مسائل محلولة في الميكانيكا التقليدية

اعداد : خلف بن مطلق الجميلي

الطبعة الأولى
١٤٢٨ هـ

الفهرس

١– الفصل الأول : الحركة على خط مستقيم ٣
١–١ السرعة ٣
١–٢ معادلات الحركة ٣
١–٣ ملاحظات حول حل المسائل ٣
١–٤ مسائل محلولة ٤
١–٥ السقوط الحر (المقذوفات الرأسية) ٧
١–٥ مسائل محلولة ٨
٢– الفصل الثاني : الحركة في بعدين (حركة المقذوفات) ١٦
٢–١ مسائل محلولة ١٨
٣– الفصل الثالث : قوانين نيوتن ٢٧
٣–١ قانون نيوتن الأول ٢٧
٣–٢ قانون نيوتن الثاني ٢٧
٣–٣ الوزن ٢٧
٣–٤ بعض أنواع القوى ٢٨
٣–٥ قانون نيوتن الثالث ٢٩
٣–٦ مركبات المتجه ٢٩
٣–٧ مسائل محلولة ٣١
٣–٨ الاحتكاك ٤٥
٣–٩ مسائل محلولة ٤٦
٤– الفصل الرابع : الحركة الدائرية وتطبيقات أخرى على قوانين نيوتن ٦٢
٤–١مسائل محلولة ٦٣
٥– الفصل الخامس : الشغل والطاقة ٧٠
٥–١ مسائل محلولة ٧١
٥–٢ الطاقة ٧٦
٥–٣ مسائل محلولة ٧٨
٦– الفصل السادس : الاتزان الساكن والعزوم ٩٥
٦–١ مركز الثقل ٩٥
٦–٢ مسائل محلولة ٩٧
٧– الفصل السابع : كمية الحركة والدفع ١٠٩
٧–١ التصادم ١١٠
٧–٢ مسائل محلولة ١١٢

الحركة على خط مستقيم

(الحركة في بعد واحد)

السرعة : هي مقدار المسافة المقطوعة في وحدة الزمن.

$$ع = ف ÷ ز$$

حيث (ع : السرعة ، ف : المسافة ، ز : الزمن)

معادلات الحركة :

المعادلة الأولى :

$$ع = ع_. + ت ز$$

حيث (ع. : السرعة الابتدائية ، ع: السرعة النهائية ، ت : التسارع ، ز : الزمن)

المعادلة الثانية :

$$ف = ع_. ز + \frac{١}{٢} ت ز^٢$$

حيث (ف : المسافة)

المعادلة الثالثة :

$$ع^٢ = ع_.^٢ + ٢ ت ف$$

ملاحظات حول حل المسائل :

١- إذا بدأ الجسم من السكون فإن (ع. = صفر)
٢- إذا كان الجسم يتحرك بسرعة ابتدائية ثم توقف فإن (ع = صفر)
٣- إذا كانت سرعة الجسم تتزايد فإن إشارة (ت) موجبة.
٤- إذا كانت سرعة الجسم تتناقص (تتباطأ) فإن إشارة (ت) سالبة .
٥- إذا كان الجسم يتحرك بسرعة ثابتة فإن (ت = صفر)

مسائل محلولة

١- تتحرك سيارة بسرعة ٨ م / ث في خط مستقيم بتسارع ثابت ، وتقطع مسافة مقدارها ٦٤٠ م في زمن قدره (٤٠ ث) ، أحسب خلال هذه الفترة :
أ- تسارع السيارة
ب- السرعة النهائية.

ع. = ٨ م / ث ، ف = ٦٤٠ م ، ز= ٤٠ ث

أ- ف = ع. ز + $\frac{١}{٢}$ ت ز^{٢}
٦٤٠ = ٨ × ٤٠ + ٠,٥ × ت × ٤٠^{٢}
٦٤٠ = ٣٢٠ + ٨٠٠ ت
٦٤٠- ٣٢٠ = ٨٠٠ ت ====== > ت = ٣٢٠ ÷ ٨٠٠ = ٠,٤ م / ث^{٢}

ب- ع = ع. + ت ز
ع = ٨ + ٠,٤ × ٤٠ = ٢٤ م / ث

٢- تهبط طائرة حربية على حاملة الطائرات بسرعة ٢٣٠ كم / س ، احسب :
أ- تسارع الطائرة إذا توقفت خلال زمن قدره (٢ ث) .
ب- أقصى مسافة تتحركها الطائرة إلى أن تقف.

ع = صفر ، ع. = ٢٣٠ كم / س = (٢٣٠ × ١٠٠٠) ÷ ٣٦٠٠ = ٦٣,٩ م / ث

أ- ع = ع. + ت ز
٠ = ٦٣,٩ + ت × ٢
ت = - ٦٣,٩ ÷ ٢ = - ٣١,٩٥ م / ث^{٢} (والإشارة السالبة تدل على أن الطائرة تتباطأ)

ب- ف = ع. ز + $\frac{١}{٢}$ ت ز^{٢}
ف = ٦٣,٩ × ٢ + $\frac{١}{٢}$ × (- ٣١,٩٥) × ٢^{٢} = ١٢٧,٨ – ٦٣,٩ = ٦٣,٩ م

٣- انطلقت شاحنة من السكون ، تتحرك بتسارع ثابت مقداره (٥ م / ث^{٢}) ، وخلال ٤ ثوان من انطلاقها، احسب :
أ- السرعة النهائية للشاحنة .
ب- المسافة المقطوعة .

ع. = صفر ، ت = ٥ م / ث^{٢} ، ز = ٤ ث ، ع = ؟ ، ف= ؟

أ- ع = ع. + ت ز
ع = ٠ + ٥ × ٤ = ٢٠ م / ث

ب- ف = ع. ز + $\frac{١}{٢}$ ت ز^{٢}
ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٤^{٢} = ٤٠ م

٤- يتحرك قطار بخط مستقيم بسرعة ٣٠ م / ث ، ثم أخذ يتباطأ حتى توقف بعد ٤٤ ث ، أحسب :
أ- تسارع القطار.
ب- المسافة التي قطعها خلال هذه الفترة حتى توقف.

ع. = ٣٠ م / ث ، ز = ٤٤ ث ، ع = صفر

أ- ع = ع. + ت ز
٠ = ٣٠ + ت × ٤٤

ت = (- ٣٠) ÷ ٤٤ = - ٠,٦٨ م / ث^{٢} (والإشارة السالبة تدل على أن القطار يتباطأ أي تنقص سرعته)

ب- ف = ع. ز + ½ ت ز^{٢}

ف = ٣٠ × ٤٤ + ½ × (- ٠,٦٨) × ٤٤ ^{٢} = ٦٦١,٨ م

٥- دراجة تتحرك بسرعة ١٣ م / ث ، ثم أخذت تتباطأ بانتظام بمعدل (٢ م / ث^{٢}) خلال زمن قدره (٦ ث) ، احسب :
أ- السرعة النهائية.
ب- المسافة المقطوعة خلال هذا الزمن.

ع. = ١٣ م / ث ، ت = - ٢ م / ث^{٢} (السالب لأن الدراجة تتباطأ) ، ز = ٦ ث.

أ- ع = ع. + ت ز
ع = ١٣ + (-٢) × ٦ = ١ م / ث

ب - ف = ع. ز + ½ ت ز^{٢}
ف = ١٣ × ٦ + ½ × (- ٢) × ٦ ^{٢} = ٤٢ م

٦- تسير سيارة في خط مستقيم فتزداد سرعتها من ٢٧ م / ث إلى ٤٠ م / ث ، فقطعت مسافة قدرها ٢٧٠ م ، احسب الزمن اللازم لذلك.

ع. = ٢٧ م / ث ، ع = ٤٠ م / ث ، ف = ٢٧٠ م ، ز = ؟

نحسب أولا التسارع من العلاقة التالية :

ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ ت ف

٤٠ ^{٢} = ٢٧ ^{٢} + ٢ × ت × ٢٧٠
٨٧١ = ٥٤٠ ت
ت = ٨٧١ ÷ ٥٤٠ = ١,٦ م / ث^{٢}

إذا نحسب الزمن من العلاقة :
ع = ع. + ت ز
٤٠= ٢٧ + ١,٦ ز

ز = ٨,١٣ ث.

٧- هبطت طائرة نفاثة على مدرج مطار بتسارع ٨ م / ث^{٢} حتى توقفت عند نهاية المدرج حيث استغرق ذلك زمن قدره ٢٥ ث.
احسب:
أ- سرعة الطائرة عند ملامستها الأرض.
ب- طول المدرج الذي هبطت عليه الطائرة .

ع = صفر ، ت = - ٨ م / ث^{٢} (السالب لأن الطائرة تتباطأ) ، ز = ٢٥ ث

أ- ع = ع. + ت ز
٠ = ع. – ٨ × ٢٥

ع. = ٢٠٠ م / ث

ب- ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ ت ف

٠ = ٢٠٠^{٢} - ٢ × ٨ ف

ف = - ٢٠٠^{٢} ÷ (- ١٦) = ٢٥٠٠ م

(كما يمكن حلها بواسطة العلاقة التالية : ف = ع. ز + $\frac{١}{٢}$ ت ز^{٢})

==

٨- اصطدمت رصاصة بلوح خشبي سمكه (٢٠ سم) بسرعة مقدارها ٥٠٠ م / ث ، وخرجت من اللوح بتسارع مقداره ٣ × ١٠^{٥} م / ث^{٢} ، أحسب :
أ- سرعة الرصاصة لحظة خروجها من اللوح .
ب- سمك اللوح المطلوب لإيقاف الرصاصة داخله.

ف = ٢٠ سم = ٠,٢٠ م ، ع. = ٥٠٠ م / ث ، ت = - ٣ × ١٠^{٥} م / ث^{٢}

أ - ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ ت ف
ع^{٢} = ٥٠٠^{٢} - ٢ × ٣ × ١٠^{٥} × ٠,٢ = ١٣٠٠٠٠
∴ ع = $\sqrt{١٣٠٠٠٠}$ = ٣٦٠,٦ م / ث

ب - ع = صفر (لأن الرصاصة سوف تقف)

ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ ت ف
٠= ٥٠٠^{٢} - ٢ × ٣ × ١٠^{٥} × ف

ف = - (٥٠٠)^{٢} ÷ (- ٦ × ١٠^{٥}) = ٠,٤٢ م = ٤٢ سم

السقوط الحر (المقذوفات الرأسية)

يقصد بالسقوط الحر لجسم ما هو تحرك هذا الجسم بحرية تحت تأثير الجاذبية الأرضية دون النظر لحالتة الحركية الابتدائية ، فالجسم الذي يقذف رأسيا لأعلى أو لأسفل وكذلك الجسم الذي يسقط سقوطا حرا من موضعه الابتدائي كلها خاضعة للسقوط الحر طالما لا تخضع هذه الأجسام لقوى أخرى سوى قوة الجاذبية الأرضية . وعند اهمال مقاومة الهواء للجسم فإن معادلات الحركة تصبح :

معادلات الحركة :

المعادلة الأولى :

ع = ع. + جـ ز

حيث (ع. : السرعة الابتدائية ، ع: السرعة النهائية ، جـ = ٩,٨ م / ث^{٢} ، ز : الزمن)

المعادلة الثانية :

ف = ع. ز + $\frac{١}{٢}$ جـ ز^{٢}

حيث (ف : المسافة)

المعادلة الثالثة :

ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف

ملاحظات حول حل المسائل :

١- عند سقوط الجسم سقوطا حرا لأسفل فإن (ع. = صفر) و (جـ = + ٩,٨ م / ث^{٢})
٢- عند قذف الجسم رأسيا لأعلى فإن (ع = صفر) و (جـ = - ٩,٨ م / ث^{٢} ، لأنه عكس اتجاه الجاذبية)
٣- عندما يكون هناك إزاحة ابتدائية (ف.) فإن المعادلة الثانية تصبح : (ف = ف. + ع. ز + $\frac{١}{٢}$ جـ ز^{٢})
والمعادلة الثالثة تصبح : [ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ (ف – ف.)]

٤- عندما تكون إشارة (ف) سالبة فإن هذا يدل على أن المسافة أسفل نقطة البداية .

٥- عندما تكون إشارة (ع) سالبة فإن هذا يدل على أن اتجاه الجسم الساقط لأسفل.

٦- الاتجاه إلى أعلى تكون إشارة (ف) و (ع) موجبة ، وإلى أسفل سالبة.

مسائل محلولة

١- سقط حجر من نقطة سكونه عند فوهة بئر فارتطم بسطح الماء بعد ٢ ث من سقوطه ، احسب :
أ- سرعة ارتطام الحجر بسطح الماء.
ب- عمق سطح الماء في البئر.

ع. = صفر ، جـ = ٩,٨ م / ث^{٢} ، ز = ٢ ث

أ- ف = ع. ز + $\frac{1}{2}$ جـ ز^{٢}

ف = صفر + $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ × ٢ ^{٢} = ١٩,٦ م

ب - ع = ع. + جـ ز

ع = ٠ + ٩,٨ × ٢ = ١٩,٦ م / ث

٢- أطلق سهم إلى أعلى فوصل إلى ارتفاع ١٢٢,٥ م ، احسب :
أ- زمن التحليق الكلي للسهم .
ب- السرعة التي وصل بها السهم إلى سطح الأرض.
ع = صفر ، جـ = - ٩,٨ م / ث^{٢}

أ- نحسب أولا زمن الصعود :
لحساب زمن الصعود لابد من معرفة السرعة الابتدائية فنحسبها من العلاقة التالية :
ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف

٠ = ع.^{٢} - ٢ × ٩,٨ × ١٢٢,٥

ع.^{٢} = ٢٤٠١

ع. = $\sqrt{٢٤٠١}$ = ٤٩ م / ث

الآن نحسب زمن الصعود كالتالي :

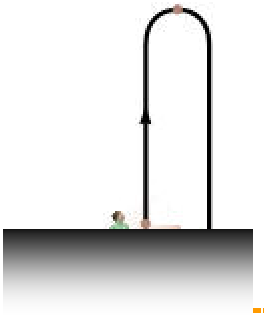
ع = ع. + جـ ز
٠ = ٤٩ – ٩,٨ ز

ز = ٥ ث.

فيكون الزمن الكلي = ٢ × زمن الصعود = ٢ × ٥ = ١٠ ث

ب- نعلم مسبقا أن السرعة التي وصل بها السهم الأرض هي نفسها السرعة التي اطلق بها من الأرض وهي = ٤٩ م / ث
دعنا نثبت ذلك :
نأخذ السهم عندما سقط سقوطا حرا من أعلى نقطة بحيث :
ع. = صفر ، جـ = ٩,٨ م / ث ، ف = ١٢٢,٥ م ، ز = ٥ ث

ع = ع. + جـ ز
ع = ٠ + ٩,٨ × ٥ = ٤٩ م / ث



٣- قذف شخص حجرا لأعلى من سطح الأرض بسرعة ٢٠ م / ث ، أحسب :
أ- أقصى ارتفاع يصل إليه الحجر.
ب- الزمن اللازم لوصول الحجر لهذا الارتفاع.
جـ - سرعة الحجر قبيل اصطدامه بالارض .

ع. = ٢٠ م / ث ، ع = صفر ، جـ = - ٩,٨ م / ث^{٢}

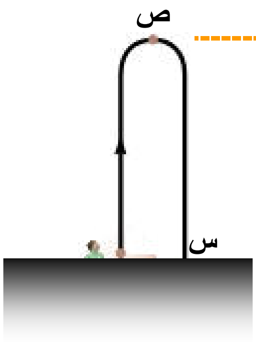
أ- ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف

٠ = ٢٠ ^{٢} – ٢ × ٩,٨ × ف

ف = ٢٠ ^{٢} ÷ ١٩,٦ = ٢٠,٤ م

ب- ع = ع. + جـ ز

٠ = ٢٠ – ٩,٨ ز
ز = ٢٠ ÷ ٩,٨ = ٢,٠٤ ث.



جـ - في هذه الحالة نأخذ المعطيات عند أقصى ارتفاع (من ص إلى س) فتكون سقوطا حرا من أعلى إلى أسفل وتكون المعطيات :
ع. = صفر ، ز = ٢,٠٤ ث (لأن زمن الصعود = زمن الهبوط ، إذا كان لهما نفس الارتفاع)
جـ = ٩,٨ م / ث^{٢}

ع = ع. + جـ ز
ع = ٠ + ٩,٨ × ٢,٠٤ = ٢٠ م / ث

(وهذا المفروض يستنتج من دون حسابات لأن السرعة عن أي نقطة أثناء الصعود تساوي السرعة عند نفس النقطة أثناء الهبوط)

===

٤- مصعد متجه إلى أعلى بسرعة ٢م / ث.سقط منه صندوق واصطدام بالأرض ، بعد مرور ثلاث ثوان من سقوطه:
أ-أحسب أقصى ارتفاع يصل إليه الصندوق؟
ب-احسب ارتفاع الصندوق عن الأرض لحظة سقوطه من المصعد؟

ع. = ٢ م/ث ، ع = صفر. ، ز = ٣ ث. ، جـ = - ٩,٨ م / ث^{٢}

أ- عند إسقاط الصندوق فإنه سيرتفع قليلا بمقدار :
ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف
٠ = ٢ ^{٢} - ٢ × ٩,٨ ف
ف = ٤ ÷ ١٩,٦ = ٠,٢ م (وهذا مقدار الارتفاع الذي سيرتفعه الصندوق من لحظة إسقاطه.)

ولحساب أقصى ارتفاع يصل إليه فإنا نطبق الملاحظة رقم (٣) السابقة بحيث :
ف. = بعد سطح الأرض عن الصندوق ، ف = مقدار الارتفاع الذي ارتفعه الصندوق لحظة سقوطة = ٠,٢ م
ف = ف. + ع. ز + $\frac{١}{٢}$ جـ ز^{٢}

٠,٢ = ف. + ٢ × ٣ - $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ٣ ^{٢}
٠,٢ = ف. – ٣٨,١
ف. = ٠,٢ + ٣٨,١ = ٣٨,٣ م

ب –
ارتفاع الصندوق لحظة سقوطه = أقصى ارتفاع – مقدار الارتفاع الذي ارتفع الصندوق لحظة سقوطه
ارتفاع الصندوق لحظة سقوطه = ف. – ف = ٣٨,٣ – ٠,٢ = ٣٨,١ م

==

٥- سقط كيس رمل من منطاد عندما كان المنطاد على ارتفاع ٣٠٠ م من سطح الأرض ، ويصعد بسرعة ١٠ م / ث ، أحسب :
أ- أقصى ارتفاع يصل إليه كيس الرمل.
ب- موضع الكيس بعد ٥ ث من سقوطه
جـ - سرعة الكيس بعد ٥ ث من سقوطه

ف. = ٣٠٠ م ، ع. = ١٠ م / ث ، جـ = - ٩,٨ م / ث^{٢} ، ع = صفر

أ- ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ (ف – ف.)
٠ = ١٠^{٢} - ٢ × ٩,٨ (ف – ٣٠٠)
٥,١ = ف – ٣٠٠
ف = ٣٠٥,١ م

ب - لحساب المسافة التي قطعها الكيس منذ سقوطه :
ف = ع. ز + $\frac{1}{2}$ جـ ز^{٢} = ١٠ × ٥ – ٠,٥ × ٩,٨ × ٥ ^{٢} = -٧٢,٥ م
والإشارة السالبة تدل أن الكيس أسفل المنطاد بمسافة ٧٢,٥ م أي أنه فوق سطح الأرض بمقدار :
ف = ٣٠٠ – ٧٢,٥ = ٢٢٧,٥ م

جـ - ع = ع. + جـ ز = ١٠ – ٩,٨ × ٥ = - ٣٩ م / ث (والإشارة السالبة تدل على أن الكيس باتجاه الأسفل)

==

٦- قذف شخص مجموعة مفاتيحه إلى أعلى باتجاه أخيه الذي يطل من نافذه تعلوه بمقدار ٤ م فالتقط أخوه المفاتيح بعد مرور زمن قدره (٠,٨ ث) من قذفها ، احسب :
أ- السرعة الابتدائية التي قذفت بها مجموعة المفاتيح .
ب- سرعة مجموعة المفاتيح قبل التقاطها مباشرة.

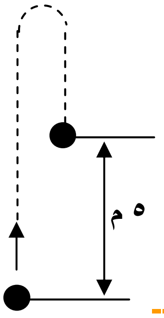
ف = ٤ م ، ز = ٠,٨ ث ، جـ = - ٩,٨ م / ث^{٢}

أ -
ف = ع. ز + $\frac{1}{2}$ جـ ز^{٢}
٤ = ٠,٨ ع. – ٠,٥ × ٩,٨ × (٠,٨)^{٢}
٠,٨ ع. = ٧,١٤

ع. = ٨,٩٣ م / ث

ب-
ع = ع. + جـ ز
ع = ٨,٩٣ – ٩,٨ × ٠,٨ = ١,١ م / ث

٧- قذف حجر رأسيا إلى أعلى بسرعة ٢٠ م / ث ، وأمسك به أثناء سقوطه عند نقطة أعلى من نقطة القذف بمقدار ٥ م ، احسب:
أ- سرعة الحجر عند الامساك به .
ب- الزمن المستغرق من قذف الحجر إلى الإمساك به.



ع. = ٢٠ م / ث ، ف = ٥ م ، جـ = - ٩,٨ م / ث^{٢}

أ -

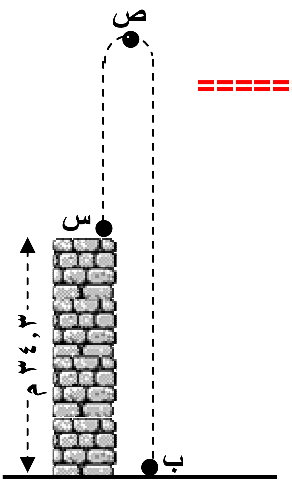
ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف

ع^{٢} = ٢٠ ^{٢} - ٢ × ٩,٨ × ٥ = ٣٠٢

ع = $\sqrt{٣٠٢}$ = ± ١٧,٤ م / ث = - ١٧,٤ م / ث (أخذنا القيمة السالبة لأن اتجاه الحجر لأسفل)

ب- ع = ع. + جـ ز
-١٧,٤ = ٢٠ – ٩,٨ ز
ز = - ٣٧,٤ ÷ (-٩,٨) = ٣,٨ ث.

===



٨- قذف حجر رأسيا إلى أعلى من أعلى جدار ارتفاعه ٣٤,٣ م ، بسرعة قدرها ٢٩,٤ م / ث ، احسب :
أ- الزمن اللازم لوصول الحجر إلى أقصى ارتفاع.
ب- الزمن اللازم للحجر حتى يعود إلى سطح الأرض.
جـ- سرعة ارتطام الحجر بسطح الأرض.

أ- نحسب الزمن من (س) إلى (ص) بحيث :
ع. = ٢٩,٤ م / ث ، ع = صفر ، جـ = -٩,٨ م / ث^{٢}

ع = ع. + جـ ز
٠ = ٢٩,٤ – ٩,٨ ز
ز = ٣ ث

ب- من فقرة (أ) حسبنا الزمن من (س) إلى (ص) فوجدناه (٣ ث) .
الآن نحسب الزمن من (ص) إلى (ب) ، ولكن نحتاج لحساب الارتفاع من (س) إلى (ص) كالتالي :
ف = ع. ز + $\frac{١}{٢}$ جـ ز^{٢}

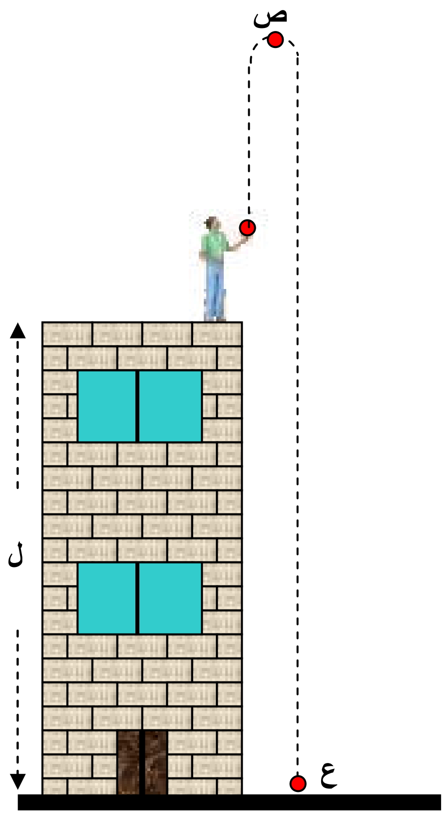
ف = ٢٩,٤ × ٣ - $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ٣ ^{٢} = ٤٤,١ م

∴ المسافة من (ب) إلى (ص) = ٤٤,١ + ٣٤,٣ = ٧٨,٤ م

الآن نحسب الزمن من (ص) إلى (ب)، حيث يسقط الحجر سقوطا حرا فيكون :
ع. = صفر ، ف = ٧٨,٤ م ، جـ = ٩,٨ م / ث^{٢}
ف = ع. ز + $\frac{١}{٢}$ جـ ز^{٢}

٧٨,٤ = صفر + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ ز^{٢}
ز^{٢} = ٧٨,٤ ÷ ٤,٩ = ١٦
ز = $\sqrt{١٦}$ = ٤ ث
فيكون الزمن الكلي من قذف الحجر حتى سقوطه على الأرض = ٣ + ٤ = ٧ ث.

جـ – نحسب السرعة من (ص) إلى (ب) :
ع = ع. + جـ ز
ع = ٠ + ٩,٨ × ٤
ع = ٣٩,٢ م / ث



٩- قذف حجر من قمة مبنى رأسيا إلى أعلى بسرعة ٢٠ م / ث ، فإذا كان ارتفاع المبنى ٥٠ م ، كما في الشكل المقابل ، فاحسب :

أ- الزمن المستغرق ليصل الحجر لأقصى أرتفاع.
ب- أقصى ارتفاع يصل إليه الحجر.
ج- الزمن المستغرق ليعود الحجر إلى نفس المكان الذي قذف منه.
د- ارتفاع المبنى إذا اصطدم الحجر بالأرض بعد (٥ ث) من قذفه.

أ- سوف نحسب الزمن من (س) إلى (ص) حيث :

ع. = ٢٠ م / ث ، ع = صفر ، جـ = - ٩,٨ م / ث

ع = ع. + جـ ز
٠ = ٢٠ – ٩,٨ ز
ز = - ٢٠ ÷ (- ٩,٨) = ٢,٠٤ ث.

ب-
ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف
٠ = ٢٠^{٢} – ٢ × ٩,٨ ف
ف = - ٤٠٠ ÷ (- ١٩,٦) = ٢٠,٤ م

ج- من المعلوم أن :
زمن الصعود = زمن الهبوط (لنفس المكان)
∵ زمن الصعود = ٢٠,٠٤ ث
∴ زمن الهبوط = ٢,٠٤ ث
فيكون الزمن الكلي = ٢,٠٤ + ٢,٠٤ = ٤,٠٨ ث .

د- في هذه الحالة نحسب المسافة من (ص) إلى (ع)، حيث يسقط الجسم سقوطا حرا ويكون :
ع. = صفر ، ز = ٥ ث ، جـ = ٩,٨ م / ث^{٢}

ف = ع. ز + $\frac{١}{٢}$ جـ ز^{٢}

ف = صفر + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ٥^{٢} = ١٢٢,٥ م

فيكون ارتفاع المبنى :

ل = ١٢٢,٥ – ٢٠,٠٤ ≈ ١٠٢,٥ م

١٠- أطلقت قذيفة مضادة للطائرات رأسيا لأعلى فوجد أنها قطعت مسافة ٥٤٣,٩ م خلال الثانية الثالثة ، احسب :
أ- السرعة الابتدائية لها .
ب- زمن التحليق الكلي للقذيفة.

أ- من السؤال نجد أن القذيفة خلال الثانية الثالثة فقط قطعت (٥٤٣,٩ م) أي :
ف$_{٣}$ – ف$_{٢}$ = ٥٤٣,٩ .... (١)

نحسب (ف$_{٢}$) بعد ثانيتين كالتالي :
ف$_{٢}$ = ع. ز + $\frac{١}{٢}$ جـ ز^{٢} = ٢ ع. – $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ٢^{٢}
ف$_{٢}$ = ٢ ع. – ١٩,٦ .... (٢)

نحسب (ف$_{٣}$) بعد ثلاث ثوان كالتالي :
ف$_{٣}$ = ع. ز + $\frac{١}{٢}$ جـ ز^{٢} = ٣ ع. –$\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ٣^{٢}
ف$_{٣}$ = ٣ ع. – ٤٤,١ .... (٣)

نعوض من (٢) و (٣) في (١) كالتالي :

ف$_{٣}$ – ف$_{٢}$ = ٥٤٣,٩
٣ ع. – ٤٤,١ – (٢ ع. – ١٩,٦)= ٥٤٣,٩
٣ ع. – ٤٤,١ – ٢ ع. + ١٩,٦ = ٥٤٣,٩
ع. – ٢٤,٥ = ٥٤٣,٩

ع. = ٥٤٣,٩ + ٢٤,٥ = ٥٦٨,٤ م / ث

ب- نحسب أولا زمن الصعود كالتالي :

ع = ع. + جـ ز
٠ = ٥٦٨,٤ – ٩,٨ ز

ز = ٥٨ ث.

∵ زمن الهبوط = زمن الصعود

∴ الزمن الكلي = ٥٨ + ٥٨ = ١١٦ ث

١١- سقط حجر من سطح عمارة سقوطا حرا ، وبعد ثانية قذف آخر من النقطة نفسها إلى الأسفل بسرعة ابتدائية ١٢ م / ث ، احسب:

أ- الزمن اللازم حتى يلحق الحجر الثاني بالأول.

ب- بعد مكان الالتقاء عن نقطة الإسقاط.

أ- الحجر الأول :

ع. = صفر ، جـ = ٩,٨ م / ث^2

ف$_1$ = ع. ز + $\frac{1}{2}$ جـ ز^2

ف$_1$ = صفر + $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ ز^2

ف$_1$ = ٤,٩ ز^2 .... (١)

الحجر الثاني :

ع. = ١٢ م / ث جـ = ٩,٨ م / ث^2

زَ = ز – ١

ف$_2$ = ع. زَ + $\frac{1}{2}$ جـ زَ^{2}

ف$_2$ = ١٢ (ز – ١) + $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ (ز – ١)^2

ف$_2$ = ١٢ ز – ١٢+ ٤,٩ (ز – ١)^2

ف$_2$ = ١٢ ز – ١٢ + ٤,٩ [ز^2 -٢ ز + ١]

ف$_2$ = ١٢ ز – ١٢ + ٤,٩ ز^2 -٩,٨ ز + ٤,٩

ف$_2$ = ٢,٢ ز – ٧,١ + ٤,٩ ز^2 .... (٢)

ملاحظة : لفك هذا الشكل (ز – ١)^2 نتبع ما يلي :
مربع الأول – ٢ × الأول × الثاني + مربع الثاني

عند الالتقاء يكون :

ف$_1$ = ف$_2$

$\cancel{٤,٩}$ ز^2 = ٢,٢ ز – ٧,١ + $\cancel{٤,٩}$ ز^2

٢,٢ ز = ٧,١

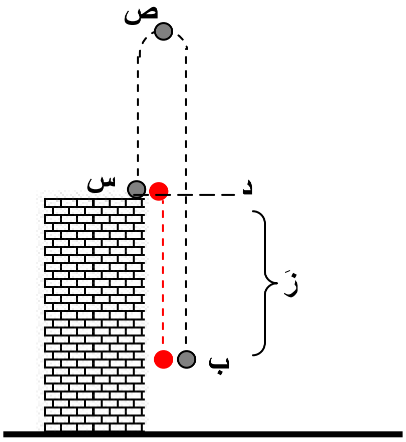
ز = ٣,٢ ث

ب – لإيجاد مكان الالتقاء نعوض عن الزمن في إحدى المعادلتين (١) أو (٢) :

ف$_1$ = ٤,٩ ز^2

ف$_1$ = ٤,٩ (٣,٢)^2 ≈ ٥٠ م.

١٢- قذفت كرة رأسيا من قمة برج إلى الأعلى بسرعة ٢٠ م / ث وبعد ٣ ث أسقطت كرة أخرى من نفس القمة سقوطا حرا ، احسب الزمن اللازم حتى تتلاقى الكرتان.



الكرة الآولى :

ع. = ٢٠ م / ث ، جـ = -٩,٨ م / ث^{٢} ، ع = صفر

نحسب الزمن من (س) إلى (ص) كالتالي :

ع = ع. + جـ ز$_{١}$
٠ = ٢٠ – ٩,٨ ز$_{١}$
ز$_{١}$ = ٢,٠٤ ث.

ثم نحسب الزمن من (س) إلى (د) كالتالي :
ز = ٢ × ز$_{١}$ = ٢ × ٢,٠٤ = ٤,٠٨ ث.

فيكون الزمن اللازم من البداية حتى تلتقي بالكرة الثانية عند (ب) هو :
ز = ٤,٠٨ + زَ .... (١)
نحسب المسافة من (د) إلى (ب) كالتالي :

ف$_{١}$ = ع. ز + $\frac{1}{2}$ جـ ز^{٢}

ف$_{١}$ = ٢٠ زَ + $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ زَ^{٢}

ف$_{١}$ = ٢٠ زَ + ٤,٩ زَ^{٢} .... (٢)

الكرة الثانية :

ع. = صفر ، جـ = ٩,٨ م / ث^{٢}
ز$_{٢}$ = ز – ٣ ولكن من معادلة (١) : ز = ٤,٠٨ + زَ
∴ ز$_{٢}$ = (٤,٠٨ + زَ) – ٣ = زَ + ١,٠٨

ف$_{٢}$ = ع. ز + $\frac{1}{2}$ جـ ز^{٢}

ف$_{٢}$ = صفر + $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ (زَ + ١,٠٨)^{٢}
ف$_{٢}$ = ٤,٩ [زَ^{٢} + ٢,١٦ زَ + ١,١٧)
ف$_{٢}$ = = ٤,٩ زَ^{٢} + ١٠,٦ زَ + ٥,٧٣ .... (٣)

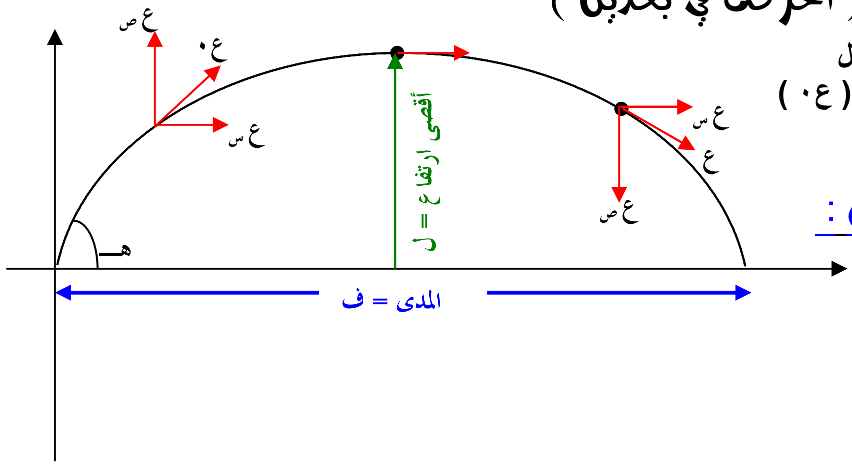
عند الالتقاء يكون :
ف$_{١}$ = ف$_{٢}$
٢٠ زَ + ~~٤,٩~~ زَ^{٢} = ~~٤,٩~~ زَ^{٢} + ١٠,٦ زَ + ٥,٧٣

٢٠ زَ - ١٠,٦ زَ = ٥,٧٣
٩,٤ زَ = ٥,٧٣
زَ = ٠,٦١ ث.

من العلاقة (١) نجد أن الزمن اللازم حتى تلتقي الكرتان هو :
ز = ٤,٠٨ + زَ
ز = ٤,٠٨ + ٠,٦١ = ٤,٦٩ ث.

حركة المقذوفات (المقذوفات المنحنية)

(الحركة في بعدين)



لندرس حركة قذيفة المدفع مثلا كما في الشكل المقابل والتي ستأخذ مسارا منحنيا وتنطلق بسرعة ابتدائية (ع٠) وبزاوية قدرها (هـ) مع المستوى الأفقي سوف نلاحظ ما يلي :

١ـ هذه الحركة تتركب من حركتين (مركبتين) :

أ – حركة على المحور السيني (أفقية)

وهي بسرعة ثابتة(ع$_{س}$) ، لعدم وجود قوى مؤثرة على الجسم. حيث تعطى السرعة الأفقية من العلاقة :

ع$_{س}$ = ع. جتاهـ

ب- حركة على المحور الصادي (رأسية)

وهي بسرعة متغيرة تقل صعودا وتزداد نزولا ، حيث تعطى السرعة الرأسية كالتالي:

ع$_{ص}$ = ع. جاهـ

وتكون معادلات الحركة في هذه الحالة هي :

أولا : على المحور السنيني :

ع$_{س}$ = ع. جتاهـ

ف$_{س}$ = ع. ز جتاهـ

ثانيا على المحور الصادي :

ع$_{ص}$ = ع. جاهـ - جـ ز

ف$_{ص}$ = ع. ز جاهـ - $\frac{1}{2}$ جـ ز^{2}

ع^{2} = (ع. جاهـ)^{2} - ٢ جـ ف

ع^{2} = ع.^{2} جا^{2}هـ - ٢ جـ ف

كما يمكن إيجاد سرعة المقذوف في أي لحظة من العلاقة :

ع = $\sqrt{ع_{س}^{2} + ع_{ص}^{2}}$

وكذلك نستطيع إيجاد أقصى ارتفاع (ل) مباشرة من العلاقة :

$$ل = \frac{ع.^{٢} جا^{٢}هـ}{٢ جـ}$$

كما يمكن إيجاد اتجاه المقذوف من العلاقة :

$$ظاهـ = \frac{ع_{ص}}{ع_{س}}$$

كذلك نستطيع إيجاد المدى (Range) مباشرة من العلاقة :

$$ف = \frac{ع.^{٢} جا٢هـ}{جـ}$$

ملاحظات حول حل المسائل :

١- أقصى مدى يصل إليه المقذوف هو عندما (جا٢هـ = ١) أي عندما تكون (هـ = ٤٥ ْ)
٢- عند نقص الزاوية أو زيادتها عن (٤٥ ْ) فإن المدى يقل.
٣- زمن صعود المقذوف لأقصى ارتفاع = زمن هبوط المقذوف لسطح الأرض.
٤- الزمن الكلي من القذف إلى السقوط على نفس مستوى المقذوف = ٢ × زمن الصعود .

مسائل محلولة

١- متسابق القفز الطويل ، في أحدى محاولاته للقفز غادر الأرض بزاوية ٢٠ ˚ مع الأفقي وبسرعة ١١ م / ث ، احسب:
أ- مدى القفزة
ب- أقصى ارتفاع يصل إليه المتسابق.

الحل:
هناك طريقتين للحل وهي :
أولا : ع. = ١١ م / ث ، هـ = ٢٠ ˚

لحساب المدى يجب حساب زمن الطيران أولا وهو الزمن الذي لا يكون خلاله المتسابق ملامسا للأرض، ولحساب ذلك نحسب الزمن منذ القفز إلى أقصى ارتفاع من العلاقة:

ع$_{ص}$ = ع. جاهـ - جـ ز
٠ = ١١جا٢٠ – ٩,٨ ز
ز = ٠,٣٨٤ ث (هذا زمن الصعود لأقصى ارتفاع)

الزمن الكلي = ٢ × زمن الصعود = ٢ × ٠,٣٨٤ = ٠,٧٦٨ ث.

فيكون المدى :
ف$_{س}$ = ع. ز جتاهـ
ف$_{س}$ = ١١ × ٠,٧٦٨ جتا٢٠ = ٧,٩٤ م

ب – لحساب أقصى ارتفاع نستخدم العلاقة :
ز = ٠,٣٨ ث (زمن الصعود لأقصى ارتفاع ، وليس الزمن الكلي)
ف$_{ص}$ = ع. ز جاهـ - $\frac{1}{2}$ جـ ز^{2}

ف$_{ص}$ = ١١ × ٠,٣٨٤ جا٢٠ - $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ (٠,٣٨٤)^{2} = ٠,٧٢٢ م

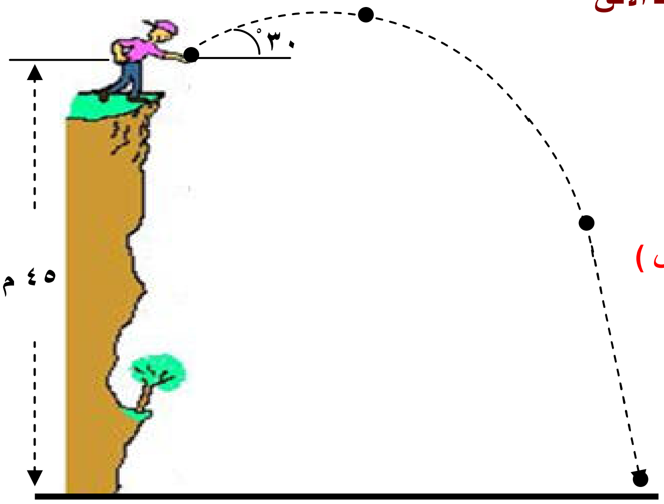
الحل الآخر :

من العلاقة التالية مباشرة نحسب المدى :

ف = (ع.^{2} جا٢هـ) / جـ = (١١^{2} جا٤٠) / ٩,٨ = ٧,٩٤ م

ب- من العلاقة التالية مباشرة نحسب أقصى ارتفاع :

ل = (ع.^{2} جا^{2}هـ) / ٢جـ = (١١^{2} جا^{2}٢٠) / (٢ × ٩,٨) = ٠,٧٢٢ م



٢- قذف حجر من قمة جبل ارتفاعه ٤٥ م ، بزاوية (٣٠°) من خط الأفق وبسرعة ابتدائية مقدارها (٢٠ م / ث) كما في الشكل ، احسب :
أ- زمن طيران الحجر.
ب- سرعة الحجر قبل اصطدامه بالأرض مباشرة.
ج- بعد سقوط الحجر على الأرض عن الجبل.

الحل :
ف = - ٤٥ م (السالب سببها أن المسافة باتجاه الأسفل أي أسفل الشخص)
هـ = ٣٠°   ،   ع. = ٢٠ م / ث

فص = ع. ز جاهـ - $\frac{1}{2}$ جـ ز^{2}

-٤٥ = ٢٠ ز جا٣٠ - $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ ز^{2}

٤,٩ ز^{2} – ١٠ ز – ٤٥ = صفر

وبحل معادلة الدرجة الثانية من القانون العام حيث :

أ= ٤,٩   ب = - ١٠   ج = -٤٥

$$ز = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{2} - ٤ أ ج}}{٢ أ} = \frac{١٠ \pm \sqrt{(-١٠)^{2} + ٤ \times ٤,٩ \times ٤٥}}{٢ \times ٤,٩} = \frac{١٠ \pm \sqrt{٩٨٢}}{٩,٨}$$

فيكون الزمن إما :
ز = -٢,١٨ ث   أو   ز = ٤,٢٢ ث
والزمن السالب مرفوض لأن معناه أنه سابق للقذف

فيكون زمن الطيران :

ز = ٤,٢٢ ث

ب – لحساب السرعة ، لدينا سرعتين سرعة على المحور السيني كالتالي :

عس = ع. جتاهـ = ٢٠ جتا٣٠ = ١٧,٣٢ م / ث (وهي ثابتة لا تتغير في أي لحظة)

والسرعة الثانية على المحور الصادي كالتالي :
عص = ع. جاهـ - جـ ز
عص = ٢٠ جا٣٠ – ٩,٨ × ٤,٢٢ = -٣١,٣٦ م / ث (وهي غير ثابتة لأنها تتأثر بالجاذبية الأرضية)

وبالتالي يكون مقدار السرعة حين اصطدام الحجر بالأرض هو :

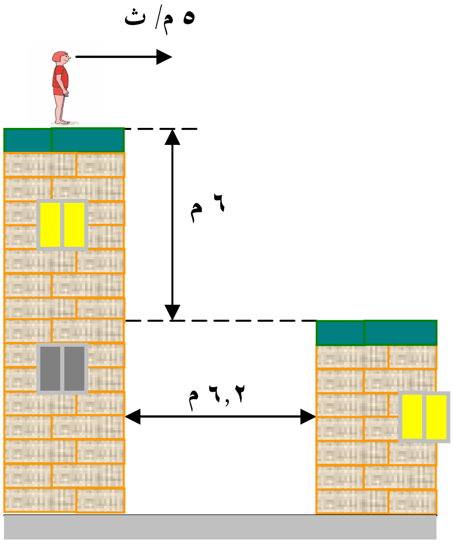
$$ع = \sqrt{ع_{س}^{2} + ع_{ص}^{2}}$$

$$ع = \sqrt{١٧,٣٢^{2} + (-٣١,٣٦)^{2}} = ٣٥,٨٣ \text{ م / ث}$$

ج- لحساب المسافة الأفقية (المدى) :

فس = ع. ز جتاهـ

فس = ٢٠ × ٤,٢٢ جتا٣٠ = ٧٣,١ م .



٣- يركض رجل من فوق سطح مبنى (كما في الشكل) فإذا أراد هذا الرجل القفز إلى المبنى المجاور له الذي يبعد عنه (٦,٢ م) ، فهل يستطيع هذا الرجل القفز للمبنى الآخر دون السقوط قبله إذا كانت سرعته (٥ م / ث)

الحل :

ف (ص) = - ٦ م (السالب سببها أن المسافة باتجاه الأسفل أي أسفل الشخص)

ع٠ = ٥ م / ث ، هـ = صفر

لكي نعرف أن الشخص يستطيع الوصول للمبنى المجاور لا بد أن نحسب أقصى مدى أفقي يصل له الرجل.

نحسب أولا الزمن من العلاقة :

فص = ع. ز جاهـ - $\frac{1}{2}$ جـ ز^2

-٦ = ٥ × ز جا٠ - $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ × ز^2

-٦ = - ٤,٩ ز^2

ز = ١,١ ث

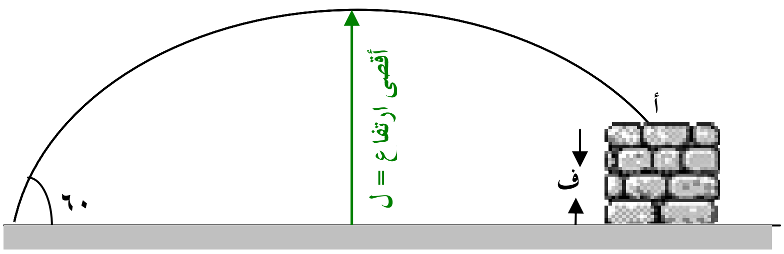
ثم نحسب المدى الأفقي من العلاقة التالية :

فس = ع. ز جتاهـ

فس = ٥ × ١,١ جتا٠ = ٥,٥ م .

بما أن أقصى قفز للرجل يكون على بعد (٥,٥ م) والمبنى المجاور يبعد عن المبنى الذي فوقه الرجل (٦,٢ م)

إذا لن يستطيع الرجل القفز للمبنى الآخر لأنه سيقع على بعد (٥,٥ م)



٤- قذف حجر إلى أعلى جدار ارتفاعه (ف) بسرعة ابتدائية مقدارها (٤٢ م / ث) ، وبزاوية (٦٠°) فوق المستوى الأفقي كما في الشكل ، فوصل الحجر للنقطة (أ) بعد زمن قدره (٥,٥ ثوان) من القذف أوجد:

١- ارتفاع الجدار (ف)
٢- سرعة اصطدام الحجر بالجدار عند النقطة (أ)
٣- أقصى ارتفاع يصل إليه الحجر فوق سطح الأرض

ع. = ٤٢ م / ث   هـ = ٦٠°   ز = ٥,٥ ث

أ-

فص = ع. ز جاهـ - $\frac{1}{2}$ جـ ز^{2}

ف = ٤٢ × ٥,٥ جا٦٠ - $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ (٥,٥)^{2} = ٥١,٨٣ م

ب – أولا : نحسب السرعة على المحور السيني :

عس = ع. جتاهـ

عس = ٤٢ جتا٦٠ = ٢١ م / ث

ثانيا : نحسب السرعة على المحور الصادي :

ع = ع. جاهـ - جـ ز

ع = ٤٢ جا٦٠ – ٩,٨ × ٥,٥ = - ١٧,٥٣ م / ث

ع = $\sqrt{\text{عس}^{2} + \text{عص}^{2}}$

ع = $\sqrt{21^{2} + (-17.53)^{2}}$ = ٢٧,٣٦ م / ث

ب- لحساب أقصى ارتفاع لابد أن نحسب زمن الصعود لأقصى ارتفاع بحيث :

ع. = ٤٢ م / ث   ع = صفر   هـ = ٦٠°

ع = ع. جاهـ - جـ ز

٠ = ٤٢ جا٦٠ – ٩,٨ ز

ز = ٣,٧١ ث

إذا أقصى ارتفاع هو :

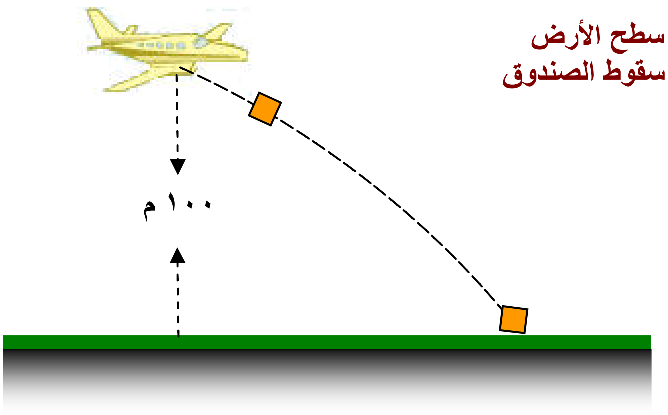
ل = ع. ز جاهـ - $\frac{1}{2}$ جـ ز^{2}

ل = ٤٢ × ٣,٧١ جا٦٠ - $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ (٣,٧١)^{2} = ٦٧,٥ م

أو نحسبه مباشرة من العلاقة التالية :

ل = $\frac{\text{ع.}^{2}\ \text{جا}^{2}\text{هـ}}{٢\ \text{جـ}}$

٥- تتحرك طائرة أفقيا بسرعة ٤٠ م / ث وعلى ارتفاع ١٠٠ م من سطح الأرض كما في الشكل المقابل ، فإذا اسقطت الطائرة صندوقا ، كم بعد نقطة سقوط الصندوق على الأرض عن نقطة اطلاقه.



الحل :

ع. = ٤٠ م / ث ، ف = - ١٠٠ م ، هـ = صفر

نحسب أولا زمن السقوط كما يلي :

$\text{ف}_{\text{ص}} = \text{ع. ز جاهـ} - \frac{1}{2} \text{جـ ز}^{2}$

$-١٠٠ = ٤٠ \text{ ز جا}٠ - \frac{1}{2} \times ٩,٨ \text{ ز}^{2}$

$-١٠٠ = -٤,٩ \text{ ز}^{2}$

ز = ٤,٥٢ ث

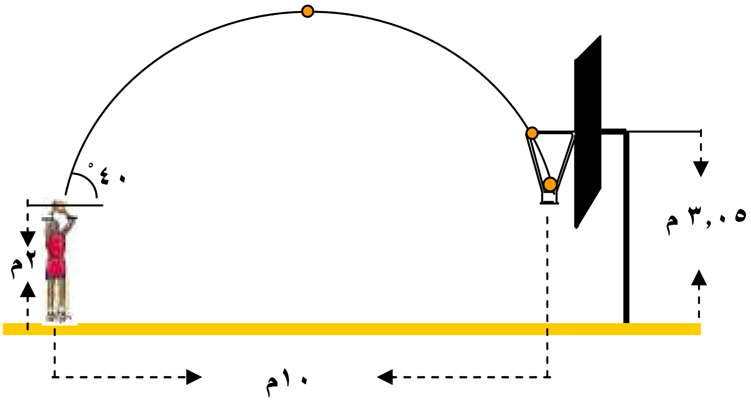
ثم نحسب بعد سقوط الصندوق كالتالي :

$\text{ف}_{\text{س}} = \text{ع. ز جتاهـ}$

ف = ٤٠ × ٤,٥٢ جتا٠ = ١٨٠,٨ م

===

٦- لاعب كرة سلة طوله ٢ م يقف على بعد ١٠ م من السلة ، كما في الشكل المقابل ، فإذا أراد أن يقذف الكرة بزاوية ٤٠˚ فوق مستوى الأفقي فبأي سرعة ابتدائية يجب أن يطلق الكرة كي تسقط بالسلة ، إذا علمت أن ارتفاع السلة عن سطح الأرض ٣,٠٥ م



الحل : $\text{ف}_{\text{س}}$ = ١٠ م هـ = ٤٠˚

المسافة بين نقطة قذف الكرة ونقطة دخول الكرة السلة هي :

$\text{ف}_{\text{ص}}$ = ٣,٠٥ – ٢ = ١,٠٥ م

نحسب أولا زمن المقذوف كالتالي :

$\text{ف}_{\text{س}} = \text{ع. ز جتاهـ}$

١٠ = ع. ز جتا٤٠

$\text{ز} = \frac{١٠}{\text{ع. جتا}٤٠} = \frac{١٣,٠٥}{\text{ع.}}$ .... (١)

$\text{ف}_{\text{ص}} = \text{ع. ز جاهـ} - \frac{1}{2} \text{جـ ز}^{2}$

$١,٠٥ = \text{ع. ز جا}٤٠ - \frac{1}{2} \times ٩,٨ \text{ ز}^{2}$ .... (٢)

الآن نعوض عن الزمن من المعادلة (١) في المعادلة (٢)

$١,٠٥ = \cancel{\text{ع.}} \left(\frac{١٣,٠٥}{\cancel{\text{ع.}}} \right) \text{جا}٤٠ - \frac{1}{2} \times ٩,٨ \left(\frac{١٣,٠٥}{\text{ع.}} \right)^{2}$

$١,٠٥ = ٨,٣٩ \text{ جا}٤٠ – ٤,٩ \frac{١٧٠,٣}{\text{ع.}^{2}}$

$١,٠٥ = ٨,٣٩ - \frac{٨٣٤,٤٧}{\text{ع.}^{2}}$

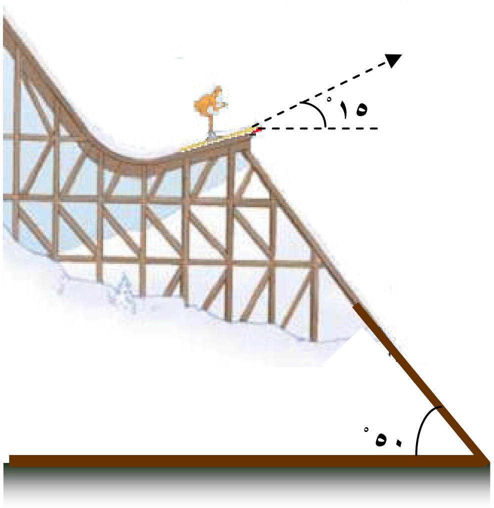
$١,٠٥ – ٨,٣٩ = \frac{-٨٣٤,٤٧}{\text{ع.}^{2}}$

$\text{ع.}^{2} = \frac{-٨٣٤,٤٧}{-٧,٣٤} = ١١٣,٦٩$ <============ $\text{ع.} = \sqrt{١١٣,٦٩} = ١٠,٦٦$ م / ث

٧- في الشكل المقابل ، ترك المتزلج الجليد بسرعة ١٠ م / ث وبزاوية ١٥° فوق المستوى الأفقي ، وكان المنحدر يصنع زاوية ٥٠° مع المحور السيني السالب ، احسب :

أ- المسافة (ف) التي يقطعها المتزلج قبل وصوله للأرض.

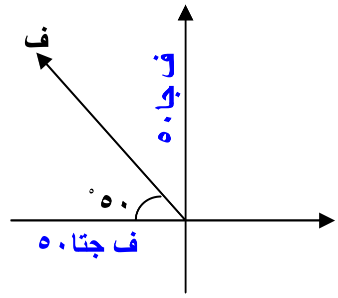
ب- مركبتي السرعة قبل هبوطه على الأرض مباشرة.



الحل :

ع. = ١٠ م / ث   هـ = ١٥°

أ- نرسم تخطيط للشكل المقابل كالتالي :



يكون لدينا مركبتين للمسافة (ف)

على المحور السيني :

$ف_س$ = ف جتا٥٠

$ف_ص$ = - ف جا٥٠

(السالب لأن المسافة أسفل المتزلج)

الآن نطبق قوانين المقذوفات كالتالي :

$ف_س$ = ع. ز جتاهـ

ف جتا٥٠ = ع. ز جتاهـ

ف جتا٥٠ = ١٠ ز جتا١٥

ملاحظة :

تستطيع إيجاد (ف) مباشرة من خلال العلاقة التالية :

$ف_ص = ف_س ظاهـ - \frac{جـ ف_س^٢}{٢ ع.^٢ جتا^٢هـ}$

بعد هذا السطر

$ز = \frac{ف جتا٥٠}{١٠ جتا١٥}$ = ٠,٠٦٦٥ ف .... (١)

وكذلك :

$ف_ص = ع. ز جاهـ - \frac{١}{٢} جـ ز^٢$

- ف جا٥٠ = ١٠ ز جا١٥ - $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ $ز^٢$

- ٠,٧٦٦ ف = ٢,٥٩ ز – ٤,٩ $ز^٢$ .... (٢)

بالتعويض عن (ز) في معادلة (٢) من (١) فيصبح :

- ٠,٧٦٦ ف = ٢,٥٩ (٠,٠٦٦٥ ف) – ٤,٩ (٠,٠٦٦٥ ف $)^٢$

- ٠,٧٦٦ ف = ٠,١٧٢ ف – ٠,٠٢١٦ $ف^٢$

٠,٠٢١٦ $\cancel{ف^٢}$ = ٠,٩٣٨ $\cancel{ف}$

ف = ٠,٩٣٨ ÷ ٠,٠٢١٦ = ٤٣,٤ م

ويكون الزمن من معادلة (١)

ز = ٠,٠٦٦٥ ف = ٠,٠٦٦٥ × ٤٣,٤ = ٢,٨٩ ث.

ب-

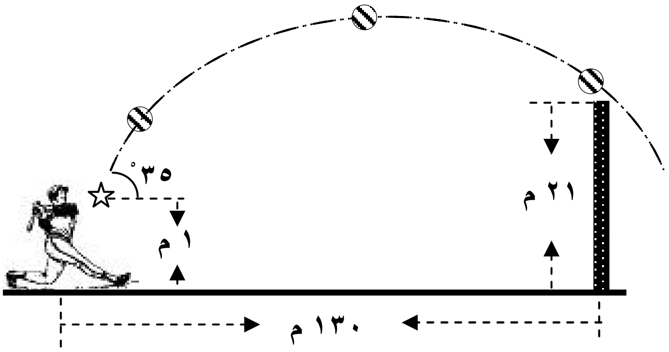
$ع_س$ = ع. جتاهـ = ١٠ جتا١٥ = ٩,٦٦ م / ث

$ع_ص$ = ع. جاهـ - جـ ز

$ع_ص$ = ١٠ جا١٥ – ٩,٨ × ٢,٨٩ = - ٢٥,٧٣ م / ث

٨- في مباراة للبيسبول قذفت الكرة بحيث كان مسارها قريبا من قمة جدار ارتفاعه ٢١ م موجود على مسافة ١٣٠ م ، فإذا كانت زاوية القذف تصنع من الاتجاه الأفقي ٣٥° أحسب :

أ- السرعة الابتدائية للكرة.
ب- الزمن اللازم حتى تصل الكرة الجدار
ج- مركبتي السرعة عندما تصل الكرة للجدار.
د- سرعة الكرة عندما تصل الجدار



الحل :
هذه المسألة شبيهة بالمسألة رقم (٦) لذلك سوف أقوم بحلها بطريقة مختلفة :

الحل : $\text{ف}_{\text{س}}$ = ١٣٠ م   هـ = ٣٥°

المسافة بين نقطة قذف الكرة ونقطة وصول الكرة الجدار هي :

$\text{ف}_{\text{ص}}$ = ٢١ – ١ = ٢٠ م

أ –

$$\text{ف}_{\text{ص}} = \text{ف}_{\text{س}}\ \text{ظاهـ} - \frac{\text{جـ}\ \text{ف}_{\text{س}}^{٢}}{٢\ \text{ع}^{٢}\ \text{جتا}^{٢}\text{هـ}}$$

$$٢٠ = ١٣٠\ \text{ظا}٣٥ - \frac{٩,٨ \times ١٣٠^{٢}}{٢\ \text{ع}^{٢}\ \text{جتا}^{٢}\ ٣٥}$$

$$- ٧١,٠٢ = - \frac{١٦٥٦٢٠}{١,٣٤\ \text{ع}^{٢}}$$

$$١,٣٤\ \text{ع}^{٢} = ٢٣٣٢,٠٢$$

$$\text{ع}^{٢} = ١٧٤٠,٣١ \Longleftarrow \text{ع} = \sqrt{١٧٤٠,٣١} = ٤١,٧٢\ \text{م / ث}$$

ب –

$\text{ف}_{\text{س}}$ = ع. ز جتاهـ

١٣٠ = ٤١,٧٢ ز جتا٣٥

ز = ٣,٨ ث .

ج-

$\text{ع}_{\text{س}}$ = ع. جتاهـ = ٤١,٧٢ جتا٣٥ = ٣٤,١٨ م / ث

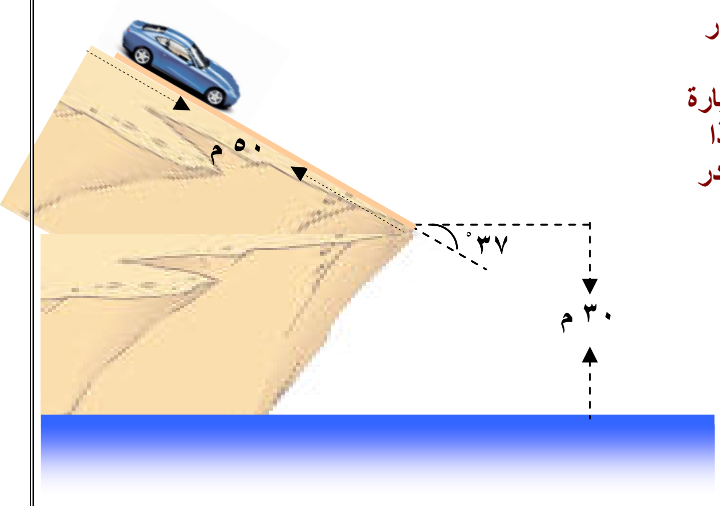
$\text{ع}_{\text{ص}}$ = ع. جاهـ - جـ ز

$\text{ع}_{\text{ص}}$ = ٤١,٧٢ جا٣٥ – ٩,٨ × ٣,٨ = - ١٣,٣١ م / ث

د-

$$\text{ع} = \sqrt{\text{ع}_{\text{س}}^{٢} + \text{ع}_{\text{ص}}^{٢}}$$

$$\text{ع} = \sqrt{٣٤,١٨^{٢} + (- ١٣,٣١)^{٢}} = ٣٦,٦٨\ \text{م / ث}$$



٩- تقف سيارة على منحدر شديد يطل على بحر ، ويصنع هذا المنحدر زاوية ٣٧˚ تحت المستوى الأفقي ، وقد ترك السائق المهمل صندوق تروس السيارة في الوضع المحايد ، وفجأة تلفت كوابح السيارة وبدأت في الحركة من السكون بتسارع ثابت مقداره (٤ م / ث^{٢}) فإذا قطعت السيارة ٥٠ م قبل أن تصل حافة المنحدر ، وكانت حافة المنحدر تعلو سطح البحر بمقدار ٣٠ م ، احسب :

أ- سرعة السيارة عندما تصل حافة المنحدر.

ب- الزمن المستغرق لوصول السيارة حافة المنحدر.

ج- سرعة السيارة عندما تصل سطح الماء ، واتجاهها.

د- الزمن الكلي لتحرك السيارة إلى أن وصلت الماء

هـ - بعد موضع السيارة بعد سقوطها من حافة المنحدر.

الحل :

أ – هذا المطلوب يمثل حركة في بعد واحد حيث :

ع. = صفر ، ف = ٥٠ م ، ت = ٤ م / ث^{٢}

ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ ت ف

ع^{٢} = صفر + ٢ × ٤ × ٥٠ = ٤٠٠

ع = $\sqrt{٤٠٠}$ = ٢٠ م / ث

ب – هذه الفقرة تابعة لفقرة (أ) :

ع = ع. + ت ز

٢٠ = ٠ + ٤ ز

ز = ٥ ث.

ج- هنا تبدأ الحركة في بعدين ، نوجد المركبة السينية والصادية للسرعة بحيث :

ع. = ٢٠ م / ث ، هـ = - ٣٧˚ (السالب لأنها تحت مستوى الأفقي) ف = - ٣٠ م

ع$_{س}$ = ع. جتاهـ = ٢٠ جتا(-٣٧) ≈ ١٦ م / ث

ع^{٢} = (ع. جاهـ)^{٢} - ٢ جـ ف

ع$_{ص}^{٢}$ = (٢٠ جا-٣٧)^{٢} - ٢ × ٩,٨ × (-٣٠) = ٧٣٢,٨٧

ع$_{ص}$ = $\sqrt{٧٣٢,٨٧}$ = - ٢٧,١ م / ث (أخذنا القيمة السالبة لأن اتجاه السرعة لأسفل)

إذا سرعة السيارة عندما تصل لسطح الماء هي :

ع = $\sqrt{ع_{س}^{٢} + ع_{ص}^{٢}}$

ع = $\sqrt{١٦^{٢} + (- ٢٧,١)^{٢}}$ = ٣١,٤٧ م / ث

لحساب اتجاه السيارة نستخدم العلاقة التالية :

ظاهـ = $\frac{ع_{ص}}{ع_{س}}$ = $\frac{-٢٧,١}{١٦}$ = - ١,٦٩

هـ = ظا$^{-١}$ (-١,٦٩) = - ٥٩,٣٩˚ (والسالب تعني أنها تحت مستوى الأفقي بزاوية ٥٩,٣٩˚)

د- حسبنا الزمن من أعلى المنحدر إلى حافته ووجدناه (ز = ٥ ث) ، والآن نحسب الزمن من سقوط السيارة من حافة الجبل إلى سطح البحر كالتالي :

$ع_{ص}$ = ع. جاهـ - جـ ز

-٢٧,١ = ٢٠ جا(-٣٧) – ٩,٨ ز

ز = ١,٥٤ ث.

فيكون الزمن الكلي هو :
ز = ٥ + ١,٥٤ = ٦,٥٤ ث.

هـ - بعد موضع السيارة عن حافة المنحدر بعد سقوطها هو :

$ف_{س}$ = ع. ز جتاهـ = ٢٠ × ١,٥٤ جتا (- ٣٧) = ٢٤,٦٠ م .

===

١٠- رجل اطفاء يقف على بعد ٥٠ م من مبنى يحترق ، ويوجه فوهة الخرطوم بزاوية ٣٠ فوق مستوى الأفقي نحو المبنى ، فإذا كانت سرعة اندفاع الماء من الفوهة ٤٠ م / ث ، فعند أي ارتفاع يصل الماء للمبنى.

الحل :
$ف_{س}$ = ٥٠ م   هـ = ٣٠°   ، ع. = ٤٠ م / ث

نحسب أولا الزمن المستغرق حتى يصل الماء المبنى كالتالي :
$ف_{س}$ = ع. ز جتاهـ
٥٠ = ٤٠ ز جتا٣٠

ز = ١,٤٤ ث .

ثم نحسب الارتفاع الذي يصل له الماء كالتالي :
$ف_{ص}$ = ع. ز جاهـ - $\frac{1}{2}$ جـ $ز^{2}$

$ف_{ص}$ = ٤٠ × ١,٤٤ جا٣٠ - $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ (١,٤٤)^{2} = ١٨,٦٤ م.

===

١١- قذف مقذوف بحيث كان مداه مساويا ثلاثة أضعاف أقصى ارتفاع له ، كم مقدار زاوية انطلاق هذا المقذوف ؟

ف = ٣ ل .... (١)   وحيث :

$ل = \frac{\text{ع.}^{2}\ \text{جا}^{2}\text{هـ}}{\text{٢ جـ}}$ ، $ف = \frac{\text{ع.}^{2}\ \text{جا٢هـ}}{\text{جـ}}$ ، جا٢هـ = ٢ جاهـ جتاهـ

نعوض في معادلة (١) عن (ل) و (ف) كالتالي :
ف = ٣ ل

$\frac{\cancel{\text{ع.}^{2}}\ \text{٢}\ \cancel{\text{جاهـ}}\ \text{جتاهـ}}{\cancel{\text{جـ}}} = \text{٣}\ \frac{\cancel{\text{ع.}^{2}}\ \text{جا}^{\cancel{2}}\text{هـ}}{\text{٢}\ \cancel{\text{جـ}}}$

٤ جتاهـ = ٣ جاهـ

$\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}} = \frac{4}{3}$ وحيث أن : ظاهـ = جاهـ ÷ جتاهـ

ظاهـ = ١,٣٣ ======== > هـ = ظا$^{-1}$ (١,٣٣) = ٥٣,١°

قوانين نيوتن

قانون نيوتن الأول:

(يبقى الجسم محافظا على حالته من السكون أو الحركة المنتظمة " بسرعة ثابتة على خط مستقيم " ما لم تؤثر عليه قوة خارجية)

الصيغة الرياضية للقانون :

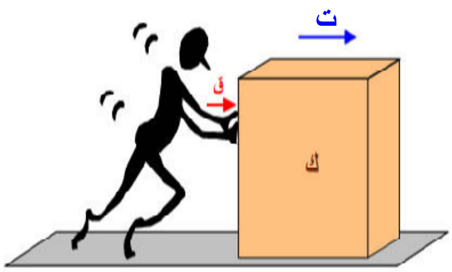
محصلة القوى المؤثرة على الجسم الساكن أو المتحرك = صفر

$$\boxed{\sum \overleftarrow{\text{ق}} = \text{صفر}}$$

==

قانون نيوتن الثاني :

(إذا أثرت قوة على جسم فإنها تكسبه تسارعا يتناسب طرديا مع تلك القوة وعكسيا مع كتلة الجسم)



الصيغة الرياضية للقانون :

$$\boxed{\overleftarrow{\text{ق}} = \text{ك}\ \overleftarrow{\text{ت}}}$$

وإذا أثرت على الجسم قوتان أو أكثر فإن قانون نيوتن الثاني يصبح :

$$\boxed{\sum \overleftarrow{\text{ق}} = \text{ك}\ \overleftarrow{\text{ت}}}$$

تذكر أن :

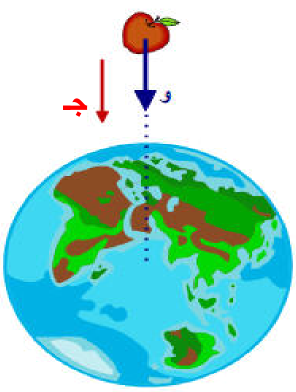
$$\text{ت} = \frac{\Delta\ \text{ع}}{\text{ز}}$$

==

الوزن (و) : هو مقدار قوة جذب الأرض للجسم

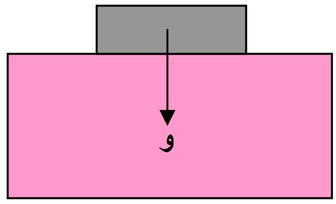
$$\boxed{\overleftarrow{\text{و}} = \text{ك}\ \overleftarrow{\text{جـ}}}$$

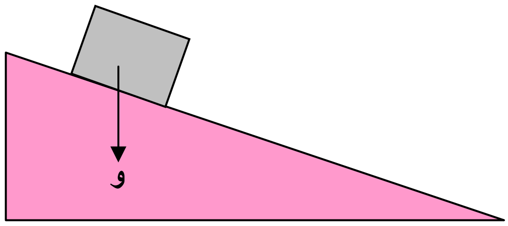
حيث : جـ : تسارع عجلة الجاذبية الأرضية = ٩,١٨ م / ث^{٢}



بعض أنواع القوى :

١- الوزن (و) : أي جسم قريب من سطح الأرض (في مجال الجاذبية الأرضية) يتأثر بقوة جذب الأرض له ويكون اتجاهها نحو مركز الأرض (الأسفل) دائما .

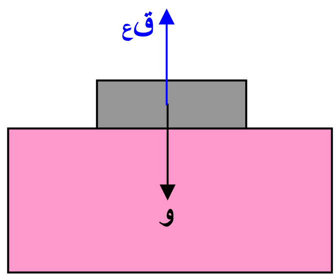


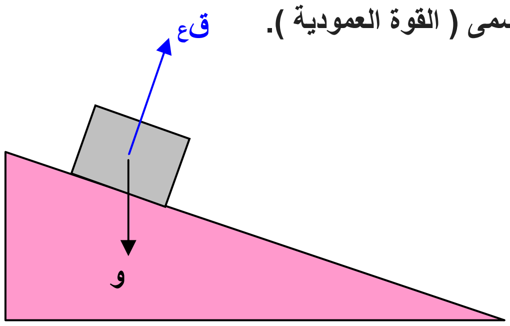


==

٢- قوة رد الفعل العمودية(قع):

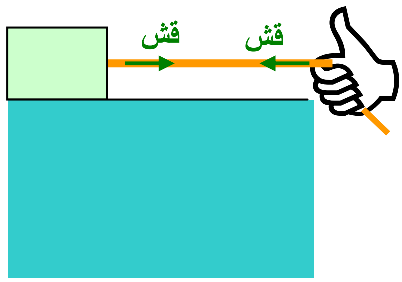
عند وضع أي جسم على سطح ما ، فإن ذلك السطح سوف يدفع الجسم بقوة تسمى (القوة العمودية).

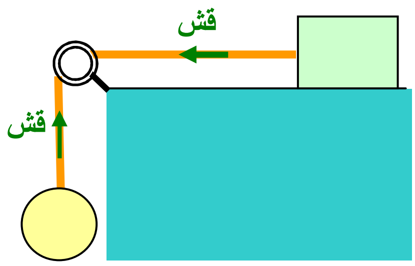


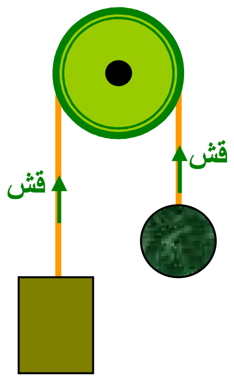


==

٣- قوة الشد (قش) : هي قوة تعمل بين جسمين بحيث تشد أحدهما للآخر بواسطة حبل أو خيط







ملاحظات يجب اتباعها عند مسائل قوانين نيوتن :

- نرسم تخطيطا للقوى المؤثرة على الجسم الذي ستتم دراسة حركته.
- إذا كان النظام يحوي أكثر من جسم يتم عزل كل جسم على حده.
- يقتصر الرسم على القوى المؤثرة على الجسم دون القوى الذي يؤثر بها الجسم على الأجسام الأخرى.
- نرسم المحورين السيني والصادي بحيث ينطبق أحد المحورين على محور الحركة والآخر عموديا عليه.
- نحدد اتجاه حركة الجسم.
- نطبق قانون نيوتن الثاني مرة على المحور السيني ومرة على المحور الصادي.

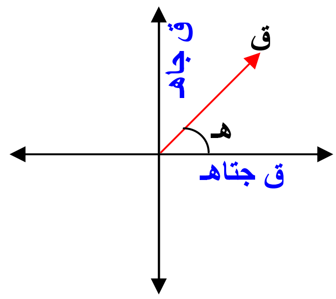
قانون نيوتن الثالث :

لكل قوة فعل قوة رد فعل مساوية لها في المقدار ومعاكسة لها في الاتجاه .

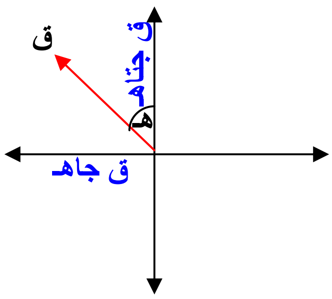
===

قبل الدخول لمسائل قوانين نيوتن فإن هناك أمرا لابد من معرفته وهو (مركبات المتجه) ، لأننا سنحتاجه في قوانين نيوتن والشغل والطاقة وكثير من مواضيع الفيزياء .

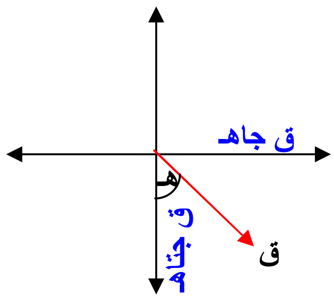
مثال : إذا كان لدينا متجه (ق) كما في الأشكال التالية، فما هي مركباته السينية والصادية ؟



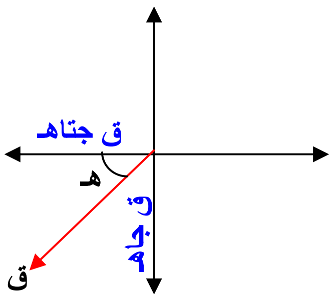
مركبات هذا الشكل :
ق س = ق جتاهـ
ق ص = ق جاهـ



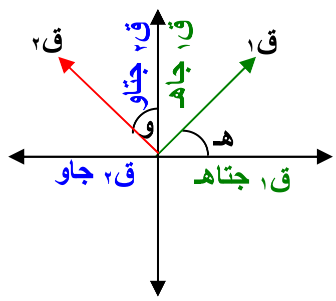
مركبات هذا الشكل :
ق س = - ق جاهـ
ق ص = ق جتاهـ



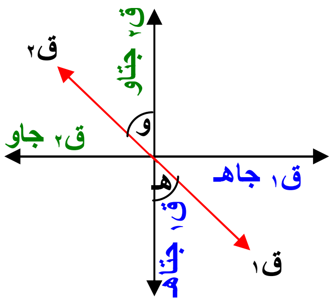
مركبات هذا الشكل :
ق س = ق جاهـ
ق ص = - ق جتاهـ



مركبات هذا الشكل :
ق س = - ق جتاهـ
ق ص = - ق جاهـ



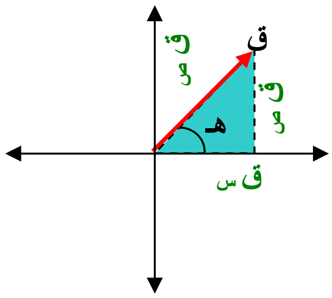
مركبات هذا الشكل :
ق س = ق١ جتاهـ - ق٢ جاو
ق ص = ق١ جاهـ + ق٢ جتاو



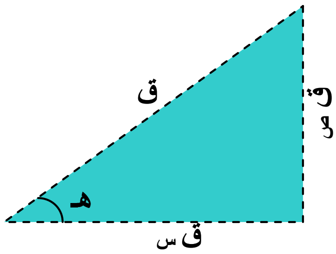
مركبات هذا الشكل :
ق س = ق١ جاهـ - ق٢ جاو
ق ص = ق٢ جتاو - ق١ جتاهـ

وهكذا ......

وهذه المركبات لم نختارها من أنفسنا بل وفق قواعد رياضية فمثلا هذا الشكل :



لاحظ لو أكملنا المثلث مع المتجه (ق) سيكون كالتالي :
فلو أردنا (قس) سيكون من المثلث :



جتاهـ = المجاور ÷ الوتر

جتاهـ = قس ÷ ق

إذا :

قس = ق جتاهـ

وكذلك لو أردنا (قص) سيكون من المثلث :

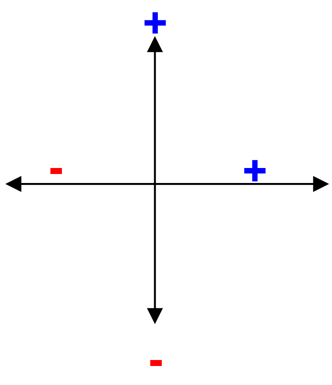
جاهـ = المقابل ÷ الوتر

جتاهـ = قص ÷ ق

إذا :

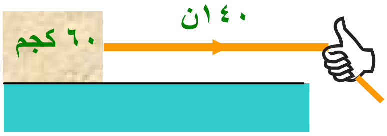
قص = ق جاهـ

ملاحظة بالنسبة للإشارات :



١- الجزء الأيمن من المحور السيني موجب والجزء الأيسر سالب
٢- الجزء العلوي من المحور الصادي موجب والجزء السفلي سالب

مسائل محلولة



١- في الشكل المقابل صندوق كتلته ٦٠ كجم وضع على سطح أملس (عديم الاحتكاك) سحب بقوة مقدارها ١٤٠ نيوتن أحسب تسارع الصندوق .

الحل:

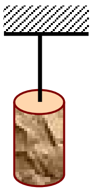
بتطبيق قانون نيوتن الثاني :

لا توجد إلا قوة واحدة مؤثر على الجسم وهي قوة الشد (١٤٠ نيوتن) إذا :

∑ ق = ك ت

١٤٠ = ٦٠ ت =======> ت = ١٤٠ ÷ ٦٠ = ٢,٣٣ م / ث^{٢}

==

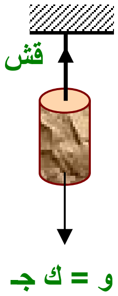


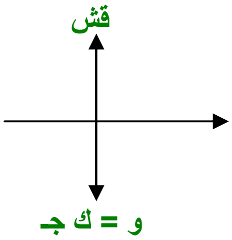
شكل ٢

٢- في الشكل المقابل (٢) اسطوانة كتلتها ٥ كجم معلقة بواسطة حبل ، أحسب قوة الشد في الحبل.

الحل :

سوف نعمل تخطيط للجسم كما يلي :





نطبق شرط الاتزان على المحور السيني :

∑ قس = صفر

∑ قس = صفر (لأن ليس هناك قوى على هذا المحور)

نطبق شرط الاتزان على المحور الصادي :

∑ قص = صفر

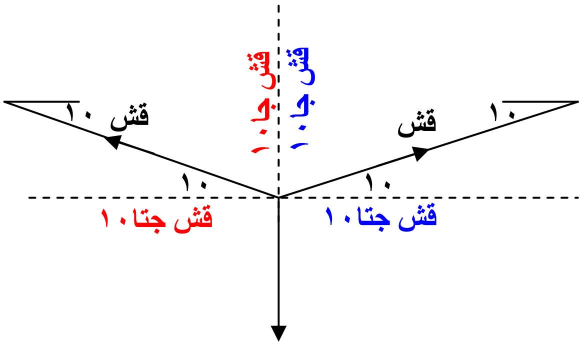
قش – و = صفر [لاحظ أن (قش) إشارتها موجبة لأنها على المحور الصادي الموجب و (و) إشارتها سالبة لأنها على المحور السالب]

قش = و

قش = ك جـ = ٥ × ٩,٨ = ٤٩ نيوتن

٣- كتلة لاعب المشي على الحبل الموضح بالشكل التالي هي ٦٥ كجم ، عندما يكون اللاعب في حالة اتزان في الوضع المبين.
أ – أوجد الشد في الحبل.
ب - إذا كانت أقصى قوة شد يتحملها الحبل المبين قدرها ٢٠٠٠ نيوتن ، فما أقصى وزن يستطيع هذا الحبل حمله في الوضع المبين .

الحل :



أ) نعمل تخطيطا للجسم كما يلي :

نطبق شرط الاتزان على المحور السيني :

∑ قس = صفر

قش جتا١٠ – قش جتا١٠ = صفر (لاحظ أن (قش) ثابتة لأن الحبل واحد)

مجموع القوى على المحور الصادي :

∑ قص = صفر

قش جا١٠ + قش جا ١٠ – ٦٥٠ = صفر

٢ قش جا١٠ = ٦٥٠

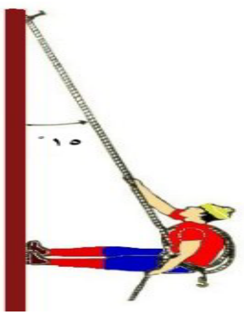
قش = ١٨٧١,٦ نيوتن

٢- عندما يكون أقصى قوة شد (قش = ٢٠٠٠ نيوتن) فإن أقصى وزن يتحمله هذا الحبل هو :

أقصى وزن = ٢ قش جا١٠ = ٢ × ٢٠٠٠ جا١٠ = ٦٩٤,٦ نيوتن

==

٤ - يوضّح الشكل التالي متسلق جبال وزنه ٨٠٠ نيوتن وهو يحاول الهبوط على وجه صخرة مرتفعة، فيتعلق بالحبل ويدفع بقدميه على الصخرة بشكل أفقي .عندما يكون المتسلق في حالة اتزان.أجب عما يأتى:



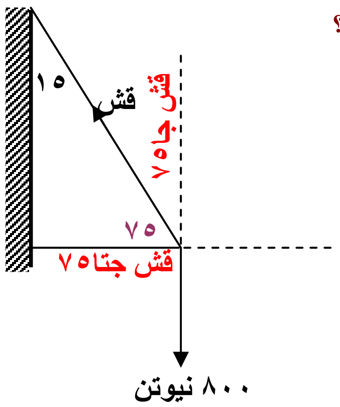
أ - ارسم مخطط الجسم الحر لمتسلق الجبال.

ب - ما مقدار قوة الشد في الجبل؟

ج - ما مقدار القوة التي يدفع بها المتسلق على الصخرة؟

د - ما مقدار القوة التي تدفع بها الصخرة على المتسلق ، وما اتجاهها؟

أ-



ب- مجموع القوى على المحور الصادي :
∑ قص = صفر <========= قش جا٧٥ – ٨٠٠ = صفر

قش جا٧٥ = ٨٠٠
قش = ٨٠٠ ÷ جا٧٥ = ٨٢٨,٢ نيوتن

٣- قوة دفع المتسلق على الصخرة = قش جتا٧٥ = ٨٢٨,٢ جتا٧٥ = ٢١٤,٤ نيوتن (باتجاه الصخرة)

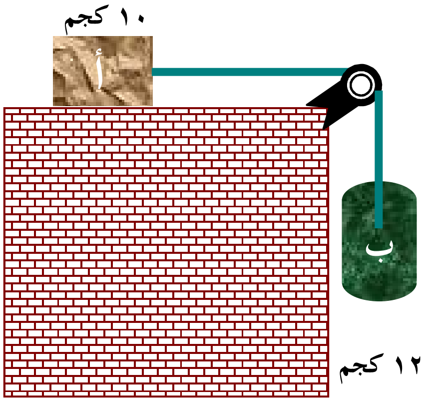
٤- القوة التي تدفع بها الصخرة على الرجل = قوة دفع المتسلق على الصخرة ولكن بالاتجاه المعاكس = ٢١٤,٤ نيوتن (باتجاه الرجل)

٥ – في الشكل المقابل إذا كان السطح أملس (عديم الاحتكاك) احسب :

أ) تسارع المجموعة

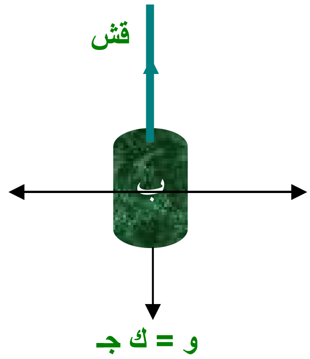
ب) قوة الشد في الحبل

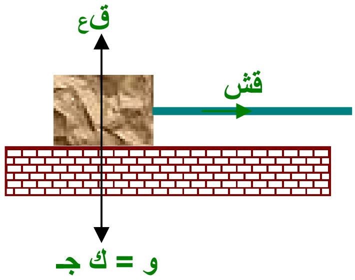
ج) القوة العمودية على الصندوق (أ)



الحل :

نفرض اتجاه الحركة إلى أسفل ثم نقوم بعزل الجسمين كما يلي :





أ) من الشكل (ب) :

∑ قص = ك ت

ك جـ - قش = ك ت

١٢ × ٩,٨ – قش = ١٢ ت

١١٧,٦ – قش = ١٢ ت .... (١)

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الصندوق (أ) :

∑ ق = ك ت

قش = ١٠ ت (لاحظ أننا أخذنا القوى التي تسبب حركة الجسم فقط ولم نأخذ الوزن لأنه لا يؤثر)

قش = ١٠ ت .... (٢)

بالتعويض عن قش من (٢) في (١) :

١١٧,٦ – ١٠ ت = ١٢ ت =============> ٢٢ ت = ١١٧,٦ =======> ت = ٥,٣٥ م / ث^2

ب) بالتعويض في المعادلة (٢) نجد أن : قش = ١٠ ت = ١٠ × ٥,٣٥ = ٥٣,٥ نيوتن

ج) قع = ك جـ = ١٠ × ٩,٨ = ٩٨ نيوتن

ملاحظة : نستطيع إيجاد (ت) مباشرة من قانون نيوتن التالي :

∑ ق = ت ∑ ك

نأخذ القوى المسببة (أو المعيقة) للحركة فقط ، فنجد أن القوة المؤثرة على الجسمين هي (جـ كب) فقط ، وبتطبيق القانون السابق نجد :

∑ ق = ت ∑ ك

جـ كب = ت (كأ + كب)

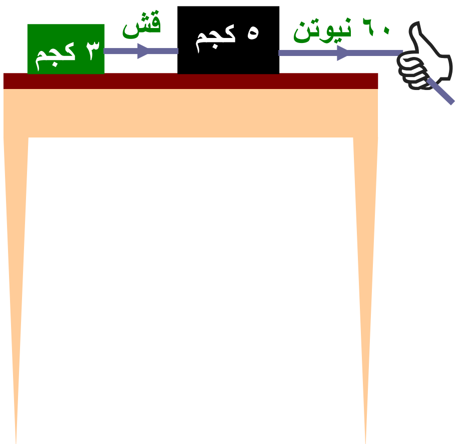
٩,٨ × ١٢ = ت (١٠ + ١٢)

ت = ٥,٣٥ م / ث^2

===

٦ – صندوقان متصلان بخيط خفيف كما في الشكل المقابل موضوعان على مستوى أفقي عديم الاحتكاك ، فإذا أثرت قوة مقدارها ٦٠ نيوتن على الصندوق الأكبرباتجاه اليمين ، احسب :

أ) تسارع المجموعة ب) الشد في الخيط.



الحل :

أ) نأخذ الصندوق الأكبر ونطبق عليه قانون نيوتن الثاني :

∑ ق = ك ت

٦٠ – قش = ٥ ت .... (١)

نأخذ الصندوق الصغير ونطبق عليه قانون نيوتن الثاني :

∑ ق = ك ت

قش = ٣ ت (لاحظ القوى المؤثرة عليه مباشرة هي قش فقط) .... (٢)

بجمع المعادلتين (١) و (٢) كما يلي :

٦٠ – ~~قش~~ = ٥ ت

~~قش~~ = ٣ ت

---

٦٠ = ٨ ت

ت = ٦٠ ÷ ٨ = ٧,٥ م / ث^{٢}

ب) لإيجاد (قش) نعوض بإحدى المعادلتين (١) أو (٢) :

قش = ٣ ت

قش = ٣ × ٧,٥ = ٢٢,٥ نيوتن

لاحظ أننا لو عوضنا بالمعادلة رقم (١) لطلع لنا نفس الناتج .

ملاحظة : نستطيع إيجاد (ت) مباشرة من قانون نيوتن التالي :

∑ ق = ت ∑ ك

نأخذ القوى المسببة (أو المعيقة) للحركة فقط ، فنجد أن القوة المؤثرة على الجسمين هي (٦٠ نيوتن) فقط ، وبتطبيق القانون السابق نجد :

∑ ق = ت ∑ ك

٦٠ = ت (ك$_{١}$ + ك$_{٢}$)

٦٠ = ت (٥ + ٣)

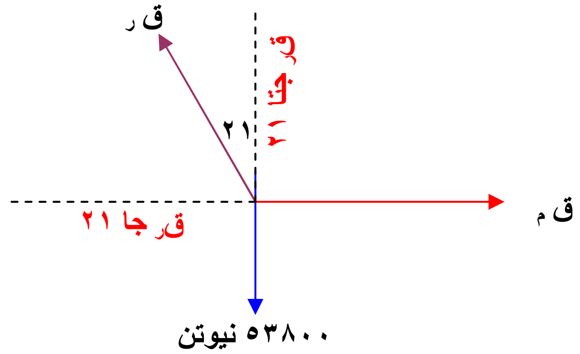
ت = ٧,٥ م / ث^{٢}

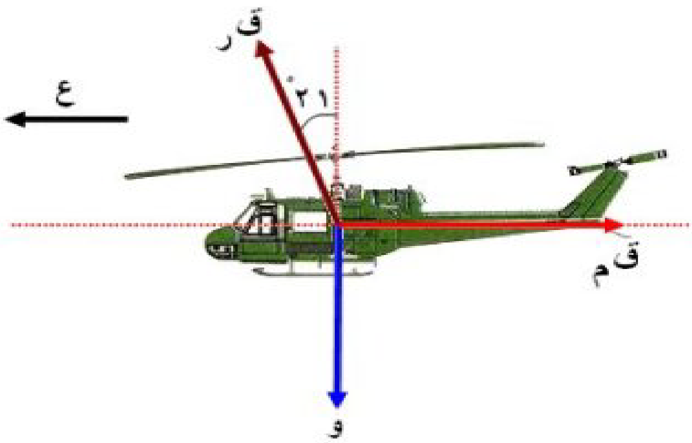
==

٧ - تحلق طائرة مروحية (عمودية) وزنها ٥٣٨٠٠ نيوتن بسرعة منتظمة (ع) في اتجاه أفقي . فإذا أثرت في الطائرة بالإضافة إلى وزنها قوتان هما قوة مقاومة الهواء (ق م) وقوة الرفع (ق ر) بسبب دوران المروحة، فأحسب مقدار هاتين القوتين.

الحل :

أولا نرسم شكلا بيانيا لحركة الهيلوكبتر





القوى على المحور السيني :

∑ قس = صفر ========> قم – قر جا٢١ = صفر

قم = قر جا٢١ .... (١)

القوى على المحور الصادي :

∑ قص = صفر ========> قر جتا٢١ – ٥٣٨٠٠ = صفر

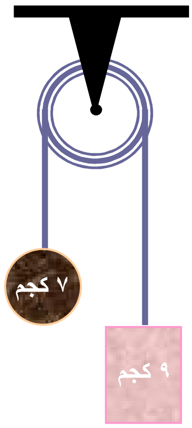
قر = ٥٣٨٠٠ ÷ جتا٢١ = ٥٧٦٢٧,٦ نيوتن

من العلاقة رقم (١) :

ق م = ق ر جا٢١ = ٥٧٦٢٧,٦ × جا٢١ = ٢٠٦٥١,٩ نيوتن

٨- كرة حديدية كتلتها ٧ كجم ربطت بحبل يمر فوق بكرة عديمة الاحتكاك وعلق بالطرف الآخر للحبل صندوق كتلته ٩ كجم كما في الشكل المقابل ، احسب :

أ) تسارع المجموعة ب) الشد في الحبل



الحل :

أ) نفرض اتجاه الحركة من الكرة إلى الصندوق أي (مع عقارب الساعة)

نبدأ بالكرة ونطبق عليها قانون نيوتن الثاني :

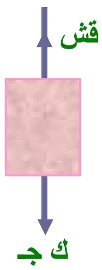
ج ق = ك ت

قش ــ ك جـ = ك ت (بدأنا بـ (قش) لأن الحركة لأعلى)

قش ــ ٧ × ٩,٨ = ٧ ت

قش ــ ٦٨,٦ = ٧ ت .... (١)

ثم نطبق قانون نيوتن الثاني على الصندوق:



ج ق = ك ت

ك جـ - قش = ك ت (بدأنا بـ (ك جـ) لأن الحركة لأسفل)

٩ × ٩,٨ ــ قش = ٩ ت

٨٨,٢ ــ قش = ٩ ت .... (٢)

بجمع المعادلتين (١) و (٢) :

قش ــ ٦٨,٦ = ٧ ت

٨٨,٢ ــ قش = ٩ ت

٨٨,٢ ــ ٦٨,٦ = ١٦ ت

١٩,٦ = ١٦ ت

ت = ١٩,٦ ÷ ١٦ = ١,٢٣ م / ث٢

ب) لأيجاد قوة الشد نعوض بإحدى المعادلتين (١) أو (٢) كما يلي :

قش ــ ٦٨,٦ = ٧ ت

قش = ٧ × ١,٢٣ + ٦٨,٦ = ٧٧,٢١ نيوتن

ملاحظة : نستطيع إيجاد (ت) مباشرة من قانون نيوتن التالي :

ج ق = ت ج ك

نأخذ القوى المسببة (أو المعيقة) للحركة فقط ، فنجد أن القوة المؤثرة على الجسمين هي (جـ ك٩) و (جـ ك٧) ، وبتطبيق القانون السابق نجد :

ج ق = ت ج ك

جـ ك٩ ــ جـ ك٧ = ت (ك٩ + ك٧)

٩,٨ × ٩ ــ ٩,٨ × ٧ = ت (٩ + ٧)

١٩,٦ = ١٦ ت

ت = ١,٢٣ م / ث٢

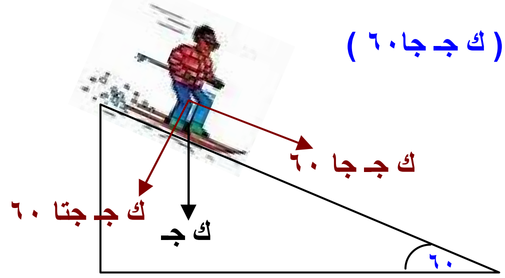
==

٩- ينزلق متزلج كتلته ٦٥ كجم من أعلى منحدر عديم الاحتكاك يميل عن الأفقي بزاوية ٦٠ْ كما في الشكل المقابل ، أحسب تسارع ذلك المتزلج .

الحل :

لاحظ أن القوة المسببة للحركة هي (ك جـ جا٦٠)

بتطبيق قانون نيوتن الثاني :



ج ق = ك ت

ك جـ جا٦٠ = ك ت

٦٥ × ٩,٨ جا٦٠ = ٦٥ ت

٥٥١,٦٦ = ٦٥ ت

ت = ٥٥١,٦٦ ÷ ٦٥ = ٨,٤٩ م / ث

ملاحظة :

إذا كان الجسم ينزلق بدون قوى مؤثرة خارجية على سطح أملس كما في المسألة السابقة فيمكن حساب التسارع مباشرة من العلاقة التالية :

ت = جـ جاهـ

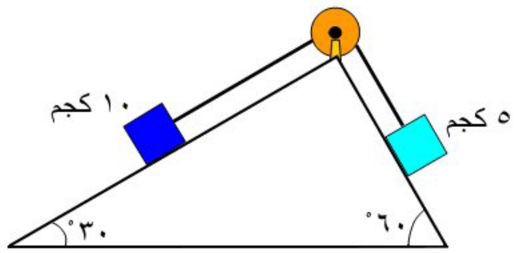
٩ـ تتحرك الكتلتان ك١، ك٢ على المستويين المائلين، كما هو موضح بالشكل التالي وبفرض أن الاحتكاك مهمل تماماً، أجب عما يلي:

١ ـ ما هو تسارع المجموعة ؟

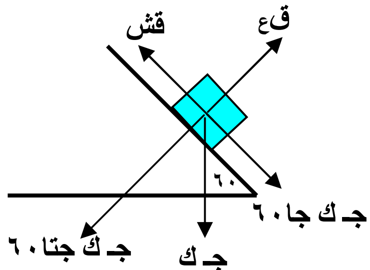
٢ ـ ما مقدار قوة الشد في الخيط ؟

٣ ـ ما مقدار القوة التي يؤثر بها السطح في الكتلة ك = ١٠ كجم ؟

٤ ـ ما مقدار القوة التي تؤثر بها الكتلة ك = ٥ كجم في السطح ؟



الحــــــــــل :



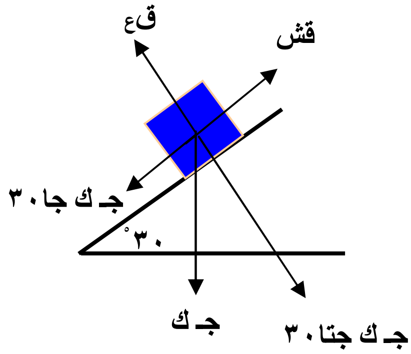
كما عملنا في الحل السابق نعمله هنا من حيث فصل الجسمين ودراسة كل جسم على حدة وتطبيق قانون نيوتن الثاني عليه:
أولا نفرض اتجاه الحركة (من عندنا) بأنه يتجه إلى الجسم ذو الكتلة (٥ كجم) ثم نطبق قانون نيوتن على هذا الجسم :

∑ ق = ك ت

جـ ك جا٦٠ ــ قش = ت ك

٩,٨ × ٥ جا٦٠ ــ قش = ٥ ت

٤٢,٤٣ ــ قش = ٥ ت .... (١)



نطبق قانون نيوتن على الجسم الثاني ذو الكتلة (١٠ كجم) كالتالي :

∑ ق = ك ت

قش ـ جـ ك جا٣٠ = ت ك

قش ــ ٩,٨ × ١٠ جا٣٠ = ١٠ ت

قش ـ ٤٩ = ١٠ ت .... (٢)

بجمع المعادلتين (١) و (٢) ينتج :

٤٢,٤٣ ــ ~~قش~~ = ٥ ت

~~قش~~ ٤٩ = ١٠ ت

٤٢,٤٣ ــ ٤٩ = ١٥ ت

ـ٦,٥٧ = ١٥ ت

ت = ـ ٠,٤٣٨ م / ث٢ (والإشارة السالبة تدل على أن اتجاه الحركة هو عكس ما فرضنا)

(٢) من أحدى المعادلتين (١) أو (٢) نوجد قوة الشد في الخيط :

قش ـ ٤٩ = ١٠ ت

قش = ١٠ × (ـ ٠,٤٣٨) + ٤٩ = ٤٤,٦٢ نيوتن

(٣) ق ع = جـ ك جتا٣٠ = ٩,٨ × ١٠ جتا٣٠ = ٨٤,٨٧ نيوتن

(٤) ق ع = جـ ك جتا٦٠ = ٩,٨ × ٥ جتا٦٠ = ٢٤,٥ نيوتن

ملاحظة : نستطيع إيجاد (ت) مباشرة من قانون نيوتن التالي : ∑ ق = ت ∑ ك
نأخذ القوى المسببة (أو المعيقة) للحركة فقط ، فنجد أن القوة المؤثرة على الجسمين هي (جـ ك٥ جا٦٠) و (جـ ك١٠ جا٣٠) ، وبتطبيق القانون السابق نجد :

∑ ق = ت ∑ ك

جـ ك٥ جا٦٠ــ جـ ك١٠ جا٣٠ = ت (ك٥ + ك١٠)

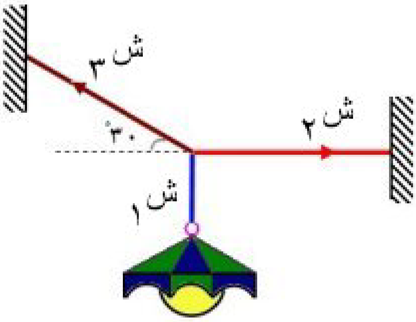
٩,٨ ×٥ جا٦٠ ــ ٩,٨ ×١٠ جا٣٠ = ت (٥ + ١٠)

ـ ٦,٥٦ = ١٥ ت

ت = ـ ٠,٤٣٨ م / ث٢

١٠ – في الشكل التالي علق مصباح وزنه ١٠ نيوتن بواسطة حبلين خفيفين ، وفي وضع الاتزان كان أحد الحبلين يميل على الأفقي بزاوية قدرها ٣٠ ْ بينما أصبح الحبل الآخر في وضع أفقي.

احسب مقدار قوة الشد في كل حبل.



الحل :

مجموع القوى على المحور السيني :

∑ قس = صفر

ش٢ – ش٣ جتا٣٠ = صفر

ش٢ = ش٣ جتا٣٠ .... (١)

مجموع القوى على المحور الصادي :

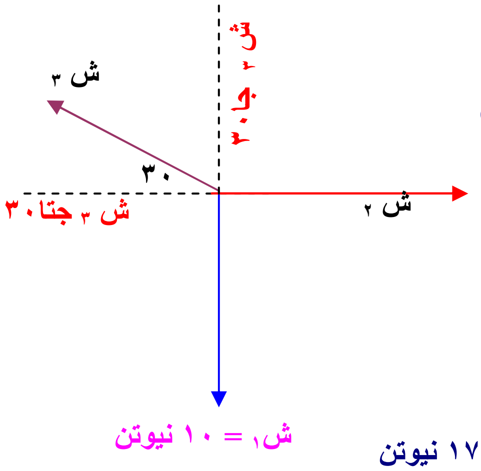
∑ قص = صفر

ش٣ جا٣٠ - ١٠ = صفر

ش٣ = ١٠ ÷ جا٣٠ = ٢٠ نيوتن

من المعادلة رقم (١) :

ش٢ = ش٣ جتا٣٠ = ٢٠ × جتا٣٠ = ١٧,٣٢ نيوتن



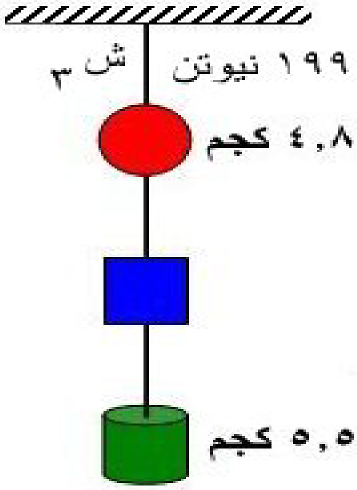
===

١١ - ثلاث قطع معدنية معلقة بواسطة ثلاثة حبال خفيفة كما هو موضح بالشكل. فإذا كانت كتلة القطعة العليا ٤,٨ كجم وكتلة السفلى ٥,٥ كجم، وقوة الشد في الحبل العلوي (ش٣) ١٩٩ نيوتن.

أ) مقدار قوة الشد في الحبل السفلي (ش١) .

ب) مقدار قوة الشد في الحبل الأوسط (ش٢).

ج) مقدار كتلة الجسم الثاني.



الحل :

أ)

ش١ – ٥٥ = صفر

ش١ = ٥٥ نيوتن.

ب)

١٩٩ – (ش٢ + ٤٧,٠٤) = صفر

ش٢ = ١٩٩ - ٤٧,٠٤ = ١٥١,٩٦ نيوتن.

ج)

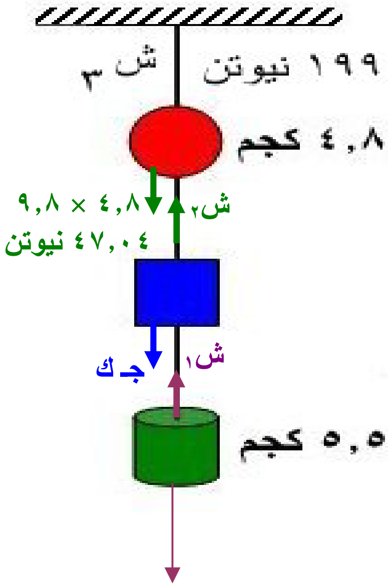
ش٢ – (ش١ + جـ ك) = صفر

١٥١,٩٦ – (٥٣,٩ + ٩,٨ ك) = صفر

١٥١,٩٦ – ٥٣,٩ – ٩,٨ ك = صفر

٩٨,٠٦ = ١٠ ك

ك = ٩٦ ÷ ٩,٨ = ١٠ كجم .



و= ٥,٥ × ٩,٨

= ٥٣,٩ نيوتن

١٢ - يوضح الشكل التالي كتلتين ك$_{١}$ = ك$_{٢}$ = ٤ كجم مرتبطتين ببعضهما بواسطة خيط خفيف يمر على بكرات ملساء.

أجب عما يأتي:

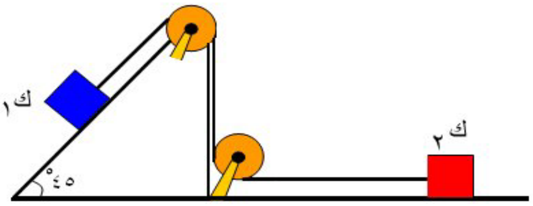
١ - ما هو تسارع المجموعة ؟

٢ - ما مقدار قوة الشد في الخيط؟

٣ - ما مقدار القوة (القوة العمودية) التي يؤثر بها السطح الأفقي في ك$_{٢}$ ؟

٤ - ما مقدار القوة (القوة العمودية) التي يؤثر بها السطح المائل في ك$_{١}$ ؟

٥ - ما هو الزمن اللازم للكتلة ك$_{٢}$ لتقطع مسافة ١ متر ؟



الحل : (١)

نأخذ كل جسم على حدة كالتالي :

نأخذ الجسم الأول الذي على السطح المائل (ك$_{١}$) :

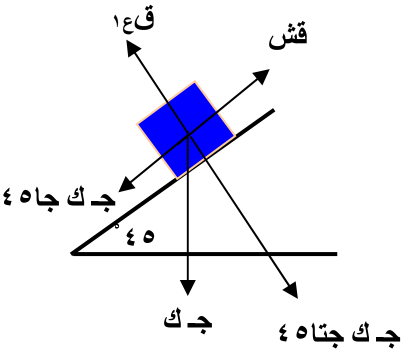
نفرض اتجاه الحركة باتجاه (ك$_{١}$) ونطبق قانون نيوتن الثاني

$\sum$ ق = ك ت

جـ ك جا٤٥ – قش = ت ك$_{١}$

٩,٨×٤ جا٤٥ – قش = ٤ ت

٢٧,٧٢ - قش = ٤ ت .... (١)



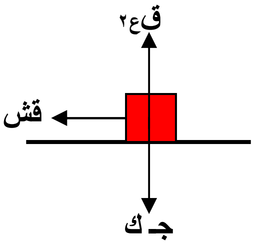
نأخذ الجسم الثاني الذي على السطح الأفقي (ك$_{٢}$) :

نطبق قانون نيوتن الثاني :

$\sum$ ق = ك ت

قش = ت ك$_{٢}$

قش = ٤ ت .... (٢)



بجمع المعادلتين (١) و (٢) ينتج :

٢٧,٧٢ - ~~قش~~ = ٤ ت

~~قش~~ = ٤ ت

٢٧,٧٢ = ٨ ت

ت = ٢٧,٧٢ ÷ ٨ = ٣,٤٧ م / ث^{٢}

ملاحظة : نستطيع إيجاد (ت) مباشرة من قانون نيوتن التالي : $\sum$ ق = ت $\sum$ ك

نأخذ القوى المسببة (أو المعيقة) للحركة فقط ، فنجد أن القوة المؤثرة على الجسمين هي (جـ ك$_{١}$ جا٤٥) فقط ، وبتطبيق القانون السابق نجد :

$\sum$ ق = ت $\sum$ ك

جـ ك$_{١}$ جا٤٥ = ت (ك$_{١}$ + ك$_{٢}$)

٩,٨×٤ جا٤٥ = ت (٤ + ٤)

٢٧,٧٢ = ٨ ت

ت = ٣,٤٧ م / ث^{٢}

(٢) - نوجد مقدار قوة الشد في الخيط من أحدى المعادلتين (١) أو (٢) ولنأخذ المعادلة (٢) لأنها الأسهل :

قش = ٤ ت = ٤ × ٣,٤٧ = ١٣,٨٨ نيوتن

(٣) - من الشكل الثاني : قع$_{٢}$ = جـ ك = ٩,٨ × ٤ = ٣٩,٢ نيوتن

(٤) – من الشكل الأول : قع$_{١}$ = جـ ك جتا٤٥ = ٩,٨ × ٤ جتا٤٥ = ٢٧,٧٢ نيوتن.

(٥) نعلم من قانون نيوتن أن :

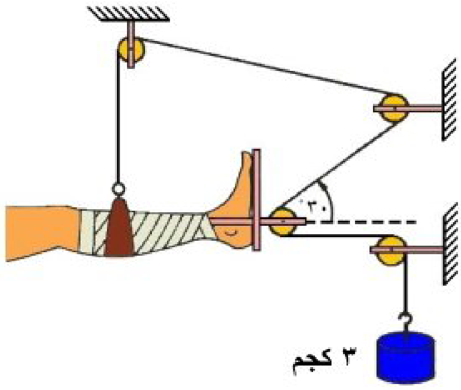
ق = ك ت ولكن : ت = ع ÷ ز

إذا : ق = (ك × ع) ÷ ز ولكن : ع = ف ÷ ز

إذا : ق = (ك × ف) ÷ ز^{٢} ========> ز^{٢} = (ك × ف) ÷ ق وحيث أن : ق = قش

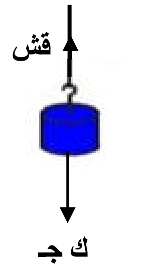
إذا : ز^{٢} = (٤ × ١) ÷ ١٣,٨٨ = ٠,٢٨٨ ======> ز = ٠,٥٤ ث

١٣ - وضعت ساق طالب في الجبس، وعلقت كما هو موضح بالشكل التالي ، فإذا كانت كتلة الجسم المعلق ٣ كجم ، وأن البكرات ملساء ومهملة الوزن وكذلك الحبل ، عندما تكون المجموعة متزنة أجب عن الآتي :



أ) احسب مقدار قوة الشد في الخيط.
ب) احسب محصلة القوى التي ترفع ساق الطالب إلى أعلى.
ج) احسب محصلة القوى التي يسحب الجهاز بها قدم وساق الطالب معاً أفقياً.

الحل :
أ) بما أن الخيط واحد فإن قوة الشد المؤثرة عليه هي واحدة ، إذا :
نأخذ الجسم المعلق ومن خلاله نحسب قوة الشد في الخيط كالتالي :

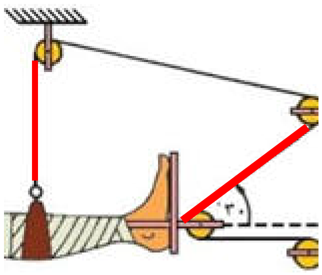


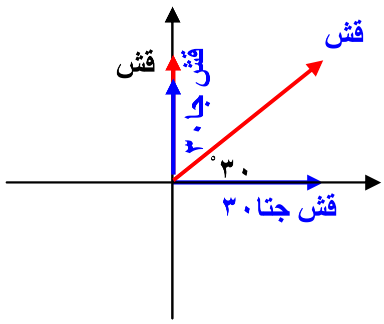
∑ قص = صفر

قش – ك جـ = صفر
قش = ك جـ

قش = ٣ × ٩,٨ = ٢٩,٤ نيوتن

ب) هناك قوتين تؤثران للأعلى على الساق (اللتان باللون الأحمر) كما في الرسم :
وبتحليل القوة التي تميل بزاوية ٣٠ إلى مركبتين كما في الرسم ينتج :

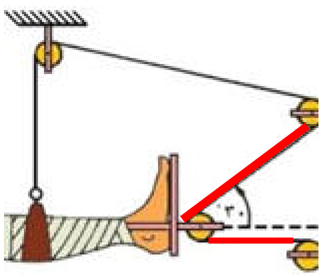


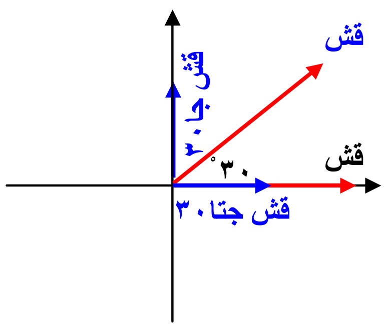


لاحظ أن القوى المؤثرة لأعلى هي :
قش ، قش جا٣٠
لذلك تكون محصلتهما هي جمعهما كالتالي:

ح = قش + قش جا٣٠
ح = ٢٩,٤ + ٢٩,٤ جا٣٠
ح = ٤٤,١ نيوتن

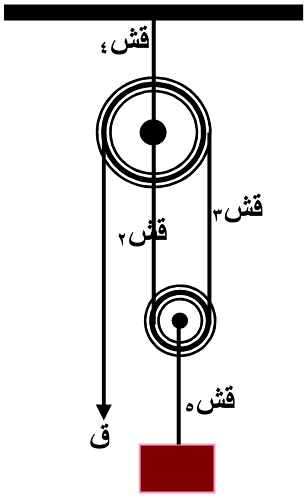
ج) هناك قوتين تؤثران أفقيا على الساق (اللتان باللون الأحمر) كما في الرسم :
وبتحليل القوة التي تميل بزاوية ٣٠ إلى مركبتين كما في الرسم ينتج :





لاحظ أن القوى المؤثرة أفقيا هي :
قش ، قش جتا٣٠
لذلك تكون محصلتهما هي جمعهما كالتالي:

ح = قش + قش جتا٣٠
ح = ٢٩,٤ + ٢٩,٤ جتا٣٠
ح = ٥٤,٨٦ نيوتن



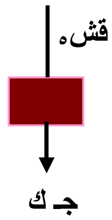
١٤- في الشكل المقابل ، القوة (ق) هي القوة اللازمة لإبقاء الكتلة ساكنة إذا علمت أن كتلة الصندوق ١٠ كجم ، والبكرتان عديمتا الكتلة والاحتكاك ، احسب:

أ) قش$_{١}$ ، قش$_{٢}$ ، قش$_{٣}$ ، قش$_{٤}$ ، قش$_{٥}$

ب) ق

الحل

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الكتلة :

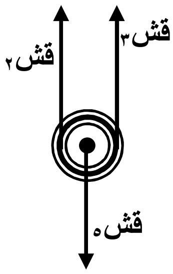


جـ ك - قش$_{٥}$ = صفر

قش$_{٥}$ = جـ ك

قش$_{٥}$ = ٩,٨ × ١٠ = ٩٨ نيوتن.

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على البكرة السفلية :



قش$_{٥}$ = قش$_{٢}$ + قش$_{٣}$ .... (١)

وحيث أنه لا يوجد احتكاك فإن :

قش$_{١}$ = قش$_{٢}$ = قش$_{٣}$

من العلاقة (١) يصبح :

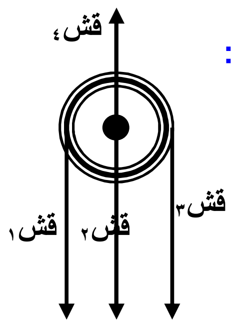
قش$_{٥}$ = قش$_{١}$ + قش$_{١}$ = ٢ قش$_{١}$

قش$_{١}$ = $\frac{١}{٢}$ قش$_{٥}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٩٨ = ٤٩ نيوتن

إذ :

قش$_{٢}$ = ٤٩ نيوتن و قش$_{٣}$ = ٤٩ نيوتن

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على البكرة العلوية :



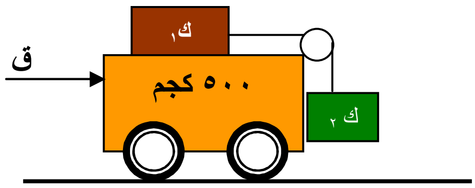
قش$_{٤}$ = قش$_{١}$ + قش$_{٢}$ + قش$_{٣}$

قش$_{٤}$ = ٤٩ + ٤٩ + ٤٩ = ١٤٧ نيوتن

ب)

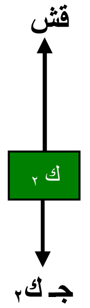
ق = قش$_{١}$ = ٤٩ نيوتن.

١٥- أحسب مقدار القوة (ق) التي يجب أن تطبق على العربة بحيث يبقى الصندوق الذي فوقها ثابتا بالنسبة لها ، إذا علمت أن جميع الأسطح ملساء والخيط والبكرة عديما الكتلة ، وكانت (ك$_{١}$ = ٦ كجم) و (ك$_{٢}$ = ٨ كجم).



الحل :

نطبق قانون نيوتن الثاني على كل جسم :

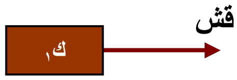


∑ ق = ك ت

ك$_{٢}$ جـ - قش = صفر] لأن ك$_{٢}$ لن تنزل لأسفل لذلك (ت = ٠) [

٨ × ٩,٨ - قش = ٠

قش = ٧٨,٤ نيوتن.



∑ ق = ك ت

قش = ك$_{١}$ ت

٧٨,٤ = ٦ × ت

ت = ١٣,١ م / ث^{٢}

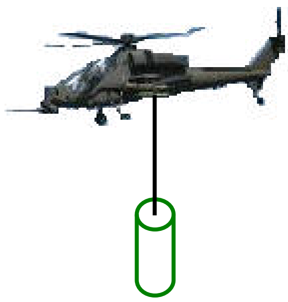
وحيث أن العربة وعليها كل من (ك$_{١}$) و (ك$_{٢}$) سوف تتحرك بنفس التسارع حتي تبقى (ك$_{١}$) ثابتة ، فعند تطبيق قانون نيوتن الثاني على المجموعة نجد :

∑ ق = ك ت

ق = (٥٠٠ + ك$_{١}$ + ك$_{٢}$) ت

ق = (٥٠٠ + ٦ + ٨) × ١٣,١ = ٦٧٣٣,٤ نيوتن.

١٦- برميل كتلته ٦٠ كجم معلق بحبل في طائرة مروحية (هليوكبتر) كما في الشكل
احسب مقدار الشد في الحالات التالية:
أ- عندما يتحرك الهليوكبتر إلى أسفل بتسارع ٥ م / ث^{٢}
ب- عندما يتحرك الهليوكبتر إلى أعلى بتسارع ٥ م / ث^{٢}
ج- عندما يكون الهليوكبتر ساكن أو متحرك بسرعة ثابتة.



الحل :
أ- نطبق قانون نيوتن الثاني :
∑ ق = ك ت
جـ ك – قش = ك ت
قش = ك (جـ - ت) = ٦٠ (٩,٨ – ٥) = ٢٨٨ نيوتن.

ب- نطبق قانون نيوتن الثاني :
∑ ق = ك ت
قش - جـ ك = ك ت
قش = ك (جـ + ت) = ٦٠ (٩,٨ + ٥) = ٨٨٨ نيوتن.

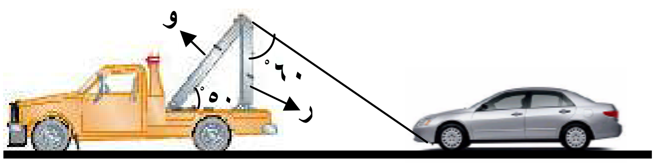
ج- نطبق قانون نيوتن الثاني :
في هذه الحالة يكون (ت = صفر)

∑ ق = ك ت
جـ ك – قش = ك ت
جـ ك – قش = صفر

قش = جـ ك = ٩,٨ × ٦٠ = ٥٨٨ نيوتن.

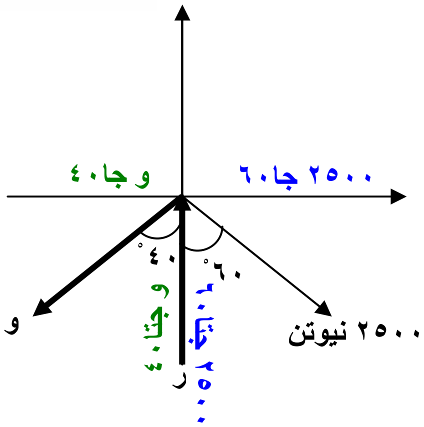
==

١٧- حدث عطل في سيارة صغيرة ، ثم جاءت شاحنة فقامت بسحبها بقوة مقدارها ٢٥٠٠ نيوتن
كما في الشكل المقابل ، احسب :
أ- القوة التي تبذلها الدعامة (و)
ب- القوة التي تبذلها الدعامة (ر)



الحل : نرسم تخطيطا للشكل كما يلي :
∑ قس = صفر
٢٥٠٠ جا٦٠ – و جا٤٠ = ٠

و = ٣٣٦٨,٢٤ نيوتن.

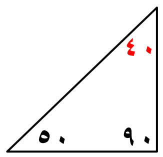


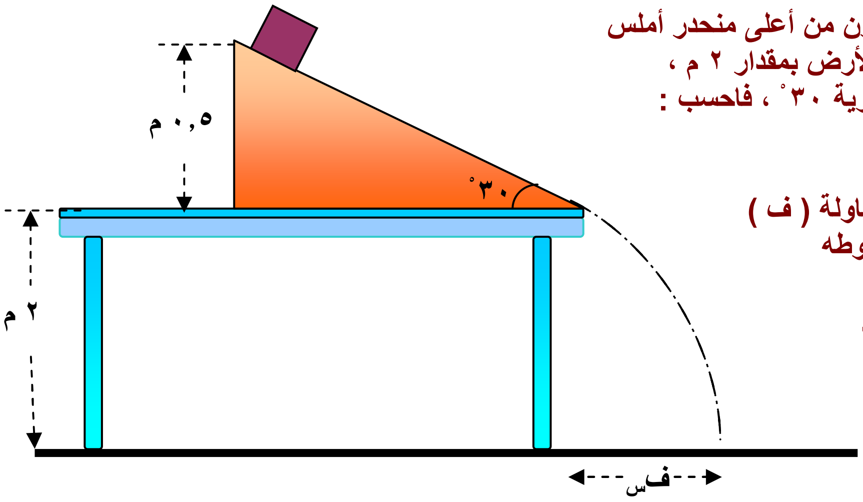
∑ قس = صفر
ر – ٢٥٠٠ جتا٦٠ – و جتا٤٠ = ٠

ر = ١٢٥٠ + ٣٣٦٨,٢٤ جتا٤٠

ر = ٣٨٣٠,٢٢ نيوتن.

ملاحظة :
انظر للدعامتين مع سطح الشاحنة يمثل مثلث قائم الزاوية كالتالي:





١٨- صندوق صغير كتلته ٢ كجم ينزلق من السكون من أعلى منحدر أملس ارتفاعه ٠,٥ من سطح طاولة ترتفع عن سطح الأرض بمقدار ٢ م ، كما في الشكل، فإذا كان هذا المنحدر يميل بزاوية ٣٠° ، فاحسب :

أ- تسارع الصندوق.

ب- سرعة الصندوق عند أسفل المنحدر٢.

ج- بعد نقطة سقوط الصندوق على الأرض من الطاولة (ف)

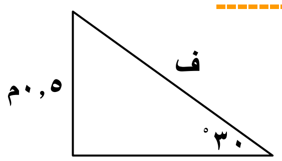
د- الزمن المستغرق من انزلاق الصندوق حتى سقوطه على سطح الأرض.

هـ - هل كتلة الصندوق تؤثر على الحسابات أعلاه.

الحل :

أ- لحساب التسارع نستخدم العلاقة :

ت = جـ جاهـ = ٩,٨ جا٣٠ = ٤,٩ م / ث



ب- هذه الفقرة تمثل حركة في بعد واحد حيث :

ع. = صفر ، ف : من الشكل المقابل وحسب نظرية فيثاغوس :

ف = ٠,٥ ÷ جا٣٠ = ١ م

ع^2 = ع.^{2} + ٢ ت ف

ع^2 = صفر + ٢ × ٤,٩ × ١ = ٩,٨

ع = $\sqrt{٩,٨}$ = ٣,١٣ م / ث

وقد استغرق انزلاق الصندوق من أعلى المنحدر إلى أسفله زمن قدره :

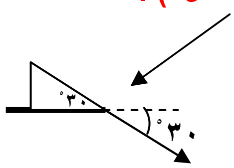
ع = ع. + ت ز

٣,١٣ = ٠ + ٤,٩ ز

ز = ٠,٦٣٩ث.

ج- لحساب (ف) لابد من حساب الزمن المستغرق من سقوط الصندوق من حافة المنحدر حتى وصوله للأرض حيث :

فص = - ٢ م ع. = ٣,١٣ م / ث ، هـ = -٣٠° (لانها تحت مستوى الأفقي كما في الشكل) .



فص = ع. ز جاهـ - $\frac{١}{٢}$ جـ ز^2

-٢ = ٣,١٣ ز جا(-٣٠) - $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ ز^2

٤,٩ ز^2 + ١,٥٧ ز – ٢ = صفر

وبحل معادلة الدرجة الثانية من القانون العام حيث :

أ= ٤,٩ ب = ١,٥٧ ج = -٢

$$ز = \frac{- ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ ج}}{٢ أ} = \frac{-١,٥٧ \pm \sqrt{١,٥٧^2 + ٤ \times ٤,٩ \times ٢}}{٢ \times ٤,٩} = \frac{-١,٥٧ \pm \sqrt{٤١,٦٦}}{٩,٨}$$

فيكون الزمن إما :

ز = -٠,٨٢ ث أو ز = ٠,٤٩٨ ث

والزمن السالب مرفوض

فيكون زمن السقوط : ز = ٠,٤٩٨ ث

إذا :

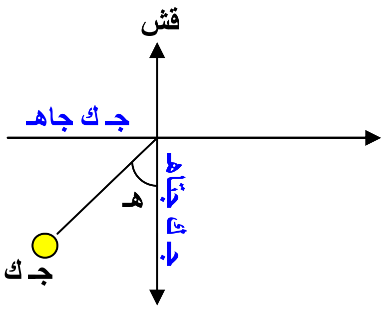
ف = ع. ز جتاهـ = ٣,١٣ × ٠,٤٩٨ جتا٣٠ = ١,٣٥ م

د – الزمن الكلي هو :
ز = ٠,٦٣٩ + ٠,٤٩٨ = ١,١٤ ث.

هـ - كتلة الصندوق لا تؤثر على الحسابات مهما كبرت أو صغرت .

١٩- سيارة (فان) تنزل أسفل تل (كما في الشكل) تحركت من السكون حتى وصلت سرعتها ٣٠ م / ث في زمن قدره (٦ ث) ، علق في سقفها لعبة كتلتها ٠,١ كجم ، بواسطة خيط خفيف ، بحيث كان عموديا على سقف السيارة ، احسب:
أ- الزاوية (هـ) .
ب- الشد في الخيط.

الحل :
نرسم تخطيطا للشكل كما يلي :
بما أن اللعبة تتحرك تبعا لتحرك السيارة
فإننا نحتاج لحساب التسارع حيث :
ع. = صفر ، ع= ٣٠ م / ث
ز = ٦ ث



ع = ع. + ت ز
٣٠ = ٠ + ٦ ز
ت = ٥ م / ث

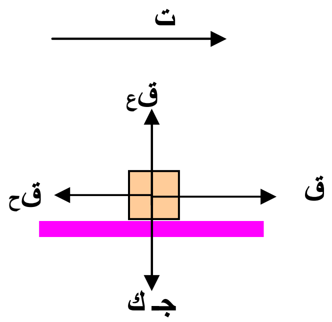
أ – نطبق قانون نيوتن الثاني على المحور السيني:
Σ قس = ك ت
جـ ك جاهـ = ك ت

٩,٨ × ٠,١ جاهـ = ٠,١ × ٥
جاهـ = ٠,٥١

هـ = ٣٠,٦٦°

ب- لحساب قوة الشد نطبق قانون نيوتن الثاني على المحور الصادي:
Σ قص = ك ت
قش – جـ ك جتاهـ = ٠
قش = جـ ك جتاهـ = ٩,٨ × ٠,١ جتا٣٠,٦٦ = ٠,٨٤٣ نيوتن.

قوى الاحتكاك



لدينا قوتان للاحتكاك هما :

١ـ قوة الاحتكاك السكوني : أصغر قوة لازمة لبدء الحركة.

وتعطى قوة الاحتكاك السكوني من العلاقة الرياضية التالية :

$$ق_{س} = أ_{س} \times ق_{ع}$$

حيث : $ق_{س}$: قوة الاحتكاك السكوني $أ_{س}$: معامل الاحتكاك السكوني (ليس له وحدة قياس) $ق_{ع}$: القوة العمودية

٢ـ قوة الاحتكاك الحركي : هي القوة بين السطحين المتحركين

وتعطى قوة الاحتكاك الحركي من العلاقة الرياضية التالية :

$$ق_{ح} = أ_{ح} \times ق_{ع}$$

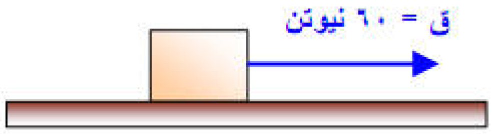
حيث : $ق_{ح}$: قوة الاحتكاك الحركي $أ_{ح}$: معامل الاحتكاك الحركي (ليس له وحدة قياس) $ق_{ع}$: القوة العمودية

ملاحظات :

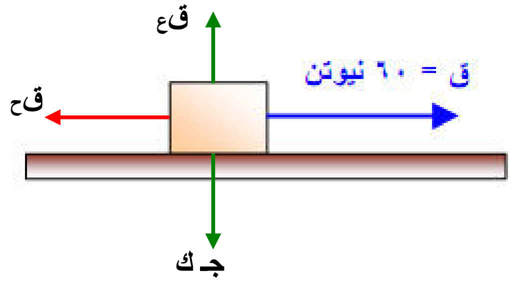
١ـ اتجاه قوة الاحتكاك دائما عكس اتجاه الحركة

٢ـ معامل الاحتكاك السكوني > معامل الاحتكاك الحركي

مسائل محلولة



١- في الشكل المجاور ، يُسحب صندوق كتلته ١٦ كجم على أرض أفقية خشنة معامل الاحتكاك الحركي بينهما ٠,٣ بقوة قدرها ٦٠ نيوتن ، احسب التسارع الذي يتحرك به الصندوق.



الحل :

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الصندوق نحصل على (من الشكل) :

$\sum$ ق = ك ت

٦٠ – $ق_{ح}$ = ك ت ...... (١)

ولكن :

$ق_{ح}$ = $أ_{ح}$ × $ق_{ع}$ .... (٢)

حيث ($ق_{ع}$) من الشكل تساوي :

$ق_{ع}$ = جـ ك = ٩,٨ × ١٦ = ١٥٦,٨ نيوتن.

بالتعويض في (٢) لإيجاد قوة الاحتكاك :

$ق_{ح}$ = $أ_{ح}$ × $ق_{ع}$ = ٠,٣ × ١٥٦,٨ = ٤٧,٠٤ نيوتن

بالتعويض في (١) لإيجاد التسارع :

٦٠ – $ق_{ح}$ = ك ت

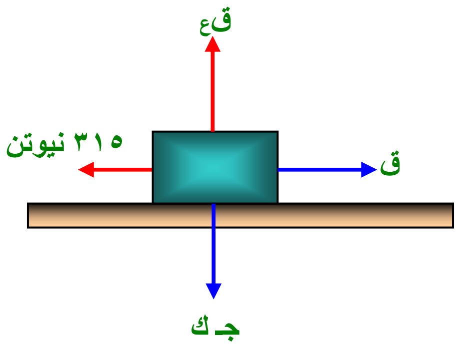
٦٠- ٤٧,٠٤ = ١٦ ت =====> ١٢,٩٦ = ١٦ ت =====> ت = ١٢,٩٦ ÷ ١٦ = ٠,٨١ م / ث^{٢}

==

٢- جسم كتلته ٤٥ كجم موضوع على مستوى أفقي خشن ، فإذا كانت القوة الأفقية اللازمة ليكون الجسم على وشك الحركة ٣١٥ نيوتن والقوة اللازمة ليحافظ على حركته بسرعة منتظمة ١٥٣ نيوتن ، أحسب :

أ) معامل الاحتكاك الساكن بين الجسم والمستوى.

ب) معامل الاحتكاك الحركي بين الجسم والمستوى.



الحـل :

نرسم تخطيطا للشكل في الوضع الأول كالتالي :

أ) $ق_{س}$ = $أ_{س}$ × $ق_{ع}$

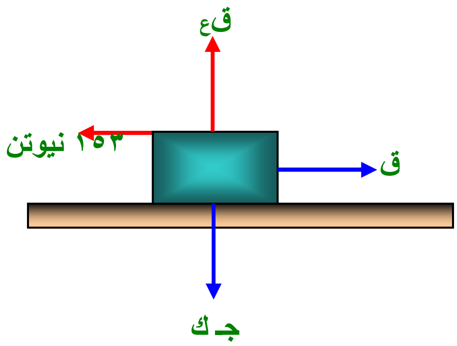
ولكن من الشكل :

$ق_{ع}$ = جـ ك = ٩,٨ × ٤٥ = ٤٤١ نيوتن

إذا :

٣١٥ = $أ_{س}$ × ٤٤١

$أ_{س}$ = ٣١٥ ÷ ٤٤١ = ٠,٧١



ب) نرسم تخطيطا للشكل في الوضع الثاني كالتالي :

أ) $ق_{ح}$ = $أ_{ح}$ × $ق_{ع}$

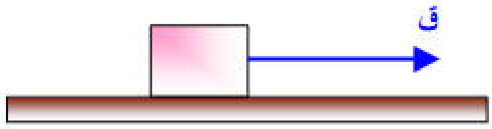
ولكن من الشكل :

$ق_{ع}$ = جـ ك = ٩,٨ × ٤٥ = ٤٤١ نيوتن

إذا :

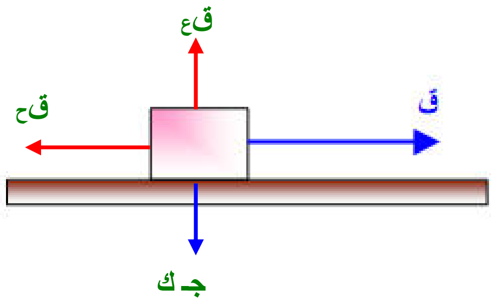
١٥٣ = $أ_{ح}$ × ٤٤١ ==========> $أ_{ح}$ = ١٥٣ ÷ ٤٤١ = ٠,٣٥

١٩- في الشكل المقابل صندوق كتلته ٨ كجم يتحرك على أرض أفقية خشنة معامل احتكاكها ٠,٤ بتسارع قدره ١,٥ م / ث٢ ، ما مقدار القوة (ق)



الحل:

نرسم تخطيطا للجسم ثم نطبق قانون نيوتن الثاني كالتالي :



∑ ق = ك ت

ق – قح = ٨ × ١,٥

ولكن : قح = أح × قع

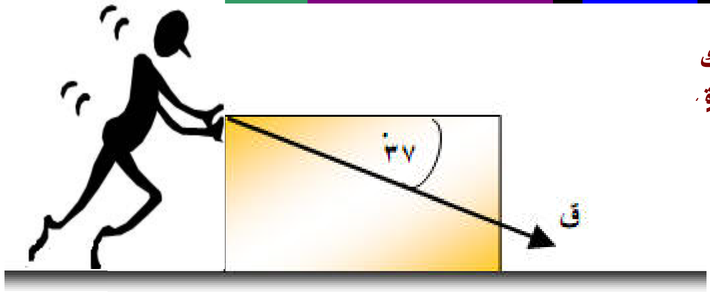
حيث : قع = جـ ك = ٩,٨ × ٨ = ٧٨,٤ نيوتن

إذا : قح = أح × قع = ٠,٤ × ٧٨,٤ ٣١,٣٦ نيوتن .

وبالتالي :

ق – قح = ٨ × ١,٥

ق – ٣١,٣٦ = ١٢ =======> ق = ١٢ + ٣١,٣٦ = ٤٣,٣٦ نيوتن



٣- يدفع عامل صندوقا على أرض أفقية خشنة معامل الاحتكاك الحركي بينها بين الصندوق ٠,٥ فإذا علمت أن كتلة الصندوق ٦٠ كجم ، والعامل يؤثر بقوةتميل على الأفقي بزاوية ٣٧° فاحسب مقدار هذه القوة التي تجعل الصندوق يتحرك بسرعة منتظمة.(افترض أن الصندوق يتحرك حركة انتقالية فقط)

الحل :

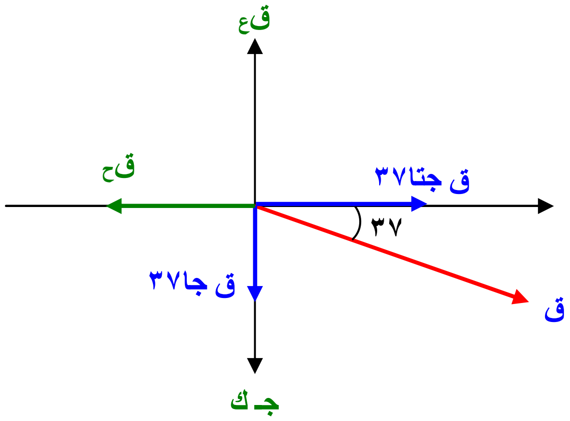
∵ الصندوق يتحرك بسرعة منتظمة

∴ التسارع (ت) = صفر

نرسم تخطيطا للشكل كما يلي :

نحلل القوة (ق)[التي باللون الأحمر]

إلى مركبتين كما في اللون الأزرق ثم نأخذ مجموع القوى على المحور السيني لأن (ت = صفر) :



∑ قس = صفر

ق جتا ٣٧ – قح = صفر

٠,٧٩٩ ق = قح .... (١)

نحسب (قح) كما يلي :

قح = أ × قع .... (٢)

حيث :

(قع) من الشكل تساوي :

قع = جـ ك + ق جا٣٧ ============ > قع = ٩,٨ × ٦٠ + ٠,٦ ق

قع = ٥٨٨ + ٠٦ ق

نعوض عن قيمة (قع) في المعادلة (٢) :

قح = أ × قع

قح = أ × (٥٨٨ + ٠٦ ق) = ٠,٥ (٥٨٨ + ٠,٦ ق)

قح = ٢٩٤ + ٠,٣ ق

نعوض عن قيمة (قح) في المعادلة (١) :

٠,٧٩٩ ق = قح

٠,٧٩٩ ق = ٢٩٤ + ٠,٣ ق

٠,٧٩٩ ق - ٠,٣ ق = ٢٩٤

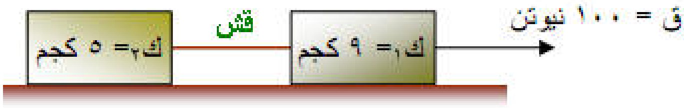
٠,٤٩٩ ق = ٢٩٤

ق = ٢٩٤ ÷ ٠,٤٩٩ = ٥٩٨,١٨ نيوتن

٤- جسمان متصلان بخيط خفيف يتحركان على مستوى أفقي خشن معامل الاحتكاك الحركي بين كل جسم والمستوى ٠,٣ وكتلة الأول ٩ كجم وكتلة الثاني ٥ كجم فإذا سحب الجسم الأول بقوة أفقية مقدارها ١٠٠ نيوتن ، أحسب :

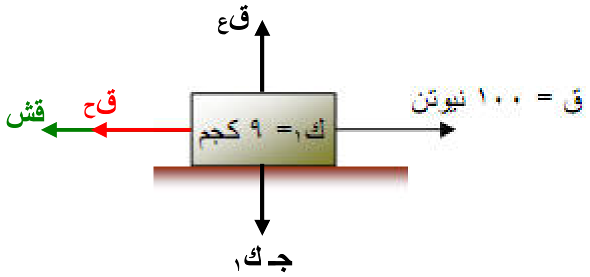
أ) التسارع الذي يتحرك به الجسمان.

ب) مقدار الشد في الخيط.



الحل :

أ) ندرس كل جسم على حدة ، ثم نطبق قانون نيوتن الثاني :



∑ ق = ك ت

١٠٠ – ق$_ح$ – قش = ك$_١$ ت ..... (١)

ولكن :

ق$_ح$ = أ × ق$_ع$ ..... (٢)

حيث :

ق$_ع$ = جـ ك$_١$ = ٩,٨ × ٩ = ٨٨,٢ نيوتن

بالتعويض عن (ق$_ع$) في (٢) :

ق$_ح$ = أ × ق$_ع$

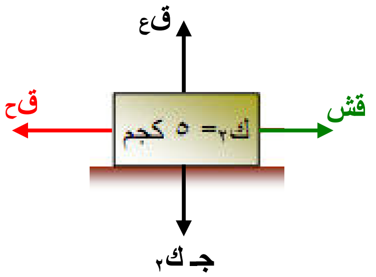
ق$_ح$ = ٠,٣ × ٨٨,٢ = ٢٦,٤٦ نيوتن

بالتعويض عن (ق$_ح$) في (١) :

١٠٠ – ق$_ح$ – قش = ك$_١$ ت

١٠٠ – ٢٦,٤٦ – قش = ٩ ت

٧٣,٥٤ – قش = ٩ ت .... (٣)



∑ ق = ك ت

قش – ق$_ح$ = ك$_٢$ ت ..... (٤)

ولكن :

ق$_ح$ = أ × ق$_ع$ ..... (٥)

حيث :

ق$_ع$ = جـ ك$_٢$ = ٩,٨ × ٥ = ٤٩ نيوتن

بالتعويض عن (ق$_ع$) في (٥) :

ق$_ح$ = أ × ق$_ع$

ق$_ح$ = ٠,٣ × ٤٩ = ١٤,٧ نيوتن

بالتعويض عن (ق$_ح$) في (٤) :

قش – ق$_ح$ = ك$_٢$ ت

قش – ١٤,٧ = ٥ ت .... (٦)

بجمع المعادلتين (٣) و (٦) نحصل على التسارع كالتالي :

٧٣,٥٤ – ~~قش~~ = ٩ ت

~~قش~~ – ١٤,٧ = ٥ ت

٧٣,٥٤ – ١٤,٧ = ١٤ ت

٥٨,٨٤ = ١٤ ت

ت = ٤,٢ م / ث^٢

ب) لإيجاد (قش) نستخدم إحدى المعادلتين (٣) أو (٦) :

قش – ١٤,٧ = ٥ ت

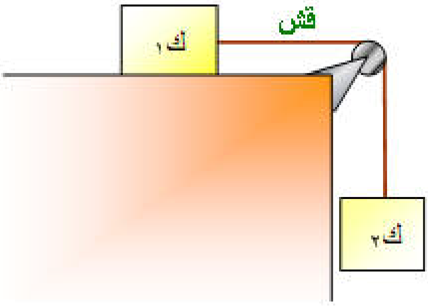
قش – ١٤,٧ = ٥ × ٤,٢ <====== قش – ١٤,٧ = ٢١ <===== قش = ٢١ + ١٤,٧ = ٣٥,٧ نيوتن

٥ – في الشكل المجاور ، كتلتان ك١ = ٠,٦ كجم ، ك٢ = ٠,٤ كجم متصلتان معا بخيط يمر على بكرة خفيفة ملساء ، فإذا كانت المجموعة تتحرك بتسارع ٠,٢٥ م / ث^{٢} فاحسب :

أ) قوة الشد في الخيط

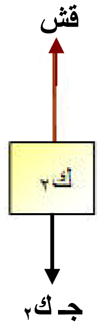
ب) قوة الاحتكاك المؤثرة في الكتلة (ك١)

ج) معامل الاحتكاك الحركي بين ك١ والمستوى.



الحل :

أ) نفرض اتجاه الحركة نحو ك٢ ثم ندرس كل جسم على حدة :

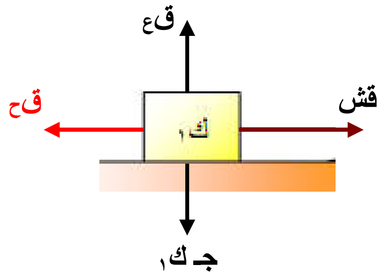


∑ ق = ك ت

ك٢ جـ - قش = ك٢ ت

٠,٤ × ٩,٨ - قش = ٠,١

قش = ٣,٨٢ نيوتن.



ب)

∑ ق = ك ت

قش - قح = ك١ ت

٣,٨٢ – قح = ٠,٦ × ٠,٢٥

٣,٨٢ – قح = ٠,١٥

قح = ٣,٨٢ – ٠,١٥

قح = ٣,٦٧ نيوتن

ج)

قح = أ × قع

ولكن :

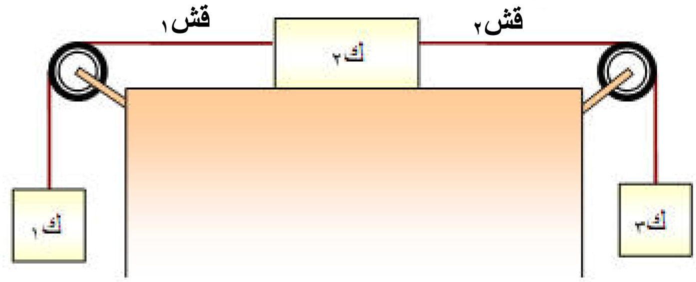
قع = جـ ك١ = ٩,٨ × ٠,٦ = ٥,٨٨ نيوتن

إذا :

قح = أ × قع

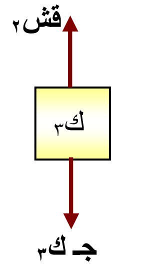
٣,٦٧ = أ × ٥,٨٨

أ = ٣,٦٧ ÷ ٥,٨٨ = ٠,٦٢٤

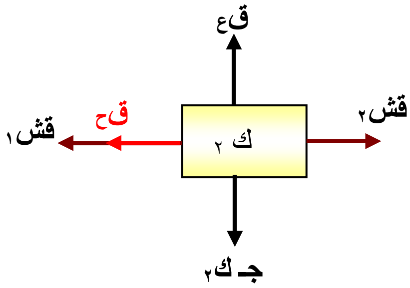


٦- تتحرك الكتلة ك٢ في الشكل المجاور إلى اليمين بعجلة مقدارها ٢ م / ث^{٢} ، فإذا كان معامل الاحتكاك الحركي بين ك٢ والطاولة ٠,١ ، وبفرض أن:
ك١ = ٢ كجم ، ك٢ = ٢٠ كجم أوجد :
أ) الشد في كل خيط.
ب) كتلة الجسم ك٣

الحل :
نقوم بدراسة كل جسم على حدة :



∑ ق = ك ت
جـ ك٣ - قش٢ = ك٣ ت
٩,٨ ك٣ - قش٢ = ٢ ك٣
قش = ٧,٨ ك٣ .... (١)



∑ ق = ك ت
قش٢ - قح – قش١ = ك٢ ت
قش٢ - قح – قش١ = ٢٠ × ٢
قش٢ - قح – قش١ = ٤٠ ..... (💡)
لكن :
قح = أ × قع
حيث :
قع = جـ ك٢
قع = ٩,٨ × ٢٠ = ١٩٦ نيوتن

إذا :
قح = أ × قع
قح = ٠,١ × ١٩٦ = ١٩,٦ نيوتن

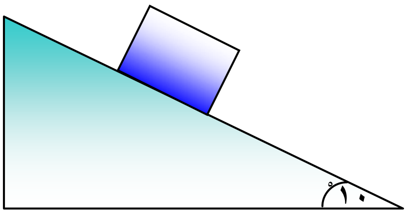
من المعادلة (💡) :
قش٢ - قح – قش١ = ٤٠
قش٢ – ١٩,٦ – قش١ = ٤٠ ..... (٢)

∑ ق = ك ت
قش١ - جـ ك١ = ك١ ت
قش١ – ١٩,٦ = ٤
قش١ = ٢٣,٦ نيوتن ... (٣)

أ)
∴ من المعادلة رقم (٣) نجد أن :
قش١ = ٢٣,٦ نيوتن

و من المعادلة رقم (٢) نجد أن :
قش٢ – ١٩,٦ – قش١ = ٤٠
قش٢ – ١٩,٦ – ٢٣,٦ = ٤٠
قش٢ – ٤٣,٢ = ٤٠
قش٢ = ٤٠ + ٤٣,٢ = ٨٣,٢ نيوتن

ب)
من المعادلة رقم (١) نجد أن :
قش٢ = ٧,٨ ك٣
٨٣,٢ = ٧,٨ ك٣
ك٣ = ٨٣,٢ ÷ ٧,٨ = ١٠,٧ كجم.

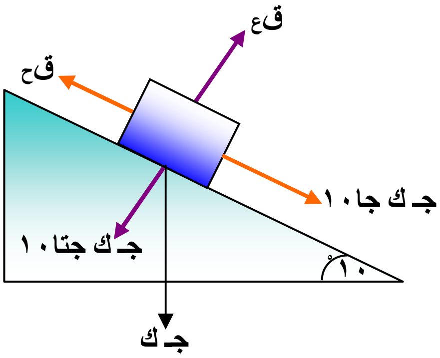


٧- في الشكل المقابل يتحرك الجسم على سطح خشن معامل الاحتكاك الحركي بينه وبين الجسم ٠,٠٥ ، أحسب عجلة تحرك الجسم عندما تكون :

أ) كتلته ٢٠ كجم .

ب) كتلته ١٠٠ كجم .

ج) ماذا تلاحظ عند المقارنة بين الإجابتين (أ) و (ب).



الحل :

أ) ك = ٢٠ كجم ، ت = ؟

∑ ق = ك ت

جـ ك جا١٠ - قح = ك ت ..... (١)

ولكن :

قح = أ × قع

حيث :

قع = جـ ك جتا ١٠ = ٩,٨ × ٢٠ جتا١٠ = ١٩٣ نيوتن

قح = أ × قع = ٠,٠٥ × ١٩٣ = ٩,٦٥ نيوتن.

إذا : من (١):

جـ ك جا١٠ - قح = ك ت

٩,٨ × ٢٠ جا١٠ – ٩,٦٥ = ٢٠ ت

ت = ١,٢٢ م / ث٢

ب) ك = ١٠٠ كجم ، ت = ؟

∑ ق = ك ت

جـ ك جا١٠ - قح = ك ت ..... (١)

ولكن :

قح = أ × قع

حيث :

قع = جـ ك جتا ١٠ = ٩,٨ × ١٠٠ × جتا١٠ = ٩٦٥,١١ نيوتن

قح = أ × قع = ٠,٠٥ × ٩٦٥,١١ = ٤٨,٢٥٦ نيوتن.

إذا : من (١):

جـ ك جا١٠ - قح = ك ت

٩,٨ × ١٠٠ جا١٠ – ٤٨,٢٥٦ = ١٠٠ ت

ت = ١,٢٢ م / ث٢

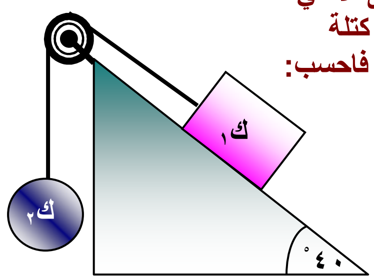
ج) ألاحظ أن التسارع متساوي في الحالتين ومنها نستنتج أن الكتلة لا علاقة لها بالتسارع ولا تؤثر فيه.

٨- في الشكل المجاور صندوق كتلته (ك١ = ٥ كجم) يستقر على مستوى خشن يميل على الأفقي بزاوية (٤٠ °) يتصل بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء خفيفة ، ويتدلى من طرفه الآخر كتلة (ك٢ = ١٠ كجم) ، فإذا علمت أن معامل الاحتكاك الحركي بين الصندوق والمستوى ٠,٣ فاحسب:

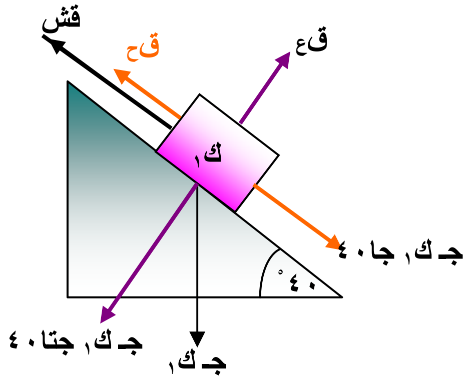
أ) مقدار العجلة التي تتحرك بها المجموعة

ب) قوة الشد في الخيط

ج) القوة العمودية (قوة التماس) المؤثرة على الصندوق.



الحل : نفرض أن الحركة باتجاه (ك١) :



∑ ق = ك ت

جـ ك١ جا٤٠ - قح - قش = ك١ ت

٩,٨ × ٥ جا٤٠ - قح - قش = ٥ ت

٣١,٥ - قح - قش = ٥ ت .... (١)

ولكن :

قح = أ × قع

حيث :

قع = جـ ك١ جتا ٤٠ = ٩,٨ × ٥ جتا٤٠ = ٣٧,٥ نيوتن

قح = أ × قع = ٠,٣ × ٣٧,٥ = ١١,٢٥ نيوتن....... (٢)

∑ ق = ك ت

قش - جـ ك٢ = ك٢ ت

قش – ٩٨ = ١٠ ت..... (٤)

إذا : من (٢) و (٣) نعوض في معادلة (١):

٣١,٥ - قح - قش = ٥ ت

٣١,٥ – ١١,٢٥ - قش = ٥ ت

٢٠,٢٥ - قش = ٥ ت..... (٣)

أ) بجمع المعادلتين (٣) و (٤)

٢٠,٢٥ - قش = ٥ ت

قش – ٩٨ = ١٠ ت

٢٠,٢٥ – ٩٨ = ١٥ ت

ت = - ٥,٢ م / ث^2 (والإشارة السالبة تدل على أن اتجاه الحركة الذي فرضناه عكس الاتجاه الصحيح)

ب) من معادلة (٤) نجد أن :

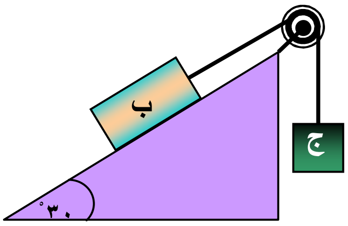
قش - ٩٨ = ١٠ ت

قش = ١٠ ت + ٩٨ = ١٠ × (- ٥,٢) + ٩٨ = ٤٦ نيوتن

ج)

قع = جـ ك١ جتا ٤٠ = ٩,٨ × ٥ جتا٤٠ = ٣٧,٥ نيوتن

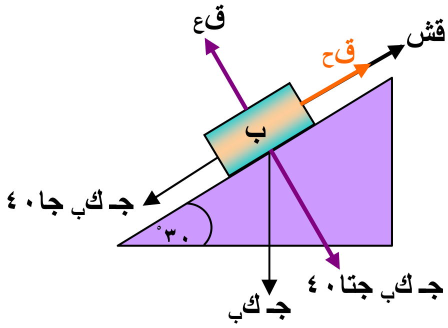
٩- صندوقان متصلان ببكرة ملساء كما في الشكل المقابل ، كتلة الصندوق (ب) تساوي (١٠ كجم) ومعامل الاحتكاك الحركي بينه وبين السطح ٠,٢٠ فإذا كان الصندوق (ب) ينزلق للأسفل بسرعة ثابتة فما مقدار كتلة الصندوق (ج).

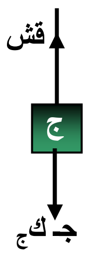


الحل :

بما أن الصندوق (ب) يتحرك بسرعة ثابتة إذا :

ت = صفر .





Σ ق = ك ت

جـ كب جا٣٠ - قح - قش = كب ت

٩,٨ × ١٠ جا٣٠ - قح - قش = ٥ × ٠

٤٩ - قح - قش = ٠

قش = ٤٩ - قح .... (١)

ولكن :

قح = أ × قع

حيث :

قع = جـ كب جتا ٣٠ = ٩,٨ × ١٠ جتا٣٠ = ٨٤,٩ نيوتن

قح = أ × قع = ٠,٢٠ × ٨٤,٩ = ١٦,٩٨ نيوتن....... (٢)

إذا : من (٢) نعوض في معادلة (١):

قش = ٤٩ - قح

قش = ٤٩ – ١٦,٩٨ = ٣٢,٠٢ نيوتن

Σ ق = صفر

قش = جـ كج

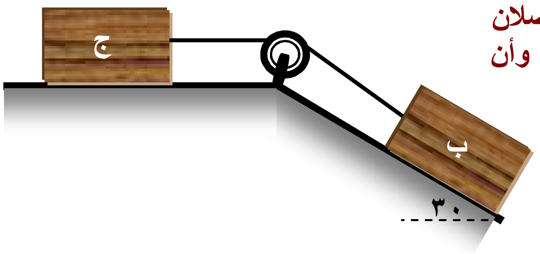
٣٢,٠٢ = ٩,٨ × كج

كج = ٣,٣ كجم

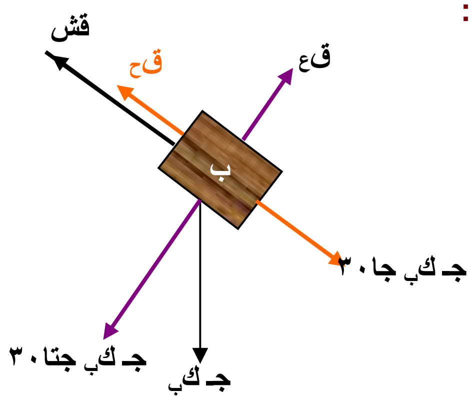
١٠- في الشكل المقابل صندوقين متماثلين كتلة كل واحد منهما (٤٠ كجم) متصلان عن طريق خيط خفيف ببكرة ملساء فإذا علمت أن عجلة المجموعة ١,١ م / ث٢ وأن معامل الاحتكاك بين كل كتلة والمستوى متساوي فاحسب :

أ) معامل الاحتكاك الحركي

ب) الشد في الخيط.



الحل :



أ)

∑ ق = ك ت

جـ كب جا٣٠ - قح - قش = كب ت

٩,٨ × ٤٠ جا٣٠ - قح - قش = ٤٠ × ١,١

١٩٦ - قح - قش = ٤٤

قح + قش = ١٥٢ .... (١)

ولكن :

قح = أ × قع

حيث :

قع = جـ كب جتا ٣٠ = ٩,٨ × ٤٠ جتا٣٠ = ٣٣٩,٥ نيوتن

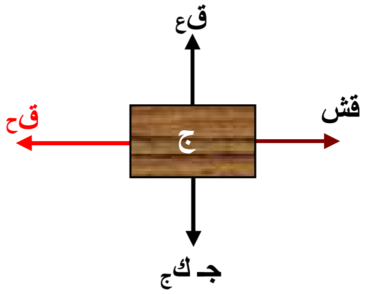
قح = أ × قع = ٣٣٩,٥ أ .... (٢)

إذا : من (٢) نعوض في معادلة (١):

قح + قش = ١٥٢

٣٣٩,٥ أ + قش = ١٥٢

قش + ٣٣٩,٥ أ = ١٥٢ .... (٣)



∑ ق = ك ت

قش – قح = كج ت

قش – قح = ٤٠ × ١,١

قش – قح = ٤٤ .... (٤)

ولكن :

قح = أ × قع

حيث :

قع = جـ كج = ٩,٨ × ٤٠ = ٣٩٢ نيوتن

قح = أ × قع = ٣٩٢ أ .... (٥)

إذا : من (٥) نعوض في معادلة (٤):

قش – ٣٩٢ أ = ٤٤ .... (٦)

بطرح المعادلتين (٣) و (٦) من بعض كالتالي :

قش + ٣٣٩,٥ أ = ١٥٢

قش – ٣٩٢ أ = ٤٤

٣٣٩,٥ أ + ٣٩٢ أ = ١٥٢ – ٤٤

٧٣١,٢ أ = ١٠٨ <============= أ = ٠,١٥

ب) لإيجاد (قش) نعوض عن (أ) بإحدى المعادلتين (٣) أو (٦) ولنختار (٦) :

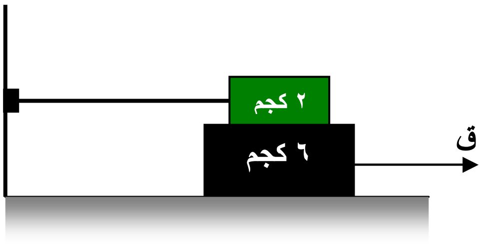
قش – ٣٩٢ أ = ٤٤

قش – ٣٩٢ × ٠,١٥ = ٤٤

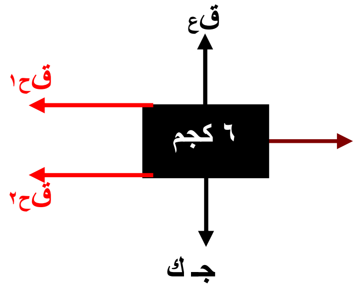
قش – ٥٨,٥ = ٤٤

قش = ٤٤ + ٥٨,٨ = ١٠٢,٨ نيوتن

١١- كم تبلغ القوة (ق) في الشكل المقابل اللازمة لجذب الكتلة ٦ كجم بتسارع مقداره ١,٥ م / ث^{٢} إذا كان معامل الاحتكاك عند سطحها هو ٠,٤ .



الحل



Σ ق = ك ت

ق – ق$_{\text{ح١}}$ – ق$_{\text{ح٢}}$ = ك ت .... (١)

ولكن :
ق$_{\text{ح١}}$ = أ × ق$_{\text{ع}}$

حيث :
ق$_{\text{ع}}$ = جـ ك
الكتلة المؤثرة على سطح الكتلة (٦كجم) هي (٢ كجم)
ق$_{\text{ع}}$ = ٩,٨ × ٢ = ١٩,٦ نيوتن.

إذا : ق$_{\text{ح١}}$ = ٠,٤ × ١٩,٦ = ٧,٨٤ نيوتن....... (٢)

أيضا :
ق$_{\text{ح٢}}$ = أ × ق$_{\text{ع}}$

حيث :
ق$_{\text{ع}}$ = جـ (ك$_{١}$ + ك$_{٢}$)
لأن الكتلة المؤثرة على الأرض هي (٦ كجم) و (٢ كجم)
ق$_{\text{ع١}}$ = ٩,٨ (٦ + ٢) = ٧٨,٤ نيوتن.

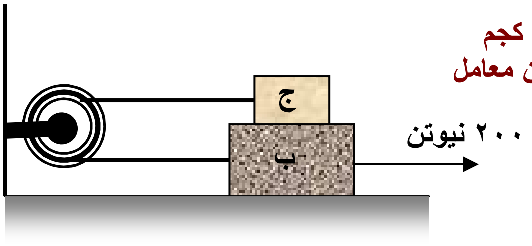
إذا : ق$_{\text{ح٢}}$ = ٠,٤ × ٧٨,٤ = ٣١,٣٦ نيوتن ..... (٣)

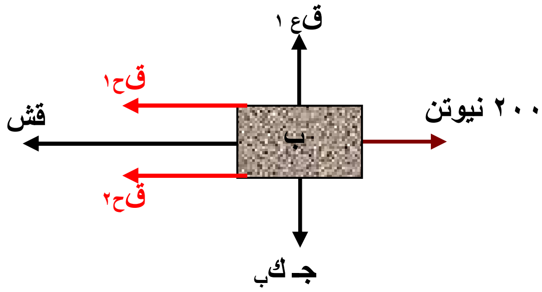
من (٢) و (٣) نعوض في معادلة (١):
ق – ق$_{\text{ح١}}$ – ق$_{\text{ح٢}}$ = ك ت
ق – ٧,٨٤ – ٣١,٣٦ = ٦ × ١,٥

ق – ٣٩,٢ = ٩

ق = ٤٨,٢ نيوتن

١٢- في الشكل المقابل الصندوق (ب) كتلته ٢٠ كجم والصندوق (ج) كتلته ٨ كجم تم سحب الصندوق (ب) بقوة مقدارها ٢٠٠ نيوتن باتجاه اليمين ، فإذا علمت أن معامل الاحتكاك الحركي عند سطح التلامس ٠,٢٥ فاحسب تسارع المجموعة.





∑ ق = ك ت

٢٠٠ – قش – قح١ – قح٢ = كب ت .... (١)

ولكن :

قح١ = أ × قع١

حيث :

قع١ = جـ كج

لأن الكتلة المؤثرة على سطح الصندوق (ب) هي (كج)

قع١ = ٩,٨ × ٨ = ٧٨,٤ نيوتن.

إذا : قح١ = ٠,٢٥ × ٧٨,٤ = ١٩,٦ نيوتن....... (٢)

أيضا :

قح٢ = أ × قع١

حيث :

قع١ = جـ (كب + كج)

لأن الكتلة المؤثرة على الأرض هي (كب) و (كج)

قع١ = ٩,٨ (٢٠ + ٨) = ٢٧٤,٤ نيوتن.

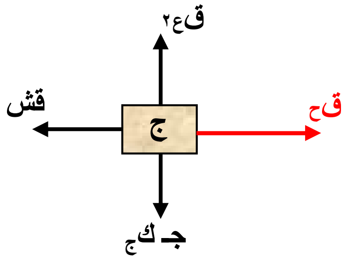
إذا : قح٢ = ٠,٢٥ × ٢٧٤,٤ = ٦٨,٦ نيوتن ..... (٣)

من (٢) و (٣) نعوض في معادلة (١):

٢٠٠ – قش – قح١ – قح٢ = كب ت

٢٠٠ – قش – ١٩,٦ – ٦٨,٦ = ٢٠ ت

١١١,٨ – قش = ٢٠ ت .... (٤)



∑ ق = ك ت

قش – قح = كج ت .... (٥)

ولكن :

قح = أ × قع

حيث :

قع = جـ كج = ٩,٨ × ٨ = ٧٨,٤ نيوتن

قح = ٠,٢٥ × ٧٨,٤ = ١٩,٦ نيوتن ... (٦)

إذا : من (٦) نعوض في معادلة (٥):

قش – ١٩,٦ = ٨ ت .... (٦)

بجمع المعادلتين (٤) و (٦) كالتالي :

١١١,٨ – قش = ٢٠ ت

قش – ١٩,٦ = ٨ ت

١١١,٨ – ١٩,٦ = ٢٨ ت

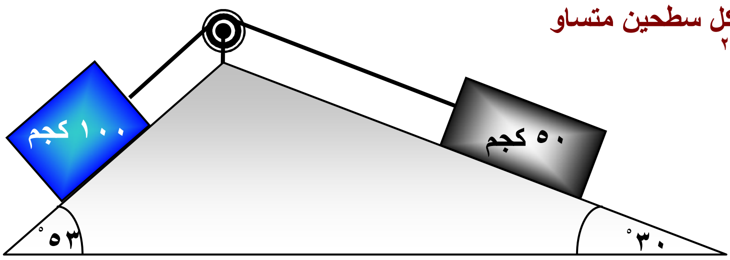
٩٢,٢ = ٢٨ ت

ت = ٣,٣ م / ث^٢

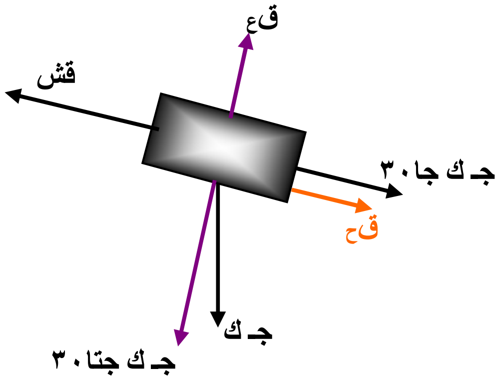
١٣- في الشكل التالي ، إذا كان معامل الاحتكاك الحركي بين كل سطحين متساو وإذا كانت العجلة التي تتحرك بها المجموعة تساوي ٢ م / ث^{2} باتجاه اليسار أي باتجاه الكتلة (١٠٠ كجم). فاحسب :

أ) معامل الاحتكاك الحركي.

ب) قوة الشد في الخيط.



الحــــل :



∑ ق = ك ت

قش – جـ ك جا٣٠ – قح = ك ت .... (١)

ولكن :

قح = أ × قع

حيث :

قع = جـ ك جتا٣٠ = ٤٢٤,٤ نيوتن

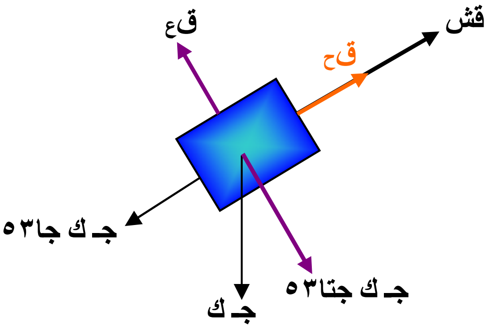
إذا : قح = أ × قع = ٤٢٤,٤ أ ...... (٢)

من (٢) نعوض في معادلة (١):

قش – جـ ك جا٣٠ – قح = ك ت

قش – ٩,٨ × ٥٠ جا٣٠ – ٤٢٤,٤ أ = ٥٠ × ٢

قش – ٤٢٤,٤ أ = ٣٤٥ .... (٣)



∑ ق = ك ت

جـ ك جا٥٣ - قش – قح = ك ت .... (٤)

ولكن :

قح = أ × قع

حيث :

قع = جـ ك جتا٥٣ = ٥٨٩,٨ نيوتن

قح = أ × قع = ٥٨٩,٨ أ ... (٥)

إذا : من (٥) نعوض في معادلة (٤):

جـ ك جا٥٣ - قش – قح = ك ت

٩,٨ × ١٠٠ جا٥٣ – قش – ٥٨٩,٨ أ = ١٠٠ × ٢

- قش – ٥٨٩,٨ أ = - ٥٨٢,٧ .... (٦)

بجمع المعادلتين (٣) و (٦) كالتالي :

قش – ٤٢٤,٤ أ = ٣٤٥

- قش – ٥٨٩,٨ أ = - ٥٨٢,٧

- ١٠١٤,٢ أ = - ٢٣٧,٧

أ = ٠,٢٣

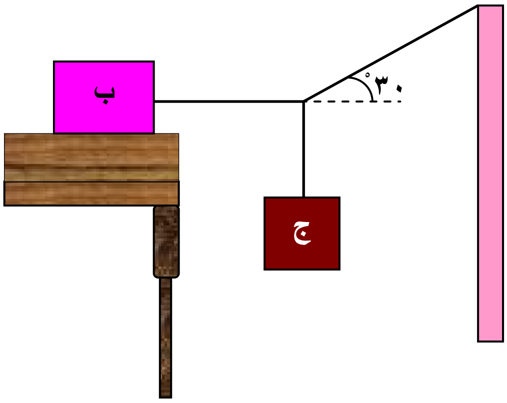
لحساب (قش) نستخدم العلاقة (٣) :

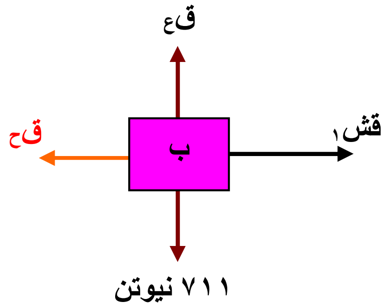
قش – ٤٢٤,٤ أ = ٣٤٥

قش – ٤٢٤,٤ × ٠,٢٣ = ٣٤٥

قش = ٤٤٢,٦ نيوتن.

١٤ – في الشكل المقابل كتلتان (ب) و (ج) فإذا كان وزن الكتلة (ب) يساوي ٧١١ نيوتن ومعامل الاحتكاك السكوني بينها وبين الطاولة ٠,٢٥ احسب وزن الكتلة (ج) .





Σ ق = ك ت

قش – ق$_{ح}$ = ك ت (حيث : ت = صفر)

قش – ق$_{ح}$ = صفر .... (١)

ولكن :

ق$_{ح}$ = أ × ق$_{ع}$

حيث :

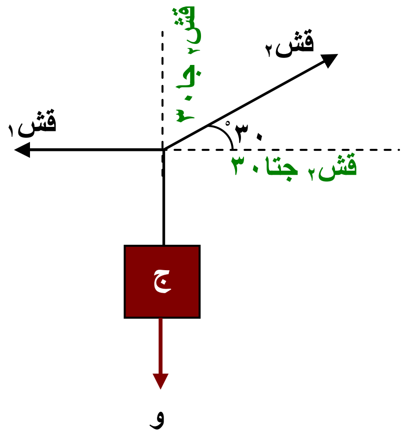
ق$_{ع}$ = ٧١١ نيوتن

إذا : ق$_{ح}$ = أ × ق$_{ع}$ = ١٧٧,٨ نيوتن

من المعادلة (١) :

قش$_{١}$ = ق$_{ح}$

قش$_{١}$ = ١٧٧,٨ نيوتن ..... (٢)



Σ ق$_{س}$ = صفر

قش$_{٢}$ جتا٣٠ – قش$_{١}$ = صفر

قش$_{٢}$ = قش$_{١}$ ÷ جتا٣٠

قش$_{٢}$ = ١٧٧,٨ ÷ ٠,٨٧ = ٢٠٤,٣٧ نيوتن

Σ ق$_{ص}$ = صفر

قش$_{٢}$ جا٣٠ – و = صفر

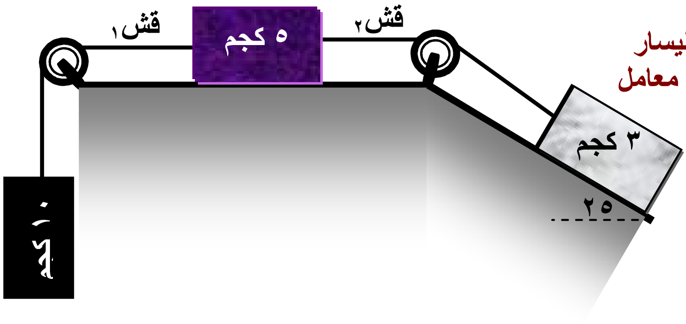
و = قش$_{٢}$ جا٣٠ = ١٠٢,٢ نيوتن .

وهذا هو المطلوب .

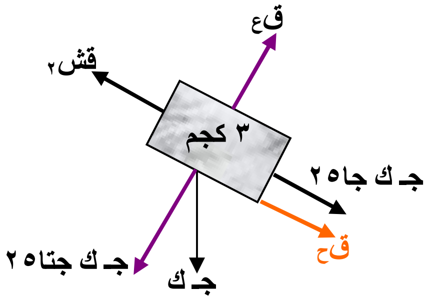
١٥ – في الشكل المقابل ، إذا علمت أن المجموعة تتحرك إلى اليسار باتجاه الكتلة (١٠ كجم) بتسارع قدره (٢,٣٥ م / ث^{2}) ، وأن معامل الاحتكاك الحركي بين الأسطح متساوي فاحسب :

أ) معامل الاحتكاك الحركي

ب) مقدار الشد في كل خيط



نقوم بدراسة كل جسم على حدة :



∑ قص = صفر

قش٢ – جـ ك جا٢٥ – قح = ك ت

قش٢ – ١٢,٤٢ – قح = ٧,٠٥ ..... (١)

ولكن :

قح = أ × قع

حيث :

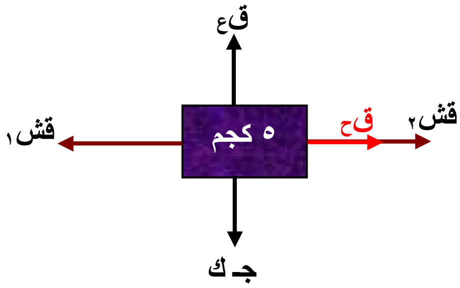
قع = جـ ك جتا٢٥ = ٢٦,٦٥ نيوتن

إذا : قح = أ × قع = ٢٦,٦٥ أ .... (٢)

من (٢) نعوض في معادلة (١) :

قش٢ – ١٢,٤٢ – قح = ٧,٠٥

قش٢ – ٢٦,٦٥ أ = ١٩,٥.......... (٣)



∑ ق = ك ت

قش١ - قح – قش٢ = ك ت

قش١ - قح – قش٢ = ١١,٧٥...... (٤)

لكن :

قح = أ × قع

حيث :

قع = جـ ك = ٤٩ نيوتن

إذا :

قح = أ × قع = ٤٩ أ .... (٥)

من المعادلة (٤) :

قش١ - قح – قش٢ = ١١,٧٥

قش١ – ٤٩ أ – قش٢ = ١١,٧٥..... (٦)

∑ قص = صفر

جـ ك - قش١ = ك ت

٩٨ – قش١ = ٢٣,٥

قش١ = ٧٤,٥ نيوتن ..... (٧)

أ) بجمع المعادلين (٣) و (٦) نحصل على :

قش٢ – ٢٦,٦٥ أ = ١٩,٥

قش١ – ٤٩ أ – قش٢ = ١١,٧٥

قش١ – ٧٥,٦٥ أ = ٣١,٢٥

٧٤,٥ – ٧٥,٦٥ أ = ٣١,٢٥

أ = (- ٤٣,٢٥) ÷ (- ٧٥,٦٥) = ٠,٥٧٢

ب : من المعادلة رقم (٧) نجد أن :

قش١ = ٧٤,٥ نيوتن

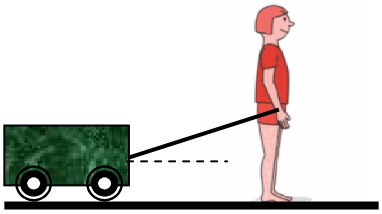
من المعادلة رقم (٣) نجد أن :

قش٢ – ٢٦,٦٥ أ = ١٩,٥

قش٢ – ٢٦,٦٥ × ٠,٥٧٢ = ١٩,٥

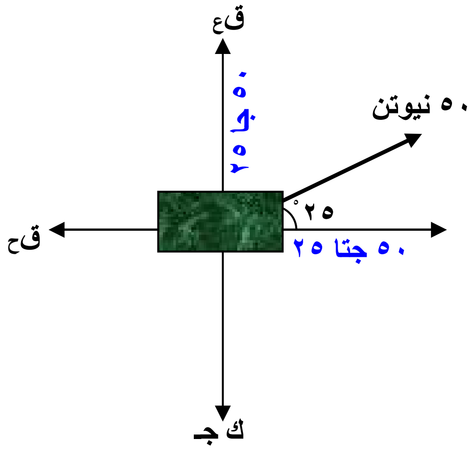
قش٢ = ٣٤,٧ نيوتن

١٦- يجر شاب صندوقا كتلته ٢٠ كجم بقوة ٥٠ نيوتن وبزاوية ٢٥° مع الأفقي ويتحرك بسرعة ثابتة ، احسب معامل الاحتكاك الحركي بين الحقيبة والأرض.



الحل :

نرسم تخطيطا للجسم كما يلي :



بما أن الجسم يتحرك بسرعة ثابتة إذا :
ت = صفر

أولا : مجموع القوى على المحور السيني:

٥٠ جتا٢٥ – ق$_{ح}$ = ك ت
٥٠ جتا٢٥ – ق$_{ح}$ = صفر
ق$_{ح}$ = ٥٠ جتا ٢٥ = ٤٥,٣ نيوتن

ولحساب معامل الاحتكاك نستخدم :

ق$_{ح}$ = أ × ق$_{ع}$ .... (١)

ولإيجاد (ق$_{ع}$) نأخذ مجموع القوى على المحور الصادي :
ق$_{ع}$ + ٥٠ جا٢٥ = ك جـ
ق$_{ع}$ = ك جـ - ٥٠ جا٢٥
ق$_{ع}$ = ٢٠ × ٩,٨ - ٥٠ جا٢٥ = ١٧٤,٩ نيوتن

إذا من العلاقة (١) :

ق$_{ح}$ = أ × ق$_{ع}$

٤٥,٣ = أ × ١٧٤,٩

أ = ٠,٢٥٩

الحركة الدائرية وتطبيقات أخرى على قوانين نيوتن

عندما يتحرك جسم على مسار دائري بسرعة ثابتة (ع) فإن هذه الحركة تخضع لنوع من التسارع مع أن سرعته ثابتة وذلك بسبب أن اتجاه الجسم غير ثابت فهو متغير ، فعندما يتحرك جسم في مسار دائري نصف قطره (نق) بسرعة منتظمة (م) فإن لـه تسارع يعطى بالعلاقة التالية :

$$\boxed{ت = \frac{ع^{٢}}{نق}}$$

(ت : التسارع المركزي)

حيث : نق دائما عموديا على ع

الجسم لن يسير في مسار دائري إلا إذا كانت هناك قوة تجذبـه نحو المركز ، وقد اطلق على هذه القوة اسم (قوة الجذب المركزيـة) ، وحسب قانون نيوتن الثاني تعطى هذه القوة من العلاقة التالية :

ق = ك ت (بالتعويض عن ت بالعلاق السابقة)

$$\boxed{ق = \frac{ك\ ع^{٢}}{نق}}$$

حيث ق : قوة الجذب المركزي ، ك : كتلة الجسم ، ع : سرعة الجسم ، نق : نصف قطر المسار الدائري

ملاحظة :

هناك قوة أخرى تعاكس تماما قوة الجذب المركزية وهي قوة رد فعل لها تسمى (قوة الطرد المركزية) أي أن :

قوة الجذب المركزية = قوة الطرد المركزية

وتعاكسها في الاتجاه.

مسائل محلولة

١- في نموذج بور لذرة الهيدروجين ، كانت سرعة الإلكترون $٢,٢ \times ١٠^{٦}$ م / ث تقريبا ، فإذا علمت أن كتلة الإلكترون تساوي $٩,١١ \times ١٠^{-٣١}$ كجم فاحسب :
أ – القوة الجاذبة للإلكترون إذا كان يدور في مسار دائري نصف قطره $٠,٥٣ \times ١٠^{-١٠}$ م .
ب- التسارع المركزي للإلكترون.

الحل :

ع = $٢,٢ \times ١٠^{٦}$ م / ث   نق = $٠,٥٣ \times ١٠^{-١٠}$ م   ، ك = $٩,١١ \times ١٠^{-٣١}$ كجم

أ-

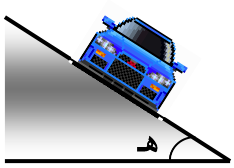
$$ق = \frac{ك\,ع^{٢}}{نق} = \frac{٩,١١ \times ١٠^{-٣١} \times (٢,٢ \times ١٠^{٦})^{٢}}{٠,٥٣ \times ١٠^{-١٠}} = ٨,٣٢ \times ١٠^{-٨} \text{ نيوتن}$$

ب –

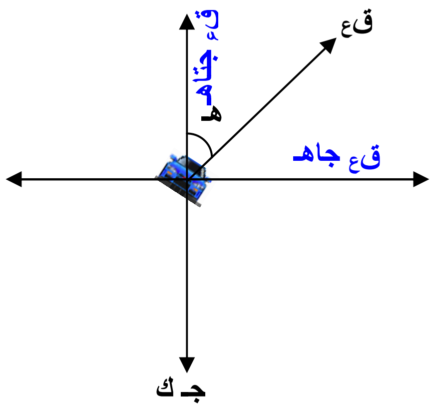
$$ت = \frac{ع^{٢}}{نق} = \frac{(٢,٢ \times ١٠^{٦})^{٢}}{٠,٥٣ \times ١٠^{-١٠}} = ٩,١٣ \times ١٠^{٢٢} \text{ م / ث}^{٢}$$

==

٢- مسار نصف قطره (٣٠ م) ، يراد عمل ميل فيه بحيث تستطيع السيارة أن تدور حوله بسرعة ١٣ م / ث دون الاعتماد على الاحتكاك ، فما قيمة زاوية الميل (هـ)



لاحظ أن القوى المؤثرة على السيارة هي القوة العمودية وهي قوة تأثير الطريق على السيارة ووزن السيارة حيث للقوة العمودية مركبتين أحدهما ($ق_ع$ جتاهـ) وهذه تعادل وزن السيارة كما يلي :



$ق_ع$ جتاهـ = جـ ك .... (١)

والأخرى ($ق_ع$ جاهـ) وهذه تسبب القوة الجاذبة المركزية حيث:

$$ق_ع \text{ جاهـ} = \frac{ك\,ع^{٢}}{نق} \quad .... (٢)$$

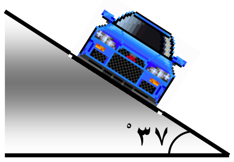
بقسمة (٢) على (١) نحصل على :

$$\frac{ق_ع \text{ جاهـ}}{ق_ع \text{ جتاهـ}} = \frac{ك\,ع^{٢}}{جـ\, ك\, نق} \qquad \text{وحيث } \left(\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}} = \text{ظاهـ}\right)$$

$$\text{ظاهـ} = \frac{ع^{٢}}{جـ\, نق} = \frac{(١٣)^{٢}}{٩,٨ \times ٣٠} = ٠,٥٧$$

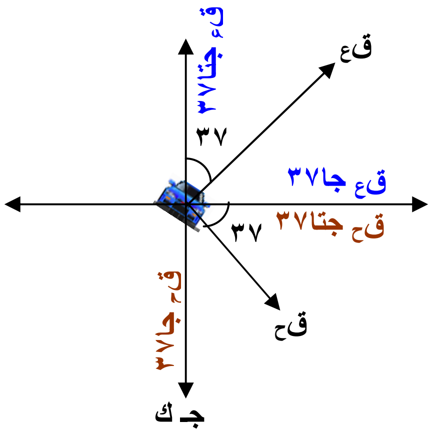
هـ = $٢٩,٨٩^{\circ} \approx ٣٠^{\circ}$

٣- سيارة كتلتها ١٠٠٠ كجم تدور في منحنى دائري نصف قطره (١٠ م) يميل على الأفق بزاوية (٣٧ ˚) كما في الشكل، إذا علمت أن الطريق له معامل احتكاك ساكن يبلغ (٠,١) ، أحسب أعظم سرعة تسير فيها السيارة بأمان ؟



الحل: نرسم تخطيطا للشكل كما يلي :

لاحظ أن القوى المؤثرة على السيارة هي القوة العمودية وهي قوة تأثير الطريق على السيارة ووزن السيارة وقوة الاحتكاك (قح) وبعد التحليل إلى المركبات ينتج على المحور الصادي :



قع جتا٣٧ - قح جا٣٧ - جـ ك = ٠ حيث : قح = أ قع

قع جتا٣٧ - أ قع جا٣٧ = جـ ك

قع (جتا٣٧ - أ جا٣٧) = جـ ك .... (١)

٠,١ قح جتا٣٧ - قح جا٣٧ = جـ ك

- ٠,٥٢ قح = ٩٨٠٠

وعلى المحور السيني:

قع جا٣٧ + قح جتا٣٧ = $\frac{\text{ك ع}^{٢}}{\text{نق}}$

قع جا٣٧ + أ قع جتا٣٧ = $\frac{\text{ك ع}^{٢}}{\text{نق}}$

قع (جا٣٧ + أ جتا٣٧) = $\frac{\text{ك ع}^{٢}}{\text{نق}}$ .... (٢)

بقسمة (٢) على (١) نحصل على :

$\frac{\text{قع (جا٣٧ + أ جتا٣٧)}}{\text{قع (جتا٣٧ - أ جا٣٧)}} = \frac{\text{ك ع}^{٢}}{\text{جـ ك نق}}$

(جتا٣٧ - أ جا٣٧) ع^{٢} = جـ نق (جا٣٧ + أ جتا٣٧)

(جتا٣٧ - ٠,١ جا٣٧) ع^{٢} = ٩,٨ × ١٠ (جا٣٧ + ٠,١ جتا٣٧)

٠,٧٤ ع^{٢} = ٦٦,٨٠

ع^{٢} = ٩٠,٢٨

ع = $\sqrt{\text{٩٠,٢٨}}$ = ٩,٥ م / ث

٤- كرة صغيرة كتلتها ٠,٢٥ كجم ، مربوطة في طرف خيط طوله ٢ م ، والكرة تدور في مستوى أفقي ، فإذا كان أقصى شد يتحمله الخيط هو ٥٠ نيوتن ، أحسب أقصى سرعة يمكن أن تدور بها الكرة حتى لاينقطع الخيط .

ك = ٠,٢٥ كجم ، نق = ٢ م ، قش = ٥٠ نيوتن ، ع = ؟

عند دوران الكرة يجب أن لا تتجاوز قوة الجذب المركزية قوة الشد في الخيط ، أي يجب أن تتساويان :

قش = قوة الجذب المركزية

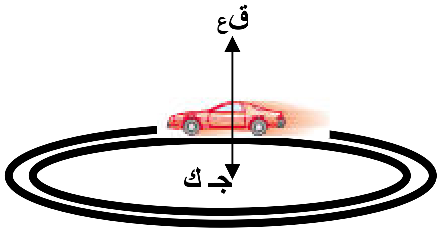
$$\text{قش} = \frac{\text{ك ع}^{2}}{\text{نق}}$$

$$\text{ع}^{2} = \frac{\text{نق قش}}{\text{ك}} = \frac{\text{٢} \times \text{٥٠}}{\text{٠,٢٥}} = \text{٤٠٠}$$

$$\text{ع} = \sqrt{\text{٤٠٠}} = \text{٢٠ م / ث}$$

===

٥- سيارة تتحرك على طريق دائري أفقي نصف قطره ٣٥ م ، فإذا كان معامل الاحتكاك الساكن بين إطارات السيارة والطريق ٠,٥ احسب أقصى سرعة تسير بها السيارة بأمان.



الحل :

لكي لا تنزلق السيارة يجب أن تتساوى القوة الطاردة المركزية وقوة الاحتكاك ، أي :

القوة الطاردة المركزية = قوة الاحتكاك

وحيث أن :

$$\text{ق}_{\text{ح}} = \text{أ ق}_{\text{ع}} = \text{أ جـ ك} \quad .... (\text{١})$$

وكذلك :

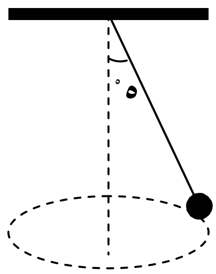
$$\text{القوة الطاردة} = \frac{\text{ك ع}^{2}}{\text{نق}} \quad .... (\text{٢})$$

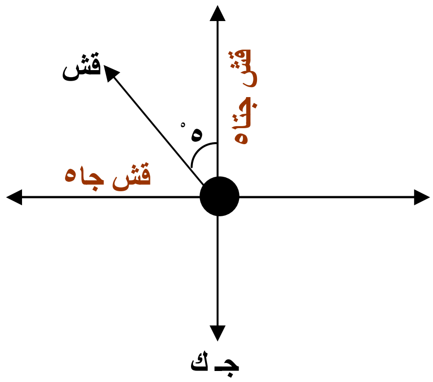
إذا : بمساواة (١) و (٢) ينتج :

$$\frac{\text{ك ع}^{2}}{\text{نق}} = \text{أ جـ ك}$$

$$\text{ع} = \sqrt{\text{أ جـ نق}} = \sqrt{\text{٠,٥} \times \text{٩,٨} \times \text{٣٥}} = \text{١٣,١ م / ث}$$

٦- في البندول المخروطي المقابل تعلق كرة كتلتها ٨٠ كجم في طرف خيط معلق بالسقف ، وعند تحريك هذه الكرة تصنع زاوية مع الرأسي مقدارها ٥ ْ ، فاحسب :
أ- قوة الشد في الخيط
ب- تسارع الكرة .





الحل :
نرسم تخطيطا للشكل كما يلي :
أ-
Σ قص = صفر
قش جتاه - جـ ك =٠

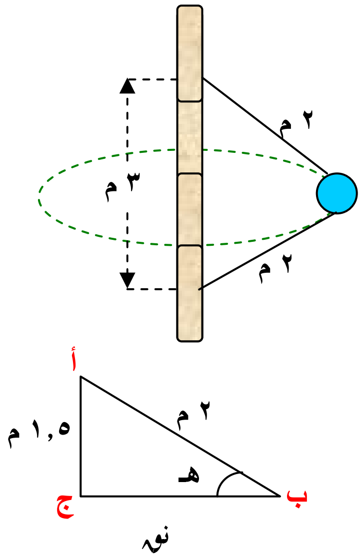
قش = (٩,٨ × ٨٠) ÷ جتاه

قش ≈ ٧٨٧ نيوتن.

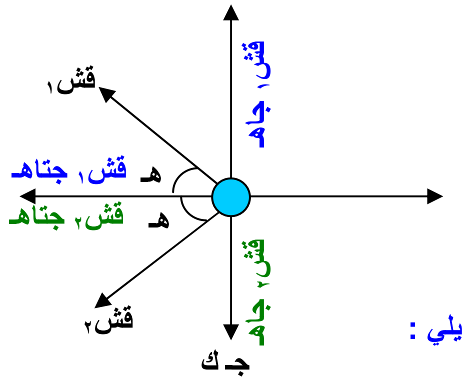
ب-
Σ قس = ت ك
قش جاه = ت ك

ت = (٧٨٧ جاه) ÷ ٨٠ = ٠,٨٦ م / ث٢

٧- كرة كتلتها ٤ كجم ، تدور حول عمود بواسطة خيطين كما في الشكل ، وتتحرك بسرعة ثابتة مقدارها ٦ م / ث ، احسب قوة الشد في كل خيط.



شكل (١)



جـ ك

شكل (٢)

الحل :

نرسم تخطيط للشكل كما يلي :

من الشكل (١) والذي يمثل الضلع (أب) الخيط العلوي والضلع (أج) نصف طول العمود والضلع (ب ج) يمثل نصف قطر مسار الكرة ، نحسب مقدار الزاوية (هـ) كالتالي :

جاهـ = ١,٥ ÷ ٢ = ٠,٧٥

هـ = ٤٨,٦ ˚

ومن نفس المثلث نحسب نصف القطر كما يلي :

جتا٤٨,٦ = نق ÷ ٢

نق = ١,٣٢ م

من شكل (٢) نحسب :

$\sum$ قس = ك ت = $\frac{\text{ك ع}^{٢}}{\text{نق}}$

قش$_1$ جتاهـ + قش$_2$ جتاهـ = $\frac{\text{ك ع}^{٢}}{\text{نق}}$

قش$_1$ جتا٤٨,٦ + قش$_2$ جتا٤٨,٦ = $\frac{٤\ (٦)^{٢}}{١,٣٢}$

قش$_1$ + قش$_2$ = $\frac{١٠٩,١}{\text{جتا٤٨,٦}}$

قش$_1$ + قش$_2$ ≈ ١٦٥ .... (١)

وكذلك :

$\sum$ قص = صفر

قش$_1$ جاهـ - قش$_2$ جاهـ = جـ ك

قش$_1$ جا٤٨,٦ - قش$_2$ جا٤٨,٦ = ٩,٨ × ٤

قش$_1$ - قش$_2$ = $\frac{٣٩,٢}{\text{جا٤٨,٦}}$

قش$_1$ - قش$_2$ ≈ ٥٢,٢٦ .... (٢)

بجمع المعادلتين (١) و (٢) كالتالي :

قش$_1$ + قش$_2$ ≈ ١٦٥

قش$_1$ - قش$_2$ ≈ ٥٢,٢٦

---

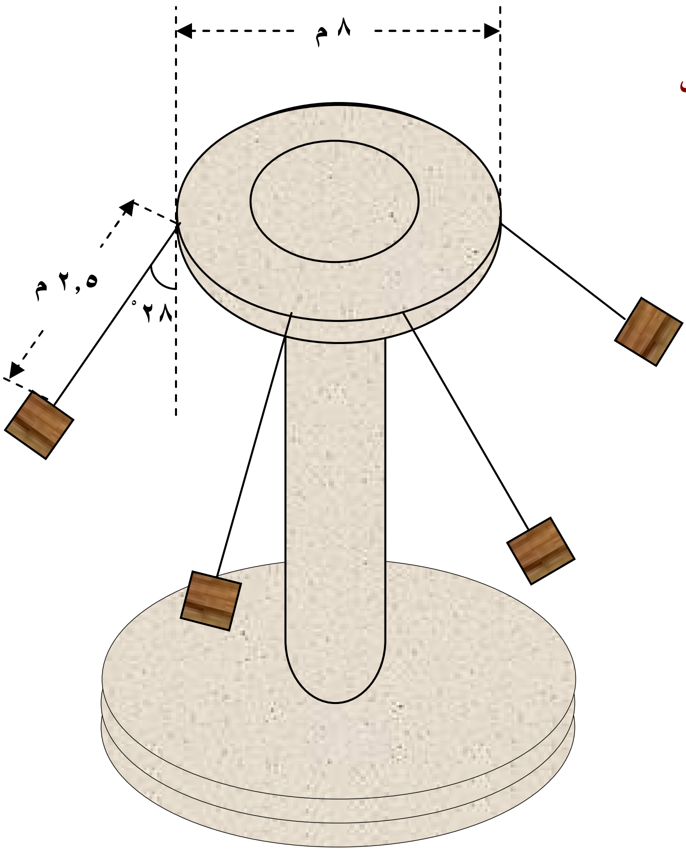
٢ قش$_1$ = ٢١٧,٢٦

قش$_1$ = ١٠٨,٦٣ نيوتن

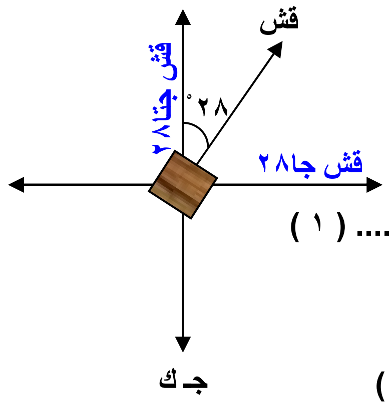
ومن إحدى المعادلتين نوجد (قش$_2$) :

١٠٨,٦٣+ قش$_2$ ≈ ١٦٥ ================> قش$_2$ = ٥٦,٣٧ نيوتن

٨- في أحد المنتزهات قام أحد الأشخاص الذي كتلته ٤٠ كجم باللعب في أحد اللعب الدائرية كما في الشكل ، فجلس على أحد المقاعد وكانت كتلة كل مقعد من المقاعد ١٠ كجم معلقة بخيط طوله ٢,٥ م وهذا الخيط مثبت بقرص قطره ٨ م ويصنع زاوية ٢٨ ˚ مع الرأسي ، احسب :
أ- سرعة كل مقعد.
ب- الشد في الخيط.



الحل : نرسم تخطيطا لأحد المقاعد



أ-

$\sum$ قس = ك ت = $\frac{\text{ك ع}^2}{\text{نق}}$

قش جا٢٨ = $\frac{\text{ك ع}^2}{\text{نق}}$ .... (١)

وكذلك :

$\sum$ قص = صفر

قش جتا٢٨ = جـ ك .... (٢)

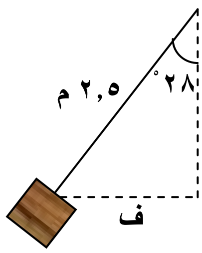
بقسمة (١) على (٢) ينتج :

$\frac{\text{قش جا٢٨}}{\text{قش جتا٢٨}}$ = $\frac{\text{ك ع}^2}{\text{نق جـ ك}}$

ظا٢٨ = $\frac{\text{ع}^2}{\text{نق جـ}}$

ع = $\sqrt{\text{نق جـ ظا٢٨}}$ .... (٣)

ولكي نحسب السرعة لابد من إيجاد نصف القطر من المقعد وحتى منتصف القرص :
قطر القرص = ٨ م
نصف قطر القرص = ٤ م
يتبقى لنا المسافة من حافة القرص إلى المقعد فنحسبها كما يلي :



ف = ٢,٥ جا٢٨ = ١,١٧ م

فيكون نصف القطر كاملا هو :

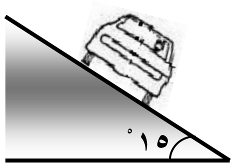
نق = ٤ + ١,١٧ = ٥,١٧ م

إذا من المعادلة رقم (٣) :

ع = $\sqrt{\text{نق جـ ظا٢٨}}$ = $\sqrt{\text{٥,١٧ × ٩,٨ ظا٢٨}}$ = ٥,١٩ م / ث

ب – نحسب قوة الشد من المعادلة رقم (٢) مع العلم أن :
ك = كتلة الشخص + كتلة المقعد = ٤٠ + ١٠ = ٥٠ كجم
قش جتا٢٨ = جـ ك

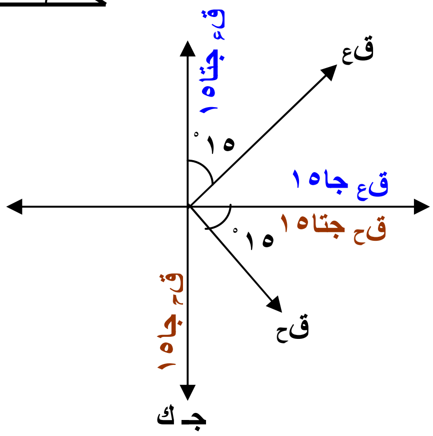
قش = (٩,٨ × ٥٠) ÷ جتا٢٨ = ٥٥٤,٩٦ نيوتن



٩- مسار منحنى نصف قطره (٣٣٦ م) ويميل عرضيا على الأفقي بزاوية ١٥° ، عند أي سرعة تكون قوة الاحتكاك العرضي مساوية للصفر ؟

الحل :

نرسم تخطيطا للشكل :



$\sum ق_س = ك\ ت = \frac{ك\ ع^2}{نق}$

$ق_ع\ جا١٥ + ق_ح\ جتا١٥ = \frac{ك\ ع^2}{نق}$

ولكن من السؤال أن ($ق_ح$ = صفر) إذا :

$ق_ع\ جا١٥ = \frac{ك\ ع^2}{نق}$ .... (١)

وكذلك :

$\sum ق_ص$ = صفر

$ق_ع\ جتا١٥ - ق_ح\ جا١٥ = جـ\ ك$ حيث : $ق_ح$ = صفر

$ق_ع\ جتا١٥ = جـ\ ك$............... (١)

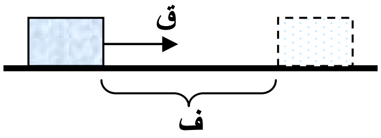
بقسمة (١) على (٢) نحصل على :

$\frac{ق_ع\ جا١٥}{ق_ع\ جتا١٥} = \frac{ك\ ع^2}{جـ\ ك\ نق}$

$ظا١٥ = \frac{ع^2}{نق\ جـ}$

$ع = \sqrt{نق\ جـ\ ظا١٥} = \sqrt{٣٣٦ \times ٩,٨\ ظا١٥} = ٢٩,٧$ م / ث

الشغل والطاقة

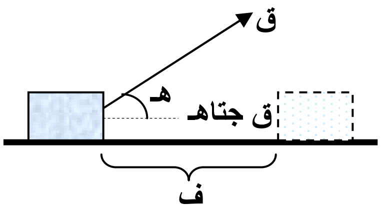


الشغل : هو حاصل ضرب القوة (مركبة القوة) المؤثرة على الجسم في الإزاحة .

فإذا كانت القوة والإزاحة على محور واحد كما في الشكل المقابل فإن الشغل يعطى بالعلاقة التالية :

شغ = ق . ف
شغ = ت ك . ف .... (١)

(حيث : شغ = الشغل   ق= القوة المؤثرة على الجسم   ف = الإزاحة)



أما إذا كانت القوة ليست على نفس محور الإزاحة كما في الشكل فإن القوة المؤثرة على الجسم هي مركبة القوة (ق جتاهـ) وبالتالي يعطى الشغل بالعلاقة التالية :

شغ = ق جتاهـ . ف

شغ = ق . ف جتاهـ ...... (٢)

ملاحظات هامة :

١- إذا كانت القوة (ق) عمودية على الإزاحة (ف) أي (هـ = ٩٠) فإن (شغ = صفر) أي لا تبذل شغلا.
٢- إذا كانت القوة (ق) في نفس اتجاه الإزاحة (ف) أي (هـ = صفر) فإن (شغ = ق . ف) .
٣- إذا كانت القوة (ق) عكس اتجاه الإزاحة (ف) أي (هـ = ١٨٠) فإن (شغ = - ق . ف) أي تبذل شغلا سالبا كما في (شغل قوة الاحتكاك).
٤- إذا أثرت قوة على جسم ولم تحركه من مكانه فإن هذه القوة لا تبذل شغلا لأن (ف = صفر).
٥- الشغل كمية قياسية ووحدة قياسه في النظام العالمي هو (جول = نيوتن . متر)

أشغال القوى المختلفة :

١- شغل قوى الاحتكاك (شغأ) :

شغ = - $ق_ح$. ف .... (٣)   حيث ($ق_ح$ = أ $ق_ع$)

(الإشارة السالبة بسبب أن اتجاه قوة الاحتكاك عكس اتجاه الحركة أي (جتا١٨٠ = -١))

٢- شغل القوة المتغيرة :

عندما تتغير القوة بتغير الموضع تصبح العلاقة (٢) غير صالحة فيعطى الشغل من العلاقة التالية :

شغ = $\int_{ف_١}^{ف_٢}$ ق ء(ف) .... (٤)

٣- شغل النابض (الزنبرك) :

الشغل الذي يُبذل على النابض يعطى من العلاقة التالية :

شغ = $\frac{١}{٢}$ ثا $ف^٢$ .... (٥)   حيث (ثا : ثابت الزنبرك ، ف : الاستطالة الحادثة)

تذكر قانون هوك :
ق = ثا × ف

الشغل الذي يبذله النابض يعطى من العلاقة التالية :

شغ = - $\frac{١}{٢}$ ثا $ف^٢$ .... (٦)

والإشارة السالبة تعني أن القوة التي يؤثر بها النابض على الجسم تكون دائما في اتجاه معاكس لاتجاه الإزاحة الحاصلة فيه

٤- شغل الجاذبية الأرضية :

شغ = ق . ف

شغ = جـ ك . ف .... (٧)

حيث (ف : الارتفاع)

القدرة : هي مقدار الشغل المنجز خلال وحدة الزمن .

قد = $\frac{\text{شغ}}{\text{ز}}$ .... (٨) حيث (قد : القدرة شغ : الشغل ز: الزمن)

ويمكن حساب القدرة اللحظية من العلاقة التالية :

قد = ق × ع .... (٩) حيث (ق : القوة (الثقل) ع : السرعة)

تقاس القدرة بوحدة الوط = جول / ث

كما تقاس القدرة بوحدة : الحصان الميكانيكي ، حيث :

١ حصان = ٧٤٦ واط

===

مسائل محلولة

١- جيب يسحب سيارة صغيرة بقوة مقدارها ٢٠٠٠ نيوتن ، لمسافة ٣ كم ، احسب الشغل الذي يبذله الجيب لسحب هذه السيارة.

ق = ٢٠٠٠ نيوتن ف = ٣ كم = ٣ × ١٠٠٠ = ٣٠٠٠ م

شغ = ق . ف = ٢٠٠٠ × ٣٠٠٠ = ٦ × ١٠ ^{٦} جول

===

٢- قوة متغيرة بتغير المحور السيني وتتحدد بالعلاقة (ق = ١٥ – ٢,٥ ف) ، احسب الشغل الذي تبذله هذه القوة بين الموضعين

ف$_١$ = ٤ م ف$_٢$ = ٦ م

الحل :

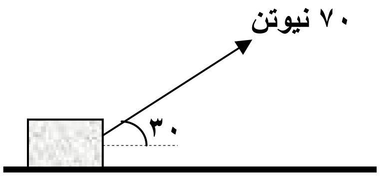
$$\text{شغ} = \int_{\text{ف}_١}^{\text{ف}_٢} \text{ق } ء(\text{ف})$$

$$\text{شغ} = \int_{٤}^{٦} (١٥ - ٢,٥ \text{ ف}) \; ء(\text{ف}) = [١٥ \text{ ف}]_{٤}^{٦} - [\frac{٢,٥}{٢} \text{ف}^٢]_{٤}^{٦}$$

$$\text{شغ} = ١٥ (٦ - ٤) - \frac{٢,٥}{٢} (٦^٢ - ٤^٢) = ٣٠ - ٢٥ = ٥ \text{ جول.}$$

٣- رجل يسحب صندوقا كتلته ١٠ كجم على سطح أفقي خشن بقوة ثابتة مقدارها ٧٠ نيوتن وتصنع زاوية ٣٠ ْ مع الأفقي وتحركت لمسافة ٥ م ، فإذا كان معامل الاحتكاك الحركي ٠,٣ ، فاحسب :

أ- الشغل الذي يبذله الرجل.
ب- شغل قوة الاحتكاك.
ج- شغل القوة العمودية.
د- شغل الجاذبية الأرضية .
هـ- محصلة الأشغال المبذولة على هذا الصندوق.

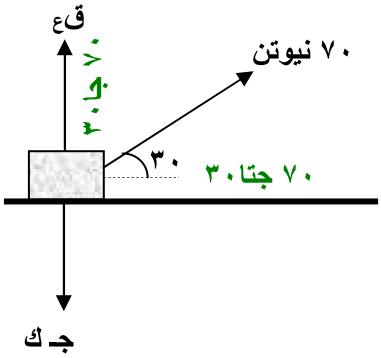


الحل :

أ-

شغ = ق . ف جتاهـ = ٧٠ × ٥ جتا٣٠ = ٣٠٣,١ جول .

ب- هنا لابد أن نحسب قوة الاحتكاك وذلك كالتالي (انظر الشكل) :



$ق_{ح}$ = أ $ق_{ع}$

نحسب القوة العمودية :

∑ $ق_{ص}$ = صفر

$ق_{ع}$ + ٧٠ جا٣٠ - جـ ك =٠

$ق_{ع}$ = جـ ك – ٧٠ جا٣٠ = ٩,٨ × ١٠ – ٧٠ جا٣٠ = ٦٣ نيوتن

إذا تكون قوة الاحتكاك :

$ق_{ح}$ = أ $ق_{ع}$ = ٠,٣ × ٦٣ = ١٨,٩ نيوتن

ويكون شغل قوة الاحتكاك :

شغ = - $ق_{ح}$. ف = - ١٨,٩ × ٥ = - ٩٤,٥ جول.

ج- القوة العمودية لا تسبب للصندوق إزاحة أي أن (ف = صفر) فيكون (شغ = صفر)

د- قوة الجاذبية عمودية على الإزاحة أي لا تسبب شغلا :

شغ = جـ ك . ف = ٩,٨ × ١٠ × ٥ = ٤٩٠ جول.

هـ - محصلة الأشغال = ٣٠٣,١ – ٩٤,٥ + ٠ + ٤٩٠ = ٦٩٨,٦ جول.

==

٤- أحسب الشغل المبذول في رفع دلو مملوء بالماء كتلته ٢٠ كجم من أسفل بئر عمقه ٣٠ م (افترض أن سرعة الدلو ثابتة أثناء رفع الماء).

الحل :

شغ = جـ ك ف = ٩,٨ × ٢٠ × ٣٠ = ٥٨٨٠ جول

٥- علق جسم بطرف نابض معلق بالسقف ثابته ١٢٠٠ نيوتن / م ، فاستطال النابض بمقدار ٣ سم ، احسب :
أ- الشغل المبذول على النابض
ب- الشغل الذي يبذله النابض.

الحل :
ثا = ١٢٠٠ نيوتن / م   ف = ٣ سم = ٣ × ١٠ $^{-٢}$ م
أ-
شغ = $\frac{١}{٢}$ ثا ف^{٢}

شغ = $\frac{١}{٢}$ × ١٢٠٠ × (٣ × ١٠ $^{-٢}$)^{٢} = ٠,٥٤ جول.

ب –
شغ = - $\frac{١}{٢}$ ثا ف^{٢}

شغ = - $\frac{١}{٢}$ ١٢٠٠ × (٣ × ١٠ $^{-٢}$)^{٢} = - ٠,٥٤ جول.

==

٦- علقت كتلة مقدارها ٣ كجم في نابض ، فاستطال بمقدار ١,٥ سم فإذا أزيلت هذه الكتلة وعلقت كتلة أخرى مقدارها ١ كجم ، فاحسب:
أ- الاستطالة في هذه الحالة .
ب- الشغل المبذول على هذا النابض حتى يستطيل عن موضع اتزانه ٤ سم .

الحل :
أ-
ك = ٣ كجم   ف = ١,٥ سم = ٠,٠١٥ م

نحسب أولا القوة (حيث أن الكتلة معلقة في مجال الجاذبية) :
ق = جـ ك = ٩,٨ × ٣ = ٢٩,٤ نيوتن

ثم نحسب ثابت النابض من قانون هوك :

ق = ثا × ف

ثا = ٢٩,٤ ÷ ٠,٠١٥ = ١٩٦٠ نيوتن / م

عندما أزيلت الكتلة (٣ كجم) ووضعت بدلا منها (١ كجم) وحيث أن النابض هو نفسه إذا :
ثا = ١٩٦٠ نيوتن / م   ك = ١ كجم

نحسب القوة بواسطة هذه الكتلة :
ق = جـ ك = ٩,٨ × ١ = ٩,٨ نيوتن

من قانون هوك :

ق = ثا × ف
٩,٨ = ١٩٦٠ ف

ف = ٩,٨ ÷ ١٩٦٠ = ٥ × ١٠ $^{-٣}$ م = ٠,٥ سم

ب –
ف = ٤ سم = ٠,٠٤ م   ثا = ١٩٦٠ نيوتن / م

شغ = $\frac{١}{٢}$ ثا ف^{٢} = $\frac{١}{٢}$ × ١٩٦٠ (٠,٠٤)^{٢} = ١,٥٧ جول.

٧- سيارة كتلتها ١٢٠٠ كجم تتحرك بسرعة ٣٠ م / ث ، ضغط السائق على الفرامل حتى توقفت ، إذا كانت قوة الاحتكاك بين إطارات السيارة وأرضية الشارع المرصوفة هي ٦٠٠٠ نيوتن ، احسب المسافة التي تنزلق فيها السيارة إلى أن تتوقف.

ك = ١٢٠٠ كجم ، ع. = ٣٠ م / ث ، ع = صفر ، ق$_{ح}$ = ٦٠٠٠ نيوتن ، ف = ؟

الشغل التي تبذله السيارة هو :

شغ = ك ت ف = ١٢٠٠ ت ف .... (١)

الشغل التي تبذله قوة الاحتكاك هو :

شغ = - ق$_{ح}$ ف = - ٦٠٠٠ ف .... (٢)

بمساواة (١) و (٢) ينتج :

١٢٠٠ ت ف = - ٦٠٠٠ ف

ت = - ٦٠٠٠ ÷ ١٢٠٠ = - ٥ م / ث^{٢}

ثم نحسب المسافة من معادلة الحركة التالية :

ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ ت ف

٠ = ٣٠^{٢} ــ ٢ × ٥ ف

ف = ٩٠٠ ÷ ١٠ = ٩٠ م

ملاحظة :

نستطيع حل هذا السؤال بواسطة نظرية الشغل والطاقة (انظر سؤال ٥ في الأسفل)

==

٨- قام شخص برفع جسم كتلته ٥ كجم إلى ارتفاع ٣ م في زمن قدره (٥٠ ث) ، احسب قدرة هذا الرجل .

الحل :

ك = ٥ كجم ف = ٣ م ز = ٥ ث

$$\text{قد} = \frac{\text{شغ}}{\text{ز}} = \frac{\text{جـ ك ف}}{\text{ز}} = \frac{٩,٨ \times ٥ \times ٣}{٥٠} = ٢,٩٤ \text{ واط}$$

==

٩- مضخة مياه تعمل بمحرك قدرته ١٠٠٠ واط لرفع الماء من بئر يبلغ عمق الماء فيه ٢٠ م ، إذا كانت سرعة الماء ثابتة ، احسب كتلة الماء الذي يمكن لهذا المحرك ضخه في الثانية الواحدة .

الحل : قد = ١٠٠٠ واط ف = ٢٠ م ز = ١ ث

$$\text{قد} \quad \frac{\text{جـ ك ف}}{\text{ز}}$$

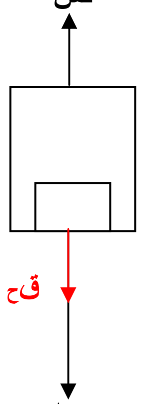
$$١٠٠٠ = \frac{٩,٨ \times \text{ك} \times ٢٠}{١}$$

ك = ١٠٠٠ ÷ ١٩٦ = ٥,١ كجم .

١٠- مصعد كتلته ١٠٠٠ كجم ، يستطيع رفع حموله كتلتها ٨٠٠ كجم ، وتوجد قوة احتكاك تعيق حركتـه لأعلى مقدارها ٤٠٠٠ ينـوتن ، احسب :

أ- أقل قدره لمحرك المصعد كي يرفع المصعد بحمولته بسرعة ٣ م / ث.

ب- قدرة المحرك لكي يتسارع المصعد لأعلى بمقدار ١ م / ث^{٢}



الكتلة الكلية للمصعد والحمولة هي :

ك = ١٠٠٠ + ٨٠٠ = ١٨٠٠ كجم   ، ق$_{ح}$ = ٤٠٠٠ نيوتن

بتطبيق قانون نيوتن الثاني وذلك لحساب قيمة (قش) :

∑ ق$_{ص}$ = ٠

قش – ق$_{ح}$ – جـ ك = ٠

قش = ق$_{ح}$ + جـ ك = ٤٠٠٠ + ٩,٨ × ١٨٠٠ = ٢١٦٤٠ نيوتن.

فتكون أقل قدرة هي :

قد = ق × ع = قش × ع = ٢١٦٤٠ × ٣ = ٦٤٩٢٠ واط

قد = ٦٤٩٢٠ ÷ ٧٤٦ ≈ ٨٧ حصان ميكانيكي

ب – عندما يتسارع المصعد إلى أعلى يكون (ت = ١ م / ث^{٢}) ، فنطبق قانون نيوتن الثاني كما يلي :

∑ ق$_{ص}$ = ت ك

قش – ق$_{ح}$ – جـ ك = ت ك

قش = ت ك + ق$_{ح}$ + جـ ك

قش= ١ × ١٨٠٠ + ٤٠٠٠ + ٩,٨ × ١٨٠٠ = ٢٣٤٤٠ نيوتن.

فتكون القدرة في هذه الحالة هي :

قد = ق × ع = قش × ع = ٢٣٤٤٠ × ع = ٦٤٩٢٠ ع   واط   (حيث ع : هي السرعة اللحظية للمصعد)

الطاقة

الطاقة : هي المقدرة على القيام بشغل ما.
الطاقة كمية قياسية ووحدة قياسها (الجول) .

أنواع الطاقة :

هناك أنواع وصور كثيرة للطاقة ، وما يهمنا هي الطاقة الميكانيكة وهي الطاقة الحركية والطاقة الكامنة .

١- الطاقة الحركية (طح) :

طح = $\frac{1}{2}$ ك ع^{٢} .... (١) حيث (ك : كتلة الجسم ، ع: سرعة الجسم ، طح : الطاقة الحركية)

ويمكن الربط بين الطاقة الحركية والشغل بواسطة العلاقة التالية :

∑ شغ = طح$_{٢}$ – طح$_{١}$ = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_{٢}$^{٢} – ع$_{١}$^{٢}) = Δ طح .... (ب)

٢- الطاقة الكامنة (طاقة الوضع) :

طك = جـ ك ف .... (٢) حيث (جـ = ٩,٨ م / ث^{٢} ، ك : كتلة الجسم ، ف : الارتفاع)

ويمكن الربط بين الطاقة الكامنة والشغل بواسطة العلاقة التالية :

∑ شغ = طك$_{٢}$ – طك$_{١}$ = جـ ك (ف$_{٢}$ – ف$_{١}$) = Δ طك .... (ج)

نظرية الشغل والطاقة :

سبق وأن عرفنا الشغل اعتمادا على كميات متجهة (القوة ، الإزاحة) ، وسندرس علاقة الشغل بالطاقة مما يتيح لنا مدى أوسع في حركة الجسم حيث يصح تطبيق هذه النظرية على الجسم المتحرك ذي السرعة الثابتة والجسم المتحرك بتسارع منتظم أو غير منتظم ، في حين لا يمكننا تطبيق معادلات الحركة الخطية وقانون نيوتن الثاني إلى على جسم ذو تسارع منتظم (ثابت)، كما أن التعامل مع الشغل والطاقة وهي كميات قياسية أسهل بكثير من التعامل مع القوى التي تمثل كميات متجهة .

تنص نظرية الشغل والطاقة على :
(المجموع الجبري للأشغال المبذولة على الجسم يساوي مقدار التغير في طاقته الحركية مضافا إلى مقدار التغير في طاقته الكامنة)

∑ شغ = Δ طح + Δ طك .... (٣) حيث (Δ طح = طح$_{٢}$ – طح$_{٣}$ ، Δ طك = طك$_{٢}$ - طك$_{١}$)

ويمكن كتابة العلاقة السابقة كما يلي :

∑ شغ = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_{٢}$^{٢} – ع$_{١}$^{٢}) + جـ ك (ف$_{٢}$ – ف$_{١}$) ...... (٤)

أو :

∑ شغ = ط$_{٢}$ - ط$_{١}$ .... (٥) حيث (ط = طح + طك)

ويمكن اثبات العلاقة (٥) من العلاقة (٣) كما يلي :

∑ شغ = Δ طح + Δ طك

∑ شغ = طح$_{٢}$ – طح$_{٣}$ + طك$_{٢}$ - طك$_{١}$ = طح$_{٢}$ + طك$_{٢}$ - (طح$_{١}$ + طك$_{١}$) = ط$_{٢}$ - ط$_{١}$ (وهي العلاقة رقم ٥)

ملاحظات هامة :

١- إذا كان ضمن الأشغال شغل الجاذبية فلا يكتب في الطرف الأيمن لأنه موجود في الطرف الأيسر من العلاقة (٣) .
٢- عندما يكون الجسم على سطح الأرض فإن (طك = صفر).
٣- شغل النابض الذي يعيق الحركة يكون سالبا والذي يساعد على الحركة يكون موجبا.

قانون حفظ الطاقة :

عندما يكون هناك جسما معزولا لا تؤثر عليه قوى خارجية أي أن Σ ق = صفر فإن :

Σ شغ = صفر .

وبالتالي من العلاقة رقم (٥) يصبح :

Σ شغ = ط٢ - ط١

٠ = ط٢ - ط١

ومنها :

$\boxed{\text{ط}_1 = \text{ط}_2}$

أي أن :

الطاقة الميكانيكية الكلية الابتدائية = الطاقة الميكانيكية الكلية النهائية .

مسائل محلولة

١- جسم كتلته ٦ كجم موجود على سطح أفقي أملس ، أثرت عليه قوة أفقيـة مقدارها ١٢ نيوتن ، فحركتـه من السكون ، احسب سرعة الجسم بعد قطع مسافة ٣ م.

الحل :

هذا السؤال يمكننا حله بواسطة معادلات الحركة وقوانين نيوتن إلا أنه من الأسهل حله باستخدام علاقات الشغل و الطاقة بهذه العلاقة :

Σ شغ = طح$_{٢}$ – طح$_{١}$ = $\frac{١}{٢}$ ك (ع$_{٢}^{٢}$ – ع$_{١}^{٢}$) = Δ طح

إذا :

Σ شغ = $\frac{١}{٢}$ ك (ع$_{٢}^{٢}$ – ع$_{١}^{٢}$)

لابد من حساب الشغل كما يلي :

شغ = ق . ف = ١٢ × ٣ = ٣٦ جول.

Σ شغ = $\frac{١}{٢}$ ك (ع$_{٢}^{٢}$ – ع$_{١}^{٢}$)

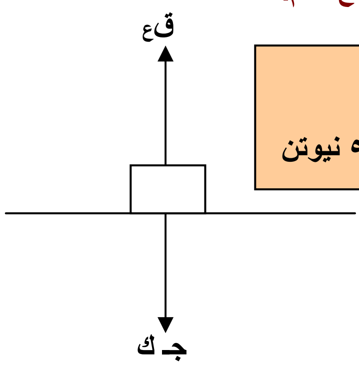
٣٦ = $\frac{١}{٢}$ × ٦ (ع$_{٢}^{٢}$ – ٠)

ع$_{٢}$ = ٣,٤٦ م / ث

===

٢- في المثال السابق إذاكان السطح خشنا معامل احتاكه ٠,١٥ ، فاحسب السرعة بعد قطع ٣ م.

الآن لدينا شغلين الأول شغل القوة (١٢ نيوتن) وهو :



من الشكل :
قع = جـ ك
قع = ٩,٨ × ٦ = ٥٨,٨ نيوتن

شغ = ٣٦ جول.

الثاني شغل قوة الاحتكاك وهو :

شغح = - أ قع ف = - ٠,١٥ × ٥٨,٨ × ٣ = - ٢٦,٤٦ جول.

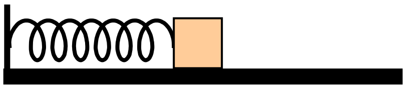
وتكون محصلة الشغل هي :

Σ شغ = ٣٦ – ٢٦,٤٦ = ٩,٥٤ جول.

Σ شغ = $\frac{١}{٢}$ ك (ع$_{٢}^{٢}$ – ع$_{١}^{٢}$)

٩,٥٤ = $\frac{١}{٢}$ × ٦ (ع$_{٢}^{٢}$ – ٠)

ع$_{٢}$ = ١,٧٨ م / ث



٣- صندوق كتلته ١,٦ كجم ، موضوع على سطح أفقي ناعم كما في الشكل مربوط في طرف نابض ثابته ١٠٠٠ نيوتن / م وطرف النابض الآخر مربوط في جدار ، إذا ضغط النابض بمقدار ٢ سم من وضع الاتزان ، فاحسب :
أ- سرعة الصندوق عندما يعود النابض لوضع الاتزان.
ب- سرعة الصندوق عند وضع الاتزان إذا كان السطح خشنا معامل احتكاكه ٠,٢ .

الحل :
أ- ك = ١,٦ كجم ثا = ١٠٠٠ نيوتن / م $ف_ن$ = ٢ سم = ٠,٠٢ م $ع_١$ = صفر
لدينا شغل واحد وهو شغل النابض :
$شغ_ن = \frac{١}{٢}$ ثا $ف_ن^{٢}$ = شغ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠٠٠ (٠,٠٢)^{٢} = ٠,٢ جول (لاحظ أنه موجب لأنه يساعد على الحركة)

$\sum$ شغ = $\frac{١}{٢}$ ك ($ع_٢^{٢}$ – $ع_١^{٢}$)

٠,٢ = $\frac{١}{٢}$ × ١,٦ ($ع_٢^{٢}$ – ٠)

$ع_٢$ = ٠,٥ م / ث

ب- هنا يكون لدينا شغلين وهما شغل النابض ($شغ_ن$ = ٠,٢ جول) وشغل الاحتكاك وهو :

$شغ_ح$ = - أ $ق_ع$ ف = - أ جـ ك ف = - ٠,٢ × ٩,٨ × ١,٦ × ٠,٠٢ = - ٠,٠٦٣ جول.

وتكون محصلة الشغل هي :

$\sum$ شغ = ٠,٢ – ٠,٠٦٣ = ٠,١٣٧ جول .

$\sum$ شغ = $\frac{١}{٢}$ ك ($ع_٢^{٢}$ – $ع_١^{٢}$)

٠,١٣٧ = $\frac{١}{٢}$ × ١,٦ ($ع_٢^{٢}$ – ٠)

$ع_٢$ = ٠,٤١ م / ث

٤- تتحرك سيارة بسرعة ٤٨ كم / س ، فتمكن السائق من إيقافها على خلال مسافة ٤٠ م ، فإذا كانت سرعة السيارة ٩٦ كم / س ، فما هي المسافة اللازمة لإيقافها ؟

الحل :
سنفترض أن السيارة لن تنزلق فيكون هناك قوة احتكاك أي هناك شغل احتكاك كما يلي :
المرحلة الأولى: $ع_١$ = ٤٨ كم / س $ع_٢$ = صفر (لأنها ستقف)

$\sum$ شغ = $\frac{١}{٢}$ ك ($ع_٢^{٢}$ – $ع_١^{٢}$)

- $ق_ح$ × ٤٠ = $\frac{١}{٢}$ ك (٠ – ٤٨^{٢})

٤٠ $ق_ح$ = ١١٥٢ ك .... (١)

المرحلة الثانية

$\sum$ شغ = $\frac{١}{٢}$ ك ($ع_٢^{٢}$ – $ع_١^{٢}$)

- $ق_ح$ ف = $\frac{١}{٢}$ ك (٠ – ٩٦^{٢})

$ق_ح$ ف = ٤٦٠٨ ك .... (٢)

بقسمة (٢) على (١) ينتج :

ف ÷ ٤٠ = ٤٦٠٨ ÷ ١١٥٢

ف = ١٦٠ م

٤- جسم كتلته ٠,٨ كجم وسرعته ١,٢ م / ث ن اصطدم بنابض خفيف ثابته ٥٠ نيوتن / م ، احسب مقدار المسافة التي ينضغط بها النابض .

الحل :

$\sum$ شغ = $\frac{1}{2}$ ك ($ع_٢^٢ - ع_١^٢$)

− $\frac{1}{2}$ ثا $ف_ن^٢$ = $\frac{1}{2}$ ك ($ع_٢^٢ - ع_١^٢$)

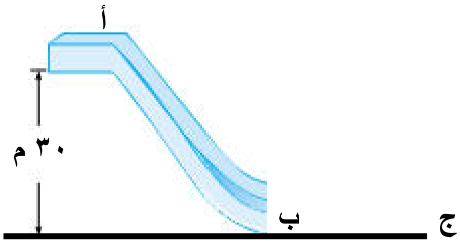
− $\frac{1}{2}$ × ٥٠ $ف_ن^٢$ = $\frac{1}{2}$ × ٠,٨ (٠ − $١,٢^٢$)

- ٢٥ $ف_ن^٢$ = - ٠,٥٧٦

$ف_ن$ = ٠,١٥ م = ١٥ سم

==

٥- في حديقة الأطفال يوجد منزلق ارتفاعه ٣٠ م ، كما في الشكل ،
أ- عند اهمال الاحتكاك كم تكون سرعة طفل عند وصوله أدنى المنزلق (ب)
ب- إذا كان معامل الاحتكاك بين الطفل والأرض المستوية (ب ج) هو ٠,٥ فما هي المسافة التي يقطعها الطفل.



الحل : $ف_١$ = ٣٠ م ، $ف_٢$ = ٠ ، $ع_١$ = ٠

هنا لايوجد شغل :

$\sum$ شغ = $\frac{1}{2}$ ك ($ع_٢^٢ - ع_١^٢$) + جـ ك ($ف_٢ - ف_١$)

٠ = $\frac{1}{2}$ ك ($ع_٢^٢$ − ٠) + ٩,٨ ك (٠ − ٣٠)

$\frac{1}{2}$ ك $ع_٢^٢$ = ٢٩٤ ك

$ع_٢$ = $\sqrt{٢ \times ٢٩٤}$ = ٢٤,٢٥ م / ث

> **ملاحظة :** لحل المسائل الشبيهة بهذا السؤال (فقرة أ) يمكن حساب السرعة مباشرة من العلاقة :
>
> ع = $\sqrt{٢ \text{ جـ ف}}$

ب – هنا يوجد شغل للاحتكاك .

$ع_١$ = ٢٤,٢٥ م / ث $ع_٢$ = ٠

$\sum$ شغ = $\frac{1}{2}$ ك ($ع_٢^٢ - ع_١^٢$)

- أ $ق_ع$ ف = $\frac{1}{2}$ ك ($ع_٢^٢ - ع_١^٢$)

- أ جـ ك ف = $\frac{1}{2}$ ك (٠ − $٢٤,٢٥^٢$)

- ٠,٥ × ٩,٨ × ف = $\frac{1}{2}$ (− $٢٤,٢٥^٢$)

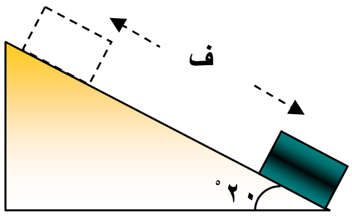
- ٤,٩ ف = - ٢٩٤,٠٣

ف = ٢٩٤,٠٣ ÷ ٤,٩ ≈ ٦٠ م

٦- في الشكل المقابل صندوق كتلته ٤ كجم ، دفع لأعلى بسرعة ٨ م / ث عند قاع مستوى مائل بزاوية ٢٠° ، فإذا كانت قوة الاحتكاك التي تعيق حركة القالب على المستوى هي ١٥ نيوتن فاحسب :

أ- المسافة التي يتحركها الصندوق قبل أن يتوقف.

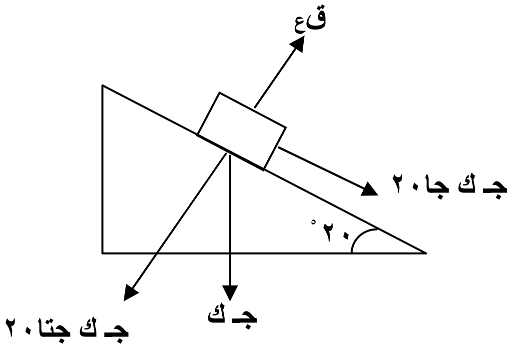
ب- هل ينزلق الصندوق لأسفل بعد وقوفه ؟



الحل : نرسم تخطيطا للجسم .

نلاحظ وجود قوتان تعيقان حركة الجسم لأعلى وهما : مركبة وزن الجسم (جـ ك جا٢٠) وقوة الاحتكاك ، فينشأ عنها شغلان كالتالي :

أ-



∑ شغ = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_2^2$ − ع$_1^2$)

- قح ف − جـ ك جا٢٠ × ف = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_2^2$ − ع$_1^2$)

- ف (قح + جـ ك جا٢٠) = $\frac{1}{2}$ ك (٠ − ٨^2)

- ف (قح + جـ ك جا٢٠) = $\frac{1}{2}$ ك (٠ − ٨^2)

- ف (١٥ + ٩,٨ × ٤ جا٢٠) = $\frac{1}{2}$ × ٤ (− ٨^2)

- ٢٨,٤١ ف = - ١٢٨

ف = ١٢٨ ÷ ٢٧,٤١ ≈ ٤,٦٧ م

ب- لكي نعرف هل ينزلق الصندوق أم لا ، لابد من معرفة أيهما أكبر قوة الاحتكاك أم مركبة الوزن لأسفل كالتالي :

قح = ١٥ نيوتن

قالوزن = جـ ك جا٢٠ = ٩,٨ × ٤ جا٢٠ = ١٣,٤١ نيوتن.

بما أن :

قح > قالوزن

إذا :

الصندوق لن ينزلق لأسفل .

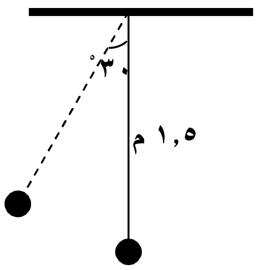
٧- في الشكل المقابل علقت كرة كتلتها ٣ كجم بحبل طوله ١,٥ م ، فإذا أعطيت الكرة سرعة ابتدائية قدرها ٤ م / ث عند أخفض نقطة (موضع الاتزان) ، فأصبح الحبل يصنع زاوية ٣٠ ° مع الرأسي فاحسب :

أ- التغير في الطاقة الكامنة للكرة.

ب- سرعة الكرة.

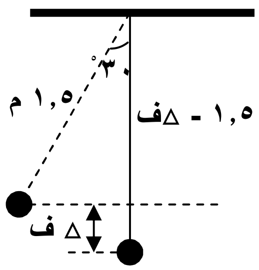
ج- الشد في الخيط.

د- أقصى ارتفاع تصله الكرة فوق أخفض نقطة لها .



الحل :

لكي نعرف التغير في الطاقة الكامنة لابد أن نحسب ارتفاع الكرة في هذا الوضع عن وضع الاتزان (انظر الشكل المقابل) :



من المثلث نحسب △ف كما يلي :

جتا٣٠ = (١,٥ - △ف) ÷ ١,٥

△ف = ١,٥ - ١,٥ جتا٣٠ = ٠,٢ م

أ-

△ طك = طك٢ – طك١ = جـ ك △ف

△ طك = ٩,٨ × ٣ × ٠,٢ = ٥,٨٨ جول.

ب-

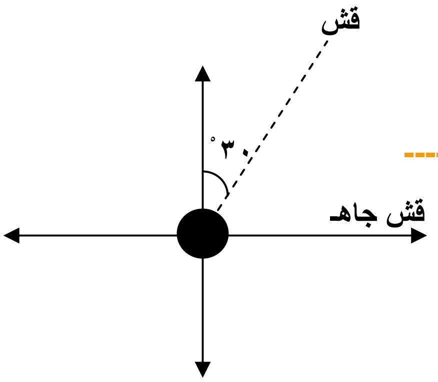
Σ شغ = $\frac{1}{2}$ ك (ع٢^٢ – ع١^٢) + جـ ك (ف٢ – ف١)

٠ = $\frac{1}{2}$ × ٣ (ع٢^٢ – ٤^٢) + ٩,٨ × ٣ (٠,٢ – ٠)

١,٥ (ع٢^٢ – ١٦) = - ٥,٨٨

(ع٢^٢ – ١٦) = - ٣,٩٢

ع = $\sqrt{12.08}$ = ٣,٤٨ م / ث



ج- لحساب قوة الشد نطبق قانون نيوتن على المحور السيني كما يلي :

Σ ق = ك ت = $\frac{\text{ك ع}^2}{\text{نق}}$ حيث (نق = ١,٥ م)

قش جا٣٠ = $\frac{٣ \times ٣,٤٨^2}{١,٥}$

قش = ٤٨,٤٤ نيوتن

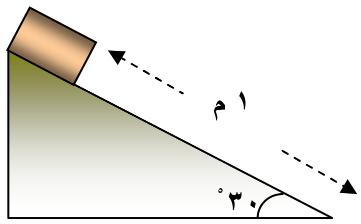
د- عندما تصل الكرة لأعلى نقطة فإن طاقتها الحركية تتحول بالكامل إلى طاقة كامنة أي :

الطاقة الحركية = الطاقة الكامنة

$\frac{1}{2}$ ك ع^٢ = جـ ك △ ف

$\frac{1}{2}$ × ٤^٢ = ٩,٨ △ ف

△ ف = ٠,٨٢ م

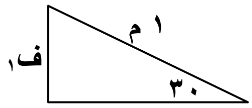


٨- في الشكل المقابل ينزلق صندوق كتلته ٣ كجم من مستوى مائل خشن يميل بزاوية ٣٠ ْ على المستوى الأفقي فإن انزلق الصندوق من السكون من أعلى المستوى وتحرك عليه لمسافة ١ م ، وكان يعاني من قوة احتكاك مقدارها ٥ نيوتن ، احسب سرعة الصندوق بعد أن يقطع هذه المسافة .

الحل :

ك = ٣ كجم ، هـ = ٣٠ ْ ، ق$_ح$ = ٥ نيوتن ، ف = ١ م

نحسب أولا ارتفاع الصندوق عن سطح الأرض من المثلث حيث :



جا٣٠ = ف$_١$ ÷ ١

ف$_١$ = جا٣٠ = ٠,٥ م

وحيث أن (ف$_٢$ = صفر ، لأنه ارتفاع الصندوق عندما يصل لسطح الارض).

الآن نرى كم لدينا من شغل يؤثر على هذا الصندوق ، فنلاحظ أن لدينا الأشغال التالية :
١- شغل بواسطة قوة الاحتكاك
٣- شغل الجاذبية (وهذا لا ننظر له ، لأنه أساسا موجود في الطرف الأيسر من العلاقة (٣)
ثم نحسب هذه الأشغال :

١- شغ = - ق$_ح$. ف = - ٥ × ١ = - ٥ جول.

فيكون مجموع الأشغال :
Σ شغ = – ٥ جول. .... (١)

الآن نحسب (△ طح) :

△ طح = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_٢$^{٢} – ع$_١$^{٢})

△ طح = $\frac{1}{2}$ × ٣ (ع$_٢$^{٢} – صفر) = ١,٥ ع$_٢$^{٢} .... (٢)

ثم نحسب (△ طك) :

△ طك = جـ ك (ف$_٢$ – ف$_١$) = ٩,٨ × ٣ (٠ – ٠,٥) = - ١٤,٧ جول .... (٣)

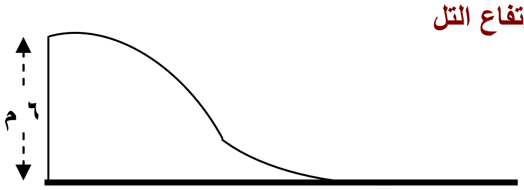
الأن نعوض عن كل من (١) و (٢) و (٣) في المعادلة التالية :

Σ شغ = △ طح + △ طك
-٥ = ١,٥ ع$_٢$^{٢} - ١٤,٧

ع$_٢$^{٢} = ٦,٤٧

ع = ٢,٥٤ م / ث

٩- ينزلق طفل من السكون من أعلى تل في مسار متعرج غير منتظم ،فإذا كان ارتفاع التل ٦ م ، احسب سرعة الطفل عن أسفل التل باعتبار أن الاحتكاك منعدم.



الحل :

ع$_{1}$ = صفر   ف$_{1}$ = ٦ م   ف$_{2}$ = صفر

لاحظ أنه لا يوجد إلا شغل الجاذبية فقط لذلك :

∑ شغ = صفر.

∑ شغ = ½ ك (ع$_{2}^{2}$ – ع$_{1}^{2}$)   + جـ ك (ف$_{2}$ – ف$_{1}$)

صفر = ½ ك (ع$_{2}^{2}$ – صفر)   + ٩,٨ ك (صفر – ٦)

صفر = ½ ك ع$_{2}^{2}$ - ٥٨,٨ ك

½ ك ع$_{2}^{2}$ = ٥٨,٨ ك

ع$_{2}^{2}$ = ١١٧,٦

ع$_{2}$ = ١٠,٨٤ م / ث

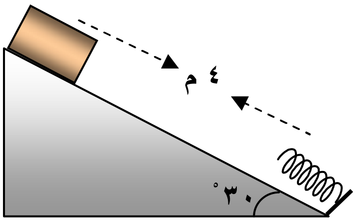
==

١٠- في المثال السابق (٢) ، إذا لم يكن الاحتكاك معدوما وكانت كتلة الطفل ٢٠ كجم وسرعته النهائية (ع$_{2}$ = ٨ م / ث) ، فاحسب شغل قوة الاحتكاك .

∑ شغ = ½ ك (ع$_{2}^{2}$ – ع$_{1}^{2}$)   + جـ ك (ف$_{2}$ – ف$_{1}$)

شغ$_{ح}$ = ½ × ٢٠ (٨^{2} – صفر)   + ٩,٨ ×٢٠ (صفر – ٦)

شغ$_{ح}$ = ٦٤٠ - ١١٧٦ = - ٥٣٦ جول.



١١- في الشكل المقابل ، جسم كتلته ٢ كجم إذا انطلق من السكون من أعلى مستوى خشن معامل احتكاكه ٠,١ ، وكان ثابت النابض ١٠٠٠ نيوتن / م فاحسب :

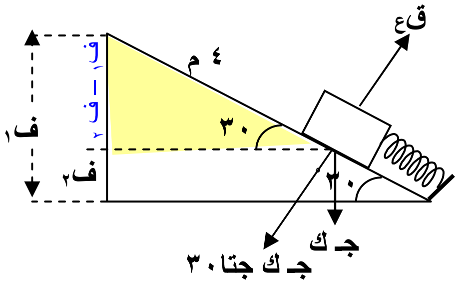
أ- مقدار التغير في طول النابض نتيجة انضغاطه.

ب- المسافة التي يرتدها الجسم إلى أعلى المنحدر بعد اصطدامه بالنابض.

الحل :

ك = ٢ كجم ، ع$_1$ = صفر ، ع$_2$ = صفر (لأن الجسم سيقف عند أسفل المستوى)

أ = ٠,١ ثا = ١٠٠٠ كجم ف = ٤ م



من المثلث الأصفر :

جا٣٠ = (ف$_1$ – ف$_2$) ÷ ٤

(ف$_1$ – ف$_2$) = ٤ جا٣٠ = ٢ م

ومنها :

(ف$_2$ – ف$_1$) = - ٢ م

وفي المسألة شغلين (شغل قوة الاحتكاك) وشغل النابض :

شغ$_{ح}$ = - قح . ف = - أ قع ف

حيث من الشكل: قع = جـ ك جتا٣٠ = ٩,٨ × ٢ جتا٣٠ = ١٦,٩٧ نيوتن

شغ$_{ح}$ = - أ قع ف = - ٠,١ × ١٦,٩٧ × ٤ = - ٦,٧٩ جول

شغل النابض هو :

شغ$_{نابض}$ = - $\frac{1}{2}$ ثا ف$_{ن}^2$ = - $\frac{1}{2}$ × ١٠٠٠ × ف$_{ن}^2$ = - ٥٠٠ ف$_{ن}^2$ (سبب الإشارة السالبة هو أن شغل النابض معيق للحركة)

∑ شغ = - ٦,٧٩ – ٥٠٠ ف$_{ن}^2$

وبالتعويض في القانون العام :

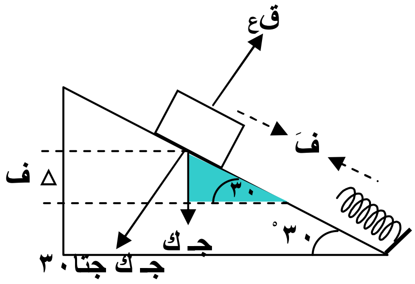
∑ شغ = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_2^2$ – ع$_1^2$) + جـ ك (ف$_2$ – ف$_1$)

- ٦,٧٩ – ٥٠٠ ف$_{ن}^2$ = صفر – ٩,٨ × ٢ × ٢

– ٥٠٠ ف$_{ن}^2$ = – ٣٩,٢ + ٦,٧٩

ف$_{ن}^2$ = – ٣٢,٤١ ÷ (- ٥٠٠) = ٠,٠٦٥

ف$_{ن}$ = ٠,٢٥ م = ٢٥ سم.



ب – عندم يرتد الجسم سوف يصعد مسافة (فَ) :

من المثلث الأخضر :

جا٣٠ = △ ف ÷ فَ

△ ف = ٠,٥ فَ ..... (١)

شغ$_{ح}$ = - أ قع ف = - ٠,١ × ١٦,٩٧ × فَ = - ١,٧ فَ

شغ$_{نابض}$ = $\frac{1}{2}$ ثا ف$_{ن}^2$ = $\frac{1}{2}$ × ١٠٠٠ × ٠,٢٥^2 = ٣١,٢٥ جول (الإشارة موجبة وذلك لأن شغل النابض مساعد على الحركة)

∑ شغ = - ١,٧ فَ + ٣١,٢٥

∑ شغ = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_2^2$ – ع$_1^2$) + جـ ك (△ ف)

- ١,٧ فَ + ٣١,٢٥ = صفر +٩,٨ × ٢ × ٠,٥ فَ

١,٧ فَ + ٩,٨ فَ = ٣١,٢٥

فَ = ٣١,٢٥ ÷ ١١,٥ = ٢,٧٢ م

١٢- سيارة كتلتها ١٢٠٠ كجم تتحرك بسرعة ٣٠ م / ث ، ضغط السائق على الفرامل حتى توقفت ، إذا كانت قوة الاحتكاك بين إطارات السيارة وأرضية الشارع المرصوفة هي ٦٠٠٠ نيوتن ، احسب المسافة التي تنزلق فيها السيارة إلى أن تتوقف.

ك = ١٢٠٠ كجم ، $ع_{٠}$ = ٣٠ م / ث ، ع = صفر ، $ق_{ح}$ = ٦٠٠٠ نيوتن ، ف = ؟

ليس عندنا سوى شغل قوة الاحتكاك وهو :

$شغ_{ح}$ = - $ق_{ح}$ ف = - ٦٠٠٠ ف

مع العلم أن :

∆ طك = صفر (لأن السيارة على سطح الأرض ولم ترتفع عنه بمعنى أن ∆ ف = صفر)

∑ شغ = $\frac{1}{2}$ ك ($ع_{٢}^{٢} - ع_{١}^{٢}$) + جـ ك ($ف_{٢} - ف_{١}$)

- ٦٠٠٠ ف = $\frac{1}{2}$ × ١٢٠٠ (صفر – $٣٠^{٢}$)

-٦٠٠٠ ف = -٥٤٠٠٠٠

ف = ٩٠ م

ملاحظة :

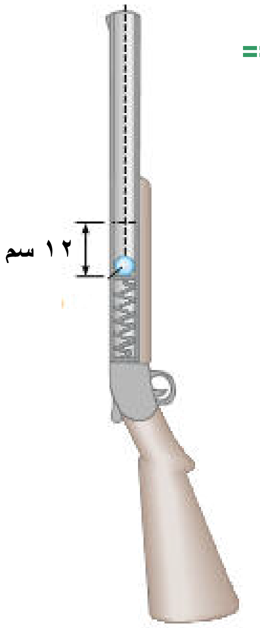
هذه المسألة سبق حلها بواسطة معادلات الحركة والشغل .

===

١٣- بندقية أطفال تعمل بنابض ثابته غير معروف ، ولتعيين ثابته قام والد الطفل بوضع كرة كتلتها ٣٥ جرام ، فضغطها على النابض لمسافة ١٢ سم ، ووجه فوهة البندقية رأسيا لأعلى ، وعند تحرير الكرة انطلقت لأعلى وبلغ ارتفاعها ٢٠ م ، احسب :

أ- ثابت النابض

ب- سرعة الكرة عندما يصبح النابض في وضع الاتزان.



الحل :

ك = ٣٥ جم = ٠,٠٣٥ كجم ، $ف_{ن}$ = ١٢ سم = ٠,١٢ م ف = ٢٠ م

لا يوجد لدينا سوى شغل النابض وهو :

شغ = $\frac{1}{2}$ ثا $ف_{ن}^{٢}$ = $\frac{1}{2}$ × ثا × $٠,١٢^{٢}$ = ٧,٢ × $١٠^{-٣}$ ثا

مع العلم أن :

∆ طح = صفر (لأن اتجاه الحركة على المحور الصادي فقط أي ∆ ع = صفر)

∑ شغ = $\frac{1}{2}$ ك ($ع_{٢}^{٢} - ع_{١}^{٢}$) + جـ ك ف

٧,٢ × $١٠^{-٣}$ ثا = صفر + ٩,٨ × ٠,٠٣٥ × ٢٠

ثا = ٩٥٢,٧٨ نيوتن / م

ب- عندما يكون النابض في وضع الاتزان تتحول الطاقة الكامنة إلى طاقة حركية أي أن (∆ طك = ∆ طح) فيصبح :

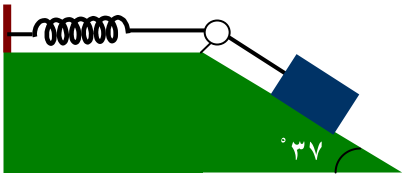
∑ شغ = $\frac{1}{2}$ ك $ع^{٢}$ + جـ ك ف

٧,٢ × $١٠^{-٣}$ × ٩٥٢,٧٨ = $\frac{1}{2}$ × ٠,٠٣٥ $ع^{٢}$ + ٩,٨ × ٠,٠٣٥ × ٠,١٢

٠,٠١٧٥ $ع^{٢}$ = ٦,٨٢

$ع^{٢}$ = ٣٨٩,٦٥ <=========== ع = ١٩,٧٤ م / ث

١٤- وضعت كتلة مقدارها ٢ كجم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقي بزاوية ٣٧ْ وربطت بنابض مهمل الوزن وثابته ١٠٠ نيوتن / م كما في الشكل ، فإذا انزلقت من السكون عندما كان النابض بطوله الطبيعي وتحركت مسافة ٢٠ سم قبل أن تسكن ، فاحسب معامل الاحتكاك بين الكتلة والمستوى المائل إذا كانت البكرة ملساء.



الحل :

ك = ٢ كجم ، ثا = ١٠٠ نيوتن / م   ف = ٢٠ سم = ٠,٢ م

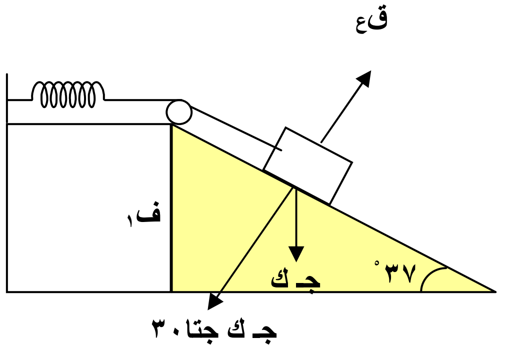
ع١ = صفر   ع٢ = صفر

نحسب الإرتفاع من المثلث الأصفر :

جا٣٧ = ف١ ÷ ٠,٢

ف١ = ٠,١٢ م   ف٢ = صفر

لدينا شغلان شغل قوة الاحتكاك وشغل النابض فنحسبهما كالتالي :



∑ شغ = ½ ك (ع٢^٢ – ع١^٢) + جـ ك (ف٢ – ف١)

- شغح – شغن = ½ ك (٠ – ٠) + جـ ك (٠ – ٠,١٢)

- أ قع ف - ½ ثا ف^٢ = جـ ك (٠ – ٠,١٢)   حيث (قع = جـ ك جتا٣٠ = ١٦,٩٧ نيوتن)

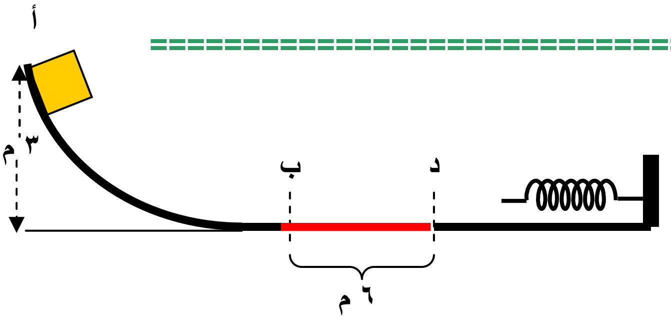
- ١٦,٩٧ × ٠,٢ × أ - ½ × ١٠٠ × ٠,٢ ^٢ = - ٩,٨ × ٢ × ٠,١٢

- ٣,٣٩٤ أ – ٢ = - ٢,٣٥٢

أ = (- ٠,٣٥٢) ÷ (- ٣,٣٩٤) = ٠,١٠٤

===

١٥ – في الشكل المقابل انزلق جسم كتلته ١٠ كجم من النقطة (أ) فإذا كان المسار أملسا ماعدا الجزء (ب د) الذي طوله ٦ م ، وكان ثابت النابض ٢٢٥٠ نيوتن / م وانضغط النابض بمقدار ٣٠ سم فاحسب معامل الاحتكاك بين الجسم والمسار (د ب) .

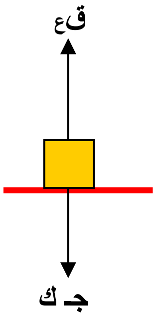


الحل :

ك = ١٠ كجم   ف = ٦ م   فن = ٠,٣ م   ثا = ٢٢٥٠ نيوتن / م

ف١ = ٣ م   ف٢ = صفر   ع١ = صفر   ع٢ = صفر

لدينا شغلان شغل قوة الاحتكاك وشغل النابض فنحسبهما كالتالي :



∑ شغ = ½ ك (ع٢^٢ – ع١^٢) + جـ ك (ف٢ – ف١)

- شغح – شغن = ½ ك (٠ – ٠) + جـ ك (ف٢ – ف١)

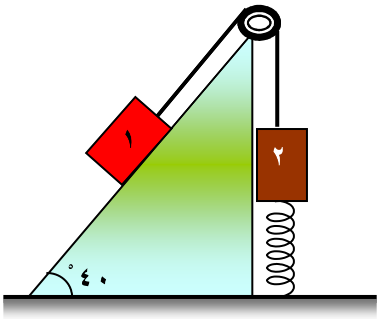
- أ قع ف - ½ ثا ف^٢ = جـ ك (٠ – ٣)   حيث (قع = جـ ك = ٩٨ نيوتن)

- ٩٨ × ٦ × أ - ½ × ٢٢٥٠ × ٠,٣ ^٢ = - ٩,٨ × ١٠ × ٣

- ٥٨٨ أ – ١٠١,٢٥ = - ٢٩٤

أ = (- ١٩٢,٧٥) ÷ (- ٥٨٨) = ٠,٣٣

١٦- في الشكل المقابل جسم كتلته ٢٠ كجم موضوع على سطح مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية ٤٠° مربوط بخيط خفيف يتصل ببكرة ملساء خفيفة ، وضع في الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٣٠ كجم متصل بنابض خفيف طوله ٢٠ سم وثابته ٢٥٠ نيوتن / م ، فإذا سحب الجسم ذو الكتلة ٢٠ كجم إلى أسفل لمسافة ٢٠ سم بحيث أصبح طول النابض ٤٠ سم ثم حرر (ترك) هذا الجسم ، أحسب سرعة كل من الجسمين عندما يعود الجسم الأكبر (٣٠ كجم)إلى الوضع الأصلي.



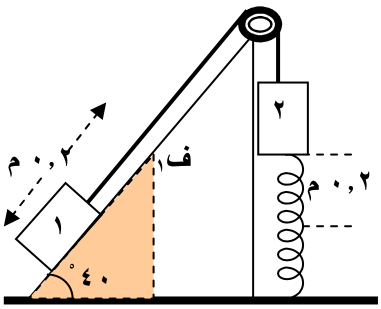
الحل :

ك١ = ٢٠ كجم ، ك٢ = ٣٠ كجم ثا = ٢٥٠ نيوتن / م ف = ٠,٢ م

أولا نحسب (ف١) من المثلث الصغير الملون بالبرتقالي كما يلي :

جا٤٠ = ف١ ÷ ٠,٢

ف١ = ٠,٢ جا٤٠ = ٠,١٢٩ م ف٢ = صفر



بعد سحب الجسم وقبل تحريره (تركه) يوجد لدينا شغل واحد وهو شغل النابض :

شغن = $\frac{1}{2}$ ثا ف^{2} = $\frac{1}{2}$ × ٢٥٠ × (٠,٢)^{2} = ٥ جول..... (١)

أولا الطاقة الابتدائية : أيضا هنا قبل ترك الجسم تكون لدينا طاقة كامنة يملكها الجسم (٢) نتيجة رفعه لمسافة (٠,٢ م) وهي :

طك١ = جـ ك٢ ف = ٩,٨ × ٣٠ × ٠,٢ = ٥٨,٨ جول..... (٢)

وتكون الطاقة الحركية للجسمين مساوية للصفر لأن الجسمين ثابتين .

طح١ = صفر .... (٣)

ثانيا الطاقة النهائية : وبعد ترك الجسم (١) ووصوله لوضعه الأصلي يكون لدينا طاقة كامنة يملكها الجسم (١) وتحسب من :

طك٢ = جـ ك١ ف١ = ٩,٨ × ٢٠ × ٠,١٢٩ = ٢٥,٢٨ جول........ (٤)

ويكون هناك طاقة حركية للجسمين تحسب من :

طح٢ = $\frac{1}{2}$ ك١ ع^{2} + $\frac{1}{2}$ ك٢ ع^{2} = $\frac{1}{2}$ (ك١ + ك٢) ع^{2} = $\frac{1}{2}$ × ٥٠ ع^{2} = ٢٥ع^{2} .... (٥)

نعوض عن (١) و (٢) و (٣) و (٤) و (٥) بالعلاقة التالية :

∵ شغ = ط٢ - ط١

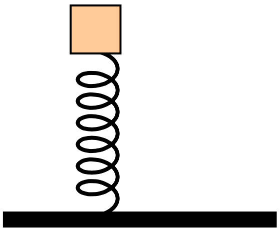
∵ شغ = طك٢ + طح٢ - (طك١ + طح١)

٥ = ٢٥,٢٨ + ٢٥ ع^{2} – (٥٨,٨ + ٠)

٥ = ٢٥,٢٨ + ٢٥ ع^{2} – ٥٨,٨

٣٨,٥٢ = ٢٥ ع^{2}

ع = ١,٢٤ م / ث



١٧- جسم كتلته ٠,٢٥ كجم وضع فوق نابض ثابته ٥٠٠٠ نيوتن / م كما في الشكل ضغط هذا النابض لمسافة ١٠ سم باتجاه الأسفل ، أحسب أقصى ارتفاع يصل له الجسم بعد إطلاق النابض .

الحل :

ك = ٠,٢٥ كجم ثا = ٥٠٠٠ نيوتن / م $ف_ن$ = ١٠ سم = ٠,١ م

∑ شغ = △ طح + △ طك

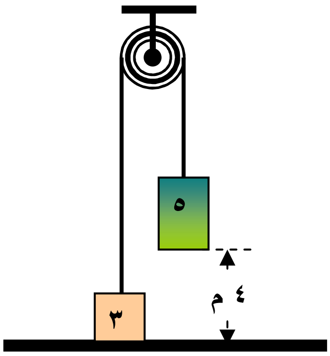
$\frac{1}{2}$ ثا $ف_ن^2$ = صفر + جـ ك ف

$\frac{1}{2}$ × ٥٠٠٠ × $٠,١^2$ = صفر + ٩,٨ × ٠,٢٥ ف

٢٥ = ٢,٤٥ ف

ف = ١٠,٢٠ م

==



١٨- في الشكل المقابل جسمان كتلة الجسم الأول ٣ كجم وكتلة الجسم الثاني ٥ كجم مربوطان في خيط خفيف يمر على بكرة ملساء ، ترك الجسم الأكبر ليسقط ، احسب :

أ- سرعة الجسم الصغير (٣ كجم) عندما يصطدم الجسم الكبير (٥ كجم) بالأرض.

ب- أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم الصغير عن سطح الأرض.

الحل :

$ك_١$ = ٣ كجم ، $ك_٢$ = ٥ كجم ف = ٤ م

أ-

لايوجد لدينا أي شغل أي (∑ شغ = صفر)

أولا الطاقة الابتدائية قبل اسقاط الجسم فتكون للجسم (٥) طاقة كامنة هي :

$طك_١$ = جـ $ك_٥$ ف = ٩,٨ × ٥ × ٤ = ١٩٦ جول .... (١)

وكذلك الطاقة الحركية للجسمين : $طح_١$ = صفر .... (٢)

ثانيا : الطاقة النهائية : بعد اسقاط الجسم يمتلك الجسم (٣) طاقة كامنة عند وصوله لنفس الارتفاع :

$طك_٢$ = جـ $ك_٣$ ف = ٩,٨ × ٣ × ٤ = ١١٧,٦ جول .... (٣)

وكذلك يمتلك الجسمان طاقة حركية مقدارها :

$طح_٢$ = $\frac{1}{2}$ ($ك_٥$ + $ك_٣$) $ع^2$ = ٤ $ع^2$ .... (٤)

نعوض عن (١) و (٢) و (٣) و (٤) بالعلاقة التالية :

∑ شغ = $ط_٢$ - $ط_١$

∑ شغ = $طك_٢$ + $طح_٢$ - ($طك_١$ + $طح_١$)

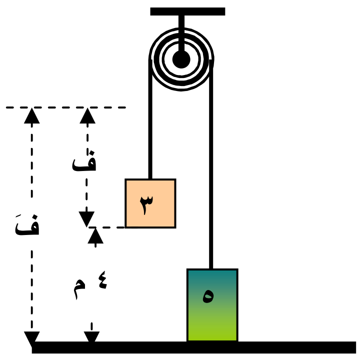
٠ = ١١٧,٦ + ٤ $ع^2$ – (١٩٦ + ٠)

٠ = ١١٧,٤ + ٤ $ع^2$ – ١٩٦

٧٨,٦ = ٤ $ع^2$

ع = ٤,٤٣ م / ث

ب – عندما يصل الجسم الأكبر للأض يكون الجسم الأصغر على ارتفاع ٤ م وبسرعة ٤,٤٣ م / ث



من الشكل المقابل يكون :

ف = فَ - ٤

لايوجد لدينا أي شغل أي (∑ شغ = صفر)

أولا الطاقة الابتدائية ، عندما يصل الجسم (٣) إلى ارتفاع (٤ م) تكون طاقته الكامنة :

طك$_{١}$ = صفر (لأنه متحرك) .... (١)

والطاقة الحركية له :

طح$_{١}$ = $\frac{١}{٢}$ ك$_{٣}$ ع^{٢} = $\frac{١}{٢}$ × ٣ (٤,٤٣)^{٢} = ٢٩,٤٤ جول .... (٢)

الجسم (٥) ليس له طاقة حركية ولا كامنة (صفر) لأنه على الأرض وساكن .

ثانيا : الطاقة النهائية : عندما يصل الجسم (٣) لآقصى ارتفاع تكون طاقتة الكامنة:

طك$_{٢}$ = جـ ك$_{٣}$ ف = ٩,٨ × ٣ (فَ – ٤) = ٢٩,٤ (فَ – ٤) .... (٣)

وتكون طاقته الحركية :

طح$_{٢}$ = صفر .... (٤)

نعوض عن (١) و (٢) و (٣) و (٤) و (٥) بالعلاقة التالية :

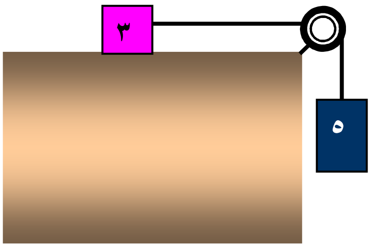
∑ شغ = ط$_{٢}$ - ط$_{١}$
∑ شغ = طك$_{٢}$ + طح$_{٢}$ - (طك$_{١}$ + طح$_{١}$)
٠ = ٢٩,٤ (فَ – ٤) + صفر – (صفر + ٢٩,٤٤)

٢٩,٤٤ = ٢٩,٤ (فَ – ٤)

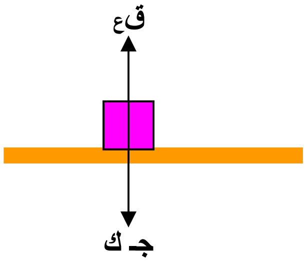
(فَ - ٤) = ٢٩,٤٤ ÷ ٢٩,٤

(فَ – ٤) ≈ ١

فَ = ١ + ٤ = ٥ م



١٩- في الشكل المقابل جسم كتلته ٣ كجم ينزلق على سطح أفقي خشن بمعامل احتكاك حركي بين السطح والجسم مقداره (٠,٤) ، ربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مربوط بطرفه الآخر جسم كتلته ٥ كجم ، احسب سرعة الجسم (٥ كجم) عندما يتحرك لأسفل مسافة (١,٥ م).



الحل :

لدينا شغل واحد وهو شغل الاحتكاك :

شغ = - أ ق$_{ع}$ ف = - أ (جـ ك) ف

شغ = - ٠,٤ × ٩,٨ × ٣ × ١,٥ = - ١٧,٦٧ جول...... (١)

أولا الطاقة الابتدائية قبل أن يتحرك الجسمين يكون ارتفاع الجسم (٥) هو (١,٥ م) وتكون طاقتة الكامنة هي :

طك$_{١}$ = جـ ك$_{٥}$ ف = ٩,٨ × ٥ × ١,٥ = ٧٣,٥ جول .... (٢)

وكذلك الطاقة الحركية للجسمين : طح$_{١}$ = صفر .... (٣)

ثانيا : الطاقة النهائية : بعد حركة الجسمين يكون للجسم تكون الطاقة الكامنة للجسمين هي :

طك$_{٢}$ = صفر (لأنهما متحركين) .... (٤)

وكذلك يمتلك الجسمان طاقة حركية مقدارها :

طح$_{٢}$ = $\frac{1}{2}$ (ك$_{٥}$ + ك$_{٣}$) ع^{٢} = ٤ ع^{٢} .... (٥)

نعوض عن (١) و (٢) و (٣) و (٤) و (٥) بالعلاقة التالية :

$\sum$ شغ = ط$_{٢}$ - ط$_{١}$

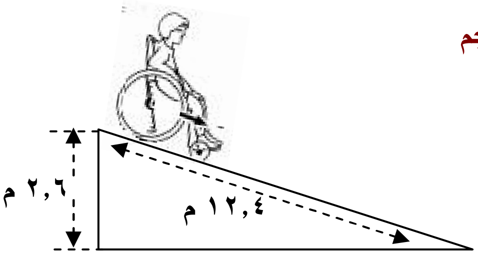
$\sum$ شغ = طك$_{٢}$ + طح$_{٢}$ - (طك$_{١}$ + طح$_{١}$)

- ١٧,٦٧ = صفر + ٤ ع^{٢} – (٧٣,٥ + ٠)

- ١٧,٦٧ = ٤ ع^{٢} –٧٣,٥

٥٥,٨٣ = ٤ ع^{٢}

ع = ٣,٧٤ م / ث



٢٠- في الشكل المقابل يجلس طفل على كرسي متحرك ، الكتلة الكلية للطفل والكرسي ٤٧ كجم ينزلق من أعلى منحدر يرتفع عن سطح الأرض ٢,٦ م بسرعة ابتدائية ١,٤ م / ث وقطع مسافة ١٢,٤ م أسفل التل حيث كانت سرعته ٦,٢ م / ث فإذا كانت قوة احتكاكه بالهواء والأرض ، ٤١ نيوتن ، احسب الشغل الذي يبذله الطفل على عجلات الكرسي.

الحل :

∑ شغ = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_٢^٢$ – ع$_١^٢$) + جـ ك (ف$_٢$ – ف$_١$)

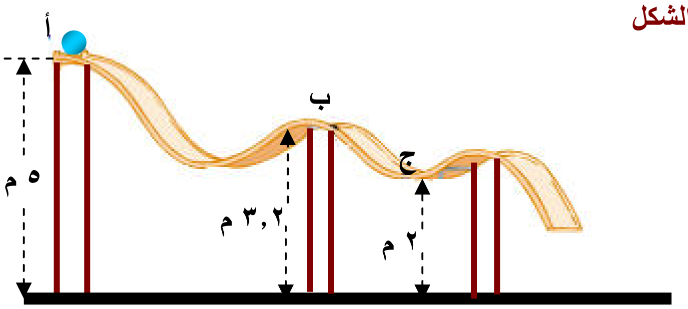
شغ + (- شغ$_ح$) = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_٢^٢$ – ع$_١^٢$) + جـ ك (ف$_٢$ – ف$_١$)

شغ – ٤١ × ١٢,٤ = $\frac{1}{2}$ × ٤٧ (٦,٢^٢ – ١,٤^٢) + ٩,٨ × ٤٧ (٠ – ٢,٦)

شغ – ٥٠٨,٤ = ٨٥٧,٢٨ – ١١٩٧,٥٦

شغ = ١٦٨,١٢ جول .

===



٢١- كرة كتلتها ٥ كجم ، تنزلق من أعلى منحدر عديم الاحتكاك كما في الشكل المقابل ، احسب :

أ- سرعة الكرة عند النقطة (ب) .

ب- سرعة الكرة عند النقطة (ج).

ج- محصلة شغل الجاذبية من النقطة (أ) إلى (ج).

الحل : ك = ٥ كجم ، ع$_١$ = صفر

أ - ف$_١$ = ٥ م ف$_٢$ = ٣,٢ م

∑ شغ = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_٢^٢$ – ع$_١^٢$) + جـ ك (ف$_٢$ – ف$_١$)

٠ = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_٢^٢$ – ٠) + جـ ك (٣,٢ – ٥)

$\frac{1}{2}$ ع$_٢^٢$ = ٩,٨ × ١,٨

ع = $\sqrt{٢ × ٩,٨ × ١,٨}$ = ٥,٩٤ م / ث .

ب - ف$_١$ = ٣,٢ م ف$_٢$ = ٢ م ع$_١$ = ٥,٩٤ م / ث

∑ شغ = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_٢^٢$ – ع$_١^٢$) + جـ ك (ف$_٢$ – ف$_١$)

٠ = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_٢^٢$ – ٥,٩٤^٢) + جـ ك (٢ – ٣,٢)

$\frac{1}{2}$ (ع$_٢^٢$ – ٣٥,٢٨) = ٩,٨ × ١,٢

ع = $\sqrt{٥٨,٨}$ = ٧,٦٧ م / ث .

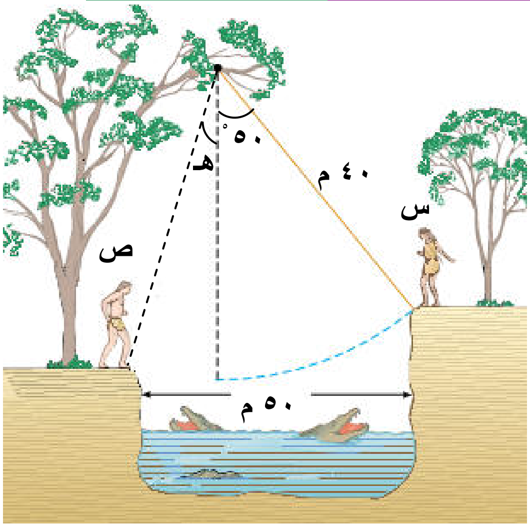
ج - ∆ ف = ٥ – ٢ = ٣ م

شغ = جـ ك ∆ ف = ٩,٨ × ٥ × ٣ = ١٤٧ جول.

٢٢- الشخص (س) كتلته ٥٠ كجم يريد العبور بأمان فوق النهر المملوء بالتماسيح ليصل إلى الطرف الآخر عند الشخص (ص) كما في الشكل المقابل وعند العبور فوق النهر فإنه يتعرض لمقاومة الهواء بقوة ثابتة مقدارها ١١٠ نيوتن . احسب :

أ – أقل سرعة يجب أن ينطلق بها الشخص (س) كي يعبر للطرف الآخر.

ب- إذا أراد الشخصان أن يعودا للطرف الآخر معا ، فما هي أقل سرعة يجب أن ينطلقا بها حتى يصلا للطرف الآخر. إذا علمت أن كتلة الشخص (ص) هي ٨٠ كجم.



الحل : نرسم تخطيطا للشكل كما في الأسفل :

من المثلث الأصفر نحسب ف١ :

جتا٥٠ = ف١ ÷ ٤٠

ف١ = ٤٠ جتا٥٠ = ٢٥,٧١ م.

ولابد أن نحسب ف٢ ولكن يحتاج أن نعرف قيمة (هـ) كما يلي :

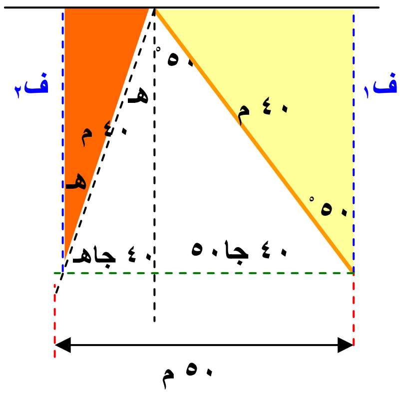
من الشكل يتضح أن :

٤٠ جا٥٠ + ٤٠ جاهـ = ٥٠

٤٠ جاهـ = ٥٠ – ٤٠ جا٥٠

جاهـ = ١٩,٣٦ ÷ ٤٠ = ٠,٤٨

هـ = ٢٨,٩٤°



من المثلث البرتقالي :

جتا٢٨,٩٤ = ف٢ ÷ ٤٠

ف٢ = ٤٠ جتا٢٨,٩٤ = ٣٥ م

٤٠ م

أ-

Σ شغ = $\frac{1}{2}$ ك (ع٢^2 – ع١^2) + جـ ك (ف٢ – ف١)

- ١١٠ × ٥٠ = $\frac{1}{2}$ × ٥٠ (٠ – ع١^2) + ٩,٨ × ٥٠ (٣٥ – ٢٥,٧١)

- ٥٥٠٠ = - ٢٥ ع١^2 + ٤٥٥٢,١

ع١ = $\sqrt{٣٧,٩٢}$ = ٦,١٦ م / ث

ب - ك = ٥٠ + ٨٠ = ١٣٠ كجم ، ع٢ = صفر

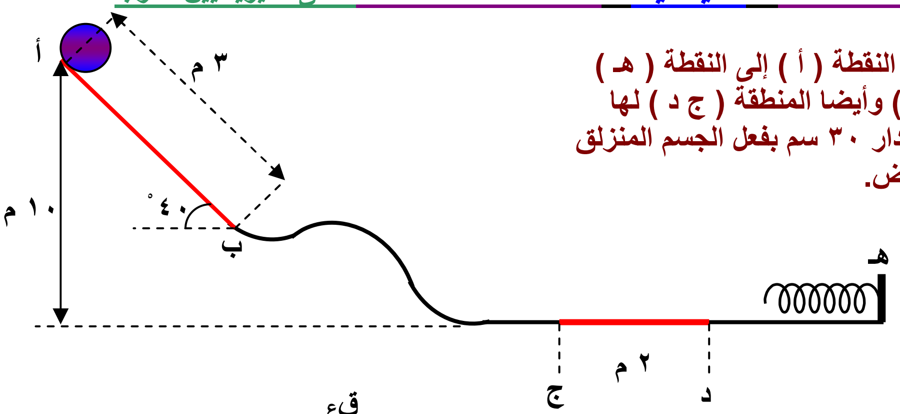
ق = ١١٠ نيوتن (إشارتها موجبة لأنها تساعد الشخصان في الحركة أي مع اتجاه الريح)

Σ شغ = $\frac{1}{2}$ ك (ع٢^2 – ع١^2) + جـ ك (ف٢ – ف١)

١١٠ × ٥٠ = $\frac{1}{2}$ × ١٣٠ (٠ – ع١^2) + ٩,٨ × ١٣٠ (٣٥ – ٢٥,٧١)

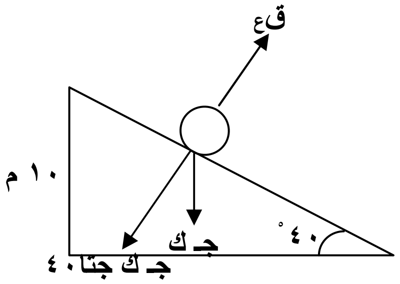
٥٥٠٠ = - ٦٥ ع١^2 + ١١٨٣٥,٤٦

ع١ = $\sqrt{٩٧,٤٧}$ = ٩,٨٧ م / ث



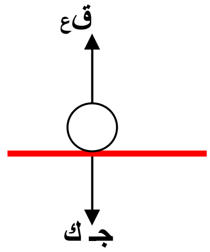
٢٣- في الشكل المقابل تنزلق كرة كتلتها ١ كجم من النقطة (أ) إلى النقطة (هـ) وكان للمنطقة (أ ب) معامل احتكاك مقداره (٠,١) وأيضا المنطقة (ج د) لها معامل احتكاك مقداره (٠,٢) ، وضغط النابض بمقدار ٣٠ سم بفعل الجسم المنزلق فإذا كان بقية المسار أملس فاحسب مقدار ثابت النابض.

الحل :
لدينا ثلاث أشغال الأول شغل النابض والثاني شغل الاحتكاك للمنطقة (أ ب) والثالث شغل الاحتكاك للمنطقة (ج د) ،فنحسبها كما يلي :



شغن = - $\frac{1}{2}$ ثا فن^2 = - $\frac{1}{2}$ ثا × (٠,٣)^2 = - ٠,٠٤٥ ثا

شغح$_{(أب)}$ = - أ قع ف = - أ جـ ك جتا٤٠ × ف
شغح$_{(أب)}$ = - ٠,١ × ٩,٨ × ١ جتا٤٠ × ٣ = - ٢,٢٥ جول.



شغح$_{(ج د)}$ = - أ قع ف =- أ جـ ك × ف
شغح$_{(ج د)}$ = - ٠,٢ × ٩,٨ × ١ × ٢

شغح$_{(ج د)}$ = - ٣,٩٢ جول

ويكون صافي الشغل هو :

∑ شغ = - ٠,٠٤٥ ثا – ٢,٢٥ – ٣,٩٢ = -٠,٠٤٥ ثا – ٦,١٧ .... (١)

Δ طح = صفر .... (٢) (لأن السرعة الابتدائية صفر والنهائية صفر)

Δ طك = جـ ك (ف٢ – ف١)
Δ طك = ٩,٨ × ١ (٠ – ١٠) = - ٩٨ جول ...... (٣)

نعوض عن (١) و (٢) و (٣) في العلاقة التالية :

∑ شغ = Δ طح + Δ طك
- ٠,٠٤٥ ثا – ٦,١٧ = ٠ – ٩٨

- ٠,٠٤٥ ثا = - ٩١,٨٣

ثا = ٢٠٤٠,٦٧ نيوتن / م

الاتزان الساكن و العزوم.

هناك شرطان لحدوث الاتزان الساكن وهما :

$\sum$ ق = صفر

$\sum$ عز = صفر

حيث (عز : العزم)

العزم : هو مقدرة قوة على احداث دوران حول محور.

إذا أثرت قوة (ق) على جسم متماسك عند نقطة معينة ، فإنه ينتج عزم دوراني مقداره :

عز = ق × ف

حيث [ف: (ذراع القوة) وهي المسافة بين القوة المؤثرة والنقطة المؤثر عليها (محور الدوران)]

وهذه العلاقة صالحة عندما تكون (ق) عمودية على (ف)

أما عندما تكون (ق) ليست عمودية على (ف) فإن العزم يصبح :

عز = ق ف جاهـ

حيث (هـ : هي الزاوية بين ق و ف).

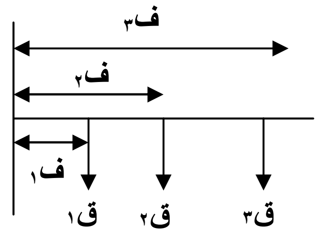
ويمكن حساب محصلة العزوم من العلاقة :

$\sum$ عز = عز_1 + عز_2 + ...

العزم كمية متجهة ووحدة قياسه هي (نيوتن . م)

==

مركز الثقل : هو نقطة يتمركز فيها ثقل الجسم .

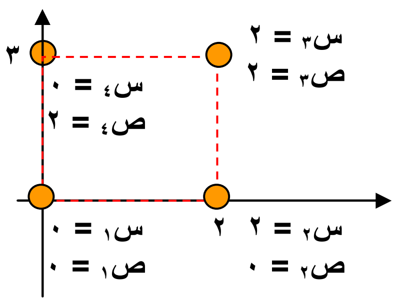


أ- مركز الثقل في بعد واحد : يمكن تحديد مركز الثقل إذا كان في بعد واحد من العلاقة التالية :

$$\text{ف}_{\text{م}} = \frac{\sum \text{ق} \times \text{ف}}{\sum \text{ق}}$$

أو

$$\text{ف}_{\text{م}} = \frac{\sum \text{ك} \times \text{ف}}{\sum \text{ك}}$$



ب- مركز الثقل في بعدين : يعطى بعد مركز الثقل عن محور الصادات بالعلاقة التالية :

$$\text{ف}_{\text{س}} = \frac{\text{ق}_1 \text{س}_1 + \text{ق}_2 \text{س}_2 + ...}{\sum \text{ق}}$$

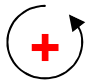
ويعطى بعد مركز الثقل عن محور السينات بالعلاقة التالية :

$$\text{ف}_{\text{ص}} = \frac{\text{ق}_1 \text{ص}_1 + \text{ق}_2 \text{ص}_2 + ...}{\sum \text{ق}}$$

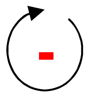
ويكون مركز الثقل في بعدين هو النقطة التي احداثياتها : ($\text{ف}_{\text{س}}$ ، $\text{ف}_{\text{ص}}$)

ملاحظات هامة :

١- تكون إشارة العزم موجبة إذا كان اتجاه الدوران عكس عقارب الساعة

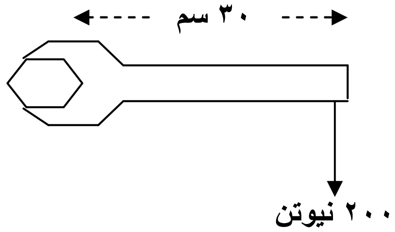


٢- تكون إشارة العزم سالبة إذا كان اتجاه الدوران مع عقارب الساعة



٣- ثقل القضيب دائما في منتصفه .

مسائل محلولة



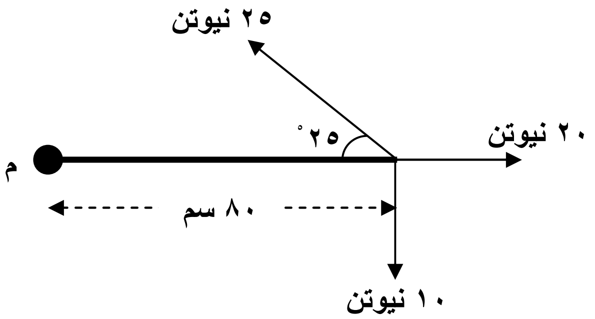
١- ميكانيكي يربط برغي بواسطة مفتاح كما في الشكل المقابل ، فإذا كانت يد الميكانيكي تبتعد عن محور البرغي ٣٠ سم ، وتدفع يده على المفتاح عموديا بقوة ٢٠٠ نيوتن ، أحسب العزم ، وحدد اتجاهه .

الحل :

عز = ق × ف = ٢٠٠ × ٠,٣ = - ٦٠ نيوتن . م (الإشارة السالبة لأن اتجاه الدوران مع عقارب الساعة)

اتجاه العزم : مع عقارب الساعة.

==



٢- في الشكل المقابل ، احسب العزم الكلي .

الحل : نحسب كل عزم قوة على حدة ، ونلاحظ أن بعد كل قوة هو (٨٠ سم) أي :
ف = ٨٠ سم = ٠,٨ م

عز$_{١}$ = ق$_{١}$ × ف جاهـ = ١٠ × ٠,٨ جا٩٠ = - ٨ نيوتن . م

عز$_{٢}$ = ق$_{٢}$ × ف جاهـ = ٢٠ × ٠,٨ جا٠ = ٠

عز$_{٣}$ = ق$_{٣}$ × ف جاهـ = ٢٥ × ٠,٨ جا٢٥ = + ٨,٤٥ نيوتن (الإشارة موجبة لأن الدوران عكس عقاب الساعة) .

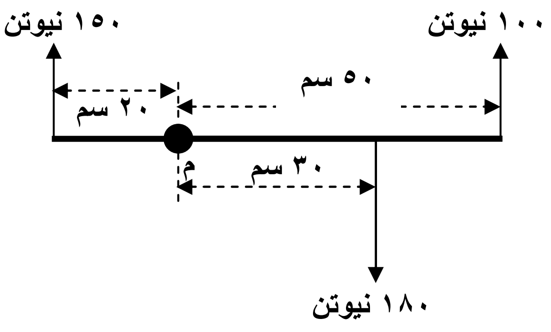
ويكون العزم الكلي :

$\sum$ عز = عز$_{١}$ + عز$_{٢}$ + عز$_{٣}$
$\sum$ عز = -٨ + ٠ + ٨,٤٥ = ٠,٤٥ نيوتن . م

واتجاه العزم الكلي : عكس عقارب الساعة لأن قيمته موجبة.

==

٣- تؤثر ثلاث قوى مقدارها ١٠٠ ، ١٨٠ ، ١٥٠ نيوتن على عارضة كما في الشكل ، احسب العزم الكلي للعارضة.

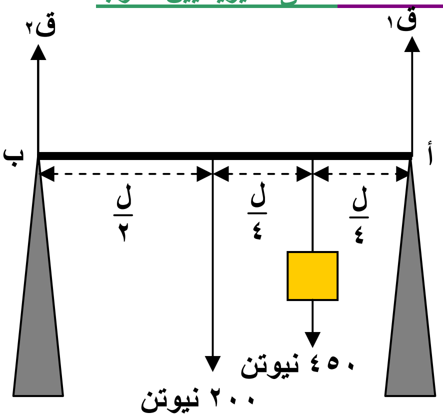


الحل :

$\sum$ عز = عز$_{١}$ + عز$_{٢}$ + عز$_{٣}$
$\sum$ عز = ق$_{١}$ × ف$_{١}$ + ق$_{٢}$ × ف$_{٢}$ + ق$_{٣}$ × ف$_{٣}$
$\sum$ عز = ١٠٠ × ٠,٥ - ١٨٠ × ٠,٣ - ١٥٠ × ٠,٢

$\sum$ عز = ٥٠ – ٥٤ – ٣٠ = - ٣٤ نيوتن . م

لاحظ القيم التي أخذت إشارة سالبة هي لأن الدورن حول (م) يتجه مع عقارب الساعة.



٤- قضيب منتظم طوله (ل) ووزنه ٢٠٠ نيوتن معلق به جسم وزنه ٤٥٠ نيوتن كما في الشكل المقابل ، احسب مقدار كل قوة تؤثر على القضيب بواسطة الدعامتين عند طرفيه.

الحل :

نطبق شرطي الاتزان وهما :

$\sum$ ق = صفر

لاحظ أنه لايوجد قوى على المحور السيني لذلك سنأخذ القوى على المحور الصادي مع ملاحظة أن ما فوق القضيب موجب وما تحته سالب كما يلي :

$\sum$ ق$_{ص}$ = صفر

ق$_{١}$ + ق$_{٢}$ – ٤٥٠ – ٢٠٠ = ٠ .... (١)

الآن نطبق الشرط الثاني وهو :

$\sum$ عز = صفر

لابد من اختيار محور دوران ولنفرض أنه عند النقطة (أ) ، ويفضل دائما إذا كان في المسألة أكثر من مطلوب واحد أن تختار نقطة الدوران عند أحد المجاهيل ولا ننس الإشارات حسب اتجاه عقارب الساعة:

$\sum$ عز = صفر

ق$_{١}$ × ٠ + ٤٥٠ × $\frac{ل}{٤}$ + ٢٠٠ × $\frac{ل}{٢}$ - ق$_{٢}$ × ل = ٠

١١٢,٥ ل + ١٠٠ ل - ق$_{٢}$ ل = ٠ بقسمة الطرفين على (ل)

١١٢,٥ + ١٠٠ – ق$_{٢}$ = ٠

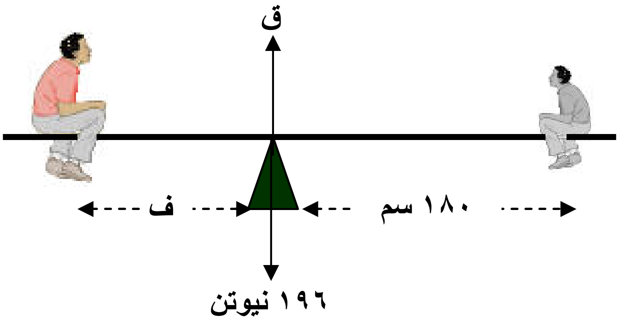
ق$_{٢}$ = ٢١٢,٥ نيوتن

ولإيجاد (ق$_{١}$) نعوض عن (ق$_{٢}$) في المعادلة (١)

ق$_{١}$ + ق$_{٢}$ – ٤٥٠ – ٢٠٠ = ٠

ق$_{١}$ + ٢١٢,٥ – ٤٥٠ – ٢٠٠ = ٠

ق$_{١}$ = ٤٣٧,٥ نيوتن



٥- طفلان كتلتاهما ٢٥ ، ٣٥ كجم ، يتأرجحان على أرجوحة كتلتها ٢٠ كجم موضوعة على دعامة عند منتصفها كما في الشكل ، فإذا جلس الطفل الصغير على مسافة ١٨٠ سم من الدعامة، فاحسب :

أ- المسافة من الدعامة في الطرف الآخر التي يجلس عندها الطفل حتى تتزن الأرجوحة.

ب- القوة التي تضغط بها الدعامة على الأرجوحة.

الحل :

$\text{ق}_{\text{الصغير}}$ = ٢٥ × ٩,٨ = ٢٤٥ نيوتن

$\text{ق}_{\text{الكبير}}$ = ٣٥ × ٩,٨ = ٣٤٣ نيوتن

أ- نطبق قانون العزم عند الدعامة (ق) :

∑ عز = صفر

- ٢٤٥ × ١,٨ + ١٩٦ × ٠ + ق × ٠ + ٣٤٣ ف = ٠

-٤٤١ + ٣٤٣ ف = ٠

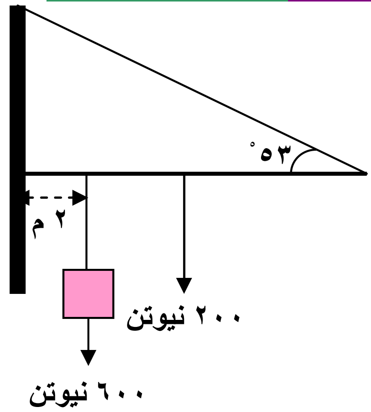
ف = ٤٤١ ÷ ٣٤٣ = ١,٢٩ م = ١٢٩ سم

ب – لحساب القوة التي تضغط بها الدعامة على الارجوحة نطبق :

∑ $\text{ق}_{\text{ص}}$= صفر

- ٢٤٥ – ١٩٦ – ٣٤٣ + ق = ٠

ق = ٧٨٤ نيوتن



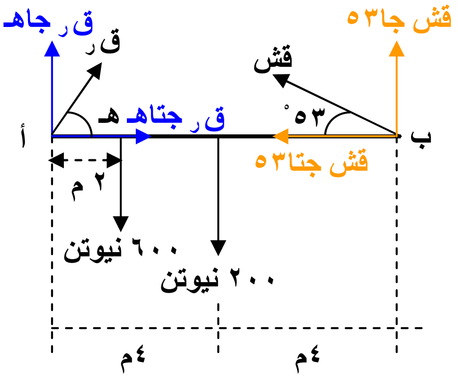
٦- في الشكل المقابل ثبت قضيب منتظم طوله ٨ م يزن ٢٠٠ نيوتن بجدار بواسطة برغي وربط القضيب بخيط يصنع معه زاوية ٥٣ْ وربط طرف الخيط الآخر بالجداروعلق فيه جسم ثقله ٦٠٠ نيوتن على بعد ٢ م من الجدار أحسب:

أ- قوة الشد في الحبل .

ب- قوة رد فعل الجدار على القضيب واتجاهها.

الحل :أ- نرسم تخطيطا للشكل :
ثم نقوم بتحليل كل من (قش) و (قر) إلى مركبتيهما كما في الشكل ، حيث (قر) هي قوة رد فعل الجدار على القضيب.

نطبق الشرط الثاني (العزم) :
نختار محور الدوران ولنفرض عند النقطة (أ) :



∑ عز= صفر

-٦٠٠ × ٢ ــ ٢٠٠ × ٤ + قش جا٥٣ × ٨ = ٠

- ٢٠٠٠ + ٦,٣٩ قش = ٠

قش = ٣١٣,٠٣ نيوتن.

ب- نطبق الشرط الأول للاتزان :

∑ قس= صفر

قر جتاهـ - قش جتا٥٣ = ٠ ...... (١)

ملاحظة : بالنسبة للمحور السيني: القوى التي تتجه لليسار تكون إشارتها سالبةوالقوى التي تتجه لليمين تكون إشارتها موجبة .

∑ قص= صفر

قش جا٥٣ + قر جاهـ - ٢٠٠ ــ ٦٠٠ = ٠

قش جا٥٣ + قر جاهـ - ٨٠٠ = ٠ .... (٢)

بالتعويض عن (قش) في المعادلة (١) و (٢) ينتج :

قر جتاهـ - قش جتا٥٣ = ٠

قر جتاهـ - ٣١٣,٠٣ جتا٥٣ = ٠

قر جتاهـ = ١٨٨,٣٩ .... (٣)

ملاحظة : بالنسبة للقوى المؤثرة بواسطة الجدار فإنه في البداية لا يمكن تحديدها ولكن يمكن تعيين قوة رأسية وقوة أفقية ، فإن حصلنا على قيمة سالبة فإن ذلك يعني أن اتجاهها الذي فرضناه غير صحيح ، أما المقدار فهو صحيح.

قش جا٥٣ + قر جاهـ - ٨٠٠ = ٠

٣١٣,٠٣ جا٥٣ + قر جاهـ - ٨٠٠ = ٠

قر جاهـ = ٥٥٠ .... (٤)

لحساب الاتجاه (هـ) نقسم المعادلة (٤) على المعادلة (٣) كما يلي :

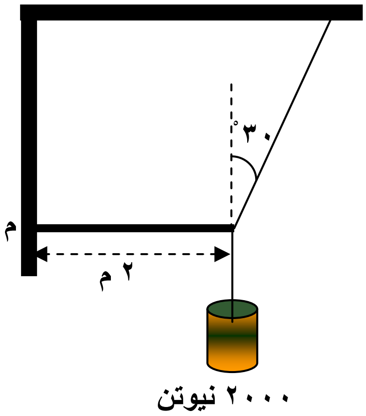
$$\frac{\text{ق}_\text{ر}\ \text{جاهـ}}{\text{ق}_\text{ر}\ \text{جتاهـ}} = \frac{٥٥٠}{١٨٨,٣٩}$$

ظاهـ = ٢,٩٢ <=========== هـ = ٧١,١ْ

ونحسب (قر) من إحدى المعادلتين (٣) أو (٤) :

قر جاهـ = ٥٥٠

قر = ٥٥٠ ÷ جا٧١,١ = ٥٨١,٣٤ نيوتن



٧- قضيب (مهمل الوزن) طوله ٢ م كما في الشكل يمكنه الدوران حول أحد طرفيه (م) وطرفه الآخر مثبت بواسطة حبل معلق بالسقف ، علق على القضيب جسما وزنه ٢٠٠٠ نيوتن ، احسب :

أ-الشد في الحبل .

ب- مركبتي قوة رد الفعل.

الحل :

نرسم تخطيط للشكل كما يلي :

نقوم بتحليل (قش) كما في الشكل ثم

نطبق شرطي التوازن :

نطبق الشرط الثاني (العزم) :

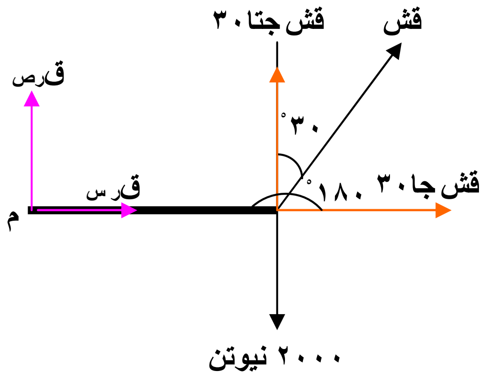
نختار محور الدوران ولنفرض عند النقطة (م) :

∑ عز = صفر

قش جتا٣٠ × ٢ جا٩٠ – ٢٠٠٠ × ٢ جا٩٠ = ٠

١,٧٣ قش – ٤٠٠٠ = ٠

قش = ٢٣١٢,١٤ نيوتن.



ب – ∑ قرس = صفر

قش جا٣٠ + قرس = ٠ .... (١)

∑ قرص = صفر

قش جتا٣٠ + قرص – ٢٠٠٠ = ٠ .... (٢)

لحساب (قرس) نستخدم العلاقة (١):

قش جا٣٠ + قرس = ٠

٢٣١٢,١٤ جا٣٠ + قرس = ٠

قرس = - ١١٥٦,١ نيوتن (والإشارة السالبة تدل على أن اتجاه القوة عكس ما فرضنا)

كذلك لحساب (قرص) نستخدم العلاقة (٢) :

قش جتا٣٠ + قرص – ٢٠٠٠ = ٠

٢٣١٢,١٤ جتا٣٠ + قرص = ٢٠٠٠

قرص ≈ صفر نيوتن

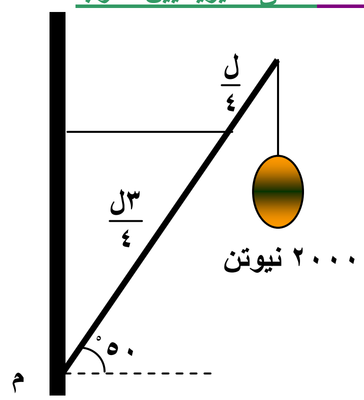
ولحساب (قر) نستخدم العلاقة التالية :

قر = √(قرس² + قرص²) = √((- ٢٣١٢,١٤)² + ٠) = ٢٣١٢,١٤ نيوتن

٨- قضيب منتظم طوله (ل) ووزنه ٤٠٠ نيوتن معلق كما في الشكل المقابل ، احسب :

أ- الشد في الحبل .

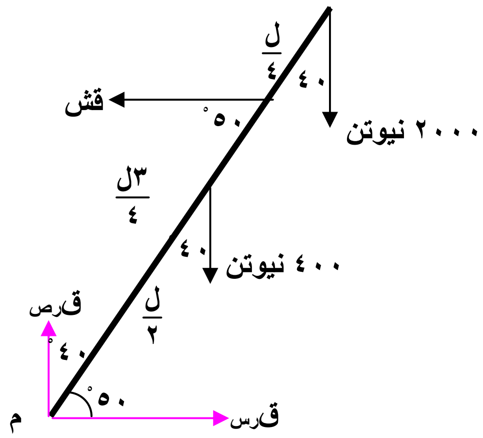
ب – القوة المبذولة على القضيب عند النقطة (م)



الحل :

نرسم تخطيطا للشكل كما يلي :

نطبق شرطي التوازن :



نطبق الشرط الثاني (العزم) :

نختار محور الدوران ولنفرض عند النقطة (م) :

∑ عز= صفر

قش × ٣ل/٤ جا٥٠ – ٢٠٠٠ × ل جا٤٠ – ٤٠٠ × ل/٢ جا٤٠ = ٠

٠,٥٧ قش ل – ١٢٨٥,٥٨ ل – ١٢٨,٥٦ ل =٠ بقسمة الطرفين على (ل)

٠,٥٧ قش – ١٢٨٥,٥٨ – ١٢٨,٥٦ =٠

قش ≈ ٢٤٨١ نيوتن

ب – ∑ قس= صفر

قرس – قش = ٠

ومنها :

قرس = ٢٤٨١ نيوتن

∑ قص= صفر

قرص – ٢٠٠٠ – ٤٠٠ = ٠

قرص = ٢٤٠٠ نيوتن

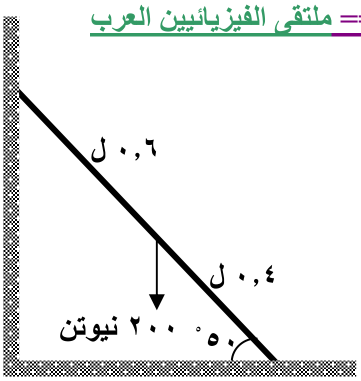
ولحساب (قر) نستخدم العلاقة التالية :

قر = √(قرس^٢ + قرص^٢) = √(٢٤٨١^٢ + ٢٤٠٠^٢) = ٣٤٥١,٨٦ نيوتن

ولتحديد اتجاه (قر) مع الأفقي نستخدم العلاقة التالية :

ظا هـ = قرص ÷ قرس = ٢٤٠٠ ÷ ٢٤٨١ = ٠,٩٧

هـ = ٤٤°



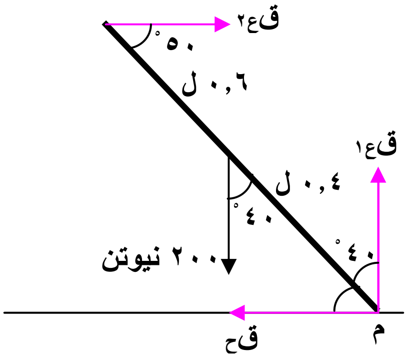
٩- سلم طوله (ل) يستند إلى حائط أملس كما في الشكل المقابل (نعني بحائط أملس أن الحائط يؤثر على السلم بقوة عمودية على الحائط من دون احتكاك) يزن السلم ٢٠٠ نيوتنويقع مركز ثقله عند مسافة (٠,٤ ل) من القاعدة ، احسب :

أ- قوة الاحتكاك التي يجب أن تؤثر على قاعدة السلم حتى لا ينزلق.

ب- معامل الاحتكاك السكوني اللازم.

الحل :

نرسم تخطيطا للشكل :



نطبق شرطي التوازن :

نطبق الشرط الثاني (العزم) :

نختار محور الدوران ولنفرض عند النقطة (م) :

$\sum$ عز= صفر

- ق ع٢ × ل جا٥٠ + ٢٠٠ × ٠,٤ ل جا٤٠ = ٠

- ق ع٢ × ل جا٥٠ + ٥١,٤٢ ل =٠ بقسمة الطرفين على (ل)

- ق ع٢ × جا٥٠ + ٥١,٤٢ =٠

ق ع٢ =٥١,٤٢ ÷ جا٥٠ ≈ ٦٧,١٣ نيوتن

نطبق الشرط الأول للاتزان :

$\sum$ ق س= صفر

ق ع٢ – ق ح = ٠

ومنها :

ق ح = ٦٧,١٣ نيوتن

$\sum$ ق ص= صفر

ق ع١ – ٢٠٠ = ٠

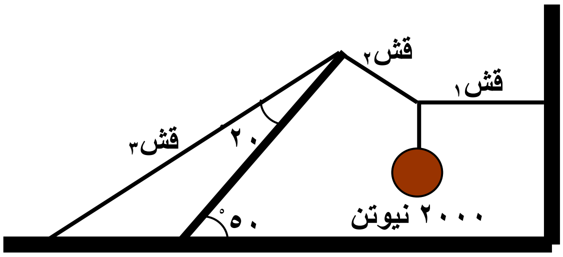
ق ع١ = ٢٠٠ نيوتن

ب- لحساب معامل الاحتكاك نستخدم العلاقة التالية :

ق ح = أ ق ع١

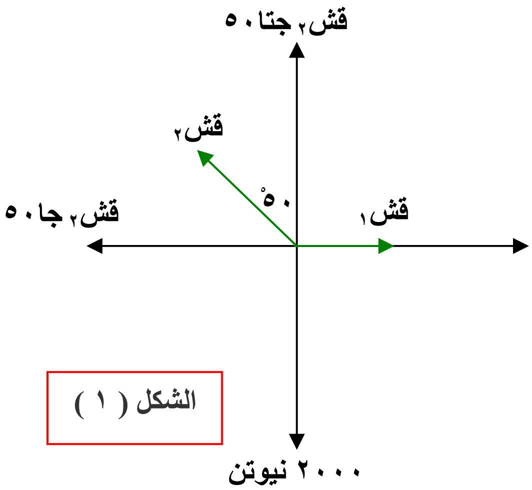
أ = ٦٧,١٣ ÷ ٢٠٠ = ٠,٣٤

١٠- في الشكل المقابل قضيب منتظم طوله (ل) ووزنه ٨٠٠ نيوتن ، احسب الشد في كل خيط (قش$_{١}$) ، (قش$_{٢}$) ، (قش$_{٣}$).



الحل :

أولا نرسم تخطيطا للجسم المعلق كما في الشكل (١) :



الشكل (١)

∑ ق$_{س}$ = صفر

قش$_{١}$ – قش$_{٢}$ جا٥٠ = ٠ .... (١)

∑ ق$_{ص}$ = صفر

قش$_{٢}$ جتا٥٠ – ٢٠٠٠ = ٠

قش$_{٢}$ جتا٥٠ = ٢٠٠٠

قش$_{٢}$ = ٣١١١,٤٥ نيوتن

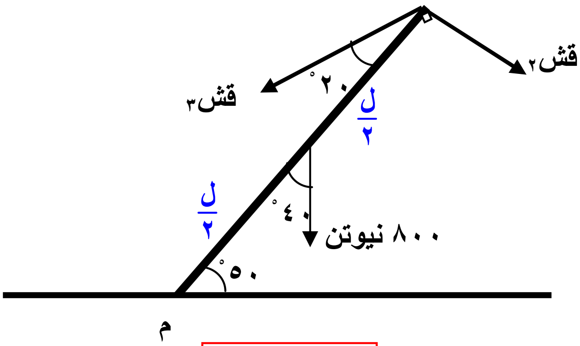
نعوض عن (قش$_{٢}$) في المعادلة (١) ينتج :

قش$_{١}$ – قش$_{٢}$ جا٥٠ = ٠

قش$_{١}$ – ٣١١١,٤٥ جا٥٠ = ٠

قش$_{١}$ = ٢٣٨٣,٥١ نيوتن.

ثانيا نرسم تخطيطا للقضيب والقوى المؤثرة عليه كما في الشكل (٢) :



الشكل (٢)

نطبق الشرط الثاني (العزم) :

نختار محور الدوران ولنفرض عند النقطة (م) :

∑ عز = صفر

- قش$_{٢}$ × ل جا٩٠ – ٨٠٠ × (ل/٢) جا٤٠ + قش$_{٣}$ ل جا٢٠ = ٠

- قش$_{٢}$ ل – ٢٥٧,١٢ ل + قش$_{٣}$ ل جا٢٠ = ٠   بقسمة الطرفين على (ل)

- ٣١١١,٤٥ – ٢٥٧,١٢ + قش$_{٣}$ جا٢٠ = ٠

قش جا٢٠ = ٣٣٦٨,٥٧

قش$_{٣}$ ≈ ٩٨٤٩ نيوتن

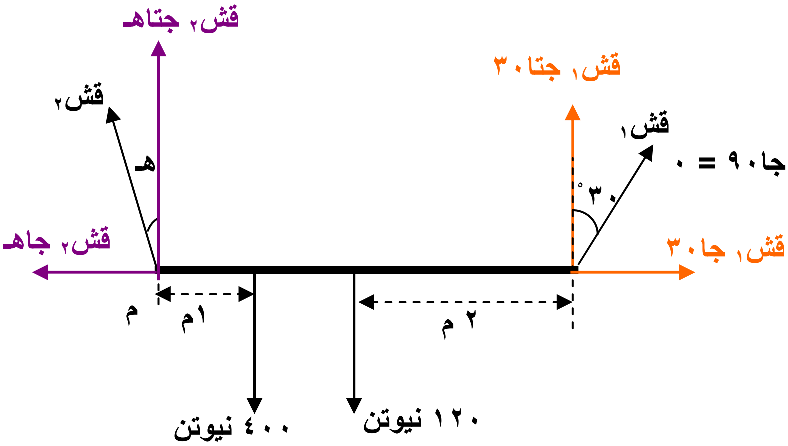
١١- لوح خشبي طوله ٤ م ووزنه ١٢٠ نيوتن معلق بحبلين كما في الشكل يقف عامل طلاء وزنه ٤٠٠ نيوتن على بعد ١ م من النقطة (ب) ، احسب :

أ – الشد في الحبلين

ب- الزاوية (هـ) التي يصنعها الحبل الأيسر.

الحل : نرسم تخطيطا للشكل كما يلي :

نقوم بتحليل (قش$_{١}$) و (قش$_{٢}$) كما في الشكل



أ-

نطبق الشرط الثاني (العزم) :

نختار محور الدوران ولنفرض عند النقطة (م) :

∑ عز= صفر

قش$_{١}$ جتا٣٠ × ٤ جا٩٠ – ١٢٠ × ٢ جا٩٠ - ٤٠٠ × ١ جا٩٠ = ٠

٣,٤٦ قش$_{١}$ – ٢٤٠ - ٤٠٠ = ٠

٣,٤٦ قش$_{١}$ = ٦٤٠

قش$_{١}$ ≈ ١٨٥ نيوتن

نطبق شرط الاتزان الأول :

∑ ق$_{س}$= صفر

قش$_{١}$ جا٣٠ – قش$_{٢}$ جاهـ = ٠

١٨٥ جا٣٠ – قش$_{٢}$ جاهـ

قش$_{٢}$ جاهـ = ٩٢,٥ .... (١)

∑ ق$_{ص}$= صفر

قش$_{١}$ جتا٣٠ + قش$_{٢}$ جتاهـ – ١٢٠ – ٤٠٠ = ٠

١٨٥ جتا٣٠ + قش$_{٢}$ جتاهـ – ٥٢٠ = ٠

قش$_{٢}$ جتاهـ = ٣٦٠ ...... (٢)

بقسمة المعادلة (١) على (٢) ينتج :

ظاهـ = ٩٢,٥ ÷ ٣٦٠,٢١ = ٠,٢٦

هـ = ١٤,٤١°

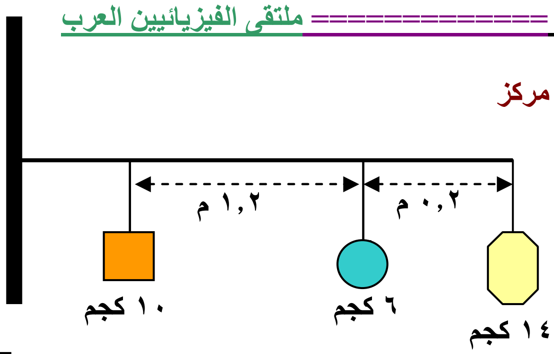
والآن نحسب (قش$_{٢}$) من إحدى المعادلتين (١) أو (٢) :

قش$_{٢}$ جاهـ = ٩٢,٥

قش$_{٢}$ جا١٤,٤١= ٩٢,٥

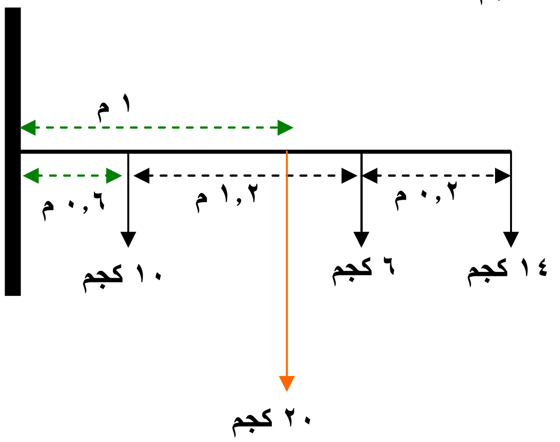
قش$_{٢}$ = ٣٧١,٧ نيوتن

١٢- ثبت قضيب منتظم طوله ٢ م وكتلته ٢٠ كجم في جدار كما في الشكل ، حدد مركز ثقل هذه المجموعة بالنسبة للجدار.



الحل :

نرسم تخطيطا للشكل كما يلي :



الشكل في بعد واحد لذلك نستخدم العلاقة التالية :

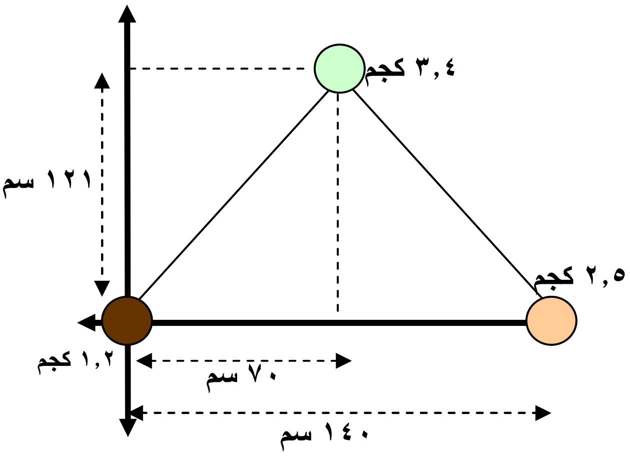
$$ف_م = \frac{\sum ك \times ف}{\sum ك}$$

$$ف_م = \frac{١٠ \times ٠,٦ + ٢٠ \times ١ + ٦ \times ١,٨ + ١٤ \times ٢}{١٠ + ٢٠ + ٦ + ١٤}$$

$$ف_م = \frac{٦٤,٨}{٥٠} = ١,٣ \text{ م}$$

==

١٣- في الشكل المقابل ، حدد مركز الثقل .



الحل

الشكل في بعدين لذلك نستخدم العلاقتين التاليتين :

$$ف_س = \frac{ك_١ س_١ + ك_٢ س_٢ + ...}{\sum ك}$$

$$ف_س = \frac{١,٢ \times ٠ + ٣,٤ \times ٧٠ + ٢,٥ \times ١٤٠}{١,٢ + ٣,٤ + ٢,٥}$$

$$ف_س = ٨٢,٨ \approx ٨٣ \text{ سم}$$

وكذلك :

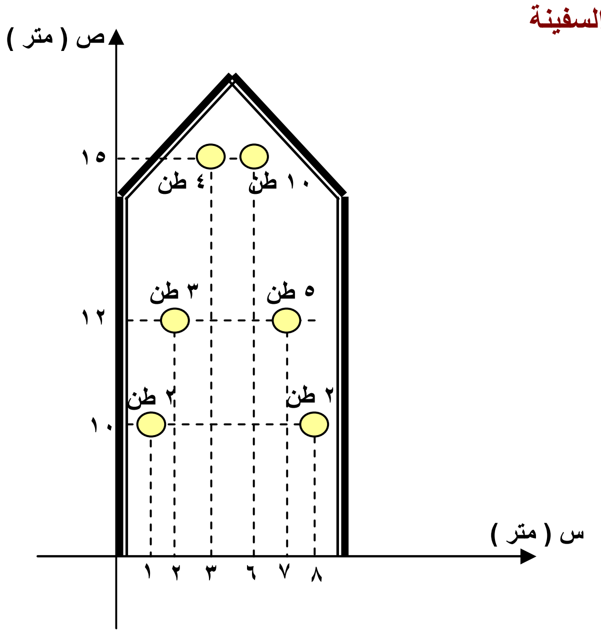
$$ف_س = \frac{ك_١ ص_١ + ك_٢ ص_٢ + ...}{\sum ك}$$

$$ف_س = \frac{١,٢ \times ٠ + ٣,٤ \times ١٢١ + ٢,٥ \times ٠}{١,٢ + ٣,٤ + ٢,٥}$$

$$ف_س = ٥٧,٩٤ \approx ٥٨ \text{ سم}$$

إذن مركز الثقل هو : (٨٣ ، ٥٨)

١٤- حملت سفينة بالبضائع وباشر ربانها الإشراف على توزيعها على سطح السفينة كما في الشكل المقابل ، حدد مركز ثقل المجموعة .



الحل:

الشكل في بعدين لذلك نستخدم العلاقتين التاليتين :

$$\text{ف}_{\text{س}} = \frac{\text{ك}_١ \text{س}_١ + \text{ك}_٢ \text{س}_٢ + ...}{\sum \text{ك}}$$

$$\text{ف}_{\text{س}} = \frac{٨ \times ٢ + ٧ \times ٥ + ٦ \times ١٠ + ٣ \times ٤ + ٢ \times ٣ + ١ \times ٢}{٢ + ٥ + ١٠ + ٤ + ٣ + ٢}$$

$$\text{ف}_{\text{س}} = ٥{,}٠٤ \approx ٥ \text{ م}$$

وكذلك :

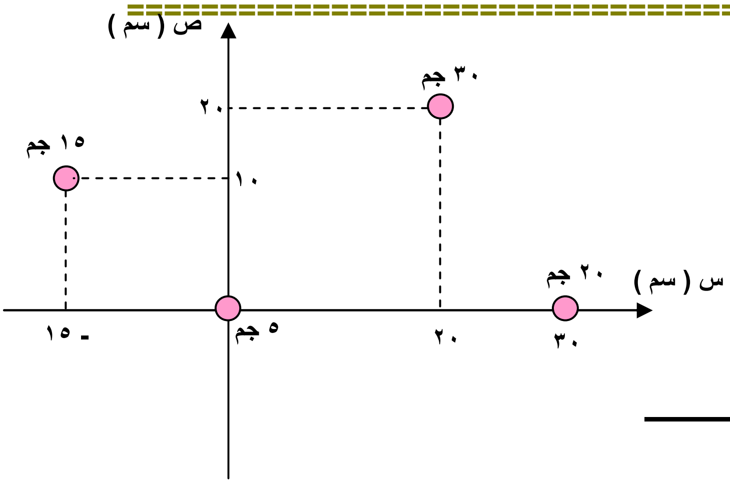
$$\text{ف}_{\text{س}} = \frac{\text{ك}_١ \text{ص}_١ + \text{ك}_٢ \text{ص}_٢ + ...}{\sum \text{ك}}$$

$$\text{ف}_{\text{س}} = \frac{١٥ \times ١٠ + ١٥ \times ٤ + ١٢ \times ٥ + ١٢ \times ٣ + ١٠ \times ٢ + ١٠ \times ٢}{٢ + ٥ + ١٠ + ٤ + ٣ + ٢}$$

$$\text{ف}_{\text{س}} = ١٣{,}٣ \approx ١٣ \text{ م}$$

إذن مركز الثقل هو : (٥ ، ١٣)

١٥- في الشكل المجاور ، حدد مركز الكتلة لهذه المجموعة.



الحل :

الشكل في بعدين لذلك نستخدم العلاقتين التاليتين :

$$\text{ف}_{\text{س}} = \frac{\text{ك}_١ \text{س}_١ + \text{ك}_٢ \text{س}_٢ + ...}{\sum \text{ك}}$$

$$\text{ف}_{\text{س}} = \frac{(-١٥) \times ١٥ + ٣٠ \times ٢٠ + ٢٠ \times ٣٠ + ٠ \times ٥}{١٥ + ٢٠ + ٣٠ + ٥}$$

$$\text{ف}_{\text{س}} = ١٣{,}٩٣ \approx ١٤ \text{ م}$$

وكذلك :

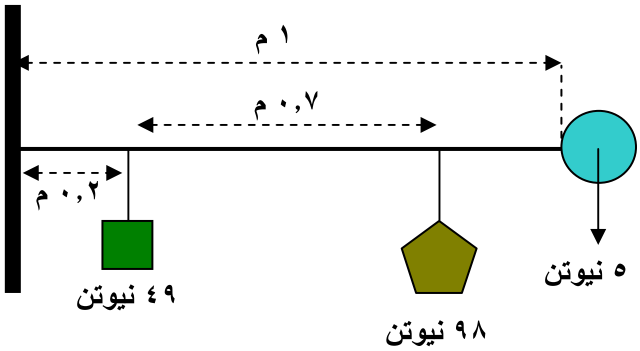
$$\text{ف}_{\text{س}} = \frac{\text{ك}_١ \text{ص}_١ + \text{ك}_٢ \text{ص}_٢ + ...}{\sum \text{ك}}$$

$$\text{ف}_{\text{س}} = \frac{١٠ \times ١٥ + ٠ \times ٢٠ + ٢٠ \times ٣٠ + ٠ \times ٥}{٢ + ٥ + ١٠ + ٤ + ٣ + ٢}$$

$$\text{ف}_{\text{س}} = ١٠{,}٧١ \approx ١١ \text{ م}$$

إذن مركز الثقل هو : (١٤ ، ١١)

١٦- أحسب بعد مركز ثقل المجموعة التالية عن الجدار ، إذا علمت أن ثقل القضيب ٢٠ نيوتن ، وطوله ١ م ، وأن نصف قطر الكرة ٥ سم

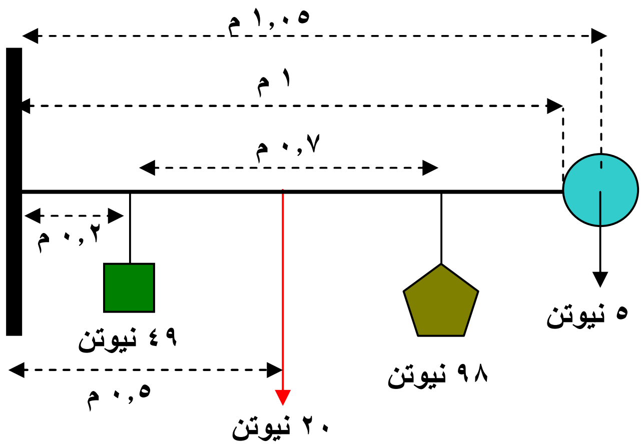


الحل :

نرسم تخطيطا للجسم
نحسب بعد مركز الكرة عن الجدار كما يلي :

بعد مركز الكرة عن الجدار = طول القضيب + نصف قطرة الكرة

بعد مركز الكرة عن الجدار = ١ + ٠,٠٥ = ١,٠٥ م



الشكل في بعد واحد لذلك نستخدم العلاقة التالية :

$$ف_م = \frac{\sum ق \times ف}{\sum ق}$$

$$ف_م = \frac{٤٩ \times ٠,٢ + ٢٠ \times ٠,٥ + ٩٨ \times ٠,٩ + ٥ \times ١,٠٥}{٤٩ + ٢٠ + ٩٨ + ٥}$$

$$ف_م = \frac{١١٣,٢٥}{١٧٢} = ٠,٦٦ \text{ م}$$

كمية الحركة (الزخم) والدفع

كمية الحركة الخطية لجسم ما : هي حاصل ضرب كتلة الجسم في سرعته .

كر = ك × ع حيث (كر : كمية الحركة ك : كتلة الجسم ع : سرعة الجسم)

وكمية الحركة كمية متجهة وتأخذ دائما اتجاه السرعة.

وحدة قياس كمية الحركة هي : كجم . م / ث

الدفع : هو حاصل ضرب القوة في الفترة الزمنية التي تؤثر خلالها القوة.

الدفع = ق × Δ ز

الدفع كمية متجهة وتأخذ دائما اتجاه القوة.

وحدة قياس الدفع هي : نيوتن . ث

الدفع يسبب تغيرا في كمية الحركة : من قانون نيوتن الثاني

ق = ك × ت وحيث أن : ت = Δ ع ÷ Δ ز

$$ق = \frac{ك \times \Delta ع}{\Delta ز} = \frac{\Delta (ك ع)}{\Delta ز}$$

ق × Δ ز = Δ (ك ع)

ق × Δ ز = Δ (كر)

الدفع = Δ كر = ك ع$_2$ – ك ع$_1$ = ك (ع$_2$ – ع$_1$)

قبل التصادم

قانون حفظ كمية الحركة :

إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة في مجموعة من الأجسام تساوي صفرا ، فإن المجموع الجبري لكمية حركة هذه الأجسام يبقى ثابتا مقدارا واتجاها .(أي أنها محفوظة)

وبصيغة رياضية :

∑ كر = ∑ كَر

كر$_1$ + كر$_2$ = كَر$_1$ + كَر$_2$

ك$_1$ ع$_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = ك$_1$ عَ$_1$ + ك$_2$ عَ$_2$

بعد التصادم

أي أن :

كمية الحركة قبل التصادم = كمية الحركة بعد التصادم

التصـــــادم

من الأمور المألوفة في حياتنا تصادم الأجسام ، سواء على مستوى الأجسام ذات الأبعاد الكبيرة أو الأجسام الصغير جدا (المجهرية) .
وسندرس أولا التصادم في بعد واحد ونعني بذلك أن الأجسام المتصادمة تبقى متحركة على المحور نفسه الذي كانت تتحرك عليه قبل التصادم ، أما إن خرج أحدهما أو كلاهما عن المحور فإن التصادم يكون في بعدين مع بقائهما في نفس المستوى .

التصادم في بعد واحد :

١- التصادم المرن: هو التصادم الذي تكون فيه الطاقة الحركية وكمية الحركة محفوظتان. أي أن :

$$\boxed{\text{ك}_1\,\text{ع}_1 + \text{ك}_2\,\text{ع}_2 = \text{ك}_1\,\text{عَ}_1 + \text{ك}_2\,\text{عَ}_2}$$

حيث (ع١ ، ع٢: سرعتا الجسمين قبل التصادم   عَ١ ، عَ٢: سرعتا الجسمين بعد التصادم)

وكذلك :

$$\boxed{\tfrac{1}{2}\,\text{ك}_1\,\text{ع}_1^{\,2} + \tfrac{1}{2}\,\text{ك}_2\,\text{ع}_2^{\,2} = \tfrac{1}{2}\,\text{ك}_1\,\text{عَ}_1^{\,2} + \tfrac{1}{2}\,\text{ك}_2\,\text{عَ}_2^{\,2}}$$

حالات خاصة للتصادم المرن :

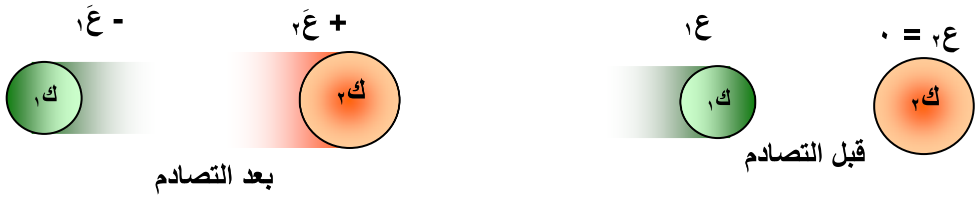
إذا كان أحد الجسمين (الثاني مثلا) ساكنا قبل التصادم (ع٢ = ٠) تصبح سرعتا الجسمين بعد التصادم :

$$\boxed{\text{عَ}_1 = \frac{(\text{ك}_1 - \text{ك}_2)\,\text{ع}_1}{\text{ك}_1 + \text{ك}_2}}$$

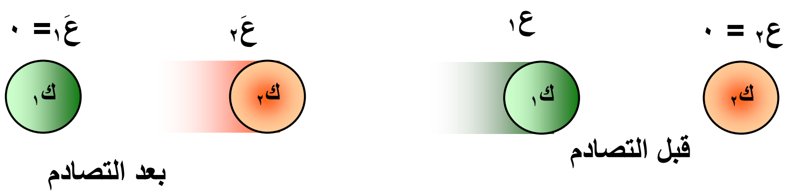
$$\boxed{\text{عَ}_2 = \frac{2\,\text{ك}_1\,\text{ع}_1}{\text{ك}_1 + \text{ك}_2}}$$

ملاحظات هامة :

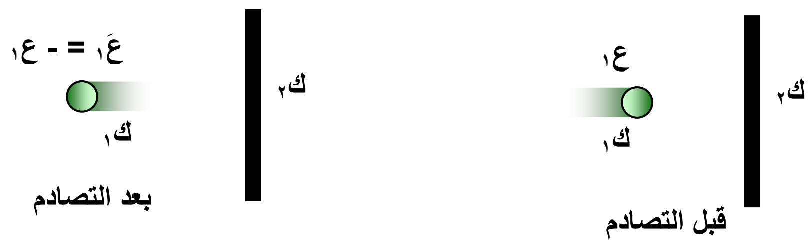
١- إذا كانت (ك١ < ك٢) فإن عَ١ تكون سالبة بينما تكون عَ٢ موجبة. أي أن الجسم الثاني يكمل حركة الجسم الأول بينما يرتد الجسم الأول للخلف.



٢- إذا كانت (ك١ = ك٢) فإن (عَ١ = ٠) بينما (عَ٢ = ع١). أي أن الجسم الثاني يكتسب سرعة الأول بينما يتوقف الأول.



٣- إذا كانت (ك١ >> ك٢) كأن يكون ك٢ حائطا ساكنا مثلا و ك١ كتلة كرة صغيرة فإن (عَ١ = - ع١) و عَ٢ = صفر ، أي أن الجسم الأول يرتد بنفس سرعته قبل التصادم بينما لا يتحرك الجسم الثاني .



٢- التصادم غير المرن : هو التصادم الذي تكون فيه كمية الحركة محفوظة والطاقة الحركية غير محفوظة ، وتحكمه العلاقة :

$$\text{ك}_{١}\,\text{ع}_{١} + \text{ك}_{٢}\,\text{ع}_{٢} = \text{ك}_{١}\,\text{عَ}_{١} + \text{ك}_{٢}\,\text{عَ}_{٢}$$

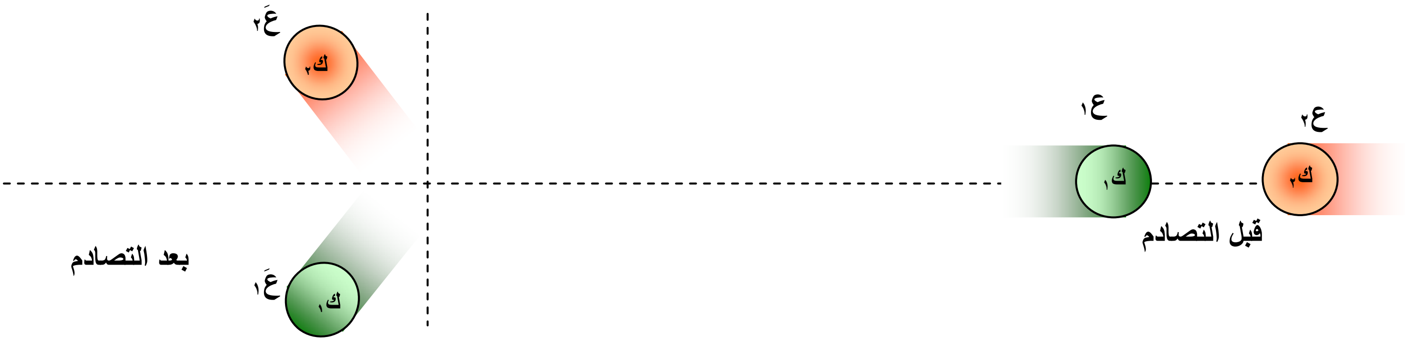
- إذا كان التصادم تصادم غير مرن تام (أي التصق الجسمان بعد التصادم) فإنهما يتحركان بسرعة واحدة هي (عَ) تعطى من العلاقة :

$$\text{ك}_{١}\,\text{ع}_{١} + \text{ك}_{٢}\,\text{ع}_{٢} = (\text{ك}_{١} + \text{ك}_{٢})\,\text{عَ}$$

حيث (عَ : سرعة الجسمين معا بعد التصادم)

التصادم في بعدين :

يقصد بالتصادم في بعدين أن الأجسام المتصادمة لا تبقى على المحور الذي كانت عليه قبل التصادم ، بل تبقى في نفس المستوى. ولا يختلف التصادم في بعدين كثيرا عن التصادم في بعد واحد ، فما يطبق هو أيضا قانون حفظ كمية الحركة .



لاحظ في الشكل السابق قبل التصادم كان الجسمان يتحركان على محور واحد وبعد التصادم كل جسم صنع زاوية مع محور السينات ، ويمكن الوصول إلى حل المسائل المتعلقة بهذا النوع من التصادمات بتحليل كمية الحركة لكل من الجسمين سواء قبل التصادم أم بعده إلى مركبتين : مركبة سينية ومركبة صادية ثم نطبق قانون حفظ كمية الحركة وذلك بإيجاد المجموع الجبري للمركبات السينية قبل التصادم ومساواته للمجموع الجبري للمركبات السينية لكمية الحركة بعد التصادم ، وفعل ذلك مرة أخرى للمركبات الصادية ، وسيتضح ذلك أكثر في حل المسائل.

ملاحظة هامة:

يمكن معرفة التصادم ما إذا كان مرنا تاما أو مرن أو غير مرنا من علاقة معامل الارتداد التالي :

$$\text{ر} = -\left(\frac{\text{عَ}_{١} - \text{عَ}_{٢}}{\text{ع}_{١} - \text{ع}_{٢}}\right)$$

فإذا كان :

١- ر = ١ فإن التصادم مرن تام المرونة

٢- ٠ < ر < ١ فإن التصادم غير مرن

٣- ر = ٠ فإن التصادم غير مرن تام.

قواعد الإشارات :

١- إذا كان اتجاه الجسم نحو اليمين فإن إشارة السرعة موجبة .

٢- إذا كان اتجاه الجسم نحو اليسار فإن إشارة السرعة سالبة.

مسائل محلولة

١- ركلت كرة غولف ساكنة كتلتها ٥٠ جم بمضرب فانطلقت بسرعة ٤٠ م / ث ، فإذا علمت أن زمن تلامس المضرب بالكرة هو ٠,٠٠١ ث ، فاحسب :
أ- الدفع
ب- القوة المتوسطة المؤثرة على الكرة.

الحل :

ك = ٥٠ جم = ٠,٠٥ كجم   ع١ = ٠   ع٢ = ٤٠ م / ث   ز = ٠,٠٠١ ث.

أ-   الدفع = ك (ع٢ – ع١) = ٠,٠٥ (٤٠ – ٠) = ٢ نيوتن . ث

ب-   ق = الدفع ÷ ز = ٢ ÷ ٠,٠٠١ = ٢٠٠٠ نيوتن.

==

٢- جسم كتلته ٢ كجم يتحرك بسرعة ٦ م / ث ، أحسب مقدار القوة اللازمة لإيقاف الجسم في زمن قدره (٠,٠٠٠٧ ث) .

الحل :
ك = ٢ كجم   ع١ = ٦ م / ث   ع٢ = ٠   ز = ٠,٠٠٠٧ ث

الدفع = ك (ع٢ – ع١)

ق × ز = ك (ع٢ – ع١)

ق × ٠,٠٠٠٧ = ٢ (٠ – ٦)
ق × ٠,٠٠٠٧ = - ١٢

ق = - ١٧١٤٢,٨٦ نيوتن   (الإشارة السالبة تدل على أن اتجاه القوة اللازمة لإيقاف الحركة تكون عكس اتجاه الحركة)

==

٣- جسم كتلته ٥٠ كجم أثرت عليه قوة أفقية مقدارها ٨٠٠ نيوتن غيرت سرعته من ٢٢ م / ث إلى ٥٤ م / ث في نفس اتجاه الحركة ، احسب :
أ- الدفع
ب- زمن تأثير القوة

الحل :
ك = ٥٠ كجم   ع١ = ٢٢ م / ث   ع٢ = ٥٤ م / ث   ز = ؟
أ-
الدفع = ك (ع٢ – ع١)

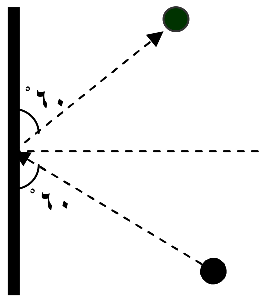
الدفع = ٥٠ (٥٤ – ٢٢)

الدفع = ٥٠ × ٣٢
الدفع = ١٦٠٠ نيوتن . ث

ب-

الدفع = ق × ز

١٦٠٠ = ٨٠٠ ز   ==========> ز = ٢ ث

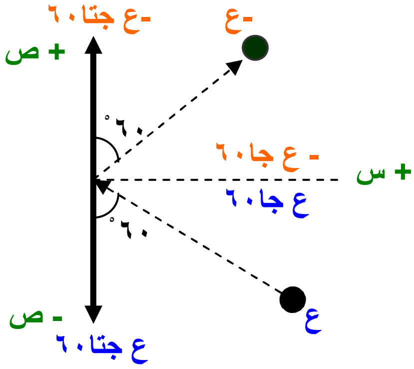


٤- كرة من الفولاذ كتلتها ٣ كجم اصطدمت بجدار مصمت عندما كانت سرعتها ١٠ م / ث بحيث صنعت زاوية ٦٠ ْ مع الجدار ثم انعكست على الجدار بنفس السرعة والزاوية كما في الشكل المقابل ، فإذا لامست الكرة الجدار لمدة ٠,٢ ث ، ما هي القوة المتوسطة التي أثر بها الجدار على الكرة حتى ترتد ، وماهي القوة التي أثرت بها الكرة على الجدار

الحل :

نرسم تخطيطا للشكل ونحلل السرعة كما يلي :

تذكر أن السرعة قبل الاصطدام = السرعة بعد الاصطدام



الدفع على المحور الصادي هو :

الدفع ص = ك (ع٢ – ع١)

الدفع ص = ك (- ع جتا٦٠ – (- ع جتا٦٠))

الدفع ص = ك (- ع جتا٦٠ + ع جتا٦٠) = ك × ٠ = ٠

الدفع على المحور السيني هو :

الدفع س = ك (ع٢ – ع١)

الدفع س = ك (- ع جا٦٠ - ع جا٦٠) = - ٢ ك ع جا٦٠

الدفع س = - ٢ × ٣ × ١٠ جا٦٠ = - ٥١,٩٦ نيوتن . ث

ولكن :

الدفع = ق × ز

- ٥١,٩٦ = ق × ٠,٢

ق = - ٢٥٩,٨١ نيوتن

وهذه هي القوة المتوسطة التي أثر بها الجدار على الكرة

أما القوة التي أثرت بها الكرة على الجدار فهي :

ق = + ٢٥٩,٨١ نيوتن

٥- كمية الحركة لسيارة كتلتها ١٠٠٠ كغم تساوي كمية الحركة لشاحنة كتلتها ٣٠٠٠ كغم تتحرك بسرعة ١٢ م / ث ، احسب سرعة السيارة.

الحل :

$\text{كر}_{\text{س}} = \text{كر}_{\text{ش}}$

$\text{ك}_{\text{س}}\ \text{ع}_{\text{س}} = \text{ك}_{\text{ش}}\ \text{ع}_{\text{ش}}$

$١٠٠٠\ \text{ع}_{\text{س}} = ٣٠٠٠ \times ١٢$

$\text{ع}_{\text{س}} = ٣٦$ م / ث

==

٦- كرة كتلتها ١ كجم تسير بسرعة ١٢ م / ث فتصطدم بكرة أخرى كتلتها ٢ كجم تسير في الاتجاه المعاكس بسرعة ٢٤ م / ث إذا علمت أن سرعة الكرة ذات الكتلة الصغيرة بعد التصادم ٣٦ م / ث في الاتجاه المعاكس لحركتها ، أحسب سرعة الكرة ذات الكتلة الكبيرة بعد التصادم وما نوع التصادم

الحل : $\text{ك}_{١} = ١$ كجم $\quad \text{ع}_{١} = ١٢$ م / ث $\quad \text{ك}_{٢} = ٢$ كجم $\quad \text{ع}_{٢} = -٢٤$ م / ث $\quad \text{عَ}_{١} = -٣٦$ م / ث $\quad \text{عَ}_{٢} = ؟$

نطبق قانون حفظ كمية الحركة :

$\text{ك}_{١}\ \text{ع}_{١} + \text{ك}_{٢}\ \text{ع}_{٢} = \text{ك}_{١}\ \text{عَ}_{١} + \text{ك}_{٢}\ \text{عَ}_{٢}$

$١ \times ١٢ + ٢ \times (-٢٤) = ١ \times (-٣٦) + ٢\ \text{عَ}_{٢}$

$-٣٦ = -٣٦ + ٢\ \text{عَ}_{٢}$

$٢\ \text{عَ}_{٢} = ٠$

$\text{عَ}_{٢} = ٠$

<u>ولكي نعرف نوع التصادم لدينا طريقتين وهما :</u>

١- استخدام قانون معامل الارتداد :

$$\text{ر} = -\left(\frac{\text{عَ}_{١} - \text{عَ}_{٢}}{\text{ع}_{١} - \text{ع}_{٢}}\right) = -\frac{-٣٦ - ٠}{١٢ - (-٢٤)} = \frac{٣٦}{٣٦} = ١$$

بما أن :

ر = ١

إذا :

التصادم تام المرونة.

٢- استخدام قانون حفظ الطاقة الحركية التالي :

$$\tfrac{١}{٢}\ \text{ك}_{١}\ \text{ع}_{١}^{٢} + \tfrac{١}{٢}\ \text{ك}_{٢}\ \text{ع}_{٢}^{٢} = \tfrac{١}{٢}\ \text{ك}_{١}\ \text{عَ}_{١}^{٢} + \tfrac{١}{٢}\ \text{ك}_{٢}\ \text{عَ}_{٢}^{٢}$$

$$\tfrac{١}{٢} \times ١ \times ١٢^{٢} + \tfrac{١}{٢} \times ٢\ (-٢٤)^{٢} = \tfrac{١}{٢} \times ١\ (-٣٦)^{٢} + \tfrac{١}{٢}\ ٢ \times ٠$$

$٦٤٨ = ٦٤٨$

بما أن الطرفين متساويين إذا التصادم تام المرونة.

٧- اصطدمت كرة كتلتها ٤ كجم تتحرك بسرعة ٤ م / ث بكرة أخرى ساكنة كتلتها ١٠ كجم فارتدت الأولى بسرعة ١ م / ث بعد التصادم مباشرة في نفس مسارها.فاوجد :
أ- سرعة الكرة الثانية بعد التصادم مباشرة.
ب- نوع التصادم الحاصل.

الحل :
ك١ = ٤ كجم   ع١ = ٤ م / ث   ك٢ = ١٠ كجم   ع٢ = ٠ م / ث   عَ١ = - ١ م / ث   عَ٢ = ؟

ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = ك١ عَ١ + ك٢ عَ٢

٤ × ٤ + ١٠ × ٠ = ٤ × (- ١) + ١٠ عَ٢

١٦ = - ٤ + ١٠ عَ٢

١٠ عَ٢ = ٢٠

عَ٢ = ٢ م / ث

نستخدم قانون معامل الارتداد :

ر = - ((عَ١ – عَ٢) / (ع١ – ع٢)) = - ((-١ – ٢) / (٤ – ٠)) = ٣/٤ = ٠,٧٥

بما أن :
٠ < ر < ١
إذا :

التصادم غير مرن.

٨- تقف شاحنة كتلتها ١٨٠٠ كجم عند إشارة مرور ، وفجأة صدمتها سيارة صغيرة كتلتها ٩٠٠ كجم من الخلف بسرعة ٢٠ م / ث فالتصقت السيارتان مع بعضهما ، احسب السرعة المشتركة للسيارتين ؟ وما نوع التصادم الحاصل.

الحل :
ك١ = ١٨٠٠ كجم   ع١ = ٠ م / ث   ك٢ = ٩٠٠ كجم   ع٢ = ٢٠ م / ث   عَ = ؟

ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = (ك١ + ك٢) عَ

١٨٠٠ × ٠ + ٩٠٠ × ٢٠ = (١٨٠٠ + ٩٠٠) عَ

١٨٠٠٠ = ٢٧٠٠ عَ

عَ = ٦,٦٧ م / ث

نستخدم قانون معامل الارتداد :

ر = - ((عَ١ – عَ٢) / (ع١ – ع٢)) = - ((٦,٦٧ – ٦,٦٧) / (٠ – ٢٠)) = ٠/٢٠ = ٠

بما أن :
ر = ٠
إذا :

التصادم غير مرن تام.

٩- سيارة كتلتها ٢٠٠٠ كجم وأخرى كتلتها ١٠٠٠ كجم ، تتحركان في اتجاهين متعاكسين بسرعة ٤٠ م / ث ، اصطدمتا بالمواجهة والتصقتا مع بعض ، احسب سرعتهما المشتركة بعد التصادم . وما نوع التصادم

الحل :

ك$_1$ = ٢٠٠٠ كجم   ع$_1$ = ٤٠ م / ث   ك$_2$ = ١٠٠٠ كجم   ع$_2$ = - ٤٠ م / ث   عَ = ؟

ك$_1$ ع$_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = (ك$_1$ + ك$_2$) عَ

٢٠٠٠ × ٤٠ - ١٠٠٠ × ٤٠ = (٢٠٠٠ + ١٠٠٠) عَ

٤٠٠٠٠ = ٣٠٠٠ عَ

عَ = ١٣,٣ م / ث

نستخدم قانون معامل الارتداد :

ر = - ($\frac{\text{عَ}_1 - \text{عَ}_2}{\text{ع}_1 - \text{ع}_2}$) = - ($\frac{١٣,٣ - ١٣,٣}{٤٠ + ٤٠}$) = $\frac{٠}{٨٠}$ = ٠

بما أن :

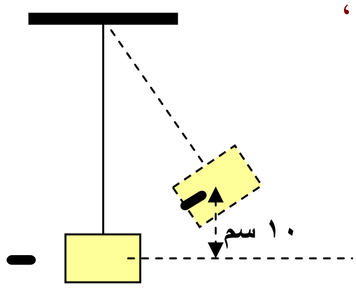
ر = ٠

إذا :

التصادم غير مرن تام.

==

١٠- اطلقت رصاصة كتلتها ١٥ جم على كتلة خشبية معلقة تعليقا حرا كتلتها ٣ كجم ، فاستقرت داخلها ، وارتفعت الكتلة الخشبية والرصاصة معا بمقدار ١٠ سم عن نقطة الاتزان كما في الشكل ، احسب سرعة الرصاصة قبل اصطدامها مباشرة بالكتلة الخشبية.



الحل :

ك$_1$ = ١٥ جم = ٠,٠١٥ كجم   ع$_1$ = ؟   ك$_2$ = ٣ كجم

ع$_2$ = ٠   عَ = ؟   ف = ١٠ سم = ٠,١ م

ك$_1$ ع$_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = (ك$_1$ + ك$_2$) عَ

٠,٠١٥ ع$_1$ + ٠ = (٠,٠١٥ + ٣) عَ

٠,٠١٥ ع$_1$ = ٣,٠١٥ عَ .... (١)

وهذه المعادلة بمجهولين ولكي نحدد قيمة (عَ) لا بد تطبيق قانون حفظ الطاقة حيث الطاقة الحركية للكتلة الخشبية والرصاصة معا بعد التصادم مباشرة تساوي الطاقة الكامنة لهما عند أقصى ارتفاع أي أن :

$\frac{1}{2}$ (ك$_1$ + ك$_2$) عَ^{2} = جـ (ك$_1$ + ك$_2$) ف

$\frac{1}{2}$ (٠,٠١٥ + ٣) عَ^{2} = ٩,٨ (٠,٠١٥ + ٣) × ٠,١

١,٥١ عَ^{2} = ٢,٩٥

عَ$_1$ = ١,٤ م / ث

نعوض عن (عَ) في المعادلة (١) :

٠,٠١٥ ع$_1$ = ٣,٠١٥ عَ

٠,٠١٥ ع$_1$ = ٣,٠١٥ × ١,٤

ع$_1$ = ٢٨١,١٧ م / ث

١١- أطلقت رصاصة كتلتها ١٢ جم أفقيا نحو قالب خشبي كتلته ١٠٠ جم ساكن فوق سطح أفقي خشنوبعد التصادم انزلق القالب مسافة ٧,٥ م على السطح الخشن قبل أن يتوقف مرة ثانية فإذا كان معامل الاحتكاك بين القالب والسطح ٠,٦٥ فما هي سرعة الرصاصة قبل التصادم مباشرة.

الحل : ك$_{1}$ = ١٢ جم = ٠,٠١٢ كجم   ع$_{1}$ = ؟   ك$_{2}$ = ١٠٠ جم = ٠,١ كجم

ع$_{2}$ = ٠   عَ = ؟   ف = ٧,٥ م

ك$_{1}$ ع$_{1}$ + ك$_{2}$ ع$_{2}$ = (ك$_{1}$ + ك$_{2}$) عَ

٠,٠١٢ ع$_{1}$ + ٠ = (٠,٠١٢ + ٠,١) عَ

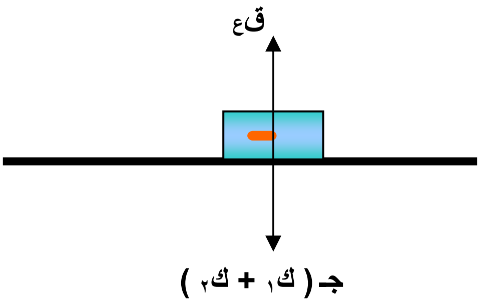
٠,٠١٢ ع$_{1}$ = ٠,١١٢ عَ .... (١)

وهذه المعادلة بمجهولين ولكي نحدد قيمة (عَ) لا بد تطبيق نظرية الشغل والطاقة:

∑ شغ = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_{2}^{2}$ – ع$_{1}^{2}$) + جـ ك (ف$_{2}$ – ف$_{1}$)   (حيث لا يوجد لدينا إلا شغل الاحتكاك)

شغ = $\frac{1}{2}$ (ك$_{1}$ + ك$_{2}$) عَ^{2} + جـ ك (٠ – ٠)

أ قع ف = $\frac{1}{2}$ (ك$_{1}$ + ك$_{2}$) عَ^{2} حيث من الشكل : قع = جـ (ك$_{1}$ + ك$_{2}$)



أ جـ (~~ك$_{1}$ + ك$_{2}$~~) ف = $\frac{1}{2}$ (~~ك$_{1}$ + ك$_{2}$~~) عَ^{2}

أ جـ ف = $\frac{1}{2}$ عَ^{2}

٠,٦٥ × ٩,٨ × ٧,٥ = $\frac{1}{2}$ عَ^{2}

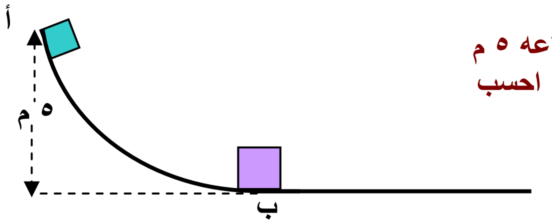
عَ = ٩,٧٧ م / ث

نعوض عن (عَ) في المعادلة (١) :

٠,٠١٢ ع$_{1}$ = ٠,١١٢ عَ

٠,٠١٢ ع$_{1}$ = ٠,١١٢ × ٩,٧٧

ع$_{1}$ = ٩١,٢٣ م / ث



١٢- في الشكل المقابل صندوق كتلته ٥ كجم ينزلق من أعلى منحدر أملس ارتفاعه ٥ م فوصل للنقطة (ب) واصطدم بصندوق آخر ساكن كتلته ١٠ كجم تصادما مرنا ، احسب أقصى ارتفاع يصل إليه الصندوق الأول بعد تصادمه مع الصندوق الثاني .

الحل : ك١ = ٥ كجم   ع١ = ؟   ك٢ = ١٠ كجم

ع٢ = ٠   ف = ٥ م

نحسب سرعة الصندوق الأول قبل التصادم مباشرة كما يلي :
الطاقة الكامنة للصندوق الأول في الأعلى تتحول بكاملها إلى طاقة حركية عند النقطة (ب) قبل التصادم مباشرة) أي :

جـ ك١ ف = ½ ك١ ع١ ٢

٩,٨ × ٥ × ٥ = ٠,٥ × ٥ ع١ ٢

ع١ = ٩,٩ م / ث

وحيث أن التصادم مرنا والصندوق الثاني ساكن فإن سرعة الصندوق الثاني بعد التصادم هي :

عَ١ = (ك١ – ك٢) ع١ ÷ (ك١ + ك٢) = (٥ – ١٠) × ٩,٩ ÷ (٥ + ١٠) = - ٣,٣ م / ث   (أي أن الصندوق يعكس اتجاهه بسرعة ٣,٣ م / ث)

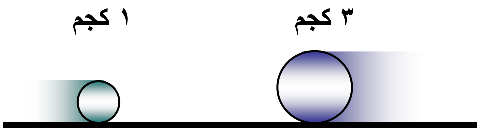
وعندما يصل الصندوق أقصى ارتفاع له فإن طاقته الحركية التي ارتد بها تساوي طاقته الكامنة عند اقصى ارتفاع يصل له :

جـ ك١ ف = ½ ك١ ع١ ٢

٩,٨ × ٥ ف = ½ × ٥ (- ٣,٣) ٢

ف = ٠,٥٦ م

١٣- في الشكل المقابلكرتان كتلتاهما ١ ، ٣ كجم بالترتيب يتحركان نحو بعضهما البعض بنفس السرعةومقدارها ٥ م / ث ، فإذا اصطدمتا مع بعضهما بالمواجهة تصادما مرنا، احسب سرعة كل منهما بعد التصادم واذكر نوع التصادم.



الحل : $ك_{١}$ = ١ كجم $ع_{١}$ = ٥ م / ث $ك_{٢}$ = ٣ كجم $ع_{٢}$ = -٥ م / ث

$$ك_{١}\,ع_{١} + ك_{٢}\,ع_{٢} = ك_{١}\,عَ_{١} + ك_{٢}\,عَ_{٢}$$

$$١ \times ٥ - ٣ \times ٥ = ١ \times عَ_{١} + ٣ \times عَ_{٢}$$

$$-١٠ = عَ_{١} + ٣\,عَ_{٢} \quad .... (١)$$

بما أن التصادم مرنا إذا :

ر = ١

$$ر = -\frac{(عَ_{١} - عَ_{٢})}{(ع_{١} - ع_{٢})}$$

$$١ = -\frac{(عَ_{١} - عَ_{٢})}{(ع_{١} - ع_{٢})}$$

$$(ع_{١} - ع_{٢}) = -(عَ_{١} - عَ_{٢})$$

$$(٥ - (-٥)) = -عَ_{١} + عَ_{٢}$$

$$١٠ = -عَ_{١} + عَ_{٢}$$

$$عَ_{٢} = ١٠ + عَ_{١} \quad .... (٢)$$

بالتعويض عن ($عَ_{٢}$) من المعادلة (٢) في المعادلة (١) كما يلي :

$$-١٠ = عَ_{١} + ٣\,عَ_{٢}$$

$$-١٠ = عَ_{١} + ٣\,(١٠ + عَ_{١})$$

$$-١٠ = عَ_{١} + ٣٠ + ٣\,عَ_{١}$$

$$-٤٠ = ٤\,عَ_{١}$$

$عَ_{١}$ = - ١٠ م / ث (والإشارة السالبة تدل على أن الجسم ذو الكتلة (١ كجم) عكس اتجاهه تماما من حيث أتى)

ولحساب ($عَ_{٢}$) نستخدم العلاقة ٢ :

$$عَ_{٢} = ١٠ + عَ_{١}$$

$عَ_{٢}$ = ١٠ – ١٠ = ٠ (بمعنى أن الجسم ذو الكتلة (٣ كجم) توقف بعد الاصطدام ولم يتحرك)

ملاحظة :

يمكن حل السؤال رقم (١٣) بالمعادلتين التاليتين :

$$ك_{١}\,ع_{١} + ك_{٢}\,ع_{٢} = ك_{١}\,عَ_{١} + ك_{٢}\,عَ_{٢}$$

$$\tfrac{1}{2}\,ك_{١}\,ع_{١}^{٢} + \tfrac{1}{2}\,ك_{٢}\,ع_{٢}^{٢} = \tfrac{1}{2}\,ك_{١}\,عَ_{١}^{٢} + \tfrac{1}{2}\,ك_{٢}\,عَ_{٢}^{٢}$$

ونتيجة التعويض بينهما ينتج لنا القانونين التاليين :

$$عَ_{١} = \frac{ع_{١}\,(ك_{١} - ك_{٢})}{(ك_{١} + ك_{٢})} + \frac{٢\,ك_{٢}\,ع_{٢}}{(ك_{١} + ك_{٢})}$$

$$عَ_{٢} = \frac{٢\,ك_{١}\,ع_{١}}{(ك_{١} + ك_{٢})} + \frac{ع_{٢}\,(ك_{٢} - ك_{١})}{(ك_{١} + ك_{٢})}$$

١٤- مدفع كتلته ٢٠٠٠ كجم مثبت على عربة كتلتها ٣٠٠٠ كجم ، وعندما أطلق المدفع قذيفة كتلتها ٢٥ كجم أفقيا ، ارتدت العربة بسرعة ٢ م / ث في لحظة الإنطلاق ، احسب سرعة القذيفة.

الحل : لاحظ أن المدفع والعربة تعتبر كتلة واحدة لذلك :

$ك_1$ = ٢٠٠٠ + ٣٠٠٠ = ٥٠٠٠ كجم　　$ع_1$ = ٠　　$عَ_1$ = - ٢ م / ث (السالب لأنها ارتدت)

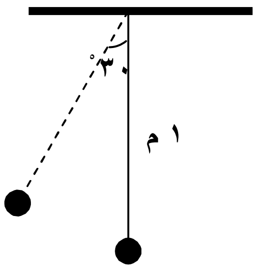
$ك_2$ = ٢٥ كجم　　$ع_2$ = ٠　　$عَ_2$ = ؟

$ك_1$ $ع_1$ + $ك_2$ $ع_2$ = $ك_1$ $عَ_1$ + $ك_2$ $عَ_2$

٥٠٠٠ × ٠ + ٢٥ × ٠ = ٥٠٠٠ × (-٢) + ٢٥ $عَ_2$

٠ = - ١٠٠٠٠ + ٢٥ $عَ_2$

$عَ_2$ = ٤٠٠ م / ث



١٥- بندول طوله ١ م وكتلة كرته ٥٠٠ جم ، رفعت الكرة حتى بلغت زاوية خط البندول مع خط التوازن ٣٠ْ، ثم تركت حرة ، احسب :

أ- سرعة الكرة عندما تصل نقطة التوازن.

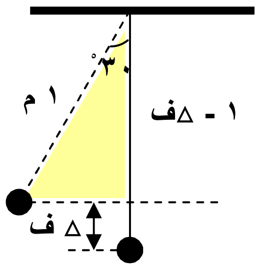
ب- في هذه النقطة إذا اصطدمت الكرة اصطداما تام المرونة بجسم كتلته ٢ كجم ، فما سرعة الجسمين بعد الاصطدام.

ج- أقصى ارتفاع تصل له كرة البندول بعد الاصطدام.

الحل : $ك_١$ = ٥٠٠ جم = ٠,٥ كجم $ع_١$ = ؟ $عَ_١$ = ؟ $ك_٢$ = ٢ كجم

$ع_٢$ = ٠ $عَ_٢$ = ؟

في هذه الحالة لا بد من تطبيق قانون حفظ الطاقة حيث الطاقة الكامنة لكرة البندول عند أقصى ارتفاع تصل له تساوي الطاقة الحركية عند نقطة التوازن لذلك لا بد من حساب أقصى ارتفاع تصل له الكرة :



من المثلث الأصفر نحسب Δف كما يلي :

جتا٣٠ = (١ - Δف) ÷ ١

Δف = ١ - جتا٣٠ = ٠,١٣ م

أ-

$\frac{١}{٢}$ $ك_١$ $ع_١^٢$ = جـ $ك_١$ Δف

$\frac{١}{٢}$ × ٠,٥ $ع_١^٢$ = ٩,٨ × ٠,٥ × ٠,١٣

٠,٢٥ $ع_١^٢$ = ٠,٦٣٧

$ع_١$ = ١,٦ م / ث

ب- بما أن الاصطدام تام المرونة والجسم الثاني ساكن إذا سرعة كرة البندول بعد التصادم هي :

$عَ_١$ = $\frac{(ك_١ – ك_٢)\ ع_١}{ك_١ + ك_٢}$ = $\frac{(٠,٥ – ٢) × ١,٦}{٠,٥ + ٢}$ = - ٠,٩٦ م / ث (الإشارة السالبة تعني أن الكرة ارتدت عكس اتجاهها)

سرعة الجسم ذو الكتلة (٢ كجم) بعد التصادم :

$عَ_٢$ = $\frac{٢\ ك_١\ ع_١}{ك_١ + ك_٢}$ = $\frac{٢ × ٠,٥ × ١,٦}{٠,٥ + ٢}$ = ٠,٦٤ م / ث

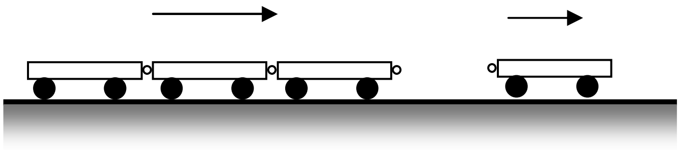
ج- عندما تصطدم الكرة بالجسم فإنها ترتد بسرعة (- ٠,٩٦) وعندم تصل أقصى ارتفاع بعد الارتداد فإن طاقتها الكامنة تساوي طاقتها الحركية بعد الاصطدام مباشرة أي أن :

$\frac{١}{٢}$ $ك_١$ $عَ_١^٢$ = جـ $ك_١$ Δف

$\frac{١}{٢}$ × ٠,٥ (- ٠,٩٦)^٢ = ٩,٨ × ٠,٥ × Δف

٠,٢٣ = ٤,٩ Δف

Δف = ٠,٠٥ م



١٦- عربة سكة حديد كتلتها (ك) تتحرك بسرعة ٤ م / ث كما في الشكل ، لحق بها ثلاث عربات متصلة مع بعض سرعتها ٢ م / ث وكتلة كل منهما نفس كتلة العربة الأولى ، فاصطدمت هذه العربات الثلاث بالعربة الأولى والتصقت العربات الأربع معا ، احسب سرعتهم بعد التصادم. وما نوع التصادم

الحل :

ك$_1$ = ك كجم ، ع$_1$ = ٤ م / ث ك$_2$ = ٣ ك (لأن هذه العربات الثلاث تعتبر جسما واحدا) ، ع$_2$ = ٢ م / ث ، عَ = ؟

ك$_1$ ع$_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = (ك$_1$ + ك$_2$) عَ

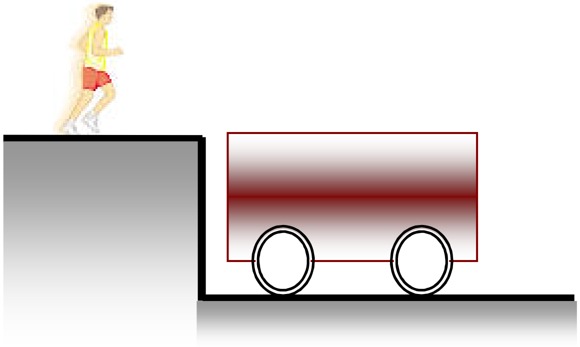
ك × ٤ + ٣ ك × ٢ = (ك + ٣ ك) عَ

١٠ ك = ٤ ك عَ بقسمة الطرفين على (ك)

١٠ = ٤ عَ

عَ = ١٠ ÷ ٤ = ٢,٥ م / ث

١٧- يركض شخص كتلته ٦٠ كجم بسرعة ابتدائية مقدارها ٤ م / ث يقفز على عربة ساكنة كتلتها ١٢٠ كجم كما في الشكل المقابل ، ينزلق الشخص على سطح العربة ثم يستقر ، إذا كان معامل الاحتكاك الحركي بين سطح العربة والشخص ٠,٤ ، فاحسب :



أ- السرعة النهائية للشخص والعربة على سطح الأرض.
ب- أحسب قوة الاحتكاك بين الشخص وسطح العربة أثناء انزلاقه.
ج- زمن تأثير قوة الاحتكاك على الشخص أثناء الإنزلاق.
د- دفع الرجل على العربة ودفع العربة على الرجل.
هـ- المسافة التي قطعها الشخص أثناء انزلاقه على سطح العربة.
و- المسافة التي قطعتها العربة أثناء انزلاق الشخص.

الحل : قبل التصادم :

ك$_1$ = ٦٠ كجم ، ك$_2$ = ١٢٠ كجم
ع$_1$ = ٤ م / ث ، ع$_2$ = ٠ م / ث

أ –
ك$_1$ ع$_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = (ك$_1$ + ك$_2$) عَ
٦٠ × ٤ + ١٢٠ × ٠ = (٦٠ + ١٢٠) عَ

عَ = ١,٣٣ م / ث

ب – نحسب أولا القوة العمودية (ق$_ع$) من الشكل حيث :

ق$_ع$ = جـ ك$_1$ = ٩,٨ × ٦٠ = ٥٨٨ نيوتن

ق$_ح$ = - أ ق$_ع$ = - ٠,٤ × ٥٨٨ = - ٢٣٥,٢ نيوتن

ج-
الدفع = ك$_1$ (ع$_2$ – ع$_1$)
ق$_ح$ × ز = ك$_1$ (ع$_2$ – ع$_1$)

-٢٣٥,٢ × ز = ٦٠ (١,٣٣ – ٤)

ز = ٠,٦٨ ث .

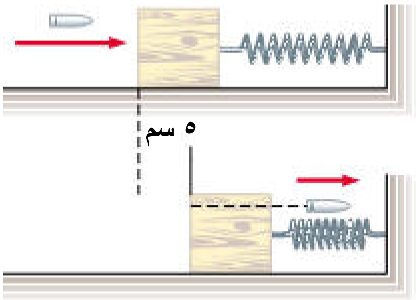
د- الدفع$_{\text{الشخص}}$ = ك$_1$ (ع$_2$ – ع$_1$) = ٦٠ (١,٣٣ – ٤) = - ١٦٠,٢ نيوتن . ث
الدفع$_{\text{العربة}}$ = ك$_2$ (ع$_2$ – ع$_1$) = ١٢٠ (١,٣٣ – ٠) = +١٦٠,٢ نيوتن . ث

هـ -
نحسب أولا تسارع الشخص أثناء الانزلاق من :
ع = ع. + ت ز
١,٣٣ = ٤ + ت × ٠,٦٨
ت = - ٣,٩٣ م / ث^2
ثم نحسب المسافة التي قطعها الشخص أثناء الانزلاق:

ف = ع. ز + $\frac{1}{2}$ ت ز^2 = ٤ × ٠,٦٨ – ٠,٥ × ٣,٩٣ × ٠,٦٨ ^{2} = ١,٨١ م

و - ع = ع. + ت ز
١,٣٣ = ٠ + ت × ٠,٦٨ =======> ت = ١,٩٦ م / ث^2
ثم نحسب المسافة التي قطعتها العربة :

ف = ع. ز + $\frac{1}{2}$ ت ز^2 = ٠ × ٠,٦٨ + ٠,٥ × ١,٩٦ × ٠,٦٨ ^{2} = ٠,٤٥٢ م



١٨- رصاصة كتلتها ٥ جم تنطلق بسرعة ٤٠٠ م / ث تصطدم بصندوق خشبي ساكن كتلته ١ كجم وموضوع على سطح أفقي أملس ، ويتصل بنابض ثابته ٩٠٠ نيوتن / م ، كما في الشكل المقابل ، إذا تحرك الصندوق الخشبي مسافة ٥ سم بعد التصادم ، احسب سرعة الرصاصة عند خروجها من الصندوق الخشبي.

الحل :

ك$_1$ = ٠,٠٠٥ كجم ، ع$_1$ = ٤٠٠ م / ث ، عَ$_1$ = ؟

ك$_2$ = ١ كجم ، ع$_2$ = ٠ ، عَ$_2$ = ؟

ثا = ٩٠٠ نيوتن / م ، ف$_ن$ = ٠,٠٥ م

نحسب سرعة الرصاصة عند خروجها من الصندوق من قانون حفظ كمية الحركة التالي :

ك$_1$ ع$_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = ك$_1$ عَ$_1$ + ك$_2$ عَ$_2$ .... (١)

ولكن سرعة الصندوق بعد التصادم ليست معلومة فنحسبها من نظرية الشغل والطاقة كالتالي :

$\sum$ شغ = $\frac{1}{2}$ ك (ع$_2^2$ − ع$_1^2$) + جـ ك (ف$_2$ − ف$_1$)

لايوجد لدينا إلا شغل النابض فتصبح العلاقة السابقة :

$\frac{1}{2}$ ثا ف$_ن^2$ = $\frac{1}{2}$ ك$_2$ (عَ$_2^2$ − ع$_2^2$) + جـ ك (ف$_2$ − ف$_1$)

$\frac{1}{2}$ × ٩٠٠ (٠,٠٥)^2 = $\frac{1}{2}$ × ١ (عَ$_2^2$ − ٠) + ٠

١,١٢٥ = $\frac{1}{2}$ عَ$_2^2$

عَ$_2$ = ١,٥ م

الآن نحسب سرعة الرصاصة بعد خروجها من الصندوق من العلاقة :

ك$_1$ ع$_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = ك$_1$ عَ$_1$ + ك$_2$ عَ$_2$

٠,٠٠٥ × ٤٠٠ + ١ × ٠ = ٠,٠٠٥ عَ$_1$ + ١ × ١,٥

٢ − ١,٥ = ٠,٠٠٥ عَ$_1$

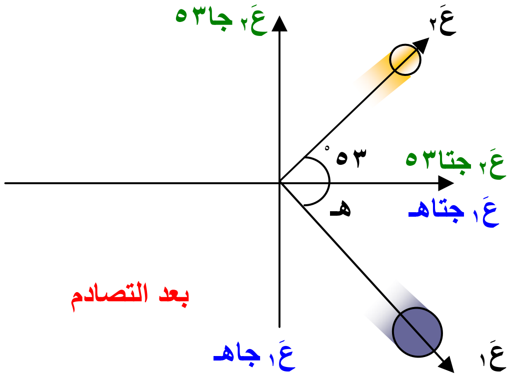
عَ$_1$ = ١٠٠ م / ث

١٩- كرة كتلتها ٠,٣ كجم ، ساكنة فوق سطح أفقي أملس ، اصطدمت بها كرة أخرى كتلتها ٠,٢ كجم تتحرك في اتجاه المحور السيني بسرعة ٢ م / ث ، وبعد التصادم كانت سرعة الكرة الصغيرة ١ م / ث واتجاهها يصنع ٥٣° مع المحول السيني الموجب ، احسب سرعة الكرة الكبيرة بعد التصادم .

الحل : لاحظ أن هذه المسألة تابعة للتصادم في بعدين لأن الكرة بعد اصطدامها لم تكن على نفس المحور ، لذلك نرسم الشكل .

ك١ = ٠,٣ كجم ، ع١ = ٠ م / ث ع َ١ = ؟

ك٢ = ٠,٢ كجم ، ع٢ = ٢ م / ث ، ع َ٢ = ١ م / ث



نطبق قانون حفظ كمية الحركة مرة على المحور السيني وأخرى على الصادي :

على المحور السيني :

ع َ١ = ع َ١ جتاهـ ع َ٢ = ع َ٢ جتا٥٣

ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = ك١ ع َ١ + ك٢ ع َ٢

٠,٣ × ٠ + ٠,٢ × ٢ = ٠,٣ × ع َ١ جتاهـ + ٠,٢ × ع َ٢ جتا٥٣

٠,٤ = ٠,٣ × ع َ١ جتاهـ + ٠,٢ × ١ جتا٥٣

٠,٤ = ٠,٣ ع َ١ جتاهـ + ٠,١٢

٠,٤ – ٠,١٢ = ٠,٣ ع َ١ جتاهـ

٠,٢٨ = ٠,٣ ع َ١ جتاهـ

٠,٩٣ = ع َ١ جتاهـ .... (١)

على المحور الصادي :

ع َ١ = - ع َ١ جاهـ ع َ٢ = ع َ٢ جا٥٣ ع١ = ٠ م / ث ع٢ = ٠ م / ث

ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = ك١ ع َ١ + ك٢ ع َ٢

٠,٣ × ٠ + ٠,٢ × ٠ = - ٠,٣ × ع َ١ جاهـ + ٠,٢ × ع َ٢ جا٥٣

٠ = - ٠,٣ × ع َ١ جاهـ + ٠,٢ × ١ جا٥٣

٠ = - ٠,٣ ع َ١ جاهـ + ٠,١٦

٠,١٦= ٠,٣ ع َ١ جاهـ

٠,٥٣= ع َ١ جاهـ .... (٢)

بقسمة (٢) على (١) :

$$\frac{٠,٥٣}{٠,٩٣} = \frac{\text{ع َ١ جاهـ}}{\text{ع َ١ جتاهـ}}$$

٠,٥٧ = ظاهـ

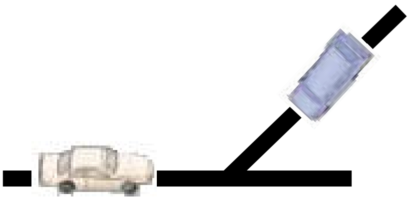
هـ = ٢٩,٨٣°

لحساب (ع َ١) نستخدم إحدى المعادلتين (١) أو (٢) :

٠,٩٣ = ع َ١ جتاهـ

٠,٩٣ = ع َ١ جتا٢٩,٨٣

ع َ١ = ١,١ م / ث



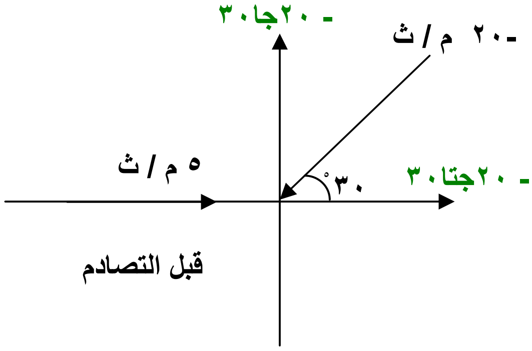
٢٠- عربة كتلتها ٧٥٠٠ كجم تسير بسرعة ٥ م / ث باتجاه محور السينات الموجب ، اصطدمت بعربة أخرى كتلتها ١٥٠٠ كجم تسير بسرعة ٢٠ م / ث باتجاه ٣٠° مع محور السينات السالب كما في الشكل فإذا التصقت العربتان ، فاحسب سرعة واتجاه العربتين بعد التصادم

الحل :

لاحظ أن هذه المسألة تابعة للتصادم في بعدين ولكن العربة الثانية ليست على نفس المحور لذلك لا بد من تحليل مركبتي سرعتها كما في الشكل :

ك١ = ٧٥٠٠ كجم ، ع١ = ٥ م / ث ، عَ١ = ؟

ك٢ = ١٥٠٠ كجم ، ع٢ = -٢٠ جتا٣٠ ، عَ٢ = ؟



نطبق قانون حفظ كمية الحركة مرة على المحور السيني وأخرى على الصادي :

على المحور السيني :

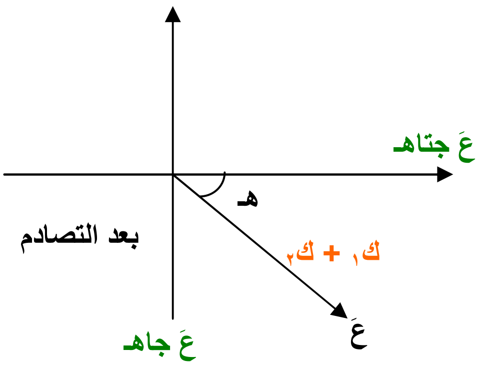
ع١ = ٥ م / ث ، ع٢ = -٢٠ جتا٣٠ ، عَ = عَ جتاهـ

ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = (ك١ + ك٢) عَ

٧٥٠٠ × ٥ + ١٥٠٠ × (- ٢٠ جتا٣٠) = (٧٥٠٠ + ١٥٠٠) عَ جتاهـ

١١٥١٩,٢٤ = ٩٠٠٠ عَ جتاهـ

١,٢٨ = عَ جتاهـ .... (١)



على المحور الصادي :

ع١ = ٠ م / ث ، ع٢ = -٢٠ جا٣٠ ، عَ = - عَ جاهـ

ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = (ك١ + ك٢) عَ

٧٥٠٠ × ٠ + ١٥٠٠ × (- ٢٠ جا٣٠) = (٧٥٠٠ + ١٥٠٠) (- عَ جاهـ)

- ١٥٠٠٠ = - ٩٠٠٠ عَ جاهـ

١٥٠٠٠ = ٩٠٠٠ عَ جاهـ

١,٦٧ = عَ جاهـ .... (١)

بقسمة (٢) على (١) :

$$\frac{١,٦٧}{١,٢٨} = \frac{\text{عَ جاهـ}}{\text{عَ جتاهـ}}$$

١,٣ = ظاهـ

هـ = ٥٢,٥٣°

لحساب (عَ) نستخدم إحدى المعادلتين (١) أو (٢) :

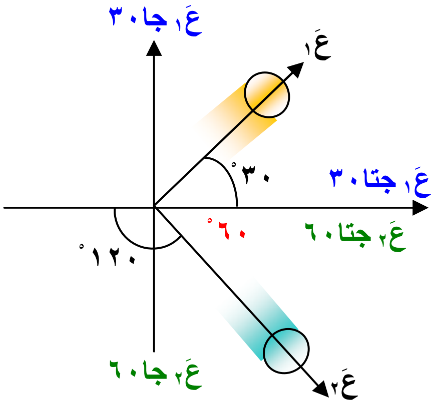
١,٦٧ = عَ جاهـ

١,٦٧ = عَ جا٥٢,٥٣

عَ = ٢,١ م / ث

٢١- كرتان تتحركان في اتجاهين متعاكسين على سطح مستو ، كتلة الأولى ٢٠ جم وسرعتها ١٢ م / ث وكتلة الثانية ٦٠ جم وسرعتها ٢ م / ث ، اصطدمت الكرتان فانحرفت الأولى عن مسارها الأصلي ٣٠ ° وانحرفت الثانية ١٢٠ ° كما في الشكل ، احسب سرعة كل كرة بعد الاصطدام.

قبل التصادم



بعد التصادم

الحل : نرسم تخطيطا للشكل كما في الشكل المقابل :

ك١ = ٢٠ جم = ٠,٠٢ كجم ، ك٢ = ٦٠ جم = ٠,٠٦ كجم

على المحور السيني :

قبل التصادم :

ع١ = ١٢ م / ث ، ع٢ = -٢ م / ث

بعد التصادم :

عَ١ = عَ١ جتا٣٠ ، عَ٢ = عَ٢ جتا٦٠

ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = ك١ عَ١ + ك٢ عَ٢

٠,٠٢ × ١٢ + ٠,٠٦ × (- ٢) = ٠,٠٢ × عَ١ جتا٣٠ + ٠,٠٦ × عَ٢ جتا٦٠

٠,١٢ = ٠,٠١٧ عَ١ + ٠,٠٣ عَ٢ .... (١)

على المحور الصادي :

قبل التصادم :

ع١ = ٠ م / ث ، ع٢ = ٠ م / ث

بعد التصادم :

عَ١ = عَ١ جا٣٠ ، عَ٢ = - عَ٢ جا٦٠

ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = ك١ عَ١ + ك٢ عَ٢

٠,٠٢ × ٠ + ٠,٠٦ × ٠ = ٠,٠٢ × عَ١ جا٣٠ - ٠,٠٦ × عَ٢ جا٦٠

٠ = ٠,٠١ عَ١ - ٠,٠٥٢ عَ٢

عَ١ = ٥,٢ عَ٢ .... (٢)

نعوض عن عَ١ من المعادلة (٢) في المعادلة (١) كما يلي :

٠,١٢ = ٠,٠١٧ عَ١ + ٠,٠٣ عَ٢

٠,١٢ = ٠,٠١٧ (٥,٢ عَ٢) + ٠,٠٣ عَ٢

٠,١٢ = ٠,٠٨٨٤ عَ٢ + ٠,٠٣ عَ٢

٠,١٢ = ٠,١١٨٤ عَ٢

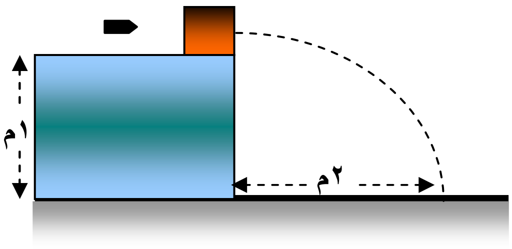
عَ٢ = ١ م / ث

نحسب عَ١ من العلاقة (٢) :

عَ١ = ٥,٢ عَ٢

عَ١ = ٥,٢ × ١ = ٥,٢ م / ث

٢٢ـ طلقة كتلتها ٨ جرام ، اطلقت على قالب خشبي كتلته ٢,٥ كجم ، ساكن فوق حافة طاولة ملساء ارتفاعها ١م عن سطح الأرض كما في الشكل المقابل ، فاستقرت الطلقة في القالب ، وبعد التصادم سقط القالب والطلقة معا على بعد ٢ م من حافة الطاولة ، ما هي سرعة الطلقة قبل الدخول في القالب مباشرة .



الحل : ك$_{١}$ = ٨ جم = ٠,٠٠٨ كجم ، ك$_{٢}$ = ٢,٥ كجم

ف$_{ص}$ = ـ ١ م ، ف$_{س}$ = ٢ م ، هـ = ٠

لابد من إيجاد السرعة النهائية للطلقة والقالب معا ونوجد هذه السرعة من معادلات المقذوفات المنحنية كالتالي :

ف$_{س}$ = عَ ز جتاهـ

ولكي يجب علينا أن نحسب (ز) وذلك من العلاقة التالية :

ف$_{ص}$ = ع. ز جاهـ ـ $\frac{١}{٢}$ جـ ز^{٢}

ـ ١ = ٠ ـ $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ ز^{٢}

ز = ٠,٤٥ ث.

إذا :

ف$_{س}$ = عَ ز جتاهـ

٢ = عَ × ٠,٤٥ جتا٠

عَ = ٤,٤٣ م / ث

الآن نحسب سرعة الطلقة قبل اصطدامها بالقالب من قانون حفظ كمية الحركة للتصادم غير المرن التام:

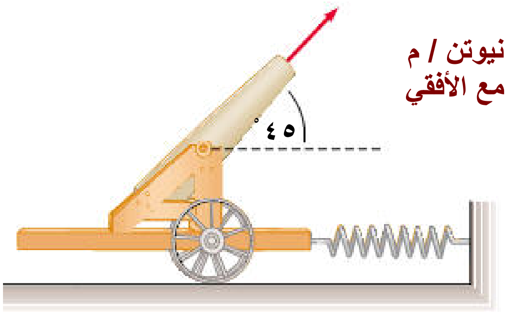
ك$_{١}$ ع$_{١}$ + ك$_{٢}$ ع$_{٢}$ = (ك$_{١}$ + ك$_{٢}$) عَ

٠,٠٠٨ ع$_{١}$ + ٠ = (٠,٠٠٨ + ٢,٥) × ٤,٤٣

ع$_{١}$ = ١٣٨٧,٩٢ م / ث

ملاحظة :
يمكن حل هذا السؤال مباشرة من العلاقة :

$$ع_{١} = \frac{ك_{١} + ك_{٢}}{ك_{١}} \sqrt{\frac{جـ \, ف_{س}^{٢}}{٢ \, ف_{ص}}}$$



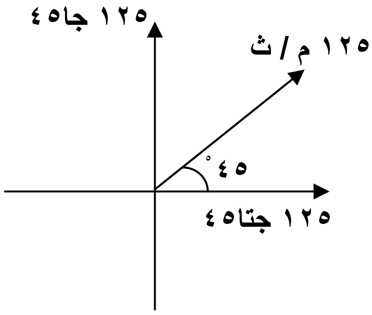
٢٣- مدفع مثبت على عربة مجموع كتلتيهما ٥٠٠٠ كجم متصلة بنابض ثابته ٢٠٠٠٠ نيوتن / م كما في الشكل المقابل ، يطلق المدفع قذيفة كتلتها ٢٠٠ كجم بسرعة ١٢٥ م / ث تصنع مع الأفقي زاوية ٤٥° ، احسب :

أ- السرعة التي يرتد بها المدفع والعربة بعد إطلاق القذيفة.

ب- الاستطالة التي تحصل للنابض بعد إطلاق القذيفة.

ج- أقصى قوة يؤثر بها النابض على العربة.

الحل : نرسم تخطيطا للشكل :



لدينا كتلتين الأولى (المدفع والعربة معا) والثانية القذيفة إذا :

$ك_١$ = ٥٠٠٠ كجم ، $ع_١$ = ٠ م / ث ، $عَ_١$ = ؟

$ك_٢$ = ٢٠٠ كجم ، $ع_٢$ = ٠ ، $عَ_٢$ = ١٢٥ جتا٤٥

ثا = ٢٠٠٠٠ نيوتن / م

أ-

$ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = ك_١ عَ_١ + ك_٢ عَ_٢$

٥٠٠٠ × ٠ + ٢٠٠ × ٠ = ٥٠٠٠ $عَ_١$ + ٢٠٠ × ١٢٥ جتا٤٥

$عَ_١$ = - ٣,٥٤ م / ث

ب- نستطيع حل هذه الفقرة بنظرية الشغل والطاقة كما يلي :

$\sum$ شغ = $\frac{١}{٢}$ ك ($ع_٢^{٢} - ع_١^{٢}$) + جـ ك ($ف_٢ - ف_١$)

لايوجد لدينا إلا شغل النابض فتصبح العلاقة السابقة :

$\frac{١}{٢}$ ثا $ف_ن^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ $ك_١$ ($ع_٢^{٢} - ع_١^{٢}$) + جـ ك ($ف_٢ - ف_١$)

$\frac{١}{٢}$ × ٢٠٠٠٠ $ف_ن^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٥٠٠٠ ((- ٣,٥٤)^{٢} − ٠) + ٠

١٠٠٠٠ $ف_ن^{٢}$ = ٣١٣٢٩

$ف_ن$ = ١,٧٧ م

ج- نحسب أقصى قوة يؤثر بها النابض على العربة من قانون هوك :

ق = ثا × ف

ق = ٢٠٠٠٠ × ١,٧٧ = ٣٥٤٠٠ نيوتن

المراجع

١- كتاب الفيزياء الصف الثاني الثانوي في المملكة العربية السعودية
٢- المنهج الفلسطيني
٣- الفيزياء للجامعات (الميكانيكا) ، أ. د محمد فاروق أحمد
٤- الفيزياء العامة ، محمد عطية سويلم وآخرون
٤- مذكرات في الفيزياء ، أ. محمد الحيلة
٥- سلسلة ملخصات شوم (الفيزياء الجامعية)

المراجع الأجنبية

1- Physics for Scientists and Engineers , [Serway]
2- Fundamental of Physics , [Halliday-Resnick-Walker]