محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطه

القوة : هى مؤثر يؤثر على الجسم فيغير من حالته .

العوامل التى تحدد تأثير القوة

١) مقدار القوة ٢) اتجاه القوة ٣) نقطة تأثير القوة

أنواع القوى

١) قوى الشد ٢) قوى الضغط ٣) قوى رد الفعل ٤) قوى الجذب والتنافر ٥) قوى التثاقل (الوزن)

وحدات قياس القوة :

أولاً الوحدات التثاقليه :

١) ث جم ٢) ث كجم ٣) ث طن

ثانياً الوحدات المطلقة :

١) الداين ٢) النيوتن

ملحوظه ١ نيوتن = …. ١٠٠ داين = $١٠^{٥}$ داين

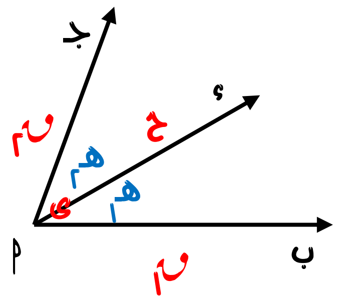
١ ث كجم = ٩.٨ نيوتن

١ ث جم = ٩٨٠ داين

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطه :

فى الشكل المقابل :



إذا كانت ق_1 ، ق_2 قوتان تؤثران فى نقطة و اتجاههما

$\overrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ والزاويه بينهما ى فإن :

محصلة هاتان القوتان يتحدد من العلاقة

$$\text{ح}^2 = \text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2 + 2\,\text{ق}_1\text{ق}_2 \text{ جتاى}$$

زاوية ميل المحصله على القوة الأولى $\text{ظاهـ}_1 = \dfrac{\text{ق}_2 \text{جاى}}{\text{ق}_1 + \text{ق}_2 \text{ جتاى}}$

زاوية ميل المحصله على القوة الأولى $\text{ظاهـ}_2 = \dfrac{\text{ق}_1 \text{جاى}}{\text{ق}_2 + \text{ق}_1 \text{ جتاى}}$

مثال قوتان مقدارها ٣ نيوتن ، ٥ نيوتن تؤثران فى نقطه ماديه والزاويه بين اتجاهيهما قياسها ٦٠° أوجد مقدار واتجاه محصلتهما

الحـــــل

$\text{ق}_1 = 3$

$\text{ق}_2 = 5$

$\text{ى} = 60^\circ$

$$\text{ح}^2 = \text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2 + 2\,\text{ق}_1\text{ق}_2 \text{ جتاى}$$

$$\text{ح}^2 = (3)^2 + (5)^2 + 2 \times 3 \times 5 \times \text{جتا}60$$

$$\text{ح}^2 = 9 + 25 + 15$$

$$\text{ح}^2 = 49$$

$$\text{ح} = \sqrt{49} = 7$$

$$\text{ظاهـ}_1 = \dfrac{\text{ق}_2 \text{جاى}}{\text{ق}_1 + \text{ق}_2 \text{ جتاى}} = \dfrac{5 \times \text{جا}60}{3 + 5 \times \text{جتا}60} = \dfrac{5\sqrt{3}}{11}$$

$$\therefore \text{هـ}_1 = 38^\circ\ 12'\ 47''$$

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٢ قوتان مقدارهما ٩ ، ٦ نيوتن تؤثران فى نقطه ماديه ، إذا كانت مقدار محصلتهما ٣ $\sqrt{٧}$ نيوتن أوجد قياس الزاويه بين هاتين القوتين

الحـــــل

$ق_١ = ٩$

$ق_٢ = ٦$

$ح = ٣\sqrt{٧}$

$$ح^٢ = ق_١^٢ + ق_٢^٢ + ٢ ق_١ ق_٢ \text{ جتاى}$$

$$(٣\sqrt{٧})^٢ = (٩)^٢ + (٦)^٢ + ٢ \times ٩ \times ٦ \times \text{ جتاى}$$

$$٦٣ = ٨١ + ٣٦ + ١٠٨ \text{ جتاى}$$

$$٦٣ = ٨١ + ٣٦ + ١٠٨ \text{ جتاى}$$

$$٦٣ - ٨١ - ٣٦ = ١٠٨ \text{ جتاى}$$

$$-٥٤ = ١٠٨ \text{ جتاى} \qquad \text{جتاى} = \frac{-١}{٢} \qquad \therefore ى = ١٢٠^\circ$$

تدريب١ قوتان مقدارها ٧ نيوتن ، ٨ نيوتن تؤثران فى نقطه ماديه والزاويه بين اتجاهيهما قياسها ٦٠° أوجد مقدار واتجاه محصلتهما

الحـــــل

تدريب٢ قوتان مقدارهما ٨٠ ، ١٠٠ نيوتن تؤثران فى نقطه ماديه ، إذا كانت مقدار محصلتهما ٢٠ نيوتن أوجد قياس الزاويه بين هاتين القوتين

الحـــــل

أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٣ قوتان مقدارها ٧ ، ق ث كجم تؤثران فى نقطه ماديه فإذا كان مقدار الزاويه بين القوتين ١٢٠° ، ومقدار محصلتهما ٧ $\sqrt{٣}$ ث كجم فأوجد مقدار ق ثم أوجد قياس الزاويه التى تميل بها المحصله على القوه الاولى

الحـــــــل

ق١ = ٧

ق٢ = ق

ح = ٧ $\sqrt{٣}$

ح٢ = ق١٢ + ق٢٢ + ٢ ق١ ق٢ جتاى

(٧ $\sqrt{٣}$)٢ = (٧)٢ + (ق)٢ + ٢ × ٧ × ق × جتا١٢٠

١٤٧ = ٤٩ + ق٢ − ٧ ق

ق٢ − ٧ ق + ٤٩ − ١٤٧

ق٢ − ٧ ق − ٩٨ = ٠

(ق + ٧) (ق − ١٤) = ٠

ق = − ٧ مرفوض ، ق = ١٤

إتجاه المحصله ظاهـ = $\frac{\text{ق٢ جاى}}{\text{ق١ + ق٢ جتاى}}$ = $\frac{\text{١٤ × جا١٢٠}}{\text{٧ + ١٤ × جتا١٢٠}}$ = $\frac{\text{٧}\sqrt{٣}}{٠}$ غير معرف

∴ هـ = ٩٠°

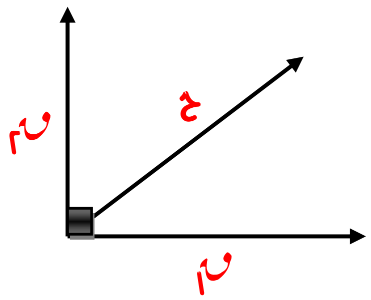
تدريب٣ قوتان مقدارها ٣ ، ق ث كجم تؤثران فى نقطه ماديه فإذا كان مقدار الزاويه بين القوتين ١٢٠° ، ومقدار محصلتهما ٣ $\sqrt{٧}$ ث كجم فأوجد مقدار ق

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

حالات خاصه على محصلة قوتين

علمنا أن مقدار المحصله $ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + ٢ ق_1 ق_2 \text{ جتاى}$

واتجاه المحصله يتعين من العلاقه $ظاه_1 = \frac{ق_2 \text{ جاى}}{ق_1 + ق_2 \text{ جتاى}}$



أولاً إذا كانت القوتان متعامدتين (أى أن ى = ٩٠°) (جتا٩٠ = ٠)

$ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + \cancel{٢ ق_1 ق_2 \text{ جتاى}}$

$ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2$ (مقدار المحصله)

اتجاه المحصله $ظاه_1 = \frac{ق_2}{ق_1}$

ثانياً إذا كانت القوتان متساويتان فى المقدار (أى أن $ق_1 = ق_2 = ق$)

$ح^2 = ق^2 + ق^2 + ٢ ق ق \text{ جتاى}$

$ح^2 = ٢ق^2 + ٢ق^2 \text{ جتاى}$

$ح^2 = ٢ق^2 (١ + \text{جتاى})$

$ح^2 = ٢ق^2 (\cancel{١} + (٢\text{جتا}^2 \frac{ى}{٢} - \cancel{١}))$

$ح^2 = ٢ق^2 (٢\text{جتا}^2 \frac{ى}{٢})$

$ح^2 = ٤ق^2 \text{جتا}^2 \frac{ى}{٢}$

$ح = ٢ ق \text{ جتا} \frac{ى}{٢}$ وزاوية ميل المحصله على أى من القوتين $= \frac{ى}{٢}$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

ثالثاً إذا كانت القوتان لهما نفس خط العمل وفى نفس الاتجاه أى أن ى = ٠°

(المحصله قيمه عظمى أو أكبر مايمكن أو نهايه عظمى)

$$ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + ٢ ق_1 ق_2 \cancelto{1}{جتاى}$$

$$ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + ٢ ق_1 ق_2$$

$$ح^2 = (ق_1 + ق_2)^2$$

$$\boxed{ح = ق_1 + ق_2}$$

رابعاً إذا كانت القوتان لهما نفس خط العمل وفى اتجاهين متضادين أى أن ى = ١٨٠°

(المحصله قيمه صغرى أو أصغرمايمكن أو نهايه صغرى)

$$ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + ٢ ق_1 ق_2 \cancelto{-1}{جتاى}$$

$$ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2 - ٢ ق_1 ق_2$$

$$ح^2 = (ق_1 - ق_2)^2 \quad \boxed{ح = ق_1 - ق_2}$$

خامساً المحصله عموديه على $ق_1$ (هـ = ٩٠°)

$$\because ظاهـ = \frac{ق_2 جاى}{ق_1 + ق_2 جتاى} \qquad \therefore \boxed{ق_1 + ق_2 جتاى = ٠}$$

سادساً المحصله عموديه على $ق_2$ (هـ = ٩٠°)

$$\because ظاهـ = \frac{ق_1 جاى}{ق_2 + ق_1 جتاى} \qquad \therefore \boxed{ق_2 + ق_1 جتاى = ٠}$$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

ملخص القوانين السابقه :

١) إذا كانت القوتان متعامدتان فإن مقدار المحصله $ح^{٢} = ق_{١}^{٢} + ق_{٢}^{٢}$

و اتجاه المحصله $ظاهـ_{١} = \frac{ق_{٢}}{ق_{١}}$

٢) إذا كانت القوتان متساويتان فى المقدار فإن مقدار المحصله $ح = ٢ ق جتا \frac{ى}{٢}$

و اتجاه المحصله على أى من القوتين $= \frac{ى}{٢}$

٣) إذا كانت القوتان فى نفس الاتجاه أو أكبر مايمكن فإن $ح = ق_{١} + ق_{٢}$

٤) إذا كانت القوتان فى إتجاهين متضادين أو أصغر مايمكن فإن $ح = ق_{١} - ق_{٢}$

٥) المحصله عموديه على $ق_{١}$ فإن $ق_{١} + ق_{٢}$ جتاى $= ٠$

٦) المحصله عموديه على $ق_{٢}$ فإن $ق_{٢} + ق_{١}$ جتاى $= ٠$

مثال٤ قوتان متعامدتان مقدارهما ٦ ، ٢.٥ نيوتن تؤثران فى نقطه ماديه

أوجد مقدار واتجاه المحصله

الحـــــــــل

∵ القوتان متعامدتان

∴ $ح^{٢} = ق_{١}^{٢} + ق_{٢}^{٢}$

∴ $ح^{٢} = (٦)^{٢} + (٢.٥)^{٢}$

∴ $ح^{٢} = ٣٦ + ٦.٢٥ = ٤٢.٢٥$

$ح = \sqrt{٤٢.٢٥} = ٦.٥$ نيوتن

واتجاه المحصله على $ق_{١}$ $ظاهـ_{١} = \frac{ق_{٢}}{ق_{١}} = \frac{٢.٥}{٦}$ ∴ $هـ_{١} = ٢٢^{\circ}\ ٣٧'\ ١١''$

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال قوتان تؤثران فى نقطه ماديه ، فإذا كانت أكبر قيمه لمحصلتهما ١٦ ث كجم

وكانت أصغر قيمه لمحصلتهما ٦ ث كجم أوجد مقدار كل من القوتين

ثم أوجد مقدار محصلتهما إذا كانت الزاويه بين القوتين ١٢٠°

أكبر قيمه للمحصله $ق_١ + ق_٢ = ١٦$ (١)

أصغر قيمه للمحصله $ق_١ - ق_٢ = ٦$ (٢)

بجمع (١)، (٢) $٢ ق_١ = ٢٢$

$ق_١ = \frac{٢٢}{٢} = ١١$ ث كجم

بالتعويض فى ١ $١١ + ق_٢ = ١٦$ $ق_٢ = ١٦ - ١١ = ٥$ ث كجم

$ح^٢ = ق_١^٢ + ق_٢^٢ + ٢ ق_١ ق_٢$ جتاى

$ح^٢ = (١١)^٢ + (٥)^٢ + ٢ \times ١١ \times ٥ \times$ جتا ١٢٠

$ح^٢ = ١٢١ + ٢٥ - ٥٥$

$ح^٢ = ٩١$

$ح = \sqrt{٩١}$ ث كجم

$ق_١ = ١١$

$ق_٢ = ٥$

ى = ١٢٠°

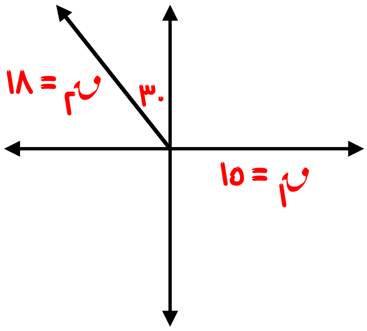
تدريب ٤ قوتان مقدارهما $ق_١$ ، $ق_٢$ نيوتن وحصلتهما ح نيوتن حيث ح ∋ [١٢ ، ٣٢]

أوجد قيمتى $ق_١$ ، $ق_٢$ ثم أوجد مقدار المحصله إذا كانت قياس الزاويه بينهما ٦٠° الحـل

أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٦ أثرت قوتان فى نقطه ماديه فإذا كان مقدار القوه الاولى ١٥ث كجم وتؤثر فى إتجاه الشرق ومقدار الثانيه ١٨ث كجم وتؤثر فى إتجاه ٣٠° غرب الشمال إحسب مقدار وإتجاه المحصله

$ح^٢ = ق_١^٢ + ق_٢^٢ + ٢ ق_١ ق_٢ \text{ جتاى}$



$ح^٢ = (١٥)^٢ + (١٨)^٢ + ٢ \times ١٥ \times ١٨ \times \text{جتا}١٢٠$

$ح^٢ = ٢٢٥ + ٣٢٤ - ٢٧٠$

$ح^٢ = ٢٢٥ + ٣٢٤ - ٢٧٠$

$ح^٢ = ٢٧٩$

$ح = \sqrt{٢٧٩} = ٣\sqrt{٣١}$

$\because \text{ظاهـ}_١ = \frac{ق_٢ \text{جاى}}{ق_١ + ق_٢ \text{ جتاى}} = \frac{١٨ \times \text{جا}١٢٠}{١٥ + ١٨ \times \text{جتا}١٢٠} = \frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ $\therefore هـ_١ = = ٦٨^\circ\ ٥٦'\ ٥٣''$

مثال ٧ قوتان متعامدتان تؤثران فى نقطه ماديه أحدهما يساوى $\frac{٢}{٣}$ مقدار الأخرى ومقدار محصلتهما يساوى $٥\sqrt{١٣}$ نيوتن أوجد مقدار كل من القوتين الحـــــــل

$ق_١ = ق$ ، $ق_٢ = \frac{٢}{٣} ق$

$ح^٢ = ق_١^٢ + ق_٢^٢$

$(٥\sqrt{١٣})^٢ = (ق)^٢ + (\frac{٢}{٣}ق)^٢$

$٣٢٥ = ق^٢ + \frac{٤}{٩}ق^٢$

$٣٢٥ = \frac{١٣}{٩} ق^٢$ $\therefore ق^٢ = ٣٢٥ \times \frac{٩}{١٣} = ٢٢٥$ $\therefore ق = ٢٢٥$ $\therefore ق = ١٥$نيوتن

، $ق_٢ = \frac{٢}{٣} ق = \frac{٢}{٣} \times ١٥ = ١٠$ نيوتن

مثال ٨ قوتان مقدارهما ٥٠ ، ١٠٠ نيوتن أوجد مقدار محصلتهما إذا كانت المحصلة عموديه على القوة الاولى

الحـــــل

∵ المحصله عموديه على $ق_١$

∴ $ق_١$ + $ق_٢$ جتاى = ٠

٥٠ + ١٠٠ جتاى = ٠

١٠٠ جتاى = − ٥٠ جتاى = $\frac{-٥٠}{١٠٠}$ = $\frac{-١}{٢}$ ∴ ى = ١٢٠°

ح^٢ = $ق_١^٢$ + $ق_٢^٢$ + ٢ $ق_١ ق_٢$ جتاى

ح^٢ = $(٥٠)^٢$ + $(١٠٠)^٢$ + ٢ × ٥٠ × ١٠٠ جتا١٢٠

ح^٢ = ١٧٥٠٠ ح = $\sqrt{١٧٥٠٠}$ = ٧ $\sqrt{٥٠}$ نيوتن

مثال ٩ قوتان مقدارهما ٢ق ، ٣ق نيوتن أوجد قياس الزاويه بين القوتين إذا كان مقدار محصلتهما ق نيوتن

الحـــــل

∵ ح^٢ = $ق_١^٢$ + $ق_٢^٢$ + ٢ $ق_١ ق_٢$ جتاى

$(ق)^٢$ = $(٢ق)^٢$ + $(٣ق)^٢$ + ٢ × ٢ق × ٣ق جتاى

ق^٢ = ٤ق^٢ + ٩ق^٢ + ١٢ق^٢ جتاى

$\cancel{ق^٢}$ = ١٣$\cancel{ق^٢}$ + ١٢$\cancel{ق^٢}$ جتاى بالقسمة على ق^٢

١ = ١٣ + ١٢ جتاى ١٢ جتاى = ١ − ١٣ ١٢ جتاى = −١٢

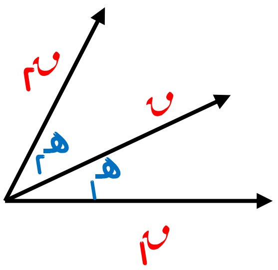
جتاى = $\frac{-١٢}{١٢}$ = −١ ى = ١٢٠°

أ/ احمد فكرى ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

تحليل القوة الى مركبتين

تحليل القوة فى اتجاهين معلومين :

عند تحليل القوه ق الى مركبتين فى الإتجاه ق١ ، ق٢ فإن

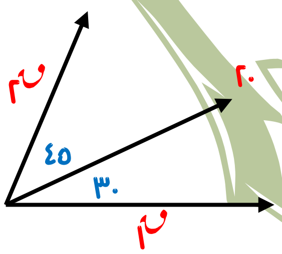


$$\text{ق}_1 = \frac{\text{ق جا هـ}_2}{\text{جا}\left(\text{هـ}_1 + \text{هـ}_2\right)}$$

$$\text{ق}_2 = \frac{\text{ق جا هـ}_1}{\text{جا}\left(\text{هـ}_1 + \text{هـ}_2\right)}$$

مثال١ حلل قوة مقدارها ٢٠ نيوتن الى مركبتين تميلان على إتجاه القوة بزاويتين قياسهما ٣٠° ، ٤٥° فى ناحيتين مختلفتين منها ثم قرب الناتج لأقرب رقمين عشريين .

الحـــــــل

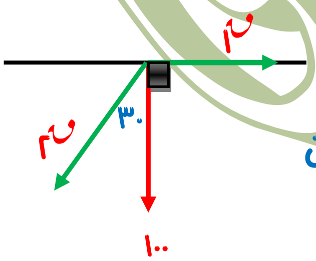


$$\text{ق}_1 = \frac{\text{ق جا هـ}_2}{\text{جا}\left(\text{هـ}_1 + \text{هـ}_2\right)} = \frac{٢٠ \times \text{جا}٤٥}{\text{جا}\left(٣٠ + ٤٥\right)} = ١٤.٦٤ \text{ نيوتن}$$

$$\text{ق}_2 = \frac{\text{ق جا هـ}_1}{\text{جا}\left(\text{هـ}_1 + \text{هـ}_2\right)} = \frac{٢٠ \times \text{جا}٣٠}{\text{جا}\left(٣٠ + ٤٥\right)} = ١٠.٣٥ \text{ نيوتن}$$

مثال٢ حلل قوة مقدارها ١٠٠ نيوتن تؤثر رأسياً لأسفل الى مركبتين فى اتجاهين مختلفتين أحداهما أفقيه والأخرى تميل عليها بزاويه قياسها ٣٠°

الحـــــــل

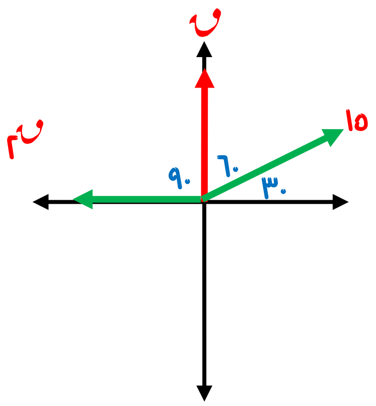


$$\text{ق}_1 = \frac{\text{ق جا هـ}_2}{\text{جا}\left(\text{هـ}_1 + \text{هـ}_2\right)} = \frac{١٠٠ \times \text{جا}٣٠}{\text{جا}\left(٩٠ + ٣٠\right)} = \frac{٥٠}{\frac{\sqrt{٣}}{٢}} = \frac{١٠٠}{\sqrt{٣}} = \frac{١٠٠\sqrt{٣}}{٣} \text{ نيوتن}$$

$$\text{ق}_2 = \frac{\text{ق جا هـ}_1}{\text{جا}\left(\text{هـ}_1 + \text{هـ}_2\right)} = \frac{١٠٠ \times \text{جا}٩٠}{\text{جا}\left(٩٠ + ٣٠\right)} = \frac{١٠٠}{\frac{\sqrt{٣}}{٢}} = \frac{٢٠٠}{\sqrt{٣}} = \frac{٢٠٠\sqrt{٣}}{٣} \text{ نيوتن}$$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٣ حللت قوة مقدارها ق ث جم تعمل فى إتجاه الشمال إالى مركبتين الاولى فى إتجاه ٣٠° شمال الشرق ومقدارها ١٥ ث جم والثانيه فى إتجاه الغرب أوجد مقدار ق ومقدار المركبه الثانيه الحـــــل



$$ق_١ = \frac{ق \ جا هـ_٢}{جا(هـ_١ + هـ_٢)}$$

$$١٥ = \frac{ق \times جا ٩٠}{جا(٦٠ + ٩٠)}$$

$$١٥ = \frac{ق}{جا(١٥٠)}$$

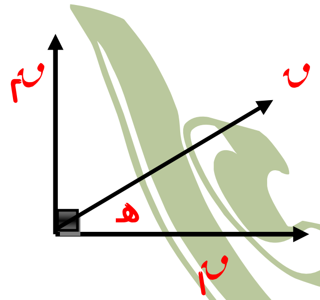
ق = ١٥ × جا١٥٠ = ٧.٥ ث جم

$$ق_٢ = \frac{جا هـ_١}{جا(هـ_١ + هـ_٢)} = \frac{٧.٥ \times جا ٦٠}{جا(٦٠ + ٩٠)} = \frac{١٥\sqrt{٣}}{٢}$$

تحليل القوة الى مركبتين متعامدتين :

فى الشكل المقابل : عند تحليل القوة ق الى مركبتين متعامدتين ق١ ، ق٢

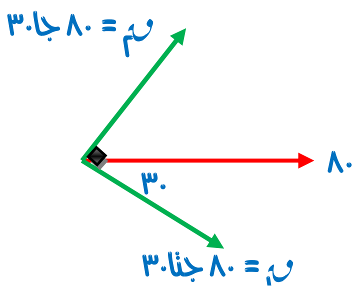
، كانت القوة ق تصنع زاوية هـ مع ق١ فإن



ق١ = ق جتاهـ

ق٢ = ق جاهـ

مثال ٤ حلل قوة أفقيه مقدارها ٨٠ نيوتن الى مركبتين متعامدتين إحداهما تميل على الأفقى بزاوية ٣٠° إلى أسفل الحـــــل



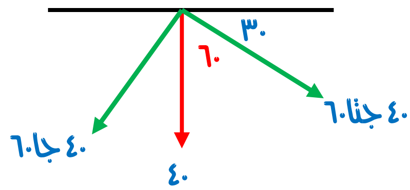
ق١ = ق جتاهـ = ٨٠ جتا٣٠ = ٤٠ $\sqrt{٣}$ نيوتن

ق٢ = ق جاهـ = ٨٠ جا٣٠ = ٣ نيوتن

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٥ أوجد مقدار المركبتين المتعامدتين لوزن جسم موضوع على مستو أفقى ومقداره ٤٠ نيوتن إذا علم أن أحدهما يميل على الأفقى بزاويه قياسها ٣٠° إلى أسفل

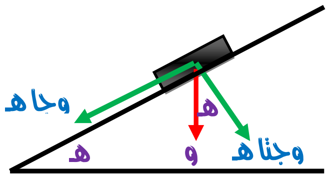
الحـــــــل



م١ = و جتاهـ = ٤٠ جتا ٦٠ = ٢٠ نيوتن

م٢ = و جاهـ = ٤٠ جا ٦٠ = ٢٠ √٣ نيوتن

ملحوظه هامه :

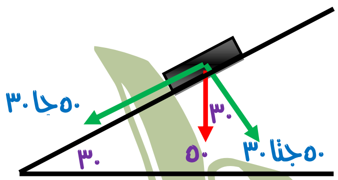


إذا وضع جسم على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاويه هـ

فإن مركبة الوزن و يتم تحليلها لمركبتين متعامدتين كما هو موضح بالشكل

مثال ٦ وضع جسم وزنه ٥٠ نيوتن على مستو مائل على الأفقى بزاويه قياسها ٣٠° أوجد مقدار مركبتى وزن الجسم فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والأتجاه العمودى عليه .

الحـــــــل

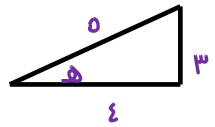


المركبه فى إتجاه خط أكبر ميل م١ = ٥٠ جا ٣٠ = ٢٥ نيوتن

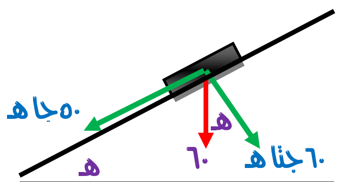
المركبه فى الإتجاه العمودى م٢ = ٥٠ جتا ٣٠ = ٢٥ √٣ نيوتن

مثال ٧ جسم وزنه ٦٠ نيوتن موضوع على مستوى مائل يميل على الأفقى بزاويه هـ حيث ظا هـ = $\frac{٣}{٤}$ أوجد مقدار مركبتى الوزن فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والإتجاه العمودى عليه

∵ ظا هـ = $\frac{٣}{٤}$



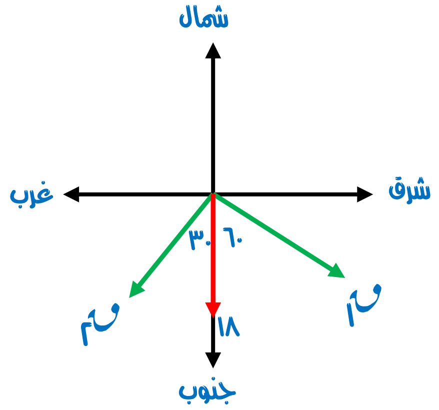
∴ جا هـ = $\frac{٣}{٥}$ ، جتا هـ = $\frac{٤}{٥}$



المركبه فى إتجاه خط أكبر ميل م١ = ٦٠ جا هـ = ٦٠ × $\frac{٣}{٥}$ = ٣٦ نيوتن

المركبه فى الإتجاه العمودى م٢ = ٦٠ جتا ٣٠ = ٦٠ × $\frac{٤}{٥}$ = ٤٨ نيوتن

مثال٨ قوة مقدارها ١٨ نيوتن تعمل فى إتجاه الجنوب أوجد مركبتيها فى إتجاهى ٦٠° شرق الجنوب ، ٣٠° غرب الجنوب الحـــل

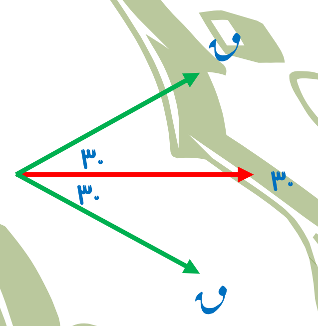


$ق_١$ = ١٨جتا٦٠ = ٩ نيوتن

$ق_٢$ = ١٨ جا٦٠ = ٩ $\sqrt{٣}$ نيوتن

ممكن تحليل $ق_٢$ بطريقة أخرى $ق_٢$ = ١٨ جتا٣٠ = ٩ $\sqrt{٣}$ نيوتن

مثال٩ حلل قوة مقدارها ٣٠ نيوتن تؤثر فى إتجاه الشرق إلى قوتين متساويتين فى المقدار وقياس الزاويه بينهما ٦٠° الحـــــل



$ق_١ = \frac{ق \text{ جا } هـ_٢}{\text{جا}(هـ_١ + هـ_٢)}$

$ق = \frac{٣٠ \text{ جا } ٣٠}{\text{جا}(٣٠ + ٣٠)}$ = ١٠ $\sqrt{٣}$ نيوتن

تدريب جسم وزنه ٤٢ نيوتن موضوع على مستوى يميل على الأفقى بزاويه قياسها ٦٠° أوجد مركبتى وزن الجسم فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والإتجاه العمودى عليه . الحـــل

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

محصلة عدة قوى مستويه ومتلاقيه فى نقطه

بفرض أن هناك عدة قوى تؤثر فى نقطه ماديه وهى $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ ، $\overrightarrow{ق_3}$ ، $\overrightarrow{ق_4}$ ، $\overrightarrow{ق_5}$

فإن محصلة هذه القوى $\overrightarrow{ح} = \overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} + \overrightarrow{ق_3} + \overrightarrow{ق_4} + \overrightarrow{ق_5}$

ناتج جمع القوى ∴ $\overrightarrow{ح} = (س ، ص)$ ∴ مقدار المحصله $ح = \sqrt{(س)^2 + (ص)^2}$

اتجاه المحصله ظا هـ = $\frac{ص}{س}$ حيث هـ هى زاوية ميل المحصله على محور السينات

مثال إذا كانت $\overrightarrow{ق_1} = (٣ ، ٤)$ ، $\overrightarrow{ق_2} = (٢ ، ٦)$ ، $\overrightarrow{ق_3} = (١ ، -٢)$ ، $\overrightarrow{ق_4} = (-٣ ، -٣)$

أوجد مقدار وإتجاه محصلة هذه القوى

الحـــــــــل

$\overrightarrow{ح} = \overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} + \overrightarrow{ق_3} + \overrightarrow{ق_4}$

$= (٣ ، ٤) + (٢ ، ٦) + (١ ، -٢) + (-٣ ، -٣) = (٣ ، ٤)$

$ح = \sqrt{(٣)^2 + (٤)^2} = \sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة قوه

ظا هـ = $\frac{ص}{س} = \frac{٤}{٣}$ ∴ هـ = $٥٣^\circ \; ٧' \; ٤٨''$

مثال٢ إذا كانت القوى $\overrightarrow{ق_1} = ٥$ س $- ٤$ ص ، $\overrightarrow{ق_2} = -٦$ س + أ ص ، $\overrightarrow{ق_3} =$ ب س + ٧ ص

متلاقيه فى نقطه ومتزنه أوجد قيمة أ ، ب

الحـــــــــل

∵ القوى متزنه ∴ $\overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} + \overrightarrow{ق_3} = \overrightarrow{0}$

$(٥ ، -٤) + (-٦ ، أ) + (ب ، ٧) = (٠ ، ٠)$

$(-١ + ب ، ٣ + أ) = (٠ ، ٠)$ ∴ ب = ١ ، أ = -٣

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٣ أثرت القوى ٨ ، ٤ √٣ ، ٦ √٣ ، ١٤ نيوتن فى نقطه ماديه وكان قياس الزاويه بين القوتين الأولى والثانيه ٣٠° وبين الثانيه والثالثه ١٢٠° وبين الثالثه والرابعه ٩٠° مرتبه فى إتجاه دورى واحد أوجد محصلة هذه القوى مقداراً وإتجاهاً

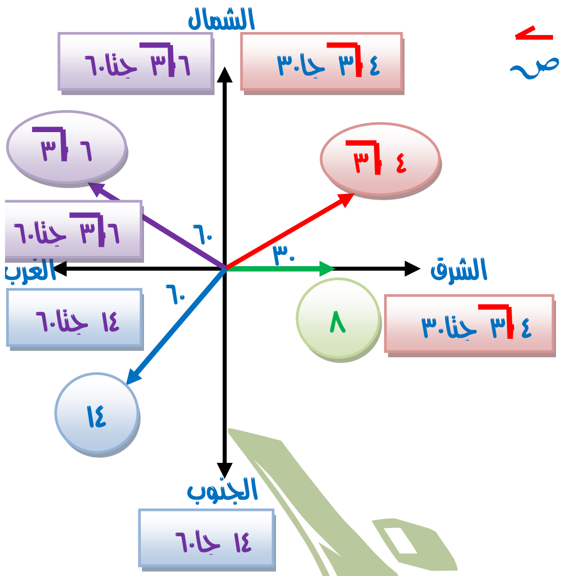
الحل

ح = (٨ + ٤ √٣ جتا٣٠ − ٦ √٣ جا٦٠ − ١٤ جتا٦٠) س + (٤ √٣ جا٣٠ + ٦ √٣ جتا٦٠ − ١٤ جا٦٠) ص

ح = (٨ + ٦ − ٩ − ٧) س + (٢ √٣ + ٣ √٣ − ٧ √٣) ص

ح = −٢ س − ٢ √٣ ص

∴ ح = (−٢ ، −٢ √٣)



مقدار المحصلة ح = √((−٢)² + (−٢ √٣)²)

= √(٤ + ١٢) = ٤ نيوتن

اتجاه المحصلة ظا هـ = ص / س = −٢ √٣ / −٢ = √٣

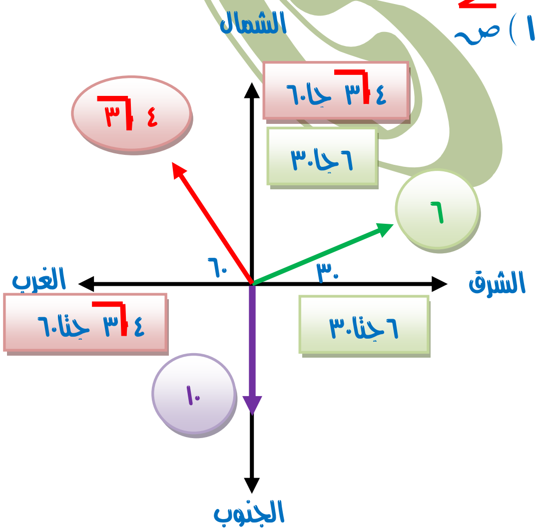
∴ هـ = ١٨٠ + ٦٠ = ٢٤٠°

مثال ٤ ثلاث قوى مستويه مقاديرها ٦ ، ٤ √٣ ، ١٠ نيوتن تؤثر فى نقطه ماديه فى الإتجاهات ٣٠° شمال الشرق ، ٦٠° شمال الغرب ، الجنوب أوجد مقدار و إتجاه المحصله

ح = (٦ جتا٣٠ − ٤ √٣ جتا٦٠) س + (٤ √٣ جا٦٠ + ٦ جا٣٠ − ١٠) ص

= (٣ √٣ − ٢ √٣) س + (٦ + ٣ − ١٠) ص

= (√٣) س + (−١) ص



مقدار المحصلة ح = √((√٣)² + (−١)²) = √(٣ + ١) = ٢ نيوتن

اتجاه المحصلة ظا هـ = ص / س = −١ / √٣

∵ ح = (√٣ ، −١) ∴ خط عمل المحصلة يقع فى الربع الرابع ∴ هـ = ٣٦٠ − ٣٠ = ٣٣٠°

مثال ٥ ا ب جـ ء هـ و سداسى منتظم أثرت قوى مقاديرها ٤ ، ٨ $\sqrt{3}$ ، ٤ $\sqrt{3}$ ، ٨ نيوتن فى $\overleftarrow{ا ب}$ ، $\overleftarrow{ا جـ}$ ، $\overleftarrow{ا هـ}$ ، $\overleftarrow{ا و}$ على الترتيب أوجد محصلة هذه القوى

الحـــــل

ح = (٤ + ٨ $\sqrt{3}$ جتا٣٠ – ٨ جا٣٠) $\overleftarrow{س}$ + (٤ $\sqrt{3}$ + ٨ $\sqrt{3}$ جا٣٠ + ٨ جتا٣٠) $\overleftarrow{ص}$

ح = (٤ + ١٢ – ٤) $\overleftarrow{س}$ + (٤ $\sqrt{3}$ + ٤ $\sqrt{3}$ + ٤ $\sqrt{3}$) $\overleftarrow{ص}$

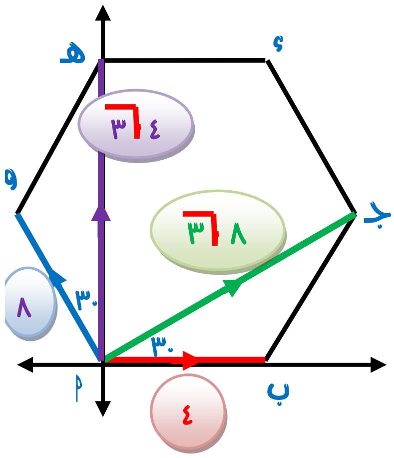
ح = ١٢ $\overleftarrow{س}$ + ١٢ $\sqrt{3}$ $\overleftarrow{ص}$

∴ ح = (١٢ ، ١٢ $\sqrt{3}$)

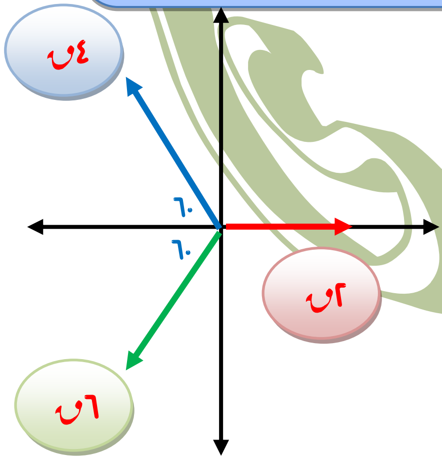
مقدار المحصلة ح = $\sqrt{(١٢)^2 + (١٢\sqrt{3})^2}$

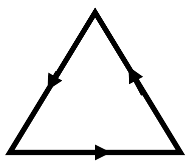
= $\sqrt{١٤٤ + ٤٣٢}$ = ٢٤ نيوتن

اتجاه المحصلة ظا هـ = $\frac{ص}{س}$ = $\frac{١٢\sqrt{3}}{١٢}$ = $\sqrt{3}$ ∴ هـ = ٦٠° وتعمل فى اتجاه $\overleftarrow{ا ء}$



مثال ٦ ثلاث قوى مقاديرها ٢ ن ، ٤ ن ، ٦ ن تؤثر فى نقطة مادية فى اتجاهات موازية لأضلاع مثلث متساوى الأضلاع أخوذ فى ترتيب دورى واحد أوجد مقدار واتجاه المحصلة

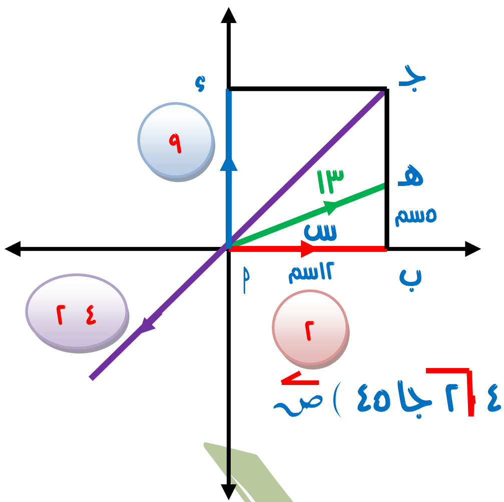




أ/ احمد فكرى ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٧ ﺃ ب جـ ء مربع طول ضلعه ١٢سم ، هـ ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ بحيث ب هـ = ٥سم . أثرت قوى مقاديرها ٢ ، ١٣ ، ٤ $\sqrt{٢}$ ، ٩ ث جم فى الأتجاهات $\overrightarrow{\text{ﺃ ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{ﺃ هـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{جـ ﺃ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ﺃ ء}}$ على الترتيب .

أوجد محصلة هذه القوى .



ﺃ هـ = $\sqrt{١٤٤ + ٢٥}$ = $\sqrt{١٦٩}$ = ١٣سم

جا س = $\frac{٥}{١٣}$ ، جتا س = $\frac{١٢}{١٣}$

ح = (٢ + ١٣ جتا س − ٤ $\sqrt{٢}$ جتا ٤٥) $\overrightarrow{\text{س}}$ + (٩ + ١٣ جا س − ٤ $\sqrt{٢}$ جا ٤٥) $\overrightarrow{\text{ص}}$

ح = (٢ + ١٣ × $\frac{١٢}{١٣}$ − ٤) $\overrightarrow{\text{س}}$ + (٩ + ١٣ × $\frac{٥}{١٣}$ − ٤) $\overrightarrow{\text{ص}}$

ح = ١٠ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ١٠ $\overrightarrow{\text{ص}}$

مقدار المحصلة ح = $\sqrt{(١٠)^٢ + (١٠)^٢}$ = $\sqrt{٢٠٠}$ = ١٠ $\sqrt{٢}$ ث جم

اتجاه المحصلة ظا هـ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = $\frac{١٠}{١٠}$ = ١

∴ هـ = ٤٥° وتعمل فى إتجاه $\overrightarrow{\text{ﺃ جـ}}$

اتزان جسم تحت تأثير قوتين (قاعدة مثلث القوى – قاعدة لامى)

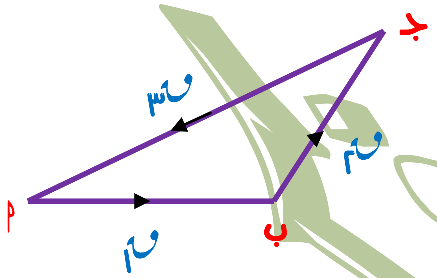
الجسم الجاسئ : المسافة بين أية نقطتين في الجسم الجاسئ تبقى ثابتة عبر الزمن بغض النظر عن القوى الخارجية المطبقة عليه (أى لايتغير شكله)

قاعده (١) : إن أمكن تمثيل ثلاث قوى مستويه ومتلاقيه فى نقطه بأضلاع مثلث مأخوذه فى ترتيب دورى واحد فإن هذه القوى تكون متزنه .

فى الشكل المقابل :

إذا كانت القوى $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ ، $\overrightarrow{ق_٣}$ تؤثر فى أضلاع المثلث ٢ ب جـ

وبتطبيق قاعدة المثلث لجمع متجهين



$\overrightarrow{٢ب} + \overrightarrow{بجـ} = \overrightarrow{٢جـ}$

$\overrightarrow{٢ب} + \overrightarrow{بجـ} = -\overrightarrow{جـ٢}$

$\overrightarrow{ق_١} + \overrightarrow{ق_٢} = -\overrightarrow{ق_٣}$

$\overrightarrow{ق_١} + \overrightarrow{ق_٢} + \overrightarrow{ق_٣} = \overrightarrow{٠}$

لاحظ أنه : لكى تتزن الثلاث قوى يجب أن تكون أكبر قوة أصغر من مجموع القوتين الأخريين

مثال إذا كانت $\overrightarrow{ق_١}$ (٢، ٢) ، $\overrightarrow{ق_٢}$ (١، ٤) ، $\overrightarrow{ق_٣}$ (ب، ١) ثلاث قوى متلاقيه فى نقطه واحدة ومتزنه أوجد قيمة ٢ ، ب **الحـــــــــل**

∵ القوى متزنه ∴ $\overrightarrow{ق_١} + \overrightarrow{ق_٢} + \overrightarrow{ق_٣} = ٠$

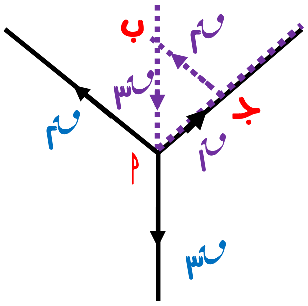
(٢، ٢) + (١، ٤) + (ب، ١) = (٠، ٠)

(٣+ب ، ٢+٥) = (٠، ٠) ∴ ب = -٣ ، ٢ = -٥

أ/احمد فكرى ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

قاعده مثلث القوى (٢) إذا أتزن جسم جاسئ تحت تأثير ثلاث قوى مستويه متلاقيه فى نقطه ورسم مثلث أضلاعه توازى خطوط عمل القوى وفى إتجاه دورى واحد فإن أطوال أضلاع المثلث تكون متناسبه مع مقادير القوى المناظره

بفرض أن هنك ثلاث قوى $ق_١$ ، $ق_٢$ ، $ق_٣$



تؤثر فى نقطه م

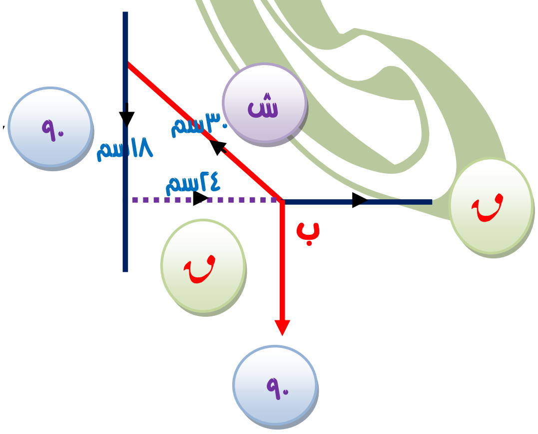
∵ القوى متزنه

∴ $\frac{ق_١}{م\ جـ} = \frac{ق_٢}{جـ\ ب} = \frac{ق_٣}{م\ ب}$ ويسمى المثلث م ب جـ مثلث القوى

مثال٢ جسم وزنه ٩٠ ث جم معلق فى نهاية خيط طوله ٣٠سم جذب الجسم بتأثير قوة أفقيه حتى أتزن وهو على بعد ٢٤ سم من الحائط أوجد مقدار القوة والشد فى الخيط

الحـــــــل

∵ م جـ = $\sqrt{(٣٠)^٢ - (٢٤)^٢}$ = ١٨سم



المثلث م ب جـ هو مثلث القوى

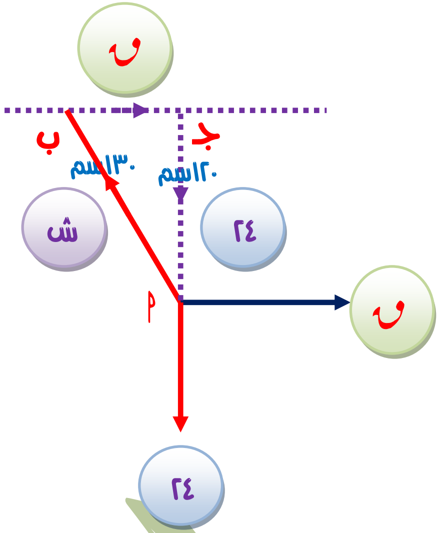
∴ $\frac{ق}{م\ ب} = \frac{ش}{ب\ جـ} = \frac{٩٠}{م\ جـ}$

$\frac{ق}{٢٤} = \frac{ش}{٣٠} = \frac{٩٠}{١٨}$

∴ ق = $\frac{٢٤ \times ٩٠}{١٨}$ = ١٢٠ ث جم

∴ ش = $\frac{٣٠ \times ٩٠}{١٨}$ = ١٥٠ ث جم

مثال ٢ جسم وزنه ٢٤ نيوتن معلق فى أحد طرفى خيط طوله ١٣٠سم وطرفه الأخر مثبت فى سقف الحجرة فإذا جذب الجسم بواسطة قوة أفقيه ق فاتزن الجسم عندما كان أسفل الحائط الأفقى المار بنقطة التعليق مسافة ١٢٠ سم أوجد القوة ق والشد فى الخيط



∵ ب جـ = $\sqrt{(١٣٠)^٢ - (١٢٠)^٢}$ = ٥٠ سم

المثلث أ ب جـ هو مثلث القوى

∴ $\frac{ق}{ب\ جـ} = \frac{ش}{أ\ ب} = \frac{٢٤}{جـ\ أ}$

$\frac{ق}{٥٠} = \frac{ش}{١٣٠} = \frac{٢٤}{١٢٠}$

∴ ق = $\frac{٥٠ \times ٢٤}{١٢٠}$ = ١٠ نيوتن

∴ ش = $\frac{١٣٠ \times ٢٤}{١٢٠}$ = ٢٦ نيوتن

تدريب جسم وزنه ١٠ نيوتن معلق فى أحد طرفى خيط طوله ١٣ سم وطرفه الأخر مثبت فى سقف الحجرة فإذا جذب الجسم بواسطة قوة أفقيه ق فاتزن الجسم عندما كان أسفل الحائط الأفقى المار بنقطة التعليق مسافة ٥ سم أوجد القوة ق والشد فى الخيط

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

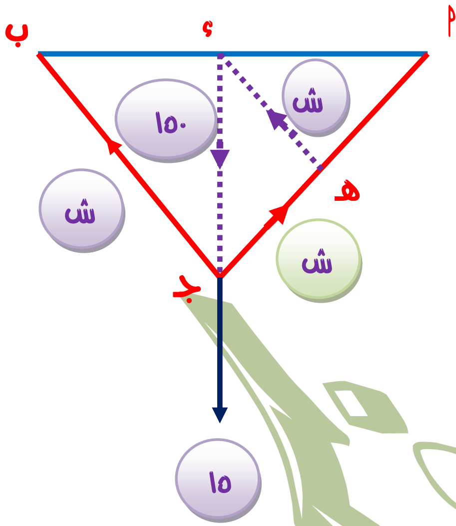
مثال ٣ خيط أملس طوله ٣٠سم ، ربط فى نقطتين ٩ ، ب بحيث كان ٩ب أفقياً وطوله ١٨سم فإذا أنزلقت حلقه ملساء وزنها ١٥٠ث جم على الخيط أثبت أنه فى وضع الأتزان يكون طولا فرعى الخيط متساويين ثم أوجد الشد فى كل منهما

الحـــــــل

∵ الحلقة ملساء ∴ الشد فى فرعى الخيط متساويان ، جـ ٩ = جـ ب

∵ جـ ٩ = جـ ب ، جـ ء ⊥ ٩ ب

∴ ء منتصف ٩ ب ∴ ٩ ء = ء ب = ٩سم



وبرسم ء هـ // جـ ب ويقطع ٩ جـ فى هـ

∵ ء منتصف ٩ ب ، ء هـ // ب جـ

∴ هـ منتصف ٩ جـ ∴ هـ جـ = ٧.٥سم

∵ ء منتصف ٩ ب ، هـ منتصف ٩ جـ

∴ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٥ = ٧.٥سم

، فى المثلث ٩ ء جـ القائم فى ء ء جـ = $\sqrt{(١٥)^٢ - (٩)^٢}$ = ١٢سم

، المثلث ء هـ جـ هو مثلث القوى

∴ $\frac{ش}{جـ هـ} = \frac{ش}{هـ ء} = \frac{١٥٠}{ء جـ}$

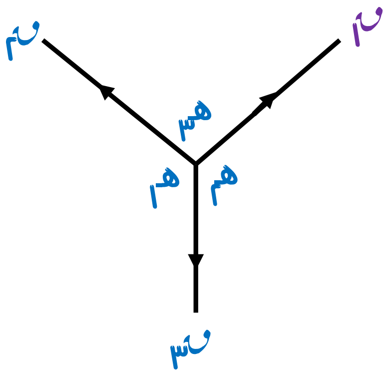
∴ $\frac{ش}{٧.٥} = \frac{ش}{٧.٥} = \frac{١٥٠}{١٢}$ ∴ ش = $\frac{٧.٥ \times ١٥٠}{١٢}$ = ٩٣.٧٥ ث جم

تدريب ربط جسم وزنه ٦ نيوتن بواسطة خيطين متساويان طول كل منهما ٥٠ سم وثبت طرفهما الأخرفى النقطتين ٩ ، ب على خط أفقى واحد البعد بينهما ٨٠سم أوجد الشد فى الخيطان إذا كانت المجموعة فى وضع الأتزان

الحـــــــل

قاعده لامى (٣) إذا أتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستويه متلاقيه فى نقطه فإن مقدار كل قوة يتناسب مع جيب الزاويه المحصورة بين القوتين الأخريين .

بفرض أن هنك ثلاث قوى ق_1 ، ق_2 ، ق_3



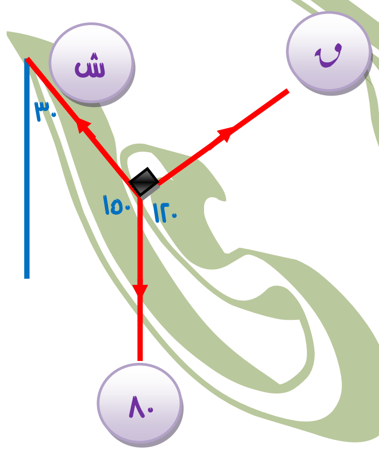
تؤثر فى نقطه م وكانت الزوايا المقابله لها هى هـ_1 ، هـ_2 ، هـ_3

∵ القوى متزنه

وبتطبيق قاعدة لامى $\therefore \dfrac{\text{ق}_1}{\text{جا هـ}_1} = \dfrac{\text{ق}_2}{\text{جا هـ}_2} = \dfrac{\text{ق}_3}{\text{جا هـ}_3}$

مثال ٤ علق ثقل مقداره ٨٠ ث جم فى طرف خيط مثبت طرفه الأخر فى حائط رأسى ، أزيح الثقل بقوة عموديه على الخيط حتى أصبح الخيط مائلاً على الحائط بزاويه قياسها ٣٠° أوجد فى وضع الأتزان مقدار القوة وكذلك الشد فى الخيط .

من قاعدة لامى



$$\frac{\text{ق}}{\text{جا }150} = \frac{\text{ش}}{\text{جا }120} = \frac{80}{\text{جا }90}$$

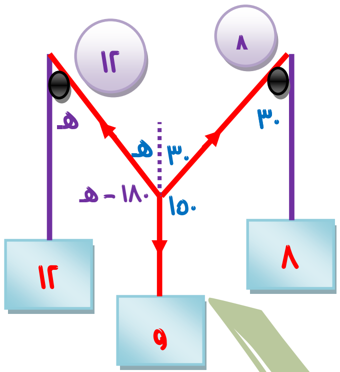
$$\therefore \text{ق} = \frac{80 \times \text{جا}150}{\text{جا}90} = 40 \text{ ث جم}$$

$$\text{، ش} = \frac{80 \times \text{جا}120}{\text{جا}90} = 40\sqrt{3} \text{ ث جم}$$

تدريب علق ثقل مقداره ٢٤ ث جم فى طرف خيط مثبت طرفه الأخر فى حائط رأسى ، أزيح الثقل بقوة أفقيه حتى أصبح الخيط مائلاً على الحائط بزاويه قياسها ٦٠° أوجد فى وضع الأتزان مقدار القوة وكذلك الشد فى الخيط .

مثاله علق جسم وزنه و نيوتن بواسطة خيطين يميل أولهما على الرأسى بزاوية قياسها هـ ويمر على بكرة صغيرة ملساء ويحمل فى نهايته الأخرى وزنا مقداره ١٢ نيوتن ويميل الثانى على الرأسى بزاويه قياسها ٣٠° ويمر على بكرة ملساء ويحمل فى نهايته الأخرى وزنا مقداره ٨ نيوتن أوجد قيمة هـ ومقدار الوزن و .

من قاعدة لامى



$$\frac{\text{٨}}{\text{جا}\,(\text{١٨٠} + \text{هـ})} = \frac{\text{١٢}}{\text{جا}\,\text{١٥٠}} = \frac{\text{و}}{\text{جا}\,(\text{٣٠} + \text{هـ})}$$

$$\frac{\text{٨}}{\text{جا}\,\text{هـ}} = \frac{\text{١٢}}{\text{جا}\,\text{١٥٠}} = \frac{\text{و}}{\text{جا}\,(\text{٣٠} + \text{هـ})}$$

$$\therefore \text{جا}\,\text{هـ} = \frac{\text{٨} \times \text{جا}\,\text{١٥٠}}{\text{١٢}} = \frac{\text{١}}{\text{٣}} \qquad \therefore \text{هـ} = \text{١٩}^\circ\ \text{٢٨}'\ \text{١٦}''$$

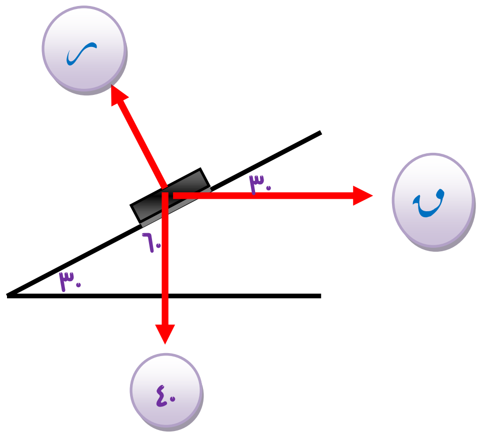
$$\text{،}\ \text{و} = \frac{\text{١٢} \times \text{جا}\,(\text{٣٠} + \text{هـ})}{\text{جا}\,\text{١٥٠}}$$

$$\text{و} = \frac{\text{١٢} \times \text{جا}\,(\text{٣٠} + \text{١٦}''\ \text{٢٨}'\ \text{١٩}^\circ)}{\text{جا}\,\text{١٥٠}} = \text{١٨.٢٤ نيوتن}$$

تدريب علق جسم وزنه و نيوتن بواسطة خيطين يميل أولهما على الرأسى بزاوية قياسها هـ ويمر على بكرة صغيرة ملساء ويحمل فى نهايته الأخرى وزنا مقداره ٨ نيوتن ويميل الثانى على الرأسى بزاويه قياسها ٣٠° ويمر على بكرة ملساء ويحمل فى نهايته الأخرى وزنا مقداره ٨ $\sqrt{\text{٣}}$ نيوتن أوجد قيمة هـ ومقدار الوزن و .

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٦ جسم وزنه ٤٠ ث جم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاويه قياسها ٣٠° حفظ أتزان الجسم بواسطة قوة ق أوجد مقدار ق ورد فعل المستوى إذا كانت القوة المؤثرة أفقيه



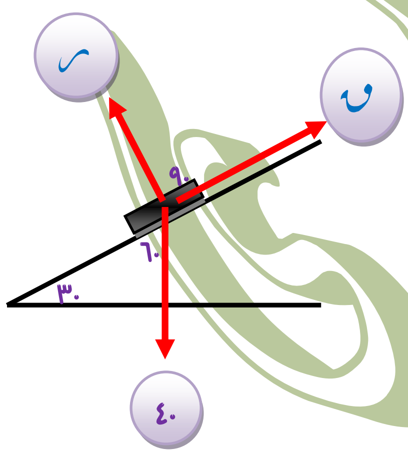
من قاعدة لامى

$$\frac{ق}{جا\ ١٥٠} = \frac{ر}{جا\ ٩٠} = \frac{٤٠}{جا\ ١٢٠}$$

$$\therefore ق = \frac{٤٠ \times جا١٥٠}{جا١٢٠} = \frac{٤٠\sqrt{٣}}{٢} \text{ ث جم}$$

$$\therefore ر = \frac{٤٠ \times جا٩٠}{جا١٢٠} = \frac{٨٠\sqrt{٣}}{٢} \text{ ث جم}$$

مثال٧ جسم وزنه ٤٠ ث جم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاويه قياسها ٣٠° حفظ أتزان الجسم بواسطة قوة ق أوجد مقدار ق ورد فعل المستوى إذا كانت القوة المؤثرة فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى .



من قاعدة لامى

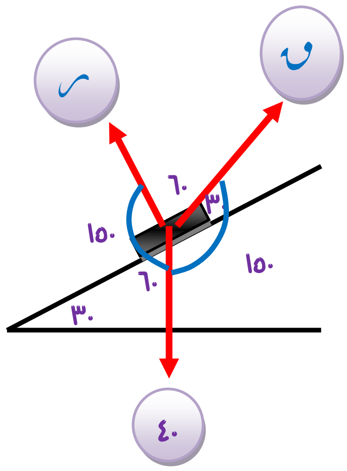
$$\frac{ق}{جا\ ١٥٠} = \frac{ر}{جا\ ١٢٠} = \frac{٤٠}{جا\ ٩٠}$$

$$\therefore ق = \frac{٤٠ \times جا١٥٠}{جا٩٠} = ٢٠ \text{ ث جم}$$

$$\therefore ر = \frac{٤٠ \times جا١٢٠}{جا٩٠} = ٢٠\sqrt{٣} \text{ ث جم}$$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٨ جسم وزنه ٤٠ ث جم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاويه قياسها ٣٠° حفظ أتزان الجسم بواسطة قوة ق أوجد مقدار ق ورد فعل المستوى إذا كانت القوة المؤثرة فى إتجاه يصنع مع المستوى زاويه قياسها ٣٠° الى أعلى .



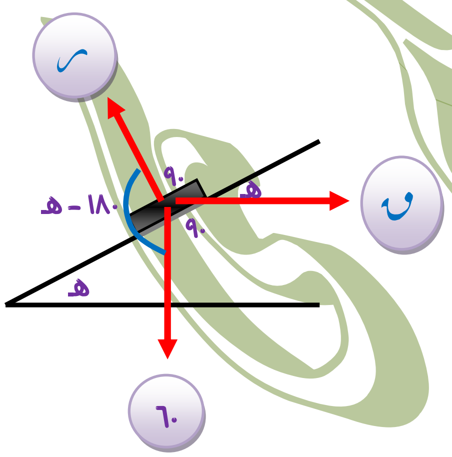
من قاعدة لامى

$$\frac{\text{ق}}{\text{جا}١٥٠} = \frac{\text{ر}}{\text{جا}١٥٠} = \frac{٤٠}{\text{جا}٦٠}$$

$$\therefore \text{ق} = \frac{٤٠ \times \text{جا}١٥٠}{\text{جا}٦٠} = \frac{٤٠\sqrt{٣}}{٣} \text{ ث جم}$$

$$\therefore \text{ر} = \frac{٤٠ \times \text{جا}١٥٠}{\text{جا}٦٠} = \frac{٤٠\sqrt{٣}}{٣} \text{ ث جم}$$

مثال ٩ جسم وزنه ٦٠ نيوتن موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاويه قياسها هـ حيث ظا هـ = $\frac{٣}{٤}$ حفظ أتزان الجسم بواسطة قوة أفقيه ق أوجد مقدار ق ورد فعل المستوى



من قاعدة لامى

$$\frac{\text{ق}}{\text{جا}(١٨٠ - \text{هـ})} = \frac{٦٠}{\text{جا}(٩٠ + \text{هـ})} = \frac{\text{ر}}{\text{جا}٩٠}$$

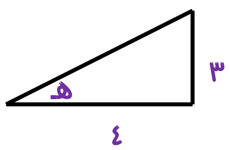
$$\frac{\text{ق}}{\text{جا هـ}} = \frac{٦٠}{\text{جتا هـ}} = \frac{\text{ر}}{١}$$

$$\frac{\text{ق}}{\frac{٣}{٥}} = \frac{٦٠}{\frac{٤}{٥}} = \frac{\text{ر}}{١}$$

$$\therefore \text{ق} = \frac{٦٠ \times \frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}} = ٤٥ \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{ر} = \frac{٤٠ \times \frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}} = ٣٠ \text{ نيوتن}$$

$$\text{جا هـ} = \frac{٣}{٥}$$



$$\text{جتا هـ} = \frac{٤}{٥}$$

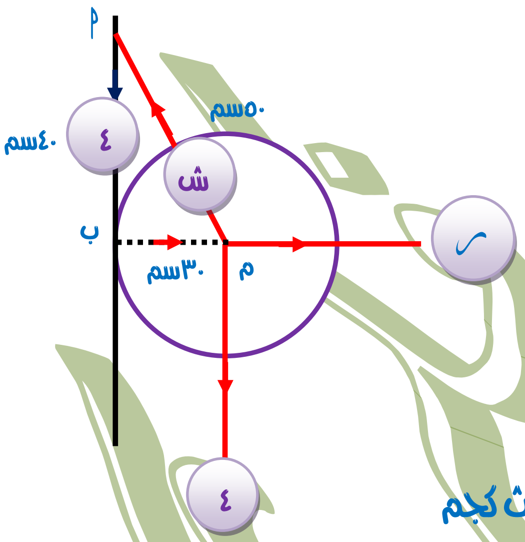
تابع أتزان جسم تحت تأثير ثلاث قوى متلاقيه فى نقطة واحدة

قاعده (٤) إذا أتزن جسم جاسئ تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازيه ومستويه

فإن خطوط عمل هذه القوى تتلاقى فى نقطة واحدة

مثال١ كرة ملساء وزنها ٤ ث كجم وطول نصف قطرها ٣٠سم علقت من نقطه على سطحها بخيط طوله ٢٠ سم ومثبت طرفه الأخر فى نقطه من حائط رأسى أملس أوجد كل من الشد فى الخيط ورد فعل الحائط على الكرة .

الحـــــــل



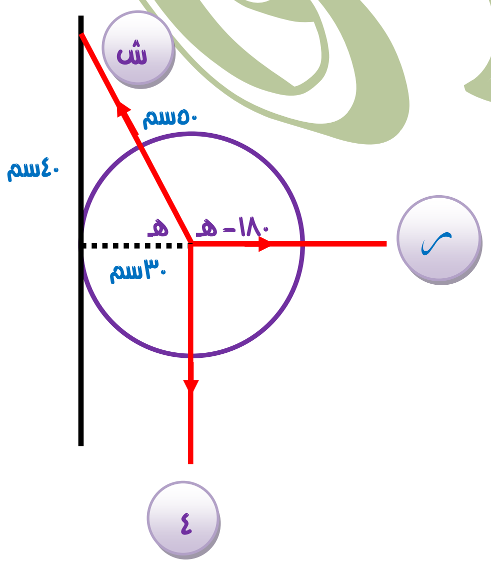
مثلث القوى أ م جـ

$$\therefore \frac{\text{ر}}{\text{ب م}} = \frac{\text{ش}}{\text{أ م}} = \frac{٤}{\text{أ ب}}$$

$$\therefore \frac{\text{ر}}{٣٠} = \frac{\text{ش}}{٥٠} = \frac{٤}{٤٠}$$

$$\therefore \text{ر} = \frac{٣٠ \times ٤}{٤٠} = ٣ \text{ ث كجم} \quad ، \quad \text{ش} = \frac{٥٠ \times ٤}{٤٠} = ٥ \text{ ث كجم}$$

حل أخر باستخدام قاعدة لامى



$$\frac{\text{و}}{\text{جا}(١٨٠ - \text{هـ})} = \frac{\text{ر}}{\text{جا}(٩٠ + \text{هـ})} = \frac{\text{ش}}{\text{جا} ٩٠}$$

$$\frac{٤}{\text{جا هـ}} = \frac{\text{ر}}{\text{جتا هـ}} = \frac{\text{ش}}{\text{جا} ٩٠}$$

$$\frac{٤}{\frac{٤}{٥}} = \frac{\text{ر}}{\frac{٣}{٥}} = \frac{\text{ش}}{١}$$

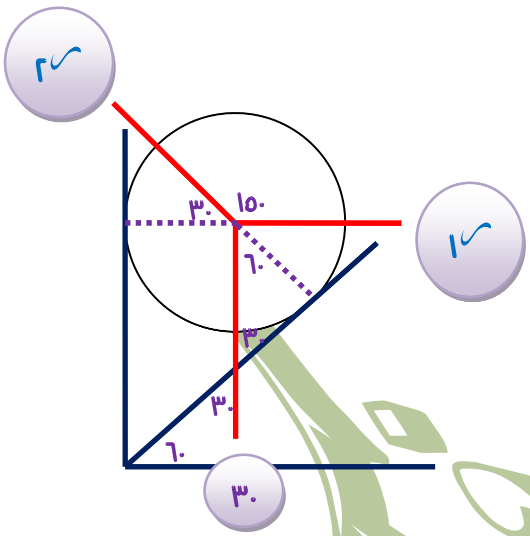
أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

$\therefore$ $ر = \frac{٤ \times \frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}} = ٣$ ث كجم ، $ش = \frac{٤ \times ١}{\frac{٤}{٥}} = ٥$ ث كجم

مثال٢ كرة من الحديد وزنها ٤٠ نيوتن مستقرة بين حائط رأسى أملس ومستوى أملس يميل على الأفقى بزاويه قياسها ٦٠° أوجد الضغط على كل من الحائط والمستوى المائل

الحـــــل

من قاعدة لامى



$$\frac{ر_١}{\text{جا } ١٢٠} = \frac{ر_٢}{\text{جا } ٩٠} = \frac{٩}{\text{جا } ١٥٠}$$

$$\frac{ر_١}{\text{جا } ١٢٠} = \frac{ر_٢}{\text{جا } ٩٠} = \frac{٤٠}{\text{جا } ١٥٠}$$

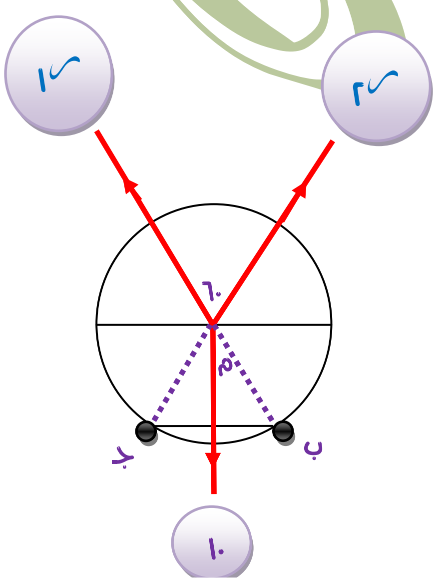
$$ر_١ = \frac{٤٠ \text{ جا}١٢٠}{\text{جا}١٥٠} = ٤٠\sqrt{٣} \text{ نيوتن}$$

$$ر_٢ = \frac{٤٠ \text{ جا}٩٠}{\text{جا}١٥٠} = ٨٠ \text{ نيوتن}$$

مثال٣ كرة معدنيه ترتكز على قضيبين متوازيين يقعان فى مستوى أفقى واحد والبعد بينهما يساوى طول نصف قطر الكرة أوجد الضغط على كل من القضيبين إذا كان وزن الكرة يساوى ١٠ نيوتن .

من قاعدة لامى

لاحظ أن المثلث م ب جـ متساوى الأضلاع



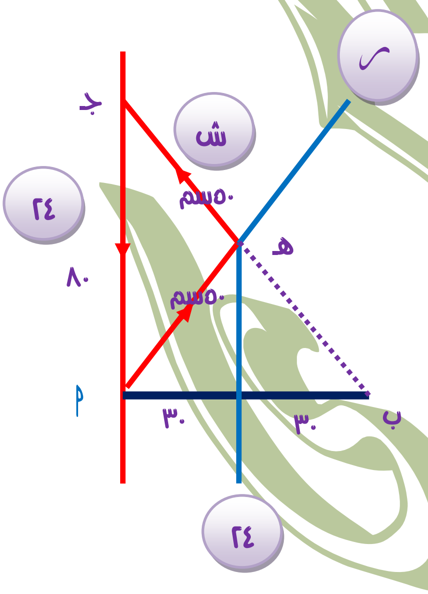
$$\frac{١٠}{\text{جا } ٦٠} = \frac{ر_١}{\text{جا } ١٥٠} = \frac{ر_٢}{\text{جا } ١٥٠}$$

$$ر_١ = \frac{١٠ \text{ جا}١٥٠}{\text{جا}٦٠} = \frac{١٠\sqrt{٣}}{٣} \text{ نيوتن}$$

$$ر_٢ = \frac{٤٠ \text{ جا}١٥٠}{\text{جا}٦٠} = \frac{١٠\sqrt{٣}}{٣} \text{ نيوتن}$$

تدريب١ كرة ملساء وزنها ٦٠٠ ث جم وطول نصف قطرها ٥٠سم علقت من نقطه على سطحها بخيط طوله ٨٠ سم ومثبت طرفه الأخر فى نقطه من حائط رأسى أملس أوجد كل من الشد فى الخيط ورد فعل الحائط على الكرة . الحـــــل

مثال٤ $\overline{اب}$ قضيب منتظم طوله ٦٠سم ووزنه ٢٤ ث كجم يؤثر فى نقطة (ء) منتصف $\overline{اب}$ ، القضيب متصل طرفه (ا) بمفصل فى حائط رأسى وطرفه ب مربوط فى إحدى نهايتى خيط خفيف مثبت نهايته الاخرى فى نقطة (جـ) على الحائط تقع فوق (ا) تماماً وعلى بعد ٨٠سم من ا فإذا أتزن القضيب فى وضع أفقى . أوجد الشد فى الخيط ومقدار واتجاه رد فعل المفصل عند ا



المثلث ا ب جـ قائم فى ا

ء جـ = $\sqrt{(٨٠)^٢ - (٦٠)^٢}$ = ١٠٠ سم

، ∵ ء منتصف $\overline{اب}$ ، $\overline{ءهـ} \parallel \overline{اجـ}$

∴ هـ منتصف $\overline{بجـ}$ ∴ هـ ب = ٥٠سم

، $\overline{اهـ}$ متوسط خارج من راْالقائمة

∴ ا هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠٠ = ٥٠سم

، المثلث ا هـ جـ مثلث قوى

∴ $\frac{ر}{٥٠} = \frac{ش}{٥٠} = \frac{٢٤}{٨٠}$

∴ ر = $\frac{٥٠ \times ٢٤}{٨٠}$ = ١٥ ث كجم ، ش = $\frac{٥٠ \times ٢٤}{٨٠}$ = ١٥ ث كجم

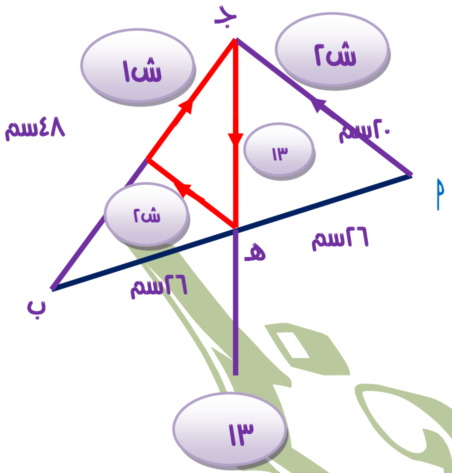
، جتا هـ = $\frac{٣٠}{٥٠}$ هـ = ٤٨ $''$ ٧ $'$ ٥٣ $^\circ$

أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٥ علق قضيب منتظم طوله ٥٢سم وووزنه ١٣نيوتن يؤثر فى منتصفه علق من طرفيه بخيطين وثبت طرفهما فى نقطه فى السقف فإذا كان طول أحد الخيطين ٢٠سم ، ٤٨سم أوجد فى وضع الأتزان مقدار كل من الشد فى الخيطين .

الحـــــــــــل

المثلث هـ ء جـ هو مثلث القوى



∵ $(م ب)^2 = \sqrt{(م جـ)^2 + (ب جـ)^2}$

∴ المثلث م ب جـ قائم الزاويه فى جـ

، جـ هـ = $\frac{1}{2}$ م ب = $\frac{1}{2}$ × ٥٢ = ٢٦ سم متوسط خارج من رأالقائمه

، ∵ هـ ء // $\overline{م جـ}$ ، هـ منتصف $\overline{م ب}$

∴ ء منتصف $\overline{جـ ب}$

∴ هـ ء = $\frac{1}{2}$ م جـ = $\frac{1}{2}$ × ٢٠ = ١٠سم

من مثلث القوى

∴ $\frac{١٣}{٢٦} = \frac{ش١}{٢٤} = \frac{ش٢}{١٠}$

∴ ش١ = $\frac{١٠ \times ١٣}{٢٦}$ = ٥ نيوتن ، ش٢ = $\frac{١٠ \times ٢٤}{٢٦}$ = ١٢ نيوتن

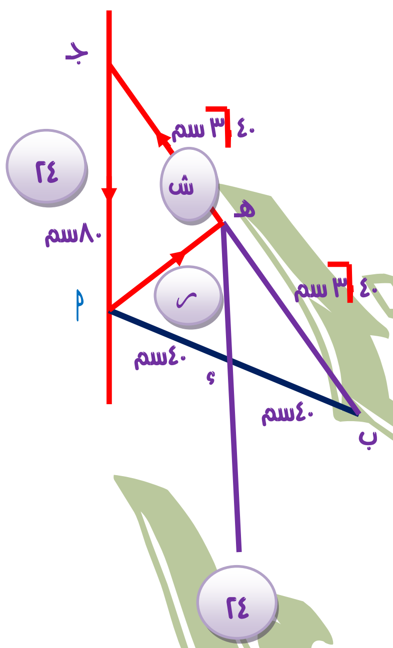
أسأل الله أن يجعل أجر هذا العمل فى ميزان حسنات أبى

اللهم اجعل قبره روضة من رياض الجنة ولا تجعله حفرة من حفر النار

أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٦ أب قضيب ساق منتظمه طولها ٨٠سم ووزنها ٢٤ ث كجم يؤثر عند منتصفها ء والطرف أ مثبت فى حائط رأسى والطرف ب مربوط فى خيط خفيف طوله ٨٠ √٣ سم مثبت طرفه الأخر فى نقطة جـ على الحائط تقع رأسياً فوق أ وعلى بعد من أ يساوى ٨٠سم فإذا أتزن الساق فأوجد مقدار الشد فى الخيط ورد فعل المفصل

الحـــــــــــل



∵ ء منتصف أب ، ءهـ // أجـ

∴ هـ منتصف ب جـ

، ∵ أب = أجـ ، أهـ متوسط

∴ أهـ ⊥ ب جـ

فى المثلث أ هـ ب القائم فى هـ

∴ أهـ = √((أب)² − (هـ ب)²)

= √((٨٠)² − (٤٠ √٣)²) = ٤٠ سم

المثلث أ هـ جـ هو مثلث القوى

∴ ش / هـ جـ = ٢٤ / جـ أ = ر / هـ أ

∴ ش / ٤٠ √٣ = ٢٤ / ٨٠ = ر / ٤٠

∴ ش = (٤٠ √٣ × ٢٤) / ٨٠ = ١٢ √٣ ث كجم ، ر = (٤٠ × ٢٤) / ٨٠ = ١٢ ث كجم

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩