

مبادئ الإحصاء

د/عابد العبدلي

<http://uqu.edu.sa/staff/ar/4180200>
aaabdali@uqu.edu.sa

محتويات المنهج

٥- الوسط التوافقي	الفصل الأول: مفاهيم أساسية لعلم الإحصاء
تطبيقات على برنامج الإكسل (Excel)	١- تعريف الإحصاء
تمارين الفصل الثالث	٢- أنواع الإحصاء
الفصل الرابع: تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف	٣- أهمية الإحصاء
١- المدى	٤- مجالات استخدام الإحصاء
٢- الانحراف المتوسط	الفصل الثاني: البيانات
٣- التباين	١- جمع البيانات
٤- الانحراف المعياري	٢- مصادر جمع البيانات
٥- معامل الاختلاف	٣- طرق جمع البيانات
٦- معامل الالتواء	٤- أساليب جمع البيانات
تطبيقات على برنامج الإكسل (Excel)	٥- عرض البيانات بيانيا
تمارين الفصل الرابع	٦- عرض البيانات جدوليا
الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والاحتمال	تطبيقات على برنامج الإكسل (Excel)
أولا: الارتباط	تمارين الفصل الثاني
١- معامل الارتباط الخطي لبيرسون	الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية
٢- معامل ارتباط الرتب (سبيرمان)	١- الوسط الحسابي
ثانيا: الاحتمال الخطي البسيط	٢- الوسط
تطبيقات على برنامج الإكسل (Excel)	٣- المنوال
تمارين الفصل الخامس	٤- الوسط الهندسي

الفصل الأول: مفاهيم أساسية لعلم الإحصاء:

١- تعريف الإحصاء

العلم الذي يهتم:

- ★ **بجمع وعرض** البيانات الرقمية والوصفية لمختلف الظواهر
- ★ **وتصنيف** هذه البيانات في جداول منظمة وتمثيلها في رسوم بيانية
- ★ وكذلك **تحليل** البيانات واستخلاص النتائج منها واستخدامها في اتخاذ القرار المناسب
- ★ وكذلك **مقارنة** الظواهر ببعضها ومعرفة العلاقات بينها

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الأول: مفاهيم أساسية لعلم الإحصاء:

٢- أنواع الإحصاء

١- الإحصاء الوصفي (Descriptive Statistics):

- ❖ تنظيم وتلخيص وتوصيف بيانات الظاهرة وعرضها في جداول أو رسوم بيانية
- ❖ اختزال البيانات إلى معلومة أو عدد من المعلومات لكي تميز كل البيانات تحت الدراسة مثل حساب مقاييس النزعة المركزية التشتت وغيرها
- ❖ هذا النوع من الإحصاء سيكون محور منهجنا في دراسة مبادئ الإحصاء

٢- الإحصاء الاستدلالي (Inferential Statistics)

- ❖ استخدام الطرق العلمية في استخلاص تعميمات عن خواص المجتمع الكلي
- ❖ استخدام خصائص العينة المأخوذة من المجتمع للاستدلال بها على معالم مجتمع الظاهرة الكلي
- ❖ هذا الفرع من الإحصاء تتم دراسته بعد دراسة الإحصاء الوصفي

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الأول: مفاهيم أساسية لعلم الإحصاء:

٣- أهمية الإحصاء

يعتبر علم الإحصاء اداة ووسيلة مهمة في :-

❖ حل انواع متعددة من المشاكل التي تواجهنا في حياتنا اليومية، وكذلك في

المجالات البحثية والعلمية والاجتماعية.

❖ المساعدة في اتخاذ القرار في ظل عدم التأكد وفي ظل معلومات ناقصة

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الأول: مفاهيم أساسية لعلم الإحصاء:

٤- مجالات استخدام الإحصاء

في الوقت الحاضر اصبح التحليل الاحصائي يستخدم تقريبا في كافة المجالات ، منها:-

- ❖ الاقتصاد ← يستخدم لمعرفة حجم التجارة - مصادر القوى العاملة - مستوى المعيشة - تحليل سلوك المنتج والمستهلك - مدى تاثر الاسواق بالانظمة والسياسات - اختبار كفاءة الانتاج... الخ
- ❖ الاجتماع ← يستخدم في وصف الهجرة الداخلية ومدى تأثيرها على سلوك المجتمع - تحليل تكاليف المساعدات والتأمينات الاجتماعية... الخ
- ❖ علم النفس ← يستخدم في نظريات التربية - المشاكل المتعلقة بقياس القدرة على التعلم والذكاء والصفات الشخصية والسلوك الطبيعي وغير الطبيعي للأشخاص... الخ
- ❖ التعليم ← يستخدم في وضع خطط التعليم الحالية والمستقبلية - تقدير احتياجاتها من القوى البشرية والمباني والمعامل والاجهزة
- ❖ السكان ← يستخدم لدراسة تطور مجتمع السكان - معدل النمو - معرفة معدلات المواليد والوفيات - خصائص المجتمع الاجتماعية والاقتصادية والمهنية.
- ❖ الاحياء ← يستخدم في الابحاث الاساسية والتجارب المعملية المتعلقة بتطوير الحياة الوراثية
- ❖ الطب ← يستخدم لمعرفة واختبار فعالية الادوية الجديدة - التعرف على العلاقة بين الامراض ومسبباتها

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

١ - جمع البيانات

- يقصد بجمع البيانات ← الحصول على **معلومات رقمية او وصفية** من ظاهرة معينة من مصدر معين خلال فترة زمنية محدودة
- الهدف من جمع البيانات ← **بهدف وصف الظاهرة او حل مشكلة** ما حيث تساعد البيانات في تحديد حجم المشكلة وتسهيل الطريق لاتخاذ القرار المناسب

٢ - مصادر جمع البيانات

- ١- مصادر تاريخية:- ← وهي البيانات والمعلومات الرقمية والوصفية التي يتم الحصول عليها من **الاحصاءات والنشرات** التي تنشرها الاجهزة الاحصائية والهيئات المتخصصة في الدولة - مثل التقارير الاحصائية السنوية او الربع سنوية او الشهرية
وهذا المصدر يوفر على الباحث الجهد والمشقة والوقت الذي كان سيبدله في جمعها من الميدان.
- ٢- مصادر ميدانية:- ← اذا لم تتوفر البيانات من المصادر التاريخية، فان الباحث يلجاء الى المصدر الاصيل لجمع البيانات، أي من خلال **جمع البيانات ميدانياً** حيث يتم تصميم "استمارة احصائية" او "استبيان" وتتضمن مجموعة من الاسئلة او الفقرات يضعها الباحث من اجل الحصول على البيانات المطلوبة عن الظاهرة محل الدراسة

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

فإذا كان الباحث يبحث عن بيانات شخصية عن مجتمع ما فإنه يصمم استمارة ويضع اسئلة او فقرات مثل:

- ١-العمر:
٢- المستوى التعليمي:
٣- الدخل الشهري:
٤- عدد أفراد الأسرة:
٥- الوظيفة: وهكذا.....

نموذج استمارة

٣ - طرق جمع البيانات

يتم جمع البيانات ميدانيا باحدى الطرق التالية:-

- ١- **طريقة المقابلة الشخصية:** ← يقوم الباحث بجمع البيانات من خلال مقابلة أفراد العينة وطرح عليهم الاسئلة ثم تدوين الاجابات - ويعتبر هذا الاسلوب مناسب في حالة انتشار الامية بين أفراد البحث وكذلك تمكن الباحث من التأكد من صحة البيانات وتدوينها
- ٢- **طريقة المراسلة:** ← يقوم الباحث **بارسال استمارات** البحث الى أفراد البحث عن طريق البريد مرفقا معها ارشادات تعبئة الاستمارة واهداف البحث واهميته، ويرفق معها ظروف بريدية مسبقة الدفع - وهذه الطريقة مناسبة في حال **عدم انتشار الامية** بين الأفراد وتتميز بانخفاض تكلفتها - ويمكن حاليا المراسلة عبر شبكة المعلومات والبريد الالكتروني الى شريحة كبيرة من من الأفراد وتتميز هذه الطريقة بالسرعة وانعدام التكاليف

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٤- أساليب جمع البيانات

يتم جمع البيانات ميدانياً باحد الاسلوبين:-

١- اسلوب الحصر الشامل:- \hookrightarrow حيث يتم جمع البيانات من جميع افراد المجتمع تحت الدراسة، ويستخدم هذا الاسلوب في الابحاث الاحصائية الكبيرة التي تجرى وفق فترات زمنية متباعدة مثل التعداد السكاني الذي يجري عادة كل عشر سنوات، او تعداد المساكن لدولة ما
- ويقوم بهذا الاسلوب عادة الاجهزة الحكومية لانها تحتاج الى تكاليف مادية وبشرية كبيرة

٢- اسلوب العينة: \hookrightarrow يعتمد هذا الاسلوب على جمع البيانات من بعض افراد المجتمع، بحيث يتم اختيارهم بطرق معينة لكي يمثلوا المجتمع تمثيلاً صادقاً
- ومن بيانات العينة تعمم النتائج على المجتمع

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٥- عرض البيانات بيانياً

بعد جمع البيانات من الميدان ومراجعتها، يتم بعد ذلك عرضها بطرق معينة لكي يسهل فهمها واستيعابها، حيث تعرض في جداول او في رسوم، وكذلك يتم احتساب المقاييس الاحصائية التي تصف خصائص الظاهرة، وهي كالاتي:
* عرض البيانات في رسوم بيانية:- وهي وسيلة توضيحية لبيانات الظاهرة وتوضح العلاقة بين متغيرات الظاهرة بسهولة، واهم هذه الرسوم البيانية هي:-

١- الاعمدة البيانية البسيطة: وهي مجموعة من الاعمدة الراسية تعبر عن البيانات
مثال (١): الجدول التالي يمثل اعداد الطلاب المسجلين في قسم الاقتصاد خلال الفترة (١٤٢٥هـ / ١٤٣٠هـ):

السنة الدراسية	١٤٢٥هـ	١٤٢٦هـ	١٤٢٧هـ	١٤٢٨هـ	١٤٢٩هـ	١٤٣٠هـ
عدد الطلاب	٣٥٠	٤٠٠	٤٥٠	٥٠٠	٥٥٠	٦٠٠

لتمثيل البيانات في اعمدة بيانية بسيطة نتبع الخطوات:

- نرسم محورين : محور راسي يمثل عدد الطلاب ومحور افقي يمثل الزمن او السنوات (عادة الزمن يوضع على المحور الافقي)
- نرسم عموداً يمثل قيمة الظاهرة (عدد الطلاب) لكل سنة
- مراعاة ان تكون المسافات بين الاعمدة متساوية
- ويصبح الرسم كالتالي...

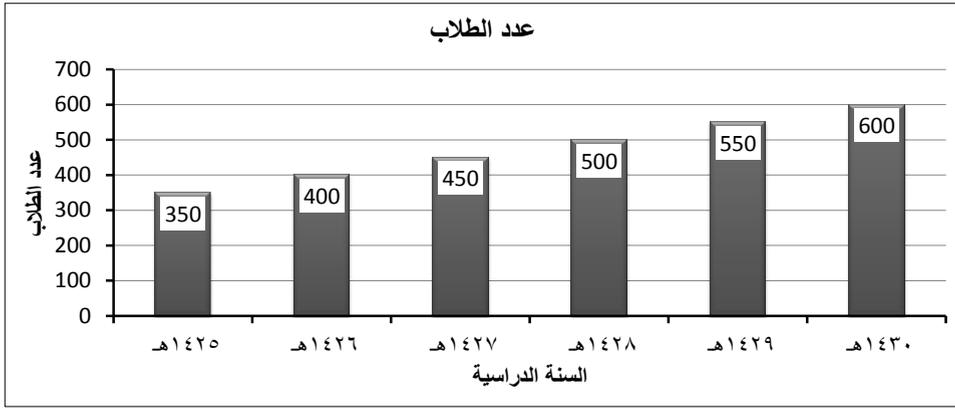
الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٥- عرض البيانات بيانيا

١- الاعمدة البيانية البسيطة:

السنة الدراسية	١٤٢٥هـ	١٤٢٦هـ	١٤٢٧هـ	١٤٢٨هـ	١٤٢٩هـ	١٤٣٠هـ
عدد الطلاب	٣٥٠	٤٠٠	٤٥٠	٥٠٠	٥٥٠	٦٠٠



الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٥- عرض البيانات بيانيا

٢- الاعمدة البيانية المزدوجة: وهي عبارة عن **عمودين متلاصقين** يمثلان قيم **ظاهرتين** بحيث يتناسب طول كل عمود مع العدد الذي يمثله، وذلك للمقارنة بين ظاهرتين او اكثر اما لعدة سنوات او لخواص مختلفة - وعادة يفرق بين الاعمدة اما بالتظليل او بالالوان المختلفة، مع تساوي قواعد الاعمدة والمسافات بينها.

مثال (٢): الجدول التالي يعرض اعداد الطلاب والطالبات (بالالاف) في احدى الجامعات في السنوات الدراسية ١٤٢٨هـ/١٤٣٣هـ

السنة	١٤٢٨	١٤٢٩	١٤٣٠	١٤٣١	١٤٣٢	١٤٣٣
عدد الطلاب	٣٠	٤٠	٤٦	٥٠	٥٦	٦٠
عدد الطالبات	١٠	١٦	٢٢	٣٠	٣٨	٤٥

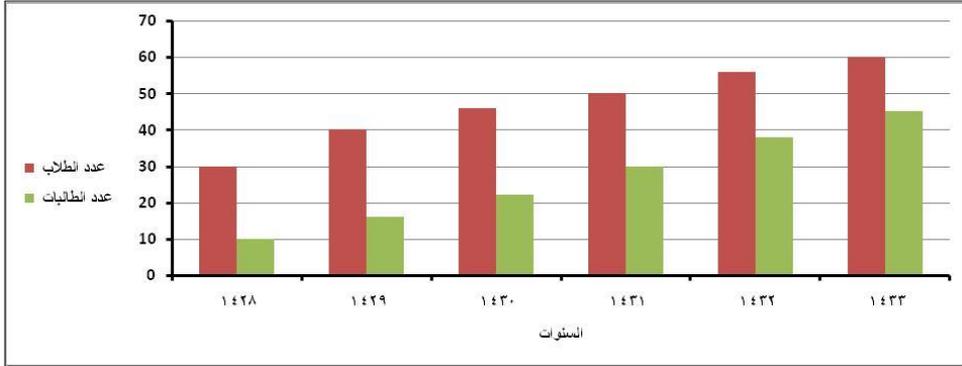
الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٥- عرض البيانات بيانيا

٢- الاعمدة البيانية المزدوجة:

السنة	١٤٢٨	١٤٢٩	١٤٣٠	١٤٣١	١٤٣٢	١٤٣٣
عدد الطلاب	٣٠	٤٠	٤٦	٥٠	٥٦	٦٠
عدد الطالبات	١٠	١٦	٢٢	٣٠	٣٨	٤٥



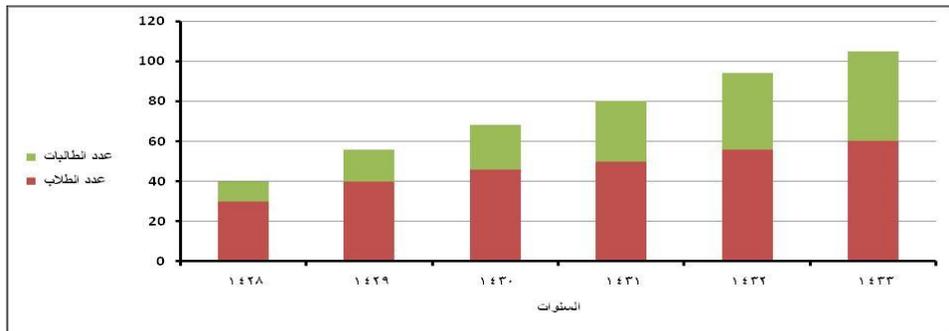
الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٥- عرض البيانات بيانيا

٣- الاعمدة البيانية المجزأة: وهو عبارة عن رسم عمود واحد على المحور الافقي ونقسمه الى جزئين، كل جزء يمثل قيمة للظاهرة مع تظليل احد الاجزاء. ويمكن رسم الاعمدة البيانية من المثال السابق (رقم ٢) كالتالي:-

السنة	١٤٢٨	١٤٢٩	١٤٣٠	١٤٣١	١٤٣٢	١٤٣٣
عدد الطلاب	٣٠	٤٠	٤٦	٥٠	٥٦	٦٠
عدد الطالبات	١٠	١٦	٢٢	٣٠	٣٨	٤٥



الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٥- عرض البيانات بيانيا

٤- المنحنى:- يستخدم المنحنى لتوضيح اتجاه الظاهرة خلال سلسلة زمنية ، وهو مجموعة من النقاط على مستوى المحاور، حيث يمثل المحور الافقي السلسلة الزمنية والمحور الراسي قيم الظاهرة، ثم نوصل النقاط ببعضها بمنحنى متصل ونحصل على المنحنى.
مثال (٣) ارسم منحنى للبيانات الواردة في مثال (١) وهي كالتالي؟ :

السنة الدراسية	١٤٢٥هـ	١٤٢٦هـ	١٤٢٧هـ	١٤٢٨هـ	١٤٢٩هـ	١٤٣٠هـ
عدد الطلاب	٣٥٠	٤٠٠	٤٥٠	٥٠٠	٥٥٠	٦٠٠

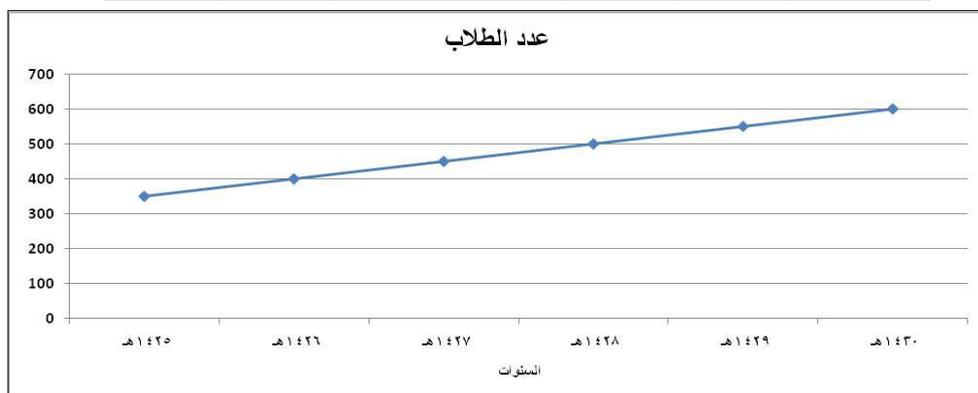
الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٥- عرض البيانات بيانيا

٤- المنحنى:-

السنة الدراسية	١٤٢٥هـ	١٤٢٦هـ	١٤٢٧هـ	١٤٢٨هـ	١٤٢٩هـ	١٤٣٠هـ
عدد الطلاب	٣٥٠	٤٠٠	٤٥٠	٥٠٠	٥٥٠	٦٠٠



الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٥- عرض البيانات بيانياً

❖ إيجابيات وسلبيات الرسوم البيانية:

الإيجابيات:-

- ١- تقدم فكرة سهلة وواضحة عن اتجاه الظاهرة
- ٢- توفر الوقت والجهد للقارئ لاستنباط خصائص الظاهرة
- ٣- تشد انتباه القارئ خاصة إذا كانت الرسوم البيانية جيدة التصميم

السلبيات:-

- ١- التضحية بدقة وتفاصيل البيانات لان الرسوم البيانية تختزل البيانات وتوضح نقاط الاتجاه العام للظاهرة
- ٢- بعض الرسوم البيانية تصبح معقدة خاصة إذا كانت تشتمل على مجموعة مختلفة من البيانات

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

عادة من المفيد تنظيم البيانات في شكل توزيع تكراري وذلك بتقسيم البيانات في فئات او مجموعات وتحديد المفردات او المشاهدات في كل فئة، ثم وضع هذه الفئات في تكراراتها في جداول احصائية. وكل جدول يحتوي على عدد من هذه الفئات التكرارية ويسمى هذا جدولاً تكرارياً، ويطلق عليها بيانات مبوبة بخلاف البيانات غير المبوبة - أي التي لا تنظم داخل فئات.

وتنقسم البيانات الى نوعين:-

- ١- بيانات وصفية (نوعية)
- ٢- بيانات رقمية (الكمية)

(١) البيانات الوصفية:- هي البيانات التي لا تأخذ ارقاماً عديدة بل تكون كلها اوصافاً تصف الظاهرة، مثل:

الحالة الاجتماعية للفرد = عازب - متزوج - مطلق - أرمل

الحالة التعليمية للفرد = ابتدائي - متوسط - ثانوي - جامعي وهكذا

فإذا كان لدينا بيانات وصفية عن ظاهرة ، يتم وضعها في جدول تكراري يحصر الصفات التي تشملها هذه البيانات، ثم إيجاد المفردات التي تنتمي الى لكل صفة، بمعنى اننا نحصر البيانات في هذه الصفات او الفئات

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

مثال (٤) البيانات التالية تمثل الحالة الوظيفية والمهنية لعينة من ٢٠ فرد، المطلوب وضعها في جدول تكراري، بمعنى تبويبها:

رجل اعمال	طالب	طالب	موظف حكومي
طالب	موظف حكومي	رجل اعمال	رجل اعمال
موظف قطاع خاص	طالب	موظف حكومي	موظف قطاع خاص
رجل اعمال	موظف حكومي	طالب	رجل اعمال
موظف قطاع خاص	رجل اعمال	طالب	طالب

لتبويب هذه البيانات ووضعها في جدول تكراري نتبع هذه الخطوات:-

- ١- نرسم جدولاً من ثلاث اعمدة، **الاول: للصفات** (او الفئات) الوظيفية و**الثالث لعدد الأفراد المنتمين** لكل صفة او فئة، اما **العمود الثاني (الاطوسط) يخصص لوضع علامات** او حزم لكل فرد في الفئات المختلفة. ويستخدم هذا العمود للتأكد من دقة عدد الأفراد في كل فئة
- ٢- نضع في العمود الاول الصفات او الفئات التي ينتمي اليها كل الأفراد دون تكرارها وهي **(رجل اعمال - طالب - موظف حكومي - موظف قطاع خاص)** ثم نأخذ الصفة لكل فرد واحدا بعد الاخر ونضع له شرطة (/) كلما تكررت الصفة، وعند اكتمال خمس علامات نضع العلامة الخامسة على شكل خط مانل (////) ونحصل على ما يسمى بالحزمة
- ٣- تفرغ العلامات التي حصلنا عليها امام كل فئة الى ارقام في العمود الثالث
- ٤- بعد وتحويل العلامات الى ارقام تكرارية في العمود الثالث **نحذف العمود الاوسط** (عمود العلامات)، ويصبح لدينا جدول من عمودين

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

العمود الاول للصفات او الفئات والاخر لتكرار الصفات، ويسمى بالجدول التكراري. وبتطبيق الخطوات نحصل على التالي:-

عمود التكرارات	عمود العلامات	عمود الفئات
عدد الأفراد (التكرار)	العلامات	الفئة الوظيفية
٦	/ ////	رجل اعمال
٧	// ////	طالب
٤	////	موظف حكومي
٣	///	موظف قطاع خاص
٢٠	-	المجموع

ويحذف بعمود العلامات (العمود الاوسط) بعد معرفة عدد الأفراد في كل فئة نحصل على الجدول التكراري كالتالي:-

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

الجدول التكراري لتوزيع الافراد حسب الفئات الوظيفية

الفئة الوظيفية	عدد الافراد (التكرار)
رجل اعمال	٦
طالب	٧
موظف حكومي	٤
موظف قطاع خاص	٣
المجموع	٢٠

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

(٢) البيانات الرقمية (الكمية):

وهي البيانات التي **تأخذ قيماً عددية**، أي انها متغيرات يعبر عنها بالارقام، او القابلة للقياس مثل بيانات الدخل والاستهلاك وعدد الافراد وهكذا...

وتنقسم البيانات الكمية الى:-

(أ) **بيانات كمية متصلة (مستمرة):** وتسمى ايضا متغيرات متصلة او مستمرة، وهي البيانات التي **يمكن ان تأخذ أي قيمة** سواء عددا صحيحا او كسور عشرية مثل الاوزان والدخول النقدية مثل (٣،٧٥ كيلو- ١٠٠،٥ ريال - ١،٧٠ م وهكذا)

(ب) **بيانات كمية منفصلة (غير مستمرة):** وتسمى ايضا متغيرات منفصلة، وهي المتغيرات التي لا يمكن ان تأخذ قيم كسرية وانما تأخذ ارقاما صحيحة مثل عدد افراد الاسرة او عدد الطلاب مثل (اسرة مكونة من ٤ افراد - فصل دراسي مكون من ٢٠ طالب)

❖ تبويب البيانات الرقمية (وضعها في جدول):-

نقسم البيانات الكمية الى فئات ونضع في كل فئة المفردة (الرقم) الذي تنتمي اليه، ثم نضع الفئات في جدول يسمى بجدول تكراري، ولتحديد عدد الفئات وطول الفئة نتبع الخطوات التالية:-

١- **نحسب المدى المطلق** للبيانات - أي بطرح اصغر قيمة من اكبر قيمة للبيانات (اكبر قيمة - اصغر قيمة)

٢- **نختار طول مناسب** للفئة

٣- **تحديد عدد الفئات** بنقسمة المدى على طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{طول الفئة}}$ مع مراعاة ان تكون عدد الفئات بين ٥ و ١٥

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

مع ملاحظة التالي:-

- ان لا يكون طول الفئة كبير جداً نسبة الى عدد الفئات لانه يفقدنا معالم البيانات.
- ان لا يكون طول الفئة صغيراً جداً نسبة الى عدد الفئات لانه قد يفقدنا الهدف من تبويب البيانات
- لا بد ان تشمل الفئة الاولى اصغر قيمة في البيانات وان تشمل الفئة الاخيرة اكبر قيمة

مثال (٥) البيانات التالية توضح اعمار ٣٠ مريض في احدى المستشفيات:

٦٠	١٩,٥	١٦	٥١	٤١	٣٧	١٢	٢٣	٥٥	٧٩
٥٩	٦٣	٣٣	٢٤	٢٩	٦٩,٥	٤٧	٣٥	٤٨	٥٩
٧٧	٥٠	٥٧	٧٤	٦٥	٧٣	٣٦	٤٤	٦١	٧٦

لتبويب هذه البيانات في جدول تكراري نحسب الاتي:

$$١- \text{المدى المطلق للبيانات (اكبر قيمة - اصغر قيمة)} = ٧٩ - ١٢ = ٦٧ \text{ سنة}$$

٢- نختار طول مناسب للفئة وهو (١٠) سنوات

$$٣- \text{نحدد عدد الفئات بقسمة المدى على طول الفئة: } \frac{٦٧}{١٠} = ٦,٧ \text{ فئات ونقربها الى } ٧ \text{ فئات متساوية كل فئة } = ١٠ \text{ سنوات}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

وعليه تشمل:

الفئة الاولى المرضى التي اعمارهم من ١٠ - ١٩

الفئة الثانية المرضى التي اعمارهم من ٢٠ - ٢٩

ولكن طالما ان البيانات تمثل متغير متصل - أي انها تشمل قيم كسرية مثل (٦٩,٥) علينا ان نجعل حدود الفئة كالتالي:

الفئة الاولى (١٠ - الى اقل من ٢٠)

الفئة الثانية (٢٠ - الى اقل من ٣٠) وهكذا

٤- نرسم جدول ونفرغ البيانات كما فعلنا سابقا في البيانات الوصفية، بحيث يتكون الجدول من ثلاثة اعمدة:

- العمود الاول يشمل الفئات السبعة

- العمود الثاني لوضع العلامات

- العمود الثالث يشمل تكرار عدد المرضى في كل فئة كالاتي

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

عدد المرضى (التكرار)	العلامات	فئات السن
٣	///	١٠ - أقل من ٢٠
٣	///	٢٠ - أقل من ٣٠
٤	////	٣٠ - أقل من ٤٠
٤	////	٤٠ - أقل من ٥٠
٧	// ///	٥٠ - أقل من ٦٠
٤	////	٦٠ - أقل من ٧٠
٥	///	٧٠ - أقل من ٨٠
٣٠	-	المجموع

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

ثم بعد معرفة التكرارات نحذف العمود الاوسط ، عمود العلامات، ويصبح الجدول كالتالي:

توزيع المرضى حسب الفئات العمرية

عدد المرضى (التكرار)	فئات السن
٣	١٠ - أقل من ٢٠
٣	٢٠ - أقل من ٣٠
٤	٣٠ - أقل من ٤٠
٤	٤٠ - أقل من ٥٠
٧	٥٠ - أقل من ٦٠
٤	٦٠ - أقل من ٧٠
٥	٧٠ - أقل من ٨٠
٣٠	المجموع

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدوليا

❖ التوزيع التكراري المتجمع:

بجانب الجداول التكرارية السابقة التي تتضمن توزيع المفردات داخل الفئات، نحتاج ايضا الى معرفة معلومات اخرى عن هذه التوزيعات، مثل معرفة المفردات التي تكون قيمتها اقل او اكبر من قيمة معينة فمثلا من الجدول التالي:-

اذا اردنا معرفة عدد المرضى الذين تقل اعمارهم عن ٤٠ سنة، فنجد انهم (١٠ مرضى)، وهذا العدد هو مجموع تكرارات اعداد المرضى

في الفئات الثلاثة الاولى.

وكذلك اذا اردنا معرفة عدد المرضى الذين تزيد اعمارهم عن ٦٠ سنة

نجد انهم (٩ مرضى)، وهو عبارة عن مجموع التكرارات في الفئتين الاخريتين.... وهكذا

وهذه المعلومات يتم عرضها في جدول يسمى "الجدول التكراري

المتجمع" وسنأخذ في التالي انواعا من هذه الجداول:-

عدد المرضى (التكرار)	فئات السن
٣	١٠ - اقل من ٢٠
٣	٢٠ - اقل من ٣٠
٤	٣٠ - اقل من ٤٠
٤	٤٠ - اقل من ٥٠
٧	٥٠ - اقل من ٦٠
٤	٦٠ - اقل من ٧٠
٥	٧٠ - اقل من ٨٠
٣٠	المجموع

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدوليا

١- التوزيع التكرار المتجمع الصاعد: ← هو جمع التكرارات من الفئة الصغرى الى الفئة الكبرى (من اعلى الجدول الى الاسفل) وتكتب الفئات (اقل من الحد الاعلى) ويكون التكرار المقابل للفئة الاخيرة مساويا لمجموع التكرارات

٢- التوزيع التكراري المتجمع النازل: ← هو جمع التكرارات من الفئة الكبرى الى الفئة الصغرى (من اسفل الجدول الى الاعلى) وتكتب الفئات (الحد الادنى للفئة فاكثر) ويكون التكرار المقابل للفئة الاولى مساويا لمجموع التكرارات

٣- التوزيع التكراري النسبي: ← هو قسمة عدد التكرارات في كل فئة على العدد الكلي للتكرارات، ويكون مجموع التكرارات النسبية مساوي واحد (ويمكن ضربه في ١٠٠ للحصول على النسبة المئوية)

مثال (٦) اوجد من الجدول التالي:

١- التكرار المتجمع الصاعد

٢- التكرار المتجمع النازل (الهابط)

٣- التكرار النسبي

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدوليا

١- التكرار المتجمع الصاعد:-

جدول: توزيع المرضى حسب الفئات العمرية

التكرار المتجمع الصاعد للمرضى	اقل من الحد الأعلى للفئة
صفر	اقل من ١٠
٣	اقل من ٢٠
٦	اقل من ٣٠
١٠	اقل من ٤٠
١٤	اقل من ٥٠
٢١	اقل من ٦٠
٢٥	اقل من ٧٠
٣٠	اقل من ٨٠

فئات السن	عدد المرضى (التكرار)
١٠ - اقل من ٢٠	٣
٢٠ - اقل من ٣٠	٣
٣٠ - اقل من ٤٠	٤
٤٠ - اقل من ٥٠	٤
٥٠ - اقل من ٦٠	٧
٦٠ - اقل من ٧٠	٤
٧٠ - اقل من ٨٠	٥
المجموع	٣٠

نلاحظ - ان عدد التكرار يزيد تصاعديا من فئة لآخرى لان تكرار كل فئة = تكرار الفئة نفسها + مجموع التكرارات السابقة
- ان الفئة الاولى دائما = صفر وتكرار الفئة الاخيرة = مجموع التكرارات

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدوليا

٢- التكرار المتجمع النازل (الهابط):-

جدول: توزيع المرضى حسب الفئات العمرية

التكرار المتجمع النازل للمرضى	الحد الأدنى للفئة فأكثر
٣٠	١٠ فأكثر
٢٧	٢٠ فأكثر
٢٤	٣٠ فأكثر
٢٠	٤٠ فأكثر
١٦	٥٠ فأكثر
٩	٦٠ فأكثر
٥	٧٠ فأكثر
صفر	٨٠ فأكثر

فئات السن	عدد المرضى (التكرار)
١٠ - اقل من ٢٠	٣
٢٠ - اقل من ٣٠	٣
٣٠ - اقل من ٤٠	٤
٤٠ - اقل من ٥٠	٤
٥٠ - اقل من ٦٠	٧
٦٠ - اقل من ٧٠	٤
٧٠ - اقل من ٨٠	٥
المجموع	٣٠

لاحظ:- ان عدد التكرارات يقل تنازليا من فئة لآخرى، لان تكرار كل فئة = مجموع التكرارات الكلية - تكرار الفئة نفسها
- ان تكرار الفئة الاخيرة = صفر وتكرار الفئة الاول = المجموع الكلي

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

٣- التكرار النسبي:-

جدول: توزيع المرضى حسب الفئات العمرية

جدول: التوزيع التكراري النسبي

التكرار النسبي	عدد المرضى (التكرار)	فئات السن
٠,١	٣	١٠ - أقل من ٢٠
٠,١	٣	٢٠ - أقل من ٣٠
٠,١٣	٤	٣٠ - أقل من ٤٠
٠,١٣	٤	٤٠ - أقل من ٥٠
٠,٢٣	٧	٥٠ - أقل من ٦٠
٠,١٣	٤	٦٠ - أقل من ٧٠
٠,١٦	٥	٧٠ - أقل من ٨٠
١ =	٣٠	المجموع

عدد المرضى (التكرار)	فئات السن
٣	١٠ - أقل من ٢٠
٣	٢٠ - أقل من ٣٠
٤	٣٠ - أقل من ٤٠
٤	٤٠ - أقل من ٥٠
٧	٥٠ - أقل من ٦٠
٤	٦٠ - أقل من ٧٠
٥	٧٠ - أقل من ٨٠
٣٠	المجموع

لاحظ:- من المفيد ادراج التكرارات المطلقة عند حساب التكرارات النسبية، لان كل تكرار نسبي = تكرار كل فئة + اجمالي التكرارات - تكتب التكرارات في صورة ارقام عشرية ولتحويلها الى ارقام نسبية نضربها في ١٠٠

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

يمكن ايضا وضع التكرار المطلق + التكرار المتجمع الصاعد + التكرار النسبي في جدول واحد كالتالي:-

جدول: توزيع المرضى حسب الفئات العمرية

التكرار المتجمع الصاعد	التكرار النسبي	عدد المرضى (التكرار المطلق)	فئات السن
٣	٠,١	٣	- ١٠
٦	٠,١	٣	- ٢٠
١٠	٠,١٣	٤	- ٣٠
١٤	٠,١٣	٤	- ٤٠
٢١	٠,٢٣	٧	- ٥٠
٢٥	٠,١٣	٤	- ٦٠
٣٠	٠,١٦	٥	- ٧٠
	١	٣٠	المجموع

لاحظ:- عند وضع هذه التكرارات في جدول واحد نلتزم بالفئات الاصلية، ونلاحظ ان التكرار المتجمع الصاعد لم يبدأ من الصفر وانما بتكرارات الفئة الاولى وهي (٣) والفئة التالية (٦) ... أي ان كل فئة = تكرارها + مجموع التكرارات السابقة

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

❖ التمثيل البياني للتوزيعات التكرارية:-

بعد معرفتنا التوزيعات التكرارية بإمكاننا تمثيلها بيانياً في الرسوم التالية:-

- ١- المدرج التكراري ٢- المضلع التكراري ٣- المنحنى التكراري ٤- المنحنى المتجمع:

ونتناولها كالتالي:-

١- المدرج التكراري = يشبه الاعمدة البسيطة الا ان اعمدته تكون متلاصقة، ولرسمه نتبع التالي:-

- نرسم محورين: الأفقي يخصص للفئات والراسي يخصص للتكرارات
- نقسم المحور الأفقي الى اقسام متساوية، كل قسم عبارة عن طول الفئة
- نرسم اعمدة على كل فئة بحيث تكون قاعدته تساوي طول الفئة وارتفاعه يساوي عدد التكرارات للفئة

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

مثال (٧) الجدول التالي يمثل توزيع الاجور اليومية التي يحصل عليها ١٠٠ عامل في احدى المصانع بالريال المطلوب: رسم المدرج التكراري

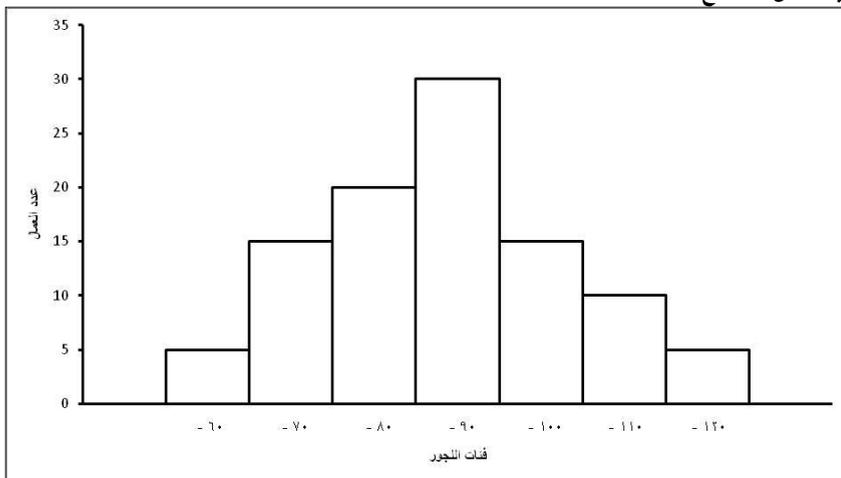
فئات الأجور	عدد العمال (التكرار)
٦٠ -	٥
٧٠ -	١٥
٨٠ -	٢٠
٩٠ -	٣٠
١٠٠ -	١٥
١١٠ -	١٠
١٢٠ - ١٣٠	٥
المجموع	١٠٠

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

١- المدرج التكراري للأجور اليومية لعمال المصنع



فئات الأجور	عدد العمال (التكرار)
٦٠ -	٥
٧٠ -	١٥
٨٠ -	٢٠
٩٠ -	٣٠
١٠٠ -	١٥
١١٠ -	١٠
١٢٠ -	٥
١٣٠	٥
المجموع	١٠٠

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

٢- المضلع التكراري = هو منحنى مضلع نحصل عليه من المدرج التكراري ، وللحصول عليه نتبع الآتي :-

- نحدد نقاط في مراكز الفئات في المدرج التكراري في قمة كل عمود

- نصل هذه النقاط بخط مستقيم

- نقفل المضلع التكراري مع المحور الأفقي

- بافتراض ان هناك فئة سابقة للفئة الأولى

وفئة لاحقة للفئة الأخيرة

وتكرار كل منهما = صفر

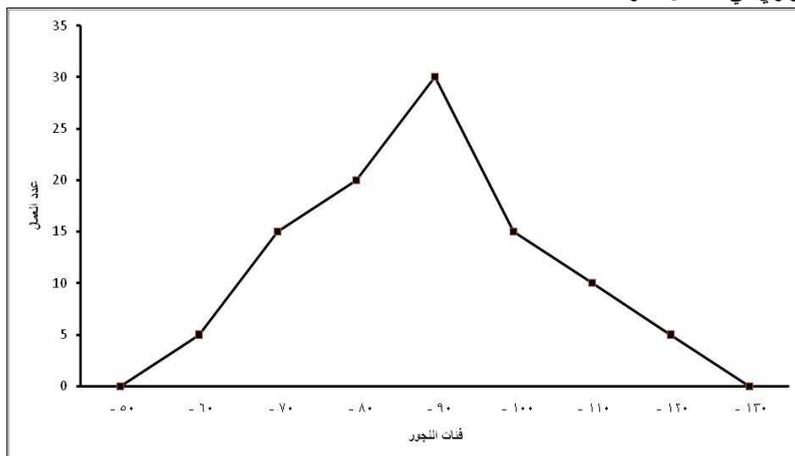
لاحظ:

اننا وضعنا فئة قبل الأولى (٥٠ -)

وتكرارها = صفر وكذلك فئة بعد الأخيرة

(١٣٠ -) وتكرارها = صفر بهدف أقفال

المضلع

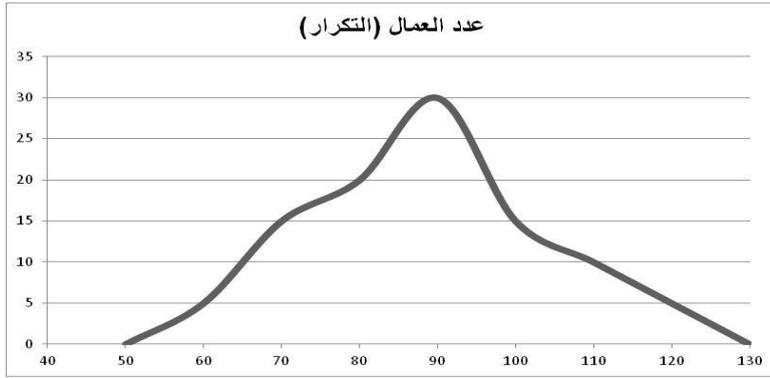


الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

٣- المنحنى التكراري = هو خط انحنائي ممدود يمر بأكبر عدد ممكن من النقاط، ويختلف عن المضلع التكراري بأنه ليس فيه انكسار او تضلع ، وللحصول عليه نتبع نفس الخطوات السابقة في رسم المضلع التكراري غير انه يمر بتوازن بين النقاط وبدون انكسارات، كالتالي



الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

٤- المنحنى المتجمع = سبق ان كوننا جدول التكرار المتجمع الصاعد والنازل ، ويمكن ايضا رسم منحنى لهذه التوزيعات التكرارية المتجمعة الصاعدة والنازلة، اما مفردة او في رسم واحد
مثال (٨) الجدولين التاليين تمثل التوزيع التكراري المتجمع الصاعد والنازل للاجور اليومية التي يحصل عليها العمال في احد المصانع.
المطلوب: رسم المنحنى المتجمع الصاعد والنازل لهذه التوزيعات:-

التكرار المتجمع النازل	الحد الأدنى للفتنة فأكثر
١٠٠	٦٠ فأكثر
٩٥	٧٠ فأكثر
٨٠	٨٠ فأكثر
٦٠	٩٠ فأكثر
٣٠	١٠٠ فأكثر
١٥	١١٠ فأكثر
٥	١٢٠ فأكثر
صفر	١٣٠ فأكثر

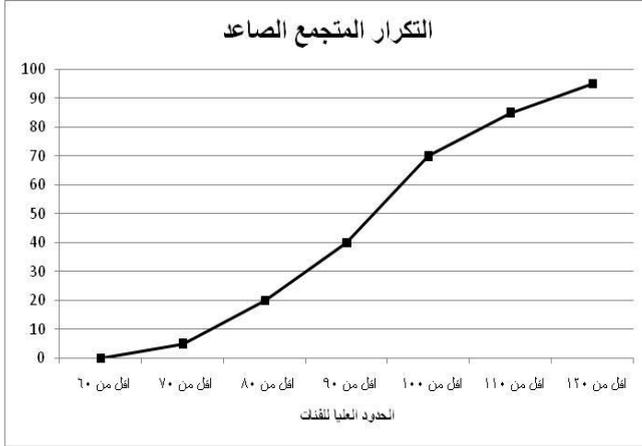
التكرار المتجمع الصاعد	اقل من الحد الأعلى للفتنة
صفر	اقل من ٦٠
٥	اقل من ٧٠
٢٠	اقل من ٨٠
٤٠	اقل من ٩٠
٧٠	اقل من ١٠٠
٨٥	اقل من ١١٠
٩٥	اقل من ١٢٠
١٠٠	اقل من ١٣٠

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدوليا

- المنحنى المتجمع الصاعد:



التكرار المتجمع الصاعد	أقل من الحد الأعلى للفئة
صفر	أقل من ٦٠
٥	أقل من ٧٠
٢٠	أقل من ٨٠
٤٠	أقل من ٩٠
٧٠	أقل من ١٠٠
٨٥	أقل من ١١٠
٩٥	أقل من ١٢٠
١٠٠	أقل من ١٣٠

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدوليا

- المنحنى المتجمع النازل (الهابط):



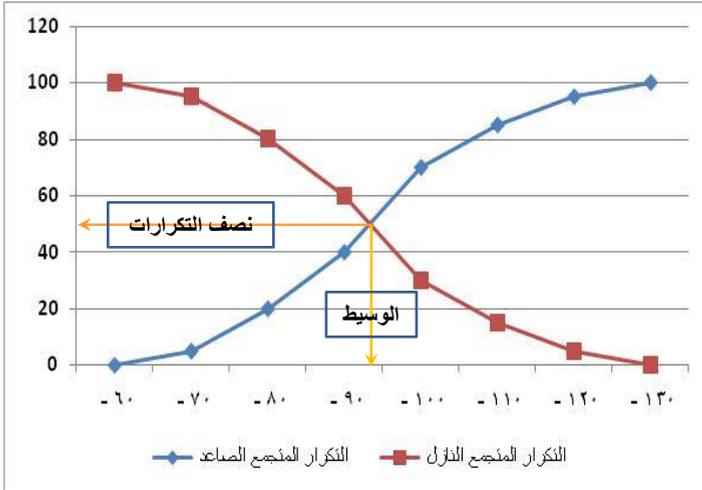
التكرار المتجمع النازل	الحد الأدنى فئات
١٠٠	٦٠ فاكتر
٩٥	٧٠ فاكتر
٨٠	٨٠ فاكتر
٦٠	٩٠ فاكتر
٣٠	١٠٠ فاكتر
١٥	١١٠ فاكتر
٥	١٢٠ فاكتر
صفر	١٣٠ فاكتر

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدوليا

- المنحنى المتجمع الصاعد والنازل (الهابط):



حدود الفئات	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع النازل
- ٦٠	صفر	١٠٠
- ٧٠	٥	٩٥
- ٨٠	٢٠	٨٠
- ٩٠	٤٠	٦٠
- ١٠٠	٧٠	٣٠
- ١١٠	٨٥	١٥
- ١٢٠	٩٥	٥
- ١٣٠	١٠٠	صفر

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدوليا

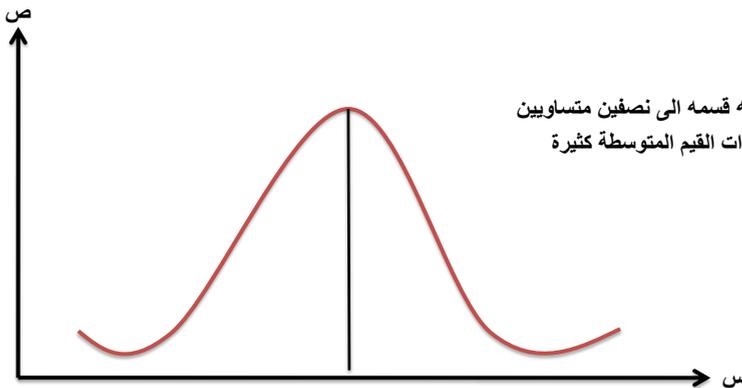
أشكال المنحنيات التكرارية:-

تأخذ المنحنيات التكرارية اشكالا متعددة وفقا لنوع وطبيعة البيانات التي تمثلها، وهي كالاتي:-

أ - المنحنى الطبيعي: يعتبر هذا المنحنى اهم المنحنيات التكرارية في الاحصاء، لانه يمثل كثيرا من الظواهر التي تقابلنا في حياتنا العملية مثل اوزان الافراد وطولهم وهكذا

خصائص المنحنى الطبيعي:-

- يشبه الناقوس من حيث الشكل
- متماثل الطرفين بحيث اذا رسم عمودا في منتصفه قسمه الى نصفين متساويين
- تكرارات القيم الصغيرة والكبيرة قليلة بينما تكرارات القيم المتوسطة كثيرة



الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

أشكال المنحنيات التكرارية:-

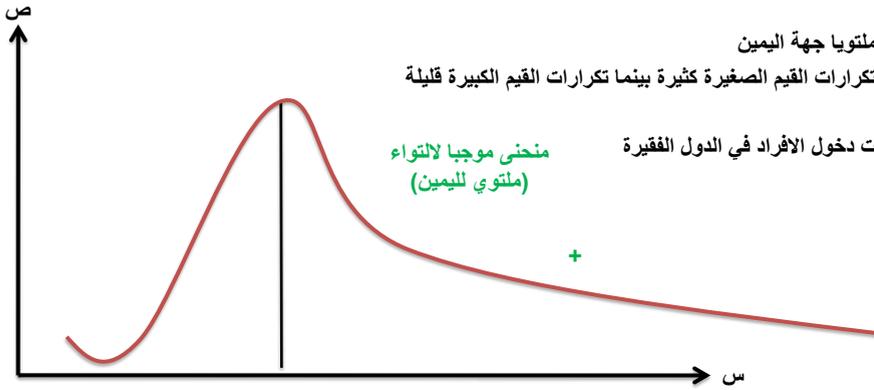
ب - المنحنى غير المتماثل: هو منحنى ذو قمة واحدة ولكن نصفية غير متماثلين وينقسم الى:-

١- منحنى موجب الالتواء: وهو المنحنى الذي يكون طرفه الايمن اطول من الايسر
خصائصه:

- يكون ملتويًا جهة اليمين
- تكون تكرارات القيم الصغيرة كثيرة بينما تكرارات القيم الكبيرة قليلة

مثال:

- تكرارات دخول الأفراد في الدول الفقيرة
منحنى موجباً لالتواء (ملتوي لليمين)



الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدولياً

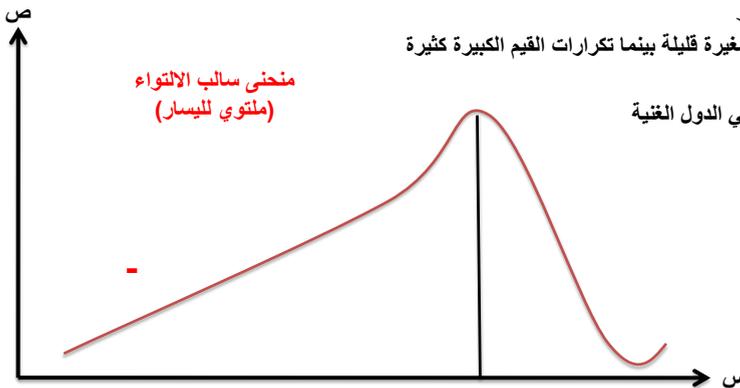
أشكال المنحنيات التكرارية:-

٢- منحنى سالب الالتواء: وهو المنحنى الذي يكون طرفه الايسر اطول من الايمن
خصائصه:

- يكون ملتويًا جهة اليسار
- تكون تكرارات القيم الصغيرة قليلة بينما تكرارات القيم الكبيرة كثيرة

مثال:

- تكرارات دخول الأفراد في الدول الغنية
منحنى سالباً لالتواء (ملتوي لليسار)



الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدوليا

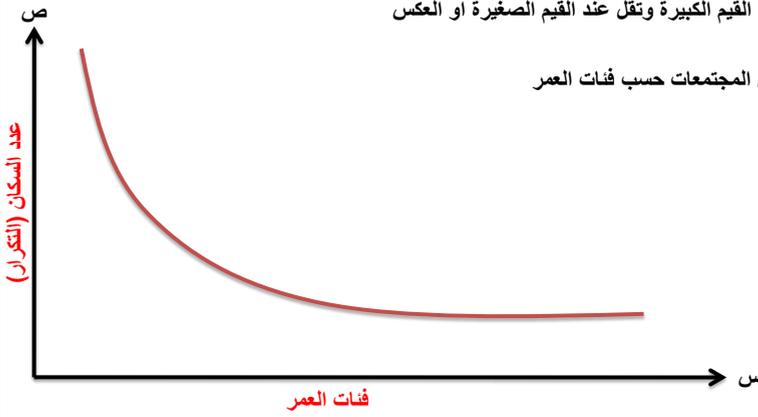
أشكال المنحنيات التكرارية:-

٣- المنحنى التكراري ذو الفرع الواحد (المنحنى الرائي المعكوس - المنحنى الاسي): وهو منحنى ليس له قمة لانه يتكون من فرع واحد
خصائصه:

- تزداد التكرارات اما عند القيم الكبيرة وتقل عند القيم الصغيرة او العكس

مثال:

- توزيع السكان في بعض المجتمعات حسب فئات العمر



الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات:

٦- عرض البيانات جدوليا

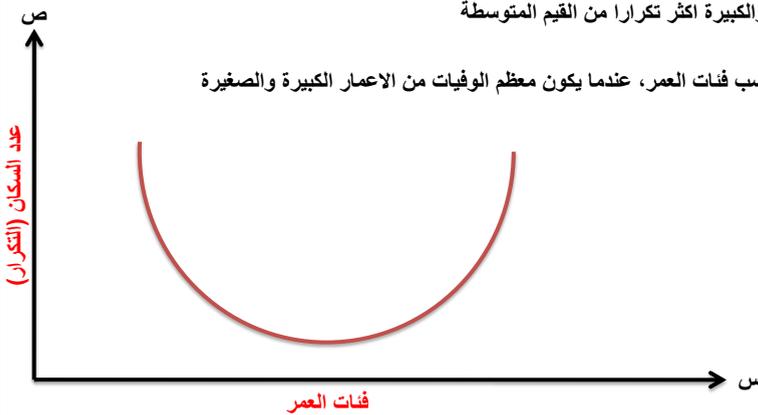
أشكال المنحنيات التكرارية:-

٣- المنحنى التكراري ذو النهاية الصغرى (المنحنى النوني): وهو المنحنى يشبه حرف اليو (U) الانجليزي
خصائصه:

تكون فيه القيم الصغيرة والكبيرة اكثر تكرارا من القيم المتوسطة

مثال:

- توزيع عدد المتوفين حسب فئات العمر، عندما يكون معظم الوفيات من الاعدار الكبيرة والصغيرة



الدكتور/ عابد العبدلي

تطبيقات على برنامج الاكسل (Excel)

الفصل الثاني: البيانات:

❖ لرسم الاعددة البيانية البسيطة:

- ✓ فتح برنامج الاكسل
- ✓ انشاء الجدول متضمن البيانات (ممكن نسخ البيانات ولصقها في جدول البيانات في برنامج الاكسل)
- ✓ تحديد (تظليل) البيانات
- ✓ من امر "ادراج" نختار قائمة (الاعددة) ثم "عمود متفاوت المسافات" وهي الاعددة البسيطة، ثم "موافق"
- ✓ لتحويل محور الفئات من اليسار الى اليمين: الضغظ على محور الفئات/ يمين الفارة/ تنسيق المحور/ خيارات المحور/ الغاء اشارة "الفئات في ترتيب عكسي"



مثال: تطبيق الخطوات السابقة باستخدام بيانات الجدول التالي

السنة الدراسية	١٤٢٥هـ	١٤٢٦هـ	١٤٢٧هـ	١٤٢٨هـ	١٤٢٩هـ	١٤٣٠هـ
عدد الطلاب	٣٥٠	٤٠٠	٤٥٠	٥٠٠	٥٥٠	٦٠٠

الدكتور/ عابد العبدلي

تطبيقات على برنامج الاكسل (Excel)

الفصل الثاني: البيانات:

❖ لرسم الاعددة البيانية المزدوجة:

- ✓ فتح برنامج الاكسل
- ✓ انشاء الجدول متضمن البيانات (ممكن نسخ البيانات ولصقها في جدول البيانات في برنامج الاكسل)
- ✓ تحديد (تظليل) البيانات
- ✓ من امر "ادراج" نختار قائمة (الاعددة) ثم "عمود متفاوت المسافات" ثم "موافق"
- ✓ اجراء التعديلات لتتضمن البيانات المزدوجة من خلال امر "تحديد البيانات"
- ✓ لتحويل محور الفئات من اليسار الى اليمين: الضغظ على محور الفئات/ يمين الفارة/ تنسيق المحور/ خيارات المحور/ الغاء اشارة "الفئات في ترتيب عكسي"



مثال: تطبيق الخطوات السابقة باستخدام بيانات الجدول التالي

السنة	١٤٢٨	١٤٢٩	١٤٣٠	١٤٣١	١٤٣٢	١٤٣٣
عدد الطلاب	٣٠	٤٠	٤٦	٥٠	٥٦	٦٠
عدد الطالبات	١٠	١٦	٢٢	٣٠	٣٨	٤٥

الدكتور/ عابد العبدلي

تطبيقات على برنامج الاكسل (Excel)

الفصل الثاني: البيانات:

❖ لرسم الاعددة البيانية المجزأة:

- ✓ فتح برنامج الاكسل
- ✓ انشاء الجدول متضمن البيانات (ممكن نسخ البيانات ولصقها في جدول البيانات في برنامج الاكسل)
- ✓ تحديد (تظليل) البيانات
- ✓ من امر "دراج" نختار قائمة (الاعددة) ثم "عمود مكسة" ثم "موافق"
- ✓ اجراء التعديلات لتتضمن البيانات المزوجة من خلال امر "تحديد البيانات"
- ✓ لتحويل محور الفئات من اليسار الى اليمين: الضغط على محور الفئات/ يمين الفارة/ تنسيق المحور/ خيارات المحور/ الغاء اشارة "الفئات في ترتيب عكسي"



مثال: تطبيق الخطوات السابقة باستخدام بيانات الجدول التالي

السنة	١٤٢٨	١٤٢٩	١٤٣٠	١٤٣١	١٤٣٢	١٤٣٣
عدد الطلاب	٣٠	٤٠	٤٦	٥٠	٥٦	٦٠
عدد الطالبات	١٠	١٦	٢٢	٣٠	٣٨	٤٥

الدكتور/ عابد العبدلي

تطبيقات على برنامج الاكسل (Excel)

الفصل الثاني: البيانات:

❖ لرسم المنحنى:

- ✓ فتح برنامج الاكسل
- ✓ انشاء الجدول متضمن البيانات (ممكن نسخ البيانات ولصقها في جدول البيانات في برنامج الاكسل)
- ✓ تحديد (تظليل) البيانات
- ✓ من امر "دراج" نختار قائمة (خطي) ثم "خطي بعلامات" ثم "موافق"
- ✓ اجراء التعديلات لتتضمن البيانات المزوجة من خلال امر "تحديد البيانات"
- ✓ لتحويل محور الفئات من اليسار الى اليمين: الضغط على محور الفئات/ يمين الفارة/ تنسيق المحور/ خيارات المحور/ الغاء اشارة "الفئات في ترتيب عكسي"



مثال: تطبيق الخطوات السابقة باستخدام بيانات الجدول التالي

السنة الدراسية	١٤٢٥هـ	١٤٢٦هـ	١٤٢٧هـ	١٤٢٨هـ	١٤٢٩هـ	١٤٣٠هـ
عدد الطلاب	٣٥٠	٤٠٠	٤٥٠	٥٠٠	٥٥٠	٦٠٠

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات: تطبيقات على برنامج الاكسل (Excel)

❖ لرسم المدرج التكراري:

- ✓ فتح برنامج الاكسل
- ✓ انشاء الجدول التكراري متضمن البيانات (ممكن نسخ البيانات ولصقها في جدول البيانات في برنامج الاكسل)
- ✓ تحديد (تظليل) البيانات
- ✓ من امر "ادراج" نختار قائمة (الاعمدة) ثم "عمود متفاوت المسافات" وهي الاعمدة البسيطة، ثم "موافق"
- ✓ لتحويل الاعمدة الى اعمدة متلاصقة: اضغط على الاعمدة/ يمين الفارة/ تنسيق سلسلة البيانات/ نجعل مقياس عرض التباعد صفر
- ✓ لتحويل محور الفئات من اليسار الى اليمين: الضغط على محور الفئات/ يمين الفارة/ تنسيق المحور/ خيارات المحور/ الغاء اشارة "الفئات في ترتيب عكسي"



مثال: تطبيق الخطوات السابقة باستخدام بيانات الجدول التالي

فئات الأجر	عدد العمال (التكرار)
- ٦٠	٥
- ٧٠	١٥
- ٨٠	٢٠
- ٩٠	٣٠
- ١٠٠	١٥
- ١١٠	١٠
١٣٠ - ١٢٠	٥
المجموع	١٠٠

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات: تطبيقات على برنامج الاكسل (Excel)

❖ لرسم المضلع التكراري:

- ✓ فتح برنامج الاكسل
- ✓ انشاء الجدول التكراري متضمن البيانات (ممكن نسخ البيانات ولصقها في جدول البيانات في برنامج الاكسل)
- ✓ تحديد (تظليل) البيانات
- ✓ من امر "ادراج" نختار قائمة (خطي) ثم "خطي بعلامات"، ثم "موافق"
- ✓ لاغلاق المضلع نضيف فئة صفرية قبل الفئة الاولى وبعد الفئة الاخيرة في جدول البيانات
- ✓ لتحويل محور الفئات من اليسار الى اليمين: الضغط على محور الفئات/ يمين الفارة/ تنسيق المحور/ خيارات المحور/ الغاء اشارة "الفئات في ترتيب عكسي"



مثال: تطبيق الخطوات السابقة باستخدام بيانات الجدول التالي

فئات الأجر	عدد العمال (التكرار)
- ٦٠	٥
- ٧٠	١٥
- ٨٠	٢٠
- ٩٠	٣٠
- ١٠٠	١٥
- ١١٠	١٠
١٣٠ - ١٢٠	٥
المجموع	١٠٠

الدكتور/ عابد العبدلي

تطبيقات على برنامج الاكسل (Excel)

الفصل الثاني: البيانات:

❖ لرسم المنحنى التكراري :

- ✓ فتح برنامج الاكسل
- ✓ انشاء الجدول التكراري متضمن البيانات (ممكن نسخ البيانات ولصقها في جدول البيانات في برنامج الاكسل)
- ✓ تحديد (تظليل) البيانات
- ✓ من امر "ادراج" نختار قائمة (مبعثر) ثم "مبعثر بخطوط متجانسة"، ثم "موافق"
- ✓ لاجلاق المنحنى نضيف فنة صفرية قبل الفنة الاولى وبعد الفنة الاخيرة في جدول البيانات
- ✓ لتحويل محور الفئات من اليسار الى اليمين: الضغط على محور الفئات/ يمين الفارة/ تنسيق المحور/ خيارات المحور/ الغاء اشارة "الفئات في ترتيب عكسي"



مثال: تطبيق الخطوات السابقة باستخدام بيانات الجدول التالي

فئات الأجر	عدد العمال (التكرار)
- ٦٠	٥
- ٧٠	١٥
- ٨٠	٢٠
- ٩٠	٣٠
- ١٠٠	١٥
- ١١٠	١٠
١٣٠ - ١٢٠	٥
المجموع	١٠٠

الدكتور/ عابد العبدلي

تطبيقات على برنامج الاكسل (Excel)

الفصل الثاني: البيانات:

❖ لرسم المنحنى المتجمع الصاعد :

- ✓ فتح برنامج الاكسل
- ✓ انشاء الجدول التكراري متضمن البيانات (ممكن نسخ البيانات ولصقها في جدول البيانات في برنامج الاكسل)
- ✓ تحديد (تظليل) البيانات
- ✓ من امر "ادراج" نختار قائمة (خطي) ثم "خطي بعلامات"، ثم "موافق"
- ✓ لتحويل محور الفئات من اليسار الى اليمين: الضغط على محور الفئات/ يمين الفارة/ تنسيق المحور/ خيارات المحور/ الغاء اشارة "الفئات في ترتيب عكسي"



مثال: تطبيق الخطوات السابقة باستخدام بيانات الجدول التالي

أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٦٠	صفر
أقل من ٧٠	٥
أقل من ٨٠	٢٠
أقل من ٩٠	٤٠
أقل من ١٠٠	٧٠
أقل من ١١٠	٨٥
أقل من ١٢٠	٩٥
أقل من ١٣٠	١٠٠

الدكتور/ عابد العبدلي

تطبيقات على برنامج الاكسل (Excel)

الفصل الثاني: البيانات:

❖ لرسم المنحنى المتجمع الهابط:

- ✓ فتح برنامج الاكسل
- ✓ انشاء الجدول التكراري متضمن البيانات (ممكن نسخ البيانات ولصقها في جدول البيانات في برنامج الاكسل)
- ✓ تحديد (تظليل) البيانات
- ✓ من امر "ادراج" نختار قائمة (خطي) ثم "خطي بعلامات"، ثم "موافق"
- ✓ لتحويل محور الفئات من اليسار الى اليمين: الضغط على محور الفئات/ يمين الفارة/ تنسيق المحور/ خيارات المحور/ الغاء اشارة "الفئات في ترتيب عكسي"

مثال: تطبيق الخطوات السابقة باستخدام بيانات الجدول التالي

التكرار المتجمع النازل	الحد الادني فاكثر
١٠٠	٦٠ فاكثر
٩٥	٧٠ فاكثر
٨٠	٨٠ فاكثر
٦٠	٩٠ فاكثر
٣٠	١٠٠ فاكثر
١٥	١١٠ فاكثر
٥	١٢٠ فاكثر
٠	١٣٠ فاكثر

الدكتور/ عابد العبدلي

تطبيقات على برنامج الاكسل (Excel)

الفصل الثاني: البيانات:

❖ لرسم المنحنى المتجمع الهابط:

- ✓ فتح برنامج الاكسل
- ✓ انشاء الجدول التكراري متضمن البيانات (ممكن نسخ البيانات ولصقها في جدول البيانات في برنامج الاكسل)
- ✓ تحديد (تظليل) البيانات
- ✓ من امر "ادراج" نختار قائمة (خطي) ثم "خطي بعلامات"، ثم "موافق"
- ✓ لتحويل محور الفئات من اليسار الى اليمين: الضغط على محور الفئات/ يمين الفارة/ تنسيق المحور/ خيارات المحور/ الغاء اشارة "الفئات في ترتيب عكسي"

مثال: تطبيق الخطوات السابقة باستخدام بيانات الجدول التالي

حدود الفئات	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع النازل
- ٦٠	٠	١٠٠
- ٧٠	٥	٩٥
- ٨٠	٢٠	٨٠
- ٩٠	٤٠	٦٠
- ١٠٠	٧٠	٣٠
- ١١٠	٨٥	١٥
- ١٢٠	٩٥	٥
- ١٣٠	١٠٠	٠

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات: تمارين الفصل الثاني

(١-٢) البيانات التالية تمثل التقديرات التي حصل عليها ٤٠ طالب في اختبار مادة الاحصاء:

ممتاز	مقبول	راسب	جيد	مقبول	راسب	جيد جدا	جيد
راسب	مقبول	جيد جدا	مقبول	جيد	مقبول	راسب	جيد
جيد	مقبول	جيد جدا	مقبول	مقبول	مقبول	راسب	مقبول
راسب	مقبول	جيد	راسب	راسب	مقبول	ممتاز	مقبول
راسب	جيد	ممتاز	جيد	راسب	جيد جدا	مقبول	جيد

المطلوب: تفرغ هذه البيانات الوصفية في جدول تكراري بسيط؟

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات: تمارين الفصل الثاني

(٢-٢) البيانات التالية تمثل الاجر اليومي (بالريال) لـ ١٠٠ عامل في احدى المنشآت:

٥٠	٣٧	٣٨	٤٤	٣٢	٥٦	٤٤	٤٣	٤٤	١٨
٤٦	٣٣	٤٥	٢٦	٤٦	٤٠	٢٣	٣٧	٢١	٦٠
٥٢	٤٣	٤٩	٥٦	٢٩	٥١	٤٥	٣٨	٤٢	٢٤
٥٣	٣٨	٢٨	٤٧	٥٩	٦٤	٦٣	٤٩	٦١	٥٤
٣٤	٥١	٥٧	٣١	٣٥	٢٨	٢٧	٤٢	٤٣	٣٠
٣٩	٥٠	٣٢	٣٦	٤١	٥٨	٤٥	٤٤	٢٥	٣٦
٤٥	٥٧	٤٣	٤٨	٣٩	٣٤	٥٧	٢٢	٥٥	٣٩
٥٣	٣٣	٣٧	٥٦	٥٣	٤٠	٤٦	٦٢	٤٣	٤٨
٥٨	٣٨	٥٨	٣١	٤٧	٥٢	٣٣	٤٤	٣١	٥٠
٥٢	٣٧	٤٧	٣٨	٤١	٦٤	٤٩	٢٦	٤٤	٤٢

المطلوب:

١- تكوين جدول التوزيع التكراري للعمال حسب فئات

الاجر اليومي؟

٢- تمثيل البيانات باستخدام:

(أ) المدرج التكراري

(ب) المصنع التكراري

(ج) المنحنى التكراري

٣- رسم المنحنى المتجمع الصاعد للتوزيع ومنه اوجد:-

(أ) عدد العمال الذين حصلوا على اقل من ٤٥ ريال؟

(ب) الحد الاعلى للاجر الذي حصل عليه ٧٠ عامل؟

٤- رسم المنحنى المتجمع النازل ومنه اوجد:-

(أ) عدد العمال الذي حصلوا على ٣٣ ريال فاكثراً، ثم اوجد نسبتهم الى العدد الكلي؟

(ب) الحد الادنى للاجر الذي حصل عليه ٥٠ عامل؟

الدكتور/ عابد العبدلي

تمارين الفصل الثاني

الفصل الثاني: البيانات:

(٢-٣) الجدول التالي يوضح التوزيع التكراري لدرجات الحرارة في احدى المدن خلال ١٢٠ يوما:

درجة الحرارة	-٨	-١٢	-١٦	-٢٠	-٢٤	-٢٨	-٣٢	٤٠-٣٦	الاجمالي
عدد الايام	٦	١٢	٢٠	٣٠	٢٤	١٦	٨	٤	١٢٠

المطلوب:

١- رسم المدرج التكراري والمنحنى التكراري للتوزيع؟

٢- رسم المنحنى المتجمع النازل ، ومنه اوجد:-

(أ) عدد الايام التي تزيد فيها درجة الحرارة عن ١٨ درجة مئوية؟

(ب) عدد الايام التي تزيد فيها درجة الحرارة عن ٣٠ درجة مئوية؟

الدكتور/ عابد العبدلي

تمارين الفصل الثاني

الفصل الثاني: البيانات:

(٢-٤) الجدول التالي يوضح توزيع اطوال مجموعة من طلبة الجامعة:

الطول (سم)	١٥٠	١٥٥	١٦٠	١٦٥	١٧٠	١٧٥	١٨٠	١٨٥-١٩٠	الاجمالي
عدد الطلاب	٤	١٢	١٨	٢٤	٣٠	١٠	٨	٤	١١٠

المطلوب:

١- رسم مضلع تكراري للتوزيع؟

٢- رسم المنحنى المتجمع الصاعد للتوزيع ، ومنه اوجد:-

(أ) عدد الطلاب الذين تقل اطوالهم عن ١٦٢ سم؟

(ب) الحد الاعلى للطول الذي يبلغه ٨٠ طالب؟

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثاني: البيانات: تمارين الفصل الثاني

(٢-٥) الجدول التالي يوضح توزيع المبيعات الشهرية (بالآلاف الريالات) لعينة من المنشآت الكبيرة في احدى المدن:

فئات المبيعات	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-١٠٠	المجموع
عدد المنشآت	٤	١١	٢٠	٣٦	١٧	٨	٤	١٠٠

المطلوب:

١- تمثيل البيانات باستخدام:-

(أ) المدرج التكراري (ب) المضع التكراري (ج) المنحنى التكراري

٢- رسم المنحنى المتجمع الصاعد، ومنه اوجد:-

(أ) عدد المنشآت التي تقل مبيعاتها عن ٦٥ الف ريال؟

(ب) الحد الاعلى للمبيعات التي حققتها ٢٥ منشأة؟

٣- رسم المنحنى المتجمع الهابط، ومنه اوجد:-

(أ) عدد المنشآت التي بلغت فيها المبيعات ٧٠ الف ريال فاكتر؟

(ب) الحد الادنى للمبيعات التي حققتها ٦٠ منشأة؟

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ مقدمة :-

بعد مرحلة تجميع البيانات وتلخيصها في جداول تكرارية وعرضها في رسوم بيانية - تأتي خطوة هامة في البحث الاحصائي وهي ايجاد مقياس يمثل الظاهرة محل الدراسة ويستخدم للمقارنة بينها وبين الظواهر الاخرى.

وتتبع فكرة " النزعة المركزية" من حقيقة تتمثل في ان أي ظاهرة نلاحظ غالبية مفرداتها تتركز حول قيمة تسمى "متوسط الظاهرة" ثم تتناقص عدد المفردات تدريجيا كلما بعدت عن هذه القيمة المتوسطة من الجانبين - وترتكز مفردات الظاهرة حول القيمة المتوسطة يطلق عليها " النزعة المركزية" - بمعنى ميل مفردات الظاهرة الى التجمع حول قيمة معينة هي القيمة المتوسطة. وهذا السلوك لا يحدث في جميع التوزيعات التكرارية الا انه السلوك المعتاد في معظم التوزيعات التكرارية.

❖ أهم مقاييس النزعة المركزية هي:-

(١) الوسط الحسابي

(٢) الوسيط

(٣) المنوال

(٤) الوسط الهندسي

(٥) الوسط التوافقي

هذه مقاييس القيمة المتوسطة كل منهم له مميزاته وعيوبه ، وهذا يعتمد على البيانات والهدف من استخدامه.

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(١) الوسط الحسابي:

يطلق عليه ايضا (المتوسط) ويعرف بأنه "قيمة إذا أعطيت لكل مفردة من مفردات الظاهرة كان مجموع القيم الجديدة مساوياً للمجموع الفعلي للقيم الاصلية للظاهرة" ← أي ان: الوسط الحسابي = مجموع قيم المفردات مقسوما على عددها

❖ طرق حساب الوسط الحسابي:

• في حالة البيانات غير الميوبة ← الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \leftarrow \text{إذا الصيغة الرياضية للوسط الحسابي}$$

حيث: \bar{x} : الوسط الحسابي - فإذا كانت (x) ترمز للظاهرة محل الدراسة فإن (\bar{x}) ترمز لوسطها الحسابي، وتقرأ x بار

مجموع قيم المفردات (x) من (i=1) الى (n)

n: عدد المفردات او حجم العينة

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\text{مجموع قيم الظاهرة (x)}}{\text{عدد مفردات (n)}} = \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \text{وقانون الوسط الحسابي}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

الاثبات الرياضي في ان الوسط الحسابي هو "قيمة إذا أعطيت لكل مفردة من مفردات الظاهرة كان مجموعها يساوي المجموع الفعلي للقيم الاصلية للظاهرة هو:-

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad \text{وبضرب الطرفين في (n) نحصل على:}$$

$$n \cdot \bar{x} = \sum x$$

بمعنى لو ضربنا عدد المفردات في الوسط الحسابي (بمعنى إذا اعطينا كل مفردة قيمة الوسط الحسابي) ثم جمعناها لحصلنا على المجموع الفعلي للقيم الاصلية للظاهرة $\sum x$

مثال: إذا كان لدينا مجموعة طلاب اوزانهم كالتالي (١٠٠، ٧٠، ٨٠، ٦٠، ٥٠) فان الوسط الحسابي لأوزان الطلبة هو:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \bar{x} = \frac{50 + 60 + 80 + 70 + 100}{5} = \frac{360}{5} = 72 \text{ kg}$$

حيث تمثل (x) قيم الظاهرة وهي في المثال:

$$X_1 = 50, X_2 = 60, X_3 = 80, X_4 = 70, X_5 = 100$$

وتمثل (n) عدد الطلاب وهم ٥ طلاب

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

• في حالة البيانات المبوبة (الجدول التكرارية):

بعد تبويب البيانات الاصلية للظاهرة، توزيعها على فئات في جدول تكراري، فان معالم القيم الاصلية تختفي، وكل ما يمكن معرفته عن قيم المفردات في كل فئة انها في المتوسط تساوي مركز الفئة، وبالتالي فان الوسط الحسابي للبيانات المبوبة هو:-

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب تكرار الفئات في مراكزها}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

فاذا كانت (k) ترمز الى عدد الفئات و (x₁, x₂, x₃ ... x_k) تمثل مراكز الفئات و (f₁, f₂, f₃, ... f_k) هو تكرار الفئة، فان الوسط :-

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_k f_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$

حيث \sum تعني مجموع
x: مركز الفئة
f: تكرار الفئة

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

وتكتب الصيغة الرياضية:

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

مثال: احسب الوسط الحسابي للاجور اليومية التي يحصل عليها ١٠٠ عامل في احدى المصانع الموضح في الجدول الاتي:

عدد العمال (التكرارات)	فئة الاجور
٥	- ٦٠
١٥	- ٧٠
٢٠	- ٨٠
٣٠	- ٩٠
١٥	- ١٠٠
١٠	- ١١٠
٥	١٣٠ - ١٢٠
١٠٠	المجموع

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

الحل: نتبع الخطوات التالية: - نضيف للجدول عمودا يمثل مركز الفئات (x)، وعمودا آخر لحاصل ضرب مركز الفئة في تكرارها (x.f)
- نطبق صيغة الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{9350}{100} = 93.5 \text{ ريال}$$

فئة الاجور	عدد العمال (التكرارات) (f)	مركز الفئة (x)	x.f
60 -	5	65	325
70 -	15	75	1125
80 -	20	85	1700
90 -	30	95	2850
100 -	15	105	1575
110 -	10	115	1150
120 - 130	5	125	625
	$\sum f = 100$		$\sum xf = 9350$

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

• المتوسط الحسابي المرجح (الموزون) (Weahgted mean):

هو المتوسط الذي يأخذ عند حسابه الاهمية النسبية لكل مفردة من مفردات الظاهرة

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

والمتوسط الحسابي للبيانات المبوبة والذي يأخذ الصيغة:

- هو احد صور الوسط الحسابي المرجح (الموزون)، لانه مرجح بالتكرارات في الفئة
- ففي المثال السابق الوسط الحسابي مرجح (موزون) بعدد العمال في الفئات
- وهناك استخدامات كثيرة للمتوسط المرجح سيما اذا كان هناك اهمية نسبية مختلفة لمفردات الظاهرة محل الدراسة

-ويمكن اعادة صياغته كالتالي:-

حيث \sum تعني مجموع
x: قيمة المفردة
w: وزن المفردة

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

• المتوسط الحسابي المرجح (الموزون):

مثال (١) نفترض ان ٣ طلاب مرشحون لوظيفة معيد في قسم الاحصاء، وان الطالب المختار سيكون الطالب الذي حصل على اعلى درجات في مادتي الاحصاء والرياضيات، وهي كالتالي:-

درجات الطلاب الثلاثة (x)			الاهمية - الاوزان المعطاه (w)	المادة
خالد	عبدالله	محمد		
80	74	80	3	الرياضيات
81	79	76	4	الاحصاء
60	64	70	2	الاقتصاد الدولي
69	64	59	1	المحاسبة

حيث: x = قيمة المفردة
 w = الوزن المعطى (الاهمية النسبية)
 $\sum w$ = مجموع الاوزان

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

صيغة المتوسط الحسابي الموزون:

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

الحل:-

درجات الطلاب الثلاثة (x)			الاهمية - الاوزان المعطاه (w)	المادة
خالد	عبدالله	محمد		
80	74	80	3	الرياضيات
81	79	76	4	الاحصاء
60	64	70	2	الاقتصاد الدولي
69	64	59	1	المحاسبة

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i w_i}{\sum_{i=1}^4 w_i} = \bar{x} \text{ للطالب (محمد)}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 (80 \times 3) + (76 \times 4) + (70 \times 2) + (59 \times 1)}{\sum_{i=1}^4 3 + 4 + 2 + 1}$$

$$\bar{x} = \frac{240 + 304 + 140 + 59}{10} = 74.3$$

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

درجات الطلاب الثلاثة (x)			الاهمية - الاوزان المعطاه (w)	المادة
خالد	عبدالله	محمد		
80	74	80	3	الرياضيات
81	79	76	4	الاحصاء
60	64	70	2	الاقتصاد الدولي
69	64	59	1	المحاسبة

الحل:-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i w_i}{\sum_{i=1}^4 w_i} = \bar{x} \text{ للطالب (عبدالله)}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 (74 \times 3) + (79 \times 4) + (64 \times 2) + (64 \times 1)}{\sum_{i=1}^4 3 + 4 + 2 + 1}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 220 + 316 + 128 + 64}{10} = 72.8$$

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

درجات الطلاب الثلاثة (x)			الاهمية - الاوزان المعطاه (w)	المادة
خالد	عبدالله	محمد		
80	74	80	3	الرياضيات
81	79	76	4	الاحصاء
60	64	70	2	الاقتصاد الدولي
69	64	59	1	المحاسبة

الحل:-

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i w_i}{\sum_{i=1}^4 w_i} = \bar{x} \text{ للطالب (خالد)}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 (80 \times 3) + (81 \times 4) + (60 \times 2) + (69 \times 1)}{\sum_{i=1}^4 3 + 4 + 2 + 1}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 240 + 324 + 120 + 69}{10} = 75.3$$

❖ وبالتالي فإن الطالب الذي سيتم اختياره هو الطالب (خالد) لأنه حصل على أعلى متوسط مرجح (٧٥.٣)

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

• المتوسط الحسابي المرجح (الموزون):

مثال (٢) مجتمع مكون من ٦٠٠ فرد تلتهم من الإناث، وكان الوسط الحسابي لدخل الإناث = ٧٠ ريال والوسط الحسابي للذكور = ٦٠ ريال، ما هو الوسط الحسابي لدخل المجتمع؟:-

الحل:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times 600 = 200 & \text{ عدد الإناث:} \\ 600 - 200 = 400 & \text{ عدد الذكور:} \end{aligned}$$

ثانيا: نوجد المتوسط الحسابي المرجح بعدد الجنسين:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^2 x_i w_i}{\sum_{i=1}^2 w_i}$$

حيث: w : الوزن وهو عدد الأفراد
 x : الوسط الحسابي لكل مجموعة

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^2 (70 \times 200) + (60 \times 400)}{\sum_{i=1}^2 200 + 400} = \frac{38000}{600} = 63.3 \text{ ريال}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ من خصائص الوسط الحسابي خاصية التجميع
✓- إذا كان لدينا مثلا ثلاث مجموعات (او عينات) وكان لكل مجموعة نفس عدد المفردات، فإن الوسط الحسابي للمجموعات الثلاث يسمى بالوسط الحسابي للاوساط الحسابية:-

المجموعة	حجم العينة (عدد المفردات)	الوسط الحسابي
x_1	n_1	\bar{x}_1
x_2	n_2	\bar{x}_2
x_3	n_3	\bar{x}_3

حيث: $n_1 = n_2 = n_3$

$$\frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3}{3} = \frac{\text{مجموع الاوساط}}{\text{عدد الاوساط}} \bar{x} = \text{فان الوسط الحسابي للمجموعات الثلاث}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

✦ من خصائص الوسط الحسابي خاصية التجميع

مثال (٣) إذا كان لدينا ثلاثة طلاب من ثلاث مجموعات لمادة الاحصاء وكانت درجاتهم كالتالي:-

المجموعة الاولى (x_1)	المجموعة الثانية (x_2)	المجموعة الثالثة (x_3)
60	70	80
80	90	70
74	63	65

المطلوب حساب المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب في المجموعات الثلاث؟

الحل: نحسب الوسط الحسابي لكل مجموعة كالتالي:-

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{1i}}{n} = \frac{60+80+74}{3} = 71.4 = \text{الوسط الحسابي للمجموعة الاولى}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_{2i}}{n} = \frac{70+90+63}{3} = 74.4 = \text{الوسط الحسابي للمجموعة الثانية}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{\sum x_{3i}}{n} = \frac{80+70+65}{3} = 71.7 = \text{الوسط الحسابي للمجموعة الثالثة}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

إذا الوسط الحسابي للمجموعات الثلاث هو وسط الاوساط:-

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i}{n} = \frac{71.4+74.4+71.7}{3} = 72.5$$

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ من خصائص الوسط الحسابي خاصية التجميع
 ✓- اما اذا كان لدينا مجموعات غير متساوية في عدد المفردات - أي ان حجم العينات مختلف أي اذا كان:-

المجموعة	حجم العينة (عدد المفردات)	الوسط الحسابي
x_1	n_1	\bar{x}_1
x_2	n_2	\bar{x}_2
x_3	n_3	\bar{x}_3

حيث: $n_1 \neq n_2 \neq n_3$
 فان المتوسط الحسابي للمجموعات الثلاث:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i \times n_i}{\sum n_i} = \frac{(\bar{x}_1 \times n_1) + (\bar{x}_2 \times n_2) + (\bar{x}_3 \times n_3)}{\sum n_1 + n_2 + n_3}$$

بمعنى هي الاوساط الحسابية للمجموعات مرجحة بعدد مفرداتها

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

مثال (٤) من المثال السابق اذا اخذنا عدد غير متساوي من الطلاب من المجموعات الثلاث وكانت درجاتهم كالاتي:-

المجموعة الاولى (x_1)	المجموعة الثانية (x_2)	المجموعة الثالثة (x_3)
60	70	80
80	90	70
	63	65
		85

المطلوب حساب المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب في المجموعات الثلاث؟

الحل: هنا اختلف حجم العينة حيث ان المجموعة الاولى
 $(x_1) = 2$ الثانية
 $(x_2) = 3$ الثالثة
 $(x_3) = 4$

وعلينا اولاً ان نحصل على الوسط الحسابي لكل مجموعة ثم الحصول على الوسط المرجح للمجموعات الثلاث

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

مثال (٤) من المثال السابق اذا اخذنا عدد غير متساوي من الطلاب من المجموعات الثلاث وكانت درجاتهم كالاتي:-

المجموعة الاولى (x_1)	المجموعة الثانية (x_2)	المجموعة الثالثة (x_3)
60	70	80
80	90	70
	63	65
		85

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{1i}}{n} = \frac{60+80}{2} = 70 = \text{الوسط الحسابي للمجموعة الاولى}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_{2i}}{n} = \frac{70+90+63}{3} = 74.3 = \text{الوسط الحسابي للمجموعة الثانية}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{\sum x_{3i}}{n} = \frac{80+70+65+85}{4} = 75 = \text{الوسط الحسابي للمجموعة الثالثة}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

مثال (٤) من المثال السابق اذا اخذنا عدد غير متساوي من الطلاب من المجموعات الثلاث وكانت درجاتهم كالاتي:-

المجموعة الاولى (x_1)	المجموعة الثانية (x_2)	المجموعة الثالثة (x_3)
60	70	80
80	90	70
	63	65
		85

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i \times n_i}{\sum n_i} = \frac{\sum (70 \times 2) + (74.3 \times 3) + (75 \times 4)}{\sum 2+3+4} = \text{اذا الوسط الحسابي لجميع الطلاب}$$

$$\bar{x} = \frac{662.9}{9} = 73.7$$

الدكتور/ عابد العبدلي

١ - الوسط الحسابي - Mean

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ مزايا وعيوب الوسط الحسابي:-

✓المزايا:-

- ١- سهولة حسابه ولذلك فهو اكثر المتوسطات استخداما
- ٢- مقياس كاف وتام لانه يستخدم جميع المفردات في حسابه
- ٣- اكثر المقاييس استقرارا خاصة اذا كان حجم العينة كبيرا

✓العيوب:-

- ١- يتاثر بالقيم الشاذة والمتطرفة في البيانات
- ٢- لا يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة
- ٣- لا يمكن ايجاده بالرسم

الدكتور/ عابد العبدلي

٢ - الوسيط - Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ (٢) الوسيط:-

هو القيمة التي تتوسط مجموعة القيم بعد ترتيبها تصاعدياً او تنازلياً
 بمعنى انه القيمة التي في منتصف المفردات، بحيث :
 عدد المفردات التي تقل عن الوسيط = عدد المفردات التي يزيد عن الوسيط

❖ طرق حسابه:-

(أ) في حالة البيانات غير المبوبة :-

(ب) في حالة البيانات المبوبة :-

الدكتور/ عابد العبدلي

٢- الوسيط – Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(أ) في حالة البيانات غير المبوبة:-

طريقة حسابه:-

يتم ترتيب البيانات تصاعديا او تنازليا ثم نأخذ القيمة التي تقع في منتصف البيانات:

$$\frac{n+1}{2} = \text{اذا كان عدد البيانات فرديا يكون الوسيط القيمة التي ترتيبها}$$

مثال: احسب الوسيط للبيانات التالية (٣ ، ٨ ، ٥ ، ٤ ، ٩)
الحل:

عدد المفردات = ٥ وهو رقم فردي

$$\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3 = \text{اذا الوسيط هو القيمة التي ترتيبها}$$

وبترتيب البيانات تصبح (٣ ، ٤ ، ٥ ، ٨ ، ٩) وعليه يكون الوسيط = ٥

الدكتور/ عابد العبدلي

٢- الوسيط – Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

- اذا كان عدد البيانات زوجيا يحسب الوسيط كالتالي:

$$\frac{\left(\frac{n}{2}\right) + \left(\frac{n}{2} + 1\right)}{2}$$

نرتب البيانات تصاعديا او تنازليا ثم نطبق القانون:-

بمعنى آخر الوسيط للبيانات الزوجية هو = **الوسيط الحسابي** للقيمتين الواقعتين في منتصف البيانات بعد الترتيبأي انه **الوسيط الحسابي** للقيمة التي ترتيبها $\left(\frac{n}{2}\right)$ والقيمة التي ترتيبها $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$

مثال: احسب الوسيط لاوزان ٦ اشخاص كالتالي (٥٠ ، ٦٠ ، ٨٠ ، ٧٠ ، ٤٠ ، ١٠٠)

الحل:

عدد المفردات = ٦ وهو رقم زوجي

$$\left(\frac{6}{2}\right) + 1 = 4 = \left(\frac{n}{2} + 1\right) \quad (١٠٠ ، ٨٠ ، ٧٠ ، ٦٠ ، ٥٠ ، ٤٠) \quad \frac{70}{2} = 3 = \text{القيمة التي ترتيبها}$$

و بتطبيق القانون – أي اخذ الوسيط الحسابي للقيمتين ذات الترتيب الثالث والرابع وهما (٦٠ و ٧٠)

$$٦٥ = \frac{١٣٠}{٢} = \frac{٧٠ + ٦٠}{٢}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٢- الوسيط – Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

طريقة حسابه:-

(١) بالحساب (٢) بالرسم

(١) بالحساب: نتبع الخطوات التالية:-

(أ) نكون من الجدول التكراري جدولاً تكرارياً متجمعاً صاعداً أو نازلاً

(ب) نحدد ترتيب الوسيط وهو = $\frac{N}{2}$ = $\frac{\sum f}{2}$ = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$ (ج) نحدد بداية الفئة الوسيطة – وهي الفئة التي يقع فيها الوسيط – أي التي تقع فيها المفردة ذات الترتيب $\frac{N}{2}$

(د) نحدد قيمة الوسيط داخل الفئة الوسيطة باستخدام العلاقة التالية:-

الدكتور/ عابد العبدلي

٢- الوسيط – Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

$$Med = A + \frac{\frac{n}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times L$$

حيث: A = الحد الأدنى للفئة الوسيطة $\frac{N}{2}$ = ترتيب الوسيط f_1 = التكرار المتجمع السابق f_2 = التكرار المتجمع اللاحق L = طول الفئة الوسيطة

الدكتور/ عابد العبدلي

٢ - الوسيط - Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

مثال: من جدول الاجور اليومية التي يحصل عليها ١٠٠ عامل في احدى المصانع التالي

التكرار	فئات الاجور
٥	- ٦٠
١٥	- ٧٠
٢٠	- ٨٠
٣٠	- ٩٠
١٥	- ١٠٠
١٠	- ١١٠
٥	١٣٠ - ١٢٠
١٠٠	المجموع

المطلوب: اوجد الوسيط للاجور من البيانات المبوبة السابقة؟

الدكتور/ عابد العبدلي

٢ - الوسيط - Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

الحل:

(أ) تكون الجدول التكراري المتجمع كالتالي:-

تكرار المتجمع الصاعد	فئات المتجمع الصاعد	التكرار	فئات الاجور
٥	أقل من ٧٠	٥	- ٦٠
٢٠	أقل من ٨٠	١٥	- ٧٠
٤٠	أقل من ٩٠	٢٠	- ٨٠
٧٠	أقل من ١٠٠	٣٠	- ٩٠
٨٥	أقل من ١١٠	١٥	- ١٠٠
٩٥	أقل من ١٢٠	١٠	- ١١٠
١٠٠	أقل من ١٣٠	٥	١٣٠ - ١٢٠
		١٠٠	المجموع

$$\frac{N}{2} =$$

٥٠

الدكتور/ عابد العبدلي

٢- الوسيط – Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

الحل:

(ب) نحدد ترتيب الوسيط وهو $= \frac{N}{n} = \frac{100}{2} = 50$ - وهي تقع بين فئتي (اقل من ٩٠) و (اقل من ١٠٠)

(ج) نحدد الفئة الوسيطة وهي التي يقع فيها ترتيب الوسيط (٥٠) وهي فئة (اقل من ٩٠) لانها بداية الفئة الوسيطة

(د) نحدد قيمة الوسيط داخل الفئة الوسيطة باستخدام العلاقة التالية:-

$$Med = A + \frac{\frac{n}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times L$$

البيانات المطلوبة:- $= A$ الحد الأدنى للفئة الوسيطة = 90

$$= \frac{N}{2} = 50$$
 ترتيب الوسيط = 50

$$= f_1$$
 التكرار المتجمع السابق = 40

$$= f_2$$
 التكرار المتجمع اللاحق = 70

$$= L$$
 طول الفئة الوسيطة = 10

الدكتور/ عابد العبدلي

٢- الوسيط – Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

وباستخدام العلاقة:-

$$Med = 90 + \frac{\frac{100}{2} - 40}{70 - 40} \times 10$$

$$Med = 90 + \frac{10}{30} \times 10 = 90 + \frac{100}{30}$$

$$Med = 90 + 3.3 = 93.3$$

إذا الوسيط = ٩٣,٣

الدكتور/ عابد العبدلي

٢- الوسيط – Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

طريقة حسابه:-

(٢) بالرسم: نحصل على الوسيط بالرسم من منحنى المتجمع الصاعد او النازل باتباع الخطوات التالية:-

(أ) نكون من الجدول التكراري جدولاً تكرارياً متجمعا صاعداً او نازلاً

(ب) ترسم المنحنى المتجمع الصاعد او النازل

(ج) نحدد ترتيب الوسيط ، وهو $\left(\frac{\sum f}{2}\right)$ على المحور الراسي

(د) نحدد قيمة الوسيط بان نرسم مستقيماً أفقياً من نقطة ترتيب الوسيط على المحور الراسي، وعند

نقطة تقاطعه مع منحنى المتجمع الصاعد او النازل نسقط منها عموداً على المحور الأفقي، ونقطة تقاطعه مع

المحور الأفقي تكون هي الوسيط (ملاحظة: كلما كان الرسم دقيقاً كانت قيمة الوسيط أكثر دقة)

(-) يمكن أيضاً إيجاد قيمة الوسيط باستخدام المنحنى المتجمع الصاعد والنازل معاً في رسم واحد ، حيث

يكون الاحداثي الراسي لنقطة تقاطع المنحنيين تمثل ترتيب الوسيط، ويكون الاحداثي الأفقي هو قيمة الوسيط

الدكتور/ عابد العبدلي

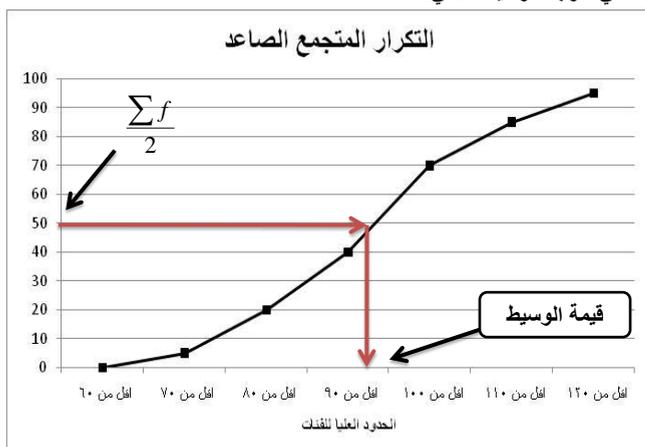
٢- الوسيط – Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

طريقة حسابه:- (٢) بالرسم

مثال: باستخدام الاشكال الثلاثة السابقة في مثال (٨) في الفصل الثاني، نوجد الوسيط كالآتي:-



اولاً: من المنحنى المتجمع الصاعد:

- نحدد ترتيب الوسيط على المحور الراسي

$$\frac{\sum f}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

- ثم نصل مستقيماً من ترتيب الوسيط على المحور الراسي الى المنحنى

- ثم من المنحنى نسقط عموداً على المحور الأفقي ونحصل على قيمة الوسيط وهي تقريبا = 93,4

الدكتور/ عابد العبدلي

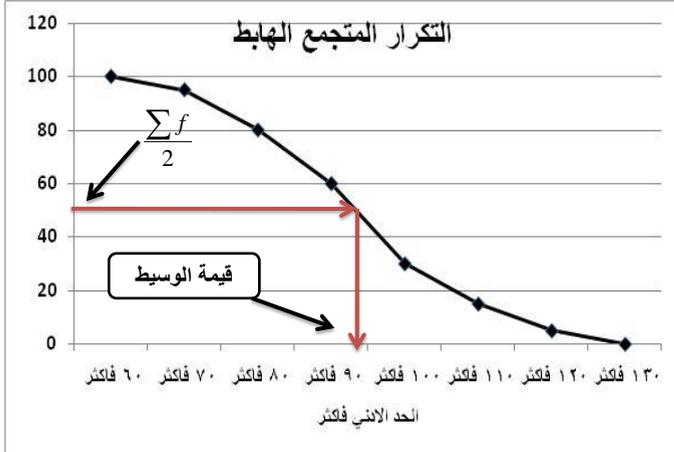
٢- الوسيط – Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

طريقة حسابه:- (٢) بالرسم

مثال: باستخدام الاشكال الثلاثة السابقة في مثال (٨) في الفصل الثاني، نوجد الوسيط كالآتي:-

ثانيا: من المنحنى المتجمع النازل:

- نحدد ترتيب الوسيط على المحور الراسي

$$\frac{\sum f}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

- ثم نصل مستقيم من ترتيب الوسيط على المحور الراسي الى المنحنى

- ثم من المنحنى نسقط عمودا على المحور الأفقي ونحصل على قيمة الوسيط وهي تقريبا = ٩٣،٤

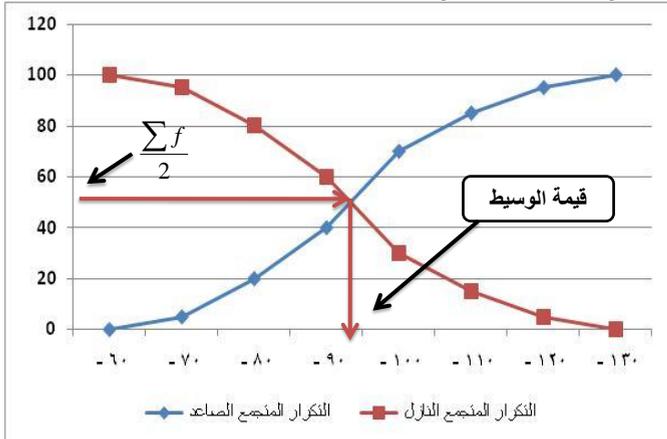
٢- الوسيط – Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

طريقة حسابه:- (٢) بالرسم

مثال: باستخدام الاشكال الثلاثة السابقة في مثال (٨) في الفصل الثاني، نوجد الوسيط كالآتي:-

ثالثا: من المنحنى المتجمع الصاعد والنازل معاً:

- نحدد ترتيب الوسيط على المحور الراسي

$$\frac{\sum f}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

- حيث يكون الاحداثي الراسي لنقطة تقاطع المنحنيين تمثل ترتيب الوسيط، ويكون الاحداثي الأفقي هو قيمة الوسيط وهي تقريبا = ٩٣،٤

٢- الوسيط – Median

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ مزايا وعيوب الوسيط:-

✓المزايا:-

- ١- يمكن حسابه بالرسم
- ٢- لا يتأثر بالقيم الشاذة
- ٣- يمكن حسابه من البيانات الكمية والوصفية
- ٤- يمكن حسابه من الجداول تكرارية المفتوحة ولكن اذا وقع الوسيط في الفئة المفتوحة فلا يمكن حسابه

✓العيوب :-

- ١- لا يدخل في حسابه سوا قراءة واحدة او اثنتين من المجموعة كلها
- ٢- اذا كان عدد قيم البيانات زوجيا فان ايجاد الوسيط يعتمد على الوسط الحسابي
- ٣- يكون غير مفيد في حالة اختلاف الاهمية النسبية لمفردات الظاهرة

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال – Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

(٣) المنوال (Mod):-

المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الأكثر شيوعاً – اي القيمة التي تتكرر اكثر من غيرها

❖ طرق حسابه:-

(أ) في حالة البيانات غير المبوبة :-

(ب) في حالة البيانات المبوبة :-

١- بالحساب:

أ - طريقة الرافعة

ب - طريقة الفروق (طريقة بيرسون)

٢- بالرسم:

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال – Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ طرق حسابه:-

(أ) في حالة البيانات غير المبوبة :-

يتم حسابه من واقع التعريف مباشرة – حيث هو القيمة الاكثر تكراراً من غيرها
 - قد يكون هناك اكثر من منوال - اذا كان هناك قيمتان او اكثر لهما اكثر تكرار
 - وقد لا يكون هناك منوال عندما لا يوجد مفردة متكررة

امثلة: اوجد المنوال من البيانات التالية:-

- أ- (٤، ٥، ٦، ٧، ٥، ٨، ٥، ٦) ← المنوال = ٥
 ب- (٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢، ١٥) ← المنوال = لا يوجد
 ج- (٥، ٧، ٨، ٩، ٧، ٨، ١٠، ٥، ٧، ٨) ← المنوال = ٧، ٨
- ← لانها تكررت اكثر من غيرها
 ← لعدم تكرار أي قيمة
 ← لان لهما اكثر تكرار

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال – Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ طرق حسابه:-

(أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (أ) طريقة الرافعة

(أ) طريقة الرافعة: تقوم هذه الطريقة على اساس ان المنوال طالما انه القيمة الاكثر تكرارا فانه يقع في الفئة ذات التكرار الاكثر – وهذه الفئة تسمى ” الفئة المنوالية“

- ولتحديد قيمة المنوال داخل الفئة المنوالية نستخدم العلاقة التالية:-

$$\text{Mod} = A + x$$

حيث: (A): تمثل بداية الفئة المنوالية،

(x): تحسب من العلاقة التالية:-

$$f_1(x) = f_2(L - x)$$

لاحظ:

العلاقة تهمل تكرار الفئة المنوالية نفسها (f)

$$f_1 = \text{التكرار السابق للفئة المنوالية}$$

$$f_2 = \text{التكرار اللاحق للفئة المنوالية}$$

$$L = \text{طول الفئة المنوالية}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال - Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ طرق حسابه:- (أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (أ) طريقة الرافعة
مثال: من الجدول السابق الذي يمثل توزيع الاجور اليومية لـ ١٠٠ عامل في احدى المصانع كما يلي:

التكرار	فئات الاجور
٥	- ٦٠
١٥	- ٧٠
٢٠	- ٨٠
٣٠	- ٩٠
١٥	- ١٠٠
١٠	- ١١٠
٥	١٣٠ - ١٢٠
١٠٠	المجموع

المطلوب: اوجد قيمة المنوال بطريقة الرافعة؟

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال - Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ طرق حسابه:- (أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (أ) طريقة الرافعة

التكرار	فئات الاجور
٥	- ٦٠
١٥	- ٧٠
٢٠	- ٨٠
٣٠	- ٩٠
١٥	- ١٠٠
١٠	- ١١٠
٥	١٣٠ - ١٢٠
١٠٠	المجموع

f_1 التكرار السابق \Rightarrow
الفئة المنوالية \Rightarrow
 f_2 التكرار اللاحق \Rightarrow

الحل:

قيمة المنوال: $\text{Mod} = A + x$

ونحصل على (x) من العلاقة:-

$$f_1(x) = f_2(L - x)$$

$$L = 10 \quad f_2 = 15 \quad f_1 = 20$$

$$20(x) = 15(10 - x)$$

$$20x = 150 - 15x$$

$$20x + 15x = 150$$

$$35x = 150$$

$$x = \frac{150}{35} = 4.3$$

$$\text{Mod} = 90 + 4.3 = 94.3$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال – Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ طرق حسابه:- (أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (أ) طريقة الرافعة

ملاحظات:

- اذا كان تكرار **الفئة السابقة** للفئة المنوالية اكبر من **الفئة اللاحقة** فان المنوال يميل نحو بداية الفئة المنوالية أي (٩٠)
- اذا كان تكرار **الفئة اللاحقة** للفئة المنوالية اكبر من **الفئة السابقة** فان المنوال يميل نحو نهاية الفئة المنوالية أي (١٠٠)
- اذا كان تكرار الفئة السابقة للفئة المنوالية = الفئة اللاحقة فان المنوال يميل الى مركز الفئة المنوالية (٩٥)

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال – Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ طرق حسابه:- (أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (أ) طريقة الرافعة

$$f_1(x) = f_2(L - x)$$

عيوب طريقة الرافعة:

انها تهمل تكرار الفئة المنوالية نفسها (f) عند حساب قيمة المنوال ولا يستفاد من تكرارها الا كمؤشر في تحديد الفئةالمنوالية وهذا العيب يتم تلافيه في **طريقة الفروق (طريقة بيرسون) التالية.**

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال - Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ طرق حسابه:- (أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (ب) طريقة الفروق (بيرسون)

(ب) طريقة الفروق (طريقة بيرسون)

- تتلاني طريقة الفروق بتلاني سلبية طريقة الرافعة في اهمال تكرار الفئة المنوالية في حساب قيمة المنوال.
- وتعتمد طريقة الفروق على تكرارات الفئة المنوالية والفنتين المحيطة بها، وذلك باخذ الفرق بين تكراري الفئة المنوالية والفئة السابقة وكذلك الفرق بين تكراري الفئة المنوالية والفئة اللاحقة كعاملين مؤثرين في تحديد قيمة المنوال في الفئة المنوالية

وبذلك نحصل على قيمة المنوال من العلاقة التالية:-

$$\text{Mod} = A + x$$

$$\frac{x}{L-x} = \frac{f-f_1}{f-f_2}$$

حيث تحسب (x) من العلاقة التالية:-

$$L = \text{طول الفئة المنوالية}$$

$$f = \text{التكرار الفئة المنوالية}$$

$$f_1 = \text{التكرار السابق للفئة المنوالية}$$

$$f_2 = \text{التكرار اللاحق للفئة المنوالية}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال - Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ طرق حسابه:- (أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (ب) طريقة الفروق (بيرسون)

مثال: احسب المنوال بطريقة الفروق من المثال السابق؟
الحل:

$$\text{Mod} = A + x$$

$$\frac{x}{L-x} = \frac{f-f_1}{f-f_2}$$

و x من العلاقة التالية:-

$$\text{حيث: طول الفئة: } L = 10$$

$$f = 30 \text{ تكرار الفئة المنوالية:}$$

$$f_1 = 20 \text{ تكرار الفئة السابقة:}$$

$$f_2 = 15 \text{ تكرار الفئة اللاحقة:}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال - Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ طرق حسابه:- (أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (ب) طريقة الفروق (بيرسون)

$$L = 10$$

$$f = 30$$

$$f_1 = 20$$

$$f_2 = 15$$

$$\frac{x}{L-x} = \frac{f-f_1}{f-f_2} \Rightarrow \frac{x}{10-x} = \frac{30-20}{30-15} \Rightarrow \frac{x}{10-x} = \frac{10}{15}$$

ضرب الطرفين في الوسطين

$$15x = 10(10-x)$$

$$15x = 100 - 10x$$

$$25x = 100$$

$$x = 4$$

إذا قيمة المنوال = $\text{Mod} = A + x$

$$\text{Mod} = 90 + 4 = 94$$

حصلنا على المنوال بطريقة الرافعة = ٩٤،٣ وبطريقة الفروق = ٩٤ وهي ادق من طريقة الرافعة

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال - Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ طرق حسابه:- (٢) بالرسم

يتم حساب المنوال بالرسم من **المدرج التكراري** للبيانات - وان كان يكتفى برسم المستطيلات التي تمثل:

- مستطيل الفئة المنوالية
- مستطيل الفئة السابقة
- مستطيل الفئة اللاحقة

حيث نقوم بالتالي:-

- نصل الراس الايمن العلوي لمستطيل الفئة المنوالية بالراس العلوي لمستطيل الفئة السابقة
- ونصل الراس الايسر العلوي لمستطيل الفئة المنوالية بالراس الايسر العلوي لمستطيل الفئة اللاحقة
- عند نقطة تقاطع الخطين نسقط عمودا الى المحور الافقي (محور الفئات) وعندها تكون قيمة المنوال

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال - Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

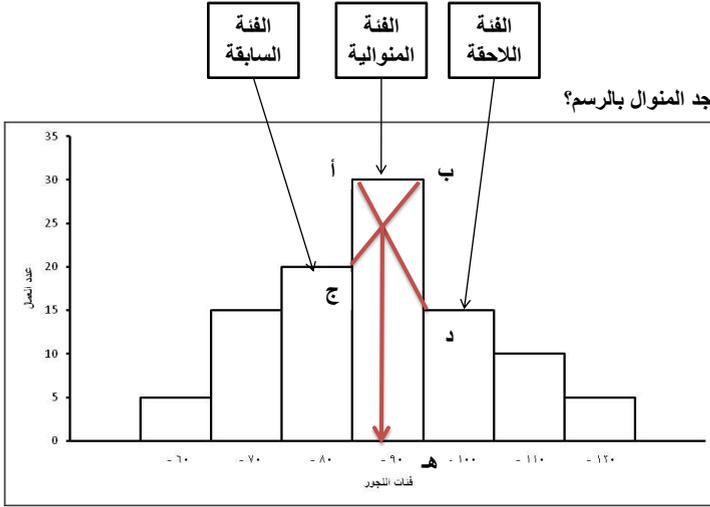
❖ طرق حسابه:- (٢) بالرسم

مثال:

من المثال السابق (الاجور اليومية لـ ١٠٠ عامل) او جد المنوال بالرسم؟

الحل:

- نحصل على المدرج التكراري
- نصل الرأس الايمن العلوي للفئة المنوالية (ب)
- بالرأس الايمن العالوي للفئة السابقة (ج)
- كذلك نصل الرأس الايسر العلوي للفئة المنوالية (أ)
- بالرأس الايسر العلوي للفئة اللاحقة (د)
- من نقطة التقاطع نسقط عمودا على المحور الافقي
- لتحصل على قيمة المنوال (هـ) = ٩٣ تقريبا



الدكتور/ عابد العبدلي

٣- المنوال - Mode

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ مزايا وعيوب المنوال:-

✓ المزايا:-

- ١- سهل الحساب سواء بالحساب او بالرسم
- ٢- لا يتأثر بالقيم الشاذة
- ٣- يمكن حسابه من الجداول التكرارية

✓ العيوب:-

- ١- قيمته ليست دقيقة لانه يتم حسابه بطرق كلها تقريبية
- ٢- لا يستخدم في حسابه جميع البيانات المتاحة مما يعني فقدان اهمية بعض المعلومات المتوفرة
- ٣- لا يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية ذات المنحنيات بفرع واحد

الدكتور/ عابد العبدلي

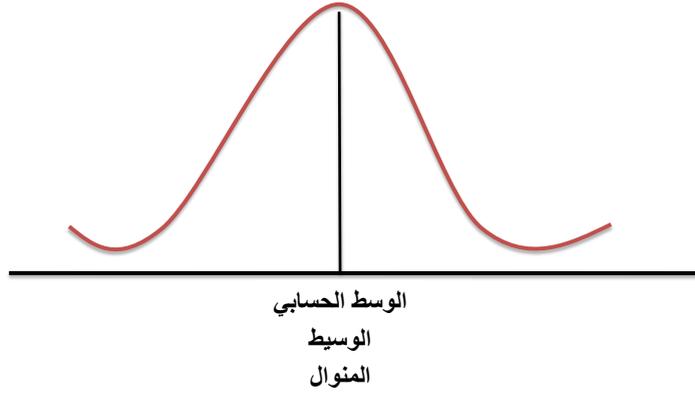
الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

العلاقة بين الوسط والوسيط والمنوال

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:-

(أ) في حالة التوزيعات التكرارية المتماثلة - ذات التوزيع الطبيعي فان العلاقة بينها كالتالي:-

$$\text{الوسط الحسابي} = \text{الوسيط} = \text{المنوال}$$



الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

العلاقة بين الوسط والوسيط والمنوال

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:-

(ب) في حالة التوزيعات التكرارية القريبة من التماثل فان العلاقة المتوسطات كالتالي:-

$$(١) \quad \text{المنوال} = ٣ - \text{الوسيط} - ٢ \text{ الوسط الحسابي} \dots\dots\dots (١)$$

(٢) - ونحصل على الوسط الحسابي من (١):-

$$\begin{aligned} \text{المنوال} = ٣ - \text{الوسيط} - ٢ \text{ الوسط الحسابي} \\ ٢ \text{ الوسط الحسابي} = ٣ - \text{الوسيط} - \text{المنوال} \end{aligned}$$

بالقسمة على ٢

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{٣}{٢} - \text{الوسيط} - \frac{١}{٢} \text{ المنوال} \dots\dots\dots (٢)$$

(٣) - ونحصل على الوسيط من (١):-

$$\begin{aligned} \text{المنوال} = ٣ - \text{الوسيط} - ٢ \text{ الوسط الحسابي} \\ ٣ \text{ الوسيط} = \text{المنوال} + ٢ \text{ الوسط الحسابي} \end{aligned}$$

بالقسمة على ٣

$$\text{الوسيط} = \frac{١}{٣} \text{ (المنوال)} + \frac{٢}{٣} \text{ (الوسط الحسابي)} \dots\dots\dots (٣)$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

العلاقة بين الوسط والوسيط والمنوال

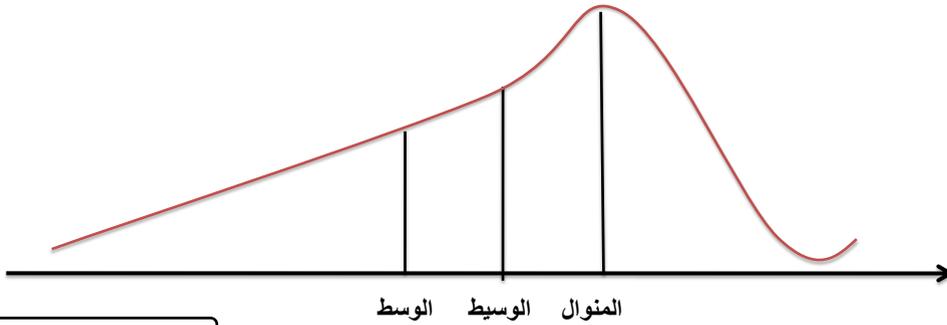
❖ العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:-

(ج) في حالة التوزيعات الملتوية فان العلاقة المتوسطات كالتالي:-

- اذا كان التوزيع سالب الالتواء - ملتويا جهة اليسار فان العلاقة بين المتوسطات كالتالي:-

المنوال اكبر من الوسيط اكبر من الوسط الحسابي

ويأخذ الشكل التالي:-



الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

العلاقة بين الوسط والوسيط والمنوال

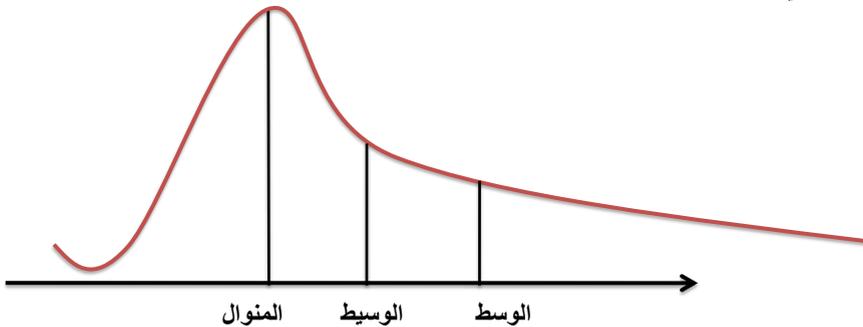
❖ العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:-

(ج) في حالة التوزيعات الملتوية فان العلاقة المتوسطات كالتالي:-

- اذا كان التوزيع موجب الالتواء - ملتويا جهة اليمين فان العلاقة بين المتوسطات كالتالي:-

الوسط الحسابي اكبر من الوسيط اكبر من المنوال

ويأخذ الشكل التالي:-



الدكتور/ عابد العبدلي

العلاقة بين الوسط والوسيط والمنوال

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:-

مثال: احدى التوزيعات القريبة من التماثل لها:

$$\text{الوسيط} = ١٧,٨$$

$$\text{المنوال} = ١٨$$

المطلوب: - ايجاد الوسط الحسابي - ما نوع الالتواء

الحل:

بما ان التوزيع قريب من التماثل فان :- الوسط الحسابي \approx الوسيط \approx المنوال

وحيث لدينا العلاقة بين الاوساط السابقة :-

$$\text{المنوال} = ٣ \text{ الوسيط} - ٢ \text{ الوسط الحسابي}$$

$$٢ \text{ الوسط الحسابي} = ٣ \text{ الوسيط} - \text{المنوال}$$

... بالقسمة على ٢

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{٣}{٢} (\text{الوسيط}) - \frac{١}{٢} (\text{المنوال})$$

... وبالتعويض

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{٣}{٢} (١٧,٨) - \frac{١}{٢} (١٨)$$

$$\text{الوسط الحسابي} = ٢٦,٧ - ٩ = ١٧,٧$$

الدكتور/ عابد العبدلي

العلاقة بين الوسط والوسيط والمنوال

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

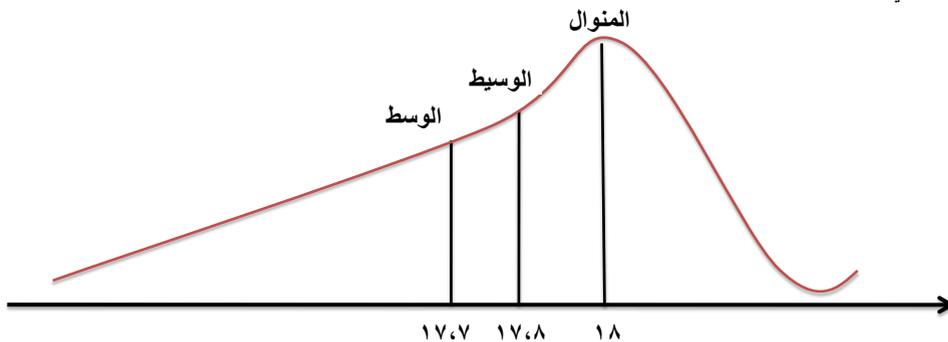
العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:-

- نوع الالتواء:

من قيم الاوساط نجد ان التوزيع له التواء سالب لان ترتيبها كالتالي :-

$$\text{المنوال (١٨) اكبر من الوسيط (١٧,٨) اكبر من الوسط الحسابي (١٧,٧)}$$

وتأخذ الشكل التالي:-



الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

٤- الوسط الهندسي (Geometric Mean)

❖ الوسط الهندسي (G.M):-

في حالة البيانات غير المبوية: الوسط الهندسي لمجموعة من قيم هو الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم

فإذا كانت الظاهرة محل الدراسة (x) وتأخذ قيمة موجبة عددها (n) كالتالي:-
 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

$$G.M = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n} \dots \dots \dots (1)$$

ويمكن تحويل الجذر الى صورة أسية كالتالي:-

$$G.M = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n)^{\frac{1}{n}} \dots \dots \dots (2)$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

٤- الوسط الهندسي (Geometric Mean)

❖ الوسط الهندسي:-

$$G.M = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n)^{\frac{1}{n}}$$

ويمكن كذلك تحويل الصيغة الاسية الى صيغة لوغاريتمية كالتالي:-

$$\log G.M = \frac{1}{n} \log(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n)$$

وطبقا لقانون اللوغاريتمات:

$$\log G.M = \frac{1}{n} (\log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + \dots + \log x_n)$$

او

$$\log G.M = \frac{\sum_{i=1}^n \log x_i}{n} \dots \dots \dots (3)$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٤- الوسط الهندسي (Geometric Mean)

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ الوسط الهندسي:-

مثال: اوجد الوسط الهندسي للبيانات التالية:

(2, 3, 6, 8)

الحل:

عدد القيم n= 4

باستخدام صيغة الوسط الهندسي (1) يصبح:

$$G.M = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n} \dots \dots \dots (1) \quad \text{الوسط الهندسي}$$

$$G.M = \sqrt[4]{2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 8} = \sqrt[4]{288} = 4.11 = \text{الوسط الهندسي}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٤- الوسط الهندسي (Geometric Mean)

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

❖ الوسط الهندسي:-

مثال: اوجد الوسط الهندسي للبيانات التالية:

(2, 3, 6, 8)

الحل:

عدد القيم n= 4

باستخدام صيغة الوسط الهندسي (2) :

$$G.M = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n)^{\frac{1}{n}} \dots \dots \dots (2)$$

$$G.M = (2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 8)^{\frac{1}{4}} = (288)^{\frac{1}{4}} = 4.11 = \text{الوسط الهندسي}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية - الوسط الهندسي (Geometric Mean)

❖ الوسط الهندسي:-

مثال: اوجد الوسط الهندسي للبيانات التالية:

(2, 3, 6, 8)

الحل:

عدد القيم n= 4

باستخدام صيغة الوسط الهندسي (3) :

$$\log G.M = \frac{\sum_{i=1}^n \log x_i}{n} \dots\dots\dots(3)$$

$$\log G.M = \frac{\sum_{i=1}^4 \log 2 + \log 3 + \log 6 + \log 8}{4}$$

باستخدام اللوغاريتم العادي للاساس ١٠

$$\log G.M = \frac{\sum_{i=1}^4 0.3010 + 0.4771 + 0.7781 + 0.9030}{4} = \frac{2.4592}{4} = 0.6148$$

G.M = 4.11 وبايجاد العدد الذي لوغاريتمه (٠,٦١٤٨٥) نحصل على:

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية - الوسط الهندسي (Geometric Mean)

❖ الوسط الهندسي:- الوسط الهندسي في حالة البيانات المبوبة

في حالة البيانات المبوبة (جدوال تكرارية) فان :-

$$G.M = \sqrt[f]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot x_3^{f_3} \dots x_n^{f_n}} \dots\dots\dots(1)$$

= الوسط الهندسي

$$G.M = (x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot x_3^{f_3} \dots x_n^{f_n})^{\frac{1}{\sum f}} \dots\dots\dots(2)$$

او

$$\log G.M = \frac{1}{\sum f} \log(x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot x_3^{f_3} \dots x_n^{f_n})$$

او باخذ لوغاريتم الطرفين

$$\log G.M = \frac{1}{\sum f} (f_1 \log x_1 + f_2 \log x_2 + f_3 \log x_3 \dots f_n \log x_n)$$

$$\log G.M = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \log x_i}{\sum f} \dots\dots\dots(3)$$

حيث: (x) = مركز الفئة، (f) = التكرار

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية - الوسط الهندسي (Geometric Mean)

❖ **الوسط الهندسي:-** الوسط الهندسي في حالة البيانات المبوبة

مثال: اوجد الوسط الهندسي من البيانات المبوبة التالية:-

الفئة	التكرار (f)
10 -	10
20 -	20
30 -	30
40 -	15
50 - 60	5
	Σ 80

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية - الوسط الهندسي (Geometric Mean)

❖ **الوسط الهندسي:-** الوسط الهندسي في حالة البيانات المبوبة

الحل: نحصل على البيانات التالية:-

- مركز الفئة (x)
- لوغاريتم مركز الفئة (log)
- حاصل ضرب التكرار (f) في لوغاريتم مركز الفئة (f log x)
- وضعها في جدول

الفئة	التكرار (f)	مركز الفئة (x)	Log (x)	f log(x)
10 -	10	15	1.1761	11.761
20 -	20	25	1.3979	27.958
30 -	30	35	1.5441	46.323
40 -	15	45	1.6532	24.798
50 - 60	5	55	1.7404	8.702
	$\Sigma f = 80$			$\Sigma f \log(x) = 119.542$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

٤- الوسط الهندسي (Geometric Mean)

❖ **الوسط الهندسي:-** الوسط الهندسي في حالة البيانات المبوبة

$$\sum f \log x = 119.542$$

$$\sum f = 80$$

$$\log G.M = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \log x_i}{\sum f} \dots\dots\dots(3)$$

الحل:
إذا

وباخذ العدد المقابل للوغاريتم، يصبح:

$$\log G.M = \frac{119.542}{80} = 1.494$$

$$G.M = 31.2086$$

احيانا يسمى " وسط هندسي مرجح" - أي بتكرارات الفئات

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

٤- الوسط الهندسي (Geometric Mean)

❖ **الوسط الهندسي:-** - استخدامات الوسط الهندسي

- ١- يستخدم في حساب متوسط النسب لمجموعة من القيم مثل الارقام القياسية للاسعار
- ٢- يستخدم في حساب معدلات التغير في الانتاج والاستهلاك او متوسط معدلات التغير في أي ظاهرة اقتصادية على مرو الزمن مثل متوسطات التضخم عبر فترة زمنية

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية -٥- المتوسط التوافقي (Harmonic Mean)

❖ المتوسط التوافقي (H.M):-

الوسط التوافقي لمجموعة من القيم لظاهرة ما هو مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم

مثال: نفترض ظاهرة (x) لها القيم التالية: (x₁, x₂, x₃, ..., x_n) خطوات الوسط التوافقي :-

١- اولاً نحصل على مقلوبات القيم وهي: $\left(\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \dots, \frac{1}{x_n} \right)$

١- ثانياً نحصل على الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم وهي = $\frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}{n}$

٣- ثالثاً نحصل على مقلوب هذا الوسط الحسابي وهو الوسط التوافقي = $\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$

$$H.M = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_n}} = \text{او}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية -٥- المتوسط التوافقي (harmonic mean)

❖ المتوسط التوافقي:- في حالة البيانات المبوبة:-

الوسط التوافقي للبيانات المبوبة يأخذ الصيغة التالية:-

$$H.M = \frac{\sum f}{\sum \left(\frac{1}{x} \cdot f \right)}$$

..... ويسمى الوسط التوافقي المرجح

حيث: x = مركز الفئة
f = التكرار

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

٥- المتوسط التوافقي (harmonic mean)

استخدامات الوسط التوافقي:-

- ١- يكون مناسباً في حساب الوسط المرجح الذي يعطي وزناً كبيراً للعناصر ذات التأثير الأقل ، ووزناً صغيراً للعناصر ذات التأثير الأكبر
- ٢- يستخدم في قياس القوة الشرائية للنقود بدلالة الاسعار ، لان القوة الشرائية للنقود هي مقلوب المستوى العام للاسعار
- ٣- يستخدم في حساب متوسط معدل تغير الظواهر مع الزمن حيث يكون الزمن هو العامل المتغير والمعدلات هي العامل الثابت
- ٤- يستخدم لتحديد معدلات السرعة ومتوسط الاسعار، ومتوسط الكثافة السكانية

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

٥- المتوسط التوافقي (harmonic mean)

المتوسط التوافقي:-

مثال (١):

في مساحة على شكل مربع طول ضلعة = ١٠٠ كم مخصصة لسباق السيارات، وكانت سرعة احدى السيارات كالتالي:

١٠٠ كم/ساعة في مسافة الضلع الاول

٢٠٠ كم/ساعة في مسافة الضلع الثاني

٣٠٠ كم/ساعة في مسافة الضلع الثالث

٤٠٠ كم/ساعة في مسافة الضلع الرابع

المطلوب: احسب معدل سرعة السيارة لمسافة السباق كلها؟

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية - المتوسط التوافقي (harmonic mean)

❖ المتوسط التوافقي:-
✓الحل (١):

- سرعة السيارة في مسافة الاضلاع الاربعة هي : $x_1 = 100, x_2 = 200, x_3 = 300, x_4 = 400$

$$\left(\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4} \right) = \frac{1}{100}, \frac{1}{200}, \frac{1}{300}, \frac{1}{400} \quad \text{- مقلوب هذه القيم هي =}$$

$$\frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}}{n} = \frac{\frac{1}{100} + \frac{1}{200} + \frac{1}{300} + \frac{1}{400}}{4} \quad \text{- الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم =}$$

$$\frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}}{n} = \frac{\frac{1}{100} + \frac{1}{200} + \frac{1}{300} + \frac{1}{400}}{4} \quad \text{- إذا الوسط التوافقي =}$$

$$\frac{4}{0.01 + 0.005 + 0.0033 + 0.0025} = \frac{4}{0.02083} = 192.03 \quad \text{كم/ساعة}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية - المتوسط التوافقي (harmonic mean)

❖ المتوسط التوافقي:-

✓مثال (٢):

ثلاثة مدن (أ) و (ب) و (ج) متساوية في بعدها عن بعض، سافر راكب دراجة كالاتي:

- من (أ) ← (ب) بسرعة ٣٠ كم/ساعة

- من (ب) ← (ج) بسرعة ٤٠ كم/ساعة

- من (ج) ← (أ) بسرعة ٥٠ كم/ساعة

المطلوب: احسب متوسط سرعته في الرحلة كلها؟

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

٥- المتوسط التوافقي (harmonic mean)

❖ المتوسط التوافقي:-

✓الحل (٢):

- سرعة الدراجة في المسافات الثلاث هي : $x_1 = 30$, $x_2 = 40$, $x_3 = 50$

- مقلوب هذه القيم هي $\left(\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3} \right) = \frac{1}{30}, \frac{1}{40}, \frac{1}{50}$

- الوسط التوافقي = $\frac{3}{\frac{1}{30} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50}} = \frac{3}{0.033 + 0.025 + 0.02} = \frac{3}{0.078} = 38.5$ كم/ساعة

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

٥- المتوسط التوافقي (harmonic mean)

❖ المتوسط التوافقي:-

✓مثال (٣):

- استثمر احد الافراد مبلغا من المال لمدة ٥ سنوات، وكانت معدلات العائد على الاستثمار هي كالآتي:

السنة الاولى = ١٠,٥%

السنة الثانية = ١٢%

السنة الثالثة = ١٤%

السنة الرابعة = ١٥,٥%

السنة الخامسة = ١٨%

المطلوب: احسب متوسط العائد على الاستثمار في السنوات الخمس؟

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية - المتوسط التوافقي (harmonic mean)

❖ المتوسط التوافقي:-

✓الحل (٣):

- نلاحظ ان القيم تعبر عن معدلات تغير وبالتالي **نستخدم الوسط التوافقي** او الهندسي

- معدلات عائد الاستثمار هي : $x_1 = 10.5\%$, $x_2 = 12\%$, $x_3 = 14\%$, $x_4 = 15.5\%$, $x_5 = 18\%$

$$\text{- باستخدام الوسط التوافقي} = \frac{5}{\frac{1}{10.5} + \frac{1}{12} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15.5} + \frac{1}{18}}$$

$$\text{- الوسط التوافقي} = \frac{5}{0.095 + 0.083 + 0.071 + 0.064 + 0.055} = \frac{5}{0.369} = 13.5\%$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية - المتوسط التوافقي (harmonic mean)

❖ المتوسط التوافقي:-

✓الحل (٣):

- نلاحظ ان القيم تعبر عن معدلات تغير وبالتالي **نستخدم الوسط التوافقي** او الهندسي

- معدلات عائد الاستثمار هي : $x_1 = 10.5\%$, $x_2 = 12\%$, $x_3 = 14\%$, $x_4 = 15.5\%$, $x_5 = 18\%$

$$\text{باستخدام الوسط الهندسي} = \sqrt[5]{10.5 \times 12 \times 14 \times 15.5 \times 18}$$

$$(10.5 \times 12 \times 14 \times 15.5 \times 18)^{\frac{1}{5}}$$

$$\frac{1}{5} \log(492156)$$

$$\text{..... وباخذ العدد المقابل نحصل على:-} \quad \frac{1}{5} (5.6921) = 1.13842$$

الوسط الهندسي = 13.75 %

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

٥- المتوسط التوافقي (harmonic mean)

❖ المتوسط التوافقي:-

✓مثال (٤) الوسط التوافقي من بيانات مبوبة:

- من الجدول التكراري التالي اوجد الوسط التوافقي:-

الفئات	التكرار (f)
10 -	10
20 -	15
30 -	20
40 -	18
50 -	10
60 - 70	7
	80

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

٥- المتوسط التوافقي (harmonic mean)

❖ المتوسط التوافقي:-

✓الحل (٤) الوسط التوافقي من بيانات مبوبة:

الوسط التوافقي للبيانات المبوبة =

$$H.M = \frac{\sum f}{\sum \left(\frac{1}{x} \cdot f \right)}$$

حيث:

x = مركز الفئة

f = التكرار

= مقلوب مركز الفئة $\frac{1}{x}$

وللحصول على هذه البيانات تكون جدول وفق الاتي

الفئات	التكرار (f)	مركز الفئة (x)	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} \cdot f$
10 -	10	15	0.066	0.666
20 -	15	25	0.04	0.6
30 -	20	35	0.028	0.571
40 -	18	45	0.022	0.399
50 -	10	55	0.018	0.181
60 - 70	7	65	0.0135	0.107
\sum	80			2.527

$$H.M = \frac{\sum f}{\sum \left(\frac{1}{x} \cdot f \right)} = \frac{80}{2.527} = 31.7$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

العلاقة بين الوسط الحسابي والهندسي والتوافقي:

- في حالة ان قيم الظاهرة (x) غير متساوية فان العلاقة بين هذه الاوساط تكون كالتالي:-

الوسط الحسابي اكبر من الوسط الهندسي اكبر من الوسط التوافقي

مثال: نفترض ان قيم الظاهرة (x) هي (5 , 7) فان الاوساط كالتالي:-

$$\frac{5 + 7}{2} = 6 = \text{الوسط الحسابي}$$

$$\sqrt{5 \times 7} = 5.92 = \text{الوسط الهندسي}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{5} + \frac{1}{7}} = \frac{2}{0.20 + 0.14} = 5.83 = \text{الوسط التوافقي}$$

ويتضح من العلاقة الوسط الحسابي اكبر من الوسط الهندسي اكبر من الوسط التوافقي

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: (تلخيص البيانات) مقاييس النزعة المركزية

العلاقة بين الوسط الحسابي والهندسي والتوافقي:

- في حالة ان قيم الظاهرة (x) متساوية فان العلاقة بين هذه الاوساط تكون كالتالي:-

الوسط الحسابي = الوسط الهندسي = الوسط التوافقي

مثال: نفترض ان قيم الظاهرة (x) هي (٧ ، ٧) فان الاوساط كالتالي:-

$$\frac{7 + 7}{2} = 7 = \text{الوسط الحسابي}$$

$$\sqrt{7 \times 7} = 7 = \text{الوسط الهندسي}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{7} + \frac{1}{7}} = \frac{2}{0.14 + 0.14} = 7 = \text{الوسط التوافقي}$$

ويتضح من العلاقة الوسط الحسابي = الوسط الهندسي = الوسط التوافقي

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: مقاييس النزعة المركزية: تطبيقات على برنامج الاكسل (Excel)

❖ الجدول التالي تبين معدل النمو الاقتصادي لثلاث دول عبر فترات مختلفة:-

العام	٢٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨
دولة ١	٤,٥	٤,٨	٥,٣	٥,١	٦,٢	٧,٨	٧	٩,٨	١٠,٤
دولة ٢	١,٣	٢,٦	٣	٤,٦	٥	٥	٦,٥		
دولة ٣	٧,٦	٨,٣	٩,٥	٩	١٠,١	١٠,٢	٩,٨	١١,٤	

المطلوب: احسب الوسط الحسابي، الوسط الهندسي، الوسط التوافقي للنمو الاقتصادي

الحل: نتبع الخطوات التالية حسب الطريقة اليدوية:-



- ١- نفتح ملف اكسل وندخل البيانات
- ٢- نضع المؤشر في الخلية التي ستظهر فيها الاحصائية
- ٣- لاجداد المتوسط الحسابي نكتب علامة (=) وبعدها كلمة (average) ثم نحدد البيانات ثم مضغظ (enter)
- ٣- لاجداد الوسط الهندسي نكتب علامة (=) وبعدها كلمة (geomean) ثم نحدد البيانات ثم مضغظ (enter)
- ٣- لاجداد الوسط التوافقي نكتب علامة (=) وبعدها كلمة (harmean) ثم نحدد البيانات ثم مضغظ (enter)

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: مقاييس النزعة المركزية

تمارين الفصل الثالث

(٣- ١) الجدول التالي يوضح التوزيع التكراري لاوزان ٨٠ فرد:

الاجمالي	٩٠-٨٦	-٨٢	-٧٨	-٧٤	-٧٠	-٦٦	-٦٢	الوزن كجم
عدد الافراد	٤	١٠	١٤	٢١	٢٠	٨	٣	

المطلوب:

- ١- حساب الوسط الحسابي لاوزان الافراد
- ٢- حساب الوزن الوسيط:
 - أ- بالحساب من الجدول التكراري المتجمع الصاعد
 - ب- بالرسم من المنحنى المتجمع الصاعد والنازل كل على حده، ثم من المنحنيين معا في رسم واحد
- ٣- حساب قيمة المنوال:
 - أ- بطريقة الرافعة والفروق
 - ب- بالرسم من المدرج التكراري

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: مقاييس النزعة المركزية

تمارين الفصل الثالث

(٢-٣) الجدول التالي يوضح التوزيع التكراري لآعمار مجموعة من الافراد في احدى المدن :

فئة السن	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠	-٣٥	-٤٠	-٤٥	-٥٠
عدد الافراد	٢٠	٢٤	٢٢	١٩	٢٩	٢٦	٢٠	١٢	٨

المطلوب:

- ١- حساب متوسط الاعمار
- ٢- حساب قيمة الوسيط بالحساب
- ٣- حساب قيمة المنوال بالحساب
- ٤- هل توزيع البيانات متماثل؟ علل اجابتك

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الثالث: مقاييس النزعة المركزية

تمارين الفصل الثالث

(٣-٣) الجدول التالي يمثل توزيع الدخل السنوي (الآف الريالات) لعينة من الاسر بمكة المكرمة:-

فئات الدخل	-٤٠	-٤٨	-٥٦	-٦٤	-٧٢	-٨٠	٨٨-٩٦	الاجمالي
عدد الاسر	٨	١٦	٢٤	٣٦	٣٠	١٨	٨	١٤٠

المطلوب:

- أ- احسب الوسط الهندسي
- ب- الوسط التوافقي

الدكتور/ عابد العبدلي

تمارين الفصل الثالث

الفصل الثالث: مقاييس النزعة المركزية

(٣- ٤) احدى التوزيعات القريبة من التماثل بيانات كالتالي:-

الوسيط = ٢١,٥

المنوال = ١٨

المطلوب:

١- اوجد الوسط الحسابي لهذا التوزيع

٢- حدد نوع الالتواء مع تعليل اجابتك؟

الدكتور/ عابد العبدلي

مقدمة

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ مقدمة :-

سبق ان تعرفنا على خصائص الظاهرة وهي مقاييس النزعة المركزية مثل (المتوسطات) الا ان هذه المقاييس ليست كافية احيانا لوصف الظاهرة ومقارنتها مع ظواهر اخرى، حيث ان بعض الظواهر قد تتشابه في اوساطها ولكن قد تختلف في تباعد او تقارب بياناتها عن اوساطها مثال:-
نفترض لدينا مجموعتين لمادة الاحصاء ودرجات الطلاب كالتالي:-

المجموعة الاولى: (69 , 70 , 71 , 64 , 76)

المجموعة الثانية: (70 , 40 , 80 , 100 , 60) ولو حسبنا الوسط الحسابي للمجموعتين

$$\frac{69 + 70 + 71 + 64 + 76}{5} = 70 = \text{الوسط الحسابي للمجموعة الاولى}$$

$$\frac{70 + 40 + 80 + 100 + 60}{5} = 70 = \text{الوسط الحسابي للمجموعة الثانية}$$

ونلاحظ ان الوسيطين متساويان = (70) درجة ولو اكتفينا بمقارنة الوسيطين للظاهرة نستنتج ان مستوى الطلاب واحد او ان المجموعتين متجانسة، ولكن هذا يخالف واقع البيانات، لان درجات طلاب المجموعة الاولى تظهر متقاربة من بعضها البعض وتتركز حول وسطها الحسابي، بينما درجات الطلاب في المجموعة الثانية تظهر متباعدة اكثر من بعضها ومنتشرة في مدى اوسع. ولذلك نحن بحاجة الى مقاييس اخرى غير مقاييس النزعة المركزية تقيس مدى تقارب او تباعد مفردات الظواهر بعضها عن بعض، ولمعرفة مدى تجانس الظواهر في خصائصها.
هذه المقاييس تسمى مقاييس التشتت وسنأخذ منها:-

٥- معامل الاختلاف

٤- الانحراف المعياري

٣- التباين

٢- الانحراف المتوسط

١- المدى

وهي مقاييس تقيس مدى تشتت بيانات ظاهرة ما أو مقدار التفاوت أو الاختلاف بين مفردات هذه الظاهرة

الدكتور/ عابد العبدلي

١- المدى Range

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ **المدى:** هو أبسط مقاييس التشتت وهو الفرق بين أكبر واصغر قيمة في مجموعات البيانات

- ✓ إذا كان صغيراً فإن ذلك يعني أن القيم متقاربة أو متجانسة (أقل تشتت)
- ✓ إذا كان كبيراً فيعني أن القيم متباعدة عن بعضها أو غير متجانسة متشتتة

مثال: من بيانات الدخول لمجموعتين من الأفراد اوجد المدى للمجموعتين:-

المجموعة الأولى (1500 , 1000 , 1200 , 1300)

المجموعة الثانية (800 , 1200 , 500 , 2500)

الحل: نجد أن:-

المجموعة الأولى: أقل قيمة = 1000 أكبر قيمة = 1500

المجموعة الثانية: أقل قيمة = 500 أكبر قيمة = 2500

المدى للمجموعة الأولى = 1500 - 1000 = 500 ريال

المدى للمجموعة الثانية = 2500 - 500 = 2000 ريال

وبما أن مدى المجموعة الأولى أقل من الثانية نستنتج أن **المجموعة الأولى أكثر تجانساً** أو أقل تشتتاً من المجموعة الثانية

الدكتور/ عابد العبدلي

١- المدى Range

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ **المدى:** من البيانات المبوبة

يحسب كالآتي: **المدى = الحد الأعلى لأكبر فئة - الحد الأدنى لاصغر فئة**

ولا يمكن حسابه من الجداول المفتوحة

مثال: احسب المدى للبيانات المبوبة التالية:-

الحل:

الحد الأعلى لأكبر فئة = 50

الحد الأدنى لاصغر فئة = 10

∴ المدى = 50 - 10 = 40

ويمكن أيضاً حسابه باستخدام **مركز الفئة كالتالي:-**

المدى = مركز الفئة الأعلى - مركز الفئة الدنيا

= 45 - 15 = 30

التكرار	الفئات
5	10 -
7	20 -
10	30 -
4	40 - 50

❖ **عيوب المدى:-**

١- يعتمد على قيمتين فقط مما يعني أنه غير كاف لقياس تشتت البيانات خاصة إذا كانت القيم الصغرى والكبرى متطرفة

٢- لا يمكن حسابه من الجداول ذات الفئات المفتوحة، ولذلك فهو قليل الاستخدام

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ الانحراف المتوسط (M.D) :-

هو متوسط الانحرافات المطلقة لقيم الظاهرة عن وسطها الحسابي
الانحرافات هي = الفروق بين كل قيمة من قيم الظاهرة ومتوسط الظاهرة
متوسط الانحرافات = مجموع الانحرافات ÷ عددها

$$M.D = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$$

وياخذ الصيغة الرياضية التالية:-

حيث:

$$\begin{aligned} \text{مجموع} &= \sum \\ \text{قيمة الظاهرة} &= x \\ \text{الوسط الحسابي للظاهرة} &= \bar{x} \\ \text{عدد القيم} &= n \end{aligned}$$

ملاحظة:

لكي لا يصبح مجموع الفروق = صفر نأخذ الفروق المطلقة بين كل قيمة والوسط الحسابي ولذلك وضعناها بين خطين متوازيين لتعبر عن الفرق المطلق $|x - \bar{x}|$ ، لاننا لو اخذنا الفروق كما هي سيلغي الموجب منها السالب

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ الانحراف المتوسط :-

مثال:

اوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية:- (20 , 25 , 25 , 26 , 30 , 31 , 32)

الحل:

$$\bar{x} = \frac{20 + 25 + 25 + 26 + 30 + 31 + 32}{7} = 27$$

١- نوجد اولا الوسط الحسابي = 27

٢- نكون جدولاً لحساب الفروق المطلقة كالتالي:

قيم الظاهرة (x)	الفروق المطلقة $ x - \bar{x} $
20	7
25	2
25	2
26	1
30	3
31	4
32	5
	24

$$M.D = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \text{الانحراف المتوسط}$$

$$M.D = \frac{24}{7} = 3.43$$

وهذا يعني ان قيم الظاهرة تنحرف في المتوسط عن وسطها الحسابي بمقدار = 3.43

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ الانحراف المتوسط :- من البيانات المبوبة

يتم حسابه بالصيغة التالية:-

$$M.D = \frac{\sum |x - \bar{x}| \times f}{\sum f}$$

الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة =

حيث:

x = مركز الفئة

\bar{x} = الوسط الحسابي للبيانات المبوبة

f = التكرار

مثال:

احسب الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة التالية:

الفئة	10 -	20 -	30 -	40 -	50 - 60	المجموع
التكرار (f)	15	20	29	24	12	100

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ الانحراف المتوسط :- من البيانات المبوبة

الحل: ١- نكون جدول للحصول على البيانات المطلوبة كالتالي:-

الفئة	التكرار (f)	مركز الفئة (x)	X . F	$ x - \bar{x} $	$ x - \bar{x} \times f$
10 -	15	15	225	19.8	297
20 -	20	25	500	9.8	196
30 -	29	35	1015	0.2	5.8
40 -	24	45	1080	10.2	244.8
50 - 60	12	55	660	20.2	242.4
	100		3480		986

$$\bar{x} = \frac{\sum x.f}{\sum f} = \frac{3480}{100} = 34.8 = \text{الوسط الحسابي للبيانات المبوبة}$$

$$M.D = \frac{\sum |x - \bar{x}| \times f}{\sum f} = \frac{986}{100} = 9.86 = \text{الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- التباين Variance

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ التباين :-

التباين أكثر مقاييس التشتت استخداماً وهو متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ويرمز له (S^2) ، وصيغته:-

$$S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1} \dots\dots(1)$$

حيث:

$$\begin{aligned} \sum &= \text{مجموع} \\ x &= \text{قيمة الظاهرة} \\ \bar{x} &= \text{متوسط الظاهرة} \\ n &= \text{حجم العينة} \end{aligned}$$

- أي انه مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوما على حجم العينة ناقص واحد (درجات الحرية) ويستخدم لكي نحصل على قيمة تباين مقدرة غير متحيزة
- يستخدم التباين كثيراً في الاحصاء الاستدلالي
- يلاحظ ان وحدة قياس التباين هي مربع الانحرافات تفاديا للانحرافات المطلقة كما هو في الانحراف المتوسط، والهدف لكي لا يكون مجموع المربعات = صفر ونتخلص من هذه المشكلة بتربيع الانحرافات

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- التباين Variance

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ التباين :-

صيغة أخرى للتباين بعد فك قوس مربع الانحرافات $(x - \bar{x})^2$ يصبح كالتالي:-

$$S^2 = \frac{1}{n - 1} \left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right) \dots\dots(2)$$

حيث:

$$\begin{aligned} \sum x^2 &= \text{مجموع مربع (x)} \\ (\sum x)^2 &= \text{مربع مجموع (x)} \end{aligned}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- التباين Variance

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ التباين :-

مثال:

احسب التباين للبيانات التالية: (5 , 7 , 11 , 10 , 12)

الحل:

$$1- \text{اولا نحصل على الوسط الحسابي} = \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{12+10+11+7+5}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

٢- ثانيا نحصل على الانحرافات عن الوسط $(x - \bar{x})$ ومربعتها $(x - \bar{x})^2$ كالتالي:

x	$(x - \bar{x}) = (x - 9)$	$(x - \bar{x})^2 = (x - 9)^2$
12	3	9
10	1	1
11	2	4
7	-2	4
5	-4	16
Σ		34

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- التباين Variance

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ التباين :-

٣- نحصل على التباين كالتالي:

x	$(x - \bar{x}) = (x - 9)$	$(x - \bar{x})^2 = (x - 9)^2$
12	3	9
10	1	1
11	2	4
7	-2	4
5	-4	16
Σ		34

$$S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{34}{4} = 8.5 = \text{التباين}$$

نلاحظ ان قيمة التباين (8.5) كبيرة نسبيا مقارنة بقيم الظاهرة، وهذا بسبب ان التباين هو مربع الانحرافات، ونظرا لان مقاييس التشتت لابد ان تاخذ نفس وحدات القيم الاصلية، فاننا نأخذ الجذر التربيعي وهذا يسمى بالانحراف المعياري الذي سنأخذه لاحقا

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- التباين Variance

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ التباين :-

باستخدام الصيغة الثانية:

x	x^2
12	144
10	100
11	121
7	49
5	25
$\sum x = 45$	$\sum x^2 = 439$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right) \dots (2)$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right) = \frac{1}{4} \left(439 - \frac{45^2}{5} \right) = \frac{1}{4} (34) = 8.5 = \text{التباين}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- التباين Variance

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ التباين :- من البيانات المبوبة:-

التباين للبيانات المبوبة يأخذ الصيغة التالية:-

$$S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \times f}{n - 1}$$

حيث:

 x = مركز الفئة \bar{x} = الوسط الحسابي f = التكرار

- أي انه مجموع حاصل ضرب مربعات انحرافات مراكز الفئات عن وسطها الحسابي مقسوما على حجم العينة ناقص واحد (درجات الحرية)

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- التباين Variance

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ التباين :- من البيانات المبوبة:-

مثال: احسب التباين للبيانات المبوبة التالية:-

الفئة	التكرار (f)
5 -	2
10 -	0
15 -	4
20 -	3
25 - 30	1

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- التباين Variance

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ التباين :- من البيانات المبوبة:-

الحل: علينا ان نحصل على البيانات التالية:-

- مركز الفئة = x

- الوسط الحسابي = \bar{x}

- انحرافات مراكز الفئة عن الوسط الحسابي = $(x - \bar{x})$

- مربع الانحرافات = $(x - \bar{x})^2$

- حاصل ضرب مربع الانحرافات والتكرار = $(x - \bar{x})^2 \times f$

وهذه الخطوات موضحة في الجدول التالي:-

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- التباين Variance

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ التباين :- من البيانات المبوبة:-

الحل:

الفئة	التكرار f	مركز الفئة x	$x \times f$	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 \times f$
5 -	2	7.5	15	10.5-	110.25	220.5
10 -	0	12.5	0	- 5.5	30.5	0
15 -	4	17.5	70	- 0.5	0.25	1
20 -	3	22.5	67.5	4.5	20.25	60.75
25 - 30	1	27.5	27.5	9.5	90.25	90.25
	10		180			372.5

$$\bar{x} = \frac{\sum x \times f}{\sum f} = \frac{180}{10} = 18 \quad = \text{الوسط الحسابي}$$

$$S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \times f}{n - 1} = \frac{372.5}{9} = 41.38 \quad \therefore \text{التباين}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٤- الانحراف المعياري Standard Deviation

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ الانحراف المعياري (S.D):-

الانحراف المعياري اهم مقاييس التشتت واكثرها استخداماً، ويرمز له (S): وهو عبارة عن الجذر التربيعي للتباين (S^2)، وصياغته:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}} \dots\dots(1)$$

حيث:

$$S = \text{الانحراف المعياري} \quad \sum = \text{مجموع}$$

$$S^2 = \text{التباين} \quad x = \text{قيمة الظاهرة}$$

$$\bar{x} = \text{متوسط الظاهرة}$$

$$n = \text{عدد مفردات الظاهرة}$$

وبالتالي فإن الانحراف المعياري يقيس التشتت بنفس وحدات القيم الاصلية ، وعليه فهو يقيس متوسط انحرافات

القيم عن الوسط الحسابي - او متوسط التشتت حول الوسط الحسابي

الدكتور/ عابد العبدلي

٣- التباين Variance

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ التباين :-

صيغة اخرى للتباين بعد فك قوس مربع الانحرافات $(x - \bar{x})^2$ يصبح كالتالي :-

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right)} \dots \dots (2)$$

حيث:

$$\text{مجموع مربع (x)} = \sum x^2$$

$$\text{مربع مجموع (x)} = (\sum x)^2$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٤- الانحراف المعياري Standard Deviation

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ الانحراف المعياري (S.D) :-

مثال: اوجد الانحراف المعياري للبيانات التالية: (40 , 44 , 28 , 36 , 32)

الحل:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{40 + 44 + 28 + 36 + 32}{5} = 36 = \text{اولا نحصل على الوسط الحسابي}$$

- ثم نحصل على التباين ومنه على الانحراف المعياري كالتالي :-

x	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
40	4	16
44	8	64
28	-8	64
36	0	0
32	-4	16
		160

$$S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{160}{4} = 40$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{40} = 6.32 \quad \therefore \text{الانحراف المعياري}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ الانحراف المعياري (S.D):-

مثال: اوجد الانحراف المعياري للبيانات التالية: (40 , 44 , 28 , 36 , 32)

الحل: باستخدام الصيغة (2)

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right)} \dots\dots(2)$$

- نحصل على مجموع (x)

- ونحصل على مربع (x) كالتالي:-

X	x^2
40	1600
44	1936
28	784
36	1296
32	1024
$\sum x = 180$	$\sum x^2 = 6640$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{4} \left(6640 - \frac{(180)^2}{5} \right)}$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{4} \left(6640 - \frac{32400}{5} \right)} = \sqrt{\frac{1}{4} (6640 - 6480)}$$

$$S = \sqrt{\frac{160}{4}} = \sqrt{40} = 6.32 \quad \therefore \text{الانحراف المعياري}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ الانحراف المعياري (S.D):-

وتفسير ناتج الانحراف المعياري (٦,٣٢) هو ان البيانات تتشتت عن الوسط الحسابي بمعدل ٦,٣٢ وحدات

- وكلما كان الانحراف المعياري صغيرا كلما كان تشتت البيانات صغيرا أي ان القيم متقاربة من الوسط الحسابي

- وكلما كان الانحراف المعياري كبيرا كلما كان التشتت كبيرا ودل ذلك على ان القيم متباعدة عن الوسط الحسابي

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ الانحراف المعياري (S.D):-

من استخدامات الانحراف المعياري انه يعتبر المؤشر الشائع لقياس خطورة الاستثمار في الاصول او الاسهم

مثال: اذا كان احد الافراد لديه راس مال ويرغب استثماره في اسهم احدى شركتين (أ) و (ب) وكان معدل عوائد اسهم الشركتين كالتالي:-

السنوات	معدل عائد شركة (أ)	معدل عائد شركة (ب)
١	٩،٤	١١،٣
٢	١٧،١	١٢،٥
٣	١٣،٣	١٣
٤	١٠	١٢
٥	١١،٢	١٢
المجموع	٦٠	٦٠
متوسط العائد	١٢،٢	١٢،٢
الانحراف المعياري	٣،١٢	٠،٦٣

المطلوب: حدد ايهما افضل للاستثمار: سهم شركة (أ) او سهم شركة (ب)؟

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ الانحراف المعياري (S.D):-

الحل:

نلاحظ ان متوسط العائد لكل سهم = ١٢،٢%

- والمستثمر دائما يبحث عن استثمار تكون فيه المخاطرة منخفضة، ومؤشر المخاطرة هنا هو الانحراف المعياري
- فكلما كان الانحراف المعياري كبيرا كلما كانت المخاطرة اكبر والعكس صحيح
- وهنا الانحراف المعياري لمعدل عائد سهم شركة (أ) = ٣،١٢ وهو اكبر من الانحراف المعياري لمعدل عائد سهم شركة (ب) = ٠،٦٣ - مما يعني ان معدلات عوائد سهم شركة (أ) تتقلب في نطاق كبير خلال السنوات الخمس الماضية، ولذلك فان سهم شركة (أ) يتضمن مخاطرة اكبر من سهم شركة (ب) لان احرافه المعياري منخفض ٠،٦٣ مما يدل على استقراره وبالتالي معدل مخاطرة الاستثمار في سهم شركة (ب) منخفضة وهو الافضل للاستثمار

سؤال: بماذا يمتاز الانحراف المعياري (S) عن التباين (S^2)؟

الاجابة: يمتاز الانحراف المعياري عن التباين بانه يعبر عن التشتت باستخدام نفس وحدات القياس للبيانات بينما يعبر التباين عن التشتت باستخدام مربع وحدات القياس

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ الانحراف المعياري (S.D):- للبيانات المبوبة

الانحراف المعياري للبيانات المبوبة يأخذ الصيغة التالية:-

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \times f}{n - 1}}$$

حيث:

x = مركز الفئة

\bar{x} = الوسط الحسابي

f = التكرار

- أي أنه الجذر التربيعي لمجموع حاصل ضرب مربعات انحرافات مراكز الفئات عن وسطها الحسابي مقسوماً على حجم العينة ناقص واحد (درجات الحرية)

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ الانحراف المعياري (S.D):- للبيانات المبوبة

مثال: الجدول التالي يوضح توزيع اجور العمال في الساعة الواحدة في احدى المصانع

فئات الاجور	عدد العمال (f)
3.50 - 3.59	1
3.60 - 3.69	2
3.70 - 3.79	2
3.80 - 3.89	4
3.90 - 3.99	5
4.00 - 4.09	6
4.10 - 4.19	3
4.20 - 4.29	2
	f = n = 25

المطلوب: احسب الانحراف المعياري (S) لاجور هؤلاء العمال؟

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ الانحراف المعياري (S.D):- للبيانات المبوبة

الحل: علينا ان نوجد الاتي:

- مركز الفئة: (x)

- الوسط الحسابي: (\bar{x})

- الانحرافات عن الوسط الحسابي: $(x - \bar{x})$

- مربع الانحرافات: $(x - \bar{x})^2$

- ضرب مربعات الانحرافات في التكرارات: $(x - \bar{x})^2 \times f$

كما في الجدول التالي:-

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ الانحراف المعياري (S.D):- للبيانات المبوبة

فئات الاجور	عدد العمال (f)	(x)	(x.f)	(x - \bar{x})	(x - \bar{x}) ²	(x - \bar{x}) ² × f
3.50 - 3.59	1	3.55	3.55	- 0.39	0.15	0.15
3.60 - 3.69	2	3.65	7.30	- 0.29	0.08	0.17
3.70 - 3.79	2	3.75	7.50	- 0.19	0.04	0.07
3.80 - 3.89	4	3.85	15.40	- 0.09	0.1	0.03
3.90 - 3.99	5	3.95	19.75	- 0.01	0.00	0.00
4.00 - 4.09	6	4.05	24.30	0.11	0.01	0.06
4.10 - 4.19	3	4.15	12.45	0.21	0.04	0.13
4.20 - 4.29	2	4.25	8.50	0.31	0.09	0.19
	f= n = 25		98.45			0.8

$$\bar{x} = \frac{\sum x.f}{\sum f} = \frac{98.45}{25} = 3.95$$

الوسط الحسابي:

الدكتور/ عابد العبدلي

٤- الانحراف المعياري Standard Deviation

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ الانحراف المعياري (S.D):- للبيانات المبوبة

فئات الاجور	عدد العمال (f)	(x)	(x.f)	(x - \bar{x})	(x - \bar{x}) ²	(x - \bar{x}) ² × f
3.50 - 3.59	1	3.55	3.55	- 0.39	0.15	0.15
3.60 - 3.69	2	3.65	7.30	- 0.29	0.08	0.17
3.70 - 3.79	2	3.75	7.50	- 0.19	0.04	0.07
3.80 - 3.89	4	3.85	15.40	- 0.09	0.1	0.03
3.90 - 3.99	5	3.95	19.75	- 0.01	0.00	0.00
4.00 - 4.09	6	4.05	24.30	0.11	0.01	0.06
4.10 - 4.19	3	4.15	12.45	0.21	0.04	0.13
4.20 - 4.29	2	4.25	8.50	0.31	0.09	0.19
	f= n = 25		98.45			0.8

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \times f}{n - 1}} = \sqrt{\frac{0.8}{24}} = \sqrt{0.033} = 0.0011 \quad \therefore \text{الانحراف المعياري:}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٥- معامل الاختلاف Coefficient of Variation

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ معامل الاختلاف (C.V):-

هو مقياس يقيس درجة التشتت النسبي، ويتم حسابه من خلال نسبة تشتت القيم الى متوسطها

ونحصل عليه من خلال قسمة الانحراف المعياري على الوسط الحسابي كالتالي:-

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} \times 100 = \text{معامل الاختلاف}$$

حيث:

S : الانحراف المعياري

 \bar{x} : الوسط الحسابي

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ معامل الاختلاف (C.V):-

❖ استخدامات معامل الاختلاف:-

- مقارنة درجة تشتت ظاهرتين او اكثر عند اختلاف وحدات قياس الظاهرة
- مقارنة درجة تشتت ظاهرتين او اكثر في حالة تشابه وحدات القياس ولكن مع اختلاف في المتوسطات والانحرافات المعيارية

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ معامل الاختلاف (C.V):-

مثال (١):

إذا كان هناك مجموعتان من البيانات كالآتي:-

المجموعة	الوسط الحسابي (\bar{x})	الانحراف المعياري (S)
1	160	22.4
2	150	20

المطلوب: وضح مدى تجانس مفردات المجموعة الاولى مقارنة بتجانس مفردات المجموعة الثانية؟

الحل:

بما ان الوسط الحسابي للمجموعة الاولى \neq الوسط للمجموعة الثانية
الانحراف المعياري للمجموعة الاولى \neq الانحراف المعياري للمجموعة الثانية
لا بد من حساب معامل الاختلاف لكل منهما ثم نقارن بينهما:-

$$\text{معامل الاختلاف (1)} = \frac{22.4}{160} \times 100 = 14\% \quad \text{معامل الاختلاف (م)} = \frac{20}{150} \times 100 = 13.3\%$$

والنتيجة ان المجموعة الثانية اكثر تجانسا واقل تشتتا لان معامل الاختلاف اقل (١٣،٣%)

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

معامل الاختلاف (C.V):-

مثال (٢):

مجموعتان من الموظفين يحصلون على اجورهم/ساعة بعملات مختلفة كالآتي

10	8	3	7	4	(١م) بالدولار
15	17	15	16	18	(٢م) بالريال

المطلوب: وضع مدى تجانس اجور العاملين في المجموعة الاولى مع الثانية؟

الحل:

- بما ان وحدات القياس للظاهرتين مختلفة (دولار وريالات) فعلينا ان نستخدم معامل الاختلاف لمعرفة مدى تجانس المجموعتين
- وعلينا ان نحصل اولاً على الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية للمجموعتين

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

معامل الاختلاف (C.V):-

مثال (٢):

مجموعتان من الموظفين يحصلون على اجورهم/ساعة بعملات مختلفة كالآتي

10	8	3	7	4	(١م) بالدولار
15	17	15	16	18	(٢م) بالريال

اولاً: المجموعة (١م)

$$\bar{x} = \frac{4 + 7 + 3 + 8 + 10}{5} = 6.4 \quad \text{الوسط الحسابي (س) (١م):}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad \text{الانحراف المعياري (ع) (١م):}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف Coefficient of Variation - معامل الاختلاف

❖ معامل الاختلاف (C.V): -

مثال (٢):

$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})$	X
5.76	- 2.4	4
0.36	0.6	7
11.56	- 3.4	3
2.56	1.6	8
12.96	3.6	10
33.2		المجموع

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{33.2}{4}} = 2.8 \text{ دولار} \quad (\text{S}) \text{ الانحراف المعياري}$$

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{2.8}{6.4} = 43.7\% \quad \therefore \text{معامل الاختلاف}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف Coefficient of Variation - معامل الاختلاف

❖ معامل الاختلاف (C.V): -

مثال (٢):

مجموعتان من الموظفين يحصلون على اجورهم/ساعة بعملات مختلفة كالآتي

10	8	3	7	4	(١م) بالدولار
15	17	15	16	18	(٢م) بالريال

ثانيا: المجموعة (٢م)

$$\bar{x} = \frac{18 + 16 + 15 + 17 + 15}{5} = 16.2 \quad (\text{م}٢) \text{ الوسط الحسابي}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (\text{ع}١م) \text{ الانحراف المعياري}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٥- معامل الاختلاف Coefficient of Variation

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ معامل الاختلاف (C.V):-

مثال (٢):

$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})$	x
3.24	1.8	18
0.04	-0.2	16
1.44	-1.2	15
0.64	0.8	17
1.44	-1.2	15
6.8		المجموع

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{6.8}{4}} = 1.30 \quad (\text{S}) \text{ الانحراف المعياري}$$

$$C.V = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{1.30}{16.2} = 8\% \quad \therefore \text{معامل الاختلاف}$$

الدكتور/ عابد العبدلي

٥- معامل الاختلاف Coefficient of Variation

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ معامل الاختلاف (C.V):-

مثال (٢):

إذا: معامل الاختلاف (م١) = 43.7 %

معامل الاختلاف (م٢) = 8 %

بما ان معامل الاختلاف للمجموعة (٢) = (8 %) وهو اقل من معامل الاختلاف للمجموعة (١) = (43.7 %) فان:

المجموعة (٢) اقل تشتتاً وهي اكثر تجانساً مقارنة بالمجموعة (١) التي بياناتها اكثر تشتتاً واقل تجانساً

الدكتور/ عابد العبدلي

❖ معامل الالتواء:-

- مقاييس النزعة المركزية والتشتت تعطي فقط فكرة عامة عن توزيع البيانات وشكل المنحنى:
- **متماثل - موجب الالتواء - سالب الالتواء.**
- لتحديد درجة الالتواء كمياً نحن بحاجة قياسات أخرى وهي **مقاييس الالتواء**

الدكتور/ عابد العبدلي

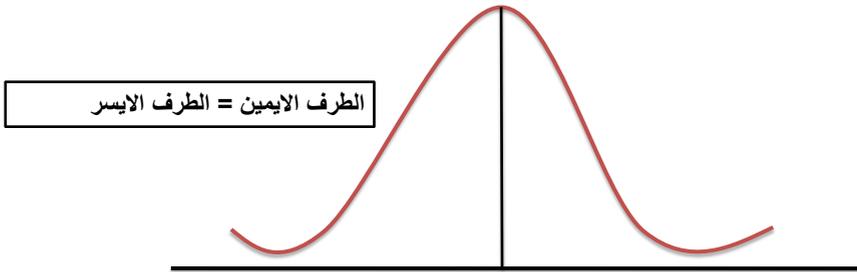
❖ معامل الالتواء:-

سبق ان عرفنا ان توزيع بيانات الظاهرة ياخذ اشكالا مختلفة كالآتي:

(١) - **توزيع متماثل ويسمى التوزيع الطبيعي** ويتحقق ذلك عندما:-

الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال

وهذا التوزيع يكون متماثل الطرفين وياخذ شكل الجرس بحيث لو اسقطنا عموداً من منتصفه فانه يقسم التوزيع الى نصفين متماثلين ومتطابقين كالآتي:



الدكتور/ عابد العبدلي

٦- معامل الالتواء

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ معامل الالتواء:-

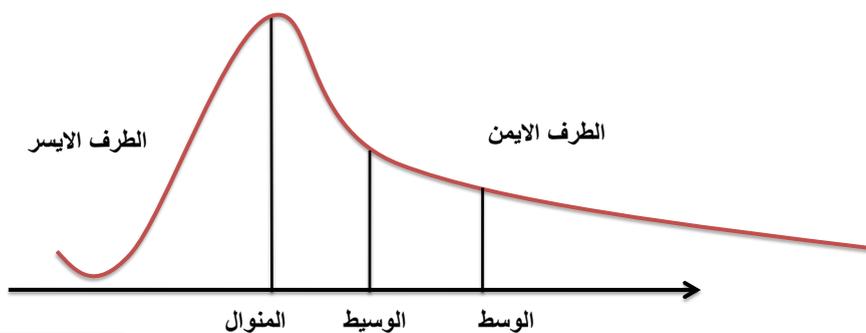
سبق ان عرفنا ان توزيع بيانات الظاهرة ياخذ اشكالا مختلفة كالآتي:

(٢) - توزيع غير متمائل (ملتوي):-

(أ) توزيع موجب الالتواء، ويكون فيه:-

الوسط الحسابي < الوسيط < المنوال

وبيانيا يكون التوزيع ملتويا في طرفه الايمن كالآتي:-



الدكتور/ عابد العبدلي

٦- معامل الالتواء

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ معامل الالتواء:-

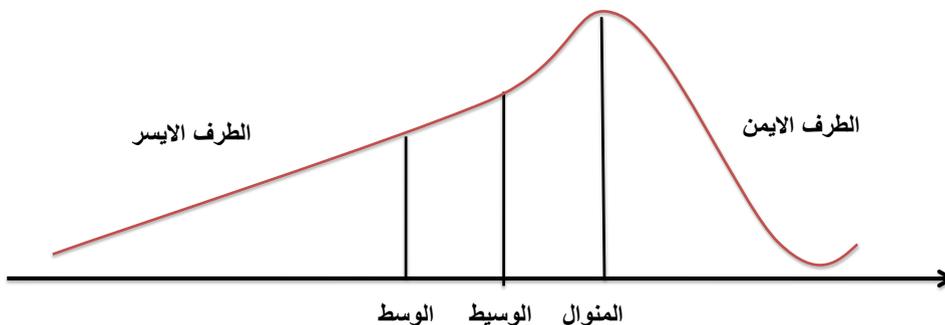
سبق ان عرفنا ان توزيع بيانات الظاهرة ياخذ اشكالا مختلفة كالآتي:

(٢) - توزيع غير متمائل (ملتوي):-

(ب) توزيع سالب الالتواء، ويكون فيه:-

المنوال < الوسيط < الوسط الحسابي

وبيانيا يكون التوزيع ملتويا في طرفه الايسر كالآتي:-



الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ معامل الالتواء:-

❖ من الأشكال السابقة كل ما نعرفه عن التوزيع هو نوعه: متمائل التوزيع او سالب او موجب الالتواء

ولكن احيانا:

قد يتساوى توزيعان في نوع الالتواء - لهما نوع الالتواء - ولكن يختلفان في مقدرا الالتواء
وقد يتساوى توزيعان في مقدرا الالتواء ولكن يختلفان في الإشارة

❖ ولذلك نحن بحاجة الى مقياس يحدد لنا درجة الالتواء بمقدار رقمي او كمي مع تحديد نوع الالتواء -
بمعنى ان نقيس الالتواء كميأ

❖ نأخذ في التالي طريقة قياس معامل الالتواء:-

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ معامل الالتواء:-

❖ يقاس معامل الالتواء باحدى الطرق التالية (معامل بيرسون الالتواء):-

$$sk(1) = \frac{\bar{x} - Mod}{S} = \text{معامل الالتواء باستخدام المنوال}$$

$$sk(2) = \frac{3(\bar{x} - Med)}{S} = \text{معامل الالتواء باستخدام الوسيط}$$

حيث: \bar{x} : المتوسط الحسابي Mod : المنوال Med : الوسيط S : الانحراف المعياري

معامل الالتواء بالطريقة الثانية ادق وتنحصر قيمته بين (+٣ ، -٣)

❖ تفسير معامل الالتواء:-

إذا كان معامل الالتواء = صفر فان التوزيع متمائل
إذا كان معامل الالتواء < صفر فان التوزيع يكون ملتويا جهة اليمين (موجب الالتواء)
إذا كان معامل الالتواء > صفر فان التوزيع يكون ملتويا جهة اليسار (سالب الالتواء)

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ معامل الالتواء:-

مثال (١): افترض ان توزيع اجور (100) عامل لها الخصائص التالية:-

$$\text{الوسط الحسابي} = 24.80$$

$$\text{المنوال} = 36.43$$

$$\text{الانحراف المعياري (S)} = 12.327$$

المطلوب: احسب معامل الالتواء، وإذا وجد فما هو نوعه؟

الحل:

$$sk(1) = \frac{\bar{x} - Mod}{S} = \frac{24.80 - 36.43}{12.327} = -0.13 = \text{معامل الالتواء باستخدام المنوال}$$

∴ التوزيع غير متماثل لانه لا يساوي صفر وهو ملتوي الى اليسار أي سالب الالتواء لان اشارته بالسالب، ولكن الالتواء صغير (-0.13) أي انه قريب من الصفر

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ معامل الالتواء:-

مثال (١): افترض ان توزيع اجور (100) عامل لها الخصائص التالية:-

$$\text{الوسط الحسابي} = 24.80$$

$$\text{المنوال} = 36.43$$

$$\text{الانحراف المعياري (S)} = 12.327$$

المطلوب: احسب معامل الالتواء، وإذا وجد فما هو نوعه؟

الحل:

$$sk(2) = \frac{3(\bar{x} - Med)}{S} = \text{معامل الالتواء باستخدام الوسيط}$$

علينا اولاً ايجاد قيمة الوسيط (Med) من الصيغة التالية كما سبق:-
 الوسط الحسابي - المنوال = ٣ (الوسط الحسابي - الوسيط)
 الوسط الحسابي - المنوال = ٣ (الوسط الحسابي - الوسيط)
 ٣ الوسيط = ٢ (الوسط الحسابي + المنوال)

$$\text{الوسيط} = \frac{2}{3} (\text{الوسط الحسابي}) + \frac{1}{3} (\text{المنوال}) = \frac{2}{3} (24.80) + \frac{1}{3} (36.43) = 16.5 + 12.1 = 28.6$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الرابع: (تلخيص البيانات) مقاييس التشتت والاختلاف

❖ معامل الالتواء:-

مثال (١): افترض ان توزيع اجور (100) عامل لها الخصائص التالية:-

الوسط الحسابي = 24.80

المنوال = 36.43

الانحراف المعياري (S) = 12.327

المطلوب: احسب معامل الالتواء، وإذا وجد فما هو نوعه؟

الحل:

$$sk(2) = \frac{3(\bar{x} - Med)}{S} = \frac{3(24.80 - 28.6)}{12.327} = -0.92 = \text{معامل الالتواء باستخدام الوسيط}$$

والنتيجة هي ان الالتواء سالب ولكن الالتواء هنا اكبر بسبب اختلاف الصيغتين

الدكتور/ عابد العبدلي

تطبيقات على الاكسل لمقاييس النزعة المركزية والتشتت

لابد اولاً من تفعيل خاصية ادوات التحليل الاحصائي في برنامج الاكسل ٢٠٠٧ كالتالي:-

- ١- اضغط على الدائرة الصغرى في راس الاكسل على اليمين
 - ٢- في الاسفل ستجد خيارات Excel اضغط عليها
 - ٣- بعد أن تفتح لك نافذة جديدة فيها خيارات سوف تجد على اليمين هذه الخيارات اضغط على "الوظائف الاضافية"
 - ٤- سوف تفتح نافذة اضغط على "انتقال" ثم من القائمة اختر (*Analysis ToolPak*) و (*Analysis ToolPak VBA*) ثم موافق.
- بعد ذلك ستجد في الاكسل ايقونة تحليل البيانات *Data Analysis* في صفحة البيانات



الدكتور/ عابد العبدلي

تطبيقات على الاكسل لمقاييس النزعة المركزية والتشتت

مثال تطبيقي في الاكسل:

الجدول التالي يعرض مجموعيان من الموظفين يحصلون على اجورهم/ساعة بعملات مختلفة كالآتي

١٠	٨	٣	٧	٤	(م) بالدولار
١٥	١٧	١٥	١٦	١٨	(م) بالريال

المطلوب: اوجد الاحصائيات الوصفية للمجموعتين (مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت...)
الحل: نتبع الخطوات التالية:-

١- فتح ملف اكسل وادراج البيانات اما في عمودين او في صفين

٢- نفتح صفحة البيانات ومنها نضغط على تحليل البيانات (Data Analysis) ونختار السطر السادس

(Descriptive Statistics)

٣- من (input range) نحدد البيانات في الصفين، ومن (output options) نختار (summary statistics)

٤- نضغط موافق، ثم تظهر ملخص الاحصاءات (انظر الى ملف التطبيق) 

الدكتور/ عابد العبدلي

تمارين الفصل الرابع

الفصل الرابع: مقاييس التشتت والاختلاف

(٤- ١) من الجدول الماضي لتوزيع الدخل السنوي للاسـ :-

فئات الدخل	-٤٠	-٤٨	-٥٦	-٦٤	-٧٢	-٨٠	٩٦-٨٨	الاجمالي
عدد الاسر	٨	١٦	٢٤	٣٦	٣٠	١٨	٨	١٤٠

اوجد التالي:

أ- الوسط الحسابي والانحراف المعياري

ب- الوسيط والمنوال

ج- معامل الاختلاف

د- هل هذا التوزيع متمثل، علل اجابتك

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الرابع: مقاييس التشتت والاختلاف

تمارين الفصل الرابع

(٤ - ٢) الجدول التالي يوضح متوسط اسعار اسهم شركتين في سوق المال السعودي لمدة ٥ اشهر:-

٢٣٠٥	٢٢	٢٢٠٥	١٩	٢٠	سهم شركة ١
٢٤	١٨	٩	١٥	١٠	سهم شركة ٢

المطلوب

باستخدام معامل الاختلاف أي الشركتين افضل للاستثمار على المدى البعيد وايهما افضل للمضاربة قصيرة المدى؟

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الرابع: مقاييس التشتت والاختلاف

تمارين الفصل الرابع

(٤ - ٣) بدراسة توزيعين عن ظاهرتين مختلفتين اتضح الاتي:-

الظاهرة الاولى: وسطها الحسابي = ٧٥ ، انحرافها المعياري = ١٥

الظاهرة الثانية: كانت بياناتها كالاتي:

٦٨-٥٨	-٤٨	-٣٨	-٢٨	-١٨	الفئات
٣١	٧٩	١٠٥	٥٩	٢٦	التكرار

المطلوب:

حدد أي الظاهرتين أكثر تشتتاً؟

الدكتور/ عابد العبدلي

Correlation & Regression

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

مقدمة:

في الفصول الثلاث السابقة تم عرض بعض المقاييس الوصفية، مثل مقاييس التفرعة المركزية، والتشتت، ومقاييس الالتواء وغيرها من المقاييس الأخرى والتي يمكن من خلالها وصف شكل توزيع البيانات التي تم جمعها عن متغير واحد، وننتقل من التعامل مع متغير واحد إلى التعامل مع متغيرين أو أكثر.

ويتناول هذا الفصل دراسة وتحليل العلاقة بين متغيرين، وذلك باستخدام بعض طرق التحليل الإحصائي مثل **تحليل الارتباط، والانحدار الخطي البسيط**، فإذا كان اهتمام الباحث هو دراسة العلاقة بين متغيرين استخدم لذلك أسلوب **تحليل الارتباط**، وإذا كان اهتمامه بدراسة أثر أحد المتغيرين على الآخر استخدم لذلك أسلوب **تحليل الانحدار**.

نستخدم تحليل الارتباط ← إذا كان الغرض من التحليل هو تحديد نوع وقوة العلاقة بين متغيرين
نستخدم تحليل الانحدار ← إذا كان الغرض هو دراسة وتحليل أثر أحد المتغيرين على الآخر

الدكتور/ عابد العبدلي

أولاً: الارتباط Correlation

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط:

❖ تعريف الارتباط:

يقصد بالارتباط وجود علاقة بين ظاهرتين أو أكثر ، كالعلاقة بين الطلب والسعر والعلاقة بين الدخل والاستهلاك ونحو ذلك.

❖ درجات معامل الارتباط :

- تتراوح قيمة معامل الارتباط بين (-1 ، +1)
- إذا كان معامل الارتباط : 0.00 = لا يوجد علاقة بين الظاهرتين
0.01 - 0.19 = علاقة ضعيفة جدا
0.20 - 0.29 = علاقة ضعيفة
0.30 - 0.39 = علاقة متوسطة
0.40 - 0.69 = علاقة قوية
0.70 - 1 = علاقة قوية جدا

- إذا كانت قيمة معامل الارتباط موجبة فإن العلاقة بين المجموعتين تكون طردية ، وإذا كانت سالبة فإن العلاقة تكون عكسية .

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط Correlation

أولاً: الارتباط:

❖ مقاييس الارتباط:

١- معامل ارتباط بيرسون (Pearson) - ويرمز له: (r)

٢- معامل ارتباط الرتب (سبيرمان) (Spearman) - ويرمز له: (r_s)

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط Correlation

أولاً: الارتباط:

١- معامل ارتباط بيرسون (Pearson)

استخدامه: يتم استخدام معامل ارتباط بيرسون لقياس العلاقة في حالة البيانات الكمية

يحسب معامل الارتباط لبيرسون كالتالي:-

$$r = \frac{Cov_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{\frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{(n-1)}}{\sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{(n-1)}} \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{(n-1)}}} \dots (1)$$

حيث:

Cov_{xy} : هو التغير المشترك بين المتغيرين (x) و (y)

S_x : هو الانحراف المعياري للمتغير (x)

S_y : هو الانحراف المعياري للمتغير (y)

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط Correlation

أولاً: الارتباط: ١- معامل ارتباط بيرسون (Pearson)

استخدامه: يتم استخدام معامل ارتباط بيرسون لقياس العلاقة في حالة البيانات الكمية

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{(x - \bar{x})^2} \sqrt{(y - \bar{y})^2}} \dots (2)$$

يمكن تبسيط الصيغة الى :

ويمكن ايضا تبسيط الصيغة الى:

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right) \left(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right)}} \dots (3)$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط Correlation

أولاً: الارتباط: ١- معامل ارتباط بيرسون

مثال (١): اوجد معامل الارتباط بين اطوال و أوزان مجموعة من طلبة احدى الجامعات من البيانات التالية:-

الطول (x)	164	152	184	164	176	156	168	164
الوزن (y)	52	40	60	52	60	42	50	52

الحل:-

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right) \left(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right)}} \dots (3)$$

باستخدام الصيغة (3)

نحتاج حساب البيانات التالية فقط :- (xy) و (y²) و (x²) كما في الجدول التالي:

الدكتور/ عابد العبدلي

أولاً: الارتباط Correlation

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط: ١- معامل ارتباط بيرسون

مثال (١): أوجد معامل الارتباط بين اطوال و أوزان مجموعة من طلبة احدى الجامعات من البيانات التالية:-

(x) الطول	164	152	184	164	176	156	168	164	1328	$\sum x$
(y) الوزن	52	40	60	52	60	42	50	52	408	$\sum y$
(xy)	8528	6080	11040	8528	10560	6552	8400	8528	68216	$\sum xy$
(y ²)	2704	1600	3600	2704	3600	1764	2500	2704	21176	$\sum y^2$
(x ²)	26896	23104	33856	26896	30976	24336	28224	26896	221184	$\sum x^2$

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right)\left(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right)}} \dots (3) \quad \text{الحل:-}$$

$$r = \frac{68216 - \frac{(1328)(408)}{8}}{\sqrt{\left(221184 - \frac{(1328)^2}{8}\right)\left(21176 - \frac{(408)^2}{8}\right)}} = \frac{488}{\sqrt{(736)(368)}} = \frac{488}{520.43} = 0.937$$

النتيجة ان معامل الارتباط (٠.٩٤) يدل على وجود علاقة قوية جدا وطردية بين الطول والوزن لان الاشارة موجب

الدكتور/ عابد العبدلي

أولاً: الارتباط Correlation

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط: ١- معامل ارتباط بيرسون

خواص معامل الارتباط:-

هناك خاصيتان يستفاد منهما لتسهيل عمليات الحساب اذا كانت الاعداد كبيرة وهما:-

الخاصية الاولى = قيمة معامل الارتباط (r) لا تتغير اذا طرحنا (او جمعنا) أي عدد ثابت من جميع قيم الظاهرة الاولى واي عدد ثابت آخر من جميع قيم الظاهرة الثانية.

الخاصية الثانية = قيمة معامل الارتباط (r) لا تتغير اذا قسمنا (او ضربنا) جميع قيم الظاهرة الاولى على عدد ثابت، وقسمنا (او ضربنا) جميع قيم الظاهرة الثانية على أي عدد ثابت آخر

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط Correlation

أولاً: الارتباط: ١- معامل ارتباط بيرسون

مثال (٢) احسب معامل ارتباط بيرسون لبيانات الطول والوزن الواردة في المثال السابق رقم (١) باستخدام الخاصيتين:-
الحل: نكون الجدول التالي:-

لاحظ: - عمود (1) و (2) يمثلان القراءات الاصلية
- عمود (3) و (4) يمثلان الانحرافات المبسطة بعد استخدام الخاصيتين وهي الطرح والقسمة على اعداد ثابتة

1	الطول (x)	164	152	184	164	176	156	168	164	
2	الوزن (y)	52	40	60	52	60	42	50	52	
3	$x' = \frac{x-164}{4}$	0	-3	5	0	3	-2	1	0	4
4	$y' = \frac{y-50}{2}$	1	-5	5	1	5	-4	0	1	4
5	$(x'y')$	0	15	25	0	15	8	0	0	63
6	(x'^2)	0	9	25	0	9	4	1	0	48
7	(y'^2)	1	25	25	1	25	16	0	1	94

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط Correlation

أولاً: الارتباط: ١- معامل ارتباط بيرسون

مثال (٢) احسب معامل ارتباط بيرسون لبيانات الطول والوزن الواردة في المثال السابق رقم (١) باستخدام الخاصيتين:-
الحل: نكون الجدول التالي:-

$$r = \frac{\sum x'y' - \frac{\sum x' \sum y'}{n}}{\sqrt{\left(\sum x'^2 - \frac{(\sum x')^2}{n}\right) \left(\sum y'^2 - \frac{(\sum y')^2}{n}\right)}}$$

$$r = \frac{63 - \frac{(4)(4)}{8}}{\sqrt{\left(48 - \frac{(4)^2}{8}\right) \left(94 - \frac{(4)^2}{8}\right)}} = \frac{61}{\sqrt{(46)(92)}} = \frac{61}{65.05} = 0.937$$

$$\begin{aligned} \sum x' &= 4 \\ \sum y' &= 4 \\ \sum x'y' &= 63 \\ \sum x'^2 &= 48 \\ \sum y'^2 &= 94 \\ n &= 8 \end{aligned}$$

وهي نفس النتيجة السابقة: ان معامل الارتباط (٠,٩٤) يدل على وجود علاقة قوية وطرديّة بين الطول والوزن لان الاشارة موجب

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط Correlation

أولاً: الارتباط: ٢- معامل ارتباط الرتب (سبيرمان) (Spearman) - (r_s)

إذا كانت الظاهرة محل الدراسة تحتوي على متغيرين وصفيين ترتبيين، ومثال على ذلك قياس العلاقة بين تقديرات الطلبة في مادتين، أو العلاقة بين درجة تفضيل المستهلك لسلعة معينة، ومستوى الدخل، فإنه يمكن استخدام طريقة "بيرسون" السابقة في حساب معامل ارتباط يعتمد على رتب مستويات المتغيرين (x) و (y) كبديل للقيم الأصلية، ويطلق على هذا المعامل "معامل ارتباط اسبيرمان" ويعبر عنه بالمعادلة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

حيث:

(d) = الفرق بين رتب المتغيرين (x) و (y)

(n) = عدد القيم - حجم العينة

(\sum) = المجموع

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط Correlation

أولاً: الارتباط: ٢- معامل ارتباط الرتب (سبيرمان) (Spearman)

مثال (١): الجدول التالي يعرض الدخل الشهري والاستهلاك بعشرات الريالات لمجموعة من الأفراد

الدخل (x)	الاستهلاك (y)
465	367
682	495
396	373
837	612
784	687
922	764
850	621
482	370

المطلوب: اوجد بطريقة الرتب معامل الارتباط بين الدخل والاستهلاك؟

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط Correlation

أولاً: الارتباط: ٢- معامل ارتباط الرتب (سبيرمان) (Spearman)

الحل: نتبع الخطوات التالية

١- نرتب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً

٢- نرصد رتب (x) ونرصد رتب (y) (مثلاً نعطي اصغر قيمة رقم (١) والقيمة التي تليها (٢) لكل من x و y)

٣- نحصل على الفرق (d) بين رتب (x) ورتب (y)

٤- نربع الفرق (d^2)

٥- نطبق القانون

ملاحظة: إذا تكررت القيم نأخذ الوسط الحسابي للرتب

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط Correlation

أولاً: الارتباط: ٢- معامل ارتباط الرتب (سبيرمان) (Spearman)

الحل: نطبق الخطوات السابقة كما يلي:-

الدخل (x)	الاستهلاك (y)	رتب الدخل (x)	رتب الاستهلاك (y)	الفرق ($d = x - y$)	d^2	
465	367	2	1	1	1	
682	495	4	4	0	0	
396	373	1	3	-2	4	
837	612	6	5	1	1	
784	687	5	7	-2	4	
922	764	8	8	0	0	
850	621	7	6	1	1	
482	370	3	2	1	1	
					$\sum d^2$	12

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار أولًا: الارتباط Correlation

أولًا: الارتباط: ٢- معامل ارتباط الرتب (سبيرمان) (Spearman)

الحل: نطبق الخطوات السابقة كما يلي:-

$$\begin{aligned} \sum d^2 &= 12 \\ n &= 8 \\ n^2 &= 64 \end{aligned}$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6(12)}{8(64 - 1)} = 1 - \frac{72}{504} = 1 - 0.14 = 0.86$$

مدلول معامل الارتباط ان هناك ارتباط طردي قوي جدا بين الدخل والاستهلاك

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار أولًا: الارتباط Correlation

أولًا: الارتباط: ٢- معامل ارتباط الرتب (سبيرمان) (Spearman)

مثال (٢): الجدول التالي يعرض تقديرات عشرة من الطلاب في مادتي الاحصاء (x) والاقتصاد (y):-

الاقتصاد (y)	الاحصاء (x)
أ +	أ
د	ج +
ج	د
ج	د +
أ	ب +
ب	ج +
ب +	أ +
ب	ب
ج	ب +
ب	ب +

المطلوب: اوجد معامل ارتباط الرتب بين اداء الطلاب في مادة الاحصاء والاقتصاد

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط Correlation

أولاً: الارتباط: ٢- معامل ارتباط الرتب (سبيرمان) (Spearman)

الحل: نرتب التقديرات تصاعدياً أو تنازلياً للمادتين كالتالي

الاقتصاد (y)	الاحصاء (x)	ترتيب (y)	ترتيب (x)	الفرق (d)	مربع (d ²)
أ	أ	1	2	1	1
د	ج	10	7.5	-2.5	6.25
ج	د	8	10	-2	4
ج	د	8	9	1	1
أ	ب	2	4	-2	4
ب	ج	5	7.5	-2.5	6.25
ب	أ	3	1	2	4
ب	ب	5	6	-1	1
ج	ب	8	4	4	16
ب	ب	5	4	1	1
					44.5

الرتب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
تقديرات احصاء	+	/	+	+	+	ب	ج	ج	د	د
رتب X	1	2	(3+4+5)/3=4		6	(7+8)/2=7.5		9	10	
تقديرات اقتصاد	+	/	+	ب	ب	ب	ج	ج	د	د
رتب Y	1	2	3	(4+5+6)/3=5		(7+8+9)/3=8				10

$$\sum d^2 = 44.5$$

$$n = 10$$

$$n^2 = 100$$

الدكتور/ عابد العبدلي

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط Correlation

أولاً: الارتباط: ٢- معامل ارتباط الرتب (سبيرمان) (Spearman)

الحل:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} =$$

$$1 - \frac{6(44.5)}{10(100 - 1)} = 1 - \frac{267}{990} = 1 - 0.26 = 0.73$$

$$\sum d^2 = 44.5$$

$$n = 10$$

$$n^2 = 100$$

مدلول معامل الارتباط: ان هناك ارتباط طردي قوي جدا بين اداء الطالب في مادة الاقتصاد ومادة الاحصاء

ملاحظة

يمكن استخدام صيغة معامل ارتباط الرتب (سبيرمان) لحساب الارتباط بين متغيرين كميين، حيث يتم استخدام رتب القيم التي يأخذها المتغير

الدكتور/ عابد العبدلي

ثانيا : الانحدار Regression

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

ثانيا: الانحدار الخطي البسيط – Simple Linear Regression

مقدمة:

في الجزء السابق الارتباط يتناول دراسة **درجة او قوة الارتباط بين ظاهرتين (متغيرين)** ولكنه لا يهتم بتحديد ايهما يؤثر في الاخر.

بينما في هذا الجزء نتناول موضوع الانحدار الخطي البسيط والذي يتعلق بدراسة **وتحليل اثر متغير كمي (يوصف بالمتغير المستقل) على متغير كمي آخر (يوصف بالمتغير التابع)** ومن الامثلة على ذلك

:-

- دراسة اثر الانتاج على التكلفة
- دراسة اثر الدخل على الاستهلاك
- دراسة اثر الانفاق الاعلاني على المبيعات

ويهتم الانحدار بصياغة العلاقة بين المتغيرين على **شكل معادلة رياضية** يمكن الاستفادة منها بالتنبؤ بقيمة احد المتغيرين، واذا كان هناك متغير مستقل واحد فقط فيوصف بانحدار خطي بسيط

الدكتور/ عابد العبدلي

ثانيا : الانحدار Regression

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

ثانيا: الانحدار الخطي البسيط – Simple Linear Regression

وتأخذ معادلة الانحدار الخطي البسيط الشكل التالي:-

$$Y = a + bX$$



الدكتور/ عابد العبدلي

ثانيا : الانحدار Regression

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

ثانيا: الانحدار الخطي البسيط – Simple Linear Regression

❖ والهدف من الانحدار الخطي البسيط هو تقدير معادلة الانحدار – أي تقدير قيمة المعلمتين: (\hat{a}) و (\hat{b})
 ❖ ولتقدير المعلمتين نستخدم طريقة جبرية تسمى (طريقة المربعات الصغرى OLS) التي تجعل مربعات انحرافات الاخطاء العشوائية المقدره اقل ما يمكن. ويتم تقدير المعلمتين بطريقة المربعات الصغرى كالتالي:-

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$



حيث:

$$\hat{a} = \text{قيمة معلمة } (a) \text{ المقدره}$$

$$\bar{y} = \text{الوسط الحسابي لقيم } (y)$$

$$\hat{b} = \text{قيمة معلمة } (b) \text{ المقدره من القانون السابق}$$

$$\bar{x} = \text{الوسط الحسابي لقيم } (x)$$

$$\hat{b} = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$



حيث: \hat{b} = قيمة معلمة (b) المقدره

$$\sum xy = \text{مجموع حاصل ضرب } (x) \text{ في } (y)$$

$$\sum x \sum y = \text{حاصل ضرب مج } (x) \text{ و مج } (y)$$

$$n = \text{عدد قيم الظاهرة}$$

$$\sum x^2 = \text{مجموع مربعات } (x)$$

$$(\sum x)^2 = \text{مربع مجموع } (x)$$

الدكتور/ عابد العبدلي

ثانيا : الانحدار Regression

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

ثانيا: الانحدار الخطي البسيط – Simple Linear Regression

مثال: الجدول التالي يمثل الدخل والاستهلاك الشهري لسبع اسر في احدى المدن (بمئات الريالات):-

الدخل (x)	الاستهلاك (y)
38	24
32	21
42	27
48	30
40	27
44	33
50	36

المطلوب:

١- قَدِّر معادلة انحدار الاستهلاك على الدخل (خط انحدار الاستهلاك على الدخل)

٢- فسر المعادلة المقدره

٣- قدر قيمة الاستهلاك عندما يكون الدخل (٦٠)

الدكتور/ عابد العبدلي

ثانيا : الانحدار Regression

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

ثانيا: الانحدار الخطي البسيط – Simple Linear Regression

الحل: نكون جدولا ونحصل على البيانات المطلوبة لتقدير معادلة الانحدار كالتالي:-

الدخل (x)	الاستهلاك (y)	xy	x ²
38	24	912	1444
32	21	672	1024
42	27	1134	1764
48	30	1440	2304
40	27	1080	1600
44	33	1452	1936
50	36	1800	2500
Σ 294	198	8490	12572

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{198}{7} = 28.28$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{294}{7} = 42$$

$$\hat{b} = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$\hat{b} = \frac{7(8490) - (294)(198)}{7(12572) - (294)^2} = \frac{59430 - 58212}{88004 - 86436} = \frac{1218}{1568} = 0.78$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

$$\hat{a} = 28.28 - (0.78)(42) = 28.28 - 32.76 = -4.48$$

$$\bar{y} = 28.28$$

$$\bar{x} = 42$$

$$\sum xy = 8490$$

$$\sum x^2 = 12572$$

الدكتور/ عابد العبدلي

ثانيا : الانحدار Regression

الفصل الخامس: (العلاقات الإحصائية) الارتباط والانحدار

ثانيا: الانحدار الخطي البسيط – Simple Linear Regression

الحل:

$$\hat{Y} = -4.46 + 0.78X \quad \text{١- إذا تصيح معادلة (خط) الانحدار المقدرة كالتالي:-}$$

$$\hat{Y} = a + bX$$

٢- تفسير المعادلة:

قاطع المعادلة (-4.46) وهي قيمة الاستهلاك عندما يكون الدخل = صفر وميل الانحدار (0.78) وهو ميل خط الانحدار ويمثل معدل التغير في الاستهلاك عندما يتغير الدخل بوحدة واحدة ، وإشارة المعامل موجب مما يعني ان زيادة الدخل بمقدار ريال واحد يؤدي الى زيادة الاستهلاك بمقدار (0.78) ريال (الميل الحدي للاستهلاك)

٣- قدر قيمة الاستهلاك عندما يكون الدخل (٦٠) :

لتقدير الاستهلاك عندما يكون الدخل = ٦٠ نعوض في المعادلة كالتالي:-

$$\hat{Y} = -4.46 + 0.78(60) = -4.46 + 46.8 = 42.34$$

وبما ان وحدة القياس بمنات الريالات فيصبح

فعندما يكون الدخل = ٦٠٠٠ ريال يصبح الاستهلاك (١٠٠ x ٤٢,٣٤) = ٤٢٣٤ ريال

الدكتور/ عابد العبدلي

تطبيقات على الاكسل للارتباط والانحدار الخطي البسيط

مثال: الجدول التالي يمثل الدخل والاستهلاك الشهري لسبع اسر في احدى المدن (بمئات الريالات):-

الدخل (X)	الاستهلاك (y)
38	24
32	21
42	27
48	30
40	27
44	33
50	36

المطلوب:

- 1- اوجد معامل الارتباط بين الاستهلاك والدخل؟
- 2- قدر معادلة انحدار الاستهلاك على الدخل (خط انحدار الاستهلاك على الدخل)

الدكتور/ عابد العبدلي

تطبيقات على الاكسل للارتباط والانحدار الخطي البسيط

مثال: الجدول التالي يمثل الدخل والاستهلاك الشهري لسبع اسر في احدى المدن (بمئات الريالات):-

الدخل (X)	الاستهلاك (y)
38	24
32	21
42	27
48	30
40	27
44	33
50	36

الحل:

للارتباط نتبع الخطوات التالية:-

- 1- نفتح ملف اكسل ثم نضع البيانات او نسخها الى الملف.
- 2- من القائمة نختار "بيانات" ثم نضغط (Data Analysis)
- 3- من القائمة نختار السطر الرابع (Correlation)
- 4- نحدد البيانات في الجدول في خانة (Input range) مع العناوين
- 5- ثم موافق (انظر الى ملف التطبيق)

للانحدار نتبع الخطوات التالية:-

- 1- من قائمة (Data Analysis) نختار السطر ١٤ (Regression)
- 2- في (Input y range) نختار قيم المتغير التابع (y)
- 3- في (input x range) نختار قيم المتغير المستقل (x)
- 4- ثم موافق ونحصل على القيم المقدرة تحت (Coefficients) :

- القاطع (intercept) (\hat{a})



- ميل الانحدار (\hat{b}) - انظر الى ملف التطبيق

الدكتور/ عابد العبدلي

تمارين الفصل الخامس

الفصل الخامس: الارتباط والانحدار الخطي البسيط

(٥-١) الجدول التالي يبين دخل ٨ أسر ومقدار ما تنفقه من هذا الدخل (بعشرات الريالات):-

64	68	56	76	64	84	52	64	الدخل (x)
52	50	42	60	52	60	40	52	الانفاق (y)

المطلوب:

- أ- ايجاد معامل الارتباط بطريقة بيرسون
 ب- خط انحدار الانفاق على الدخل
 ج- قدر انفاق الاسرة التي يبلغ دخلها ٧٠٠ ريال
 د- معامل الارتباط بطريقة الرتب
 هـ- قارن بين النتائج التي حصلت عليها في (أ) و(ب)

الدكتور/ عابد العبدلي

تمارين الفصل الخامس

الفصل الخامس: الارتباط والانحدار الخطي البسيط

(٥-٢) البيانات التالية توضح الإيرادات المحققة لإحدى الشركات بالملايين (y) وحجم الإنتاج بالآلاف (x) خلال الفترة ٢٠٠٤ - ٢٠١١:-

٢٠١١	٢٠١٠	٢٠٠٩	٢٠٠٨	٢٠٠٧	٢٠٠٦	٢٠٠٥	٢٠٠٤	السنة
١٣٠	١٢٠	١١٠	٩٠	١٢٠	١٣٠	٩٠	٨٠	حجم الانتاج (x)
١٤٠	١٣٠	١٢٠	١٠٠	١٥٠	١٦٠	١٣٠	١١٠	حجم الإيرادات (y)

المطلوب:

- أ- تحديد انحدار y على x على افتراض أن العلاقة بين الإيرادات وحجم الإنتاج خطية؟
 ب - حساب معامل الارتباط وماذا تستنتج؟
 ج - تقدير مستوى الإيرادات لسنة ٢٠١٢ إذ برمجت الشركة إنتاج ١٦٠ ألف وحدة؟

الدكتور/ عابد العبدلي

اختبار تحسيني (١٠ درجات)

من موقع مصلحة الإحصاءات العامة والمعلومات اختر سلسلة زمنية لآخر عشر سنوات للنتائج المحلي الاجمالي والصادرات للمملكة، وباستخدام برنامج الأكسل اوجد التالي:- (درجة لكل فقرة)

- ١- الوسط الحسابي للنتائج المحلي والصادرات
- ٢- الوسيط للنتائج المحلي والصادرات
- ٣- المنوال للنتائج المحلي والصادرات
- ٤- الوسط الهندسي لمعدل نمو النتائج المحلي والصادرات
- ٥- الوسط التوافقي لمعدل نمو النتائج المحلي والصادرات
- ٦- درجة تشتت بيانات المتغيرين حول وسطها باستخدام الانحراف المعياري
- ٧- قارن بين تجانس الظاهرتين باستخدام معامل الاختلاف
- ٨- درجة معامل الارتباط بين النتائج المحلي والصادرات
- ٩- قدر العلاقة بين النتائج المحلي والصادرات باستخدام معادلة الانحدار
- ١٠- فسّر العلاقة التي حصلت عليها في فقرة ٩ السابقة

ترسل الاجابة في ملف اكسل الى الايميل: aaabdali@uqu.edu.sa
مع كتابة: الاسم والرقم الجامعي والمجموعة

الدكتور/ عابد العبدلي