# الأمتحان الثاني

# التفاضل والتكامل

## (باللغة الإنجليزية)

### نموذج أسئلة

### (النموذج «أ»)

# تعليمات مهمة

- عدد أسئلة كراسة الامتحان (١٨) سؤالاً.
- عدد صفحات كراسة الامتحان (٢٨) صفحة.
- تأكد من ترقيم الأسئلة، ومن عدد صفحات كراسة الامتحان، فهي مسئوليتك.
- زمن الاختبار **(ساعتان)**.
- الدرجة الكلية للاختبار (٣٠) درجة.

**عزيزي الطالب .. اقرأ هذه التعليمات بعناية :**

١ اقرأ التعليمات جيدًا سواء في مقدمة كراسة الامتحان أو مقدمة الأسئلة، وفي ضوئها أجب عن الأسئلة.

٢ اقرأ السؤال بعناية، وفكر فيه جيداً قبل البدء في إجابته.

٣ **إن الأسئلة مترجمة للإيضاح ، والمطلوب الإجابة بلغة واحدة فقط عن كل سؤال.**

٤ استخدم القلم الجاف الأزرق للإجابة ، والقلم الرصاص في الرسومات، وعدم استخدام مزيل الكتابة .
عند إجابتك للأسـئلة المقالية، أجب في المســاحة المخصصة للإجابة وفي حالة الحاجة لمساحة أخرى يمكن اســتكمال الإجابة في صفحات المسودة مع الإشــارة إليها ، وإن إجابتك بأكثر من إجابة سوف يتم تقديرها .

**مثال:**

..................................................................................

..................................................................................

..................................................................................

٥ عند إجابتك عن الأسئلة المقالية الاختيارية أجب عن **(A) أو (B) فقط.**

٦ **عند إجابتك عن أسئلة الاختيار من متعدد إن وجدت:**

ظلل الدائرة ذات الرمز الدال على الإجابة الصحيحة تظليلاً كاملاً لكل سؤال.

**مثال: الإجابة الصحيحة (C) مثلاً**

| | |
|---|---|
| ⓐ ⓑ ● ⓓ | **الإجابة الصحيحة مثلاً** |

- في حالة ما إذا أجبت إجابة خطأ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة صحيحة تحسب الإجابة صحيحة.
- وفي حالة ما إذا أجبت إجابة صحيحة ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة خطأ تحسب الإجابة خطأ.

**ملحوظة :**

**في حالة الأسئلة الموضوعية (الاختيار من متعدد) إذا تم التظليل على أكثر من رمز أو تم تكرار الإجابة ؛ تعتبر الإجابة خطأ.**

٧ يسمح باستخدام الآلة الحاسبة.

**1**

The curve of the function $f: f(x) = x^3 - 6x^2$ has an inflection point at the point: .........

(a) (0 , 0)

(b) (4 , -32)

(c) (-2 , -32)

(d) (2 , -16)

منحنى الدالة د حيث
د (س) = س٣ - ٦ س٢ يكون له نقطة انقلاب عند النقطة: ...............

(أ) (٠ ، ٠).

(ب) (٤ ، -٣٢).

(جـ) (-٢ ، -٣٢).

(د) (٢ ، -١٦).

**2**

If $y = \frac{\sec x}{1+\sec x}$ ,then $\frac{dy}{dx}$ = ………………

ⓐ $\frac{2\sec x \tan x}{(1+\sec x)^2}$

ⓑ $\frac{\sec x \tan x}{(1+\sec x)^2}$

ⓒ $\frac{2\sec^2 x \tan x}{(1+\sec x)^2}$

ⓓ $\frac{\sec^2 x \tan x}{(1+\sec x)^2}$

إذا كانت ص = $\frac{\text{قا س}}{\text{١ + قا س}}$ فإن $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ =............

(أ) $\frac{\text{٢ قا س ظا س}}{(\text{١ + قا س})^{٢}}$

(ب) $\frac{\text{قا س ظا س}}{(\text{١ + قا س})^{٢}}$

(جـ) $\frac{\text{٢ قا}^{٢}\text{س ظا س}}{(\text{١ + قا س})^{٢}}$

(د) $\frac{\text{قا}^{٢}\text{س ظا س}}{(\text{١ + قا س})^{٢}}$

**3**

Find the equations of the tangent and the normal to the curve :
$x = sin\ \theta, y = tan\ \theta\ sin\ \theta$ at $\theta = \frac{\pi}{4}$

أوجد معادلتي المماس والعمودي للمنحنى س = جا θ، ص = ظا θ جا θ عند θ = $\frac{\pi}{٤}$

**4** Find the area of the region bounded by the curve $y = 4 - x^2$ and the straight line $y = 2 - x$

أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى ص = ٤ - س٢ والمستقيم ص = ٢ - س

**5**

If $x = csc^2\theta + 1$ , $y = cot\ \theta$, then $\frac{dy}{dx}$ =.........

ⓐ $2\ tan\ \theta$ ⓑ $2\ cot\ \theta$

ⓒ $\frac{1}{2}\ cot\ \theta$ ⓓ $\frac{1}{2}\ tan\ \theta$

إذا كان س = قتا$^٢$ θ + ١ ،

ص = ظتا θ فإن $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ........

(أ) ٢ ظا θ (ب) ٢ ظتا θ

(جـ) $\frac{١}{٢}$ ظتا θ (د) $\frac{١}{٢}$ ظا θ

**6** A point moves on the $x - axis$ such that its velocity at any time $t$ is given by the relation : $v = \frac{\ln t}{t}$, then the value of $t$ in which $v$ has its maximum value is ………………

ⓐ 1 ⓑ $e^{\frac{1}{2}}$

ⓒ $e$ ⓓ $e^{\frac{3}{2}}$

تتحرك نقطة على محور السينات بحيث كانت سرعتها عند زمن ں تعطي بالعلاقة ع = $\frac{\text{لوهـ ں}}{\text{ں}}$ .
فإن قيمة ں التى عندها تحقق ع قيمتها العظمى هي …………

(أ) ١ (ب) هـ$^{\frac{١}{٢}}$

(جـ) هـ (د) هـ$^{\frac{٣}{٢}}$

**7**

If $xy = sin\ ax$ such that $a$ is constant ,
Prove that : $x\ \frac{d^2y}{dx^2} + \ 2\ \frac{dy}{dx} + a^2xy = 0$

إذا كان س ص = جا م س فأثبت أن:
س $\frac{\text{ء}^{٢}\text{ص}}{\text{ء س}^{٢}}$ + ٢ $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}}$ + م^٢ س ص = ٠
حيث م ثابت

**8**

Find the volume of the solid generated by revolving the region bounded by the curve $y = \sqrt{x}$, the $x - axis$ and the straight line $x = 9$ a complete revolution about the $x - axis$ .

أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى
ص = $\sqrt{\text{س}}$
ومحور السينات والمستقيم س = ٩
دورة كاملة حول محور السينات.

**9**

$\lim_{x\to 0} \frac{9^x - 1}{2x} = \ldots\ldots\ldots$

(a) $ln\,9$ (b) $ln\frac{9}{2}$

(c) $ln\,3$ (d) $\frac{9}{2}$

نهـــا$_{س\leftarrow 0}$ $\frac{٩^{س} - ١}{٢ س}$ = ........

(أ) لوهـ ٩ (ب) لوهـ $\frac{٩}{٢}$

(جـ) لوهـ ٣ (د) $\frac{٩}{٢}$

**10** The function $f : f(x) = x^3 + 3x - 5$ is increasing for each $x \in$ ..........

ⓐ $R - \{-1\}$ ⓑ $R$

ⓒ $R^+$ ⓓ $R^-$

الدالة د: د (س) = س٣ + ٣ س - ٥ تكون متزايدة لكل س ∋ ..........

Ⓐ ع - {-١} Ⓑ ع

Ⓒ ع+ Ⓓ ع−

**11** If $cos\,(\pi\, y) + 2x + y^2 = 2$ , $\frac{dx}{dt} = \frac{-\pi}{2}$ , $y = 1$ , find $\frac{dy}{dt}$

إذا كان

جتا ($\pi$ ص) + ٢ س + ص$^{٢}$ = ٢،

$\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ = $\frac{-\pi}{٢}$، ص = ١فأوجد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءن}}$

**12** Find the possible maximum area for the isosceles triangle whose perimeter equals 24 cm

أوجد أكبر مساحة ممكنة لمثلث متساوي الساقين محيطه ٢٤ سم.

**13**

If $y = x^{\sin x}$ , then $\frac{dy}{dx} = ..............$

ⓐ $x^{\sin x}\left(\frac{\sin x}{x} + \cos x \ \ln x\right)$

ⓑ $x^{\sin x}\ (\sin x + \cos x)$

ⓒ $x^{\sin x}\left(\frac{1}{x} + \ln x\right)$

ⓓ $x^{\sin x}\ (\sin x + \cos x \ \ \ln x)$

إذا كان ص = س$^{\text{جا س}}$ فإن $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = .....

(أ) س$^{\text{جا س}}$ $\left[\frac{\text{جا س}}{\text{س}}\right.$ + جتا س لوهـ س$\left.\right]$

(ب) س$^{\text{جا س}}$ [جا س+جتا س]

(جـ) س$^{\text{جا س}}$ $\left[\frac{\text{١}}{\text{س}}\right.$ + لوهـ س$\left.\right]$

(د) س$^{\text{جا س}}$ [جا س +جتا س لوهـ س]

**14**

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x}\, dx = \ .......$

ⓐ $\ln\sqrt{2}$ ⓑ $\ln\sqrt{3}$

ⓒ $\ln\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⓓ $\log\frac{\pi}{4}$

$\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جتا س}}{\text{جا س}}$ ء س = .............

(أ) لوهـ $\sqrt{٢}$ (ب) لوهـ $\sqrt{٣}$

(جـ) لوهـ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) لو $\frac{\pi}{٤}$

**15** **Answer one of the following items :**

**(A)** Find the local maximum values, the local minimum values and the inflection point (if exists ) of the function $f: f(x) = x^3 - 12x + 12$

**(B)** Prove that the measure of the inclination angle of the tangent to the curve of the function $f$: $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$ at the inflection point of its curve with the positive direction of the $x$ - axis equals $\frac{\pi}{4}$

أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين:

(أ) أوجد القيم العظمى المحلية والصغرى المحلية ونقط الانقلاب «إن وجدت» للدالة د حيث د(س) = س^٣ - ١٢ س + ١٢

(ب) أثبت أن قياس زاوية ميل المماس لمنحنى الدالة د: د(س) = $\frac{\text{س}}{\text{١ - س}^{٢}}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند نقطة الانقلاب لمنحنى الدالة يساوى $\frac{\pi}{٤}$

**16** $\int (1+\ tan^2\ \theta\ )\ d\theta = \ldots\ldots\ldots$

ⓐ $sec^2\ \theta + c$

ⓑ $tan\ \theta + c$

ⓒ $tan^2\ \theta + c$

ⓓ $sec\ \theta\ tan\theta + c$

∫(١ + ظا$^{٢}$θ) ء θ = ............

أ) قا$^{٢}$θ + ث

ب) ظا θ + ث

جـ) ظا$^{٢}$θ + ث

د) قا θ ظا θ + ث

**17** If the curve of the function $y = f(x)$ passes through the point $(0\ ,\ \frac{3}{2})$ and $\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{e^{x^2}}$ and $f(x) > 0$ for all values of $x$, then $f(x) =$ ..............

ⓐ $\frac{1}{2}\,e^{x^2} + 2$ ⓑ $\frac{1}{2\,e^{x^2}} + 2$

ⓒ $\frac{1}{2}\,e^{x^2} + 1$ ⓓ $\frac{1}{2\,e^{x^2}} + 1$

إذا كان منحنى الدالة
ص = د (س) يمر بالنقطة ( ٠ ، $\frac{٣}{٢}$ )
وكان $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{-\text{س}}{\text{هـ}^{\text{س}^{٢}}}$
وكانت د (س) > ٠ لجميع قيم س
فإن د (س) = .........

(أ) $\frac{١}{٢}$ هـ$^{\text{س}^{٢}}$+٢ (ب) $\frac{١}{٢\,\text{هـ}^{\text{س}^{٢}}}$+٢

(جـ) $\frac{١}{٢}$ هـ$^{\text{س}^{٢}}$+١ (د) $\frac{١}{٢\,\text{هـ}^{\text{س}^{٢}}}$+١

**18** **Answer one of the following items :**

**(A)** Find : $\int x^2 \ (x+1)^8 \ dx$

**(B)** Find : $\int x^3 \ e^{x^2} \ dx$

أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين:

(أ) أوجد $\int$ س$^{٢}$ (س + ١)$^{٨}$ ءس

(ب) أوجد $\int$ س$^{٣}$ هـ$^{س^{٢}}$ ءس