نموذج إجابة مادة التفاضل والتكامل (باللغة الألمانية) لشهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة - الدور الأول - العام الدراسي ٢٠١٧/٢٠١٨

النموذج (د)

1-

(b) $\log_a b$ 1

2-

(c) 4 1

3-

$\boxed{a}\ \int x^3(x^2+1)^6\,dx$

Gesetzt, dass $y = x^2+1 \Rightarrow x^2 = y-1$

$\therefore 2x\,dx = dy \Rightarrow dx = \dfrac{dy}{2x}$ $\quad \frac{1}{2}$

$\therefore \int x^2 . x\,(x^2+1)^6 dx$ $\quad \frac{1}{2}$

$= \int (y-1) . x . y^6 . \dfrac{dy}{2x}$ $\quad \frac{1}{2}$

$= \int \left(\frac{1}{2} y^7 - \frac{1}{2} y^6\right) dy$ $\quad \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{16} y^8 - \frac{1}{14} y^7 + C$ $\quad \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{16}(x^2+1)^8 - \frac{1}{14}(x^2+1)^7 + C$ $\quad \frac{1}{2}$

$\boxed{b}\ \int (x-3)e^{2x}\,dx$

Gesetzt, dass $u = x-3$, $dv = e^{2x}dx$

$du = dx$, $v = \frac{1}{2}e^{2x}$ $\quad 1$

$= (x-3)\left(\frac{1}{2}e^{2x}\right) - \int \frac{1}{2}e^{2x}dx$ $\quad 1$

$= \dfrac{(x-3)}{2} e^{2x} - \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} e^{2x}\right] + C$ $\quad \frac{1}{2}$

$= \dfrac{(x-3)}{2} e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + C$ $\quad \frac{1}{2}$

(تراعى الحلول الأخرى)

4-

(a) $-\ln|\cos\theta| + c$ 1

5-

(b) null 1

6-

$\boxed{a}$ $f(x) = x^3 - 3x - 2$

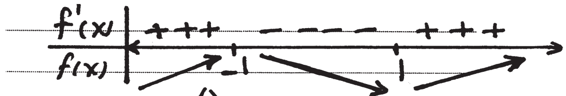
$f'(x) = 3x^2 - 3$, $f''(x) = 6x$ $\quad \frac{1}{2}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0$

$3(x-1)(x+1) = 0$

$\therefore x = 1 \qquad x = -1$ $\quad \frac{1}{2}$

Bei der Vorzeichensuche



Es gibt einen lokalen Maximalwert bei $x = -1$

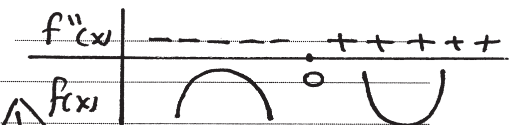
$f(-1) =$ null $\quad \frac{1}{2}$

Es gibt einen lokalen Minimalwert bei $x = 1$ $\quad \frac{1}{2}$

$f(1) = -4$

Gesetzt, dass $f''(x) = 0 \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow x = 0$

Bei der Vorzeichensuche $\quad \frac{1}{2}$



Bei $x = 0$

gibt es einen Wendepunkt. $(0, f(0))$ $\quad \frac{1}{2}$

$(0, -2)$

$\boxed{b}$ $f(x) = x(x^2 - 12) = x^3 - 12x$

$\therefore f'(x) = 3x^2 - 12$ $\quad \frac{1}{2}$

$f'(x) = 0$ $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow 3(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

$2 \in [-1, 4]$ & $-2 \notin [-1, 4]$ $\quad \frac{1}{2}$

$f(-1) = 11$, $f(2) = -16$, $f(4) = 16$

ein absoluter Minimalwert ein absoluter Maximalwert

$\frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2}$

(تراعى الحلول الأخرى)

7-

(a) -50 $\quad$ 1

8-

(b) $]-\infty, 0[$ $\quad$ 1

9-

$$x = \sec\theta \quad , \quad y = \tan\theta$$

Bei $\theta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \sec\frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow y = \tan\frac{\pi}{6} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Der Punkt $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \in$ der Kurve $\quad \frac{1}{2}$

$\because \frac{dx}{d\theta} = \sec\theta.\tan\theta \quad , \quad \frac{dy}{d\theta} = \sec^2\theta$ $\quad \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\sec^2\theta}{\sec\theta.\tan\theta} = \frac{\sec\theta}{\tan\theta} = \csc\theta$ $\quad \frac{1}{2}$

$\theta = \frac{\pi}{6}$ Die Steigung ist $= 2$ $\quad \frac{1}{2}$

Die Gleichung der Tangente lautet:

$$y - \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\left(x - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$$ $\quad \frac{1}{2}$

Die Gleichung der Normalen lautet:

$$y - \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$$ $\quad \frac{1}{2}$

10-

$\sin y + \cos 2x = 0$

durch Diffrenzierung in Bezug auf x

$\cos y \frac{dy}{dx} - 2 \sin 2x = 0$ $\frac{1}{2}$

durch Diffrenzierung in Bezug auf x

$\cos y \frac{d^2y}{dx^2} + \left(-\sin y \frac{dy}{dx}\right)\left(\frac{dy}{dx}\right) - 4 \cos 2x = 0$ $\frac{1}{2}$

$\cos y \frac{d^2y}{dx^2} - \sin y \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 4 \cos 2x$ $\div (\cos y)$ $\frac{1}{2}$

$\frac{d^2y}{dx^2} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \tan y = 4 \cos 2x \sec y$. $\frac{1}{2}$

(تراعى الحلول الأخرى)

11-

(b) 3 oder 2 1

12-

(b)

Die Funktion f hat einen lokalen Minimalwert bei $x = 3$ 1

13-

$\because y = ax^b$ durch Diffrenzierung in Bezug auf t

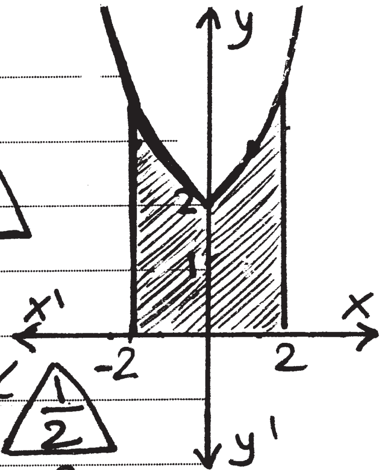
$\therefore \frac{dy}{dt} = ab\,x^{b-1} \frac{dx}{dt}$ $\frac{1}{2}$

$\frac{dy}{dt} = \frac{ab\,x^b}{x} \cdot \frac{dx}{dt}$ $\frac{1}{2}$ Durch Multiplizieren mit $\frac{1}{y}$

$\therefore \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dt} = \frac{1}{\cancel{ax^b}} \cdot \frac{\cancel{a}b\cancel{x^b}}{x} \cdot \frac{dx}{dt}$ $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dX} = \frac{b}{x} \cdot \frac{dx}{dt}$ $\frac{1}{2}$

14-



$$V = \pi \int_{-2}^{2} y^2 \, dx$$ $\frac{1}{2}$

$$= 2\pi \int_{0}^{2} (x^2+2)^2 \, dx$$

$$= 2\pi \int_{0}^{2} (x^4+4x^2+4) \, dx$$ $\frac{1}{2}$

$$= 2\pi \left[\frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 + 4x \right]_0^2$$ $\frac{1}{2}$

$$= 2\pi \left[\frac{32}{5} + \frac{32}{3} + 8 \right]$$

$$= \frac{752}{15} \pi$$ Kubische Einheit $\frac{1}{2}$

(تراعى الحلول الأخرى)

15-

(b) $\frac{1}{3} \ln 2$ 1

16-

(d) 2 1

17-

Die Fläche des Kreissektors $= 4$

$\therefore \frac{1}{2} r L = 4 \Rightarrow L = \frac{8}{r}$ $\frac{1}{2}$

Angenommen, dass der Umfang des Kreissektors $= y$

$\therefore y = 2r + L \Rightarrow y = 2r + \frac{8}{r}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{dy}{dr} = 2 - \frac{8}{r^2}$ $\frac{1}{2}$

Gesetzt, dass $\frac{dy}{dr} = 0 \Rightarrow \frac{8}{r^2} = 2 \Rightarrow r^2 = 4$

$\Rightarrow r = 2$ cm $\frac{1}{2}$

Bei der Vorzeichensuche für die Fläche

$\frac{dy}{dr}$	$- - - -$	2	$+ + + +$
	$\searrow$		$\nearrow$

Bei $r = 2$ $\frac{1}{2}$

ist der Umfang minimal.

$\therefore L = \frac{8}{2} = 4 \quad , \theta^{rad} = \frac{L}{r} = \frac{4}{2} = 2^{rad.}$ $\frac{1}{2}$

18-

Um die Schnittpunkte zu ermitteln, setzen wir

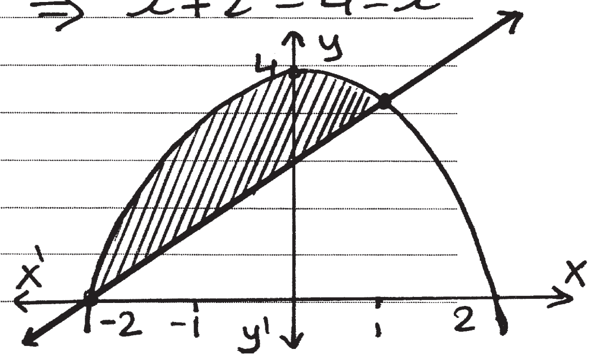
Gesetzt, dass $y_2 = y_1 \Rightarrow x+2 = 4-x^2$

$\therefore x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$

$x=-2$ $\frac{1}{2}$

$x=1$



$$= \int_{-2}^{1} \left[(4-x^2)-(x+2)\right] dx \quad \frac{1}{2}$$

$$= \int_{-2}^{1} \left[4-x^2-x-2\right] dx$$

$$= \int_{-2}^{1} \left[-x^2-x+2\right] dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+2x\right]_{-2}^{1} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2\right)-\left(\frac{8}{3}-2-4\right)$$

$= \frac{9}{2}$ Flächeneinheit $\frac{1}{2}$

(تراعى الحلول الأخرى)

(انتهت الإجابة وتراعى الحلول الأخرى)