الامتحان الثاني

التفاضل والتكامل (باللغة الإنجليزية)

نموذج أسئلة
(النموذج «أ»)

تعليمات مهمة

- عدد أسئلة كراسة الامتحان (١٨) سؤالاً.
- عدد صفحات كراسة الامتحان (٢٨) صفحة.
- تأكد من ترقيم الأسئلة، ومن عدد صفحات كراسة الامتحان، فهي مسئوليتك.
- زمن الاختبار **(ساعتان)**.
- الدرجة الكلية للاختبار (٣٠) درجة.

عزيزي الطالب .. اقرأ هذه التعليمات بعناية :

١ اقرأ التعليمات جيدًا سواء في مقدمة كراسة الامتحان أو مقدمة الأسئلة، وفي ضوئها أجب عن الأسئلة.

٢ اقرأ السؤال بعناية، وفكر فيه جيداً قبل البدء في إجابته.

٣ **إن الأسئلة مترجمة للإيضاح ، والمطلوب الإجابة بلغة واحدة فقط عن كل سؤال.**

٤ استخدم القلم الجاف الأزرق للإجابة ، والقلم الرصاص في الرسومات، ولا تستخدم مزيل الكتابة.
عند إجابتك للأسئلة المقالية، أجب في المساحة المخصصة للإجابة، وفي حالة الحاجة لمساحة أخرى يمكن استكمال الإجابة في صفحات المسودة مع الإشارة إليها ، وإن إجابتك بأكثر من إجابة سوف يتم تقديرها.

مثال:

....

....

....

٥ عند إجابتك عن الأسئلة المقالية الاختيارية أجب عن **(A) أو (B) فقط.**

٦ **عند إجابتك عن أسئلة الاختيار من متعدد إن وجدت:**

ظلل الدائرة ذات الرمز الدال على الإجابة الصحيحة تظليلاً كاملاً لكل سؤال.

مثال: الإجابة الصحيحة (C) مثلاً

الإجابة الصحيحة مثلاً	ⓐ ⓑ ● c ⓓ

- في حالة ما إذا أجبت إجابة خطأ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة صحيحة تحسب الإجابة صحيحة.
- وفي حالة ما إذا أجبت إجابة صحيحة ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة خطأ تحسب الإجابة خطأ.

ملحوظة :

في حالة الأسئلة الموضوعية (الاختيار من متعدد) إذا تم التظليل على أكثر من رمز أو تم تكرار الإجابة ؛ تعتبر الإجابة خطأ.

٧ يسمح باستخدام الآلة الحاسبة.

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح

1 If $y = \tan^n x$,

then $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

ⓐ $ny \cot x$ ⓑ $ny \sec^2 x$

ⓒ $\frac{n\,y}{\sin 2x}$ ⓓ $2ny \csc 2x$

إذا كانت ص = ظا^ن^ س ،

فإن دص / دس = ...

(أ) ن ص ظتا س (ب) ن ص قا^٢^ س

(ج) ن ص / جا ٢ س (د) ٢ ن ص قتا ٢ س

2 The derivative of $(x^2 + 1)$ with respect to $\sqrt{x^2 - 1}$ equals...........

ⓐ $\sqrt{x^2 - 1}$ ⓑ $\frac{1}{2\sqrt{x^2 - 1}}$

ⓒ $2\sqrt{x^2 - 1}$ ⓓ $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

مشتقة (س^٢ + ١) بالنسبة إلى √(س^٢ − ١) تساوي ....

(أ) √(س^٢ − ١) (ب) ١ / (٢√(س^٢ − ١))

(جـ) ٢√(س^٢ − ١) (د) ١ / √(س^٢ − ١)

3. Find the rate of change of the distance between the origin and a moving point on the graph of the function $y = x^2 + 1$, if $\frac{dx}{dt}$ = 2 cm /sec at the point (1 , 2)

أوجد: معدل تغير المسافة بين نقطة الأصل ونقطة تتحرك على منحنى الدالة ص = س^{٢} + ١ إذا كان $\frac{ءس}{ءن}$ = ٢ سم/ث عند النقطة (١ ، ٢).

4 If $xy = \sin x \cos x$, prove that :

$$x\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 4xy = 0$$

إذا كان س ص = جاس جتاس

فأثبت أن :

$$س \frac{ء^٢ ص}{ء س^٢} + ٢ \frac{ء ص}{ء س} + ٤ س ص = صفر$$

5 $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = ...$

ⓐ $\int_1^e \frac{1}{x} \, dx$

ⓑ $\frac{d}{dx} (\ln x)$

ⓒ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\underline{|n}}$

ⓓ $e^{\ln x}$

نهـا س←∞ (١ + ١/س)^س = ...

(أ) ∫١^هـ ١/س . ءس

(ب) ء/ءس (لوهـ س)

(جـ) مجـ ن=صفر^∞ ١/|ن

(د) هـ^(لوهـ س)

6 If $y = (e^{-x} + e^{x})^3$,

then $\frac{dy}{dx} =$ ....

ⓐ $3(e^{-x} + e^{x})^2$

ⓑ $3(e^{-x} + e^{x})^2 (e^{x} - e^{-x})$

ⓒ $3(e^{-x} + e^{x})^2 (e^{-x-1} + e^{x+1})$

ⓓ $(e^{-x} + e^{x})^2 (e^{x} - e^{-x})$

إذا كانت ص = (هـ^-س^ + هـ^س^)^٣^

فإن دص/دس = ...

(أ) ٣ (هـ^-س^ + هـ^س^)^٢^

(ب) ٣ (هـ^-س^ + هـ^س^)^٢^ (هـ^س^ − هـ^-س^)

(جـ) ٣ (هـ^-س^ + هـ^س^)^٢^ (هـ^-س-١^ + هـ^س+١^)

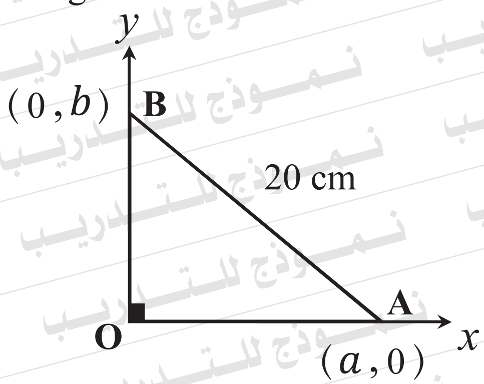
(د) (هـ^-س^ + هـ^س^)^٢^ (هـ^س^ − هـ^-س^)

7 Find the equation of the normal to the curve:
$y = 3e^x$ at a point lying on it ,
whose x-coordinate = 0 .

أوجد: معادلة العمودي على المنحنى:
ص = ٣ هـ^س عند نقطة عليه إحداثيها
السيني = صفر

8 **In the given figure:**

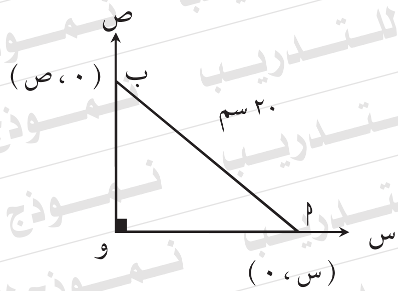
If **AB** = 20 cm, prove that : the area of the triangle **OAB** is maximum when $a = b$.



في الشكل التالي:

إذا كان ﺃب = ٢٠ سم ،

أثبت أن : مساحة Δ و ﺃ ب تكون أكبر ما يمكن عندما س = ص



9 $\int_2^4 \frac{dx}{x(\ln x)^2} = $ ....

ⓐ $\frac{1}{\ln 2}$ ⓑ $\frac{1}{\ln 4}$

ⓒ $\ln\frac{1}{4}$ ⓓ $\ln\frac{1}{2}$

$\int_{٢}^{٤} \frac{\text{ءس}}{\text{س}(\text{لوهـ س})^{٢}} = $ ....

(أ) $\frac{١}{\text{لوهـ ٢}}$ (ب) $\frac{١}{\text{لوهـ ٤}}$

(جـ) لوهـ $\frac{١}{٤}$ (د) لوهـ $\frac{١}{٢}$

10 Let f be the function given by :

$f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6$, then the function f is increasing in ………….

ⓐ $x > 2$ only

ⓑ $0 < x < 1$ and $x > 2$

ⓒ $x < 0$ and $1 < x < 2$

ⓓ $0 < x < 1$ only

إذا كانت د دالة حيث:

د (س) = س^{٤} − ٤ س^{٣} + ٤ س^{٢} + ٦

فإن الدالة تكون تزايدية فى ……………

(أ) س > ٢ فقط

(ب) صفر < س < ١ ، س > ٢

(جـ) س < صفر ، ١ < س < ٢

(د) صفر < س < ١ فقط

11 If $\frac{dy}{dx} = \frac{x \sin x}{y}$ at any point of the points of a curve and if this curve passes by the point (0 , 0) , prove that: $y^2 = 2\,(\sin x - x \cos x)$

إذا كان $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = \frac{\text{س جا س}}{\text{ص}}$ عند أي نقطة من نقط منحنى ما ، وكان هذا المنحنى يمر بالنقطة (صفر ، صفر)

فأثبت أن:

ص^{٢} = ٢ (جاس – س جتاس)

12 If $f(x) = \begin{cases} 2 & , \text{at } x < 2 \\ x & , \text{at } x \geq 2 \end{cases}$

find $\int_0^6 f(x)dx$

(write your steps)

إذا كان

د(س) = { ٢ ، عندما س < ٢
س ، عندما س ⩾ ٢ }

فأوجد: $\int_{.}^{٦}$ د(س) . ءس

(اكتب خطوات الحل)

13 Let f be the function given by

$f(x) = x^2 \ln(k\,x)$, where k is constant.

and if the function has a critical point at $x=1$,

then k = ……

ⓐ $\sqrt{e}$ ⓑ $-\frac{1}{2}$

ⓒ $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ⓓ 1

إذا كانت د دالة حيث :

د (س) = س^٢ لوهـ (ك س) ، ك ثابت

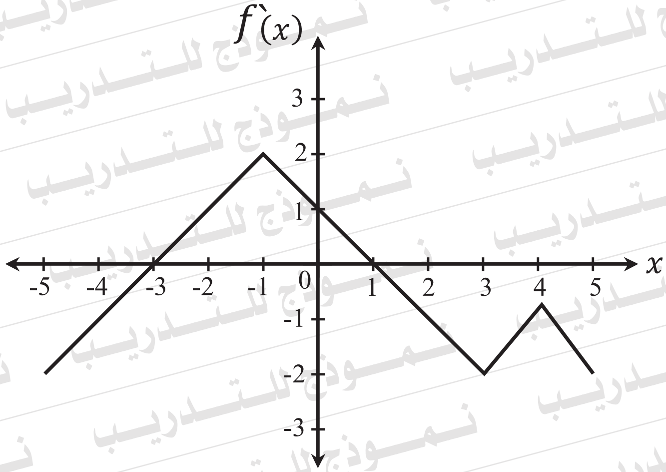
وكان للدالة نقطة حرجة عند س = ١

فإن ك = ...

(أ) √هـ (ب) −١/٢

(جـ) ١/√هـ (د) ١

14 If the graph of $f`(x)$, the derivative of f , is shown in the figure below, then the function f has a local maximum value at $x =$ ……..



ⓐ −3　　ⓑ −1

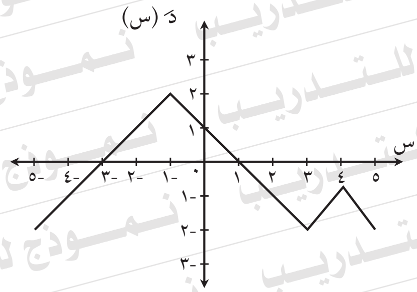
ⓒ 1　　ⓓ 4

إذا كان الشكل التالي:

يمثل منحنى دَ (س) للدالة د

فإن الدالة د لها قيمة عظمى

محلية عندما س = …………



(أ) −٣　　(ب) −١

(جـ) ١　　(د) ٤

15 **Answer only one of the following two question:**

(A) If the derivative of the function $y = f(x)$ is $y` = (x-1)^2(x-2)$, at what values of x , if any ,does the graph have a local minimum value , a local maximum value or a point of inflection ?

(B) Find the absolute extrema values of the function f, where

$$f(x) = xe^{-x}\ ,\ x \in [0,2]$$

أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط:

(أ) إذا كانت مشتقة الدالة ص = د (س) هي

صَ = (س – ١)٢ (س – ٢)

فعند أى قيم س (إن وجدت) يكون للمنحنى قيمة صغرى محلية، قيمة عظمى محلية أو نقطة انقلاب.

(ب) **أوجد:** القيم القصوى المطلقة للدالة د

حيث د (س) = س هـ^(–س) ،

س ∋ [٠ ، ٢]

16 The volume of the solid generated by revolving the region enclosed by the curve $y = 2x^2$ and the line $y = 4x$ a complete revolution about the x-axis is equal to …

حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين المنحنى ص = ٢ س^٢^ ، والمستقيم ص = ٤ س دورة كاملة حول محور السينات يساوي ....

ⓐ $\pi \int_0^4 (4x - 2x^2)^2 \, dx$

ⓑ $\pi \int_0^2 (4x - 2x^2)^2 \, dx$

ⓒ $\pi \int_0^2 (16x^2 - 4x^4) \, dx$

ⓓ $\pi \int_0^2 (4x^4 - 16x^2) \, dx$

17 The area of the region bounded by the curve $y = x^3$ and the line $y = x$ equals ....

ⓐ $\int_{-1}^{1}(x^3 - x)\, dx$

ⓑ $2\int_{0}^{1}(x^3 - x)\, dx$

ⓒ $\int_{0}^{1}(x - x^3)\, dx$

ⓓ $2\int_{0}^{1}(x - x^3) dx$

مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى ص = س^٣ والمستقيم ص = س تساوي ....

(أ) $\int_{-١}^{١}$ (س^٣ − س) . ءس

(ب) ٢ $\int_{٠}^{١}$ (س^٣ − س) . ءس

(جـ) $\int_{٠}^{١}$ (س − س^٣) . ءس

(د) ٢ $\int_{٠}^{١}$ (س − س^٣) . ءس

18 **Answer only one of the following two questions:**

(A) Use the integration by parts to find :

$$\int \sin x \; \ln(\cos x) dx$$

(B) Find $\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \; dx$

أجب عن أحد السؤالين الآتيين فقط :

(أ) استخدم التكامل بالتجزئ لإيجاد

∫ جاس لوهـ (جتاس) . ءس

(ب) **أوجد:** ∫ جا√س / √س . ءس