المشتقات :- الجزء الأول :- باستخدام النهايات .

ميل المماس $\quad f'(x) \quad , \quad \frac{dy}{dx}$

السرعة اللحظية

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad ①$$

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

مثال :- باستخدام النهايات اوجد $f'(2)$

$$f(x) = x^2 - 3x + 1$$

$$f'(2) = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

$$f(2+h) = (2+h)^2 - 3(2+h) + 1$$
$$= 4 + 4h + h^2 - 6 - 3h + 1$$
$$= h^2 + h - 1$$

$$f(2) = (2)^2 - 3(2) + 1 = -1$$

$$f'(2) = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

$$= \lim \quad h^2 + h \cancel{-1} \cancel{-(-1)}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h^2 + h \cancel{-1} \cancel{-(-1)}}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}(h+1)}{\cancel{h}} = 1$$

ميل المماس للمنحنى $f(x)$ عند $x=2$:

السرعة اللحظية لجسم يتحرك على المنحنى عند $x=2$:

معادلة المماس لمنحنى الدالة tangent line

① نحدد النقطة (x_1, y_1)

② ميل المماس عند النقطة .

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - 3x + 1$ عند $x = 2$

$$f(2) = (2)^2 - 3(2) + 1 = -1$$

النقطة $(2, -1)$

الميل $m = 1$

معادلة المماس $y - (-1) = 1(x - 2)$

$$y + 1 = x - 2 \Rightarrow \boxed{y = x - 3}$$

باستخدام التعريف أوجد $f'(2)$ إذا كان

$$f(x) = \frac{2}{x+2}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

① $f(2+h) = \dfrac{2}{2+h+2} = \dfrac{2}{h+4}$

② $f(2) = \dfrac{2}{2+2} = \dfrac{1}{2}$

$$\lim_{h \to 0} \frac{\frac{2}{h+4} - \frac{1}{2}}{h}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{4 - 1(h+4)}{(h+4)2} \div \frac{h}{1}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{\cancel{4} - \overset{-1}{\cancel{h}} - \cancel{4}}{2(h+4)} \times \frac{1}{\cancel{h}} = \frac{-1}{8}$$

$$f'(2) = -\frac{1}{8}$$

$\frac{d}{dx}$

$$f(x) = \frac{2}{2+x}$$

$f'(2)$

shift

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{2}{2+x}\right)\Big|_{x=2} = -\frac{1}{8}$$

$f(x) = \frac{2}{2+x}$ اكتب معادلة المماس لمنحنى الاقتران

عند $x = 2$.

① النقطة $f(2) = \frac{2}{2+2} = \frac{1}{2}$

$(2, \frac{1}{2})$

P

② ميل المماس $= -\frac{1}{8}$

$$y - \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}(x - 2) \qquad \times 8$$

$$8y - 4 = -x + 2$$

$$8y + x - 6 = 0$$

السرعة المتوسطة

$$v_{av} = \frac{s(b) - s(a)}{b - a}$$

$$s(t) = t^2 - 2t + 1$$

بين $t=1$, $t=5$

$$v_{av} = \frac{S(5) - S(1)}{5-1}$$

$S(5) = 16$

$S(1) = 0$

$$v_{av} = \frac{16-0}{5-1} = \frac{16}{4} = 4$$

اوجد السرعة المتوسطة لجسم يتحرك وفقاً للمعادلة

$s(t) = -5t^2 + 36t$

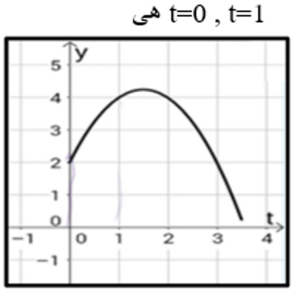
خلال ثلاث ثوان الأولى للحركه.

$t_1 = 0$ $\qquad$ $t_2 = 3$

$S(0) = 0$ $\qquad$ $S(3) = 63$

$$v_{av} = \frac{63-0}{3-0} = 21$$

5) الشكل التالى يوضح موضع جسم $s(t)$ جسم عند اى لحظة t بالثوانى فان السرعة المتوسطة المتجهة للجسم بين $t=0$, $t=1$ هى



$S(0) = 2$

$S(1) = 4$

$$v_{av} = \frac{S(1) - S(0)}{1-0} = \frac{4-2}{1} = 2$$

a) -2

b) 2

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{-1}{2}$

السؤال الثاني :اوجد متوسط معدل

التغير للدوال التالية في الفترات الموضحة

1) $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$, $[0,3]$

$f(3) = 2(3)^2 + 4(3) - 1 = 29$

$f(0) = -1$

$f_{av} = \dfrac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \dfrac{29 - -1}{3}$

$= 10$

قواعد الاشتقاق

ثابت

① $f(x) = c \longrightarrow f'(x) = 0$

② $f(x) = x^n \longrightarrow f'(x) = n x^{n-1}$

$f(x) = 5 \longrightarrow f'(x) = 0$

$f(x) = x^3 \longrightarrow f'(x) = 3x^2$

③ $f(x) = 2x^4 \Rightarrow f'(x) = 8x^3$

$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + x^{-2} + x^1 + \pi^2$

$$f(x) = 4x^{3} - 2x^{2} + x^{-2} + x + \pi$$

$$f'(x) = 12x^{2} - 4x - 2x^{-3} + 1 + 0$$

$$\left\{\begin{array}{l} f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \\ f(x) = \sqrt[5]{x^{2}} = x^{\frac{2}{5}} \\ f(x) = \sqrt[3]{x^{4}} = x^{\frac{4}{3}} \end{array}\right\}$$

$$f(x) = \frac{2}{x^{2}} = 2x^{-2}$$

$$f(x) = \frac{2}{x+1}$$ صعبة ليست !!

$$f(x) = \frac{2}{3x} = \frac{2}{3}x^{-1}$$

$$\frac{a^{x}}{a^{y}} = a^{x-y}$$

اخد [illegible]

اوجد المشتقة الأولى

① $f(x) = \dfrac{2x^3}{3x^4} = \dfrac{2}{3}x^{3-4} = \dfrac{2}{3}x^{-1}$

$f'(x) = -\dfrac{2}{3}x^{-2} = \dfrac{-2}{3x^2}$

② $g(x) = 3\sqrt{x} = 3x^{\frac{1}{2}}$

$g'(x) = \dfrac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{3}{2x^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{3}{2\sqrt{x}}$

$h(x) = \dfrac{3x^4 - 2x^3 - x + 1}{5x^2}$

$h(x) = \dfrac{3x^4}{5x^2} - \dfrac{2x^3}{5x^2} - \dfrac{x}{5x^2} + \dfrac{1}{5x^2}$

$h(x) = \dfrac{3}{5}x^2 - \dfrac{2}{5}x - \dfrac{1}{5}x^{-1} + \dfrac{1}{5}x^{-2}$

$h'(x) = \dfrac{6}{5}x - \dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{5}x^{-2} - \dfrac{2}{5}x^{-3}$

$$f(x) = 3h(x) + 2g(x) + 4x^2$$

$$f'(x) = 3h'(x) + 2g'(x) + 8x$$

x	$h(x)$	$h'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
1	5	−2	−1	4

Find $f'(1)$ *for the following.*

1) $f(x) = 5h(x) + 4g(x)$

$$f'(x) = 5h'(x) + 4g'(x)$$

$$f'(1) = 5h'(1) + 4g'(1)$$

$$f'(1) = 5\times -2 + 4\times 4 = 6$$

2) $f(x) = 2x^2 + 4g(x)$

$$f'(x) = 4x + 4g'(x)$$

$$f'(1) = 4(1) + 4g'(1)$$

$$= 4 + 4\times 4 = \boxed{20}$$

product Rule استخدام قاعدة الضرب

$$\left(\begin{matrix} \times & + \\ \div & - \end{matrix}\right)$$

$$f(x) = h(x) \cdot g(x)$$

$$h'(x) \oplus g'(x)$$

$$f'(x) = h'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot h(x)$$

ex

$f(x) = (2x^2+4x-1)(x^3+2x^2+x)$

$f'(2)$ اوجد

$f(x) = (2x^2+4x-1)(x^3+2x^2+x)$

$(4x+4) \quad + \quad (3x^2+4x)$

$f'(x) = (4x+4)(x^3+2x^2+x) + (3x^2+4x)(2x^2+4x-1)$

$f'(2) = (4(2)+4)(2^3+2(2)^2+2) + (3(2)^2+4(2))(2(2)^2+4(2)-1)$

x	$h(x)$	$h'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
1	5	-2	-1	4

Find *$f'(1)$ for the following.*

3) $f(x) = \boxed{x^2 h(x)}$

$x^2 \cdot h(x)$

$2x \quad + \quad h'(x)$

$f'(x) = 2x\,h(x) + x^2\,h'(x)$

$f'(1) = 2(1)\,h(1) + (1)^2\,h'(1)$

$= 2\times 5 + (-2) = 8$

4) $f(x) = \dfrac{3g(x)}{-2x^4}$

$f(x) = \dfrac{3g(x)}{-2x^4}$

$3g'(x)$

$-8x^3$

$f'(x) = \dfrac{3g'(x)\cdot(-2x^4) - (-8x^3)(3g(x))}{(-2x^4)^2}$

$$f(x) = \qquad (-2x^4)^2$$

قاعدة القسمة

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \qquad g'(x) \qquad h'(x)$$

$$f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - h'(x) \cdot g(x)}{\left(h(x)\right)^2}$$

ex

$$f(x) = \frac{2x^2+x}{3x+1} \qquad (4x+1) \qquad (3)$$

$$f'(x) = \frac{(4x+1)(3x+1) - 3(2x^2+x)}{(3x+1)^2}$$

x	$h(x)$	$h'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
0	2	1	4	−1
1	0	−3	5	−1

Find $f'(0)$ *and* $f'(1)$ *for the following*

1) $f(x) = h(x) - x.g(x)$

$1 + g'(x)$

$f'(x) = h'(x) - [g(x) + x g'(x)]$

$f'(0) = 1 - [4 + 0] = -3$

$f'(1) = -3 - [5 + 1(-1)] = -7$

2) $f(x) = \dfrac{4h(x)}{-2x + g(x)}$

$4h'(x)$

$(-)$

$-2 + g'(x)$

$$f'(x) = \frac{4h'(x)[-2+g(x)] - [-2+g'(x)](4h(x))}{(-2x+g(x))^2}$$

$$f'(1) = \frac{4(-3)[-2+5] - [-2+(-1)](4\times 0)}{(-2(1)+5)^2}$$

مع الطرد من / مع ١

• أطلق جسم ، قذف لاعب

صفر

① $s(0) = 0$ $t=0$ $s=0$

② $v(0) = v_0$ $t=0$ $v=v_0$

الوصول لأقصى ارتفاع . اذا كان

$v(t) = 0$

اذا كان الطول مع ارتفاع

$v(t)=0$

اذا كان الطعوم من ارتفاع

= اذا كان الطلاعوم من ارتفاع h .

$s(0)=h$ $t=0$ $s=h$

② سقط من

$s(0)=h$ $s=h$ $t=0$

$v(0)=0$ $v=0$ $v=0$

يصل الى سطح الارض .

$\boxed{s(t)=0}$

$s(t) \xrightarrow{\text{مشتقة}} v(t) \xrightarrow{\text{مشتقة}} a(t)$

دالة الموقع السرعة اللحظية العجلة التسارع

السؤال الثالث: اذا قام سباح بالقفز من على ارتفاع 192 قدم الى حوض سباحة اذا كان ارتفاع الشخص h يعطى بالعلاقة $h(t) = -16t^2 + 16t + 192$ حيث t هو الزمن بالثانية اوجد :

- معادلة تعبر عن السرعة اللحظية للسباح؟

$v(t) = h'(t) = -32t + 16$

- السرعة اللحظية للسباح بعد ثلاث ثوان من القفز.

$v(3) = -32(3) + 16 =$

- الزمن الذى يرتطم فية السباح بماء الحوض.

$s(t) = 0 = -16t^2 + 16t + 192$

$\boxed{t_1 = 4}$ $\quad t_2 = -3$ X

- سرعة السباح عندما يرتطم بسطح الماء

$v(t) = -32t + 16$

$v(4) = -32(4) + 16$

السؤال الثانى: من ارتفاع 6 امتار من سطح الارض اذا تم القاء كرة رأسيا الى الاعلى وكان موضع الكرة h عند اى لحظة t يعطى بالعلاقة التالية $s(t) = -16t^2 + 80t + 6$ اوجد :

- السرعة اللحظية للكرة عند اى زمن t .

$v(t) = -32t + 80$

- السرعة اللحظية للكرة عند الثانية الثالثة .

- زمن الوصول الى اقصى ارتفاع للكرة.

$v(t) = 0$ عندما

$-32t + 80 = 0 \quad t = \frac{80}{32} = \frac{5}{2}$

- اقصى ارتفاع وصلت الية الكرة.

$s(t) = -16t^2 + 80t + 6$

$s(\frac{5}{2}) = -16(\frac{5}{2})^2 + 80(\frac{5}{2}) + 6 = 106 \text{ m}$