الامتحان الثاني

التفاضل والتكامل (باللغة الألمانية)

نموذج أسئلة

(النموذج «أ»)

تعليمات مهمة

- عدد أسئلة كراسة الامتحان (١٨) سؤالاً.
- عدد صفحات كراسة الامتحان (٢٨) صفحة.
- تأكد من ترقيم الأسئلة، ومن عدد صفحات كراسة الامتحان، فهي مسئوليتك.
- زمن الاختبار **(ساعتان)**.
- الدرجة الكلية للاختبار (٣٠) درجة.

عزيزي الطالب .. اقرأ هذه التعليمات بعناية :

١ اقرأ التعليمات جيدًا سواء في مقدمة كراسة الامتحان أو مقدمة الأسئلة، وفي ضوئها أجب عن الأسئلة.

٢ اقرأ السؤال بعناية، وفكر فيه جيداً قبل البدء في إجابته.

٣ **إن الأسئلة مترجمة للإيضاح ، والمطلوب الإجابة بلغة واحدة فقط عن كل سؤال.**

٤ استخدم القلم الجاف الأزرق للإجابة ، والقلم الرصاص في الرسومات، ولا تستخدم مزيل الكتابة.

عند إجابتك للأسئلة المقالية، أجب في المساحة المخصصة للإجابة، وفي حالة الحاجة لمساحة أخرى يمكن استكمال الإجابة في صفحات المسودة مع الإشارة إليها ، وإن إجابتك بأكثر من إجابة سوف يتم تقديرها.

مثال:

....

....

....

٥ عند إجابتك عن الأسئلة المقالية الاختيارية أجب عن **(A) أو (B) فقط.**

٦ **عند إجابتك عن أسئلة الاختيار من متعدد إن وجدت:**

ظلل الدائرة ذات الرمز الدال على الإجابة الصحيحة تظليلاً كاملاً لكل سؤال.

مثال: الإجابة الصحيحة (C) مثلاً

ⓐ	
ⓑ	
● c	**الإجابة الصحيحة مثلاً**
ⓓ	

- في حالة ما إذا أجبت إجابة خطأ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة صحيحة تحسب الإجابة صحيحة.
- وفي حالة ما إذا أجبت إجابة صحيحة ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة خطأ تحسب الإجابة خطأ.

ملحوظة :

في حالة الأسئلة الموضوعية (الاختيار من متعدد) إذا تم التظليل على أكثر من رمز أو تم تكرار الإجابة ؛ تعتبر الإجابة خطأ.

٧ يسمح باستخدام الآلة الحاسبة.

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح

1 Sei $y = \tan^n x$,

dann gilt $\frac{dy}{dx} = ...$

If $y = \tan^n x$,

then $\frac{dy}{dx} = ...$

(a) $ny \cot x$ (b) $ny \sec^2 x$

(c) $\frac{n\,y}{\sin 2x}$ (d) $2ny \csc 2x$

2 Die Ableitung von (x^2+1) in Bezug auf $\sqrt{x^2-1}$ ist gleich ....

ⓐ $\sqrt{x^2-1}$ ⓑ $\frac{1}{2\sqrt{x^2-1}}$

ⓒ $2\sqrt{x^2-1}$ ⓓ $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

The derivative of (x^2+1) with respect to $\sqrt{x^2-1}$ equals...........

ⓐ $\sqrt{x^2-1}$ ⓑ $\frac{1}{2\sqrt{x^2-1}}$

ⓒ $2\sqrt{x^2-1}$ ⓓ $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

3 Finden Sie die Änderungsgrate der Distanz zwischen dem Ursprungspunkt und dem Punkt, der sich auf den Graphen der Funktion $y = x^2 + 1$ bewegt, wobei $\frac{dx}{dt}$ = 2 cm/sec beim Punkt (1 , 2) gilt.

Find the rate of change of the distance between the origin and a moving point on the graph of the function $y = x^2 + 1$, if $\frac{dx}{dt}$ = 2 cm /sec at the point (1 , 2)

4 Sei $xy = \sin x \cos x$,

beweisen Sie, dass

$$x\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 4xy = 0$$

If $xy = \sin x \cos x$,

prove that :

$$x\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 4xy = 0$$

5 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \dots\dots\dots$

ⓐ $\int_1^e \frac{1}{x}\,dx$

ⓑ $\frac{d}{dx}(\ln x)$

ⓒ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\underline{|n}}$

ⓓ $e^{\ln x}$

$\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \dots\dots\dots$

ⓐ $\int_1^e \frac{1}{x}\,dx$

ⓑ $\frac{d}{dx}(\ln x)$

ⓒ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\underline{|n}}$

ⓓ $e^{\ln x}$

6

Wenn $y = (e^{-x} + e^{x})^3$,

dann gilt $\frac{dy}{dx} = $ ....

ⓐ $3(e^{-x} + e^{x})^2$

ⓑ $3(e^{-x} + e^{x})^2\,(e^{x} - e^{-x})$

ⓒ $3\,(e^{-x} + e^{x})^2\,(e^{-x-1} + e^{x+1})$

ⓓ $(e^{-x} + e^{x})^2\,(e^{x} - e^{-x})$

If $y = (e^{-x} + e^{x})^3$,

then $\frac{dy}{dx} = $ ....

ⓐ $3(e^{-x} + e^{x})^2$

ⓑ $3(e^{-x} + e^{x})^2\,(e^{x} - e^{-x})$

ⓒ $3\,(e^{-x} + e^{x})^2\,(e^{-x-1} + e^{x+1})$

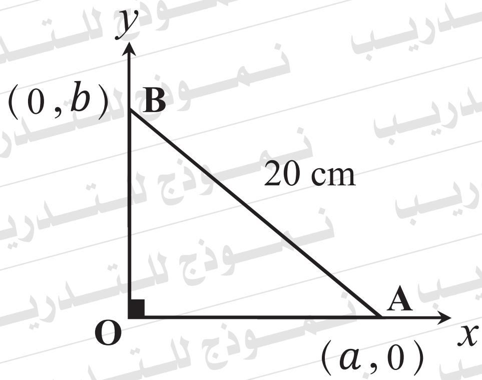
ⓓ $(e^{-x} + e^{x})^2\,(e^{x} - e^{-x})$

7 Finden Sie die Gleichung der Normalen an die Kurve $y = 3\,e^{x}$ bei einem zugehörigen Punkt, dessen x- Koordinate = 0 ist.

Find the equation of the normal to the curve: $y = 3\,e^{x}$ at a point lying on it , whose x-coordinate = 0 .

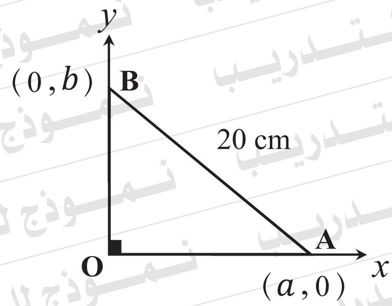
8 **In der abgebildeten Figur:**

Sei **AB** = 20 cm , beweisen Sie, dass die Fläche des Dreiecks **OAB** maximal wie möglich bei $a = b$ ist.



In the given figure:

If **AB** = 20 cm, prove that : the area of the triangle **OAB** is maximum when $a = b$.



9 $\int_2^4 \frac{dx}{x(\ln x)^2}$ = ...

ⓐ $\frac{1}{\ln 2}$ ⓑ $\frac{1}{\ln 4}$

ⓒ $\ln\frac{1}{4}$ ⓓ $\ln\frac{1}{2}$

$\int_2^4 \frac{dx}{x(\ln x)^2}$ = ...

ⓐ $\frac{1}{\ln 2}$ ⓑ $\frac{1}{\ln 4}$

ⓒ $\ln\frac{1}{4}$ ⓓ $\ln\frac{1}{2}$

10 Sei f eine Funktion, wobei
$f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6$ ist,
dann ist die Funktion wachsend in ....

ⓐ nur $x > 2$

ⓑ $0 < x < 1$ und $x > 2$

ⓒ $x < 0$ und $1 < x < 2$

ⓓ nur $0 < x < 1$

Let f be the function given by :
$f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6$,
then the function f is increasing in
....

ⓐ $x > 2$ only

ⓑ $0 < x < 1$ and $x > 2$

ⓒ $x < 0$ and $1 < x < 2$

ⓓ $0 < x < 1$ only

11 Wenn $\frac{dy}{dx} = \frac{x \sin x}{y}$ bei einem beliebigen Punkt einer Kurve gilt, und diese Kurve durch den Punkt (0 , 0) verläuft, beweisen Sie, dass $y^2 = 2(\sin x - x\cos x)$

If $\frac{dy}{dx} = \frac{x \sin x}{y}$ at any point of the points of a curve and if this curve passes by the point (0 , 0) , prove that: $y^2 = 2(\sin x - x\cos x)$

12 Sei $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{, wenn } x < 2 \\ x & \text{, wenn } x \geq 2 \end{cases}$

finden Sie $\int_0^6 f(x)dx$

(Schreiben Sie die Lösungsschritte.)

If $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{, at } x < 2 \\ x & \text{, at } x \geq 2 \end{cases}$

find $\int_0^6 f(x)dx$

(write your steps)

13 f ist eine Funktion, wobei $f(x) = x^2 \ln(kx)$ ist und k eine Konstante ist. Wenn die Funktion einen kritischen Punkt bei $x = 1$ hat, dann ist $k =$ ....

Ⓐ $\sqrt{e}$ Ⓑ $-\frac{1}{2}$

Ⓒ $\frac{1}{\sqrt{e}}$ Ⓓ 1

Let f be the function given by $f(x) = x^2 \ln(k\,x)$, where k is constant.

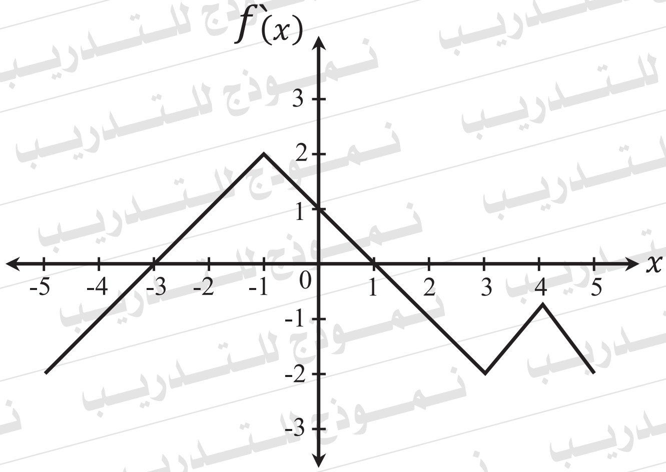
and if the function has a critical point at x=1, then k = ...

Ⓐ $\sqrt{e}$ Ⓑ $-\frac{1}{2}$

Ⓒ $\frac{1}{\sqrt{e}}$ Ⓓ 1

14

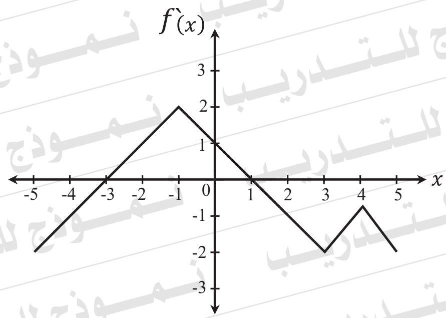
Wenn der Graph von $f`(x)$, die die Ableitung der Funktion f ist, durch die abgebildete Figur repräsentiert wird, dann hat die Funktion einen lokalen Maximalwert bei $x = ...$



ⓐ -3 ⓑ -1

ⓒ 1 ⓓ 4

If the graph of $f`(x)$, the derivative of f, is shown in the figure below, then the function f has a local maximum value at $x = ...$



ⓐ -3 ⓑ -1

ⓒ 1 ⓓ 4

15 **Beantworten Sie nur (A) oder (B):**

A) Sei $y` = (x-1)^2(x-2)$ die Ableitung der Funktion $y = f(x)$, bei welchen Werten von x der Graph einen lokalen Maximalwert, einen lokalen Minimalwert oder einen Wendepunkt hat, falls sie existieren.

B) Finden Sie die absoluten Extrema der Funktion f, wobei

$$f(x) = xe^{-x}\ ,\ x \in [0\ ,2]$$

Answer only one of the following two question:

(A) If the derivative of the function $y = f(x)$ is $y` = (x-1)^2(x-2)$, at what values of x, if any ,does the graph have a local minimum value , a local maximum value or a point of inflection ?

(B) Find the absolute extrema values of the function f, where

$$f(x) = xe^{-x}\ ,\ x \in [0\ ,2]$$

16 Das Volumen des Rotationskörpers, der durch eine vollständige Rotation der Fläche, die durch die Kurve $y = 2x^2$ und die Gerade $y = 4x$ begrenzt wird, um die x-Achse entsteht, ist gleich ………………

The volume of the solid generated by revolving the region enclosed by the curve $y = 2x^2$ and the line $y = 4x$ a complete revolution about the x-axis is equal to …

ⓐ $\pi \int_0^4 (4x - 2x^2)^2 \, dx$

ⓑ $\pi \int_0^2 (4x - 2x^2)^2 \, dx$

ⓒ $\pi \int_0^2 (16x^2 - 4x^4) \, dx$

ⓓ $\pi \int_0^2 (4x^4 - 16x^2) \, dx$

ⓐ $\pi \int_0^4 (4x - 2x^2)^2 \, dx$

ⓑ $\pi \int_0^2 (4x - 2x^2)^2 \, dx$

ⓒ $\pi \int_0^2 (16x^2 - 4x^4) \, dx$

ⓓ $\pi \int_0^2 (4x^4 - 16x^2) \, dx$

17 Die Fläche, die durch die Kurve $y = x^3$ und die Gerade $y = x$ begrenzt wird, ist gleich ....

ⓐ $\int_{-1}^{1}(x^3 - x)\,dx$

ⓑ $2\int_{0}^{1}(x^3 - x)\,dx$

ⓒ $\int_{0}^{1}(x - x^3)\,dx$

ⓓ $2\int_{0}^{1}(x - x^3)\,dx$

The area of the region bounded by the curve $y = x^3$ and the line $y = x$ equals ....

ⓐ $\int_{-1}^{1}(x^3 - x)\,dx$

ⓑ $2\int_{0}^{1}(x^3 - x)\,dx$

ⓒ $\int_{0}^{1}(x - x^3)\,dx$

ⓓ $2\int_{0}^{1}(x - x^3)\,dx$

18 **Beantworten Sie nur (A) oder (B):**

A) Mit Hilfe der partiellen Integral:
Finden Sie $\int \sin x \ \ln(\cos x) dx$

B) Finden Sie $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \ dx$

Answer only one of the following two questions:

(A) Use the integration by parts to find :
$\int \sin x \ \ln(\cos x) dx$

(B) Find $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \ dx$