الامتحان الأول

التفاضل والتكامل (باللغة الألمانية)

نموذج أسئلة

(النموذج «أ»)

تعليمات مهمة

- عدد أسئلة كراسة الامتحان (١٨) سؤالاً.
- عدد صفحات كراسة الامتحان (٢٨) صفحة.
- تأكد من ترقيم الأسئلة، ومن عدد صفحات كراسة الامتحان، فهي مسئوليتك.
- زمن الاختبار **(ساعتان)**.
- الدرجة الكلية للاختبار (٣٠) درجة.

عزيزي الطالب .. اقرأ هذه التعليمات بعناية :

١ اقرأ التعليمات جيدًا سواء في مقدمة كراسة الامتحان أو مقدمة الأسئلة، وفي ضوئها أجب عن الأسئلة.

٢ اقرأ السؤال بعناية، وفكر فيه جيداً قبل البدء في إجابته.

٣ **إن الأسئلة مترجمة للإيضاح ، والمطلوب الإجابة بلغة واحدة فقط عن كل سؤال.**

٤ استخدم القلم الجاف الأزرق للإجابة ، والقلم الرصاص في الرسومات، ولا تستخدم مزيل الكتابة.
عند إجابتك للأسئلة المقالية، أجب في المساحة المخصصة للإجابة، وفي حالة الحاجة لمساحة أخرى يمكن استكمال الإجابة في صفحات المسودة مع الإشارة إليها ، وإن إجابتك بأكثر من إجابة سوف يتم تقديرها.

مثال:

.....

.....

.....

٥ عند إجابتك عن الأسئلة المقالية الاختيارية أجب عن **(A) أو (B) فقط.**

٦ **عند إجابتك عن أسئلة الاختيار من متعدد إن وجدت:**
ظلل الدائرة ذات الرمز الدال على الإجابة الصحيحة تظليلاً كاملاً لكل سؤال.

مثال: الإجابة الصحيحة (C) مثلاً

ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ	**الإجابة الصحيحة مثلاً**

- في حالة ما إذا أجبت إجابة خطأ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة صحيحة تحسب الإجابة صحيحة.
- وفي حالة ما إذا أجبت إجابة صحيحة ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة خطأ تحسب الإجابة خطأ.

ملحوظة :

في حالة الأسئلة الموضوعية (الاختيار من متعدد) إذا تم التظليل على أكثر من رمز أو تم تكرار الإجابة ؛ تعتبر الإجابة خطأ.

٧ يسمح باستخدام الآلة الحاسبة.

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح

1 Sei $y = \sin^n x$,

dann gilt $\frac{dy}{dx} =$ .....

ⓐ $n \sin^{n-1} x$ ⓑ $n \sin x \cos x$

ⓒ $n\, y \cot x$ ⓓ $n\, y \cos x$

If $y = \sin^n x$,

then $\frac{dy}{dx} =$ .....

ⓐ $n \sin^{n-1} x$ ⓑ $n \sin x \cos x$

ⓒ $n\, y \cot x$ ⓓ $n\, y \cos x$

2 Sei $x = 5t + 3$, $y = 16t^2 + 9$, dann ist der Wert von $\frac{dy}{dx}$ bei $t = 5$ gleich .....

ⓐ $\frac{32}{5}$ ⓑ 32

ⓒ $\frac{1}{32}$ ⓓ $\frac{5}{32}$

If $x = 5t + 3$, $y = 16t^2 + 9$, then the value of $\frac{dy}{dx}$ at $t = 5$ equals .....

ⓐ $\frac{32}{5}$ ⓑ 32

ⓒ $\frac{1}{32}$ ⓓ $\frac{5}{32}$

3 Wenn $y = ax + b$ eine lineare Funktion ist und sich x mit einer konstanten Rate ändert,

i) erläutern Sie, ob sich y mit einer konstanten Rate ändert?

ii) erläutern Sie, ob sich y mit einer Rate ändert, als sich x mit derselben Rate ändert?

iii) wann die zwei Änderungsraten gleich sind?

Consider the linear function $y = ax + b$

If x changes at a constant rate :

i) Does y change at a constant rate? **Explain.**

ii) Does y change at the same rate as x ? **Explain.**

iii)When are the two rates equal?

4 Sei $x = \sec z$, $\sqrt{y} = tan\, z$, beweisen Sie, dass $\frac{d^2y}{dx^2} = 2$

If $x = \sec z$, $\sqrt{y} = tan\, z$, prove that : $\frac{d^2y}{dx^2} = 2$

5 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\lfloor n} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ⓐ $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

ⓑ $\int_1^e \frac{1}{x}\, dx$

ⓒ $\frac{d}{dx}(\ln x)$

ⓓ $e^{\ln x}$

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\lfloor n} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ⓐ $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

ⓑ $\int_1^e \frac{1}{x}\, dx$

ⓒ $\frac{d}{dx}(\ln x)$

ⓓ $e^{\ln x}$

6

Sei $y = e^{(x^2-2x)}$,

dann gilt $\frac{dy}{dx} =$ .....

ⓐ $e^{(x^2-2x)}$

ⓑ $(x-1)e^{(x^2-2x)}$

ⓒ $2(x-1)e^{(x^2-2x)}$

ⓓ $e^{(2x-2)}$

If $y = e^{(x^2-2x)}$,

then $\frac{dy}{dx} =$.....

ⓐ $e^{(x^2-2x)}$

ⓑ $(x-1)e^{(x^2-2x)}$

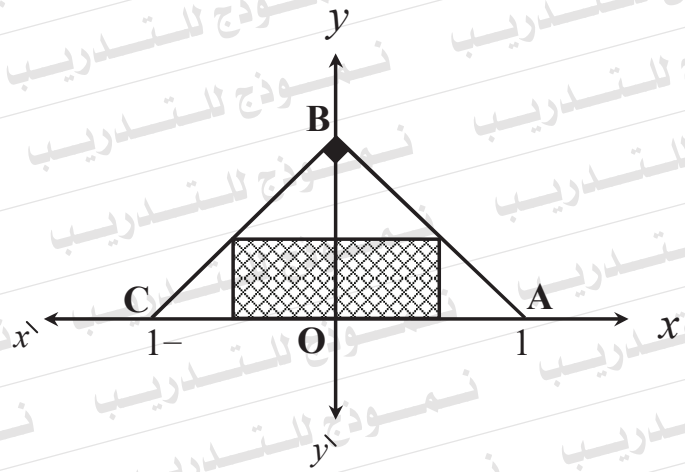
ⓒ $2(x-1)e^{(x^2-2x)}$

ⓓ $e^{(2x-2)}$

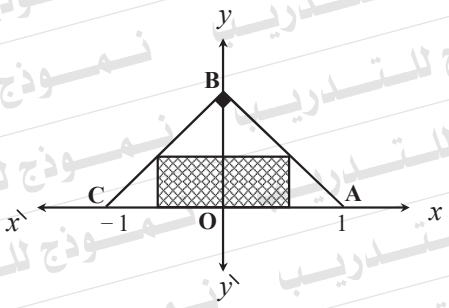
7 Finden Sie die zwei Gleichungen der Tangente und die der zugehörigen Normale der Kurve $y = x^3 - 18\ln x$ bei dem zugehörigen Punkt, dessen x-Koordinate gleich 2 ist.

Find the two equations of the tangent and the normal to the curve $y = x^3 - 18\ln x$ at a point lying on it and its x-coordinate equals 2 .

8 Die abgebildete Figur repräsentiert ein Rechteck, das innerhalb eines gleichschenkligen Dreiecks gezeichnet ist, in dem **AC** = 2 Längeneinheit. **Wie groß ist die maximale Fläche des Rechtecks?**



The figure shows a rectangle inscribed in an isosceles right triangle, in which **AC** = 2 length units. What is the largest area of the rectangle?



9 $\int_1^2 \frac{2\ln x}{x}\ dx =$ .....

ⓐ $\frac{1}{2}(\ln 2)^2$

ⓑ $2\ (\ln 2)^2$

ⓒ $(\ln 2)^2$

ⓓ $\ln 4$

$\int_1^2 \frac{2\ln x}{x}\ dx =$ .....

ⓐ $\frac{1}{2}(\ln 2)^2$

ⓑ $2\ (\ln 2)^2$

ⓒ $(\ln 2)^2$

ⓓ $\ln 4$

10 Sei f eine Funktion, wobei $f(x) = 300\,x - x^3$ ist, dann ist die Funktion wachsend in .....

ⓐ $]-\infty, 10[$ und $]10, \infty[$

ⓑ $]-10, 10[$

ⓒ nur $]0, 10[$

ⓓ $]0, \infty[$

Let f be the function given by $f(x) = 300\,x - x^3$, then f is increasing in .....

ⓐ $]-\infty, 10[$ and $]10, \infty[$

ⓑ $]-10, 10[$

ⓒ $]0, 10[$ only

ⓓ $]0, \infty[$

11 Wenn f sowohl eine differenzierbare als auch definierte Funktion für alle reellen Werte von x ist und die folgenden Eigenschaften hat

i) $f`(x) = ax^2 + bx$, wobei a und b reelle Zahlen sind.

ii) $f`(1) = 6$ und $f``(1) = 18$

iii) $\int_1^2 f(x)\ dx = 18$,

dann finden Sie $f(x)$

Let f be a differentiable function, defined for all real numbers x, with the following properties:

i) $f`(x) = ax^2 + bx$,
where a and b are real numbers.

ii) $f`(1) = 6$ and
$f``(1) = 18$

iii) $\int_1^2 f(x)\ dx = 18$,
find $f(x)$

12 Finden Sie $\int_0^5 |x-3|\,dx$

(Schreiben Sie die Lösungsschritte.)

Find $\int_0^5 |x-3|\,dx$

(write your steps)

13 f ist eine Funktion, wobei $f(x) = x^2 e^{kx}$ ist und k eine Konstante ist. Wenn die Funktion einen kritischen Punkt bei $x = \frac{2}{3}$ hat, dann ist $k =$ ……..

ⓐ -3 ⓑ $-\frac{3}{2}$

ⓒ $-\frac{1}{3}$ ⓓ Null

Let f be the function given by :
$f(x) = x^2 e^{kx}$,
where k is constant.
If the function f has a critical point at $x = \frac{2}{3}$, then $k =$ ……..

ⓐ -3 ⓑ $-\frac{3}{2}$

ⓒ $-\frac{1}{3}$ ⓓ 0

14 Sei f eine Funktion, wobei $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ist, dann ist der absolute Maximalwert der Funktion f .....

ⓐ 1

ⓑ $\frac{1}{e}$

ⓒ $-e$

ⓓ f hat keinen absoluten Maximalwert

Let f be the function defined by $f(x) = \frac{lnx}{x}$, then the absolute maximum value of f is .....

ⓐ 1

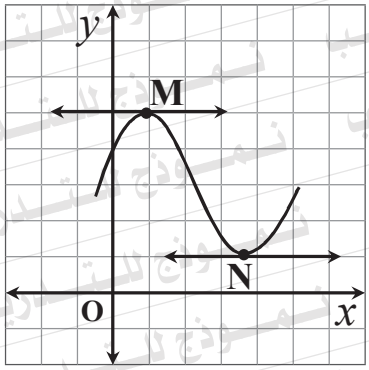
ⓑ $\frac{1}{e}$

ⓒ $-e$

ⓓ f does not have an absolute maximum value

15 Beantworten Sie nur (A) oder (B):

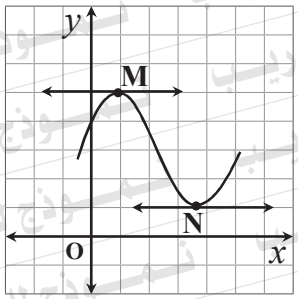
A) Die abgebildete Figur repräsentiert die Funktion $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, wobei a, b, c und d Konstanten sind. Beweisen Sie, dass die x-Koordinate der zwei Punkte **M** und **N** durch die Beziehung $x = \frac{-\,b \pm \sqrt{b^2 - 3\,ac}}{3\,a}$ gegeben wird.



B) Finden Sie die absoluten Extrema der Funktion f, wobei $f(x) = 10x\,e^{-x}$, $x \in [0\,,4]$.

Answer only one of the following two questions:

(A) The graph below is that of the function f $(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, where a, b, c and d are constants. Show that x-coordinates of the two marked points **M** and **N** are given by the formula $x = \frac{-\,b \pm \sqrt{b^2 - 3\,ac}}{3\,a}$



(B) Find the absolute extrema values of the function f where: $f\,(x) = 10\,x\,e^{-x}$, $x \in [o,\ 4]$

16 Das Volumen des Rotationskörpers, der durch eine vollständige Rotation der Fläche, die durch die Kurve $y = 3x^2$ und die Gerade $y = 6x$ begrenzt wird, um die x-Achse entsteht,
ist gleich ……..

ⓐ $\pi \int_0^3 (6x - 3x^2)^2 \, dx$

ⓑ $\pi \int_0^2 (6x - 3x^2)^2 \, dx$

ⓒ $\pi \int_0^2 (9x^4 - 36x^2) \, dx$

ⓓ $\pi \int_0^2 (36x^2 - 9x^4) \, dx$

The volume of the solid generated by revolving the region enclosed by the curve $y = 3x^2$ and the line $y = 6x$ a complete revolution about the x – axis is equal to : …

ⓐ $\pi \int_0^3 (6x - 3x^2)^2 \, dx$

ⓑ $\pi \int_0^2 (6x - 3x^2)^2 \, dx$

ⓒ $\pi \int_0^2 (9x^4 - 36x^2) \, dx$

ⓓ $\pi \int_0^2 (36x^2 - 9x^4) \, dx$

17

Die Fläche, die durch die zwei Kurven $y = x^2$ und $y = |x|$ begrenzt wird, ist gleich …….

ⓐ $2\int_{-1}^{0}(x^2 - x)\ dx$

ⓑ $\int_{0}^{1}(x - x^2)\ dx$

ⓒ $2\int_{0}^{1}(x - x^2)\ dx$

ⓓ $\int_{-1}^{1}(x - x^2)\ dx$

The area of the region bounded by the two curves $y = x^2$ and $y = |x|$ equals …….

ⓐ $2\int_{-1}^{0}(x^2 - x)\ dx$

ⓑ $\int_{0}^{1}(x - x^2)\ dx$

ⓒ $2\int_{0}^{1}(x - x^2)\ dx$

ⓓ $\int_{-1}^{1}(x - x^2)\ dx$

18 **Beantworten Sie nur (A) oder (B):**

(A) Mit Hilfe der partiellen Integral:

Finden Sie $\int x^3 \ln x \, dx$

(B) Finden Sie $\int 3x\sqrt{1+x^2} \, dx$

Answer only one of the following two questions:

(A) Use integration by parts to find: $\int x^3 \ lnx \, dx$

(B) Find $\int 3x \sqrt{1+x^2} \, dx$