تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

موقع
المناهج المصرية

www.alManahj.com/eg

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/eg

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني الثانوي اضغط هنا

https://almanahj.com/eg/11

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني الثانوي في مادة فيزياء ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/eg/11physics

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني الثانوي في مادة فيزياء الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

https://almanahj.com/eg/11physics1

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني الثانوي اضغط هنا

https://almanahj.com/eg/grade11

أولاً: محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة

(١) قوتان مقدارهما ٣ ، ٣√٢ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية، وقياس الزاوية بين إتجاهيهما ٤٥°. أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها على القوة الأولى .

الحل

∵ ح = $\sqrt{\text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2 + 2\text{ق}_1\text{ق}_2 \text{ جتا}\theta}$

ح = $\sqrt{(3)^2 + (3\sqrt{2})^2 + 2\times3\times3\sqrt{2}\times\text{جتا}45°}$ = ٥√٣ نيوتن

ظا هـ = $\frac{\text{ق}_2 \text{ جا}\theta}{\text{ق}_1 + \text{ق}_2 \text{ جتا}\theta}$ = $\frac{3\sqrt{2}\times\text{جا}45°}{3+3\sqrt{2}\times\text{جتا}45°}$ = $\frac{1}{2}$

∴ هـ = ٢٦° ٣٣′ ٥٤″

****

(٢) قوتان مقدارهما ١٠ ، ٦ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية، وقياس الزاوية بين إتجاهيهما ٦٠°. أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها على القوة الأولى .

****

(٣) قوتان مقدارهما ق ، ٤ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية، وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° فإذا كان مقدار محصلتهما يساوى ٤√٣ نيوتن فأوجد مقدار ق وقياس الزاوية التى تصنعها المحصلة مع ق

الحل

∵ ح^2 = ق$_1^2$ + ق$_2^2$ + ٢ق$_1$ق$_2$ جتاθ

∴ ٤٨ = ق^2 + ١٦ + ٢ × ق × ٤ × جتا١٢٠

∴ ٤٨ = ق^2 + ١٦ − ٤ق ∴ ق^2 − ٤ق − ٣٢ = ٠

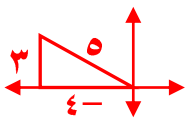
∴ (ق − ٨) (ق + ٤) = ٠ ∴ ق = ٨ ∴ ق = −٤ مرفوض

∴ ظا هـ = $\frac{\text{ق}_2 \text{ جا}\theta}{\text{ق}_1 + \text{ق}_2 \text{ جتا}\theta}$ = $\frac{4\text{جا}120°}{8+4\text{جتا}120°}$ = $\frac{3\sqrt{3}}{3}$

∴ هـ = ٣٠°

****

(٤) قوتان مقدارهما ١٢ ، ١٥ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية ، وجيب تمام الزاوية بينهما يساوى $\frac{-4}{5}$ أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها على القوة الأولى.



الحل

∴ جتاθ = $\frac{-4}{5}$ ، جاθ = $\frac{3}{5}$

∵ ح = $\sqrt{\text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2 + 2\text{ق}_1\text{ق}_2 \text{ جتا}\theta}$

ح = $\sqrt{(12)^2 + (15)^2 + 2\times12\times15\times\frac{-4}{5}}$ = ٩ نيوتن

ظا هـ = $\frac{\text{ق}_2 \text{ جا}\theta}{\text{ق}_1 + \text{ق}_2 \text{ جتا}\theta}$ = $\frac{15\times\frac{3}{5}}{12+15\times\frac{-4}{5}}$ = غير معرف

∴ هـ = ٩٠°

****

(٥) قوتان مقدارهما ق ، ٢ق ث.كجم تؤثران فى نقطة ما. إذا ضُوعِفَ مقدار الثانية وزيد مقدار الأولى ١٥ ث.كجم لا يتغير إتجاه محصلتها .أوجد مقدار ق

الحل

أولاً القوتان ق ، ٢ق ∴ ظا هـ$_1$ = $\frac{2\text{ق جا}\theta}{\text{ق} + 2\text{ق جتا}\theta}$

ثانياً القوتان ق + ١٥ ، ٤ق ∴ ظا هـ$_2$ = $\frac{4\text{ق جا}\theta}{\text{ق}+15+4\text{ق جتا}\theta}$

∵ إتجاه المحصلة لا يتغير ∴ ظا هـ$_1$ = ظا هـ$_2$

∴ $\frac{2\text{ق جا}\theta}{\text{ق} + 2\text{ق جتا}\theta}$ = $\frac{4\text{ق جا}\theta}{\text{ق}+15+4\text{ق جتا}\theta}$

∴ ٢ق + ٤ق جتاθ = ق + ١٥ + ٤ق جتاθ

∴ ٢ق = ق + ١٥ ∴ ٢ق − ق = ١٥ ∴ ق = ١٥ ث.كجم

****

(٦) قوتان مقدارهما ٨ ، ق نيوتن تؤثران فى نقطة مادية و قياس الزاوية بينهما ١٢٠° فإذا كان مقدار محصلتهما ق√٣ نيوتن فأوجد مقدار ق

الحل

∵ ح^2 = ق$_1^2$ + ق$_2^2$ + ٢ق$_1$ق$_2$ جتاθ

∴ ق^{2}٣ = ٦٤ + ق^2 + ٢ × ٨ × ق × جتا١٢٠°

∴ ق^{2}٣ = ٦٤ + ق^2 − ٨ق ∴ ق^{2}٣ − ٦٤ − ق^2 + ٨ق = ٠

∴ ق^2 + ٨ق − ٦٤ = ٠ (÷ ٢) ∴ ق^2 + ٤ق − ٣٢ = ٠

∴ (ق − ٤) (ق + ٨) = ٠ ∴ ق = ٤ ∴ ق = −٨ مرفوض

****

(٧) قوتان مقدارهما ١٥ ، ٨ ث .كجم تؤثران فى نقطة مادية ، إذا كان مقدار محصلتهما ١٣ ث.كجم .فأوجد قياس الزاوية بين القوتين

الحل

∵ ح^2 = ق$_1^2$ + ق$_2^2$ + ٢ق$_1$ق$_2$ جتاθ

∴ ١٦٩ = ٢٢٥ + ٦٤ + ٢ × ١٥ × ٨ جتاθ

∴ ٢٤٠ جتاθ = ١٦٩ − ٢٨٩ ∴ ٢٤٠ جتاθ = −١٢٠ (÷ ٢٤٠)

∴ جتاθ = $-\frac{1}{2}$ ∴ θ = ١٢٠°

****

(٨) قوتان مقدارهما ٣٠ ، ١٦ ث .كجم تؤثران فى نقطة مادية ، إذا كان مقدار محصلتهما ٢٦ث.كجم فأوجد قياس الزاوية بين القوتين

****

(٩) قوتان مقدارهما ق ، ق√٣ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية فإذا كان مقدار محصلتهما ق√٢ نيوتن فأوجد قياس الزاوية بين هاتين القوتين

الحل

∵ ح^2 = ق$_1^2$ + ق$_2^2$ + ٢ق$_1$ق$_2$ جتاθ

∴ ٤ق^2 = ق^2 + ٣ق^2 + ٢ × ق × ق√٣ جتاθ

∴ ٢√٣ق^2 جتاθ = ٤ق^2 − ٢ق^2

∴ ٢√٣ق^2 جتاθ = ٠ (÷ ٢√٣ق^2) ∴ جتاθ = ٠ ∴ θ = ٩٠°

(١٠) قوتان متساويتان مقدار كلا منهما ق نيوتن تؤثران فى نقطة مادية فإذا كان مقدار محصلتهما ٢ق نيوتن فأوجد قياس الزاوية بين هاتين القوتين

الحل

∵ ح^{٢} = ق$_{١}^{٢}$ + ق^{٢} + ٢ق$_{١}$ ق جتا ى

∴ ٤ق^{٢} = ق^{٢} + ق^{٢} + ٢ × ق × ق جتا ى

∴ ٢ ق^{٢} جتا ى = ٤ق^{٢} − ٢ق^{٢} ∴ ٢ ق^{٢} جتا ى = ٢ق^{٢} (÷ ٢ق^{٢})

∴ جتا ى = ١ ∴ ى = صفر

حل آخر :-

∵ القوتان متساويتان ∴ ح = ٢ق جتا $\frac{ى}{٢}$

∴ ٢ق = ٢ق جتا $\frac{ى}{٢}$ (÷ ٢ق) ∴ جتا $\frac{ى}{٢}$ = ١

∴ $\frac{ى}{٢}$ = صفر ∴ ى = صفر

****

(١١) حلِل قوة مقدارها ٦٠ نيوتن إلى قوتين متساويتين فى المقدار و قياس الزاوية بين اتجاهيهما ٦٠

الحل

∵ القوتان متساويتان ∴ ح = ٢ق جتا $\frac{ى}{٢}$

∴ ٦٠ = ٢ق جتا ٣٠ (÷ ٢ جتا ٣٠) ∴ ق = ٢٠ $\sqrt{٣}$ نيوتن

حل آخر : نستخدم القانون ح^{٢} = ق$_{١}^{٢}$ + ق^{٢} + ٢ق$_{١}$ ق جتا ى

****

(١٢) قوتان متساويتان مقدار كلّ منهما ق ث.كجم تحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠ وإذا تضاعفت القوتان و أصبح قياس الزاوية بينهما ٦٠ زادت محصلتهما بمقدار ١١ ث.كجم عن الحالة الأولى .أوجد مقدار ق

الحل

أولاً ∵ القوتان ق ، ق ∴ ح = ٢ق جتا $\frac{ى}{٢}$

∴ ح = ٢ق جتا ٦٠ ∴ ح = ق

ثانياً ∵ القوتان ٢ق ، ق ، المحصلة = ح + ١١ = ق + ١١

∴ ق + ١١ = ٢ × ٢ق جتا ٣٠ ∴ ق + ١١ = ٣ $\sqrt{٢}$ق

∴ ٣ $\sqrt{٢}$ق − ق = ١١ ∴ ق (٣ $\sqrt{٢}$ − ١) = ١١

∴ ق = $\frac{١١}{٣\sqrt{٢} - ١}$ = ١ + ٣ $\sqrt{٢}$ ث.كجم

****

(١٣) قوتان متساويتان فى المقدار ومتلاقيتان فى نقطة ومقدار محصلتهما يساوى ١٢ ث.كجم و إذا عكس إتجاه إحداهما فإن مقدار المحصلة يساوى ٦ ث.كجم .أوجد مقدار القوتين

الحل

∵ ح^{٢} = ق$_{١}^{٢}$ + ق^{٢} + ٢ق$_{١}$ ق جتا ى

∴ ١٤٤ = ق^{٢} + ق^{٢} + ٢ × ق × ق جتا ى

∴ ١٤٤ = ٢ ق^{٢} + ٢ ق^{٢} جتا ى ⇐ (١)

و إذا عكس إتجاه ق$_{١}$ فإن قياس الزاوية بين القوتين تصبح (١٨٠ − ى) ، ح = ٦

∴ ٣٦ = ق^{٢} + ق^{٢} + ٢ × ق × ق جتا (١٨٠ − ى)

∴ ٣٦ = ٢ ق^{٢} − ٢ ق^{٢} جتا ى ⇐ (٢) بجمع (١)، (٢) ينتج أن

∴ ٤ ق^{٢} = ١٨٠ (÷ ٤) ∴ ق^{٢} = ٤٥ بأخذ $\sqrt{\ }$

∴ ق = ٣ $\sqrt{٥}$

حل آخر :- نستخدم القانون ح = ٢ق جتا $\frac{ى}{٢}$

****

(١٤) قوتان مقدارهما ٢ ، ق نيوتن و قياس الزاوية بينهما ١٢٠ أوجد ق عندما :

(أ) مقدار المحصلة يساوى ق.

(ب) اتجاه المحصلة عمودى على القوة الثانية.

(ج) المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين

الحل

(أ) ∵ ح = ق ، ∴ ح^{٢} = ق$_{١}^{٢}$ + ق^{٢} + ٢ق$_{١}$ ق جتا ى

∴ ق^{٢} = ٤ + ق^{٢} + ٢ × ٢ × ق جتا ١٢٠

٤ − ٢ق = ٠ ∴ ٢ق = ٤ (÷ ٢) ∴ ق = ٢ نيوتن

(ب) اتجاه المحصلة عمودى على القوة الثانية.

∵ ح عمودى على ق ∴ ق + ق$_{١}$ جتا ى = ٠

∴ ق + ٢ جتا ١٢٠ = ٠ ∴ ق − ١ = ٠ ∴ ق = ١ نيوتن

(ج) ∵ المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين

∴ القوتان متساويتان ∴ ق = ٢ نيوتن

****

(١٥) قوتان مقدارهما ٤ ، ق نيوتن تُؤثِران فى نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ١٢٠ إذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الأولى .أوجد مقدار ق.

الحل

∵ ح عمودية على ق$_{١}$ ∴ ق + ق$_{١}$ جتا ى = ٠

∴ ٤ + ق جتا ١٢٠ = ٠ ∴ ق جتا ١٢٠ = − ٤ (÷ جتا ١٢٠)

∴ ق = ٨ نيوتن

****

(١٦) قوتان مقدرهما ١٢، ق ث.كجم تؤثران فى نقطة . تعمل الأولى فى إتجاه الشرق وتعمل الثانية فى إتجاه ٦٠ جنوب الغرب .أوجد مقدار ق ومقدار المحصلة إذا علم أن خط عمل المحصلة يؤثر فى إتجاه ٣٠ جنوب الشرق

الحل

∵ $\frac{ق_{١}}{جا هـ_{١}}$ = $\frac{ق_{٢}}{جا هـ_{٢}}$ = $\frac{ح}{جا (هـ_{١} + هـ_{٢})}$

∴ $\frac{١٢}{جا ٩٠}$ = $\frac{ق}{جا ٣٠}$ = $\frac{ح}{جا ١٢٠}$

ق = $\frac{١٢ \times جا ٣٠}{جا ٩٠}$ = ٦ ث.كجم ، ح = $\frac{١٢ \times جا ٣٠}{جا ١٢٠}$ = ٣ $\sqrt{٤}$ ث.كجم

****

(١٧) قوتان مقدارهما ٦ ، ق ث كجم تؤثران فى نقطة مادية، و قياس الزاوية بينهما ١٣٥ .أوجد مقدار المحصلة إذا كان خط عمل المحصلة يميل بزاوية قياسها ٤٥ على خط عمل القوة التى مقدارها ق .

الحل

نفس طريقة حل (١٦)

(١٨) ق١ ، ق٢ قوتان تؤثران فى نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها ى ومقدار محصلتهما يساوى √٥ ق (م + ١) وإذا أصبح قياس الزاوية بينهما (٩٠ - ى) فإن مقدار المحصلة يساوى √٥ ق (م - ١)

أثبت أن ظا ى = $\frac{م-٢}{م+٢}$

الحل

∵ ح^{٢} = ق١^{٢} + ق^{٢} + ٢ ق١ ق جتا ى

∴ ٥ق^{٢} (م + ١)^{٢} = ق^{٢} + ٤ق^{٢} + ٢ × ق × ٢ق جتا ى

∴ ٥ق^{٢} (م^{٢} + ٢م + ١) = ٥ق^{٢} + ٤ق^{٢} جتا ى (÷ ق^{٢})

∴ ٥م^{٢} + ١٠م + ٥ = ٤ + ٤ جتا ى ∴ ٤ جتا ى = ٥م (م + ٢) ⇐ (١)

∴ ٥ق^{٢} (م - ١)^{٢} = ق^{٢} + ٤ق^{٢} + ٢ × ق × ٢ق جتا (٩٠ - ى)

∴ ٥ق^{٢} (م^{٢} - ٢م + ١) = ٥ق^{٢} + ٤ق^{٢} جا ى (÷ ق^{٢})

∴ ٥م^{٢} - ١٠م + ٥ = ٤ جا ى ∴ ٤ جا ى = ٥م (م - ٢) ⇐ (٢)

بقسمة (٢) على (١)

ظا ى = $\frac{٥م(م-٢)}{٥م(م+٢)}$ = $\frac{م-٢}{م+٢}$

****

(١٩) قوتان مقدارهما ك ، ق ومقدار محصلتهما √٢ك إذا كان قياس الزاوية بينهما هـ ، وإذا تغير قياس الزاوية وأصبحت (١٨٠ - ى) فإن مقدار محصلتهما ينقص إلى النصف . أوجد النسبة بين ك ، ق

الحل

∵ ح^{٢} = ق١^{٢} + ق^{٢} + ٢ ق١ ق جتا ى

∴ ٤ك^{٢} = ك^{٢} + ق^{٢} + ٢ × ق ك جتا ى

∴ ٣ك^{٢} = ق^{٢} + ٢ ك ق جتا ى ⇐ (١)

وإذا تغير قياس الزاوية وأصبحت (١٨٠ - ى) فإن ∵ ح = ك

∴ ك^{٢} = ك^{٢} + ق^{٢} + ٢ × ك ق جتا (١٨٠ - ى)

∴ ٠ = ق^{٢} - ٢ ك ق جتا ى ⇐ (٢) بجمع (١) ، (٢) ينتج أن

∴ ٣ك^{٢} = ٢ق^{٢} بأخذ √ ∴ √٣ ك = √٢ ق

∴ ك : ق = √٢ : √٣

****

(٢٠) ق١ ، ق٢ تؤثران فى نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠ ومقدار محصلتهما √١٩ نيوتن . وإذا أصبح قياس الزاوية بينهما ٦٠ فإن مقدار المحصلة يساوى ٧ نيوتن أوجد قيمة ق١ ، ق٢

الحل

∵ ح^{٢} = ق١^{٢} + ق^{٢} + ٢ ق١ ق جتا ى

أولاً ى = ١٢٠ ، ح = √١٩ نيوتن

∴ ١٩ = ق١^{٢} + ق^{٢} + ٢ ق١ ق جتا ١٢٠

∴ ١٩ = ق١^{٢} + ق^{٢} - ق١ ق ⇐ (١)

ثانياً ى = ٦٠ ح = ٧ نيوتن

∴ ٤٩ = ق١^{٢} + ق^{٢} + ٢ ق١ ق جتا ٦٠

∴ ٤٩ = ق١^{٢} + ق^{٢} + ق١ ق ⇐ (٢)

بطرح (١) من (٢) ينتج أن

∴ ٣٠ = ق١ ق٢ ∴ ١٥ = ق١ ق٢ ∴ ق = $\frac{١٥}{ق١}$

بالتعويض فى ق١^{٢} + ق^{٢} - ق١ ق٢ = ١٩

ق١^{٢} + ($\frac{١٥}{ق١}$)^{٢} - ق١ × $\frac{١٥}{ق١}$ = ١٩ (× ق١^{٢})

∴ ق١^{٤} - ٣٤ ق١^{٢} + ٢٢٥ = ٠

∴ (ق١^{٢} - ٢٥) (ق١^{٢} - ٩) = ٠

∴ ق١^{٢} = ٢٥ بأخذ √ ∴ ق١ = ٥ ، ق٢ = ٣

∴ ق١^{٢} = ٩ بأخذ √ ∴ ق١ = ٣ ، ق٢ = ٥

****

(٢١) إذا كانت القوى ٧ ، ٨ ، ١٣ نيوتن متوازنة فأوجد قياس الزاوية بين القوتين الأولى والثانية

الحل

∵ ح^{٢} = ق١^{٢} + ق^{٢} + ٢ ق١ ق جتا ى

∵ القوى ٧ ، ٨ ، ١٣ نيوتن متوازنة

∴ القوة ١٣ محصلة القوى ٧ ، ٨

∴ ١٦٩ = ٤٩ + ٦٤ + ٢ × ٧ × ٨ جتا ى

∴ ١١٢ جتا ى = ١٦٩ - ١١٣ ∴ ١١٢ جتا ى = ٥٦ (÷ ١١٢)

∴ جتا ى = $\frac{١}{٢}$ ∴ ى = ٦٠

****

(٢٢) إذا كانت القوى ٣ ، ٥ ، ٤ متوازنة فأوجد قياس الزاوية بين كل قوتين

****

(٢٣) إذا كانت القوة التى مقدارها ق تتزن مع قوتان مقدارهما ٥ ، ٣ نيوتن واللتان تحصران بينهما زاوية قياسها ٦٠ فأوجد قيمة ق

****

(٢٤) ق١ ، ق٢ تؤثران فى نقطة مادية حيث ق١ < ق٢ ومحصلتهما ح حيث ٨ ≤ ح ≤ ١٢ أوجد ق١ ، ق٢ . وإذا كان قياس الزاوية بينهما ١٢٠ . أوجد الزاوية بين المحصلة و ق١

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

****

(٢٥) ق١ ، ق٢ تؤثران فى نقطة مادية حيث ق١ < ق٢ ومحصلتهما ح حيث ح ∈ [٣ ، ٧] أوجد ق١ ، ق٢ . وإذا كان قياس الزاوية بينهما ٦٠ . أوجد الزاوية بين المحصلة و ق١

الحل

.....

.....

.....

ثانياً : تحليل قوة إلى مركبتين

(١) حلِل قوة مقدارها ١٢ نيوتن إلى مركبتين تميلان على اتجاه القوة بزاويتين ٦٠ ، ٤٥ فى اتجاهين مختلفين منها

الحـــل

∵ $\frac{ق_1}{جا هـ_1} = \frac{ق_2}{جا هـ_2} = \frac{ح}{جا(هـ_1 + هـ_2)}$

∴ $\frac{ق_1}{جا ٤٥} = \frac{ق_2}{جا ٦٠} = \frac{١٢}{جا ١٠٥}$

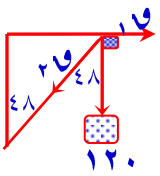
ق$_1$ = $\frac{١٢ \times جا ٤٥}{جا ١٠٥}$ = ٩ نيوتن ، ق$_2$ = $\frac{١٢ \times جا ٦٠}{جا ١٠٥}$ = ١١ نيوتن

****

(٢) قوة مقدارها ٦٠٠ ث جم تؤثر فى نقطة مادية .أوجد مركبتيها فى اتجاهين يصنعان معها زاويتين قياسيهما ٣٠ ، ٤٥

****

(٣) حلِل القوة الرأسية ١٢٠ ث.جم إلى مركبتين إحداهما فى الاتجاه الأفقي، والأخرى فى اتجاه يصنع مع خط عمل القوة زاوية قياسها ٤٨



الحـــل

∵ $\frac{ق_1}{جا هـ_1} = \frac{ق_2}{جا هـ_2} = \frac{ح}{جا(هـ_1 + هـ_2)}$

∴ $\frac{ق_1}{جا ٤٨} = \frac{ق_2}{جا ٩٠} = \frac{١٢٠}{جا ١٣٨}$

ق$_1$ = $\frac{١٢٠ \times جا ٤٨}{جا ١٣٨}$ = ١٣٣ ، ق$_2$ = $\frac{١٢٠ \times جا ٩٠}{جا ١٣٨}$ = ١٧٩

****

(٤) حلل قوة مقدارها ١٨ نيوتن فى اتجاهين متعامدين، إحداهما يصنع مع القوة زاوية قياسها ٦٠

الحـــل

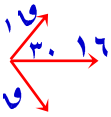
ق$_1$ = ح جتاهـ = ١٨ جتا ٦٠ = ٩ نيوتن

ق$_2$ = ح جاهـ = ١٨ جا ٦٠ = ٩√٣ نيوتن

****

(٥) حلل قوة أفقية مقدارها ١٦٠ ث. جم فى إتجاهين متعامدين أحدهما يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ إلى أعلى

الحـــل



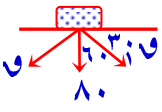
ق$_1$ = ح جتاهـ = ١٦٠ جتا ٣٠ = ٨٠√٣ ث. جم

ق$_2$ = ح جاهـ = ١٦٠ جا ٣٠ = ٨٠ ث. جم

****

(٦) أوجد مقدار المركبتين المتعامدتين، لوزن جسم موضوع على مستوى أفقي ومقداره ٨٠ نيوتن إذا عُلِمَ أنَّ إحداهما تميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ إلى أسفل

الحـــل



ق$_1$ = ح جتاهـ = ٨٠ جتا ٦٠ = ٤٠ نيوتن

ق$_2$ = ح جاهـ = ٨٠ جا ٦٠ = ٤٠√٣ نيوتن

****

(٧) قوة مقدارها ١٢٠ نيوتن تعمل فى اتجاه الشمال الشرقى . أوجد مركبتيها فى اتجاه الشرق واتجاه الشمال

الحـــل

ق$_1$ = ح جتاهـ = ١٢٠ جتا ٤٥ = ٦٠√٢ نيوتن

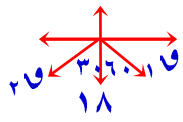
ق$_2$ = ح جاهـ = ١٢٠ جا ٤٥ = ٦٠√٢ نيوتن

(٨) حلل قوة مقدارها ٦√٢ نيوتن والتى تعمل فى إتجاه الشمال الشرقى إلى مركبتين إحداهما فى إتجاه الشرق والأخرى فى إتجاه الشمال

****

(٩) قوة مقدارها ١٨ نيوتن تعمل فى اتجاه الجنوب أوجد مركبتيها فى اتجاهى ٦٠ شرق الجنوب، و الأخرى فى اتجاه ٣٠ غرب الجنوب

الحـــل



ق$_1$ = ح جتاهـ = ١٨ جتا ٦٠ = ٩ نيوتن

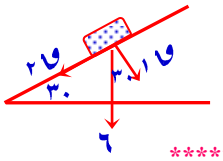
ق$_2$ = ح جاهـ = ١٨ جتا ٦٠ = ٩√٣ نيوتن

توجد طرق أخرى للحل

****

(١٠) وضع جسم مقدار وزنه ٦ نيوتن على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ أوجد مركبتى وزن الجسم فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والإتجاه العمودى عليه

الحـــل



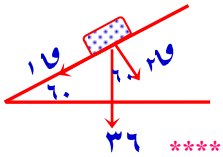
ق$_1$ = ح جتاهـ = ٦ جتا ٣٠ = ٣√٣ نيوتن

ق$_2$ = ح جاهـ = ٦ جا ٣٠ = ٣ نيوتن

****

(١١) وضع جسم مقدار وزنه ٣٦ نيوتن على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠ أوجد مركبتى وزن الجسم فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والإتجاه العمودى عليه

الحـــل



ق$_1$ = ح جاهـ = ٣٦ جا ٦٠ = ١٨√٣ نيوتن

ق$_2$ = ح جتاهـ = ٣٦ جتا ٦٠ = ١٨ نيوتن

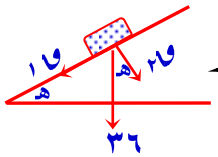
****

(١٢) وضع جسم مقدار وزنه ٤٢ نيوتن على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠ أوجد مركبتى وزن الجسم فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والإتجاه العمودى عليه

****

(١٣) مستوى مائل طوله ١٣٠ سم وارتفاعه ٥٠ سم وضع عليه جسم جاسئ وزنه ٣٩٠ ث.جم أوجد مركبتى الوزن فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى و الإتجاه العمودى عليه

الحـــل



جاهـ = $\frac{٥٠}{١٣٠}$ ، جتاهـ = $\frac{١٢٠}{١٣٠}$

ق$_1$ = ح جاهـ = ٣٩٠ × $\frac{٥٠}{١٣٠}$ = ١٥٠ ث. جم

ق$_2$ = ح جتاهـ = ٣٩٠ × $\frac{١٢٠}{١٣٠}$ = ٣٦٠ ث. جم

****

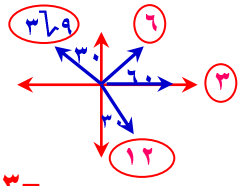
(١٤) مستوى مائل طوله ١٠٠ سم وارتفاعه ٦٠ سم وضع عليه جسم جاسئ وزنه ٢٠٠ ث.جم أوجد مركبتى الوزن فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والإتجاه العمودى عليه

****

(١٥) مستوى مائل طوله ٢٥٠ سم وارتفاعه ١٥٠ سم وضع عليه جسم جاسئ وزنه ٧٥٠ ث.جم أوجد مركبتى الوزن فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والإتجاه العمودى عليه

ثالثاً: محصلة عدة قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة

(١) أثرت القوى ٣، ٦، ٣√٩، ١٢ ث.كجم فى نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين الأولى والثانية ٦٠ وبين الثانية والثالثة ٩٠ وبين الثالثة والرابعة ١٥٠ أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى



الحل

(٣، ٠) ، (٦، ٦٠) ،

(٣√٩، ١٥٠) ، (١٢، ٣٠٠)

س = ٣ جتا ٠ + ٦ جتا ٦٠ + ٣√٩ جتا ١٥٠ + ١٢ جتا ٣٠٠ = $\frac{-٣}{٢}$

ص = ٣ جا ٠ + ٦ جا ٦٠ + ٣√٩ جا ١٥٠ + ١٢ جا ٣٠٠ = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$

∵ ح = $\sqrt{س^{٢} + ص^{٢}}$ = $\sqrt{(\frac{-٣}{٢})^{٢} + (\frac{٣\sqrt{٣}}{٢})^{٢}}$ = ٣

∴ ظا هـ = $\frac{ص}{س}$ = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢} \div \frac{-٣}{٢}$ = − √٣

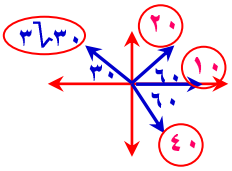
∵ س < صفر ، ص > صفر ∴ هـ = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠

****

(٢) تؤثر القوى المستوية التى مقاديرها ١٠، ٢٠، ٣٠√٣ ، ٤٠ نيوتن فى نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين الأولى والثانية ٦٠ وبين الثانية والثالثة ٩٠ وبين الثالثة والرابعة ١٥٠ أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى

****

(٣) أربع قوى مقاديرها ١٠، ٢٠، ٣٠√٣ ، ٤٠ ث.جم تؤثر فى نقطة مادية، الأولى تؤثر فى اتجاه الشرق، والثانية تؤثر فى اتجاه ٦٠ شمال الشرق، والثالثة تؤثر فى اتجاه ٣٠ شمال الغرب، والرابعة تؤثر فى اتجاه ٦٠ جنوب الشرق. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.



الحل

(١٠، ٠) ، (٢٠، ٦٠) ،

(٣٠√٣، ١٥٠) ، (٤٠، ٣٠٠)

س = ١٠ جتا ٠ + ٢٠ جتا ٦٠ + ٣٠√٣ جتا ١٥٠ + ٤٠ جتا ٣٠٠ = − ٥

ص = ١٠ جا ٠ + ٢٠ جا ٦٠ + ٣٠√٣ جا ١٥٠ + ٤٠ جا ٣٠٠ = ٥√٣

∵ ح = $\sqrt{س^{٢} + ص^{٢}}$ = $\sqrt{(-٥)^{٢} + (٥\sqrt{٣})^{٢}}$ = ١٠ ث.جم

∴ ظا هـ = $\frac{ص}{س}$ = ٥√٣ ÷ − ٥ = − √٣

∵ س < صفر ، ص > صفر ∴ هـ = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠

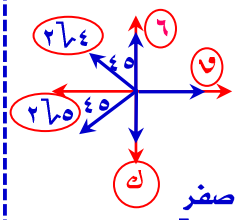
****

(٤) ثلاث قوى مقاديرها ١٠، ٢٠، ٣٠ نيوتن نقطة مادية الأولى نحو الشرق والثانية تصنع زاوية ٣٠ غرب الشمال والثالثة تصنع ٦٠ جنوب الغرب أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى

****

(٥) أربع قوى مستوية تؤثر فى نقطة مادية، الأولى مقدارها ٤ نيوتن وتؤثر فى الشرق، والثانية مقدارها ٢ نيوتن وتؤثر فى اتجاه ٦٠ شمال الشرق، والثالثة مقدارها ٥ نيوتن وتؤثر فى اتجاه ٦٠ شمال الغرب والرابعة ٣√٣ نيوتن وتؤثر فى اتجاه ٦٠ غرب الجنوب . أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

(٦) خمس قوى مستوية مقاديرها ن ، ٦ ، ٤√٢ ، ٥√٢ ، ل ث كجم متزنة وتؤثر فى نقطة مادية فى اتجاهات الشرق والشمال والشمال الغربى والجنوب الغربى والجنوب على الترتيب أوجد مقدار كل من ن ، ل



الحل

(ن ، ٠) ، (٦، ٩٠) ، (٤√٢ ، ١٣٥)

(٥√٢ ، ٢٢٥) ، (ل ، ٢٧٠)

∵ القوى متزنة ∴ س = صفر ، ص = صفر

∴ س = ن جتا ٠ + ٦ جتا ٩٠ + ٤√٢ جتا ١٣٥ + ٥√٢ جتا ٢٢٥

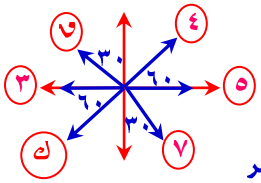
+ ل جتا ٢٧٠ = صفر ∴ ن − ٩ = صفر ∴ ن = ٩ ث كجم

∴ ص = ن جا ٠ + ٦ جا ٩٠ + ٤√٢ جا ١٣٥ + ٥√٢ جا ٢٢٥

ل جا ٢٧٠ = صفر ∴ ٥ − ل = صفر ∴ ل = ٥ ث كجم

****

(٧) أثرت القوى المستوية ٥ ، ٤ ، ن ، ٣ ، ل ، ٧ ث كجم فى نقطة مادية والزاوية بين كل قوتين متتاليتين منها ٦٠ أوجد مقدار كل من ن ، ل حتى تكون المجموعة فى حالة إتزان



الحل

(٥، ٠) ، (٤، ٦٠) ، (ن ، ١٢٠)

(٣ ، ١٨٠) ، (ل ، ٢٤٠) ، (٧، ٣٠٠)

∵ القوى متزنة ∴ س = صفر ، ص = صفر

∴ س = ٥ جتا ٠ + ٤ جتا ٦٠ + ن جتا ١٢٠ + ٣ جتا ١٨٠

+ ل جتا ٢٤٠ + ٧ جتا ٣٠٠ = صفر

∴ $\frac{-١}{٢}$ ن − $\frac{١}{٢}$ ل + $\frac{١٥}{٢}$ = صفر (× − ٢)

∴ ن + ل − ١٥ = صفر ∴ ن + ل = ١٥ ⇐ (١)

∴ ص = ٥ جا ٠ + ٤ جا ٦٠ + ن جا ١٢٠ + ٣ جا ١٨٠ + ل جا ٢٤٠

+ ٧ جا ٣٠٠ = صفر

∴ $\frac{٣\sqrt{}}{٢}$ ن − $\frac{٣\sqrt{}}{٢}$ ل − $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ = صفر (÷ $\frac{٣\sqrt{}}{٢}$)

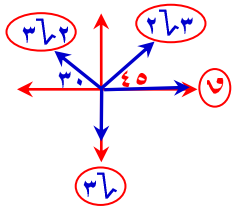
∴ ن − ل − ٣ = صفر ∴ ن − ل = ٣ ⇐ (٢)

بحل المعادلتين (١)، (٢) جبرياً

∴ ن = ٩ ث كجم ∴ ل = ٦ ث كجم

****

(٨) فى الشكل المقابل :إذا كان مقدار محصلة القوى تساوى ٣√٢ نيوتن ، فأوجد قيمة ن ، قياس الزاوية بين خط عمل المحصلة وخط عمل القوة الأولى



الحل

(ن ، ٠) ، (٣√٢ ، ٤٥) ، (١٥٠ ، ٣√٢) ، (٢٧٠ ، ٣√)

∴ س = ن جتا ٠ + ٣√٢ جتا ٤٥ + ٣√٢ جتا ١٥٠ + ٣√ جتا ٢٧٠

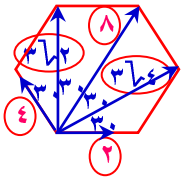
∴ س = ن

∴ ص = ن جا ٠ + ٣√٢ جا ٤٥ + ٣√٢ جا ١٥٠ + ٣√ جا ٢٧٠ = ٣

∵ ح^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} ∴ ١٨ = ن^{٢} + ٩ ∴ ن^{٢} = ١٨ − ٩

∴ ن^{٢} = ٩ بأخذ √ ∴ ن = ٣

(٩) أ ب جـ د هـ و شكل سداسى منتظم تؤثر القوى التى مقاديرها ٢، ٣√٤ ، ٨ ، ٣√٢، ٤ ث.كجم فى نقطة أ فى الإتجاهات أ ب ، أ جـ ، أ ء ، أ هـ ، أ و على الترتيب أوجد مقدار وإتجاه محصلة هذه القوى



الحل

(٠،٢) ، (٣√٤ ، ٣٠) ، (٨ ، ٦٠)
، (٣√٢ ، ٩٠) ، (٤ ، ١٢٠)

س = ٢ جتا ٠ + ٣√٤ جتا ٣٠ + ٨ جتا ٦٠
+ ٣√٢ جتا ٩٠ + ٤ جتا ١٢٠ = ١٠

ص = ٢ جا ٠ + ٣√٤ جا ٣٠ + ٨ جا ٦٠ + ٣√٢ جا ٩٠ + ٤ جا ١٢٠
= ٣√١٠

∵ ح = √(س٢ + ص٢) = √(١٠)٢ + (٣√١٠)٢ = ٢٠

∴ ظا هـ = ٣√١٠ ÷ ١٠ = ٣√

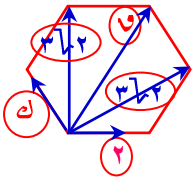
∵ س > صفر ، ص > صفر ∴ هـ = ٦٠

****

(١٠) أ ب جـ د هـ و شكل سداسى منتظم أثرت القوى التى مقاديرها ٨، ٣√٦ ، ٥، ٣√٤ نيوتن فى نقطة أ فى الإتجاهات أ ب ، أ جـ ، أ ء ، أ هـ على الترتيب أوجد مقدار وإتجاه محصلة هذه القوى

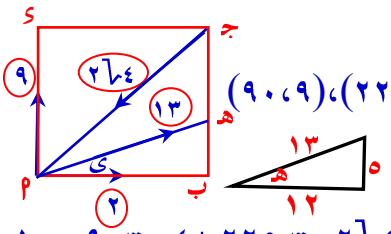
****

(١١) فى الشكل المقابل : إذا كانت محصلة القوى تساوى ٢٠ ث كجم ، وتعمل فى اتجاه أ ء أوجد قيمتى ف ، ك



الحل

(١٢) أ ب جـ ء مربع طول ضلعه ١٢سم، هـ ∈ ب جـ بحيث ب هـ = ٥سم أثرت قوى مقاديرها ٢ ، ١٣ ، ٤ ، ٢√٩ ث.جم فى الإتجاهات أ ب ، أ هـ ، جـ أ ، أ ء على الترتيب أوجد مقدار وإتجاه محصلة هذه القوى



الحل

(٠،٢)، (١٣، ى)، (٢√٤، ٢٢٥)، (٩، ٩٠)

جا ى = ٥/١٣ ، جتا ى = ١٢/١٣

س = ٢ جتا ٠ + ١٣ × ١٢/١٣ + ٢√٤ جتا ٢٢٥ + ٤ جتا ٩٠ = ١٠

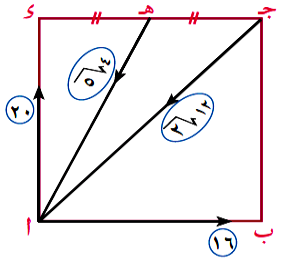
ص = ٢ جا ٠ + ١٣ × ٥/١٣ + ٢√٤ جا ٢٢٥ + ٤ جا ٩٠ = ٥

∵ ح = √(س٢ + ص٢) = √(١٠)٢ + (٥)٢ = ٥√

∴ ظا هـ = ٥ ÷ ١٠ = ١/٢ ∴ هـ = ٢٦° ٣٣′ ٥٤″

****

(١٣) الشكل المقابل يمثل القوى التى مقاديرها ١٦، ٢٠، ٢√١٢، ٥√٤ نيوتن والتى تؤثر فى المربع أ ب جـ ء فى الاتجاهات أ ب ، أ ء ، جـ أ ، هـ أ على الترتيب حيث هـ منتصف جـ ء إثبت أن المجموعة متزنة



الحل

نفرض أن طول ضلع المربع = ٢ل ∵ أهـ = √(٤ل٢ + ل٢) = ٥√ ل

∵ جا (١٨٠ + ى) = − جا ى = − ل/(٥√ ل) = −١/٥√

∵ جتا (١٨٠ + ى) = − جتا ى = − ٢ل/(٥√ ل) = −٢/٥√

(١٦، ٠)، (٢٠، ٩٠)، (٢√١٢، ٢٢٥)، (٥√٤، ١٨٠ + ى)

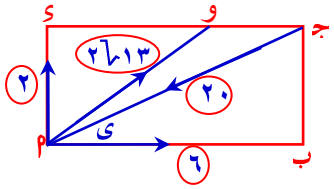
س = ١٦ جتا ٠ + ٢٠ جتا ٩٠ + ٢√١٢ جتا ٢٢٥ + ٥√٤ × −١/٥√
= صفر

ص = ١٦ جا ٠ + ٢٠ جا ٩٠ + ٢√١٢ جا ٢٢٥ + ٥√٤ × −٢/٥√ = ٠

∵ س = صفر ، ص = صفر ∴ القوى متزنة

****

(١٤) أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ٨سم ، ب جـ = ٦سم، و ∈ جـ ء حيث و ء = ٦سم، أثرت قوى مقاديرها ٦ ، ٢٠ ، ٢√١٣ ، ٢ نيوتن فى أ ب ، جـ أ ، أ و ، أ ء على الترتيب أوجد مقدار وإتجاه محصلة هذه القوى



الحل ∵ أهـ = ١٠

∵ جا (١٨٠ + ى) = − جا ى = −٦/١٠

∵ جتا (١٨٠ + ى) = − جتا ى = −٨/١٠

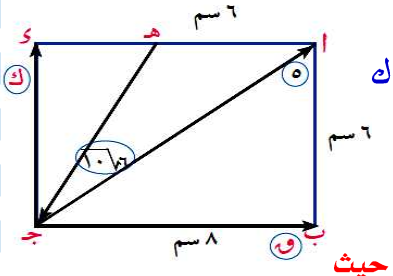
(٠، ٦)، (٢٠، ١٨٠ + ى)، (٢√١٣، ٤٥)، (٢، ٩٠)

س = ٦ جتا ٠ + ٢٠ × −٨/١٠ + ٢√١٣ جتا ٤٥ + ٢ جتا ٩٠ = ٣

ص = ٦ جا ٠ + ٢٠ × −٦/١٠ + ٢√١٣ جا ٤٥ + ٢ جا ٩٠ = ٣

∵ ح = √(٣)٢ + (٣)٢ = ٣√٢ ∴ ظا هـ = ١ ∴ هـ = ٤٥

(١٥) الشكل المقابل يمثل القوى التى مقاديرها ق، ٥، ك ١٠√٦ نيوتن والمتزنة ، والتى تؤثر فى المستطيل أ ب جـ ء فى الاتجاهات أ ب ، ب جـ ، جـ ء ، ء أ حيث أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم، أ هـ = ٦سم، أوجد قيمة ق ، ك



الحل

∵ القوى متزنة ∴ س = صفر ، ص = صفر

∵ أ جـ = ١٠ ، جـ هـ = ٢√١٠ ، جا ى = ٦/١٠ ، جتا ى = ٨/١٠

∵ جا (١٨٠ + و) = − جا و = −٦/(١٠√٢)

∵ جتا (١٨٠ + و) = − جتا و = −٢/(١٠√٢)

(٠، ٦)، (٥، ى) ، (ك ، ٩٠) ، (١٠√٦ ، ١٨٠ + و)

س = ق جتا ٠ × ٥ + ٨/١٠ × ك جتا ٩٠ + ١٠√٦ × −٢/(١٠√٢) = ٠

∴ ق = ٢ نيوتن

ص = ق جا ٠ × ٥ + ٦/١٠ × ك جا ٩٠ + ١٠√٦ × −٦/(١٠√٢) = ٠

∴ ك = ١٥ نيوتن

****

(١٦) ثلاث قوى مقاديرها ٧٢ ، ٧٤ ، ٧٦ تؤثر فى نقطة مادية فى إتجاهات موازية لأضلاع مثلث متساوى الأضلاع مأخوذة فى إتجاه دورى واحد أوجد مقدار واتجاه المحصلة

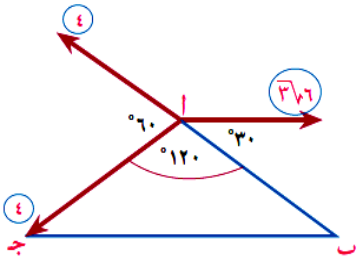
الحل

(١٧) أ ب جـ مثلث متساوى الأضلاع م نقطة تلاقى متوسطاته . أثرت القوى التى مقاديرها ١٥، ٢٠، ٢٥ نيوتن فى نقطة مادية فى الإتجاهات م جـ ، م ب ، م أ أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى

الحل

****

(١٨) أوجد مقدار واتجاه محصلة القوى المبينة فى الشكل المقابل



مثلث متساوى الساقين

الحل

****

(١٩) إذا كانت ق١ = ٥ س + ٣ ص ، ق٢ = أ س + ٦ ص ، ق٣ = −١٤ س + ب ص ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة وكانت المحصلة ع = (٢√١٠ ، ١٣٥°). أوجد قيمتي أ ، ب.

الحل

****

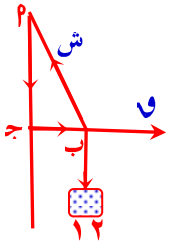
(٢٠) إذا كانت ق١ = ٥ س − ٣ ص ، ق٢ = −٧ س + ٢ ص ، ق٣ = ٢ س + ص فأثبت أن مجموعة القوى متوازنة.

الحل

أولاً :تعليق جسم بخيط واحد

(١) علق ثقل مقداره ١٢ نيوتن فى أحد طرفى خيط خفيف طوله ١٣٠سم والطرف الأخر للخيط مثبت فى نقطة على حائط رأسى جذب الجسم بتأثير قوة أفقية حتى إتزن وهو على بعد ٥٠سم من الحائط أوجد مقدار كلا من القوة والشد فى الخيط

الحل



∴ أ جـ = $\sqrt{(١٣٠)^{٢} - (٥٠)^{٢}}$ = ١٢٠

∵ Δ أ ب جـ مثلث قوى

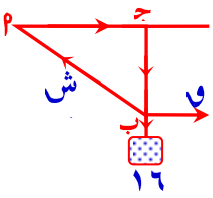
∴ $\frac{و}{٥٠} = \frac{ش}{١٣٠} = \frac{١٢}{١٢٠}$

∴ و = $\frac{٥٠ \times ١٢}{١٢٠}$ = ٥نيوتن ∴ ش = $\frac{١٣٠ \times ١٢}{١٢٠}$ = ١٣نيوتن

****

(٢) علق ثقل مقداره ١٦ نيوتن فى أحد طرفى خيط خفيف طوله ٥٠سم مثبت طرفه الأخر فى نقطة فى سقف الحجرة أزيح الثقل بقوة أفقية حتى إتزن و هو على بعد ٤٠سم من السقف أوجد مقدار القوة الأفقية والشد فى الخيط

الحل



∴ أ جـ = $\sqrt{(٥٠)^{٢} - (٤٠)^{٢}}$ = ٣٠

∵ Δ أ ب جـ مثلث قوى

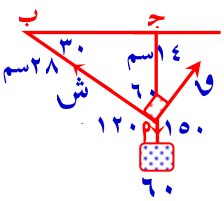
∴ $\frac{و}{٣٠} = \frac{ش}{٥٠} = \frac{١٦}{٤٠}$ و

∴ و = $\frac{٣٠ \times ١٦}{٤٠}$ = ١٢نيوتن ∴ ش = $\frac{٥٠ \times ١٦}{٤٠}$ = ٢٠نيوتن

****

(٣) علق ثقل مقدار وزنه ٦٠ ث.جم من أحد طرفى خيط طوله ٢٨ سم مثبت طرفه الآخر فى نقطة فى سقف حجرة أثرت على الجسم قوة فأتزن الجسم وهو على بعد ١٤سم رأسياً أسفل السقف فإذا كانت القوة فى وضع الإتزان عمودية على الخيط فأوجد مقدار كلا من القوة والشد فى الخيط

الحل



∴ أ جـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب ∴ و (ب) = ٣٠

بتطبيق قاعدة لامى

∴ $\frac{و}{جا١٢٠} = \frac{ش}{جا١٥٠} = \frac{٦٠}{جا٩٠}$

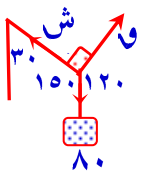
∴ و = $\frac{٦٠ \times جا١٢٠}{جا٩٠}$ = ٣٠√٣ نيوتن

∴ ش = $\frac{٦٠ \times جا١٥٠}{جا٩٠}$ = ٣٠نيوتن

****

(٤) علق جسيم وزنه ٨٠ ث.جم فى طرف خيط مثبت طرفه الأخر فى حائط رأسى أزيح الثقل بقوة عمودية على الخيط حتى أصبح الخيط مائلاً على الحائط بزاوية قياسها ٣٠ أوجد فى وضع الإتزان مقدار القوة وكذلك الشد فى الخيط

الحل



بتطبيق قاعدة لامى

∴ $\frac{و}{جا١٥٠} = \frac{ش}{جا١٢٠} = \frac{٨٠}{جا٩٠}$

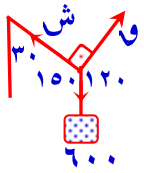
∴ و = $\frac{٨٠ \times جا١٥٠}{جا٩٠}$ = ٤٠ نيوتن

∴ ش = $\frac{٨٠ \times جا١٢٠}{جا٩٠}$ = ٤٠√٣ نيوتن

****

(٥) أزيحت كرة بندول وزنها ٦٠٠ث.جم حتى سار الخيط يصنع زاوية قياسها ٣٠ مع الرأسى تحت تأثير قوة على الكرة فى إتجاه عمودى على الخيط أوجد مقدار القوة ومقدار الشد فى الخيط

الحل



بتطبيق قاعدة لامى

∴ $\frac{و}{جا١٥٠} = \frac{ش}{جا١٢٠} = \frac{٦٠٠}{جا٩٠}$

∴ و = $\frac{٦٠٠ \times جا١٥٠}{جا٩٠}$ = ٣٠٠ نيوتن

∴ ش = $\frac{٦٠٠ \times جا١٢٠}{جا٩٠}$ = ٣٠٠√٣ نيوتن

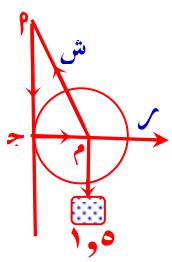
٦٠
١٢٠ ١٥٠

****

ثانياً :تعليق كرة

(٦) كرة معدنية منتظمة ملساء وزنها ١,٥ ث.كجم وطول نصف قطرها ٢٥سم .ربطت من إحدى نقط سطحها ب بخيط طوله ٢٥سم ومربوط طرفه الأخر أ نقطة فى حائط رأسى أملس فأتزنت الكرة وهى مستندة على الحائط أوجد مقدار الشد فى الخيط ومقدار رد فعل الحائط

الحل



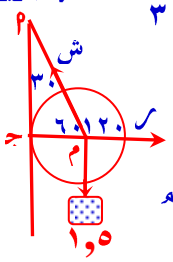
∴ أ جـ = $\sqrt{(٥٠)^{٢} - (٢٥)^{٢}}$ = ٢٥√٣

∵ Δ أ جـ م مثلث قوى

∴ $\frac{ر}{٢٥} = \frac{ش}{٥٠} = \frac{١,٥}{٢٥√٣}$

∴ ر = $\frac{٢٥ \times ١,٥}{٢٥√٣}$ = $\frac{٣√}{٢}$ ث.كجم، ش = $\frac{٥٠ \times ١,٥}{٢٥√٣}$ = ٣√ ث.كجم

حل آخر : بتطبيق قاعدة لامى



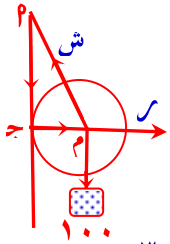
∴ $\frac{ر}{جا١٥٠} = \frac{ش}{جا٩٠} = \frac{١,٥}{جا١٢٠}$

∴ ر = $\frac{٣√}{٢}$ ث.كجم ، ش = ٣√ ث.كجم

****

(٧) كرة منتظمة ملساء وزنها ١٠٠ث.جم وطول نصف قطرها ٣٠سم معلقة من نقطة على سطحها بأحد طرفى خيط خفيف طوله ٢٠ سم ومثبت طرفه الأخر فى نقطة من حائط رأسى أملس. أوجد فى وضع التوازن كلا من الشد فى الخيط و رد فعل الحائط

الحل



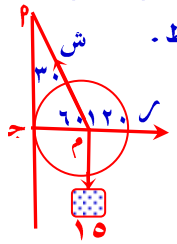
∴ أ جـ = $\sqrt{(٥٠)^{٢} - (٣٠)^{٢}}$ = ٤٠

∵ Δ أ م جـ مثلث قوى

∴ $\frac{ر}{٣٠} = \frac{ش}{٥٠} = \frac{١٠٠}{٤٠}$

∴ ر = $\frac{٣٠ \times ١٠٠}{٤٠}$ = ٧٥ ث.جم ∴ ش = $\frac{٣٠ \times ١٠٠}{٤٠}$ = ١٢٥ ث.جم

(٨) كرة ملساء وزنها ١٥ نيوتن تستند على حائط رأسى أملس. و معلقة بخيط مثبت أحد طرفيه فى نقطة على سطحها و طرفه الآخر فى الحائط فى نقطة أعلى نقطة تماس الكرة فإذا كان طول الخيط يساوى طول نصف قطر الكرة. أوجد الضغط على الحائط و الشد فى الخيط .



الحل

∵ م جـ = $\frac{1}{2}$ م ب ∴ ق (ب) = ٣٠

بتطبيق قاعدة لامى

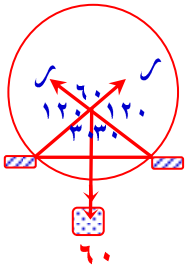
∴ $\frac{ر}{جا ١٥٠}$ = $\frac{ش}{جا ٩٠}$ = $\frac{١٥}{جا ١٢٠}$

∴ ر = $\frac{١٥ \times جا ١٥٠}{جا ١٢٠}$ = ٣٦٫٥ نيوتن ∴ ض = ٣٦٫٥ نيوتن

∴ ش = $\frac{١٥ \times جا ٩٠}{جا ١٢٠}$ = ٣٦٫١٠ نيوتن

****

(٩) كرة منتظمة ترتكز على قضيبين متوازين يقعان فى مستوى أفقى واحد البعد بينهما يساوى طول نصف قطر الكرة أوجد الضغط على كل من القضيبين إذ كان وزن الكرة ٦٠ نيوتن



الحل

∵ البعد بين القضيبين = نق

∴ Δ م ب جـ متساوى الأضلاع

بتطبيق قاعدة لامى

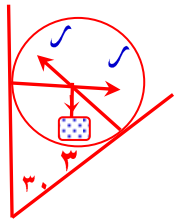
∴ $\frac{ر}{جا ١٥٠}$ = $\frac{ر}{جا ١٥٠}$ = $\frac{٦٠}{جا ٦٠}$

∴ ر = ر = $\frac{٦٠ \times جا ١٥٠}{جا ٦٠}$ = ٣٦٫٢٠ نيوتن

∴ ض = ض = ٣٦٫٢٠ نيوتن

****

(١٠) كرة معدنية ملساء وزنها ٣ نيوتن مستقرة بين حائط رأسى أملس و مستوى أملس يميل على الحائط الرأسى بزاوية قياسها ٣٠ أوجد الضغط على كل من الحائط الرأسى و المستوى المائل



الحل

بتطبيق قاعدة لامى

∴ $\frac{ر}{جا ٩٠}$ = $\frac{ر}{جا ١٢٠}$ = $\frac{٣}{جا ١٥٠}$

∴ ر = $\frac{٣ \times جا ٩٠}{جا ١٥٠}$ = ٦ نيوتن ∴ ض = ٦ نيوتن

∴ ر = $\frac{٣ \times جا ١٢٠}{جا ١٥٠}$ = ٣٦٫٣ نيوتن ∴ ض = ٣٦٫٣ نيوتن

****

ثالثاً: تعليق جسم بخيطين :-

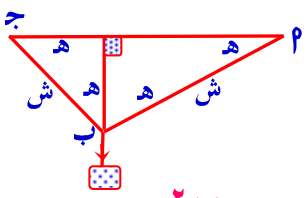
(١١) علق ثقل مقداره ٢٠٠ ث.جم بواسطة خيطين طولهما ٦٠سم ، ٨٠سم من نقطتين على خط أفقى واحد البعد بينهما ١٠٠سم أوجد مقدار الشد فى كل من الخيطين

الحل

∵ (م ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = ١٠٠٠٠

∵ (م ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (م جـ)^{٢}

∴ Δ م ب جـ قائم فى ب



بتطبيق قاعدة لامى

∴ $\frac{ش}{جا (١٨٠ - هـ١)}$ = $\frac{ش}{جا (١٨٠ - هـ٢)}$ = $\frac{٢٠٠}{جا ٩٠}$

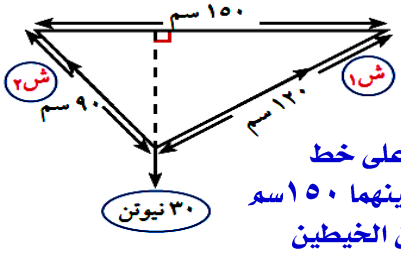
∴ $\frac{ش}{جا هـ١}$ = $\frac{ش}{جا هـ٢}$ = $\frac{٢٠٠}{جا ٩٠}$

∴ ش = ٢٠٠ جا هـ١ = ٢٠٠ × $\frac{٦٠}{١٠٠}$ = ١٢٠ نيوتن

∴ ش = ٢٠٠ جا هـ١ = ٢٠٠ × $\frac{٨٠}{١٠٠}$ = ١٦٠ نيوتن

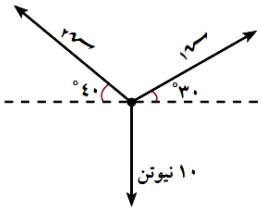
****

(١٢) فى الشكل المقابل: علق ثقل مقداره ٣٠ نيوتن بواسطة خيطين طولهما ١٢٠سم ، ٩٠سم من نقطتين على خط على خط أفقى واحد البعد بينهما ١٥٠سم أوجد مقدار الشد فى كل من الخيطين



****

(١٣) فى الشكل المقابل: ثقل مقداره ١٠ نيوتن معلق بخيطين يميل الأول على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ ويميل الآخر على الأفقى بزاوية قياسها ٤٠ أوجد مقدار كل من ش١ ، ش٢ فى حالة الاتزان



الحل

بتطبيق قاعدة لامى

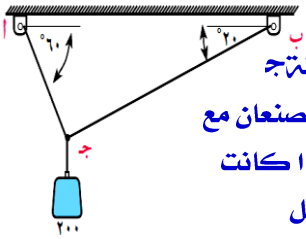
∴ $\frac{ش}{جا ١٣٠}$ = $\frac{ش}{جا ١٢٠}$ = $\frac{١٠}{جا ١١٠}$

∴ ش = $\frac{١٠ \times جا ١٣٠}{جا ١١٠}$ = ٨ نيوتن

∴ ش = $\frac{١٠ \times جا ١٢٠}{جا ١١٠}$ = ٩ نيوتن

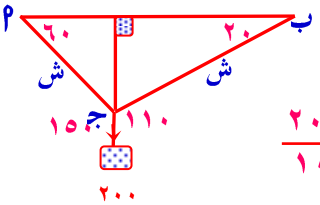
****

(١٤) الشكل المقابل يبين ثقل مقداره ٢٠٠ نيوتن معلق رأسيًا من نقطة جـ ومثبت بواسطة حبلين ب جـ ، م جـ يصنعان مع الأفقى زاويتين قياسيهما ٢٠ ، ٦٠ فإذا كانت المجموعة متزنة ، أوجد الشد فى كل من الحبلين لأقرب نيوتن.



الحل

بتطبيق قاعدة لامى



∴ $\frac{ش}{جا ١٥٠}$ = $\frac{ش}{جا ١١٠}$ = $\frac{٢٠٠}{جا ١٠٠}$

∴ ش = $\frac{٢٠٠ \times جا ١٥٠}{جا ١٠٠}$ = ١٠٢ نيوتن

∴ ش = $\frac{٢٠٠ \times جا ١١٠}{جا ١٠٠}$ = ١٩١ نيوتن

(١٥) علق جسيم وزنه ٢٠٠ ث.جم بواسطة خيطين خفيفين يميل أحدهما على الرأسى بزاوية قياسها هـ ويميل الخيط الآخر على الرأسى بزاوية قياسها ٣٠ فإذا كان مقدار الشد فى الخيط الأول يساوى ١٠٠ ث جم فأوجد هـ ومقدار الشد فى الخيط الثانى

الحـــل

بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{١٠٠}{\text{جا}١٥٠} = \frac{٢٠٠}{\text{جا}(٣٠+هـ)} = \frac{ش}{\text{جا}(١٨٠-هـ)}$

$\therefore \text{جا}(٣٠+هـ) = \frac{٢٠٠ \times \text{جا}١٥٠}{١٠٠} = ١$

$\therefore ٣٠+هـ = ٩٠ \quad \therefore هـ = ٦٠$

$\therefore ش = \frac{١٠٠ \times \text{جا}١٢٠}{\text{جا}١٥٠} = ١٠٠\sqrt{٣}$ نيوتن

****

(١٦) علق جسيم وزنه و ث.جم بواسطة خيطين خفيفين يميل أحدهما على الرأسى بزاوية قياسها ٣٠ و يميل الخيط الآخر على الرأسى بزاوية قياسها هـ فإذا كان مقدار الشد فى الخيطين هما $٨\sqrt{٣}$ ، ٨ ث جم فأوجد هـ ، وزن الجسم

الحـــل

بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{٨}{\text{جا}١٥٠} = \frac{و}{\text{جا}(٣٠+هـ)} = \frac{٨\sqrt{٣}}{\text{جا}(١٨٠-هـ)}$

$\therefore \text{جا}هـ = \frac{٨\sqrt{٣} \times \text{جا}١٥٠}{٨} = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \quad \therefore هـ = ٦٠$

$\therefore و = \frac{٨ \times \text{جا}٩٠}{\text{جا}١٥٠} = ١٦$ ث جم

****

(١٧) فى الشكل المقابل: ثقل مقداره ك معلق فى طرف خيط وينتهى الطرف الخيط بخيطين يمران على بكرتين ملساوتين عند ب ، جـ ويحملان ثقلين مقدار كل منهما ٢٠ ث.كجم ، ٣٠ ث.كجم أوجد مقدار الثقل ك ، قياس زاوية هـ فى وضع الاتزان

الحـــل

بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{٢٠}{\text{جا}١٥٠} = \frac{٣٠}{\text{جا}(٩٠+هـ)} = \frac{ك}{\text{جا}(١٢٠-هـ)}$

$\therefore \text{جتا}هـ = \frac{٣٠ \times \text{جا}١٥٠}{٢٠} = \frac{٣}{٤} \quad \therefore هـ = ٤١^\circ ٢٥'$

$\therefore ك = \frac{٢٠ \times \text{جا}٣٥^\circ ٧٨'}{\text{جا}١٥٠} = ٣٩$ ث.كجم

(١٨) خيط أملس طوله ٣٠ سم ربط من طرفيه فى نقطتين ا ، ب بحيث كان ا ب أفقيا وطوله يساوى ١٨ سم فإذا إنزلقت حلقة ملساء وزنها ١٥٠ ث .جم على الخيط ثبت أنه فى وضع التوازن يكون طولا فرعى الخيط متساويين ثم أوجد الشد فى كل منهما

الحـــل

∵ الحلقة ملساء

∴ الشد فى فرعى الخيط متساوى

∴ ا جـ = ب جـ = ١٥ سم

∴ ا د = د ب = ٩ سم

∵ د جـ = $\sqrt{(١٥)^٢ - (٩)^٢} = ١٢$

∵ Δ د جـ هـ مثلث قوى

$\therefore \frac{ش}{٧,٥} = \frac{ش}{١٢} = \frac{١٥٠}{١٢}$

$\therefore ش = \frac{٧,٥ \times ١٥٠}{١٢} = ٧٥,٩٣$ ث .جم

****

رابعاً: وضع جسم على مستوى مائل

(١٩) وضع جسم وزنه و نيوتن على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ وحفظ الجسم فى حالة توازن بتأثير قوة مقدارها ٣٦ نيوتن تعمل فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى إحسب مقدار وزن الجسم ومقدار رد فعل المستوى

الحـــل

بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{ر}{\text{جا}١٢٠} = \frac{و}{\text{جا}٩٠} = \frac{٣٦}{\text{جا}١٥٠}$

$\therefore ر = \frac{٣٦ \times \text{جا}١٢٠}{\text{جا}١٥٠} = ٣٦\sqrt{٣}$ نيوتن

$\therefore و = \frac{٣٦ \times \text{جا}٩٠}{\text{جا}١٥٠} = ٧٢$ نيوتن

****

(٢٠) وضع جسم وزنه ٨٠٠ ث.جم على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ حيث جا هـ = ٠,٦ وحفظ الجسم فى توازن بواسطة قوة أفقية.أوجد مقدارهذه القوة ورد فعل المستوى على الجسم

الحـــل

بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{٨٠٠}{\text{جا}(٩٠+هـ)} = \frac{و}{\text{جا}(١٨٠-هـ)} = \frac{ر}{\text{جا}٩٠}$

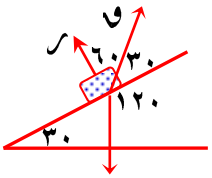
$\therefore \frac{٨٠٠}{\text{جتا}هـ} = \frac{و}{\text{جا}هـ} = \frac{ر}{١}$

$\therefore ر = \frac{٨٠٠ \times ١}{٠,٨} = ١٠٠٠$ ث.جم

$\therefore و = \frac{٨٠٠ \times ٠,٦}{٠,٨} = ٦٠٠$ ث.جم

(٢١) وضع جسم وزنه ٣٠٠ ث.جم على مستو مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية ظلها $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ و منع من الانزلاق بواسطة قوة تصنع مع اتجاه خط أكبر ميل للمستوى زاوية قياسها ٣٠ إلى أعلى، أوجد مقدار القوة ومقدار رد فعل المستوى.

الحـــل



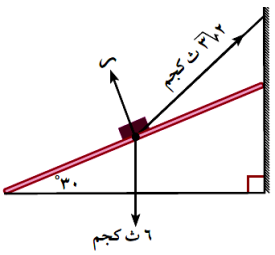
بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{٣٠٠}{\text{جا}٦٠} = \frac{ق}{\text{جا}١٥٠} = \frac{ر}{\text{جا}١٥٠}$

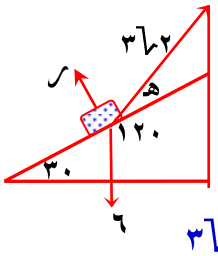
$\therefore ر = ق = \frac{٣٠٠ \times \text{جا}١٥٠}{\text{جا}٦٠} = ١٠٠\sqrt{٣}$ ث.جم

****

(٢٢) فى الشكل المقابل: جسم وزنه ٦ ث كجم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ وحفظ توازنه بواسطة قوة شد قدارها $٢\sqrt{٣}$ ث كجم تعمل فى خيط مثبت أحد طرفيه بالجسم والآخر فى حائط رأسى. أوجد قياس الزاوية التى يصنعها الخيط مع المستوى ومقدار رد فعل المستوى على الجسم.



الحـــل



بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{ر}{\text{جا}(١٢٠+هـ)} = \frac{٦}{\text{جا}(٩٠-هـ)} = \frac{٢\sqrt{٣}}{\text{جا}١٥٠}$

$\therefore \text{جتا}هـ = \frac{٦ \times \text{جا}١٥٠}{٢\sqrt{٣}} = \frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ $\therefore هـ = ٣٠$

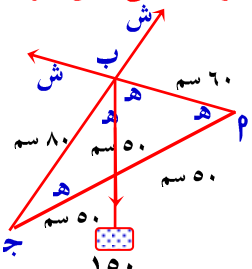
$\therefore ر = \frac{٢\sqrt{٣} \times \text{جا}١٥٠}{\text{جا}١٥٠} = ٣\sqrt{٣}$ ث.كجم

****

خامساً: إتزان قضيب

(٢٣) قضيب منتظم طوله ١٠٠سم ووزنه ١٥٠ث.جم علق تعليقاً حرا بواسطة خيطين ثبت طرفاهما فى نقطة واحدة. فإذا كان طولا الخيطين ٨٠سم، ٦٠سم فأوجد مقدار الشد فى كل منهما

الحـــل



$\because (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ = ١٠٠٠٠$

$(أ جـ)^٢ = ١٠٠٠٠$

$\because (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ = (أ جـ)^٢$

$\therefore \Delta$ أ ب جـ قائم فى ب

بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{ش}{\text{جا}(١٨٠-هـ_١)} = \frac{ش}{\text{جا}(١٨٠-هـ_٢)} = \frac{١٥٠}{\text{جا}٩٠}$

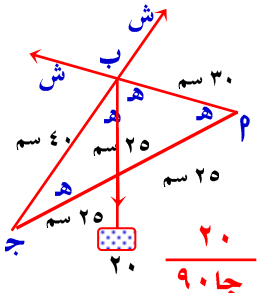
$\therefore \frac{ش}{\text{جا}هـ_١} = \frac{ش}{\text{جا}هـ_٢} = \frac{١٥٠}{١}$

$\therefore ش = ١٥٠ \text{جا}هـ_١ = ١٥٠ \times \frac{٨٠}{١٠٠} = ١٢٠$ ث.جم

$\therefore ش = ١٥٠ \text{جا}هـ_٢ = ١٥٠ \times \frac{٦٠}{١٠٠} = ٩٠$ ث.جم

(٢٤) علق قضيب منتظم طوله ٥٠سم ووزنه ٢٠ نيوتن من طرفيه بواسطة خيطين ثبت طرفاهما فى نقطة واحدة. فإذا كان طولا الخيطين ٣٠سم، ٤٠سم فأوجد مقدار الشد فى كل منهما

الحـــل



$\because (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ = ٢٥٠٠$

$(أ جـ)^٢ = ٢٥٠٠$

$\because (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ = (أ جـ)^٢$

$\therefore \Delta$ أ ب جـ قائم فى ب

بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{ش}{\text{جا}(١٨٠-هـ_١)} = \frac{ش}{\text{جا}(١٨٠-هـ_٢)} = \frac{٢٠}{\text{جا}٩٠}$

$\therefore \frac{ش}{\text{جا}هـ_١} = \frac{ش}{\text{جا}هـ_٢} = \frac{٢٠}{١}$

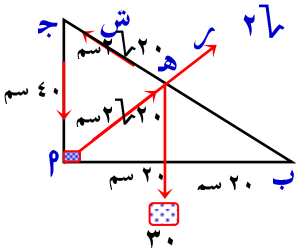
$\therefore ش = ٢٠ \text{جا}هـ_١ \times \frac{٤٠}{٥٠} = ١٦$ نيوتن

$\therefore ش = ٢٠ \text{جا}هـ_٢ \times \frac{٣٠}{٥٠} = ١٢$ نيوتن

****

(٢٥) أ ب قضيب منتظم طوله ٤٠سم ووزنه ٣٠نيوتن متصل بمفصل فى حائط رأسى عند أ، حفظ القضيب فى وضع أفقى بواسطة خيط خفيف يتصل بطرف القضيب ب و بنقطة جـ على الحائط تعلو رأسيا أ بمسافة ٤٠سم أوجد كلا من الشد ورد الفعل عند أ

الحـــل



$\because ب جـ = \sqrt{(٤٠)^٢ + (٤٠)^٢} = ٤٠\sqrt{٢}$

$\because أهـ = جـ هـ = \frac{١}{٢} ب جـ = ٢٠\sqrt{٢}$

$\because \Delta$ أ هـ جـ مثلث قوى

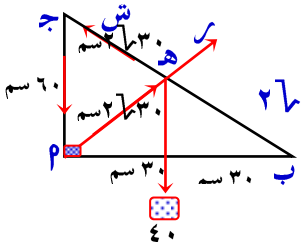
$\therefore \frac{ر}{٢٠\sqrt{٢}} = \frac{ش}{٢٠\sqrt{٢}} = \frac{٣٠}{٤٠}$

$\therefore ر = ش = \frac{٣٠ \times ٢٠\sqrt{٢}}{٤٠} = ١٥\sqrt{٢}$ نيوتن

****

(٢٦) أ ب قضيب منتظم طوله ٦٠سم ووزنه ٤٠نيوتن متصل بمفصل فى حائط رأسى عند أ، حفظ القضيب فى وضع أفقى بواسطة خيط خفيف يتصل بطرف القضيب ب و بنقطة جـ على الحائط تعلو أ رأسيا بمسافة ٦٠سم أوجد كلا من الشد فى الخيط و رد فعل المفصل عند أ

الحـــل



$\because ب جـ = \sqrt{(٦٠)^٢ + (٦٠)^٢} = ٦٠\sqrt{٢}$

$\because أهـ = جـ هـ = \frac{١}{٢} ب جـ = ٦٠\sqrt{٢}$

$\because \Delta$ أ هـ جـ مثلث قوى

$\therefore \frac{ر}{٣٠\sqrt{٢}} = \frac{ش}{٣٠\sqrt{٢}} = \frac{٤٠}{٦٠}$

$\therefore ر = ش = \frac{٤٠ \times ٣٠\sqrt{٢}}{٦٠} = ٢٠\sqrt{٢}$ نيوتن