

نموذج إجابة مادة التفاضل والتكامل (باللغة الإنجليزية) لشهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة - الدور الأول - العام الدراسي ٢٠١٩/٢٠١٨
النموذج (ج)

١

1-

$$(c) 2 \ln a$$

١

2-

$$(a) e^{-x} \left(\frac{1}{x} - \ln x \right)$$

١

3-

$$\therefore y = 3x^2 - \ln x$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = 6x - \frac{1}{x} \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\text{at } x = 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 6(1) - 1 = 5 \quad \triangle \frac{1}{2}$$

\therefore Equation of Tangent is

$$y - 3 = 5(x - 1) \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\therefore 5x - y - 2 = 0$$

2

نموذج إجابة مادة التفاضل والتكامل (باللغة الإنجليزية) لشهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة - الدور الأول - العام الدراسي ٢٠١٨/٢٠١٩
النموذج (ج)

٣

5-

$$(c) \int_0^4 (64x^2 - 4x^4) dx$$

١

6-

(b) 4

١

7-

$$(A) \int x^3 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$\text{let } u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx$$

$$, dv = x \sqrt{4-x^2} \Rightarrow v = \int x \sqrt{4-x^2} dx$$

$$= -\frac{1}{2} \int (-2x) (4-x^2)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} (4-x^2)^{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3} (4-x^2)^{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore \int x^3 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$= -\frac{1}{3} x^2 (4-x^2)^{\frac{3}{2}} - \int -\frac{1}{3} (4-x^2)^{\frac{3}{2}} \cdot 2x dx$$

$$= -\frac{1}{3} x^2 (4-x^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3} x \frac{2}{5} (4-x^2)^{\frac{5}{2}} + C$$

$$= -\frac{1}{3} x^2 (4-x^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{15} (4-x^2)^{\frac{5}{2}} + C$$

2

$$(B) \int \sin^3 x \, dx$$

$$I = \int \sin x (1 - \cos^2 x) \, dx \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\text{let } u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x \, dx$$

$$\therefore dx = \frac{-du}{\sin x}$$

$$\therefore I = \int (1 - u^2) \cdot \sin x \left(\frac{-du}{\sin x} \right) \triangle \frac{1}{2}$$

$$= -\int (1 - u^2) \, du$$

$$= \int (u^2 - 1) \, du$$

$$= \frac{1}{3} u^3 - u + C \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{3} \cos^3 x - \cos x + C \quad \triangle \frac{1}{2}$$

Another solution

$$I = \int (\sin x - \cos^2 x \cdot \sin x) \, dx \quad \triangle 1$$

$$= -\cos x + \frac{1}{3} \cos^3 x + C \quad \triangle 1$$

2

(تراعى الحلول الأخرى)

نموذج إجابة مادة التفاضل والتكامل (باللغة الإنجليزية) لشهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة - الدور الأول - العام الدراسي ٢٠١٩/٢٠١٨
النموذج (ج)

٥

8-

(d) 2 local min values and 1 local max. value

1

9-

(a) e

1

10-

$$(A) \therefore y = x^3 + ax^2 + bx \quad (1)$$

$$\therefore y' = 3x^2 + 2ax + b$$

$$y'' = 6x + 2a$$

$$\therefore y''(3) = 0 \Rightarrow 18 + 2a = 0$$

$$\therefore a = -9$$

$$\therefore (3, -9) \in \text{curve}$$

$$\therefore -9 = 27 - 9 \times 9 + 3b$$

$$\therefore b = 15$$

$$\therefore y' = 3x^2 - 18x + 15$$

$$y' = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\therefore (x-1)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ or } x = 5$$

$$\therefore y = x^3 - 9x^2 + 15x$$

$$\therefore y(1) = 7 \text{ is the local max. value}$$

$$\therefore y(5) = -25 \text{ is the local min. value}$$

3

نموذج إجابة مادة التفاضل والتكامل (باللغة الإنجليزية) لشهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة - الدور الأول - العام الدراسي ٢٠١٩/٢٠١٨
النموذج (ج)

٦

$$(B) \quad \therefore F(x) = 2x^2 e^x \quad (1)$$

$$\therefore F'(x) = 2x^2 e^x + 4x e^x \quad \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$\therefore F'(x) = 2x e^x (x+2)$$

$$F' = 0 \Rightarrow x+2 = 0 \quad \text{or} \quad x = 0$$

$$\therefore x = -2 \in [-3, 1] \quad \text{or} \quad x = 0 \in [-3, 1] \quad \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$\therefore F(-3) = \frac{18}{e^3} \approx 0.9 \quad \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$F(-2) = \frac{8}{e^2} \approx 1.08 \quad \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$f(1) = 2e \approx 5.44 \quad \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$F(0) = 0$$

\therefore The absolute max value is $2e$ $\left\{ \frac{1}{2} \right\}$

The absolute min value is 0 $\left\{ \frac{1}{2} \right\}$

3

(تراجعى الحلول الأخرى)

نموذج إجابة مادة التفاضل والتكامل (باللغة الإنجليزية) لشهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة - الدور الأول - العام الدراسي ٢٠١٩/٢٠١٨
النموذج (ج)

٧

11-

(a) $3x + c$

1

12-

(d) $]-\infty, -1[$ and $]0, 1[$

1

13-

$$\therefore \frac{dy}{dx} = a \csc^2 x$$

$$\therefore y = \int a \csc^2 x \, dx \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -a \cot x + c \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\therefore \left(\frac{\pi}{4}, 5\right) \in \text{curve} \quad \therefore -a + c = 5 \quad (1) \quad \left. \begin{array}{l} \triangle \frac{1}{2} \\ \triangle \frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

$$\therefore \left(\frac{3\pi}{4}, 1\right) \in \text{curve} \quad \therefore a + c = 1 \quad (2)$$

$$\text{From (1), (2)} \quad \therefore 2c = 6 \Rightarrow c = 3 \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$, a = -2 \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = 2 \cot x + 3 \quad \triangle \frac{1}{2}$$

3

نموذج إجابة مادة التفاضل والتكامل (باللغة الإنجليزية) لشهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة - الدور الأول - العام الدراسي ٢٠١٩/٢٠١٨
النموذج (ج)

٨

14-

$$\therefore |x-4| = \begin{cases} x-4, & x \geq 4 \\ 4-x, & x < 4 \end{cases} \quad \text{cont. at } x=4$$

$$\therefore \int_0^6 |x-4| dx = \int_0^4 (4-x) dx + \int_4^6 (x-4) dx \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

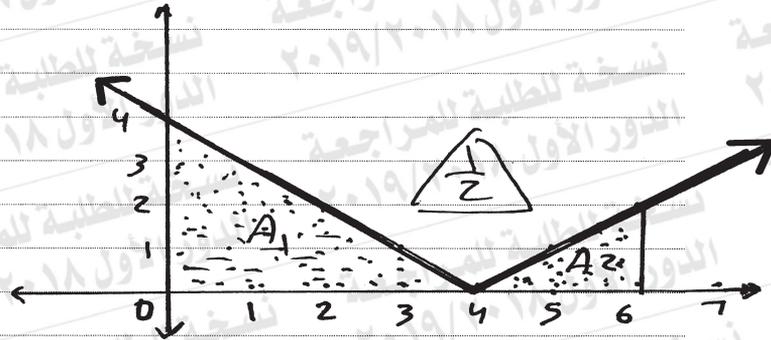
$$= \left[4x - \frac{x^2}{2}\right]_0^4 + \left[\frac{x^2}{2} - 4x\right]_4^6 \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= 16 - 8 + (18 - 24) - (8 - 16)$$

$$= 10 \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

2

Another solution:



$$\int_0^6 |x-4| dx = A_1 + A_2$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= 10 \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

2

(تراجعى الحلول الأخرى)

نموذج إجابة مادة التفاضل والتكامل (باللغة الإنجليزية) لشهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة - الدور الأول - العام الدراسي ٢٠١٩/٢٠١٨
النموذج (ج)

٩

15-

$$(b) \quad ny \tan x$$

1

16-

$$(d) \quad -3$$

1

17-

$$\therefore \frac{dv}{dt} = k(4\pi r^2) \quad (1) \quad \triangle \frac{1}{2}, k \text{ is constant}$$

$$\therefore v = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{dv}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt} \quad (2) \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\text{From (1), (2)} \quad \therefore \frac{dr}{dt} = k \quad \triangle \frac{1}{2}$$

i.e the radius decreases at constant rate

3

نموذج إجابة مادة التفاضل والتكامل (باللغة الإنجليزية) لشهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة - الدور الأول - العام الدراسي ٢٠١٩/٢٠١٨
النموذج (ج)

١٠

18-

$$\therefore y = \frac{10 - \cos x}{x}$$

$$\therefore xy = 10 - \cos x \quad \triangle \frac{1}{2}$$

by differentiation

$$\therefore x \frac{dy}{dx} + y = \sin x \quad \triangle \frac{1}{2}$$

by differentiation

$$\therefore x \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + \frac{dy}{dx} = \cos x \quad \triangle \frac{1}{2}$$

$$\therefore x \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} = \cos x \quad \triangle \frac{1}{2}$$

2

(تراجعى الحلول الأخرى)

(انتهت الإجابة وتراجعى الحلول الأخرى)