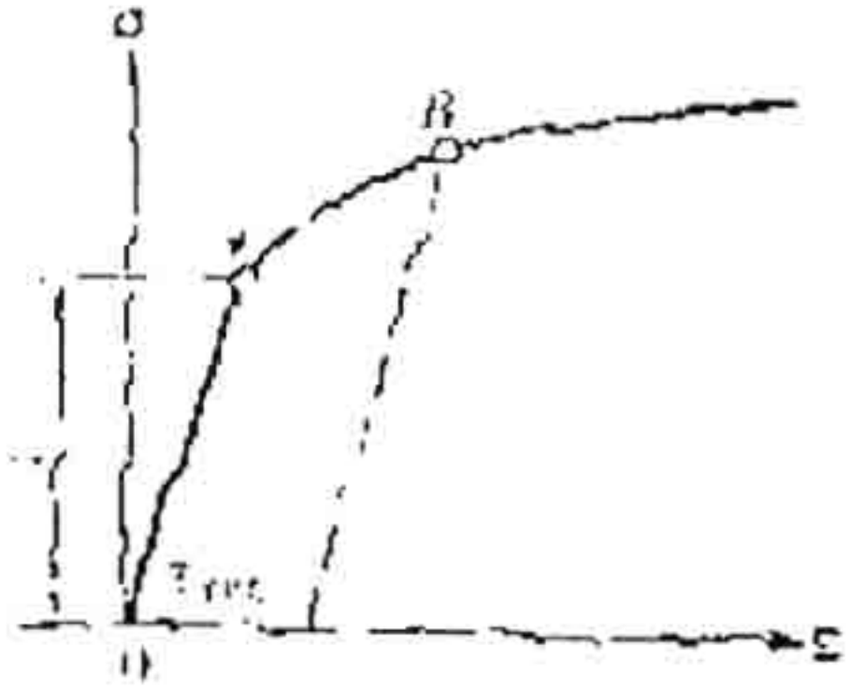
الـــتي تبلغ فيها نهايتها الصغري أو نهايتها العظمي. ولبعض البلورات قد تكون النسبة :

$$\frac{E_{max}}{E_{min}} \approx 3$$

وهـــذا يـــدل علي عدم تماثل الخواص فى مثل هذه البلورات. ويـــتوقف معامل المرونة فقط علي طبيعة الذرات أو الجزئيات المكونة للجســـم وعلي ترتيبها التبادلى. لذلك يمكن تغيير قيمة معامل المرونة فقط بتغيير البنية التركيبية ، ومع ذلك فإن التغيرات في E نتيجة لذلك تغيـــرات طفيفـــة جـــداً. لهذا فإن المعالجة الحرارية والتبريد وتغيير تركيزات التطعيم فى الفولاذ تؤدي إلى تحسين درجة صلادته.

انتهيـــنا آلان من مناقشة إجهادات الشد. ومع ذلك تظل جميع النـــتائج الـــتي حصـــلنا عـــليها صالحة لأنواع التشوهات الأخري : الانضغاط والقص. ونستخدم فى الحالة الاخيرة معامل القص G وقيمه لبعض الفلزات موضحة هي الآخري فى الجدول (١).

وعـــندما يزداد الحمل الخارجي بمعدل ثابت يزداد الاجهاد σ ويزداد التشوه ε أيضا خطيا ، الشكل (٣).



الشكل (٣)

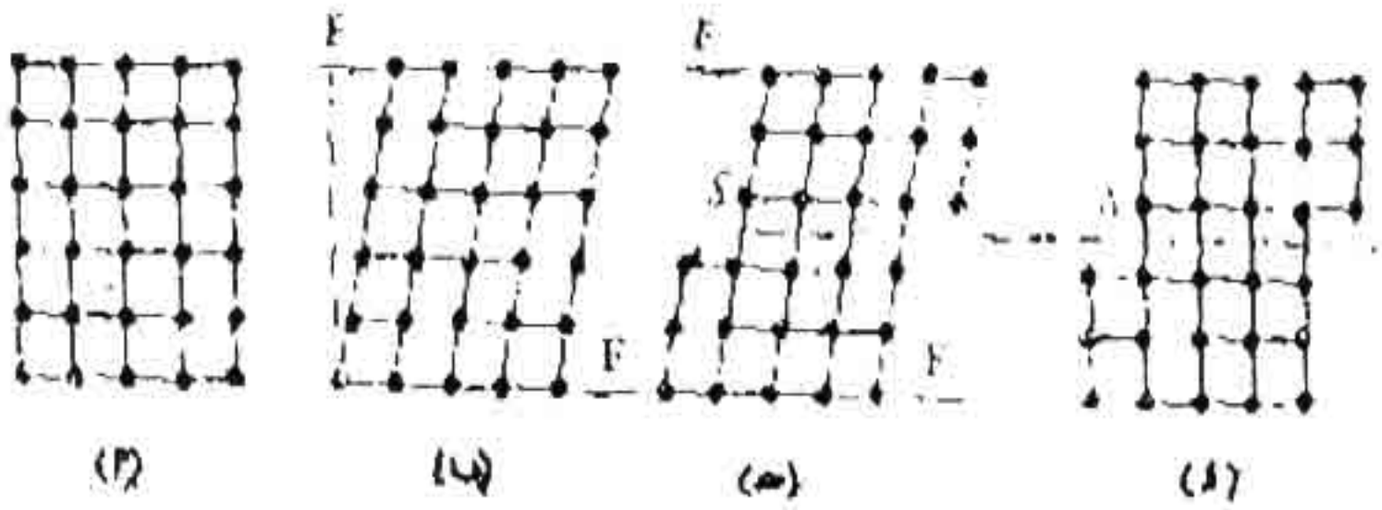
وعند بعض الاجهادات σ_y ، مميزة لبعض البلورات الخاصة ، فـــإن البلورة إما أن تتعرض للتدمير وإما أن يتوقف التناسب الطردى بيـــن σ ، ε. ويظـــل التشـــوه اللدن المتبقي ε_{res} باقيا بعد إزالة الحمل الخارجي المؤثر. وتمثل الحالة الاولي حالة المواد الهشة وتمثل الحالة الـــثانية حالـــة المواد القابلة للسحب. ويسمي الاجهاد الذى يحدث عنده انســـياب لـــدن ملحوظ فى الجسم باسم إجهاد الخضوع yield stress وتكـــون المنطقتان OA ، AB منطقتي التشوهات المرنة واللدنة علي الترتيب.

وينطـــبق حـــد المرونة على قوة الشد فى المواد الهشة وعندئذ تـــتعرض للـــتدمير قـــبل الانسياب اللدن الملحوظ . ومن ناحية أخرى يكـــون حد المرونة واجهاد الخضوع في المواد القابلة للسحب أقل من قوة الشد وهذه المواد تتعرض للتدمير فقط بعد تعرضها للتشوه اللدن.

(٤-٢) القوانين الرئيسية التي تحكم الانسياب اللدن فى البللورات :

يحـــدث التشوه المتبقي فى جميع الحالات عندما يزيد الاجهاد المؤثـــر عـــلي البلـــلورات القابلة للسحب موضع الاختبار للاستطالة والانضغاط عن اجهاد الخضوع. ومع ذلك لا الاستطالة ولا الانضغاط يمكـــن أن يكـــون سببا لمثل هذه التشوهات. فأى استطالة للبلورة تنتج فقـــط نـــتيجة لزيادة المسافة بين المستويات الذرية العمودية على القوة المؤثـــرة. وعـــندما يـــتم انسحاب المستويات الذرية بعيدا عن بعضها البعض بقدر كاف لا تكون قوي التجاذب قادرة على الاتزان مع الحمل الخـــارجي أو معادلـــته تتعرض البلورة للتدمير. ويمكن للانضغاط أن يقارب بين المستويات الذرية حتى تصبح قوة التنافر كافية للاتزان مع الحمـــل الخارجي وفي هذه الحالة يكون التشوه الحادث مرنا مثاليا ولا يؤدي إلى أى إزاحات عكسية لاجزاء الشبيكة.

ويمكـــن أن يكـــون التشوه اللدن الناتج عن إجهاد القص قادرا عـــلي إزاحـــة بعض أجزاء البلورة بالنسبة لبعضها الآخر بدون كسر الـــروابط بيـــنها. ويطـــلق عـــلي مـــثل هذه الازاحات اسم الانزلاق slipping.



الشكل (٤)

ويقـــع علي أساس عملية الانسياب اللدن فى المواد المتبلرة . ويوضح الشكل (٤) كيف تنشأ وتظهر التشوهات المتبقية وطالما أن حد المرونة لـــم يتم الوصول إليه تعاني البلورة تشوهات مرنة في وجود إجهادات مماســـية، الشكل (٤ب) وهي إجهادات تتناسب طرديا مع تشوه القص النسبي relative shearing deformation (قانون هوك).

$$\tau = G\,\gamma \qquad (١٠)$$

حيث G معامل مرونة القص Shear modulus

وبعـــد تحريـــر البلورة من الحمل الخارجي تعود الذرات إلي مواضـــعها الاصـــلية إلا أنـــه عند تجاوز حد المرونة يزاح جزء من البلورة بالنسبة لجزء آخر ، الشكل (٤ج) بواحد أو أكثر من المسافات الذرية على طول مستويات محددة S تسمى مستويات الانزلاق. وعند إزالـــة الحمـــل الخـــارجي تتلاشى إجهادات المرونة فى الشبيكة. ومع ذلـــك، يبقي جزء من البلورة مزاحا بالنسبة لأخر ، الشكل (٤د). مثل هـــذه الازاحـــات الصـــغيرة غيـــر القابلة للعكس والناشئة على طول مستويات الانزلاق العديدة تكون فى مجموع التشوه المتبقي فى البلورة ككل.

ويمكن تعيين الدرجة التي تتعرض عندها البلورة للتشوه اللدن بواسطة طبيعة قوى الترابط بين عناصر البنية التركيبية.

فالـــرابطة التساهمية مع توجيهها الصارم تقل بمقدار محسوس بســـبب الازاحات الصغيرة النسبية للذرات ، فالقص يدمر هذه الروابط حـــتى قـــبل أن تصـــبح الـــذرات قادرة علي أظهارها. وإذا أخذنا فى

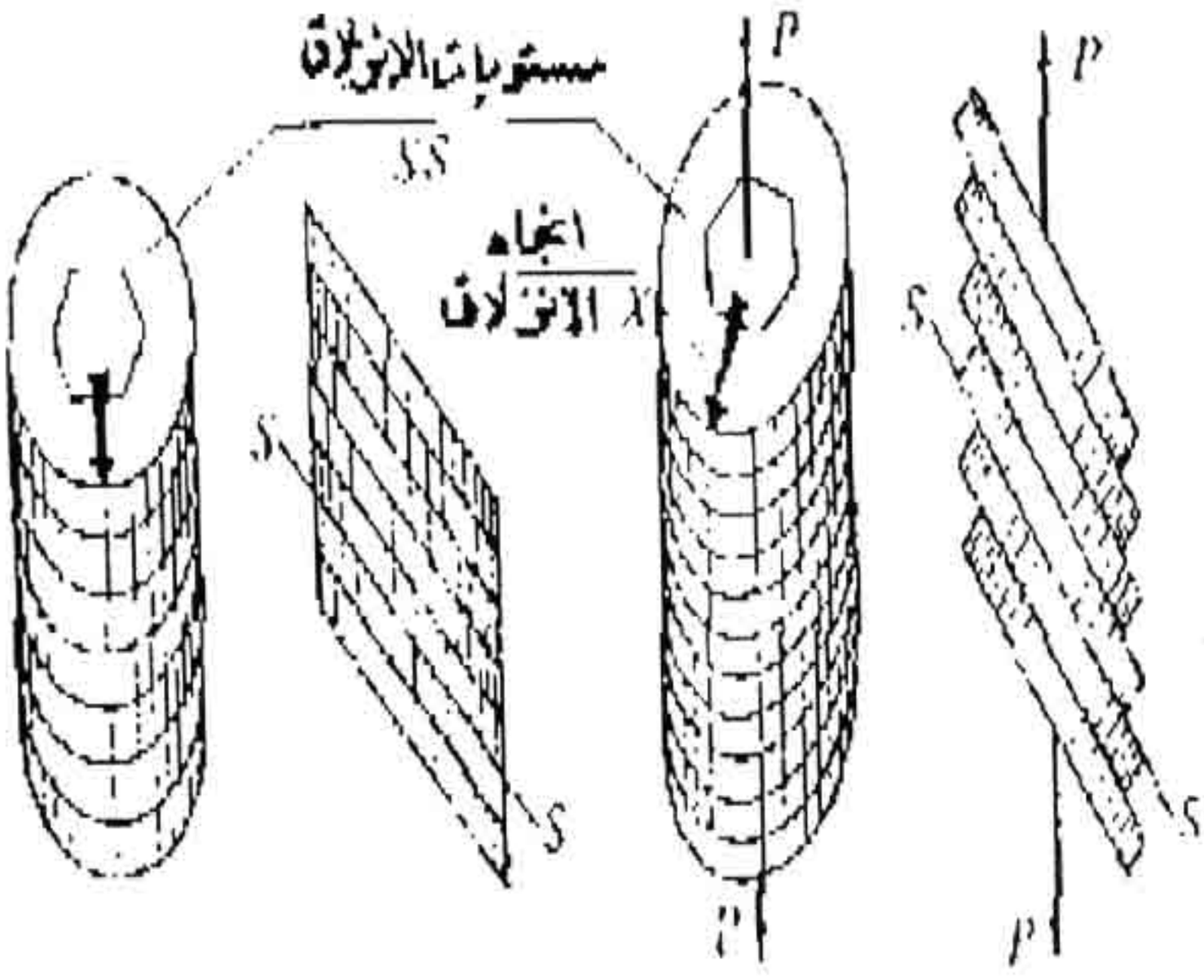
الحســبان أن البللورات التساهمية : الماس ، السليكون . الجرمانيوم – الانــتيمون – الــزموث– الزرنيخ تكون غير قادرة على تحمل التشوه الــلدن . عــندئذ تكون البللورات خارج حدود التشوه المرن معرضة للتدمير.

وتظــل الــرابطة الفلزية التى لا تظهر لها اتجاهية معينة ثابتة عمليا نتيجة للازاحات النسبية للذرات . ويؤدى هذا إلى امكانية ظهور إزحــات نســبية كبيرة جداً (بضع ألاف من المسافات الذرية) لبعض أجزاء الشبيكة ، ويؤدى هذا إلى قابلية البلورة للسحب بدرجة عالية.

وتشــمل الــرابطة الايونيــة موضــعا متوسطا بين الرابطة التساهمية والرابطة الفلزية ويترتب على هذا ان يكون بعض البللورات الايونيــة المثالية : Nacl ، $Ca\ F_2$ ، Kcl هشة كالبللورات التساهمية وتكون بعض البللورات الايونية مثل AgCl قابلة للسحب.

تحــدث الانــزلاقات في البلورة على طول مستويات تركيبية محــددة واتجاهــات معينة عادة على طول المستويات محكمة الرص والاتجــاه. يــرجع هذا إلى أن المستويات محكمة الرص والاتجاه هي الأقــوى نظرا لأن المسافات بين الذرات فيها أقصر وقوة الرابطة عند نهايــتها العظمــي. ومــن ناحيــة أخــرى عندما تكون المسافات بين المســتويات أطــول تكــون قوة الرابطة عند نهايتها الصغرى. وينتج الانــزلاق عــلى طــول مثل هذه المستويات والاتجاهات عندما تكون درجــة الفوضــى أقــل ما تكون فى الذرات وعندئذ يكون من السهل إظهار هذه الانزلاقات.

وينـــتج عن اختلاط مستوى الانزلاق مع اتجاه الانزلاق الذي يقـــع فيـــه مـــا يسمي بنظام الانزلاق slip system. وينطبق مستوى الانـــزلاق فى الشـــبيكة المكعبة متمركزة الوجه على المستوى (111) وينطبق اتجاه الانزلاق علي اتجاه قطر الجسم [111] . وفي البلورات السداســـية ينطبق مستوى الانزلاق SS على مستوى القاعدة [0001] بيـــنما ينطبق اتجاه الانزلاق x على واحد من المحاور الثلاثة التى تقع على مستوى القاعدة، الشكل (٥) حيث P تشوه الجسم الخارجى.



الشكل (٥)

وأوضـــحت التجارب العديدة أن البلورة تبدأ في الانزلاق تبعا لمـــا يتطلبه نظام الانزلاق فقط بعد أن يصل إجهاد القص τ المؤثر فى

الـــنظام إلى قيمـــته الحرجة τ_{cr} ويسمى إجهاد القص الحرج. ويوضح الجـــدول (٢) قيـــم إجهادات القص الحرجة في بعض البللورات النقية أحادية التبلر.

الجدول (٢)

الفلز	محتوى الشوائب (10^{-4})	مستوى الانزلاق	اتجاه الانزلاق	τ_{rc} باسكال 10^5
كادميوم	0.4	(0001)	[100]	0.058
نحاس	10	(111)	[101]	0.1
ماغنسيوم	5	(0001)	[100]	0.083
نيـــكل	20	(111)	[101]	0.54
فضـــة	1	(111)	[101]	0.06
خارصين	4	(0001)	[001]	0.001

ويتضـــح مـــن الجـــدول (٢) أن البـــلورات الأحادية القابلة للسحب لا يتجاوز فيها إجهاد القص الحرج 10^6 بسكال.

ويـــتوقف إجهاد القص المرن إلى حد كبير على التشوه السابق للبـــلورة الناشـــىء عن زيادة قيمته. وأصبحت الظاهرة معروفة باسم الـــتقوية strengthening أو المعالجـــة على البارد cold working.

ومن ثم فإن 30% من التشوه الأولى لبلورة الماغنسيوم الأحادية تعمل على زيادة τ_{cr} بمقدار 25 مرة تقريبا وربما أكثر للمعالجة على البارد للبلورت المكعبة : ألومنيوم – نحاس – نيكل .. إلى آخره.

وتعـــد تقويـــة البـــلورات شاهداً على أن العمليات اللاعكسية المتضـــمنة للازاحـــات النسبية للذرات وأجزاء البلورة. ينتج عن هذا تغيـــرات فى الطاقـــة الداخلية للبلورات. وتبرهن الدراسة العملية لهذه الظاهـــرة أن الـــتغيرات فى الطاقة الداخلية للجوامد تحدث فى عملية تشـــوهها اللدن. ويوضح الجدول (٣) النهايات العظمي للطاقة التى تم تجميعها فى فلزات مختلفة فى عملية تشوهاتها اللدنة.

الجدول (٣)

الفلز	Q جول/كجم
ألـــــومنيوم	4400
نحاس أصفر	2000
نحـــــــاس	2000
حـــــديـــــد	4800
نيـــــــكل	3120

وربمـــا تتحول هذه الطاقة إلى حرارة تؤدى إلى ارتفاع درجة حـــرارة الفـــلز عدة درجات. ونظرا لان تجميع الطاقة فى البلورة فى عمـــلية التشوه اللدن تتضمن ازاحات لا عكسية للذرات وبعض أجزاء

البـــلورة ، فـــإن هـــذه الطاقة هى طاقة الاجهادات المتبقية residual streses المتبقية فى الاجزاء المشوهة مرونيا عن الشبيكة البلورية.

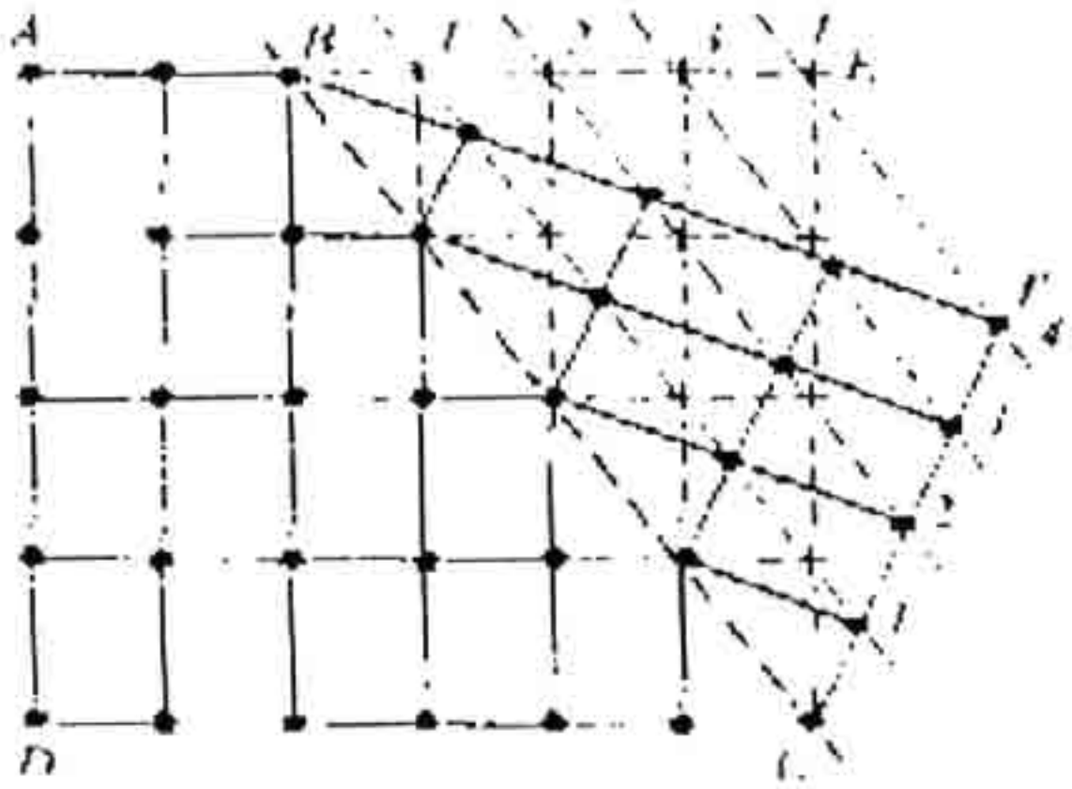
وبسبب القيم المرتفعة للطاقة الداخلية فى البلورة المعالجة على الـــبارد تكـــون البـــلورة مستقرة ثرموديناميا عن تلك البلورات الملدنة amealed ويـــؤدى هـــذا إلى عمـــليات تميـــل إلى إعادة البلورة إلى وصعها الأصلي ومن هذه العمليات : الاستراخاء relaxation وإعادة التبلر recrytallization.

ويـــتكون الاســـترخاء عند تبديد الاجهادات الداخلية مع عودة الـــذرات فى الأجـــزاء المشـــوهة للشبيكة إلى مواضعها الدورية. ولا تتضـــمن هذه العمليات تغيرات منظورة فى البنية التركيبية للبلورة وإن كـــانت تنـــتج فى التخـــلص الجزئى أو الكلى للتقوية التى تم الحصول عـــليها نـــتيجة للشتوه اللدن. ومتى تم التحكم فى عمليات الانتشار تبدأ عمـــلية الاســـترخاء بمعـــدل يتوقف بشدة على درجة الحرارة وعلى الحـــرارة الكافيـــة لتكون العيوب. ويكون للفلزات التى تتيز بانخفاض درجـــة انصهارها (مثل القصدير والرصاص والكادميوم والخارصين) معـــدلات انتشار ذاتية عالية حتى عند درجة حرارة الغرفة. تبعا لذلك تكـــون معـــدلات الاسترخاء عند درجة حرارة الغرفة ملحوظة بدرجة كافيـــة. وفى نفـــس الوقـــت لا يوجد عمليا عند درجة حرارة الغرفة اســـترخاء فى الفـــلزات التى لها درجة حرارة انصهار عالية ، ولكن معـــدل الاســـترخاء يـــرتفع بشـــدة عند زيادة درجة الحرارة (عملية الاســـترخاء تحقق نجاحا ملحوظا فى دقيقة واحدة عند $315\ ^{o}C$ بالقدر الـــذى يحـــدث فيـــه نفـــس التأثير فى مئات السنين عند درجة حرارة

الغـــرفة) وثمـــة عمـــلية إعادة التبلر التى تبدأ بشدة عند درجة حرارة رتـــبها ¼ درجـــة انصهار الفلز (على التدريج المطلق). وعلى نقيض الاســـترخاء الذى لا تنشأ فيه أية تغيرات منظورة في تركيب البلورة ، وتتضـــمن إعادة التبلر عملية تكوين النوى ونمو بلورات جديدة خالية مـــن الاجهـــادات الداخلية. وتقع عملية تكوين نوى مثل هذه البلورات للوهـــلة الاولى فى الاجـــزاء المشوهة بشدة من الشبيكة ، حيث يتركز المـــزيد مـــن الطاقة الحرة. ويقع بهذه الكيفية تغير كامل فى التركيب المكروســـكوبى للبلورة التى تتحول من أحادية التبلر إلى عديدة التبلر. وتبث الحرارة الكافية المتجمعة فى البلورة فى عملية إعادة التبلر على هيئة حرارة.

٤-٣) التوأمة الميكانيكية Mechanical Twinning

يمكن أن يأخذ التشوه اللدن صورة توامة ، وهى عملية إزاحة نســـبية تـــتم خطـــوة بخطـــوة للمســـتويات الذرية الموازية لمستوى التوامـــــة بمسافة ثابته تساوى كسرا أو جزءا من بارامتر الشـــبيكة



الشكل (٦)

ويوضح الشكل (٦) رسما تخطيطيا لتوأمة البلورة AECDA. وتكون المساحة ABCDA جزءا غير مشوه من البلورة. وتكون المساحة BECD هي الجزء الذي تقع فيه التوأمة. ويكون BC هو محور التوأمة وتدل العلمات x على مواضع الذرات قبل التوأمة. ويطلق على المستوى المار خلال جزء التوأمة والذى يفصل منطقة التوأمة BC بمقدار كسر من المسافة بين الذرية فى اتجاه التوأمة. ويزاح المستوى 22 بالنسبة للمستوى 11 بنفس الكسر من المسافة بين الذرية . وفى هذه الحالة تكون الازاحة بالنسبة لمستوى التوأمة الضعف. بعبارة أخرى ، يزاح كل مستوى ذرى مواز لمستوى التوأمة ذاتياً بمسافة تتناسب مع بعده عن مستوى التوأمة. وكنتيجة لذلك فإن الذرات فى منطقة التوأمة تتخذ مواضع تعد بمثابة انعكاسات بالمرأة للمواضع فى الجزء غير المشوه من البلورة في مستوى التوأمة. (تحدث التوأمة تماما كما يحدث الانزلاق فقط على طول مستويات تركيبية معينة ، هى المستوى (112) فى حالة البلورة المكعبة متمركزة الوجه. والمستوى (1012) فى حالة البلورة السداسية محكمة الرص. إلى آخره. ولكي تحدث التوأمة لابد أن تتجاوز الاجهادات المماسية بعض القيمة الحرجة. وتكون العملية سريعة جداً وتكون عادة مصحوبة بطقطقة مميزة.

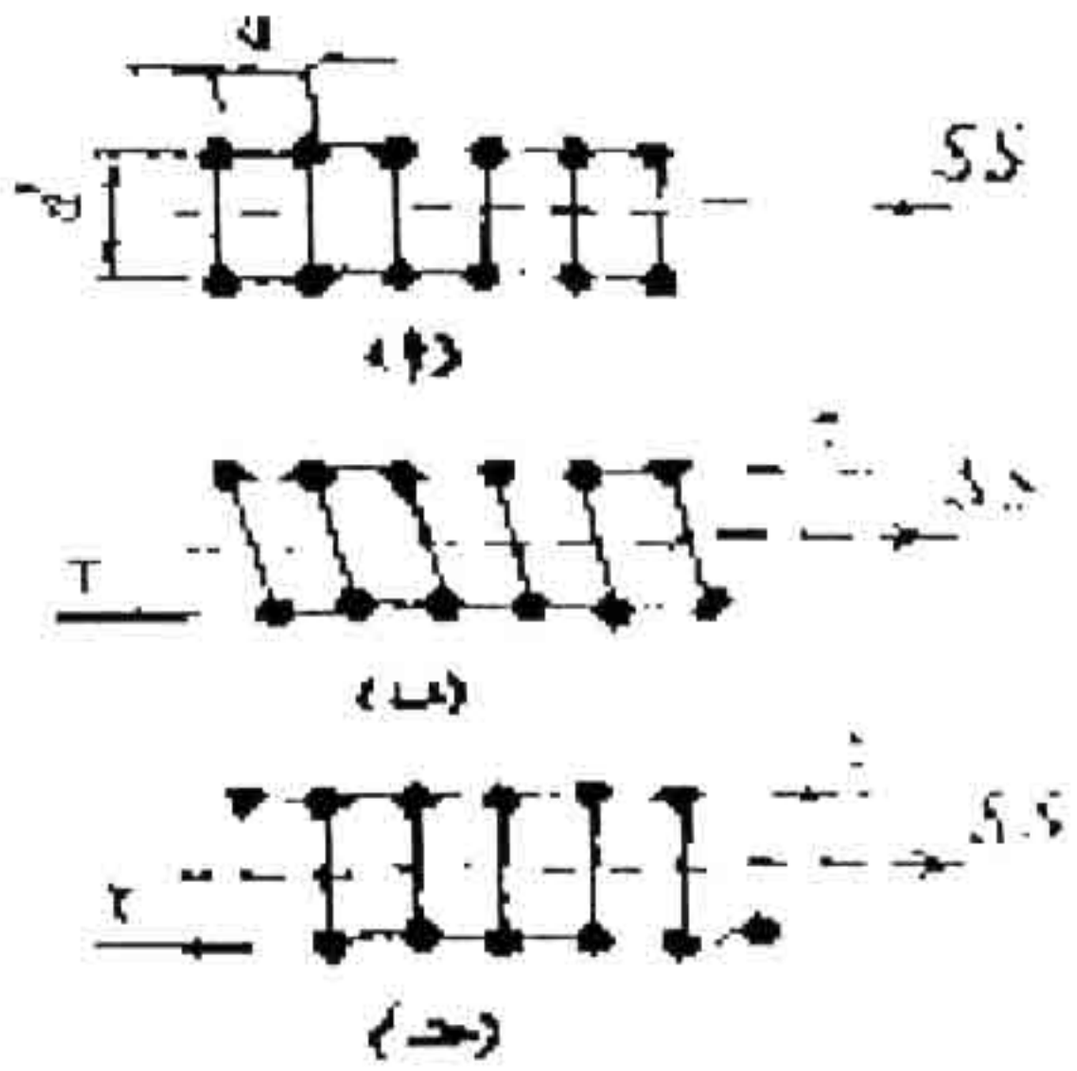
وبسبب الازاحات المهملة فى عملية التوأمة بالنسبة للمستويات الذرية المجاورة لا يمكن أن تظهر فى تشوه كبير متبقي. علي سبيل المثال فإن تحولا تاما لبلورة الخارصين إلي التوأمة يؤدى فقط إلى 7.39% من الاستطالة. ولهذا السبب ، فى البلورة القادرة

على الانسياب اللدن بواسطة الانزلاق ، تكون التوأمة مسئولة فقط عن جـــزء مهمل من التشوه الكلى اللدن. وعلى النقيض من ذلك يبدأ تشوه مهمل فى تدمير البلورات التساهمية ، حيث لا يمكن أن يحدث انزلاق، يرجع هذا إلى التوأمة. وفى البلورات السداسية توجهات غير مرغوب فيهـــا ترتـــبط بقوي التوأمة الخارجية وبالتإلى يمكن أن يحدث التوجيه للبـــلورة تشـــوهات متـــبقية مـــلحوظة تنشـــأ بواسطة عملية الانزلاق العمودية.

٤-٤) قوي القص الحقيقة والنظرية للبلورات :

Thcoretical and real shear strengths of crystal

يعد القص بمثابة الآلية الرئيسية للإنسياب اللدن فى البللورات ولقد كان الظن أن مثل هذا القص يقع نتيجة إزاحة جاسئة آنيا لجزء من البللوره بالنسبة لجزء آخر على طول مستوى الانزلاق الكلـــــــى SS،



الشكل (٧)

الشـــكل (٧). والحســـاب الاجهـــاد الماسى اللازم لتكوين هذا القص نتبع ما يلى :

تشـــغل ذرات المســـتويين المـــتوازين فى شبيكة غير مشوهة مواضع إتزانها عند النهاية الصغرى لطاقة الوضع كما فى الشكل (٧أ) وعندئذ تكون القوى المتبادلة = صفر.

عـــندما يـــزاح أحـــد المستويين الذريين بالنسبة للأخر تظهر إجهـــادات مماســـية يرمـــز لها بالرمز τ وهى تقاوم القص ويمثل إلى إعادة الوضع إلى حالة الاتزان الاصلى كما فى الشكل (٧ب).

وإذا افترضـــنا أن علاقة هذه الاجهادات للازاحة يمثلها منحنى جيبى كما فى الشكل (٨) فإن مقاومة القص هى.

$$\tau = A\sin\frac{2\pi x}{b} \qquad (١١)$$

حيـــث x إزاحة الذرات عن مواضعها الأصلية و $a=b$ وهى المسافة بين الذرية فى مستوى الانزلاق و A ثابت.

وفى حالة الازاحات الصغيرة فإن جيب الزاوية يساوى تقريباً الزاوية نفسها ، لهذا يعاد كتابة المعادلة السابقة على الصورة.

$$\tau = A2\pi/b \qquad (١٢)$$

ومـــن المعـــروف أن قـــانون هوك صالح للتطبيق فى حالة الإزاحات الصغيرة

$$\tau = G\,x/b \qquad (١٣)$$

حيــث G هـــي معامل مرونة القص ، d المسافة بين المستويات ومن المعادلتين (٤-١٢)، (٤-١٣) نحصل على :

$$\tau = \frac{b}{d}\,\frac{G}{2\pi}\sin\frac{2\pi x}{b} \qquad (١٤)$$

وتظـــل الـــنهاية العظمي القيمة τ كما هي حتى $x = \frac{l}{4}$ وهي تمثل القوي النظرية.

$$\tau_{cr} = \frac{b}{d}\,\frac{G}{2\pi} \qquad (١٥)$$

وبوضع $b = q$ نحصل علي معادلة :

$$\tau_{cr} = \frac{G}{2\pi} \qquad (١٦)$$

وعـــندئذ يساوى إجهاد القص الحرج $\frac{1}{10}$ من معامل مرونة القـــص. ويوضح الجدول (٤) القيم التجريبية والنظرية لاجهاد القص الحرج لعدة فلزات.

الجدول (٤)

الفلز	τ_{cr}(107Pa) تجريبيه	C $G(10^7$ pa)	τ_{cr} $(10^7$ pa نظرياً	
			$G/2\pi$	$G/30$
كادميوم	0.06	2640	420	88
نحـــاس	0.10	4620	735	154
حديـــد	2.90	6000	1100	230
ماغنسيوم	0.08	1770	240	59
نيكـــل	0.58	7800	1240	260
فضـــه	0.06	2910	459	97
خارصين	0.09	3780	600	126

ومقارنة هذه الأرقام بعضها ببعض يتبين أن قوة القص الحقيقة فى البللورات تقل بمقدار 3-4 رتب عن القيمة النظرية.

وتظهر هذه المقارنة أن القص فى البللورات لا يحدث بواسطة الازاحـــة النســـبية الجاسئة للمستويات الذرية لكنه يحدث بواسطة آلية تتضـــمن إزاحة عدد صغير من الذرات فى وقت ما. ويؤدى فهم هذه الحقيقـــة إلى ظهـــور وتطـــور نظـــرية الانخلاع الانسيابى اللدن فى البلورات.

(٥-٤) مفهوم الإنخلاع - الأنواع الرئيسية للانخلاعات

هناك نوعان من الانخلاعات الرئيسية هى :

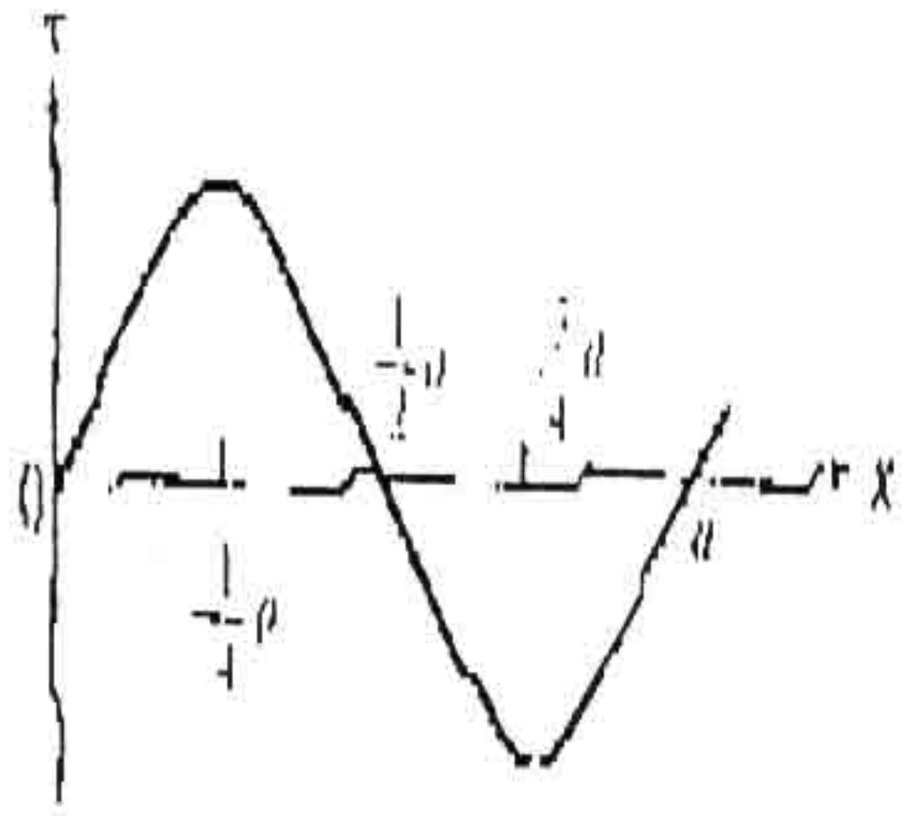
١- إنخلاعات الحافة Edge dislocation.

٢- الانخلاعات اللولبية Screw dislocation.

فنظرية الانخلاع الانسيابي اللدن تفترض أن عملية الانزلاق تبدأ دائماً عـــند الشـــوائب فى التركيب البلورى وينمو علي طول مستوى القص نـــتيجة حركة تدريجية لهذه الشائبة التى تتضمن فى نفس الوقت عدداً محدوداً من الذرات. مثل هذه الشوائب أو العيوب تسمي إنخلاعات.

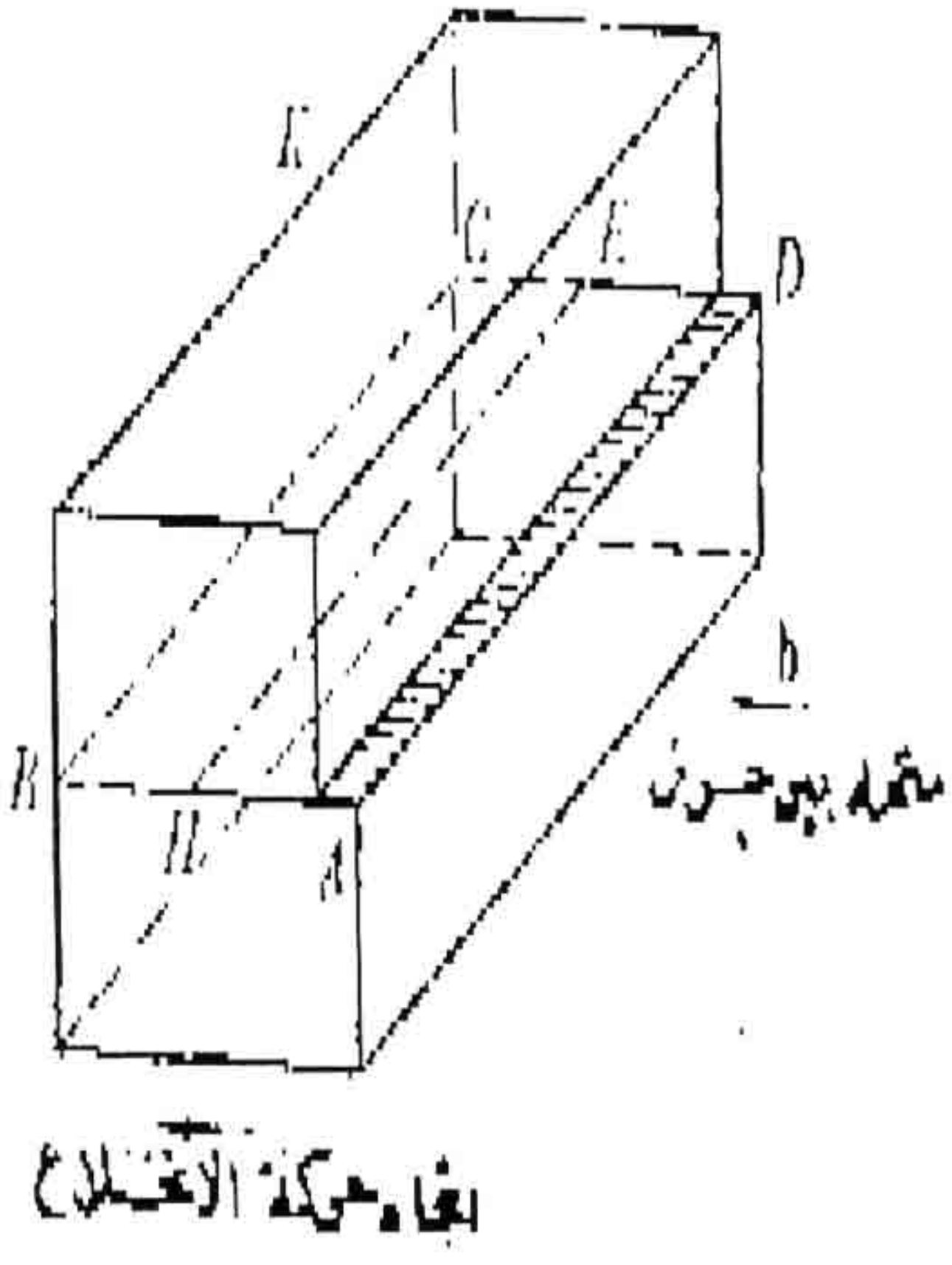
أولا : إنخلاعات الحافة:

يقـــع الانـــزلاق فى البللورة K مثلا فى مستوى ABCD فى إتجاه المتجه b الذى يتضمن المساحة AHED كما فى الشكل (٩).



الشكل (٨)

تزاح المستويات الذرية على جانبي مستوى الانزلاق AHED بمقدار لآخر المسافة b فى اتجاه الانزلاق بالنسبة لبعضها البعض. الحاجز HE الذى يفصل AHED حيث يحدث الانزلاق عن المساحة HBCE التى لم يقع الانزلاق فيها بعد والتى تحتوى على انخلاع حافة ويسمى المتجه b متجه بيرجرز Buprgers. هذا المتجه يصف إلى أى حد بلغ الانزلاق فى المساحةAHED .



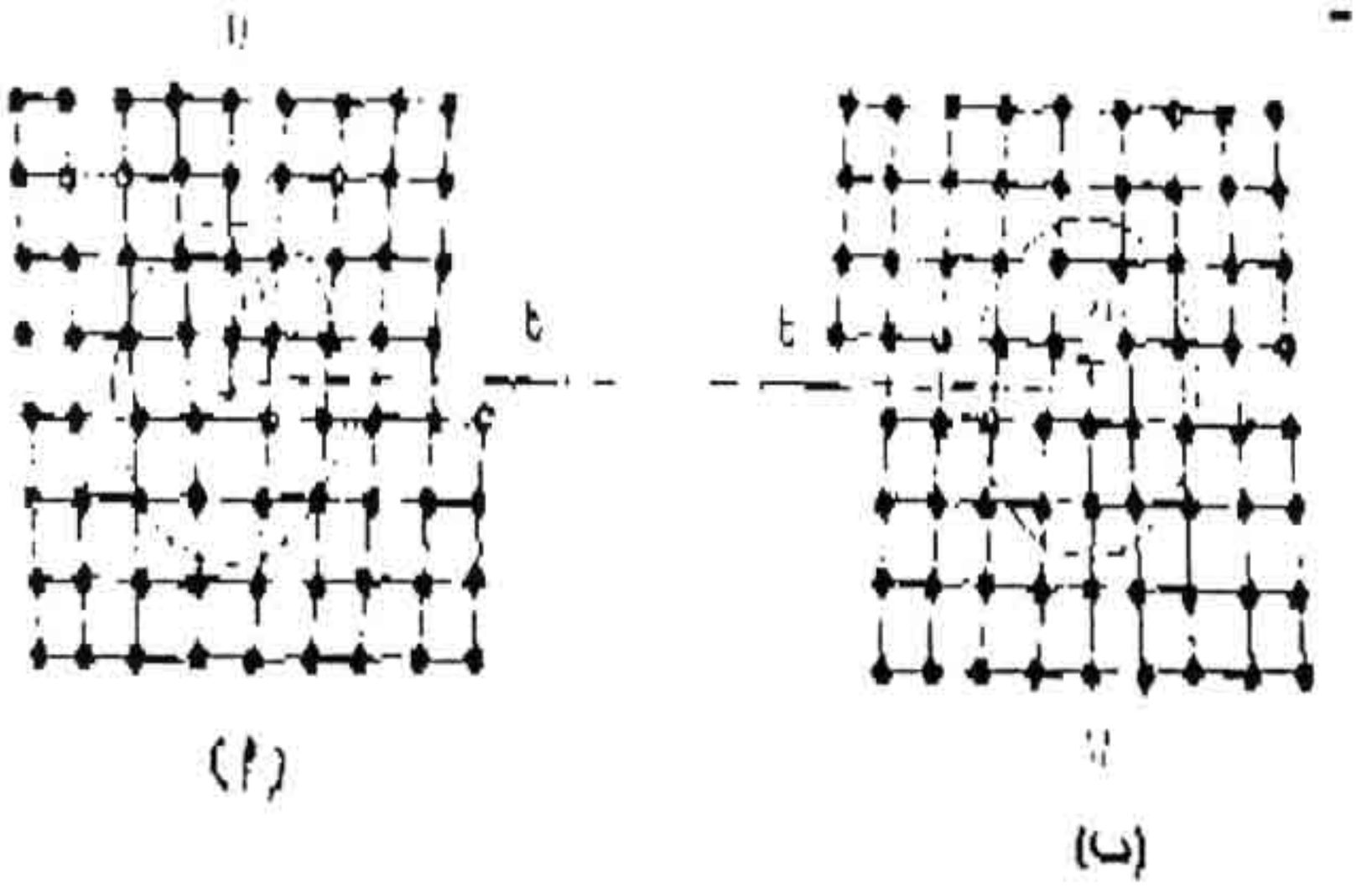
الشكل (٩)

ويوضـــح الشـــكل (١٠) ترتيب الذرات في المستوى العمودي عـــلي خـــط الانـــزلاق. ونتيجة لهذه الازاحة التى تقع خلال المساحة AHED فـــإن الجزء العلوى للشبيكة يحتوى على مستوى ذرى واحد هـــو المستوى OM اكثر من المستويات الذرية التى تقع تحته. ونظراً لأن الصف الذري العلوي I الذى يقع فوق مستوى القص يحتوى على ذرة واحـــدة اكـــثر مما فى الصف 2 الذى يقع تحت هذا المستوى فإن

المســـافات بين الذرية فى الصف العلوى بالقرب من النقطة O [مركز الانخـــلاع] ستقل عن القيمة العادية وعندئذ تكون الشبيكة قد انكمشت فى حيـــن أن المسافة بين الذرية فى الصف السفلى بالقرب من النقطة O ســـتكون اطـــول إذ أن الشبيكة قد استطالت. ومع البعد عن مركز الانخـــلاع ســـواء جهة اليسار أو اليمن أو إلى أعلى أو إلى أسفل فإن تشـــوه الشبيكة يقل تدريجيا. وعلى بعد معين من O فى البلورة تترتب الـــذرات بالكيفية المألوفة. ومع ذلك ففى الاتجاه العمودى على مستوى الشكل يتخلل الانخلاع البلورة الكلية أو جزء ملحوظ منها.

لهـــذا فإن مظهر الانخلاع الحافي يتمثل فى ظهور المزيد من المســـتويات الذريـــة OM فى بعض أجزاء البلورة . لهذا فإن عملية تكويـــن مـــثل هـــذا الإنخلاع يمكن تصورها على أنها سحب أو جذب الشـــبيكة بعيـــداً مـــع إدخـــال مستوى ذري إضافي فى الشبيكة يسمى المستوى الإضافي. وعندما يتم إدخال هذا المستوى فى الجزء العلوى من الشبيكة يزداد إحتمال تكون انخلاع الحافة ، الشكل (٤-١٠أ). فى حين أنه اذا تم إدخال المستوى الاضافى إلى الجزء السفلى من الشبيكة يكـــون الانخلاع سالباً كما فى الشكل (٤-١٠ب). ويسمي التشوه الذى يكون فيه متجه بيرجرز مساوياً بارامتر الشبيكة باسم الإنخلاع الوحدة وعندما يتخلل الانخلاع الوحدة مقطع البلورة فإن جزءاً واحداً منها تتم إزاحته بالنسبة للآخر مسافة تساوي b.

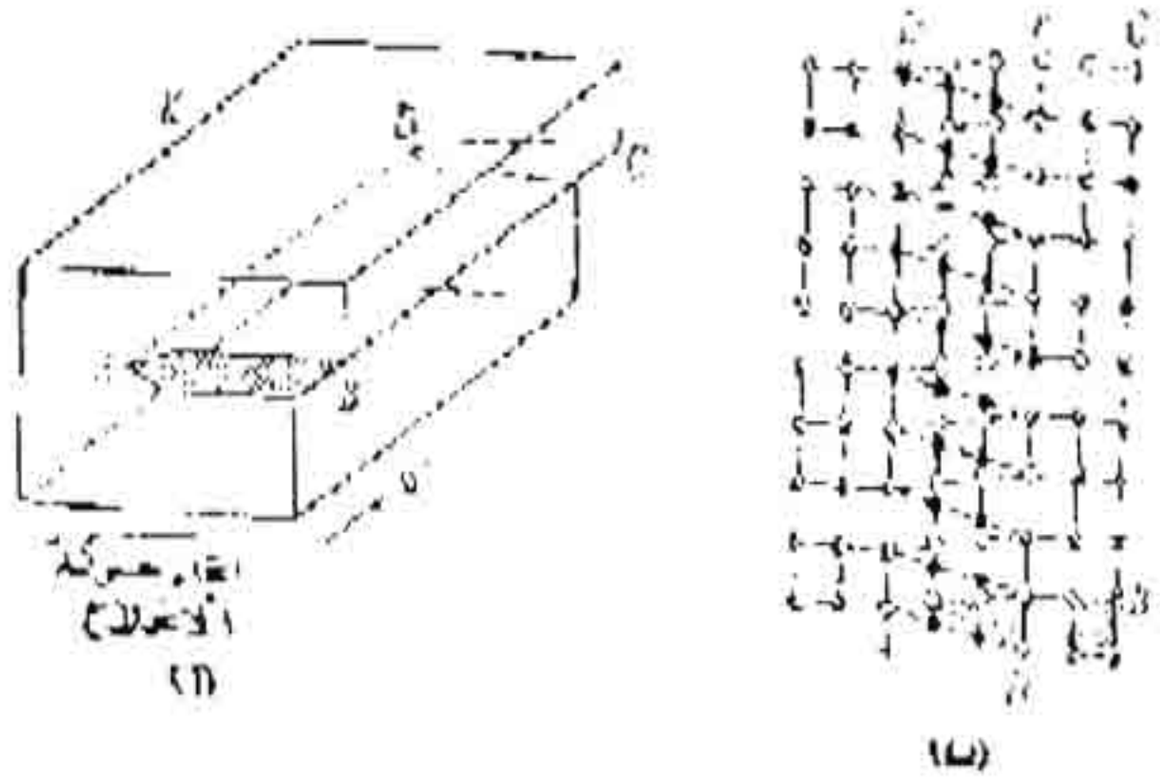
وتسبب حـــركة الانخلاع الموجب إلى اليســـــار نفس إزاحة أجـــزاء الشـــبيكة الحركة الانخلاع السالب إلى اليمين كما فى الشـــكل (٤-١٠ب).



الشكل (١٠)

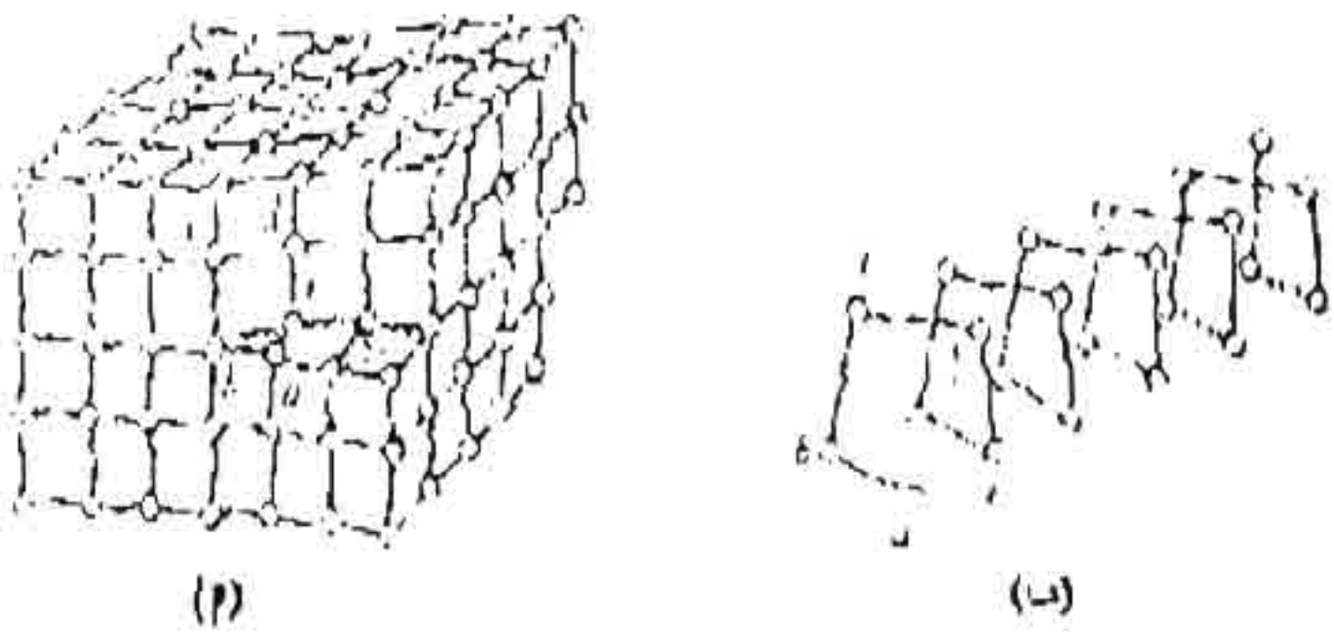
الانخلاع اللوبي :

لنفرض أن انخلاع وحدة غير تام يتكون فى البلورة K فى اتجاه المتجه b على المساحة A B C D ، كما هو موضح فى الشكل (١١



الشكل(١١)

أ): A D هــو الحد الفاصل للمساحة التى تحدث فيها الازاحة ، الشكل (١١ب) ترمــز الدوائــر المفتوحة (البيضاء) إلى ذرات المستوى الذى يقــع فوق مستوى الازاحة مباشرة والدوائر المصمتة (السوداء) ترمز إلى ذرات المستوى الذى يقع تحت مستوى الازاحة- فى جزء البلورة غيــر المشوه علي يسار AD تترتب ذرات تلك المستويات واحدة فوق الاخــري ولهــذا ننطبق الدوائر المصمتة (السوداء) على تلك البيضاء (هــذا موضح بدوائر بيضاء بنقطة سوداء فى المركز). وعلي الجانب الأيمــن من البلورة حيث تغطي الازاحة مسافة واحدة بين ذرية ، أى عــلى يمين EH ، فإن ذرات المستويات التى تمت مناقشتها أعلاه يتم ترتيــبها أيضــا واحــدة فوق الأخرى. وعلي ذلك فإن شريحة ضيقة ADEH تــزاح ذرات المســتوى العــلوى (الأعلي). بالنسبة لتلك فى المستوى الأدنى وبالابتعاد عن الحد الفاصل AD تزداد الازاحة .

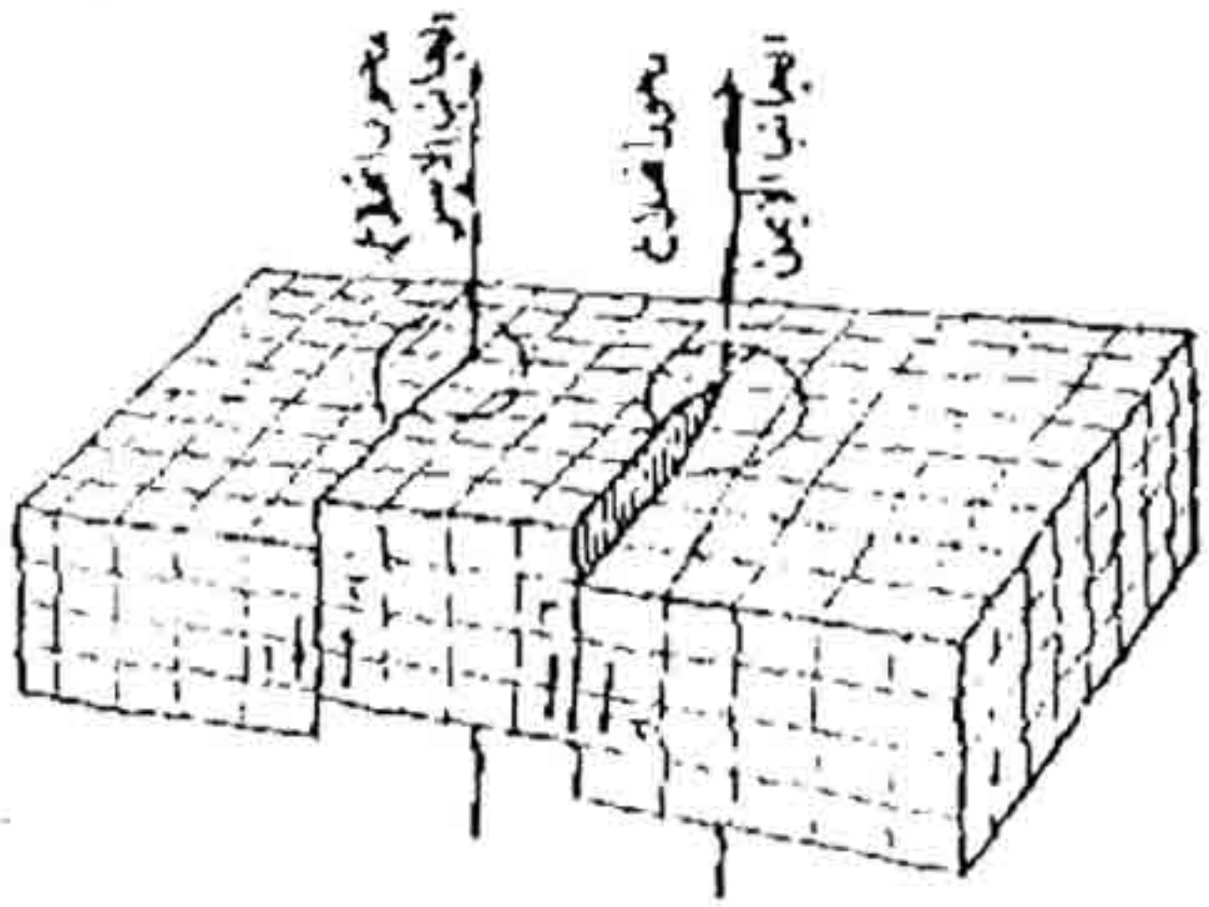


الشكل (١٢)

تظهـــر هـــذه الازاحة فى تشوه موضعى للشبيكة ، يسمى "الانخلاع اللولـــبي ، ويسمي الحد الفاصل AD باسم محور الازاحة وربما يسهل فهم منشأ اسم "الانخلاع

اللولـــبي" مـــن الشكل (١٢) ، حيث تبدأ ، حركة الذرة a على طـــول الـــلولب نحو الذرات. وهى الذرات b , c , d , e إلى أخره ، الشكل (١٢أ) التى تقع علي مستوى الانخلاع اللولبى.

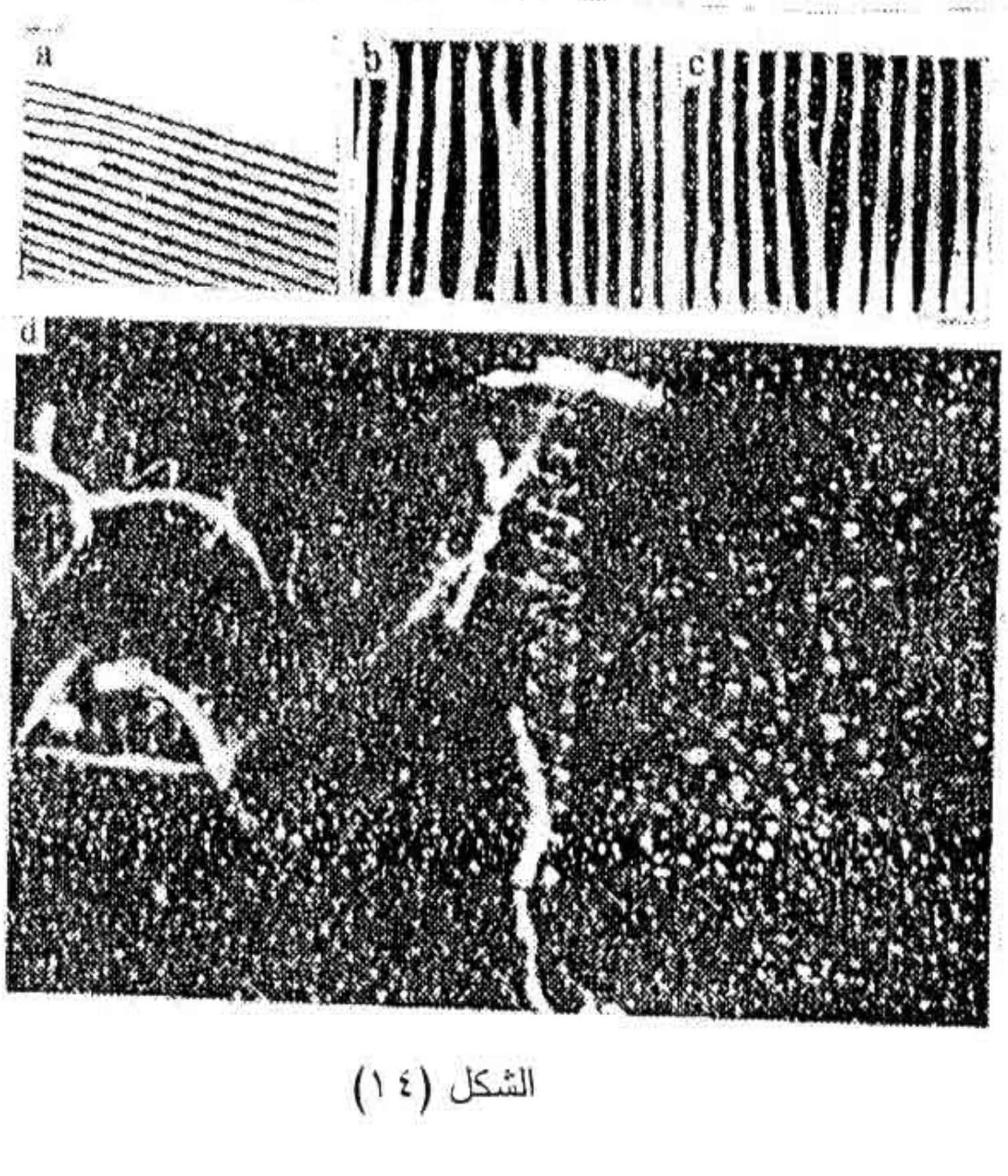
يوجـــد اختلاف بين الانخلاعات اللوبية اليسرى واليمني الشكل (٤-١٣) ، فحركة كليهما في اتجاهين متقاليين أو متضادتين تظهر فى شكل ازاحة فى اتجاه واحدة.



الشكل (١٣)

وبمقارنـــة الشـــكل (٩) والشكل (١١أ) نرى على النقيض من انخـــلاع الحافـــة العمودي علي متجه بيرجرز b يكون انخلاع اللوبي موازيالـــه. وحـــركة انخلاع الحافه فى اتجاه متجه بيرجرز b وحركة الانخلاع اللوبي فى الاتجاه العمودي عليه.

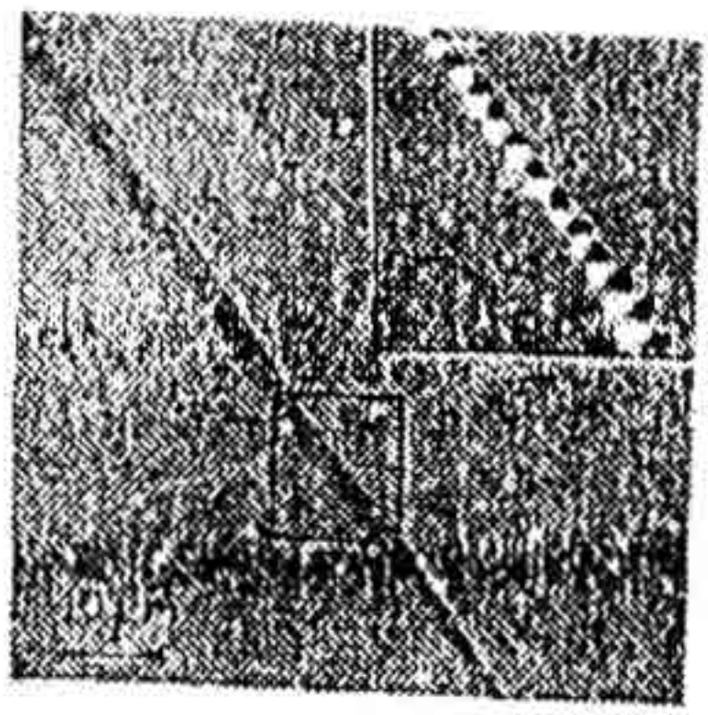
وحديـــثا تـــم تطويـــر الـــتجارب العملية للملاحظة المباشرة للانخلاعـــات. ويوضح الشكل (١٤أ) صورا مجهرية بالميكروسكوب الالكـــتروني لشريحة دقيقة من فيثالوسيانين البلاتين، الشكل (١٤ب،ج)



الشكل (١٤)

وقــد تم الحصول على صور مناظرة لكبريتيد النحاس. القطع الســـوداء الطويـــلة الضيقة فى الصور المجهرية هى اثار المستويات الذريـــة فى الفيثالوسيانين البلاتين تم ترتيبها على مسافات تساوى 12 أنجستروم ولكبريتيد الخارصين على مسافات تساوى 1.88 أنجستروم وتظهـــر الصــــور المجهرية بوضوح المستويات الاضافية التى تنتهي داخل البلورة والتي تكون انخلاع الحافة.

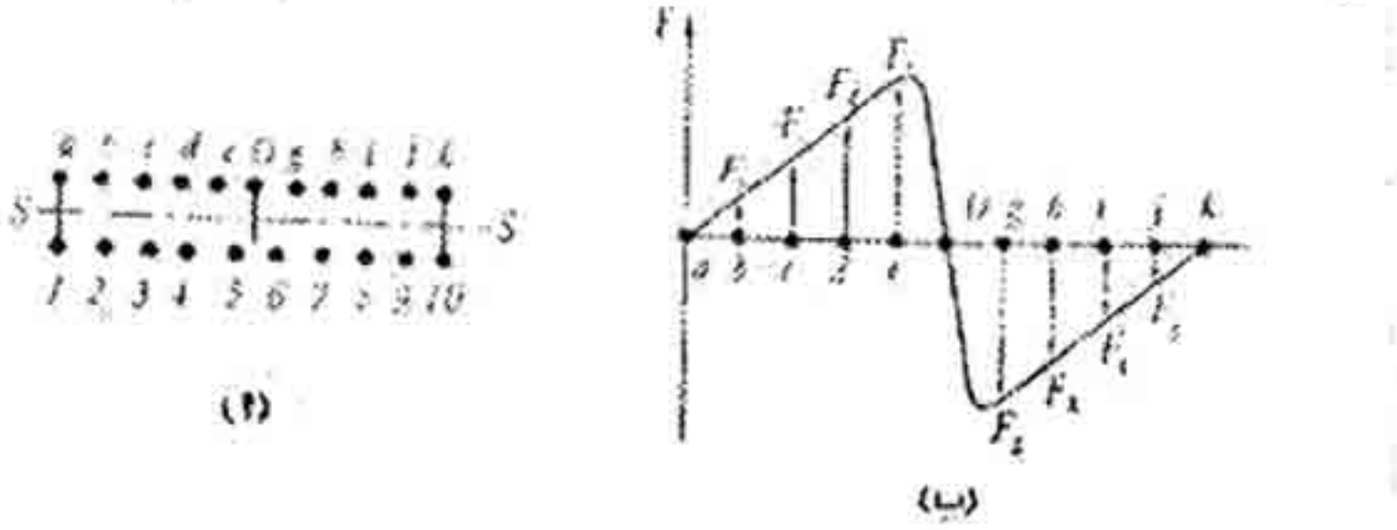
ويوضح الشكل (١٤د) صورة مجهرية ضوئية لانخلاع لولبى لبـــلورة $C_a F_2$ وتستخدم طريقة الزخرفة للبلورات الشفافة التى تتكون فى عملية الترسيب علي طول قلوب الانخلاعات لذرات الشوائب التى تجعل الانخلاع مرئيا في الميكروسكوب الضوئياً والانفاق المزهل بين هــذه الصـــور والمفاهيم النظرية الذى تظهر فى الاشكال (١٠) (١٢) محـــل اعجـــاب ويوضـــح الشكل (١٥) نقاط مخارج الانخلاعات كما تظهر فى الرقع السوداء.



الشكل (١٥)

(٤-٦) القوي المطلوبة لتحريك الانخلاعات :

لـــنفرض وجود انخلاع موجب مركزه O يرتبط عند النقط a k ويقع فى المستوى S حيث يكون الانزلاق ممكنا الشكل (١٦أ).



الشكل (١٦)

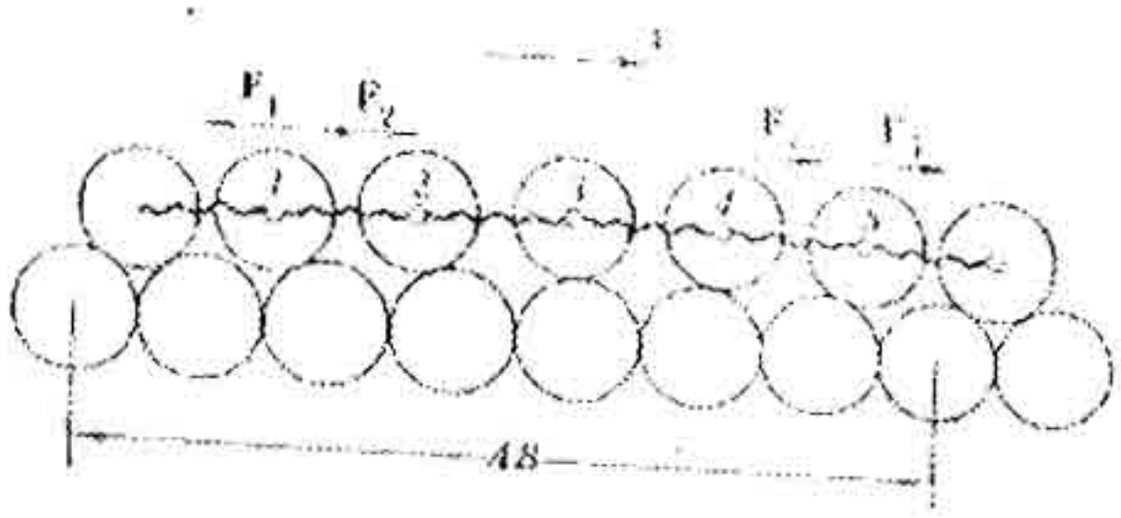
عـــند الاتزان تكون القوة التى تؤثر بها الشبيكة على الانخلاع تســـاوى الصـــفر ويمكـــن ملاحظة أو رؤية هذا بسهولة من النموذج الأســـطواني الموضح فى الشكل (١٦أ). يتشوه تركيب الصف العلوى للاســـطوانات التي تشغل عادة التجاويف من اسطوانات الصف السفلي نظـــراً لأن القطاع AB المشار إليه سابقاً الذى كان يحتوى على ست أســـطوانات أصـــبح الآن يحتوى على خمس اسطوانات فقط. مثل هذا التشوة يولد قوى تمتل إلى إعادة الاسطوانات 5,4,3,2,1 إلى مواضع اتـــزانها المستقرة (القوى F_1 ,F_2, ... F_5) وتكون القوى المؤثرة على الاســـطوانات 5,1 و 4,2 متســـاوية فى المقدار غير أنها متضادة فى الاتجاه. لهذا فإن الإسطوانات الصف العلوى تترابط بواسطة الزمبرك المـــرن المؤثـــر عـــلى الـــرابطة بيـــنها ، وســـيتم معادلـــة القـــوى F4,F2,F5,F1 تبادليا ويكون النظام فى حالة الاستقرار.

نفـــس الوضع يظهر أو يحدث فى حالة الانخلاع الموضح فى الشـــكل (١٦ب) فـــالقوى المؤثرة علي الذرات فى الصف العلوى التى

تشـــغل مواضع متماثلة بالنسبة للانخلاع الذى مركزه () تكون متساوية فى المقدار ومتضادة فى الاتجاه

(القوى $F_c=F_g, F_d=F_h, F_e=F_i, F_h=F_j$)

لهـــذا فـــإن القوى المحصلة تساوى الصفر ويكون الانخلاع فى حالة اتـــزان ومـــع ذلك إذا تحرك مسافة صغيرة فى مستوى الانزلاق فإن الـــترتيب المتماثل للذرات بالنسبة لمركز الانخلاعات سيضطرب مولدا قوة تقاوم حركة الانخلاع.



الشكل (١٧)

ويتضـــح من الشكل (١٧) أن هذه القوة تكون كبيرة نظرا لان حركتى الاســـطوانتين 2,1 إلى مواضع اتزانهما الجديدة تكون إلى أقصى حد نـــتيجة تأثير القوى علي الاسطوانتين 5,4 التى تجاهد لشغل المواضع فى الاتـــزان المستقر .. وتوضح الحسابات اجهاد النحاس الذى يحتاج اليه لتحريك الانخلاع ويساوى.

(١٧)
$$\tau_o = \frac{2G}{1-\gamma} \exp\left(-\frac{2\pi b}{d(1-\upsilon)}\right)$$

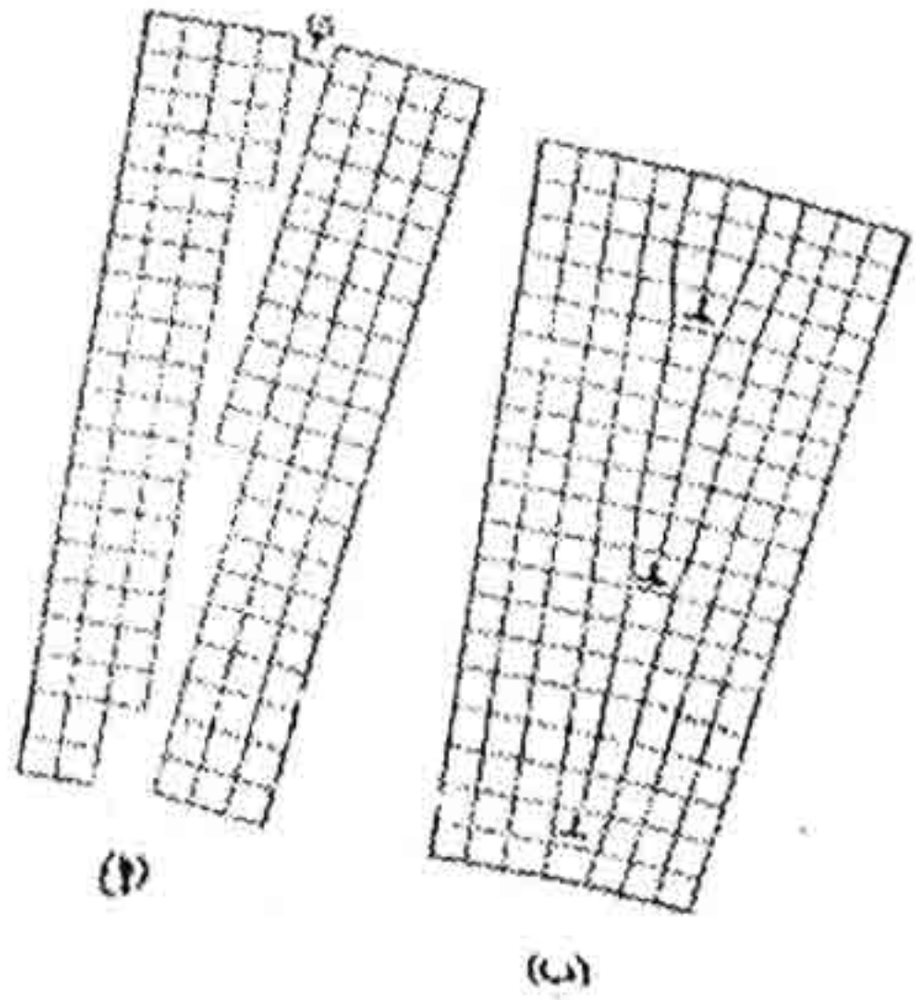
حيث G معامل مرونة القص ، γ نسبة بواسون Poisson ratio ، b المســـافة بين الذرية ، d المسافة بين مستويات الاتزان المتجاورة. الاجهـــاد τ_o هو القيمة النظرية لاجهاد القص الحرج. وبوضع b=d ، ν = 0.3 نحصل على $\tau=3\times10^{-4}G$. فى مدى رتبة معينة لهذا المقدار فـــإن هذه النتيجة تنطبق على القيمة العملية لاجهاد القص الحرج τ_{cr} لهـــذا فإن نظرية الانخلاعات تزيل التناقض بين القيم النظرية والعملية لقوة القص فى البلورات.

وتكـــون آليـــة الحـــركة بواسطة الانخلاعات متواترة (متوفرة) فى الطـــبيعة. فالحيـــات والديـــدان والمحار تتحرك لانها تولد انخلاعات. فحـــركة دورة الارض تبدأ بتكوين مدد واستطالة للانخلاعات. بالقرب من القرب. وتنتشر الانخلاعات بالتإلى على طول الجسم حتى الذيل ، الشكل (١٨أ) وعلى النقيض من ذلك فإن حركة معظم الحيات تتضمن تكـــون تشـــوه على هيئة انقباض بالقرب من الذيل وهذه تتحرك نحو رأسها ، الشكل (١٨ب).

الشكل (١٨)

(٤-٦) مصادر الانخلاعات ، تقوية البلورات :

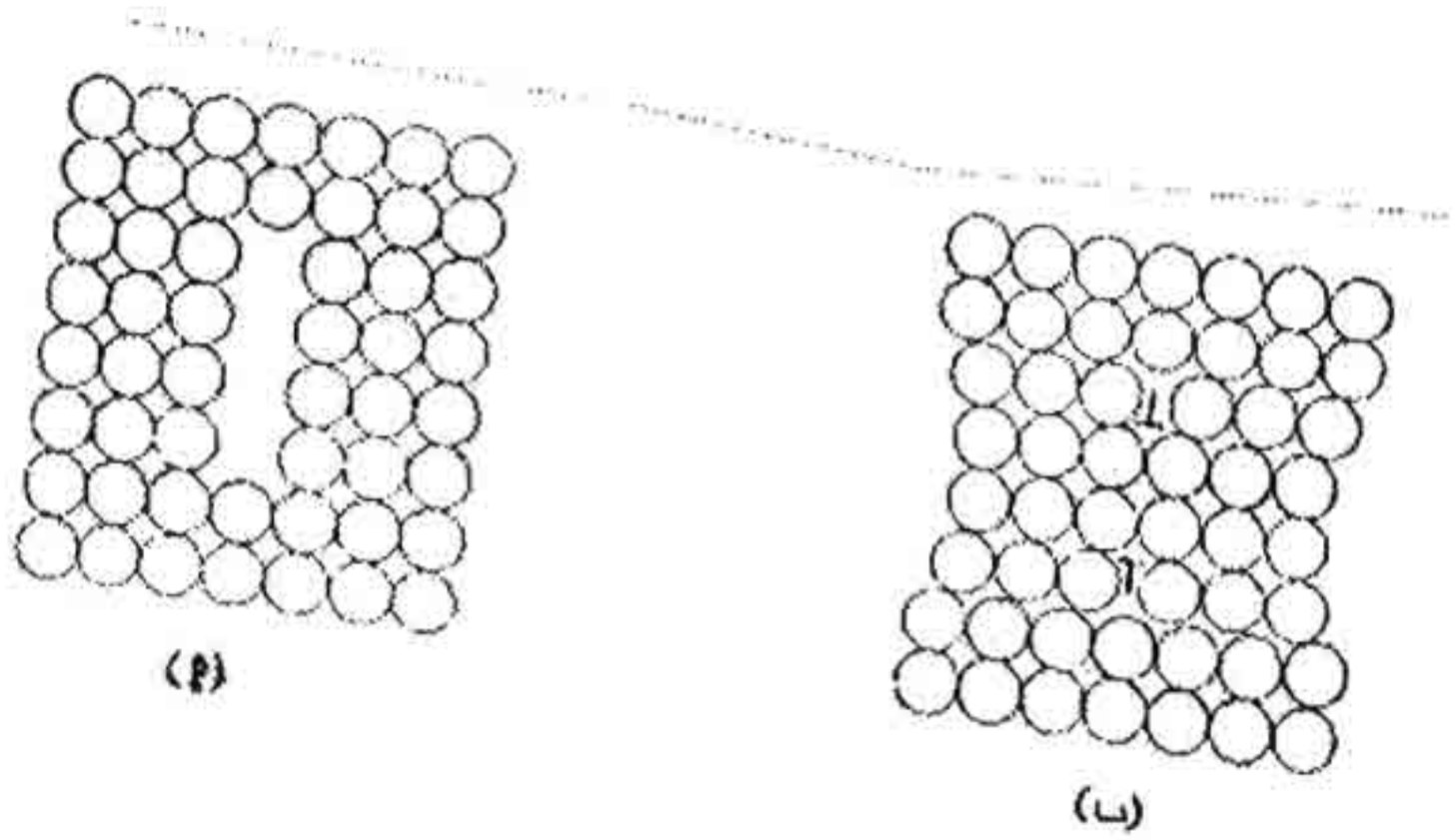
تتكون الانخلاعات فى البلورات الحقيقة أثناء عملية نموها من مصهور أو من محلول.



الشكل (١٩)

ويوضـــح الشكل (١٩أ) حدود قالبين جرى نموها نحو أحدهما الآخـــر. ويصـــنع القالبان زاوية صغيرة بينهما. وعندما يندمج القالبان معـــا فـــإن بعض المستويات الذرية لا تنتشر خلال البلورة ككل لكنها تنـــتهي عـــن حـــدود القالبين. وهذه هي المواضع التى تتكون عندها الانخلاعات ، الشكل (١٩ب) ويحدث نفس الوضع فى عملية الاندماج للحبيـــبات التى لها توجيهات مختلفة فى عينة عديدة البلورات. ونظراً لان القـــالب وحـــدود الحبيـــبة فى جامد حقيقى كثيفة جداً يكون عدد الانخلاعـــات كبيراً جداً - حوإلى 10^{12} انخلاعا لكل متر مربع ويمكن عدهـــا فى الفـــلزات الـــتى ســـبق تلدينها. وبعد المعالجة على البارد (بالســـحب أو الـــلف على بكرة .. إلى أخره) تزداد كثافة الانخلاعات إلى 10^{16} - 10^{15} لكـــل متر مربع. تلك الانخلاعات تقوم بتجمع الطاقة الكلية الممتصة بواسطة الفلز فى عملية النشوة اللدن.

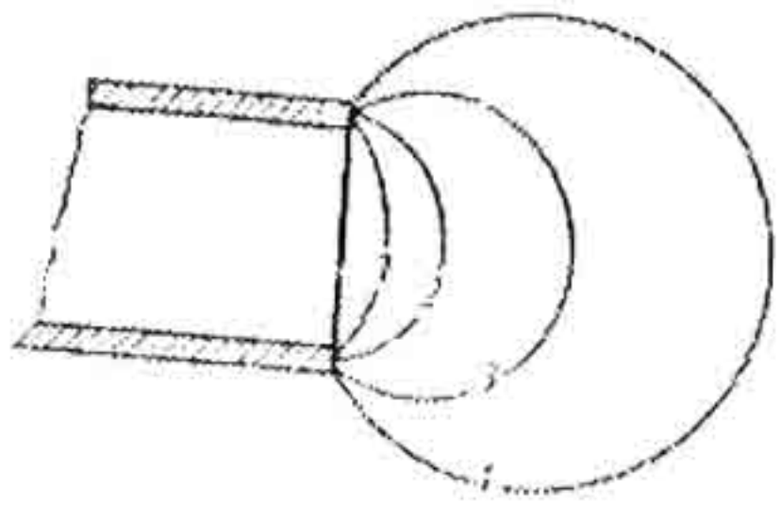
ويمكـــن أن يعمل حشد من الفراغات كمصدر للانخلاعات فى بـــلورة غيـــر مشوهة ويوضح الشكل (٢٠) مثالا لتكوين الانخلاعات الموجبة والسالبة من حشد من الفراغات.



الشكل (٢٠)

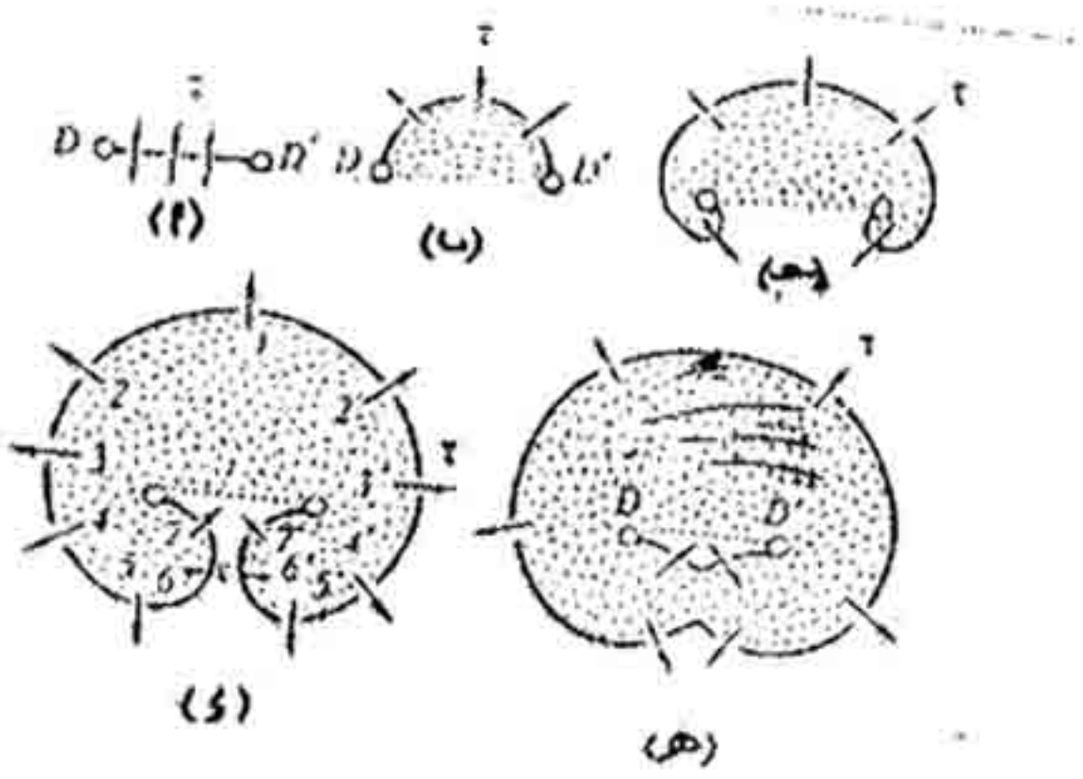
وفى اســتجابة عمــلية القــص فى بلورة إلى القوة الخارجية المؤثــرة تكون بمثابة حركة الانخلاعات فى مستوى الانزلاق ونفاذها خــلال ســطح البــلورة ومجرد وجود الانخلاعات فى البلورة يكون مســئولا عــن هــذه العمــلية ، وسيؤدى التشوة اللدن إلى استنفادها وتحسســين perfection البــلورة. ويكــون هذا نقيضا لخيرتنا عن الانخلاعــات الــتى تؤكد أنه عندما ينمو التشوه فإن الشبيكة لا تصبح تامــة تمامــاً. ففــي الحقيقــة يكون عكس هنا هو الصحيح : إذ تنمو الانخلاعــات فى هــذه العمــلية. ومن المعروف أن الانخلاعات هى المســئولة عــن التشوة المرن الذى يتولد فى عملية القص نفسها تحت

تأثيــر فــترة خارجية على البلورة: أحد آليات التولد يتم اكتشافها عام 1950 بواســطة فرانك وريد Frank & Read . ولفهم أحسن لهذه الآليــة نستعين بأنبوبة كالموضحة فى الشكل (٢١) فبعد غمس طرف هـــذه الأنـــبوبة فى محـــلول صـــابون يـــتكون غشـــاء



الشكل (٢١)

رقيــق مــن محلول الصابون عند فوهة الأنبوبة . ومع زيادة ضغط الهــواء فى الانــبوبة ينتفخ الغشاء ماراً بالمراحل 4,3,2,1 إلى آخر. وحــتى يصــبح لــه شكل نصف كرة (المرحلة 3) تصبح حالته غير مســتقره . وعندما ينخفض الضغط فى الغشاء فإنه يأخذ فى الانكماش حتى يستعيد المرحلة . وعندما يتجاوز المرحلة 3 تتغير حالة الفقاعة ، تكــون عــندئذ قادرة على التطور ليس فقط تحت ضغط ثابت بل حتى مــع انخفــاض الضغط تدريجيا حتى تنفصل عن فوهة الأنبوبة. وبعد انفصــال الفقاعــة الاونى تــبدأ الثانية فى الظهور متبوعة بالثالثة ... وهكــذا ونحــاول الآن مناقشة فكرة عمل مصدر فرانك -ريد. يوضح الشكل (٢٢) انخلاع حافة DD على مستوى الاتزان، النقطتانD, D ثابتتان ولاتشاركان فى حركة الانخلاع.



الشكل (٢٢)

ويمكــن للانخلاعــات أن تكون مركزة عند نقاط التقاطع مع الانخلاعــات الاخــرى. عــند ذرات الشوائب. فتحت تأثيراً الاجهاد الخــارجي يبدأ الانخلاع فى الانحناء بنفس الطريقة كما هو الحال فى غشاء الصابون وفي بعض الأوقات يأخذ شكل أشباه الدوائر ، الشــكل (٢٢ب) وكمــا يحدث تماماً لفقاعة الصابون يستمر التشوه فى الانحناء فقط إذا نما بمعدل ثابت حتى يتخذ شكل شبه دائرة ويحدث التالي بنفس الطــريقة وينــتج عــنه تكوين عروتين الشكل (٢٢ج) وعندما يتقابل العــروتان فى نقطة (C) ، الشكل (٢٢د) فإنهما يقسمان الانخلاع إلى جــزئين ، جــزء خارجى الذى يقفل مكونا دائرة خارجية الشكل (٢٢ هــ)، جزء داخلي يعود إلى الوضع الأصلي DD.

وينمو الانخلاع الخارجي فيصل إلى سطح البلورة ويظهر فى الازاحــة الأولية ، ومع عودة الانخلاع الداخلي إلى موضعه الاصلي DD فإنه يبدأ فى الانحناء تحت تأشير القوة المؤثرة لينمو بالكيفية التى

سبق شرحها ... مثل هذه العملية قد تتكرر بأى عدد من المرات تؤدي إلى ازاحة ملحوظة لجزء من البلورة بالنسبة للأخر فى مستوى انزلاق معين.

وتــرجع قوة القص المنخفضة أو الصغيرة فى البللورات إلى وجــود انخلاعــات متأصلة إلى تولد البعض الأخر فى عملية القص. عــلى الجــانب الاخر تقوى البلورة فى عملية النشوة اللدن المصاحب بواسطة عدد من العيوب .. جوهر مثل هذه التقوية يكون بمثابة تفاعل متــبادل بيــن الانخلاعــات مــع بعضها البعض ومع عيوب الشبيكة المتــنوعة وينتج عن ذلك إعادة حركتها فى الشبيكة.

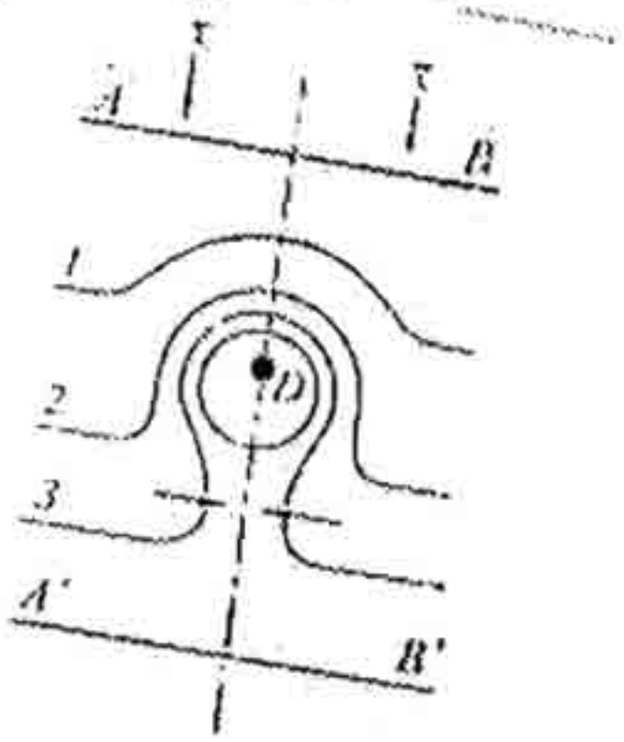
(١) **التأثير المتبادل بين اللانخلاعات :**

أى انخــلاع يكــون سببا فى اجهادات مرونة فى الشبيكة تولد مجــال قــوة حــول نفســه يمكــن وصفه بقيم الاجهادات المماسية τ والاجهــادات العمودية 0 عند كل مقطع وعندما يدخل انخلاع اخر إلى المجال تبدأ القوة فى التأثير ويعمل على تقريب الانخلاعات أو ابعادها بعضــها عن بعض وتتنافر الانخلاعات المتشابهة الاشارة التى تقع فى مســتوى واحد بينما تتجاذب تلك المختلفة الاشارة وهذا هو السبب فى أن الانخلاعــات المــتجمعة فى مستوى معين يؤدى إلى زيادة مقاومة البلورة للقص وتقوى البلورة.

أ - اجتياز العوائق :

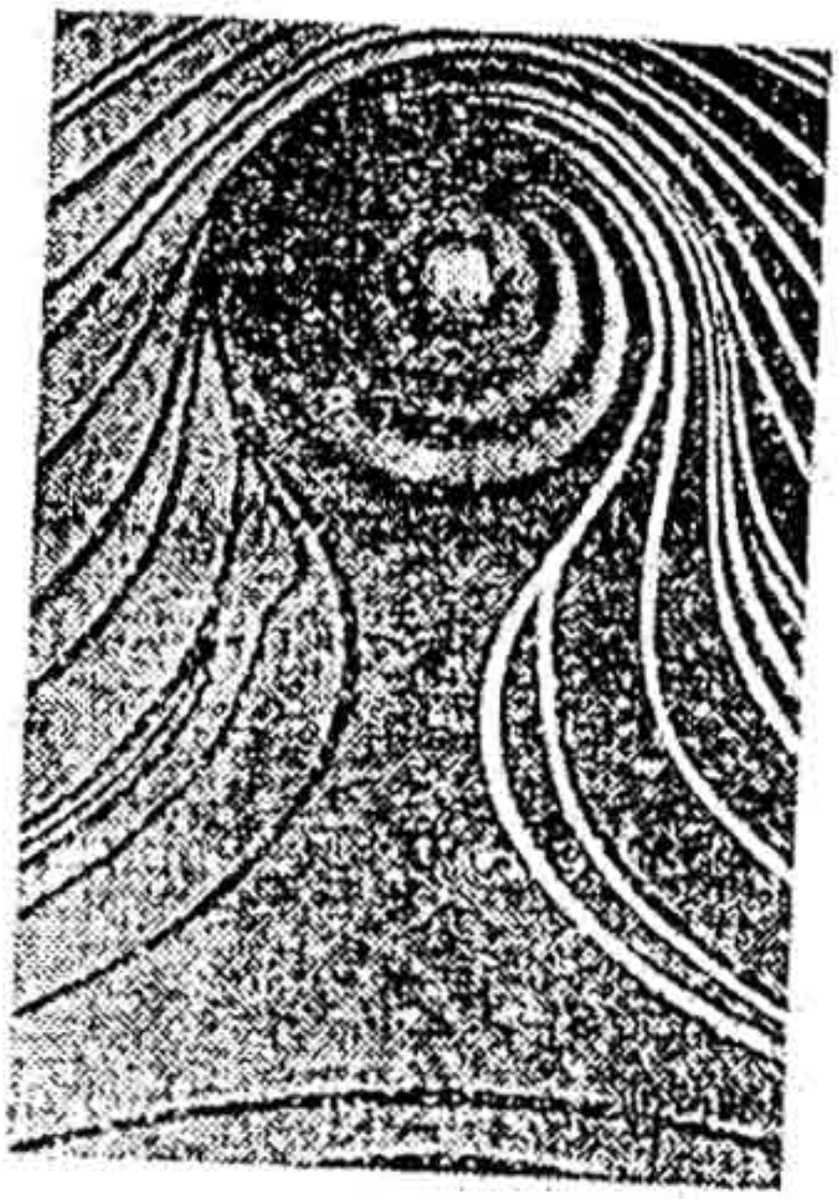
١) لــنفرض انخلاعا يتحرك علي مستوي الانزلاق بفعل الاجهادات المماســية الــتى تتحرك نحو عائق ساكن D علي سبيل المثال التقاطع

مع بعض الانخلاعات الاخرى مثل ذرات الشوائب وأى نوع أخر من العيوب ويوضح الشكل (٢٣) الطريقة التى يمكن أن يتخطي بهـــــا



الشكل (٢٣)

الانخـــلاع AB نظـــريا العائق D . مع اقتراب الانخلاع من D (المواضـــع 1 ,2 ,3) ينحـــنى تدريجيا مكونا عروة تغلف العائق وتنغـــلق العـــروة خلف العائق ويتخذ الانخلاع A′, B′ مرة ثانية شكل الخط المستقيم .



الشكل (٢٤)

ويوضـــح الشـــكل (٢٤) صورة فوتوغرافية تظهر حركة الانخلاع نحو العائق الساكن (الخطوط المعتمة تمثل الانخلاعات) التى تظهر فى عملية المعالجة الكيمائية ولا يترك التماثل فى الصور شبهة شك فى صـــلاحية النموذج النظرى الموضح فى شكل (٢٣) وبالمرور حول العائق يزداد طول الانخلاع كما يزداد تشوه الشبيكة ويتطلب هـــذا شغلاً اضافيا لابد من بذله. ولهذا فأن مقاومة حركة الانخلاع مـــن المدي الذى يتخطي فيه العائق يكون اكبر كثيراً من أى جزء آخـــر فى الشـــبيكة وهذا هو جوهر الحقيقة القائلة بأن تلك العيوب تعمـــل علي تقوية البلورة. ويؤدى نمو عدد الانخلاعات فى البلورة المصـــاحبة إلى تشوه لدن كبير يؤدى بدوره إلى زيادة عدد العوائق

عـــلد تقاطعهـــا ويكون هذا هو سبب التقوية التى تنتج عن التشوه اللدن.

ويكـــون لـــذرات الشـــوائب نفس التأثير حيث أنها تولد عيوبا موضعية تظهر فى زيادة مقاومة البلورة لانفعال القص وبالتالي تعوق حركة الانخلاعات وهذا يتطلب إجهادات أكبر للتغلب علي تأثيرها.

وتســـتخدم ظاهرة التقوية علي نطاق واسع فى عملية المعالجة عـــلي الـــبارد وفـــي عملية إدخال ذرات الشوائب وفى عملية إدخال الأشـــياء الغريـــبة (درجة الحرارة وزيادة العمر الزمني .. إلى أخره) لتحســـين الخصائص الميكانيكية للمواد الهندسية وساعدت هذه الطريقة فى تقوية المواد من ست إلى ثمان مرات فى الاربعين سنة الأخيرة.

(٤-٧) القوة اللازمة الكسر الجوامد :

Brittle strength of solids

يحـــدث كسر الجوامد أو تدميرها عندما تتخطي قوة الشد حد المرونة عـــندئذ تعـــاني المادة من تشوه لدن يسبق عملية التدمير وقبل مناقشة القـــوة اللازمـــة لكســـر الجوامد يحسن أن نبدأ بحساب القوة النظرية للجوامد.

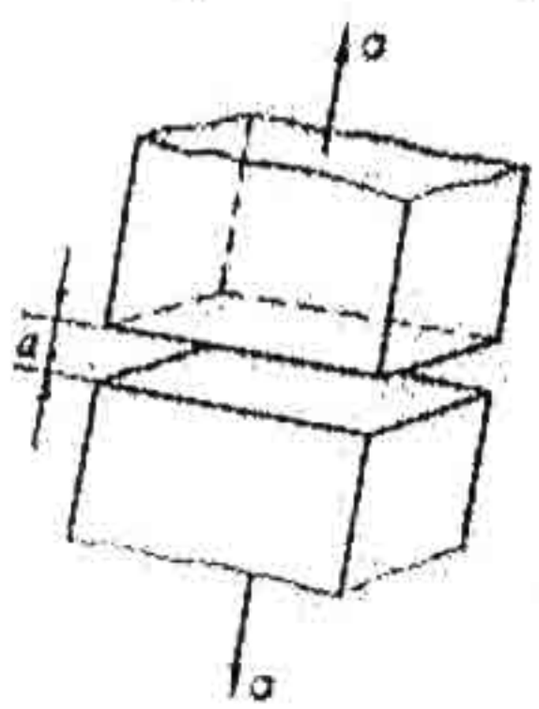
القوة النظرية للجوامد :

توجـــد محاولات عديدة لحساب قوة الجوامد علي أساس التأثير المتـــبادل بين جزيئاتها والقوة σ_0 التى يتم حسابها تسمي القوة النظرية Theoretical stregth.

١) طريقة بولاناي Polanyi's :

جوهر هذه الطريقة يتلخص فيما يلى :

لـــنفرض اجهاد شد σ_0 يؤثر على قضيب مساحة مقطعه ١م٢ الشكل (٢٥) هذا الاجهاد يعمل على زيادة المسافة بين المستويـــــات



الشكل (٢٥).

الذرية. ولكي يحدث تدمير الجسم لابد أن يؤثر إجهاد σ_0 يكون قادراً عـــلى زيـــادة المسافة بين المستويات الذرية إلى قيمة تساوي بارامتر الشـــبيكة a ويكون الشغل اللازمة لتحريك مستوى ذرى مسافة a عن المســـتوى المجـــاور مساويا حاصل ضرب $\sigma_0 \times a$ ويتحول ذلك الشغل إلى طاقـــة حـــرة لســـطحين جديدين مساحتهما الكلية 2م^2 تكونا نتيجة للكســـر ، وتصبح الطاقة الحرة مساويا 2α حيث α هي طاقة السطح للجامد لذلك فإن:

$$\sigma_0 \, a = 2 \, \alpha$$

وتكون القوة النظرية هى:

$$\sigma_{th} = 2\alpha / a \qquad (١٨)$$

للـــنحاس: $\alpha \approx 1.7$ جـــول/م^2، $a = 3.5 \times 10^{-10}$ متر، $\sigma_0 \approx 1 \times 10^{-10}$ بسكال

طريقة تعيين σ_0 من الحرارة الكامنة للتسامي أو التبخير :

الطاقـــة المســـاوية لـــلحرارة الكامنة للتسامي أو التبخير Q_S مطـــلوبة لتـــبخير مـــول مـــن جامد ما. ولتبخير طبقة جزيئية واحدة مســـاحتها ١م٢ تكون الطاقة المطلوبة لها جزءا من Q_S يساوي نسبة كتلة هذه الطبقة إلى الكتلة الجزيئية M.

$$W = Q_S \times m/M$$

حيث m تساوي $m = N_S \times \mu$ ، $M = N_A \times \mu$ =

μ الكتلة الجزيئية ، $N_A = 6.023 \times 10^{23}$/جزئ لكل مول

N_S عدد الجزئيات لكل متر ٢ من سطح الجامد

وللمســـافة بيـــن الجزيـــئية a تكون مساحة كل جزئ مساوية تقريباً $T\delta a^2$ ويكون عدد الجزيئات لكل متر مربع $N_s = a^{-2}$ لهذا :

$$W = Q_s X \frac{N_S}{N_A} \approx Q_S / N_A . a^2$$

بفـــرض أن الجزيـــئات المتبخرة تفقد تلامسها مع سطح الجامد عندما تصبح على بعد a من السطح الذى يمثل بارامتر الشبيكة. عندئذ يمكن الحصول على القوة المطلوبة لتمزيق الطبقة السطحية الكلية ككل.

$$\sigma_o \approx \frac{W}{a} \approx \frac{Q_s}{N_A} \frac{1}{a^3} \qquad (١٩)$$

حيث σ_0 هي القوة النظرية للجوامد.

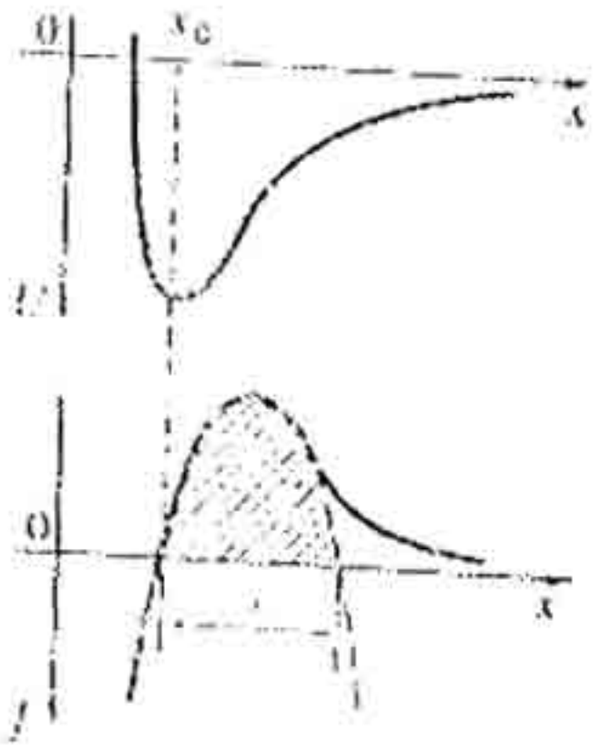
للـــنحاس $Qs = 3\times10^5$ جـــول/مول a تساوى 3.6×10^{-10} مترا ،

$\sigma_o = 10^{10}$ بسكال.

والحسابات المماثلة أدت إلى النتائج الأتية.

الحديد	$\sigma_0 \approx 2.3 \times 10^{-10}$ بسكال
الالومنيوم	$\sigma_0 \approx 0.6 \times 10^{-10}$ بسكال
الفضة	$\sigma_0 \approx 2.3 \times 10^{-10}$ بسكال

حساب σ_0 من القوى الجزيئية المتبادلة:



الشكل (٢٦)

يوضح الشكل (٢٦) علاقة طاقة الوضع $U(x)$ وقوة التأثير المتبادلة بين الجسمين $f(x)$ على المسافة x بينهما ونظرا لصعوبة الحصول على علاقة صحيحة محكمة $F(x)$ يجعلنا نستعين بعلاقة تقريبية بين الدوال المختلفة. ولقد استخدمها بولاناي وأوروان Polanyi and Orowan تقريبا علي الصورة.

$$f(x)\, f_{mac} \sin \frac{2\pi x}{c} \qquad (٢٠)$$

وعندما يتمزق جسم مساحة قطعة ١م٢ إلى جزئين تكون القوة المطلوبة هي $\sigma = f\, N_s$ حيث Ns عدد الجسيمات فى كل متر مربع من المقطع

بالتعويض عن F من العلاقة (٤-٢٠) نحصل علي:

$$\sigma_0 = f_{max} \cdot N_s \qquad (٢١)$$

حيــث $\sigma_0 = F\ max\ .Ns$ هى القــوة النظرية للجسم . وفى حـالة الازاحات الصغيرة يمكن إعادة كتابة المعادلة السابقة علي الصورة.

$$\sigma = \sigma_0 \cdot 2\pi x / c$$

ومــن ناحية أخرى يكون قانون هوك قابلاً للتطبيق فى حالة الازاحات الصغيرة لذلك

$$\sigma = E_0 x / c$$

ولمســاواة الطــرف الايمــن فى المعادلة الأولى والطرف الايمن فى المعادلة الثانية نحصل على المعادلة (٢٢)

$$\sigma \approx E/(2\pi) \approx 0.1E \qquad (٢٢)$$

وبمقارنة قيم القوى النظرية σ_0 المحسوبة من الطرق المختلفة نجد ان جميعها يؤدي إلى نفس النتيجة تقريباً وتساوى 0.1E أى أن

$$\sigma_0 \approx 0.1E \qquad (٢٣)$$

وهذا يقابل قيمة عددية كبيرة للقوة 10^9- 10^{10} بسكال

القوة الحقيقة (أو التقنية) للجوامد :

تســمي قــوة البــلورات الحقيقيــة والجوامــد المستخدمة فى الاغراض التقنية باسم القوة الحقيقية أو التقنية σ_T ويوضح الجدول ٤-٥ قيمــة معاملات المرونة A للقوة النظرية $\sigma_0 \approx 0.1E$ وقيمة القوة التقنية σ_T والنسبة σ_0/σ_T لبعض الصناعيه.

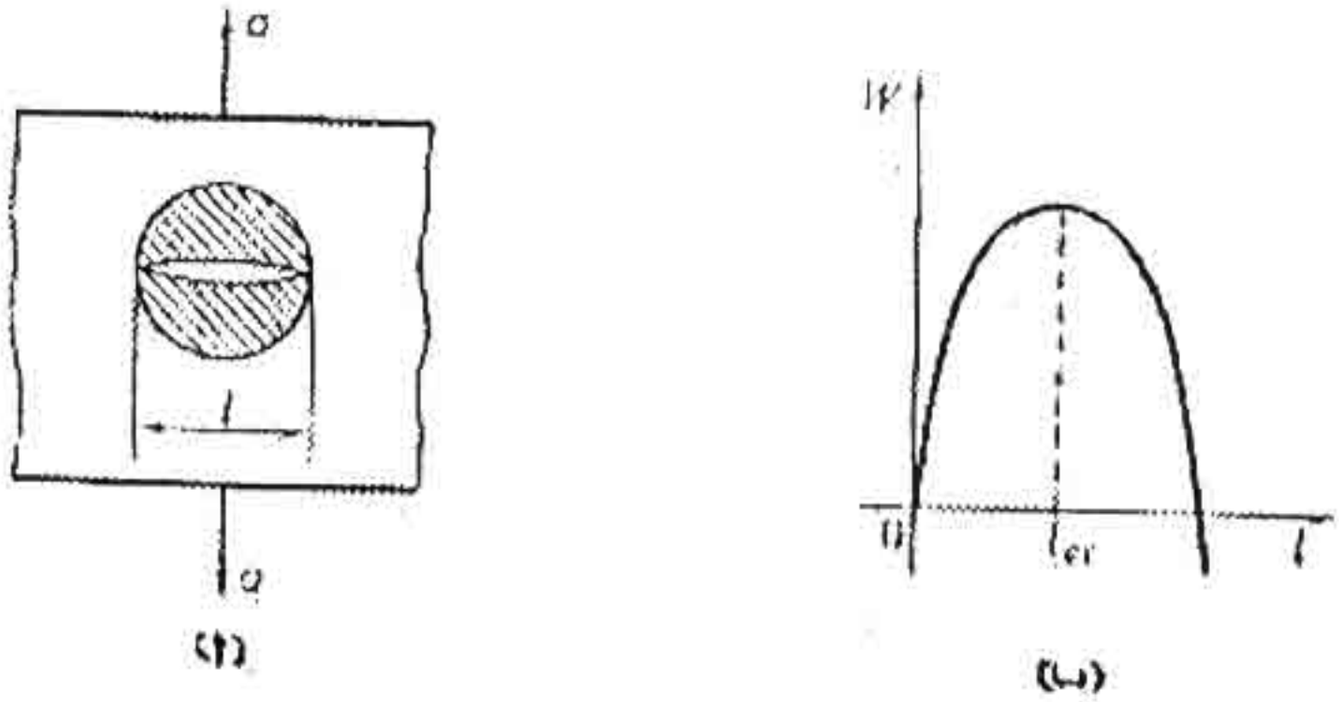
جدول (٥)

المادة	مقابل المرونة E (107Pa)	القوة النظرية σ_0 E 0.1(0^7) باسكال	القوة التقنية σ_r 10^7Pa	σ_0/σ_r
كادميوم	6000	600	9.0	65
نحاس	1200	1200	23	50
زجاج	8000	800	8.0	100
حديد	21000	2100	30	70
ملح صخري	4000	400	0.5	800
فضـــــة	8000	800	18	45

ويتـــبين مـــن هـــذا الجدول أن القوة التقنية للجوامد تكون أقل بمقدار 2 إلى 3 رتب عن القوة النظرية.

فى الوقـــت الـــراهن يوجـــد اتفـــاق عـــام علي أن مثل هذه الاخـــتلافات بين σ_0 و σ_r ترجع إلى وجود عيوب فى الجوامد الحقيقة . هـــذه العيـــوب ذات أنواع متعددة مثل الشروخ الميكروسيكوبية التى تعمـــل عـــلى انقـــاص قـــوة الجوامـــد. ولقد عالجت نظرية جريفيت Griffith theory هـــذه المشكلة ويمكن حساب القوة التقنية باستخدام هذه الطريقة كما يلى :

نـــأخذ عينة علي شكل شريحة رقيقة نؤثر عليها باجهاد شد σ كما فى الشـــكل (٢٧ أ) . وتبـــلغ كـــثافة طاقة المرونة فى هذه العينة المرنة الممتدة قيمة تساوي $\sigma^2/(2E)$.



الشكل (٢٧)

ونتصور ظهور شرخ عرضى من ميكروسكوبي طوله ℓ يمتد خـــلال ســـمك كـــلي S للعينة. ظهور الشرخ يكون مصحوباً بتكوين سطح حر $S=2/\delta$ (داخل العينة) وبزيادة طاقة العينة بمقدار

$$\Delta U_1 = 2\,\ell.\delta\,\alpha$$

حيث α الطاقة الحرة لسطح العينة لكل وحدة مساحات.

مـــن ناحية أخرى فإن تكون شرخ يؤدي إلى إجهاد مروني من الحجم $V=\ell^2$. مـــن العيـــنة بينما لكل طاقة المرونة لهـــــا بمقـــــدار $\Delta U_2 = \ell^2\delta\sigma/2E$ ويكـــون التغير الكلي فى طاقة العينة $W(\ell)$ نتيجة لظهور الشرخ هى :

$$W(\ell) = 2\ell\delta\alpha - F\delta\frac{\sigma^2}{2E} \qquad (٢٤)$$

ويوضح الشكل (٢٧ب) علاقة W بطول الشرخ ℓ. يكون لهذه العلاقة نهاية عظمي عندما تتلاشى المشتقة

$$\frac{dW}{dl} = 2\delta\sigma - \frac{\ell\delta\sigma^2}{E} = 0$$

ولـــنرمز لطـــول الشرخ المناظر للنهاية العظمي للطاقة بالرمز ℓcr. نحصل من العلاقة الأخيرة علي معادلة (٢٥)

$$l_{cr} = 2E/\sigma^2 \qquad (٢٥)$$

ويمكـــن أن نتبين من الشكل (٢٧ب) أنه طالما يظل طول الشرخ أقل مـــن القيمـــة الحرجة ℓ_{cr} تلزم طاقة لتكوينه. ومن ناحية أخرى بدأ من $\ell = \ell_{cr}$ تحـــدث اســـتطالة اضافية للعينة تظهر فى نقص طاقتها. لهذا تحدث آنيا مع تدمير العينة أو كسرها كنتيجة نهائية.

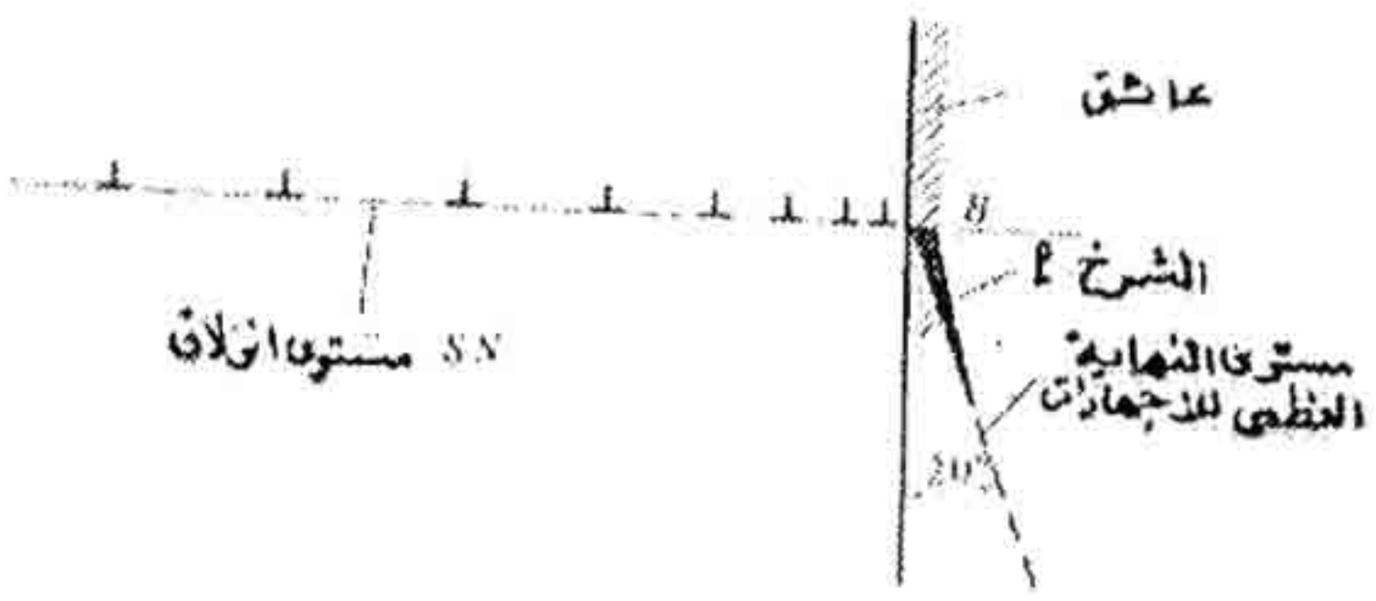
ومـــن ثـــم فـــإن القـــوة التقـــنية لـــلجوامد التى تتميز بوجود شروخ ميكروسكوبية يمكن حسابها تبعاً لنظرية جريفيت من العلاقة (٢٥)

$$\sigma_r \approx \sqrt{2\alpha E/\ell} \approx \beta\sqrt{\alpha E/\ell} \qquad (٢٦)$$

هـــذه العلاقـــة أمكن اثباتها بواسطة عدد من الباحثين باستخدام طرق مختلفة لتأثير الحمل علي العينة.

وإذا عوضـــنا عن قيم α و σ_r, E للنحاس (σ=1.7 J/m2) (E=1.2 $\times 10^{11}$Pa) و ($\sigma_r = 1.8 \times 10^8$Pa) فى المعادلـــة (٢٦) نحصل على $\ell = 8 \times 10^{-6}$ m ويمكن الحصول على نفس القيمة (ℓ) تقريبا بالنسبة

لـــلجوامد الأخرى . يترتب على ذلك أنه لانقاص قوة الجوامد من قيما الـــنظرية إلى قيمتها التقنية لابد أن تظهر شروخ ميكروسكوبية طولها عـــدة ميكرومترات حتى الحظة تدميرها وبديهي أن عدة عوامل يمكن أن تكـــون ســـبباً لهـــذه الشروخ. فيمكن تكوين الشروخ اثناء تحضير الجـــامد والـــبرهان على هذا فى الواقع يتمثل فى علاقة بين قوة العينة وأبعادهـــا خاصـــة فى الابعـــاد الصغيرة. لهذا فإن قوة فتيلة زجاجية قطـــرها 25 ميكرومتر حوإلى 100 مرة من العينة فى حجمها الكبير تفســـر ذلك يرجع ذلك إلى أنه كلما قلت أبعاد العينة كلما قلت احتمالية تكون شروخ كبيرة مسئولة عن القوة المنخفضة التى تظهر فيها. مثل هـــذه العلاقة بين القوة وأبعاد العينة تعرف باسم عامل القياس Sacle Factor. وقد تنتج الشروخ بسبب إندماج عدد كبير من الفراغات معاً.



الشكل (٢٨)

ويوضـــح الشكل (٢٨) آلية الانخلاع لانتاج الشروخ. وتتحرك الانخلاعات ذات الاشارات المتشابهة فى مستوي الانزلاق SS لتفاعل عائقـــاً لتبدأ فى التجمع بجواره ويمكن أن تظهر اجهادات كبيرة قادرة على تكوين شروخ عند رأس هذا الانخلاع.

توقــف قــوة الجوامــد عــلى الــزمن Time depndener of the strength of soilds

نعلم الآن المرحلة النهائية لعملية التدمير تحدث عندما يحتوى الجســم عــلى شروخ قادرة علي إحداث تمزق هش. ومع ذلك تكون المرحــلة الأولية لعملية التدمير التى تنشأ وتنمو الشروخ خلالها لتكون الابعاد الحرجة L_{cr} مهمة أيضا. هذه العملية تتم تدريجيا وتأخذ زمنا τ اللازم لعملية التدمير منذ اللحظة التى يؤثر فيها الحمل على الجسم إلى لحظــة الــتمزق باسم متانة أو تحملية durability للمادة. والتجارب الأولــي لدراســة المــتانة أو التحمــلية قــام بها زيركوف وبارتيف Zhurkov &Bartenov وآخرون أدت إلى تطور حديث عن الطبيعة الفيــزيائية للمــتانة أو الاحــتمالية. فقــد وجد بالتجربة أن المتانة أو الاحتمالية τ لاجهاد الشد σ ودرجة الحرارة τ ترتبط العلاقة.

$$\tau = \tau_0(e_0\text{-}v\sigma)/k_B T \qquad (٢٧)$$

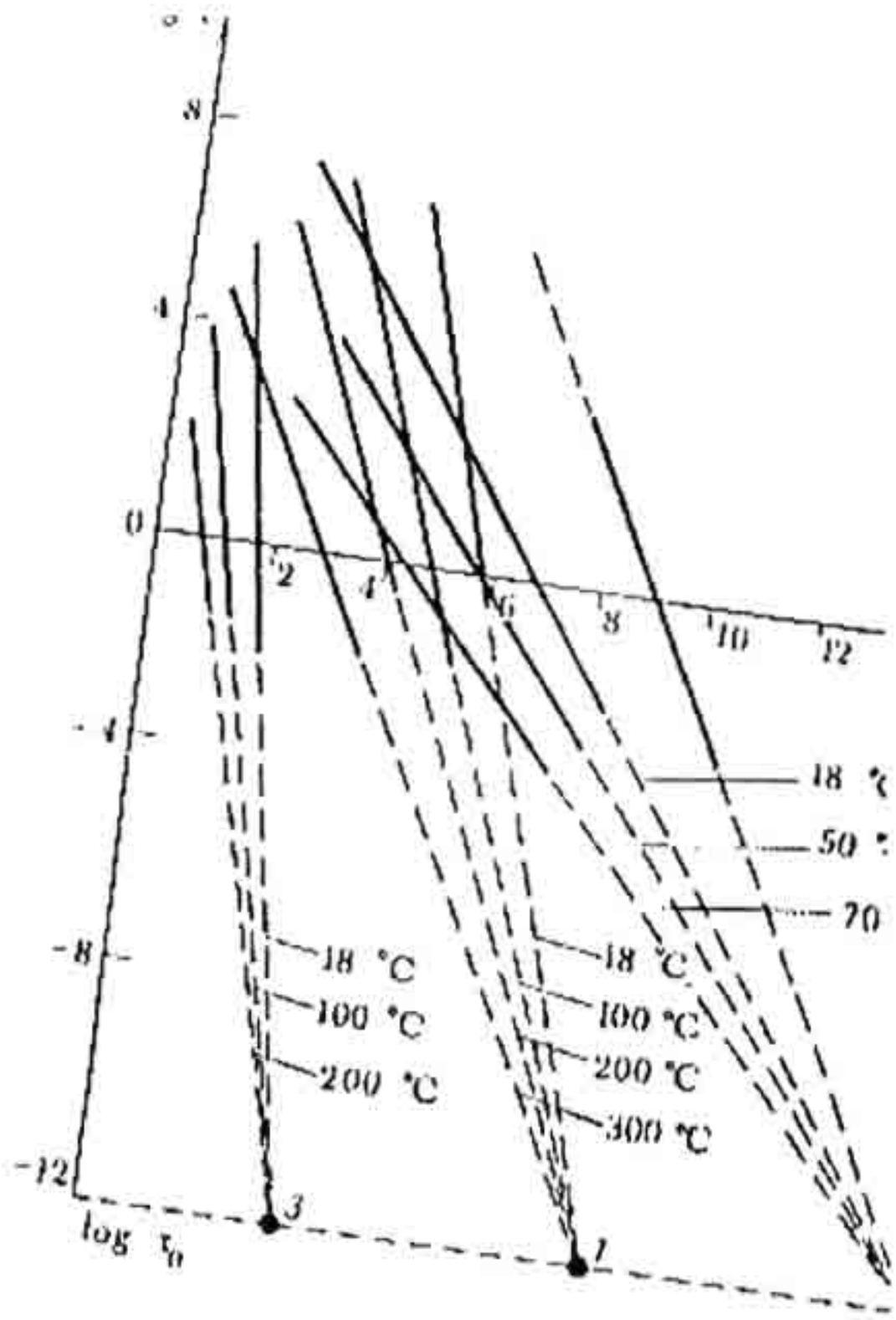
حيث τ_0 ، U_0 ، γ ثوابت تتوقف علي تركيب الجسم

وعند ثبوت درجة الحرارة T يعاد كتابة العلاقة السابقة كما يلى :

$$\tau = Ae \;\; e^{-B6} \qquad (٢٧)$$

$$A = \tau \;\; \tau 0e \; U_0/k_B T, \; \beta = \gamma/(k_B T).$$

ولقــد تم اختبار المعادلتين (٢٧، ٢٨) باستخدام عدد كبير من المــواد المختلفة (فلزات – بوليمرات – مركبات الهاليدات) لقيم متباينة من τ.



الشكل (٢٩)

ويوضح الشكل (٢٩) علاقة $\log\tau$ بالاجهاد σ فى حالة الألومنيوم (١) بليكس جلاس Plexiglas (a) وكلوريد الفضة (3) ويتضح من الشكل (٤-٢٩) أن العلاقة يمثلها خط مستقيم ، كما يوضح الشكل أيضا عائلة الخطوط المستقيمة تشبه المروحة لكل عينة على حدة عند درجات حرارة مختلفة مع مراعاة أن نقطة تلاقى عائلة الخطوط المستقيمة تسمى القطب. ويترتب على المعادلة (٢٧) أن τ لا تتوقف على τ وأن الخطوط المستقيمة للعلاقة $\log\tau(\sigma)$ عند درجات

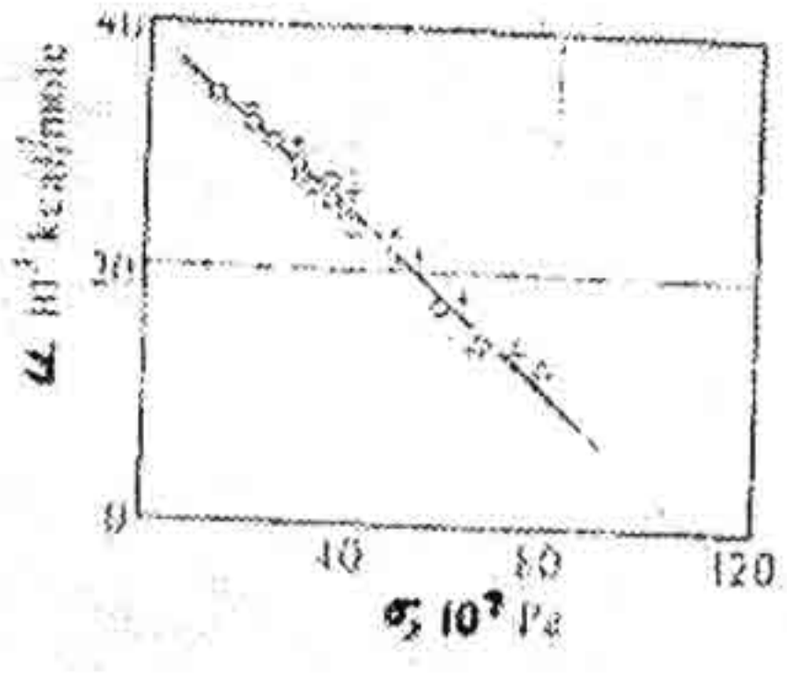
حـــرارة المختـــلفة ستتقاطع فى نقطة واحدـــــة (هـــــــي القطب) فقـــط إذا كان $U_0 - \gamma \sigma = 0$ ، لكنه فى هذه الحالة يكون $\log \tau = \log \tau_0$. لذلك سيقع القطب على بعد $\log \tau_0$ تحت الاحداثي σ .

ومن الواضح فى الشكل (٢٩) أن الاقطاب لكل المواد التى تم اختبارها تقع على نفس المستقيم الموازي للاحداثى σ. وهذا يدل على ان τ_0 يكون له نفس القيمة تقريبا لجميع المواد (يتراوح من 10^{-23} إلى 10^{-13} من الثانية) وهذه القيمة قريبة جدا من زمن الاهتزازات الذرية فى الجوامد ، ويأخذ لو غاريتم العلاقة (٢٧) يتم الحصول علي

$$\log \tau = \log \tau_o + \frac{V_o - \gamma\sigma}{k_b y} = \log \tau_o + \frac{U}{k_B T} \qquad (٢٩)$$

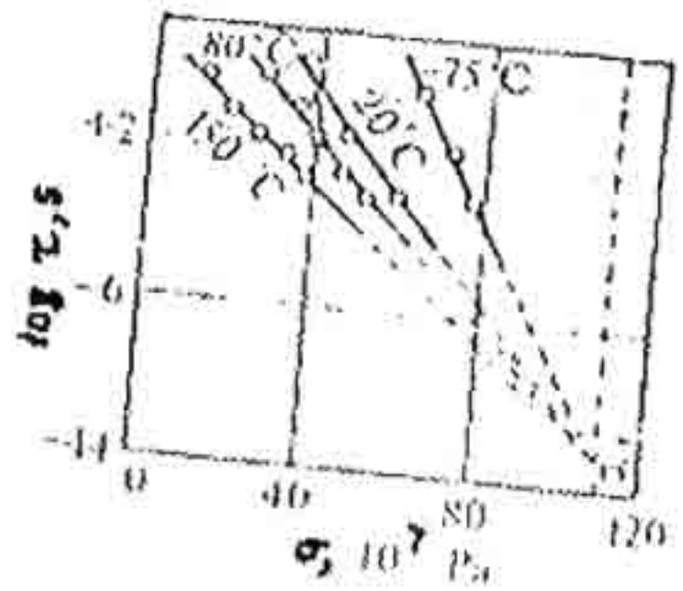
$$U = U_o - \gamma\sigma \qquad (٢٩)$$

وبقياس العلاقة بين $\log\tau$ وبين $\frac{1}{T}$ لقيم ثابتة من σ ، يمكن تعييـــن U لقيـــم مختـــلفة من الاجهادات σ عمليا ، ابعاد U هي ابعاد الطاقة وبسبب هذا فإنها تسمي طاقة تنشيط عملية التدمير.



الشكل (٣٠)

يوضـــح الشـــكل (٣٠) توقف طاقة تنشيط التمزق أو التدمير لشعيرة لزجة على الاجهاد فى درجات حرارة مختلفة. ويمكن أن نتبين أن U لا تـــتوقف عـــلى T وتـــتعين كلية بواسطة σ ، وعند $\sigma = 0$ تكون النهاية العظمي لقيمة U هى $U_0 \approx 40$ مقدرة بالكيلو سعر/مول، ولاجهاد $\sigma \approx 10^7$ تكون U=0 كما هو موضح فى الشكل (٣١)



الشكل (٣١)

الـــنظر عن درجة حرارتها. ولقد وجد زيركوف وآخرون أن U_0 فى الفلزات تكون قريبة من طاقة التدمير الحرارية Q_d.

ويوضـــح الجـــدول (٦) قيـــم U_0 ، Qs ، Q_d لبعض المواد. ونتبين من الجدول أن U_0 قد تكون متفقة إلى حد كبير مع Qs أو Q_d . لذلـــك يمكنـــنا اســـتنتاج أن عملية تدمير جامد تعد إحدي ديناميات الطـــبيعة (الـــتى تظهـــر وقـــتيا) وأن منشأها واحد فى جميع الاحوال

لـــلجوامد. وتعـــرض للـــنظريات الحديثة المتعلقة للآلية الفيزيائية لهذه العملية فيما يلى:

فذرات جامد ما تشارك فى الاهتزازات الحرارية τ لها يساوى تقريـــبا 10^{-12} مـــن الـــثانية. وتنشـــأ التقلـــبات الحرارية thermal fluctuation من وقت لآخر نتيجة لتمزق الروابط الكيميائية. وتتوقف مـــتانة أو احتمالية هذه العملية على إرتفاع حاجز الجهد المقابل للتدمير U على درجة حرارته ، إو احتمالية هذه المتانة أو هذه الاحتمالية مع الارتفـــاع فى درجة الحرارة والانخفاض فى U. فى حالة عدم وجود الاجهاد الخارجي σ تكون الطاقة المطلوبة لكسر الرابطة مساوية طاقة الـــترابط نفســـها وهـــذا هـــو سبب إرتفاع حاجز الجهد U_0 الذى تم الحصـــول عليه تجريبياً عند التدمير الميكانيكي للجوامد ويكون مساوياً الحـــرارة الكامـــنة للتســـامي أو التـــبخير من الفلزات ولطاقة التدمير الحرارية فى البوليمرات.

جدول (٦)

المادة	طاقة التنشيط للتدمير U_0 $(10^5 J/mole)$	طاقة التسامي $Q_5(10^{5J/Mole})$	طاقة لتدمير الحراري $Qd(10^{5J/Mole})$
الومنيوم	2.16	2.2	-
نيكـــل	3.48	3.4	–
نيلـــون	1.8	-	1.72
بلاتيـــن	4.8	5.1	–
بولي ميثل ميثاكرايلات	2.16	–	2.1-2.2
كلوريد بولي فينول	1.4	–	1.28
فضـــة	2.56	2.72	–
تيفلون	3.0	–	3.0-3.1
زنك	1.0	1.08	–

وتعمل الاجهادات المستحدثةفى الجسم على انقاص إرتفاع حاجز الجهد من U_0 إلى $U_0-\gamma\sigma$

ومـــن ثم زيادة احتمال كسر الروابط وبالتإلى زيادة عدد الروابط التى يتم كسرها فى وحدة الحجوم.

وتسهم عملية تكوين الحجوم تحت الميكروسكوبية التى تنكسر فيهـــا الـــراوبط واندماجهـــا فى عملية تكوين النوي وظهور الشروخ. وعـــندما يصل طول الشروخ إلى قيمة حرجة ينكسر الجسم تحت تأثير

الاجهـــاد المؤثـــر .وكلما زاد الاجهاد σ كلما قلت طاقة تنشيط الحاجز $U_0-\gamma\sigma$ وكـــلما زاد معـــدل تمزق الروابط ، لذلك فأنها تأخذ زمناً أقل لكـــي تنشأ عملية التدمير ، وبعبارة أخرى كلما قلت متانة أو احتمالية الجســـم. ومـــن وجهـــة النظر السابقة يحدث التدمير الجوامد عند أى إجهادات بفرض أن زمن تأثيرها يكون طويلا بدرجة كافية ويكون من الصـــعب عـــندئذ فهم لماذا تنشأ الجسور والتركيبات على إمتداد عدة قـــرون رغم تحملها لأحمال تظل سليمة طول الوقت. ولمزيد من الفهم نعـــود إلى الشكل (٢٩) حيث نلاحظ أنه كلما قلت درجة الحرارة كلما قـــل توقف المتانة أو الاحتمالية على الحمل وتتلاقي هذه العلاقة علمياً عـــند درجات الحرارة المنخفضة لدرجة كافية .بالنسبة للزجاجيات أو الفـــلزات التى تكون لها درجة وإنصهار عالية يمكن النظر إلى درجة حـــرارة الغرفة على أنها منخفضة بدرجة كافية وبسبب ذلك فإن قوتها تعد بمثابة خاصية مميزة للمادة. وفى جميع الظروف الأخرى نجد أنه مـــن غير المفيد أن نتحدث عن القوة بدون ذكر زمن تأثير الحمل على المـــادة لهـــذا فـــإن المنـــتجات الصناعية المصنعة من بلكسى جلاس Blexiglas تتحمل أحمالاً لا تزيد عن 30%من قوتها قصيرة الزمن ولقـــد تم حساب قوة احتمالية عوارض التربين البخارى الذى يعمل فى درجات حرارة عالية.

(٤-٩) الطرق المستخدمة لزيادة طول الجوامد

إن آليـــة تكويـــن القوى باستمرار ونمو آلية الشروخ تتأثران بشـــدة بالـــتركيب الذرى للجوامد لهذا فإن القوة تصبح خاصية حساسة لـــتركيب الجوامـــد. فالاجهـــادات فى البـــلورات هى ســـبب تكويـــن

الانخلاعـــات وحركـــتها فى مستويات الانزلاق وبهذه الطريقة تظهر الازاحـــات الـــلدنة الناشئة عن التشوهات اللدن وعندما تتقابل الشوائب والحبيـــبات وحـــدود القـــالب وتقاطعـــات مســـتويات الانـــزلاق تفقد الانخلاعات حركتها وتصبح البلورة أكثر صلادة.

ولـــزيادة قـــوة مـــثل هذه الأجسام يكون من الضروري اعاقة تكوين الانخلاعات وتكوين النوي ونمو الشروخ ويتم هذا طريقين.

١) بـــتكوين بـــلورات خالية من العيوب خالية من مصادر الاجهادات الداخـــلية التى تعمل على المدى الطويل فى تكوين نوي الشروخ. هـــذه الطـــريقة ثم استخدامها فقط حتى وقتنا الراهن فى البللورات مـــن النوع الفتيلى والتى تعرف باسم الشعيرات wkiskers وتعد هـــذه البـــلورات بمـــثابة بلورات أحادية نمت تحت ظروف معينة باســـتخدام طريقة الانحلال أو اختزال المركبات الكيميائية المناسبة أو طـــريقة تكثيف الابخرة للفلزات النقية عند درجة حرارة مناسبة فى جـــو مـــن الهيدروجيـــن أو أى غاز خامل أو طريقة الطلاء الكهـــربي للفلزات من محلول يحتوى على الكترود ابعاده صغيرة جـــداً ويـــتراوح طـــول بلورات الشكل الفتيلى من 10-2 مليمتر ويـــتراوح سمكها من 50-5 ميكروميتر وثمة خاصية مدهشة لمثل هذه البلورات تتمثل فى ارتفاع قيمة البارامترات الميكانيكية وقوتها تســـاوي تقريـــبا القوة النظرية للجوامد. فقوة شعيرة الحديد حوإلى 1.34×10^{9}Pa ولشـــعيرة الـــنحاس حوإلى 3×10^{10}Pa ولشعيرة الخارصـــين 2.3×10^{9}Pa مقارنة بقوة الشعيرات العادية من هذه

الفـــلزات وهى 3×10^8Pa و 2×10^8Pa ، 1.8×10^8Pa عـــلي الترتيب. وتعاني بللورات الحديد ذات الشكل الفتيلى فقط من تشوه مـــرن يزيد بمقدار 6-8 فى المائة بعدها يحدث لدن يصل إلى عدد كـــبير مـــن الـــرتب بعدها يحدث تدمير الجامد. لاحظ أنه للحديد العـــادي يظهـــر الانســـياب اللدن عند تشوه $\varepsilon\approx0.01\%$ ويرجع إرتفـــاع البارامـــترات الميكانيكية للبلورات ذات الشكل الفيتلى إلى تركيبها الداخلى المثالي . فمثل هذه البلورات لا تحتوي عمليا على إنخلاعـــات وتكون نقية بدرجة غير متوقعة كما أن سطوحها تامة حـــتى أن تكبيرها بمقدار 40.000 مرة يعجز من اظهار أى آثار للخشـــونة. مـــثل هـــذا النقاء يرجع عادة إلى ظروف نمو بلورات صغيرة الحجم حيث أن عملية تكوين عيوب البلورات أقل ما يمكن إذا أنـــه من السهل على هذه العيوب ترك البلورة خلال أى سطح قـــريب وبســـبب عـــدم وجود الانخلاعات والعيوب الأخري فى البلورات ذات الشكل الفتيلى يمكن لأى إزاحة فى مستوى لانزلاق أن تـــأخذ شكل إزاحة جاسئة بينما تكون روابط جميع الذرات فى مستوى الانزلاق تم كسرها آلياً.

وتكـــون الاجهادات القريبة من الاجهادات القريبة من الاجهاد الـــنظرى مطلوبة للتأثير على مثل هذه الازاحة. ويرجع تكون التشوه المـــرن الكـــبير بكيفية غير طبيعية للشعيرات إلى عدم وجود حركيه الانخلاعـــات الـــتى تكون مسئولة فى البللورات العادية عن التشوهات الـــلدنة الـــتى تحدث عند الاجهادات الصغيرة. لذلك فإن هذه الطريقة

المســـتخدمة لانتاج بللورات خالية من العيوب تمثل أملاً فى انتاج مواد قوية جداً قوتها قريبة من القوى النظرية للجوامد.

٢) هذه الطريقة مضادة للطريقة الاولى فهي تتكون من التشوه الأعظم للـــتركيب الداخـــلي نتيجة إدخال الشوائب وترسيبات ذات أطوال مـــتفرقة. مثل هذه العيوب تعوق حركة الانخلاعات ونمو الشروخ وبالـــتالي تعمل على زيادة قوة المادة. وتستخدم هذه الطريقة حتى الآن فى مجـــال العـــلوم والصـــناعة ونوضح ذلك بالمثال التإلى.
الـــوزن الـــنوعي لمحرك طائرة حديثة حوإلى (١) ثقل كجم لكل قـــدرة حصان بينما كانت فى بداية القرن 250 ثقل كجم لكل قدرة حصـــان. ويحظي وقتنا الراهن بظهور مواد تمتلئ ببلورات ذات شـــكل فتيـــلى ويســـتخدم فى هـــذه المواد الصلب والفولاذ النيكل والتيـــتانيوم وغيـــرها من المواد وتمتلئ بعض المواد بالنتجستوم واكسيد الالومنيوم إلى آخره.
وتبشـــر هـــذه المـــواد بقرب ظهور مواد تتروا ح قوتها من 5-10 مرات للقوة المعروفة للفولاذ الجيد كما أنها أخف وزناً.

وتكـــون قـــوة الأجســـام الأمورفية والبوليمرات الزجاجية أقل حساسية للتركيب الداخلي فقوة فتائل الزجاج والكوارتز المصنعة حديثاً عند درجة حرارة مرتفعة والتى تكون عمليا خالية من العيوب تساوي مائـــة مـــرة لتلك فى حالة العينات العادية وعندئذ يكون لها قيمة قريبة من القيمة النظرية لقوة البوليمرات الزجاجية.

والرغبة فى نمو سريع فى نوعية المواد للعلوم الحديثة والتقنية تحظـــي الآن باهـــتمام بـــالغ فنحن نحتاج إلى مواد قابلة للصمود التى درجـــات الحرارة العالية التى قد تصل إلى عدة ألاف درجة خالية من أى تشـــوه لـــدن مـــلحوظ عند الاحمال العادية. ولقد اقترح ستيبانوف Stepanov طـــريقة الانتاج مواد مقاومة للحرارة بدرجة كافية. فإذا أمكـــن مثلاً بناء شبيكة من الكبريت من الذرات تحتفظ بنفس روابطها الكيميائية القوية التي تؤثر علي الجزىء تنتج بللورات قوية جداً درجة انصهارها حوإلى $34700^{0}C$ مقابل ^{0}C 101البللورة الكبريت العادي.

ولقـــد أصـــبحنا قـــادرين الآن على تحويل الجرافيت الطري ونيـــتريد الـــبورون السداســـى إلى ماس وبلورات بورازون قوية جداً وصلدة جداً ولها درجة إنصهار عالية عن طريق إستبدال قوة فاندرفال الضعيفة بالوصلات التساهمية القوية.

أسئلة وتمارين:

١ - اســـتنتج علاقـــة بيـــن معامل ينج وجساءة الرابطة ثم استنتج علاقة بين الاجهاد ومعامل ينج.

٢ - اذكر باختصار القوانين الرئيسية التى تحكم الانسياب اللدن فى البلورات.

٣ - اشرح المقصود بالتوأمة الميكانيكية.

٤ - وضح الفرق بين قوى النظرية والحقيقية فى البلورات.

٥ - أ) استنتج علاقة بين الاجهاد المماسى الحرج ومعامل النقص.

ب) إذا كان معامل النقص للألومنيوم هو 6800×10^7 بسكال فأحسب الاجهاد الممارسى الحرج.

٦ - مـــا المقصـــود بـــالانخلاع ومـــا أنواعه المخلتفة واكتب نبذة مختصرة عن كل نوع.

٧ - مســـتعينا بالرســـم بيـــن مـــا هيـــة القـــوى اللازمة لتحريك الانخلاعات.

٨ - ما هى مصادر الانخلاعات ثم بين الكيفية التى يمكن بها تقوية البلورات.

٩ - مســـتعينا بالرســـم وضح كيف تتجاوز أو تتخطى الانخلاعات أحد العوائق.

١٠- ما هى القوى اللازمة لكسر الجوامد.

١١- وضح بإيجاز شديد القوة الحقيقية (التقنية) للجوامد.

١٢- بين كيف تتوقف قوة الجوامد على الزمن.

١٣- اشرح باختصار القوى اللازمة لزيادة قوة الجوامد.

١٤- أ) إذا كـــانت الطاقـــة الســـطحية للنحاس هى 1.7 جول/م٢ وبارامـــتر الشبيكة هو 3.6×10^{-10} مترا فاحسب قيمة القوة النظرية [10^7 بسكال].

ب) إذا كـــانت الحـــرارة الكامنه للتسامى للنحاس هى $3x10^5$ جـــول/مـــول وبارامـــتر شبيكة النحاس هو 3.6×10^{-10} مترا وعدد أفوجادر وهو 6.025×10^{23} ذرة أو جزىء لكل مول [10^7بسكال].

ج) احسب القوة النظرية للتنجستون إذا كان معامل المرونة له هو 400 جيجا بسكال (جيجا = 10^6) [= 10^7بسكال]

الباب الخامس

الخصائص الحرارية للجوامد

الباب الخامس

الخصائص الحرارية للجوامد

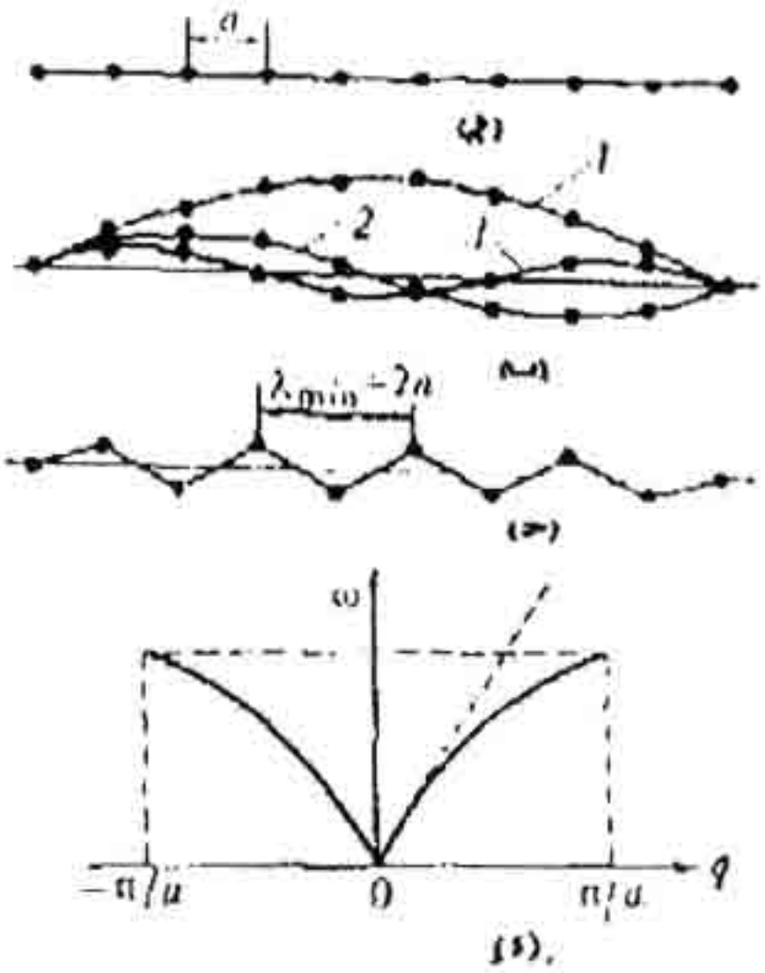
Thermal Properties of Solids

يتناول هذا الباب بالدراسة الخصائص الحرارية للجوامد ممثلة فى السـعة الحرارية للجوامد والتمدد الحراري والموصلية الحرارية. ونجد أنه من الأفضل ان نبدأ بعرض بعض الاساسيات.

(٥-١) تردد ديباى ودرجة حرارة ديباى

Debye frequency and Debye temperature

- لـذرات الجوامـد نصيب فى الاهتزازات الحرارية فى البلورة حـول مواضع اتزانها الأصلية و تنتقل الأهتزازات فى البلورةفى البـلورة علي هيئة موجة مرنة تتضمن كل الجسيمات المثارة فى البلورة. وتكون الموجات على شكل أمواج موقوفة ويوضح الشكل (١) نموذجـا أحـادي الأبعاد لسلسلة خطية من الذرات المسافات الفاصـلة بينها متساوية وتساوي a. وهي قادرة على الاهتزاز فى اتجـاه عمـودي عـلي طـول السلسلة (كما يحدث فى الاهتزاز المسـتعرض لوتر مشدود ثبت من نهايتيه). وكذلك الحال بالنسبة للسلسـلة فهـي مثبـتة الطرفين. المنحني ا فى الشكل يوضح أن السلسـلة تهتز بأقل تردد زاوي ممكن ω_{min} وهو التردد الاساسي لموجـة موقوفـة، تتكون من عقدتين عند الطرفين وبطن بينهما. ويمـثل المنحني 2 موجة موقوفة تتميز بظهور عقدة إضافية عند مركز السلسلة وترددها ضعف التردد الأساسى.



الشكل (١)

- ويمـــثل المنحـــنى 3 موجة موقوفة تنقسم فيها السلسلة إلى ثلاثـــة أجـــزاء متساوية وترددها ثلاثة أمثال التردد الأساسي. وهكذا ويكون طول أقصر موجة فى مثل هذه السلسلة مساويا ضعف المسافة بين أى ذرتين فى السلسلة :

والنهاية العظمي للتردد المناظر ω_{max} هي :

$$\lambda_{min}=2a \qquad (١)$$

حيث v سرعة انتشار الموجة علي طول السلسلة.

$$\omega_{max}=\frac{2\pi v}{\lambda_{min}}=\frac{\pi v}{a} \qquad (٢)$$

مثـــــــال:

إذا كـــانت $a=3.6\times10^{-10}m$ (بارامـــتر شبيكة النحاس) وإذا كانت ســـرعة الصوت فى النحاس $v=3550\ m/s$. احسب النهاية العظمي للتردد.

الحـــــــل:

$$\omega_{max}=\frac{\pi v}{a}=\frac{3.14\times3550}{3.6\times10^{-10}}=3\times10^{13}\ Hz$$

وهى تـــناظر تـــردد الاهـــتزازات الذريـــة. وسنستعين فى وصف العمـــليات الموجيـــة بالمتجه الموجي q الذى ينطبق اتجاهه على اتجاه انتشار الموجة وقيمته هى :

$$q=\frac{2\pi}{\lambda} \qquad (٣)$$

و نظرا لإن :

$$\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\omega}{\upsilon}$$ فأن

فإن:

$$q=\frac{\omega}{\upsilon}\ ,\quad \omega=q\ v \qquad (٤)$$

يوضـــح المنحني 4 توقف الاهتزازات العادية فى سلسلة خطية تتكون من ذرات من نفس النوع على المتجه الموجي. ويتضح منه أنه بزيادة q من الصفر إلى π/a يزداد تردد الاهتزاز العادي حتى يصل إلى نهاية عظمي عند $w_{max}=\frac{\pi\upsilon}{a}$ أى عند $q=\frac{\pi}{a}$. $\lambda=2a$

والمنحنيات التى من هذا النوع تسمي منحينات التفريق dispersion curves.

ويتعين الطول الموجي للاهتزازات العادية فى السلسلة الخطية فى أبسط حالاتها التى يمثلها المنحني أ من الشكل (٥) من العلاقة:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \text{حيث } (n=1,2,3,\dots N) \qquad (٥)$$

L, طول السلسلة ، N عدد ذراتها ويكون عدد الموقوفة Z والتى يكون طولها $\leq \lambda_n$ هو n.

$$Z = n = \frac{2L}{\lambda_n}$$

وبالمثل يكون عدد الأمواج الموقوفة فى بلورة ثلاثية الابعاد حجمها V $(=L^3)$ لبلورة مكعبة طول ضلعها L ويكون طولها الموجي $\leq \lambda$ هو :

$$Z = \left(\frac{2L}{\lambda}\right)^3 = \frac{8V}{\lambda^3}$$

وتؤدي الحسابات الدقيقة إلى ان

$$Z = \frac{4\pi V}{\lambda^3} \qquad (٦)$$

ونظرا لان $\lambda = \frac{2\pi \upsilon}{\omega}$ فإن :

$$Z = \frac{V}{2\pi^2 \nu^3}\omega^3 \qquad (٧)$$

وبالتفاضل نحصل على:

$$dz = g(\omega)\, d\omega = \frac{3V}{2\pi^2 \nu^3}\omega^2\, d\omega \qquad (٨)$$

وتعبر العلاقة الأخيرة عن عدد الأمواج الموقوفة فى مدي التردد $(\omega, \omega + d\omega)$

وتعين الدالة $g(\omega)$ من العلاقة :

$$g(\omega) = \frac{dz}{d\omega} = \frac{3V}{2\pi^2 v^3}\omega^2 \qquad (٩)$$

وتدل على كثافة الاهتزازات العادية فى dw من الطيف.

ونظرا لأن عدد الاهتزازات العادية فى الشبيكة هو 3N (عدد درجات الحرية) فإن الدالة ستفى بشرط التسوية :

$$\int_{s}^{\omega_D} g(\omega)\, d\omega = 3N \qquad (١٠)$$

حيــث ω_D النهاية العظمي للتردد الذى يحد طيف الاهتزازات العادية.

وباستخدام المعادلتين الأخيرتين معا والتكامل نحصل على :

$$\frac{V\,\omega_D^2}{2\pi^2 \upsilon^3} = 3N \qquad (١١)$$

لذلك يكون :

$$\omega_D = \upsilon\ (6\pi^2 \frac{N}{V})^{\frac{1}{3}} \qquad (١٢)$$

ويســمي الــتردد ω_D باسم تردد ديباي Debye frequency وتسمى درجة الحرارة

$$\theta = \frac{\hbar\omega_D}{k_B} \qquad (١٣)$$

باسم درجة حرارة ديباي

حيث $h, \hbar = \frac{h}{2\pi}$ هو ثابت بلانك و k_B ثابت بولتزمان.

وعــند درجة حرارة ديباي لجامد تثار كل ترددات اهتزازات الطيــف فى هذا الجامد بما فيها تردد النهاية العظمي ω_D. وتبعا لذلك يكــون أى ارتفاع فى درجة الحرارة فوق درجة حرارة ديباي θ غير مصحوب بظهور اهتزازات جديدة وفى هذه الحالة يؤدي ارتفاع درجة

الحـــرارة إلى زيـــادة شـــدة كل من هيئات الاهتزاز مع زيادة متوسط الطاقة لها. ويمكن بالتعويض عن ν^2 الحصول علي.

$$g(\omega) = 9N \frac{\omega^2}{\omega_D^2} \qquad (١٤)$$

لدرجات حرارة $T > \theta$

(٥-٢) الفونونات Phonons

تحمل كل موجة موقوفة قدرا من الطاقة يساوي طاقة متذبذب تساوي كتلته كتلة الذرات المهتزة بنفس الترددات. وإذا أخذنا واحدة i مـــن هيـــئات الاهتزاز ترددها ω_i وطاقتها $E_{in,m}$ ، هذه الطاقة تساوى طاقة متذبذب $E_{in,0}$ تردده ω_i أيضا ، عندئذ تكون الطاقة الكلية للبلورة

$$E = \sum_{i}^{3N} E_{\text{in},\omega}$$

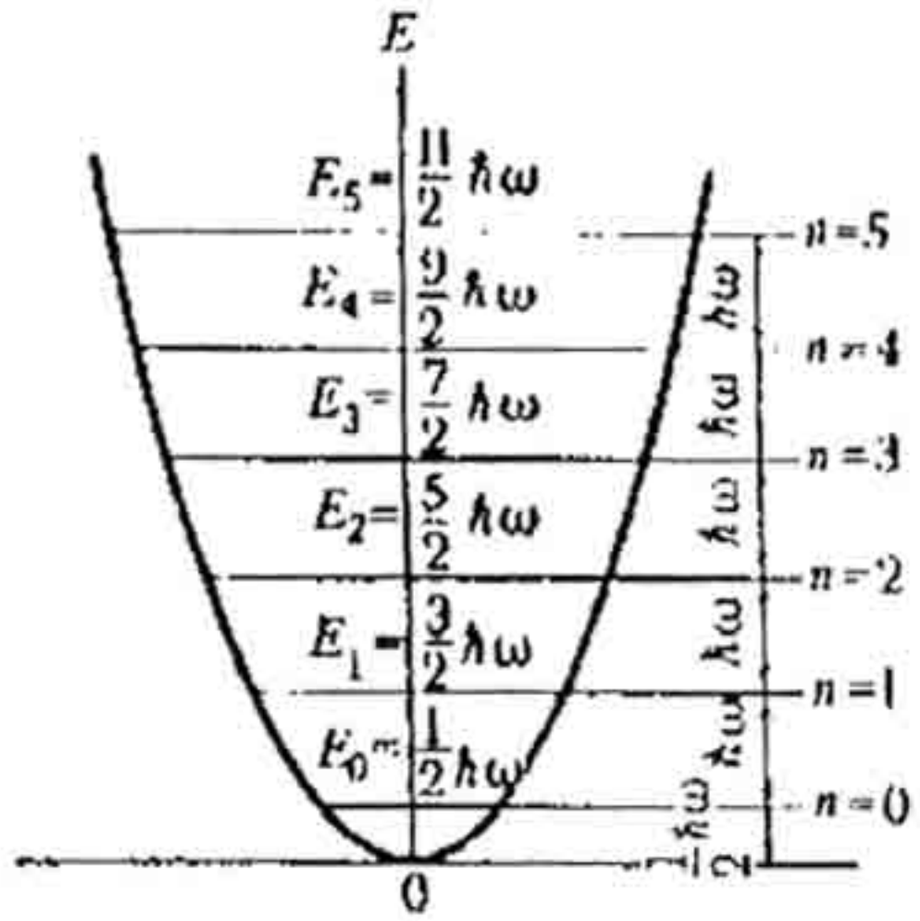
حيث 3N عدد درجات الحرية لعدد N من الذرات

وتعطي طاقة أى متذبذب كمي بالعلاقة :

$$\neq E_n = (n+½)\, h\omega \qquad (١٥)$$

حيث ω تردد المتذبذب ، n عدد الكم.

ويوضـــح الشـــكل (٢) الطيف الطاقي لمتذبذب توافقي خطي. ويتكون كمـــا نـــري من مناسيب طاقة مميزة على فواصل متساوية من الطاقة $h\omega$. ونظرا لأن $E_{n,m} = E_{n,0}$ فإن العلاقة السابقة المعبرة عن الطاقة والطيف الطاقي سوف تتطابق مع ما هو موضح بالشكل (٢).



الشكل (٢)

وتناظر النهاية الصغري لجزء الطاقة الذى يمكن أن يمتص أو ينـــبعث بواسطة الشبيكة فى عملية الاهزازات الحرارية انتقال هيئات الاهتزاز من منسوب طاقة معين إلى المنسوب المجاور له ويساوي.

$$\varepsilon_{ph} = \hbar\omega \qquad (١٦)$$

هـــذا الجـــزء أو الكـــم من طاقة الاهتزازات الحرارية للشبيكة يسمي "الفونـــون" Phonon وربمـــا يســـاعد التشابة التالي فى توضيح هذه الـــنقطة. فالحيـــز داخل جسم أسود ممتلىء باشعاع حراري فى حالة اتزان. حيث تتم معاملة هذا الاشعاع كغاز من الفونونات طاقتهـــــا $\varepsilon = h\omega = h\upsilon$ وكميـــة $P = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{h}{\lambda}$ تحركه حيث c سرعة الضوء λ طوله الموجي.

ويمكـــن معالجـــة الأمواج المرنة فى البلورة بالمثل كغاز من الفونونات طاقتها $\varepsilon_{ph} = h\,\omega = h\nu$ وكمية تحركها.

$$P_{ph} = \frac{\hbar\omega}{v} = \frac{h}{\lambda} = \hbar q \qquad (١٧)$$

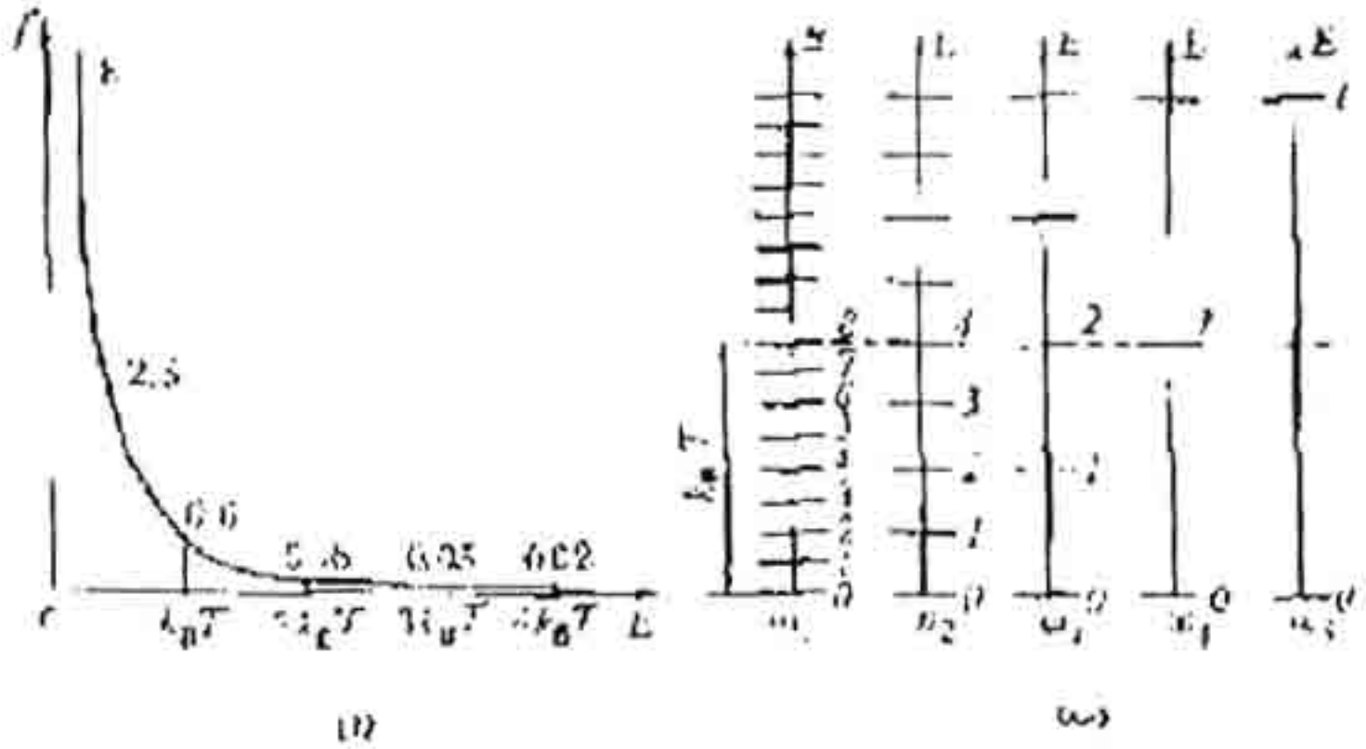
حيــث v سرعة الصوت ، λ الطول الموجي للموجة المرنة ، q المــتجه الموجي. وتوصف الفونونات كالفوتونات بدالة توزيع بوز -اينشتين Bose-Einstein distribution function.

$$F(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\varepsilon_{ph}/k_B T}} = \frac{1}{e^{\hbar\omega/k_B T}}$$

ويــتوقف هــذا التوزيع علي شدة إثارة هيئة الاهتزاز العادية لعــدد محــدد من الفونونات الذى يمكن إنبعاثه. وعند إثارتها أى إثارة هيئة الاهتزاز إلى المنسوب الثالث (الشكل (٧-أ) تصبح الطاقة

$$\varepsilon_3 = (n+½)\ \hbar\ \omega$$

وهذا يعني تولد ثلاثات فونونات متماثلة طاقة كل منها $\hbar\ \omega$.



الشكل (٣)

ويوضـــح الشـــكل (٣) العلاقة بين دالة التوزيع f (E) وطاقة الفونونـــات. ونـــري أنـــه عند درجة حرارة معينة T فإن كل هيئات الاهـــتزاز فى الشـــبيكة حتى تلك التى تكون طاقتها $\hbar\omega \approx K_B\tau$ ستثار. وعندما تكون $\hbar w > K_B\tau$ لن تثار الفونونات التى تكون ترددتها أكبر. يتضـــح هـــذا فى الشـــكل (٣) وترمز الخطوط الافقية فى الشكل إلى أطياف طاقية ترددتها $\omega_1 = k_B T / 8\hbar$ ،

$$\omega_5 = \frac{2k_B T}{h}, \omega_4 = \frac{k_B T}{h}, \omega_3 = \frac{k_B T}{2h}, \omega_2 = \frac{k_B T}{4h}$$

والمنسوب المناظر للمقدار $k_B T$ موضح فى الشكل بخط متقطع.

يـــترتب عـــلى ذلك أن تثار عند درجة حرارة معينة T هيئة الاهـــتزاز التى ترددها ω_1 إلى المنسوب الثامن . وهذا يعني أن ثمانية فونونـــات متمثـــلة طاقـــتها كل منها. $\hbar\omega_2 \frac{k_B T}{8}$ تثار إلى المنسوب الـــثامن . وبالمـــثل تـــثار أربعة فونونات متماثلة إلى المنسوب الرابع

تـــردداتها تكون طاقتها $\hbar\omega_1 \frac{K_B T}{8}$ ويكون من النادر إثارة فونونات ثرواتها ω_5 عند الدرجة T لأن طاقة إثارتها $\hbar\omega$ عالية جداً.

(٥-٣) السعة الحرارية للجوامد Heat capacity of Solids

إن الطاقـــة الحرارية لجامد $E_{lattice}$ هى مجموع طاقات هيئات اهتزازه العادي. وكما سبق أن ذكرنا فإن عدد هيئات الاهتزاز العادى لكل مدي تردد $d\omega$ هو $g(\omega)\, d\omega = \frac{3V}{2\pi^2 \upsilon^3}\omega^2 d\omega$

وبضرب هذا العدد فى الطاقة المتوسطة:

لهيئة اَهتزاز عادي $E_{n.m} = \hbar\omega\ (e^{\hbar\omega}/k_B T - 1)^{-1}$ ، نحصل على الطاقة الكلية للتردد ω فى مدي التردد $d\omega$.

$$dE_{lattice} = \overline{E}_{n.m}\ g(\omega) d\omega$$

وبـــتكامل هذه العلاقة مع وضع حدود التكامل من 0 إلى ω_D نحصل على طاقة الاهتزازات الحرارية لشبيكة جامد.

$$\overline{E}_{lattice} = \int_0^{\omega_D} \overline{E}_{n.m}\ g(\omega) d\omega \qquad (١٨)$$

والســـعة الحـــرارية عند حجم ثابت لجامد Cv هي التغير فى الطاقـــة الحـــرارية للجامد الناتج عن التغير فى درجة الحرارة بمقدار درجـــة واحدة. ولايجادها نفاضل $E_{latticie}$ بالنسبة لدرجة الحرارة ، أى أن :

$$Cv = d\,\overline{E}_{lattice}/dT \qquad (١٩)$$

ولعـــل المشـــكلة الأساســـية هنا تتمثل فى توقف السعة الحرارية على درجة الحرارة.

فهـــناك مديان لدرجة الحرارة. المدي الأول لدرجات الحرارة أقـــل كـــثير من درجة حرارة ديباي $T<<\theta$ ويطلق على هذا المدي الأول لدرجـــات الحرارة اسم مدى درجة الحرارة المنخفضة. والمدي الثاني هو مدي درجات الحرارة الأعلى من درجة حرارة ديباي $T>\theta$ ويطلق عليه اسم مدي درجات الحرارة المرتفعة.

أولا : مدي درجات الحرارة المنخفضة :

فى هـــذا المـــدي تـــثار هيئات الاهتزاز العادي ذات الترددات المنخفضـــة الـــتى تكـــون طاقـــتها $\hbar\omega<k_\beta T$. ويمكن حساب الطاقة المتوســـطة للاهـــتزازات العاديـــة بفك مقام المعادلة السابقة والاكتفاء بحدين فقط لنحصل على :

$$\bar{E}_{n.m}=\hbar_\omega(e^{\hbar\omega/k_BT}-1)^{-1}\approx\hbar\omega(1+\frac{\hbar\omega}{k_BT}+.....-1)^{-1}\approx k_BT \quad (٢٠)$$

ومن ثم تكون الطاقة المتوسطة فى مدي درجات الحرارة المنفضة لكل هيئة إهتزاز عادي متناسبة طرديا مع درجة الحرارة T: أى أن .

$$\bar{E}_{n.m}\ \alpha T \quad (٢١)$$

ويرجع هذا القانون إلى زيادة احتمال الاثارة لكل هيئة اهتزاز عـــادي مع ارتفاع درجة الحرارة مما ينتج عنه زيادة الطاقة المتوسطة لها.

بالاضـــافة إلى هـــذا يســـبب ارتفاع درجة الحرارة فى مدي درجـــات الحرارة المنخفضة ترددات أعلي جديدة لهيئات اهتزاز عادة بسبب إثارتها. العدد التقريبى لها z يمكن حسابه بالاستعانة بالمعادلة.

$$dz = g(\omega)\mathrm{d}\omega = \frac{3V}{2\pi^2 v^3}\omega^2 d\omega \qquad (٢٢)$$

فـــإذا فرضنا أنه عند درجة حرارة T تثار كل هيئات الاهتزاز العادي حتى تلك التى يكون ترددها $\omega \approx k_B T/\hbar$ ، لنحصل على:

$$Z = \int_0^{k_B T/\hbar} g(\omega)\mathrm{d}\omega \approx \int_0^{k_B T/\hbar} \omega d\omega_4 \alpha_2 T^3 \qquad (٢٣)$$

ويـــترتب عـــلى هـــذا أنه بارتفاع درجة الحرارة يتناسب عدد هيـــئات الاهتزاز العادي تناسباً طرديا مع مكعب درجة الحرارة (T^3).

ويعزي هذا إلى آليتين هما :

(١) الـــزيادة فى الطاقة المتوسطة لكل هيئة اهتزاز عادي $E_{n,m}$ ترجع إلى زيادة احتمال إثارتها.

(٢) الزيادة فى عدد هيئات الاهتزاز العادي في الشبيكة.

الاحتمال الأول هو المسئول عن الزيادة فى الطاقة التى تتناسب مع T ويكون الثاني مسئولا عن التناسب مع T^3 ولهذا فإن التأثير الكلي ممثلا فى زيادة طاقة الشبيكة التى بمايتناسب مع T^4.

$$E_{lattice} \alpha\ T^4 \qquad (٢٤)$$

وتكون الزيادة فى السعة الحرارية متناسبة مع T^3

$$C_v \alpha\ T^3 \qquad (٢٥)$$

وهو قانون T^3 لديباي الذى يتفق مع النتائج التجريبية فى مدي درجات الحرارة المنخفضة.

ثانيا : مدي درجات الحرارة المرتفعة :

نعلم أن كل هيئات الاهتزاز العادي فى الشبيكة قد تمت إثارتها عـــند درجـــة حرارة ديباي ، لهذا فإن ارتفاع درجة الحرارة بعدئذ لا

يــزيد هذا العدد. وأن التغير فى طاقة الجامد فى مدي درجات الحرارة المرتفعة يرجع إلى زيادة شدة هيئات الاهتزاز العادي. ويؤدي هذا إلى زيــادة الطاقة المتوسطة $E_{n.m}$. ونظرا لأن $E_{n.m} \propto T$ فإن التغير فى طاقة الجسم ككل سيتناسب على T.

$$E_{lattice} \propto T \qquad (٢٦)$$

وسوف لا تتوقف السعة الحرارية على درجة الحرارة.

$$Cv = d\,E_{lattice}\,/d\,T = constant \qquad (٢٧)$$

وتعــرف هذه العلاقة باسم قانون ديولنج دبيتى Dulong and Petit law الذى تم تجسيده بالتجربة.

ويمكــن تجســيد القوانيــن النوعية لتغير Cv مع T التى تم الحصــول عليها بدراسة العمليات الفيزيائية فى الجوامد بحسابات كمية دقيقة. وعند هذا الحد نعود إلى المعادلة :

$$E_{lattice} = \int_0^{\omega_D} \overline{E}_{n.m}\, g(\omega)\, d\omega \qquad (٢٨)$$

ونحاول حساب طاقة الشبيكة كدالة فى درجة الحرارة بصورة اكثر دقة :

من المعادلة السابقة و المعادلتين :

$$E_{n.m} = \hbar\omega\ (e^{\hbar\omega / k_B T} - 1)^{-1},\ g(m) = q\,N\,\frac{\omega^2}{\omega_D^2} \qquad (٢٩)$$

وبادخال الكمية $x = \hbar\omega/k_B T$ نحصل علي

$$E_{lattice} = 9Nk_B\theta\left(\frac{T}{\theta}\right)^4 \int_0^{\theta/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$$

حيث θ درجة حرارة ديباي.

وسنأخذ مدي درجات الحرارة المنخفضة ومدي درجات الحرارة المرتفعة كلا علي حدة.

- **مدي درجات الحرارة المنخفضة (T<<θ)**

فى هذا المدي نجعل حدود التكامل فى العلاقة الاخيرة من 0 إلى ∞ مع الأخذ فى الاعتبار أن

$$\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{15}$$

نحصل على

$$(٣٠) \qquad E_{\text{lattice}} = \frac{3\pi^4}{5} NR_B \theta \left(\frac{T}{\theta}\right)^4 \alpha \; T^4$$

وبتفاضيل هذه العلاقة بالنسبة إلى T نحصل علي

$$(٣١) \qquad C_V = \frac{12\pi^4}{5} NR_B \left(\frac{T}{\theta}\right)^3 \alpha \; T^3$$

وهنا نكون قد وصلنا إلى قانون T^3 لديباي منسجما مع تغير السعة الحرارية للشبيكة فى مدي درجات الحرارة المنخفضة حيث يكون التناسب مع مكعب درجة الحرارة

- **مدي درجات الحرارة المرتفعة :**

فى مثل هذا المدى من الدرجات تكون قيم x صغيرة ومن ثم يكون من الممكن حذف كل الحدود فيما عدا حدين ويكون مفكوك e^x هو

$e^x = 1 + x + \ldots\ldots$

وعندئذ يكون

$$(٣٢) \qquad E_{\text{lattice}} = 9Nk_B\theta\left(\frac{1}{\theta}\right)^4 \int_0^{\theta/T} x^2 d_x = 3Nk_B T \alpha \, T$$

وتكون السعة الحرارية للبلورة هي :

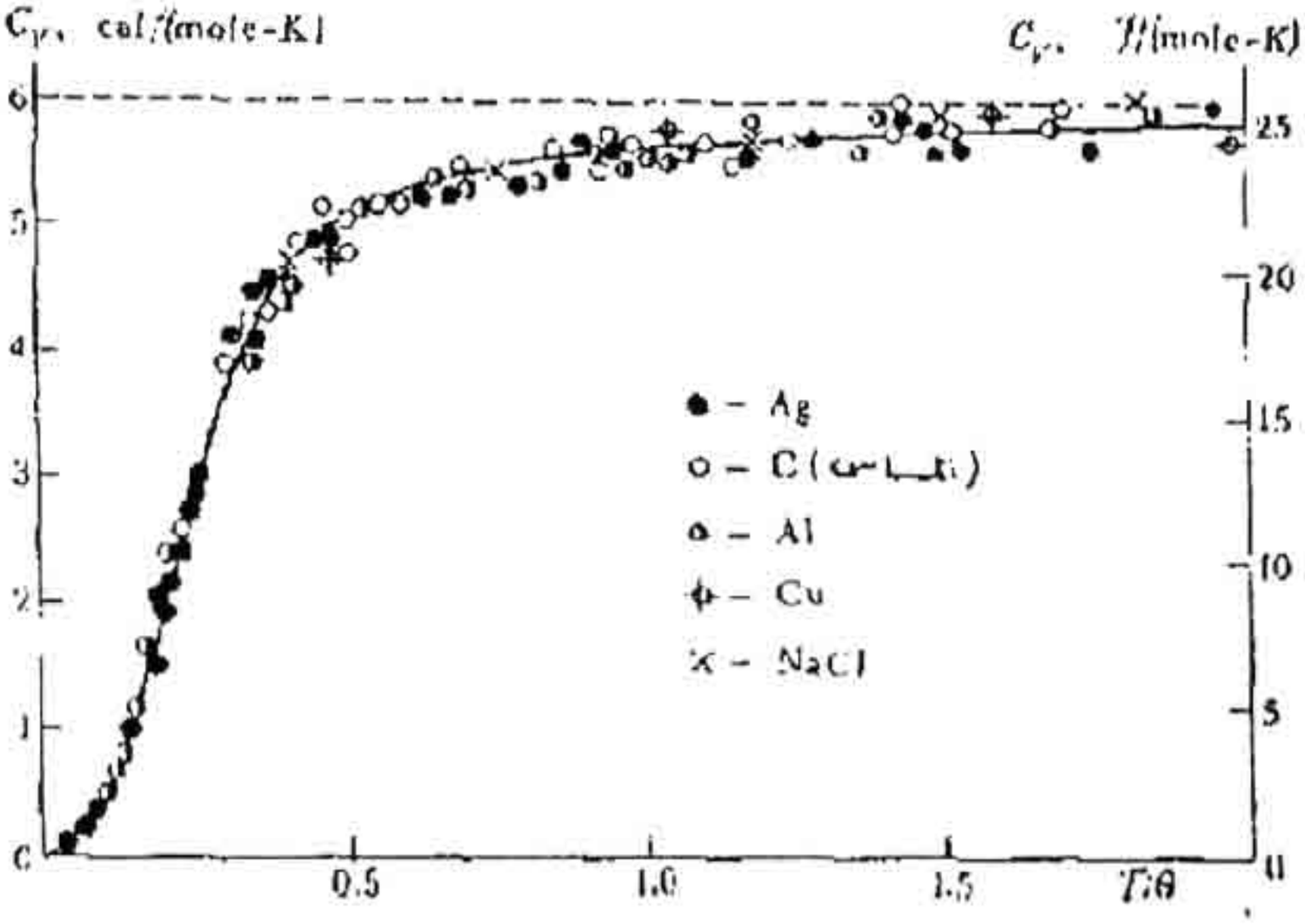
$$C_v = \frac{dE_{lattice}}{dT} = 3N\,k_B = constant \qquad (٣٣)$$

ولجـــزى أحادي الذرة لمادة $N=N_A$ تساوي 6.023×10^{23} لكل مول (عـــدد أفوجادور) ، $N_Ak_B=R$ حيث R الثابت العام للغازات ويساوي 8.31 جول / مول كلفن. ويكون :

$$C_v \approx 3R \approx 25\,J/(mole-K) \qquad (٣٤)$$

وتعـــبر هـــذه العلاقة عن قانون ديولنج وبيتي. ويوضح الخط المتصل فى الشكل ١ ، ٢ العلاقة النظرية بين السعة الحرارية للجوامد وبيـــن درجـــة الحـــرارة. وتوضح النقط القيم العملية للفضة والماس والألومـــنيوم والـــنحاس والملح الصخري. ويبدو من الشكل أن هناك اتفاقا بين القيم التجريبية والنظرية سواء من الناحية النوعية أو الكمية. وبمعـــرفة العلاقة بين درجة الحرارة وطاقة الشبيكة يمكن إيجاد تركيز غـــاز الفونونـــات وعلاقـــته بدرجة الحرارة ، أى عدد الفونونات n_{ph} المـــثارة فى وحدة الحجوم من البلورة. تركيز غاز الفونونات فى مدي درجـــات الحـــرارة المنخفضـــة حيـــث $E_{lattice}\ \alpha\ T^4$ وطاقة الفونون $\hbar\omega\approx k_BT\alpha T$ يجب أن تتناسب مع T^3 أى أن :

$$n_{ph}\ \alpha\ T^3 \qquad (٣٥)$$



الشكل (٤)

وفى مـــدى درجـــات الحـــرارة المرتفعة حيث $E_{lattice} \alpha T$ وأن طاقة الفونـــون تبلغ نهايتها العظمي $\hbar\omega_D \approx K_B\theta$ وهذه لا تتوقف على درجة الحرارة T. ويكون تركيز غاز الفونونات متناسباً مع T أى أن.

$$n_{ph} \alpha T \qquad (٣٦)$$

(٤-٥) السعة الحرارية للغاز الإلكترونى

تحـــتوى الفـــلزات بالإضافة إلى الأيونات التى تكون الشبيكة وتهـــتز حـــول مواضع اتزانها الأصلية ... أيضا على إلكترونات حرة عددها فى وحدة الحجوم يساوى تقريبا نفس عدد الأيونات.

لهذا السبب فإن الحرارة النوعية لفلز تساوى مجموع السعة الحرارية للشبيكة $C_{lattice}$ التى تم حسابها فى الفقرة السابقة والسعة الحرارية لغاز الإلكترونات C_v.

$$\therefore \quad C_v = C_{lattice} + C_e \qquad (٣٧)$$

وإذا كان الغاز الإلكترونى غازا غير منحل فإن الطاقة المتوسطة لكل الكترون تساوى $3k_BT/2$ وتكون طاقة الغاز الإلكترونى لكل مول من الفلز هى

$$E_o^{el} = N_A \frac{3}{2} k_B T = \frac{3}{2} RT \qquad (٣٨)$$

وتكون سعتها الحرارية هى

$$C_e^{el} = \frac{3}{2} N_A k_B = \frac{3}{2} R \qquad (٣٩)$$

وتكون السعة الحرارية الكلية للفلز فى مدى درجات الحرارة المرتفعة فى هذه الحالة

$$C_v = C_{lattice} + C_e^{el} = \frac{9}{2} R \approx 37 \text{ J/ mole. Kelvin}$$

(جول / مول . كلفن)

وتكـــون الســـعة الحرارية للفلزات كما هو الحال فى العازلات فى مـــدى درجات الحرارة المرتفعة حيث يكون قانون ديولونج وبيتى صالحا للتطبيق $c_v \approx 25$ J/mole-K

وهذا يبرهن على أن إسهام الغاز الإلكترونى يمكن إهماله.

وفى حالـــة الغز الإلكترونى المنحل الذى يوصف بإحصائيات الكـــم لفيـــرمى ديـــراك فإنـــه عـــند رفع درجة الحرارة لا تتأثر كل الإلكـــترونات الحـــرة فى ما عدا جزء يمكن إهماله ΔN التى تشغل

المناســيب الملاصقة أو القريبة من منسوب فيرمى الذى يثار حراريا.
هذا العدد من الإلكترونات يعطى بالعلاقة

$$\Delta N \approx \frac{N\ k_B T}{2E_F} \qquad (٤٠)$$

حيث E_F طاقة فيرمى.

•• للنحاس عند $E_F = 7ev$ ، $T = 300\ K$

تكون $\frac{\Delta N}{N} \approx 0.002$

أى أنها أقل من 1%

كــل الكــترون مثار حراريا يمتص طاقة مقدارها $k_B T$ لذلك تكــون الطاقــة الممتصــة بواسطة الغاز الإلكترونى ككل هى حاصل ضرب $k_B T$ وعدد الإلكترونات المثارة حراريا ΔN

$$E_e \approx k_B T\ \Delta N \approx N\ k_B T\ \frac{k_B T}{2E_F} \qquad (٤١)$$

وتكون السعة الحرارية للغاز الإلكترونى هى

$$C_e = \frac{d\ E_e}{dT} \approx N k_B\ \frac{k_B T}{E_F} \qquad (٤٢)$$

وبالحسابات الدقيقة تكون

$$C_e \approx \pi^2 N k_B\ \frac{k_B T}{2E_F} \qquad (٤٣)$$

وبمقارنة C_e للغاز الإلكترونى المنحل ، C_e للغاز الإلكترونى غير المنحل

$$\frac{C_e}{C_e^{cl}} \approx \frac{\pi\ k_B T}{E_F} \qquad (٤٤)$$

للغاز المنحل

للغاز غير المنحل

ويترتب على المعادلة الأخيرة أن النسبة لغاز الكترونى منحل وتلك لغاز إلكترونى أحادى الذرة غير منحل ... تساوى تقريبا. النسبة بين E_F ، k_BT

- **فى درجات الحرارة العالية تكون النسبة**

$$\leq k_BT / E_F \ \pi \qquad 1\%$$

لهذا تكون :

لغاز غير منحل $C_e^{el} \leq 0.01$ لغاز منحل (٤٤)

ومن ثم فإن حالة الانحلال للغاز الالكترونى فى الفلزات حتى فى درجات الحرارة المرتفعة تثار نسبة صغيرة من الإلكترونات الحرة (أقل من 1%) أما بقية الإلكترونات فلا تمتص حرارة وهذا هو السبب فى أن السعة الحرارية لفلز ككل تساوى عمليا السعة الحرارية للشبكة ...

هذا الوضع مختلف تماما فى مدى درجات الحرارة المنخفضة القريبة من الصفر المطلق.

هنا تنخفض أو تقل السعة الحرارية بما يتناسب مع T^3 بالانخفاض فى درجة الحرارة

وهذا يوضح أن C_e التى تتناقص بدرجة أقل كثير من $C_{lattice}$ تصبح هى السائدة.

ويوضح الشكل (٥) علاقة درجة الحرارة لكل من مركبة السعة الحرارية للشبيكة وحركية السعة الحرارية الإلكترون لشبيكة (20% فانديوم، 80% كروم) ، درجة حرارة ديباى لها $\theta = 500K$

ويتضـــح مـــن هذا الشكل أنه بالقرب من الصفر المطلق تكون السعة الحرارية لغاز إلكترونى أكبر كثيرا من تلك الشبيكة.

$(C_{lattice} < C_e)$

وتظل إشارة عدم المساواة كما هى حتى درجة الحرارة $T = 8.5\ k$

وعند $T>8.5\ K$ تنعكس الإشارة

وعـــند $T = 25K$ تكـــون السعة الحرارية للشبيكة السابقة راجعة إلى السعة الحرارية للشبيكة (عند $T= 25K$) تكون الســـــــعة الحرارية $(C_{lattice} \approx 10\ C_e)$.

(٥-٥) التمدد الحرارى Thermal Expansion

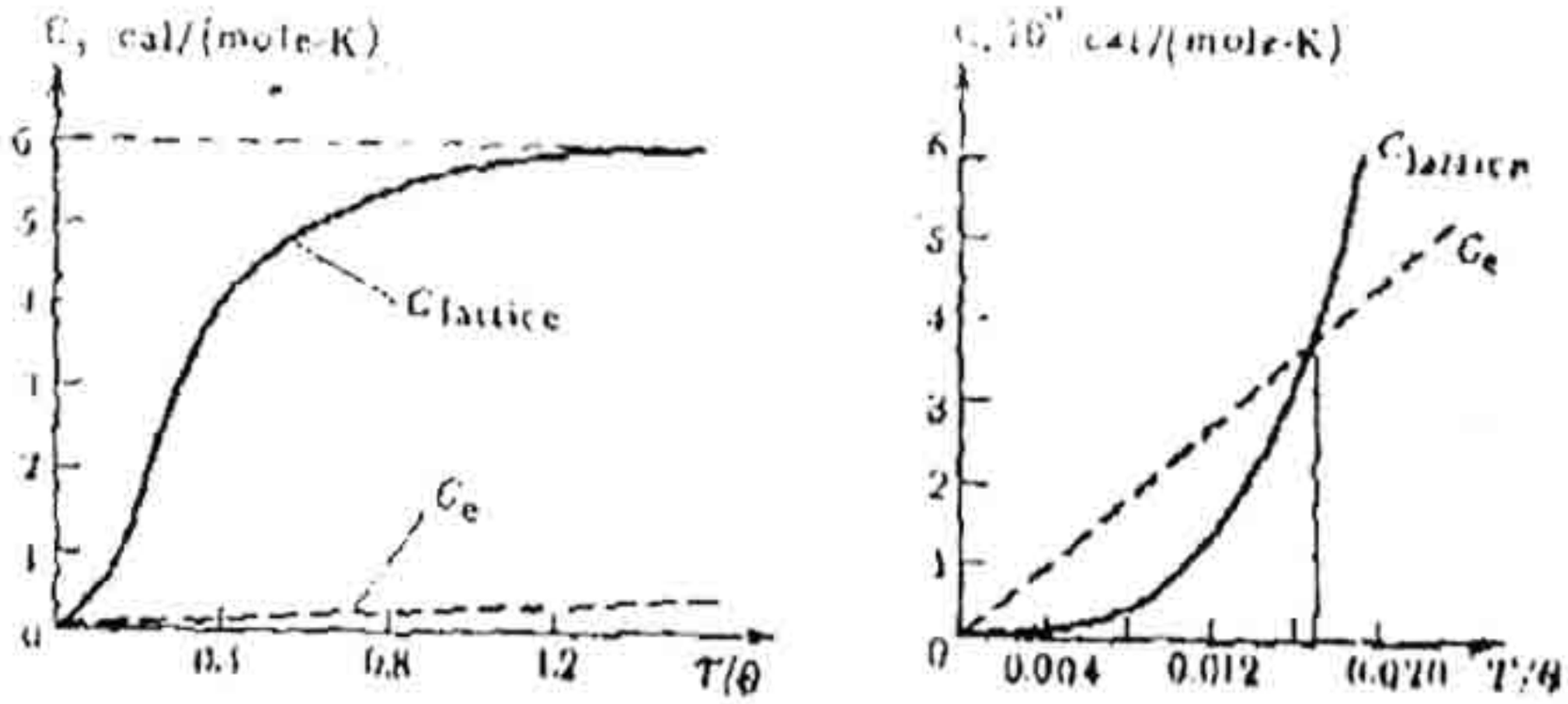
يمكـــن أن نفهـــم منشأ التمدد الحرارى بالأخذ فى الاعتبارات تأثيـــر الحـــدود اللاتوافقية فى طاقة الوضع على المسافة الفاصلة بين زوج مـــن الذرات عند درجة الحرارة T ولنأخذ طاقة الوضع للذرات عندما تكون الإزاحة x عن مسافات الإتزان عند OK كما يلى :

$$V_{(x)} = cx^2 - gx^3 - fx^4 \qquad (٤٥)$$

حيـــث يمثل الحد الذى يحتوى على x^3 عدم تماثل قوى التنافر المتـــبادلة للذرات يدل الحد الذى يحتوى على x^4 على الإرخاء العام بلأهتزازات عند السعات الكبيرة.

ونحســـب متوسط الإزاحة باستخدام دالة توزيع بولتزمان التى تزن القيم الممكنة للازاحة x تبعا لاحتماليتها الثرموديناميه.

$$\bar{X} = \frac{\int_{\alpha}^{\alpha} x e^{-v(x)/k_b^t} dx}{\int_{\alpha}^{\alpha} e^{-v(x)/k_b^t} dx} \qquad (٤٦)$$



الشكل (٥)

للإزاحة الصغيرة (طاقة لا توافقية منخفضة) نوجد مفكوك الكميات المراد تكاملها.

$$\int x e^{-v/k_B T} d_x \cong \int_e^{-cx^2/K_B T} \left(x + \frac{gx^4}{k_B T} + \frac{f\chi^5}{k_B T}\right) dx \qquad (٤٦)$$

$$= \frac{g}{d_B T} \left(\frac{k_B}{C}\right)^{5/2} \frac{3\pi^{\frac{1}{2}}}{4}$$

$$\int_e - v / k_B T \, dx \cong \int_e - cx^2 / k_b T \, dx = \left(\frac{\Pi k_b T}{c}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (٤٧)$$

وهكذا يكون

$$\overline{X} = \frac{3k_B T g}{4C^2} \qquad (٤٨)$$

مما يؤدى إلى قيمة ثابتة للمعامل الحرارى للتمدد الحرارى.

(٥-٦) الموصلية الحرارية للجوامد

Thermal conductivity of solids

(١) الموصلية الحرارية للعازلات (الموصلية الحرارية للشبكية):

Heat conductivity of dielectries (lattice heat conductivity)

تعــد المقاومة الحرارية للجوامد أحد نواتج الطبيعة اللاتوافقية لاهــتزازات ذراتهــا. إذ لا توجــد مــثل هــذه المقاومة عندما تنتقل الإهتزازات الذرية فى الشبيكة على هيئة أمواج مرنة لا تبادلية التأثير وكــانت هــذه الاهتزازات توافقية تماما. ففى حالة عدم وجود التأثير المتــبادل، يمكــن أن تتــنقل الأمواج دون استطارة أي دون أن تلقى مقاومة. وعندما يوجد فرق فى درجتى حرارة طرفى مثل هذه البلورة، تهــتز الــذرات عند الطرف الساخن بسعات كبيرة وتنتقل طاقتها إلى الــذرات المجاورة، وينتقل صدر الموجة الحرارية فى البلورة بسرعة تســاوى ســرعة الصوت . وعندما لا تلقى الموجة الحرارية مقاومة يكــون الفيض الحرارى ملحوظا حتى مع وجود فرق ضئيل فى درجة الحرارة ويكون التوصيل الحرارى متعاظما إلى مالا نهاية .

وتكــون طــبيعة الاهتزازات الذرية فى البلورات الحقيقية فى درجــات حــرارة غيــر منخفضة كثيرا لا توافقية كما يوضحها الحد الثانى فى المعادلة

$$U(x) = \beta x^2/2 \quad - g x^3/3 \qquad (٤٩)$$

وتدمر اللاتوافقية استقلالية أنماط اهتزازات الشبيكة مما يسبب حــدوث تأثيــر متــبادل بينهما من ناحية وتبادل الطاقة وتغيير اتجاه انتشــارها (مــن خــلال الاستطارة المتبادلة) من ناحية أخرى. وتتيح عمــليات الــتأثير المتبادل بين الأمواج المرنة انتقال الطاقة من أنماط ذات تردد معين لأنماط ذات تردد آخر ، كما تجعل من الممكن ترسيخ حالة الاتزان الحراري للبلورة.

ويمكن وصف عملية الاستطارة المبتادلة للأنماط السوية بدلالة الفونونـــات ، حيـــث يمكن النظر إلى البلورة المثارة حراريا كصندوق يحـــتوي على فونونات. وفى حالة التقريب التوافقي الذى يفترض فيه اســـتقلالية الأنماط السوية ، تكون الفونونات بمثابة غاز مثإلى (غاز لا يوجد تأثير متبادل بين فونوناته). ويعد الانتقال إلى الانماط اللاتوافقية مكافـــئا لادخال التأثير المتبادل بين الفونونات ، الذى يؤدى إلى انقسام الفونـــون إلى فونونيـــن أو أكثر أو تكوين فونون من اتحاد فونونين أو أكـــثر. مثل هذه العملية تسمي استطارة الفونون. وتتميز احتماليتها كما فى كـــل عمليات الاستطارة بالمقطع العرضى الفعال للاستطارة σ_{ph} . وإذا كان الفونون من وجهة نظر عمليات الاستطارة بمثابة كره نصف قطرها r_{ph} ، فإن :

$$\sigma_{ph} = \pi\, r^2_{ph} \qquad (٥٠)$$

ويمكـــن لاســـتطارة الفونـــون – فونـــون أن يحـــدث فقط إذا اقتربت الفونونات لمسافة تسمح للمقاطع العرضية الفعالة للاستطارة بالتراكب. ونظـــر لأن الاســـتطارة ترجع إلى لاتوافقية الاهتزازات الذرية ، فإنه يمكـــن وصفها عدديا بمعامل اللاتوافقية g. وعندئذ يكون من الطبيعى افـــتراض أن نصـــف قطـــر المقطع العرضى الفعال للفونون يتناسب طرديا مع g ويكون $\sigma_{ph} \alpha\, g^2$

وبمعـــرفة المقطـــع العرضـــى الفعال للاستطارة σ^{ph} ، يمكن حساب متوســـط المسار الحر λ_{ph} للفونونات ، أى متوسط المسافة التى تنتقل فيها الفونونات بين أى استطارتين متتاليتين وتوضح الحسابات أن.

$$\lambda_{ph} = \frac{1}{n_{ph}\,\sigma_{ph}}\,\alpha\,\frac{1}{n_{ph}\,g^2}$$

(٥١)

حيث n_{ph} تركيز الفونونات

ومن نظرية الحركة للغازات نعلم أن الموصلية الحرارية

$$K = \lambda\, v\, C_V /3 \qquad (٥٢)$$

حيــث λ متوسط المسار الحر للجزئيات ، v سرعتها الحرارية ، C_v الحرارة النوعية للغاز تحت حجم ثابت.

وبتطــبيق هذه العلاقة على الغاز الفونوني مع التعويض وعن C_v بالحــرارة الــنوعية للبلورة (الغاز الفونوني) وعن λ بالرمز λ_{ph} **وهــو متوســط** المسار الحر للفونونات ، وعن v بسرعة الصوت فى البــلورة (ســرعة الفونونــات) ، عندئذ نحصل على علاقة تعبر عن الموصلية الحرارية للشبيكة :

$$K_{lattice} = v\,\lambda_{ph}\,Cv\,/3 \qquad (٥٣)$$

وبالــتعويض عن λ_{ph} من المعادلة (3) (5-51) فى المعادلة (٥-٥٣) ينتج أن

$$K_{lattice}\ \alpha\ v\,C_v\,/n_{ph}\,g^2 \qquad (٥٤)$$

وفــي مدى درجات الحرارة المرتفعة ، تمشيا من العلاقة $n_{ph}\ \alpha\ T$ ، نجد أن :

$$K_{lattice}\ \alpha\ v\,C_v\,/Tg^2 \qquad (٥٥)$$

ونظــرا لأن Cv فى هــذا المدي لا تتوقف عمليا على درجة الحــرارة ، فإن الموصلية الحرارية للشبيكة ستتناسب عكسيا مع درجة الحــرارة المطلقة ، بما يتفق مع النتائج التجريبية. وتتضمن العلاقــة

(٥٥) أيضـــا معـــامل اللاتوافقيةg وسرعة الصوت v ، وهما يتوقفان عـــلى جســـاءة الـــروابط بين جسيمات الجامد. وتناظر الراوبط ذات الجســـاءة المنخفضة سرعات منخفضة ومعاملات لا توافقية مرتفعة إذ أن إضـــعاف الـــروابط يـــؤدي إلى زيادة سعات الاهتزازات الحرارية (عـــند درجـــة حرارة معينة) ، وإلى زيادة اللاتوافقية. وتؤدي كل تلك العوامـــل تـــبعا للعلاقة (٥-٥٥) إلى نقص فى قيمة $K_{lattice}$. وهو ما تدعمـــه التجربة. ويوضح الجدول التالي قيم حرارة التسامي Q_S التى تعـــد قياســـا لطاقـــة الـــترابط ، وللموصلية الحرارية للشبيكة $K_{lattice}$ لبعض البلورات التساهمية الترابط التى لها شبيكة معينة الشكل :.

الماس والسليكون والجرمانيوم.

الجدول

المـــــادة	$Q_s \times 10^5$(جول/مول)	$K_{latteci}$(واط /متر-كلفن)
الماس	71.23	550
السليكون	46.09	137
الجرمانيوم	37.0	54

نلاحـــظ فى هذا الجدول أن نقص طاقة الرابطة من قيمتها للماس إلى قيمـــتها للســـليكون ثـــم الجـــرمانيوم يكون مصحوبا بنقص الموصلية الحرارية للشبيكة.

ويوضـــح التحـــليل التفصيلى أن $K_{lattice}$ تتوقف بشدة على الكتلة M للجســـيمات حيث تقل بزيادة M. وهذا يوضح إلى حد كبير لماذا تكون الموصلية الحرارية للشبيكة للعناصر الخفيفة التى تشغل الجزء الأعلى من الجدول الدورى لمنداليف (البورون، الكربون والسليكون) فى حدود عـــدة عشرات أو حتى عدة مئات (واط/متر-كلفن). فى حين أن القيم

المـــناظرة للعناصـــر التى تشغل الجزء الأوسط من جدول منديلف لا تـــزيد عن بضعة واطات لكل (متر-كلفن) وأن القيم المناظرة للعناصر الـــتى تشغل الجزء السفلي من الجدول لا تتجاوز أجزاء من عشرة من الواط لكل متر لكل كلفن.

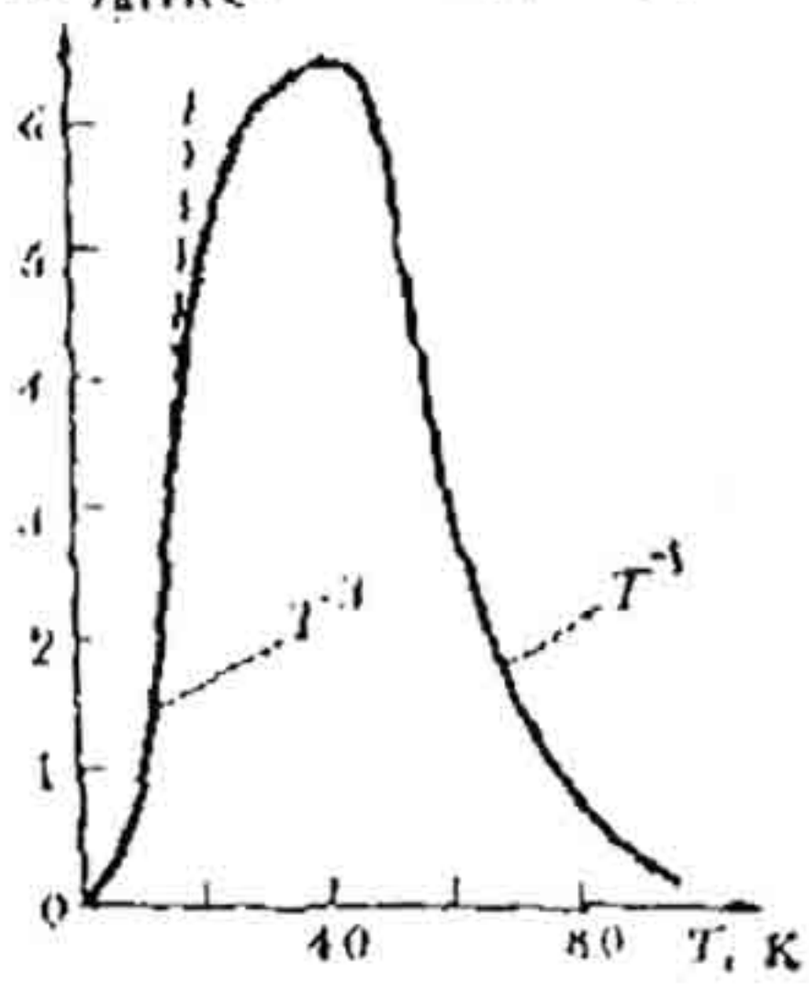
وثمـــة مظهر يثير الدهشة هو أن الموصلية الحرارية للشبيكة فى البـــلورات ذات الجســـيمات الخفيفة والروابط الجاسئة تكون عالية جداً. ولهذا تكون الموصلية الحرارية لشبيكة الماس أكبر من الموصلية الحرارية الكلية لأحسن الفلزات توصيلا للحرارة ، الفضة $K_{Ag}=407$ واط/ (م-كلفن) ، وذلك عند درجة حرارة الغرفة.

وعـــند درجـــات حـــرارة أقـــل من درجة حرارة ديباي يوجد انخفـــاض حـــاد في تركيز الفونونات مع انخفاض درجة الحرارة مما يـــؤدي إلى زيادة حادة فى متوســـط المسار الحر لها ، بحيث أنه عند $T\leq \theta/_{20}$ يصـــل متوســـط المســـار الحر إلى حد يمكن مقارنته بأبعاد البلورة. ونظراً لأن سطح البلورة يعد بمثابة عاكس ردىء للفونونات ، فإن أى مزيد من الانخفاض فى درجة الحرارة لن يؤدي إلى أى زيادة فى λ_{ph} ، لانه يتعين فقط بأبعاد الشبيكة.

وتتعين علاقة الموصلية الحرارية للشبيكة بدرجة الحرارة فى هـــذا المدي من درجات الحرارة من خلال علاقة الحرارة النوعية Cv بدرجة الحرارة.

ونظـــرا لأن $Cv\alpha\ T^3$ فى مدي درجات الحرارة المنخفضة ، فإن $K_{lattice}$ سوف تتناسب طرديا مع T^3.

(٥٦) $$K_{lattice} \alpha T^3$$



الشكل (٦)

وهى نتيجة تتفق أيضا مع التجربة ويوضح الشكل (٦) علاقة الموصـــلية الحـــرارية لـــلياقوت الأزرق الصناعي فى مدي درجات الحرارة المنخفضة تتناسب $K_{lattice}$ مثلا مع T^3.

عـــندما تـــرتفع درجـــة الحرارة يزداد تركيز الفونونات n_{ph} وتزداد $K_{lattice}$ ومع ذلك فإن أى زيادة فى n_{ph} تكون مصحوبة بزيادة اســـتطارة الفونونات -فونونات وكنتيجة لذلك يحدث نقص فى متوسط المســـار الحر للفونونات λ_{ph} يؤدي بدوره إلى نقص $K_{lattice}$. وعندما يكـــون تركيـــز الفونونات n_{ph} منخفضا يكون العامل الأول هو السائد وبالـــتالي تزداد $K_{lattice}$ مع ارتفاع درجة الحرارة T. ومع ذلك ، ومع

البدء بتركيز معين للفونونات معين يصبح العامل الثاني هو الأكثر أهمية وبالتالى فإنه بعد وصول $K_{lattice}$ إلى نهاية عظمي تأخذ $K_{lattice}$ فى الانخفاض مع الاستمرار فى ارتفاع درجة الحرارة. هذا النقص فى الموصلية الحرارية للشبيكة فى مدي درجات الحرارة المرتفعة يتناسب تقريباً مع $\frac{1}{T}$.

وفى حالة العازلات الأمورفية ، حيث يكون لحجم المناطق ذات التركيب المنتظم نفس رتبة المسافات بين الذرية ، لا تختلف الصورة كثيراً. فالفونونات المستطارة عند حدود هذه المناطق ستكون هي العامل السائد فى جميع درجات الحرارة ولهذا لن يتوقف λ_{ph} علي درجة الحرارة T. وكنتيجة لذلك ، ستناسب الموصلية الحرارية لمثل هذه العازلات الأمورفية مع T^3 فى مدي درجات المنخفضة ، لكنها لا تتوقف علي T فى مدي درجات الحرارة المرتفعة. وهو ما نلاحظه من النتائج التجريبية.

ومع ذلك ، تظل النظرية حاليا قاصرة عن التنبؤ ليس فقط بالقيم الفعلية للموصلية الحرارية للشبيكة بل وحتى رتبتها.

(٢) الموصلية الحرارية للفلزات:

Heat conducturty in metals

تنتقل الحرارة فى الفلزات – علي خلاف العازلات – ليس فقط بالفونونات بل و بالالكترونات أيضا. لهذا تكون الموصيلية الحرارية بالفونونات الحرارية للفلزات هى مجموع. الموصلية الحرارية للشبيكة $K_{lattice}$ (الموصلية بالفونونات) والموصلية الحرارية الالكترونية K_e (بالالكترونات الحرة) :

(٥٧) $$K = K_{lattice} + K_e$$

ويمكـــن حساب الموصلية الحرارية لغاز الكتروني ، K_e ، بالاستعانة بالعلاقـــة (٥٢) . بالـــتعويض فى هـــذه العلاقة بالحرارة النوعية لغاز الكـــتروني ، (Ce) ، وســـرعة الالكترونات عند سطح فيرمى V_F ، ومتوسط المسار الحر لها λ_e ، نحصل علي :

(٥٨) $$K_e = C_e \nu_F \lambda_e/3$$

وبالتعويض عن C_e بما تساوية $[C_e \approx \pi^2 Nk_B \frac{k_B T}{2E_F}]$ نحصل على

(٥٩) $$Ke = Constand$$

وســـنحاول فيمـــا يـــلى إيجاد العلاقة بين الموصلية الحرارية للفلزات النقية وبين درجة الحرارة.

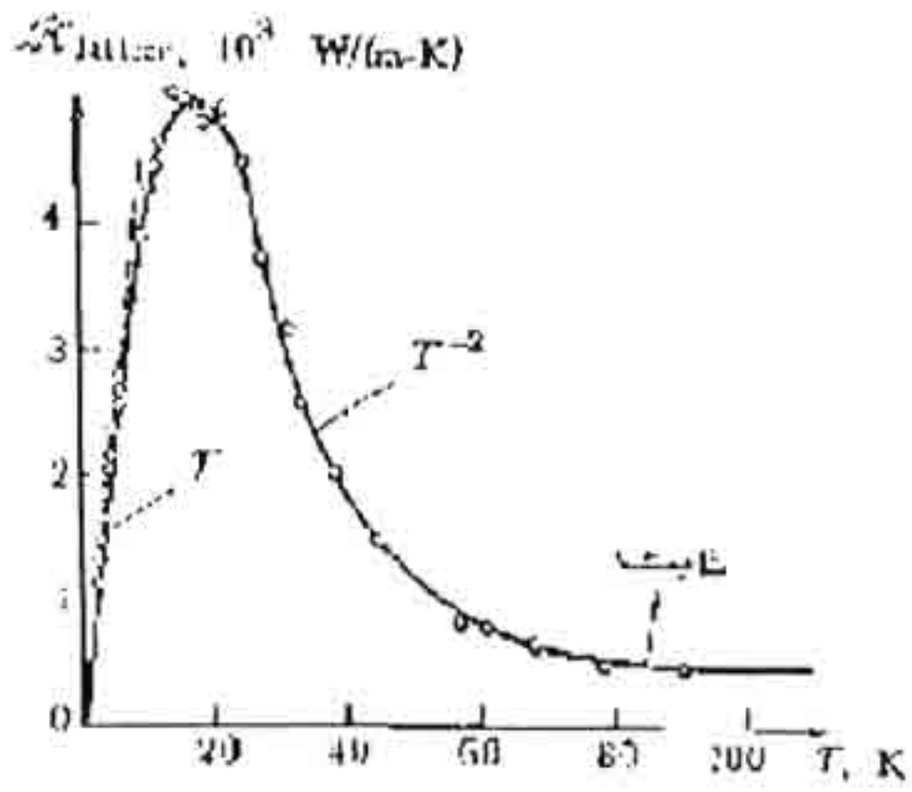
- **مدي درجات الحرارة المرتفعة.**

عمـــليا ، ممـــن كل الكميات التى يتضمنها الطرف الايمن من العلاقـــة رقم (٥-٥٨) ، تتوقف λ_e فقط على درجة الحرارة T ، وفى الفـــلزات النقية وعند درجات حرارة ليست منخفضة جداً ، تتعين λe بواســـطة اســـتطارة الالكـــترون – فونون ، مع تساوي كل الظروف الأخرى ، تتناسب λ_e عكسيا مع تركيز الفونونات : $\lambda_e \alpha \frac{1}{n_{ph}}$

وفى مدي درجات الحرارة المرتفعة فإن $n_{ph} \alpha T$

وبالتعويض بهذا فى العلاقة (٥٨) نجد أن

(٦٠) $$K_e = \text{constant}$$



الشكل (٧)

لهــذا لا تــتوقف الموصلية الحرارية للفلزات النقية فى مدي درجــات الحرارة المرتفعة على درجة الحرارة. وهذه حقيقة تجريبية. ويوضح الشكل (٧) المنحني التجريبي الذى يصف توقف K للنحاس عــلى درجة الحرارة. ومنه نتبين أن الموصلية الحرارية للنحاس فوق 80-100 كلفن لا تتوقف. عملياً على درجة الحرارة.

مدى درجات الحرارة المنخفضة:

يصــبح تركيــز الفونونات فى فلز ما بالقرب من صفر كلفن صــغيراً إلى الحــد الــذى يــرجع فيــه الجزء الرئيسى من عمليات الاســتطارة الالكترونية إلى ذرات الشوائب ، الموجودة فى الفلز بغض النظر عن درجة نقاوته.

فى هذه الحالة فإن متوسط المسار الحر الالكتروني $\lambda_e \alpha \frac{1}{N^i}$

(N_i تركيــز ذرات الشوائب) ، لا يلبث أن يتوقف على درجة الحرارة وتصبح الموصلية الحرارية لفلز متناسبة مع درجة الحرارة.

$$K_e \alpha T \qquad (٦١)$$

وهذه حقيقة تجريبية.

وسنحاول باستخدام المعادلة (٧) حساب قيمة K_e لبعض الفلزات. للفلزات النموذجية:

$$C_e \approx 0.01\ Cv \approx 3 \times 10^4\ J/(m^3\text{-}K)$$
$$v_F \approx 10^6\ m/s\ ,\ \lambda_e \approx 10^{-8}\ m$$

بالتعويض فى المعادلة (٥٧) نحصل علي K_e حيث تكون :

$$K_e \approx 10^2\ W / (m\text{-}k)$$

لهذا ، تبلغ K_e للفلزات عدة مئات واط لكل متر لكل كلفن. وهو ما تجسده النتائج التجريبية ويوضح الجدول التالي الموصلية الحرارية لبعض الفلزات مقاسة عند درجة حرارة الغرفة وكذلك لاحدي السبائك، و(الكونستانتان) التى تتكون من60% نحاس و 40% نيكل .

<u>الجدول</u>

الفلز	K|w/(m-k)|	الفلز	K|w/(m-k)|
الفضة	403	الألومنيوم	210
النحاس	384	النيكل	60
الذهب	296	الكونستانتان	23

وسنحاول فيما يلى حساب مقدار ما تسهم به الموصلية الحرارية لفلز باستخدام العلاقتين (٥٣) و (٥٦).

$$\frac{K_{lattice}}{K_e} = \frac{C_v v \lambda_{ph}}{C_e v_F \lambda_e} \qquad (٦٢)$$

حيث v سرعة الفونون (سرعة الصوت) للفلزات النقية $^{C}e/_{Cv} \approx 0.01$
$\lambda_e \approx 10^{-8}$ m ، $v_F \approx 10^6$ m/s ، $\lambda_{ph} \approx 10^{-9}$m ، $v = 5\times10^3$m/S ،
عندئذ تكون :

$$\frac{K_{lattice}}{K_e} = 5\times10^{-2}$$

ممـــا سبق نتبين أن الموصلية الحرارية للفلزات النموذجية ترجع كلية إلى الموصلية الحرارية لغازها الالكتروني ، إذ أن الموصلية الحرارية للشبيكة لا تسهم بأكثر من نسبة مئوية ضئيلة.

ومـــع هـــذا ، تختلف الصورة كثيراً إذا انتقلنا من الفلزات إلى الســبائك الفــلزية ، حيــث تكون الاستطارة بذرات الشوائب هي آلية الاســتطارة الرئيســية. ويتناسب متوسط المسار الحر للالكترونات في هذه الحالة تناسبا عكسيا مع تركيز الشوائب ($\lambda_e \alpha \ ^1/_{Ni}$) ، ولتركيزات شوائب عالية قد يصبح متوسط المسار الحر للالكترون مساويا متوسط المســار الحر للفونونات ($\lambda_{ph} \approx \lambda_e$). وفي مثل هذه الحالة عادة تكون الموصــلية الحــرارية الالكــترونية مساويا تقريباً الموصلية الحرارية للشــبيكة ، $Ke \approx K_{lattice}$ وهو ما تؤكده التجربة. ويتضح من الجدول الســابق أن الموصلية الحرارية للكونستانتان أقل كثيراً من تلك للنيكل أو النحاس. وهذا يؤكد أن استطارة الالكترونات فى الكونستانتان ترجع بالدرجة الأولى إلى عيوب الشبيكة الناتجة عن ذرات الشوائب.

أسئلة وتمارين:

١- أ) مســـتعينا بالرسم وضح هيئات الاهتزاز العادى فى الشبيكة واستنتج قيمة النهاية العظمى للتردد الزاوى.

ب) إذا كـــان بارامـــترا شبيكة النحاس هو 3.6×10^{-10} مترا وســـرعة الصـــوت فيه هى 3550 م/ث احسب النهاية العظمى للتردد الزاوى .

٢ - بين كيف تستنتج علاقة تستخدم لتعيين تردد ديباى .

٣ - اشرح المقصود بالفونونات.

٤ - ما هى السعة الحرارية للجوامد موضحاً كيف أن متوسط طاقة كـــل هيئة من هيئات الاهتزاز العادى تتناسب طردياً مع درجة الحرارة T فى مدى درجات الحرارة المنخفضة.

٥ - اســـتنتج قـــانون T^3 لديـــباى وذلك فى مدى درجات الحرارة المنخفضة .

٦ - اســـتنتج قـــانون ديولنج وبتى الذى يعبر عن السعة الحرارية لجامد فى مدى درجات الحرارة المرتفعة.

٧ - اشرح بإيجاز السعة الحرارية لغاز الكترونى.

٨ - اشرح كيف يمكنك تفسير التمدد الحرارى للجوامد.

٩ - استنتج علاقة للموصلية للحرارية لشبيكة :

أ) فى مدى درجات الحرارة المنخفضة.

ب) فى مدى درجات الحرارة المرتفعة.

١٠- مستعينا برسم بيانى مناسب أوجد الموصلية الحرارية للفلزات.

أ) فى مدى درجات الحرارة المرتفعة.

ب) فى مدى درجات الحرارية المنخفضة.

١١- إذا كـــانت الموصلية الحرارية لشبيكة فلز سرعة الصوت فيه 5×10^3 م/ث وطول موجة الفونون يساوى 10^{-9} مترا والسرعة عند سطح فيرمى هى 10^{-6} م/ث وطول الموجة المصاحبة للاكترون 10^8 مترا والنسبة $\frac{C_e}{C}$ تساوى 0.01

تقريـــباً فإحســـب النسبة بين الموصلية الحرارية للشبيكة وبين الموصلية الحرارية الالكترونية [$\approx 5 \times 10^{-2}$] .

الباب السادس

خصائص ثابت العزل الكهربى

الباب السادس

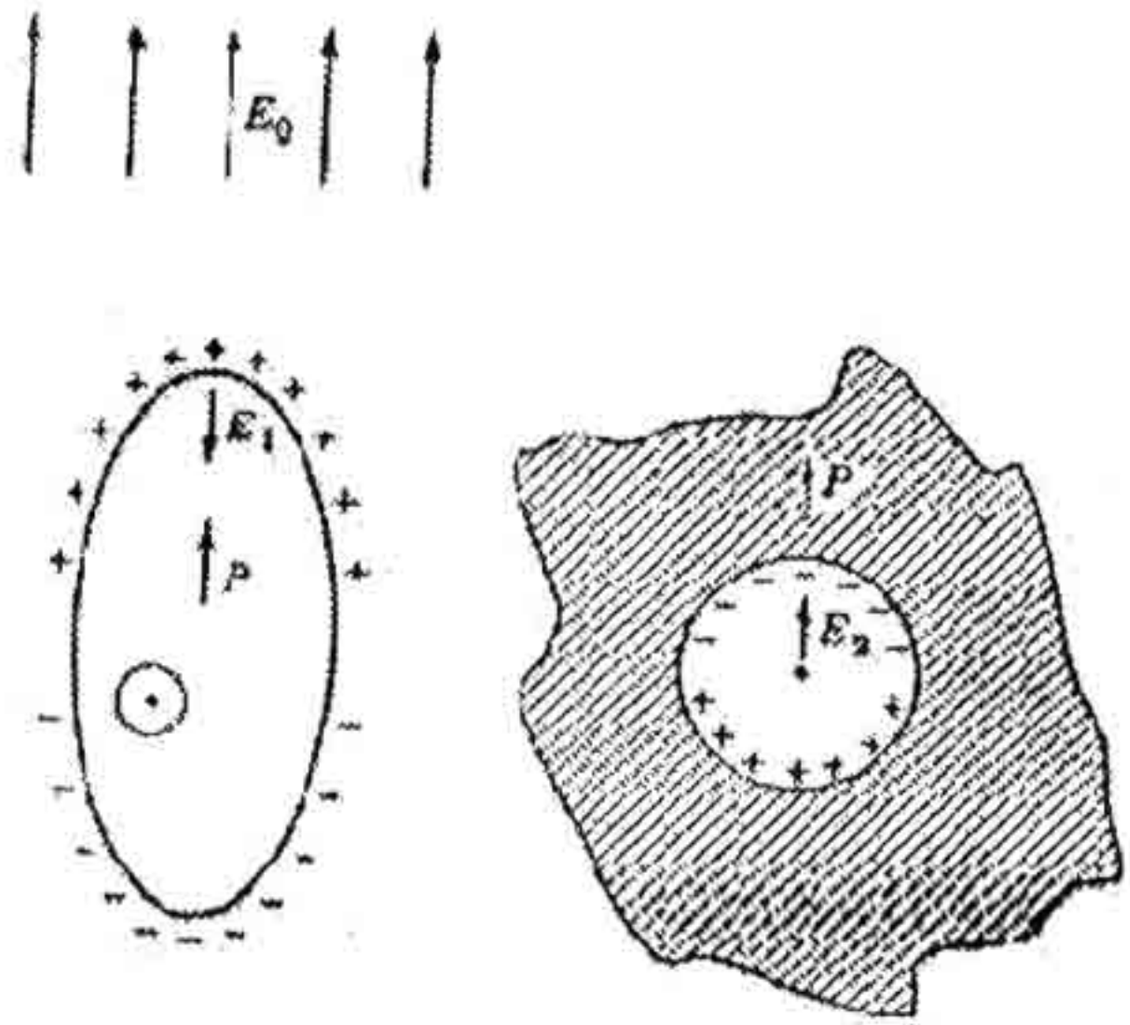
خصائص ثابت العزل الكهربى
Dielectric properties

(٦-١) **مفهـــوم الاســـتقطاب** : لتوضيح مفهوم الاستقطاب نأخذ فى الاعتـــبار ذرة تـــدور الإلكترونات حولها فى مدارات دائرية، وعندئذ يكون مركز تأثير شحنتها الموجبة (النواة) منطبقا على مركز تأثير شحنتها السالبة (التى تحملها الإلكترونات) وعندما تقـــع هذه الذرة تحت تأثير مجال كهربى خارجى ينزاح مركز تأثيـــر الشـــحنة الموجبة قليلا عن مركز تأثير الشحنة السالبة ويتولد ما يسمى بثنائى القطب.

ويعـــرف الاســـتقطاب P polarization بعزم ثنائى القطب لكل وحدة حجوم.

(٦-٢) المجال الكهربى الموضعى Local Electric Field

يتطـــلب حســـاب المجال الكهربى الموضعى عند ذرة أو أيون تحـــت تأثير الاستقطاب أن نأخذ أولا فى الاعتبار أحد الجوامد العازلة ذات تـــركيب بـــلورى مكعبى. ولنفرض أن العينة ذات شكل بيضاوى أحد احداثياته يوازى المجال الكهربى المؤثر الشكل (١)



الشكل (١)

يكتب المجال الكهربى الموضعى E_{loc} كما يلى

$$E_{loc} = E_0 + E_1 + E_2 + E_3 \qquad (١)$$

حيــث E_0 المجال الكهربى المؤثر لمصدر خارجى، E_1 هو مجال إزالة الفزل (مجال اتجاهه عكس اتجاه المجال الخارجى المؤثر) وينشــأ عن شحنات الاستقطاب على السطح الداخلى للتجويف الكروى و E_3 مجال الذرات داخل التجويف.

وإضــافة $E_1 + E_2 + E_3$ إلى المجــال الموضعى يعد بمثابة الــتأثير الكلى عند إحدى الذرات لعزوم ثنائيات القطب لجميع الذرات الأخرى فى العينة :

$$E_1 + E_2 + E_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \sum_i \frac{3(P_i \cdot r_i) r_i - r_i^2}{r_i^5} \qquad (٢)$$

حيث P_i ثابت عزم ثنائى القطب للذرة i و $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ فاراد/متر ثابت السماحية الكهربية فى الهواء أو الفراغ.

ويوضـــح الشكل (١) أن E_1 يضاد فعلا اتجاه الاستقطاب لذلك يسمى مجال ازالة الاستقطاب وفيما يلى سنوضح كيف يمكن تعيين كل من E_1, E_2, E_3

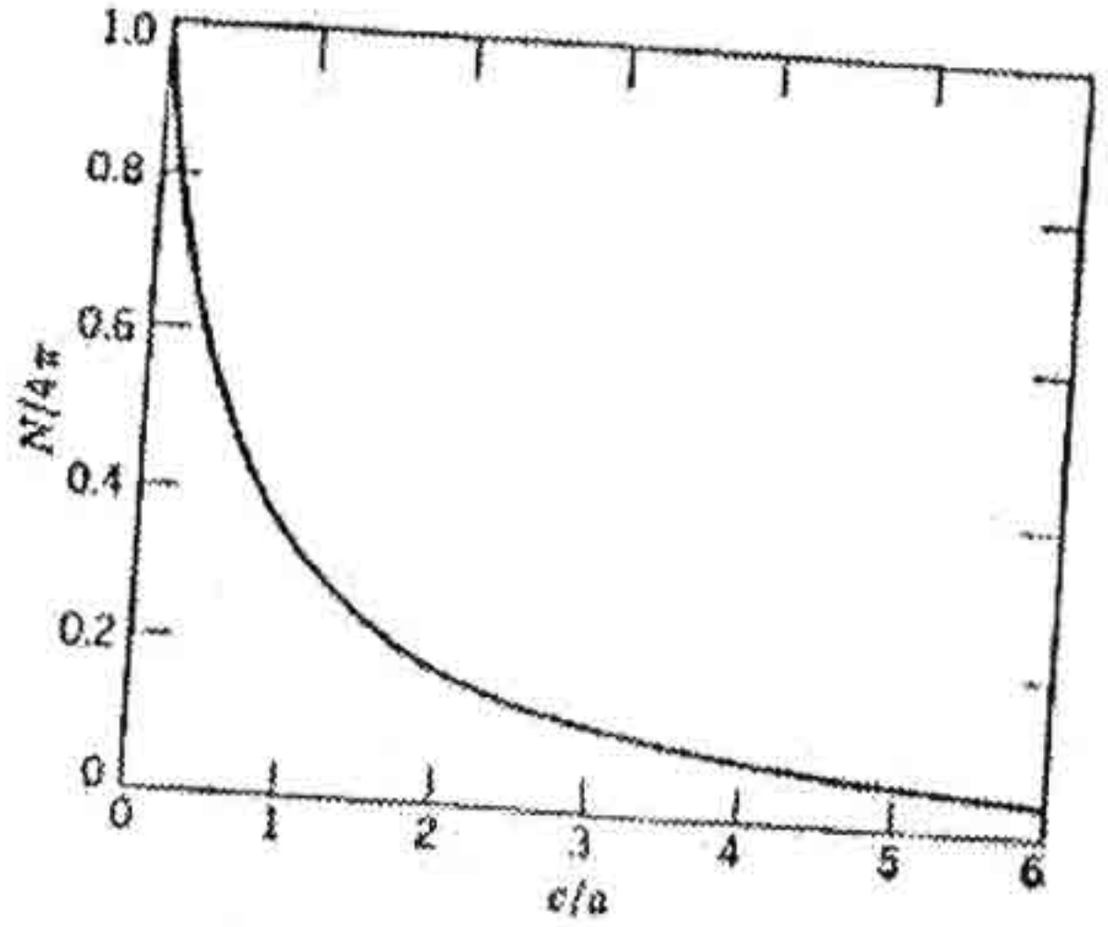
(٦-٣) مجال إزالة الاستقطاب Depolorization field

مـــن المعروف أن العينات ذات التركيب المتجانس ستستقطب اســـتقطابا منتظما عند وضعها فى مجال خارجى على اعتبار أن هذه العيـــنات بيضـــاوية الشكل وإذا كان أحد المحاور للعينة الرئيسية ذات الشكل البيضاوى موازيا للمجال المؤثر، فإنه يمكن حساب مجال إزالة الاستقطاب بدلالة الاستقطاب P من العلاقة

$$E_1 = \frac{-NP}{4\pi\varepsilon_o} \qquad (٣)$$

N هنا هى معامل ازالة المغنطة Depolarization Factor وتتوقف قيمته على النسبة المحورية axial ratir ويوضح الشكل (٢)

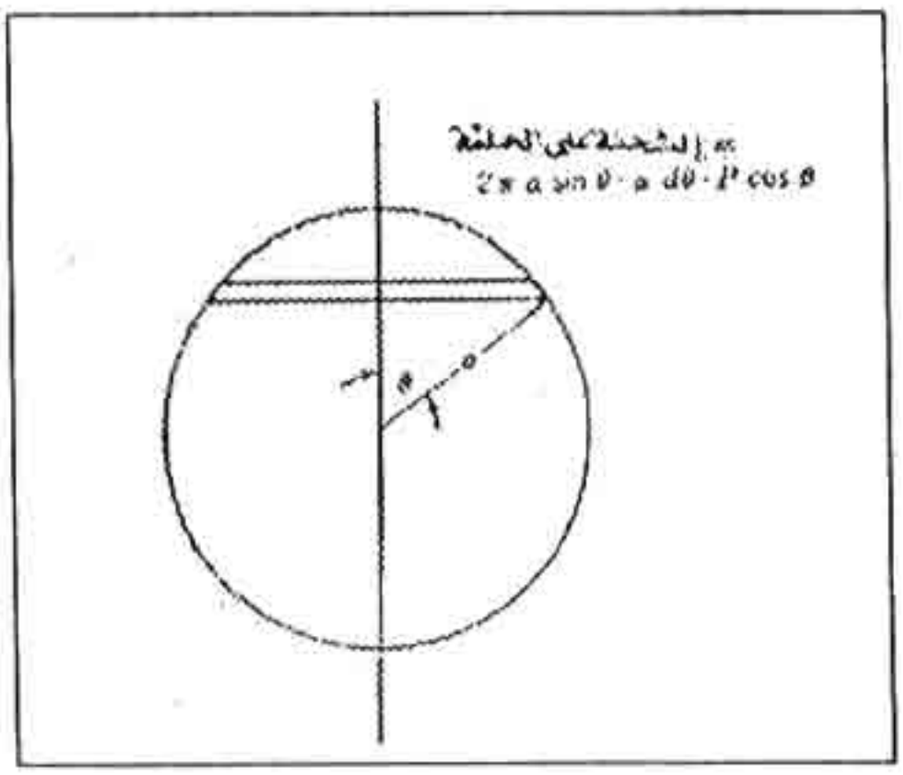
العلاقة بين قيم N الموازية لدوران مجسمات الأشكال البيضاوية كدالة فى النســـبة المحوريـــة $^c/_a$. ولمعـــامل إزالة المغنطة معنى فقط فى حـــالات العيـــنات المتجانسة ذات الأشكال البيضاوية تحت تأثير مجال خارجى.



الشكل (٢)

(٦-٤) مجال لورنتز Lorentz Field

يـــرجع المجـــال E_2 إلى شـــحنات الاســـتقطاب على سطح الـــتجويف وأمكـــن حسابه بواسطة لورنتز. وإذا كانت θ هى الزاوية المحورية كما فى الشكل (٣) بالنسبة إلى اتجاه الاستقطاب كمحور،



الشكل (٣)

ويعطى المجال الكهربى عند مركز التجويف الكروى ونصف قطره a بالعلاقة

$$E_2 \int_0^{\pi} (a^{-2})(2\pi e \sin\theta)(ad\theta)\,(P\cos\theta) = \frac{4\pi P}{3} \qquad (٤)$$

وفى النظام الدولى.

$$E_2 = \frac{P}{3\varepsilon_0}$$

ويكـــون مجـــال التجويف منتظما ولكن الذى يعنينا هو المجال عند المركز وهو مجال لورنتز الذى تم حسابه من قبل.

(٦-٥) مجال ثنائيات القطب داخل التجويف

المجال E_3 الناشئ عن ثنائيات القطب داخل التجويف هو فقط أحـــد حدود المجموع الذى يعتمد على التركيب البلورى. وسوف نأخذ أولا فى الاعتـــبار الـــتركيب المكعـــبى والـــذى يكون فيه $E_3 = 0$ إذا استبدلت الذرات كلها بثنائيات قطب نقطية يوازى بعضها البعض. وإذا أخـــذ محـــور ثنائيات القطب كإحداثى وهو الإحداثى z بالنسبة لنقطة المجال الناشئ عن ثنائيات القطب الأخرى وهو:

$$E_3^z = \sum_i \frac{3P_i Z_i^2 - P_i r_i^2}{4\pi\varepsilon_0 r_i^5} \qquad (٥)$$

بالتماثل بين الشبيكة والتجويف $\sum(x_i^2/r_i^5) = \sum(y_i^2/r_i^5) = \sum(z_i^2/r_i^5)$

بحيث يكون $\sum(\frac{x_i^2}{r_i^5}) = \sum(\frac{y_i^2}{r_i^5}) = \sum(\frac{z_i^2}{r_i^5}) = 3$ بينما $E_3 = 0$

لهـــذا يكـــون E_3 للاستقطاب المستحث على الشبائك : الشبيكة المكعـــبة البسيطة، الشبيكة متمركزة الجسم والشبيكة المكعبة متمركزة الوجه.

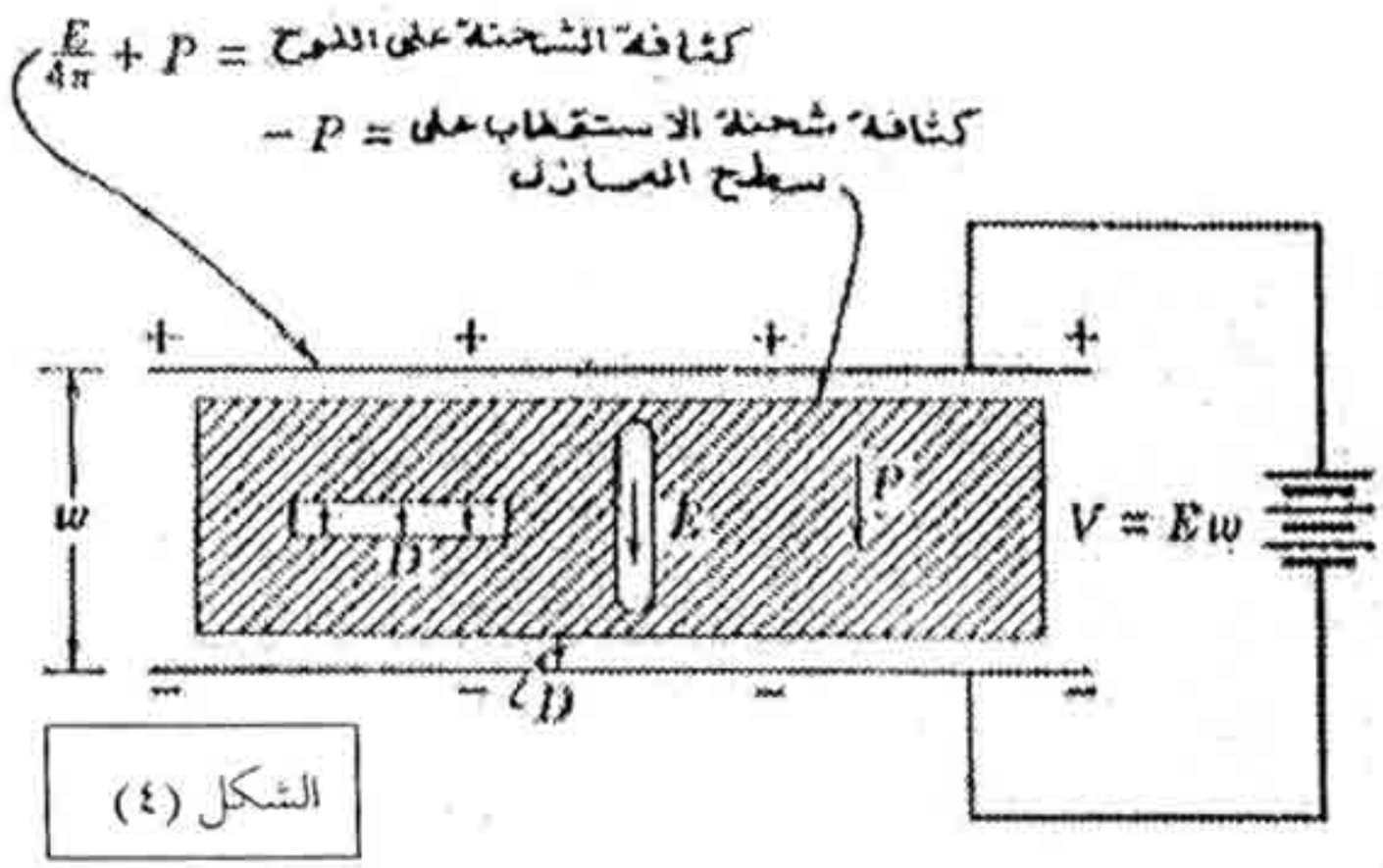
ومـــع ذلـــك $E_3 \neq 0$ فى حالة تيتانيت الباريوم ذى الخصائص الكهروحديدية بالرغم من أن التماثيل التركيبى لها يتبع النظام المكعبى.

(٦-٦) المجال فى عازل كهربى بين لوحى مكثف:

إن متوسط شدة المجال الكهربى E فى عازل هى متوسط شدة المجـــال داخـــل تجويـــف على شكل إبرة طويلة موازية للاستقطاب، الشـــكل (٤) بيـــنما تعرف الإزاحة D كمتوسط المجال داخل تجويف عـــلى شـــكل قـــرص عمودى على الاستقطاب وينشأ الفرق. (وحدات

الشكل (٤)

(٦)　　$D- = E\ 4\ \Pi\ P$



عــن المجال $4\ \Pi\ P$ لكثافة شحنة الاستقطاب P على السطح المستوى التجويف القرص.، شحنات الاستقطاب على لتجويف الابرى يمكــن إهمالهــا ويصــبح المجــال الموضعى $E + (4\Pi/3)\ P$ داخل التجويف الكروى: وتبعاً للنظام الدولى يصبح $D- \varepsilon_0\ E = P$ والمجال داخل التجويف الكرى هو:

$$E + P / 3\varepsilon_0$$

وتجــرى قياســات الاســتقطاب P أو ثابت العزل $\varepsilon = \frac{D}{E}$ بــالوحدات الكهروســتاتيكية أو $\varepsilon = \frac{D}{\varepsilon_o\ E}$ تبعاً للنظام الدولى بقياس ســعة المكــثف $C = \frac{Q}{V}$ الــذى تملأ حيزه مادة عازلة. وفى حالة عدم وجود عازل نفرض أن المجال بين لوحى المكثف هو E' بحيث تكون كــثافة الشــحنة السطحية هى $\pm E' / 4\ \Pi$ بالوحدات الكروماستاتيكية

$\pm \varepsilon_0 \acute{E}$ فى الـــنظام الدولى ، وعند إدخال العازل تصبح كثافات شحنة الاســتقطاب $\pm P$ عــلى ســطح العازل وهذه الشحنات تتم معادلتها بسريان الشحنة عبر دائرة المكثف والمجال الكهربى E داخل التجويف الإبرى هو مجموع المجال $4\pi P$- بالوحدات الكهروستاتيكية الناتج عن شــحنات الاستقطاب ، $E+4\pi P$ الناتج عن الشحنات الأصلية وشحنات التعادل على ألواح المكثف. لهذا يكون للمكثف E=E ومن العلاقــات (٦-١) ، (٦-٣) ، (٦-٤) يكون .

$$E_{loc} = E_o + E_1 + E_2 + E_3 = (E + 4\pi P) + (-4\pi P) + 4\pi \frac{P}{3} + 0$$

وفى الحالات التى يكون فيها $E_3=0$ ويصبح :

$$E_{loc} = E + \frac{4\pi P}{3}$$ "وحدات كهروستاتيكية" (٧)

$$E_{loc} = E + \frac{1}{3\varepsilon_0} P$$ وحدات النظام الدولي

أي أن قيمـــة متوســـط المجال كما هى بين لوحى المكثف قبل إدخال العازل ويكون المجال المؤثر عند مركز ذرة هو E مضافا إليه مـــا يـــتم الإســـهام به $4\pi P/3$ بالوحدات الكهروستاتيكية أو $P/3\varepsilon_0$ فى النظام الدولى الناشئ عن استقطاب الذرات الأخرى فى العينة.

(٦-٧) ثابت العزل والاستقطابية:

Dielectric constant and polarizability

لــثابت العزل قيمة مميزة ويعرف لوسط متماثل الخواص فى جميع الاتجاهات بالعلاقة

وحدات كهروستاتيكية $$\varepsilon = \frac{D}{E} = 1 + 4\,\Pi\,\frac{\mathrm{P}}{E} = 1 + 4\,\pi\,\chi$$

نظام دولى $$\varepsilon = \frac{D}{\varepsilon_0 E} = 1 + \frac{\mathrm{P}}{\varepsilon_0 E} = 1 + 4\,\pi\,\chi \qquad (٨)$$

حيث χ القابلية الكهربية electric susceptibiltity.

وتعرف الاستقاطبية α بالعلاقة

بالوحدات الكهروستاتيكية $\alpha_i = \frac{P_i}{\mathrm{E_{loc}}}$ (٩)

ويــدل الدليل i على نوع الذرة، P_i عزم ثنائى القطب. وعندئذ يصبح الاستقطاب

بالوحدات الكهروستاتيكية $\mathrm{P} = \sum_i \mathrm{E'_{loc}}\,\mathrm{N_i}\,\alpha_i$

حيث N_i هو عدد ذرات نفس النوع i فى كل وحدة حجوم.

وإذا ارتبط المجال الموضعى بالمجال المؤثر بعلاقة لورنتز (٨) يكون لدينا

بالوحدات الكهروستاتيكية $\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{E}} = \frac{\sum \mathrm{N_i}\,\alpha_i}{1 - (\frac{4\pi}{3})\sum \mathrm{N_i}\alpha_i} = \frac{\sum -1}{4\Pi}$ (١٠)

وحلها هو : $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4\pi}{3}\sum \mathrm{N_i}\,\alpha_i$ بالوحدات الكهروستاتيكية (١١)

وهذه يمكن كتابتها على الصورة :

$\frac{M\varepsilon - 1}{P_\varepsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} L\alpha$ بالوحدات الكهروستاتيكية (١٢)

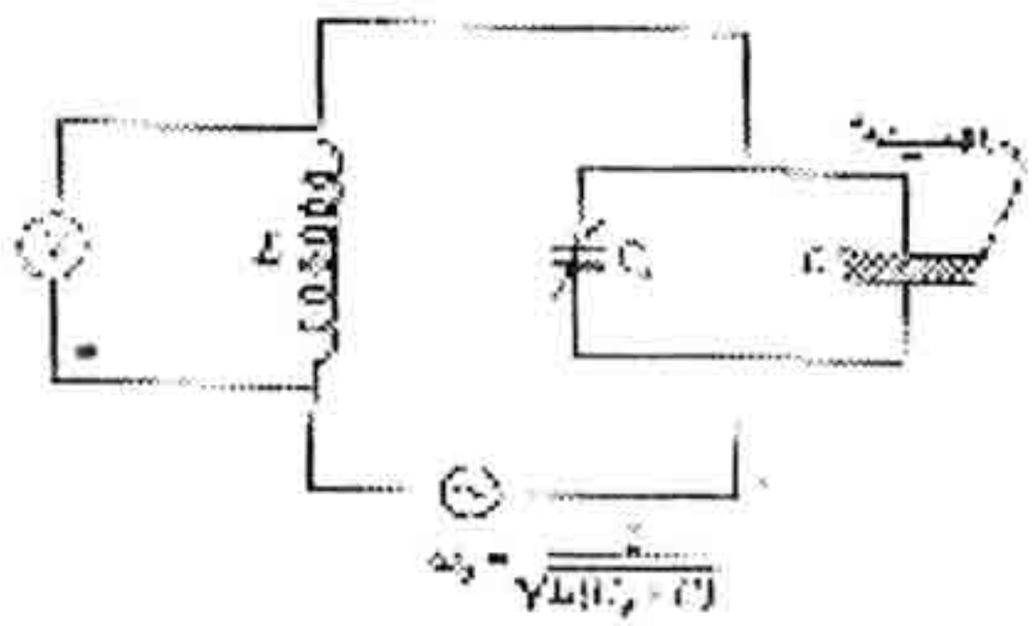
حيث M الكتلة الجزيئية ، ρ الكثافة، L عدد أفوجادرو ، α الاستقطابية الكلية لكل جزئ ويطلق على الطرف الأيسر فى هذه المعادلة اسم الاستقطابية الجزيئية وتعرف هذه العلاقة ككل باسم "علاقة كلاوزياس وموسوتى" Clausius - Mosotti relation

(٦-٨) قياس ثابت العزل

تعتمد الطرق المعتادة لقياس ثوابت العزل على مقارنة سعة المكثف C″ بين لوحيى المادة وسعته C′ وهو خال وثابت العزل ε هو:

$$\varepsilon = \frac{C''}{C'} \qquad (١٣)$$

وتستخدم دائرة الرنين LC الموضحة فى الشكل (٥) حيث C_s مكثف متغير تمت معايرته، C هى سعة المكثف الذى يمكن أن توضع العينة بين لوحيه وبتغيير سعة المكثف C_s حتى يظل تردد الرنين $\omega_o=[L(C_s+C]^{-½}$ ثابتا وعند إدخال المكثف C وملئه بالمادة نعيين C′، C″ يتم تعيين ε ويمكن الحصول على فقد العزل dielectric l_{os} من حدة الموالفة بالقرب من الرنين.



الشكل (٥)

(٦-٩) الإستقطابية الإلكترونية Electronic Polarizability

تنشـــأ الاستقطابية الإلكترونية من إزاحة الإلكترونات فى ذرة بالنســـبة للـــنواة أي مـــن التشوه الحادث فى غلاف الإلكترونات حول النواة.

وينشـــأ ثـــابت العـــزل فى مدى الترددات الضوئية غالبا من الاستقطابية الإلكترونية بحيث أنه فى المدى الضوئى يصبح.

$\frac{n^2-1}{n^2+2}=\frac{4\pi}{3}\sum \varepsilon N_i \alpha_i$ وحدات كهروستاتيكية

حيث n معامل انكسار الضوء وأن $n^2 = E$.

(٦-١٠) النظرية التقليدية للاستقطابية الإلكترونية

تـــبعا للميكانيكا التقليدية سيكون الإلكترون المرتبط توافقيا مع ذرتـــه محـــل امتصاص رنينى عند تردد $\omega_0 = (\beta/m)^{\frac{1}{2}}$ حيث β ثابت القـــوة ويعـــطى متوسط الإزاحة للإلكترون بفعل مجال موضعى E_{loc} بالعلاقة

$$\varepsilon E_{loc} = \beta x' = m\ \omega_0^2 x' \qquad (١٤)$$

بحيث أن الاستقطابية الإلكترونية الاستاتيكية (الساكنة) هى:

$$\text{(الكترونية)}\ \alpha = \frac{P}{E_{loc}} = \frac{ex'}{E_{loc}} = \frac{ex'}{E_{loc}} = \frac{e^2}{m\omega_0^2}$$ وحدات (١٥)

كهروستاتيكية وتتوقف الإستقطابية الإلكترونية على التردد كماسيتضح فى المثالى التالى وتكون:

$$\text{(الكترونية)}\ \alpha = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \qquad (١٦)$$

مثـــــال : أوجد علاقة تردد الاستقطابية الإلكترونية للإلكترون وتردده الرنين ω_0 على اعتبار أن النظام متذبذب توافقى بسيط.

الحـــــل:

معادلة الحركة لمجال كهربي $E_0\, e^{i\omega t}$ هى :

$$m\,\ddot{x} + m\omega_0^2\, x = \varepsilon\, E_0\, e^{i\omega t}$$

بحيث أن $x = x_0\, e^{i\omega t}$

$$m(-\omega^2 + \omega_0^2) = x_0 = \varepsilon\, E_0$$

وعزم ثنائى القطب هو $P_0\, e^{i\omega t}$ حيث:

$$P_0\ x_0 = \frac{e^2\, E_0}{m\,(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

ومـــنها يمكـــن الوصول الى العلاقة (٧٥) السابقة. مقدار الاستقطابية الالكترونية له نفس الرتبة كما فى الهيدروجين.

$$\alpha \approx \frac{e^2}{m\omega_0^2} \approx \frac{e^2}{m}\left(\frac{h^3}{m\,e^4}\right)^2 = \frac{h^6}{m^3\, e^6} = \alpha_H^3 = 10^{-25}\ cm^{-3}$$

(٦-١١) الاستقطابية الأيونية : Ionic polarizability

مـــن المعـــروف أن ثـــابت العـــزل كـــلوريد الصـــوديوم $\varepsilon = (1.5) = 2.25$ بيـــنما ثـــابت العزل الكهربى الإستاتيكى هو 5.62.

ويمكـــن إرجـــاع الفرق $\varepsilon \Delta$ بين ثابت العزل الكهربى الاستاتى وثابت العزل الكهربى الضوئى فى البلورات الأيونية إلى الاستقطابية الأيونية وفى كـــلوريد الصـــوديوم نجـــد أن $\Delta\Sigma = 3.37$. وتنشـــأ الاستقطابية الأيونيـــة من إزاحة الأيونات ذات الشحنات المختلفة تحت تأثير مجال كهربى خارجى كما تنشأ من تشوه الأغلفة الإلكترونية للأيونات كنتيجة لـــلحركة النســـبية للأيونات ففى بلورة كلوريد الصوديوم عندما يؤثر مجـــال خارجى E_0 سيزاح كل أيون Na^+ فى اتجاه وسيزاح كل أيون C- فى الاتجـــاه المضـــاد. ويســـاوى عزم ثنائى القطب e مرة قدر الإزاحـــة. ويوضـــح الجدول التالى مقارنة بين ثابت العزل الاســـتاتى $\varepsilon_{(0)}$ ومربع معامل الانكسار الضوئى لبعض الهاليدات.

المركب	ε_o	n^2
LiF	9.27	1.92
NaF	6.0	1.74
Nacl	5.62	2.25
NaI	6.66	2.91
KCl	4.68	2.13
KBr	4.74	2.33
KI	4.94	2.69

(٦-١٢) الاسترخاء فى الجوامد Relaxation in solids

يمكـــن عمـــل نموذج لاسترخاء ثابت العزل فى الجوامد ثنائية القطـــب بافـــتراض ان كل جزىء من جزيئات الجامد تحمل عزمـــا كهـــربيا دائما P يمكن توجيهه فى اتجاهين (1) مواز للجار الكهربى E ، (2) مـــواز معـــاكس لاتجاهـــه وتنشـــأ التوجيهات خلال ترتيب الجزيـــئات فى الجامد. إحدى نتائج الحساب توضح وجود علاقـــة بين $\propto \frac{1}{T}$ ، للاتجـــاهين المشار إليهما. ولنفرض أنه توجد مجموعتان من الجزيـــئات n_1 ، n_2 فى زمـــن معين، ونفرض أن احتمال أنتقال جسيم مـــن المجموعـــة الأولى إلى المجموعة الثانية فى زمن δt هو $\omega_{12}\delta t$ بينما يكون الاحتمال فى الاتجاه المضاد هو $\omega_{21}\delta t$ وعندئذ .

$$\frac{dn_1}{dt} = -\omega_{12} n_1 + \omega_{21} n_2 \, , \frac{dn_2}{dt} = \omega_{12} n_1 - \omega_{21} n_2 \qquad (١٧)$$

عند الاتزان يكون $\frac{dn_1}{dt} = \frac{dn_2}{dt} = 0$ ، ولهذا يكون :

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_{21}}{\omega_{12}} \qquad (١٨)$$

ومع ذلك ، يجب عند الاتزان أن يفي n_1 , n_2 بتوزيع بولتزمان:

$$n_1 = Ae^{\rho E / k_B t} \, , \quad n_2 = Ae^{-\rho E / k_B t} \qquad (١٩)$$

حيث A مقدار ثابت. وتبعا للمعادلة (١٩) يكون من المناسب أن تأخذ

$$\omega_{12} = \frac{1}{2r} e^{-\rho E / k_B t} \qquad (٢٠)$$

$$\omega_{21} = \frac{1}{2r} e^{-\rho E / k_B T}$$

وعندما تكون PE << $k_B T$ ، يكون لدينا من المعادلتين(١٨)،(٢١):

$$2r \frac{dn_1}{dt} = -(n_1 - n_2) + \frac{\rho E}{k_B T}(n_1 + n_2)$$

(٢١)

$$2r \frac{dn_2}{dt} = (n_1 - n_2) - \frac{PE}{k_B T}(n_1 + n_2)$$

وإذا تغير E مع الزمن تبعاً للدالة الأسية $e^{i\omega t}$ ، تعطي المعادلة (٢١) الحل الاتي :

$$n_1 - n_2 = \frac{(n_1 + n_2)}{1 + i\omega\tau} \frac{\rho E}{k_B T} \quad (٢٢)$$

وهكـــذا تـــلعب ι التى تم إدخالها فى المعادلة (٦-١٩) دورا فى زمن الاسترخاء وإذا كان عدد الجزيئات فى وحدة الحجوم هو N ، تعطى الاستقطابية بالعلاقة :

$$N\alpha = \frac{P}{\varepsilon} = \frac{\rho(n_1 - n_2)}{E} = \frac{N\rho^2}{k_B T} \frac{1}{1 + i\omega\tau} \quad (٢٣)$$

وتكـــون أزمـــنة الاسترخاء فى الجوامد عادة أطول كثيرا عن مـــثيلاتها فى السوائل. وهو سلوك يوازى سلوك معدلات الانتشار فى الســـوائل والجوامد. ولقد أرجع بريكينريدج Breckenridge الفقد فى

العــزل فى بــلورة الهاليدات القلوية إلى وجود عيوب فى الشبيكة فى البلورات.

(٦-١٣) ثابت العزل الكهربى المركب وزاوية الفقد

يمكن كتابة ثابت العزل الكهربى المركب بالنسبة للاستقطابية

$$\tilde{\alpha} \approx \frac{\alpha_0}{1 + i\omega\tau}$$

يكــون ثابت العزل الكهربى مع جعل المجال الموضعى مساويا للمجال المؤثر.

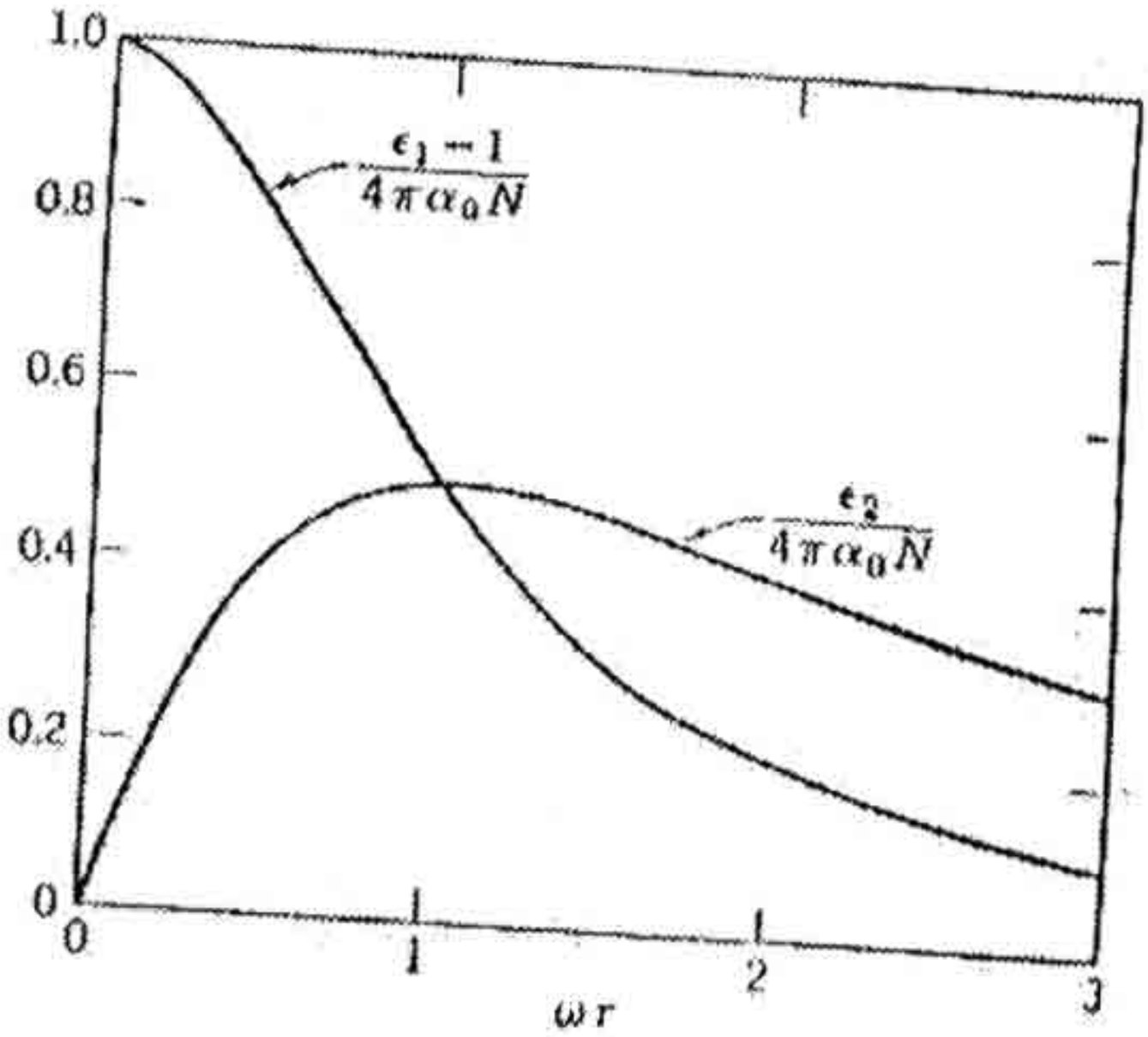
$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 1 + \frac{4\pi\alpha_0 N}{1 + i\omega\tau} = 1 + \frac{4\Pi\alpha_0 N}{1 + \omega^2\tau^2} - i\frac{4\Pi\alpha_0\omega\tau N}{1 + \omega^2\tau^2}$$

لهذا :

$$\varepsilon_1 = R(\tilde{\varepsilon}) = 1 + \frac{4\pi\alpha_0 N}{1 + \omega^2\tau^2}, \varepsilon_2 = -g(\tilde{\varepsilon}) = \frac{4\pi\alpha_0\omega\tau N}{1 + \omega^2\tau^2}$$

حيث بدل R، g للمركبتين الحقيقة والتخيلة لثابت العزل الكهربى المركب على الترتيب. ويوضح الشكل (٦) تغير كل من ϵ_1 و ϵ_2

بتغير التردد



الشكل (٦)

تعطى القدرة المبددة لكل وحدة حجوم بالعلاقة.

$$\wp = j_p E \qquad (٢٤)$$

حيث j_p مركبة كثافة شدة التيار التى تتفق فى الطور مع E ويكون

$J = \sigma E + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial D}{\partial \tau} = (\sigma + \frac{i\omega\varepsilon}{4\pi})E$ وحدات كهروستاتيكية

$J = \sigma E + \frac{\partial D}{\partial t} = (\sigma + i\omega\varepsilon\varepsilon_0)E$)(٢٥) وحدات النظام الدولي

وعند $\sigma = 0$, $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_1 - i\omega_2$ وتصبح :

$$J = (\frac{\varepsilon_2 \omega}{4\pi} + \frac{\varepsilon_1 \omega}{4\pi})E$$ وحدات كهروستاتيكية

$J = (\varepsilon_2 \omega + i\omega)\varepsilon_0 E$ وحدات النظام الدولي

وبذلك تكون القدرة المبددة هى :

$$\vartheta = \frac{E^2}{4\pi}\omega\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_1 E^2}{4\pi}\omega\tan\delta$$ وحدات كهروستاتيكية

$\vartheta = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E^2 \omega \tan\delta$ (٢٦) وحدات النظام الدولي

حيث تعرف زاوية الفقد أو معامل القدرة كما يلى:

$$\tan\delta = \frac{e_2}{e_1}$$ (٢٧)

ويعرف العامل -Q لنظام كما يلى :

$$Q = \frac{\text{النهاية العظمى للطاقة المختزنة}}{\text{متوسط الفقد فى الطاقة لكل راديان}}$$ (٢٨)

وتختصر فى حالة العازلات الكهربية إلى

$$Q = \frac{\varepsilon_1 E_0^2 / 8\pi}{(\varepsilon_1 E^2 / 4\pi)\tan\delta} = \frac{1}{\tan\delta}$$ (٢٩)

بفرض أن :

$$\overline{E}^2 = \frac{E_o^2}{2}$$

ولا تتوقف النتيجة $Q = \frac{1}{\tan\delta}$ على نظام الوحدات المستخدمة.

• أسئلة وتمارين:

١ – أكتب نبذة عن كل من

أ) المجال الكهربى الموضعى ب) مجال لورنتز

ج) مجال إزالة الاستقطاب

٢– بيـــن أن قيمة متوسط المجال بين لوحى المكثف تظل كما هى قبل إدخال العازل.

٣– بين كيف تستنتج علاقة كلاوزباس وموسوتى.

٤– اشرح إحدى التجارب العملية لقياس ثابت العزل.

٥– اشرح النظرية التقليدية للاستقطابية الإلكترونية

٦– أكتب نبذة مختصرة عن كل من:

أ) الاستقطابية الإلكترونية ب)الاستقطابية الأيونية

ج) الاسترخاء فى الجوامد

٧– أوجد علاقة تردد الاستقطابية الالكترونية لإلكترون تردده الرنينى على اعتبار أن النظام يماثل متذبذبا توافقيا بسيطا.

٨– اكتب نبذة مختصرة عن كل مما يأتى

أ) ثابت العزل المركب ب) زاوية الفقد جـــ) القدرة المبددة ء) العامل Q

٩– بين أن ثابت العزل الكهربى عند تردد ω لوسط يحتوى على N إلكترون حر لكل وحدة حجوم بالوحدات الكهروستاتيكية هو

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\Pi N e^2}{m\omega^2}$$

وجود الكتلة فى المقام يتيح إمكانية إسهام الأيونات الموجبة الموجودة

١٠- بيـــن أن اســـتقطابية كرة فلزية نصف قطرها (a) هى $\alpha = a^2$
يمكـــن الحصـــول على هذه النتيجة بافتراض أن $E = 0$ داخل
الكرة واستخدام معامل إزالة الاستقطاب. هذه النتيجة تعطى فيما
للاستقطابية $\propto$ لها نفس رتبة استقطابيات الذرات ويكون شبيكة
بهـــا N مـــن الكـــرات الموصلة لكل وحدة حجوم وثابت عزل
كهـــربى $\varepsilon_o = 1 + 4\pi Na^3$ عـــندما يكـــــون $Na^3 << 1$
وتستخدم هذه النتيجة فى صناعة العدسات المستخدمة فى مجال
الأمواج الدقيقة (المكرونية).

١١- فى حالـــة المجـــال الموضعى ليس ضروريا أن يكون التجويف
كـــريا فقـــد يكـــون عـــلى شـــكل مكعب وجهة العمودى مواز
للاســـتقطاب ، فى هذه الحالة تكون كثافة شحنة الاستقطاب على
الوجهيـــن العلوى والسفلى للمكعب منتظمة وتساوى $\pm P$ بينما
لا تحمـــل الأوجـــه الأخـــرى أي شحنة . بين أنه لهذا التجويف
تكون :

$$\varepsilon_2 = \frac{4\pi P}{3}$$

تماما كما فى حالة التجويف الكرى بالوحدات الكهروستاتيكية

١٢) كـــرة ثـــابت العـــزل الكهربى لها ε وضعت فى مجال خارجى منتظم E_0

II) ماهو متوسط المجال الكهربى E داخل الكرة؟

ب) بين أن الاستقطاب فى الكرة هو : $P = x E_o [1 + \frac{4\pi x}{3}]$

: حيث :

$$x = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi}$$