

نموذج لقسرة والد أعداد سحرية The shell model and magic numbers

* في الفيزياء الذرية وهدأه طاقة إلتأيم (الطاقة اللازمة لطرده إلترونه من ذرة متعادلة تحتوي عدد من البروتونات يساوي Z) تظهر مجموعة من القفزات حول الأرقام $Z=2, 10, 18, 36, 54, 86$ وهذه الأرقام مثله لمجموعة ذرات الغازات النبيلة مثل الإليوم ($Z=2$) والنيوم ($Z=10$) ... وقد تم تفسير ذلك بأنه هذه القفزات تكون مصحوبة بمستويات طاقة مغلقة (مملوءة).

* تحدث ظاهراً مماثلة في الفيزياء النووية. حيث يوجد العديد من الأدلة التجريبية التي توضح أنه للنوية الذرية لديها أيضاً ترتيب قشري وتمليه بناء تلك القسرات، بنفس طريقة ملء مستويات البروتونات في الذرة، وذلك بملء القسرات المتتالية حتى يتم جردى فعلاً *effective potential* Well. على سبيل المثال:

الماتل النووي لطاقات إلتأيمه الذرية هي "طاقات الفصل" S_n, S_p Separation Energies
وهي الطاقة الضرورية لفصل بروتون S_p أو نيوترون S_n من النواة.

$$S_n = B(Z, N) - B(Z, N-1) \quad , \quad S_p = B(Z, N) - B(Z-1, N)$$

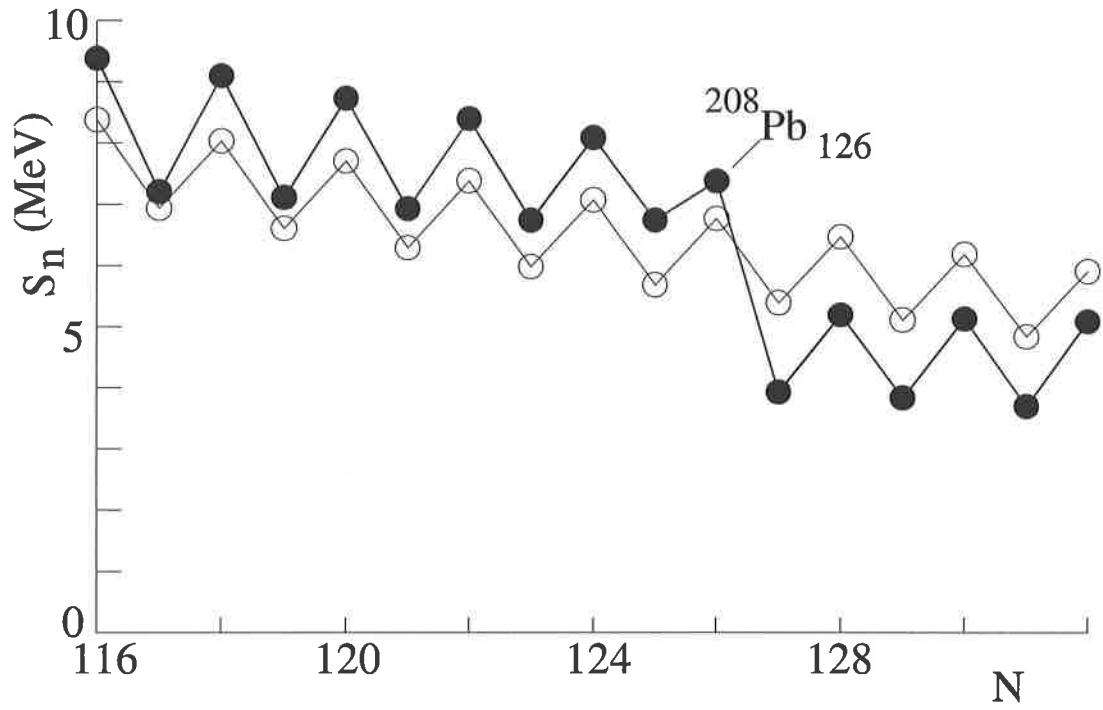
← تمليه حسابي من نظريته نفس لفصل
تمليه حسابي من نظريته متتاليه مع الأيزوبارات (نفس عدد بكتلة A)

لهاتيه الكميتين تقترن قفزات عند قيم خاصة لكل من عدد بروتونات Z وعدد نيوترونات N هذه الأرقام تسمى "الأعداد السحرية" وهي $2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$

ملاحظة عند مقارنة طاقة الفصل لنيوترون في نظائر البرصا ($Z=82$) كدالة من عدد نيوترونات N مع لواقض التذبذب من القيم بين الأرقام الفردية والزوجية مع وجود قفزة واضحة عند العدد السحري $N=126$. كل طاقة فصل ببلد نيوترون عند ما يكون بعدد مزدوج أكبر من حالة العدد الفردى على الرغم من إلتقاءه المستمر مع زيادة عدد النيوترونات.

هذه القفزة من طاقة الفصل تنشأ من زيادة طاقة الترابط من الأوية سحرية عند مقارنته

بالنتائج المتوقعة باستخدام نموذج قطرة السائل (صغيرة، كتلة لوانز بيتيه - ويباكر *Bethe-Weizsäcker* نصف الوضعية *semi empirical*).



شكل رقم () طاقة فصل النيوترون في نظائر الرصاص كدالة في عدد النيوترونات النقاط الممتلئة (السوداء) تمثل القيم المقاسة، في حين أن النقاط المفتوحة (الفارغة) تمثل التوقعات بناءً على صيغة بيتيه وويساكر Bethe-Weisacher formula.

* منه جدول لمعرفة قيم κ كما يلي :

الغرض منه طاقة ارتباط لكل نيوكلويد (B/A) تجريبياً ونظرياً كدالة في عدد البروتونات وعدد النيوترونات - نلاحظ انه هذا الغرض يزداد بالقرب من الأعداد السحرية $2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ كما هو واضح من الشكل لصيغة التالية .

طالما انه الطاقة الضرورية لتحرير نيوترونه من النواة تكون كبيرة وخاصة عند الأعداد السحرية ، فإنه

الغرض من الطاقة بينه \oplus الحالة الأرضية النووية Nuclear ground state
 \ominus حالة إثارة الأوكس first excited state

يكون كبيراً خاصة مع النوية ذات الأعداد السحرية .

* يوضي الجدول مقدار الطاقة كدالة في عدد النيوترونات المزدوجة (even N) للعناصر ($Z=80$) الزئبق ، ($Z=82$) الرصاص ، ($Z=84$) البولونيوم

N →	112	114	116	118	120	122	124	126	128	130	132
80Hg	423	428	426	412	370	440	436	1068			
82Pb	260	171	304	1027	960	900	803	2614	800	808	837
84Po	463	605	665	677	684	700	687	1181	727	610	540

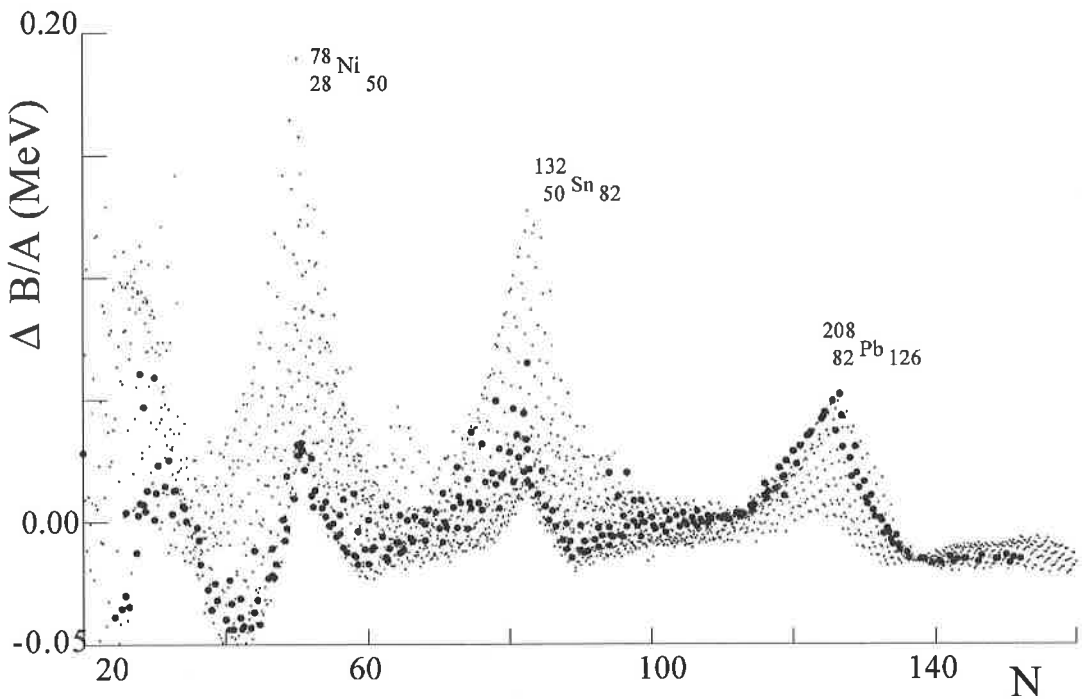
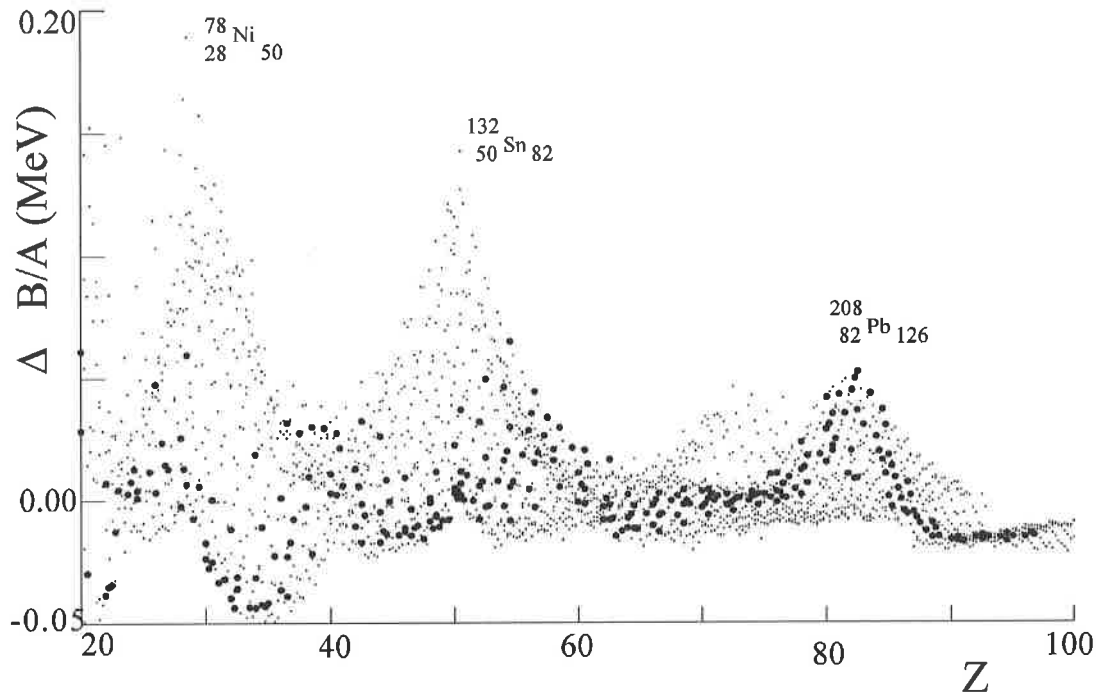
- فقط الأنوية (المزدوجة - المزدوجة even-even) تم الإشارة إليها في الجدول لأنها جميعاً مستقرة
 ترتيب سائل للنيوكلويدات وهو $J^P = 0^+$ للحالة الأرضية و $J^P = 2^+$ للحالة المثارة الأوكس .

- من متابعة البيانات بالجدول نلاحظ قفزة كبيرة من حالة الأعداد المزدوجة السحرية (من حالة الرصاص 82Pb)

* الأعداد السحرية تمثل مستويات متمثلة وتعتبر كروية الشكل .

توزيع النيوكلونات داخل النواة .

لكل نيوكلويد حركة مغزلية ($Spin = \frac{1}{2}$) . وعلى الرغم من حساب متوسط طاقة ارتباط النوية لكل نيوكلويد ، إلا انه هذه النيوكلونات تؤثر على قوى مختلفة وهي من حالة توازن مما يجعل من المفترض انه طاقاته مختلفة بالإضافة إلى إمكانية التداخل (الحركة المغزلية المتعاضة) والحركة المدارية المفترضة والتفاعل بين الحركتين مما يجعل على تقسيم مستويات الطاقة المفترضة بحيث أنها تعتمد على



شكل رقم () الفرق بوحدات مليون إلكترون فولت (MeV) بين القيم المقاسة لطاقة الترابط النووي (B/A) والقيم المحسوبة بواسطة الصيغة الوضعية للكتلة (empirical mass formula) كدالة في عدد البروتونات Z (الجزء الأعلى من الرسم) وعدد النيوترونات N (الجزء السفلي من الرسم). النقاط الكبيرة تمثل الأنوية المستقرة بالنسبة لاضمحلال بيتا β . من متابعة تغير القيم على الرسم، يمكن ملاحظة مجموعة من القمم عند الأعداد السحرية لكل من البروتونات والنيوترونات. تلك الأعداد هي 2, 28, 50, 82, and 126. الزيادة الكبيرة في الفرق تحدث في الأنوية مزدوجة العدد السحري (عدد للبروتونات يساوي عدد سحري وكذلك عدد النيوترونات يساوي عدد سحري).

الاتجاه الفراغي لنسب للزوايا المدارية والمغزلية.

تفاعل الحركة المدارية والمغزلية يغير الحالة المتصلة من الطاقة وينقل إلى الحالة الكمومية وهذا يفسر طاقة النيوترونات تعتمد على تدرج أعداد كمومية هي

$$n \equiv \text{العدد الكلي الرئيسي}$$

$$l \equiv \text{العدد الكلي للمغزلة للزوايا المدارية}$$

$$j \equiv \text{العدد الكلي للمغزلة للزوايا الكلية} \quad j = l \pm \frac{1}{2}$$

بناءً على ذلك فإنه لإيجاد القيمة المتوقعة لحاصل الضرب لقياس $\bar{l} \cdot \bar{s}$ نستخدم كالتالي

$$\frac{\bar{l} \cdot \bar{s}}{\hbar^2} = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2} \quad \text{حيث } s = \frac{1}{2}$$

$$= l/2 \quad \text{for } j = l + \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{(l+1)}{2} \quad \text{for } j = l - \frac{1}{2}$$

عند توزيع النيوترونات بين مستويات مختلفة نجد أنه

- لأى قيمة n فإنه مستويات الطاقة تتغير كمياً تتناسب مع الدالة l و l
- بالنسبة للعدد الكلي l سالب $l < 0$ نجد أنه حالات الطاقة ذات حركة مغزلية مصطنعة مع العزم الزاوي المداري $(j = l + \frac{1}{2})$ تمتلك طاقة منخفضة ، بينما الحالات الغير مصطنعة $(j = l - \frac{1}{2})$ ذات طاقة عالية . كما يبدو ذلك من الشكل بالصفحة التالية .

- الأعداد الكسرية المتوقعة تقابل أوبتيلات orbitals ذات فجوة كبيرة تفصلهم عن الأوربيتالات الأعلى التالية .

- بالنسبة للمستويات المنخفضة ، تقسيمات الحركة المدارية - المغزلية Spin-orbit splitting تكون صغيرة بدرجة كافية تحفظ الأعداد الكسرية الأصلية 2 ، 8 ، و 20 .

- بالنسبة للمستويات الأعلى ، تصبح التقسيمات ذات أهمية وتظهر الفجوات عند الأعداد 28 ، 50 ، 82 ، و 126 . وهذا يتوافق مع الأعداد الكمومية المشاهدة .

- يتوقع نموذج بقشرة أنه العدد 184 سيكون بعدد كسري لثنائي بعد 126 .

بالإضافة إلى التوقعات الصحيحة للأعداد السحرية - فإنه نموذج بقشرة يتوقع الحركات المنفصلة spins والتناظرات parities للعديد من الحالات النووية.

• الحالات الأرضية في الأنوية مزدوجة - مزدوجة even-even تتوقع أنه تكون 0^+ وذلك بسبب أنه كل النيوكليونات تكون مزدوجة (متزاوجة) مع شريكه معاكس من العزم الزاوي.

• الحالات الأرضية في الأنوية مزدوجة - مفردة odd-even تتأخذ أعداداً كميّة لنيوكليون غير متزاوج واحد. على سبيل المثال:

* كلاً من $^{17}_9\text{F}$ و $^{17}_8\text{O}$ (أيزوبارات) به نيوكليون واحد غير متزاوج خارج عدد سحري

مزدوج مثل $^{16}_8\text{O}$. النيوكليون الإضافي يوصف بـ $l=2$ و $z=5/2$ - ومنه تم قياس القيمة

المتوقعة للنواة كطبيعة spin-parity سادس $5/2^+$ حيث أنه parity للذور بيتال سادس $l(-)$ وهذا يتوافق مع الملاحظات.

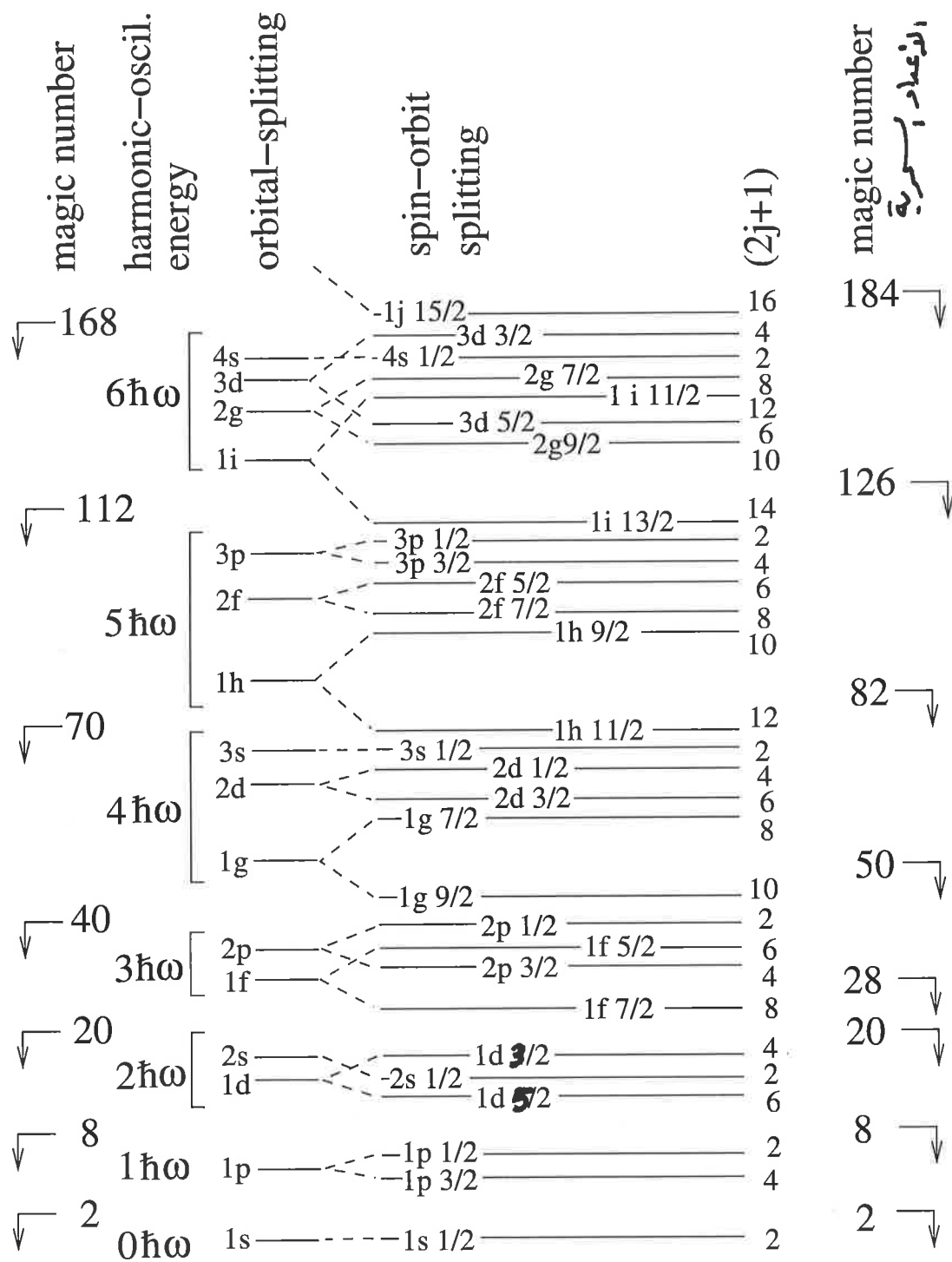
* حالات البرونة الأولى كلاً من $^{17}_9\text{F}$ و $^{17}_8\text{O}$ تطابق مع رفع النيوكليون لغير مزدوج إلى الذور بيتال الأعلى الثاني والمتوقع أنه يكون $1/2^+$ وهو ما يتفق مع الملاحظات.

* على الجانب الآخر، نجد أنه كلاً من $^{15}_7\text{N}$ و $^{15}_8\text{O}$ يحتوي على فجوة hole في $^{16}_8\text{O}$.

الأعداد الكميّة للحالة الأرضية ينبغي أنه تكون أعداداً كميّة للعبوة التي توصف بـ $l=1$ و $z=1/2$ طبقاً لما ورد في الشكل. الأعداد الكميّة للحالة الأرضية يتوقع أنه تكون $1/2^-$ لتتوافق مع الملاحظات.

نموذج بقشرة يتوقع أيضاً العزوم المقناطيسية النووية الناشئة عن العزوم الزاوية المدارية والمنفصلة.

وتعتبر حسابات نموذج بقشرة من الأهمية بمكانه في العديد من ظواهر الفيزياء النووية. على سبيل المثال من حسابات معدلات إضمحلال β . للعلم فإنه الحسابات هنا التامة غاية من التعقيد وخارج نطاق هذا المقرر.



شكل رقم () أوريبتالات النيوكليونات في نموذج يعتمد على التفاعل بين الحركة المدارية والمغزلية spin-orbit interaction. العمودين في الشمال، يمثلان الأعداد السحرية وطاقات الجهد الهارموني النقي. تقسيم القيم المختلفة في العزم الزاوي المداري l يمكن ترتيبه بتعديل الجهد المركزي. وأخيراً تزاوج للحركة المدارية والمغزلية spin-orbit coupling يقسم المستويات بحيث تعتمد على الاتجاه النسبي لكل من العزم الزاوي المداري والمغزلي. عدد النيوكليونات في كل مستوى يساوي $2j + 1$ والأعداد السحرية الناتجة تظهر على يمين الرسم.

سؤال محلولة حول نموذج بقشرة للنواة لذرية

٣١ ① باستخدام نموذج بقشرة لنوى التي يتوزع النيوترونات لذوية

الحالة الأرضية: ${}^7\text{Li}$ ، ${}^{13}\text{C}$ ، ${}^{25}\text{Mg}$ في الحالة الأرضية.

٣٢ ② باستخدام نموذج بقشرة لنوى، حدد اللف $spins$ والتماسك $parities$ لذوية التالية في

الحالة الأرضية: ${}^{17}\text{O}$ ، ${}^{29}\text{Si}$ ، ${}^{39}\text{K}$ ، ${}^{45}\text{Sc}$ ، ${}^{63}\text{Cu}$

٣٦ ③ باستخدام نموذج بقشرة لنوى، حدد لغزوم المقاطعية لذوية في الحالة الأرضية:

(a) ${}^3\text{H}$ and ${}^3\text{He}$ (b) ${}^{17}\text{O}$ and ${}^{39}\text{K}$

① نواة الليثيوم ${}^7_3\text{Li}$ • توزيع البروتونات

$1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^1$ • النيوترونات

$1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^2$ • توزيع الكلي للنيوترونات

$1s_{1/2}^4$ $1p_{3/2}^3$

* نواة الكربون ${}^{13}_6\text{C}$ • توزيع البروتونات

$1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ • توزيع النيوترونات

$1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^1$

$1s_{1/2}^4$ $1p_{3/2}^8$ $1p_{1/2}^1$ • توزيع الكلي

* نواة المغنسيوم ${}^{25}_{12}\text{Mg}$ • توزيع البروتونات

$1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^2$ $1d_{5/2}^4$ • توزيع النيوترونات

$1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^2$ $1d_{5/2}^5$

$1s_{1/2}^4$ $1p_{3/2}^8$ $1p_{1/2}^4$ $1d_{5/2}^9$ • توزيع الكلي

⑤ نواة البروجميه $^{17}_8\text{O}_9$

توزيع البروتونات

توزيع النيوترونات

$1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^2$

$1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^2$

$1d_{5/2}^1$

$\rightarrow l=2 \rightarrow \text{parity} = (-1)^l = (-1)^2 = +$
 $j=5/2$

$\therefore \text{Spin-parity} = 5/2 (+)$

* نواة السيليكون $^{29}_{14}\text{Si}_{15}$

توزيع البروتونات

توزيع النيوترونات

$1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^2$ $1d_{5/2}^6$

$1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^2$ $1d_{5/2}^6$

$2s_{1/2}^1$

$\rightarrow l=0 \rightarrow \text{parity} = (-1)^0 = +$
 $j=1/2$

$\text{Spin-parity} = 1/2 (+)$

* نواة البوتاسيوم $^{39}_{19}\text{K}_{20}$

protons $\rightarrow 1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^2$ $1d_{5/2}^6$ $2s_{1/2}^2$ $1d_{3/2}^3$

neutrons $\rightarrow 1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^2$ $1d_{5/2}^6$ $2s_{1/2}^2$ $1d_{3/2}^4$

$\rightarrow l=2 \rightarrow \text{parity} = (-1)^2 = +$
 $j=3/2$

$\text{Spin-parity} = 3/2 (+)$

* نواة الكاديوم $^{45}_{21}\text{Sc}_{24}$

protons $\rightarrow 1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^2$ $1d_{5/2}^6$ $2s_{1/2}^2$ $1d_{3/2}^4$ $1f_{7/2}^1$

neutrons $\rightarrow 1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^2$ $1d_{5/2}^6$ $2s_{1/2}^2$ $1d_{3/2}^4$ $1f_{7/2}^4$

$\rightarrow l=3 \rightarrow \text{parity} = (-1)^3 = -$
 $j=7/2$

$\text{Spin-parity} = 7/2 (-)$

* نواة النحاس $^{63}_{29}\text{Cu}_{34}$

protons $\rightarrow 1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^2$ $1d_{5/2}^6$ $2s_{1/2}^2$ $1d_{3/2}^4$ $1f_{7/2}^8$

neutrons $\rightarrow 1s_{1/2}^2$ $1p_{3/2}^4$ $1p_{1/2}^2$ $1d_{5/2}^6$ $2s_{1/2}^2$ $1d_{3/2}^4$ $1f_{7/2}^8$ $2p_{3/2}^1$

$\rightarrow 2p_{3/2}^1$

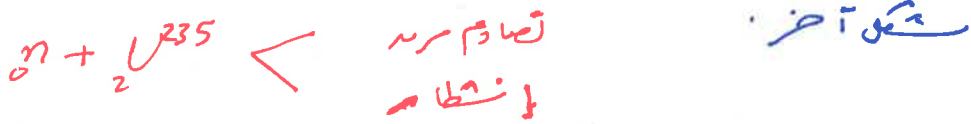
$\rightarrow l=1 \rightarrow \text{parity} = (-1)^1 = -$
 $j=3/2$

$\text{Spin-parity} = 3/2 (-)$

النماذج النووية :

عبارة عن مجموعة من القواعد والمفاهيم التي يتم من خلالها تفسير التوزيع الفراغي للنوات النووية الذرية. تم التوصل إلى هذه النماذج من خلال محاولة تفسير سمات التفاعلات النووية والتنبؤ بالترتبة عليها.

أمثلة : - حدوث انشطار لبعض النوى عند سقوط جسيمات ذات طاقة حركية محدودة عليها. فإذا تغيرت طاقة الحركة تحول التفاعل النووي إلى



- المتطوع لمرضا التفاعل لبعض النوى ليبرهدة و مجرد تغير طفيف من ملامح النوات يتحول التفاعل النووي إلى إصدار ضعيف هدة.

من أمثلة النماذج النووية

- 1- نموذج قطيرة الماء water droplet Model
- 2- النموذج القشرة shell Model
- 3- النموذج التجميعي Collective Model

1- نموذج قطيرة الماء : ليتم هذا النموذج بنجاح من تفسير حدوث الانشطار النووي وتتم من خلاله حساب طاقة ارتباط النوى عن طريقه لبعض المفاهيم الفيزيائية المتعددة.

طاقة ارتباط النوى

$$B = aA - bA^{2/3} - \frac{cZ(Z-1)}{A^{1/3}} - \frac{d(N-Z)^2}{A} \pm \frac{e}{A} + \delta$$

حيث a, b, c, d, δ = ثوابت

A = عدد النيوترونات + عدد البروتونات (عدد النيوترونات)

• مرسوم نموذج لانتقال الطاقة (مطرقة الجار) لترتيب لنواة ذرية.

- 1- المادة النووية غير متجانسة للانعكاس . وبالتالي فإن كثافة المادة النووية متساوية لقيمة من كل الانوية .
- 2- القوة النووية بين النيوترونات (بروتونات ونيوترونات) لا تعتمد على الكتلة وانظر قيمة المدى تعكس القوة الكهربائية .
- 3- القوة النووية ذات طبيعة تجاذبية بمعنى أنك لا تنظر سوى بين الكتلونات النووية المتقاربة معاً فقط . كل نيوترون يرتبط بقوة نووية مع النيوترونات المجاورة له فقط .

• المعنى الفيزيائي لحدود معادلة مطرقة الجار (الأس)

1- الحد الأول (aA) . حد الحجم .

حيث أنه كل نيوترون يتفاعل مع النيوترونات المجاورة له فقط نتيجة خاصية التبع للقوة النووية . فبما هذا يعني أنه كلما زاد عدد النيوترونات من النواة زادت القوة النووية الكلية وبالتالي تزداد قوة الترابط النووي للنواة كلها .

حيث أنه حجم النواة يزداد بزيادة عدد النيوترونات لأنني غير متجانسة للانعكاس لذلك فإن كثافة الترابط النووي الكلية تتناسب مع حجم النواة .

$$B-E \propto A \quad \rightarrow \quad B \cdot E = a A$$

حجم النواة له ثابت تناسب

- لإشارة موجبة لهذا الحد تعني أنه حجم النواة يزداد مع زيادة طاقة الترابط النووي الكلية ، من ناحية أخرى فإن كثافة الترابط النووي لكل نيوترون تساوي مقدار ثابت . وهذا هو الواقع التجريبي باستثناء عدد محدود من الانوية الخفيفة

$$B \cdot E = a A$$

$$\therefore \frac{B \cdot E}{A} = a$$

٥. الحد الحائض (b A^{2/3}) من التوتر السطحي

يختص بتأثير النيوترونات الموجودة على سطح لنواة على طاقة الترابط النووي الكلية. عدد النيوترونات الموجودة على سطح يتناسب طردياً مع مساحة السطح. بفرضه n ، النواة كروية الشكل وبالكافي بانه $b A^{2/3}$ على السطح.

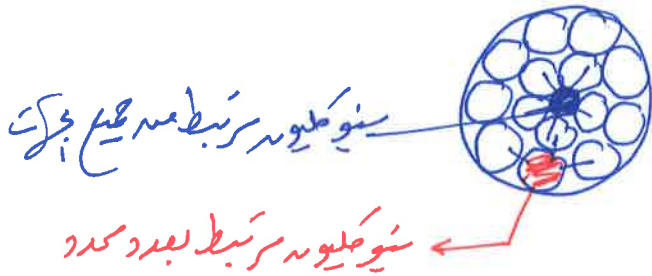
$$S = 4\pi R^2$$

$$= 4\pi (r_0 A^{1/3})^2$$

$$= 4\pi r_0^2 A^{2/3}$$

$$= b A^{2/3}$$

• النيوترونات الموجودة داخل النواة يرتبط مع النيوترونات الموجودة حوله من جميع الاتجاهات. أما النيوترونات الموجودة على السطح فيرتبط بعدد محدود من النيوترونات كما يتضح من الشكل.



وهذا نجد انه النيوترونات الموجودة على السطح لا تتهم بنفس الدرجة مثل النيوترونات الموجودة داخل النواة.

ولذلك يأخذ هذا الحد إحصائية سالبة.

* ثبت من خلال التجربة انه الثابت $b = 17.8 \text{ MeV}$

هذا الحد يؤثر بشكل كبير على طاقة الترابط الكلية وذلك طاقة الترابط لكل نيوترون في النوية الصغيرة، نظراً لأنه السطح كبير مقارنة بالحجم عنده من حالة النوية الكبيرة. ولذا تتنقص $B.E/A$ في النوية الصغيرة.

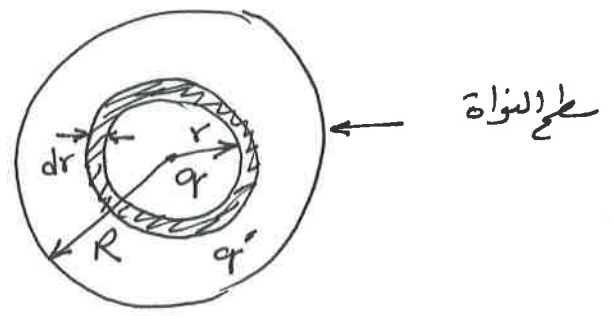
الحد الحثي $\frac{z(z-1)}{A^{1/3}}$ - تأثير كولوم

هذا الحد ناتج عن التفاعل الكهروستاتيكي بين البروتونات الموجودة بالنواة وذلك لأجل طاقة تنافر بين الجسيمات المتكاثرة بالنواة وهي البروتونات. تعد هذه القوة على لقوة لنوية ولذلك يمدد له إشارة سالبة.

- إنه إضافة روتون واحد إلى نواة يكون له تأثير أكبر على مقدار طاقة الترابط أكبر من إضافة نيوترون واحد، لأنه يبروتون يتفاعل مع كل البروتونات الموجودة في النواة بينما النيوترون يتفاعل مع النيوترونات المجاورة له ومنه تم إيجاد إضافة روتون ونيوترون إلى نواة لنوية يجعل أقل تماثلاً لتناقص طاقة الترابط لنوي لكل نيوترون. ولذا نجد أن النسبة بين عدد النيوترونات إلى البروتونات في النوية الثقيلة تكون في حالة لنوية أخففة.

- يفرض أنه البروتونات موزعة بانتظام في كل فراغ الذي تشغله نواة، بالصيغة على حجم النواة نحصل على كثافة كتلة كتلة بالنواة

$$\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$



حيث

بأخذ شحنة كتلة dr على مسافة r من مركز النواة

الكثافة الكلية داخل كرة نصف قطرها r

$$q = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

شحنة ذات سماكة dr داخل كرة نصف قطرها r

$$q' = 4\pi r^2 \rho dr$$

الطاقة الكلية عن توزيع البروتونات داخل النواة

$$E = \int_0^R \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \cdot 4\pi r^2 \rho \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{16}{15}\pi^2 \rho^2 R^5 = \frac{16}{15}\pi^2 \frac{Z^2 e^2 \times 9}{16\pi^2 R^6} R^5$$

$$= \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R}$$

الطاقة الناتجة عن بروتون واحد طبقاً لهذه المعادلة

$$E_p = \frac{3}{5} \frac{e^2}{R} \quad \text{و} \quad z=1$$

وهي أنه كل بروتون يتفاعل مع بقية البروتونات داخل النواة ، لذا فإن الطاقة الكلية عن كل بروتون مجزوء سادس

$$E_z = \frac{3}{5} \frac{z^2 e^2}{R} \quad \text{و} \quad E_z = \sum_{i=1}^z E_p = \frac{3}{5} \frac{e^2}{R} (1 \rightarrow z)$$

يذهب صرح هذا المقدار من الطاقة من الطاقة الكلية لكل مكونات النواة من بروتونات جسيمه كسنة موزعة في فراغ النواة

$$\therefore E = \frac{3}{5} \frac{z^2 e^2}{R} - \frac{3}{5} \frac{z e^2}{R}$$

$$= \frac{3}{5} \frac{e^2}{R} (z^2 - z)$$

$$= \frac{3}{5} \frac{e^2}{R} z(z-1)$$

$$= \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} \frac{z(z-1)}{A^{1/3}}$$

$$= C \frac{z(z-1)}{A^{1/3}} \quad \text{و} \quad C = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0}$$

وهو نفس الحد لثابت من صيغة طاقة الترابط النووي
وكما ذكرنا سابقاً فإن هذه الطاقة تقلل من طاقة الترابط النووي الكلي للنواة
لذلك طاقة تشارون ولذا يوضع أمامه إشارة سالبة .

لنقصد بالتماس هو عدد البروتونات والنيوترونات

من خلال منحني الثبات لنظائر العناصر يتضح أنه، لنظائر الخفيفة يتساوى فيكون

عدد البروتونات والنيوترونات (ابتداءً من البروتون ^2_1H حتى الكالسيوم

$^{40}_{20}\text{Ca}$). ابتداءً من الكالسيوم تزداد عدد النيوترونات عن عدد البروتونات

حتى تكافئ القوة النووية قصيرة المدى مع قوة التماس بين البروتونات (طويلة المدى)

ولذا فإنه خط الثبات للنظائر يختلف مع ذلك عندئذٍ عنه .

- للفالية لبعض من العناصر نظائر مستقرة وخاصة الخفيفة والمتوسطة (ابتداءً

من البروتون حتى الرصاص $Z=82$). ويوجد أكثر من نظير مستقر للعناصر لوحد

كما يتضح من الشكل في الصفحة التالية .

- زيادة عدد النيوترونات عن حد الاستقرار، يجعل النظير عرضة للتفكك بانطلاقه

جسيمات β^- ، بينما تناقص عدد النيوترونات عن حد الاستقرار، يجعل النظير أيضاً

عرضة للتفكك وذلك بانطلاقه جسيمات β^+ .

- من خلال متابعة عدد البروتونات والنيوترونات من التقاطع المستقر وهو أنه

في العناصر حتى الكالسيوم كانه $(N-Z) = \text{صفر}$ وباللحالي فإنه هذا، كما لا يشارك

في إضعاف القوة النووية (طاقة الترابط النووي الكلية) بمجرد ليس له تأثير ولكنه

مع زيادة النسبة بين النيوترونات إلى البروتونات، صار هذا، كما ذكرنا

ولما أوضحنا فإنه الزيادة الكبيرة، أو نقصانها كثيراً يؤدي إلى تفكك لنواة بمجرد

تناقص طاقة الترابط النووي ولهذا توضع إستراتيجية سلبية لهذا .

- حد التماس يعمل على انخفاض طاقة الترابط النووي الكلية ومنه تم زيادة قيمة هذا الحد

عن العنصر يؤثر سلباً مع تماسك لنواة وصلي إلى الاستقرار .

- يتناقص تأثير هذا الحد أيضاً كلما كان عدد النيوترونات كبيراً داخل لنواة ولذلك نلاحظ

A في المقام للدلالة على إلتصافه بعكس لهذا التأثير مع عدد النواة .

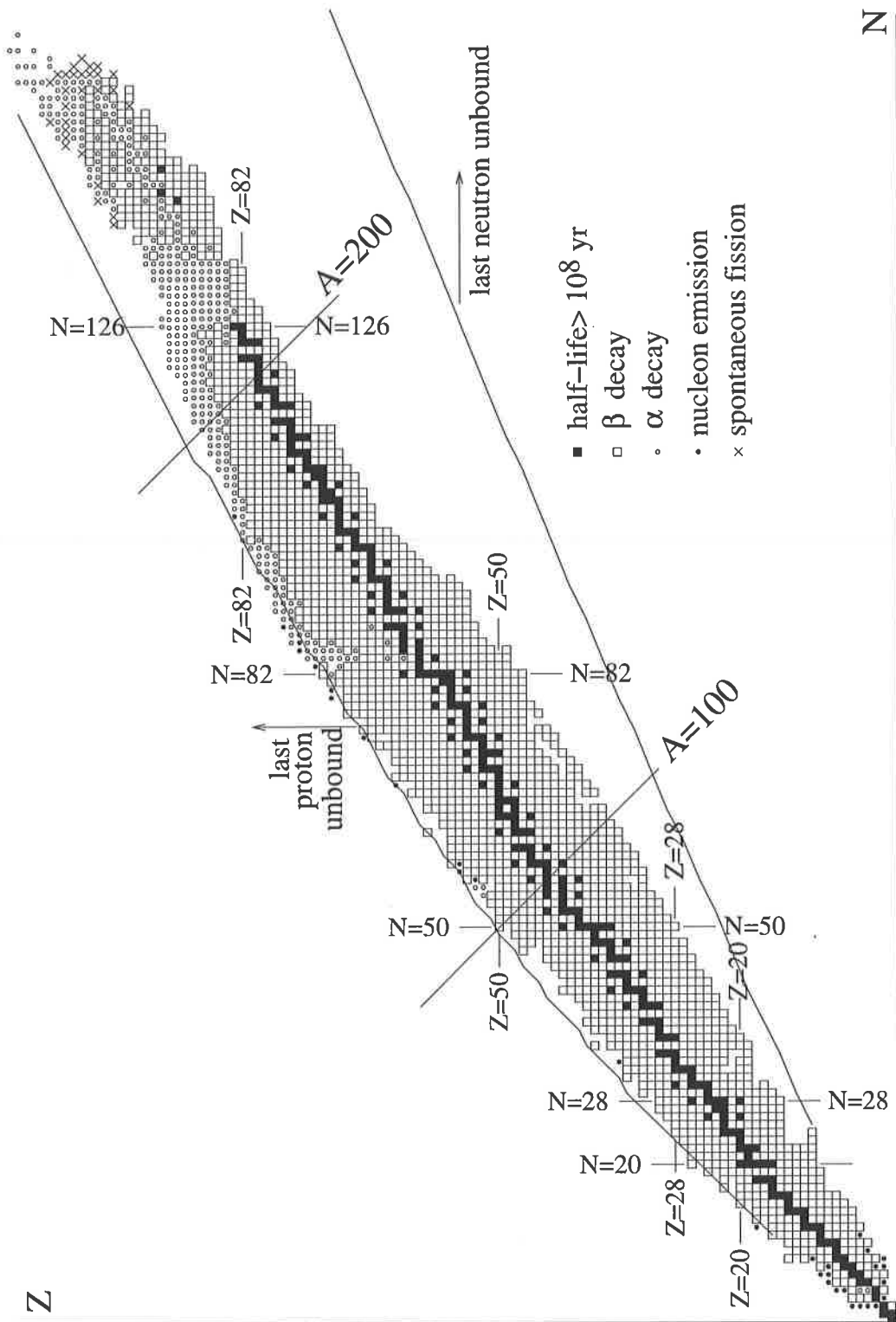


Fig. 2.1. The nuclei. The black squares are long-lived nuclei present on Earth. Combinations of (N, Z) that lie outside the lines marked “last proton/neutron unbound” are predicted to be unbound by the semi-empirical mass formula (2.13). Most other nuclei β -decay or α -decay to long-lived nuclei.

- تصد بالتزاوج هنا إقتراه البروتونات والنيوترونات داخل نواة لذرية وعدس تأثير ذلك مع قوة الترابط النووي

- منه ضلوك حصر النظائر الثابتة للعناصر وهذا

٥٠١	•	نواة	تتوسى	على	عدد	زوج	من	بروتونات	والنيوترونات
٦٩	•	"	"	"	"	"	"	"	وعدد
٦١	•	"	"	"	"	"	"	"	زوج
٥٠	•	"	"	"	"	"	"	"	من

د الهيدروجين الثقيل H^2 , (أى الديوتيريوم) والليثيوم Li^6 والبورون B^{10} والنيوتروجين N^{14} والقصدير Ta^{180}

- تيفض منه هذا السرد انه الذنوية ذات بعد الزوج من بروتونات والنيوترونات
تامة تماماً (ذات طاقة ترابط نووى كبير) عند الاذوية الأرضى وخاصة فردية عدد
البروتونات والنيوترونات.

- منه ضلوك لدراسة وجد انه العزم الزاوى الكلى ^{لمعظم} اذنوية مزدوجة عدد بروتونات والنيوترونات
يأوى صفر مما يعنى انه من سنويات الطاقة المتخلفة حيث إقتراه بين بروتون
والنيوترون وملاصها ذو عزم مغزى يأوى $\frac{1}{2}$. وعند تضاد الحركة المغزلية
لا يصير العزم المغزى الكلى مساوياً للصفر ومنه تم بعد النواة ألتد استقراراً.

- من ناحية أخرى وبسبب النسبة المتقاربة بين الاذوية (الزوجية - الفردية)
أو (الفردية الزوجية) تكارئة بعد الاذوية المستقرة (الزوجية - الفردية)
تميل إلى استدلال على انه التفاعل بين النيوكليونات المختلفة (بروتون - نيوترون)
كأى من أقتوى من التفاعل بين النيوكليونات المتكافئة (بروتون - بروتون) أو
(نيوترون - نيوترون).

- من حالة الاذوية الفردية (البروتونات والنيوترونات) نجد ترابط بين كل زوج من بروتونات
والنيوترونات وخاصة عند تساوى بعد مما يعنى على استقرار لنواة.

- عند ما يكون عدد النيوكليونات زوجين - زوجين تكونه الإشارة موجبة. بينما فردى - فردى الإشارة سالبة.
وهذا من الحالات الأخرى.

• الخداسة في حد بقرة

- لوفظ انه عدد الكنة كما اقرب من قيم كدوة صارت الذوية أكثر استقراراً وذلك
يعني زيادة طاقة لرباط النوى ولذلك سميت هذه الأعداد بـ "الأعداد السرية"

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

- كما اقرب عدد البروتونات أو النيوترونات أو كلاهما من هذه الأعداد من الأوية
ظهر اني أكثر استقراراً من الجاوره لى ولذلك يقال بأنه هذه الذوية صارت
مستويات الطاقة بى متلثة Closed shell nuclei وتكونه كروية بشكل

- بالتأكيد انه الأكثر استقراراً كما تله بى كتموس على عدد كسرى magic number

من البروتونات والنيوترونات نرى أنه واحد مثل ${}^2_2\text{He}^4$, ${}^8_8\text{O}^{16}$, ${}^{20}_{20}\text{Ca}^{40}$

ومجد انه أكثر إنتظاماً استقراراً هو ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ ذو أعلى طاقة ترابط بين نظام العناصر
جميعاً وتكسى متابعين ذلك من ضمن الرسم لبيان بين عدد النيوترونات وطاقة
الرباط لكو نيوترون.

- من ضمن القابع التجريبية وجد انه الصيغة العملية لطاقة الرباط النوى تعبر بالشكل

$$B.E = 15.7A - 17.8 A^{2/3} - \frac{0.6 Z^2}{A^{1/3}} - \frac{20(N-Z)^2}{A} + \frac{125}{A}$$

+ عدد البروتونات زوج وعدد النيوترونات زوج
- " " " " " " فردى " " " " " " فردى

أمثلة حول النماذج النووية

ما هي الخصائص الأساسية لنموذج قطرة بائل ونموذج بقشرة والنموذج التجميعي Collective model للنواة الذرية؟ حدد أي من خصائص النواة يمكن توقعها جيداً بواسطة كل نموذج وكيف يمكن تصحيح كل نموذج.

الحل: من المتفق عليه حقيقة وضعية أنه طاقة ارتباط النوى لكل نيوكلون B من النواة وكذلك كثافة المادة النووية تكون من الغالب الأعمم مستقلة عن عدد الكتلة A . إن هذا مشابه لقطرة البائل حيث حرارة التبخر والكثافة قيم مستقلة عن حجم القطرة.

إن إضافة تصويبات حدود تصويبية لقوة ارتباط النوى الكلية والتي تتناسب مع عدد النيوكليونات ينتج الصيغة الوضعية لتوقع طاقة ارتباط النوى. هذه التصويبات ناتجة عن ظواهر ميزانية مصيفية مرتبطة بمكونات النواة، وتسمى طاقة سطح وطاقة تناثر البروتونات وطاقة التزاوج وطاقة التماثل.

نموذج قطرة بائل يعطى علاقة بين عدد الكتلة A والعدد الذري Z للنوية المستقرة وصدايقته إن منحني ثبات β β -stability Curve، يتوافق مع إنتاجي التجريبية. بالإضافة لذلك فإنه نموذج قطرة بائل يشرح بسبب من أن عناصر مثل ${}^{43}_{Te}$ ، ${}^{64}_{Pm}$ ليس لديها أيزومرات مستقرة بالنسبة لحيمات بيتا β .

إذا تم معالجة نصف قطر النواة كمتغير من معاملات صيغة الكتلة $q_{surface}$ و q_{volume} ونحاول ضبط $q_{surface}$ الكتلة مع إنتاجي التجريبية، نجد أنه نصف قطر النواة يمكن اشتقاقه / الحصول عليه بدرجة توافق عالية مع القيم التي تم الحصول عليها بواسطة كل اطراف الأخرى. لذلك فإنه منحنى طاقة ارتباط النوعية يمكن شرحه جيداً بنموذج قطرة بائل.

* وجود الأعداد السحرية يشير إلى أن النوية الذرية ذات تركيب داخلي وقادري ذلك إلى نموذج القشرة النووي متابة للنموذج الذري والذي قد يشرح درجة ثبات (الاستقرار) الخاصة للنوية ذات الأعداد السحرية. إن نموذج بقشرة يتطلب:

① وجود قيمة متوسطة للمجال النووي والذي يكون من حالة النوية الكروية "جماً مركزياً".

② أنه كل نيوكلون في النواة يتحرك باستقلالية.

③ عدد النيوكليونات على مستوى طاقة (مفرصه أي النيوكليونات ذات الطاقة المتقاربة) يكون محدوداً طبقاً لمبدأ باولي Pauli's principle.

④ التفاعل بين الحركة المدارية والمغزلية Spin-orbit Coupling يحدد ترتيب مستويات الطاقة.

يستخدم نموذج القشرة من توقع اللف والتماثل Spin and parity لحالة الأرضية.

* بالنسبة للأزوية مزدوجة - مزدوجة even-even ، القيمة المتوقعة لللف والتماثل هي 0^+ من الحالة الأرضية وتم التأكيد من ذلك عملياً من كل الحالات . إنه لتوقع يعتمد على حقيقة أنه اللف والتماثل عادة يساوي 0^+ عندما يكون البروتونات والنيوترونات منفصولة كأزواج (أمدها Spin up والآخر Spin down $\leftarrow 0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$)

* توقعات اللف والتماثل لحالة الأرضية للأزوية ذات العدد الفردي لعدد البروتونات A ، ظهرت متوافقة غالباً مع لنتائج التجريبية .

* مفاهيم جديدة للأزوية مفردة - مفردة odd-odd ، يمكنه أيضاً توقعه من بواضع أنه وجود ارتباط بين الأعداد السرية والمقويات المثلثة .

ومع هذا فإنه نموذج القشرة لا يستطيع حل كل أشكال الأزوية . المقويات المثلثة تتلوه كروية وتمتد الوصول اليك بإضافة مزيد من النيوترونات حتى يمتد مستوى . وهذا نجد أنه بين كل مستويين كرويين (مستويين مختلفين) مجموعة من الأزوية غير كروية ولذا نجد أنه الحركة الجماعية Collective motion لعدد من النيوترونات تصبح ذات أهمية متزايدة . على سبيل المثال: القيم الجماعية التجريبية للمزوم الأزوي رباعي الأقطاب nuclear quadrupole moment تتلوه أنه بعدة مرات عن القيم المحسوبة لجيم مفرد يتحرك من مجال مركزي داخل نواة بين القشرات المثلثة . لأنه هذا أدى إلى النموذج الجماعي الذي يعتمد على الحركة الجماعية للنيوترونات ، ليصل مقويات لحافة ذات طبيعة إحصائية أو دورانية للأزوية من المدى $60 < A < 150$ ، $190 < A < 220$ و $A > 220$ على التوالي .

٢٧٨ (٢٠٦٨) يتم مدّ الأوربيبتالات طبقاً لتوزيع القشرة النووية بالتتابع:

$1s_{1/2}, 1p_{3/2}, 1p_{1/2}, 1d_{5/2}, 2s_{1/2}, 1d_{3/2} \dots etc$

(١) ما هو الترتيب من التقسيم بين $p_{3/2}$ و $p_{1/2}$

(٢) من التوزيع تحت قوّة الألفا ^{16}O (٨+٨) مثلاً جيداً لنواة مغلقة لعكسة وتتميز بلف وتماثل spin

parity $J^{\pi} = 0^{+}$. ما هي القيمة المتوقعة لقيم لفا-تماثل spin-parity للنواة ^{17}O و ^{15}O .

(٣) بالنسبة للنوية odd-odd يوجد العديد من القيم الممكنة ل spin-parity. حدد القيم المتوقعة لنواة ^{18}F

(٤) استرح حقيقة أنه كل الأنوية even-even مثل ^{18}O ، $J^{\pi} = 0^{+}$ spin-parity

المحل (٥) سبب التقسيم بين $p_{3/2}$ و $p_{1/2}$ هو تفاعل الحركة المدارية والمغزلية للنوكليونات spin-orbit coupling

(٦) كل أوربيبتال يمكنه أن يتوافق مع $2j+1$ من البروتونات و $2j+1$ من النيوترونات ولذلك فإنه توزيع البروتونات لنواة ^{15}O هو

$1s_{1/2}^2, 1p_{3/2}^4, 1p_{1/2}^2$ وتوزيع النيوترونات هو

$1s_{1/2}^2, 1p_{3/2}^4, 1p_{1/2}^1$

يتضح من التوزيع أنه كل البروتونات في شكل أزواج بينما النيوترونات يوجد إحداهما بمفرده. لذا فإنه

باستخدام العزم الزاوي angular momentum والتماثل parity للنوترون بمفرده في الحالة $1p_{1/2}^1$ spin-parity لنواة الألفا ^{15}O يتم تحديدها

$1p_{1/2}^1 \rightarrow j = 1/2, p \rightarrow l = 1 \Rightarrow \text{parity} = (-1)^l = -1$

$\therefore \text{spin-parity of } ^{15}O \text{ is } J^{\pi} = (\frac{1}{2})^{-}$

* توزيع البروتونات في ^{17}O هو
 " النيوترونات في ^{17}O هو

$1s_{1/2}^2, 1p_{3/2}^4, 1p_{1/2}^2, 1d_{5/2}^1$
 $1s_{1/2}^2, 1p_{3/2}^4, 1p_{1/2}^2$

وهذا نجد أنه spin-parity لنواة ^{17}O هو ذاته للنوترون في الحالة $1d_{5/2}^1$

$J^P = (5/2)^{+}$ $d \Rightarrow l = 2$ $\text{parity} = (-1)^2 = +1$

(هـ) توزيع البروتونات في نواة $^{18}_9\text{F}$ هو

$$1s_{1/2}^2 \quad 1p_{3/2}^4 \quad 1p_{1/2}^2 \quad 1d_{5/2}^1$$

$$1s_{1/2}^2 \quad 1p_{3/2}^4 \quad 1p_{1/2}^2 \quad 1d_{5/2}^1$$

بينما توزيع النيوترونات

وهذا نجد زوج من النيوكليونات المفردية . بروتون ونيوترون ومن ثم يوجد عدد J^P المسموعة
 تابعة من البروتون والنيوترون في الحالات $1d_{5/2}^1$

$$d \rightarrow l=2 \Rightarrow l_n=2, l_p=2$$

$$\therefore \text{parity} = p = (-1)^{l_p + l_n} = +1$$

$$\therefore J_n = 5/2, J_p = 5/2$$

فإنه يعطي مجموعة لل spin تتراوح بينه

$$J_n - J_p \rightarrow J_n + J_p$$

$$0 \rightarrow 1$$

$$\therefore J = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\therefore \text{for } ^{18}_9\text{F}, \text{ spin-parity } J^P = 0^+, 1^+, 2^+, 3^+, 4^+, 5^+$$

(د) بالنسبة للأغوية مزدوجة عدد البروتونات والنيوترونات even-even فإنك تتوقع في أدنى مستويات الطاقة .
 عدد النيوكليونات في كل مستوى طاقة يكون مزدوج . طالما يوجد عدد مزدوج من النيوكليونات في نفس المستوى
 وكل منهما له نفس بقية المزمع المتماثلين . ومن ثم وصفت نوى النيوكليونية من أقل طاقة فإنه هذا
 الزوج لابد أنه يعطى في انجاسيه متضادين وهذا نجد أنه يعزم الزاوية الكلي للنيوكليونات في أي مستوى
 طاقة يساوي صفر . وصفت أنه كل قشرات البروتونات وقشرات النيوترونات neutron shells ذات
 عزم زاوي يساوي صفر . من ناحية أخرى فإنه spin من حالة النواة even-even يساوي صفر
 وصفت أنه عدد النيوكليونات في كل مستوى طاقة في النواة even-even يكون even ، فإنه يتماثل parity
 للنواة يكون موجباً .

طاقة ارتباط النيوترون ونموذج قطرة بسائل للنواة

صيغة كتلة نواة الوضعية $M(A, Z)$ والتي تعتمد على العدد الذري Z والوزن الذري A استرج وظيفة كل حد مع إعطاء قيمة تقريبية للتوابت من الحدود المكونة للصيغة.

الحل: عملية صياغة كتلة نواة $M(A, Z)$ كالآتي

$$M(A, Z) = Z M(^1_1H) + (A - Z) m_n - B(Z, A)$$

طاقة ارتباط النيوترون
طاقة ارتباط النيوترون
طاقة ارتباط النيوترون

كتلة بروتون
كتلة نيوترون
للنواة مجتمعة

$$B(Z, A) = B_v + B_s + B_e + B_a + B_p$$

طاقة الحجم
طاقة السطح
طاقة التماثل
طاقة التماثل
طاقة التزاوج

$$= a_v A - a_s A^{2/3} - a_e Z^2 A^{-1/3} - a_a \left(\frac{A}{2} - Z\right)^2 A^{-1} + a_p \delta A^{-1/2}$$

①
②
③
④
⑤

① عملية لتبعية نصف قطر النواة $R = r_0 A^{1/3}$ ، حيث B_v تتناسب مع حجم النواة الذي يتزايد كلما زاد عدد النيوترونات والبروتونات (النيوترونات) من حيث الجداء.

② مساحة سطح النواة يتناسب مع $A^{2/3}$. وتنتج طاقة السطح بظهور انحناء النواة لاسطح وحجم ومن ثم يانه النيوترونات الموجودة على السطح تكون أقل ارتباطاً من النيوترونات بالداخل (حيث يتفاعل كل نيوترون مع من حوله من جميع الاتجاهات من النيوترونات . بينما النيوترون على السطح يتفاعل فقط مع نصف هذا العدد تقريباً لعدم وجود نيوترونات حوله من جميع الاتجاهات .

③ طاقة التماثل تتناسب مع تفاعل بروتونات النواة معاً وهذه القيمة تتناسب مع Z^2/R وبالتالي تتناسب مع $Z^2 A^{-1/3}$

④ ينشأ الحد B_a من تأثير تماثل عدد البروتونات والنيوترونات حيث $Z = \frac{A}{2}$ تكون أكثر استقراراً. الإخفاق منه هذه الحالة يؤدي إلى عدم الثبات ومن ثم انخفاض طاقة ارتباط النيوترون .

⑤ يوضي الحد الإضافي إلى ميل كل من البروتونات والنيوترونات إلى الوجود من أزواج مرتبطة .

ومن ثم من المتوقع انه تكون الذنوية ذات العدد المزدوج من البروتونات والنيوترونات مزدوج تكون أكثر استقراراً على النقيض من الذنوية ذات العدد الفردى لكل من البروتونات والنيوترونات .

$B_p = a_p \delta A^{-1/2}$ ، عملية ضبط قيمة التوابت بمقارنة البيانات النظرية مع النتائج التجريبية

$a_v = 15.835 \text{ MeV}$ ، $a_s = 18.33 \text{ MeV}$ ، $a_e = 0.714 \text{ MeV}$ ، $a_a = 92.80 \text{ MeV}$ ، $a_p = 11.20 \text{ MeV}$

} = δ
 even-even نذوية
 even-odd or odd-even
 odd-odd

٥٣٢) أعداد البروتونات والنيوترونات تتكون غالباً متساوية من الأيونية الخفيفة المستقرة. مع ذلك فإن عدد النيوترونات يكون أكبر من عدد البروتونات من الأيونية الثقيلة المستقرة. بالنسبة للأيونية الخفيفة، الطاقة المطلوبة لنزع بروتون أو نيوترون تكون تقريباً متساوية ومع ذلك، بالنسبة للأيونية الثقيلة تتزايد الطاقة للبروزة لنزع بروتون عن الطاقة للبروزة لنزع نيوترون. راسح هذه الكفاية، بإفتراض أن القوة النووية متساوية بين كل زوج من النيوترونات. خاصية نموذج قطرة سائل.

الحل: الطاقة للبروزة لبدالة بروتون أو نيوترون من نواة مستقرة تساوي

$$S_p = B(Z, A) - B(Z-1, A-1) \leftarrow \text{طاقة فصل بروتون}$$

$$\text{or } S_n = B(Z, A) - B(Z, A-1) \leftarrow \text{طاقة فصل نيوترون}$$

$B =$ طاقة الترابط لكل نيوترون من النواة.

طبقاً لنموذج قطرة سائل، نجد أن طاقة الترابط النووي

$$B(Z, A) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \left(\frac{A-Z}{2} - Z\right)^2 A^{-1} + a_p \delta A^{-1/2}$$

$$\therefore S_p - S_n = -a_c (ZZ-1) (A-1)^{-1/3} + a_a (A-2Z) (A-1)^{-1}$$

$$= -a_v (A-1) + a_s (A-1)^{2/3} + a_c \frac{(Z-1)^2}{(A-1)^{1/3}} + a_a \left(\frac{A-1}{2} - (Z-1)\right)^2 (A-1)^{-1} - a_p \delta (A-1)^{-1/2}$$

$$+ a_v (A-1) - a_s (A-1)^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{(A-1)^{1/3}} - a_a \left(\frac{A-1}{2} - Z\right)^2 (A-1)^{-1} + a_p \delta A^{-1/2}$$

$$= -a_c (A-1)^{-1/3} (Z^2 - Z^2 + 2Z - 1) + a_a \left(\left(\frac{A-1}{2}\right)^2 + (Z-1)^2 - \left(\frac{A-1}{2}\right)^2 - (Z)^2 \right) (A-1)^{-1}$$

$$= -a_c (ZZ-1) (A-1)^{-1/3} + a_a (Z^2 - 2Z + 1 - Z^2)$$

$$+ (A-1) (-Z+1+Z) (A-1)^{-1}$$

$$= -a_c (ZZ-1) (A-1)^{-1/3} + a_a (A-2Z) (A-1)^{-1}$$

$$a_c = 0.714 \text{ MeV}$$

$$a_a = 92.8 \text{ MeV}$$

بالنسبة الأنوية المستقرة Stable nucleus

$$Z = \frac{A}{2 + \frac{2a_c}{a_a} A^{2/3}} \approx \frac{A}{2} \left(1 - \frac{a_c}{a_a} A^{2/3} \right)$$

$$\therefore S_p - S_n \approx \frac{a_c}{A-1} \left[A^{5/3} - (A-1)^{5/3} + \frac{a_c}{a_a} A^{5/3} (A-1)^{2/3} \right]$$

$$\approx -a_c (A-1)^{-1/3} \left(A - \frac{a_c}{a_a} A^{5/3} - 1 \right) + a_c (A-1)^{-1} \left(A - A + \frac{a_c}{a_a} A^{5/3} \right)$$

$$\approx \frac{a_c}{(A-1)} \left[(A-1)^{2/3} \left(-A+1 + \frac{a_c}{a_a} A^{5/3} \right) + \frac{a_c}{a_a} \times \frac{a_c}{a_a} A^{5/3} \right]$$

بغرض تبسيط والمقام من $(A-1)^{2/3}$

$$\approx \frac{a_c}{(A-1)} \left[\frac{a_c}{a_a} A^{5/3} (A-1)^{2/3} + A^{5/3} - (A-1)^{2/3} (A-1) \right]$$

عندما يكون عدد بروتونات كبير جداً $(A \gg 1)$ بالبداهة تقسيم التقريب لنأخذ

$$A-1 \approx A$$

$$\therefore S_p - S_n = \frac{a_c}{A} \left[\frac{a_c}{a_a} A^{7/3} + \underbrace{A^{5/3} - A^{2/3} A}_{=0} \right]$$

$$= \frac{(0.714)^2}{92.8} A^{7/3} A^{-1}$$

$$\approx 5.49 \times 10^{-3} A^{4/3} \text{ MeV}$$

وهذا نجد أنه بفرص من طاقة انتزاع بروتون و طاقة انتزاع نيوترون $(S_p - S_n)$ تتزايد مع A وهذا دليل على أنه فصل بروتون من الأنوية الثقيلة يتطلب طاقة أكثر من طاقة فصل نيوترون من نفس النواة. وتتزايد هذه الطاقة مع زيادة عدد بروتونات.

وعلى النقيض من ذلك تقترب طاقة فصل بروتون والنيوترون من الأنوية الخفيفة.

٢٠٢٠ باستخدام الصيغة لوضعية الطاقة لترابط النوى

$$B.E. = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 Z^2 A^{-1/3} - a_4 (A - 2Z)^2 A^{-1}$$

بفرض Z ، الأتوية الأيزوبارية $A = \text{constant}$. استقر صيغة بين A و Z للأتوية الطبيعية.

الحل: بالنسبة للأتوية الأيزوبارية ذات أعداد ذرية مختلفة مختلفة $Z = \text{variable}$ ، نجد أن الأتوية المستقرة تحقق الصيغة

$$\frac{\partial B.E.}{\partial Z} = -2a_3 Z A^{-1/3} - 2a_4 (A - 2Z) * -2 A^{-1}$$

$$= -2a_3 Z A^{-1/3} + 4a_4 A^{-1} (A - 2Z)$$

$$= 0$$

$$\therefore Z = \frac{4a_4 A^{-1} (A - 2Z)}{2a_3 A^{-1/3}} \Rightarrow 2a_3 Z A^{-1/3} + 8a_4 A^{-1} Z = 4a_4$$

$$Z \left(\frac{a_3}{2a_4} A^{2/3} + 2 \right) = A$$

$$\therefore Z = \frac{A}{2 + \frac{a_3}{2a_4} A^{2/3}}$$

$$a_3 = 0.714 \text{ MeV}$$

$$a_4 = 23.20 \text{ MeV}$$

$$= \frac{A}{2 + 0.0154 A^{2/3}}$$

٢٠٣١) باستخدام الصيغة الوصفية لطاقة ارتباط لنوى . عدد بصوتة $N = f(Z)$

النوترونات والبروتونات التي تفسر بشكل عام لمخني لبيانات لنوى . $N = f(Z)$

الحل: باستخدام الصيغة التقريبية $A \approx Z$

$$Z = \frac{A}{Z + 0.0154 A^{2/3}} = \frac{N + Z}{Z + 0.0154 A^{2/3}}$$

$$\therefore A = N + Z$$

$$Z (Z + 0.0154 A^{2/3}) - Z = N$$

$$\therefore N = Z (1 + 0.0154 A^{2/3})$$

من تلك الصيغة يتضح انه النسبة بين عدد لينوترونات إلى عدد بروتونات $(\frac{N}{Z})$

يتزايد من 1 تقريباً في حالة البوتريوم (1.02) إلى 1.59 بالنسبة لليورانيوم 238 .
وهو ما يتفق مع المتعلق عليه من قسمة عدد النوترونات 146 على عدد بروتونات 92 .

* وضع سبب تزايد عدد لينوترونات مع عدد البروتونات من الأثوية الثقيلة .

عدد البروتونات الكبير من الأثوية مزيداً من قوة التناثر وخاصة انه كل بروتون يتفاعل مع كل

البروتونات الأخرى في النواة . وتلكوية نواة مستقرة ، يتطلب مزيد من لينوترونات
لإحاطة بالتغلب على قوة التناثر . هذا التفاضل مع تأثير تماثل النوترونات - بروتونات

يتسبب في زيادة النسبة بين لينوترونات والبروتونات من الأثوية المستقرة مع زيادة عدد كتلة A .
ولذا فانه عدد بروتونات من الأثوية الثقيلة يكون أقل كثيراً من عدد لينوترونات .

* نظير الأكسجين ^{14}O غير مستقر وفرة عمر النصف 71 ثانية .

عدد احتمالات الاضمحلال β^+ كالتالي .

من الواضح انه عدد بروتونات 8 أكبر من عدد النوترونات 6 وهذا يعني إحاطة اضمحلال β^+ بروتونات

وانطلاق جسيم β^+ صفة $p \rightarrow n + \beta^+ + \nu$ او أنه يحدث إقتضاه إنكدره من β^+ .

نحيه β^+ للتفاعلية فإذا كانت Q موجبة وكبيرة فانه احتمال الاضمحلال هو الأقرب للحدوث .