



## تعليمات مهمة

- ١ - عدد أسئلة كراسة الامتحان (١٨) سؤالاً.
  - ٢ - عدد صفحات كراسة الامتحان (٢٨) صفحة.
  - ٣ - تأكد من ترقيم الأسئلة، ومن عدد صفحات كراسة الامتحان، فهي مسئوليتك.
  - ٤ - زمن الاختبار (ساعتان).
  - ٥ - الدرجة الكلية للاختبار (٣٠) درجة.
- عزيزي الطالب .. اقرأ هذه التعليمات بعناية :
- اقرأ التعليمات جيداً سواء في مقدمة كراسة الامتحان أو مقدمة الأسئلة، وفي ضوئها أجب عن الأسئلة.
- اقرأ السؤال بعناية، وفكر فيه جيداً قبل البدء في إجابته.
- إن الأسئلة مترجمة للإيضاح ، والمطلوب الإجابة بلغة واحدة فقط عن كل سؤال.
- استخدم القلم الجاف الأزرق للإجابة ، والقلم الرصاص في الرسومات، ولا تستخدم مزيل الكتابة.
- عند إجابتك للأسئلة المقالية، أجب في المساحة المخصصة للإجابة، وفي حالة الحاجة لمساحة أخرى يمكن استكمال الإجابة في صفحات المسودة مع الإشارة إليها ، وإن إجابتك بأكثر من إجابة سوف يتم تقديرها.
- مثال:

- ٦ عند إجابتك عن الأسئلة المقالية الاختيارية أجب عن (A) أو (B) فقط.
  - ٧ عند إجابتك عن أسئلة الاختيار من متعدد إن وجدت:
- ظلل الدائرة ذات الرمز الدال على الإجابة الصحيحة تظليلاً كاملاً لكل سؤال.
- مثال: الإجابة الصحيحة (C) مثلاً

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)

الإجابة الصحيحة مثلاً

- في حالة ما إذا أجببت إجابة خطأ، ثم قمت بالشطب وأجببت إجابة صحيحة تحسب الإجابة صحيحة.
  - وفي حالة ما إذا أجببت إجابة صحيحة ، ثم قمت بالشطب وأجببت إجابة خطأ تحسب الإجابة خطأ.
- ملحوظة :

في حالة الأسئلة الموضوعية (الاختيار من متعدد) إذا تم التظليل على أكثر من رمز أو تم تكرار الإجابة ؛ تعتبر الإجابة خطأ.

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة.

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح

① If  $y = \sec^n x$ ,

then  $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$

Ⓐ  $n \sec^{n-1} x \tan x$

Ⓑ  $ny \tan x$

Ⓒ  $ny \cot x$

Ⓓ  $ny$

إذا كانت  $y = \sec^n x$

فإن  $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$

Ⓐ  $n \sec^{n-1} x \tan x$

Ⓑ  $ny \tan x$

Ⓒ  $ny \cot x$

Ⓓ  $ny$

② The slope of the tangent to the curve:

$$\cos(\sqrt{\pi y}) = 3x + 1 \text{ at the point}$$

$$\left(\frac{-1}{3}, \frac{\pi}{4}\right), \text{ equals } \dots\dots\dots$$

Ⓐ  $\frac{-3\pi}{4}$

Ⓑ 0

Ⓒ 3

Ⓓ -3

ميل المماس للمنحنى

$$\text{جنا } (\sqrt{\pi} \text{ ص}) = 3\text{س} + 1$$

$$\text{عند النقطة } \left(\frac{-1}{3}, \frac{\pi}{4}\right)$$

يساوي .....

Ⓐ  $\frac{\pi 3 -}{4}$

Ⓑ 3 -



3 As a spherical raindrop falls, it reaches a layer of dry air and begins to evaporate at a rate that is proportional to its surface area ( $A = 4\pi r^2$ ). Show that the radius of the raindrop decreases at a constant rate.

تسقط قطرة مطر كروية وتصل إلى طبقة هواء جاف وتبدأ في التبخر بمعدل يتناسب مع مساحة سطحها ( $\dot{m} = \pi \epsilon r^2$ ). أثبت: أن نصف قطر قطرة المطر يتناقص بمعدل ثابت.

4 If  $y = \frac{10 - \cos x}{x}$ , prove that:

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} = \cos x$$

إذا كانت  $y = \frac{10 - \cos x}{x}$

أثبت أن:

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} = \cos x$$

٥  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{2x} - 1}{x} = \dots\dots\dots$

Ⓐ  $a^2$

Ⓑ  $2a$

Ⓒ  $2 \ln a$

Ⓓ  $2 \ln a^2$

$\dots\dots\dots = \frac{١ - س^٢}{س}$  نها س صفر

Ⓐ  $٢٢$

Ⓑ  $٢٢$

Ⓒ  $٢$  لو هـ

Ⓓ  $٢$  لو هـ

6) If  $y = (e^{-x} \ln x)$ , then  $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$

(a)  $e^{-x} \left( \frac{1}{x} - \ln x \right)$

(b)  $e^x \left( \frac{1}{x} - \ln x \right)$

(c)  $\frac{e^{-x}}{x} - \ln x$

(d)  $e^{-x} \left( \frac{1}{x} + \ln x \right)$

إذا كانت  $v = (e^{-x} \ln x)$

فإن  $\frac{dv}{dx} = \dots\dots\dots$

(أ)  $e^{-x} \left( \frac{1}{x} - \ln x \right)$

(ب)  $e^x \left( \frac{1}{x} - \ln x \right)$

(ج)  $\frac{e^{-x}}{x} - \ln x$

(د)  $e^{-x} \left( \frac{1}{x} + \ln x \right)$



7 Find the equation of the tangent to the curve:

$$y = 3x^2 - \ln x$$

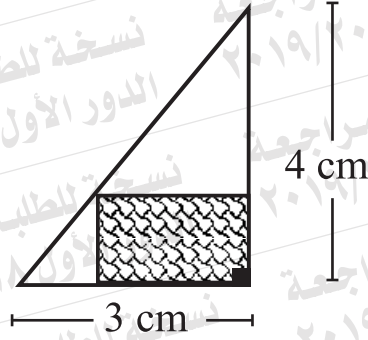
at the point (1, 3) on it.

أوجد: معادلة المماس للمنحنى

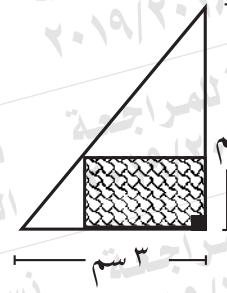
$$y = 3x^2 - \ln x$$

عند النقطة (1, 3) عليه.

- 8 Determine the dimensions of the rectangle of largest area that can be inscribed in the right triangle shown in the figure .



أوجد: أبعاد المستطيل المرسوم داخل المثلث الموضح بالشكل بحيث تكون مساحته أكبر ما يمكن .



٩  $\int \frac{\ln x^3}{\ln x} dx = \dots\dots\dots$

Ⓐ  $3x + c$

Ⓒ  $\frac{3}{x} + c$

Ⓑ  $\frac{x}{3} + c$

Ⓓ  $3x^2 + c$

$\dots\dots\dots = \int \frac{\text{لوس}^3}{\text{لوس}} \text{م}^3$

Ⓐ  $3x + c$

Ⓒ  $3x^2 + c$

Ⓑ  $\frac{x}{3} + c$

Ⓓ  $\frac{3}{x} + c$

10 Let  $f$  be the function given by:

$$f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2}, \text{ then the function } f$$

is decreasing in .....

- (a)  $]-\infty, -1[$  only  
 (b)  $]-1, 0[$  and  $]1, \infty[$   
 (c)  $]0, 1[$  only  
 (d)  $]-\infty, -1[$  and  $]0, 1[$

إذا كانت د دالة حيث:

$$f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2} = (س) د$$

فإن الدالة تكون تناقصية في .....

- (أ)  $]-\infty, -1[$  فقط  
 (ب)  $]-1, 0[$  ،  $]1, \infty[$  صفر  
 (ج)  $]0, 1[$  صفر فقط  
 (د)  $]-\infty, -1[$  ،  $]0, 1[$  صفر



11 If the slope of the tangent to a curve at any points  $(x, y)$  on it is  $(a \csc^2 x)$ , where  $a$  is constant, find the equation of this curve given that the curve passes through the two points

$$\left(\frac{\pi}{4}, 5\right), \left(\frac{3\pi}{4}, 1\right).$$

إذا كان ميل المماس لمنحنى عند أي

نقطة عليه  $(s, c)$  ص

يساوي  $(a \csc^2 s)$  حيث  $a$  ثابت

أوجد: معادلة المنحنى إذا علم أنه يمر

$$\text{بالنقطتين } \left(1, \frac{\pi}{4}\right), \left(5, \frac{3\pi}{4}\right)$$

12 Find  $\int_0^6 |x - 4| dx$  (write your steps)

أوجد:  $\int_0^6 |x - 4| dx$   
(اكتب خطوات الحل)

13 The function  $f(x) = x^4 - 4x^2$  has .....

- (a) one local minimum value and two local maximum values.
- (b) one local minimum value and one local maximum value.
- (c) two local minimum values and no local maximum values.
- (d) two local minimum values and one local maximum value.

الدالة  $f(x) = x^4 - 4x^2$  لها .....

- (أ) قيمة صغرى محلية وقيمتان عظمى محلية.
- (ب) قيمة صغرى محلية وقيمة عظمى محلية.
- (ج) قيمتان صغرى محلية وليس لها قيم عظمى محلية.
- (د) قيمتان صغرى محلية وقيمة عظمى محلية.

14) Let  $f$  be the function, defined by :

$f(x) = \frac{x}{\ln x}$ , then the absolute minimum value of  $f$  is .....

(a)  $e$

(c)  $\ln e$

(b)  $\frac{1}{e}$

(d)  $-e$

إذا كانت  $f$  دالة حيث :

$f(x) = \frac{x}{\ln x}$  فإن القيمة الصغرى المطلقة للدالة  $f$  تساوي .....

(أ)  $e$

(ب)  $\frac{1}{e}$

(ج)  $\ln e$



15) Answer only one of the following two question:

(A) Find the values of  $a$  and  $b$  such that the curve of the function  $y = x^3 + a x^2 + b x$  has an inflection point at  $(3, -9)$ , then determine the local maximum and local minimum values of the function.

(B) Find the absolute extrema values of the function  $f$ , where  $f(x) = 2x^2 e^x$ ,  $x \in [-3, 1]$

أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط:

(أ) أوجد: قيم كل من  $a$  ،  $b$  إذا كان لمنحنى الدالة  $y = x^3 + a x^2 + b x$  نقطة انقلاب عند النقطة  $(3, -9)$ ، ثم عيّن القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة.

(ب) أوجد: القيم القصوى المطلقة للدالة  $f$  حيث:

$f(x) = 2x^2 e^x$  ،  $x \in [-3, 1]$



16 The volume of the solid generated by revolving the region enclosed by the curve  $y = 2x^2$  and the line  $y = 8x$  a complete revolution about the  $x$ -axis is equal to .....

(a)  $\pi \int_0^8 (8x - 2x^2)^2 dx$

(b)  $\pi \int_0^4 (8x - 2x^2)^2 dx$

(c)  $\pi \int_0^4 (64x^2 - 4x^4) dx$

(d)  $\pi \int_0^4 (4x^4 - 64x^2) dx$

حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين المنحنى  $y = 2x^2$ ، والمستقيم  $y = 8x$  ص ٨ = ص ٢، دورة كاملة حول محور السينات يساوي .....

(أ)  $\int_0^8 \pi (8x - 2x^2)^2 dx$

(ب)  $\int_0^4 \pi (8x - 2x^2)^2 dx$

(ج)  $\int_0^4 \pi (64x^2 - 4x^4) dx$

(د)  $\int_0^4 \pi (4x^4 - 64x^2) dx$

17) The area of the region bounded by the curve

$y = x^3$  and the straight lines:

$y = 0$  and  $x = 2$

equals ..... unit of area.

(a) 8

(b) 4

(c) 2

(d) 1

مساحة المنطقة المحصورة

بين المنحنى  $y = x^3$ ،

والمستقيمان  $y = 0$ ،  $x = 2$

تساوي ..... وحدة مساحة.

(ب) ٤

(أ) ٨

(د) ١

(ج) ٢



18) Answer only one of the following two question:

A) Use integration by parts to find:

$$\int x^3 \sqrt{4 - x^2} dx$$

B) Find  $\int \sin^3 x dx$

أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(أ) استخدم التكامل بالتجزئ لإيجاد:

$$\int x^3 \sqrt{4 - x^2} dx$$

(ب) أوجد:  $\int \sin^3 x dx$

