●●●○○ etisalat 4G 11:53 AM 26%
elib.moe.gov.ae

	التقويم التشخيصي Diagnostic Assessment التمرين سريع			
	الدرس 10-1 45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 1 في اليوم	التوسع 10-1 45 دقيقة: 0.5 يوم 90 دقيقة: 0.5 في اليوم	الدرس 10-2 45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 1 في اليوم	الدرس 10-3 45 دقيقة: 1.5 يوم 90 دقيقة: 1 في اليوم
العنوان	إعداد دراسة	مختبر تقنية التمثيل البياني: المحاكات وهامش الخطأ	توزيعات البيانات	التوزيعات الاحتمالية
الأهداف	■ تصنيف أنواع الدراسة. ■ تصميم الدراسات الإحصائية.	■ استخدم محاكاة لعمل هوامش الخطأ لأحجام مختلفة من العينات العشوائية.	■ استخدام أشكال التوزيعات لتحديد الإحصاء المناسب. ■ استخدام أشكال التوزيعات لمقارنة البيانات.	■ إنشاء توزيع احتمالي. ■ تحليل التوزيع الاحتمالي وملخص الإحصائيات الخاص به.
المفردات الأساسية	معلمة parameter إحصاء statistic تحيز bias عينة عشوائية random sample استطلاع survey تجربة experiment دراسة وصفية observational study	هامش الخطأ margin of error	توزيع distribution توزيع ملتو سلبيًا negatively skewed distribution توزيع متماثل symmetric distribution توزيع ملتو ايجابيًا positively skewed distribution	متغير عشوائي random variable متغير عشوائي منفصل discrete random variable متغير عشوائي متصل continuous random variable توزيع احتمالي probability distribution توزيع احتمالي نظري theoretical probability distribution توزيع احتمالي تجريبي experimental probability distribution قانون الأعداد الكبيرة Law of Large Numbers قيمة التوقع expected value
				التقويم التكويني اختبار نصف الوحدة

AlManahj.com/ae

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

472 / 107

●●○○○ etisalat 4G 11:53 AM 26%
elib.moe.gov.ae

الدرس 10-4	الدرس 10-5	التوسع 10-5	الدرس 10-6
45 دقيقة: 1.5 يوم 90 دقيقة: 1 في اليوم	45 دقيقة: 1.5 يوم 90 دقيقة: 1 في اليوم	45 دقيقة: 0.5 يوم 90 دقيقة: 0.5 في اليوم	45 دقيقة: 1.5 يوم 90 دقيقة: 1 في اليوم
التوزيع ذو الحدين	**التوزيع الطبيعي**	**مختبر ورقة البيانات: التقريب الطبيعي للتوزيعات ذات الحدين**	**فترات الثقة واختبار الفرضية**
■ تحديد تجربة ذات حدين وتطبيقها. ■ إيجاد الاحتمالات باستخدام التوزيعات ذات الحدين.	■ استخدام القاعدة التجريبية لتحليل المتغيرات الموزعة طبيعيًا. ■ تطبيق التوزيع الطبيعي المعياري وقيم z.	■ استخدام توزيع طبيعي لتقريب توزيع ذي حدين.	■ إيجاد فترات الثقة للبيانات الموزعة طبيعيًا. ■ إجراء اختبارات الفرضية على البيانات الموزعة طبيعيًا.
تجربة ذات حدين binomial experiment توزيع ذو حدين binomial distribution	توزيع طبيعي normal distribution قيمة z z-value توزيع طبيعي معياري standard normal distribution قاعدة تجريبية Empirical Rule		الإحصاء الاستقراني inferential statistics احصاء استدلالي statistical inference فترة الثقة confidence interval أقصى خطأ للتقدير maximum error of estimate اختبار الفرضية hypothesis test فرضية العدم null hypothesis بديل alternative فرضية hypothesis منطقة حرجة critical region اختبار الذيل المتجه إلى اليسار left-tailed test اختبار ثنائي الذيل two-tailed test اختبار الذيل الأيمن right-tailed test
التقويم الختامي دليل الدراسة والمراجعة تمرين على الاختبار			

alManahj.com/ae

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

472 / 108

●●○○○ etisalat 4G 11:53 AM 26%
elib.moe.gov.ae

التشخيص	سبل الحل
التقويم التشخيصي	
بداية الوحدة 10	
الاستعداد للوحدة 10 **كتاب الطالب**	الاستجابة للتدخل التقويمي **كتاب المعلم**
بداية كل درس	
السابق، الحالي، لماذا؟ **كتاب الطالب**	الوحدة 0 **كتاب الطالب**
التقويم التكويني	
أثناء/بعد كل درس	
تمرين موجه **كتاب الطالب**، كل مثال التحقق من فهمك **كتاب الطالب** مسائل مهارات التفكير العليا **كتاب الطالب** مراجعة شاملة **كتاب الطالب** أمثلة إضافية **كتاب المعلم** انتبه! **كتاب المعلم** الخطوة 4، التقويم **كتاب المعلم**	التدريس المتمايز **كتاب المعلم**
التقويم الختامي	
نصف الوحدة	
اختبار نصف الوحدة **كتاب الطالب**	
اختبار ما قبل الوحدة	
دليل الدراسة والمراجعة للوحدة **كتاب الطالب** تمرين على الاختبار **كتاب الطالب** تمرين على الاختبار المعياري **كتاب الطالب**	

alManahj.com/ae

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

472 / 109

●●○○○ etisalat 4G 11:53 AM 26%
elib.moe.gov.ae

الخيار 1 الوصول إلى مستوى المتعلمين كافة AL OL BL

المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية اطلب من كل تلميذ استخدام شريط قياس لقياس المسافة حول معصم 15 من زملائه مقربًا لأقرب جزء من عشرة من السنتيمتر. واطلب منهم إيجاد الوسط والانحراف المعياري للبيانات ثم اطلب منهم تحديد ما إذا كانت البيانات تبدو موزعة طبيعيًا أم ملتوية إيجابيًا أو ملتوية سلبيًا.

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني اطلب من التلاميذ العمل عبر مجموعات ثنائية لإنشاء كلمات متقاطعة باستخدام الحدود التي درسوها في هذه الوحدة. استخدم إما التعريف أو مثال على المصطلحات الموجودة في الملخصات الأدبية والرأسية. انسخ صورة من الكلمات المتقاطعة لتوزيعها على الفصل الدراسي. اطلب من التلاميذ الاحتفاظ بالكلمات المتقاطعة لاستخدامها كمراجعة على الوحدة.

الخيار 2 قريب من المستوى AL

اطلب من التلاميذ العمل في مجموعات من ثلاثة أو أربعة طلاب. واطلب من كل تلميذ اختيار إما الوسط أو الوسيط أو المنوال وإنشاء مجموعة من قيم بيانات لا يقل عددها عن 15، والتي يمكن تمثيلها على نحو أفضل باستخدام مقياس النزعة المركزية المحدد. وكل طالب بدوره يقدم مجموعة البيانات الخاصة به لباقي المجموعة التي تقرر بعد ذلك أي قياس يجب استخدامه. وعلى الطلاب كمجموعة إيجاد مقياس النزعة المركزية الحقيقي الذي يمثل كل مجموعة من البيانات على نحو أفضل.

الخيار 3 أعلى من المستوى BL

اطلب من التلاميذ عمل مخطط يوضح العلاقة بين المعاملات ذات الحدين والترميز التوافقي. يوجد مثال على ذلك موضح أدناه.

alManahj.com/ae

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

472 / 110

●●○○○ etisalat 4G 11:54 AM 26%
elib.moe.gov.ae

الإحصاء والاحتمالات

10 التركيز على محتوى الرياضيات

التخطيط الرأسي | معاينة درس تلو الآخر

قبل الوحدة 10

الموضوعات ذات الصلة

- إنشاء فضاءات عينية للتجارب البسيطة أو المركبة
- إيجاد احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة
- استخدام الاحتمالات النظرية والنتائج التجريبية لعمل توقعات وقرارات
- تحديد مقياس النزعة المركزية أو المدى المناسبين لوصف مجموعة من البيانات
- تحديد عرض تقديمي مناسب واستخدامه لتقديم وعرض العلاقات بين البيانات المجمعة
- تقييم طرق أخذ العينات لتحديد صلاحية الاستقراء المستمد من مجموعة البيانات

موضوعات سابقة

- تبسيط التعابير كثيرة الحدود

الوحدة 10

تعزيز الموضوعات

- استخدام التوافيق والتباديل لإيجاد احتمال واستخدامهما لحل المسائل
- إيجاد احتمالات لحدثين مستقلين وحدثين غير مستقلين
- إيجاد احتمال لأحداث متنافية واحتوائية

الموضوعات ذات الصلة

- استخدام مقياس النزعة المركزية لتمثيل مجموعة من البيانات وإيجاد مقاييس الاختلاف لمجموعة من البيانات
- تحديد ما إذا كانت العينة متحيزة وإيجاد هوامش خطأ أخذ العينات
- إنشاء تمثيلات بيانية لتوزيعات الاحتمالات واستخدامها
- حل المسائل المشتملة على بيانات موزعة طبيعيًا
- استخدام تعابير ثنائية الحد لإيجاد الاحتمالات
- استخدام فترات الثقة لتقدير معلمات المجتمع الإحصائي

بعد الوحدة 10

تعزز هذه الوحدة المهارات المطلوبة في إحصاء AP.

10-1 تصميم دراسة

المعلمة هي قياس يصف إحدى خواص المجتمع الإحصائي. *الإحصاء* هو قياس يصف إحدى خواص العينة.

يمكن جمع معلومات العينة باستخدام أنواع الدراسات التالية.

- *استطلاع الرأي* — يتم جمع البيانات من الإجابات التي وفرتها العينة.
- *التجربة* — تُقسم العينة إلى مجموعة تجريبية ومجموعة مرجعية. تخضع المجموعة التجريبية لتغيير معين، ويُقارن التأثير مع المجموعة المرجعية.
- *الدراسة الوصفية* — هي بيانات تُجمع عن طريق ملاحظة العينة.

قد تظهر أسئلة استطلاع الرأي تحيزًا إن كانت محيرة أو تتسبب في ردة فعل قوية أو تحث على إجابة بعينها أو تناقش أكثر من مشكلة. وقد تظهر التجارب تحيزًا أيضًا إذا لم تُجمع العينة بعشوائية، أو إن لم تكن المجموعات التجريبية والمرجعية متشابهة.

10-2 توزيعات البيانات

يُظهر توزيع البيانات تكرار كل قيمة ممكنة من البيانات. ويمكن تحديد شكل التوزيع عن طريق النظر إلى مدرجه الإحصائي أو مخطط الرسم الصندوقي الخاص به.

توزيع ملتو سلبيًا

توزيع متماثل

توزيع ملتو إيجابيًا

عند وصف التوزيع، استخدم

- الوسط والانحراف المعياري إذا كان التوزيع متماثلاً، أو
- ملخص الأعداد الخمسة إذا كان التوزيع ملتويًا.

عند مقارنة مجموعتين من البيانات، استخدم

- الأوساط والانحرافات المعيارية إذا كان كلا التوزيعين متماثلين، أو
- ملخصات الأعداد الخمسة إذا كان التوزيعان كلاهما ملتويين، أو إذا كان أحد التوزيعين متماثلاً والآخر ملتويًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

472 / 111

●●○○○ etisalat 4G 11:54 AM 26%
elib.moe.gov.ae

10-3 التوزيعات الاحتمالية

إما أن يكون *المتغير العشوائي* منفصلاً أو متصلاً. ويتصف المتغير العشوائي المنفصل بأنه قابل للعد. ولكن المتغير العشوائي المتصل يمكن أن يأخذ أي قيمة.

التوزيع الاحتمالي عبارة عن جدول أو معادلة أو تمثيل بياني يعين الفضاء العيني على النتائج في الفضاء العيني.

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X يتصف بالخواص التالية.

- يمكن إنشاؤه باستخدام الاحتمالات النظرية أو التجريبية
- يمكن أن يكون منفصلاً أو متصلاً
- احتمال كل قيمة لـ X لا بد أن يكون بين 0 و 1
- مجموع كل احتمالات X لا بد أن يساوي 1

إن قيمة *التوقع* لمتغير عشوائي منفصل X هي مجموع نواتج ضرب كل قيمة ممكنة لـ X والاحتمال ذي الصلة.

10-4 التوزيع ذو الحدين

تستوفي *التجربة ذات الحدين* الشروط التالية.

- يتوفر عدد n من التجارب المستقلة.
- كل محاولة ليس لها سوى نتيجتين محتملتين، إما النجاح أو الفشل.
- بالنسبة إلى كل تجربة، احتمال النجاح هو p واحتمال الفشل q هو $1 - p$.
- المتغير العشوائي X هو عدد مرات النجاح في n تجربة.

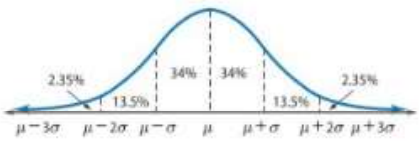
في *التوزيع ذي الحدين*، يمكن معرفة احتمال نجاح X في n تجربة مستقلة باستخدام قانون الاحتمالية ذات الحدين.

$$P(X) = {}_nC_X\, p^X q^{n-X}$$

10-5 التوزيع الطبيعي

التوزيع الطبيعي هو توزيع متصل ومتماثل وعلى شكل جرس لمتغير عشوائي. ويكون الوسط والوسيط والمنوال متساويين وموجودين بمركز المنحنى. ويقترب المنحنى من المحور x ولكنه لا يلامسه. وتكون المساحة الإجمالية تحت المنحنى تساوي 1.

يمكن استخدام *القاعد التجريبية* لتحديد المنطقة الواقعة تحت المنحنى الطبيعي عند فترات محددة.



يتم توحيد البيانات من خلال تحويلها إلى قيم z. وتمثل قيمة z عدد الانحرافات المعيارية لقيمة بيانات محددة من الوسط. وبمجرد توحيد البيانات، يمكن مقارنتها باستخدام *التوزيع الطبيعي المعياري*.

10-6 فترات الثقة واختبار الفرضية

فترة *الثقة* هي تقدير لمعلمة مذكورة في صورة مدى له درجة معينة من التأكد. وتُحدد فترة الثقة لوسط المجتمع الإحصائي باستخدام

$$CI = \bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

حيث إن $\bar{x}$ هو وسط العينة، و z هي قيمة z التي تقابل مستوى معين من الثقة، و s هو الانحراف المعياري للعينة، و n هو حجم العينة.

يُستخدم *اختبار الفرضية* لتقويم زعم محدد بشأن الوسط. فالزعم إما أن يكون فرضية العدم أو فرضية بديلة. وفرضية *العدم* هي عبارة مساواة. أما *الفرضية البديلة* فهي عبارة تباين متممة لفرضية العدم.

alManahj.com/ae

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

472 / 112

●●○○○ etisalat 4G 11:54 AM 26%
elib.moe.gov.ae

10 الإحصاء والاحتمالات

مشروع الوحدة

يُرجى إكمال استطلاع الرأي هذا

يستخدم الطلاب ما تعلموه عن استطلاعات الرأي، وتوزيعات البيانات، والتوزيعات الطبيعية لإكمال مشروع معين.

يتناول مشروع هذه الوحدة المعرفة التجارية، والعديد من المهارات الخاصة الضرورية لنجاح الطالب في إطار عمل التعلم في القرن 21.

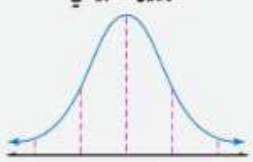
المفردات الأساسية قدّم المفردات الأساسية في الوحدة متبعًا النظام التالي:

عرّف: التوزيع الطبيعي هو توزيع تكراري يحدث غالبًا عندما يوجد عدد كبير من القيم في مجموعة من البيانات؛ يكون حوالي 68% من القيم ضمن انحراف معياري واحد للوسط. ويكون 95% من القيم ضمن انحرافين معياريين للوسط. ويكون 99% من القيم ضمن ثلاثة انحرافات معيارية.

المثال:

يوضح هذا الرسم التخطيطي توزيعًا طبيعيًا.

توزيع طبيعي



اسأل: ماذا لاحظت بشأن منحنى التوزيع الطبيعي؟ يأخذ شكل جرس وينسم بأنه متماثل.

السابق	الحالي	لماذا؟
• قمت بحساب المتوسط الحسابي.	• سنقوم بما يلي: • تقويم الاستبيانات والدراسات والتجارب • اختبار التمثيلات البيانية لتوزيعات الاحتمالات واستخدامها • استخدام القاعدة الثلاثية لإيجاد الاحتمالات • مقارنة إحصائيات العينة وإحصائيات المجتمع الإحصائي	• **التعليم** تستخدم الاحتمالات والإحصاء في جميع المراحل التعليمية. تجري الدراسات والتجارب لمعرفة أي أساليب التدريس تشجع على التعلم بدرجة أكبر. ويستخدم الإحصاء لتحديد الدرجات. عند استخدام التوزيع الاحتمالي لتوزيع درجات الصفوف الدراسية، أو عندما يحسب أساتذة الجامعات درجات هذه الصفوف.

alManahj.com/ae

حقوق النشر وكتب © محفوظة لشركة مؤسسة McGraw-Hill Education

472 / 113

●●○○○ etisalat 4G 11:54 AM 26%
elib.moe.gov.ae

الاستعداد للوحدة

تدريب سريع	مراجعة سريعة

أوجد المتوسط والوسيط والمنوال لكل مجموعة من البيانات.

1. عدد الزبائن في أحد المتاجر كل يوم خلال الأسبوعين الماضيين:
78, 80, 101, 66, 73, 92, 97, 125, 110, 76, 89, 90, 82, 87
89 زبونا، 88 زبونا، لا يوجد منوال

2. نتائج أحد الطلاب في اختبار قصير عن فترة التقديم الأولى:
83.8, 86.5, 88 88, 70, 85, 92, 88, 77, 98, 88, 70, 82

3. عدد الأهداف التي أحرزها أحد اللاعبين على مدار الأعوام الـ 10 الماضية: 3, 7, 5, 10, 12, 4, 10, 11, 6, 9
7.7 أهداف، 8 أهداف، 10 أهداف

مثال 1 (مستخدم في الدرس 2-10)

عدد أيام هطول الأمطار في كل شهر على مدار العام الماضي موضحة أدناه. أوجد المتوسط والوسيط والمنوال.

4, 2, 9, 16, 13, 9, 8, 9, 7, 6, 8, 5

المتوسط $\bar{x} = \frac{4+2+9+16+13+9+8+9+7+6+8+5}{12}$ أو 8 أيام

الوسيط 2, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 9, 13, 16

$\frac{8+8}{2}$ أو 8 أيام

المنوال القيمة التي تحدث غالبا في المجموعة هي 9. إذا منوال مجموعة البيانات هو 9 أيام.

تم رمي مكعب أعداد وعملة معدنية. أوجد كلا من الاحتمالات التالية.

4. P (4، وجه الصورة) $\frac{1}{12}$
5. P (أعداد فردية، وجه الكتابة) $\frac{1}{4}$
6. P (2 أو 4، وجه الصورة) $\frac{1}{6}$

مثال 2 (مستخدم في الدرس 3-10)

تم رمي مكعب أعداد وعملة معدنية. ما احتمال أن يظهر العدد 1 على مكعب الأعداد وأن تسقط العملة المعدنية على وجه الكتابة؟

P (1، وجه الكتابة) $= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

فكك كل ذات حدين.

7. $(a-2)^4$
8. $(m-a)^5$
9. $(2b-y)^4$
10. $(2a+b)^6$
11. $(3x-2y)^3$
12. $(3x+2y)^4$
13. $\left(\frac{1}{2}x-2\right)^5$
14. $\left(3+\frac{m}{3}\right)^5$

مثال 3 (مستخدم في الدرس 4-10)

فكك $(a+b)^4$.

عوض عن n بـ 4 في نظرية ذات الحدين.

$$(a+b)^4 = {}_4C_0a^4 + {}_4C_1a^3b + {}_4C_2a^2b^2 + {}_4C_3ab^3 + {}_4C_4b^4$$
$$= \frac{4!}{(4-0)!\cdot 0!}a^4 + \frac{4!}{(4-1)!\cdot 1!}a^3b + \frac{4!}{(4-2)!\cdot 2!}a^2b^2 + \frac{4!}{(4-3)!\cdot 3!}ab^3 + \frac{4!}{(4-4)!\cdot 4!}b^4$$
$$= \frac{24}{24}a^4 + \frac{24}{6\cdot 1}a^3b + \frac{24}{2\cdot 2}a^2b^2 + \frac{24}{1\cdot 6}ab^3 + \frac{24}{1\cdot 24}b^4$$
$$= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

14-7. انظر الهامش في الصفحة 722.

alManahj.com/ae

الأسئلة الأساسية

- كيف يمكنك تقويم المعلومات بفاعلية؟ الإجابة النموذجية: أولاً، حدد ماذا إذا كان مصدر المعلومات موثوقًا به. ثم حلل المعلومات بدقة لتحديد ما إذا كانت مفيدة للموقف المحدد.
- كيف يمكنك استخدام المعلومات لاتخاذ قرارات؟ الإجابة النموذجية: يمكنك البحث عن الاتجاهات. ثم اصنع القرار استنادًا إلى ما حدث في الماضي و/أو على نحو ينعكس على المعلومات.

609

472 / 114

●●○○○ etisalat 4G 11:54 AM 26%
elib.moe.gov.ae

المطويات منظّم الدراسة

المطويات © دينا زايك

التركيز يكتب الطلاب ملاحظات عن الاحتمال والإحصاء.

التدريس اطلب من الطلاب عمل مطويات وتسميتها كما هو موضح. وبنهاية كل درس، اطلب منهم الكتابة عن تجربتهم مع موضوعات الإحصاء والاحتمال المقدمة في هذا الدرس. شجع الطلاب على توضيح الأشياء التي وجدوها مشوقة أو صعبة.

وقت الاستخدام شجّع الطلاب على إضافة المزيد من المعلومات إلى المطويات أثناء دراسة الوحدة وعلى استخدام تلك المطويات عند المراجعة للاستعداد لاختبار الوحدة.

إجابات إضافية (الاستعداد للوحدة)

7. $a^4 - 8a^3 + 24a^2 - 32a + 16$
8. $m^5 - 5m^4a + 10m^3a^2 - 10m^2a^3 + 5ma^4 - a^5$
9. $16b^4 - 32b^3x + 24b^2x^2 - 8bx^3 + x^4$
10. $64a^6 + 192a^5b + 240a^4b^2 + 160a^3b^3 + 60a^2b^4 + 12ab^5 + b^6$
11. $243x^5 - 810x^4y + 1080x^3y^2 - 720x^2y^3 + 240xy^4 - 32y^5$
12. $81x^4 + 216x^3y + 216x^2y^2 + 96xy^3 + 16y^4$
13. $\frac{a^5}{32} + \frac{5a^4}{8} + 5a^3 + 20a^2 + 40a + 32$
14. $243 + 135m + 30m^2 + \frac{10m^3}{3} + \frac{5m^4}{27} + \frac{m^5}{243}$

البدء في هذه الوحدة

ستتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة أثناء دراستك للوحدة 10. ولكي تستعد، حدد المفردات المهمة ونظم مواردك.

المطويات منظم الدراسة

الإحصاء والاحتمالات اصنع المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظاتك الخاصة بالوحدة 10 حول الإحصاء والاحتمالات. ابدأ بورقة أبعادها $8\frac{1}{2}$ بوصة في 11 بوصة.

1 **اطو الورقة** بالنصف طوليا.

2 **اطو** الجزء العلوي إلى الأسفل.

3 **افتح**. اقطع طول الطية الثانية لصنع تبويبين.

4 **سمِّ** كما هو موضح.

المفردات الجديدة

parameter	معلمة
statistic	إحصاء
survey	استطلاع
experiment	تجربة
observational study	دراسة وصفية
random variable	متغير عشوائي
probability distribution	توزيع احتمالي
expected value	قيمة التوقع
binomial experiment	تجربة ذات حدين
binomial distribution	توزيع ذو حدين
normal distribution	توزيع طبيعي
z-value z	قيمة
confidence interval	فترة الثقة
inferential statistics	إحصاء استدلالي
statistical inference	استدلال إحصائي
hypothesis test	اختبار الفرضية
null hypothesis	فرضية العدم
alternative hypothesis	فرضية بديلة

مراجعة المفردات

التوافيق مجموعة مختارة من العناصر ليس للترتيب فيها أهمية

التباديل مجموعة من الأشياء أو الأشخاص تم تنظيمهم وفق ترتيب معين

عشوائي غير متوقع أو غير معتمد على سمات محددة مسبقاً في فئة التعداد المستهدفة. فعند رمي حجر نرد أو إلقاء عملة معدنية أو تدوير قرص دوار، تكون النتيجة حدثاً عشوائياً.

alManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 11:54 AM 26%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 10-1 تحديد أساليب أخذ العينات.

الدرس 10-1 تصنيف أنواع الدراسة. تصميم دراسات إحصائية.

بعد الدرس 10-1 استخدام أشكال التوزيع لتحديد الإحصاء المناسب ومقارنة البيانات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما الهدف من الدراسة في اعتقادك؟
  الإجابة النموذجية: لتحديد عدد مستخدمي الهواتف الخلوية من المراهقين ممن يرسلون الرسائل النصية وكمية النصوص التي يرسلها أولئك المستخدمين في اليوم.
- في اعتقادك ما هي الطريقة التي ستُجمع بها بيانات هذه الدراسة؟
  الإجابة النموذجية: سيتم سؤال مستخدمي الهواتف الخلوية المراهقين عما إذا كانوا يرسلون الرسائل النصية. وإن كان الأمر كذلك، فكم عدد الرسائل النصية التي يرسلونها في اليوم.
- وفقًا للدراسة، إذا كان هناك 50 مستخدمًا للهواتف الخلوية من المراهقين ثم اختيارهم عشوائيًا، فكم منهم سيكون من مرسلي الرسائل النصية؟ 44

10-1 إعداد دراسة

السابق	الحالي	لماذا؟
• حددت أساليب متنوعة لأخذ العينات.	1 تصنيف أنواع الدراسة.	• وفقًا لدراسة حديثة، فإن 88% من المراهقين مستخدمي الهاتف الخلوي بالولايات المتحدة يرسلون رسائل نصية، ويرسل فرد واحد من كل 5 آلاف أفراد من المراهقين أكثر من 100 رسالة يوميًا.
	2 إعداد دراسات إحصائية	

1 تصنيف الدراسات

في الدراسة الإحصائية، يجري تجميع البيانات واستخدامها للإجابة عن أسئلة حول سمة أو **معلمة** في التعداد المستهدف. ونظرًا لمحدودية المال والوقت، فربما يكون تجميع البيانات من كل فرد في المجتمع الإحصائي المستهدف أمرًا غير عملي أو مستحيلًا. لذلك، وفي العديد من الدراسات، يجري أخذ عينة من المجتمع الإحصائي المستهدف ثم احتساب مقياس يسمى **الإحصاء** باستخدام البيانات. وتستخدم المعلومات الإحصائية عن العينة، مثل متوسط العينة أو انحراف العينة المعياري، لاحقًا لإعداد استدلال حول معلمة المجتمع الإحصائي المستهدف.

فيما يلي الخطوات المتبعة في الدراسة الإحصائية المعيارية.

تحديد الهدف من الدراسة ← اختيار عينة، ثم تجميع البيانات ← تنظيم البيانات، ثم حساب إحصائيات العينة. ← إعداد استدلال واستخلاص استنتاجات حول المجتمع الإحصائي.

للحصول على معلومات مفيدة واستخلاص استنتاجات دقيقة حول المجتمع الإحصائي المستهدف، من المهم اختيار عينة غير متحيزة. **التحيز** هو خطأ يؤدي إلى سوء تمثيل أفراد المجتمع الإحصائي المستهدف. فمن الممكن أن يؤدي سوء اختيار العينة إلى نتائج متحيزة. لتقليل احتمال اختيار عينة متحيزة، يمكن أخذ **عينة عشوائية** بحيث يجري اختيار أفراد المجتمع الإحصائي فيها على أساس الصدفة البحتة.

سوف تتعرف على وسائل أخرى لأخذ العينات في التمرين 32.

يمكن استخدام أنواع الدراسة التالية لتجميع معلومات العينة.

المفهوم الأساسي أنواع الدراسة	
الدراسة	**مثال**
في **الاستطلاع**، يجري تجميع البيانات من الإجابات التي يعطيها أفراد المجتمع الإحصائي بخصوص سماتهم أو سلوكياتهم أو آرائهم.	لتحديد ما إذا كانت القائمة الجديدة لمطعم المدرسة تحظى بإعجاب الطلاب أم لا، قام اتحاد الطلاب بسؤال عينة عشوائية من الطلاب عن آرائهم.
في **التجربة**، يجري تقسيم العينة إلى مجموعتين: • المجموعة التجريبية التي تخضع للتغيير • المجموعة المرجعية التي لا تخضع للتغيير تتم مقارنة التأثير الحاصل على المجموعة التجريبية لاحقًا بالمجموعة المرجعية.	يفكر أحد المطاعم في إعداد وجبات باستخدام الدجاج بدلًا من اللحم البقري. قدم المطعم لنصف مجموعة من المشاركين وجبات دجاج وقدم للنصف الآخر وجبات من اللحم البقري.
في **الدراسة الوصفية**، يجري قياس استجابة أفراد إحدى العينات أو ملاحظة ردود أفعالهم دون تأثرهم بالدراسة.	يدرس باحثون في إحدى الشركات الإلكترونية مجموعة من المراهقين يستخدمون أجهزة كمبيوتر محمولة مختلفة، ويدونون ردود أفعالهم.

611

المفردات الجديدة

معلمة parameter
إحصاء statistic
تحيز bias
عينة عشوائية random sample
استطلاع survey
تجربة experiment
دراسة وصفية observational study

ممارسات في الرياضيات

بناء فرضيات صحيحة والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

alManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 11:54 AM 26%
elib.moe.gov.ae

1 تصنيف الدراسات

المثال 1 يوضح كيف يتم تصنيف أنواع الدراسة. **المثال 2** يوضح كيف يمكن اختيار نوع الدراسة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 حدد ما إذا كان كل موقف يصف *استطلاعًا* أم تجربة أم دراسة وصفية. ثم حدد العينة. واقترح مجتمعًا إحصائيًا تم اختيار العينة منه على نحو محتمل.

a. أفلام تحتاج دار سينما قديمة إلى تحديد نوعية الأفلام التي يجب عرضها خلال السنة القادمة. وخططوا لاستفتاء 50 شخصًا عشوائيًا من سكان المنطقة وسألوهم عن أفلامهم المفضلة. استطلاع رأي؛ عينة: تم أخذ رأي 50 ساكنًا؛ المجتمع الإحصائي: كل رواد الأفلام المحتملين

b. قيادة السيارات تريد مدرسة لقيادة السيارات تحديد المشاكل الرئيسة التي يواجهها سائقو السيارات أثناء إجراء اختبار القيادة. وشاهدوا 30 شخصًا عشوائيًا ممن يجرون الاختبار وسجلوهم. دراسة وصفية؛ عينة: الأشخاص الذين تم رصدهم أثناء إجراء الاختبار؛ المجتمع الإحصائي: طلاب مدرسة قيادة محتملون

مثال 1 تصنيف أنواع الدراسة

حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعًا أم تجربة أم دراسة وصفية. ثم حدد العينة. واقترح مجتمعًا إحصائيًا يمكن اختيارها منه.

a. أناشيد تريد شركة تعمل في تسجيل الأناشيد اختيار ثلاثة تصاميم لغلاف ألبوم. تختار الشركة 50 مراهقًا من المدارس الثانوية المحلية بصورة عشوائية لعرض الأغلفة عليهم ومشاهدة ردود أفعالهم وتسجيلها.

هذه دراسة وصفية. لأن الشركة ستراقب المراهقين دون أن يخضعوا لأي تأثير يتعلق بالدراسة. العينة هي الـ 50 مراهقًا الذين وقع الاختيار عليهم. والمجتمع الإحصائي هو كل المشترين المحتملين لهذا الألبوم.

b. إعادة التدوير يريد مجلس المدينة أن يبدأ برنامجًا لإعادة التدوير. يرسلون استبيانًا إلى 200 مواطن بشكل عشوائي يسألونهم فيه عن الأشياء التي يرغبون بإعادة تدويرها.

هذا استطلاع. لأن البيانات يجري تجميعها من إجابات المشاركين في الاستبيان. العينة هي الـ 200 مواطن الذين ملؤوا الاستبيان. والمجتمع الإحصائي هو كافة مواطني المدينة.

تمرين موجه

1A. تجربة؛ العينة: القطط التي تم إعطاؤها علاجًا للديدان القلبية؛ المجتمع الإحصائي: جميع القطط

1A. أبحاث قام علماء بدراسة سلوك مجموعة واحدة من القطط. ثم إعطاؤها علاجًا للديدان القلبية. في حين تم إعطاء مجموعة أخرى من القطط علاجًا زائفًا أو دواء وهميًا.

1B. الكتب السنوية تجري لجنة الكتاب السنوي دراسة لتحديد ما إذا كان الطلاب سيحصلون الحصول على نسخة مطبوعة من الكتاب السنوي أم نسختين مطبوعة ورقمية من الكتاب السنوية.

1B. استطلاع؛ العينة: الطلاب المشاركون في الاستطلاع؛ المجتمع الإحصائي: جميع طلاب المدرسة

تصحيح دراسية
الإحصاء السكاني
الإحصاء السكاني استطلاع يجري فيه استجواب كل فرد من المجتمع الإحصائي. لذلك، عندما يتم إجراء إحصاء سكاني، لا تكون هناك عينات.

للاختيار فيما بين استخدام الاستطلاع أو التجربة أو الدراسة الوصفية، فكر بطريقة الحصول على البيانات وما إذا كان المشاركون سيتأثرون بالدراسة أم لا.

مثال 2 اختيار نوع الدراسة

حدد ما إذا كان كل موقف يستدعي إجراء استطلاع أم تجربة أم دراسة وصفية. اشرح استنتاجك.

a. دواء تريد إحدى شركات الأدوية اختبار مدى فعالية دواء جديد.

سيلزم اختبار العلاج على مجموعة تمثل عينة. ما يعني تأثر أفراد المجموعة بالدراسة. لذا، فإن الموقف يستدعي إجراء تجربة.

b. انتخابات تريد إحدى المنظمات الإخبارية دعوة مواطنين بطريقة عشوائية لتتدبر الآراء حول الانتخابات الرئاسية.

يستدعي هذا الموقف إجراء استطلاع لأنه يتعلق بأفراد من المجتمع الإحصائي توضح آرائهم.

تمرين موجه

2A. دراسة وصفية؛ الإجابة النموذجية: تجري مراقبة مستوى الكوليسترول في الدم عند المشاركين ومقارنتها دون تأثرهم بالدراسة.

2A. أبحاث تريد شركة أبحاث دراسة المستخدمين وغير المستخدمين لمنتجات الألبان كاملة الدسم في وجباتهم لتحديد ما إذا كانت سنة واحدة من عدم الاستخدام ستؤثر على مستويات الكوليسترول في الدم.

2B. استطلاع؛ الإجابة النموذجية: سنحصل على البيانات من آراء أعضاء عينة المجتمع الإحصائي.

2B. حيوانات أليفة تريد سلسلة متاجر حيوانات أليفة معرفة ما إذا كان الزبائن مستعدين لدفع رسم سنوي صغير للمشاركة في برنامج مكافآت. يختارون 200 زبون عشوائيًا ويرسلون لهم استبيانًا.

Mc Graw Hill Education جميع الحقوق محفوظة لصالح مؤسسة © محفوظ وتحريره

التركيز على محتوى الرياضيات

استطلاع رأي وإحصاء عند إجراء إحصاء ما، تُجمع البيانات من جميع أفراد المجتمع الإحصائي. وعليه، يُفترض أن تكون النتائج صحيحة. وبما أن استطلاع الرأي يستكشف جزءًا فقط من المجتمع الإحصائي، فدائمًا ما تنطوي النتائج على بعض من الشك.

612 | الدرس 1-10 | إعداد دراسة

alManahj.com/ae

etisalat 4G 11:54 AM 26%
elib.moe.gov.ae

2 تصميم الدراسات

المثال 3 يوضح كيفية تحديد أسئلة استطلاع الرأي المتحيزة. **المثال 4** يوضح كيفية تصميم استطلاع رأي. **المثال 5** يوضح كيفية تحديد الأخطاء في التجارب. **المثال 6** يوضح كيفية تصميم تجربة.

أمثلة إضافية

2 حدد ما إذا كان كل موقف يستدعي إجراء استطلاع أم تجربة أم دراسة وصفية. اشرح استنتاجك.

a. ألعاب الفيديو تخطط شركة ألعاب اختبار ما إذا كانت وحدة التحكم الجديدة أفضل من القديمة أم لا. سيتم رصد مجموعة من المراهقين أثناء استخدامهم لوحدة التحكم لمعرفة أي وحدة يستخدمونها أكثر. دراسة وصفية؛ الإجابة النموذجية: سيتم رصد المراهقين دون تأثير الدراسة عليهم.

b. مطاعم يريد مطعم إجراء دراسة عبر الإنترنت يسأل من خلالها عملاءه عما إذا كانوا راضين عن تجربة العشاء لديه. استطلاع رأي؛ الإجابة النموذجية: سيُسأل أفراد العينة عن آرائهم.

3 حدد ما إذا كان كل سؤال بالاستطلاع متحيزًا أو غير متحيز. وإن كان متحيزًا، فاشرح استنتاجك.

a. ما نوع الموسيقى المفضل لديك؟ هذا السؤال غير متحيز لأنه مذكور بوضوح ولا يشجع على إجابة معينة.

b. هل تعتقد أن هذه السموم، مثل المبيدات الحشرية، يجب أن تُرش على المحاصيل؟ هذا السؤال متحيز لأن المصطلح "سم" قد يتسبب في ردة فعل قوية من المجيب.

الربط بالحياة اليومية

دورات عبر الإنترنت في عام 2009، حضر قرابة 1.2 مليون طالب دورة واحدة على الأقل عبر الإنترنت.

المصدر: الجمعية الدولية للتعليم عبر الإنترنت لصحوف رياض الأطفال حتى التعليم الثانوي

2 إعداد الدراسات

يمكن أن تتضمن الأسئلة المختارة في الاستطلاع أو الإجراءات المستخدمة في إحدى التجارب تحيزا أيضا، فتؤثر بالتالي على نتائج الدراسة.

وقد تتسبب أسئلة الاستطلاع المكتوبة على نحو سيء في الحصول على إجابة لا تعكس رأي المشارك بدقة. لذلك من المهم كتابة أسئلة واضحة ومحددة. خلال الاستطلاع، تجنب الأسئلة التي:

- تكون غير واضحة أو غير دقيقة
- تشجع على اختيار إجابة معينة
- تتسبب في رد فعل قوي
- تتناول أكثر من مسألة واحدة

يمكن أن تبدي الأسئلة تحيزا أيضا إذا لم تتوفر معلومات كافية للمشارك ليدلي بإجابة دقيقة.

مثال 3 تحديد التحيز في أسئلة الاستطلاع

حدد ما إذا كان كل سؤال بالاستطلاع متحيزًا أو غير متحيز. وإن كان متحيزًا، فاشرح استنتاجك.

a. ألا توافق على وجوب تقديم الكافيتريا لطعام صحي؟

هذا السؤال متحيز لأنه يشجع على اختيار إجابة معينة. فعبارة "ألا توافق" تشجعك على الموافقة بضرورة تقديم الكافيتريا طعاما صحيا.

b. ما مقدار ممارستك للتمارين الرياضية؟

هذا السؤال غير متحيز لأنه واضح التعبير ولا يشجع على إجابة معينة.

تمرين موجه

3A. كم كأسا من الماء تشرب يوميا؟ **غير متحيز**

3B. هل تفضل مشاهدة أفلام الحركة المشوقة أم الأفلام الوثائقية المملة؟

3B. متحيز؛ الإجابة النموذجية: تفترض الصفتان "مشوقة" و"مملة" أن المجيب ينبغي أن يوافق على كون أفلام الحركة أفضل من الأفلام الوثائقية.

4. الهدف: تحديد اهتمام المدرس في تدريس دورة عبر الإنترنت؛ المجتمع الإحصائي: المدرسون في المدرسة مبن لهم خبرة خمس سنوات على الأقل؛ أسئلة الاستطلاع المحتملة: منذ متى وأنت تقوم بالتدريس؟ إذا عرض عليك تدريس دورة عبر الإنترنت، فهل ستكون مهتما؟

عند إعداد استطلاع، اذكر الهدف بوضوح وحدد المجتمع الإحصائي واختر بعناية أسئلة غير متحيزة في الاستطلاع.

مثال 4 من الحياة اليومية إعداد استطلاع

التكنولوجيا **يكتب ناصر مقالة لجريدة مدرسته عن الدورات التي تدرس عبر الإنترنت. وأراد إجراء استطلاع لتحديد عدد طلاب المدرسة الذي سيهتمون بحضور دورات عبر الإنترنت من المنزل. اذكر الهدف من الاستطلاع، واقترح المجتمع الإحصائي، ثم اكتب سؤالين غير متحيزين للاستطلاع.**

الخطوة 1 **اذكر الهدف من الاستطلاع.**

يهدف الاستطلاع إلى تحديد اهتمام الطلاب في حضور دورات عبر الإنترنت من المنزل.

الخطوة 2 **حدد المجتمع الإحصائي.**

المجتمع الإحصائي هو طلاب المدرسة.

الخطوة 3 **اكتب أسئلة استطلاع غير متحيزة.**

أسئلة الاستطلاع المحتملة

- "هل لديك اتصال بالإنترنت في منزلك؟"
- "هل سترغب في حضور دورات عبر الإنترنت. إذا أتيحت لك الفرصة؟"

تمرين موجه

4. التكنولوجيا في مقالة متابعة، قرر ناصر إجراء استطلاع لتحديد عدد المدرسين بمدرسته، ممن لديهم خمس سنوات خبرة على الأقل، والمهتمين بتدريس دورات عبر الإنترنت. اذكر الهدف من الاستطلاع، واقترح المجتمع الإحصائي، ثم اكتب سؤالين غير متحيزين للاستطلاع

التدريس المتمايز OL

المتعلمون أصحاب النمط اللفظي/اللغوي قسّم الطلاب إلى مجموعات صغيرة. اطلب من كل مجموعة تصميم سؤال استطلاعي والتدرب على طرحه بطريقة تظهر تحيزًا في نبرة صوت السائل وتعبيرات وجهه. ثم اطلب منهم أن يطرحوا السؤال على مجموعات أخرى وتسجيل إجاباتهم. ناقش مع الفصل ما إذا كانت الإجابات متوافقة مع التحيز الذي صُمم السؤال لطرحه أم لا.

alManahj.com/ae

etisalat 4G 11:54 AM 26%
elib.moe.gov.ae

لتجنب إدخال التحيز في التجارب. ينبغي اختيار المجموعة التجريبية والمجموعة المرجعية عشوائيا. كما ينبغي تصميم التجربة بحيث يكون كل شيء متعلق بالمجموعتين متشابها (باستثناء العملية أو الإجراء المتبع).

مثال 5 تحديد الأخطاء في التجارب

حدد أية أخطاء في إعداد التجربة، ثم صف كيف يمكن تصحيحها.

التجربة: تريد إحدى شركات الإلكترونيات اختبار ما إذا كان استخدام حاسبة تمثيل بياني جديدة سيزيد من درجات الطلاب في الاختبار أم لا. وقد تم أخذ عينة عشوائية. أعطي طلاب حساب التفاضل والتكامل في المجموعة التجريبية الحاسبة الجديدة لاستخدامها، بينما طلب من طلاب الجبر 2 في المجموعة المرجعية استخدام حاسبتهم.

النتائج: عند إعطاء الاختبار ذاته، حصلت المجموعة التجريبية على درجات أعلى من المجموعة المرجعية. وخلصت الشركة إلى أن استخدام هذه الحاسبة يزيد درجات الاختبار.

هناك احتمال أكبر لحصول طلاب حساب التفاضل والتكامل على درجات أعلى عند إعطائهم الاختبار ذاته مثل طلاب الجبر 2. وبالتالي، فإن الخطأ يتمثل في أن المجموعة التجريبية تتألف من طلاب حساب التفاضل والتكامل بينما تتألف المجموعة المرجعية من طلاب الجبر 2. ويمكن تصحيح هذا الخطأ باختيار عينة عشوائية من جميع طلاب التفاضل والتكامل أو من جميع طلاب الجبر 2.

تمرين موجه

5. التجربة: تختبر شركة أبحاث فعالية مزيل الجليد على أقفال السيارة. واستخدمت عينة عشوائية من السائقين في كاليفورنيا ومينيسوتا للمجموعة التجريبية والمجموعة المرجعية.

النتائج: خلصت الشركة إلى أن مزيل الجليد له تأثير فعال.

نصيحة دراسية
التحيز في التجارب
تكون التجربة متحيزة إذا كان المشتركون على علم بالمجموعة التي ينتمون إليها.

5. الإجابة النموذجية: يتمثل الخطأ في أن المجموعة المرجعية تتألف من سائقين في كاليفورنيا، بينما المجموعة التجريبية فتتألف من سائقين في مينيسوتا. يمكن تصحيح هذا الخطأ باختيار كلتا المجموعتين من منطقة باردة مثل مينيسوتا، حيث تكثر الحاجة إلى مزيل الجليد.

عند إعداد تجربة ما، يجب ذكر الهدف بوضوح وتعيين العينة المستهدفة وتحديد المجموعة التجريبية والمجموعة المرجعية وتحديد الإجراء.

مثال 6 من الحياة اليومية إعداد تجربة

نباتات تريد شركة أبحاث اختبار ما يروج له الإعلان الموضح على اليسار. اذكر الهدف من التجربة، واقترح المجتمع الإحصائي، وحدد المجموعة التجريبية والمجموعة المرجعية، ثم صف إجراء العينة.

الخطوة 1 **اذكر الهدف وحدد المجتمع الإحصائي.**

الهدف من هذه التجربة هو تحديد ما إذا كانت شارة الطماطم التي أعطيت السماد تنمو أسرع في غضون ثلاثة أسابيع أم لا مقارنة بثمار الطماطم التي لم تعط السماد. المجتمع الإحصائي هو جميع نباتات الطماطم.

الخطوة 2 **حدد المجموعة التجريبية والمجموعة المرجعية.**

المجموعة التجريبية هي شارة الطماطم التي أعطيت السماد، بينما المجموعة المرجعية هي شارة الطماطم التي لم تعط السماد.

الخطوة 3 **صف إجراء العينة.**

قس طول النباتات في كل مجموعة. وأعط السماد للمجموعة التجريبية. ثم انتظر ثلاثة أسابيع وقس طول النباتات مجددا. ثم قارن أطوال كل مجموعة لمعرفة ما إذا كان ادعاء الإعلان صحيحا أم لا.

تمرين موجه **انظر الهامش.**

6. **رياضة** تريد شركة ما تحديد ما إذا كان ارتداء حذاء تنس جديد يحسن من وقت الجري أم لا. اذكر الهدف من التجربة، واقترح المجتمع الإحصائي، وحدد المجموعة التجريبية والمجموعة المرجعية، ثم صف إجراء العينة.

McGraw-Hill Education © مجموعة تعليم ماكجرو هيل

أمثلة إضافية

4. **الكلية** تريد كلية مجتمعية تحديد ما إذا كان طلاب برنامج الكلية التعليمي من المدارس الثانوية المحلية مهتمين بحضور فصول بالكلية أو لا. اذكر هدف استطلاع الرأي، واقترح المجتمع الإحصائي، واكتب سؤالين استطلاع رأي غير متحيزين. الهدف: تحديد ما إذا كان الطلاب المخططون للذهاب إلى الكلية مهتمين بحضور فصول الكلية المجتمعية أم لا؛ المجتمع الإحصائي: جميع طلاب المدارس الثانوية المحلية؛ أسئلة استطلاع رأي العينة: هل تخطط للذهاب إلى الكلية بعد المرحلة الثانوية؟ هل أنت مهتم بأخذ دورة تدريبية بالكلية المجتمعية أثناء الدراسة الثانوية؟

5. حدد أية أخطاء في إعداد التجربة، ثم صف كيف يمكن تصحيحها.

تجربة: تريد شركة أبحاث إجراء دراسة لتحديد ما إذا كانت بكرة الصيد الجديدة أكثر فاعلية من تلك القديمة. تتكون إجراءات التجربة من استخدام البكرة الجديدة لصيد السمك في إحدى البحيرات، واستخدام البكرة القديمة لصيد السمك في بحيرة أخرى قريبة اختيرت عشوائيا.

النتائج: توصلت الشركة إلى أن كفاءة البكرة الجديدة تعادل ضعف كفاءة تلك القديمة.

الإجابة النموذجية: يكمن الخطأ في استخدام بكرتي الصيد في بحيرتين مختلفتين. فقد لا تكون كمية السمك أو نوعه متساويين بما يكفي لإجراء تجربة محكمة.

إجابة إضافية (تمرين موجه)

6. الهدف: تحديد ما إذا كان ارتداء حذاء التنس سيحسن من وقت الركض أم لا؛ المجموعة التجريبية: مشتركون يرتدون الأحذية الجديدة؛ المجموعة المرجعية: مشتركون يرتدون نوعًا آخر من الأحذية؛ إجراء العينة: يجب على الشركة اختيار المشتركين الممارسين لرياضة الجري بشكل منتظم، ويكون جميعهم أصحاء، ومتقاربين في الأعمار. ثم يمكن للشركة تقسيم العينة إلى مجموعتين: مجموعة تجريبية من المشتركين المرتدين لحذاء التنس الجديد ومجموعة مرجعية من المشتركين المرتدين لنوع آخر من الأحذية. يجب على الشركة تسجيل فترة الركض لكل مجموعة على مدار فترة زمنية محددة وبعدها تحدد ما إذا كان هناك تحسن كبير في المجموعة التجريبية مقارنة بالمجموعة المرجعية.

614 | الدرس 1-10 | إعداد دراسة

alManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 11:54 AM 26%
elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

مثال 1 **حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعًا أم تجربة أم دراسة وصفية، ثم حدد العينة، واقترح مجتمعها إحصائيًا يمكن اختيارها منه.**

1. **البدرسة** تم اختيار مجموعة من طلاب مدرسة ثانوية عشوائيًا وطلب منهم إكمال النموذج الموضح. **استطلاع؛ العينة: الطلاب المشاركون في الدراسة؛ المجتمع الإحصائي: جميع طلاب البدرسة**

هل توافق على قواعد الغداء الجديدة؟
- ☐ أوافق
- ☐ لا أوافق
- ☐ لا أهتم

2. **تصميم** تريد إحدى شركات الإعلان اختبار تصميم شعار جديد. تختار 20 مشاركا وترصد مشاعرهم بشأن الشعار. **انظر الهامش.**

مثال 2 **الفرضيات حدد ما إذا كان كل موقف يستدعي إجراء استطلاع أم تجربة أم دراسة وصفية. اشرح استنتاجك. 3-4. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

3. **محو الأمية** تريد إحدى مجموعات محو الأمية تحديد ما إذا كان طلاب المدرسة الثانوية الذين شاركوا في برنامج القراءة الوطني الأخير قد حصلوا على درجات أعلى في الاختبار المعياري أم لا مقارنة بطلاب المدرسة الثانوية الذين لم يشاركوا في البرنامج.

4. **البيع بالتجزئة** يخطط قسم البحث لدى شركة بيع بالتجزئة لإجراء دراسة لتحديد ما إذا كانت الصيغة المستخدمة على قميص جديد ستبيت بعد 50 غسلة أم لا.

مثال 3 **حدد ما إذا كان كل سؤال بالاستطلاع متحيزا أو غير متحيز. وإن كان متحيزا، فاشرح استنتاجك.**

5. ما برنامج مرشح اتحاد الطلاب الذي تؤيده؟ **غير متحيز**

6. منذ متى وأنت تعيش في عنوان سكنك الحالي؟ **غير متحيز**

مثال 4 7. **السيارات الهجينة** يريد أحد مصانع السيارات تحديد مقدار الطلب على السيارات الهجينة في الإمارات العربية المتحدة. اذكر الهدف من الاستطلاع، واقترح المجتمع الإحصائي. ثم اكتب سؤالين غير متحيزين للاستطلاع. **7-9. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

مثال 5 8. حدد أية أخطاء في إعداد التجربة. ثم صف كيف يمكن تصحيحها.

التجربة: تريد إحدى شركات الأبحاث تحديد ما إذا كان أحد الفيتامينات الجديدة يعزز من مستويات الطاقة. لذا قررت اختبار هذا الفيتامين على طلاب الجامعة. تم أخذ عينة عشوائية. بحيث تتألف المجموعة التجريبية من الطلاب الذين تم إعطاؤهم الفيتامين، بينما تتألف المجموعة المرجعية من المدرسين الذين تم إعطاؤهم دواء وهميا.

النتائج: عند إجراء اختبار بدني للأداء، حصلت المجموعة التجريبية على درجات أعلى من المجموعة المرجعية، وخلصت الشركة إلى أن الفيتامين فعال.

مثال 6 9. **رياضة** تريد إحدى شركات الأبحاث إجراء تجربة لاختبار ما يروج له مخفوق البروتين اليومي. اذكر الهدف من التجربة، واقترح المجتمع الإحصائي، وحدد المجموعة التجريبية والمجموعة المرجعية، ثم صف إجراء العينة.

التدريب وحل المسائل

مثال 1 **حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعًا أم تجربة أم دراسة وصفية، ثم حدد العينة، واقترح مجتمعها إحصائيًا يمكن اختيارها منه. 10-13. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

10. **غذاء** أجرى متجر بقالة دراسة تم فيها اختيار العملاء عشوائيًا ثم طلب منهم تقديم تعليقاتهم على تجربتهم في التسوق.

11. **درجات** تختار مجموعة بحثية 80 طالب كلية عشوائيًا. أخذ نصفهم مقرر فيزياء في المدرسة الثانوية وقارن درجاتهم بمقرر فيزياء في الكلية.

12. **صحة** قامت مجموعة بحثية باختيار 100 فرد بطريقة عشوائية للمشاركة في دراسة لتحديد ما إذا كان تناول ثمار التوت الأزرق يقلل من خطر الإصابة بأمراض القلب للبالغين أم لا.

13. **تلفاز** أرسلت إحدى شبكات التلفاز استبيانا إلى مجموعة أشخاص تم اختيارهم عشوائيا من جميع أنحاء الدولة لتحديد ما إذا كانوا يفضلون مشاهدة المسلسلات الهزلية أم الدرامية.

Mc Graw Hill Education حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح

615

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	10-24, 28-30, 32-61	11-23 فردي، 33-36	10-24 زوجي، 28-30, 32, 37-61
OL أساسي	11-23 فردي، 25-61	10-24, 33-36	25-32, 37-61
BL متقدم	25-59 (اختياري؛ 60-61)		

مثال إضافي

6 **حيوانات أليفة** تريد شركة أبحاث اختبار طعام جديد للقطط البدينة، وهو يَروج لإنقاص الوزن. اذكر هدف التجربة، واقترح المجتمع الإحصائي، وحدد المجموعة التجريبية والمجموعة المرجعية، وصف إجراء العينة. **الهدف: تحديد ما إذا كانت القطط البدينة سينقص وزنها مع إعطائها طعامًا جديدًا لإنقاص الوزن؛ المجتمع الإحصائي: كل القطط البدينة؛ المجموعة التجريبية: مجموعة من القطط البدينة تحصل على الطعام الجديد؛ المجموعة المرجعية: مجموعة من القطط البدينة يُعطى لها طعامها المعتاد؛ إجراء العينة: يمكن وزن مجموعتي القطط في بداية التجربة وبعد ذلك تُعطى المجموعة التجريبية الطعام الجديد وتُعطى المجموعة المرجعية الطعام المعتاد. ثم، بعد فترة محددة من الوقت، يجب وزن المجموعتين مرة أخرى، ومقارنة وزن القطط لتحديد أي تأثير.**

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 9-1 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس ممارسات في الرياضيات

فرضيات يمكن للطلاب المتفوقين في الرياضيات فهم الافتراضات المذكورة والتعريفات والنتائج المؤكدة مسبقًا في بناء الفرضيات واستخدامها. فهم يضعون فرضيات ويبنون تقدمًا منطقيًا للمسائل لاستكشاف حقيقة تقديراتهم.

إجابة إضافية

2. دراسة وصفية؛ العينة: المشاركون في الدراسة؛المجتمع الإحصائي: العملاء المحتملون

alManahj.com/ae

472 / 120

●●○○○ etisalat 4G 11:55 AM 26%
elib.moe.gov.ae

مثال 2 **حدد ما إذا كان كل موقف يستدعي إجراء استطلاع أم تجربة أم دراسة وصفية. اشرح استنتاجك. 14–17. انظر الهامش.**

14. **أزياء** تخطط إحدى مجلات الأزياء لإجراء استفتاء بين 100 شخص في الإمارات العربية المتحدة لتحديد ما إذا كان احتمال شرائهم لاشتراك سيزداد أم لا إذا حصلوا على عدد مجاني من المجلة.

15. **سفر** تتصل إحدى وكالات السفر بـ 250 مواطنا في الإمارات العربية المتحدة وتسألهم عن أفضل وجهة سفر يختارونها.

16. **غذاء** يريد إبراهيم فحص عادات تناول الطعام عند 100 طالب تم اختيارهم عشوائيا أثناء تناول الغداء لتحديد عدد الطلاب الذين يأكلون داخل مطعم المدرسة.

17. **هندسة** يخطط أحد المهندسين لاختبار 50 عينة معادن من أجل تحديد ما إذا كانت سبائك التيتانيوم الجديدة ذات صلابة أكثر من السبائك الأخرى أم لا.

مثال 3 **حدد ما إذا كان كل سؤال بالاستطلاع متحيزا أم غير متحيز. وإن كان متحيزا، فاشرح استنتاجك. 18–21. انظر الهامش.**

18. هل تعتقد أن المدرسة بحاجة إلى صالة رياضية وملعب لكرة القدم جديدين؟

19. ما فريق كرة القدم الذي تشجعه، برشلونة أم ريال مدريد؟

20. هل تمارس أي رياضة غير مدرسية؟

21. ألا توافق بأنه ينبغي مرافقة الكبار للطلاب الصغار عند ذهابهم إلى المدرسة؟

مثال 4 22. **الدراسة الجامعية** تريد منطقة تعليمية إجراء استطلاع لتحديد عدد الشباب في المنطقة الذين يخططون للالتحاق بالجامعة بعد المدرسة الثانوية. اذكر الهدف من الاستطلاع. واقترح المجتمع الإحصائي. ثم اكتب سؤالين غير متحيزين للاستطلاع. **انظر الهامش.**

مثال 5 23. حدد أية أخطاء في إعداد التجربة. ثم صف كيف يمكن تصحيحها.

التجربة: تريد إحدى سلاسل المتاجر الكبرى تحديد ما إذا كان هناك احتمال أكبر لشراء المتسوقين واقيا من الشمس إذا كان موجودا بالقرب من صف المحاسبة عن المشتريات. كانت المجموعة التجريبية تتألف من عدة متاجر في الغرب الأوسط حيث نقل واقي الشمس إلى جوار صف المحاسبة عن المشتريات. والمجموعة المرجعية تتألف من متاجر في أريزونا لم ينقل واقي الشمس فيها إلى جوار صف المحاسبة عن المشتريات. **انظر الهامش.**

النتائج: حققت متاجر أريزونا مبيعات أكبر من واقي الشمس عن متاجر الغرب الأوسط. وخلصت الشركة إلى أن نقل الواقي الشمسي إلى جوار صف المحاسبة عن المشتريات لم يزد المبيعات.

مثال 6 24. **الفرضيات** في درس الكيمياء، تعلم أحمد أن الأدوات النحاسية تصبح معتمة بمرور الوقت نظرا لتفاعل النحاس مع الهواء مشكلا طبقة من أكسيد النحاس. وهو يخطط لاستخدام المواد الموضحة أدناه لتحديد ما إذا كان خليط من عصير الليمون والملح سيزيل أكسيد النحاس من على العملات المعدنية.

a-b. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

ليمونتان ملعقة صغيرة 30 عملة وعاء بلاستيكي

a. اذكر الهدف من التجربة. واقترح المجتمع الإحصائي. وحدد المجموعة التجريبية والمجموعة المرجعية. ثم صف إجراء العينة.

b. ما العوامل التي تعتقد أنه يجب أخذها في الاعتبار عند اختيار العملات للتجربة؟ اشرح استنتاجك.

25. **تقارير** التمثيل البياني الموضح مأخوذ من تقرير عن متوسط عدد الدقائق التي يقضيها الأطفال والمراهقون الذين تتراوح أعمارهم من 8 إلى 18 عاما في الولايات المتحدة أثناء استخدام الهواتف الخلوية يوميا. **a, c–d. انظر الهامش.**

a. صف العينة واقترح المجتمع الإحصائي.

b. ما نوع البيانات الإحصائية للعينة التي تعتقد بأن التقرير حسبها لأجل هذا التقرير؟ **متوسط الوقت**

c. صف نتائج دراسة كل فئة عمرية.

d. من الذي تعتقد بأنه سيكون مهتما بهذا النوع من التقارير؟ اشرح استنتاجك.

إجابات إضافية

14. استطلاع رأي؛ الإجابة النموذجية: سنحصل على البيانات من آراء أفراد المجتمع الإحصائي للعينة.

15. استطلاع رأي؛ الإجابة النموذجية: سنحصل على البيانات من آراء أفراد المجتمع الإحصائي للعينة.

16. دراسة وصفية؛ الإجابة النموذجية: سنرصد العادات الغذائية للمشتركين ونقارن دون أن يتأثروا بالدراسة.

17. تجربة؛ الإجابة النموذجية: سوف تدعو الحاجة إلى اختبار عينات من المعدن، مما يعني أن أفراد العينة سيتأثرون بالدراسة.

18. متحيز؛ الإجابة النموذجية: يستفسر السؤال عن قضيتين: هل تحتاج المدرسة إلى صالة رياضية جديدة وهل تحتاج المدرسة إلى ملعب جديد أم لا.

19. متحيز؛ الإجابة النموذجية: السؤال يعطي خيارين، وبالتالي يشجع على إجابة محددة.

20. غير متحيز

21. متحيز؛ الإجابة النموذجية: يشجع السؤال على إجابة محددة، فعبارة "ألا توافق" تقترح على الأشخاص في استطلاع الرأي أن يوافقوا.

22. الهدف: تحديد عدد الشباب في المناطقة الراغبين في الالتحاق بالكلية بعد المرحلة الثانوية؛ المجتمع الإحصائي: جميع الشباب في المناطقة؛ أسئلة استطلاع رأي العينة: في أي صف دراسي أنت؟ هل تخطط للالتحاق بالكلية بعد التخرج؟

23. الإجابة النموذجية: يكمن الخطأ في أن المجموعة التجريبية تتكون من محلات في الشارقة، والمجموعة المرجعية تتكون من محلات في دبي. وفي المتوسط، ترتفع درجة الحرارة في دبي عن الشارقة. ويستخدم الناس في دبي واقيات شمسية أكثر. وبالتالي، فإن مبيعات الواقيات الشمسية في المحلات الموجودة في هذه المناطق على الأرجح ستكون مختلفة ولا ينبغي المقارنة بينها في تجربة.

25a. العينة: الأشخاص من سن 8 إلى 18 سنة الذين شملهم استطلاع الرأي؛ المجتمع الإحصائي: جميع من يتراوح أعمارهم من 8 إلى 18 سنة في الولايات المتحدة.

25c. الإجابة النموذجية: تحدث أعضاء المجموعة المتراوح أعمارهم من 8 إلى 10 سنوات لمدة 10 دقائق تقريبا يوميا ولم يتواصلوا كتابيا أبدا. تحدث أعضاء المجموعة المتراوح أعمارهم من 11 إلى 14 سنة لحوالي 30 دقيقة يوميا وتواصلوا كتابيا لحوالي 70 دقيقة يوميا. وتحدث أعضاء المجموعة المتراوح أعمارهم من 15 إلى 18 سنة لحوالي 40 دقيقة يوميا وتواصلوا كتابيا لحوالي 110 دقائق يوميا.

25d. الإجابة النموذجية: قد تستخدم شركة هواتف خلوية تقريرا كهذا لتحديد الفئة العمرية التي يجب عليهم استهدافها في إعلاناتهم.

26a. استطلاع رأي: عينة: 2.4 مليون شخص شملهم الاقتراع. المجتمع الإحصائي: جميع مواطني الولايات المتحدة ممن بلغوا سن التصويت في عام 1936

26b. وفقا للنتائج المتوقعة، قد يحصل لاندون على 57% من التصويت العام. ومع ذلك، في الانتخابات الحقيقية، فاز روزفيلت بنسبة 60.8% من التصويت العام.

alManahj.com/ae
472 / 121

●●○○○ etisalat 4G 11:55 AM 26%
elib.moe.gov.ae

26. **المثابرة** في عام 1936، نشرت مجلة Literary Digest نتائج دراسة إحصائية استخدمت في توقع ما إذا كان من سيفوز في الانتخابات الرئاسية لذلك العام هو ألف لاندون أم فرانكلين روزفلت. وتألفت العينة من 2.4 مليون أمريكي. كان من بينهم المشتركون في المجلة ومالكو السيارات المسجلة ومستخدمو الهواتف. وقد توصلت النتائج إلى أن لاندون سيفوز بنسبة 57% من التصويت الشعبي. النتائج الفعلية للانتخابات موضحة فيما يلي.

التصويت في الانتخابات

a. صف نوع الدراسة التي تم إجراؤها والعينة المأخوذة والمجتمع الإحصائي. **a–c. انظر الهامش.**

b. ما المقارنة بين النتائج المتوقعة والفعلية؟

c. هل تعتقد أن الاستطلاع كان متحيزًا؟ اشرح استنتاجك.

27. **التمثيلات المتعددة** خلصت نتائج تجربتين إلى أن المنتج A فعال بنسبة 70% وأن المنتج B فعال بنسبة 80%. **a–d. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

a. **هندسيًا** لمحاكاة تجربة المنتج A، استخدم برنامج مولد الأعداد العشوائي على حاسبة التمثيل البياني للحصول على 30 عددًا صحيحًا بين 0 و9. افترض أن 0–6 تمثل نتيجة فعالة وأن 7–9 تمثل نتيجة غير فعالة.

b. **جدوليًا** اصنع وأكمل جدول التكرار الموضح باستخدام النتائج من الجزء a. ثم استخدم البيانات لحساب احتمال فعالية المنتج A. كرر الخطوات لحساب الاحتمال مع المنتج B.

المنتج A	
العدد	التكرار
0-6	
7-9	

c. **تحليليًا** قارن الاحتمالات التي حصلت عليها في الجزء b. هل تعتقد أن الاختلاف الموجود في فعالية كل منتج كبير بما يكفي لتبرير اختيار أحد المنتجين وترك الآخر؟ اشرح.

d. **منطقيًا** افترض أن تكلفة المنتج B ضعف تكلفة المنتج A. فهل تعتقد أن احتمال فعالية المنتج تبرر اختلاف السعر بالنسبة للمستهلك؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

C **التبرير** حدد ما إذا كانت كل عبارة **صحيحة** أو **خاطئة**. إذا كانت خاطئة، فاشرح السبب. **28–32. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

28. نوفيرا للوقت والمال، يتم استخدام معلمات المجتمع الإحصائي لتقدير البيانات الإحصائية للعينة.

29. يمكن استخدام الدراسات الوصفية والتجارب لدراسة العلاقات بين السبب والنتيجة. **صحيحة**

30. **مسألة غير محددة الإجابة** صمم دراسة وصفية. حدد هدف الدراسة والمجتمع الإحصائي والعينة. واجمع البيانات ونظمها. واحسب البيانات الإحصائية.

31. **تحد** ما العوامل التي ينبغي مراعاتها عند تحديد مدى موثوقية دراسة إحصائية معطاة؟

32. **الكتابة في الرياضيات** ابحث في كل وسيلة من الوسائل التالية لإعداد العينة. ثم صف كل وسيلة وناقش ما إذا كان استخدامها يمكن أن يسبب تحيزًا أم لا.

a. العينة الملائمة
b. العينة المختارة ذاتيًا
c. العينة الطبقية
d. العينة المنتظمة

© محمد وأبناء مؤسسة تمام للنشر، McGraw-Hill Education

617

alManahj.com/ae

إجابة إضافية

26c. نعم؛ الإجابة النموذجية: يمكن للأشخاص الذين شملتهم العينة تحمل تكلفة الاشتراكات في المجلات واقتناء السيارات والهواتف، مما يقترح أنهم أغنى من المواطن الأمريكي متوسط الحال. طريقة أخذ العينة لم تمثل المواطنين الذين لا يمكنهم تحمل تكلفة تلك الأشياء. وبالتالي، فهي لا تمثل المجتمع الإحصائي بأكمله.

617

●●○○○ etisalat 4G 11:55 AM 26%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

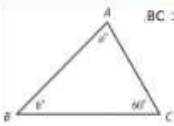
بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب
اطلب من كل طالب عمل بحث عن تجربة من اختياره. وتحديد هدف التجربة، والمجتمع الإحصائي، ومجموعات التجربة والمجموعات المرجعية، والإجراء.

إجابات إضافية

37. **الخطوة 1:** $9^1 - 1 = 8$، مقسوم على 8. العبارة صحيحة حيث $n = 1$.
الخطوة 2: افترض أن $9^k - 1$ مقسوم على 8 بالنسبة لعدد طبيعي k. هذا يعني أن $9^k - 1 = 8r$ بالنسبة لعدد طبيعي r.
الخطوة 3:
$9^k - 1 = 8r$
$9^k = 8r + 1$
$9^{k+1} = 72r + 9$
$9^{k+1} - 1 = 72r + 8$
$9^{k+1} - 1 = 8(9r + 1)$
بما أن r عدد طبيعي، و $9r + 1$ عدد طبيعي. فإن $9^{k+1} - 1$ مقسوم على 8. إذًا فالعبارة صحيحة حيث $n = k + 1$. لذلك، $9^n - 1$ مقسومًا على 8 لجميع الأعداد الطبيعية n.

تدريب على الاختبار المعياري

33. **الهندسة** في $\triangle ABC$، $BC > AB$. أي مما يلي ينبغي أن يكون صحيحًا؟ C
A $AB = BC$
B $AC < AB$
C $a > 60$
D $a = b$



34. **الإجابة المختصرة** ما مجموعة حل $4^{4x^2 - 2x - 4} = 4^{-2x}$؟ {1, −0.5}

35. **SAT/ACT** تم تقسيم قطيرة بالتساوي بين ثلاثة أطفال ورجل. إذا أعطى أحد الأطفال نصف حصته للرجل واحتفظ طفل ثان بثلثي نصيبه وأعطى الباقي للرجل، فما مقدار الجزء الذي حصل عليه الرجل بالإجمال؟ G
F $\frac{5}{24}$ H $\frac{1}{2}$ K $\frac{13}{12}$
G $\frac{11}{24}$ J $\frac{13}{24}$

36. أي معادلة مما يلي تمثل قطعًا زائدًا؟ D
A $y^2 = 49 - x^2$ C $y = 49x^2$
B $y = 49 - x^2$ D $y = \frac{49}{x}$

42. (0, 3), $\left(\pm\frac{\sqrt{23}}{2}, -\frac{11}{4}\right)$

مراجعة شاملة

37. أثبت أن العبارة $9^n - 1$ تمثل القسمة على 8 صحيحة لجميع الأعداد الطبيعية. **انظر الهامش.**

38. **الألعاب الرياضية الجماعية** تؤدي إيمان عشر محاولات في مسابقة الرمية الحرة بالألعاب الجماعية. كم عدد تسلسلات التسجيل والخطأ التي يمكن أن تؤدي إلى إحرازها لثمان رميات وإضاعة اثنتين؟ 45

أوجد حل كل من أنظمة المعادلات التالية. 40. $(-1 + \sqrt{17}, 1 + \sqrt{17}), (-1 - \sqrt{17}, 1 - \sqrt{17})$

39. $y = x + 3$, $y = 2x^2$ $\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right), (-1, 2)$
40. $x^2 + y^2 = 36$, $y = x + 2$
41. $y^2 + x^2 = 9$, $y = 7 - x$ لا يوجد حل
42. $y + x^2 = 3$, $x^2 + 4y^2 = 36$
43. $x^2 + y^2 = 64$, $x^2 + 64y^2 = 64$ $(\pm 8, 0)$
44. $y^2 = x^2 - 25$, $x^2 - y^2 = 7$ لا يوجد حل

أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط ذات الإحداثيات المعطاة.

45. (9, -2), (12, -14) وحدة $3\sqrt{17}$
46. (-4, -10), (-3, -11) وحدة $\sqrt{2}$
47. (1, -14), (-6, 10) وحدة 25
48. (-4, 9), (1, -3) وحدة 13
49. (2.3, -1.2), (-4.5, 3.7) وحدة $\sqrt{70.25}$
50. (0.23, 0.4), (0.68, -0.2) وحدة 0.75

بسط. افترض أنه لا يوجد متغير يساوي 0.

51. $(5cd^2)(-c^4d)$ $-5c^5d^3$
52. $(7x^3y)(4xy^3)$ $28x^4y^4$
53. $\frac{a^7n^6}{n^5}$ an
54. $(n^4)^4$ n^{16}
55. $\frac{y^4z^4}{y^2z^5}$ $-y^3z^2$
56. $(-2r^2t^3)(3rt^2)$ $-24r^3t^5$

اكتب معادلة تربيعية باستخدام الجذر (الجذور) المعطى. اكتب المعادلة بالصيغة $ax^2 + bx + c = 0$. حيث a و b و c أعداد صحيحة.

57. −3, 9 $x^2 - 6x - 27 = 0$
58. $-\frac{1}{3}, -\frac{3}{4}$ $12x^2 + 13x + 3 = 0$
59. 4, −5 $x^2 + x - 20 = 0$

مراجعة المهارات

60. **اختبارات** خضع الصف الدراسي للآنسة أسماء والمكون من 30 طالبًا إلى اختبار في مادة الأحياء. إذا حصل 20 من طلابها على متوسط درجات يبلغ 83 في الاختبار، وحصل الطلاب الآخرون على متوسط درجات يبلغ 74، فكم كان متوسط درجة الصف بأكمله؟ 80

61. **قيادة السيارات** أثناء رحلة مدتها 10 ساعات، قاد إسماعيل السيارة لمدة 4 ساعات بسرعة 60 كيلومترًا في الساعة ولمدة 6 ساعات بسرعة 65 كيلومترًا في الساعة. كم كان متوسط سرعته للرحلة بأكملها مقدرًا بالكيلومترات؟ 63

التدريس المتمايز BL OL

التوسّع اطلب من الطلاب استكشاف أساليب يمكن استخدامها لاختيار عينات عشوائية. على سبيل المثال، يمكن استخدام جدول للأعداد العشوائية من ملحق لنص إحصائي أو مولد الأعداد العشوائية لورقة بيانات أو حاسبة.

alManahj.com/ae
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق النشر

472 / 123

●●○○○ etisalat 4G 11:55 AM 26%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

الهدف استخدم محاكاة لعمل هوامش الخطأ لأنواع مختلفة من العينات العشوائية.

المواد الخاصة لكل طالب

- حاسبة التمثيل البياني TI-83/84 Plus أو حاسبة تمثيل بياني من نوع آخر

نصيحة للتدريس

إذا كانت خبرة الطلاب البرمجية محدودة في استخدام الحاسبة، فراجع قائمة الأوامر من خلال الضغط على PRGM عندما تكون الحاسبة في وضع تحرير البرنامج. ولتوفير الوقت على الفصل الدراسي، يمكن تنزيل البرنامج من حاسبة إلى أخرى.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية ودمج قدراتهم لإكمال النشاطين 1 و2 والتمارين من 1 إلى 4.

اطرح السؤال التالي:

- ماذا يفعل سطر البرنامج: $C \rightarrow$ randInt (1,100) ؟ يعمل على تعيين عدد صحيح عشوائي من 1 إلى 100 للمتغير C.
- ماذا يحدث إن لم يكن C أقل من أو يساوي 43؟ سيتخطى البرنامج السطر التالي الذي يضيف 1 إلى قيمة B.
- ماذا يحدث إذا تم إدخال حجم عينة يبلغ 500 أو 1000 إلى البرنامج؟ ستستغرق الحاسبة عدة ثوانٍ إضافية لتشغيل البرنامج.

10-1 مختبر حاسبة التمثيل البياني: المحاكاة وهامش الخطأ

ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية

أجرى مركز بيو للأبحاث استطلاعا لعينة عشوائية من البراهين وكانت نتيجتها أن 43% من جميع البراهين الذين يصطحبون هواتفهم الخلوية إلى المدرسة يرسلون رسائل نصية من داخل الصف الدراسي يوميا. ما مدى دقة تمثيل عينتهم العشوائية لجميع البراهين؟

كما تعلمت في الدرس السابق، فإن الاستطلاع المعتمد على عينة عشوائية يعتبر أداة عالية القيمة لتعميم المعلومات على فئة أكبر. يستخدم البرنامج الموجود في النشاط التالي برنامج مولد الأعداد العشوائي (randInt(a, b)) لمحاكاة نتائج استطلاع عينة عشوائية.

النشاط 1 محاكاة أخذ العينات العشوائية

استخدم البرنامج التالي الذي يحاكي استطلاع إرسال الرسائل النصية لقياس النسبة المئوية للبراهين الذين يرسلون رسائل نصية من داخل الصف الدراسي لعينات عشوائية يبلغ حجمها 20 و 50 و 100 طالب.

الخطوة 1 أدرج البرنامج التالي في حاسبة التمثيل البياني.

برنامج: SIMTEST
```
:Input "SAMPLE SIZE ",S
:0→A
:0→B
:Lbl Z
:A + 1→A
:randInt(1, 100) →C
:If C ≤ 43
:B + 1→B
:If A<S
:Goto Z
:100B/S→P
:Disp "PERCENT WHO TEXT",P
:Stop
```

الخطوة 2 نفذ 10 محاولات باستخدام البرنامج لكل عينة حجمها 20 و 50 و 100. اضغط ENTER لتشغيل البرنامج مجددا كل مرة.

الخطوة 3 سجل النسبة المئوية لمن يرسلون رسائل نصية لكل محاولة في الجدول أدناه.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	حجم العينة
											20
											50
											100

تحليل النتائج

1. تأمل النسبة المئوية الأعلى من نتيجة استطلاع مركز بيو البالغة 43% لكل حجم عينة. ما المدى بالنسبة للتسعة بالمئة المتبقية لكل حجم عينة؟ **راجع عمل الطلاب.**
2. ما أبعد ما بلغته أي من تلك المحاولات المتبقية عن الـ 43% لكل حجم عينة؟ **راجع عمل الطلاب.**
3. إجابة النتيجة الموجودة في التمرين 2 أو سلبيتها تعرف باسم **هامش الخطأ**. بالنظر إلى نتائجك، ما حجم العينة الذي منح أصغر هامش خطأ؟ **العينات التي يبلغ حجمها 100**
4. ما الذي تتوقع حدوثه لهامش الخطأ إذا استخدمنا عينة يبلغ حجمها 500؟ **الإجابة النموذجية: هامش الخطأ سيتناقص.**

يتبع في الصفحة التالية

alManahj.com/ae
McGraw-Hill Education

●●○○○ etisalat 4G 11:55 AM 26%
elib.moe.gov.ae

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمارين 5 و 6 لتقييم ما إذا كان الطلاب يمكنهم تطبيق هامش صيغة الخطأ بشكل صحيح.

من المجرد إلى الملموس

اطرح السؤال التالي:

- في النشاط 1، ما النسبة المئوية للمحاولات لكل مقدار عينة استخدمتها؟ 90%
- لماذا لم يتم استخدام كل المحاولات لتطوير هامش الخطأ؟ الإجابة النموذجية: كما رأينا في التمرين 9، فإن المدى الكبير من النسب المئوية ممكن، ولكنه غير محتمل. وباستخدام 90% من المحاولات، سنحصل على مدى أصغر من هامش الخطأ وسيكون مشابهًا بشكل أكبر لنتائجنا.

إجابات إضافية

9. نعم؛ الإجابة النموذجية: يُعد هامش الخطأ توقعًا لأكثر شيء محتمل حدوثه. ومع ذلك فمن الممكن أن تعطي عينة عشوائية نتائج بأي نسبة مئوية بين 0% و 100%.
10. الإجابة النموذجية: يتوقع هامش الخطأ أن استخدام عينة يبلغ حجمها 2500 قد يؤدي إلى ظهور نسبة مئوية تقع ضمن المدى 41% إلى 45%. وبينما من الممكن أن تعطينا العينة العشوائية نتائج بأي نسبة مئوية بين 0% و 100%، إلا أنه من غير المرجح أن ينتج عن 10 محاولات تتكون جميعها من عينة حجمها 2500 نسب مئوية ضمن المدى 19% إلى 23%. وبالتالي، سيتم النظر في صلاحية النموذج.

مختبر حاسبة التمثيل البياني
المحاكاة وهامش الخطأ تابع

اكتشف علماء الإحصاء أنه في المجتمعات الإحصائية الكبيرة، يمكن تقريب هامش الخطأ لعينة عشوائية حجمها n بالصيغة التالية.

المفهوم الأساسي صيغة هامش الخطأ

$$\text{هامش الخطأ} = \pm\frac{1}{\sqrt{n}}(100)$$

بما أن n موجودة في المقام، فإن هامش الخطأ سيتناقص كلما زاد حجم العينة العشوائية. يمكن استخدام هذا التعبير أيضًا لتحديد حجم العينة العشوائية اللازمة لتحقيق المستوى المرغوب من الموثوقية.

النشاط 2 هامش الخطأ وحجم العينة

تعمل ضمن فريق بحثي.

a. **تحتاج أن تقرر ما إذا كنت ستجري استطلاعًا باستخدام هامش خطأ ±3% أم ±2%. ما حجم العينة اللازم لتحقيق كل هدف؟**

حدد كل نسبة مئوية تساوي صيغة هامش الخطأ وأوجد الحل لـ n.

	صيغة هامش الخطأ	
$\pm 3\% = \pm\frac{1}{\sqrt{n}}(100)$		$\pm 2\% = \pm\frac{1}{\sqrt{n}}(100)$
$0.03\sqrt{n} = 1$	اضرب في $\frac{\sqrt{n}}{100}$	$0.02\sqrt{n} = 1$
$\sqrt{n} = 33.333$	اقسم	$\sqrt{n} = 50$
$n = 1111.11$	قم بتربيع كل طرف	$n = 2500$

عينة عشوائية حجمها 1100 سيكون لها هامش خطأ بحوالي ±3%. بينما عينة عشوائية حجمها 2500 سيكون لها هامش خطأ ±2%.

b. **افترض أن المدير المالي يرغب في خفض تكلفة الاستطلاع باستخدام عينة عشوائية حجمها 100. فكم سيكون مقدار هامش الخطأ لحجم العينة هذا؟**

عوض n بـ 100 في صيغة هامش الخطأ.

	صيغة هامش الخطأ
$\text{هامش الخطأ} = \pm\frac{1}{\sqrt{n}}(100)$	
$\pm 10\%$ أو $\pm\frac{1}{\sqrt{100}}(100)$	$n = 100$

سيكون هامش الخطأ في عينة عشوائية حجمها 100 هو ±10%.

التمارين

5. ما حجم العينة العشوائية الذي يؤدي إلى هامش خطأ ±1%؟ 10,000
6. ما هامش الخطأ المتوقع عند استخدام عينة حجمها 500؟ حوالي ±4.5%
7. اذكر بعض الأسباب التي قد يحددها مركز أبحاث لإثبات أن استطلاعًا بهامش خطأ ±3% سيكون مرغوبًا به أكثر من استطلاع بهامش خطأ ±2%؟ **الإجابة النموذجية: ستكون التكلفة أقل وسيستغرق الاستطلاع وقتًا أقل وسيتطلب إجراؤه عددًا أقل من الأشخاص.**
8. ما مدى النسبة المئوية للطلاب الذين يرسلون رسائل نصية من داخل الصف الدراسي التي يمكن لمركز الأبحاث توقعها من أي استطلاع عشوائي يقوم بإجرائه لعينة حجمها 2500؟ 41%–45%
9. إذا تم إجراء استطلاع بعينة عشوائية حجمها 2500 طالب، فهل من الممكن أن يجيب 20% فقط من الطلاب بأنهم يرسلون رسائل نصية في الصف الدراسي؟ إذا كان الأمر كذلك، فكيف يمكن أن يكون هذا ممكنًا؟ **انظر الهامش.**
10. إذا تم تكرار الخطوة 2 من النشاط 1 باستخدام عينة حجمها 2500، وكان مدى النسبة المئوية الذي وجدت 19%–23%، فهل ستدفعك هذه النتيجة إلى التشكيك في النموذج؟ **انظر الهامش.**

alManahj.com/ae

472 / 125

●●○○○ etisalat 4G 11:55 AM 26%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 10-2 احسب مقياس النزعة المركزية والتغير.

الدرس 10-2 استخدم أشكال التوزيعات لتحديد الإحصاءات المناسبة. استخدم أشكال التوزيعات لمقارنة البيانات.

بعد الدرس 10-2 تعرّف على التوزيع الاحتمالي.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا يسجل خالد متوسطًا أقل من 18 نقطة في المباراة خلال الموسم بأكمله؟ الإجابة النموذجية: إذا لم يحصل خالد على الكثير من وقت اللعب بصفته لاعبًا احتياطيًا، فعلى الأرجح أنه لم يسجل الكثير من النقاط خلال أول أربع مباريات. ونتيجة لذلك، قللت هذه النتائج من المتوسط الخاص به.
- هل يُعد متوسط تسجيل خالد للموسم بأكمله تمثيلاً جيدًا لمتوسط التسجيل الخاص به؟ اشرح. الإجابة النموذجية: لا، لأن متوسط تسجيله للموسم بأكمله أقل مما إن كان قد شارك في التشكيلة الأولية في الموسم بأكمله.

10-2 توزيعات البيانات

السابق	الحالي	لماذا؟
• قيمت بحساب مقياس النزعة المركزية والتغير.	1 استخدام أشكال التوزيعات لتحديد الإحصاءات الملائمة. 2 استخدام أشكال التوزيعات لمقارنة البيانات.	• بعد المشاركة في أربع مباريات كلاعب احتياطي، انضم خالد إلى التشكيلة الأساسية وأحرز متوسط 18 نقطة على مدار المباريات المتبقية. متوسط ما أحرزه خالد بالفعل على مدار الموسم بأكمله كان أقل من 18 نقطة لكل مباراة نتيجة لفترة مشاركته في اللعب في أول أربع مباريات.

المفردات الجديدة

- توزيع distribution
- توزيع ملتو سلبي negatively skewed distribution
- توزيع متماثل symmetric distribution
- توزيع ملتو إيجابي positively skewed distribution

ممارسات في الرياضيات

تهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

1 تحليل التوزيعات يوضح **توزيع** البيانات التكرار الملحوظ أو النظري لكل قيمة بيانات ممكنة. في درس سابق، تعلمت وصف توزيعات عينة بيانات باستخدام الإحصاء، حيث استخدمت المتوسط أو الوسيط لوصف مركز التوزيع. واستخدمت أيضًا الانحراف المعياري أو قيمة الربيعات لوصف انتشاره. يمكن أن يساعدك تحليل شكل التوزيع على تحديد مقياس المركز أو الانتشار الذي يصف مجموعة بيانات بصورة أفضل.

يمكن ملاحظة شكل توزيع مجموعة من البيانات برسم منحنى على المدرج الإحصائي لهذه البيانات.

المفهوم الأساسي التوزيعات المتماثلة والملتوية

توزيع ملتو سلبي	توزيع متماثل	توزيع ملتو إيجابي
• المتوسط أقل من الوسيط. • تقع أغلب البيانات إلى يمين المتوسط.	• المتوسط والوسيط متساويان تقريبًا. • البيانات موزعة بالتساوي على كلا جانبي المتوسط.	• المتوسط أكبر من الوسيط. • تقع أغلب البيانات إلى يسار المتوسط.

عندما يكون التوزيع متماثلاً، فإن المتوسط والانحراف المعياري سيصفان مركز البيانات وانتشارها بدقة. ولكن عندما يكون التوزيع ملتويًا، فإن هذه الإحصائيات لن تكون موثوقة تمامًا. تذكر أن القيم المتطرفة لها تأثير بالغ على متوسط مجموعة البيانات. بينما يكون الوسيط أقل تأثرًا. وعلى غرار ذلك، عندما يكون التوزيع ملتويًا فإن المتوسط سيقع بعيدًا من غالبية البيانات متجهًا نحو الطرف. وبما أن الوسيط أقل تأثرًا، فإنه سيقع بالقرب من غالبية البيانات.

عند اختيار إحصاء مناسب لتمثيل مجموعة بيانات، فحدد أولاً التوزيعات التوزيع.

- إذا كان التوزيع متماثلاً تقريبًا، فيمكن استخدام المتوسط الحسابي والانحراف المعياري.
- إذا كان التوزيع ملتويًا أو له قيم متطرفة، فاستخدم ملخص الأعداد الخمسة لوصف المركز وانتشار البيانات.

© McGraw-Hill Education

elManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 11:55 AM 26%
elib.moe.gov.ae

1 تحليل التوزيعات

المثال 1 يوضح كيفية اختيار الإحصاءات المناسبة لوصف مجموعة من البيانات باستخدام المدرج الإحصائي. **المثال 2** يوضح كيفية اختيار الإحصاءات المناسبة لوصف مجموعة من البيانات باستخدام مخطط الرسم الصندوق.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 عروض تقديمية قدّم كل طلاب الأستاذة منى عرضًا تقديميًا كجزء من مشروع الفصل الدراسي. مدة كل عرض تقديمي موضحة في الجدول أدناه.

الوقت (بالدقائق)				
20	17	11	13	17
10	16	7	23	15
14	21	12	20	13
19	18	20	19	17

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي. ثم صف شكل التوزيع.

انظر أسفل هامش التمثيل البياني: ملتوٍ سلبيًا

b. صف مركز البيانات وانتشارها مستخدمًا إما الوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. برر اختيارك. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتوٍ. إذًا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. المدى هو من 7 إلى 23 دقيقة. والوسيط هو حوالي 17 دقيقة. ونصف الأوقات يقع بين 13 و 19.5 دقيقة.

مثال 1 من الحياة اليومية وصف التوزيع باستخدام مدرج إحصائي

أجهزة لوحية يوضح الجدول أدناه أسعار عينة عشوائية من الأجهزة اللوحية.

السعر (بالدرهم)							
723	605	847	410	440	386	572	523
374	915	734	472	420	508	613	659
706	463	470	752	671	618	538	425
811	502	490	552	390	512	389	621

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي، ثم صف شكل التوزيع.

أولاً، اضغط على STAT ENTER ثم أدخل كل قيمة من قيم البيانات. ثم اضغط على 2nd [STAT PLOT] ENTER ENTER واختر في النهاية. اضبط النافذة وفقًا للأبعاد الموضحة.

تبلغ تكلفة الفالية المطبي من الأجهزة اللوحية ما بين 400 AED و 700 AED درهم. ويجري تصعير بعض الأجهزة اللوحية بسعر أعلى بكثير، وتشكل طرفًا إلى يمين التوزيع. ولذلك، فإن التوزيع ملتوٍ إيجابيًا.

[0, 1000] scl: 100 by [0, 10] scl: 1

b. صف مركز البيانات وانتشارها مستخدمًا إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

التوزيع ملتوٍ. ولذلك استخدم ملخص الأعداد الخمسة لوصف المركز والانتشار. اضغط على STAT ▶ ENTER ENTER ثم مرر لأسفل لعرض ملخص الأعداد الخمسة.

1-Var Stats
n=10
minX=374
Q1=451.5
Med=520.5
Q3=663
maxX=915

تتراوح الأسعار الخاصة بهذه العينة ما بين 374 AED و 915 AED. سعر الوسيط يساوي 530.50 AED. ونصف أجهزة الكمبيوتر يتراوح سعرها ما بين 451.50 AED و 665 AED.

تمرين موجه

1. **محلل الأمطار** يوضح الجدول التالي أطوال الأمطار السنوي لعينة مكونة من 24 عامًا.

أطوال الأمطار السنوي (cm)					
69	76	90	66	99	52
73	58	83	68	57	64
75	93	84	72	55	52
62	77	70	79	88	94

A. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي. ثم صف شكل التوزيع.

B. صف مركز البيانات وانتشارها مستخدمًا إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

يمكن أيضًا استخدام مخطط رسم صندوقي لتحديد شكل التوزيع. يشير موضع المستقيم الذي يمثل الوسيط إلى مركز البيانات. بينما توضح "الخطوط الطولية" انتشار البيانات. إذا كان أحد الخطوط الطولية أطول بدرجة ملحوظة من الآخر وكان الوسيط أقرب إلى الخط الطولي الأقصر، فسيكون التوزيع ملتويًا.

الربط بالحياة اليومية

كان أول جهاز كمبيوتر محمول - جهاز "Osborne 1" - متوفرًا للبيع عام 1981 مقابل 6600 AED. كان وزن الكمبيوتر 10 كيلوجرامات، وله شاشة عرض قياسها 12.5 سم. أما الآن فمن الممكن شراء جهاز كمبيوتر محمول مقابل مبلغ بسيط لن يزيد عن 920 AED وسيكون وزنه أقل من 1.3 كيلوجرام.

المصدر: متحف تاريخ الكمبيوتر

1A.

[1.5, 4.5] scl: 1 by [0, 8] scl: 1

متماثل

1B. الإجابة النموذجية: التوزيع متماثل. لذلك استخدم المتوسط والانحراف المعياري. كان متوسط هطول الأمطار يبلغ 73 سنتيمترًا مع انحراف معياري يبلغ 13.7 سنتيمترًا.

© محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية (مثال إضافي)

1a.

[1, 24] scl: 3 by [0, 8] scl: 1

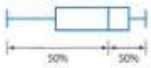
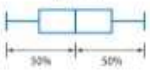
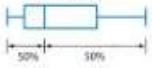
نصيحة للمعلمين الجدد

توزيعات ملتوية قد يخلط الطلاب بين التوزيعات الملتوية سلبيًا والملتوية إيجابيًا. ذكّرهم بأنه عندما يكون الذيل على الجانب الأيسر من التوزيع، فإن البيانات تكون صاعدة للأعلى. وبما أنه من الصعب أن تصعد، فسيكون التوزيع ملتويًا سلبيًا. وعندما يكون الذيل على الجانب الأيمن من التوزيع، فإن البيانات تكون هابطة. وبما أنه من السهل الهبوط، فسيكون التوزيع ملتويًا إيجابيًا.

alManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 11:55 AM 26%
elib.moe.gov.ae

المفهوم الأساسي استخدام مخططات الرسم الصندوقي في التوزيعات

ملتو سلبيا	متماثل	ملتو إيجابيا
		
البيانات الواقعة إلى يسار الوسيط موزعة على نطاق أوسع من البيانات الواقعة إلى اليمين. لذا، فالبيانات لها طرف إلى اليسار.	البيانات موزعة بالتساوي إلى يسار الوسيط ويمينه.	البيانات الواقعة إلى يمين الوسيط موزعة على نطاق أوسع من البيانات الواقعة إلى اليسار. لذا، فالبيانات لها طرف إلى اليمين.

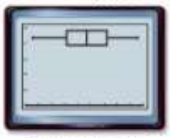
2A.

مثال 2 وصف التوزيع باستخدام مخطط الرسم الصندوقي

الواجب المنزلي أوجد الطلاب في صف الأستاذة أسامة لدراسة فنون اللغة متوسط عدد الدقائق التي يستغرقها كل منهم في الواجب المنزلي كل ليلة.

الدقائق لكل ليلة					
62	53	46	66	38	45
52	46	73	39	42	56
64	54	48	59	70	60
49	54	48	57	70	33

a. استخدم حاسة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي، ثم صف شكل التوزيع.



[40, 75] scl: 5 by [0, 3] scl: 1

أدخل البيانات بصورة L1. اضغط على 2nd [STAT PLOT] ENTER واختر ENTER، اضبط النافذة وفقًا للأبعاد الموضحة.

أطوال الخطوط الطولية متساوية تقريبًا. والوسيط يقع في منتصف البيانات. ويشير ذلك إلى أن البيانات موزعة بالتساوي إلى يسار الوسيط ويمينه. ولهذا يكون التوزيع متماثلًا.

b. صف مركز البيانات وانتشارها مستخدمًا إما الوسيط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

التوزيع متماثل، لذا استخدم الوسيط والانحراف المعياري.
[illegible] الدقائق التي يستغرقها الطلاب في الواجب المنزلي كل ليلة هو 53.5 والانحراف المعياري حوالي 10.5.

تمرين موجه

2. **هاتف خلوي** أعطى والدا أماني لها هاتفا خلويا بخط اتصال مدفوع مسبقا. يوضح الجدول التالي عدد الدقائق التي استخدمتها كل شهر على مدار العامين الماضيين.

الدقائق المستخدمة شهريا			
582	608	670	620
667	598	671	613
537	511	674	627
638	661	642	641
668	673	680	695
658	653	670	688

A. استخدم حاسة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي، ثم صف شكل التوزيع.

B. صف مركز البيانات وانتشارها مستخدمًا إما الوسيط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

ملتو سلبيا

2B. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتو. لذلك استخدم ملخص الأعداد الخمسة. استخدمت أماني دقائق تتراوح من 511 دقيقة إلى 695 دقيقة. الوسيط يساوي 655.5 دقيقة. ويقع نصف البيانات بين 616.5 و 670.5 دقيقة.

انتبه!

انحراف معياري تذكر أن قانون الانحراف المعياري لكل من المجتمع الإحصائي σ والعينة s مختلف قليلًا. في المثال 2، يجري تحليل أوقات جميع طلاب الصف الدراسي للأستاذ أسامة. لذلك استخدم الانحراف المعياري للمجتمع الإحصائي.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

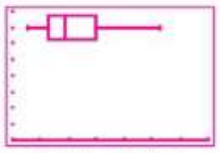
623

مثال إضافي

2 **الأسهم** سعر السهم لعينة عشوائية من أسهم شركة ما موضحة في الجدول.

الأسهم (AED)				
6.50	9.50	8.25	7.75	10.50
8.25	6.50	7.25	11.25	7.50
9.00	7.25	6.75	7.50	8.00
9.00	8.00	7.25	10.00	7.50

a. استخدم حاسة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي، ثم صف شكل التوزيع.



[6, 13] scl: 1 by [0, 8] scl: 1

ملتو إيجابيا

b. صف مركز البيانات وانتشارها مستخدمًا إما الوسيط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. برر اختيارك. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتو. إذًا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. المدى هو من AED 6.50 إلى AED 11.25. والوسيط هو حوالي AED 7.88. ونصف البيانات يقع بين AED 7.25 و AED 9.00.

623

التدريس المتمايز AL OL BL

المتعلمون بطريقة التواصل اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية للتفكير في أمثلة للبيانات التي يمكن توزيعها بشكل متماثل أو ملتو سلبيًا أو ملتو إيجابيًا.

alManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 11:55 AM 26%
elib.moe.gov.ae

2 مقارنة التوزيعات

المثال 3 يوضح كيفية استخدام المدرجات الإحصائية للمقارنة بين توزيعات مجموعتين من البيانات. **المثال 4** يوضح كيفية استخدام مخطط الرسم الصندوقي لمقارنة توزيعات مجموعتين من البيانات.

مثال إضافي

3 ألعاب يلعب كل من سالم وعلي العديد من ألعاب التفكير على الحاسوب. الوقت بالدقائق المستغرق لإكمال كل لعبة موضح.

سالم (بالدقائق)				
2.8	6.0	3.5	2.9	5.1
6.1	4.3	3.8	4.1	3.4
4.6	3.4	6.0	5.1	5.8
5.2	3.1	4.8	3.6	4.4

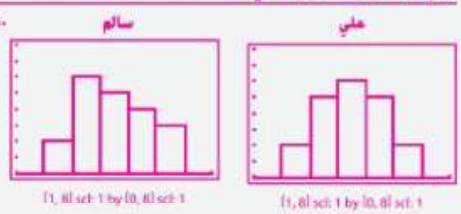
علي (بالدقائق)				
6.4	2.9	3.8	5.4	4.1
2.7	4.5	5.3	3.7	3.1
4.7	5.8	4.2	4.3	3.4
3.9	4.4	5.4	5.9	6.1

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي لكل مجموعة من البيانات. ثم صف شكل كل توزيع. انظر أسفل الهامش للتمثيل البياني: سالم. ملتو إيجابيًا. علي. متماثل

b. قارن بين التوزيعات باستخدام الأوساط والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. برر اختيارك. الإجابة النموذجية: أحد التوزيعات متماثل والآخر ملتو. إذًا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. وسيط كلتا المجموعتين هو 4.35 ولكن 50% من وقت سالم يحدث بين 3.45 و 5.15. بينما 50% من وقت علي يحدث بين 3.75 و 5.4. وقد يقترح المدى الربعي الأصغر الخاص بعلي بأنه كان أكثر توافقًا قليلاً عن سالم.

إجابة إضافية (مثال إضافي)

3a.



تدريس الممارسات في الرياضيات

أدوات يراعي الطلاب المتفوقون في الرياضيات الأدوات المتاحة أثناء حل مسألة رياضية. ذكّر الطلاب باختيار مجموعة البيانات الصحيحة عند إجراء الحسابات.

2 مقارنة التوزيعات

المثال 3 يوضح كيفية استخدام المدرجات الإحصائية للمقارنة بين توزيعات مجموعتين من البيانات. **المثال 4** يوضح كيفية استخدام مخطط الرسم الصندوقي لمقارنة توزيعات مجموعتين من البيانات.

مثال 3 مقارنة البيانات باستخدام مخططات مدرج إحصائي

نتائج الاختبار يوضح الجدول التالي نتائج اختبار الصف الدراسي للآنسة أمل.

درجات اختبار الوحدة 3	درجات اختبار الوحدة 4
81, 81, 92, 99, 61, 67, 86, 82, 76, 73, 62, 97, 97, 72, 72, 84, 77, 88, 92, 93, 76, 74, 66, 78, 76, 69, 84, 87, 83, 87, 92, 87, 82	87, 73, 69, 83, 74, 86, 74, 69, 79, 84, 79, 74, 83, 74, 86, 69, 91, 73, 79, 83, 69, 79, 83, 74, 86, 79, 79, 78, 83, 79, 86, 79, 84

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي لكل مجموعة من البيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

نتائج اختبار الوحدة 3

نتائج اختبار الوحدة 4

كلا التوزيعين متماثل.

b. قارن التوزيعات مستخدمًا إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

التوزيعات متماثلة. لذلك استخدم المتوسطات والانحرافات المعيارية.

نتائج اختبار الوحدة 3

نتائج اختبار الوحدة 4

رغم أن نتائج اختبار الوحدة 4 أدنى في المتوسط، إلا أنها تتسم بانحراف معياري أقل بكثير، مما يشير إلى أن النتائج مجمعة بصورة أكثر قربا حول المتوسط. لذلك فإن متوسط نتائج اختبار الوحدة 4 يعد تمثيلا أفضل للبيانات مقارنة بمتوسط نتائج اختبار الوحدة 3.

تصحيح دراسية
الأدوات لمقارنة مجموعتين من البيانات، أدخل إحدى المجموعة بالصيغة L1 والثانية بالصيغة L2. من أجل حساب إحصائيات مجموعة من البيانات في L2، اضغط
STAT ▶ ENTER
2nd [L2] ENTER

تمرين موجه

3. طباعة يوضح الجدول التالي سرعة الطباعة لدى الطلاب في صفين دراسيين.

الفترة الثالثة (wpm)	الفترة السادسة (wpm)
23, 38, 27, 28, 40, 45, 32, 33, 34, 27, 40, 22, 26, 34, 29, 31, 35, 33, 37, 38, 28, 29, 39, 42	38, 26, 43, 46, 23, 24, 27, 36, 22, 21, 26, 27, 31, 32, 27, 25, 23, 22, 28, 29, 28, 33, 23, 24

A. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي لكل مجموعة من البيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

B. قارن التوزيعات مستخدمًا إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

3A.

الفترة الثالثة

الفترة السادسة

الفترة الثالثة. متماثل؛ الفترة السادسة. ملتو إيجابيا

38 الإجابة النموذجية: أحد التوزيعين متماثل والآخر ملتو. لذلك استخدم ملخص الأعداد الخمسة. مدى الفترة الثالثة يساوي 23، ومدى الفترة السادسة يساوي 25. لكن وسيط الفترة الثالثة يساوي 33 ووسيط الفترة السادسة يساوي 27. الربيع الأدنى للفترة الثالثة يساوي 28. بما أن هذا أكبر من وسيط الفترة السادسة. فهذا يعني أن 75% من سرعات الفترة الثالثة أكبر من 50% من سرعات الفترة السادسة. لذلك، يمكننا أن نستنتج بأن الفترة الثالثة كان بها سرعات طباعة أفضل بشكل إجمالا.

alManahj.com/ae
Mcgraw-Hill Education جميع الحقوق محفوظة © لصالح

●●○○○ etisalat 4G 11:56 AM 26%
elib.moe.gov.ae

يمكن عرض مخططات الرسم الصندوقي بجانب بعضها، والاستفادة منها لمقارنة البيانات جنبا إلى جنب.

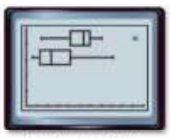
مثال 4 مقارنة البيانات باستخدام مخططات الرسم الصندوقي

النقاط يوضح الجدول التالي النقاط التي سجلها فريق رجبي محترف في كل مباراة لعبها خلال موسمي العامين 2008 و 2009.

2008							
7	51	24	27	17	35	27	33
28	30	27	21	24	30	14	20

2009							
20	9	3	10	6	14	3	10
3	37	7	21	13	41	20	23

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.



[0, 55] scl: 5 by [0, 3] scl: 1

أدخل نقاط موسم عام 2008 بالصيغة L1. مثل هذه البيانات بيانيا بالصيغة Plot1 بالضغط على [2nd] [STAT PLOT] ENTER ENTER واختيار ، أدخل نقاط موسم عام 2009 بالصيغة L2. مثل هذه البيانات بيانيا بالصيغة Plot2 بالضغط على [2nd] [STAT PLOT] ▼ ENTER ENTER واختيار ، من أجل Xlist، أدخل L2. اضبط النافذة وفقا للأبعاد الموضحة.

بالنسبة لنقاط عام 2008، فإن الخط الطولي الأيسر أطول من الأيمن والوسيط أقرب إلى الخط الطولي الأيمن. التوزيع ملتو سلبيا.

بالنسبة لنقاط عام 2009، فإن الخط الطولي الأيمن أطول من الأيسر والوسيط أقرب إلى الخط الطولي الأيسر. التوزيع ملتو إيجابيا.

b. قارن التوزيعات مستخدما إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

التوزيعات ملتوية. إذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة لمقارنة البيانات.

الربيع الأدنى لعام 2008 والربيع الأعلى لعام 2009 يساويان 20.5. هذا يعني أن 75% من نقاط موسم 2008 كانت أكبر من 20.5 و 75% من نقاط موسم 2009 كانت أقل من 20.5.

الحد الأدنى لموسم 2008 يساوي تقريبا الربيع الأدنى لموسم 2009. وهذا معناه أن 25% من نقاط موسم 2009 أقل من أي نقاط في موسم 2008. لذلك يمكن أن نستنتج أن التوزيع أعلى عدد نقاط على بدرجة ملحوظة في موسم 2008 مقارنة بموسم 2009.

تمرين موجه

4. الجولف سجل أيمن نقاط الجولف التي أحرزها لمواسم الجولف في السنتين الأولى والثانية من الجامعة.

A. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

B. قارن التوزيعات مستخدما إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

موسم السنة الجامعية الأولى	موسم السنة الجامعية الثانية
44, 38, 46, 48, 42, 41, 42, 46, 43, 40, 43, 43, 44, 45, 39, 44	42, 47, 43, 46, 50, 47, 52, 45, 53, 55, 48, 39, 40, 49, 47, 50

نصيحة دراسية

القيم المتطرفة تذكر من الدرس 0-9 أن القيم المتطرفة بيانات تكون أكبر بمقدار 1.5 مرة من المدى الربيعي فوق الربيعين الأعلى والأدنى. يجب تمثيل جميع القيم المتطرفة بيانيا. لكن ينبغي رسم الخطوط الطولية للقيمتين الصغرى والكبرى اللتين لا تمثلان قيما متطرفة.

4A.

كلاهما متماثلان

4B. الإجابة النموذجية: التوزيعات متماثلة. لذلك استخدم المتوسطات والانحرافات المعيارية. متوسط نقاط أيمن في موسم السنة الجامعية الثانية يبلغ حوالي 47.1 مع انحراف معياري يبلغ حوالي 4.4. أما متوسط نقاط أيمن في السنة الأولى فيبلغ حوالي 43 مع انحراف معياري يبلغ حوالي 2.6. يشير المتوسط والانحراف المعياري الأقل لموسم أيمن في السنة الأولى إلى أنه لم يتحسن فحسب، ولكنه كان أيضا أكثر ثباتا.

625

التدريس باستخدام التكنولوجيا

حاسبة التمثيل البياني اطلب من الطلاب إدخال نقاط البيانات من المثال 2 في حاسبة التمثيل البياني. واطلب منهم حساب الوسط والوسيط لمجموعة البيانات. واطلب منهم إضافة قيم متطرفة لمجموعة البيانات ثم اجعلهم يعيدوا حساب الوسط والوسيط. وبعد مراجعتهم لنتائجهم، اذكر مجددا مفهوم أن الوسيط يكون أقل مقاومة لتأثير القيم المتطرفة.

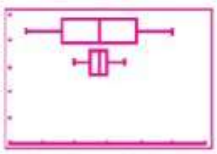
مثال إضافي

4 درجات الحرارة درجات الحرارة العظمى اليومية على مدار 20 يوما لمدينتين موضحة.

كلينتونفيل (°C)				
21	17	20	13	16
20	12	16	17	15
19	18	22	14	19
14	22	14	16.5	18

استوكتون (°C)				
18.5	16	16.5	17	16
17	18	15.5	17.5	17
17.5	16	16.5	18	17
19	16.5	19	17	17.5

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي لكل مجموعة بيانات، ثم صف شكل كل توزيع.



[52, 76] scl: 4 by [0, 5] scl: 1

كلاهما متماثلان

b. قارن بين التوزيعات باستخدام إما الأوساط والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. برر اختيارك. لإجابة النموذجية: التوزيعات متماثلة. إذا استخدم الأوساط والانحرافات المعيارية. درجة الحرارة الوسط لمدينة كلينتونفيل هي حوالي 17.75° مع انحراف معياري حوالي 2.89°. أما درجة الحرارة الوسط لمدينة استوكتون هي حوالي 17.15° مع انحراف معياري حوالي 0.89°. درجة الحرارة المتوسطة لكلتا المدينتين متشابه تقريبا. ولكن الانحراف المعياري الأدنى لمدينة استوكتون يعني أنه يوجد توافق أكثر في درجات الحرارة بالقرب من 17° عن مدينة كلينتونفيل.

625

alManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 11:56 AM 26%
elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

مثال 1

1. **تدريب رياضي** يوضح الجدول التالي مقدار الوقت الذي أمضاه بدر في الجري على جهاز الجري الكهربائي لمدة أول 24 يوما من تدريبه الرياضي. **a–b. انظر الهامش.**

الوقت (بالدقائق)											
23	10	18	24	13	27	19	7	25	30	15	22
10	28	23	16	29	26	26	22	12	23	16	27

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي. ثم صف شكل التوزيع.

b. صف مركز البيانات وانتشارها مستخدما إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

مثال 2

2. **مطاعم** يوضح الجدول أدناه إجمالي عدد البرات التي تناول فيها 20 فردا مشواتا الطعام داخل المطعم أو قاموا بشراء وجبات سريعة في أحد الشهور. **a–b. انظر الهامش.**

المطاعم أو المأكولات السريعة									
4	7	5	13	3	22	13	6	5	10
7	18	4	16	8	5	15	3	12	6

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي. ثم صف شكل التوزيع.

b. صف مركز البيانات وانتشارها مستخدما إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

مثال 3

3. **أدوات** يوضح الجدولان التاليان إجمالي مبيعات حملة جمع التبرعات للطلاب في صفين دراسيين في مدرسة الخليل الثانوية. **a–b. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

صف الآنسة رنا (دراهم)					
29	38	21	28	24	33
14	19	28	15	30	6
31	23	33	12	38	28
18	34	26	34	24	37

صف الآنسة منى (دراهم)					
6	14	17	12	38	15
11	12	23	6	14	28
16	13	27	34	25	32
21	24	21	17	16	

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط إحصائي لكل مجموعة من البيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات مستخدما إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

مثال 4

4. **إعادة التدوير** يوضح الجدولان التاليان إجمالي عدد الورق الذي تم إعادة تدويره أسبوعيا للصفوف الدراسية في السنتين الأولى والأخيرة. **a–b. انظر الهامش.**

طلاب السنة الأولى (كيلوجرام)					
14	24	8	26	19	38
12	15	12	18	9	24
12	21	9	15	13	28

طلاب السنة الأخيرة (كيلوجرام)					
25	31	35	20	37	27
22	32	24	28	18	32
25	32	22	29	26	35

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات مستخدما إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

Mcgraw-Hill Education جميع الحقوق محفوظة © لصالح شركة ماكجروهيل للتعليم

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	5–10, 14–29	17–20 فردي 5–9	6–10 زوجي, 14–16, 21–29
OL أساسي	5–12, 14–29	5–10, 17–20	11, 12, 14–16, 21–29
BL متقدم	(اختياري 26–29) 11–25		

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 4 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

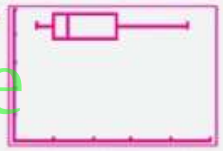
1a.

[4, 32] scl: 4 by [0, 8] scl: 1

ملتو سلبيا

1b. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتو. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. تتراوح الأوقات بين 7 إلى 30 دقيقة. الوسيط هو 22.5 دقيقة، ونصف البيانات يقع بين 15.5 و 26 دقيقة.

2a.

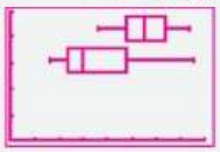


[0, 25] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

ملتو إيجابيا

2b. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتو. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. مدى البيانات هو من 3 إلى 22 ضعفا. العدد الوسيط هو 7 أضعاف. ونصف البيانات يقع بين 5 و 13 ضعفا.

4a.



[0, 40] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

طلاب السنة قبل الأخيرة. ملتو إيجابيا؛ طلاب السنة الأخيرة. متماثل

alManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 11:56 AM 26%
elib.moe.gov.ae

التدريب وحل المسائل

مثالان 1 و 2

في التمرينين 5 و 6، أكمل كل خطوة.

a. **استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي ومخطط رسم صندوقي. ثم صف شكل التوزيع.**

b. **صف مركز البيانات وانتشارها مستخدما إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.**

5. **ألعاب الفيديو** يوضح الجدول أدناه إجمالي النقاط الأسبوعية التي أحرزها فريق خالد لكرة القدم على ألعاب الفيديو. **a–b. انظر الهامش.**

إجمالي النقاط							
165	140	88	158	101	137	112	127
53	151	120	156	142	179	162	79

6. **أفلام** سجل الطلاب في أحد الصفوف الدراسية لدى السيد جمال عدد الأفلام التي شاهدوها على مدار الشهر الماضي. **a–b. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

أفلام تمت مشاهدتها											
14	11	17	9	6	11	7	8	12	13	10	9
5	11	7	13	9	12	10	9	15	11	13	15

مثال 3

تمثيل النماذج في التمرينين 7 و 8، أكمل كل خطوة.

a. **استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي لكل مجموعة من البيانات. ثم صف شكل كل توزيع.**

b. **قارن التوزيعات مستخدما إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك. 8–7. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

7. **SAT** خضعت مجموعة من الطلاب لاختبار SAT في السنة الثانية ومجددا في السنة الأخيرة. ويوضح الجدولان التاليان درجات الطلاب.

نتائج السنة الثانية					
1327	1663	1708	1583	1406	1563
1637	1521	1282	1752	1628	1453
1368	1681	1506	1843	1472	1560

نتائج السنة الأخيرة					
1728	1523	1857	1789	1668	1913
1834	1769	1655	1432	1885	1955
1569	1704	1833	2093	1608	1753

8. **الدخل** يوضح الجدولان التاليان إجمالي دخل 18 أسرة في مدينتين مجاورتين.

سويحان (آلاف الدراهم)					
68	59	61	78	58	66
56	72	86	58	63	53
68	58	74	60	103	64

الرويس (آلاف الدراهم)					
52	55	60	61	55	65
65	60	45	37	41	71
50	61	65	66	87	55

9. **رسوم التعليم** يوضح فيما يلي رسوم التعليم السنوية لعينة من الكليات العامة وعينة من الكليات الخاصة. أكمل كل خطوة. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات مستخدما إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

الكليات العامة (درهم)					
3773	3992	3004	4223	4821	3880
3163	4416	5063	4937	3321	4308
4006	3508	4498	3471	4679	3612

الكليات الخاصة (درهم)					
10,766	13,322	12,995	15,377	16,792	9547
15,976	11,084	17,868	7909	12,824	10,377
14,304	10,055	12,930	16,920	10,004	11,806

627

تدريس الممارسات في الرياضيات

التمثيل يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق الحساب الذي يعرفونه لحل المسائل الناشئة في الحياة اليومية، وتحليل العلاقات رياضيًا لاستخلاص الاستنتاجات، وتفسير نتائجهم الرياضية في سياق الحالة.

انتبه!

انحرافات معيارية بالنسبة إلى التمرينين 6 و 7، يجب على الطلاب حساب الانحراف المعياري للمجتمع الإحصائي. ويتضمن ذلك كل طالب في صف الأستاذ جمال، وتتضمن مجموعة الشباب كل طالب كان موجودًا في مجموعة طلاب السنة الثانية. بالنسبة إلى التمرين 9، يجب على الطلاب حساب الانحراف المعياري للعينة وذلك لأن أقساط التعليم تم جمعها من عينة من الطلاب فقط وليس جميعهم.

إجابات إضافية

5a.

[50, 200] scl: 25 by [0, 8] scl: 1

[50, 200] scl: 25 by [0, 5] scl: 1

ملتو سلبيًا

5b. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتو. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. مدى النقاط هو من 53 إلى 179. والوسيط هو 138.5 نقطة. ونصف البيانات يقع بين 106.5 و 157 نقطة.

إجابة إضافية

4b. الإجابة النموذجية: أحد التوزيعات متماثل والآخر ملتو. لذا استخدم ملخصات الأعداد الخمسة. وسيط فصل طلاب السنة قبل الأخيرة هو 15، ووسيط فصل طلاب السنة الأخيرة هو 27.5. القيمة الصغرى لفصل طلاب السنة الأخيرة هي 18. هذا يعني أن الإجمالي في كل أسبوع لفصل طلاب السنة الأخيرة أكبر من 50% من الإجمالي في كل أسبوع لفصل طلاب السنة قبل الأخيرة. وبالتالي، نستنتج أن الإجمالي بكل أسبوع لفصل طلاب السنة الأخيرة أكبر بكثير من الإجمالي بكل أسبوع لفصل طلاب السنة قبل الأخيرة.

627

alManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 11:56 AM 26%
elib.moe.gov.ae

تدريس الممارسات في الرياضيات

فرضيات يمكن للطلاب المتفوقين في الرياضيات فهم الافتراضات المذكورة والتعريفات والنتائج المؤكدة مسبقًا في بناء الفرضيات واستخدامها. فهم يضعون فرضيات ويبنون تقدمًا منطقيًا للمسائل لاستكشاف حقيقة تقديراتهم.

10. **التخرج** يوضح الجدولان التاليان إجمالي المبلغ الذي أنفقته عينة عشوائية من طلاب السنة الأخيرة على التخرج في كلية للإناث، وكذلك في كلية للذكور. أكمل كل خطوة.
انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات مستخدمًا إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

الإناث (بالدراهم)					
682	533	602	504	635	541
489	703	453	521	472	368
562	426	382	668	352	587

الذكور (بالدراهم)					
253	288	304	283	348	276
322	368	247	404	450	341
291	260	394	302	297	272

a–c. انظر الهامش.

11. **كرة السلة** راجع بداية الدرس. يوضح الجدول أدناه النقاط التي أحرزها خالد في المباريات المتبقية.

النقاط المحرزة			
18	10	18	21
9	25	13	17
17	12	24	19
20	17	27	21

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي. صف مركز البيانات وانتشارها.

b. أحرز خالد 0 و 2 و 1 و 0 من النقاط في أول أربع مباريات يشارك فيها. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي يحتوي على البيانات الجديدة. ثم أوجد المتوسط والوسيط لمجموعة البيانات الجديدة.

c. ما التأثير الذي تحدثه إضافة النتائج من أول أربع مباريات على شكل التوزيع وعلى كيفية وصفك للمركز والانتشار؟

a–b. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

12. **النتائج** نتائج اختبار إيمان القصير موضحة بالجدول أدناه.

نتائج اختبار الرياضيات					
83	76	86	82	84	57
86	62	90	96	76	89
76	88	86	86	92	94

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي. صف المركز والانتشار.

b. يسمح مدرس إيمان للطلاب بتجاهل نتائج أقل اختبارين من اختباراتهم. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط الرسم الصندوقي الذي يعكس هذا التغيير. ثم صف مركز مجموعة البيانات الجديدة وانتشارها.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

C 13. **تحد** قرب قيمة المتوسط والوسيط لكل توزيع بيانات. **a–c. انظر الهامش.**

14. **الفرضيات** لا تكون توزيعات البيانات دائمًا متماثلة أو ملتوية. إذا كان التوزيع يحتوي على فجوة في المنتصف، مثل الموضحة في الشكل، فقد تنتج عن ذلك تجمعات منفصلة من البيانات. مشكلة توزيعًا ثنائي المنوال. كيف يمكن وصف مركز التوزيع ثنائي المنوال وانتشاره؟

14. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

15. **مسألة غير محددة الإجابة** أوجد مجموعة بيانات من الحياة اليومية يبدو بأنها تمثل توزيعًا متماثلًا وأخرى لا تمثل ذلك. صف كل توزيع. ارسم تمثيلًا بصريًا لكل مجموعة بيانات. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

16. **الكتابة في الرياضيات** اشرح الاختلاف بين توزيع ملتو إيجابي وتوزيع ملتو سلبي وتوزيع بيانات متماثل مع طرح مثال لكل منها. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

© Mcgraw-Hill Education حقوق الطبع محفوظة

alManahj.com/ae

628 | الدرس 2-10 | توزيعات البيانات

●●○○○ etisalat 4G 11:56 AM 26%
elib.moe.gov.ae

تدريب على الاختبار المعياري

17. **التوزيعات** أي مما يلي يمثل إحدى خواص توزيع ملتو سلبيًا؟ D

A تقع أغلب البيانات على يسار المتوسط.

B المتوسط والوسيط متساويان تقريبًا.

C المتوسط أكبر من الوسيط.

D المتوسط أقل من الوسيط.

18. **الإجابة المختصرة** متوسط درجات اختبار صف دراسي يضم عدد c من الطلاب يساوي 80. ومتوسط درجات اختبار صف دراسي يضم عدد d من الطلاب يساوي 85. عند تجميع درجات كلا الصفين الدراسيين معًا، متساوي الدرجة المتوسطة 82. ما قيمة $\frac{c}{d}$؟ $\frac{3}{2}$

19. SAT/ACT ما المعكوس الضربي لـ $2i$؟ H

F $-2i$ J $\frac{1}{2}$

G -2 K $\frac{i}{2}$

H $-\frac{i}{2}$

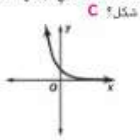
20. ما المعادلة التي توضح التمثيل البياني على أفضل شكل؟ C

A $y = 4x$

B $y = x^2 + 4$

C $y = 4^{-x}$

D $y = -4^x$



مراجعة شاملة

حدد ما إذا كان كل سؤال بالاستطلاع متحيزًا أم لا. اشرح استنتاجك. الدرس 1-10

21. ما الإضافات التي تفضلها على البيتزا؟ غير متحيز

22. ما الصف الدراسي المفضل لديك، ومن المدرس الذي يعطيك أسهل واجب منزلي؟ متحيز؛ الإجابة النموذجية: يضم السؤال قضيتين.

23. ألا تكره ارتفاع أسعار شركات الطيران؟ متحيز؛ الإجابة النموذجية: يشجع السؤال على اختيار إجابة محددة. فعبارة "ألا تكره" تشجعك على الإقرار بأن أسعار تذاكر شركات الطيران مرتفعة جدًا.

24. **حفلات العشاء** لنفترض أنه في كل مرة يصل أي ضيف جديد إلى حفل عشاء، فإنه يصافح كل شخص سبقه للحضور إلى الحفل. أثبت أنه بعد وصول عدد n من الضيوف، فإن إجمالي $\frac{n(n-1)}{2}$ من المصافحات قد تم. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

25. **علم الفلك** يمكن تمثيل مدار بلوتو بـ $1 = \frac{x^2}{39.5^2} + \frac{y^2}{38.3^2}$، حيث الوحدات عبارة عن وحدات فلكية. لنفترض أن مذنبا يتبع مسارا يمكن تمثيله بـ $x = y^2 + 20$.

a. أوجد نقطة (نقاط) تقاطع مدار بلوتو مع المذنب. $(39.2, \pm 4.4)$

b. هل سيصطدم المذنب بكوكب بلوتو على الإطلاق؟ لا، لأن المذنب عند $x = 20$ قبالة مدار بلوتو.

c. أين يتقاطع التمثيلان البيانيان لكل من $2x^2 + y^2 = 11$ و $y = 2x$؟ عند نقطة من نقاط التقاطع قرب الوقت الحالي

d. ما إحداثيات النقاط التي تقع على التمثيلين البيانيين لكل من $x^2 + y^2 = 25$ و $2x^2 + 3y^2 = 66$؟ $(4, \pm 3)$، $(4, \pm -3)$، $(1, 3)$ 25c. $\left(-\frac{5}{3}, -\frac{7}{3}\right)$

مراجعة المهارات

حدد ما إذا كان كل موقف يتضمن تباديل أو توافيق. ثم أوجد عدد الاحتمالات.

26. الفائز بالجوائز الأولى والثانية والثالثة في مسابقة مع 8 مرشحين نهائيين تباديل؛ 336

27. اختيار اثنين من أصل ثمانية موظفين لحضور ندوة أعمال توافيق؛ 28

28. ترتيب حروف كلمة شباك تباديل؛ 24

29. وضع كتاب الجبر وكتاب الهندسة و كتاب الكيمياء، وكتاب اللغة الإنجليزية وكتاب الصحة على رف للكتب تباديل؛ 120

التدريس المتمايز OL BL

التوسّع اطلب من الطلاب إكمال التمرين 14. من أمثلة البيانات التي يمكن أن يكون لها توزيع ثنائي المنوال هي مصاريف الدراسة السنوية للمدارس الخاصة والحكومية، وأسعار بيع المنازل الريفية والحضرية، وأطوال طلاب الصف السادس والصف الثاني عشر. اطلب من الطلاب التفكير في أمثلة أخرى قد ينتج عنها توزيع ثنائي المنوال.

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب

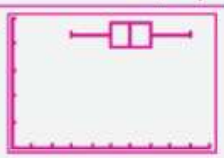
الطلاب اطلب من الطلاب إنشاء مجموعة من البيانات، وعمل مدرج إحصائي باستخدام البيانات، وصف شكل التوزيع. ثم اطلب منهم وصف مركز البيانات وانتشارها مستخدمين إما الوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للمفاهيم في الدرسين 1-10 و 2-10.

إجابات إضافية

11a.



[0, 30] sc: 3 by [0, 5] scl: 1

الإجابة النموذجية: التوزيع متماثل. لذا استخدم الوسط والانحراف المعياري. يبلغ وسط البيانات 18 تقريبًا مع انحراف معياري يبلغ 5.2 نقطة تقريبًا.

11b.

[0, 30] sc: 3 by [0, 5] scl: 1

الوسط: 14.6، الوسيط: 17

11c. الإجابة النموذجية: أدت إضافة النتائج من أول أربعة مباريات إلى تغير شكل التوزيع من متماثل إلى ملتو سلبيًا. وبالتالي، يجب وصف النزعة المركزية والانتشار باستخدام ملخص الأعداد الخمسة.

13a. الإجابة النموذجية: الوسط = 14، الوسيط = 10

13b. الإجابة النموذجية: الوسط = 20، الوسيط = 24

13c. الإجابة النموذجية: الوسط = 17، الوسيط = 17

alManahj.com/ae
472 / 134

●●○○○ etisalat 4G 11:56 AM 26%
elib.moe.gov.ae

10-3 التوزيعات الاحتمالية

السابق	الحالي	لماذا؟
• استخدمت الإحصاء لوصف التوزيع المتماثل والملتوي للبيانات.	1 إنشاء توزيع احتمالي. 2 تحليل التوزيع الاحتمالي وملخص الإحصائيات ذات الصلة	• صناديق الاستثمار المشترك هي استثمارات مدارة بشكل احترافي وتوفر التنوع للمستثمرين. يمكن أن يساعد التحليل الدقيق للأداء الحالي والنموذج للصناديق المستثمر على تحديد ما إذا كان الصندوق متناسبا مع احتياجاتك.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 10-3 صف التوزيعات المتماثلة والملتوية للبيانات.

الدرس 10-3 إنشاء توزيع احتمالي. تحليل التوزيع الاحتمالي وملخص الإحصاء.

بعد الدرس 10-3 أدرك الفرق بين التوزيعات الاحتمالية المتصلة والمنفصلة.

إرشاد للمعلمين الجدد

المتغيرات بينما يمكن أن يمثل كل من المتغيرين، المنفصل والمتصل، العديد من القيم بلا حدود، إلا أنه من المهم التفريق بين الاثنين.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ماذا تقدم صناديق التمويل المشتركة للمستثمرين؟ التنوع
- لماذا من المفيد الحصول على تحليل دقيق لأداء الصندوق؟ الإجابة النموذجية: لتحديد ما إذا كان يمثل التمويل الصحيح للمستثمر.

المفردات الجديدة

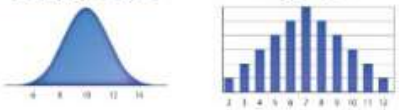
- متغير عشوائي random variable
- متغير ثابت منفصل discrete random variable
- متغير عشوائي متصل continuous random variable
- توزيع احتمالي probability distribution
- توزيع احتمالي نظري theoretical probability distribution
- توزيع احتمالي تجريبي experimental probability distribution
- قانون الأعداد الكبيرة Law of Large Numbers
- قيمة التوقع expected value

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

1 إنشاء توزيع احتمالي

الفضاء العيني عبارة عن مجموعة تضم جميع النتائج المحتملة في التوزيع.

افترض أن هناك توزيعا للقيم مثلا بمجموع القيم الموجودة على مكعبي أعداد وتوزيعا للكيلومترات لكل لتر من الوقود في عينة من السيارات.



يمكن أن يكون مجموع القيم الموجودة على مكعب الأعداد أي عدد صحيح من 2 إلى 12. لذا، الفضاء العيني هو {2, 3, ..., 11, 12}. هذا التوزيع متصل لأن يمكن معرفة عدد القيم المحتملة في الفضاء العيني.

توزيع الكيلومترات لكل لتر من الوقود متصل. وفي حين يتضمن الفضاء العيني أي قيمة موجبة أقل من الحد الأقصى المحدد (فرانة 100)، ولكن يمكن أن تمثل البيانات في عدد غير محدد من القيم ضمن هذا المدى.

قيمة **المتغير العشوائي** هي الناتج العددي لحدث عشوائي. المتغير العشوائي يمكن أن يكون منفصلا أو متصلا. تمثل **المتغيرات العشوائية المنفصلة** القيم القابلة للعد. يمكن أن تأخذ **المتغيرات العشوائية المتصلة** أية قيمة.

مثال 1 تحديد المتغيرات العشوائية وتحديدها

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصف على أنه منفصل أو متصل. اشرح استنتاجك.

a. عدد الأغاني الموجودة ضمن مجموعة عشوائية من ملفات mp3

يمثل المتغير العشوائي X عدد الأغاني الموجودة على أي مشغل mp3 في المجموعة العشوائية من المشغلات. بما أن الأغاني قابلة للعد، فإن المتغير X منفصل.

b. أوزان كرات البولينج التي أرسلتها الشركة الصانعة

يمثل المتغير العشوائي X وزن أي كرة بولينج معينة. وزن أي كرة بولينج معينة يمكن أن يأخذ أي قيمة ضمن نطاق معين. يتراوح مادة بين 6 إلى 8 كيلوجرامات. لذلك فالمتغير X متصل.

تمرين موجه 1A–1B. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

1A. بعد المسافات الدقيق لعينة من رميات الفرص

1B. أعمار المرشدين في مخيم صيفي

almanahj.com/ae

472 / 135

etisalat 4G 11:56 AM 26%
elib.moe.gov.ae

1 إنشاء توزيع احتمالي

مثال 1 يوضح كيفية تحديد المتغيرات العشوائية وتصنيفها. **مثال 2** يوضح كيفية استخدام جدول التكرار النسبي لإنشاء توزيع احتمالي. **مثال 3** يوضح كيفية استخدام المحاكاة لإنشاء توزيع احتمالي تجريبي.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حدد المتغير العشوائي في كل توزيع. وصنّفه على أنه منفصل أو متصل. اشرح استنتاجك.

a. عدد ضربات لاعبي فريق البيسبول. المتغير العشوائي X هو عدد الضربات، وهي ضربات محدودة ويمكن عدها، لذا فإن X منفصل.

b. المسافة التي قطعتها ضربات البداية في بطولة الجولف. المتغير العشوائي X هو المسافة المقطوعة، والذي يمكن أن يتضمن أي قيمة في مدى محدد، لذا فإن X متصل.

2 X يمثل مجموع بطاقتين تم سحبهما من مجموعة بطاقات مرقمة من 1 إلى 8 مع التبديل.

a. أنشئ جدول تكرار نسبيًا.

b. مثّل التوزيع الاحتمالي النظري بيانيًا.

التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي معين هو دالة تحدد الفضاء العيني لاحتمالات النتائج المتعلقة به. يمكن تمثيل التوزيعات الاحتمالية باستخدام الجداول أو المعادلات أو التمثيلات البيانية. في هذا الدرس، سنركز على **التوزيعات** الاحتمالية المنفصلة.

يتميز التوزيع الاحتمالي بالخصائص التالية.

المفهوم الأساسي التوزيع الاحتمالي

- يمكن تحديد توزيع احتمالي نظريًا أو تجريبيًا.
- التوزيع الاحتمالي يمكن أن يكون متصلًا أو منفصلًا.
- يجب أن يكون احتمال كل قيمة من قيم X مساوية لـ 0 على الأقل ولا تزيد عن 1.
- يجب أن يكون مجموع كل الاحتمالات لجميع قيم X المحتملة مساويًا لـ 1. وذلك يعني $\Sigma P(X) = 1$.

نصيحة دراسية
المتصل مقابل المنفصل
المتغيرات التي تمثل الارتفاع والوزن والمسافة ستكون متصلة دائمًا لأنها يمكن أن تأخذ أي قيمة موجبة.

عندما التوزيع الاحتمالي النظري على ما يتوقع حدوثه. على سبيل المثال، توزيع رمي عملة معدنية سليمة ومتوازنة هو P(صورة) = 0.5، P (كتابة) = 0.5.

مراجعة المفردات
الاحتمالات النظرية والتجريبية
تستند الاحتمالات النظرية إلى افتراضات. بينما تستند الاحتمالات التجريبية إلى التجارب.

مثال 2 إنشاء توزيع احتمالي نظري

تمثل X مجموع القيم على مكعبي أعداد.

a. أنشئ جدول تكرار نسبي.

يمكن وصف الاحتمالات النظرية المرتبطة برمي مكعبي أعداد باستخدام جدول تكرار نسبي. عند رمي مكعبي أعداد، يحتمل الحصول على 36 نتيجة بالإجمال. ولتحديد التكرار النسبي – أو الاحتمال النظري – لكل نتيجة، اقسم التكرار على 36.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
التكرار	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
التكرار النسبي	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

المجموع: 36

b. مثل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

يوضح التمثيل البياني التوزيع الاحتمالي لمجموع القيم الموجودة على مكعبي أعداد X. الأعمدة متصلة في التمثيل البياني لأن التوزيع متصل (لأنه يمكن أن تكون X أي قيمة محتملة).

يشار إلى كل نتيجة فريدة من نتائج X على المحور الأفقي، بينما يشار إلى احتمال كل نتيجة تحدث $P(X)$ على المحور الرأسي.

تمرين موجه

2. تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي.

B. مثل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

2A–2B. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

alManahj.com/ae

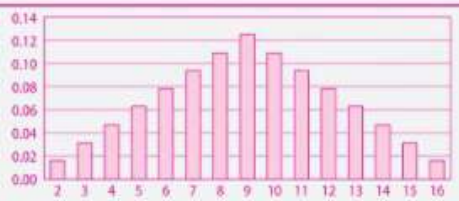
إجابات إضافية (أمثلة أخرى)

2a.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9
التكرار النسبي	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{7}{64}$	$\frac{1}{8}$

المجموع	10	11	12	13	14	15	16	
التكرار النسبي	$\frac{7}{64}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	

2b.



etisalat 4G 11:56 AM 26%
elib.moe.gov.ae

مثال إضافي

3 X يمثل مجموع بطاقتين تم سحبهما من مجموعة بطاقات مرقمة من 1 إلى 8 مع التبديل.

a. أنشئ جدول تكرار نسبيًا لعدد 100 محاولة.

b. مثّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية اختر طالبين للعمل على مثال أمام الفصل. اطلب من أحدهما شرح كيفية حساب توزيع التكرار. واطلب من الآخر شرح كيفية إنشاء مدرج إحصائي من هذا التوزيع.

إرشاد للمعلمين الجدد

قانون الأعداد الكبيرة اطلب من الطلاب استعراض قانون الأعداد الكبيرة من خلال محاكاة إلقاء العملة خلال 10 و 25 و 50 و 100 و 200 محاولة، ثم مقارنة التوزيعات. وضّح كيف يتشابه الاحتمال التجريبي بشدة مع الاحتمال النظري مع تزايد عدد المحاولات.

التوزيع الاحتمالي التجريبي هو توزيع للاحتمالات المقدرة استنادًا إلى تجارب. ويمكن استخدام المحاكاة في إنشاء توزيع احتمالي تجريبي. عند إنشاء هذا النوع من التوزيعات، استخدم عدد مرات حدوث كل قيمة تمت ملاحظتها لحساب احتمالاتها.

مثال 3 إنشاء توزيع احتمالي تجريبي

تمثل X مجموع القيم التي تم إيجادها برمي مكعبي أعداد.

a. أنشئ جدول تكرار نسبي.

ارم مكعبي أعداد 100 مرة أو استخدم برنامج مولد الأعداد العشوائي لإكمال المحاكاة ثم أنشئ ثلاثة إحصائيات المحاكاة.

المجموع	الإحصاء	التكرار	المجموع	الإحصاء	التكرار
2	|	2	8	||| |||	12
3	|||	5	9	||| |||	11
4	||| |	6	10	||| |||	8
5	||| ||| |	13	11	|||	3
6	||| ||| |||	14	12	|||	4
7	||| ||| ||| ||	22				

احسب الاحتمال التجريبي لكل قيمة بنسبة تكرارها على العدد الإجمالي للمحاولات، وهو 100.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
التكرار النسبي	0.02	0.05	0.06	0.13	0.14	0.22	0.12	0.11	0.08	0.03	0.04

b. مثّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.

يوضح التمثيل البياني التوزيع الاحتمالي المنفصل لمجموع القيم الموجودة على مكعبي أعداد X.

تمرين موجه

3. تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 100 محاولة.

B. مثل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيا.

3A–3B. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

نصيحة للدراسة
برامج مولد الأعداد العشوائية والتناسب عند استخدام مولد أعداد عشوائي لمحاكاة أحداث باحتمالات مختلفة، قم بإعداد تناسب. على سبيل المثال، افترض وجود 3 نتائج ممكنة مع احتمال أن A:0.25 و B:0.35 و C:0.40. الأعداد العشوائية 1-25 يمكن أن تمثل A، و 26-60 تمثل B، و 61-100 تمثل C.

لاحظ أن هذا التمثيل البياني يختلف عن التمثيل البياني النظري في المثال 2. في أحجام العينات الصغيرة، سنجد أنه من الممكن أن تختلف التوزيعات التجريبية بدرجة كبيرة عن التوزيعات النظرية المرتبطة بها. ولكن مع ازدياد حجم العينة، فإن الاحتمالات التجريبية ستتشابه بدرجة أكبر مع الاحتمالات النظرية المرتبطة بها. ذلك بسبب **قانون الأعداد الكبيرة** الذي ينص على أن التباين في مجموعة من البيانات ينخفض كلما ازداد حجم العينة.

© محفوظة لصالح مؤسسة مكجرو هيل للتعليم

alManahj.com/ae

إجابات إضافية (أمثلة أخرى)

3a.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
التكرار	1	3	6	5	6	5	3	1	2	4	2	2	1	1	1
التكرار النسبي	$\frac{1}{64}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{64}$

3b.

●●○○○ etisalat 4G 11:56 AM 26%
elib.moe.gov.ae

2 تحليل توزيع احتمالي

تستخدم التوزيعات الاحتمالية غالبا لتحليل البيانات المالية. ولعل الإحصاءين الأكثر استخداما في تحليل الاحتمالية المنفصلة هما المتوسط – أو قيمة التوقع – والمتغير المعياري.

قيمة التوقع $E(X)$ لمتغير عشوائي منفصل من توزيع احتمالي هي المتوسط الحسابي المرجح للمتغير.

الربط بتاريخ الرياضيات

كريستيان هويجنز (1629–1695) كان هذا الهولندي أول من بحث في ألعاب الحظ "على الرغم من أن النتائج غير مؤكدة في ألعاب الحظ الحالية من الغش، إلا أن فرصة فوز أحد اللاعبين أو عدداً محدداً على قيمة محددة" وهذا ما أصبح يعرف باسم قيمة التوقع.

المفهوم الأساسي قيمة التوقع للمتغير الثابت المنفصل

الشرح قيمة التوقع للمتغير الثابت المنفصل هي المتوسط المرجح لقيم المتغير. ويمكن حسابها بإيجاد مجموع نواتج ضرب كل قيمة X محتملة والاحتمال المرتبط بها $P(X)$.

الرموز $E(X) = \Sigma [X \cdot P(X)]$

مثال 4 من الحياة اليومية قيمة التوقع

مسابقة ربح أحد المتسابقين فرصة واحدة لتدوير القرص الموضح على اليسار. **أوجد قيمة التوقع لما سيكسبه.**

تمثل كل قيمة جائزة إحدى قيم X وتمثل كل نسبة مئوية الاحتمالية المطابقة $P(X)$. أوجد قيمة $E(X)$

$$E(X) = \Sigma[X \cdot P(X)]$$
$$= 0(0.20) + 25{,}000(0.08) + 15{,}000(0.14) + 10{,}000(0.22) + 5000(0.36)$$
$$= 0 + 2000 + 2100 + 2200 + 1800$$
$$= 8100$$

قيمة توقع المبلغ الذي سيكسبه المتسابق هو AED8100.

انتبه!
قيمة التوقع قيمة التوقع هي ما تتوقع حدوثه على المدى البعيد، وليس بالضرورة ما سيحدث بالفعل.

تمرين موجه

4. **جوائز** ربح سارب تذكرة للحصول على جائزة. يوضح الجدول التالي قيم التذاكر والتكرارات النسبية المرتبطة بها. أوجد قيمة التوقع لما سيكسبه. **حوالي AED8.48**

القيمة (AED)	25,000	5000	1000	100	10	1
التكرار	1	1	5	25	100	5000

alManahj.com/ae

في بعض الأحيان، تتوافر قيمة التوقع والانحراف المعياري لتحليل التوزيع الاحتمالي بالكامل. على سبيل المثال، لنفترض أنك تفاضل بين قيمة التوقع لها نفس قيمة التوقع لها. أي القرصين ستختار؟ لماذا؟ أيهما أكثر تطايرا؟ يمثل الانحراف المعياري مقياسا لمدى تطاير التوزيع الاحتمالي. قانون حساب الانحراف المعياري لتوزيع احتمالي هو ذاته المستخدم لمجموعة من البيانات.

المفهوم الأساسي الانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي

الشرح لكل قيمة من قيم X، اطرح المتوسط من X وقم بتربيع الفرق. ثم اضرب في احتمال X. مجموع كل من نواتج الضرب هذه يمثل التباين. الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين.

الرموز التباين: $\sigma^2 = \Sigma[[X - E(X)]^2 \cdot P(X)]$

الانحراف المعياري: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

McGraw-Hill Education © محتوى الكتاب

التدريس المتمايز AL OL BL

المتعلمون أصحاب النمط الاجتماعي وضّح أن قوانين الاحتمال تُستخدم الآن بعدة طرق بما في ذلك الطب والأرصاد الجوية.

التركيز على محتوى الرياضيات

الرموز تكون قيمة التوقع $E(X)$ للمتغير العشوائي المنفصل مساوية لوسط μ للمتغير. لذلك، فإن الرموز قابلة للتبديل.

2 تحليل توزيع احتمالي

المثال 4 يشرح كيفية حساب قيمة التوقع. **المثال 5** يشرح كيفية حساب الانحراف المعياري وتحليله.

مثال إضافي

4 حجر رباعي الأوجه له أربعة جوانب مرقمة بالأعداد 1 و 2 و 3 و 4. أوجد قيمة التوقع لدحرجة هذا الحجر لمرة واحدة. 2.5

633

●●○○○ etisalat 4G 11:56 AM 26%
elib.moe.gov.ae

مثال إضافي

5 **المنافسة** في إحدى المناقصات، بيعت 400 تذكرة مقابل 1 AED للتذكرة الواحدة. وتربح التذكرة الواحدة 100 AED. والخمس تذاكر تربح 10 AED. والعشرة تذاكر تربح 5 AED. احسب قيمة التوقع والانحراف المعياري لتوزيع الجوائز مقابل تذكرة بقيمة 1 AED.

−AED 0.50; 5.26

مثال 5 من الحياة اليومية الانحراف المعياري للتوزيع

اتخاذ القرارات يفكر حسام في استثمار AED10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي المعدل المتوقع للعائدات والاحتمال المطابق لكل صندوق.

الصندوق A:	الصندوق B
احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800	احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200	احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600	احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 200
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 100	احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 400

a. أوجد قيمة التوقع لكل استثمار.

الصندوق A: $E(X) = 0.50(800) + 0.20(1200) + 0.20(600) + 0.10(-100)$ أو 750

الصندوق B: $E(X) = 0.30(2400) + 0.10(1900) + 0.40(-200) + 0.20(-400)$ أو 750

الاستثمار بقيمة AED 10,000 في الصندوق A أو الصندوق B سيتوقع أن يدر عائدا قدره AED 750

b. أوجد كل انحراف معياري.

الصندوق A.

الربح X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \cdot P(X)$
800	0.50	$(800 - 750)^2 = 2500$	$2500 \cdot 0.50 = 1250$
1200	0.20	$(1200 - 750)^2 = 202,500$	$202,500 \cdot 0.20 = 40,500$
600	0.20	$(600 - 750)^2 = 22,500$	$22,500 \cdot 0.20 = 4500$
−100	0.10	$(-100 - 750)^2 = 722,500$	$722,500 \cdot 0.10 = 72,250$
			$\Sigma[(X - E(X))^2 \cdot P(X)] = 118,500$
			$\sqrt{118,500} \approx 344.2$

الصندوق B.

الربح X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \cdot P(X)$
2400	0.30	$(2400 - 750)^2 = 2,722,500$	$2,722,500 \cdot 0.30 = 816,750$
1900	0.10	$(1900 - 750)^2 = 1,322,500$	$1,322,500 \cdot 0.10 = 132,250$
−200	0.40	$(-200 - 750)^2 = 902,500$	$902,500 \cdot 0.40 = 361,000$
−400	0.20	$(-400 - 750)^2 = 1,322,500$	$1,322,500 \cdot 0.20 = 264,500$
			$\Sigma[(X - E(X))^2 \cdot P(X)] = 1,574,500$
			$\sqrt{1,574,500} \approx 1254.8$

c. ما الاستثمار الذي تنصح حسام باختياره، ولماذا؟

يعني لحسام اختيار الصندوق A. على الرغم من أن كلا الصندوقين يتميزان بحجم توقع متطابقة، إلا أن الانحراف المعياري للصندوق B يبلغ تقريبا أربعة أضعاف الانحراف المعياري للصندوق A. وهذا معناه أن قيمة التوقع للصندوق B ستكون قرابة أربعة أضعاف قابلية التباين مقارنة بالصندوق A وسيكون أكثر عرضة للمخاطر مع وجود فرصة أكبر للربح والخسارة.

تمرين موجه

5. اتخاذ القرارات قارن استثمارا بقيمة AED 10,000 في صندوقين. ما الاستثمار الذي توصي به، ولماذا؟

الصندوق C	الصندوق D
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 1000	احتمال بنسبة 40% لربح قدره AED 1000
احتمال بنسبة 40% لربح قدره AED 500	احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 100	احتمال بنسبة 15% لربح قدره AED 100
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 300	احتمال بنسبة 15% لخسارة قدرها AED 200

مهنة من الحياة اليومية

مدير صندوق التمويل المشترك يتولى مديرو صناديق التمويل المشترك شراء استثمارات الصندوق وبيعها وفقا للهدف الاستثماري من الصندوق. تشمل إدارة الاستثمار تحليل البيانات المالية، واختيار الأصول والأسهم، ومراقبة الاستثمارات. ويلزم هذا المنصب الحصول على شهادة أعلى من درجة البكالوريوس.

المصدر: الجمعية المالية الدولية، لندن

5. الصندوق C: $E(X) =$ AED 450؛ $\sigma \approx 456.6$
الصندوق D: $E(X) =$ AED 450؛ $\sigma \approx 443$. AED565
الإجابة النموذجية:
صندوقا الاستثمار C و D لهما الانحراف المعياري ذاته، وبالتالي سيكون لهما المخاطر ذاتها. لذا، سيكون الصندوق D الأفضل للاستثمار لأن له قيمة توقع تبلغ AED 565، وهي أكبر من قيمة التوقع للصندوق C والبالغة AED 450.

نصيحة دراسية

العائد على الاستثمار عند استثمار AED 1000 في منتج يتوقع أن يدر عائدا بنسبة 6%، يمكن للمستثمر توقع ربح مقداره 0.06(1000) أو AED 60.

© مجموعة تعليم وتأليف ماكجرو-هيل للتعليم

alManahj.com/ae

634 | الدرس 3-10 | التوزيعات الاحتمالية

●●○○○ etisalat 4G 11:57 AM 26%
elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

مثال 1

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنفه على أنه منفصل أو متصل. اشرح استنتاجك.
4–1. انظر الهامش.

1. عدد الصفحات المرتبطة بصفحة ويب
2. عدد المحطات الموجودة في باقة المحطة التلفزيونية
3. مقدار هطول الأمطار في إحدى المدن شهريا
4. عدد السيارات التي تمر عبر تقاطع طرق خلال فترة زمنية معينة

الأمثلة 2–5

5. تمثل X مجموع قيم دورتين للقرص.
   a. أنشئ جدول تكرار نسبي يوضح الاحتمالات النظرية.
   b. مثل بيانيا التوزيع الاحتمالي النظري.
   c. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 100 محاولة.
   d. مثل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيا.
   e. أوجد قيمة التوقع لمجموع دورتين للقرص. 13.5
   f. أوجد قيمة الانحراف المعياري لمجموع دورتين للقرص. 4.29

5a–d. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

التدريب وحل المسائل

مثال 1

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنفه على أنه منفصل أو متصل. اشرح استنتاجك.
9–6. انظر الهامش.

6. عدد الرسائل المستلمة كل أسبوع
7. عدد الإعجابات بصفحة الويب
8. طول نبات بعد فترة زمنية معينة
9. عدد الملفات المتحررة من فيروس الكمبيوتر

10a–d. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

الأمثلة 2–5

10. **المثابرة** فاز متسابق بجائزة في إحدى المسابقات. يوضح جدول التكرار على الجانب الأيسر عدد الجائزين من 3200 لاعب افتراضي.

الجائزة، X	الفائزون
AED 100	1120
AED 250	800
AED 500	480
AED 1000	320
AED 2500	256
AED 5000	128
AED 7500	64
AED 10,000	32

   a. أنشئ جدول تكرار نسبي يوضح الاحتمال النظري.
   b. مثل بيانيا التوزيع الاحتمالي النظري.
   c. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 50 محاولة.
   d. مثل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيا.
   e. أوجد قيمة التوقع. AED 922.50
   f. أوجد الانحراف المعياري. AED 1711.91

B 11. **أيام تساقط الثلج** يوضح التوزيع الاحتمالي التالي عدد أيام تساقط الثلج خلال العام الدراسي في مدرسة النهضة الثانوية. استخدم هذه المعلومات لتحديد العدد المتوقع لأيام الثلج في العام. 3.34

عدد أيام تساقط الثلج في العام									
الأيام	0	1	2	3	4	5	6	7	8
الاحتمال	0.1	0.1	0.15	0.15	0.25	0.1	0.08	0.05	0.02

12. **بطاقات فهرسة** مجموعة من بطاقات الفهرسة تتكون من 52 بطاقة، مقسمة بالتساوي بين أربعة ألوان مختلفة هي الأحمر والأصفر والأخضر والأزرق. وكل لون مرقم من 1 إلى 13.
   a. ما قيمة التوقع لبطاقة تم سحبها عشوائيا من المجموعة؟ 7
   b. إذا وزعت 7 مع الاستبدال، فما العدد المتوقع للبطاقات الحمراء؟ 1.75

© محفوظة لصالح مؤسسة المنارة للاستشارات والخدمات التعليمية

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 5-1 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس الممارسات في الرياضيات

المثابرة يبدأ الطلاب المتفوقون في الرياضيات بشرح معنى المسألة لأنفسهم والبحث عن نقاط بدء الحل. فيحللون المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف، ويبتكرون فرضيات حول شكل الحل ومعناه، ويخططون مسارا للحل بدلاً من الانتقال ببساطة إلى محاولة الحل.

إجابات إضافية

1. المتغير العشوائي X هو عدد الصفحات المرتبطة بصفحة ويب معينة. والصفحات قابلة للعد. إذا المتغير X منفصل.
2. المتغير العشوائي X هو عدد المحطات الموجودة في باقة المحطة التلفزيونية. المحطات التلفزيونية محدودة وقابلة للعد. لذا فإن المتغير X منفصل.
3. المتغير العشوائي X هو مقدار المشاركة في مدينة معينة بكل شهر. وبما أن المشاركة يمكن أن تكون في أي مدى محدد. إذا المتغير X متصل.
4. المتغير العشوائي X هو عدد السيارات المارة عبر تقاطع معين. السيارات قابلة للعد. إذا المتغير X منفصل.
6. المتغير العشوائي X هو عدد الكتب المباعة. وبما أن الكتب قابلة للعد. إذا المتغير X منفصل.
7. المتغير العشوائي X هو عدد الإعجابات بصفحة ويب. الإعجابات يمكن عدها. إذا المتغير X منفصل.
8. المتغير العشوائي X هو ارتفاع نبتة ما. يمكن للارتفاع أن يكون بأي مكان ضمن مدى محدد. إذا المتغير X متصل.
9. المتغير العشوائي X هو عدد الملفات التي أصيبت بفيروس خاص بأجهزة الحاسوب. الملفات يمكن عدها. إذا المتغير X منفصل.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	6-10, 19-44	7, 9, 25-28	6-10 زوجي, 20-24, 29-44
OL أساسي	7, 9, 11-44	6-10, 25-28	11-24, 29-44
BL متقدم	اختياري: 41-44, 42-44		

alManahj.com/ae

etisalat 4G 11:57 AM 26%
elib.moe.gov.ae

13. **مسابقة** يوضح الجدول التوزيع الاحتمالي لمسابقة إذا بيعت 100 بطاقة مقابل AED 5 للبطاقة الواحدة. توجد جائزة واحدة قيمتها AED 100، و 5 جوائز قيمة كل منها AED 50، و 10 جوائز قيمة كل منها AED 25.

توزيع الجوائز				
الجائزة	بدون جائزة	AED 100	AED 50	AED 25
الاحتمال	0.84	0.01	0.05	0.10

a. مثل التوزيع الاحتمالي النظري بيانيا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

b. أوجد قيمة التوقع. **AED 6**

c. فسر النتائج التي وجدتها في الجزء b. ما الذي يمكنك استنتاجه حول السحب؟ **انظر الهامش.**

14a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

14. **أدوات** بناء على البيانات السابقة، يوضح الشكل على الجانب الأيسر التوزيع الاحتمالي لعدد الطلاب المرشحين لرئاسة الصف الدراسي.

a. حدد العدد المتوقع للطلاب الذين سيترشحون. فسر نتائجك.

b. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 50 محاولة.

c. مثل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيا.

15c–d. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

15. **كرة السلة** يوضح التوزيع أدناه احتمال عدد مرات التغيرات المتاحة في النتائج خلال الجولة الأولى من بطولة كرة السلة لكل عام.

عدد التغيرات في العام								
التغيرات	0	1	2	3	4	5	6	7	8
الاحتمال	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{32}$

a. حدد العدد المتوقع للتغيرات. فسر نتائجك. **15a. 4.34؛ الإجابة النموذجية: العدد المتوقع هو 4.34. إذا يمكننا أن نتوقع أن تكون هناك 4 تغيرات. وبما أنه لا يمكن أن يكون هناك 0.34 شخصا، لذا سنقترب إلى أقرب عدد كلي.**

b. أوجد الانحراف المعياري. **1.90**

c. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 50 محاولة.

d. مثل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيا.

16. **مسابقة** باع النادي المدرسي 500 بطاقة مسابقة مقابل AED 5 لكل بطاقة. بطاقة الجائزة الأولى ستربح AED 500، وبطاقتان للجائزة الثانية ستربح كل منهما AED 50، و 5 بطاقات للجائزة الثالثة ستربح كل منها AED 25.

a. ما قيمة التوقع لبطاقة واحدة؟ **AED 3.55**

b. احسب الانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي. **4.53**

c. **اتخاذ القرار** يجري نادي المرح مسابقة لها قيمة توقع مماثلة وانحراف معياري مقداره 2.2. ما المسابقة التي ينبغي لك المشاركة بها؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

17. **اتخاذ القرار** تفكر أمل في استثمار AED 10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. قيما يلي المعدل المتوقع للعائدات والاحتمال المطابق لكل صندوق. قارن بين الاستثمارين باستخدام قيمة التوقع والانحراف المعياري. ما الاستثمار الذي ستنصح أمل باختياره، ولماذا؟ **انظر الهامش.**

الصندوق A:	الصندوق B:
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 1900	احتمال بنسبة 40% لربح قدره AED 1600
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 600	احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 900
احتمال بنسبة 15% لخسارة قدرها AED 200	احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 300
احتمال بنسبة 25% لخسارة قدرها AED 500	احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 400

Mcgraw-Hill Education جميع الحقوق محفوظة © لصالح شركة ماكجروهيل للتعليم

إجابة إضافية

13c. الإجابة النموذجية: قيمة التوقع موجبة. إذا الشخص المشتري للتذكرة يمكن التوقع بفوزه بمبلغ AED 1.00 حتى بعد احتساب مبلغ التذكرة. وبالتالي، قد يرغب الشخص بالاشتراك في هذه المنافسة. على الجانب الآخر، تضمن هذه المنافسة خسارة المنظمين للنقود وينبغي عليهم تغيير توزيع الجوائز أو عدم إجراء المنافسة.

636 | الدرس 3-10 | التوزيعات الاحتمالية

almanahj.com/ae
472 / 141

●●○○○ etisalat 4G 11:57 AM 26%
elib.moe.gov.ae

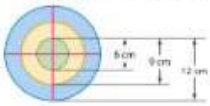
18. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف الاحتمال الهندسي.

a. **جدوليا** يبلغ طول نصف قطر القرص الدوار الموضح 2.5 سنتيمتر. اشرح الجدول أدناه وأكمله.

اللون	الاحتمال	مساحة القطاع	المساحة الإجمالية	مساحة القطاع / المساحة الإجمالية
أحمر	$\frac{1}{6}$	$3.27\ cm^2$	$19.63\ cm^2$	0.166
برتقالي	$\frac{1}{6}$	$3.27\ cm^2$	$19.63\ cm^2$	0.166
أصفر	$\frac{1}{6}$	$3.27\ cm^2$	$19.63\ cm^2$	0.166
أخضر	$\frac{1}{4}$	$4.91\ cm^2$	$19.63\ cm^2$	0.25
أزرق	$\frac{1}{4}$	$4.91\ cm^2$	$19.63\ cm^2$	0.25

b. **لفظيا** صف العلاقة بين نسبة مساحة القطاع إلى المساحة الإجمالية واحتمال استقرار القرص الدوار على كل لون.

c. **تحليليا** فلنأخذ لوحة الأسهم الموضحة. توقع احتمال هبوط سهم على كل منطقة على اللوحة. افترض أن أي سهم يتم رميه سيستقر على اللوحة ويحتمل أن يقع أيضا على أي نقطة في اللوحة.



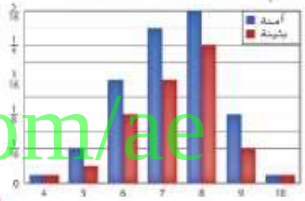
d. **جدوليا** أنشئ جدول تكرار نسبي لرمي 100 سهم.

e. **بيانيا** مثل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيا.

18d–e. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

19. **التفكير النقدي** قامت كل من آمنة وبثينة بإعداد توزيع احتمالي لمجموع مرتي تدوير القرص الموضح على اليسار. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.



20. **التبرير** حدد إذا ما كانت العبارات التالية صحيحة أم خاطئة. اشرح.
في حالة رمي مكعب أعداد 10 مرات، فسوف تحصل على قيمة التوقع مرتين على الأقل.

21. **مسألة غير محددة الإجابة** أنشئ توزيعا احتماليا يوضح خمسة نتائج مختلفة والاحتمالات المرتبطة بها.
انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

22. **التبرير** حدد إذا ما كانت العبارات التالية صحيحة أم خاطئة. اشرح.
المتغيرات العشوائية التي يمكنها أن تأخذ عددا لا نهائيا من القيم هي متغيرات متصلة.
22. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

23. **مسألة غير محددة الإجابة** قدم أمثلة لتوزيع احتمالي منفصل وتوزيع احتمالي متصل. اشرح الاختلافات بينهما.
انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

24. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبين الفرق بين صندوقي استثمار لهما قيم توقع متطابقة وانحرافات معيارية مختلفة تماما. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

637

18b. الإجابة النموذجية: تساوي الاحتمال نسبة مساحة القطاع إلى المساحة الإجمالية.

18c. الأخضر: $\frac{1}{9}$؛ الأصفر: $\frac{1}{3}$؛ الأزرق: $\frac{5}{9}$

19. الإجابة النموذجية: آمنة؛ لم تفكر بثينة في جميع النتائج لتحديد الاحتمال الإجمالي. على سبيل المثال، لحساب احتمال مجموع القرص الحصول على 3 ثم 2 وبالمثل 2 ثم 3.

20. الإجابة النموذجية: خطأ؛ قيمة التوقع هي 3.5 وهي نتيجة غير ممكنة من رمية واحدة.

متابعة استكشف الطلاب الاحتمال.

اطرح السؤال التالي:
- كيف يمكن استخدام الاحتمال في اتخاذ القرارات؟ **الإجابة النموذجية: يمكنك استخدام الاحتمال لتوقع أكثر النتائج احتمالية، ثم اتخاذ القرار وفقًا لهذه النتائج.**

637

التمثيلات المتعددة

في التمرين 18، استخدم الطلاب رسمًا تخطيطيًا ومعلومات منظمة في جدول، وصيغًا رمزية، وتحليلاً لفظيًا لتحديد الاحتمالات الهندسية.

تدريس الممارسات في الرياضيات

نقد يمكن للطلاب المتفوقين في الرياضيات أيضًا المقارنة بين كفاءة فرضيتين مقبولتين والتفريق بين المنطق السليم أو القويم وبين المنطق الخاطئ. وفي حالة وجود خطأ في فرضية ما، يستطيعون توضيح ماهية هذا الخطأ.

انتبه!

تحليل الخطأ بالنسبة للتمرين 19، أحد الأخطاء الشائعة هو التفكير في الدورة عند "2" و "3"، وليس التفكير في "3" و "2".

إجابات إضافية

16c. الإجابة النموذجية: يبلغ الانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي لمسابقة نادي المرح حوالي نصف الانحراف المعياري لمسابقة النادي الفرنسي. إذا فإن مسابقة نادي المرح أقل مخاطرة، بما أن للمسابقتين قيم توقع متشابهة، فإن المسابقة الأكثر مخاطرة سيكون لديها أيضًا احتمال أكبر بالفوز. إذا فكلتا المسابقتين لهما مزاياهما وعيوبهما، والأمر يرجع للأفراد المشاركين في أن يقرروا أيهما يختارون.

17. الإجابة النموذجية: تبلغ قيمة التوقع للصندوقين A و B مبلغ AED595 و AED540 على التوالي. والانحراف المعياري للصندوق A يبلغ حوالي 951.6. بينما الانحراف المعياري للصندوق B يبلغ حوالي 941.5. وبما أن الانحرافين المعياريين متشابهان تقريبًا. فكلا الصندوقين يحملان المخاطرة نفسها تقريبًا. وبالتالي، ومع وجود قيمة توقع أكبر، فإن الصندوق A هو الاستثمار الأفضل.

alManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 11:57 AM 26%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

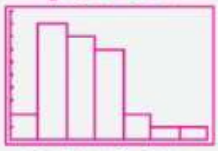
الكرة البلورية اسأل الطلاب عن كيفية مساعدة دراستهم اليوم عن توزيعات الاحتمالات لهم في دراستهم للتوزيع ذي الحدين في الدرس التالي.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للدرس 3-10.

إجابات إضافية

29a. مقالات حمدان



مقالات حميد

مقالات حمدان، ملتوية إيجابيًا؛ مقالات حميد، متماثلة

29b. الإجابة النموذجية: أحد التوزيعات متماثل والآخر ملتوٍ. إذًا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. مدى مقالات حمدان يبلغ 64. بينما مدى مقالات حميد يبلغ 53. ومع ذلك، فإن الربع الأعلى لحمدان هو 33. والربع الأدنى لحميد هو 34. وهذا يعني أن 75% من مقالات حميد تحصل على إعجابات أكثر (وتشتهر أكثر) من مقالات حمدان بنسبة 75%. وبالتالي، يمكن استنتاج أن مقالات حميد تحصل على شهرة أكثر في مجملها.

تدريب على الاختبار المعياري

25. الإجابة الشبكية يمكن تمثيل الارتفاع $f(x)$ لكرة ترتد بعد x من القفزات بالدالة $f(x) = 140(0.8)^x$. بكم صعدت الكرة الأولى أعلى من القفزة الخامسة؟ 2.4

26. الاحتمالات يحتوي حمد حقيبة تحتوي على 4 كرات زجاجية حمراء و 6 صفراء و 2 زرقاء و 4 خضراء. إذا أدخل يده في الحقيبة وأخرج إحدى الكرات الزجاجية دون أن ينظر، فما احتمال ألا تكون هذه الكرة صفراء؟ D

A $\frac{1}{8}$ C $\frac{3}{8}$

B $\frac{1}{4}$ D $\frac{5}{8}$

27. الهندسة أوجد مساحة الجزء المظلل بالشكل لأقرب سنتيمتر مربع. H

F 79 H 589

G 94 J 707

28. SAT/ACT إذا كان x و y عددين صحيحين موجبين، فأي التعبيرات التالية يكون مكافئ لـ $\frac{(5^x)^y}{5^2}$؟ E

A 1^y D 5^{xy-1}

B ± 1 E 5^{xy-2}

C 5^y

مراجعة شاملة

29. مقالات يكتب كل من حمدان وحميد مقالات لإحدى المجلات عبر الإنترنت. يتابع صاحب العمل عدد تسجيلات الإعجاب التي نالتها كل مقالة. (الدرس 2-10) **انظر الهامش.** 29a–b

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي لكل مجموعة من البيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات مستخدمًا إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

مقالات حمدان	مقالات حميد
16, 22, 19, 31, 24, 8, 40, 19, 33, 18, 36, 21, 55, 3, 16, 44, 22, 39, 12, 18, 13, 20, 67, 31, 13, 38, 31, 22, 26, 28	41, 38, 29, 33, 36, 55, 51, 19, 49, 56, 28, 52, 49, 19, 38, 33, 42, 61, 72, 55, 48, 39, 37, 43, 48, 45, 52, 43, 34, 29

30. الإجابة النموذجية: يستدعي هذا الموقف إجراء تجربة لأن العلاج سيجري اختباره على مجموعة تكون هي العينة؛ ما يعني تأثر أفراد المجموعة بالدراسة.

حدد ما إذا كان كل موقف من المواقف التالية يستدعي إجراء استطلاع أم دراسة وصفية أم تجربة. اشرح استنتاجك. (الدرس 1-10)

31. الإجابة النموذجية: يستدعي هذا الموقف إجراء استطلاع لأنه سيجري تجميع البيانات من إجابات أفراد عينة من المجتمع الإحصائي.

30. تريد تجربة أحد الأدوية التي تعالج الصلع لدى الذكور.

31. تريد أن تجمع آراء المصوتين على التشريعات الأخيرة.

أوجد الحدود الخمسة الأولى من كل متتالية هندسية موافقة.

32. $a_1 = 0.125, r = 1.5$ 0.125, 0.1875, 0.28125, 0.421875, 0.6328125

33. $a_1 = 0.5, r = 2.5$ 0.5, 1.25, 3.125, 7.8125, 19.53125

34. $a_1 = 4, r = 0.5$ 4, 2, 1, 0.5, 0.25

35. $a_1 = 12, r = \frac{1}{3}$ $12, 4, \frac{4}{3}, \frac{4}{9}, \frac{4}{27}$

36. $a_1 = 21, r = \frac{2}{3}$ $21, 14, \frac{28}{3}, \frac{56}{9}, \frac{112}{27}$

37. $a_1 = 80, r = \frac{5}{4}$ $80, 100, 125, \frac{125}{4}, \frac{625}{16}$

38. اتصالات تم وضع ميكروفون عند بؤرة عاكس له شكل قطع مكافئ لالتقاط صوت البث التليفزيوني خلال مباراة كرة قدم. اكتب معادلة للمقطع العرضي، مفترضًا أن البؤرة تقع عند نقطة الأصل وأنها تبعد 6 سنتيمترات عن الرأس وأن الخط المكافئ مفتوح باتجاه اليمين. $x = \frac{1}{24}y^2 - 6$

حل كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

39. $\log_9 x = \frac{3}{2}$ 27

40. $\log_{\frac{1}{10}} x = -3$ 1000

41. $\log_b 9 = 2$ 3

مراجعة المهارات

فكك كل قوة أسية.

42. $(a - b)^3$ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

43. $(m + n)^4$ $m^4 + 4m^3n + 6m^2n^2 + 4mn^3 + n^4$

44. $(r + n)^8$ $r^8 + 8r^7n + 28r^6n^2 + 56r^5n^3 + 70r^4n^4 + 56r^3n^5 + 28r^2n^6 + 8rn^7 + n^8$

التدريس المتمايز BL

التوسع اكتب الأرقام 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4 على ثماني قصاصات ورقية واخلطها في حقيبة ورقية. اجعل الطلاب ينشئوا توزيعًا احتماليًا للرقم الناتج عند سحب قصاصة واحدة من الحقيبة. ثم اجعلهم يتبادلوا الأدوار بالرسم (بالتبادل) ومقارنة التكرارات النسبية مع التوزيع الاحتمالي النظري.

الاحتمالات النظرية هي $P(1) = \frac{3}{8}$، $P(2) = \frac{1}{4}$، $P(3) = \frac{1}{8}$، $P(4) = \frac{1}{4}$

alManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 11:57 AM 26%
elib.moe.gov.ae

التقويم التكويني

استخدم اختبار نصف الوحدة لتقويم مدى تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

بالنسبة للمسائل المجاب عنها بشكل خاطئ، كلّف الطلاب بمراجعة الدروس المشار إليها بين الأقواس.

المطويات منظم الدراسة

المطويات® دينا زايك

قبل أن ينتهي الطلاب من اختبار نصف الوحدة، شجعهم على مراجعة معلومات الدروس من 1-10 إلى 3-10 المكتوبة في مطوياتهم.

10 اختبار نصف الوحدة

الدروس من 1-10 إلى 3-10

حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعا أم تجربة أم دراسة وصفية. ثم حدد العينة. واقترح مجتمعا إحصائيا يمكن اختيارها منه. الدرس 1-10

1. يريد مدير مدرسة ثانوية اختبار خمس أفكار لشعار المدرسة الجديد. لذا اختار 15 طالبا بالمرحلة الثانوية لمشاهدة صور الأفكار أثناء متابعته لردود أفعالهم وتسجيلها. **دراسة وصفية؛ العينة: الـ 15 طالبا بالمرحلة الثانوية الذين تم اختيارهم؛ المجتمع الإحصائي: جميع طلاب المدرسة**
2. تم اختبار نصف عدد العاملين في إحدى متاجر البقالة عشوائيا للحصول على استراحة غداء لمدة ساعة إضافية. ثم قارن المديرون سلوكهم مع زملاء العمل. **تجربة؛ العينة: الموظفون الذين تم منحهم استراحة غداء لمدة ساعة إضافية. المجتمع الإحصائي: جميع موظفي متجر البقالة**
3. يريد الطلاب إعداد الكتاب السنوي. لذا قاموا بإرسال استبيان إلى 100 طالب للاستفسار منهم عما يودون عرضه في الكتاب السنوي. **استطلاع؛ العينة: الـ 100 طالب الذين استلموا الاستبيان؛ المجتمع الإحصائي: جميع طلاب المدرسة**
4. يريد منتج مسلسل هزلي معرفة ما إذا كانت إحدى الشخصيات الجديدة التي يخططون لتقديمها ستلقى قبولا جيدا أم لا. لذا قاموا بعرض مشهد من العرض تظهر فيه الشخصية الجديدة على 50 مشاركا تم اختيارهم عشوائيا ثم تسجيل ردود أفعالهم. **دراسة وصفية؛ العينة: الـ 50 مشاركا؛ المجتمع الإحصائي: كافة المشاهدين المحتملين**
5. **الاختبار من متعدد** ما السؤال غير المناسب في الاستطلاع؟ الدرس 1-10 D
   - A هل تحب الأيام مثل هذا اليوم؟
   - B ما مدينة الألعاب المفضلة لك، هل هي مدينة الألعاب A أم B؟
   - C ألا تعتقد أن طعم الجزر أفضل من طعم الكرفس؟
   - D ما معدل ذهابك إلى السينما؟

6a–b. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

6. **الآباء** يوضح الجدول أدناه أعمار الآباء الذين تم توجيه استبيان في يوم الخير بحيهم. الدرس 2-10

أعمار الآباء (أعوام)				
28	34	33	45	31
33	41	34	36	42
30	29	32	40	36
29	33	29	28	44
47	31	28	27	29

   a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي. ثم صف شكل التوزيع.

   b. صف مركز البيانات وانتشارها مستخدما إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

7. **تدريب رياضي** أوقات تدريب خالد وخلف في سباق السرعة لمسافة 40 مترا موضحة أدناه. الدرس 2-10

7a–b. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

أوقات خالد في سباق مسافة 40 مترا (ثوان)					
4.84	4.94	4.87	4.78	5.04	4.98
4.83	5.03	4.74	5.15	4.82	4.91
4.62	4.83	4.76	4.93	4.85	4.82
4.76	4.98	4.94	5.05	4.94	5.04
4.86	4.85	4.71	4.66	4.91	4.82

أوقات خلف في سباق مسافة 40 مترا (ثوان)					
5.03	4.76	4.69	4.52	4.81	4.78
4.65	4.66	4.83	4.95	4.64	4.76
4.43	4.64	4.50	4.58	4.68	4.65
4.83	4.78	4.71	4.81	4.76	4.84
4.61	4.63	4.33	4.46	4.74	4.63

   a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي لكل مجموعة من البيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

   b. قارن التوزيعات مستخدما إما المتوسطات والانحرافات المعيارية أو ملخصات الأعداد الخمسة. علل اختيارك.

8. **الاختبار من متعدد** أوجد قيمة الفوز بإحدى الجوائز التالية. الدرس 3-10 J

   - F AED1950
   - G AED2100
   - H AED3000
   - J AED3450

9–12. انظر ملحق إجابات الوحدة 10

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع. وصنفه على أنه متصل أو منفصل. اشرح استنتاجك. الدرس 3-10

9. عدد المكالمات التي تلقاها عامل الهاتف
10. عدد الكتب التي بيعت في حملة مبيعات مخفضة
11. طول الطلاب في صف الألعاب الرياضية
12. وزن الحيوانات الموجودة في المزرعة

alManahj.com/ae

472 / 144

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 10-3 تحليل التوزيعات الاحتمالية لمتغيرات عشوائية منفصلة.

الدرس 10-3 إيجاد المساحة المحصورة تحت منحنيات التوزيع الطبيعي.
إيجاد احتمالات التوزيعات الطبيعية، وإيجاد قيم البيانات عند إعطاء الاحتمالات.

بعد الدرس 10-3 استخدام التوزيع الطبيعي لإيجاد فترات الثقة.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة فقرة **لماذا؟** في هذا الدرس. واجعلهم يفكروا في المقصود بكون البيانات موزعةً توزيعًا طبيعيًا.

اطرح السؤال التالي:

- يساوي وزن إحدى أسماك المارلين الزرقاء الضخمة التي التقطت في إحدى مناطق الصيد 70 كيلوجرامًا. فإذا ذهبت إلى منطقة الصيد تلك والتقطت سمكة مارلين، فكم يمكن أن يكون وزنها برأيك؟ حوالي 70 كيلوجرامًا

الدرس 10-3 التوزيع الطبيعي

السابق
- لقد حللت التوزيعات الاحتمال لمتغيرات ثابتة منفصلة.

الحالي
1 إيجاد المساحة المحصورة تحت منحنيات التوزيع.
2 إيجاد احتمالات التوزيعات الطبيعية، وإيجاد قيم البيانات عند إعطاء الاحتمالات.

لماذا
- خلال إحدى السنوات الأخيرة، كان لدى 107 ملايين شخص أعمارهم 20 عامًا مستوى كلي للكوليسترول يساوي 200 ميليجرام في الديسيلتر أو أكثر. ويستخدم الأطباء متغيراتٍ من هذا النوع لمقارنة مستويات الكوليسترول لدى المرضى مع مجالات الكوليسترول *الطبيعية* . وفي هذا الدرس، سوف تحدد احتمال أن يكون لشخصٍ مختارٍ عشوائيًا مستوىً محدد للكوليسترول.

المفردات الجديدة

توزيع طبيعي normal distribution
قاعدة تجريبية empirical rule
قيمة z z-value
توزيع طبيعي معياري standard normal distribution

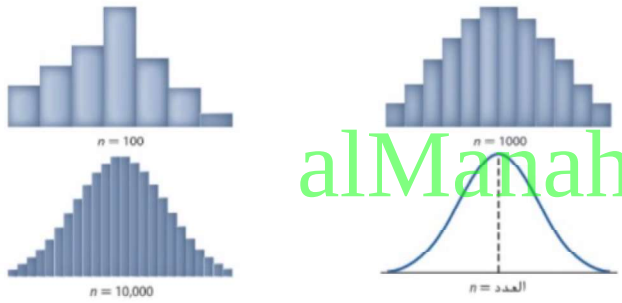
1 التوزيع الطبيعي

يُسمى التوزيع الاحتمالي لمتغير متصل *بالتوزيع الاحتمالي المتصل*. يُسمى التوزيع الاحتمالي المتصل الأكثر استخدامًا **بالتوزيع الطبيعي**. تكون خواص التوزيع الطبيعي كما يلي.

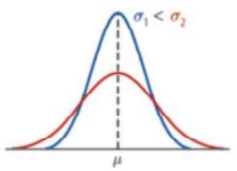
المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي

- يتسم التمثيل البياني للمنحنى بأنه متصل ويشبه شكل الجرس ومتماثل بالنسبة للوسط.
- يتسم الوسط والوسيط والمنوال بالمساواة والمركزية.
- يُعد المنحنى متصلاً.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.
- المساحة الإجمالية أسفل المنحنى تساوي 1 أو 100%.

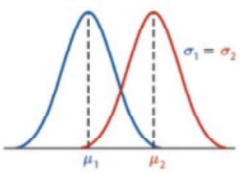
خذ توزيعًا احتماليًا متصلًا للأزمنة التي تحققها عينة عشوائيةٌ من 100 رياضي في سباق 400 متر. بزيادة حجم العينة والحدّ من عرض الفئة، يصبح التوزيع أكثر وأكثر تمائلًا. فإن كان من الممكن اعتبار المجتمع الإحصائي بأكمله، فإن التوزيع سيقارب التوزيع الطبيعي كما هو موضح



لكل متغير عشوائي ذي توزيع طبيعي، يعتمد شكل منحنى التوزيع الطبيعي وموقعه على المتوسط والانحراف المعياري. فعلى سبيل المثال، يمكنك أن ترى في المثال 10.3.1 أن زيادة حجم الانحراف المعياري تزيد من تسطّح المنحنى، ويؤدي التغير في المتوسط، كما يوضح الشكل 10.3.2، إلى إزاحةٍ أفقيةٍ للمنحنى.



الشكل 10.3.1



الشكل 10.3.2

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

- هل من الأرجح اصطياد سمكة مارلين تزن 80 أم سمكة مارلين تزن 90 كيلوجرامًا؟ 80 كيلوجرامًا
- ما الوزن المنطقي لسمكة مارلين أكبر من 90% من أسماك المارلين الأخرى التي اصطيدت؟ الإجابة النموذجية: على الرغم من أن الوزن أعلى، فإنه دون معرفة انتشار البيانات، فلن تكون هناك طريقة للإجابة.
- أي الحدثين التاليين أكثر أرجحية: صيد سمكةٍ وزنها أقل من 63 كيلوجرامًا أو صيد سمكةٍ وزنها أقل من 55 كيلوجرامًا؟ صيد سمكة مارلين وزنهاأقل من 63 كيلوجرامًا.

1 التوزيع الطبيعي

يوضح **المثال 1** كيفية استخدام القاعدة التجريبية لإيجاد الاحتمالات. ويعرض **المثال 2** كيفية إيجاد قيم z وكيفية استخدام قيم z لإيجاد النسب المئوية. ويوضح **المثال 3** كيفية استخدام التوزيع المعياري الطبيعي. ويوضح **المثال 4** كيفية إيجاد قيم z عند إعطاء مساحةٍ تقع تحت المنحنى الطبيعي.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 **الارتفاعات** ارتفاعات 32 قمةٍ في سلسلة جبال موزعة توزيعًا طبيعيًا وفق الوسط 3100 وبانحرافٍ معياريٍ يساوي 100 متر.

a. كم العدد التقريبي للذرى التي يفوق ارتفاعها 3650 مترًا؟ حوالي 5

b. ما النسبة المئوية من الذرى التي تقع بين ارتفاع 3340 مترًا و 3750 مترًا؟ حوالي 95%

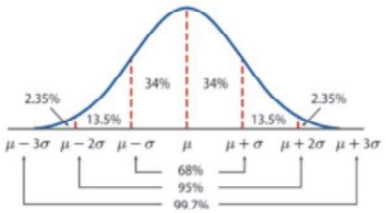
نصيحة دراسية

قاعدة تجريبية تُعرف القاعدة التجريبية أيضًا باسم *القاعدة 68-95-99.7*.

تمثل المنطقة الواقعة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي بين قيمتين للبيانات النسبة المئوية من البيانات الواقعة داخل هذه الفترة. يمكن استخدام **القاعدة التجريبية** لوصف المساحة أسفل المنحنى الطبيعي وضمن فترات تبعد انحرافًا معياريًا واحدًا أو اثنين أو ثلاثة عن الوسط.

المفهوم الأساسي القاعدة التجريبية

في التوزيع الطبيعي ذي الوسط μ والانحراف المعياري σ، ينطبق ما يلي:



- تقع تقريبًا 68% من قيم البيانات فيما بين $\mu-\sigma$ و $\mu+\sigma$.
- تقع 95% من البيانات بين $\mu-2\sigma$ و $\mu+2\sigma$.
- تقع 99.7% من قيم البيانات بين $\mu-3\sigma$ و $\mu+3\sigma$.

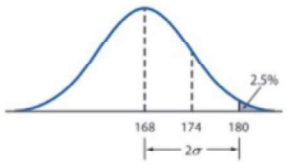
يمكنك حلّ مسائل تتضمن توزيعاتٍ طبيعيةً تقريبًا باستخدام القاعدة التجريبية.

مثال 1 استخدام القاعدة التجريبية

الارتفاع يتوزع طول 880 طالبًا بمدرسة الشرق الثانوية طبيعيًا بوسط 168 سنتيمترًا وانحراف معياري بقيمة 6 سنتيمترات.

a. كم عدد الطلاب الذين يزيد طولهم عن 180 سنتيمترًا تقريبًا؟

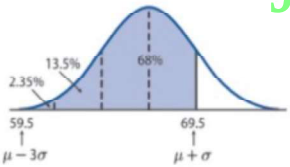
لتحديد عدد الطلاب الذين يزيد طولهم عن 183 سنتيمترًا، أوجد المنطقة المقابلة أسفل المنحنى.



يمكن أن ترى في التمثيل البياني الموضح أن 180 تبعد مسافة 2σ عن الوسط. ونظرًا إلى أن 95% من قيم البيانات تقع على بعد انحرافين معياريين عن الوسط، فإن كل ذيلٍ يمثل 2.5% من البيانات. وتساوي المساحة على الجهة اليمنى من العدد 180 النسبة 2.5% من 880 أو 22.

وهكذا، فإن حوالي 22 من الطلاب أطول من 180 سنتيمترًا.

b. ما النسبة المئوية للطلاب الذين يتراوح طولهم بين 150 و 174 سنتيمترًا؟



تُمثّل النسبة المئوية للطلاب الذين تتراوح أطوالهم بين 150 و 174 سنتيمترًا بالمساحة المظللة على الجهة اليمنى في الشكل. وهي تقع بين $\mu-3\sigma$ و $\mu+\sigma$. تساوي المساحة الكلية تحت المنحنى البياني بين 150 و 174 مجموع مساحات كل من المناطق.

$$2\%.35+ 13\%.5+ 68\%=83\%.85$$

ولذلك، 84% من الطلاب تقريبًا تتراوح أطوالهم بين 150 و 174 سنتيمترًا.

نصيحة دراسية

كل ما يقع تحت المنحنى لاحظ أن في المثال 1a، استخدمنا 2.5%. بينما في المثال 1b، استخدمنا 2.35%. عندما يُطلب منك إيجاد قيمة أكبر من أو أقل من، فسوف تحتاج إلى كل ما هو أسفل هذا الجانب من التمثيل البياني.

تمرين موجّه

1. **التصنيع** توزّع آلةٌ لتعبئة قوارير الماء كمياتٍ مختلفةً قليلاً من الماء في كل قارورة. افترض أن حجم الماء في 120 قارورة له توزيعٌ طبيعيٌ وسطه 1.1 لتر وانحرافٌ معياريٌ يساوي 0.02 لتر.
   - **A.** ما العدد التقريبي لقوارير الماء التي تَملأ بكميةٍ أقل من 1.06 لتر؟ 3
   - **B.** ما النسبة المئوية من القوارير التي تضم ما بين 1.08 و1.14 لتر؟ 81.5%

alManahj.com/ae

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

إرشاد للمعلمين الجدد

القيمة العظمى لاحظ أن الوسط على المستوى الإحدائي يساوي القيمة العظمى على المنحنى.

في حين يمكن استخدام القاعدة التجريبية في تحليل التوزيع الطبيعي، تكون فائدتها الوحيدة عند تقييم قيم محددة. مثل $\mu + \sigma$. يمكن تحويل المتغير الذي يتم توزيعه طبيعيًا إلى قيمة معيارية أو قيمة z، حيث يُمكن استخدامه في تحليل أي مدى من القيم في التوزيع الطبيعي. يُعرف هذا التحويل *بالمعيارية*. تُعرف **قيمة z** أيضًا بالدرجة z وإحصاء اختبار z. وتُمثل عدد الانحرافات المعيارية التي تشكلها قيمة بيانات معينة من الوسط.

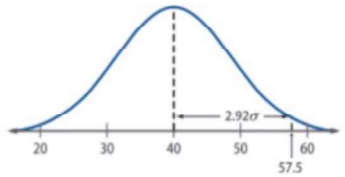
المفهوم الأساسي صيغة قيم z

قيمة z الخاصة بقيمة البيانات في مجموعة بيانات محددة من خلال $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$. حيث X هي قيم البيانات، و μ هو الوسط، و σ هو الانحراف المعياري.

نصيحة دراسية

قيم z الموجبة والسالبة إذا كانت قيمة البيانات أقل من الوسط، فقيمة z المطابقة تكون سالبة. وبالعكس، إذا كانت قيمة البيانات أكبر من الوسط، تكون القيمة z موجبة.

يمكنك استخدام قيم z لتحديد موقع *أي* قيمة بيانات داخل مجموعة بيانات. على سبيل المثال، لاحظ التوزيع في $\mu = 40$ و $\sigma = 6$. تقع قيمة البيانات 57.5 بالقرب من الانحراف المعياري 2.92 بعيدًا عن الوسط، كما هو مبيّن. لذلك، ففي هذا التوزيع، يرتبط $X = 57.5$ بقيمة z تساوي 2.92.



مثال 2 إيجاد قيم z

أوجد كلاً مما يلي.

a. z إذا كان $X = 24$ و $\mu = 29$ و $\sigma = 4.2$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$ صيغة قيم z

$$= \frac{24 - 29}{4.2}$$ $X = 24$ و $\mu = 29$ و $\sigma = 4.2$

$$\approx -1.19$$ بسّط.

قيمة z التي تتطابق مع $X = 24$ هي -1.19. وبالتالي، فإن 24 أقل بمقدار 1.19 انحراف معياري من وسط التوزيع.

b. X إذا كان $z = -1.73$ و $\mu = 48$ و $\sigma = 2.3$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$ صيغة قيم z

$$-1.73 = \frac{X - 48}{2.3}$$ $z = -1.73$ و $\mu = 48$ و $\sigma = 2.3$

$$-3.979 = X - 48$$ بضرب كل طرف في 2.3.

$$44.021 = X$$ بجمع 48 إلى كل طرف.

A تتطابق قيمة z البالغة -1.73 مع قيمة بيانات تبلغ حوالي 44 في التوزيع.

نصيحة دراسية

الموقع النسبي يمكن استخدام قيم z مثل النسب المئوية لمقارنة المواضع النسبية لقيمتين في مجموعتي بيانات مختلفتين.

تمرين موجّه

2A. z إذا كان $X = 32$ و $\mu = 28$ و $\sigma = 1.7$ — 2.35

2B. X إذا كان $z = 2.15$ و $\mu = 39$ و $\sigma = 0.4$ — 39.9

يحتوي كل متغير عشوائي تم توزيعه طبيعيًا على وسط وانحراف معياري فريدين، وهو ما يؤثر على شكل وموقع المنحنى. ونتيجة ذلك، يوجد العديد من التوزيعات الاحتمالية الطبيعية اللانهائية. ولحسن الحظ، يمكن ربطهم جميعًا بتوزيع واحد يُسمى التوزيع الطبيعي *المعياري*. **التوزيع الطبيعي المعياري** هو توزيع طبيعي لقيم z بمتوسط 0 وانحراف معياري 1.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال إضافي

2 أوجد قيمة كلّ مما يلي.

a. z إذا كان $X = 36$, $\mu = 40$ و $\sigma = 6$ — -0.67

b. X إذا كان $z = 1.5$ و $\mu = 1.3$ و $\sigma = 0.6$ — 2.2

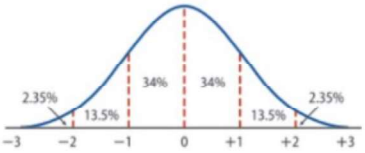
التركيز على محتوى الرياضيات

الانحراف المعياري تستخدم صيغة حساب الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^2}{n}}$ في حالة المتغيرات العشوائية المنفصلة. وثمّة صيغةٌ ذات صلةٍ للمتغيرات العشوائية المنفصلة، وذلك نظرًا إلى أن الاحتمالات تخصّ فتراتٍ لا نقاط فردية. $\sigma = \sqrt{\int (x - \mu)^2 p(x) dx}$ حيث $p(x)$ هي دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي X، و $\mu = \int x p(x)\, dx$. كلا التكاملين محدّد ضمن كامل مجال X.

alManahj.com/ae

تتلخص خواص التوزيع الطبيعي المعياري فيما يلي.

المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي المعياري



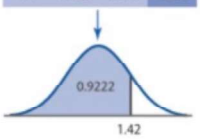
- المساحة الإجمالية أسفل المنحنى تساوي 1 أو 100%.
- تقع المنطقة كلها بين $z = -3$ و $z = 3$.
- التوزيع متماثل.
- الوسط يساوي 0 والانحراف المعياري يساوي 1.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.

يمكنك حل مسائل التوزيع الطبيعي بإيجاد قيمة z التي تتطابق مع القيمة المعطاة X. ثم إيجاد المنطقة الغربية أسفل منحنى المعيار الطبيعي.

يمكن إيجاد المنطقة المطابقة باستخدام جدول قيم z التي تظهر على يسار قيمة z المعطاة. على سبيل المثال، المنطقة أسفل المنحنى على يسار قيمة z البالغة 1.42 هي 0.9222، كما هو مبين.

يمكنك إيجاد المنطقة أسفل المنحنى التي تتطابق مع أي قيمة z باستخدام حاسبة التمثيل البياني. سوف تُستخدم هذه الطريقة لبقية هذه الوحدة.

z	0.00	0.01	0.02
0.0	.5000	.5040	.5080
.	.	.	.
.	.	.	.
1.4	.9192	.9207	.9222



مثال 3 استخدام التوزيع المعياري

الاتصالات **بلغ متوسط المكالمات التي يستقبلها مندوب خدمة العملاء كل يوم خلال شهر 30 يومًا 105 مكالمات بالانحراف المعياري 12. أوجد عدد الأيام التي تقل المكالمات فيها عن 110 مكالمات. افترض أن عدد المكالمات يتم توزيعه طبيعيًا.**

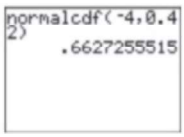
صيغة قيم z

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$X = 110$ و $\mu = 105$ و $\sigma = 12$

$$= \frac{110 - 105}{12} \text{ أو حوالي } 0.42$$

على الرغم من أن التوزيع الطبيعي المعياري ينسع إلى ما لا نهاية بالموجب أو السالب، عندما تجد المنطقة أقل من أو أكبر من القيمة المعطاة، يمكنك استخدام قيمة أقل تبلغ -4 وقيمة أكبر تبلغ 4.



في هذه الحالة، أدخل قيمة z أقل تبلغ -4 وقيمة z أعلى تبلغ 0.42. المنطقة الناتجة هي 0.66. لأنه يوجد 30 يومًا في الشهر، يوجد عدد مكالمات أقل من 110 خلال 30 • 0.66 أو 19.8 يومًا.

وبالتالي، يوجد تقريبًا 20 يومًا تقل المكالمات فيها عن 110 مكالمات.

تمرين موجّه

3. **كرة السلة** بلغ متوسط عدد النقاط التي أحرزها أحد فرق كرة السلة خلال موسم واحد 63 مع انحراف معياري 18. إذا كانت هناك 15 مباراة خلال الموسم، فأوجد النسبة المئوية للمباريات التي أحرز فيها الفريق أكثر من 70 نقطة. افترض أن توزيع عدد النقاط كان طبيعيًا. **35%**

تلميح تقني

المنطقة أسفل المنحنى الطبيعي

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لإيجاد المنطقة أسفل المنحنى الطبيعي المعياري الذي يتطابق مع أي زوج من قيم z بتحديد 2nd [DISTR] و normalcdf (قيمة z الأدنى، قيمة z الأعلى).

مثال إضافي

3 **المبيعات** يحتفظ مندوب مبيعاتٍ بسجلٍ للاتصالات الهاتفية التي يجريها للعملاء المحتملين. وخلال فترة 60 يومًا، كان يساوي العدد المتوسط للاتصالات في اليوم الواحد 20 مكالمةً عند انحرافٍ معياري يساوي 4. أوجد عدد الأيام التي أُجري فيها البائع أكثر من 25 اتصالًا. **6.3 أيام**

alManahj.com/ae

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

607

مثال إضافي

4 أوجد فترة قيم z المرتبطة بكل منطقة.

a. المنطقة البالغة نسبتها 75% الواقعة في المنتصف من البيانات $-1.15 < z < 1.15$

b. المنطقة البالغة نسبتها 5% الواقعة في الأعلى من البيانات $z > 1.64$

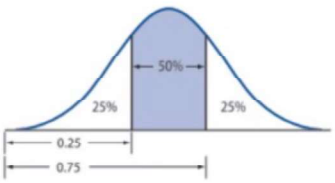
في المثال 3. يمكنك إيجاد المنطقة أسفل المنحنى الطبيعي التي تتطابق مع قيمة z. يمكنك أيضًا إيجاد قيم z التي تتطابق مع مناطق معينة. على سبيل المثال، يمكنك إيجاد قيمة z التي تتطابق مع منطقة تجميعية بنسبة 1% أو 20% أو 99%. يمكنك أيضًا إيجاد فترات قيم z التي تحتوي أو تكون بين نسبة مئوية معينة من البيانات.

مثال 4 إيجاد قيم z التي تتطابق مع منطقة معينة

أوجد فترة قيم z المرتبطة بكل منطقة.

a. النسبة الوسطى 50% من البيانات

تتطابق النسبة الوسطى 50% من البيانات مع البيانات الواقعة بين 25% و 75% من التوزيع، أو 0.25 و 0.75، كما هو مبيّن.



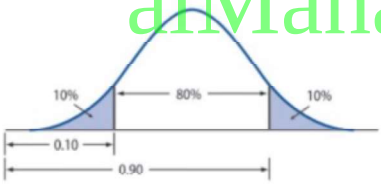
لإيجاد درجات z المطابقة لكل من 0.25 و 0.75، حدد 2nd [DISTR] لعرض قائمة DISTR على حاسبة التمثيل البياني. حدد invNorm (وأدخل 0.25. كرر العملية لإيجاد القيمة المطابقة لـ 0.75. كما هو مبيّن على اليسار، قيمة z المطابقة لـ 0.25 هي 0.67- والقيمة z المطابقة لـ 0.75 هي 0.67.

```
invNorm(0.25)
    -.6744897495
invNorm(0.75)
     .6744897495
```

وبالتالي، الفترة التي تمثل النسبة الوسطى 50% من البيانات هي $-0.67 < z < 0.67$.

b. النسبة الخارجية 20% من البيانات

تمثل النسبة الخارجية 20% من البيانات النسبة 10% والنطاق 10% من التوزيع أو 0.1 و 0.9، كما هو مبيّن.



لإيجاد قيمة z المطابقة لـ 0.10، أدخل 0.10 في حاسبة التمثيل البياني أسفل invNorm (وكرر هذه العملية لإيجاد 0.90. كما هو مبيّن، قيمة z المطابقة لـ 0.10 هي 1.28- وقيمة z المطابقة لـ 0.90 هي 1.28.

```
invNorm(0.10)
    -1.281551567
invNorm(0.90)
     1.281551567
```

وبالتالي، الفترة التي تمثل النسبة الخارجية 20% من البيانات هي $z < -1.28$ أو $z > 1.28$.

نصيحة دراسية

التماثل التوزيع الطبيعي متماثل، ولذلك عندما يُطلب منك تحديد مجموعة النسبة الوسطى أو الخارجية للبيانات، فإن قيم z ستكون متقابلة.

تمرين موجّه

4A. نسبة 25% الوسطى من البيانات $-0.32 < z < 0.32$

4B. النسبة الخارجية 60% من البيانات $z < -0.52$ أو $z > 0.52$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

608 | الدرس 10-3 | التوزيع الطبيعي

2 الاحتمال والتوزيع الطبيعي

لقد رأيت كيف أن المنطقة أسفل المنحنى الطبيعي تتطابق مع تناسب قيم البيانات في إحدى الفترات. تتطابق المنطقة أيضًا مع احتمال وقوع قيم البيانات داخل فترة معينة. إذا تم اختيار قيمة z عشوائيًا، فاحتمال اختيار قيمة بين 0 و 1 ستكون مكافئة للمنطقة أسفل المنحنى بين 0 و 1.00، وهي 0.3413. وبالتالي، فاحتمال اختيار قيمة بين 0 و 1 ستكون حوالي 34%.

نصيحة دراسية

النسبة المئوية والتناسب والاحتمال والمساحة حين تطلب منا مسألة إيجاد نسبة مئوية أو تناسب أو احتمال، فإنها تطلب منا إيجاد القيمة نفسها. وهي المساحة المقابلة أسفل المنحنى الطبيعي.

مثال 5 إيجاد الاحتمالات

الأرصاد الجوية **يتم توزيع درجات الحرارة لأحد الشهور في إحدى مدن دولة الإمارات حيث $\mu = 81°$ و $\sigma = 6°$. أوجد كل احتمال، واستخدم حاسبة التمثيل البياني لرسم المنطقة المطابقة أسفل المنحنى.**

a. $P(70° < X < 90°)$

السؤال هو طلب معرفة النسبة المئوية لدرجات الحرارة بين 70° و90°. أولاً، أوجد قيم z المطابقة لكل من $X = 70$ و $X = 90$.

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$ صيغة قيم z

$$= \frac{70 - 81}{6}$$ $X = 70$، $\mu = 81$، $\sigma = 6$

$$\approx -1.83$$ بسّط.

استخدم 90 لإيجاد قيمة z الأخرى.

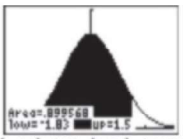
$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$ صيغة قيم z

$$= \frac{90 - 81}{6}$$ $X = 90$، $\mu = 81$، $\sigma = 6$

$$\approx 1.5$$ بسّط.

نصيحة دراسية

عوامل الاتصال في التوزيع المتصل، ليس هناك فرقٌ بين $P(x \geq c)$ و $P(x > c)$ لأن احتمال أن تساوي x القيمة c تساوي الصفر.



[−4, 4] scl: 1 by [0, 0.5] scl: 0.125

يمكنك استخدام حاسبة للتمثيل البياني لعرض المساحة المقابلة لأي قيم z من خلال اختيار 2nd [DISTR]. وبعد ذلك من القائمة DRAW، اختر ShadeNorm (*lower z value, upper z value*). تساوي المساحة الواقعة بين $z = -1.83$ و $z = 1.5$ القيمة 0.899568 كما هو موضح.

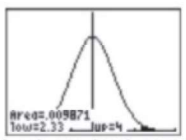
ولذلك، فإن 90% تقريبًا من درجات الحرارة كانت تقع بين 70 و 90.

b. $P(X \geq 95°)$

$$= \frac{X - \mu}{\sigma}$$ صيغة قيم z

$$= \frac{95 - 81}{6}$$ $X = 95$، $\mu = 81$، $\sigma = 6$

$$\approx 2.33$$ بسّط.



[−4, 4] scl: 1 by [0, 0.5] scl: 0.125

باستخدام حاسبة التمثيل البياني، يمكنك إيجاد أن المنطقة الواقعة بين $z = 2.33$ و $z = 4$ تساوي تقريبًا 0.0099.

لذلك، فإن احتمال أن تساوي درجة حرارة مختارة عشوائيًا على الأقل 95° هي حوالي 0.1%.

تمرين موجّه

5. الاختبار توزع درجات اختبارٍ معياريٍ توزيعًا طبيعيًا فيه $\mu = 72$ و $\sigma = 11$. أوجد كل احتمالٍ مما يلي واستخدم حاسبةً للتمثيل البياني لتمثيل المساحة المقابلة أسفل المنحنى.

A. $P(X < 89)$ **93.9%**

B. $P(65 < X < 85)$ **62%**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

2 الاحتمال والتوزيع الطبيعي

يوضح **المثال 5** كيفية إيجاد الاحتمالات عند إعطاء قيم X الموزعة توزيعًا طبيعيًا. ويعرض **المثال 6** كيفية إيجاد فواصل عند إعطاء الاحتمالات باستخدام التوزيع الطبيعي المعياري.

مثال إضافي

5 حركة المرور عدد السيارات التي تعبر أحد التقاطعات في ساعةٍ محددةٍ من اليوم موزعٌ توزيعًا طبيعيًا فيه $\mu = 1210$ و $\sigma = 220$. أوجد كل احتمال مما يلي واستخدم حاسبةً للتمثيل البياني لتمثيل المساحة المقابلة المحصورة تحت المنحنى.

a. $P(1000 < X < 1420)$ 66.0%

[−4, 4] scl: 1 by [0, 0.5] scl: 0.125

b. $P(X < 950)$ 11.9%

[−4, 4] scl: 1 by [0, 0.5] scl: 0.125

إرشاد للمعلمين الجدد

رسم منحنى طبيعي يتغير المنحنى من منحنى مقعر للأسفل إلى منحنى مقعر للأعلى عند نقاط تبعد عن الوسط لمسافة انحراف معياري واحد.

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون أصحاب النمط المنطقي اطلب من الطلاب تلخيص الخطوات المطلوبة لعزل مساحةٍ محصورةٍ تحت منحنىً طبيعيٍ لتحديد الاحتمال التي تعرّفها فترات الانحرافات المعيارية. وتستخدم هذه العملية عديدة الخطوات الاستنتاج الاستقرائي المطلوب لتحليل تمثيلٍ بياني.

مثال إضافي

6 رفع الأثقال الأوزان القصوى للمكبس النضدي في أحد النوادي الرياضية المحلية موزعةٌ توزيعًا طبيعيًا فيه $\mu = 120$ و $\sigma = 20$.

a. إذا أراد ربّاعٌ أن يحلّ بين أول ثلاثة، فما الوزن الذي عليه كبسه؟ 128 kg

b. ما مدى الأوزان التي ستضع الربّاع في نسبة الـ 80% من منتصف التوزيع؟ 94 kg إلى 146 kg

المتابعة

استكشف الطلاب الإحصاءات الوصفية والتوزيعات الاحتمالية والتوزيع الطبيعي.

اطرح السؤال التالي:

- هل من الممكن أن يكون الإحصاء زائفًا؟ الإجابة النموذجية: يمكن أن يكون الإحصاء "زائفًا" عند التلاعب به ثم استخدامه للتأثير على معتقدات المستمعين المستهدفين وسلوكياتهم.

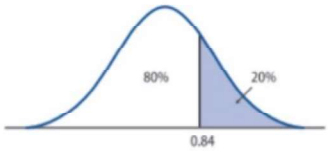
يمكنك إيجاد فواصل محددةٍ للبيانات المقابلة لاحتمالات أو نسبٍ مئويةٍ معطاةٍ باستخدام التوزيع الطبيعي المعياري.

مثال 6 من الحياة اليومية إيجاد فترات البيانات

الدراسة الجامعية تتوزع درجات اختبار قبول الجامعة في قسم الرياضيات طبيعيًا حيث $\mu = 65$ و $\sigma = 8$.

a. إذا أرادت فاطمة أن تكون ضمن الـ 20% الأوائل، فما الدرجة التي يجب عليها تحقيقها؟

لإيجاد الدرجات الـ 20% العليا في الامتحان، يجب عليك إيجاد درجة الامتحان X التي تفصل النسبة 20% العليا من المساحة الواقعة أسفل المنحنى الطبيعي. كما هو موضح. وترتبط نسبة الـ 20% العليا بـ $1 - 0.2$ أو 0.8. باستخدام حاسبة التمثيل البياني، يمكنك إيجاد أن قيمة z المقابلة تساوي 0.84.



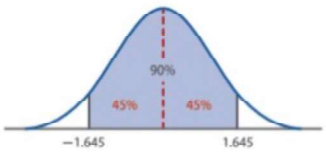
الآن، استخدم صيغة قيمة z لتعداد إحصائي لإيجاد درجة الامتحان المقابلة.

$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$	صيغة قيم z
$0.84 = \frac{X - 65}{8}$	$\mu = 65$ و $\sigma = 8$ و $z = 0.84$
$6.72 = X - 65$	بضرب كل طرف في 8.
$71.72 = X$	بجمع 65 إلى كل طرف.

تحتاج فاطمة إلى تحقيق 72 درجة على الأقل لتكون من بين الطلاب الـ 20% الأوائل.

b. تتوقع فاطمة أن تحصل على درجة ضمن النسبة الوسطى 90% في التوزيع. فما مدى الدرجات الذي يقع ضمن هذه الفئة؟

تُمثّل النسبة الوسطى 90% من درجات الامتحان 45% على كلٍ من طرفي الوسط. ولذلك فهي تقابل فترة المساحة الممتدة من 0.05 إلى 0.95. باستخدام حاسبة للتمثيل البياني، فإن قيمتي z المقابلتين لكل من 0.05 و 0.95 هما 1.645− و 1.645على التوالي.



استخدم قيم z لإيجاد كل قيمة لـ X.

$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$	صيغة قيم	$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$
$-1.645 = \frac{X - 65}{8}$	$\mu = 65$ و $\sigma = 8$	$1.645 = \frac{X - 65}{8}$
$-13.16 = X - 65$	أوجد حاصل الضرب.	$13.16 = X - 65$
$51.84 = X$	بسّط.	$78.16 = X$

وبالتالي، تتوقع فاطمة أن تكون درجتها بين 52 و 78.

alManahj.com/ae

الربط بالحياة اليومية

خلال دراسةٍ جرت حديثًا، كان متوسط الدرجات في امتحان SAT الوطني 502 في القراءة النقدية و 515 في الرياضيات و 494 في الكتابة. وكان متوسط الدرجات في امتحان ACT في العام نفسه 21.1.

المصدر: صحيفة USA Today

تمرين موجّه

6. البحث يختار باحث خلال إحدى الدراسات الطبية مجموعةً للدراسة وسط وزنها 86 كيلوجرامًا وانحرافها المعياري 5.5 كيلوجرامات. افترض أن الأوزان موزعةٌ طبيعيًا.

A. إذا كانت الدراسة ستركز بصورةٍ رئيسةٍ على المشاركين الذين تقع أوزانهم في النسبة الوسطى 80% من مجموعة البيانات، فما مدى الأوزان الذي سيتضمنه ذلك؟ $174.6 < X < 205.4$

B. إذا تم الاتصال بالمشاركين الذين تقع أوزانهم ضمن النسبة الخارجية 5% من التوزيع بعد أسبوعين من الدراسة، فما مدى أوزان الأشخاص الذين سيجري الاتصال بهم؟ $X < 213.5$ و $X > 166.5$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

التمارين

1. **التلوث الضوضائي** خلال دراسةٍ على التلوث الضوضائي، قاس باحثون مستوى الصوت بالديسبل في شارعٍ مكتظٍ ضمن إحدى المدن لمدة 30 يومًا. وتبعًا لهذه الدراسة، كان مستوى الضجيج المتوسط 82 ديسبل عند انحرافٍ معياريٍ يساوي 6 ديسبل. افترض أن البيانات ذات توزيعٍ طبيعي. (مثال 1)

   a. إذا كانت الحادثة الطبيعية تتم عند مستوى حوالي 64 ديسبل، حدّد عدد الساعات خلال الدراسة والتي كانت مستوى الضجيج عندها بهذا المستوى من الانخفاض. **1.08 ساعة**

   b. حدّد النسبة المئوية التي كان خلالها الضجيج يتراوح بين 76 ديسبل و 88 ديسبل. **68%**

2. **عدّاد المسافة** يسافر خميس مسافة 290 كيلومترًا كل أسبوعٍ للعمل. وتسير سيارته مسافة 29.6 كيلومترًا مقابل كل لترٍ تستهلكه من الوقود عند انحرافٍ معياري يساوي 5.4 كيلومترات للتر الواحد. افترض أن البيانات موزعةٌ توزيعًا طبيعيًا. (مثال 1)

   a. قدّر عدد الأميال التي يمكن لسيارة خميس أن تسير ضمنها مسافة 35 كيلومترًا مقابل كل لترٍ تستهلكه من البنزين أو أفضل من ذلك. **46.4 km**

   b. ما النسبة المئوية من سفر خميس والتي من أجلها تسير السيارة ما بين 24.2 كيلومترًا للتر و 40.40 كيلومترًا للتر؟ **81.5%**

أوجد كلاً مما يلي (المثال 2)

3. z إذا كان $X = 19$ و $\mu = 22$ و $\sigma = 2.6$ **-1.15**
4. X إذا كان $z = 2.3$ و $\mu = 64$ و $\sigma = 1.3$ **66.99**
5. z إذا كان $X = 52$ و $\mu = 43$ و $\sigma = 3.7$ **2.43**
6. X إذا كان $z = 2.5$ و $\mu = 27$ و $\sigma = 0.4$ **28**
7. z إذا كان $X = 32$ و $\mu = 38$ و $\sigma = 2.8$ **-2.14**
8. X إذا كان $z = 1.7$ و $\mu = 49$ و $\sigma = 4.1$ **55.97**

9. **علم الأسماك** خلال مشروعٍ علمي، درس أسامة معدل نمو 797 سمكة سلّور ذهبية خضراء وتوصّل إلى المعلومات التالية. افترض أن البيانات موزّعة توزيعًا طبيعيًا. (مثال 3)

   a. حدّد عدد الأسماك التي طولها أقل من 4.5 ميليمترات عند الولادة. **184**

   b. حدّد عدد الأسماك التي طولها أكبر من 5 ميليمترات عند الولادة. **92**

10. **قطار الملاهي** يساوي متوسط وقت انتظار ركوب القطار لعدد 16,000 راكبًا لقطار الملاهي في اليوم 72 دقيقة بانحرافٍ معياري يساوي 15 دقيقة. افترض أن البيانات موزعةٌ توزيعًا طبيعيًا. (مثال 3)

   a. حدّد عدد الركاب الذين ينتظرون أقل من 60 دقيقةً لركوب قطار الملاهي. **حوالي 3392**

   b. حدّد عدد الركاب الذين ينتظرون أكثر من 90 دقيقةً لركوب قطار الملاهي. **حوالي 1840**

أوجد فترة قيم z المقترنة بكل مساحة (مثال 4). **16–11. انظر الهامش.**

11. النسبة الوسطى 30%
12. النسبة الخارجية 15%
13. النسبة الخارجية 40%
14. النسبة الوسطى 10%
15. النسبة الخارجية 25%
16. النسبة الوسطى 84%

17. **البطاريات** العمر الافتراضي لنوعٍ محددٍ من البطاريات موزّع توزيعًا طبيعيًا حيث $\mu = 8$ ساعات و $\sigma = 1.5$ ساعة. أوجد احتمال كل مما يلي. (مثال 5)

   a. سوف تستمر البطارية لأقل من 6 ساعات. **9%**

   b. ستعمل البطارية أكثر من 12 ساعة. **0.4%**

   c. ستعمل البطارية بين 8 و 9 ساعات. **25%**

18. **الصحة** يساوي المستوى الوسطي لكولسترول الدم لدى الإماراتيين البالغين 203 mg/dL (ميليجرام في الديسيلتر) عند انحرافٍ معياري قيمته 38.8 mg/dL. أوجد احتمال كل مما يلي. وافترض أن البيانات موزعة توزيعًا طبيعيًا. (مثال 5)

   a. مستوى كولسترول الدم ما دون 160 mg/dL، والذي يعدّ منخفضًا ويمكن أن يؤدي إلى خطر مرتفع للإصابة بجلطة **13%**

   b. مستوى كولسترول الدم فوق 240 mg/dL، والذي يعدّ مرتفعًا ويمكن أن يؤدي إلى خطورة مرتفعة للإصابة بمرض القلب **17%**

   c. مستوى كولسترول الدم بين 180 و 200 mg/dL، والذي يعدّ طبيعيًا **19%**

19. **هطول الثلج** يتوزّع هطول الثلج الوسطي بالسنتيمترات في منطقة الولايات المتحدة وكندا الواقعتين بين الخطين 45°N و 55°N توزيعًا طبيعيًا فيه $\mu = 260$ و $\sigma = 27$. (المثال 6)

   a. حدّد الكمية الصغرى لهطول الثلج المتشكّلة ضمن نسبة 15% العليا من التوزيع. **288.0 cm**

   b. حدّد الكمية القصوى لهطول الثلج المتشكّلة في نسبة 30% الدنيا. **245.8 cm**

   c. ما هو مدى هطول الثلج الذي يتشكّل عند نسبة 60% الوسطى؟ **237.3 cm – 282.7 cm**

20. **سرعة حركة المرور** تتوزّع سرعة حركة المرور بالكيلومترات في الساعة في الشارع الشمالي توزيعًا طبيعيًا فيه $\mu = 60$ و $\sigma = 9$. (المثال 6)

   a. حدّد السرعة القصوى لأبطأ 10% من السيارات التي تعبر الشارع الشمالي. **40 km/h**

   b. حدّد السرعة الصغرى لأسرع 5% من السيارات التي تعبر الشارع الشمالي. **75 km/h**

   c. ما مدى سرعة السيارات ضمن النسبة الوسطى 25% التي تعبر الشارع الشمالي؟ **57 km/h – 63 mi/h**

21. **الاختبارات** أجرى صالح اختباري ACT و SAT وأحرز درجات مادة الرياضيات الموضحة. فما الدرجات التي لها موقع نسبي أعلى؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

اختبار	درجة صالح	المتوسط الوطني	الانحراف المعياري
ACT	27	21	4.7
SAT	620	508	111

alManahj.com/ae

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 20-1 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم الجدول التالي لتخصيص الواجبات للطلاب.

إرشاد للمعلمين الجدد

المنحنى الطبيعي في التمرينين 19 و 20، إذا احتاج الطلاب إلى المساعدة، فاقترح أن يرسموا أولًا المساحة المظللة على المنحنى الطبيعي. وحينها بوسعهم تحديد القيمة العظمى أو الصغرى في تلك المساحة بصورةٍ أسهل.

انتبه!

خطأ شائع في التمرين 22، إذا قال الطلاب إن أسماء أدّت بصورةٍ أفضل في اختبار علم الاجتماع لأن $76 > 81$، فذكّرهم أن عليهم مقارنة قيم z لكل اختبار.

إجابات إضافية

11. $-0.39 < z < 0.39$
12. $z < -1.44$ أو $z > 1.44$
13. $z < -0.84$ أو $z > 0.84$
14. $-0.13 < z < 0.13$
15. $z < -1.15$ أو $z > 1.15$
16. $-1.41 < z < 1.41$
21. الإجابة النموذجية: للدرجات في امتحان الـ ACT قيمة z تساوي 1.28 وللدرجات في امتحان الـ SAT قيمة z تساوي 1.

ولذلك فإن لدرجات امتحان ACT البالغة 27 موضعٌ نسبيٌ أعلى بـ 27 من درجات امتحان SAT البالغة 620.

إجابات إضافية

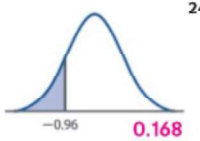
22. الإجابة النموذجية: قيمة z في الفيزياء تساوي 0.4 وفي علم الاجتماع تساوي 0.33. وبما أن قيمة z في الفيزياء أعلى، فإن الموضع النسبي لأسماء في الصف الدراسي لمادة الفيزياء أعلى من موضعها النسبي في الصف الدراسي لمادة علم الاجتماع.

28a. مصر؛ الجزائر؛ القيمة z لليونان والجزائر ومصر تساوي 0.025 و 0.2 و 0.3 على الترتيب.

22. الامتحانات حققت أمل 76 درجة في اختبار الفيزياء الذي كان وسط الدرجات فيه يساوي 72 درجة وانحرافها المعياري 10. وحققت أيضًا 81 درجة في اختبار علم الاجتماع الذي كان وسط الدرجات فيه يساوي 78 بانحراف معياري 9. قارن درجتي أمل النسبيتين في كل اختبار. وافترض أن البيانات موزعة توزيعًا طبيعيًا. **انظر الهامش.**

أوجد المساحة التي تتطابق مع كل منطقة مظللة.

23.

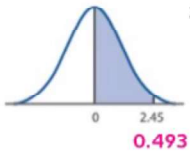


0.168

24.

0.911

25.



0.493

26.

0.761

27. الكسور الزبيعات والنسب المئوية والأعشار هي ثلاثة أنواع من الكسور التي تقسم مجموعةً مرتبةً من البيانات إلى مجموعات متساوية. أوجد قيم z المقابلة لكل من الكسور التالية.

a. D_{20} و D_{40} و D_{80} **−0.84, −0.25, 0.84**

b. Q_1 و Q_2 و Q_3 **−0.67, 0, 0.67**

c. P_{10} و P_{40} و P_{90} **−1.28, −0.25, 1.28**

28. الأرصاد الجوية يعرض الجدول الرطوبة التي رُصدت في صباح اليوم نفسه في مدن اليونان والجزائر ومصر. افترض أن البيانات موزعةٌ توزيعًا طبيعيًا **a–b. انظر الهامش.**

الدولة	الرطوبة	متوسط الرطوبة	انحراف معياري
اليونان	85%	82%	12%
الجزائر	94%	91%	15%
مصر	46%	43%	10%

a. ما الدولة ذات الرطوبة الأعلى؟ وما الدولة ذات الرطوبة الأدنى؟ اشرح استنتاجك.

b. ما وجه المقارنة مع مدينةٍ رابعةٍ رطوبتها 81% ورطوبتها المتوسطة 8% عند انحرافٍ معياري 8%؟

29. الأعمال تتوزع رواتب العاملين في دائرة المبيعات ضمن إحدى الوكالات الإعلانية توزيعًا طبيعيًا بانحرافٍ معياري يساوي AED 8000. وخلال موسم العطلة، يُمنح العاملون الذين يقبضون أقل من AED 35,000 سلّة هدايا.

a. على فرض أن 10% من العاملين يتلقّون سلّة هدايا، فما وسط الراتب في دائرة المبيعات؟ **حوالي AED 45,252**

b. على فرض أن العاملين الذين يكسبون رواتب تزيد بمبلغ AED 10,000 عن قيمة وسط الراتب يُمنحون علاوةً تحفيزية. فإذا كان هناك 200 عاملٍ في دائرة المبيعات، فكم عدد العاملين الذين سيمنحون علاوة؟ **22 موظفًا**

30. التمثيلات المتعددة سنستكشف في هذه المسألة شكل التوزيع الطبيعي. افترض تعدادًا إحصائيًا يتكوّن من 4، 10، 6، 8.

a. **بيانيًا** ارسم تمثيلاً بيانيًا بالأعمدة، واستخدمه لوصف شكل التوزيع. ثم أوجد وسط مجموعة البيانات وانحرافها المعياري.

b. **بيانيًا** اختر ثماني عيّناتٍ عشوائيةٍ حجمها 2، مع الإحلال، من مجموعة البيانات. وارسم تمثيلاً بيانيًا بالأعمدة واستخدمه لوصف شكل التوزيع. وأوجد الوسط والانحراف المعياري لقيم وسط العينات.

c. **جدوليًا** يضم الجدول جميع العينات التي حجمها 2 والتي يمكن أخذها، مع الإحلال، من مجموعة البيانات. أوجد وسط كل عينة والوسط والانحراف المعياري لجميع قيم وسط العينات. $\mu = 7, \sigma = 1.6$

العينة	الوسط	العينة	الوسط
4, 4	4	8, 4	6
4, 6	5	8, 6	7
4, 8	6	8, 8	8
4, 10	7	8, 10	9
6, 4	5	10, 4	7
6, 6	6	10, 6	8
6, 8	7	10, 8	9
6, 10	8	10, 10	10

d. **بيانيًا** ارسم تمثيلاً بيانيًا بالأعمدة لقيم وسط العينات من الجزء c واستخدمه لوصف شكل التوزيع. ماذا يحدث لشكل توزيع بياناتٍ بزيادة حجم العينة؟

e. **تحليليًا** اقسم الانحراف المعياري للتعداد الإحصائي، والذي أوجدته في الجزء a، على الجذر التربيعي لحجم العينة. ما الذي يحدث برأيك للوسط والانحراف المعياري لتوزيع البيانات في حالة زيادة حجم العينة؟

a, b, d, e. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

31. تحليل الخطأ يوجد حسام وسالم الفترة z المرافقة للنسبة 35% الخارجية من توزيع للبيانات. ويعتقد حسام أنها تمثل الفترة $z < -0.39$ أو $z > 0.39$، بينما يرى سالم أنها تمثل الفترة $z < -0.93$ أو $z > 0.93$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

32. التبرير في تطبيقات الحياة اليومية، تقع قيم z في العادة بين -3 و $+3$ في التوزيع المعياري الطبيعي. فلِمَ تعتقد أن هذه الحالة صحيحة؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

33. تحدٍ أوجد قيمتي z، إحداهما موجبة والأخرى سالبة، بحيث تكون مساحة الذيلين مجتمعين تساوي كلاً مما يلي:

a. 1% **−2.58, 2.58**

b. 5% **−1.96, 1.96**

c. 10% **−1.64, 1.64**

34. التبرير للمتغيرات المتصلة توزيعات طبيعية *أحيانًا* أو *دائما* أو ليس لها توزيعات طبيعية على *الإطلاق*. اشرح إجابتك.

انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

35. الكتابة في الرياضيات قارن وقابل خواص التوزيع الطبيعي بخواص التوزيع المعياري الطبيعي. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

alManahj.com/ae

مراجعة شاملة

36. كرة السلة يوضح التوزيع التكراري عدد الرميات المسجّلة من قبل فريق المجد أمسية لمباراتين متعاقبتين. **a–b. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

التكرار	الضربات المسجلة، X
3	0
1	1
8	2
2	3
3	4

a. أنشئ توزيعًا احتماليًا للمتغير العشوائي X ومثله بيانيًا.

b. أوجد الوسط وفسره في سياق المسألة.

c. أوجد التباين والانحراف المعياري. $\sigma^2 \approx 1.65;\ \sigma \approx 1.28$

37. كرة القدم يعرض الجدول عدد ضربات الجزاء التي احتُسبت لصالح فريق كرة قدم محترف في كل مباراة خلال موسمين حديثين منصرمين. أنشئ مخططين صندوقيين متجاورين لمجموعتي البيانات.

ثم استخدم طريقة العرض هذه لمقارنة التوزيعين. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

الموسم 1				الموسم 2			
13	6	11	8	5	3	1	9
11	16	18	9	4	6	3	8
9	14	14	15	1	3	6	10
5	10	5	8	2	3	5	5

أوجد مجموع كل متسلسلة حسابية.

38. S_{51} لـ $-92 + (-88) + (-84) + \ldots$ **408**

39. المجموع الجزئي الرابع والعشرون لـ $-13 + 2 + 17 + \ldots$ **3828**

40. S_{46} لـ $295 + 281 + 267 + \ldots$ **−920**

أوجد الإحداثيات المتعامدة لكل نقطة لها الإحداثيات القطبية المعطاة.

41. $\left(\frac{1}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ $\left(0, \frac{1}{4}\right)$

42. $\left(3, \frac{\pi}{3}\right)$ $\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

43. $(-2, \pi)$ $(2, 0)$

لديك v و u، أوجد u · v. قد تكون هناك أكثر من إجابة.

44. $\mathbf{v} = \langle -4, 2, -7 \rangle,\ \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 17$ **الإجابة النموذجية:** $\langle 1, 0, -3 \rangle$

45. $\mathbf{v} = \langle 2, 8, 5 \rangle,\ \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = -6$ **الإجابة النموذجية:** $\langle 0, 3, -6 \rangle$

46. $\mathbf{v} = \left\langle \frac{2}{3}, -3, \frac{1}{3} \right\rangle,\ \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 10$ **الإجابة النموذجية:** $\langle 6, -1, 9 \rangle$

أوجد زاوية اتجاه كل متجه مما يلي.

47. $6\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ **26.6°**

48. $-3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ **126.9°**

49. $2\mathbf{i} - 8\mathbf{j}$ **284.0°**

اكتب معادلة القطع الناقص المقابل لكل مجموعة من الخواص التالية. 52–50. انظر الهامش.

50. الرؤوس (11 ,3−)، (9− ,3−)، يؤرتاه (5 ,3−)، (7 ,3−)

51. الرؤوس المرافقة (6− ,3−)، (6− ,1−)، طول المحور الأكبر 10

52. الرؤوس (2 ,8)، (2 ,4−)، طول المحور الأصغر 8

alManahj.com/ae

مراجعة المهارات للاختبارات المعيارية

53. SAT/ACT إذا كان X مجموع أول 1000 عدد صحيح موجب زوجي و Y مجموع أول 500 عدد صحيح فردي، فما النسبة المئوية لـ X أكبر من Y؟ **C**

A 100% C 300% E 500%
B 200% D 400%

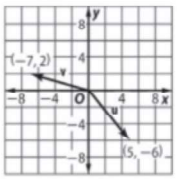
54. مراجعة خلال إحدى السنوات الأخيرة، كان الوسط والانحراف المعياري لدرجات امتحان ACT يساويان 21.0 و 4.7. افترض أن درجات الامتحان كانت موزعة توزيعًا طبيعيًا. فما الاحتمال التقريبي في أن يحصل أحد المشاركين على درجة أعلى من 30.4؟ **J**

F 1% H 2%
G 1.5% J 2.5%

55. تتوزع مدة كل أغنية في مجموعة موسيقية توزيعًا طبيعيًا فيه $\mu = 4.12$ دقائق و $\sigma = 0.68$ دقيقة. أوجد احتمال كون مدة أغنية اخترت عشوائيًا من المجموعة أطول من 5 دقائق. **A**

A 10% C 39%
B 19% D 89%

53. مراجعة أوجد u · v. **F**



F −47 H −6
G −24 J 47

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL

التوسّع اطلب من مجموعاتٍ من الطلاب أن يهزّوا 50 قطعةً نقديةً في كوبٍ ويسجلوا عدد مرات ظهور الصورة في كل 10 رميات. ثم اطلب من كل مجموعة حساب العدد الوسطي من مرات ظهور الصور في كل رمية. كلّف الطلاب بتفسير السبب في أنه يمكن تقريب التوزيع إلى توزيعٍ طبيعي. وحدّد عدد الرميات التي تعطي عددًا من الصور يقع ضمن انحرافٍ معياريٍ واحدٍ وانحرافين معياريين وثلاثة انحرافاتٍ معياريةٍ عن الوسط. وقارن ذلك مع العدد المتوقع من الصور. راجع عمل الطلاب.

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 31، إجابة سالم صحيحة. ولعلّ حسام قد خلط بين قيم z وبين المساحة الخارجية. وقد يكون من الأخطاء المحتملة الأخرى استخدام قيمتي z تساويان 0.45− و 0.45. ويساوي ذلك تقريبًا 35% من المساحة المحصورة تحت المنحنى البياني بينهما.

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب

اطرح على الطلاب السؤال التالي. معدّل الذكاء هو قيمةٌ موزعةٌ توزيعًا طبيعيًا عند متوسط يساوي 100. فما الحدث الأقل احتمالًا في الحدوث؟ اشرح.

A. أن يكون معدل ذكاء شخصٍ أقل من 90.

B. أن يكون معدل ذكاء شخصٍ أكثر من 112.

B؛ 112 أبعد عن المتوسط، إذًا فمن الأقل احتمالًا أن يكون معدل الذكاء لدى شخصٍ أعلى من 112 من أن يكون معدل الذكاء لدى شخصٍ أقل من 90.

إجابات إضافية

28b. عند قيمة z المساوية لـ 0.375، سيكون لهذه المدينة أعلى رطوبةٍ نسبيةٍ من بين المدن جميعها.

31. سالم؛ تقابل الـ 35% الخارجية القيمتين 0.175 و 0.825، ويترافق ذلك مع قيم z على النحو $z < -0.93$ أو $z > 0.93$. أوجد حسام قيم z المرافقة للنسبة 70% الخارجية، والتي تقابل 0.35 و 0.65.

32. الإجابة النموذجية: تبعًا للقاعدة التجريبية، فإن 99.7% من جميع قيم البيانات ستقع ضمن 3 انحرافاتٍ معياريةٍ عن الوسط، ويقابل ذلك قيمًا لـ z تقع ضمن المدى $z = -3$ إلى $z = +3$ في التوزيع الطبيعي المعياري.

50. $\frac{(x+3)^2}{64} + \frac{(y-1)^2}{100} = 1$

51. $(x+2)^2 + \frac{(y+6)^2}{25} = 1$

52. $\frac{(x-2)^2}{36} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة التمثيل البياني لتحويل البيانات الملتوية إلى بيانات شبيهة بالتوزيع الطبيعي.

نصيحة للتدريس

اشرح للطلاب أن من المفيد أن تكون البيانات موزعةً توزيعًا طبيعيًا، لا أن تكون ملتوية، لأن ذلك يتيح تحليلها باستخدام القاعدة التجريبية وقيم z.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

شكّل مجموعاتٍ ثنائيةً من طالبٍ يجيد استخدام حاسبة التمثيل البياني وآخر أقل إجادةً في استخدامها. واقترح أن يحلّ الطالب أكثر إجادة النشاط. على أن يكتفي الطالب الآخر بالمراقبة في البداية ثم يدخل المعلومات الخاصة بالتمرين.

تدريب كلف الطلاب بإكمال التمرين.

3 التقويم

التقويم التكويني

اطلب من الطلاب تحويل البيانات في التمرين باستخدام اللوغاريتم الطبيعي. واطلب منهم تمثيل البيانات بيانيًا ووصف شكل التوزيع وذكر مسوّغ تحويل البيانات.

من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب تلخيص كيفية تحويل البيانات لتشبه توزيعًا طبيعيًا.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مختبر تقنية التمثيل البياني
تحويل البيانات الملتوية

الهدف

- استخدام حاسبة التمثيل البياني لتحويل البيانات الملتوية إلى بيانات شبيهة بالتوزيع الطبيعي.

من الشائع أن يكون لبيانات علم الأحياء والبيانات الطبية وغيرها توزيعٌ ملتوٍ إيجابيًا. وقد يكون من المفيد أحيانًا تحويل البيانات الأصلية بحيث تشبه التوزيع الطبيعي على نحوٍ أفضل. حيث يتيح ذلك انتشار البيانات بدلًا من تجمّعها في جهةٍ واحدةٍ من نموذج العرض.

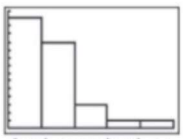
النشاط تحويل البيانات باستخدام لوغاريتمات طبيعية

استخدم البيانات التالية لإنشاء مدرج إحصائي، وصِف شكل التوزيع. ثم حوّل البيانات عبر حساب اللوغاريتم المشترك لكل مُدخل. مثّل البيانات الجديدة بيانيًا، وصِف شكل التوزيع.

البيانات									
15	7	2	5	8	17	15	8	3	4
9	18	13	10	9	8	10	23	26	10
7	14	25	7	6	13	35	48	14	6

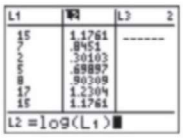
الخطوة 1 أدخل البيانات في L1. وأنشئ مدرجًا إحصائيًا للبيانات باستخدام الفترات والمقاييس الموضحة.

يبدو أن البيانات ذات توزيعٍ ملتوٍ إيجابيًا.



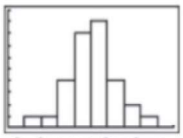
[0, 50] scl: 10 by [0, 15] scl: 1

الخطوة 2 أدخل اللوغاريتم المشترك لكل قيمة في L2. ضع المؤشر على L2. اضغط LOG وأدخل L1. اضغط ENTER.



الخطوة 3 أنشئ مدرجًا إحصائيًا للبيانات الجديدة باستخدام الفترات والمقاييس الموضحة.

يبدو أن البيانات توزيعًا طبيعيًا.



[0, 2] scl: 0.2 by [0, 10] scl: 1

يمكن تحويل البيانات أيضًا عبر حساب الجذور المربعة أو القوى الأسية للمُدخلات. وعند تحويل البيانات، فينبغي تحديد نوع العملية التي تجري على الدوام. ولا يؤدي التحويل دائمًا إلى توزيع البيانات الجديدة توزيعًا طبيعيًا.

تمرين

استخدم البيانات التالية لإنشاء مدرجٍ إحصائي، وصف شكل التوزيع. ثم حوّل البيانات عبر حساب الجذر التربيعي لكل مُدخل. مثّل البيانات الجديدة بيانيًا، وصف شكل التوزيع. اشرح كيف أثّر التحويل في ملخّص الإحصاءات. **انظر الهامش.**

البيانات									
23	30	36	39	36	24	31	33	42	36
26	32	46	45	27	34	52	41	28	33
43	20	24	34	30	40	29	35	61	35

alManahj.com/ae

إجابات إضافية

[20, 70] scl: 10 by [0, 20] scl: 2

البيانات ملتوية التواء موجبًا.

[4, 8] scl: 0.5 by [0, 10] scl: 1

تشبه البيانات توزيعًا طبيعيًا. الإجابة النموذجية: حوّل التحويل البيانات إلى توزيعٍ طبيعي. ومن شأن ذلك تسهيل تحليل البيانات.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 10-4 استخدام التوزيع الطبيعي لإيجاد احتمالات فتراتٍ لقيم البيانات في التوزيعات.

الدرس 10-4 استخدام نظرية النهاية المركزية لإيجاد الاحتمالات.
إيجاد تقريبات التوزيعات ذات الحدين إلى التوزيعات الطبيعية.

بعد الدرس 10-4 استخدام التوزيع الطبيعي والتوزيع t لإيجاد فواصل الثقة للأوساط.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة فقرة **لماذا؟** في الدرس، ثم فكّر بطرقٍ يمكن عبرها استخدام بيانات العينية في مجالات عملٍ أخرى.

اطرح السؤال التالي:

- تجري مؤسسةٌ مختصةٌ في أبحاث التسويق استبيانًا على طلاب خمس مدارس ثانوية لتحديد السعر المناسب لتسويق صنفٍ جديدٍ من الملابس.

(يُتبَع في الصفحة التالية)

10-4 نظرية النهاية المركزية

السابق
- استخدمت التوزيع الطبيعي لإيجاد الاحتمالات لفترات قيم البيانات في التوزيعات.

الحالي
1 استخدام نظرية النهاية المركزية لإيجاد الاحتمالات.
2 إيجاد التقريبات الطبيعية للتوزيعات ذات الحدّين.

لماذا؟
- تستخدم أنظمة ضبط الجودة في عمليات التصنيع لتحديد متى تكون العملية خارج الحدّين الأدنى والأعلى للضبط أو "خارج نطاق السيطرة". ويجري ضبط المتوسط الخاص بالعملية؛ ولذلك يجب أن تكون المتوسطات الخاصة بالعينات المتعاقبة موزّعة طبيعيًا حول المتوسط الحقيقي.

المفردات الجديدة

توزيع أخذ العينات sampling distribution

الخطأ المعياري للمتوسط standard error of the mean

خطأ أخذ العينات sampling error

معامل تصحيح الاتصال continuity correction factor

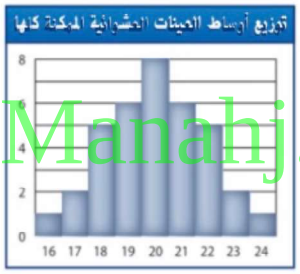
1 نظرية النهاية المركزية يعدّ أخذ العيّنات وسيلةً إحصائيةً مهمةً تُختار فيها مجموعاتٌ جزئية من المجتمع الإحصائي بحيث يمكن الاستدلال عن المجتمع بكامله. ويمكن مقارنة المتوسطات الخاصة بهذه المجموعات الفرعية، أو قيم وسط العينات، مع المتوسط الخاص بالمجتمع الإحصائي عبر استخدام توزيع أخذ العينات. **وتوزيع أخذ العيّنات** هو توزيع لقيم الوسط الخاصة بعينات عشوائية ذات حجم محدّد تُؤخذ من المجتمع الإحصائي.

فكّر في مجتمع إحصائي يتألف من 16 و 18 و 20 و 22 و 24. وبحيث يكون $\mu = 20$ ويكون $\sigma = 2.582$. وافترض أنه تم أخذ 12 عينة عشوائية من الحجم 2. مع التعويض. والوسط $\bar{x}$ لكل عينة موضح.

العينة	$\bar{x}$	العينة	$\bar{x}$	العينة	$\bar{x}$
20,22	21	20,18	19	22,22	22
22,18	20	16,22	19	18,18	18
20,24	22	24,16	20	20,16	18
20,20	20	20,24	22	24,22	23

توزيع أوساط العينات العشوائية الـ 12. الموضحة في الشكل 10.4.1. لا يبدو أنه طبيعي. ولكن إذا كان تم إيجاد كل العينات الـ 36 من الحجم 2 من المجتمع الإحصائي، فسيقترب توزيع أوساط العينة من التوزيع الطبيعي، كما هو موضح في الشكل 10.4.2.

الشكل 10.4.1



الشكل 10.4.2

يساوي متوسط المتوسطات الخاصة بجميع العينات الممكنة التي حجمها 2 في المجتمع الإحصائي:

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{16 + 17 + \ldots + 24}{36} = \frac{720}{36} \text{ أو } 20.$$

لاحظ أن هذه القيمة مساوية لوسط المجتمع الإحصائي $\mu = 20$. إذًا، حين يتم إيجاد وسط أوساط كل عينة ممكنة من الحجم 2، يكون $\mu_{\bar{x}} = \mu$. والانحراف المعياري لأوساط العينة $\sigma_{\bar{x}}$ والانحراف المعياري للمجتمع الإحصائي σ عندما يُقسم على الجذر التربيعي للعينة من الحجم n هما

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sqrt{(16-20)^2 + (17-20)^2 + \ldots + (24-20)^2}}{36} \approx 1.826 \quad \text{و} \quad \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2.582}{\sqrt{2}} \approx 1.826.$$

بما أن هاتين القيمتين متساويتان، فيمكن إيجاد الانحراف المعياري لمتوسطات العينات، والمعروف أيضًا بـ **الخطأ المعياري للمتوسط**، عبر استخدام الصيغة $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

- هل تكفي هذه المعلومات لاتخاذ قرارٍ جيد؟ لا. فالخمسة عينةٌ صغيرةٌ جدًا.
- كم عدد الطلاب الذين على المؤسسة إخضاعهم للاستبيان برأيك لاتخاذ قرارٍ جيدٍ عن السعر؟ قد تتباين إجابات الطلاب، ولكن يجب أن تكون العينة كبيرةً نسبيًا، 100 إلى 1000.
- هل تنصح المؤسسة باستطلاع آراء 1,000,000 طالب مدرسةٍ ثانوية؟ لِمَ أو لِمَ لا؟ لا؛ بعد عددٍ محددٍ من الطلاب، ستكون المعلومات موائمةً لتوزيعٍ طبيعي، ولن تكون للمعلومات الإضافية قيمةٌ توازي كلفة استطلاع آراء عددٍ كبيرٍ من الطلاب.

1 نظرية النهاية المركزية

يوضح **المثالان 1 و 2** كيفية استخدام نظرية النهاية المركزية لإيجاد الاحتمالات. ويوضح **المثال 3** الفرق بين استخدام قيمةٍ مفردةٍ واستخدام أوساط عيناتٍ لتحديد الاحتمالات.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 **الأفلام** حدّد القائمون على إحدى شركات الترفيه أن إيراد أحد الأفلام خلال السنة الأولى بلغ في المتوسط 2.1 AED مليون. وقد افترضوا أن المتغير موزّع توزيعًا طبيعيًا عند انحرافٍ معياري يساوي 0.8 AED مليون. فإذا اختيرت عينةٌ عشوائيةٌ من 16 فلمًا، أوجد احتمال أن يتجاوز الإيراد الوسطي للعينة 2.5 AED مليون. 2.3%

بصفة عامة، العينات المحددة عشوائيًا سيكون لها أوساط عينة تختلف عن وسط المجتمع الإحصائي. وهذه الاختلافات تنتج عن **خطأ أخذ العينات**. والتي تحدث بسبب أن العينة ليست تمثيلاً كاملاً للمجتمع الإحصائي. ولكن، إذا أُخذت كل العينات الممكنة من الحجم n من مجتمع إحصائي وسطه μ وانحرافه المعياري σ، فإن توزيع أوساط العينة سيكون فيه:

- وسط $\mu_{\bar{x}}$ يتساوى مع μ، إضافة إلى
- انحراف معياري $\sigma_{\bar{x}}$ يتساوى مع $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

عندما يكون حجم العينة n كبيرًا، وبغض النظر عن شكل التوزيع الأصلي، فإن نظرية النهاية المركزية تنص على أن شكل توزيع متوسطات العينات سيقارب توزيعًا طبيعيًا.

نصيحة دراسية

المتغيرات ذات التوزيع الطبيعي
إذا لم يكن المتغير الأصلي موزعًا توزيعًا طبيعيًا، إذًا فيجب أن يكون n أكبر من 30 لكي تستخدم التوزيع المعياري الطبيعي لتقدير توزيع متوسطات العينات.

المفهوم الأساسي نظرية النهاية المركزية

مع تزايد حجم أخذ العينة n،

- سيقترب شكل التوزيع لوسط عينة لمجتمع إحصائي ذي وسط μ وانحرافه المعياري σ من التوزيع الطبيعي
- سيكون للتوزيع وسط μ وانحراف معياري $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

ويمكن استخدام نظرية النهاية المركزية للإجابة عن أسئلةٍ حول متوسطات العينات بالطريقة نفسها التي استخدم بها التوزيع الطبيعي للإجابة عن أسئلةٍ عن القيم المفردة. وفي هذه الحالة، يمكننا استخدام صيغةٍ للقيمة z الخاصة بمتوسط العينة.

المفهوم الأساسي القيمة z لمتوسط عينة

قيمة z لوسط عينة في مجتمع إحصائي معطاة في $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$، حيث يكون $\sigma_{\bar{x}}$ هو وسط التجمع الإحصائي، ويكون μ هو وسط المجتمع الإحصائي، ويكون $\sigma_{\bar{x}}$ هو الخطأ المعياري.

مثال 1 استخدام نظرية النهاية المركزية.

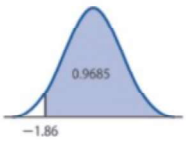
الفَهْم **وفقًا لدراسة حديثة، فإن متوسط العمر الذي يغادر فيه الشخص البالغ منزل العائلة هو 26 عامًا. فافترض أن هذا المتغير مُوزّع طبيعيًا بانحراف معياري بمقدار 2.4 عام. فإذا حُددت عينة عشوائية من 20 بالغًا، فأوجد احتمال أن وسط العمر الذي غادر فيه المشاركون في الدراسة أكبر من عمر 25 عامًا.**

بما أن المتغير موزّع توزيعًا عشوائيًا، فإن توزيع متوسطات العينات سيكون طبيعيًا تقريبًا وفيه $\mu = 26$ و $\sigma_{\bar{x}} = \frac{2.4}{\sqrt{20}}$ أو حوالي 0.537. أوجد قيمة z.

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} \quad \text{لوسط عينة } z$$

$$= \frac{25 - 26}{0.537} \quad \bar{x} = 25,\ \mu = 26,\ \sigma_{\bar{x}} = 0.537$$

$$\approx -1.86 \quad \text{بسّط}$$



المساحة على يمين قيمة z الخاصة بـ -1.86 هي 0.9685. ولهذا، فاحتمال أن وسط عمر العينة أكبر من 25 أو $P(\bar{x} > 25)$ هو تقريبًا 96.85%.

تمرين موجّه

1. **الأعاصير** يساوي العدد المتوسط للأعاصير التي تضرب ولاية كانساس 47 إعصارًا في العام، وذلك بانحراف معياري يساوي 14.2 إعصارًا تقريبًا. فإذا اختيرت عينةٌ عشوائيةٌ من 15 عامًا، أوجد الاحتمال في أن يكون العدد المتوسط من الأعاصير أصغر من 50. 79.3%

alManahj.com/ae

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

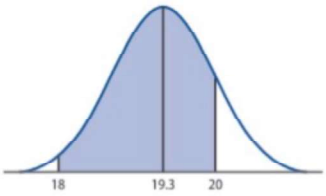
616 | الدرس 4-10 | نظرية النهاية المركزية

يمكنك أيضًا تحديد احتمال وقوع متوسط عينةٍ ضمن الفترة المعطاة لتوزيع أخذ العينات.

مثال 2 من الحياة اليومية إيجاد المساحة بين وسطي عينة

عمر البطاريات تعكف شركةٌ لإنتاج البطاريات القابلة لإعادة الشحن على تصميم بطاريةٍ تحتاج إلى إعادة الشحن بعد متوسط 19.3 ساعةً من الاستخدام. افترض أن التوزيع طبيعيٌّ عند انحرافٍ معياريٍ يساوي 2.4 ساعة. فإذا اختيرت عينةٌ عشوائيةٌ من 20 بطارية، أوجد الاحتمال في أن يكون العمر المتوسط للبطاريات قبل إعادة الشحن بين 18 و 20 ساعة.

المساحة التي تتوافق مع فترة من 18 إلى 20 ساعة موضحة على اليمين.



أولًا، أوجد الانحراف المعياري لمتوسطات العينات.

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ الانحراف المعياري لوسط العينة

$= \frac{2.4}{\sqrt{20}}$ $\sigma = 2.4$ و $n = 20$

≈ 0.536 بسّط.

استخدم صيغة قيمة z لمتوسط عينةٍ من أجل إيجاد قيم z المقابلة لـ 18 و 20.

قيمة z لـ $\bar{x} = 18$.

$z = \frac{x - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$ صيغة قيمة z لوسط عينة

$= \frac{18 - 19.3}{0.536}$ $\bar{x} = 18$ و $\mu = 19.3$ و $\sigma_{\bar{x}} = 0.536$

≈ -2.42 بسّط.

قيمة z لـ $\bar{x} = 20$.

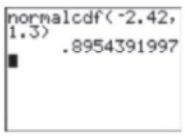
$z = \frac{x - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$ صيغة قيمة z لوسط عينة

$= \frac{20 - 19.3}{0.536}$ $\bar{x} = 20$ و $\mu = 19.3$ و $\sigma_{\bar{x}} = 0.536$

≈ 1.30 بسّط.

alManahj.com/ae

باستخدام حاسبة التمثيل البياني، حدد normalcdf(لإيجاد المساحة بين $z = -2.42$ و $z = 1.30$.



المساحة بين قيمتي z لـ -2.42 و 1.30 تساوي 0.8954. ولذلك، $P(18 < \mu < 20)$ تساوي 89.54%.
إذًا، يساوي احتمال أن يكون متوسط عمر البطاريات بين 18 و 20 النسبة المئوية 89.54%.

تمرين موجّه

2. الألبان يساوي متوسط تكلفة لترٍ من الحليب في المدينة AED 3.49 عند انحرافٍ معياريٍ يساوي AED 0.24. فإذا اختيرت عينةٌ عشوائيةٌ من 40 عبوة حليبٍ سعة كل منها لترٌ واحد، أوجد احتمال أن يكون متوسط العينة بين AED 3.40 و AED 3.60. 98.9%

الربط بالحياة اليومية

في 1994، تشكلت منظمة غير هادفة للربح تُدعى مؤسسة إعادة تدوير البطاريات القابلة لإعادة الشحن للترويج لإعادة تدوير البطاريات القابلة لإعادة الشحن في أمريكا الشمالية. وهذه المؤسسة توفر المعلومات عن أكثر من 50,000 موقع تجميع في أنحاء البلاد حيث يمكن فيها إعادة تدوير البطاريات القابلة لإعادة الشحن.

المصدر: Battery University

مثال إضافي

2 الغوص توصلت إحدى شركات أسطوانات التنفس تحت الماء إلى أن أصغر أسطوانةٍ تستوعب مخزونًا يكفي 35 دقيقةً تحت الماء. افترض أن التوزيع طبيعيٌ وانحرافه المعياري يساوي 2.5 دقيقة. فإذا اختيرت عينة عشوائية من 25 أسطوانة، أوجد احتمال أن يكفي مخزون الأوكسجين ما بين 34 و 36 دقيقة. 95.4%

التركيز على محتوى الرياضيات

نظرية النهاية المركزية تنص نظرية النهاية المركزية على أنه بزيادة حجم أخذ العينات، فإن توزيع أوساط العينات يقترب من التوزيع الطبيعي. ولذلك يمكن حساب قيم z لأوساط العينات، ما يتيح حساب الاحتمالات والفترات عند إعطاء الاحتمالات. ويوفر هذا التقريب باستخدام التوزيع الطبيعي من وقت الحسابات، كما يتيح مقارنة الاحتمالات بصورةٍ أسهل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

617

مثال إضافي

3 الترفيه أفادت دراسةٌ حديثةٌ أن الطلاب في عمر المدرسة الثانوية يستخدمون الحاسوب أو يشاهدون التلفاز لمدة 5.5 ساعات في اليوم. المتغير موزّع توزيعًا عشوائيًا عند انحرافٍ معياريٍ قيمته 1.1 ساعة.

a. أوجد الاحتمال في أن تستخدم عينةٌ مختارةٌ عشوائيًا من طلاب المدرسة الثانوية الحاسوب أو أن تشاهد التلفاز لأكثر من 6 ساعاتٍ في اليوم. 32.5%

b. إذا اختيرت عينةٌ من 20 طالبًا من المدرسة الثانوية. أوجد احتمال استخدامهم الحاسوب أو مشاهدتهم التلفاز لمدة 6 ساعات أو أكثر في المتوسط خلال اليوم. 2.1%

مثال 3 تحليل القيم المفردة ومتوسطات العينات

حجم الفصل الدراسي وفقًا لدراسة حديثة، فإن متوسط حجم الفصل في المدارس الثانوية على مستوى البلاد هو 24.7 طالبًا لكل فصل. فافترض أن التوزيع طبيعي بانحراف معياري بمقدار 3.6 طلاب.

a. أوجد الاحتمال في أن يضمّ صفّ دراسيّ مختارٌ عشوائيًا أقل من 23 طالبًا.

السؤال يطلب تحديد القيمة المفردة التي فيها $P(x < 23)$. استخدم صيغة قيمة z لقيمة بيانات مفردة لإيجاد قيمة z المتوافقة.

$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ صيغة قيمة z لقيمة مفردة

$= \frac{23 - 24.7}{3.6}$ أو حوالي -0.47 $X = 23$ و $\mu = 24.7$ و $\sigma = 3.6$

المساحة المرافقة لـ $z < -0.47$، أو $P(z < -0.47)$، تساوي 0.3192. لذلك، فإن احتمال أن يضمّ صفّ دراسيّ مختارٌ عشوائيًا أقل من 23 طالبًا يساوي 31.9%.

b. إذا اختيرت عينةٌ مؤلفةٌ من 15 صفًا دراسيًا، أوجد احتمال أن يكون متوسط العينة أقل من 23 طالبًا في الصف الدراسي الواحد.

يتمحور هذا السؤال حول متوسط عينة. لذلك استخدم صيغة القيمة z الخاصة بمتوسط عينةٍ لإيجاد القيمة z. أولاً، ابحث عن الخطأ المعياري للمتوسط.

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ الخطأ المعياري للمتوسط

$= \frac{3.6}{\sqrt{15}}$ أو حوالي 0.93 $n = 15$ و $\sigma = 3.6$

بعد ذلك، أوجد قيمة z باستخدام صيغة قيمة z لمتوسط عينة.

$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$ صيغة قيمة z لمتوسط عينة

$= \frac{23 - 24.7}{0.93}$ أو حوالي -1.83 $\bar{x} = 23$ و $\mu = 24.7$ و $\sigma_{\bar{x}} = 0.93$

تساوي المساحة المرافقة لـ $z < -1.83$، أو $P(z < -1.83)$ القيمة 0.0336. ولذلك، فإن احتمال أن يكون لعينةٍ من 15 صفًا دراسيًا حجمٌ متوسطٌ أقل من 23 يساوي 3.36%.

نصيحة دراسية

صيغ قيمة z لاحظ أن الفرق بين صيغة قيمة z لقيمة بيانات مفردة وصيغة قيمة z لمتوسط عينة هو أن $\bar{x}$ مُعوّض عنه بـ X و $\sigma_{\bar{x}}$ مُعوّض عنه بـ σ في صيغة القيمة المفردة.

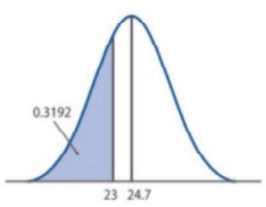
تمرين موجّه

3. التفاح يأكل المستهلكون في الولايات المتحدة متوسط 19 كيلوجرامًا من التفاح كل سنة. افترض أن الانحراف المعياري هو 4 كيلوجرامات والتوزيع طبيعي تقريبًا.

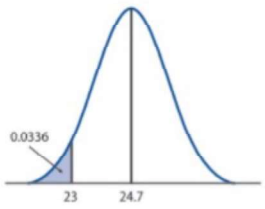
A. أوجد احتمال أن شخصًا محددًا عشوائيًا يستهلك أكثر من 21 كيلوجرامًا من التفاح كل سنة. 30.9%

B. إذا خُلقت عينة من 30 شخصًا، فأوجد احتمال أن متوسط العينة سيكون أكثر من 21 كيلوجرامًا من التفاح كل سنة. 0.3%

لاحظ في الشكل 10.4.3 أن احتمال أن يضم فصل مفرد عدد طلاب أقل من 23 هو أكبر بكثير من الاحتمال المرتبط بمتوسط عينة أقل من 23 الموضحة في الشكل 10.4.4. وهذا يعني أنه مع تزايد حجم العينة، يصبح التوزيع أضيق وتتناقص قابلية التغيير.



الشكل 10.4.3



الشكل 10.4.4

almanahj.com/ae
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

618 | الدرس 10-4 | نظرية النهاية المركزية

2 التقريب الطبيعي

يوضح **المثالان 4 و 5** كيفية تقريب توزيعٍ ذي حدين إلى تقريبٍ طبيعي.

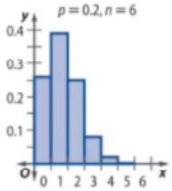
2 التقريب الطبيعي

التقريب الطبيعي وفقًا لنظرية النهاية المركزية، يمكن لأي توزيع لأخذ العينات أن يقترب من التوزيع الطبيعي مع تزايد n. ونتيجةً لهذا، فالتوزيعات الأخرى مثل التوزيع ذي الحدّين يمكن تقريبها باستخدام التوزيع الطبيعي. التوزيع ذا الحدّين يمكن تحديده باستخدام المعادلة

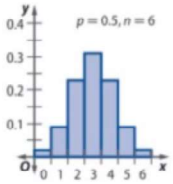
$$P(X) = {}_nC_x\, p^x q^{n-x},$$

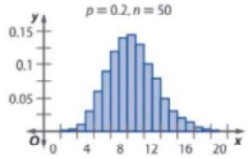
حيث n هو عدد التجارب، و p هو احتمال النجاح و q هو احتمال الفشل.

إذا ازداد عدد التجارب أو إذا اقترب احتمال النجاح من 0.5، فإن شكل التوزيع ذي الحدّين يبدأ يشبه التوزيع الطبيعي. على سبيل المثال، خذ التوزيع ذي الحدّين المبيّن على الجهة اليمنى. عندما $p = 0.2$ و $n = 6$، يكون التوزيع ملتويًا إيجابيًا.



ولكن، عندما يكون $p = 0.5$ و $n = 6$ ويكون $p = 0.2$ أو عندما يكون $p = 0.2$ ويكون $n = 50$، كما هو موضح أدناه، فالتوزيع طبيعي تقريبًا.





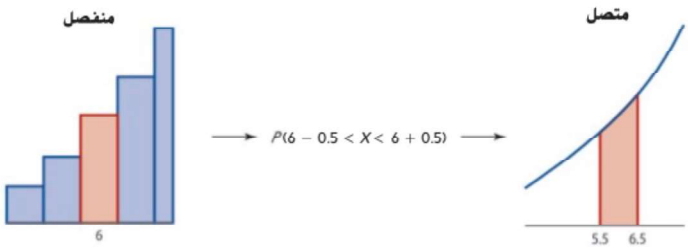
عندما يكون يكون احتمال قريبًا من 0 أو 1 وعندما يكون عددُ التجارب صغيرًا نسبيًا، فإن التقريب إلى التوزيع الطبيعي لا يكون دقيقًا. ولذلك، وبمثابة قاعدة، يستخدم التقريب إلى التوزيع الطبيعي فقط عندما $np \geq 5$ و $nq \geq 5$.

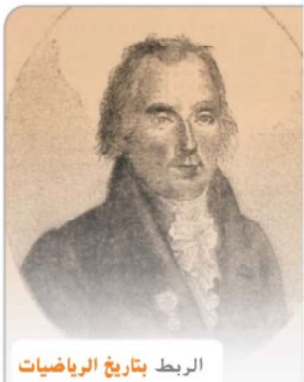
المفهوم الأساسي قاعدة التقريب للتوزيعات ذات الحدّين

الشرح	مكن استخدام التوزيع الطبيعي لتقريب توزيعٍ ذي حدّين عندما $np \geq 5$ و $nq \geq 5$.
مثال	إذا كان p يساوي 0.4 و n يساوي 5، إذا $np = 5(0.4)$ أو 2، وبما أن $2 < 5$، فينبغي عدم استخدام التوزيع الطبيعي لتقريب التوزيع ذي الحدّين.

من المهم أيضًا تذكّر أن التوزيع الطبيعي يمكن استخدامه إلا للتقريب إلى التوزيع ذي الحدّين إذا كان المتغير الأصلي مُوزّعًا طبيعيًا أو كان $n \geq 30$.

بما أن التوزيعات ذات الحدّين منفصلة والتوزيعات الطبيعية مستمرة، فهناك تصحيح للاتصال يُسمى **معامل تصحيح الاتصال** ينبغي استخدامه عند تقريب توزيع ذي حدّين. ولاستخدام معامل التصحيح، تُجمع 0.5 وحدة أو تُطرح من حد منفصل معطى. على سبيل المثال، لإيجاد $P(X = 6)$ في التوزيع المنفصل، فسيكون التصحيح هو إيجاد $P(5.5 < X < 6.5)$ لتوزيع متصل، كما هو موضح أدناه.





الربط بتاريخ الرياضيات

بيير سيمون لابلاس
(1749–1827)

ولد بيير سيمون لابلاس، وهو عالمٌ رياضيّ وفلكيّ فرنسي، في بومونت أونوج بفرنسا. وكان لابلاس أول من قرّب التوزيع ذا الحدّين إلى التوزيع الطبيعي في كتابه الذي ألّفه عام 1812 بعنوان *النظرية التحليلية للاحتمالات*.

alManahj.com/ae

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية اطلب من الطلاب إجراء تجربةٍ ذات حدّين، كرمي قطعة نقدٍ 10 و 20 و 30 و 40 مرة وهكذا. واجعلهم يمثّلوا عدد مرات ظهور الصور في كل مجموعة من عمليات الرمي لكل تجربة. وعليهم أن يلاحظوا أنه بزيادة عدد المحاولات، يبدو التمثيل أشبه بتوزيعٍ طبيعيٍ أكثر فأكثر.

استخدم الخطوات التالية لتقريب توزيعٍ ذي حدّين إلى التوزيع الطبيعي.

المفهوم الأساسي التقريب الطبيعي للتوزيع ذي الحدّين

يقوم الإجراء الخاص بتقريب توزيعٍ ذي حدّين على الخطوات التالية:

الخطوة 1 أوجد الوسط μ والانحراف المعياري σ.

الخطوة 2 اكتب المسألة بالرمز الاحتمالي باستخدام X.

الخطوة 3 أوجد معامل تصحيح الاتصال. وأعد كتابة المسألة لتوضح المساحة المقابلة تحت التوزيع الطبيعي.

الخطوة 4 أوجد أي قيم z مقابلة لـ X.

الخطوة 5 استخدم حاسبة التمثيل البياني لإيجاد المساحة المقابلة.

نصيحة دراسية

الصيغ ذات الحدّين يتم إيجاد المتوسط μ والانحراف المعياري σ لتوزيعٍ ذي حدّين باستخدام $\mu = np$ و $\sigma = \sqrt{npq}$ على التوالي.

مثال 4 التقريب الطبيعي للتوزيع ذي الحدّين

الجامعة **أشارت صحيفةٌ مدرسيةٌ إلى أن 20% من طلاب السنة الأخيرة في المدرسة الثانوية سيلتحقون بجامعةٍ خارج الإمارة. فإذا اختير 35 طالبًا من السنة الأخيرة عشوائيًا، أوجد الاحتمال بأن ينضم أقل من 5 من طلاب السنة الأخيرة في المدرسة الثانوية لجامعةٍ خارج الإمارة.**

في هذه التجربة ذات الحدّين $n = 35$ و $p = 0.2$ و $q = 0.8$.

الخطوة 1 أوجد الوسط μ والانحراف المعياري σ.

الوسط والانحراف المعياري للتوزيع ذي الحدّين

$\mu = np$ | $n = 35$ و $p = 0.2$ و $q = 0.8$ | $\sigma = \sqrt{npq}$

$= 35 \cdot 0.2$ | | $= \sqrt{35 \cdot 0.2 \cdot 0.8}$

$= 7$ | بسّط. | ≈ 2.37

نظرًا إلى أن $np = 35(0.2)$ أو 7 أو $nq = 35(0.8)$ أو 28. وكلاهما أكبر من 5. فسيكون من الممكن استخدام التوزيع الطبيعي لتقريب التوزيع ذي الحدّين.

الخطوة 2 اكتب المسألة بصيغة الاحتمال باستخدام X.

تساوي احتمال أن يلتحق أقل من 5 طلاب من طلاب السنة الأخيرة في المدرسة الثانوية بجامعة خارج الإمارة $P(X < 5)$.

الخطوة 3 أعد كتابة المسألة متضمنة معامل الاتصال.

بما أن السؤال يطلب إيجاد احتمال انضمام *أقل* من 5 أشخاص. فاطرح 0.5 وحدة من 5.

$P(X < 5) = P(X < 5 - 0.5)$ أو $P(X < 4.5)$

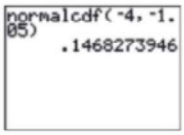
الخطوة 4 أوجد قيمة z المتوافقة لـ X.

z صيغة قيمة | $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

$X = 4.5$ ، $\mu = 7$ ، $\sigma = 2.37$ | $= \frac{4.5 - 7}{2.37}$

بسّط. | ≈ -1.05

الخطوة 5 استخدم حاسبة التمثيل البياني لإيجاد المساحة على يسار z. المساحة التقريبية الواقعة إلى يسار $z = -1.05$ تساوي 0.147. كما هو موضح على الجهة اليمنى. ولذلك يساوي احتمال التحاق أقل من 5 طلاب من طلاب السنة الأخيرة بجامعةٍ خارج إمارتهم حوالي 14.7% ضمن عينة عشوائية من 35 طالبًا في السنة الأخيرة.



تنبيه!

صيغة القيمة z عند تقريب التوزيع ذي الحدّين باستخدام التوزيع الطبيعي، تذكّر أن تستخدم صيغة القيمة z لقيمةٍ مفردةٍ للبيانات، وليس صيغة متوسط العينة.

تمرين موجّه

4. الإعلانات أشارت نتائج دراسةِ استبيانٍ إعلاني أرسل إلى عملاء اختيروا عشوائيًا إلى أن 65% من العملاء لم يروا أحد الإعلانات التليفزيونية التي غرضت مؤخرًا. أوجد احتمال أن يكون 15 شخصًا أو أكثر لم يروا الإعلان من أصل عينة من 50 شاركوا في الدراسة. **99.9%**

alManahj.com/ae

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

4 السفر أشارت نسبة 40% من المشاركين في استطلاعٍ إلى أنهم يرغبون بالسفر إلى بلدٍ أجنبي واحدٍ على الأقل خلال السنوات الخمس التالية. فإذا اختير 30 مشاركًا عشوائيًا، أوجد الاحتمال في أن يكون أكثر من نصفهم يرغبون بالسفر إلى بلدٍ أجنبي خلال السنوات الخمس المقبلة. **9.6%**

إرشاد للمعلمين الجدد

حاسبة التمثيل البياني لاحظ أن الـ 0 و الـ 1 غير مطلوبين لحساب [NORMAL CDF] على حاسبة التمثيل البياني. وتفترض حاسبة التمثيل البياني هاتين القيمتين افتراضًا.

620 | الدرس 4-10 | نظرية النهاية المركزية

مثال إضافي

5 رحلات الركوب يقدّر القائمون على إحدى مزارع الخيل أن النسبة المئوية من الزوار المهتمّين بركوب الخيل تساوي 70%. ولكي يتمكن الزوار من المشاركة في رحلة ركوبٍ جماعية، فيجب أن يبلغ عدد المشاركين 10 على الأقل وألا يتجاوز 15. فإذا حضر 17 ضيفًا إلى المزرعة، فما احتمال أن يكون هناك رتلٌ واحدٌ من الراكبين؟ 87.0%

مثال 5 من الحياة اليومية التقريب الطبيعي للتوزيع ذي الحدّين

التصنيع **اكتشفت إحدى شركات تصنيع السيارات عيبًا في موديل جديد. ويتوقع أن يؤثر العيب في 30% من السيارات المنتجة. فما احتمال وجود 10 سيارات معيبة على الأقل و 15 سيارة معيبة على الأكثر ضمن عينةٍ عشوائيةٍ من 40 سيارة؟**

في هذه التجربة ذات الحدّين، $n = 40$ و $p = 0.3$ و $q = 0.7$.

الخطوة 1 ابدأ بإيجاد الوسط μ والانحراف المعياري σ.

الوسط والانحراف المعياري للتوزيع ذي الحدّين		
$\mu = np$	$n = 40,\ p = 0.3,\ q = 0.7$	$\sigma = \sqrt{npq}$
$= 40 \cdot 0.3$		$= \sqrt{40 \cdot 0.3 \cdot 0.7}$
$= 12$	بسّط.	≈ 2.9

بما أن $np = 40(0.3)$ أو 12 و $nq = 40(0.7)$ أو 28، وكلاهما أكبر من 5، فسيكون من الممكن استخدام التوزيع الطبيعي لتقريب التوزيع ذي الحدّين.

الخطوة 2 اكتب المسألة بالرمز الاحتمالي: $P(10 \le X \le 15)$.

الخطوة 3 أعد كتابة المسألة متضمنةً معامل الاتصال.

$P(10 \le X \le 15)$ أو $P(9.5 \le X \le 15.5)$

$P(10 \le X \le 15) = P(10 - 0.5 < X < 15 + 0.5)$

الخطوة 4 أوجد قيم z المقابلة لـ $X = 9.5$ و $X = 15.5$.

صيغة قيمة z		
$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$		$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$
$= \frac{9.5 - 12}{2.9}$	عوّض.	$= \frac{15.5 - 12}{2.9}$
≈ -0.86	بسّط.	≈ 1.21

الخطوة 5 استخدم حاسبة التمثيل البياني لإيجاد المساحة الواقعة بين $z = -0.86$ و $z = 1.21$.

```
normalcdf(-0.86,
1.21)
    .6919660179
```

المساحة التقريبية المقابلة لـ $-0.86 < z < 1.21$ تساوي 0.692، وذلك وفق ما هو موضح على الجهة اليمنى. ولذلك، يساوي احتمال وجود 10 سيارات معيبة على الأقل و 15 سيارة معيبة على الأكثر ضمن عينة عشوائية من 40 سيارة يساوي تقريبًا 69.2%.

تمرين موجّه

5. التصنيع افترض أنه من المتوقع أن يؤثر عيب في موديل ثانٍ من إنتاج شركة السيارات نفسها على 20% من السيارات المنتجة. فما احتمال وجود 8 سيارات معيبة على الأقل و 10 سيارات معيبة على الأكثر ضمن عينةٍ عشوائيةٍ من 30 سيارة؟ 22.7%

قد يبدو من الصعب معرفة ما إن كان يجب أن تضاف 0.5 وحدة إلى قيمةٍ منفصلةٍ للبيانات أو تطرح منها لإيجاد معامل تصحيح الاتصال. يعرض الجدول أدناه كل حالة.

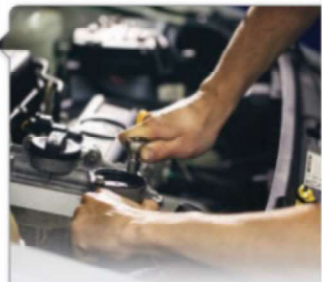
ملخص المفهوم معاملات تصحيح التوزيع ذي الحدّين

عند استخدام التوزيع الطبيعي لتقريب توزيعٍ ذي حدّين، ينبغي استخدام معاملات التصحيح التالية، حيث إن c هي قيمة معطاة للبيانات في التوزيع ذي الحدّين.

ذو حدّين	طبيعي
$P(X = c)$	$P(c - 0.5 < X < c + 0.5)$
$P(X > c)$	$P(X > c + 0.5)$
$P(X \ge c)$	$P(X > c - 0.5)$
$P(X < c)$	$P(X < c - 0.5)$
$P(X \le c)$	$P(X < c + 0.5)$

انتبه!

كتابة المتباينات عندما تسأل مسألةً عن احتمالٍ تقع بين قيمتين، فاكتب المتباينة بالصورة $P(c_1 < X < c_2)$، وليس $P(c_1 \le X \le c_2)$. على سبيل المثال، في المثال 5، سيساوي احتمال وجود ما بين 10 و 15 عينًا $P(10 < X < 15)$.



الربط بالحياة اليومية

يحدث تنويه إعادة المنتجات عندما يرسل مصنّع طلبًا إلى المستهلكين بأن يعيدوا منتجًا بعد اكتشاف مشكلةٍ في سلامته. ونعدّ هذه التنويهات مكلفة، ولكنها تتم للحدّ من المسؤولية القانونية التي يتحمّلها المصنّع.

المصدر: الإدارة الوطنية لسلامة حركة المرور على الطرق السريعة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

621

التمارين

1. **الألعاب الإلكترونية** يعرض الجدول الأسعار المتوسطة لثلاث ألعابٍ إلكترونيةٍ في موقعٍ للبيع بالمزاد العلني على شبكة الإنترنت. افترض أن المتغير موزّع توزيعًا طبيعيًا. (المثالان 1 و 2)

اللعبة	متوسط السعر (AED)
الأعمدة	35
الهجوم على السجن	45
سباق الفضاء	52

   a. من أصل عينة من 35 سعرًا للعبة "الأعمدة" على شبكة الإنترنت، أوجد احتمال أن يكون السعر المتوسط أكثر من AED 38. إذا كان الانحراف المعياري هو AED 9. **2.4%**
   b. من أصل عينة عشوائية من 40 سعرًا للعبة "سباق الفضاء"، أوجد احتمال أن يكون السعر المتوسط بين AED 50 و AED 55 إذا كان الانحراف المعياري هو AED 12. **79.7%**

2. **اللبان** يضع الفرد الأمريكي ما متوسطه 182 قطعةً من اللبان في العام. افترض أن الانحراف المعياري يساوي 13 قطعةً في كل سؤالٍ مما يلي. وافترض أن المتغير موزّع عشوائيًا. (المثالان 1 و 2)
   a. أوجد الاحتمال في أن يكون 50 شخصًا اختيروا عشوائيًا يمضغون ما متوسطه 175 قطعةً أو أكثر من العلكة. **99.9%**
   b. إذا اختيرت عينة عشوائية من 45 شخصًا، أوجد الاحتمال في أن يقع العدد المتوسط من قطع العلكة التي يمضغونها في العام بين 180 و 185. **78.8%**

3. **ممارسة التمارين الرياضية** يعرض الجدول العدد المتوسط من أيام الأسبوع التي كان الإماراتيون من أربع فئاتٍ عمريةٍ مختلفةٍ يقضونها في ممارسة الرياضة خلال إحدى السنوات الأخيرة. افترض أن المتغير موزّع عشوائيًا. (المثالان 1 و 2)

   a. أوجد الاحتمال في أن تكون عينةٌ عشوائيةٌ من 30 إماراتيًا أعمارهم بين 45 و 54 تقضي أكثر من 1.5 يومًا في الأسبوع في ممارسة التمارين الرياضية إذا كان الانحراف المعياري 0.5 يوم. **86.3%**
   b. بفرض أن الانحراف المعياري يساوي 1.2 يوم في عينة عشوائية من 30 شخصًا بالغًا أعمارهم بين 18 و 24، فأوجد الاحتمال في أن يكون متوسط الوقت الذي يُقضى في ممارسة التمارين الرياضية يقع بين يومين و2.5 يوم في الأسبوع. **64.2%**

4. **الدواء** يساوي متوسط زمن الشفاء لدى مرضى مصابين بفيروسٍ محددٍ 4.5 أيام عند انحرافٍ معياريٍ يساوي يومين. افترض أن المتغير موزّع عشوائيًا. (المثالان 1 و 2)
   a. أوجد احتمال أن يساوي زمن الشفاء المتوسط أقل من أربعة أيام لدى عيّنة عشوائية من 75 شخصًا. **1.5%**
   b. إذا كانت لديك عينة عشوائية من 80 شخصًا، أوجد احتمال أن يقع زمن الشفاء المتوسط بين 4.4 و 4.8 أيام. **58.3%**

5. **السياحة** يساوي متوسط عدد السيّاح الذين يزورون أحد المعالم الوطنية في كل شهرٍ 55,000، بانحرافٍ معياريٍ يساوي 8000. افترض أن المتغير موزّع طبيعيًا. (المثال 3)
   a. إذا اختير شهرٌ عشوائيًا، فأوجد احتمال أن يكون هناك أقل من 50,000 سائح زائر. **26.6%**
   b. إذا اختيرت عينة من 10 أشهر، فأوجد احتمال أن يكون هناك أقل من 50,000 سائح زائر. **2.4%**

6. **التغذية** يساوي المحتوى المتوسط من البروتين في نوعٍ محددٍ من أنواع قِطع الحبوب عالية الطاقة 12 جرامًا عند انحرافٍ معياريٍ يساوي جرامين. افترض أن المتغير موزّع عشوائيًا. (مثال 3)
   a. أوجد الاحتمال في أن تضم قطعة مختارة عشوائيًا أكثر من 10 جرامات من البروتين. **84.1%**
   b. في عينةٍ من 15 قطعة، أوجد الاحتمال في أن يكون المحتوى المتوسط من البروتين أعلى من 10 جرامات. **99.99%**

7. **كأس العالم** في إحدى السنوات الأخيرة، قال 33% من المشاهدين إنهم كانوا يخططون لمشاهدة بطولة كأس العالم في كرة القدم. فما احتمال أنه في عينة عشوائية من 45 شخصًا، سيخطط أقل من 14 شخصًا لمشاهدة كأس العالم؟ افترض أن المتغير موزّع طبيعيًا. (المثال 4) **33.4%**

8. **الأفلام** بناءً على استطلاعٍ وطنيٍ للآراء خلال إحدى السنوات الأخيرة، فإن 27% من المشاركين شاهدوا 5 أفلامٍ أو أكثر في دور السينما. فمن أصل عينة عشوائية من 40 شخصًا، ما احتمال أن يكون ما بين 6 و 11 شخصًا شاهدوا أكثر من 5 أفلامٍ في دار السينما خلال ذلك العام؟ افترض أن المتغير موزع طبيعيًا. (المثال 5) **39.5%**

9. **المكتبة** أجري استطلاعٌ للآراء في إحدى المكتبات لتقريب النسبة المئوية للكتب والأقراص المدمجة والمجلات والأفلام التي استُعيرت في شهرٍ واحد. يعرض الجدول نتائج ذلك. افترض أن المتغير موزّع طبيعيًا. (المثالان 4 و 5)

الموارد	النسبة المئوية
كُتب	45
أقراص مدمجة	20
مجلات	3
أفلام	32

   a. ما احتمال أن يكون من أصل 65 مصدرًا اختير عشوائيًا هناك 35 كتابًا؟ **3.6%**
   b. من أصل 85 مصدرًا اختير عشوائيًا، أوجد الاحتمال في أن يكون هناك 15 قرصًا مدمجًا على الأقل و18 قرصًا على الأكثر. **40.9%**

10. **القيادة** وجد أحد معلّمي قيادة السيارات أن 12% من المتدربين يُلقون الدروس أو ينسونها. افترض أن المتغير موزّع طبيعيًا. (المثالان 4 و 5)
   a. إذا كان لدى المعلّم 60 درسًا، فما الاحتمال في أن يفوّت أكثر من 10 متدرّبين درسًا؟ **9.5%**
   b. من أصل 80 درسًا، ما هي احتمال أن يفوّت 7 متدربين بالتحديد درسًا؟ **9.2%**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-10 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم الجدول التالي لتخصيص الواجبات للطلاب.

انتبه!

خطأ شائع في التمرين 7، قد ينسى الطلاب استخدام معامل تصحيح. فذكّرهم باستخدام العدد 13.5 بمثابة قيمةٍ لذلك المعامل وليس 14.

إرشاد للمعلمين الجدد

الاحتمال في التمرين 10b، إذا احتاج الطلاب إلى المساعدة في إيجاد احتمال قيمةٍ واحدة، فاقترح استخدام الفترة $6.5 \le X \le 7.5$ بمثابة قيمٍ مقبولة.

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 19، إجابة حليمة 18.7% صحيحة. وأضافت هناء معامل التصحيح بدلًا من أن تطرحه، حيث استخدمت القيمة 30.5 بدلًا من القيمة الصحيحة 29.5.

إجابات إضافية

16b.

التوافيق	$\bar{x}$
ABC	6.43
ABD	8.23
ACD	7.77
BCD	7.17

16c. $\bar{x} = 7.4$؛ الإجابة النموذجية: وسط المجتمع الإحصائي ووسط أوساط العينات متساويان.

19. وليد؛ الإجابة النموذجية: أوجدت هناء معامل تصحيحٍ خاطئٍ للاتصال قيمته $P(X > 30.5)$.

alManahj.com/ae

11. **الاختبارات** يتألف اختبار اختيارٍ من متعددٍ 50 سؤالاً إجاباتها المحتملة هي A و B و C و D. عند التخمين العشوائي، أوجد الاحتمال في أن يكون عدد الإجابات الصحيحة يساوي كلاً مما يلي. B

a. أقل من 18 **94.9%**
b. 12 تمامًا **12.8%**
c. 14 على الأقل **37.2%**
d. بين 10 و 15 **48.6%**

أوجد حجم العينة الأصغر المطلوب لكل احتمال كي يمكن استخدام التوزيع الطبيعي لتقريب توزيعٍ ذي حدّين.

12. $p = 0.1$ **50**
13. $p = 0.4$ **13**
14. $p = 0.5$ **10**
15. $p = 0.8$ **25**

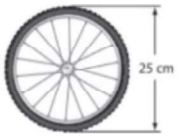
16. **كرة السلة** يعرض الجدول العدد المتوسط من النقاط التي أحرزها أربعة لاعبي كرة سلة مختلفين في المباراة الواحدة.

اللاعب	A	B	C	D
المتوسط	8.1	6.3	4.9	10.3

a–c. انظر الهامش.

a. أوجد وسط البيانات والانحراف المعياري للمتوسطات.
b. حدّد كلاً من التوافيق الممكنة لمتوسطات 3 لاعبين، وأوجد متوسط كلٍ من التوافيق. $\mu = 7.4$، $\sigma = 2.02$
c. أوجد وسط كلٍ من الوسطين اللذين أوجدتهما في الجزء b. فما وجه مقارنة ذلك بالوسط الذي أوجدته في الجزء a؟

17. **الدراجات الهوائية** لاحظ عجلة الدراجة الهوائية الموضحة، حيث $\mu = 25$ cm و $\sigma = 0.125$ cm. C



يوضح الجدول أقطار 10 عينات من عجلات الدراجات المختارة عشوائيًا من أحد خطوط الإنتاج.

العينة	القُطر	العينة	القُطر
1	25.2, 24.9, 25	6	24.9, 25.1, 24.8
2	25.1, 25, 24.8	7	25.3, 24.9, 25.1
3	25.3, 24.9, 24.8	8	25.4, 24.8, 25.3
4	24.9, 25.3, 25.2	9	24.8, 24.9, 25.2
5	25, 25.2, 24.7	10	25, 25.3, 24.7

a. أوجد $\bar{x}$ و s لكل عينة.
b. أنشئ مخططًا نشتتيًا بحيث يقع رقم العينة على المحور الأفقي x وتقع متوسطات العينات على المحور الرأسي y.
c. في هذه العملية، حد الضبط الأعلى هو $\bar{x} + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ وحد الضبط الأدنى هو $\bar{x} - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$. فإذا كانت العملية ضمن نطاق الضبط، يجب أن تقع كل القيم بين حديّ الضبط. استخدم التمثيل البياني من الجزء b لتحديد ما إذا كانت العملية ضمن نطاق. واشرح استنتاجك. **17a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

18. **زُمر الدّم** يعرض الجدول توزيعات الزمر الدموية لدى مواطني الولايات المتحدة وكندا.

كندا		الولايات المتحدة	
النوع	التوزيع	النوع	التوزيع
O	46%	O	44%
A	42%	A	42%
B	9%	B	10%
AB	3%	AB	4%

a. إذا اختير 50 مواطنًا أمريكيًا عشوائيًا، أوجد الاحتمال في أن تكون زمرة دم أقل من 20 من أولئك المختارين هي الزمرة O. **23.8%**
b. من أصل 100 شخص كنديٍ اختيروا عشوائيًا، أوجد الاحتمال في أن تكون زمرة ما بين 80 و 90 شخصًا من المختارين هي الزمرة O أو A **67.1%**
c. ما احتمال أن يكون لشخصين مختارين عشوائيًا من الولايات المتحدة أو كندا زمرة الدم نفسها؟ **38.9%**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

19. **تحليل الخطأ** تحسب حليمة وهناء نتائج استبيانٍ تشاركان فيه بمثابة جزءٍ من التدريب الصيفي. وقد توصّلتا إلى أنّ من بين السكّان نسبة 65% لا يميدون استخدام أدواتهم. وقد توصلت حليمة إلى أن الاحتمال في أن يكون أقل من 30 من أصل 50 ساكنًا عشوائيًا لا يميدون استخدام أدواتهم تساوي 18.7%. في حين توصلت هناء إلى أن تلك النسبة سوف تساوي 27.7%. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

20–22. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

20. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف يمكن استخدام نظرية النهاية المركزية لوصف شكل توزيع أوساط عيناتٍ ومركزه وانتشاره.

21. **تحدٍ** في الولايات المتحدة، 7% من الذكور و 0.4% من الإناث مصابون بعمى الألوان. افترض أنه اختيرت عينات عشوائية من 100 رجل و 1500 امرأة. فهل هناك احتمال أكبر بأن الرجال أو النساء سيصبون على الأقل 10 أشخاص مصابين بعمى الألوان؟ اشرح استنتاجك.

22. **مسألة غير محددة الإجابة** أعطِ مثالاً عن مجتمعٍ إحصائيٍ وعن عينةٍ من المجتمع الإحصائي. واشرح المقصود بتوزيع أخذ العينات المقابل.

التبرير حدد ما إذا كانت كل عبارة من العبارات التالية صحيحة أم خطأً. اشرح إجابتك. 24–23. انظر الهامش.

23. مع زيادة عدد العينات، يقترب توزيع أخذ العينات الخاص بمتوسطات العينات من التوزيع الطبيعي.

24. في التوزيع ذي الحدّين، $P(X \geq c) \neq P(X > c)$.

25. **الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أنه يمكن استخدام التوزيع الطبيعي لتقريب توزيعٍ ذي حدّين، وما الشروط الضرورية للقيام بذلك. وما السبب في الحاجة إلى تصحيح للاتصال.

انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

alManahj.com/ae

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

23. خطأ؛ الإجابة النموذجية: يقارب توزيعُ التوزيع الطبيعي مع زيادة حجم العينة، لا العدد الكلي من العينات.

24. صحيح؛ الإجابة النموذجية: في التوزيع ذي الحدّين، لا يساوي احتمال مساواة متغيرٍ ثابتٍ منفصلٍ لقيمةٍ محددةٍ الصفر. ولذلك، $P(X \geq c) \neq P(X > c)$.

623

4 التقويم

حصاد الأمس اطلب من الطلاب وصف وجه تشابه ووجه اختلاف بين إيجاد قيم z الخاصة بقيمة X ذات توزيع طبيعي وبين إيجاد وسط عينة. الإجابة النموذجية: أحد أوجه التشابه هو حساب قيم z ومن ثم استخدام القيمة (القيمة) لتحديد الاحتمالات. ومن أوجه الاختلاف أن لقيمة X انحرافًا معياريًا. ولوسط عينة خطأ معياري يتبع جزئيًا لحجم العينة.

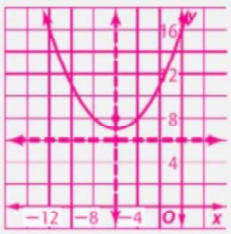
إجابات إضافية

27.

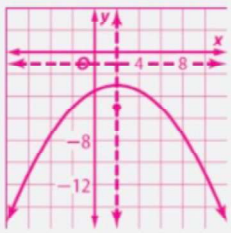
الأيام، X	0	1	2	3
$P(X)$	0.05	0.09	0.18	0.25
الأيام، X	4	5	6	7
$P(X)$	0.20	0.16	0.05	0.02

3.24; 2.54; 1.59

40. $(x+6)^2 = 4(y-7)$



41. $(x-2)^2 = -8(y+3)$



مراجعة شاملة

26. **الخدمة المجتمعية** كشفت دراسة حديثة أجريت على 1286 مدرسة ثانوية أن الطلاب أتموا ما متوسطه 38 ساعة من العمل التطوعي على مدار الصيف بانحراف معياري بمقدار 6.7 ساعات. حدد عدد طلاب السنة الأخيرة الذين أتموا أكثر من 42 ساعة من الخدمة المجتمعية. وافترض أن المتغير موزّع طبيعيًا. 354

27. **الألعاب** أجرى مدرب ناد للياقة البدنية استطلاعًا عشوائيًا على 56 عضوًا وسجلوا عدد الأيام التي حضرها كل عضو في أسبوع محدد. استخدم توزيع التكرار الموضح لإنشاء توزيع احتمالي للمتغير العشوائي X. ثم أوجد التغير والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي. انظر الهامش.

التكرار	الأيام، X	التكرار	الأيام، X
3	0	11	4
5	1	9	5
10	2	3	6
14	3	1	7

أوجد مجموع كل مما يلي.

28. $\sum_{n=1}^{19} -50+5n$ 0

29. $\sum_{n=12}^{68} 5-\frac{n}{4}$ −285

30. $\sum_{n=10}^{16} 24n-90$ 1554

أوجد الحد المحدّد لكل متتالية حسابية.

31. الحدّ السابع؛ $a_n = (a_{n-1}-6)^2,\ a_1 = 4$ 4

32. الحد السّادس؛ $a_n = 3n^2 - 4n$ 84

33. الحدّ الرابع؛ $a_n = (a_{n-1})^2 - 11,\ a_1 = 3$ 38

أوجد الإحداثيات المتعامدة لكل نقطة لها الإحداثيات القطبية المعطاة.

34. $\left(2, \frac{\pi}{2}\right)$ (0, 2)

35. $\left(\frac{1}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ $\left(\frac{\sqrt{2}}{8}, \frac{\sqrt{2}}{8}\right)$

36. $(6, 210°)$ $(-3\sqrt{3}, -3)$

أوجد كلاً مما يلي لكلٍ من $p = \langle 4, 0\rangle$، و $q = \langle -2, -3\rangle$، و $t = \langle -4, 2\rangle$.

37. $p - t - 2q$ $\langle 12, 4\rangle$

38. $q - 4p + 3t$ $\langle -30, 3\rangle$

39. $4p + 3q - 6t$ $\langle 34, -21\rangle$

اكتب معادلة لكل قطع مكافئ ببؤرة F والخصائص المعطاة ومثّله بيانيًا. 40–41. انظر الهامش.

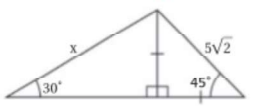
40. $F(-6, 8)$؛ يفتح لأعلى؛ ويحتوي على $(0, 16)$

41. $F(2, -5)$؛ يفتح لأسفل؛ ويحتوي على $(10, -11)$

42. **الزبادي** يبيع متجر الزبادي المثلج عبوات بثلاثة أحجام: صغير، بسعر AED 2.89 ومتوسط، بسعر AED 3.19 وكبير، بسعر AED 3.39. وفي يوم الجمعة، تم بيع 78 عبوة بإجمالي AED 246.42. وباع المتجر ست عبوات متوسطة أكثر من العبوات الصغيرة ذاك اليوم. استخدم قاعدة كرامر لتحديد عدد كل نوع من العبوات المبيعة يوم الجمعة. 24 عبوة صغيرة و 30 عبوة متوسطة و 24 عبوة كبيرة

مراجعة المهارات للاختبارات المعيارية

43. SAT/ACT ما قيمة x؟ D



A $2\sqrt{2}$ C $5\sqrt{3}$ E $5\sqrt{6}$
B 5 D 10

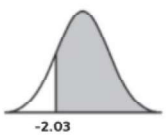
44. **المراجعة** في إحدى الدراسات، قال 62% من المصوتين المسجلين إنهم صوتوا في انتخابات 2008 الرئاسية. فإذا اختير 6 مصوتين مسجلين عشوائيًا، فما احتمال أن يكون 4 منهم على الأقل قد صوتوا في الانتخابات؟ H

F 32% H 58.6%
G 41.2% J 73.2%

45. متوسط عدد المرضى الذين يخضعون للفحص كل أسبوع في مستشفى بعينه موزّع طبيعيًا. والمتوسط لكل أسبوع هو 12,423. بانحراف معياري 3269. إذا اختير أسبوع عشوائيًا، فأوجد احتمال وجود أقل من 4000 مريض. A

A 0.50% C 32.20%
B 2.37% D 36.73%

46. **المراجعة** أوجد المساحة التي تتوافق مع المنطقة المظللة من هذا التوزيع المعياري الطبيعي. J



F 0.02 H 0.96
G 0.04 J 0.98

alManahj.com/ae

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التدريس المتمايز BL

التوسّع تبيّن أن مستوى الكوليسترول الوسطي لدى مجتمع إحصائي من البالغين يساوي 160 mg/dL. ومستوى الكوليسترول ذو توزيع عشوائي انحرافه المعياري 30 mg/dL. وقد أشارت دراسةٌ طبيةٌ حديثةٌ أنه بعد تناول دواءٍ تجريبي لمدة ستة أشهر، فإن نسبة 2.5% فقط من أصل 300 شخصٍ معرضين لخطرٍ كبيرٍ للإصابة بمرض القلب كان مستوى الكوليسترول فيها فوق 200 mg/dL (المستوى الحدي لخطر الإصابة بمرض القلب). في ضوء هذه المعلومات، كم كان المستوى الوسطي للكوليسترول في العينة؟ 141.2 mg/dL

●●○○○ etisalat 4G 11:59 AM 24%
elib.moe.gov.ae

التقويم التكويني

المفردات الأساسية تشير الصفحات المرجعية المذكورة بعد كل كلمة إلى الموضع الذي ورد فيه ذلك المصطلح لأول مرة. فإذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن الأسئلة 6-1، فذكّرهم باستخدام هذه الصفحات المرجعية لإنعاش ذاكرتهم بشأن المفردات.

المطويات منظّم الدراسة

المطويات دينا زايك®

اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا بعض الأمثلة إلى مطوياتهم. واقترح عليهم إبقاء مطوياتهم بجانبهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة. مشيرًا إلى أن المطويات تعدّ بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة من أجل اختبار الوحدة.

10 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

إعداد دراسة الدرس 1-10

- يمكن استخدام استطلاع الرأي أو التجربة أو الدراسة الوصفية لجمع المعلومات.
- التحيز هو خطأ يؤدي إلى سوء تمثيل أفراد العينة المستهدفة.

توزيعات البيانات الدرس 2-10

- استخدم المتوسط والانحراف المعياري لوصف التوزيع المتماثل.
- استخدم ملخص الأعداد الخمسة لوصف التوزيع الملتوي.

التوزيعات الاحتمال الدرس 3-10

- يمتد التوزيع الاحتمالي النظري على ما هو متوقع حدوثه. التوزيع الاحتمالي التجريبي عبارة عن توزيع للاحتمالات المقدرة بناء على التجارب.
- قيمة التوقع للمتغير الثابت المتصل هي المتوسط المرجح لقيم المتغير.

التوزيع ذو الحدين الدرس 4-10

- تتميز التجربة ذات الحدين بعدد ثابت من المحاولات المستقلة، وعدم التوصل إلا لنتيجتين محتملتين لكل محاولة، والاحتمال ذاته لنجاح كل محاولة.
- التوزيع ذو الحدين عبارة عن توزيع تكراري لاحتمال كل قيمة من قيم المتغير العشوائي.

التوزيع الطبيعي الدرس 5-10

- التمثيل البياني للتوزيع الطبيعي يشبه شكل الجرس.
- تمثل قيمة z عدد الانحرافات المعيارية التي تعبر عنها قيمة البيانات المعطاة من المتوسط.

اختبار الفرضية الدرس 6-10

- فترة الثقة لمتوسط المجتمع الإحصائي μ موضحة بالصيغة $\bar{x} \pm z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ أو $CI = \bar{x} \pm E$ حيث $\bar{x}$ متوسط العينة و E أقصى خطأ للتقدير.
- قد يستخدم اختبار الفرضية لتقييم افتراض معين.

المطويات منظم الدراسة

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية التالية في المطوية.

المفردات الأساسية

الفرضية البديلة alternative hypothesis Ha	توزيع طبيعي normal distribution
تحيز bias	فرضية العدم null hypothesis H0
توزيع ذو حدين binomial distribution	الدراسة الوصفية observational study
فترة الثقة confidence interval	معلمة parameter
متغير عشوائي متصل continuous random variable	توزيع ملتو إيجابي positively skewed distribution
متغير عشوائي منفصل discrete random variable	توزيع احتمالي probability distribution
قاعدة تجريبية Empirical Rule	متغير عشوائي random variable
قيمة التوقع E(X) expected value	توزيع طبيعي معياري standard normal distribution
تجربة experiment	إحصاء statistic
توزيع احتمالي تجريبي experimental probability distribution	استدلال إحصائي statistical inference
اختبار الفرضية hypothesis test	استطلاع survey
الإحصاء الاستقرائي inferential statistics	توزيع متماثل symmetric distribution
أقصى خطأ للتقدير maximum error of estimate	توزيع احتمالي نظري theoretical probability distribution
توزيع ملتو سلبي negatively skewed distribution	قيمة z z-value

مراجعة المفردات

اختر من القائمة أعلاه المصطلح الذي يكمل كل جملة بأفضل شكل.

1. _____ لمتغير عشوائي خاص عبارة عن دالة تحدد الفضاء العيني لاحتمالات النتائج المتعلقة به. **التوزيع الاحتمالي**
2. _____ عبارة عن خطأ يؤدي إلى سوء تمثيل أفراد المجتمع الإحصائي. **التحيز**
3. في الدراسة الإحصائية، يتم تجميع البيانات واستخدامها للإجابة على أسئلة حول خواص مجتمع إحصائي أو _____. **معلمة**
4. _____ يمكن استخدامها لتحديد المنطقة الواقعة تحت المنحنى الطبيعي على فترات محددة. **القاعدة التجريبية**
5. في _____ يقاس أفراد العينة أو يرصدون دون التأثر بالدراسة. **الدراسة الوصفية**
6. _____ عبارة عن تقدير خاص بالمجتمع الإحصائي في صورة مدى له درجة معينة من التأكد. **فترة الثقة**

665

alManahj.com/ae

472 / 170

●●○○○ etisalat 4G 11:59 AM 24%
elib.moe.gov.ae

10 دليل الدراسة والمراجعة تابع

مراجعة درس بدرس

10-1 إعداد دراسة

حدد ما إذا كان كل موقف يصف استطلاعا أم تجربة أم دراسة وصفية. ثم حدد العينة. واقترح مجتمعا إحصائيا يمكن اختيارها منه. 9–7. انظر الهامش.

7. **التسوق** يطرح على كل متسوق عاشر يخرج من المتجر أسئلة عن مدى رضائه عن المتجر.

8. **مخفوق الحليب** مطعم وجبات سريعة يقدم لعدد 25 من زبائنه عينة من مخفوق الحليب الجديد ويلاحظ العاملون رد فعلهم عندما يتذوقونه.

9. **المدرسة** يطرح على كل شخص خامس يخرج من المدرسة الثانوية سؤالا عن الصف الدراسي المفضل.

مثال 1

تريد وكالة تسويقية اختبار إعلانات مختلفة. فاختار المسؤولون بها 100 عميل عشوائيا وسألوهم عن الإعلان الذي يفضلونه. فهل يصف هذا الموقف استطلاعا أم تجربة أم دراسة وصفية؟ حدد العينة، واقترح مجتمعا إحصائيا يمكن اختيارها منه.

هذا استطلاع. لأن البيانات جمعت من إجابات المشاركين. وتشمل العينة 100 عميل تم اختيارهم. والمجتمع الإحصائي هو جميع العملاء المحتملين.

10-2 توزيعات البيانات

10. **زلاجات تجرها الكلاب** الإديتارود هو سباق يقام في ألاسكا. ويبين الجدول مرات الفوز، بالأيام، في السنوات الأخيرة.

مرات الفوز بسباق الإديتارود

9.1, 9.4, 10.3, 9.3, 9.6, 8.7, 9.5, 9.4, 9.2, 17.3, 15.4, 15.5, 14.2, 12.0, 16.6, 13.5, 13.0, 18.1, 12.4, 11.6, 11.5, 11.3, 11.3, 13.1, 11.2, 11.6, 11.6, 9.7

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي. ثم صف شكل التوزيع. b–a. انظر الهامش.

b. صف مركز البيانات وانتشارها باستخدام إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد. علل اختيارك.

11. **السباحة** يوضح الجدول التالي أوقات تدرب حصة في حارة فردية بطول 400 متر. b–a. انظر الهامش.

الأوقات بالثواني

301, 311, 320, 308, 312, 307, 303, 305, 309, 308, 304, 302, 311, 313, 313, 316, 314, 306, 329, 326, 319, 310, 306, 309, 320, 318, 315, 318, 314, 309

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي. ثم صف شكل التوزيع.

b. صف مركز البيانات وانتشارها باستخدام إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد. علل اختيارك.

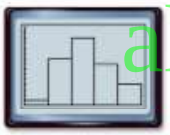
مثال 2

فيما يلي موضح البيانات المجمعة من مجموعة في الصف الثالث.

عدد سنوات العزف على الآلة الموسيقية

2.5, 2.4, 3.1, 2.9, 4.2, 1.3, 2.6, 2.4, 3.3, 1.9, 3.4, 4.8, 2.3, 1.7, 3.2, 2.3, 3.5, 2.2, 3.6, 1.2, 4.4, 2.1, 3.4, 4.5, 1.9, 1.5, 1.4, 0.7, 1.2, 2.5, 1.9, 2.0, 2.4, 2.5, 3.4.

a. **استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مدرج إحصائي. ثم صف شكل التوزيع.**



[0, 5] scl: 1 by [0, 15] scl: 1

لذا، فالتوزيع متماثل.

b. **صف مركز البيانات وانتشارها باستخدام إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد. علل اختيارك.**

التوزيع متماثل. لذا استخدم المتوسط والانحراف المعياري. يبلغ متوسط عدد السنوات حوالي 2.6 مع انحراف معياري حوالي 1 سنة.

مراجعة درس بدرس

التدخل التقويمي إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض الموضوعات التي تتناولها الأسئلة، فذكر الطلاب بأن مراجع الدروس ترشدهم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

إجابات إضافية

7. استطلاع للرأي؛ العينة: كل متسوق رقم عشرة؛ المجتمع الإحصائي: جميع المتسوقين المحتملين

8. دراسة وصفية؛ العينة: 25 زبونًا؛ المجتمع الإحصائي: جميع الزبائن المحتمل تواجدهم

9. استطلاع للرأي؛ العينة: كل شخص رقم خمسة؛ المجتمع الإحصائي: طلاب المدرسة

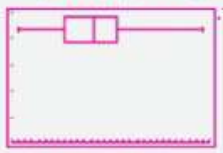
10a.

[8, 18] scl: 1 by [0, 10] scl: 1

ملتو إيجابيًا

10b. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتو. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. تتراوح القيم من 8.7 أيام إلى 18.1 يومًا. والوسيط هو 11.55 يومًا. ويوجد نصف البيانات بين 9.55 أيام و 13.3 يومًا.

11a.



[300, 330] scl: 1 by [0, 5] scl: 1

ملتو إيجابيًا

11b. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتو. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. تتراوح أوقات حصة من 301 إلى 329 ثانية. والوسيط هو 311. ويتراوح نصف البيانات ما بين 307 و 316 ثانية.

alManahj.com/ae
472 / 171

●●○○○ etisalat 4G 11:59 AM 24%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

12. المتغير العشوائي X هو عدد شطائر المثلّجات المباعة. وبما أن شطائر المثلّجات قابلة للعد، إذا المتغير X منفصل.

13. المتغير العشوائي X هو الوقت المستغرق لركض مسافة السباق. وبما أن الوقت يمكن أن يكون في مدى محدّد في أي مكان، إذا المتغير X متصل.

16. يمكن تبسيط هذه التجربة لتصبح تجربة ذات حدين. ويكون نجاحها بقول كلمة نعم وفشلها بقول كلمة لا. والمحاولة هي سؤال أحد البالغين. والمتغير العشوائي هو عدد كلمات نعم؛ $n = 35,\ p = 0.30,\ q = 0.70$.

17. هذه التجربة لا يمكن تبسيطها لتصبح تجربة ذات حدين؛ بسبب وجود أكثر من نتيجتين محتملتين.

10-3 التوزيعات الاحتمال

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنفه على أنه منفصل أو متصل. اشرح استنتاجك.

12. عدد شطائر الآيس كريم المبيعة في أحد محلات الآيس كريم. 12–13. انظر الهامش.

13. المدة المستغرقة في جري مضمار بطول 5 كيلومترات

14. **إلقاءات الشعر** يوضح التوزيع الاحتمالي قائمة بالعدد المحتمل لإلقاءات الشعر لكل سنة في مادة الشعر لدى منى. حدد العدد المتوقع من إلقاءات الشعر لكل سنة. 1.51

عدد إلقاءات الشعر لكل سنة					
الإلقاءات	0	1	2	3	4
الاحتمال	0.14	0.13	0.13	0.3	0.3

15. **أيام تساقط الثلج** يوضح التوزيع قائمة بعدد أيام تساقط الثلج في العام في "واشنطن إيستاري" على مدار الـ 26 عاما الماضية. 1.88 أيام الثلج

عدد أيام تساقط الثلج في العام					
أيام تساقط الثلج	0	1	2	3	4
التكرار	4	8	6	3	5

مثال 3

حدد المتغير العشوائي في توزيع عدد من أقراص DVD المعروضة في إحدى المحلات. ثم صنفه على أنه منفصل أو متصل. اشرح استنتاجك.

المتغير العشوائي X هو عدد أقراص DVD المعروضة. يمكن عد أقراص DVD ومن ثم فإن المتغير X منفصل.

مثال 4

علاج الأمراض يوضح التوزيع الاحتمالي قائمة بالعدد المحتمل لقطرات الدواء التي يعطيها الطبيب البيطري للحيوانات المريضة. أوجد العدد المتوقع لقطرات الدواء.

عدد قطرات الدواء				
القطرات	1	2	3	4
الاحتمال	0.5	0.3	0.1	0.1

كل قطرة من الدواء تمثل قيمة من قيم X. وكل كسر عشري يمثل الاحتمال المطابق $P(X)$.

$$E(X) = \Sigma[X \cdot P(X)]$$
$$= 1(0.5) + 2(0.3) + 3(0.1) + 4(0.1)$$
$$= 0.5 + 0.6 + 0.3 + 0.4 = 1.8$$

العدد المتوقع لقطرات الدواء يساوي 1.8.

10-4 التوزيع ذو الحدين

حدد ما إذا كانت كل تجربة تعد تجربة ذات حدين أو يمكن تبسيطها إلى تجربة ذات حدين. وإذا كان الأمر كذلك، فاشرح محاولة. تحدد فيها المتغير العشوائي مع ذكر n و p و q.

16. كشف استطلاع عن أن 30% من البالغين يحبون الآيس كريم بالشيكولاتة أكثر من أي نكهة أخرى. أنت تسأل 35 شخصا بالغا عما إذا كانوا يفضلون الآيس كريم بالشيكولاتة أكثر من أي نكهة أخرى أم لا.

17. تسأل ثلاثون شخصا مختارين عشوائيا من حفلة تخرج موزة عن أغنيتهم المفضلة. 17–16. انظر الهامش.

18. **الساعات** وفقا لاستطلاع رأي عبر الإنترنت، فإن 74% من البالغين يرتدون ساعات. أجرى عميد استطلاع على 25 بالغا عشوائيا. فما احتمال أن يرتدي 20 بالغا ممن شاركوا في الاستطلاع ساعات؟ 15.3%

19. **فصول السنة** من بين 1,108 أفراد شاركوا في استطلاع، يقول 68% أن الصيف هو الفصل المفضل لديهم. فما احتمال أن يكون 15 على الأقل من كل 20 فردا تم اختيارهم عشوائيا يفضلون فصل الصيف؟ 34.3%

مثال 5

حل وفقا لاستطلاع رأي عبر الإنترنت، فإن 40% من البالغين يشعرون بأنه يجب زيادة ساعات العمل القياسية البالغ عددها 40 ساعة في الأسبوع. أجرت موزة استطلاعا على 10 من البالغين المختارين عشوائيا. فما احتمال أن يشعر 3 ممن شاركوا في الاستطلاع من البالغين أنه ينبغي زيادة ساعات العمل القياسية البالغ عددها 40 ساعة في الأسبوع؟

يتمثل النجاح في أن بالغا يوافق على ضرورة زيادة عدد ساعات العمل القياسية البالغ عددها 40 ساعة في الأسبوع. إذا $p = 0.4$، $X = 3$، $q = 1 - 0.4$ أو 0.6، و $n = 10$.

$$P(X) = {}_nC_r p^X q^{n-X}$$
$$P(6) = {}_{10}C_3 (0.4)^3 (0.6)^{10-3}$$
$$\approx 0.215$$

يقع احتمال أن يشعر ثلاثة شباب ممن شاركوا في الاستطلاع بضرورة زيادة عدد ساعات العمل المعيارية البالغ عددها 40 ساعة في الأسبوع حوالي 0.215 أو 21.5%.

alManahi.com/ae

472 / 172

●●○○○ etisalat 4G 11:59 AM 24%
elib.moe.gov.ae

10 تدريب على الاختبار المعياري

1. **الفراشات** يتعلم الطلاب في مادة الأحياء عن دورة حياة الفراشة الملكة. يحظى كل طالب بيرقة. عندما يتحول اليرقة إلى شرنقة، يوضع في حاوية زجاجية مزودة بالطعام ومصباح حرارة ويخضع للفحص.

   a. حدد ما إذا كان الموقف يصف استطلاعا أم تجربة أم دراسة وصفية. **دراسة وصفية**

   b. حدد عينة واقترح مجتمعا إحصائيا تم الاختيار منه. **النموذج: الفراشات الملكة التي تم رصدها في الدراسة؛ التعداد: جميع الفراشات الملكة**

2. **الأطوال** فيما يلي توضح أطوال الطلاب في صف السيدة/ نجلاء.

الطول (cm)				
152	162	157	175	162
160	165	162	167	185
187	160	157	165	162
172	177	167	160	154

   2b. التوزيع ملتو، لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. وتتراوح القيم من 152 إلى 187، والوسيط هو 162، وتتراوح نصف البيانات ما بين 160 و170.

   a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء مخطط رسم صندوقي، ثم صف شكل التوزيع **انظر الهامش.**

   b. صف مركز البيانات وانتشارها باستخدام إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد. علل اختيارك.

3. تصل نسبة نجاح توزيع ذي حدين إلى 65%. وهناك 15 محاولة.

   a. ما احتمال نجاح 12 محاولة بالضبط؟ **حوالي 11.1%**

   b. ما احتمال نجاح 10 محاولات على الأقل؟ **حوالي 56.5%**

حدد ما إذا كانت كل تجربة تعد تجربة ذات حدين أو يمكن تبسيطها إلى تجربة ذات حدين. وإذا كان الأمر كذلك، فاشرح محاولة، تحدد فيها المتغير العشوائي، مع ذكر n، و p، و q. 4–6. انظر الهامش.

4. أظهر استطلاع رأي أن 65% من معلمي المدارس الثانوية يمتلكون حيوانات أليفة. أنت تسأل 15 معلما من معلمي المدارس الثانوية عما إذا كانوا يمتلكون حيوانات أليفة.

5. أظهرت إحدى الدراسات أن 20% من الأسر في المدينة لديهم هواتف أرضية. أنت تسأل 55 أسرة عن عدد الهواتف الأرضية التي يمتلكونها.

6. أظهر استطلاع بمقياس درجات من 1 إلى 5، أن إحدى الشطائر حصلت على تقييم 3.5 درجة. يطلب مدير المطعم من 150 زبونا تقييم الشطيرة بدرجات من 1 إلى 5.

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنفه على أنه منفصل أو متصل، اشرح استنتاجك. 7–9. انظر الهامش.

7. عدد الدورات التي تصبحها مثال

8. درجة حرارة الجسم للمرضى في المستشفى

9. أوزان الحيوانات الأليفة في مركز إيواء الحيوانات الأليفة

10. **الاختبار من متعدد** يوضح الجدول عدد بطاقات الهدايا التي ربحت مسبقا في مسابقة لأحد المراكز التجارية؟ **C**

الكمية: X	التكرار
AED 100	495
AED 125	405
AED 150	285
AED 200	180
AED 250	90
AED 300	45

A AED 250.00
B AED 223.15
C AED 143.25
D AED 100.23

11. **الأوزان** توزع أوزان 1500 من لاعبي كمال الأجسام توزيعا طبيعيا بمتوسط قدره 86 كيلوجراما وانحراف معياري قدره 2.5 كيلوجرام.

   a. ما العدد التقريبي للاعبي كمال الأجسام ممن تتراوح أوزانهم بين 81 و 86 كيلوجراما؟ **حوالي 638 لاعبا**

   b. ما احتمال أن يزيد وزن لاعب كمال أجسام تم اختياره عشوائيا على 88 كيلوجراما؟ **22.4%**

توزيع طبيعي له متوسط قدره 16.4 وانحراف معياري قدره 2.6.

12. أوجد مدى القيم التي تمثل المنتصف بنسبة 95% من التوزيع. **$11.2 < X < 21.6$**

13. ما نسبة البيانات العليا التي ستكون أقل من 19؟ **84%**

14. **الاختبار من متعدد** أظهر استطلاع شارك فيه 300 عضو من نادي [illegible] أنهم يقضون في المتوسط 25.3 دقيقة في كل زيارة إلى الصالة الرياضية مع وجود [illegible] قدره 8.6 دقائق. ما الحد الأدنى الذي يقضي في الصالة الرياضية باستخدام فترة الثقة بنسبة 95%؟ **G**

F 0.82 G 0.97 H 1.28 J 2.86

حدد فرضية العدم والفرضية البديلة لكل عبارة. ثم حدد العبارة التي تمثل الافتراض.

15. يقول مالك مطعم إن كل مخفوق حليب يحتوي على 5 حبات فراولة. **$H_0: \mu = 5$ (الافتراض)، $H_a: \mu \neq 5$**

16. يقول خادم إنه لا يمكن لأكثر من 56 سيارة التوقف كثيرا في موقف السيارات في وقت واحد. **$H_0: \mu \leq 56$ (الافتراض)، $H_a: \mu > 56$**

McGraw-Hill Education مملوكة لشركة ماكجروهيل للتعليم © محفوظة جميع الحقوق

669

669

alManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 11:59 AM 24%
elib.moe.gov.ae

10 التحضير للاختبارات المعيارية

1 التركيز

الهدف استخدام إستراتيجية حل المسائل متعدّدة الخطوات لحل مسائل الاختبار المعياري.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطرح السؤال التالي:

- ما السؤال الأخير الذي ستسأله لنفسك عندما تجد أن المسألة قد تتطلب خطوات متعدّدة لحلها؟ الإجابة النموذجية: ما المعلومات التي تنقصني؟
- كيف تعرف أنك أكملت جميع الخطوات اللازمة لحل المسألة؟ الإجابة النموذجية: ارجع وتحقّق من قائمة الخطوات التي دونتها في البداية. ثم أعد قراءة المسألة الأصلية وانظر هل كان حلّك مناسبًا أم لا.

حل المسائل متعددة الخطوات

في بعض المسائل ضمن الاختبارات المعيارية، يجب عليك حل أجزاء متعددة من أجل التوصل إلى الحل النهائي. استخدم هذا الدرس لممارسة هذه الأنواع من المسائل.

إستراتيجيات حل المسائل متعددة الخطوات

الخطوة 1

اقرأ المسألة بعناية.

اسأل نفسك:

- ما المطلوب مني حله؟ وما المعطيات؟
- هل توجد أي خطوات وسيطة ينبغي أن تكتمل قبل محاولة حل المسألة؟

الخطوة 2

نظم طريقة حلك.

- اكتب قائمة بالخطوات التي ستحتاج إلى إكمالها من أجل حل المسألة.
- تذكر أنه قد يوجد أكثر من طريقة ممكنة لحل المسألة.

الخطوة 3

حل المسألة وتحقق من الحل.

- حل بكفاءة قدر المستطاع من أجل إكمال كل خطوة والوصول للحل.
- إذا سمح الوقت، فتحقق من الإجابة.

alManahj.com/ae

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة وحدد ما تحتاج لمعرفته، ثم استخدم المعلومات المعطاة بالمسألة لحلها.

يوجد 15 طالبا من طلاب الصفوف النهائية و 12 طالبا من طلاب الصفوف قبل النهائية في غرفة صف السيدة هالة. افترض أن هناك لجنة مكونة من 6 طلاب تم اختيارهم عشوائيا. فما احتمال أن تتضمن اللجنة 3 طلاب من طلاب الصفوف النهائية و 3 طلاب من طلاب الصفوف قبل النهائية؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة في المئة.

A 27.2%
B 29.6%
C 31.5%
D 33.8%

McGraw-Hill Education

670 | الوحدة 10 | التحضير للاختبارات المعيارية

472 / 175

●●○○○ etisalat 4G 11:59 AM 24%
elib.moe.gov.ae

مثال إضافي

تدريب على الاختبار المعياري

يوجد في أحد المخابز 8 كعكات بالشوكولاتة و 10 كعكات صفراء اللون. وكل نوع في صندوق منفصل متماثل. تريد سها تغليف 4 كعكات. فما احتمال أن تختار عشوائيًا كعكتين بالشوكولاتة وكعكتين لونهما أصفر للتغليف؟ B

A حوالي 9.7%
B حوالي 25.7%
C حوالي 41.2%
D حوالي 50%

3 التقويم

استخدم التمرينين 1 و 2 لتقويم استيعاب الطلاب.

اقرأ المسألة بعناية. يطلب منك إيجاد احتمالأن تتألف اللجنة من 3 طلاب من طلاب الصفوف النهائية و 3 طلاب من طلاب الصفوف قبل النهائية. ويتضمن إيجاد هذه الاحتمالإكمال عدة خطوات بنجاح.

الخطوة 1 أوجد عدد حالات النجاح المحتملة.

هناك C(15, 3) طريقة لاختيار 3 طلاب من طلاب الصفوف النهائية من 15. وهناك C(12, 3) لاختيار 3 طلاب من طلاب الصفوف قبل النهائية من 12. استخدم مبادئ العد الأساسية لإيجاد عدد حالات النجاح المحتملة.

$$s = C(15, 3) \times C(12, 3) = \frac{15!}{12!3!} \times \frac{12!}{9!3!} = 100,100$$

الخطوة 2 أوجد إجمالي عدد النتائج المحتملة.

احسب عدد الطرق التي يمكن من خلالها اختيار 6 طلاب من مجموعة مكونة من 27 طالبا.

$$C(27, 6) = 296,010$$

الخطوة 3 احسب الاحتمال.

أوجد الاحتمالمن طريق المقارنة بين عدد مرات النجاح وعدد النتائج المحتملة.

$$P(3 \text{ طلاب من الصف قبل النهائي}, 3 \text{ طلاب من الصف النهائي}) = \frac{100,100}{296,010} \approx 0.33836$$

إذا، هناك احتمالبنسبة 33.8% أن يتم اختيار 3 طلاب من طلاب الصفوف النهائية و 3 طلاب من طلاب الصفوف قبل النهائية في اللجنة. الإجابة D

التمارين

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج لمعرفته. ثم استخدم المعلومات المعطاة بالمسألة لحلها.

1. توجد 52 بطاقة في مجموعة من بطاقات اللعب. تحتوي البطاقات بالتساوي بين أربعة ألوان مختلفة وكل لون مرقم من 1 إلى 13. ومن هذه البطاقات 4 بطاقات مرقمة بالعدد 1. فيما احتمالاختيار 5 بطاقات فهرسة عشوائيا تتضمن بطاقتين تحمل العدد 1؟ قرب إجابتك إلى أقرب نسبة مئوية كاملة. A

A 4%
B 5%
C 6%
D 7%

2. وفقا للجدول، ما احتمالأن يكون تحريم مختارا عشوائيا قد مارس تسلق الجبل مع العلم أنه من الصف الثامن؟ H

الصف	النشاط		
	رحلة بالقارب	ركوب الخيل	النزه في الطبيعة
السادس	8	6	3
السابع	5	4	7
الثامن	11	9	6

F 0.731
G 0.441
H 0.346
J 0.153

alManahj.com/ae

472 / 176

●●○○○ etisalat 4G 11:59 AM 24%
elib.moe.gov.ae

تشخيص أخطاء الطلاب

اطّلع على إجابات الطلاب وركز على كل عنصر. قد تشير الاتجاهات السائدة في الصف الدراسي إلى أخطاء شائعة ومفاهيم خاطئة.

1. A أوجد الاحتمال بأن الدرجة أكبر بمعدل انحرافين معياريين أو أكثر فوق الوسط
   B أوجد الاحتمال بأن الدرجة تزيد عن مقدار انحرافين معياريين فوق الوسط
   C على صواب
   D أوجد الاحتمال بأن الدرجة فوق الوسط ولكن بما لا يزيد عن مقدار انحراف معياري واحد فوق الوسط

2. F أوجد ربعًا واحدًا للقطر
   G على صواب
   H التخمين
   J أوجد القطر

3. A على صواب
   B غيّر موضع x و y
   C أوجد معكوس الميل
   D أوجد معادلة تصلح فقط مع (9, 10.80)

4. F يعتقد أنه كلما كبرت قيمة المعامل، زاد عرض التمثيل البياني
   G يعتقد أنه كلما صغرت قيمة المعامل، ازداد عرض التمثيل البياني
   H على صواب
   J يعتقد أن المعامل ذا القيمة المطلقة الأكبر يزيد عرض التمثيل البياني

5. A أوجد σx بدلاً من Sx
   B على صواب
   C حتّن
   D حذف الدرجات المتكررة

6. F لم يضرب $-\frac{1}{4}$
   G تجاهل $-\frac{1}{4}$
   H ضرب 12b في $\frac{1}{4}$ بدلاً من $-\frac{1}{4}$
   J على صواب

7. A أخذ الجذر التكعيبي لـ 27 وقسم 6 على 3 بدلاً من قسمة 3 على 6
   B أخذ الجذر التكعيبي لـ 27 وطبّق قوانين الأسس بشكل غير صحيح
   C أخفق في تضمين x في الجذر التربيعي
   D على صواب

8. F على صواب
   G طرح بشكل غير صحيح
   H استخدم قياس زاوية خارجية من الزاوية المكملة لها
   J استخدم قياس زاوية خارجية من الزاوية المكملة لها

9. A يعتقد أن المعامل يحدد الاضمحلال
   B على صواب
   C يعتقد أن الأساس الذي يكون أكبر من 1 يحدد الاضمحلال
   D يعتقد أن الأساس الكسري يحدد الاضمحلال

10. F أوجد معادلة تصلح فقط مع (1, 6)
    G أوجد معادلة تصلح فقط مع (1, 6)
    H أوجد حدًا أوليًا غير صحيح
    J على صواب

تدريب على الاختبار المعياري

الاختبار من متعدد

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. افترض أن درجات الاختبار في الامتحان النهائي موزعة طبيعيا باستخدام المتوسط الحسابي 74 والانحراف المعياري 3. فما احتمال أن تكون درجة اختبار الطالب عشوائيا أعلى من 77؟ C
   A 2.5% C 16%
   B 13.5% D 34%

2. قطر دائرة له نقطتا نهاية $A(4, 6)$ و $B(-3, -1)$. أوجد الطول التقريبي لنصف القطر. G
   F 2.5 وحدات H 5.1 وحدات
   G 4.9 وحدات J 9.9 وحدات

3. يمكن استخدام معادلة لإيجاد التكلفة الإجمالية لبيتزا ذات قطر معين. باستخدام الجدول أدناه، أوجد المعادلة التي تمثل على أفضل نحو y وهو التكلفة الإجمالية، كدالة x وهو القطر بالسنتيمتر. A

قطر الدائرة، x (cm)	التكلفة الإجمالية، y
9	AED 10.80
12	AED 14.40
20	AED 24.00

   A $y = 1.2x$ C $y = 0.83x$
   B $x = 1.2y$ D $y = x + 1.80$

4. في [illegible] من أشكال المخروط [illegible] من أشكال المخروط الأساسي الأسي إلى الأسود؟ H
   F $y = 8x^2, y = 2x^2, y = \frac{1}{2}x^2, y = -\frac{4}{5}x^2$
   G $y = -\frac{4}{5}x^2, y = \frac{1}{2}x^2, y = 2x^2, y = 8x^2$
   H $y = \frac{1}{2}x^2, y = -\frac{4}{5}x^2, y = 2x^2, y = 8x^2$
   J $y = 8x^2, y = 2x^2, y = -\frac{4}{5}x^2, y = \frac{1}{2}x^2$

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 5 يمكنك استخدام حاسبة علمية لإيجاد الانحراف المعياري أدخل قيم البيانات في شكل قائمة واحسب إحصاءات المتغير 1

5. يوضح الجدول على اليسار الدرجات التي حصل عليها الطلاب في اختبار العلوم. احسب الانحراف المعياري لنتائج الاختبار. B

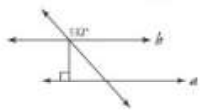
76	84	91	75	83
82	65	94	90	71
92	84	83	88	80
78	84	89	95	93

   A 7.82 B 8.03 C 8.23 D 8.75

6. أي تعبير مكافئ لـ $-\frac{1}{4}(4a + 12b) - (6a - 2b)$؟ J
   F $5a + 10b$ H $5a + b$
   G $10a + 10b$ J $5a - 5b$

7. بسط $\sqrt[3]{27x^3}$. D
   A $3x^2$ B $3x$ C $\sqrt{3}x$ D $\sqrt{3x}$

8. في الشكل أدناه، المستقيمان a و b متوازيان. ما قياسات الزوايا في المثلث؟ F



   F 42, 48, 90 H 48, 52, 90
   G 42, 90, 132 J 48, 90, 132

9. [illegible] الدوال التالية تمثل اضمحلالا أسيا؟ B
   A $y = 0.2(7)^x$ C $y = 4(9)^x$
   B $y = (0.5)^x$ D $y = 5\left(\frac{4}{3}\right)^x$

10. باستخدام الجدول التالي، أي تعبير يمكن استخدامه لتحديد الحد n في المتتالية؟ J

n	1	2	3	4
y	6	10	14	18

   F $y = 6n$ H $y = 2n + 1$
   G $y = n + 5$ J $y = 2(2n + 1)$

alManahj.com/ae

472 / 177

●●○○○ etisalat 4G 11:59 AM 24%
elib.moe.gov.ae

الإجابة القصيرة/الإجابة الشبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.

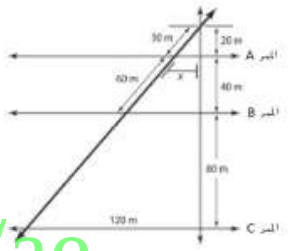
11. حدد ما إذا كان كل موقف من المواقف التالية يتطلب إجراء استطلاع أو دراسة وصفية. أو تجربة. اشرح العملية. **a. تجربة**

a. تريد ليلى أن تكتشف ما إذا كان يوجد غذاء معين للنباتات يساعدها على النمو سريعا أكثر من مجرد المياه أم لا

b. تريد لميس أن تجمع آراء حول المرشحين المحتملين في انتخابات اتحاد الطلاب المقبلة **استطلاع**

c. تريد لمياء اكتشاف ما إذا كان الأشخاص الذين يمارسون التدريبات بانتظام ينامون نوما أفضل بالليل. **دراسة وصفية**

12. **الإجابة الشبكية** حصلت شيماء على خريطة لبعض ممرات المشي في حرم جامعتها. الممرات A و B و C متوازية. ما الطول x إلى أقرب جزء من عشرة من المتر؟ **17.1**



13. يريد عدنان إيجاد مساحة البلك. يرسم خطة على المستوى الإحداثي ويجد أن له رؤوسا عند (1, 2)، و (3, 4)، و (4, 1). أوجد مساحة المثلث باستخدام المحدد. **3 وحدات²**

الإجابة المبوسعة

دون إجاباتك على ورقة. واكتب الحل هنا.

14. **الإجابة الشبكية** قاد أحمد السيارة إلى صالة الألعاب الرياضية بمعدل سرعة 30 كيلومترا في الساعة. واستغرق 45 دقيقة. وفي طريق عودته إلى المنزل. سلك الطريق نفسه ولكنه قاد السيارة بمعدل سرعة 45 كيلومترا في الساعة. فكم عدد الكيلومترات التي يقطعها من صالة الألعاب إلى منزله؟ **22.5**

15. يؤدي فارس اختبارا متعدد الاختيارات مكونا من 8 أسئلة. وكل سؤال به أربع إجابات محتملة: A و B و C و D. نسي فارس أن يذاكر للاختبار. لذا عليه أن يخمن في كل إجابة.

a. ما احتمال أن يخمن الإجابة الصحيحة في الاختبار؟ **0.25**

b. ما العدد المتوقع للإجابات الصحيحة إذا خمن فارس في كل سؤال؟ **2**

c. ما احتمال أن يجيب فارس على نصف الأسئلة على الأقل بإجابة صحيحة؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة في المئة. **حوالي 11.4%**

16. لدى منى فستان واحد وثلاث سترات في مغسلة التنظيف الجاف وكان الحساب AED 71.50. وفي الأسبوع التالي. تم تنظيف فستانين وسترتين لها مقابل مبلغ إجمالي AED 85.00.

a. افترض أن d تمثل سعر تنظيف الفستان و s تمثل سعر تنظيف السترة. اكتب نظام معادلات خطية لتمثيل أسعار تنظيف كل قطعة من الملابس. **$d + 3s = 71.5$; $2d + 2s = 85$**

b. حل نظام المعادلات باستخدام التعويض. أظهر العمل. اشرح طريقة الحل.

c. كم ستكون التكلفة إذا أحضرت منى فستانين وأربع سترات لتنظيفها؟ **AED 113.92**

16b. s = AED 14.50 ؛ d = AED 28.00 التعويض.
لأن المتغير d في المعادلة الأولى له المعامل 1.

alManahj.com/ae

472 / 178

●●○○○ etisalat 4G 11:59 AM 24%
elib.moe.gov.ae

الدرس 1-10

3. دراسة وصفية: الإجابة النموذجية: تتم ملاحظة النقاط التي يحرزها المشاركون ومقارنتها بدون تأثرهم بالدراسة.

4. تجربة: الإجابة النموذجية: سوف تدعو الحاجة إلى اختبار عينة من القمصان المصبوغة. مما يعني أن أفراد العينة سوف يتأثرون بالدراسة.

7. الهدف: تحديد عدد الأشخاص في الإمارات العربية المتحدة الذين يُقبلون على شراء سيارة ذات تصميم مختلط؛ المجتمع الإحصائي: الأشخاص المشاركون في استطلاع الرأي؛ أسئلة استطلاع رأي العينة: هل تمتلك حاليًا ذات هجينة؟ هل تخطّط لشراء سيارة ذات تصميم مختلط؟

8. الإجابة النموذجية: يتمثّل الخطأ في أن المجموعة التجريبية تتألف من طلاب، والمجموعة المرجعية تتألف من محاضرين. وفي المتوسط، طلاب الجامعة أصغر سنًا من محاضريهم. ولذا من المرجّح أن يحرزوا نقاطًا أعلى في الاختبار البدني سواء تم إعطاؤهم فيتامينًا أم لا.

9. الهدف: تحديد ما إذا كان مخفوق البروتين يساعد الرياضيين على استعادة نشاطهم بعد أدائهم للتمارين أو لا؛ المجتمع الإحصائي: جميع الرياضيين؛ المجموعة التجريبية: الرياضيون الذين تم إعطاؤهم مخفوق البروتين؛ المجموعة المرجعية: الرياضيون الذين تم إعطاؤهم دواءً وهميًا؛ إجراء العينة: يقسّم الباحثون الرياضيين نفسيًا عشوائيًا إلى مجموعتين: مجموعة تجريبية يتم إعطاؤها مخفوق البروتين ومجموعة مرجعية يتم إعطاؤها الدواء الوهمي. وبعد ذلك، يطلب الباحثون من الرياضيين أداء التمارين وشُرب مخفوق البروتين أو الدواء الوهمي بعدها. في وقت لاحق، يلتقي الباحثون بالرياضيين ليتعرفوا على شعورهم.

10. استطلاع للرأي: العينة: العملاء المشاركون في استطلاع للرأي عبر الإنترنت؛ المجتمع الإحصائي: جميع العملاء.

11. دراسة وصفية: العينة: طلاب مادة الفيزياء الذين وقع عليهم الاختيار؛ المجتمع الإحصائي: جميع طلاب الجامعة الذين يأخذون دورة تدريبية في مادة الفيزياء

12. تجربة: العينة: الأشخاص البالغون المشاركون في الدراسة؛ المجتمع الإحصائي: جميع الأشخاص البالغين

13. استطلاع للرأي: العينة: الأشخاص الذين يستلمون الاستبيان؛ المجتمع الإحصائي: جميع المشاهدين

24a. الهدف: تحديد ما إذا كان المزيج المكوّن من الملح وعصير الليمون سيزيل طبقة أكسيد النحاس من الأشياء النحاسية؛ المجتمع الإحصائي: جميع الأشياء النحاسية؛ المجموعة التجريبية: عملات معدنية تُغمس في المزيج؛ المجموعة المرجعية: عملات معدنية تُغمس في مزيج وهمي؛ إجراء العينة: يستطيع أحمد تقسيم العملات المعدنية نفسيًا عشوائيًا إلى مجموعتين، وصنع مزيج من عصير الليمون والملح. بعد ذلك، يقوم بغمس المجموعة التجريبية من العملات المعدنية في المزيج لفترة معيّنة من الوقت، ثم يخرجها، ويقارن بين مجموعتي العملات المعدنية مقارنة بصرية.

24b. الإجابة النموذجية: ينبغي اختيار العملات المعدنية على أن يكون بها تقريبًا المقدار ذاته من أكسيد النحاس، وأن تكون من الفترة الزمنية نفسها. واستخدام هذه التوجيهات يمكن أن يساعد في التخلص من التحيز فيما يتعلق بالشرط المبدئي والتكوين، مما يؤدي بدوره إلى تماثل شروط المجموعتين التجريبية والمرجعية تمامًا كما في بداية التجربة.

27a. راجع عمل الطلاب.

27b. الإجابة النموذجية للمنتج A: ≈63.3%

المنتج A	
العدد	التكرار
0–6	
7–9	

الإجابة النموذجية للمنتج B: ≈76.7%

المنتج B	
العدد	التكرار
0–7	
8–9	

27c. الإجابة النموذجية: نعم؛ احتمال أن يكون المنتج B فقالاً تكون أعلى بنسبة 14.4% من الاحتمال للمنتج A.

27d. الإجابة النموذجية: هذا يعتمد على ماهية المنتج وكيفية استخدامه. فعلى سبيل المثال، إذا كان المنتج مبراة للأقلام الرصاص، فقد يكون انخفاض السعر أكثر أهمية من الفاعلية، وحينئذ لن يبرّر هذا فرق السعر. أما إذا كان المنتج دواءً لإنقاذ الحياة، فقد تكون الفاعلية أكثر أهمية من السعر، وحينئذ قد يبرّر هذا فرق السعر.

28. خطأ؛ الإجابة النموذجية: يستخدم نموذج الإحصاء لتقدير معلمة المجتمع الإحصائي.

30. الإجابة النموذجية:

الهدف: تحديد متوسط مقدار الوقت الذي يستغرقه الطلاب وهم يدرسون في المكتبة.

المجتمع الإحصائي: جميع الطلاب الذين يدرسون في المكتبة.

العينة: 30 طالبًا مختارًا عشوائيًا يدرسون في المكتبة خلال أسبوع معين.

وقت الدراسة (بالدقائق)				
63	41	45	16	38
15	8	17	20	18
15	19	55	28	41
24	79	20	11	30
19	32	26	24	78

المتوسط: ≈26.1 min

31. الإجابة النموذجية: الطريقة المستخدمة في إعداد العينة، أو نوع العينة التي وقع عليها الاختيار، أو نوع الدراسة التي أُجريت، أو السؤال (الأسئلة) الوارد في استطلاع الرأي، أو الإجراءات المتّبعة

32a. الإجابة النموذجية: في العينة الملائمة، يتم اختيار الأفراد بناءً على الفرصة الملائمة للباحث. وأحد الأمثلة على ذلك هو إعطاء استطلاع الرأي للمتسوقين عند خروجهم من مركز التسوق. وقد تؤدي هذه الطريقة إلى التحيز إذا كان أفراد المجتمع الإحصائي المتاحون لضمهم إلى العينة بكل سهولة لا يمثلون المجتمع الإحصائي كله.

32b. الإجابة النموذجية: في العينة المختارة ذاتيًا، يتطوع الأفراد لينضموا إلى العينة. وقد تؤدي هذه الطريقة إلى التحيز إذا اختارت مجموعات معيّنة من الأشخاص في المجتمع الإحصائي عدم التطوع.

alManahj.com/ae

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

472 / 179

●●○○○ etisalat 4G 12:00 PM 24%
elib.moe.gov.ae

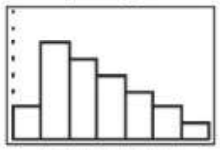
32c. الإجابة النموذجية: في العينة الطبقية، يتم تقسيم المجتمع الإحصائي أولاً إلى مجموعات مماثلة غير متداخلة، ثم يتم اختيار الأفراد اختيارًا عشوائيًا من كل مجموعة. وقد تؤدي هذه الطريقة إلى التحيز إذا لم يتم تمثيل المجتمع الإحصائي بأكمله عند التقسيم إلى مجموعات أو إذا لم يتم اختيار الأفراد عشوائيًا من كل مجموعة.

32d. الإجابة النموذجية: في العينة المنتظمة، تُستخدم قاعدة لاختيار الأفراد. وقد تؤدي هذه الطريقة إلى التحيز إذا لم تضم القاعدة كل فرد في المجتمع الإحصائي.

الدرس 10-2

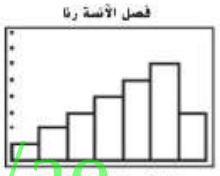
3a.

فصل الأنسة منى



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

فصل الأنسة رنا

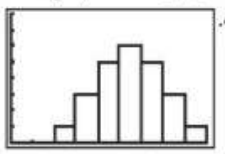


[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

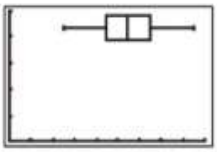
الصف الدراسي الخاص بالأستاذة منى، ملتوٍ إيجابيًا؛ الصف الدراسي الخاص بالأستاذة رنا، ملتوٍ سلبيًا

3b. الإجابة النموذجية: التوزيعات ملتوية. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. كلا الصفين الدراسيين لهما المدى ذاته. إلا أن وسيط الصف الدراسي الخاص بالأستاذة منى هو 17، ووسيط الصف الدراسي الخاص بالأستاذة رنا هو 28. ويساوي الربع الأقل للصف الدراسي الخاص بالأستاذة رنا 20، وبما أنه أكبر من وسيط الصف الدراسي الخاص بالأستاذة منى، فهذا يعني أن 75% من البيانات المأخوذة من صف الأستاذ رنا أكبر من 50% من تلك البيانات المأخوذة من صف الأستاذة منى. إذًا، نستطيع أن نستنتج أن مبيعات الطلاب في صف الأستاذ رنا تعدّ في المجمل أعلى قليلاً من مبيعات الطلاب في صف الأستاذة منى.

6a.



[0, 18] scl: 2 by [0, 8] scl: 1



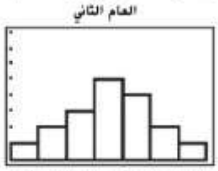
[0, 18] scl: 2 by [0, 5] scl: 1

متماثل

6b. الإجابة النموذجية: التوزيع متماثل، لذا استخدم المتوسط والانحراف المعياري. كان متوسط عدد الأفلام المشاهدة ما يقرب من 10.7 مع انحراف معياري بلغ 3 أفلام تقريبًا.

7a.

العام الثاني



[1200, 1900] scl: 100 by [0, 8] scl: 1

العام الثالث

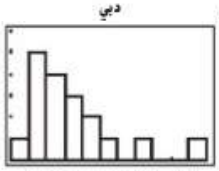
[1300, 2200] scl: 100 by [0, 8] scl: 1

كلاهما متماثلان

7b. الإجابة النموذجية: التوزيعات متماثلة، لذا استخدم المتوسطات والانحرافات المعيارية. يبلغ متوسط النتيجة في العام الثاني ما يقرب من 1552.9 مع انحراف معياري يساوي 147.2 تقريبًا. ويبلغ متوسط النتيجة في العام الثالث ما يقرب من 1753.8 مع انحراف معياري يساوي 159.1 تقريبًا. ونستطيع أن نستنتج أن كلاً من النتائج وانحرافها عن المتوسط قد تزايدا من العام الثاني إلى العام الثالث.

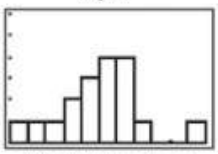
8a.

دبي



[50, 105] scl: 5 by [0, 6] scl: 1

الشارقة



[35, 90] scl: 5 by [0, 6] scl: 1

دبي، ملتوٍ إيجابيًا؛ الشارقة، ملتوٍ سلبيًا

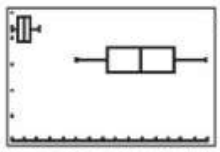
alManahj.com/ae

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

●●○○○ etisalat 4G 12:00 PM 24%
elib.moe.gov.ae

8b. الإجابة النموذجية: التوزيعات ملتوية. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. الوسيط لمدينة دبي يساوي 63.5. والوسيط لمدينة الشارقة يساوي 60. والربع الأدنى لمدينة الشارقة يساوي 52. بينما الحد الأدنى لمدينة دبي يساوي 53. وهذا يعني أن 25% من الدخول في مدينة الشارقة أقل من أي دخول في مدينة دبي. علاوة على ذلك، تتراوح النسبة 25% الأعلى للدخول في مدينة دبي بين 72 و 103، بينما تتراوح النسبة 25% الأعلى للدخول في مدينة الشارقة بين 65 و 87. ونستطيع أن نستنتج أن دخول العائلات في مدينة دبي أكبر من دخول العائلات في مدينة الشارقة.

9a.

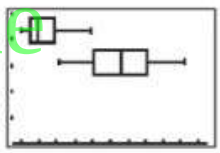


[3000, 18,000] scl: 1000 by [0, 5] scl: 1

كلاهما متماثلان

9b. الإجابة النموذجية: التوزيعات متماثلة. ولذا استخدم الأوساط والانحرافات المعيارية. المتوسط بالنسبة للجامعات الحكومية يساوي AED 4037.50 مع انحراف معياري يبلغ AED 621.93 تقريبًا. والمتوسط بالنسبة إلى الجامعات الخاصة يساوي AED 12,803.11 تقريبًا مع انحراف معياري يبلغ AED 2915.20 تقريبًا. ونستطيع أن نستنتج أن متوسط مصاريف المدارس الخاصة ليس أكبر بكثير فحسب من متوسط مصاريف المدارس الحكومية، بل إن انحراف المصاريف عن المتوسط أكبر بكثير أيضًا.

10a.

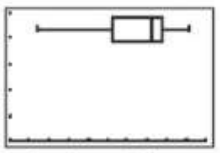


[225, 775] scl: 50 by [0, 5] scl: 1

الأولاد، ملتو إيجابيًا؛ البنات، متماثل

10b. الإجابة النموذجية: أحد التوزيعين ملتو والآخر متماثل. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. تبلغ القيمة العظمى بالنسبة للأولاد 450. ويساوي الربع الأدنى للبنات 453. وهذا يعني أن نسبة 75% من بيانات البنات أعلى من أي من بيانات الأولاد. ونستطيع أن نستنتج أن 75% من البنات قد أنفقن المزيد من النقود على التخرج أكثر من أي من الأولاد.

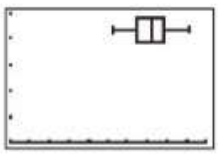
12a.



[50, 100] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

الإجابة النموذجية: التوزيع ملتو سلبيًا. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. مدى النقاط هو من 57 إلى 96. والوسيط هو 86. ويتراوح نصف البيانات ما بين 76 و 89.

12b.



[50, 100] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

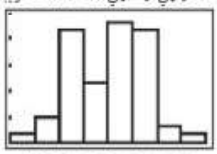
الإجابة النموذجية: التوزيع متماثل. لذا استخدم المتوسط والانحراف المعياري. يبلغ المتوسط 85.6 تقريبًا مع انحراف معياري 5.9 تقريبًا.

14. الإجابة النموذجية: بما أن التوزيع له تجمعان، قد يعطي الملخص الإجمالي للمركز والانتشار وصفًا غير دقيق للبيانات. وبدلاً من ذلك، لخّص النزعة المركزية والانتشار لكل تجمع على حدة مستخدمًا متوسطه وانحرافه المعياري.

15. الإجابة النموذجية: يبدو أن أطوال اللاعبين المدرجين في قائمة فريق نادي عجمان تمثّل توزيعًا طبيعيًا.

أعمار الأشخاص في دار المسنّين							
75	74	71	70	74	75	77	72
71	72	70	70	75	78	71	75
77	71	69	70	77	75	74	73
77	71	73	76	76	74	72	75
75	70	70	74	73	76	79	73
71	69	70	77	77	80	75	77
67	74	69	76	77	76		

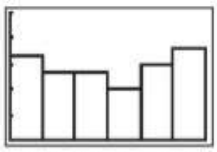
متوسط البيانات يساوي ما يقرب من 73.61 in. والانحراف المعياري يساوي 2.97 in تقريبًا.



[66, 82] scl: 2 by [0, 15] scl: 3

أشهر ميلاد الأشخاص لا توضح نزعة مركزية.

أشهر ميلاد الأشخاص في دار المسنين							
1	12	10	3	11	1	10	5
4	8	9	11	1	1	11	5
8	6	11	4	3	4	8	5
3	7	2	1	11	4	3	2
1	1	6	1	6	8	11	9
3	3	1	6	9	1	9	9
6	5	10	11	11	12		



[0, 12] scl: 2 by [0, 15] scl: 3

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

alManahj.com/ae

●●○○○ etisalat 4G 12:00 PM 24%
elib.moe.gov.ae

16. الإجابة النموذجية: يكون توزيع مجموعة البيانات ملتويًا إيجابيًا عندما تكون معظم البيانات على يسار المتوسط ويكون هناك طرف على يمين المتوسط. فعلى سبيل المثال، عندما تتضمن مجموعة البيانات طول كل فرد في مدرسة ابتدائية، ستكون معظم البيانات جهة اليسار (الطلاب)، في حين أنه سيكون هناك مقدار ضئيل نسبيًا جهة اليمين (المعلّمين والموظفين). ويكون توزيع مجموعة البيانات ملتويًا سلبيًا عندما يكون معظم البيانات على يمين المتوسط ويكون هناك طرف على يسار المتوسط. فعلى سبيل المثال، عند سرد متوسطات عدد الضربات للاعبي أحد فرق البيسبول، ستكون معظم البيانات في مستوى معيّن بينما سيكون الرامي عادة في مستوى أقل بكثير. ويكون توزيع مجموعة البيانات متماثلاً عندما تكون البيانات موزّعة توزيعًا اعتداليًا على جانبي المتوسط. فعلى سبيل المثال، عند حساب درجات الاختبار لولاية بأكملها، سيكون معظم الطلاب في الوسط، بينما سيكون هناك بعض الطلاب في الطرف العلوي أو السفلي.

24. **الخطوة 1:** بعد أن وصل الضيف الأول، لم يكن هناك مصافحات بالبد. $\frac{1(1-1)}{2} = 0$. إذًا القانون صحيح حيث $n = 1$.

الخطوة 2: افترض أنه بعد وصول k ضيفًا، كان هناك $\frac{(1-k)k}{2}$ من المصافحات اليدوية إجمالاً. لعدد صحيح موجب k.

الخطوة 3: عندما وصل أول $(k+1)$ ضيف، صافح k من الضيوف الموجودين هناك بالفعل. إذًا إجمالي عدد المصافحات اليدوية التي حدثت حينها هو $\frac{k(k-1)}{2} + k$.

$$\frac{k(k-1)}{2} + k = \frac{k(k-1)+2k}{2}$$
$$= \frac{k[(k-1)+2]}{2}$$
$$= \frac{k(k+1)}{2} \text{ أو } \frac{(k+1)k}{2}$$

التعبير الأخير هو القانون الذي ينبغي إثباته، حيث $n = k + 1$.
إذًا، القانون صحيح حيث $n = k + 1$.
إذًا، العدد الإجمالي للمصافحات هو $\frac{n(n-1)}{2}$ لكل الأعداد الصحيحة الموجبة n.

الدرس 3-10 (تمرين موجه)

1A. المتغير العشوائي X هو المسافة المقطوعة في كل رمية. وبما أن المسافة يمكن أن تكون في أي مكان ضمن مدى محدّد، إذًا المتغير X متصل.

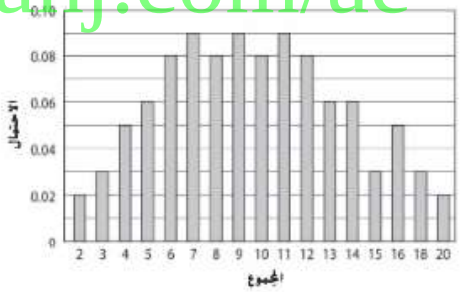
1B. المتغير العشوائي X هو أعمار الاستشاريين. وبما أن الأعمار قابلة للعد، فإذًا المتغير X منفصل.

2A.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20
التكرار	1	2	3	4	5	6	5	6	5	6	5	4	4	2	3	2	1
النسبي التكرار	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$

alManahj.com/ae

2B.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

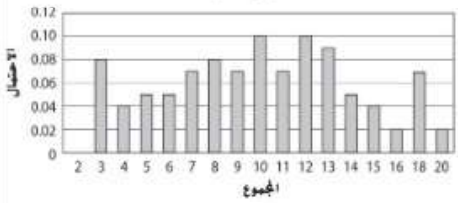
●●○○○ etisalat 4G 12:00 PM 24%
elib.moe.gov.ae

3A.

المجموع	التكرار	التكرار النسبي
2	0	0
3	8	0.08
4	4	0.04
5	5	0.05
6	5	0.05
7	7	0.07
8	8	0.08
9	7	0.07
10	10	0.10
11	7	0.07
12	10	0.10
13	9	0.09
14	5	0.05
15	4	0.04
16	2	0.02
18	7	0.07
20	2	0.02

3B.

مجموع دورتين



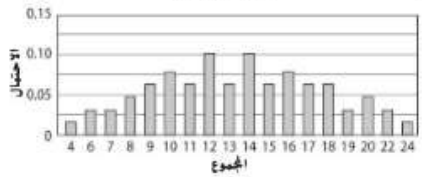
الدرس 3-10

5a.

المجموع	التكرار	التكرار النسبي
4	1	$\frac{1}{64}$
6	2	$\frac{1}{32}$
7	2	$\frac{1}{32}$
8	3	$\frac{3}{64}$
9	4	$\frac{1}{16}$
10	5	$\frac{5}{64}$
11	4	$\frac{1}{16}$
12	7	$\frac{7}{64}$
13	4	$\frac{1}{16}$
14	7	$\frac{7}{64}$
15	4	$\frac{1}{16}$
16	5	$\frac{5}{64}$
17	4	$\frac{1}{16}$
18	4	$\frac{1}{16}$
19	2	$\frac{1}{32}$
20	3	$\frac{3}{64}$
22	2	$\frac{1}{32}$
24	1	$\frac{1}{64}$

5b.

مجموع دورتين



alManahj.com/ae

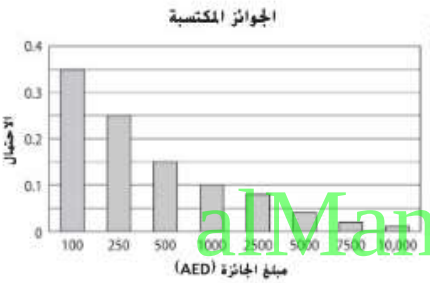
McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

●●○○○ etisalat 4G 12:00 PM 24%
elib.moe.gov.ae

.10a

الجائزة، X	$P(X)$
AED 100	0.35
AED 250	0.25
AED 500	0.15
AED 1000	0.10
AED 2500	0.08
AED 5000	0.04
AED 7500	0.02
AED 10,000	0.01

.10b



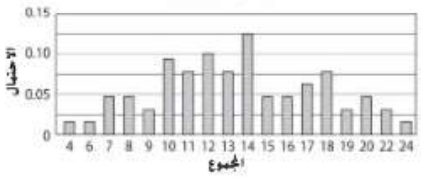
.10c

الجائزة، X	التكرار	التكرار النسبي
AED 100	23	0.46
AED 250	8	0.16
AED 500	6	0.12
AED 1000	5	0.10
AED 2500	3	0.06
AED 5000	2	0.04
AED 7500	1	0.02
AED 10,000	2	0.04

.5c

المجموع	التكرار	التكرار النسبي
4	1	$\frac{1}{64}$
6	1	$\frac{1}{64}$
7	3	$\frac{3}{64}$
8	3	$\frac{3}{64}$
9	2	$\frac{1}{32}$
10	6	$\frac{3}{32}$
11	5	$\frac{5}{64}$
12	7	$\frac{7}{64}$
13	5	$\frac{5}{64}$
14	8	$\frac{1}{8}$
15	3	$\frac{3}{64}$
16	3	$\frac{3}{64}$
17	4	$\frac{1}{16}$
18	5	$\frac{5}{64}$
19	2	$\frac{1}{32}$
20	3	$\frac{3}{64}$
22	2	$\frac{1}{32}$
24	1	$\frac{1}{64}$

.5d



aIManahj.com/ae
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

472 / 184

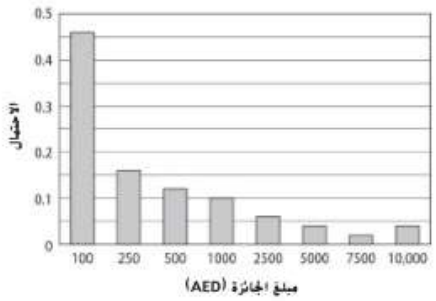
●●○○○ etisalat 4G 12:00 PM 24%
elib.moe.gov.ae

14a. 4.2؛ الإجابة النموذجية: العدد المتوقع هو 4.2. إذا أمكننا أن نتوقع أن هناك 4 طلاب مرشحين. وبما أنه لا يمكن أن يكون هناك 0.2 شخصًا، لذا سنقترب إلى أقرب عدد كلي.

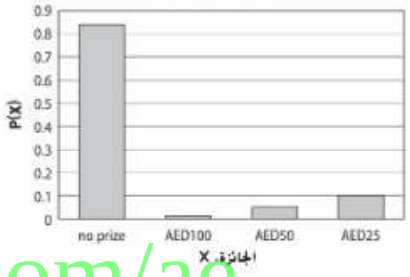
14b. الإجابة النموذجية:

عدد الطلاب، X	التكرار	التكرار النسبي
1	5	0.10
2	8	0.16
3	7	0.14
4	1	0.02
5	20	0.40
6	9	0.18

10d. الجوائز المكتسبة

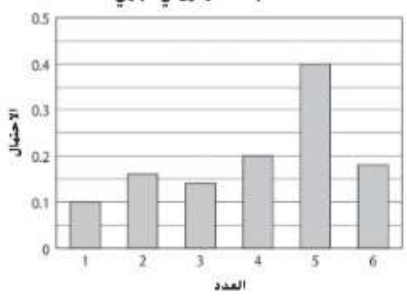


13a. احتمال الفوز بكل جائزة



14c. الإجابة النموذجية:

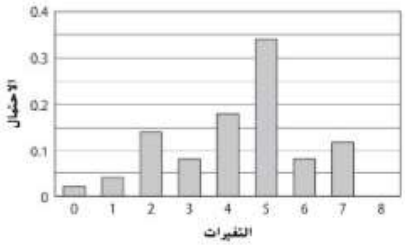
عدد الطلاب المشاركين في الجري



15c.

عدد مرات الفوز غير المتوقع، X	التكرار	التكرار النسبي
0	1	0.02
1	2	0.04
2	7	0.14
3	4	0.08
4	9	0.18
5	17	0.34
6	4	0.08
7	6	0.12
8	0	0

15d. عدد التغيرات



18d.

اللون	التكرار	التكرار النسبي
الأحمر	8	0.08
أصفر	27	0.27
الأزرق	65	0.65

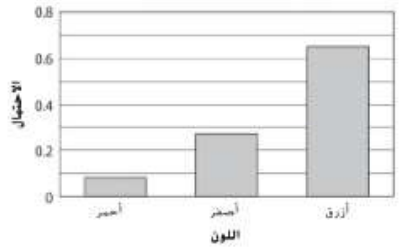
alManahj.com/ae

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة محمد السابع والتأليف

472 / 185

●●○○○ etisalat 4G 12:00 PM 24%
elib.moe.gov.ae

18e. استقرار السهم على اللوحة



21. الإجابة النموذجية: قرص دوار به 5 مساحات متساوية الأضلاع مظلّلة باللون الأحمر والأزرق والأصفر والأخضر والبني.

اللون	الأحمر	الأزرق	أصفر	الأخضر	بني
الاحتمال	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

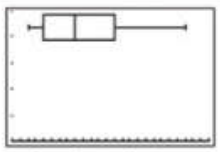
22. الإجابة النموذجية: خطأ، المتغير العشوائي X الذي يمثّل عدد المواقع الإلكترونية على شبكة الإنترنت في أي وقت معطى غير محدود وقابل للعد. إلا أنه لا يمكن أن يكون هناك 1.3 من المواقع الإلكترونية. ولذا يعدّ المتغير منفصلاً أيضًا.

23. الإجابة النموذجية: التوزيع الاحتمالي المنفصل يمكن أن يكون التوزيع المنتظم لإلقاء نرد. وفي هذا النوع من التوزيع، يوجد فقط عدد محدود من الاحتمالات. والتوزيع الاحتمالي المتصل يمكن أن يكون توزيعًا للعمر الافتراضي لعدد 400 بطارية. في هذا التوزيع، يوجد عدد غير محدود من الاحتمالات.

24. الإجابة النموذجية: بما أن الاستثمارات لها قيم توقع متطابقة، سيتوقع المستثمر أن يربح نفس المبلغ من المال في كل استثمار. لكن لأن لها انحرافات معيارية مختلفة إلى حد كبير، سيكون الاستثمار الذي له انحراف معياري أعلى أكثر خطورة من غيره من الاستثمارات؛ حيث إن الانحراف المعياري الأكبر يدل على نسبة أكبر من قابلية التغير. ولذا بالرغم من أن الاستثمار الأكثر خطورة يعدّ فرصة لربح المزيد من المال مقارنة بالاستثمار الآخر، إلا أنه من المحتمل أيضًا أن ينجم عنه خسارة أكبر من المال.

اختبار نصف الوحدة

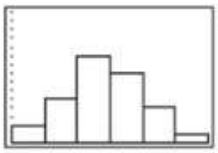
6a.

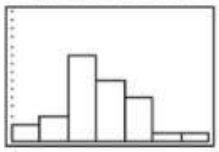


ملتو إيجابيًا

6b. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتو. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. تتراوح الأعمار من 27 إلى 47 عامًا. والوسيط هو 33 عامًا، ويتراوح نصف البيانات ما بين 29 و 38 عامًا.

7a.





كلاهما متماثلان

7b. الإجابة النموذجية: التوزيعات متماثلة، لذا استخدم المتوسطات والانحرافات المعيارية. يبلغ متوسط الوقت بالنسبة لخالد ما يقرب من 4.88 مع انحراف معياري يساوي 0.12 تقريبًا. ويبلغ متوسط الوقت بالنسبة لخلف ما يقرب من 4.69 مع انحراف معياري يساوي 0.15 تقريبًا. ونستطيع أن نستنتج أن أوقات خالد كانت أكبر من أوقات خلف، وأن انحراف أوقات خلف عن المتوسط أكبر من انحراف أوقات خالد.

9. المتغير العشوائي X هو عدد المكالمات. وبما أن المكالمات قابلة للعد، فإذًا المتغير X منفصل.

10. المتغير العشوائي X هو عدد الكتب المباعة. وبما أن الكتب قابلة للعد، إذًا المتغير X منفصل.

11. المتغير العشوائي X هو طول الطلاب في صف الألعاب الرياضية. وبما أن الطول يمكن أن يكون ضمن مدى محدّد في أي مكان، إذًا المتغير. فإذًا المتغير X متصل.

12. المتغير العشوائي X هو وزن الحيوانات. وبما أن الوزن يمكن أن يكون في أي مكان داخل مدى معين، فإذًا، المتغير X متصل.

الدرس 4-10 (تمرين موجه)

1. يمكن تبسيط هذه التجربة لتصبح تجربة ذات حدين. ويكون نجاحها بقول كلمة نعم وفشلها بقول كلمة لا. والمحاولة هي سؤال أحد الطلاب. والمتغير العشوائي هو عدد كلمات نعم، $n = 75$, $p = 0.34$, $q = 0.66$.

2. الإجابة النموذجية:

الخطوة 1 المحاولة هي سحب بطاقة من مجموعة بطاقات. وستتألف المحاكاة من 26 محاولة.

الخطوة 2 يكون النجاح بسحب بطاقة عليها عدد زوجي. واحتمال النجاح هو $\frac{6}{13}$ واحتمال الفشل هو $\frac{7}{13}$

الخطوة 3 المتغير العشوائي X يمثّل عدد البطاقات التي بها عدد زوجي والتي سُحبت في 20 محاولة.

الخطوة 4 استخدم مولد أعداد عشوائيًا. افترض أن الأعداد 0–5 تمثّل سحب بطاقة بها عدد زوجي. وافترض أيضًا أن 6–12 تمثّل سحب جميع البطاقات الأخرى. أعدّ جدولاً تكراريًا وسجّل النتائج وأنت تستخدم المولّد.

alManahj.com/ae

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة