

تعليمات مهمة

- ١ - عدد أسئلة كراسة الامتحان (١٨) سؤالاً.
 - ٢ - عدد صفحات كراسة الامتحان (٢٨) صفحة.
 - ٣ - تأكد من ترقيم الأسئلة، ومن عدد صفحات كراسة الامتحان، فهي مسئوليتك.
 - ٤ - زمن الاختبار (ساعتان).
 - ٥ - الدرجة الكلية للاختبار (٣٠) درجة.
- عزيزي الطالب .. اقرأ هذه التعليمات بعناية :
- اقرأ التعليمات جيداً سواء في مقدمة كراسة الامتحان أو مقدمة الأسئلة، وفي ضوئها أجب عن الأسئلة.
- اقرأ السؤال بعناية، وفكر فيه جيداً قبل البدء في إجابته.
- إن الأسئلة مترجمة للإيضاح ، والمطلوب الإجابة بلغة واحدة فقط عن كل سؤال.
- استخدم القلم الجاف الأزرق للإجابة ، والقلم الرصاص في الرسومات، ولا تستخدم مزيل الكتابة.
- عند إجابتك للأسئلة المقالية، أجب في المساحة المخصصة للإجابة، وفي حالة الحاجة لمساحة أخرى يمكن استكمال الإجابة في صفحات المسودة مع الإشارة إليها ، وإن إجابتك بأكثر من إجابة سوف يتم تقديرها.
- مثال:

عند إجابتك عن الأسئلة المقالية الاختيارية أجب عن (A) أو (B) فقط.

عند إجابتك عن أسئلة الاختيار من متعدد إن وجدت:

ظلل الدائرة ذات الرمز الدال على الإجابة الصحيحة تظليلاً كاملاً لكل سؤال.

مثال: الإجابة الصحيحة (C) مثلاً

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)

الإجابة الصحيحة مثلاً

- في حالة ما إذا أجببت إجابة خطأ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة صحيحة تحسب الإجابة صحيحة.
 - وفي حالة ما إذا أجببت إجابة صحيحة ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة خطأ تحسب الإجابة خطأ.
- ملحوظة :

في حالة الأسئلة الموضوعية (الاختيار من متعدد) إذا تم التظليل على أكثر من رمز أو تم تكرار الإجابة ؛ تعتبر الإجابة خطأ.

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة.

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح

١ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{2x} - 1}{x} = \dots\dots\dots$

Ⓐ a^2

Ⓑ $2a$

Ⓒ $2 \ln a$

Ⓓ $2 \ln a^2$

$\dots\dots\dots = \frac{١ - س^٢}{س}$ نها س صفر

Ⓐ ٢٢

Ⓑ ٢٢

Ⓒ ٢ لو هـ

Ⓓ ٢ لو هـ

2) If $y = (e^{-x} \ln x)$, then $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$

(a) $e^{-x} \left(\frac{1}{x} - \ln x \right)$

(b) $e^x \left(\frac{1}{x} - \ln x \right)$

(c) $\frac{e^{-x}}{x} - \ln x$

(d) $e^{-x} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right)$

إذا كانت $v = (e^{-x} \ln x)$

فإن $\frac{dv}{dx} = \dots\dots\dots$

(أ) $e^{-x} \left(\frac{1}{x} - \ln x \right)$

(ب) $e^x \left(\frac{1}{x} - \ln x \right)$

(ج) $\frac{e^{-x}}{x} - \ln x$

(د) $e^{-x} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right)$

3 Find the equation of the tangent to the curve:

$$y = 3x^2 - \ln x$$

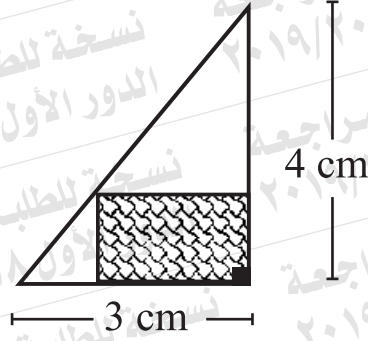
at the point (1, 3) on it.

أوجد: معادلة المماس للمنحنى

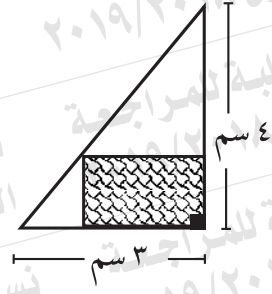
$$y = 3x^2 - \ln x$$

عند النقطة (1, 3) عليه.

- 4 Determine the dimensions of the rectangle of largest area that can be inscribed in the right triangle shown in the figure .



أوجد: أبعاد المستطيل المرسوم داخل المثلث الموضح بالشكل بحيث تكون مساحته أكبر ما يمكن .



5 The volume of the solid generated by revolving the region enclosed by the curve $y = 2x^2$ and the line $y = 8x$ a complete revolution about the x -axis is equal to

(a) $\pi \int_0^8 (8x - 2x^2)^2 dx$

(b) $\pi \int_0^4 (8x - 2x^2)^2 dx$

(c) $\pi \int_0^4 (64x^2 - 4x^4) dx$

(d) $\pi \int_0^4 (4x^4 - 64x^2) dx$

حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين المنحنى $y = 2x^2$ ، والمستقيم $y = 8x$ ص ٨ = ص ٢، دورة كاملة حول محور السينات يساوي

(أ) $\int_0^8 \pi (8x - 2x^2)^2 dx$

(ب) $\int_0^4 \pi (8x - 2x^2)^2 dx$

(ج) $\int_0^4 \pi (64x^2 - 4x^4) dx$

(د) $\int_0^4 \pi (4x^4 - 64x^2) dx$

6) The area of the region bounded by the curve

$y = x^3$ and the straight lines:

$y = 0$ and $x = 2$

equals unit of area.

(a) 8

(b) 4

(c) 2

(d) 1

مساحة المنطقة المحصورة

بين المنحى $y = x^3$ ،

والمستقيمان $y = 0$ ، $x = 2$

تساوي وحدة مساحة .

(ب) ٤

(أ) ٨

(د) ١

(ج) ٢

7) Answer only one of the following two question:

A) Use integration by parts to find:

$$\int x^3 \sqrt{4 - x^2} dx$$

B) Find $\int \sin^3 x dx$

أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(أ) استخدم التكامل بالتجزئ لإيجاد:

$$\int x^3 \sqrt{4 - x^2} dx$$

(ب) أوجد: $\int \sin^3 x dx$

8 The function $f(x) = x^4 - 4x^2$ has

- (a) one local minimum value and two local maximum values.
- (b) one local minimum value and one local maximum value.
- (c) two local minimum values and no local maximum values.
- (d) two local minimum values and one local maximum value.

الدالة $f(x) = x^4 - 4x^2$ لها

- (أ) قيمة صغرى محلية وقيمتان عظمى محلية.
- (ب) قيمة صغرى محلية وقيمة عظمى محلية.
- (ج) قيمتان صغرى محلية وليس لها قيم عظمى محلية.
- (د) قيمتان صغرى محلية وقيمة عظمى محلية.

٩) Let f be the function, defined by :

$$f(x) = \frac{x}{\ln x}, \text{ then the absolute minimum}$$

value of f is

(a) e

(b) $\frac{1}{e}$

(c) $\ln e$

(d) $-e$

إذا كانت f دالة حيث :

$f(x) = \frac{x}{\ln x}$ فإن القيمة الصغرى

المطلقة للدالة f تساوي

(أ) e

(ب) $\frac{1}{e}$

(ج) $\ln e$

(د) $-e$

10 Answer only one of the following two question:

(A) Find the values of a and b such that the curve of the function $y = x^3 + a x^2 + b x$ has an inflection point at $(3, -9)$, then determine the local maximum and local minimum values of the function.

(B) Find the absolute extrema values of the function f , where $f(x) = 2x^2 e^x$, $x \in [-3, 1]$

أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط:

(أ) أوجد: قيم كل من a ، b إذا كان لمنحنى الدالة $y = x^3 + a x^2 + b x$ نقطة انقلاب عند النقطة $(3, -9)$ ، ثم عيّن القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة.

(ب) أوجد: القيم القصوى المطلقة للدالة f حيث:

$f(x) = 2x^2 e^x$ ،
 $x \in [-3, 1]$

١١ $\int \frac{\ln x^3}{\ln x} dx = \dots\dots\dots$

(a) $3x + c$

(c) $\frac{3}{x} + c$

(b) $\frac{x}{3} + c$

(d) $3x^2 + c$

$\dots\dots\dots = \int \frac{\text{لوس}^3}{\text{لوس}} \text{م}^3$

(ب) $\frac{س}{٣} + \text{ث}$

(د) $٣س^٢ + \text{ث}$

(أ) $٣س + \text{ث}$

(ج) $\frac{٣}{س} + \text{ث}$

12) Let f be the function given by:

$$f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2}, \text{ then the function } f$$

is decreasing in

- (a) $]-\infty, -1[$ only
 (b) $]-1, 0[$ and $]1, \infty[$
 (c) $]0, 1[$ only
 (d) $]-\infty, -1[$ and $]0, 1[$

إذا كانت d دالة حيث:

$$d(s) = \frac{s^4 + 1}{s^2}$$

فإن الدالة تكون تناقصية في

- (أ) $]-\infty, -1[$ فقط
 (ب) $]-1, 0[$ ، $]1, \infty[$ صفر
 (ج) $]0, 1[$ صفر فقط
 (د) $]-\infty, -1[$ ، $]1, \infty[$ صفر

(13) If the slope of the tangent to a curve at any points (x, y) on it is $(a \csc^2 x)$, where a is constant, find the equation of this curve given that the curve passes through the two points $(\frac{\pi}{4}, 5), (\frac{3\pi}{4}, 1)$.

إذا كان ميل المماس لمنحنى عند أي نقطة عليه $(a \csc^2 x)$ ، حيث a ثابت يساوي $(a \csc^2 x)$ ، حيث a ثابت أوجد معادلة المنحنى إذا علم أنه يمر بالنقطتين $(\frac{\pi}{4}, 5), (\frac{3\pi}{4}, 1)$.

14 Find $\int_0^6 |x - 4| dx$ (write your steps)

أوجد: $\int_0^6 |x - 4| dx$

(اكتب خطوات الحل)

(15) If $y = \sec^n x$,

then $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$

(a) $n \sec^{n-1} x \tan x$

(b) $ny \tan x$

(c) $ny \cot x$

(d) ny

إذا كانت $y = \sec^n x$ ص

فإن $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$

(أ) $n \sec^{n-1} x \tan x$

(ب) $ny \tan x$

(ج) $ny \cot x$

(د) ny

16 The slope of the tangent to the curve:

$$\cos(\sqrt{\pi y}) = 3x + 1 \text{ at the point}$$

$$\left(\frac{-1}{3}, \frac{\pi}{4}\right), \text{ equals } \dots\dots\dots$$

(a) $\frac{-3\pi}{4}$

(b) 0

(c) 3

(d) -3

ميل المماس للمنحنى

$$\text{جنا } (\sqrt{\pi} \text{ ص}) = 3\text{س} + 1$$

$$\text{عند النقطة } \left(\frac{-1}{3}, \frac{\pi}{4}\right)$$

يساوي

(ب) صفر

(أ) $\frac{\pi 3 -}{4}$

(د) -3

(ج) 3

(17) As a spherical raindrop falls, it reaches a layer of dry air and begins to evaporate at a rate that is proportional to its surface area ($A = 4\pi r^2$). Show that the radius of the raindrop decreases at a constant rate.

تسقط قطرة مطر كروية وتصل إلى طبقة هواء جاف وتبدأ في التبخر بمعدل يتناسب مع مساحة سطحها ($\pi \epsilon = \text{نق}^2$)
أثبت: أن نصف قطر قطرة المطر يتناقص بمعدل ثابت.

18 If $y = \frac{10 - \cos x}{x}$, prove that:

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} = \cos x$$

إذا كانت $y = \frac{10 - \cos x}{x}$

$$\text{أثبت أن: } x \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} = \cos x$$