ستاتيكا

الجسم الحر ومعادلات الإتزان وحساب مركّبات ردود الفـعل

الفصل الرابع : الجسم الحر ومعادلات الاتزان وحساب مركّبات ردود الفـعل

الجـــدارة:

كيفيّـة رسم الجسم الحرّ، أو الجسم المقتطع، (Free body diagram) ومعرفة شروط الإتزان الستاتيكي. ومعرفة تطبيق معادلات الإتزان (Equilibrium equations) لإيجاد مركّـبات ردود الفعل (reactions).

الأهـــداف:

- رسم الجسم الحرّ أو الجسم المقتطع للكمرات أو الجمالونات أو الهياكل الإنشائيّة
- معرفة المنشأ المحدّد أو المقرّر ستاتيكيّا و الغير محدّد ستاتيكيّا
- كتابة معادلات الإتزان وتطبيقها لإيجاد ردود فعل الركائز في الكمرات والجمالونات

مستوى الأداء المطلوب : أن يصل المتدرّب إلى إتقان هذه الجدارة بنسبة ١٠٠٪.

الوقت المتوقع للفصل: ٩ ساعـات

الوسائل المساعـــدة :

- آلة حاسبة
- مسطرة وطقم مثلّثات وأقلام ملوّنة

مـــتطلبات الجدارة:

معرفة ما سبق دراسته في:

- الرياضيات الأساسيّة التخصصية
- الفصل الأوّل من هذه المذكّرة : العمليات الأساسيّة على القوى
- الفصل الثاني من هذه المذكّرة: العزم وعزم الإزدواج.

٤-١- الإتـــزان وشـــروطـــه :

عند دراسة الإتّزان، تعتبر المنشآت والعناصر الإنشائية المختلفة أجساما صلدة (rigid bodies). وبالمعنى الدقيق للكلمة، الجسم الصلد هو ذلك الجسم الذي لا تتغيّر أبعاده على الإطلاق تحت تأثير القوى التي قد يتعرّض لها. ولأن المنشآت تصنع من مواد تتشوّه بدرجات متفاوتة بفعل القوى، لا يوجد جسم كامل الصلادة (perfectly rigid bodies).

الإتزان بصفة عامّة يشمل حالتي السكون المستمر والحركة المنتظمة في خط مستقيم كما يشمل الحركة الدورانيّة المنتظمة حول محور.

والشرط الأساسي للإتزان هو توازن جميع القوى المؤثّرة على الجسم بحيث لا يطرأ تغيّر على حالة الحركة المنتظمة أو السكون المستمر. وبهذا تكون معادلات متجهات التوازن كما يلي:

أ- محصلة مجموعة القوى تساوي صفرا:

$$\vec{R} = \Sigma \vec{F} = \vec{0} \qquad (1/4)$$

ب- محصلة عزوم جميع القوى تساوي صفرا:

$$\vec{M} = \Sigma \vec{M} = \vec{0} \qquad (2/4)$$

هذه المتطلّبات لازمة وتمثل في نفس الوقت الشروط الكافية للتوازن.

٤- ٢- الجسم الحر (free body):

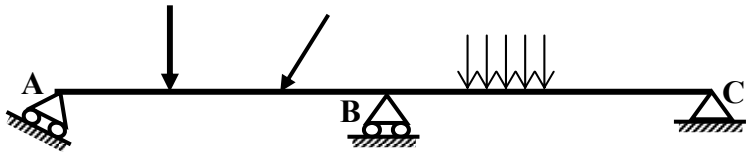
قبل تطبيق معادلات الإتزان (١/٤) و (٢/٤) يجب معرفة الجسم الحر (أو الجسم المقتطع) الوارد في أي مسألة بطريقة واضحة وأن تمثّل بدقّة جميع القوى المؤثرة على الجسم إذ يؤدي حذف قوّة ما أو إضافتها إلى نتائج خاطئة.

الجسم الحر هو جسم أو جزء من جسم معزول تماما عمّا حوله من الأجسام بما فيها الدعامات أو الركائز. وعادة يبيّن الجسم الحر أو الجسم المقتطع في تخطيط يعرف باسم تخطيط (أو الرسم البياني) للجسم الحر (F.B.D: Free Body Diagram). ويبيّن هذا التخطيط بالإضافة للجسم كافّة القوى المؤثّرة عليه سواء كانت قوى خارجيّة (أحمالا) تؤثّر عليه مباشرة أم قوى تمثّل تأثير الأجسام المعزولة عنه.

هناك مبدأ هام يتعلّق بالجسم المقـتطع أو الحر ستتكرّر الإشارة إليه في الفصول اللاحقة وينص على التالي: ((إذا كان أي جسم ككل في حالة إتزان، فإن أي جسم (أو جزء) مقتطع منه يجب أن يكون في حالة إتّزان)).

مـثـــال ٤- ١:

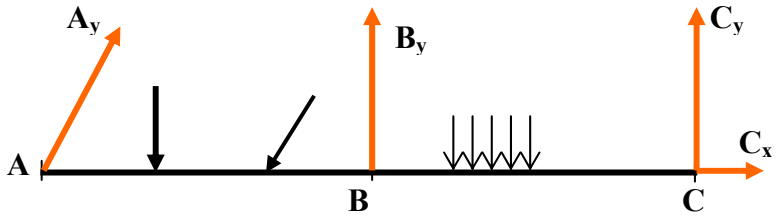
المطلوب تخطيط الجسم الحر للكمرة ABC المبينة في الشكل رقم (٤- ١).



شـكل (4- ١)

الـحـل:

لرسم الجسم الحر للكمرة ABC نقوم بعزل الكمرة وتوضيح الأحمال المؤثرة عليها واستبدال الدعامات (أو الركائز) بمركّبات ردود أفعالها كما في الشكل رقم (٤- ٢).



شـكل(4- ٢))

يلاحظ أن الدعامة في النقطة A هي دعامة منزلقة (أو متدحرجة) لها مركّبة رد فعل A_y متعامدة مع سطح التدحرج ، والدعامة B هي كذلك دعامة منزلقة لها رد فعل عمودي B_y . أمّا الدعامة C فهي مفصليّة ولها مركّبتي ردود أفعال: واحدة أفقيّة C_x و الأخرى عموديّة C_y .

ملاحظة: إن أي مركّبة رد فعل قد تؤثّر في أي إتجاه من الإتجاهين المحتملين لها.

٤- ٣- الإتـــزان الإستاتيكي في مـستوى وشـروطـــه :

إذا إنعدمت محصّلة مجموعة قوى تؤثر على جسم ساكن فإن هذا الجسم يظلّ ساكنا ويقال عندئذ أن الجسم متّزن (in equilibrium) أو في حالة إتّزان إستاتيكي (static equilibrium).

٤- ٣- ١- كتابة معادلات الإتزان:

يمكن كتابة معادلتي متجهات الإتزان (١/٤) و (٢/٤) في حالة المسائل المستوية ، أو ذات البعدين 2D، التي يكون فيها الجسم وجميع القوى المؤثرة عليه في نفس المستوى، بطريقة غير المتجهات أو الطريقة التحليليّة التالية:

(3/4) $\Sigma F_x = 0$: محصّلة جميع القوى الأفقيّة (أو المركّبات المسقطة على المحور x) تساوي صفرا.

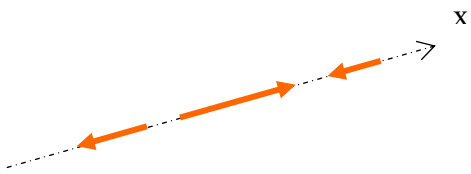
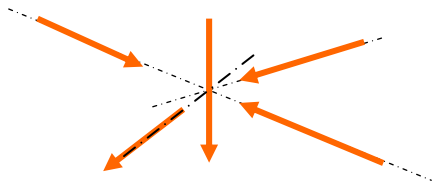
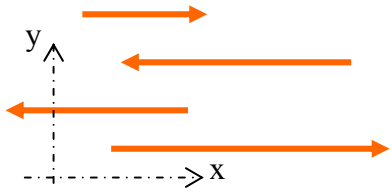
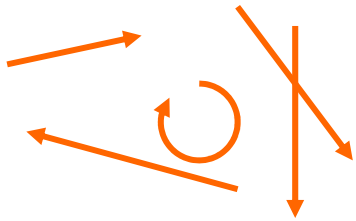
(4/4) $\Sigma F_y = 0$: محصّلة جميع القوى الرأسيّة (أو المركّبات المسقطة على المحور y) تساوي صفرا.

(5/4) $\Sigma M_0 = 0$: مجموع عزوم جميع القوى حول أي نقطة O على الجسم أو خارجه يساوي صفرا.

إن هذه المعادلات الثلاثة تسمّى معادلات التوازن (Equilibrium Equations) وهي ضروريّة وكافية للتوازن (أو الإتّزان) في جميع المسائل ذات البعدين. وهي شروط التوازن (Equilibrium Conditions) الضروريّة لأنها إذا لم تستوف فلا يوجد توازن في القوى أو العزوم.

٤- ٣- ٢- أصنـاف التوازن:

بما أن المحصّلة المحتملة لمجموعة قوى تتوقّف على مجموعة القوى كما ورد في الفقرة ١- ٧ من الفصل الأول، فإن معادلات الإتزان تتوقّف أيضا على هذا التصنيف. وفي ما يلي شروط أو معادلات الإتزان الخاصّة بمجموعات القوى المستوية المختلفة الملخّصة والمبيّنة في الشكل (٤- ٣).

أصناف التوازن في المسائل ذات البعدين			
عدد	الصنف	مثال	معادلات الإتزان
١	مجموعة قوى على خط واحد		$\Sigma F_x = 0$
٢	مجموعة قوى متلاقية في نقطة واحدة		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$
٣	مجموعة قوى متلاقية		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma M_z = 0$
٤	مجموعة قوى غير متلاقية (عامّة)		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$ $\Sigma M_z = 0$

شـــــكـــل (٤- ٣)

وعموما تتعرّض المنشآت المستوية إلى مجموعة من القوى غير المتلاقية التي تتكوّن من القوى الخارجيّة (الأحمال) المعلومة وردود الفعل المجهولة عند الركائز. ولكي يكون المنشأ متزنا ، يجب أن تحقّق كافّة هذه القوى شروط الإتزان الثلاثة المبيّنة أعلاه والمتاحة لمثل هذه المجموعة من القوى. كما أن كتابة معادلات الإتزان ستمكّننا من إيجاد مركّبات ردود الأفعال (المجاهيل).

٤- ٤- قـابليّة حساب مركّبات ردود الأفعال بكتابة معادلات الإتزان فقط :

إن معادلات الإتزان الثلاثة إذا تحقّـقت فإنها تعطي على الأكثر ثلاثة ردود فعل مجهولة. وبالتالي ليس من الضروري أن تكون جميع مركّبات ردود الأفعال المجهولة المؤثّرة على الجسم في حالة إتزان (والتي يمكن إيجادها بكتابة معادلات إضافيّة أخرى أو باستعمال طرق أخرى وهي عديدة لكنّها خارجة عن نطاق هذه الحقيبة).

بمقارنة عدد معادلات الإتزان المتاحة وعدد مركّبات ردود الفعل المجهولة، يمكن استنتاج .ثلاثة حالات، إذا كانت الركائز كافية لتوازن المنشأة، أو غير كافية أو هناك مركّبات رد فعل زائد :

لتكن e : عدد معادلات (equations) الإتزان المتاحة، و r : عدد مركّبات ردود الأفعال (reactions) المجهولة، عليه:

(١) $\mathbf{r = e}$: في هذه الحالة تكون المنشأة مقرّرة، أو محدّدة، استاتيكيّا (statically determinate)، ويمكن إيجاد مركّبات ردود الفعل بكتابة معادلات الإتزان فقط.

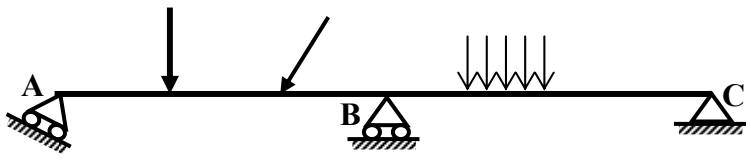
(٢) $\mathbf{r < e}$: في هذه الحالة تكون المنشأة غير مستقرّة (unstable) وغير متّزنة (واحدة أو أكثر من معادلات الإتزان غير متحقّـقة) ويطلق عليها إسم آليّة (mechanism) : في هذه الحالة لا توجد منشأة بالمعنى المفهوم.

(٣) $\mathbf{r > e}$: في هذه الحالة تكون المنشأة غير مقرّرة، أو غير محدّدة، استاتيكيّا (statically indeterminate)، ولا يمكن إيجاد مركّبات ردود الأفعال بكتابة معادلات الإتزان فقط، لأن المنشأة لها مركّبات ردود أفعال أكثر من اللازم (زائدة). عندها درجة عدم التحديد الستاتيكي (d^0h: degree of statical indeterminancy) تساوي الفرق بين عدد مركّبات ردود الفعل وعدد معادلات الإتزان المتاحة :

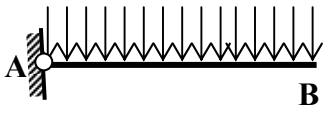
$$d^0h = \mathbf{r - e}$$

مثـال ٤-٢:

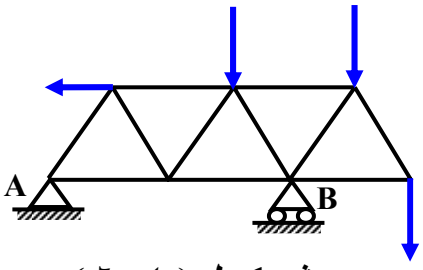
صنّف المنشآت المبيّنة في الأشكال من رقم (٤- ٤) إلى رقم (٤- ٦)، مع ذكر درجة عدم التحديد للمنشآت غير المحدّدة ستاتيكيّا.



شـكل (٤- ٤)



شـــكـــل (٤- ٥)



شـــكـــل (٤- ٦)

الحـل:

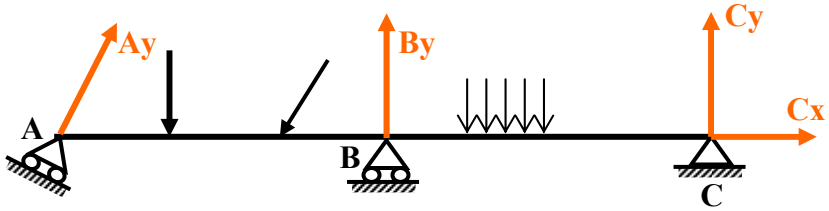
جرت العادة عند بيان مركّبات ردود الفعل عدم عزل (حذف) الركائز، وذلك تسهيلا للتحقّق و للتنبه لوجود خطأ ما في رسم مركّبات ردود الفعل.

١- شكل (٤- ٤):

كما هو مبيّن على الشكل رقم (٤- ٧):

- الركيزة A منزلقة ولها مركّبة رد فعل واحدة (مجهول واحد) وهي : A_y .
- الركيزة B منزلقة ولها مركّبة رد فعل واحدة (مجهول واحد) وهي : B_y .
- الركيزة C مفصليّة ولها مركّبتين ردود أفعال (مجهولين) وهما : C_y و C_x .
- عدد مجاهيل الكمرة : $r = 1 + 1 + 2 = 4$
- عدد معادلات الإتزان المتاحة : $e = 3$

$r > e$: الكمرة غير مقرّرة استاتيكيّا من الدرجة الأولى: $d^0h = 4 - 3 = 1$



شـــكـــل (4- ٧)

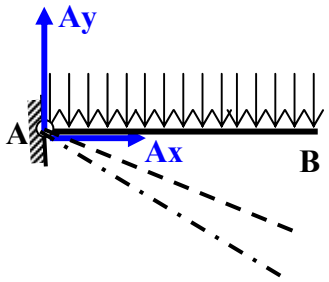
2- شكل (٤- ٥):

كما هو مبيّن على الشكل رقم (٤- ٨):

- الركيزة A مفصليّة ولها مركّبتين ردود أفعال (مجهولين) وهما : A_x و A_y
- B طرف حرّ : ليس هناك ركيزة.

- عدد مجاهيل الكمرة : $r = 2$
- عدد معادلات الاتزان المتاحة : $e = 3$

$r < e$: هذا الكابولي غير مستقرّ. مجموع عزوم القوى المؤثّرة عليه لا تساوي صفرا، ولا شيء يمنع هذا الكابولي من الدوران. يمكن جعله مستقرّا مثلا باستبدال الركيزة A المفصليّة بركيزة ثابتة، أو بإضافة ركيزة أخري عند طرفه B.



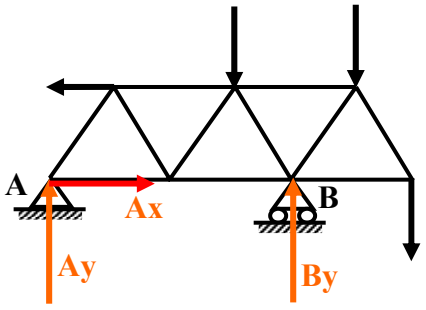
شـــكـــل (٤ - ٨)

3- شكل (٤ – ٦):

كما هو مبيّن على الشكل رقم (٤- ٩):

- الركيزة A مفصليّة ولها مركّبتين ردود فعل (مجهولين) وهما : A_x و A_y .
- الركيزة B منزلقة ولها مركّبة رد فعل واحدة (مجهول واحد) وهي : B_y .
- عدد مجاهيل الجملون : $r = 2 + 1 = 3$
- عدد معادلات الإتزان المتاحة : $e = 3$

$r = e$: الجملون مقرّر استاتيكيّا ، وبالتالي يمكن إيجاد مركّبات ردود الأفعال بكتابة معادلات الإتزان.



شـــكـــل (٤ - ٩)

٤- ٥- حساب مركّبات ردود الأفعال:

يشكّل حساب مركّبات ردود الفعل الخطوة الأولى في تحليل (Analysis) وتصميم (design) المنشآت. وبطبيعة الحال، إذا كانت الخطوة الأولى خاطئة فكلّ ما يلي ذلك من خطوات تكون خاطئة: إذ ما بني على خطأ فهو خطأ.

لذا على المتدرّب إجراء عدد كبير من التمارين المتنوّعة على حساب مركّبات ردود الأفعال و مع إعطاء أهميّة خاصّة للملاحظات والتوصيات التالية :

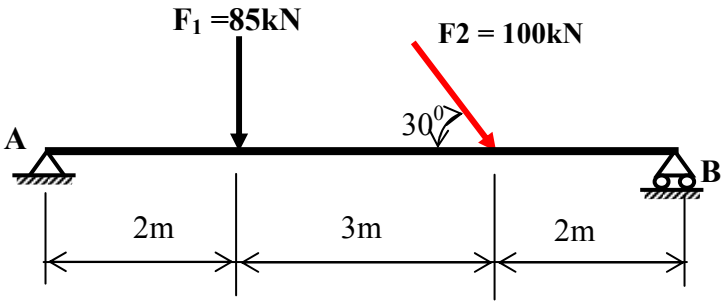
- ترتيب معادلات الإتزان ليس هامّا، وعادة وتبسيطا للحلّ يمكن اتّباع الترتيب التالي للمعادلات: (٣/٤)، (٥/٤) ثم (٤/٤).
- يستحسن كتابة معادلة العزوم حول ركيزة يوجد بها أكبر عدد من المجاهيل وذلك تيسيرا للحل.
- من أجل الحساب المباشر لمركّبات ردود الفعل، يمكن إستبدال معادلات الإتزان الثلاثة أعلاه بثلاثة أخرى تتركّب من أخذ العزوم حول ثلاثة نقاط مختلفة وليست على استقامة واحدة، أو كتابة المعادلة (٣/٤) و أخذ العزوم حول نقطتين مختلفتين.
- يمكن افتراض اتجاه مركّبات ردود الأفعال، إذا لم تكن معلومة منذ البداية، على أن يصحّح هذا الافتراض عند حساب مقادير هذه المركّبات: فإذا كان المقدار موجبا فإن اتجاه مركّبة رد الفعل صحيحا، وإذا كان المقدار سالبا فإن اتجاه مركّبة رد الفعل عكس ما هو مفترض.
- يسمح باستبدال أي حمل مركّز مائل بمركّبتيه الأفقيّة والرّأسيّة. ويسمح أيضا باستبدال الأحمال الموزّعة بأحمال مركّزة مكافئة تؤثّر عند مراكز تخطيطات شدّة التحميل.
- يمكن أن تكون مركّبة من مركّبات ردود الأفعال تساوي صفرا تحت حالة معيّنة من التحميل.
- من المستحسن دائما تدقيق الحل، ويكون ذلك باستخدام إحدى معادلات التوازن التي لم تستخدم في الحل.
- يوصى المتدرّب بشدّة أن يظهر نتائجه بوضوح مع بيان وحدات واتجاهات القوى.

إن جميع التوصيات والملاحظات السابقة مفيدة جدّا للمتدرّب خاصّة في هذه المرحلة، حيث يبدأ المتدرّب بناء بعض الطرق والممارسة على حل المسائل الإنشائيّة.

في ما يلي بعض الأمثلة التي ستوضّح طريقة حساب مركّبات ردود الأفعال بتطبيق معادلات الإتزان.

مـــثـال٤- ٣:

بيّن وارسم واحسب مركّبات ردود الأفعال للكمرة المبيّنة في الشكل (٤- ١٠).



شـكـل(٤- ١٠)

الـحـل:

كما هو مبيّن على الشكل رقم (٤- ١١):

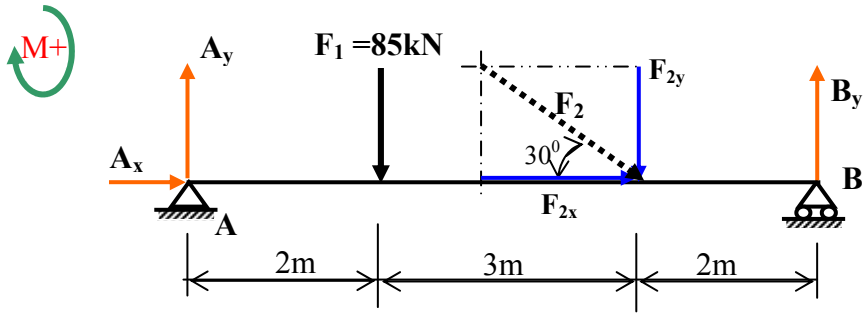
- الركيزة A مفصليّة ولها مركّبتين ردود أفعال (مجهولين) وهما : A_x و A_y .
- الركيزة B منزلقة ولها مركّبة رد فعل واحدة (مجهول واحد) وهي: B_y .
- عدد مجاهيل الكمرة : $r = 2 + 1 = 3$
- عدد معادلات الإتزان المتاحة : $e = 3$

$r = e$: الكمرة مقرّر استاتيكيّا ، وبالتالي يمكن حساب مركّبات ردود الفعل بتطبيق معادلات الإتزان.

قبل كتابة معادلات الإتزان، يتمّ تحليل أي قوّة مائلة، إن وجدت، إلى مركّباتها العموديّة وذلك تبسيطا للحل. فالقوة الخارجية F_2 المائلة بزاوية 30 درجة يتم تحليلها إلى مركبة أفقية ومركبة عمودية كالتالي:

المركبة الأفقية: $F_{2x} = +100\times\cos(30^0) = 86.6\ kN$

المركبة العمودية: $F_{2y} = +100\times\sin(30^0) = 50\ kN$



شـكـل (٤- ١١)

تطبيق معادلات الإتزان:

(أ) محصلة القوى المسقطة على المحور x تساوي صفرا: $\Sigma F_x = 0$

$$A_x + 86.6 = 0 \rightarrow \quad A_x = -\ 86.6\ kN$$

يلاحظ أن قيمة رد الفعل الأفقي للدعامة A بالسالب، أي أن الاتجاه الحقيقي لرد الفعل عكس اتجاه الموجب للمحور x.

(ب) محصلة عزوم جميع القوى حول النقطة A يساوي صفرا، مع ملاحظة أن العزم الموجب هو مع اتجاه عقارب الساعة:

$$\Sigma M_A = 85\times2 + 50\times5 - By\times7 = 0$$
$$+170 + 250 = 7By$$
$$B_y = +420/7 = +\ 60\ kN$$

يلاحظ أن مركّبتي رد الفعل عند الدعامة A تمرّان بالنقطة A وبالتالي ليس لهما عزم.

(ج) محصلة القوى المسقطة على المحور y تساوي صفرا، أي أن:

$$\Sigma F_y = 0$$
$$A_y + B_y - 85 - 50 = 0$$
$$A_y + B_y = +135$$
$$A_y = +135 - B_y = +135 - 60 = +75\ kN$$

إذا ، مركّبة رد الفعل العمودي A_y في الدعامة A هي:

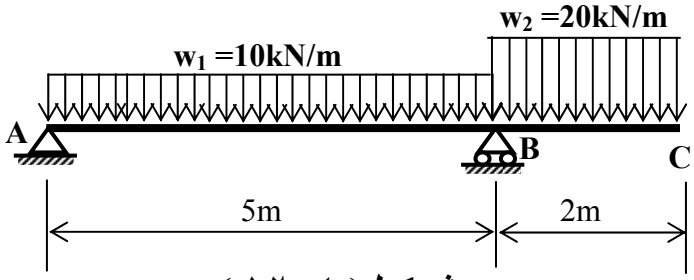
$A_y = +75$ kN وهي موجبة ويعني أن اتجاهها إلى الأعلى.

التدقيق:

$$\Sigma M_B = A_y \times 7 - F_1 \times 5 - F_{2y} \times 2$$
$$\Sigma M_B = 75 \times 7 - 85 \times 5 - 50 \times 2$$
$$\Sigma M_B = 525 - 425 - 100 = 0 \quad ok$$

مثـال٤- ٤:

بيّن وارسم واحسب مركّبات ردود الفعل للكمرة المبيّنة في الشكل (٤- ١٢).



شـكـل(٤- ١٢)

الـحـل:

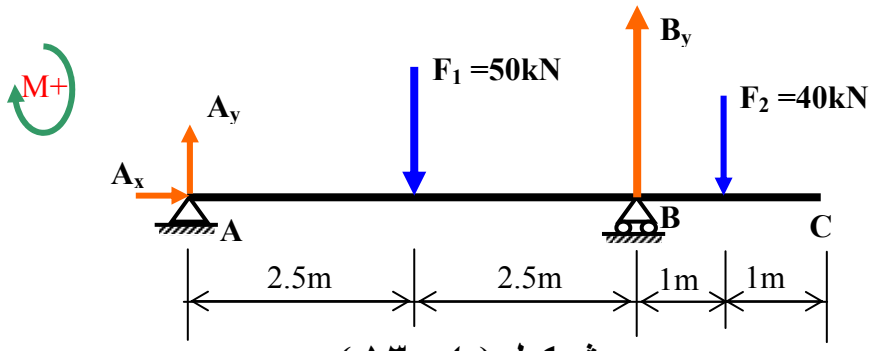
كما هو مبيّن على الشكل رقم (٤- ١٣):

- الركيزة A مفصليّة ولها مركّبتين ردود فعل (مجهولين) وهما : A_x و A_y .
- الركيزة B منزلقة ولها مركّبة رد فعل واحدة (مجهول واحد) وهي : B_y .
- عدد مجاهيل الكمرة : $r = 2 + 1 = 3$
- عدد معادلات الاتزان المتاحة : $e = 3$

$r = e$: الكمرة مقرّر إستاتيكيّا ، وبالتالي يمكن حساب مركّبات ردود الفعل بتطبيق معادلات الإتزان.

عند حساب مركّبات ردود الفعل، يستحسن استبدال الحمل الموزّع بحمل مركّز مكافئ. ولأن شدّة التحميل تتغيّر عند B، يستبدل الحمل الموزّع الذي يؤثّر على الجزء AB بحمل مركّز مكافئ يعمل عند مركز شدّة التحميل لهذا الجزء ومقداره : $F_1 = 10 \times 5 = 50$ kN.

بالمثل، يستبدل الحمل الموزّع الذي يؤثّر على الجزء BC بحمل مركّز مكافئ يعمل عند مركز شدّة التحميل لهذا الجزء ومقداره : $F_2 = 20 \times 2 = 40$ kN.



شـكـل (٤- ١٣)

تطبيق معادلات الإتزان:

يبيّن الشكل (٤- ١٣) جميع الأحمال الخارجيّة المؤثّرة على الكمرة ومركّبات ردود الفعل عند الركيزتين A و B، و بالإشارة إلى هذا الشكل:

(أ) محصلة القوى المسقطة على المحور x تساوي صفرا:

$$\Sigma F_x = 0$$
$$A_x = 0$$

(ب) محصلة عزوم جميع القوى حول النقطة A يساوي صفرا، مع ملاحظة أن العزم الموجب هو مع اتجاه عقارب الساعة:

$$\Sigma M_A = 0$$
$$\Sigma M_A = F_1 \times 2.5 - B_y \times 5 + F_2 \times 6 = 0$$
$$50 \times 2.5 + 40 \times 6 = B_y \times 5$$
$$125 + 240 = 5B_y$$
$$B_y = 365/5 = 73 \text{ kN}$$

(ج) محصلة عزوم جميع القوى حول النقطة B يساوي صفرا:

$$\Sigma M_B = 0$$
$$\Sigma M_B = A_y \times 5 - F_1 \times 2.5 + F_2 \times 1 = 0$$
$$5A_y = 50 \times 2.5 - 40 \times 1$$
$$5A_y = 125 - 40 = 85$$
$$A_y = 85/5 = 17 \text{ kN}$$

تدقيق:

محصلة القوى المسقطة على المحور y هل تساوي صفرا؟، أي هل : ? $\Sigma F_y = 0$

$$\Sigma F_y = A_y + B_y - F1 - F2$$
$$\Sigma F_y = 17 + 73 - 50 - 40$$
$$\Sigma F_y = 0 \qquad \text{ok}$$

مـــلاحظـة : الـتوازن ذات ثلاثة أبـعـاد :

يمكن كتابة معادلتي متجهات الإتزان (١/٤) و (٢/٤) في حالة المسائل ذات ثلاثة أبعاد (3D) بطريقة غير المتجهات أو الطريقة التحليليّة كما يلي:

ـ عدم وجود محصّلة قوّة مؤثّرة على الجسم في أي إتّجاه من الإتجاهات الثلاثة:

$$\Sigma F_x = 0 \qquad (1)$$
$$\Sigma F_y = 0 \qquad (2)$$
$$\Sigma F_z = 0 \qquad (3)$$

ـ عدم وجود محصّلة عزوم على الجسم حول أيّ محور من المحاور الثلاثة:

$$\Sigma M_x = 0 \qquad (4)$$
$$\Sigma M_y = 0 \qquad (5)$$
$$\Sigma M_z = 0 \qquad (6)$$

إن هذه المعادلات الـسـتّـة (Equilibrium Equations) هي ضروريّة وكافية للتوازن في جميع المسائل ذات الثلاثة أبـعـاد (3D).

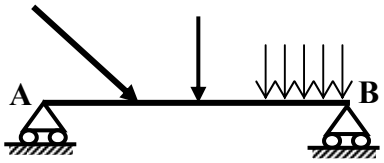
٤- ٦- تـمـاريـن:

(ت ٤- ١) – (ت ٤- ٨) :

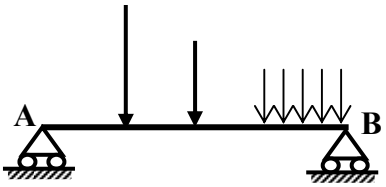
صنّف المنشآت المبيّنة في الأشكال من شكل (ت٤- ١) إلى شكل (ت ٤- ٨)، مع ذكر درجة عدم التحديد الستاتيكي للمنشآت غير المقرّرة ستاتيكيّا.

[جواب (ت٤- ٣): الإطار غير مقرّر استاتيكيّا من الدرجة الثالثة.**]**

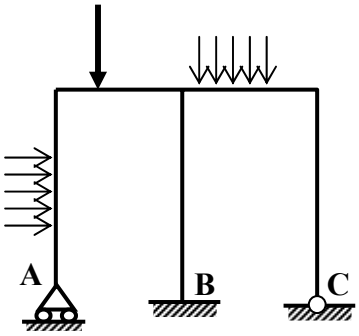
[جواب (ت٤- ٨): الكمرة المستمرّة غير مقرّر إستاتيكيّا من الدرجة الخامسة.**]**



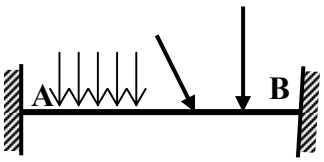
شـكـل (ت٤-١)



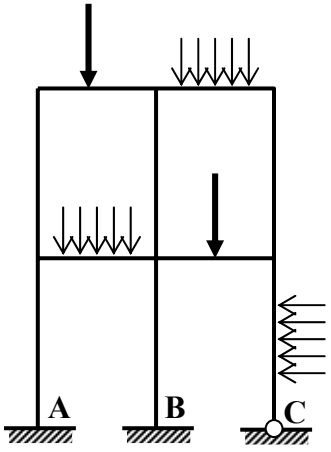
شـكـل (ت٤-٢)



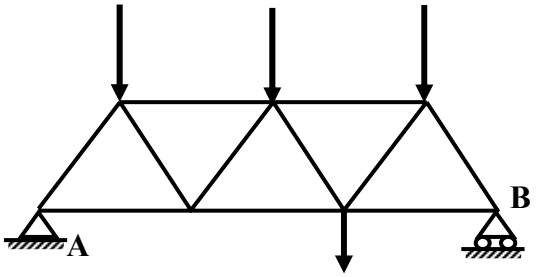
شـكـل (ت٤-٣)



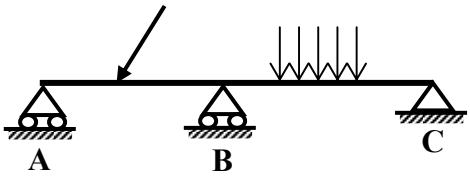
شـكـل (ت٤-٤)



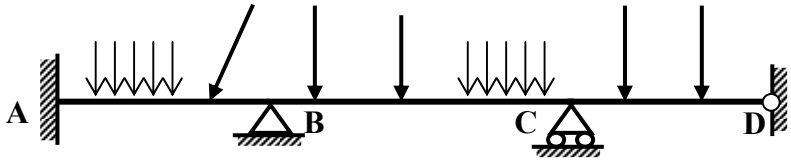
شـكـل (ت٤-٥)



شـكـل (ت٤-٧)



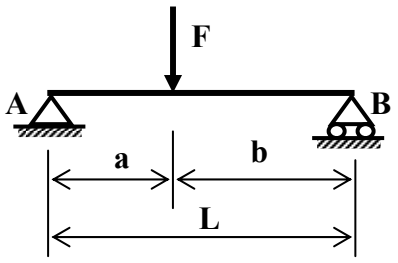
شـكـل (ت٤-٦)



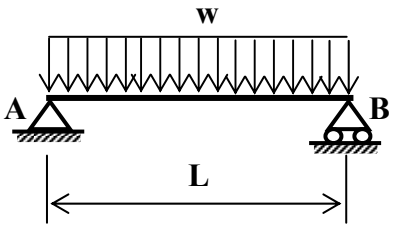
شـكـل (ت٤- ٨)

(ت٤- ٩)–(ت٤- ١٦) :

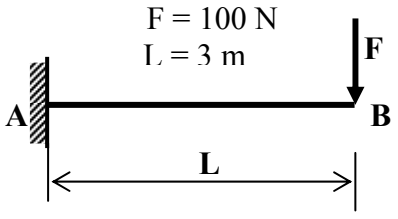
بيّن وارسـم واحسب مركّبات ردود الفعل للمنشآت المبيّنة في الأشكال من شكل رقم (ت٤- ٩) إلى (ت٤- ١٦).



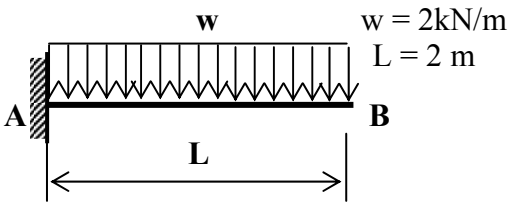
شـكـل (ت٤- ٩



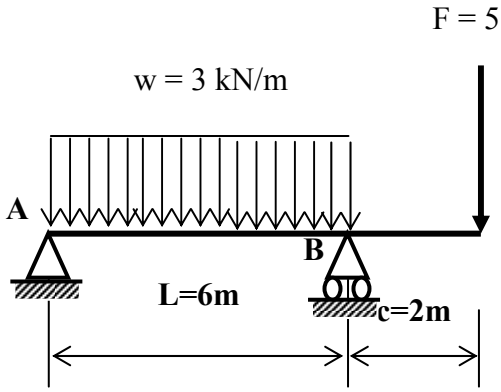
شـكـل (ت٤- ١٠



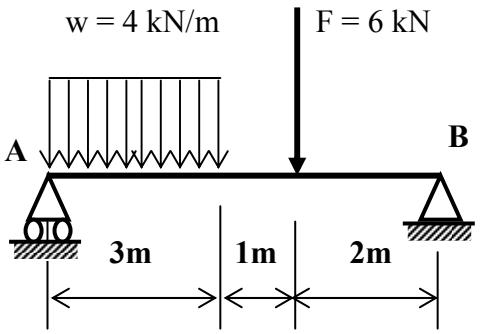
شـكـل (ت٤- ١١



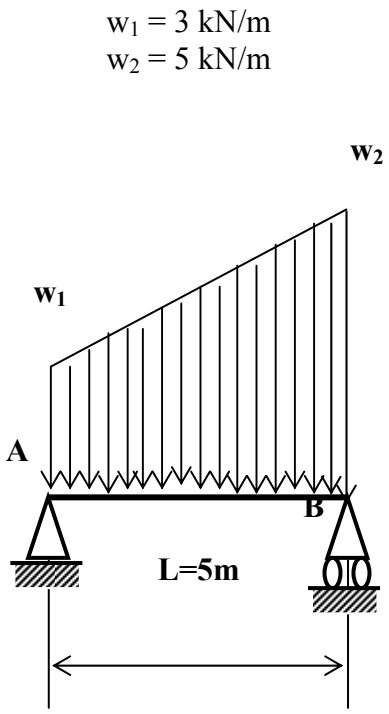
شـكـل (ت٤- ١٢



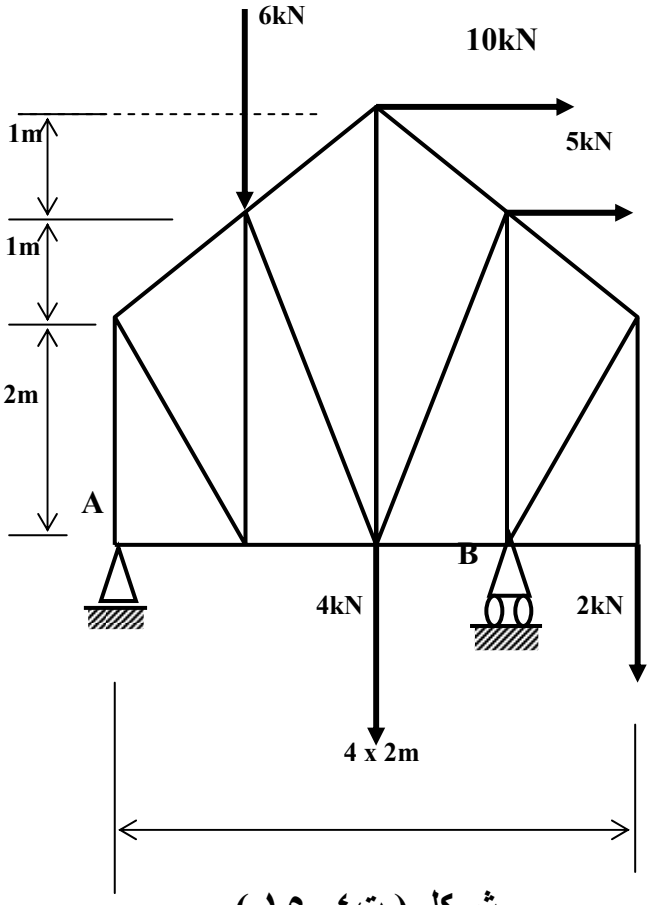
شـكل (ت٤- ١٤)



شـكل (ت٤- ١٣)



شـكل (ت٤- ١٦)



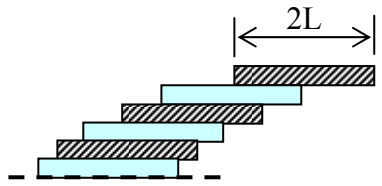
شـكل (ت٤- ١٥)

ت٤- ١٧:

مجموعة من البلاطات المتساوية، عرض كل منها 2L رصّت فوق بعضها بحيث تبرز كل بلاطة عن التي تحتها كما في الشكل رقم (ت ٤- ١٧).

أوجد أقصى بروز لكل بلاطة بحيث تظل المجموعة في حالة اتّزان.

[الجواب: …L/5, L/4, L/3, L/2, L **]**



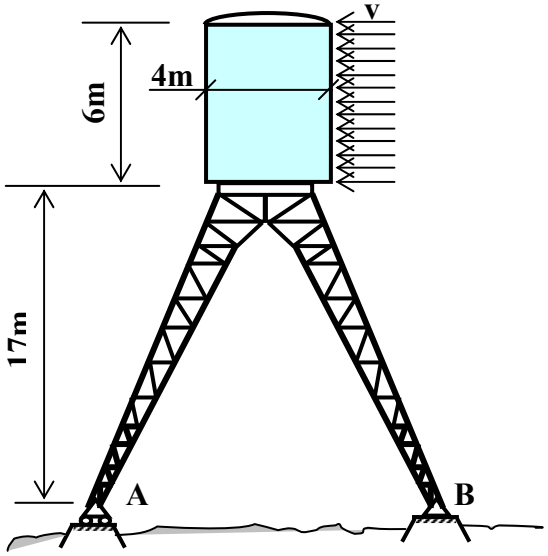
شـكـل (ت٤- ١٧)

ت٤- ١٨

:خزّان مياه اسطواني الشكل إرتفاعه 6m وقطره 4m يحمله برج حديدي ذو أربعة أرجل متماثلة ومائلة وبارتفاع 17m كما في الشكل (ت ٤- ١٨). الركيزة A منزلقة و الركيزة B مفصليّة. فإذا كان وزن الخزّان والبرج 80 KN، وتضغط الرّياح أفقيّا على الخزّان بمعدّل 1.25 KN لكل متر مربّع من مساحة مسقط الخزّان على المستوى المتعامد على إتجاه الرياح.

احسب أقل مسافة AB بين ركيزتي خزّان المياه بحيث تضمن عدم انقلابه.

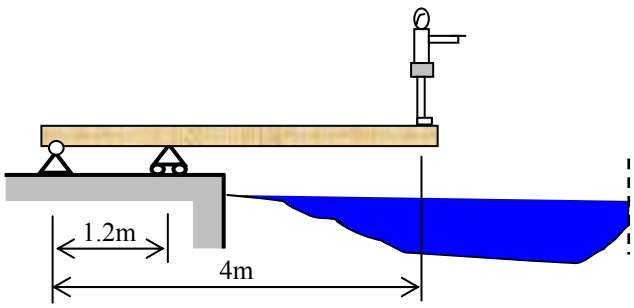
[الجواب: AB = 15 m**]**



شـكـل (ت٤-١٨)

ت٤- ١٩:

بيّن وارسم واحسب مركّبات ردود أفعال لوح الغطس الذي يستعمل في السباحة وهو يحمل متدرّبا وزنه $P = 750N$ على أهبة القفز كما هو مبيّن في الشكل(ت٤- ١٩). علما أن وزن اللوح $w = 25N/m$.



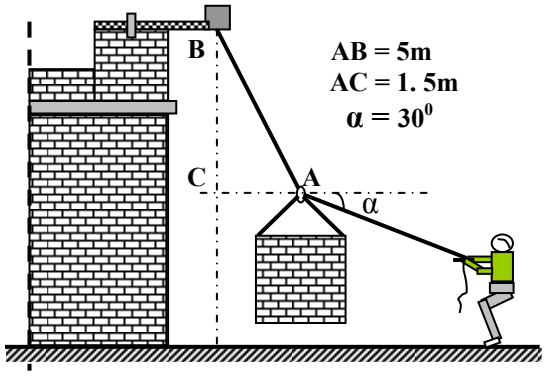
شـــكـــل (ت٤-١٩)

ت ٤- ٢٠:

يريد أحد العمال رفع حمولة الطوب إلى الدور العلوي من الفيلا بصدد البناء، وذلك في الحالة المبيّنة في الشكل (ت ٤- ٢٠). فإذا كان وزن حمولة الطوب $W = 25\ KN$، عليه:

أ- احسب قوّة السحب للعامل T_w على الحبل لكي يرفع الحمولة وذلك بمعادلة واحدة وبدون استخدام الشد في الحبل العلوي AB.

ب- بمعادلة واحدة أخرى، احسب إذا قيمة الشد في الحبل العلوي T_{AB} .



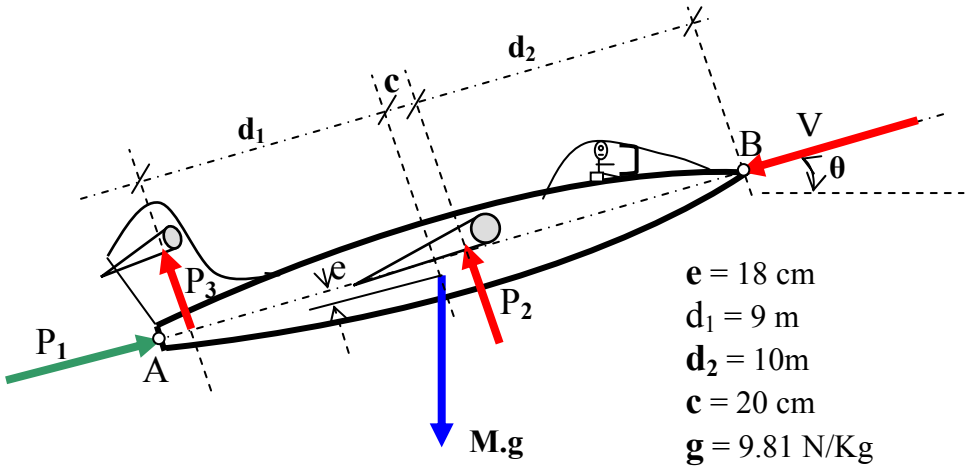
شـــكـــل (ت٤-٢٠)

ت٤- ٢١ :

تعلو الطائرة النفاثة المبيّنة على الشكل (ت ٤ - ٢١) بميل زاويته $\theta = 15^0$ وبسرعة ثابتة (متّزنة) تحت تأثير القوى التالية:

- كتلة الطائرة وكتل جميع الأشخاص والأمتعة والمعدّات التي تحملها : $M = 30\ Tons$
- قوة دفع منتظمة مقدارها $P_1 = 86\ kN$
- قوّة الدفع P_2 التي تؤثر على الأجنحة في اتجاه عمودي على محور الطائرة.
- قوّة الدفع P_3 التي تؤثر على الذيل في اتجاه عمودي على محور الطائرة.
- قوّة مقاومة الهواء V التي تؤثر في اتجاه محور الطائرة.

المطلوب : حساب مقدار كـلاّ من القوي: V ، P_3 ، P_2 .



شـــكـــل (ت ٤ – ٢١)

من المشاريع المستقبليّـة بالمملكة العربية السعودية