الفصل الثاني

القياسات الفيزيائية و تقدير الإرتيابات

تعتبر القياسات أساس العلوم الطبيعية الدقيقة بما فيها الفيزياء. عند القياسات قيم المقادير الفيزيائية يعبر عنها بأعداد تبين كم مرة المقدار المقاس أكبر أو أقل من مقدار آخر، قيمته تؤخذ كوحدة. القيم العددية للمقادير المختلفة المتحصل عليها بعد القياسات، على سبيل المثال الفترات الزمنية، المسافات، السرعات إلى غير ذلك، يمكنها الاعتماد على بعضها البعض. تضع الفيزياء علاقة بين مثل هذه المقادير وتعبر عنها على شكل علاقات (قوانين)، التي تبين كيف يمكن الحصول على القيم العددية لبعض المقادير بمعرفة القيم العددية لمقادير أخرى.

الحصول على قيم عددية قريبة من الحقيقية للمقادير الفيزيائية لا يعتبر أبدا مسالة سهلة بسبب الأخطاء المتعددة التي لا يمكن تجنبها خلال القياسات. سنتناول أسفله هذه الأخطاء، وأيضا الطرق المستعملة عند معالجة النتائج المتحصل عليها عند القياسات. التمكن من هذه الطرق ضروري لتعلم الحصول من القياسات المتعددة على النتائج الأقرب منها إلى الحقيقة، ملاحظة التباينات والأخطاء في وقتها، تنظيم القياسات وتقييم دقة النتائج المتحصل عليها.

1.2. القياسات وارتياباتها:

تقسم القياسات إلى مباشرة وغير مباشرة. تجرى القياسات المباشرة باستعمال الأجهزة التي تقيس المقدار المدروس نفسه. فكتلة الأجسام يمكن الحصول عليها باستعمال الموازين، الطول يقاس بالمسطرة، والفترات الزمنية بالميقاتية. نفس المقادير في بقية الحالات يمكن الحصول عليها فقط بمساعدة القياسات الغير مباشرة عن طريق قياس مقادير أخرى. على سبيل المثال: الحصول على كتلة الأرض، المسافة بين الأرض والشمس، الفترات الزمنية الخاصة بالظواهر الجيولوجية، كثافة الأجسام انطلاقا من الكتلة والحجم، سرعة قطار انطلاقا من المسافة المقطوعة في فترة زمنية معينة.

نوعية القياسات تحدد بدقتها. في القياسات المباشرة تقيم دقة التجارب بتحليل دقة الطريقة والأجهزة، وأيضا بتكرار نتائج القياسات. دقة القياسات الغير مباشرة تعتمد على متانة المعطيات المستعملة للحساب وعلى شكل العلاقات التي تربط هذه المعطيات بالمقدار قيد البحث.

دقة القياسات تميزها ارتياباتها. يسمى الفرق بين القيمة المتحصل عليها تجريبيا والقيمة الحقيقية للمقدار الفيزيائي G خطأ القياس ΔG

$$\Delta G = G_{mes} - G_{réel} \tag{1}$$

إلى جانب الخطأ المطلق ΔG ، في اغلب الحالات يكون ضروري معرفة الخطأ النسبي المساوي إلى نسبة الخطأ المطلق إلى القيمة الحقيقية.

$$\frac{\Delta G}{G_{réel}} = \frac{G_{mes} - G_{réel}}{G_{réel}} \tag{2}$$

نوعية القياسات عادة تعطى بالخطأ النسبي وليس بالخطأ المطلق. نفس الخطأ المرتكب والذي قيمته $1mm$ غير معتبرعند قياس طول حجرة $l = 5m$ ، ولكن نفس الخطأ عند قياس طول طاولة $l = 1m$ له اعتبار، أما عند قياس قطر برغي $d = 2mm$ فهو غير مسموح به تماما. هذا يعني أن الخطأ النسبي في الحالة الأولى $0,02\,\%$ ،في الحالة الثانية $0,1\%$ ، أما في الحالة الثالثة $50\,\%$.

من العلاقات (1) و(2) لكي نحصل على الخطأ النسبي والمطلق للقياسات، يجب معرفة ليس فقط القيمة المقاسة ولكن أيضا القيمة الحقيقية للمقدار المعتبر. ولكن إذا كانت القيمة الحقيقية معلومة، فما جدوى القياسات إذن.ولذلك في القياسات لا تحسب الإرتيابات و إنما تقدر(تعوض مفردة أخطاء القياسات بإرتيابات القياسات). عند التقديرات (التي نادرا ما نتمكن من إجرائها بدقة أحسن من $20\,\% - 30\,\%$) تؤخذ بعين الاعتبار ظروف إجراء التجربة، دقة الطريقة، نوعية الأجهزة ومجموعة عوامل أخرى.

2.2. الارتيابات العشوائية والنظامية:

عند الحديث عن ارتيابات القياسات، يجب قبل كل شئ التذكير بالارتيابات الفادحة المرتكبة جراء إهمال المجرب أو عدم صلاحية الأجهزة. مثل هذه الأخطاء تقع على سبيل المثال، إذا قرأ المجرب رقم التدريجة على السلم,اذا حدثت دارة مستقصرة في الدارة الكهربائية ونتيجة لأسباب أخرى مماثلة. الأخطاء الفادحه يجب تفاديها. إذا تؤكد من وجودها يجب الغاء القياسات الموافقة.

دون اعتبار الأخطاء الفادحة تقسم ارتيابات التجربة إلى عشوائية ونظامية. بإعادة نفس القياسات عدة مرات، يمكن ملاحظة أن نتائجها غالبا لا تتساوى، ولكن تتوزع في مجال معين. الارتيابات التي تتغير قيمتها وإشارتها من تجربة إلى أخرى تسمى عشوائية .

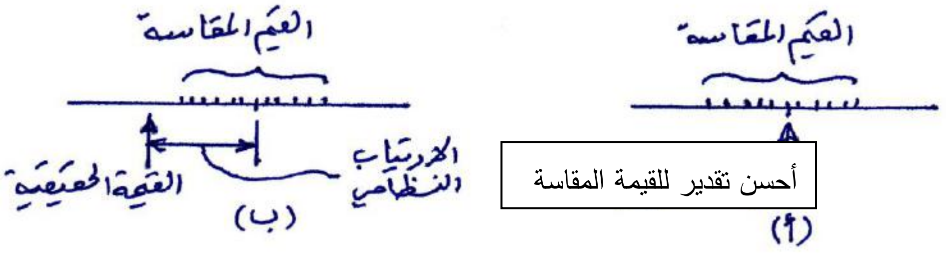
يمكن أن ترتبط الارتيابات العشوائية بالاحتكاك الصلب (سببه مؤشر الجهاز لا يتوقف في مكانه الصحيح وإنما قريبا منه)، بالعناصر في الآليات الميكانيكية، بالهزة التي لا يمكن تفاديها بسهولة في ظروف المدينة، بعدم إتقان الجسم المراد إجراء قياسات عليه (على سبيل المثال، عند قياس قطر سلك، ولأسباب عشوائية، ظهرت عند صنعه لا يملك هذا الأخير مقطعا دائريا بالضبط) أو بخصائص المقدار المقاس نفسه. نتناول الحالة الأخيرة.

نقيس مثلا عدد الجسيمات الفضائية المارة خلال العداد في دقيقة. لأبعاد كبيرة كفاية للعداد يساوي هذا العدد بضعا مئات أو حتى آلاف. نفرض أنه مر في الدقيقة الأولى 345 جسيما. بإعادة القياس، نجد أنه في التجارب المختلفة نحصل على أعداد مختلفة (بصفة عامة لا يختلف كثيرا عن 345). ويحدث هذا لأنه في حالتنا عدد الجسيمات المارة خلال العداد في دقيقة يعتبر مقدارا عشوائيا. الإشعاع الكوني يوصف بشكل صحيح ليس بعدد الجسيمات المارة خلال العداد في دقيقة معينة، ولكن بالعدد المتوسط للجسيمات المارة في دقيقة خلال العداد و بانحراف متوسط للجسيمات في مختلف التجارب.

هذا لا يعني أننا أخذنا ظاهرة استثنائية في حديثنا عن مرور الجسيمات الفضائية خلال العداد. مثل هذا التشتت في نتائج القياسات يلاحظ عند دراسة (باستعمال العدادات) عدد التفككات في المصادر الإشعاعية، عند دراسة تيارات جد ضعيفة، لما تمر كمية ضعيفة من الالكترونات أو الأيونات خلال جهاز القياس وفي مدة إجراء القياس(مثال في مطياف الكتلة: Spectromètre de masse) وفي كثير من الحالات الأخرى.

تدرس الارتيابات العشوائية للقياسات عن طريق مقارنة النتائج المتحصل عليها من بعض التجارب في ظروف متطابقة. يجب دائما إجراء اثنين أو ثلاثة قياسات. إذا تقاربت النتائج يمكن عند ذلك التوقف. إذا تباعدت النتائج، يجب محاولة معرفة السبب. غالبا تكون نتيجة لعدم صلاحية الجهاز أو سوء ربطه، أو أن الروابط الكهربائية غير ملحمة أو غير مضغوطة كفاية. في هذه الحالة ,قبل كل شيء، يجب محاولة إصلاح الأجهزة. إذا لم يتمكن من إبعاد السبب، يجب إجراء بعض القياسات وتسجيل كل النتائج المتحصل عليها. أسفله نرى كيف يجب التعامل مع القيم المتحصل عليها.

تحتفظ الارتيابات النظامية بقيمتها (وإشاراتها!) خلال التجربة. يمكن أن ترتبط بأخطاء الأجهزة (سلم خاطئ، استطالة غير خطية للنابض, خطوة البرغي غير منتظمة، عدم تجانس ذراعي الميزان) وبالتركيبة نفسها للتجربة(تعيين سرعة قطار بمعرفة المسافة المقطوعة في الجزء حيث تتم الحركة بتسارع صغير غير ملاحظ من قبل المجرب، تأثير الاحتكاك وإلى غير ذلك). نتيجة للإرتيابات النظامية النتائج المشتتة بسبب الإرتيابات العشوائية لا تتوزع حول القيمة الحقيقة وإنما حول قيمة ما مزاحة.



الشكل 1. تشتت النتائج حول القيمة الحقيقية عند غياب (أ) و عند وجود (ب) الإرتيابات النظامية.

الشكل (1) يوضح الفرق بين الارتيابات العشوائية والنظامية. في الوضعية الموضحة في الشكل 1 (أ) ، الارتياب النظامي مهمل. القيم المقاسة تختلف عن الحقيقية نتيجة للإرتيابات العشوائية للتجربة. الشكل1 (ب) ، يوضح نتائج التجربة عند وجود الارتيابات العشوائية وكذا الارتيابات النظامية.

يمكن دراسة وإلغاء الارتيابات النظامية للتجربة عن طريق تصحيح نتائج القياسات. عدم تجانس ذراعي الميزان يمكن دراسته بتغيير أماكن الأثقال على الذراعين. عدم دقة سلم أجهزة القياس الكهربائية يمكن تصحيحها بمقارنة إشارتها مع إشارة أجهزة أخرى أكثر دقة، إلى غير ذلك، كقاعدة الأمور لا تجري هكذا. إذا كانت الارتيابات النظامية كبيرة نوعا ما لبلوغ هدف محدد، فإنه عادة تستعمل أجهزة جديدة أكثر دقة دون اللجوء إلى دراسة ارتيابات الأجهزة القديمة.

لا يجب اعتبار الفرق بين الارتيابات العشوائية والنظامية مطلق. فهو مرتبط بتركيبة التجربة. يمكن تحويل الارتياب النظامي المرتبط بخطأ في السلم الى ارتياب عشوائي (قيمته وإشارته يعتمدان على وضعية الأمبير متر في التجربة) عند استعمال بعض الأمبيرمترات المختلفة لقياس التيار. ولذلك، في كل تجربة معطاة حيث التركيبة معينة دائما يمكن ويجب تعيين الفرق بين الارتيابات العشوائية والنظامية بشكل تام.

1.2.2. الارتيابات العشوائية:

تدرس المقادير العشوائية التي ترتبط بها الارتيابات العشوائية في نظرية الاحتمالات وفي الإحصاء الرياضي. نتناول هنا بالتوضيحات دون براهين الخصائص الأساسية والقوانين الأساسية للتعامل مع مثل هذه المقادير في الحجم اللازم بالقدر اللازم لمعالجة نتائج القياسات المتحصل عليها في المخبر. في هذه الفقرة نفترض أن الارتيابات النظامية صغيرة وبالتالي تهمل وكل الأخطاء ترجع الى الارتيابات العشوائية. نتناول فيما بعد (العنصر3.2.2.) كيفية التعامل مع الحالات أين نأخذ بعين الاعتبار الارتيابات العشوائية والنظامية للتجربة.

مثال:

نتناول كمثال المعطيات المتحصل عليها عند قياس كتلة جسم باستعمال ميزان يملك مجال خمول بسبب احتكاك الموشور على الوسادة . لتكن كتلة الجسم قريبة من القيمة $48\,mg$. نتائج القياسات أمكن إعطاؤها حسب السلم بدقة $0.1\,mg$ (ملغ). لدينا:

رقم التجربة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
الكتلة، mg	48.0	47.9	47.5	48.2	48.4	47.8	48.6	48.3	47.8	48.1	48.2

عوض نتيجة واحدة حصلنا على إحدى عشرة نتيجة. ماذا نصنع بهذه الأعداد؟ كيف نجد منها القيمة القريبة كفاية من القيمة الحقيقية لكتلة الجسم وكيف نقيم ارتياب النتيجة المتحصل عليها؟ هذا السؤال يدرس بإسهاب في الإحصاء الرياضي. نعطي هنا القوانين الموافقة بدون برهان.

كأحسن تقدير لقيمة المقدار المقاس عادة نقبل المتوسط الحسابي (moyenne arithmétique) لكل النتائج المتحصل عليها:

$$\overline{G} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} G_i \qquad (3)$$

في حالتنا هذه نحصل على:

$$\overline{m} = \frac{1}{11}(48.0 + 47.9 + \ldots + 48.1 + 48.2) = 48.1\,mg$$

لهذه النتيجة يكتب الارتياب المعرف بالعلاقة:

$$\delta G = \frac{1}{N}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(G_i - \overline{G})^2} \qquad (4)$$

في حالتنا هذه:

$$\delta m = \frac{1}{11}\sqrt{(48.0-48.1)^2+(47.9-48.1)^2+\ldots+(48.2-48.1)^2} = 0.1mg$$

نتيجة التجربة تكتب على الشكل :

$$G = \bar{G} \pm \delta G \qquad (5)$$

في حالتنا هذه: $m = (48.1 \pm 0.1)mg$

نتناول العلاقتين (3)و(4). قبل كل شيء نحاول فهم كيف تعتمد نتيجة الحساب على عدد القياسات. العلاقة(3) تبين أن $\bar{G}$ تعتمد بشكل ضعيف على عدد القياسات. كل القيم الموجودة في البسط تقريبا متساوية مجموعها متناسب مع عدد القيم. عند القسمة على المقام نحصل على قيمة تعتمد بشكل ضعيف على عدد القياسات. هكذا طبعا لا بد أن يكون. القيمة المتوسطة المقاسة بطريقة تجريبية صحيحة دائما تكون قريبة من القيمة الحقيقية وفي مختلف التكرارات المستقلة عن بعضها للقياسات تأخذ هذه القيمة ارتيابات عشوائية صغيرة حول القيمة الحقيقية.

ارتياب التجربة، المعرف بالعلاقة (4)، يتناقص حسب $\sqrt{N}$ مع زيادة عدد القياسات N :

$$\delta \sim \frac{1}{\sqrt{N}} \qquad (6)$$

(عدد عناصر المجموع في (4) يتزايد تبعا إلى N ، البسط في (4) يتزايد تبعا إلى $\sqrt{N}$ ، وكل العبارة تتناقص تبعا إلى $\sqrt{N}$). هذه النتيجة تعتبر مهمة جدا . مع زيادة عدد القياسات(التكرارات) الأخطاء في اتجاه الزيادة والنقصان تعوض بعضها البعض، والقيمة المتوسطة تقترب من القيمة الحقيقة. في مثال قياس الكتلة القياسات كل على حدى تختلف عن القيمة المتوسطة ببعض الأعشار، وإرتياب النتيجة المتحصل عليه بأخذ متوسط كل القياسات يكون في حدود عشر واحد.

العلاقة(4) يمكن كتابتها بشكل آخر:

$$\delta G = \frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(G_i - \bar{G})^2}$$

باستعمال هذا الشكل للكتابة يوضع العدد $\frac{1}{\sqrt{N}}$ ، الذي يميز تحسين النتيجة بزيادة عدد القياسات، خارج الجذر الكلي، وتبقى تحت الجذر القيمة المتوسطة لمربع الانحرافات، المحسوبة على كل القياسات.

كما ذكر سابقا ارتياب النتيجة ليس للتعيين وإنما للتقدير. التقدير (4) اختير بحيث عند إجراء عدد من السلاسل التجريبية الارتياب في $2/3$ من الحالات يظهر أقل من δG ، وفي $1/3$من الحالات أكبر من δG.

بمعنى آخر، إذا أجرينا في مثالنا السابق 10 سلاسل مماثلة من القياسات (الكتلة) بدلا من سلسلة واحدة من 11 قياس , فإننا ننتظر أنه من ست أو سبع سلاسل لكل سلسلة قيمة متوسطة تختلف عن الكتلة الحقيقية للجسم بأقل من $0.1mg$ و لبقية السلاسل قيمها المتوسطة تختلف بأكبر من $0.1mg$.

الارتياب، المعرف بصحة $2/3$ ، عادة يسمى معياري (أو المتوسط التربيعي). ومربعه التشتت. يمكن برهنة أنه كقاعدة، ارتياب التجربة في 5% من الحالات يفوق $\pm 2\delta$ وتقريبا دائما يظهر أقل من $\pm 3\delta$.

للوهلة الأولى من المعطيات السابقة يمكن استنتاج أنه بالزيادة اللامنتهية لعدد القياسات يمكن الحصول على نتائج جد حسنة ولو باستعمال أجهزة جد بدائية. ليس هكذا بالطبع. بزيادة عدد القياسات تتناقص الارتيابات العشوائية فقط. الارتيابات المرتبطة بالطريقة والمرتبطة بنوعية الأجهزة (على سبيل المثال الخطأ في السلم)،لا تتغير عند زيادة عدد التجارب. في المثال السابق نتيجة قياس الكتلة تدور حتى اعشار الميلغرام. لانه لا يمكن إجراء القياس حتى أجزاء المائة. من معطيات الجدول يظهر أنه وقع الخطأ حتى بعض الأعشار بعد كل القياسات. من بين القيم نجد نتائج تختلف عن القيمة المتوسطة ب 0.3

الى0.5. بعد أخذ المتوسط ل11 قياس الارتياب تناقص بشكل معتبر. ولكن إذا أردنا معرفة كتلة الجسم بدقة أحسن من ذلك، لا يكفي فقط زيادة عدد القياسات. يلزم استعمال ميزان أدق يعطينا القياسات حتى أجزاء المائة من الميلغرام.

العلاقة(4) تسمح بتقدير جيد لقيمة الارتياب المعياري في الحالات حيث عدد القياسات لا يقل عن 4−5. لعدد أقل من ذلك الأحسن استعمال تقديرات أخرى أكثر تعقيدا. لكن قيمة كل هذه التقديرات في عدد ضئيل من القياسات تظهر غير عالية.

2.2.2. الارتيابات النظامية:

يجري المجرب تقدير للارتيابات النظامية بتحليل خصائص الطريقة، دقة الأجهزة في دفتر البيانات (Catalogue) وبإجراء تجارب مراقبة.

تعطى الارتيابات النظامية لأجهزة القياس الكهربائية التي تقدمها الصناعة (الامبيرمتر، الفولتمتر، الجسور....) بدرجة الدقة(classe de précision) التي تقدر عادة بنسبة مئوية. الامبيرمتر درجته 0.2 (الخاضع لمراقبة نظامية) يسمح بإجراء قياسات بارتياب مطلق لا يفوق 0.2% من التيار الموافق لأقصى سلم الجهاز. في كل أجزاء السلم، في بدايته، وسطه وفي نهايته الارتياب نفسه.

نشير إلى الفرق بين تعريف الارتيابات وتعريف درجة الدقة(classe de précision). الارتيابات تميز الأخطاء المتوسطة التربيعية . في القياسات المتعددة الخطأ الحقيقي في $2/3$من الحالات فقط أقل من المتوسط التربيعي وفي $1/3$ من الحالات أكبر منه. درجة الدقة تميز القيمة القصوى الممكنة للارتياب. الأجهزة التي يمكنها إعطاء ولو في بعض الحالات إرتيابات كبيرة لا بد من إلحاقها إلى درجة دقة أخرى. هذا الفرق في التعريفات غير ملائم. في المنشورات العلمية متفق على إعطاء الخطأ المتوسط التربيعي بالضبط و ليس الخطأ الأقصى. لا توجد علاقات مضبوطة لترجمة ارتيابات إلى أخرى. يمكن استعمال هذه القاعدة البسيطة التالية: لتقييم الارتيابات المتوسطة التربيعية لأجهزة القياس الكهربائية نقسم على اثنين الارتياب المعرف بدرجة دقة الجهاز.

كما أشير سابقا، درجة أجهزة القياس الكهربائية تعطي الارتياب الأقصى الذي لا يتغير من بداية السلم إلى آخره. الارتياب النسبي خلال ذلك يتغير بشكل معتبر، ولذلك تضمن الأجهزة دقة جيدة عند وضعية السهم في نهاية السلم وليس في بدايته. ولذلك تعطى توصية: اختيار الأجهزة(أو الجهاز المتعدد السلم) لكي يكون السهم في وضعية بعد منتصف السلم.

عند الحديث عن الارتيابات النظامية يجب ذكر خطأ القراءة بالعين. أغلبية الأجهزة لا تمتلك سلم بالفرنية (Vernier) . وعند ذلك أجزاء التدريجة تقرأ بالعين. هذا الخطأ يقدر بعشر إلى عشرين تدريجة. عند القراءة يجب ان يكون شعاع النظر عمودي على السلم. ولتسهيل ذلك في بعض الأجهزة توضع مرآة (أجهزة ذات مرآة). وضعية عين المجرب تكون صحيحة إذا انطبق سهم الجهاز على ظله في المرآة. عند العمل بالأجهزة الكهربائية يجب أن تأخذ القراءة بعين الاعتبار عدد التدريجات الصحيحة وعدد أجزاء أعشار التدريجة (إذا كان السهم لا يتحرك ولا يتذبذب للقراءة الصحيحة).

نوضح هذه القاعدة المشار إليها. سلم أجهزة القياس الكهربائية تصنع بحيث تدريجة واحدة تقريبا تساوي الارتياب الأقصى للجهاز. إذا ما أهمية قراءة أجزاء أعشار التدريجة؟ الإجابة عن هذا السؤال نجده في العنصر(7). نشير أنه عند القياسات، عند الحساب وعند كتابة النتائج بغض النظر عن الأرقام المعبرة(chiffres significatifs)المعلومة، دائما يوضع عدد زائد. هذه الطريقة تمكن في اللحظة ملاحظة أي عدم انتظام طفيف للعلاقات الدالية المدروسة. على سبيل المثال، عند تحرك سهم الجهاز أثناء القياس بنصف تدريجة إلى الأمام هذه النتيجة تعتبر مهمة وفي الحالة حيث ارتياب الجهاز يساوي تدريجة كاملة.

بعض الملاحظات حول دقة المساطر: المساطر المعدنية دقيقة جدا: التدريجات الميلميترية توضع بارتياب لا يفوق $\pm 0.05mm$، والسنتيميترية لا يفوق $0.1mm$. ارتياب القياس باستعمال هذه المساطر عمليا يساوي ارتياب القراءة بالعين. المساطر الخشبية والبلاستيكية الاحسن عدم استعمالها: ارتياباتها غير معلومة ويمكن ان تكون كبيرة.

الميكرومتر (micromètre) يضمن دقة $0.01mm$، وارتياب القياس بالقدم القنوية يعطي بدقة الفرنية (للقدم القنوية قيمة تدريجة واحدة للفرنية تكون عادة 0.1 أو $0.05mm$) .

3.2.2. جمع الارتيابات العشوائية والنظامية:

في التجارب الحقيقية توجد الارتيابات العشوائية والنظامية. نفرض أنها تتميز بالارتيابات العيارية δ_{sys} ، $\delta_{alé}$. مجموع الارتيابات يعطى بالعلاقة :

$$\delta^2{}_{tot} = \delta^2{}_{alé} + \delta^2{}_{sys} \qquad (7)$$

نوضح هذه العلاقة. الارتيابات العشوائية والنظامية يمكن حسب الحالة جمعها أو طرحها. كما قيل سابقا دقة التجارب تميز ليس بالارتياب الأقصى (أو الأدنى) وإنما بالمتوسط التربيعي ولذلك من الصحيح الارتياب المحسوب لا بد ان يكون أقل من المجموع $\delta_{alé} + \delta_{sys}$ وأكبر من الفرق بينهما $|\delta_{alé} - \delta_{sys}|$. ولذلك فالعلاقة (7) تحقق هذا الشرط.

$$\delta^2{}_{tot} = \delta^2{}_{alé} + \delta^2{}_{sys} \le \delta^2{}_{alé} + \delta^2{}_{sys} + 2\delta_{alé}\delta_{sys} = (\delta_{alé} + \delta_{sys})^2$$
$$\delta^2{}_{tot} = \delta^2{}_{alé} + \delta^2{}_{sys} \ge \delta^2{}_{alé} + \delta^2{}_{sys} - 2\delta_{alé}\delta_{sys} = (\delta_{alé} - \delta_{sys})^2$$

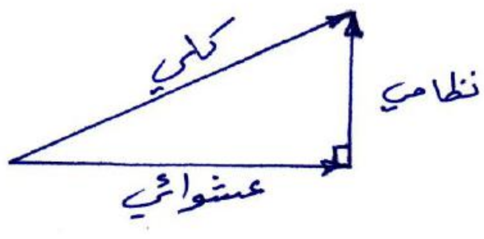
العلاقة (7) تبين أنه في حالة وجود ارتيابات عشوائية ونظامية الارتياب الكلي للتجربة أكبر من كل واحد على حدا، وهذا ما يعتبر طبيعيا

$$(\delta_{alé} - \delta_{sys})^2 \le \delta^2{}_{tot} = \delta^2{}_{alé} + \delta^2{}_{sys} \le (\delta_{alé} + \delta_{sys})^2$$

نلاحظ الخاصية المهمة للعلاقة (7). نفرض أن احد الارتيابين, على سبيل المثال $\delta_{alé}$ أقل من الآخر بمرتين أي بالنسبة إلى δ_{sys} . إذن:

$$\delta_{tot} = \sqrt{\delta^2{}_{alé} + \delta^2{}_{sys}} = \sqrt{\frac{5}{4}}\delta_{sys} = 1.25\delta_{sys}$$

كما ذكر سابقا، نادرا ما يمكن تقدير الارتياب بدقة أحسن من 20%. ولكن في مثالنا بدقة $\delta_{tot} = \delta_{sys}$ 20% . ولذلك الارتياب الصغير لا يضيف شيئا تقريبا إلى الكبير ولو كان مساويا إلى نصفه. هذه النتيجة جد مهمة. في هذه الحالة إذا كان الارتياب العشوائي ولو بمرتين أقل من النظامي يصبح بلا معنى إجراء قياسات مكررة كثيرة لأنه في هذه الحالة يبقى الارتياب الكلي ثابتا تقريبا ولا يتناقص. يكفي إجراء القياس 2−3 مرة للتأكد من أن الخطأ العشوائي حقيقة صغير.



الشكل.2 جمع الإرتيابات

3.2. معالجة النتائج في القياسات الغير مباشرة:

ليكن:

$$G = f(G_1, G_2, G_3, \ldots) \qquad (8)$$

حيث: f دالة ما للمقادير G_1 ، G_2 ، G_3 ...

اذن:

$$G_m = f(G_{1m}, G_{2m}, G_{3m}, \ldots) \qquad (9)$$

حيث: m تعني أحسن تقدير.

العلاقة (9) صحيحة في حالة لما G_{1m}، G_{2m}، G_{3m}،... مقاسة مباشرة وفي حالة غير مباشرة إذا وجدوا بقياس قيم مقادير أخرى يصبح أحسن تقدير لها هو المتوسط كما ذكر سابقا.

$$G_{1m} = \overline{G}_1, G_{2m} = \overline{G}_2, G_{3m} = \overline{G}_3, \ldots$$

$$\overline{G} = f\,(\overline{G}_1, \overline{G}_2, \overline{G}_3, \ldots)$$

نحصل على ارتياب G من العلاقة :

$$(\delta G)^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial G_1}\right)^2 (\delta G_1)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial G_2}\right)^2 (\delta G_2)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial G_3}\right)^2 (\delta G_3)^2 + \ldots$$

معنى $\frac{\partial f}{\partial G_1}$ هو المشتق الجزئي للدالة f بالنسبة إلى G_1، بمعنى المشتق، عند حسابه بقية المتغيرات G_2 ، G_3 ،... إلا المتغير G_1 تعتبر ثابتة. نفس المعنى للنسبة للمتغيرات G_2 و G_3 ، ... تحسب المشتقات الجزئية وتعطى قيمها بأحسن تقديرات لقيم المقادير G_{1m}، G_{2m}، G_{3m} ، ...

نتناول بعض النتائج التي يمكن استخلاصها من تحليل العلاقات المذكورة في هذه الفقرة. قبل كل شيء نلاحظ أنه يجب تجنب القياسات حيث المقدار المراد قياس قيمته يوجد كفرق لعددين كبيرين. حيث، سمك حائط الأنبوب من السيئ تعيينه بطرح قطرها الداخلي من الخارجي (وفي النهاية قسمة النتيجة على اثنين). الارتياب النسبي الذي يمثل أهمية بالغة في هذه الحالة يتزايد بشكل كبير، بما أن قيمة المقدار المقاس في هذه الحالة سمك الحائط صغير والارتياب في تعيينه نحصل عليه بجمع الارتيابات لقيم الأقطار ولذلك يتزايد. نلاحظ أيضا أن إرتياب قياس بحوالي 0.5% من قيمة القطر الخارجي يمكن أن تكون 5 أو أكثر في المائة من سمك الحائط.

عند القياسات للمقدار G_1 حيث: $G_1 = \frac{G_2}{G_3}$ أو $G_1 = G_2 G_3$ (على سبيل المثال لتعيين كثافة جسم بقياس كتلته وحجمه)، يجب تعيين كل القيم المقاسة G_2 ، G_3 تقريبا بنفس الدقة النسبية. ومنه، إذا قيس حجم الجسم بارتياب 1% ، فإنه بقياس الكتلة بارتياب $0,5\%$ كثافته تعين بدقة $1,1\%$ ، وعند قياس الكتلة بارتياب $0,01\%$ فإن الكثافة تعين بدقة 1% ، بمعنى بنفس الارتياب تقريبا. تضييع المجهود والوقت لقياس الكتلة بدقة $0,01\%$ في هذه الحالة طبعا لا معنى له.

في القياسات من الشكل: $G = G_1^{\alpha}.G_2^{\beta}.G_3^{\gamma}$ ، يجب التركيز ما أمكن على دقة قياسات المقادير الداخلة في العلاقة الحسابية بأكبر أس (α أو β أو γ) . قبل البدء في القياسات، دائما يجب التفكير في الحسابات الآتية وكتابة العلاقات أو القوانين التي بها نجد الارتيابات. هذه العلاقات تمكن من معرفة القياسات التي يجب إجراءها بتأني وبدقة خاصة، والقياسات التي لا يجب تضييع المجهودات في إجراءها.

4.2. كتابة النتائج .دقة الحسابات:

نتيجة القياس تكتب على الشكل المعرف بالعلاقة (5). الكتابة $m = 0.876 \pm 0.008$ g تعني أنه نتيجة لقياس الكتلة تحصلنا على القيمة $0.876g$ بارتياب معياري $0.008g$. وبالطبع أنه خلال حساب الارتياب المعياري أخذ في عين الاعتبار الأخطاء العشوائية والنظامية.

عند كتابة الارتياب يجب تدوير قيمته حتى عددين معبرين (chiffres significatifs) إذا كان الأول منهما هو الوحدة، وإلى عدد واحد معبر في بقية الحالات. ولذلك، يصح كتابة ± 3 ؛ ± 0.2 ؛ ± 0.08 ؛ ± 0.14 ولا يصح كتابة ± 3.2 ؛ ± 0.23 ؛ ± 0.084 . لا يجب أيضا تدوير ± 0.14 الى ± 0.1. نوضح هذه القاعدة. كما ذكرنا سابقا نادرا ما نحصل على ارتياب التجربة

أحسن من 20%. إذا كان حساب الارتياب المعياري يعطي $0,14$ ، فإن تدوير $0,14$ الى $0,1$ تغير من قيمة الارتياب ب 40% ، في نفس الوقت فإن تدوير $0,26$ أو $0,34$ إلى $0,3$ تغير الارتياب أقل من 15% ، بمعنى غير معتبر.

عند كتابة القيمة المقاسة، فإن نفس القيمة (النتيجة)، تبعا للإرتياب، تكتب على الشكل : 1.2 ± 0.2 ؛ 1.24 ± 0.03 ؛ 1.243 ± 0.012 ،الى غير ذلك. وبهذه الطريقة، آخر عدد (أو أيضا اثنين من الأعداد المعبرة كما هو في المثال الأخير) يظهر أنه مرتاب فيه والبقية مؤكدة.

يجب استعمال أيضا القاعدة المذكورة في الحالات عندما تكون بعض الأعداد معدومة. إذا تحصلنا بالقياس على النتيجة $m = 0.900 \pm 0.004g$ ، فإن كتابة الأصفار في نهاية العدد ضرورية. كتابة $m = 0.9$ تعني أن الأعداد المعبرة الموالية غير معلومة، حيث في نفس الوقت بينت القياسات أنها معدومة. بنفس الطريقة، إذ كانت كتلة جسم ما $m = 58.3kg$ (بإرتياب أعشار الكيلوغرام)، ولذلك لا يجب كتابة أنها تساوي $58300g$ ، بما أن هذه الكتابة تعني أن كتلة الجسم قيست بدقة بعض الغرامات. إذا كان لا بد من التعبير عن الكتلة بالغرام، فإنه في مثالنا هذا يجب كتابة $5.83.10^4\ g$.

الدقة اللازمة للحسابات تعني أن الحساب لا يجب أن يدخل ارتياب إضافي في القياس. عادة في الحسابات البينية يحتفظ بعدد واحد زائد، والذي يحذف عند كتابة النتيجة النهائية.

5.2. تعيين الوسائط المجهولة من نتائج القياسات:

غالبا ما يكون هدف التجارب هو ايجاد وسيط مجهول في علاقة معلومة انطلاقا من نتائجها. وبالتالي، سقوط الأجسام نتيجة لتأثير الأرض يوصف بالعلاقة $S = \frac{1}{2}gt^2$ ، ولكن قيمة المقدار g تتغير من مكان إلى آخر على سطح الأرض ويتطلب تعيين ذلك إجراء التجارب. يخضع التفكك الاشعاعي النشاط للعلاقة:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} ,$$

حيث N – عدد ذرات المادة في اللحظة t ، N_0 – العدد الإبتدائي للذرات، λ – ثابت التفكك.

يمتلك قانون التفكك نفس الشكل لكل الأنوية، ولكن لكل نواة ثابت التفكك الخاص بها. الوسيط λ يعين تجريبيا.

يوصف تمدد الأجسام بالعلاقة

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{E}\frac{F}{S} ,$$

حيث L – طول العينة، ΔL – تمدده تحت تأثير القوة F ، S – مساحة مقطع العينة، E – ثابت (معامل المرونة). تصف العلاقة المذكورة تمدد كل الأجسام الصلبة في حالة القوة F المؤثرة غير كبيرة، ولكن قيمة معامل المرونة تعتمد على مادة الجسم ومعالجته إلى غير ذلك . هذا المعامل E يعين تجريبيا.

يجب دائما تمرير أبسط منحنى خلال نقاط تجريبية، والذي ينطبق عليها، بمعنى المنحنى، الذي لا تبتعد عنه المعطيات التجريبية، حسب القاعدة(في $2/3$ من الحالات)، بأكبر من قيمة الارتياب.

يجب عند تمرير المنحنى أن يكون عدد النقاط التجريبية متساوية فوقه وتحته في كل جزء كبير كفاية منه.

عند إنشاء المنحنى يجب محاولة على أن تكون العلاقه المنتظرة على شكل خط مستقيم .

الطريقة البيانية لمعالجة النتائج هي الأصح والأكثر ملائمة ولذلك الميزة الكبيرة لها تكمن في بساطتها.

نتناول الآن كيفية الحصول، بطريقة بيانية، على الإرتيابات على قياس الوسائط k ، a و b لمستقيم معبر عنه بالعلاقة

$$y = kx \qquad (11)$$

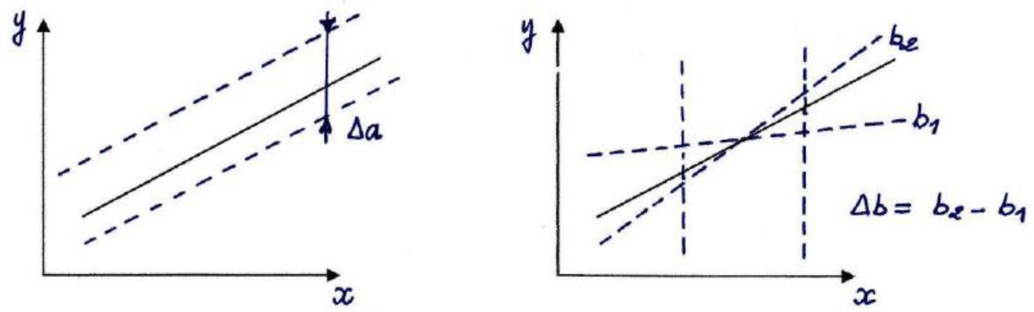
وفي الحالة العامة

$$y = a + bx \qquad (12)$$

لإيجاد الارتياب في تعيين الوسيط a ، يجب نقل المستقيم إلى أسفل بشكل موزاي لنفسه حتى يصبح عدد النقاط فوقه يساوي مرتين عددها تحته. ثم ينقل إلى أعلى بشكل موازي لنفسه حتى يصبح عدد النقاط تحته يساوي مرتين عددها فوقه.

إذا كانت المسافة بين هذين المستقيمين تساوي Δa ، فالارتياب في قياس a يساوي

$$\delta a = \frac{\Delta a}{\sqrt{n}} \qquad (13)$$



حيث n – العدد الكلي للنقاط في الرسم البياني.

نحصل على الإرتياب على قياس الوسيط b بنفس الطريقة. يقسم مجال العمل(المجال الذي تتوزع فيه النقاط التجريبية) إلى ثلاثة أجزاء متساوية. الجزء الأوسط ليس له دور في المعالجة الآتية. لإيجاد δb يدور المستقيم حول المحور العمودي على المستوي xyوالمار بمنتصف الجزء الأوسط حتى يصبح عدد النقاط فوقه في الجزء الأيسر يساوي مرتين عددها تحته، على العكس في الجزء الأيمن. ثم يدور المستقيم حول نفس المحور حتى يصبح عدد النقاط تحته في الجزء الأيسر يساوي مرتين عددها فوقه، وعلى العكس في الجزء الأيمن. نرمز للفرق بين الميلين لهذين المستقيمين ب Δb ، ويكون الإرتياب في قياس b .

$$\delta b = \frac{\Delta b}{\sqrt{n}} \qquad (14)$$

حيث n –العدد الكلي للنقاط في الرسم البياني.

لإيجاد الارتياب في تعيين الوسيط k للمستقيم المار بمبدأ النظام الاحداثي والمعبر عنه بالعلاقة (11) ، يحدد مجال العمل على المحور x (من الصفر حتى آخر نقطة، ثم يمرر مستقيمان بالمبدأ بحيث يكون عدد النقاط فوق أحد المستقيمين يساوي $2/3$ عدد النقاط الكلي, وفوق الآخر $1/3$. الفرق في k لهذين المستقيمين يعطي Δk .

يعطى الإرتياب بالعلاقة

$$\delta k = \frac{\Delta k}{\sqrt{n}} \quad ،$$

حيث n – العدد الكلي للنقاط في الرسم البياني .

6.2. مد أحسن مستقيم بطريقة تحليلية:

يمكن تعيين وسائط أحسن مستقيم ليس فقط بيانيا, ولكن تحليليا أيضا. نعطي العلاقات الملائمة. نفرض أنه للقيم x_i لمقدار فيزيائي ما حصلنا على القيم y_i لمقدار فيزيائي آخر $(i = 1, 2, \dots, n)$. أحسن مستقيم (12) يعين بطريقة " التربيعات المصغرة "، بمعنى تعطى قيم الوسيطين a و b بحيث تمتلك العبارة

$$W = \sum_{i=1}^{n} [y_i - (a + bx_i)]^2 \tag{15}$$

قيمة صغرى. عند ذلك نحصل على العلاقات التالية لايجاد أحسن قيم للوسائط a و b من القيم المقاسة x_i ، y_i $(i = 1, 2, \dots, n)$

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x}.\bar{y}}{D(x)} \quad ، \quad a = \bar{y} - b\bar{x} \tag{16}$$

حيث:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad ، \quad \overline{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i \quad ، \quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \tag{17}$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \quad ، \quad D(x) = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \tag{18}$$

عند الحساب يجب تذكر، أنه في بسط العلاقة الأولى عادة تطرح الأطراف القريبة من حيث القيمة، مما يجعل ضرورة الحفاظ على عدد كبير من الأعداد المعبرة خلال الحساب.

لايجاد الوسيط k للمستقيم (11)، المار بمبدأ النظام الاحداثي تستعمل العلاقة

$$k = \frac{\overline{xy}}{\overline{x^2}}$$

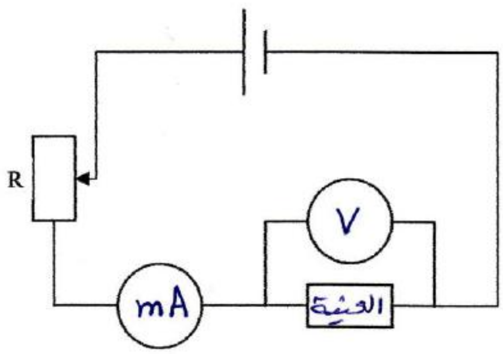
نعطي في النهاية، العلاقات لتقدير الارتيابات على الوسائط a ، b و k

$$\delta b = \frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{D(y)}{D(x)} - b^2} \quad ، \quad \delta a = \delta b\sqrt{D(x)} \quad ، \quad \delta k = \frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\overline{y^2}}{\overline{x^2}} - k^2} \tag{19}$$

الانتشار $D(x)$ في العلاقة (180) يعين تبعا للعلاقة (17). بنفس الطريقة يعين $D(y)$.

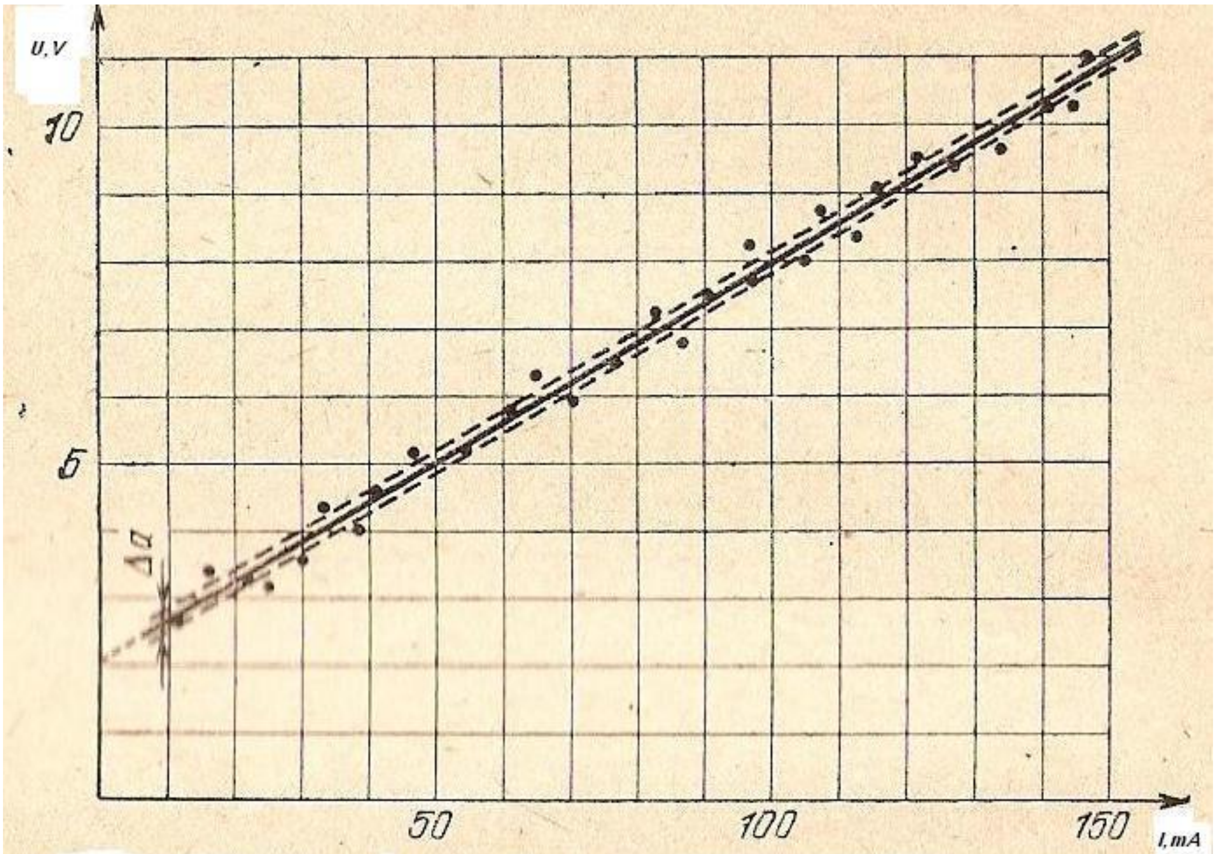
7.2. مثال على المعالجة البيانية لمعطيات تجريبية :

في الجدول أسفله تعطى النتائج التجريبية، التي على أساسها وصفا الرسمان البيانيان 4 و5 (يحتويان على نفس النقاط التجريبية)، المعبران عن نتائج دراسة الخاصية توتر– تيار للعينة باستعمال التركيبة الموضحة على الشكل3.

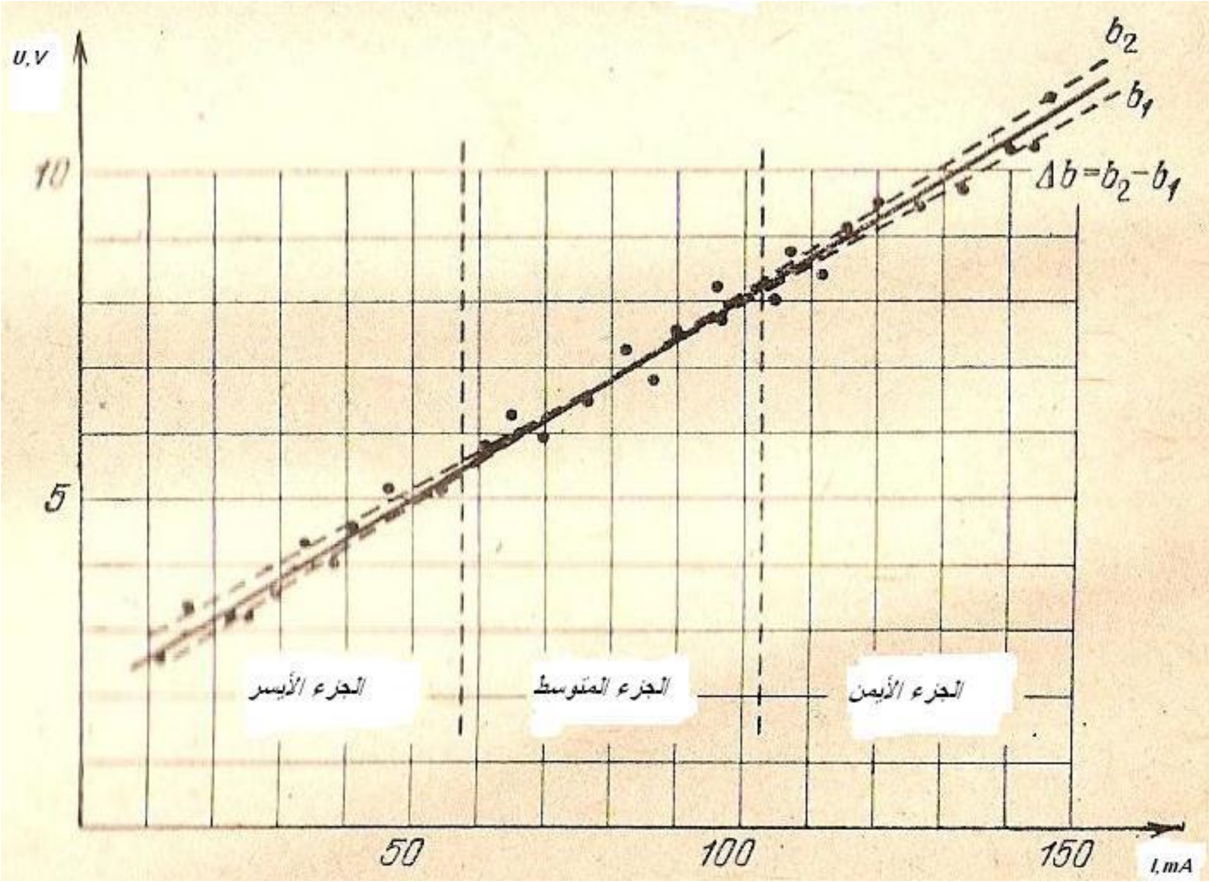


الشكل 3.

I,mA	U,V	I,mA	U,V	I,mA	U,V
12,1	2,7	61,1	5,8	107,3	8,7
15,9	3,3	65,2	6,3	112,1	8,3
21,8	3,2	70,3	5,9	115,2	9,0
25,0	3,2	77,1	6,5	121,7	9,5
29,8	3,5	82,4	7,2	126,6	9,5
33,5	4,3	86,8	6,8	133,2	9,7
38,3	4,0	90,1	7,5	140,0	10,2
41,0	4,6	96,5	8,2	144,1	10,3
46,6	5,1	97,0	7,7	146,0	11,0
54,8	5,1	104,9	8,0		



الشكل 4. الطريقة البيانية لمعالجة النتائج. تقدير الارتياب في تعيين الوسيط a.



الشكل 5. الطريقة البيانية لمعالجة النتائج. تقدير الارتياب في تعيين الوسيط b .

تقاس شدة التيار، المار بالعينة، بمقياس مليم أمبير mA (أكبر تدريجة في السلم $150mA$ ، صنف الدقة $0,5$)، ويقاس التوتر بين طرفيه بالفولتمتر V (أكبر تدريجة في السلم $15V$ ، صنف الدقة 2). يتحكم في شدة التيار بالمقاومة R. تعطى شدة التيار على محور السينات بالميلي أمبير، والتوتر على محور العينات بالفولط. بالنظر الى توزيع النقاط في الأشكال، نرى أن المعطيات التجريبية في المجال المدروس للتيارات والتوترات ($10mA \le I \le 150mA$ ، $3V \le U \le 11V$) تقع على خط مستقيم بشكل جيد.

$$U = a + bI$$

لإيجاد وسائط هذا المستقيم، نلاحظ، أنه يقطع محور العينات عند التوتر $2,1V$. تصل شدة التيار إلى $150mA$عند التوتر $10,9V$.ولذلك

$$a = 2,1V \quad ، \quad b = \frac{10,9-2,1}{0,150} = 58,7V/A$$

نبحث عن ارتيابات هذه القيم . تبعا للقاعدة، المبينة فيما سبق بعد كتابة العلاقة (12) نمثل في الشكل 4 مستقيمين، موازيين للمستقيم الأساسي وممتلكان للخصائص، حيث في كل جهة لكل منها يوجد عدد من النقاط التجريبية مساوي إلى مرتين عدد النقاط في الجهة الأخرى. مثلا المستقيمان بنقاط متقطعة في الشكل 4. تساوي المسافة بين المستقيمين $\Delta a = 0,3V$. يساوي العدد الكلي للنقاط في الرسم البياني 29. نحصل باستعمال العلاقة (13)، على الارتياب في تعيين a

$$\delta a = \frac{\Delta a}{\sqrt{n}} = \frac{0,3}{\sqrt{29}} = 0,06V$$

إلى هذا الارتياب يجب إضافة الخطأ الحسابي على الورقة الميليمترية ($0,5mm$ ، بمعنى $0,05V$) والخطأ، المرتبط بإرتياب الفولتمتر. هذا الأخير يساوي نصف الارتياب، الموافق لصنف دقة الفولتمتر، بمعنى

$$\delta a_{sys} = (1/2).2\%.15 = 0,15V$$

الارتياب الكلي يساوي

$$\delta a_{tot} = \sqrt{(0,06)^2 + (0,05)^2 + (0,15)^2} = 0,17V$$

عند حساب الإرتياب يمكن فورا ملاحظة، أن واحدة من الإرتياب، وبالضبط δa_{sys} ، أكبر بكثير من الآخرين، وأخذه بعين الاعتبار لوحده. عند دقتنا $0,15$ و $0,17$ لا تختلفا عن بعضهما البعض.

نتناول الآن الخطأ، الذي تدخله في النتيجة ارتيابات الميلي أمبيرمتر. في حالتنا هذه يمكن إهمال هذا الارتياب، بما أن القياسات تمت عن طريق جهاز، ممتلك صنف دقة عالي. إذا لم يكن كذلك، فإن مثل هذا الارتياب، الذي يدخله الميلي أمبيرمتر(في حالتنا $(1/2).0,5\%.0,15A = 3,7.10^{-4}A$)، يمكن بمساعدة الوسيط b حسابه في ارتياب التوتر (في حالتنا $3,7.10^{-4}.58,7V = 2,2.10^{-2}V$)، بأخذ مربعه وإدخاله تحت جذر العبارة، المستعملة لحساب δa_{tot} ، في شكل واحد من الحدود.

نبحث عن الإرتياب في تعيين الوسيط b . على الشكل 5 مدا مستقيمان تبعا للطريقة المذكورة التي سبقت العلاقة (14). بمساعدة الشكل 5 نحصل على

$$\Delta b = b_2 - b_1 = 8,2V/A$$

الارتياب في تعيين b تبعا للعلاقة (14) يساوي

$$\delta b = \Delta b / \sqrt{n} = 8,2/\sqrt{29} = 1,5V/A$$

الجزء النظامي للإرتياب يقدر، انطلاقا من صنف الدقة للفولتمتر. نفرض للتقدير، أن كل خطأ مركز في طرف واحد للسلم، وتبعا القاعدة، الارتياب، المعرف بصنف الدقة، عند حساب الأخطاء المنتظرة يجب قسمته على اثنين، نحصل على

$$\delta b_{sys} = \frac{1}{2}\frac{2\%.15V}{0,15A} = 1,0V/A$$

الإرتياب الحسابي على الورقة الميليمترية يضاف في الارتياب الكلي

$$\frac{0,5mm.0,1V/mm}{0,15A} = 0,3V/A$$

الارتياب الكلي في تعيين b يساوي

$$\delta b_{tot} = \sqrt{(1,5)^2 + (1)^2 + (0,3)^2} = 1,8V/A$$

لدينا أخيرا

$$a = 2,1 \pm 0,2V \quad ، \quad b = 58,7 \pm 1,8V/A$$

عند كتابة هذه القيم اتبعنا القاعدة، تبعا لها القيمة المتحصل عليها وارتيابها يجب أن يكتبا حتى نفس الرتبة، في حالتنا عدد واحد بعد الفاصلة. عند كتابة القيمة العددية a دورنا الارتياب حتى $0,2V$ تبعا للقاعدة الموضوعة في الفقرة 4.2.

ننظر مرة أخرى إلى توزيع النقاط التجريبية على الرسمين البيانيين 4 و5. هذه النقاط غالبا ما تبتعد عن المستقيم ب $0,2V - 0,3V$. بما أن مثل هذه الانحرافات لا تناقض دقة الفولتمتر، واضح أن تشتت النقاط غير مرتبط به. في حقيقة

الأمر, النقاط التجريبية مشتتة حول المستقيم من دون أي تنظيم. غير ممكن اعتبار، أن ارتيابات الجهاز تتصرف بهذا الشكل: لا قوة المغناطيس، لا مرونة الشعيرة، لا تموضع الأجزاء في السلم هكذا تقفز بدون تنظيم لا تستطيع. لتشتت النقاط أعطي سبب آخر ما، الذي لم يكن ملاحظ حينها. ممكن، أن هذه القفزات مربوطة بالنوعية السيئة للتلامس، وبالتالي كان من المفروض تثبيتها أو تلحيمها، ثم إعادة التجربة. ممكن، أن منبع التغذية غير مستقر كفاية. الاحتمال من كل هذا، أن تذبذب النتائج سببها التلامس السيء في المقاومة المتغيرة R.

نتائج الأشكال 4 و5 في حقيقة الأمر لا تترك للمعالجة، إنما تعاد مرة أخرى بإبعاد الخلل في التركيبة. نلاحظ، أن هذا الإستنتاج المهم حصلنا عليه من تحليل الرسمين البيانيين 4 و 5 . لولا الإعتماد على الرسوم البيانية لكان من الصعب التوصل الى هذه الإستنتاجات.

8.2. مثال على المعالجة التحليلية لمعطيات تجريبية:

يمكن إيجاد قيم الوسائط a و b للمستقيم، الذي يصف نتائج التجربة المذكورة في الفقرة السالفة، من دون اللجوء إلى الرسومات البيانية. للحساب يجب إستعمال العلاقات (16) و(19).

بالحساب انطلاقا من الجدول(الفقرة7.2) نحصل على:

$$\overline{I} = 7,9214.10^{-2}A \quad ، \quad \overline{U} = 6,7276V$$

$$\overline{IU} = 0,63236V.A \quad ، \quad \overline{I^2} = 7,9557.10^{-2}A^2 \quad ، \quad \overline{U^2} = 51,2114V^2$$

$$D(I) = 1,6809.10^{-3}A^2 \quad ، \quad D(U) = 5,9510V^2$$

تبعا للعلاقة (16) نجد

$$b = \frac{\overline{IU} - \overline{I}\,\overline{U}}{D(I)} = \frac{0,63236 - 7,9214.10^{-2}.6,7276}{1,6809.10^{-3}} = 59,159V/A \quad ،$$

$$a = \overline{U} - b\overline{I} = 6,7276 - 59,159.7,921410^{-2} = 2,041V \quad ،$$

$$\delta b = \frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{D(U)}{D(I)} - b^2} = \frac{1}{\sqrt{29}}\sqrt{\frac{5,9510}{1,6809.10^{-3}} - (59,159)^2} = \frac{1}{\sqrt{29}}\sqrt{3540,36 - 3499,78} = 1,18V/A$$

$$\delta a = \delta b\sqrt{D(I)} = 1,18\sqrt{1,6809.10^{-3}} = 0,05V$$

الارتيابات المتحصل عليها δb و δa يجب إضافتها إلى الارتيابات النظامية كما في الفقرة السابقة.

النتائج الحسابية للوسائط a و b بعض الشئ تختلف عن النتائج، المتحصل عليها بيانيا، لكن الفرق بينهما أقل بشكل معتبر من إرتياب التجارب. النتائج الحسابية للإرتيابات تختلف بشكل أكبر بعض الشيء.

نلاحظ، أنه لإيجاد الوسائط وإرتياباتها بطريقة تحليلية تطلب عمل كبير، بما أن حساب القيم المتوسطة والانتشارات تطلب وقت طويل وكان لزاما إجراءه بعدد كبير من الأرقام المعبرة. الإختصار المتبادل الكبير للأطراف (الحدود) جلي في حساب δb ، أين النتائج البينية مكتوبة في شكل واضح.

من الضروري إضافة، أن الحساب التحليلي للوسائط وإرتياباتها عادة لا تغني عن ضرورة إنشاء الرسوم البيانية. في الحقيقة ، نظرة فقط إلى الرسم البياني أقنعتنا، بان الخاصية توتر– تيار لهذه العينة توصف بشكل جيد بعلاقة خطية. دراسة الرسم البياني بين أيضا، أنه يوجد في التركيبة عدم إستقرار، الذي لم نلاحظه حينها. إلى هذه الاستنتاجات يمكن الوصول إليها و بدون رسم بياني، بتحليل معطيات جدولية. لكن الطريقة البيانية تمكن من عمل ذلك بشكل أسرع وجلي.

1.الأرقام المعبّرة:

1.1. حالة القياس المباشر: (المقدار ثابت أثناء القياس)

مثال : عند تكرار ثلاث مرّات قياس كتلة ما ، كانت النتائج كالتالي :

3,4059 g / 3,4061 g / 3,4062 g

الأرقام التي تكرّرت في كلّ النّتائج هي الأرقام الموثوقة (الأكيدة)، أمّا الأرقام المتغيّرة فهي غير موثوقة (غير أكيدة).

قواعد عامّة :

▪ نتيجة القياس التي تحمل رقما واحدا ليست موثوقة، والإرتياب المطلق يمسّ هذا الرقم غير الموثوق.

▪ لا معنى للأرقام الأخيرة (2 ، 1 ، 9) في القياس، لكن تؤكّد صحّة الأرقام التي قبلها، في المثال السّابق:

الأرقام الموثوقة + رقم غير موثوق = أرقام معبّرة (معنوية).

لدينا إذًا، في هذه الحالة خمسة (5) أرقام معبّرة.

▪ **كلّ الأرقام تعتبر أرقامًا معبّرة، باستثناء الأصفار التي:**

1) توجد على يسار الأرقام المعبّرة لعدد ما، مثال: m=3,2 g هذا العدد له رقمين معبّرين. لكن يمكن كتابته m=0,0032 kg دون تغيير دقّة القياس، فيبقى عدد الأرقام المعبّرة كما هو إثنان (2). لأنّ هذه الأصفار نتيجة تحويل وحدة القياس فقط.

2) توجد في نهاية عدد ما، الذي هو عبارة عن قياس تقريبي، مثال: يوجد بالمدرسة العليا للأساتذة بالقبة "حوالي" أربعة آلاف طالب N=4000، هذا العدد له رقم واحد معبّر، أي الأصفار هنا ليست بأرقام معبّرة.

تنبيه: هناك بعض الأعداد، تحتوي على أصفار، إمّا موجودة بين رقمين معبّرين أو في نهاية عدد، تدلّ على دقّة القياس، فهذه الأصفار تعتبر أرقاما معبّرة .

مثال: 1,02 (3 أرقام معبّرة)

1,020 (4 أرقام معبّرة)

1,00 (3 أرقام معبّرة).

▪ **الكتابة العلمية :** نعتبر عددا x = 0,000048 ، يمكن كتابته، $x = 4,8 \,.\, 10^{-5}$. نلاحظ بالإضافة إلى وضوح هذه الكتابة، فإنّها ترفع كلّ لبس على عدد الأرقام المعبّرة. لدينا في هذه الحالة، رقمين معبّرين (2). تسمّى هذه الكتابة بالكتابة العلمية.

كيفية كتابة الكتابة العلمية: توضع الفاصلة مباشرة بعد الرّقم الأوّل المعبّر، وهذا الرّقم يأخذ كلّ القيم من : 1 إلى 9 ، ثمّ تحدّد القوّة 10^n .

مثال : عدد أفوكادرو $N = 6,02 \,.\, 10^{23}$ عدد الأرقام المعبّرة 3 .

شحنة الإلكترون $e = -1,6 \,.\, 10^{-19} c$ عدد الأرقام المعبّرة 2 .

سرعة الضوء $C = 3,00 \,.\, 10^{8}$ m/s عدد الأرقام المعبّرة 3 .

▪ **تقريب النتائج (تدوير الأرقام):**

إنّ عملية تدوير الأرقام ، تعني التّخلّي عن عدد من الأرقام المعبّرة الموجودة في نهاية العدد الذي نريد تقريبه.

– إذا كان الرّقم الذي نريد التخلّي عنه أصغر تمامًا من 5، فإنّ الرّقم الذي قبله يبقى كما هو .

– إذا كان الرّقم الذي نريد التخلّي عنه أكبر تمامًا من 5، فإنّ الرقم الذي قبله يضاف إليه واحد (1+).

– إذا كان الرّقم الذي نريد التخلّي عنه يساوي 5، نضيف واحدًا (1+) إلى الرّقم الّذي قبله إذا كان فرديًا، أمّا إذا كان غير ذلك فنتخلّى عن هذا الرّقم 5.

مثال: تقريب الأعداد ذات ثلاثة أرقام معبّرة، معطاة بالآلة الحاسبة ، وكتابتها بالكتابة العلمية:

2/1

$25{,}32791 = 25{,}3 = 2{,}53\ .\ 10$
$1245568 = 125\ .\ 10^4 = 1{,}25\ .\ 10^6$
$501{,}55 = 502 = 5{,}02\ .\ 10^2$
$0{,}0970261 = 0{,}0970 = 9{,}70\ .\ 10^{-2}$

2.1. حالة القياس غير المباشر:

لا يمكن للقيم النّاتجة عن الحسابات، أن تكون أدقّ من القيم المقاسة في حدّ ذاتها .

- **قاعدة عمليتي الجمع والطرح :**

عندما نقوم بعملية جمع مجموعة من الأعداد أو طرح بين عددين، يجب تقريب النتيجة المتحصّل عليها، بتدوير أرقامها المعبّرة، حتى يكون لها نفس عدد الأرقام العشرية (أرقام بعد الفاصلة) كالمعطية التي لها أقلّ أرقام عشرية، في هذه العمليــة الحسابية.

مثال: عمليات الجمع والطّرح بالآلة الحاسبة، ثمّ كتابة النتيجة بمراعاة الأرقام المعبّرة .

$25{,}340 + 5{,}465 + 0{,}322 = 31{,}127$
$58{,}0 + 0{,}0038 + 0{,}00001 = 58{,}00381 = 58{,}0$
$4{,}20 + 1{,}6523 + 0{,}015 = 5{,}8673 = 5{,}87$
$415 + 3{,}64 + 0{,}238 = 418{,}878 = 419$
$398{,}25 - 102{,}1 = 296{,}15 = 296{,}2$
$0{,}1515 - 2{,}40 = -\ 2{,}2485 = -\ 2{,}25$

- **قاعدة عمليتي الضرب والقسمة:**

عندما نقوم بعملية الضرب أو القسمة بين مجموعة من الأعداد، يجب تقريب النتيجة المتحصّل عليها، بتــدوير أرقامهــا المعبّرة، حتى يكون لها نفس عدد الأرقام المعبّرة كالمعطية التي لها أقلّ عدد أرقام معبّرة في هذه العملية الحسابية.

مثال: عمليات الضرب و القسمة بالآلة الحسابية، ثمّ كتابة النتيجة بمراعاة الأرقام المعبّرة و أخيرًا بالكتابة العلمية.

$7{,}485 \times 8{,}61 = 64{,}44585 = 64{,}4 = 6{,}44\ .\ 10$
$43{,}1 \times 56 = 2413{,}6 = 24\ .\ 10^2 = 2{,}4\ .\ 10^3$
$2{,}5 \times 1{,}21 = 3{,}025 = 3{,}0$
$4{,}62 \times 8{,}6 \times 9{,}023 = 358{,}50183 = 36\ .10 = 3{,}6\ .\ 10^2$
$0{,}1342 \div 1{,}52 = 0{,}0882894 = 0{,}0883 = 8{,}83\ .\ 10^{-2}$
$13{,}70 \div 0{,}0007 = 19571{,}428 = 2\ .\ 10^4$

2 /2