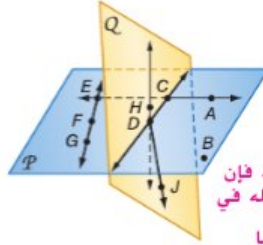


إجابات إضافية

39. المسألة 2.4: يحتوي المستوى على ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.
40. المسألة 2.6: إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة فقط.
41. المسألة 2.7: إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم.



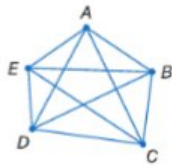
في الشكل الموجود على اليسار، \vec{CE} و \vec{CD} يقعان في المستوى P و \vec{DH} و \vec{DJ} يقعان في المستوى Q . اذكر المسألة التي يمكن استخدامها لإثبات أن كل عبارة صحيحة.

34. تقع النقطتان B و C على استقامة واحدة.
35. \vec{EG} يحتوي على النقاط E و F و G . المسألة 2.3: يحتوي المستقيم على نقطتين على الأقل.
36. \vec{DA} يقع في المستوى P المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى.
37. تقع النقطتان D و F على استقامة واحدة. المسألة 2.1: أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.
38. تقع النقاط B و D و C في المستوى نفسه. المسألة 2.2: أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.
39. يحتوي المستوى Q على النقاط H و D و J . 39-41. انظر الهامش.
40. \vec{FG} و \vec{AC} يتقاطعان عند النقطة E .
41. يتقاطع المستوى P والمستوى Q عند \vec{CD} .

42. **فرضيات** تصمم الأسقف بناءً على المواد المستخدمة لضمان عدم تسرب الماء إلى المباني التي تغطيها. تبنى بعض الأسقف من مواد مقاومة للماء، وتبنى الأسقف الأخرى لصرف الماء أو التخلص منه بتأثير الجاذبية. درجة ميل السقف عبارة عن الارتفاع عن اتساع السقف، وهي تقاس عادة بالارتفاع لكل متر من الاتساع. استخدم العبارات أدناه لكتابة برهان حر يعلل العبارات التالية: إن درجة ميل السقف في تصميم منال ليست منحجرة بالشكل الكافي. **انظر الهامش.**



- يجب أن يكون للأسقف المقاومة للماء حد أدنى من الميلان يساوي $\frac{1}{4}$ cm لكل 1 m.
- يجب أن يكون لأسقف صرف الباء حد أدنى من الميلان يساوي 4 cm لكل 1 m.
- تصمم منال منزلاً يسقف لصرف الباء.
- درجة الميل في تصميم منال هي 2 cm لكل 1 m.



43. **شبكات** يقوم عامر بإنشاء شبكة من عدة أجهزة كمبيوتر بحيث يتصل كل جهاز كمبيوتر بجميع الأجهزة الأخرى. يوضح الرسم التخطيطي الوارد على اليسار هذه الشبكة إذا كان لدى عامر 5 أجهزة كمبيوتر.
- a. صمم رسوماً تخطيطية للشبكات إذا كان لدى عامر 2 أو 3 أو 4 أو 6 من أجهزة الكمبيوتر. **a. b. انظر ملحق إجابات الوحدة R.**
- b. أنشئ جدولاً بعدد أجهزة الكمبيوتر وعدد التوصيلات للرسم التخطيطية التي صممتها.
- c. إذا كان ثمة عدد n من أجهزة الكمبيوتر، فاكتب تعبيراً عن عدد أجهزة الكمبيوتر الذي يتصل بها كل جهاز. $n - 1$
- d. إذا كان ثمة عدد n من أجهزة الكمبيوتر، فاكتب تعبيراً عن عدد الوصلات الموجودة. $\frac{n(n-1)}{2}$

p115

البرهان إحدى حالات نظرية تطابق الزوايا المتكاملة



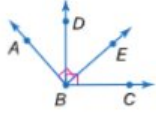
المعطيات: الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.
الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان.
المطلوب إثباته: $\angle 1 \cong \angle 3$
البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.
2. تعريف الزوايا المتكاملة	2. $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$; $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$
3. التعويض	3. $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$
4. خاصية الانعكاس	4. $m\angle 1 = m\angle 3$
5. خاصية الطرح	5. $m\angle 1 = m\angle 3$
6. تعريف الزوايا المتطابقة	6. $\angle 1 \cong \angle 3$

مثال 3 برهين باستخدام نظرية تطابق الزوايا المتتامة أو نظرية تطابق الزوايا المتكاملة

أثبت أن الزاويتين المتقابلتين بالرأس 2 و 4 في الصورة في جهة اليمين متطابقتان.
المعطيات: الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس.
المطلوب إثباته: $\angle 2 \cong \angle 4$
البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس.
2. تعريف الزوايا المتقابلة بالرأس	2. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ غير متجاورتين تكونتا بواسطة مستقيمتين متقاطعتين.
3. تعريف الزاوية المستقيمة	3. تكون الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ زاوية مستقيمة.
4. نظرية الزاويتين المتكاملتين	تكون الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ زاوية مستقيمة.
5. إن \angle المكمل للزاوية \angle نفسها أو \angle تكون \cong	4. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان. الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان. 5. $\angle 2 \cong \angle 4$

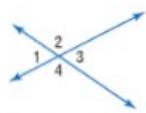


تمرين موجّه

3. في الشكل، الزاويتان $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان.
أثبت أن الزاوية $\angle ABD \cong \angle EBC$. انظر الهامش.

لاحظ أنه في المثال 3، الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متقابلتان بالرأس. دعم الخلاصة الواردة في المثال نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس.

النظرية 4.8 نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس



إذا كانت الزاويتان متقابلتين بالرأس، فهما متطابقتان.

الاختصار الزوايا المتقابلة بالرأس \angle تكون \cong .

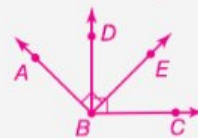
مثال $\angle 2 \cong \angle 4$ و $\angle 1 \cong \angle 3$

سوف تثبت النظرية 4.8 في التمرين 28.

p136 | R-4 | إثبات العلاقات بين الزوايا

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

3. المعطيات: الزاويتان $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان.



المطلوب إثباته: $\angle ABD \cong \angle EBC$

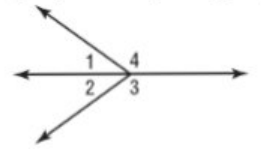
Uncorrected first proof - for training purposes only

انتبه!

الإجابة عن السؤال أرشد الطلاب إلى قراءة المسائل بعناية ليتأكدوا من تقديم المعلومات المطلوبة. في أسئلة التمرين الموجّه للمثالين 2 و 4، وضّح أنه ينبغي على الطلاب إيجاد قياس الزاوية لا قيمة المتغير فقط. ومع ذلك، يجب عليهم استخدام قيمة المتغير للتوصل إلى الإجابة الصحيحة.

مثال إضافي

3 في الشكل، تكون $\angle 1$ و $\angle 4$ زوجًا خطيًا، و $m\angle 3 + m\angle 1 = 180$.
أثبت أن $\angle 3$ و $\angle 4$ متطابقتان.



العبارات (المبررات)

- $m\angle 3 + m\angle 1 = 180$; تكون $\angle 1$ و $\angle 4$ زوجًا خطيًا. (معطى)
- الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 4$ متكاملتان. (أزواج الزوايا الخطية متكاملة).
- الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متكاملتان. (تعريف \angle المتكاملة)
- $\angle 3 \cong \angle 4$ (الزاويتان المتكاملتان لـ \angle نفسها تكونان \cong).

نصائح للمعلمين الجدد

الأمثلة اطلب من الطلاب التفكير في قياسات محتملة للزوايا يمكن استخدامها في نظرية تكامل الزوايا المتطابقة لتحفيزها بمثال محدد. وذلك قبل أن تشرح البرهان الشكلي.

مثال إضافي

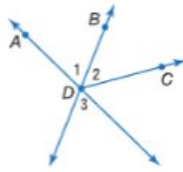
4 إذا كانت الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متقابلتين بالرأس و $m\angle 1 = d - 32$ و $m\angle 2 = 175 - 2d$ فأوجد $m\angle 1$ و $m\angle 2$. بَرِّر كل خطوة.

37; 37

العبارات (المبررات)

1. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متقابلتان بالرأس. (معطى)
2. $\angle 1 \cong \angle 2$ (إنَّ \angle المتقابلتين بالرأس متطابقتان).
3. $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف التطابق)
4. $d - 32 = 175 - 2d$ (خاصية التعويض في المعادلة)
5. $3d = 207$ (خاصية الجمع في المعادلة)
6. $d = 69$ (خاصية القسمة في المعادلة)
7. $m\angle 1 = 37$ (خاصية التعويض في المعادلة)
8. $m\angle 2 = 37$ (خاصية التعويض في المعادلة)

مثال 4 استخدام الزوايا المتقابلة بالرأس



أثبت أنه إذا كان \overrightarrow{DB} ينصف الزاوية $\angle ADC$ ، فإن $\angle 2 \cong \angle 3$.

المعطيات: ينصف \overrightarrow{DB} الزاوية $\angle ADC$.

المطلوب إثباته: $\angle 2 \cong \angle 3$

البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. ينصف \overrightarrow{DB} الزاوية $\angle ADC$.
2. تعريف منصف الزوايا	2. $\angle 1 \cong \angle 2$
3. تعريف الزوايا المتقابلة بالرأس	3. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متقابلتان بالرأس.
4. الزوايا المتقابلة بالرأس \angle تكون \cong .	4. $\angle 3 \cong \angle 1$
5. خاصية التعدي في التطابق	5. $\angle 3 \cong \angle 2$
6. خاصية التماثل في التطابق	6. $\angle 2 \cong \angle 3$

تمرين موجّه

4. إذا كانت الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ متقابلتين بالرأس، $m\angle 3 = 6x + 2$ و $m\angle 4 = 8x - 14$ فأوجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$. بَرِّر كل خطوة.

يمكن استخدام النظريات الواردة في هذا الدرس لإثبات نظريات الزاوية القاضية التالية.

النظريات	نظريات الزاوية القاضية
R.9	تقاطع المستقيمان المتعامدان ليكونا أربع زوايا قائمة. مثال إذا كان $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$ فإن $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ قائمة.
R.10	كل الزوايا القاضية متطابقة. مثال إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ قائمة، فإن $\angle 1 \cong \angle 2 \cong \angle 3 \cong \angle 4$
R.11	المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة. مثال إذا كان $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$ فإن $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$ و $\angle 1 \cong \angle 3$
R.12	إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين، فإنهما قائمتان. مثال إذا كانت $\angle 5 \cong \angle 6$ و $\angle 5$ و $\angle 6$ مكملتان للزاوية $\angle 6$ ، فإن $\angle 5$ و $\angle 6$ قائمتان.
R.13	إذا كوَّنت زاويتان متطابقتان زاوية مستقيمة، فإنهما قائمتان. مثال إذا كوَّنت $\angle 7$ و $\angle 8$ زاوية مستقيمة، فإن $\angle 7$ و $\angle 8$ قائمتان.

سوف تثبت النظريات من R.9 إلى R.13 في التمارين من 22 إلى 26.

p137

التدريس المتمايز

إذا كان الطلاب يجدون صعوبة في تذكر الفرق بين الزوايا المتتاممة والزوايا المتكاملة.

أن تطلب منهم كتابة قصيدة قصيرة أو نشيد إيقاعي لمساعدتهم على تذكر التعريفات.

ونعرف أن كل النقاط تقع على استقامة واحدة. بما أن المدينة D تبعد 137 كيلومترا عن المدينة A . وتبعد المدينة C عن المدينة A 263 كيلومترا، فذلك يعني أن المدينة D تقع بين المدينتين A و C . وبما أن المدينة B تبعد 184 كيلومترا عن المدينة A وأن المدينة D تبعد 137 كيلومترا عن المدينة A . فإن المدينة D تقع بين المدينتين B و A . وبما أن المدينة C تبعد 253 كيلومترا عن المدينة A . وأن المدينة B تبعد 184 كيلومترا عن المدينة A . فذلك يعني أن المدينة B تقع بين المدينتين A و C . لذا، يمكن القول إن المدن تقع من الشرق إلى الغرب بالترتيب الآتي: المدينة A ثم المدينة D ثم المدينة B ثم المدينة C . تبعد المدينة D 137 كيلومترا عن المدينة A . بينما تبعد المدينة B 184 كيلومترا عن المدينة A . لذا باستخدام مسلمة جمع القطع المستقيمة، سنجد أن المدينة D تبعد $184 - 137 = 47$ كيلومترا عن المدينة B . تبلغ المسافة من المدينة A حتى المدينة C 263 كيلومترا والمسافة من المدينة A حتى المدينة B 184 كيلومترا، لذا باستخدام مسلمة جمع القطع المستقيمة، ستكون المسافة من المدينة B حتى المدينة C $263 - 184 = 79$ كيلومترا.

9. المعطيات: $\overline{HR} \cong \overline{AB}$ و $\overline{SC} \cong \overline{HR}$

المطلوب إثباته: $\overline{SC} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{HR} \cong \overline{AB}$ و $\overline{SC} \cong \overline{HR}$ (معطى)

2. $HR = AB$ و $SC = HR$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

3. $SC = AB$ (خاصية التعدي)

4. $\overline{SC} \cong \overline{AB}$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

10. المعطيات: $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ و $\overline{VZ} \cong \overline{VY}$

المطلوب إثباته: $\overline{VW} \cong \overline{VX}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ و $\overline{VZ} \cong \overline{VY}$ (معطى)

2. $WY = XZ$ و $VZ = VY$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

3. $VZ = VX + XZ$ و $VY = VW + WY$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

4. $VX + XZ = VW + WY$ (التعويض)

5. $VX + WY = VW + WY$ (التعويض)

6. $VX = VW$ (خاصية الطرح)

7. $VW = VX$ (خاصية التماثل)

8. $\overline{VW} \cong \overline{VX}$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

11. المعطيات: X نقطة منتصف \overline{DF} و $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

المطلوب إثباته: $\overline{CE} \cong \overline{EG}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. E نقطة منتصف \overline{DF} و $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ (معطى)

2. $DE = EF$ (تعريف نقطة المنتصف)

3. $CD = FG$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

4. $CD + DE = EF + FG$ (خاصية الجمع)

5. $CE = CD + DE$ و $EG = EF + FG$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

6. $CE = EG$ (التعويض)

7. $\overline{CE} \cong \overline{EG}$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

41. إن البرهان غير الشكلي أو البرهان الحر هو أحد أنواع البراهين حيث تُكتب الخطوات في عبارات تامة على شكل فقرة. وثمة تشابه بين هذا النوع من البرهان والبرهان من عمودين في المحتوى ولكنها يختلفان في الشكل، حيث تُدرج العبارات (الخلاصات) في أحد العمودين، بينما تُدرج مبررات صحة كل عبارة في العمود الآخر. راجع عمل الطلاب.

الدرس 3-R

5. المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $AB + CD = EF$

المطلوب إثباته: $2AB = EF$

العبارات (المبررات)

1. $AB + CD = EF$, $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطى)

2. $AB = CD$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

3. $AB + AB = EF$ (التعويض)

4. $2AB = EF$ (خاصية التوحيد)

6. المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب إثباته: $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطى)

2. $AB = CD$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

3. $CD = AB$ (خاصية التماثل)

4. $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

7. المعطيات: \overline{AB}

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ (معطى)

2. $AB = AB$ (خاصية الانعكاس)

3. $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)



8b. المعطيات: تقع المدن A و B و C و D على استقامة واحدة.

تبعد المدينة C 126 كيلومترا عن المدينة D .

وتبعد المدينة C 263 كيلومترا عن المدينة A .

بينما تبعد المدينة A 137 كيلومترا عن المدينة D .

وأخيرا تبعد المدينة A 184 كيلومترا عن المدينة B .

المطلوب إثباته: تقع المدن من الغرب إلى الشرق بالترتيب الآتي: المدينة A ثم المدينة D ثم المدينة B ثم المدينة C .

البرهان:

تبلغ المسافة بين المدينة A والمدينة D 137 كيلومترا.

وتبلغ المسافة بين المدينة D والمدينة B 47 كيلومترا.

وتبلغ المسافة بين المدينة B والمدينة C 79 كيلومترا.

إجابات إضافية

29. المعطيات: $c^2 = a^2 + b^2$

المطلوب إثباته: $a = \sqrt{c^2 - b^2}$
البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $a^2 + b^2 = c^2$ (معطى)

2. $a^2 + b^2 - b^2 = c^2 - b^2$
(خاصية الطرح)

3. $a^2 = c^2 - b^2$ (التعويض)

4. $a = \pm\sqrt{c^2 - b^2}$ (خاصية الجذر التربيعي)

5. $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ (لا يمكن أن يكون الطول سالباً)

30. تعتبر علاقة "له عيد الميلاد نفسه

مثل" علاقة تكافؤ لأنها تحقق

الخواص الثلاث. نموذج الإجابة:

يمكن أن يكون لك عيد الميلاد نفسه

مثلك (الانعكاس). إذا كان لك عيد

الميلاد نفسه مثل صديقك. فإن

لصديقك عيد الميلاد نفسه مثلك

(التماثل). إذا كان لك عيد الميلاد

نفسه مثل ناصر ولناصر عيد الميلاد

نفسه مثل صالح. فإن لك عيد

الميلاد نفسه مثل صالح (التعدي).

31. لا تُعدّ علاقة "أطول من" علاقة

تكافؤ لأنها لا تحقق خواص الانعكاس

والتماثل. لا يمكنك أن تكون أطول

من نفسك (الانعكاس). وإذا كنت

أطول من صديقك. فإن ذلك لا

يتضمن أن يكون صديقك أطول منك

(التماثل).

32. لا تعتبر علاقة "أكثر زرقة من"

علاقة تكافؤ لأنها لا تحقق خاصية

الانعكاس. فلا يمكن أن يكون لون ما

أكثر زرقة من نفسه.

33. العلاقة " \neq " ليست علاقة تكافؤ

لأنها لا تحقق خاصية الانعكاس. لأن

$a \neq a$ ليست صحيحة.

34. العلاقة " \geq " ليست علاقة تكافؤ

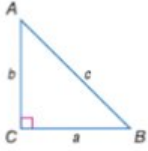
لأنها لا تحقق خاصية التماثل. لأن

$2 \geq 2$ لا تستلزم $3 \geq 2$.

35. العلاقة " \approx " ليست علاقة تكافؤ

لأنها لا تحقق خاصية الانعكاس. لأن

$a \approx a$ ليست صحيحة.



29. نظرية فيثاغورس تنص نظرية فيثاغورس على أنه في أي مثلث قائم الزاوية ABC. يكون مجموع مربع طول الضلعين a و b مساوياً لمربع طول الوتر c. أو $c^2 = a^2 + b^2$. اكتب برهاناً من عمودين

لإثبات أن $a = \sqrt{c^2 - b^2}$. استخدم خاصية الجذر التربيعي في المعادلة. التي تنص على أنه إذا كان $a^2 = b^2$ فإن $a = \pm\sqrt{b^2}$. انظر الهامش.

علاقة التكافؤ عبارة عن أي علاقة تحقق خاصية الانعكاس والتماثل والتعدي. في الأعداد الحقيقية. تعتبر المساواة أحد أنواع علاقة التكافؤ. حدّد ما إذا كانت كل علاقة هي علاقة تكافؤ. اشرح تبريرك.

30. "له عيد الميلاد نفسه مثل" بالنسبة إلى مجموعة كل البشر 30-35. انظر الهامش.

31. "أطول من" بالنسبة إلى مجموعة كل البشر

32. "أكثر زرقة من" بالنسبة إلى كل ألوان الدخان التي تحتوي على الأزرق

33. \neq بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

34. \leq بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

35. \approx بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية



مهارات التفكير العليا. مسائل استخدام مهارات التفكير العليا

36. مسألة غير محددة الإجابة اذكر مثلاً واحداً من الحياة اليومية ومثلاً مغايراً من الحياة اليومية لخواص التماثل والتعدي والتعويض. انظر الهامش.

37. التفكير المنطقي تقع النقطة P على \overline{AB} . طول \overline{AP} يساوي $2x + 3$ وطول \overline{PB} يساوي $\frac{3x+1}{2}$ طول القطعة المستقيمة AB يبلغ 10.5 وحدات. صمّم رسماً تخطيطياً لهذا

الموقف. وأثبت أن النقطة P تقع عند ثلثي المسافة بين النقطة A والنقطة B. انظر ملحق إجابات الوحدة R.

التبرير صمّم كل عبارة أدناه إلى صحيحة أحياناً. أو دائماً. أو غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك.

38. إذا كان a و b عددين حقيقيين وكان $a + b = 0$ فإن $a = -b$. 38. دائماً. نموذج الإجابة: إذا كان $a + b = 0$

و $a = -b$ فإن $a + b - b = 0 - b$ (خاصية الطرح) و $a = -b$ (التعويض). ولهذا تكون العبارة صحيحة دائماً.

39. إذا كان a و b عددين حقيقيين $a^2 = b^2$ فإن $a = \sqrt{b}$.

40. تحفيز وضعت غلباء تخميناً بنص على أن مجموع أي عددين صحيحين فرديين يكون عدداً صحيحاً زوجياً.

a. اذكر المعلومات التي تدعم هذا التخمين. ثم اشرح السبب في أن المعلومات التي ذكرتها لا تثبت أن هذا التخمين صحيح. a-d. انظر الهامش.

b. يمكن تمثيل العددين الصحيحين الفرديين بالتعبيرين $2m - 1$ و $2n - 1$. حيث m و n عددان صحيحان. اذكر معلومات تدعم هذه العبارة.

c. إذا كان عدد ما زوجياً. فإنه يكون من مضاعفات أي عدد؟ اشرح بالكلمات كيف يمكنك استخدام التعبيرات الواردة في الجزء a وإجابتك عن الجزء b لإثبات تخمين عليا.

d. اكتب برهاناً جبرياً لإثبات أن مجموع أي عددين صحيحين فرديين يكون عدداً صحيحاً زوجياً.

41. الكتابة في الرياضيات لماذا من المفيد أن يكون لديك صيغ مختلفة يمكنك استخدامها عند كتابة برهان؟

انظر ملحق إجابات الوحدة R.

التدريس المتميز ض م أم



$$m\angle 9 = 156 \text{ .11}$$

$$m\angle 10 = 24 \text{ و}$$

11. نظرية الزاويتين المتكاملتين

$$m\angle 3 = 113 \text{ .12}$$

$$m\angle 4 = 113 \text{ و}$$

نظرية المتقابلة بالرأس

$$m\angle 6 = 73 \text{ .13}$$

$$m\angle 7 = 107 \text{ و}$$

$$m\angle 8 = 73 \text{ و}$$

نظرية الزاويتين المتكاملتين

ونظرية المتقابلة بالرأس

أوجد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات المستخدمة التي تبرر عملك.

$$m\angle 9 = 3x + 12$$

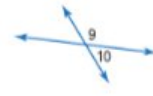
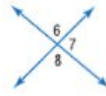
$$m\angle 10 = x - 24$$

$$m\angle 3 = 2x + 23$$

$$m\angle 4 = 5x - 112$$

$$m\angle 6 = 2x - 21$$

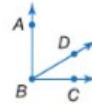
$$m\angle 7 = 3x - 34$$



البرهان اكتب برهاناً من عمودين. 14. 15. انظر ملحق إجابات الوحدة R.

المعطيات: $\angle ABC$ زاوية قائمة.

المطلوب إثباته: الزاويتان $\angle CBD$ و $\angle ABD$ متتامتان.



مثال 4

اكتب برهاناً لكل نظرية. 16-19. انظر ملحق إجابات الوحدة R.

16. نظرية الزاويتين المتكاملتين

17. نظرية الزاويتين المتتامتين

18. خاصية الانعكاس في تطابق الزوايا

19. خاصية التعدي في تطابق الزوايا

20. الأعلام انظر إلى العلم الموجود على اليسار. أثبت أن مجموع قياسات الزوايا الأربع يساوي 360. انظر ملحق إجابات الوحدة R.

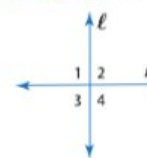


21. فرضيات الأعمى المججلة ذات الظهير ماسي الشكل أقمى سامة تتميز بنمط ماسي الشكل على ظهريها. يوجد تكبير لجزء من جلدها موضحة أدها. إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 4$ ، فأثبت أن $\angle 2 \cong \angle 3$.

انظر ملحق إجابات الوحدة R.



البرهان استخدم الشكل لكتابة برهان كل نظرية. 22-26. انظر ملحق إجابات الوحدة R.



22. النظرية 4.9

23. النظرية 4.10

24. النظرية 4.11

25. النظرية 4.12

26. النظرية 4.13

p139

البرهان خاصية التعدي في التطابق



المعطيات: $\overline{CD} \cong \overline{EF}$; $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

البرهان الحر:

بما أن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ بتعريف التطابق المتطابقة، وبخاصية التعدي في المعادلة، $\overline{AB} = \overline{EF}$ ، ومن ثم $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ بتعريف التطابق.

مثال من الحياة اليومية 2 البرهان باستخدام تطابق القطع المستقيمة

التطوع توضح الخريطة مسار سباق ركض خيري. تقطع النقطتان X و Z عند المنتصف بين خط البداية والنقطة Y وبين النقطة Y وخط النهاية F على التوالي. إذا كان بعدا النقطة Y عن النقطتين X و Z متساويين، فأثبت أن الطريق من النقطة Z إلى خط النهاية يتطابق مع الطريق من خط البداية إلى النقطة X.



المعطيات: X نقطة منتصف \overline{SY} Z نقطة منتصف \overline{YF} . $XY = YZ$

المطلوب إثباته: $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

برهان من عمودين:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. X نقطة منتصف \overline{SY} Z نقطة منتصف \overline{YF} . $XY = YZ$
2. تعريف نقطة المنتصف	2. $\overline{SX} \cong \overline{XY}$; $\overline{YZ} \cong \overline{ZF}$
3. تعريف التطابق	3. $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$
4. خاصية التعدي في التطابق	4. $\overline{SX} \cong \overline{ZF}$
5. خاصية التعدي في التطابق	5. $\overline{SX} \cong \overline{ZF}$
6. خاصية التبادل في التطابق	6. $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

تمرين موجّه

2. النجارة يقطع نجار لوحًا خشبيًا أبعاده 20 cm في 40 cm بالطول المرغوب، ثم يستخدم هذا اللوح كنموذج لقطع لوح آخر مطابق للأول، وبالمثل، يستخدم اللوح الثاني لقطع لوح ثالث واللوح الثالث لقطع لوح رابع. أثبت أن آخر لوح مقطوع له قياسات اللوح الأول نفسها.



الربط بالحياة

اليومية

وفقا لاستطلاع أجري مؤخرا يبدأ 70% من المراهقين التطوع قبل سن 12 عامًا وقال آخرون إنهم كانوا سينطوعون إذا توافر لهم المزيد من الفرص للقيام بذلك.

المصدر: Youth Service America

مثال إضافي

2

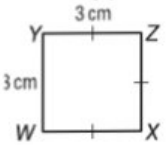
شارة يصمم جمال شارة للنادي الخاص به. يساوي طول الحافة العلوية للشارة طول حافتها اليسرى. تتطابق الحافة العلوية للشارة مع الحافة اليمنى لها. وتتطابق الحافة اليمنى للشارة مع الحافة السفلية لها. أثبت أن حافتها اليسرى.

المعطيات: $WY = YZ$

$$\overline{YZ} \cong \overline{XZ}$$

$$\overline{XZ} \cong \overline{WX}$$

المطلوب إثباته: $\overline{WX} \cong \overline{WY}$



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $WY = YZ$ (معطى)
2. $\overline{WY} \cong \overline{YZ}$ (تعريف التطابق المستقيمة)
3. $\overline{XZ} \cong \overline{WX}$; $\overline{YZ} \cong \overline{XZ}$ (معطى)
4. $\overline{YZ} \cong \overline{WX}$ (خاصية التعدي)
5. $\overline{WX} \cong \overline{WY}$ (التعويض)

التركيز على محتوى الرياضيات

القطع المستقيمة من الميم معرفة أن الرسوم التخطيطية والأشكال المرفقة بالمسائل قد لا تكون دائمًا حسب المقياس. يمكن افتراض تطابق قطعيتين مستقيمتين في سؤال، لكن يمكن أن تكونا مختلفتين إذا جرى قياسهما بالمسطرة. من ناحية أخرى، يمكن أن تنشئ توافق معينة من المستقيمتين خداعًا بصريًا ويمكن ألا تظهر المستقيمتان المتماثلتان كذلك.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء اكتب عدة براهين على اللوحة واحفظ عملك، انشر ملاحظاتك على صفحة ويب خاصة بالصف الدراسي بحيث تكون للطلاب مرجعًا إضافيًا خارج الصف الدراسي.

مثال إضافي

تدريب على الاختبار المعياري

في مدرسة يبلغ عدد طلابها 367 طالبًا. يمتلك 185 منهم كلبًا كحيوان أليف، ويمتلك 163 منهم قطة كحيوان أليف، و97 منهم يمتلكون قطة وكلبًا. فكم طالبًا في المدرسة لا يمتلك كلبًا ولا قطة؟ **B**

- A 8
B 116
C 270
D 348

3 التقويم

استخدم التمرينين 1 و2 لتقويم استيعاب الطلاب.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدّد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات في حل المسألة.

يبلغ عدد الطلاب في مدرسة 292 طالبًا. شارك 94 منهم في الألعاب الرياضية، و122 في النوادي الثقافية، و31 في كليهما. فكم طالبًا في المدرسة لم يشارك في الألعاب الرياضية أو في النوادي الثقافية؟

- A 95
B 107
C 122
D 138

اقرأ المسألة بعناية. من الواضح أنه لا توجد أمثلة مضادة، ولا يمكن استخدام معلومة للتوصل إلى نتيجة منطقية. لذا ينبغي أن تفكر في الأدوات التي يمكن أن تستخدمها لتنظيم المعلومات.

ويمكن استخدام مخطط فين لتوضيح التقاطع بين المجموعتين. ارسم مخطط فين باستخدام المعلومات المقدمة في عبارة المسألة.

حدّد عدد الطلاب الذين شاركوا في الألعاب الرياضية أو في النوادي الثقافية فقط.

$$94 - 31 = 63$$

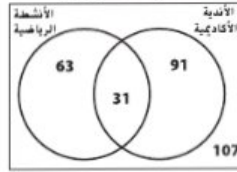
$$122 - 31 = 91$$

استخدم هذه المعلومات لحساب عدد الطلاب الذين لم يشاركوا في الألعاب الرياضية ولا في النوادي الثقافية.

$$292 - 63 - 91 - 31 = 107$$

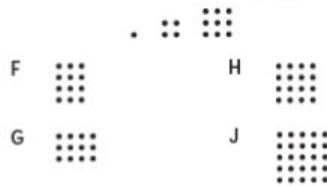
يوجد 107 طلاب لم يشاركوا في الألعاب الرياضية ولا في النوادي الثقافية. الإجابة الصحيحة هي **B**.

المشاركة المدرسية



تبايرين

2. أوجد العنصر التالي في النمط. **H**



اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. حدّد مدى صحة العبارة التالية، وإذا كانت خاطئة، فأعط مثالاً مضاداً. **D**

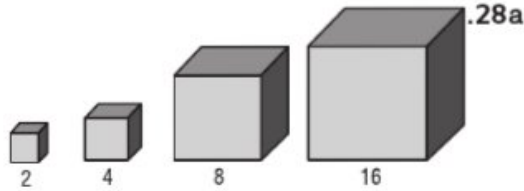
ثلاث ضرب عددين زوجيين هو عدد زوجي.

A خاطئة، $8 \times 4 = 32$

B خاطئة، $7 \times 6 = 42$

C خاطئة، $3 \times 10 = 30$

D صحيحة



28c. نموذج الإجابة: عندما يتضاعف طول ضلع المكعب، يزيد الحجم بمقدار 8 أضعاف.

28e. المعطيات: مكعب طول ضلعه s وحجمه V

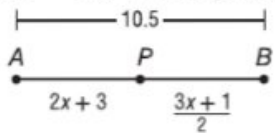
$$8V = (2s)^3 \text{ المطلوب إثباته:}$$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. طول الضلع $s =$ (معطى)
2. الحجم $V = s^3$ (معطى)
3. $V = s^3$ (تعريف حجم المكعب)
4. $V = s \cdot s \cdot s$ (تعريف الأس)
5. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot V = 2 \cdot s \cdot 2 \cdot s \cdot 2 \cdot s$ (خاصية الضرب)
6. $8V = (2s)(2s)(2s)$ (خاصية الضرب)
7. $8V = (2s)^3$ (تعريف الأس)

37. المعطيات: $AP = 2x + 3$



$$PB = \frac{3x+1}{2}$$

$$AB = 10.5$$

$$\frac{AP}{AB} = \frac{2}{3} \text{ المطلوب إثباته:}$$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $AP = 2x + 3$ و $PB = \frac{3x+1}{2}$ و $AB = 10.5$ (معطى)
2. $AP + PB = AB$ (تعريف القطعة المستقيمة)
3. $2x + 3 + \frac{3x+1}{2} = 10.5$ (الطرح)
4. $2 \cdot \left(2x + 3 + \frac{3x+1}{2}\right) = 2 \cdot 10.5$ (خاصية الضرب)
5. $2 \cdot \left(2x + 3 + \frac{3x+1}{2}\right) = 21.5$ (خاصية التعويض)
6. $2 \cdot 2x + 2 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{3x+1}{2} = 21$ (خاصية القسمة)
7. $4x + 6 + 3x + 1 = 21$ (خاصية الضرب)
8. $7x + 7 = 21$ (خاصية الجمع)
9. $7x + 7 - 7 = 21 - 7$ (خاصية الطرح)
10. $7x = 14$ (التعويض)
11. $x = 2$ (خاصية القسمة)
12. $AP = 2(2) + 3$ (التعويض)
13. $AP = 4 + 3$ (خاصية الضرب)
14. $AP = 7$ (خاصية الجمع)
15. $\frac{AP}{AB} = \frac{7}{10.5}$ (التعويض)
16. $\frac{AP}{AB} = 0.\bar{6}$ (خاصية القسمة)
17. $\frac{2}{3} = 0.\bar{6}$ (خاصية القسمة)
18. $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{3}$ (خاصية التعدي)

Uncorrected first proof - for training purposes only

2B. $d = t \cdot \frac{u+v}{2}$ (معطى)

$$\frac{d}{t} = \frac{u+v}{2} \text{ (خاصية القسمة)}$$

$$2\left(\frac{d}{t}\right) = 2\left(\frac{u+v}{2}\right) \text{ (خاصية الضرب)}$$

$$\frac{2d}{t} = u + v \text{ (التعويض)}$$

$$\frac{2d}{t} - v = u \text{ (خاصية الطرح)}$$

$$u = \frac{2d}{t} - v \text{ (خاصية التماثل)}$$

8a. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $T = 0.75(220 - a)$ (معطى)
2. $\frac{T}{0.75} = 220 - a$ (خاصية القسمة)
3. $\frac{T}{0.75} - 220 = -a$ (خاصية الطرح)
4. $-\frac{T}{0.75} + 220 = a$ (خاصية الضرب)
5. $a = -\frac{T}{0.75} + 220$ (خاصية التماثل)
6. $a = 220 - \frac{T}{0.75}$ (خاصية التبديل)

16.8b. عامًا: نموذج الإجابة: التعويض

26. المعطيات: $\angle MPN \cong \angle QPN$

المطلوب إثباته: $x = 16$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle MPN \cong \angle QPN$ (معطى)
2. $m\angle MPN = m\angle QPN$ (تعريف \cong)
3. $x + 26 = 2x + 10$ (التعويض)
4. $16 = x$ (خاصية الطرح)
5. $x = 16$ (خاصية التماثل)

27a. المعطيات: $V = \frac{P}{I}$

$$\frac{V}{2} = \frac{P}{2I} \text{ المطلوب إثباته:}$$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $V = \frac{P}{I}$ (معطى)
2. $\frac{1}{2} \cdot V = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{I}$ (خاصية الضرب)
3. $\frac{V}{2} = \frac{P}{2I}$ (خاصية الضرب)

27b. المعطيات: $V = \frac{P}{I}$

$$2V = \frac{2P}{I} \text{ المطلوب إثباته:}$$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $V = \frac{P}{I}$ (معطى)
2. $2 \cdot V = 2 \cdot \frac{P}{I}$ (خاصية الضرب)
3. $2V = \frac{2P}{I}$ (خاصية الضرب)

تدريب على الاختبار المعياري

24. الجبر ما التعبير الذي يكافئ $\frac{12x^{-4}}{4x^{-8}}$ ؟

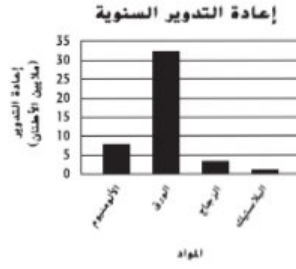
F $\frac{1}{3}x^4$ H $8x^2$
G $3x^4$ J $x^{-\frac{4}{3}}$

25. إجابة فصيحة النسبة بين قياسي زاويتين متتامتين هي R:1. ما قياس الزاوية الأصغر؟ 18

26. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول نستطيع هالة طباعة 40 كلمة في الدقيقة على لوحة المفاتيح. كم عدد الدقائق التي ستستغرقها هالة لطباعة 200 كلمة؟ C

- A 0.5 D 10
B 2 E 12
C 5

23. الجبر يوضح المخطط أدناه عملية إعادة التدوير السنوية حسب المواد في دولة ما. حوالي كم كيلوجرام من الألمنيوم تجري إعادة تدويره في كل عام؟ D



- A 7.5 C 7,500,000
B 15,000 D 15,000,000,000

مراجعة شاملة



27. البرهان اكتب برهانًا من عمودين. (الدرس R-2)
المعطيات: $AC = DF$
 $AB = DE$
المطلوب إثباته: $BC = EF$ انظر الهامش.

28. النماذج يستخدم برابان ستة مربعات من الورق البقوي لتشكيل منشور مستطيل. ما الشكل الهندسي الذي تمثله قطع الورق البقوي، وكم عدد المستقيبات التي ستكون يتقاطعاها؟ المستويات: 12

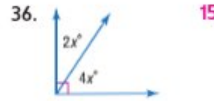
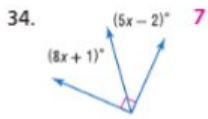
29. المصباح سخط مصباح مسافة 25 m من مبنى ما، يمكن استخدام الصيغة $h = -16t^2 + 25$ لتقدير عدد الثواني التي سيستغرقها المصباح ليصطدم بالأرض.

- a. ما الارتفاع الذي سيستغرقها المصباح ليصطدم بالأرض؟ 1.25 ثانية
b. إذا انقطعت عند 4 أمتار، فما مدة سقوط المصباح؟ حوالي 1.14 ثانية
بسط.

30. $\sqrt{48}$ $4\sqrt{3}$ 31. $\sqrt{162}$ $9\sqrt{2}$ 32. $\sqrt{25a^6b^4}$ $5a^3b^2$ 33. $\sqrt{45xy^8}$ $3y^4\sqrt{5x}$

مراجعة المهارات

الجبر أوجد x.



R-3 | p132 | إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

23. المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ قاضيتان.

المطلوب إثباته: $\angle 1 \cong \angle 2$
البرهان:

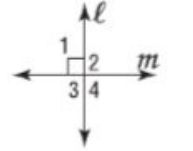
العبارات (المبررات)

1. $\angle 1$ و $\angle 2$ قاضيتان. (معطى)
2. $m\angle 1 = 90$ و $m\angle 2 = 90$ (تعريف \perp القائمة)
3. $m\angle 1 = m\angle 2$ (التعويض)
4. $\angle 1 \cong \angle 2$ (تعريف \cong)

24. المعطيات: $l \perp m$

المطلوب إثباته: $\angle 1 \cong \angle 2$
البرهان:

العبارات (المبررات)



1. $l \perp m$ (معطى)

2. $\angle 1$ و $\angle 2$ قاضيتان (يتقاطع المستقيمان \perp ليكوّنا 4 قائمة)
3. $\angle 1 \cong \angle 2$ (كل \perp القائمة \cong)

25. المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 1$ و $\angle 2$

زاويتان متكاملتان.

المطلوب إثباته: $\angle 1$ و $\angle 2$ قاضيتان.
البرهان:

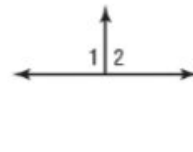
العبارات (المبررات)

1. $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متكاملتان. (معطى)
2. $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$ (تعريف \perp)
3. $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف \cong)
4. $m\angle 1 + m\angle 1 = 180$ (التعويض)
5. $2(m\angle 1) = 180$ (التعويض)
6. $m\angle 1 = 90$ (خاصية القسمة)
7. $m\angle 2 = 90$ (التعويض (الخطوتان 3 و 6))
8. $\angle 1$ و $\angle 2$ قاضيتان. (تعريف \perp المتتامتين)

26. المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب إثباته: $\angle 1$ و $\angle 2$ قاضيتان.
البرهان:

العبارات (المبررات)



1. $\angle 1 \cong \angle 2$ (معطى)

2. تكوّن الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ زوجًا خطيًا. (تعريف الزوج الخطي)
3. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان. (أزواج الزوايا الخطية متكاملة)
4. $\angle 1$ و $\angle 2$ قاضيتان. (إذا كانت \cong ومتكاملتين. فإنهما \perp قاضيتان)

29. المعطيات: $\angle 2$ زاوية قائمة.

المطلوب إثباته: $l \perp m$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle 2$ زاوية قائمة. (معطى)
2. $m\angle 2 = 90$ (تعريف \perp القائمة)
3. $\angle 2 \cong \angle 3$ (المتعاقبة بالرأس تكون \cong)
4. $m\angle 3 = 90$ (التعويض)
5. $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)
6. $m\angle 1 + 90 = 180$ (التعويض)

7. $m\angle 1 + 90 - 90 = 180 - 90$ (خاصية الطرح)

8. $m\angle 1 = 90$ (التعويض)

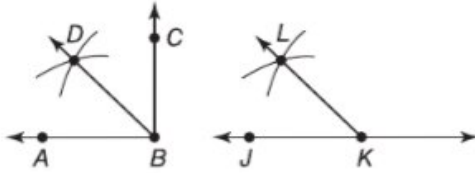
9. $\angle 1 \cong \angle 4$ (المتعاقبة بالرأس تكون \cong)

10. $\angle 4 \cong \angle 1$ (خاصية التماثل)

11. $m\angle 4 = m\angle 1$ (تعريف \cong)

12. $m\angle 4 = 90$ (التعويض)

13. $l \perp m$ (يتقاطع المستقيمان المتعامدان ليكوّنا أربع زوايا قائمة).



30a

30b. نموذج الإجابة: $\angle DBC$ و $\angle JKL$ زاويتان متتامتان.

30c. المعطيات: الزاويتان $\angle ABD$ و $\angle DBC$ متتامتان.
 $\angle ABD \cong \angle JKL$

المطلوب إثباته: $\angle DBC$ و $\angle JKL$ زاويتان متتامتان.

البرهان:

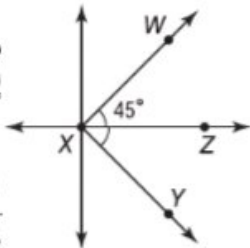
العبارات (المبررات)

1. $\angle DBC$ و $\angle ABD$ زاويتان متتامتان. مما يعني أنّ $\angle ABD \cong \angle JKL$ (معطى)
2. $m\angle DBC + m\angle ABD = 90$ (تعريف \perp المتتامتين)
3. $m\angle ABD = m\angle JKL$ (تعريف \cong)
4. $m\angle DBC + m\angle JKL = 90$ (التعويض)
5. $\angle DBC$ و $\angle JKL$ زاويتان متتامتان. (تعريف \perp المتتامتين)

31. المعطيات: \overline{XZ} يُنصّف $\angle WXY$.

و $m\angle WXZ = 45$

إثباته: زاوية $\angle WXY$



المطلوب قائمة.

البرهان:

العبارات \overline{XZ} 1.

(المبررات)

يُنصّف $\angle WXY$.

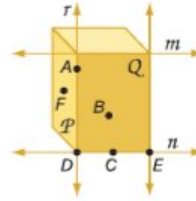
و $m\angle WXZ = 45$

(معطى)

2. $\angle WXZ \cong \angle ZXY$ (تعريف مُنصّف \angle)
3. $m\angle WXZ = m\angle ZXY$ (تعريف \cong)
4. $m\angle ZXY = 45$ (التعويض)
5. $m\angle WXY = m\angle WXZ + m\angle ZXY$ (مسألة جمع \angle)
6. $m\angle WXY = 45 + 45$ (التعويض)
7. $m\angle WXY = 90$ (التعويض)
8. $\angle WXY$ زاوية قائمة. (تعريف \perp القائمة)

مثال 1

اشرح كيف يوضح الشكل أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر الفرضية التي يمكن استخدامها لإثبات أن كل عبارة صحيحة. 2-6. انظر الهامش.



1. الضلع الأيسر والضلع الأمامي لهما خط حافة مشترك r . يتقاطع المستويان P و Q فقط على طول المستقيم r . المسألة 2.7، التي تنص على أنه إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً، أم أحياناً، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك.

7. يكون تقاطع المستويات الثلاثة في صورة مستقيم. أحياناً، إذا تقاطعت ثلاثة مستويات، فإن تقاطعها يمكن أن يكون في صورة مستقيم أو نقطة.

8. يحتوي المستقيم r على النقطة P فقط. غير صحيحة على الإطلاق؛ تنص المسألة 2.3 على أن المستقيم يحتوي على نقطتين على الأقل.

9. أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

دائماً؛ تنص المسألة 2.1 على أن أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

في الشكل، يوجد \vec{AK} في المستوى P وتوجد M على \vec{NE} . اذكر المسألة التي يمكن استخدامها لإثبات أن كل عبارة صحيحة.

10. M ، K ، و N هي نقاط تقع في المستوى نفسه.

11. \vec{NE} يحتوي على النقطتين M و N .

المسألة 2.3: يحتوي المستقيم على نقطتين على الأقل.

12. K و N تقعان على استقامة واحدة.

المسألة 2.1: أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

13. تقع النقاط N و K و A في المستوى نفسه.

المسألة 2.4: يحتوي المستوى على ثلاث نقاط على استقامة واحدة.

14. رياضة تنظم مدرسة رناً في كل عام مسابقة بين الطلاب والمدرسين في كرة السلة لجمع الأموال للجمعيات الخيرية. يشترك هذا العام في المسابقة ثمانية فرق. خلال الجولة الأولى، يلعب كل فريق الفرق الأخرى كلها. a-c. انظر الهامش.

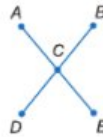
a. كم عدد المباريات التي ستقام في الجولة الأولى؟

b. صمّم رسماً تخطيطياً لنموذج عدد مباريات الجولة الأولى. ما الفرضية التي يمكن استخدامها لتعليل رسمك التخطيطي؟

c. أوجد وسيلة عددية يتكك استخدامها، بغض النظر عن عدد الفرق المشاركة في المسابقة، لحساب عدد مباريات الجولة الأولى.

15. فرضيات في الشكل الموجود على اليسار.

$\vec{AE} \cong \vec{DB}$ و C هي نقطة منتصف \vec{AE} and \vec{DB} . اكتب برهاناً جزئياً لإثبات أن $AC = CB$. انظر ملحق إجابات الوحدة R.



مثال 2

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-15 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

2. تشكل حواف الشكل مستقيماً

متقاطعة. يتقاطع المستقيمان r و n عند موضع واحد فقط. وهو النقطة D . المسألة 2.6، التي تنص على أنه إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة فقط.

3. الحافة السفلية الأمامية للشكل عبارة

عن المستقيم n الذي يحتوي على النقاط D و C و E . المسألة 2.3، التي تنص على أن المستقيم يحتوي على نقطتين على الأقل.

4. يحتوي الجانب الأيسر من الشكل أو

المستوى P على النقاط A و F و D . المسألة 2.4، التي تنص على أن المستوى يحتوي على ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.

5. تقع النقطتان D و E ، اللتان تقعان

على المستقيم n ، في المستوى Q . المسألة 4.5، التي تنص على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى.

6. يحتوي المستقيم r على النقطتين A

و D . المسألة 2.1، التي تنص على أنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بين نقطتين.

14a. 28 مباراة

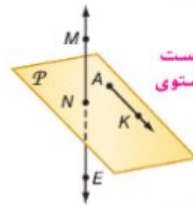
14b.



المسألة 2.1

14c. نموذج الإجابة: إذا كان يوجد عدد

n من الفرق في المسابقة، فيكون عدد المباريات في الجولة الأولى هو $(n-1) + (n-2) + \dots + 1$.



المسألة 2.2: أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

المسألة 2.3: يحتوي المستقيم على نقطتين على الأقل.

المسألة 2.1: أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

المسألة 2.4: يحتوي المستوى على ثلاث نقاط على استقامة واحدة.



p113

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين
متقدم (م)	16-31, 45, 46, 48-73	16-30 زوجي، 51-54
أساسي (هن م)	17-31 فردي، 32-46, 48-73	45, 46, 48-50, 55-73
متقدم (م)	33-62 (اختياري)، 63-73	33-46, 48-50, 55-73

$$5 - 13 = 2x - 1C$$

(معطى)

$$= 13 + 13 - 2x$$

$$- 13 + 13 = 2x$$

$$8 = 2x \text{ (خاصية التعميم)}$$

$$4 = x \text{ (خاصية القسمة)}$$

تمرين موجّه

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

1A. إذا كان $-1 = 4 + (-5)$ ، فإن $x - 1 = x + 4 + (-5)$. **خاصية الجمع**

1B. إذا كان $y = 5$ ، فإن $y = 5$. **خاصية التماثل**

1C. أثبت أنه إذا كان $-5 = 2x - 13$ ، فإن $x = 4$. واكتب تبريراً لكل خطوة.

1 البرهان الجبري

يوضّح **المثال 1** طريقة حل معادلة جبرية باستخدام خواص المساواة. يوضح **المثال 2** طريقة التحقق من تكافؤ معادلتين بتبرير كل خطوة بخاصية جبرية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1. قم بحل $2(5 - 3a) - 4(a + 7) = 92$ واكتب تبريراً لكل خطوة.

$$2(5 - 3a) - 4(a + 7) = 92$$

(المعادلة الأصلية)

$$10 - 6a - 4a - 28 = 92$$

(خاصية التوزيع)

$$-18 - 10a = 92$$

(خاصية التعميم)

$$-18 - 10a + 18 = 92 + 18$$

(خاصية الجمع)

$$-10a = 110$$

(خاصية التعميم)

$$\frac{-10a}{-10} = \frac{110}{-10}$$

(خاصية القسمة)

$$a = -11$$

(خاصية التعميم)

2. **العلوم** إذا كانت المسافة d التي يقطعها جسم ما تعطى بواسطة الصيغة

$$d = 20t + 5$$

الذي يستغرقه الجسم بواسطة

$$t = \frac{d - 5}{20}$$

عمودين للتحقق من هذا التخمين.

العبارات (المبررات)

1. $d = 20t + 5$ (معطى)

2. $d - 5 = 20t$ (خاصية الجمع)

3. $t = \frac{d - 5}{20}$ (خاصية القسمة)

مثال من الحياة اليومية 2 كتابة برهان جبري



العلوم إذا كتبت صيغة تحويل درجة الحرارة من فهرنهايت إلى مئوية هي $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ ، فإن صيغة تحويل درجة الحرارة من مئوية إلى فهرنهايت هي $F = \frac{9}{5}C + 32$. اكتب برهاناً من عمودين للتحقق من هذا التخمين.

أبدأ بذكر ما هو معطى وما ستثبت.

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. $C = \frac{5}{9}(F - 32)$
2. خاصية الضرب في المعادلة	2. $\frac{9}{5}C = \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{9}(F - 32)$
3. خاصية التعميم في المعادلة	3. $\frac{9}{5}C = F - 32$
4. خاصية الجمع في المعادلة	4. $\frac{9}{5}C + 32 = F - 32 + 32$
5. خاصية التعميم في المعادلة	5. $\frac{9}{5}C + 32 = F$
6. خاصية التماثل في المعادلة	6. $F = \frac{9}{5}C + 32$

تمرين موجّه

اكتب برهاناً من عمودين للتحقق من صحة كل تخمين.

2A. إذا كان $0 = 8 - \frac{5x+1}{2}$ ، فإن $x = 3$. **انظر الهامش.**

2B. **الفيزياء** إذا كانت المسافة d التي يقطعها جسم بسرعة متجهة ابتدائية u وسرعة ملحقة

$$d = t \cdot \frac{u+v}{2}$$

متجهة نهائية v في زمن t تعطى بالصيغة $t = \frac{2d}{u+v} - v$ فإن $t = \frac{2d}{u+v} - v$ لإجابات الوحدة R.

نصيحة دراسية

فرضيات الخوارزمية عبارة عن سلسلة من الخطوات لتنفيذ إجراء ما أو حل مسألة. يمكن اعتبار البراهين نوعاً من الخوارزميات لأنها تسير خطوة بخطوة.

نصيحة دراسية

الرياضيات الذهنية إذا مسح لك معلمك بالقيام بذلك. فيمكن تجاوز بعض الخطوات عن طريق القيام بالحسابات الذهنية. على سبيل المثال، يمكن حذف الخطوتين 2 و 4 في المثال 2. عندئذ سيكون سبب العبارة رقم 3 خاصية الضرب في المعادلة وسيكون سبب العبارة رقم 5 خاصية الجمع في المعادلة.

p119

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

3. $2\left(\frac{5x+1}{2}\right) = 2(8)$ (خاصية الضرب)

4. $5x + 1 = 16$ (التعميم)

5. $5x = 15$ (خاصية الطرح)

6. $x = 3$ (خاصية القسمة)

2A. المعطيات: $\frac{5x+1}{2} - 8 = 0$

المطلوب إثباته: $x = 3$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\frac{5x+1}{2} - 8 = 0$ (معطى)

2. $\frac{5x+1}{2} = 8$ (خاصية الجمع)

Uncorrected first proof - for training purposes only

$$8PC = PQ$$

16e. **المعطيات:** A نقطة منتصف PQ ، و B نقطة منتصف PA ، و C نقطة منتصف PB .

$$8PC = PQ$$

العبارات (المبررات)

1. A نقطة منتصف PQ ، و B نقطة منتصف PA ، و C نقطة منتصف PB . (معطى)

2. $PA = AQ$ و $PB = BA$ و $PC = CB$ (تعريف نقطة المنتصف)

3. $PC + CB = PB$ (مسألة جمع القطع المستقيمة)

4. $PC + PC = PB$ (التعويض)

5. $2PC = PB$ (التعويض)

6. $PB + BA = PA$ (مسألة جمع القطع المستقيمة)

7. $PB + PB = PA$ (التعويض)

8. $2PB = PA$ (خاصية الجمع)

9. $2(2PC) = PA$ (التعويض)

10. $4PC = PA$ (التعويض)

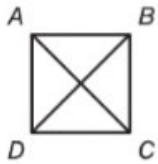
11. $PA + AQ = PQ$ (مسألة جمع القطع المستقيمة)

12. $PA + PA = PQ$ (التعويض)

13. $2PA = PQ$ (التعويض)

14. $2(4PC) = PQ$ (التعويض)

15. $8PC = PQ$ (التعويض)



18. **المعطيات:** مربع $ABCD$.

المطلوب إثباته: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

العبارات (المبررات)

1. $ABCD$ مربع. (معطى)

2. $AB = BC = CD = DA$ (تعريف المربع)

3. $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ ، $(BD)^2 = (AB)^2 + (AD)^2$ (نظرية فيثاغورس)

4. $(BD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ (الطرح)

5. $(AC)^2 = (BD)^2$ (خاصية التعدي)

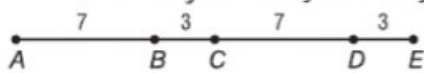
6. $AC = \pm\sqrt{(BD)^2}$ (خاصية الجذر التربيعي)

7. $AC = \sqrt{(BD)^2}$ (حسب التعريف، يجب أن يكون الطول موجباً)

8. $AC = BD$ (تعريف الجذر التربيعي)

9. $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

20. **خاطبة:** نموذج الإجابة: $AB = BD = CE = 10$ ، لكن $AB = 10$ ، $BC = 3$ و $CD = 7$ و $DE = 3$



21.

سنتيمترين

22. يستخدم كل من البرهان الحر والبرهان من عمودين التبرير

الاستدلالي المُقدم في ترتيب منطقي مع المسلمات والنظريات

والتعريفات المستخدمة في دعم خطوات البرهان. يُكتب

البرهان الحر في صورة فقرة تحتوي على تبريرات كل خطوة

متضمنة في العبارات. يكون البرهان من عمودين مرفقاً

ومفصلاً. تُقدّم كل خطوة في البرهان على سطر منفصل، ويرد

دعم هذه الخطوة في العمود الموجود بجانب الخطوة.

12. **لمعطيات:** B نقطة منتصف \overline{AC} ، و D نقطة منتصف \overline{CE} ، و $\overline{AB} \cong \overline{DE}$.

المطلوب إثباته: $AE = 4AB$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. B نقطة منتصف \overline{AC} ، و D نقطة منتصف \overline{CE} ، و $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ (معطى)

2. $AB = BC$ و $CD = DE$ (تعريف نقطة المنتصف)

3. $AB = DE$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

4. $AC = AB + BC$ و $CE = CD + DE$ (مسألة جمع القطع المستقيمة)

5. $AE = AC + CE$ (مسألة جمع القطع المستقيمة)

6. $AE = AB + BC + CD + DE$ (التعويض)

7. $AE = AB + AB + AB + AB$ (التعويض)

8. $AE = 4AB$ (التعويض)

13a. **المعطيات:** $\overline{AC} \cong \overline{GI}$ ، $\overline{FE} \cong \overline{LK}$ ، $AC + CF + FE = GI + IL + LK$

المطلوب إثباته: $\overline{CF} \cong \overline{IL}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AC} \cong \overline{GI}$ ، $\overline{FE} \cong \overline{LK}$ ، $AC + CF + FE = GI + IL + LK$ (معطى)

2. $AC + CF + FE = AC + IL + LK$ (التعويض)

3. $AC - AC + CF + FE = AC - AC + IL + LK$ (خاصية الطرح)

4. $CF + FE = IL + LK$ (خاصية التعويض)

5. $CF + FE = IL + FE$ (التعويض)

6. $CF + FE - FE = IL + FE - FE$ (خاصية الطرح)

7. $CF = IL$ (خاصية التعويض)

8. $\overline{CF} \cong \overline{IL}$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

13b. نموذج الإجابة: قمت بقياس \overline{CF} و \overline{IL} . بلغ طول كليهما 1.5

سنتيمتراً. إذا فإن القطعتين المستقيمتين متطابقتان.

14.

نموذج الإجابة: وضعت نقطة بداية A على المستقيم l ثم أنشأت النقطة B على المستقيم حتى يكون AB مساوياً لـ PQ .

ثم استخدمت النقطة B كنقطة بداية. حدّدت النقطة C على المستقيم حتى تصير BC مساوية أيضاً لـ PQ . يبلغ قياس

القطعة المستقيمة AC بأكملها $AB + BC$ وفقاً للمسألة

الإضافية. كما $AB = BC = PQ$. ثم باستخدام التعويض $AC = PQ + PQ = 2PQ$ أو $AC = 2PQ$. إذاً يبلغ طول \overline{AC} ضعف

طول \overline{PQ} .

16a.

16b. $8PC = PQ$

16c.

يمكن أن أقيس \overline{PC} ثم أضع علامة على القطع المستقيمة ذلك الطول نفسه على طول \overline{PQ} . ومن ثم أحسب عدد القطع المستقيمة التي تكوّنت.

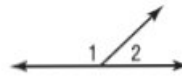
16d.

العبارات (المبررات)

1. $\angle ABC$ زاوية قائمة. (معطى)
2. $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)
3. $m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle CBD$ (مسألة جمع \angle)
4. $m\angle ABD + m\angle CBD = 90$ (التعويض)
6. الزاويتان $\angle CBD$ و $\angle ABD$ متتامتان. (تعريف \angle المتتامة)

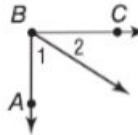
العبارات (المبررات)

1. $\angle 5 \cong \angle 6$ (معطى)
2. $m\angle 5 = m\angle 6$ (تعريف \cong)
3. $\angle 4$ و $\angle 5$ زاويتان متكاملتان. (تعريف الأزواج الخطية)
4. $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$ (تعريف \angle المتكاملة)
5. $m\angle 4 + m\angle 6 = 180$ (التعويض)
6. الزاويتان $\angle 4$ و $\angle 6$ متكاملتان. (تعريف \angle المتكاملة)



البرهان الحر:

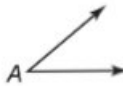
عندما تكوّن اثنتان من \angle زوجًا خطيًا. ستصبح \angle الناتجة \angle مستقيمة يبلغ قياسها 180. حسب التعريف. تكون اثنتان من \angle متكاملتين. إذا كان مجموع قياسهما 180. وحسب مسألة جمع الزوايا. $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$. ومن ثمّ. إذا كوّنت اثنتان من \angle زوجًا خطيًا. فإنّ الزاويتين تكونان متكاملتين.



البرهان:

العبارات (المبررات)

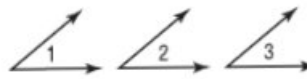
1. $\angle ABC$ زاوية قائمة. (معطى)
2. $m\angle ABC = 90$ (تعريف \angle القائمة)
3. $m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2$ (مسألة جمع \angle)
4. $90 = m\angle 1 + m\angle 2$ (التعويض)
5. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متتامتان. (تعريف \angle المتتامتين)



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle A$ زاوية قائمة. (معطى)
2. $m\angle A = m\angle A$ (خاصية الانعكاس)
3. $\angle A \cong \angle A$ (تعريف \cong)



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 2 \cong \angle 3$ (معطى)
2. $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف \cong)

20. المعطيات:



البرهان:

العبارات (المبررات)

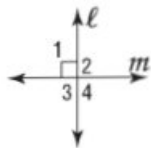
1. (معطى)



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle 1 \cong \angle 4$ (معطى)
2. $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$ (إن \angle المتقابلة بالرأس تكون \cong)
3. $\angle 1 \cong \angle 3$ (خاصية التعدي)
4. $\angle 2 \cong \angle 3$ (التعويض)



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\ell \perp m$ (معطى)
2. $\angle 1$ زاوية قائمة. (تعريف \perp)
3. $m\angle 1 = 90$ (تعريف \angle القائمة)
4. $\angle 1 \cong \angle 4$ (إن \angle المتقابلة بالرأس \cong)
5. $m\angle 1 = m\angle 4$ (تعريف \angle المتقابلة بالرأس)
6. $m\angle 4 = 90$ (التعويض)
7. تكوّن الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ زوجًا خطيًا. تكوّن الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ زوجًا خطيًا. (تعريف الأزواج الخطية)
8. $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$ و $m\angle 4 + m\angle 3 = 180$ (تكون الأزواج الخطية متكاملة)
9. $90 + m\angle 2 = 180$ و $90 + m\angle 3 = 180$ (التعويض)
10. $m\angle 2 = 90$ و $m\angle 3 = 90$ (خاصية الطرح)
11. $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ قائمة. (تعريف \angle القائمة (الخطوتان 6 و 10))

بمجرد إثبات عبارة أو تخمين، يطلق عليها **نظرية** ويمكن استخدامها كسبب لتبرير العبارات في البراهين الأخرى.



نصيحة دراسية
النسب التناسب هو عبارة تنص على إثبات إما أن يكون خطأ أو صواباً. في الرياضيات، يستخدم التناسب عادة ليعني إثباتاً صحيحاً ويمكن أن يكون مرادفاً للنظرية.

تتضمن إحدى وسائل إثبات العبارات والتخمينات، وهي **البرهان الحر**. كتابة فقرة لشرح سبب صحة تخمين لأحد البواقف. تسمى البراهين الحرة أيضاً **البراهين غير الشكلية**. على الرغم من أن كلمة غير شكلي لا يفسد بها الإيحاء بأن هذه الصيغة من البراهين أقل صحة من أي نوع آخر من البراهين.

مثال 3 كتابة برهان حر

بفرض أن M هي نقطة منتصف \overline{XY} . اكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن $\overline{XM} \cong \overline{MY}$.

المعطيات: M هي نقطة منتصف \overline{XY} .
المطلوب إثباته: $\overline{XM} \cong \overline{MY}$

الخطوات 1 و 2 ←

الخطوات 3 و 4 ←

الخطوة 5 ←

إذا كانت M هي نقطة منتصف \overline{XY} . فإن تعريف نقطة منتصف القطعة المستقيمة، تعرف أن $XM = MY$. يعني هذا أن \overline{XM} و \overline{MY} لهما الطول نفسه. بتعريف التطابق، إذا كان لقطعتين مستقيمتين الطول نفسه، فإنهما متطابقتان.
ومن ثم، $\overline{XM} \cong \overline{MY}$.

نصيحة لحل المسائل
الحل بترتيب عكسي من استراتيجيات كتابة البرهان أن تحل بترتيب عكسي. ابدأ بما تحاول إثباته، وحل بترتيب عكسي خطوة بخطوة حتى تصل إلى المعلومات المعطاة.

تمرين موجه

3. بفرض أن C تقع بين A و B و $\overline{AC} \cong \overline{CB}$. اكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن C هي نقطة منتصف \overline{AB} .
انظر الهامش.

بمجرد إثبات صحة تخمين ما، يمكن ذكره كنظرية واستخدامه في البراهين الأخرى. يعرف التخمين الوارد في المثال 3 باسم نظرية نقطة المنتصف.



مثال إضافي

2 حدّد هل عبارة مما يلي صحيحة دائماً، أم أحياناً، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح.

a. إذا كان المستوى T يحتوي على \overleftrightarrow{EF} و \overleftrightarrow{EF} يحتوي على النقطة G . فإن المستوى T يحتوي على النقطة G . دائماً؛
نص المسألة 2.5 على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في المستوى.

b. \overleftrightarrow{GH} يحتوي على ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة. غير صحيحة على الإطلاق؛ لا تقع النقاط التي ليست على استقامة واحدة على المستقيم نفسه حسب تعريفها.

2 البراهين الحرة

يوضح **المثال 3** طريقة كتابة برهان حر عندما تعطى عبارة صحتها مقبولة.

مثال إضافي

3 بافترض أن \overleftrightarrow{AC} يتقاطع مع \overleftrightarrow{CD} . اكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن A و C و D تحدد أحد المستويات.

\overleftrightarrow{AC} و \overleftrightarrow{CD} يجب أن يتقاطعا عند C لأنه إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون عند نقطة واحدة فقط. النقطة A تقع على \overleftrightarrow{AC} والنقطة D تقع على \overleftrightarrow{CD} . النقاط A و C و D ليست على استقامة واحدة. لذلك فإن ACD عبارة عن مستوى لأنه يحتوي على ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

التركيز على محتوى الرياضيات

المسلمات والبراهين أبرز وجه الاختلاف بين المسلمات والبراهين. المسلمات هي عبارات صحتها مقبولة دون برهان. بينما البراهين عبارة عن فرضيات منطقية مدعومة بمسلمات ونظريات.

إجابة إضافية (تمرين موجه)

البرهان: إذا كانت C توجد بين النقطتين A و B . فإنه بتعريف كلمة بين، تقع A و B و C على استقامة واحدة و $AC + CB = AB$. إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{CB}$. فإنه بتعريف التطابق، يكون لهما القياس نفسه. يعني ذلك أن $AC = CB$. ومن تعريف نقطة منتصف قطعة مستقيمة، إذا كانت C بين النقطتين A و B . وكان $AC = CB$. فإن C هي نقطة منتصف \overline{AB} .

3. المعطيات: C توجد بين A و B و $\overline{AC} \cong \overline{CB}$.
المطلوب إثباته: C هي نقطة منتصف \overline{AB} .



تحقق من فهمك

مثال 1

- اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.
1. إذا كان $m\angle 2 = m\angle 3$ و $m\angle 1 = m\angle 3$. خاصية التعدي
 2. $XY = XY$ خاصية الانعكاس
 3. إذا كان $x = 5$. فإن $x = 5$. خاصية التماثل
 4. إذا كان $2x + 5 = 11$. فإن $2x = 6$. خاصية الطرح

مثال 2

5. أكمل البرهان التالي.
- المعطيات: $\frac{y+2}{3} = 3$
- المطلوب إثباته: $y = 7$
- البرهان:

المبررات	العبارات
a. معطى	a. $\frac{y+2}{3} = 3$
b. خاصية الضرب	b. $3\left(\frac{y+2}{3}\right) = 3(3)$
c. التعويض	c. $y + 2 = 9$
d. خاصية الطرح	d. $y = 7$

6. المعطيات: $-4(x-3) + 5x = 24$

المطلوب إثباته: $x = 12$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $-4(x-3) + 5x = 24$ (معطى)

2. $-4x + 12 + 5x = 24$ (خاصية التوزيع)

3. $x + 12 = 24$ (التعويض)

4. $x = 12$ (خاصية الطرح)

7. المعطيات: $AB \cong CD$

المطلوب إثباته: $x = 7$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $AB \cong CD$ (معطى)

2. $AB = CD$ (تعريف القطع)

3. المستقيمة المتطابقة

4. $4x - 6 = 22$ (خاصية التعويض)

4. $4x = 28$ (خاصية الجمع)

5. $x = 7$ (خاصية القسمة)

الأمثلة 3-2

البرهان اكتب برهاناً من عمودين للتحقق من كل تخمين.

6. إذا كان $-4(x-3) + 5x = 24$. فإن $x = 12$.

7. إذا كان $AB \cong CD$. فإن $x = 7$.



8. **قرضيات** نفيس مها معدل ضربات قلبها في أي وقت تمارس فيه التمارين الرياضية وتحاول أن تتأكد من بقاءها في نطاق معدل ضربات القلب الذي تستهدفه. تُفرض جمعية القلب الأمريكية صيغة لمعدل ضربات القلب المستهدف هي $T = 0.75(220 - a)$. حيث تمثل T معدل ضربات القلب الذي يستهدفه الشخص و a هي عمره.

a. أثبت أنه بعلومية معدل ضربات القلب الذي يستهدفه شخص ما، يمكنك حساب عمره باستخدام

الصيغة $a = 220 - \frac{T}{0.75}$. **انظر ملحق إجابات الوحدة R.**

b. إذا كان معدل ضربات القلب الذي تستهدفه مها هو 153. فكم عمرها؟ ما الخاصية التي تبرر حسابك؟

انظر ملحق إجابات الوحدة R.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

- اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.
9. إذا كان $a + 10 = 20$. فإن $a = 10$. خاصية الطرح
 10. إذا كان $-\frac{x}{3} = -15$. فإن $x = -45$. خاصية الضرب
 11. إذا كان $x + 12 = 4x - 5$. فإن $4x = x + 17$. خاصية الجمع
 12. إذا كان $BC = \frac{1}{5}DE$. فإن $BC = DE$. خاصية الضرب أو القسمة

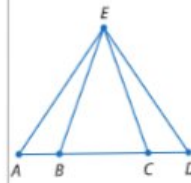
p121

R-3 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

اكتب برهاناً من عمودين. 18. 19. انظر الهامش
المعطيات: X نقطة منتصف \overline{WY} و \overline{VZ} .
المطلوب إثباته: $VW = ZY$



19. المعطيات: $AB = DC$
المطلوب إثباته: $AC = DB$



20. الجغرافيا يخطط فيد إلى القيادة من منزله إلى منزل جدته عبر الطريق السريع 35. تفكر الخريطة التي يستخدمها المسافة من منزله حتى موقع آخر بـ 194 km وعن ذلك الموقع حتى منزل جدته بـ 243 km. ماذا سمح له باستنتاج أن المسافة التي سيقدوها ستبلغ 437 km من منزله حتى منزل جدته؟ افترض أن الطريق السريع 35 بشكل مستقيماً.

مسألة جمع القطع المستقيمة

مثال 3

اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات: B نقطة منتصف \overline{AC} .

C نقطة منتصف \overline{BD}

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

البرهان:

المعطيات	العبارات
1. المعطيات	1. B نقطة منتصف \overline{AC}
2. تعريف نقطة المنتصف	2. $\overline{AB} \cong \overline{BC}$
3. المعطيات	3. C نقطة منتصف \overline{BD}
4. تعريف نقطة المنتصف	4. $\overline{BC} \cong \overline{CD}$
5. خاصية التعدي في المعادلة	5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

18. العبارات (المبررات)

1. X نقطة منتصف \overline{WY} و \overline{VZ}
(معطى)

2. $\overline{WX} \cong \overline{YX}$, $\overline{VX} \cong \overline{ZX}$
(تعريف نقطة المنتصف)

3. $WX = YX$, $VX = ZX$
(تعريف \cong)

4. $VX = VW + WX$, $ZX = ZY + YX$
(مسألة جمع القطع المستقيمة)

5. $VW + WX = ZY + YX$
(التعويض)

6. $VW = ZY$ (خاصية الطرح)

19. العبارات (المبررات)

1. $AB = DC$ (معطى)

2. $BC = BC$ (خاصية الانعكاس)

3. $AB + BC = DC + BC$
(خاصية الجمع)

4. $AB + BC = AC$, $DC + BC = DB$
(مسألة جمع القطع المستقيمة)

5. $AC = DB$ (التعويض)

24. العبارات (المبررات)

1. $\angle 1 \cong \angle 4$, $\angle 2 \cong \angle 3$ (معطى)

2. $m\angle 1 = m\angle 4$, $m\angle 2 = m\angle 3$
(تعريف \cong)

3. $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 3 + m\angle 4$
(خاصية الجمع)

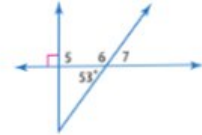
4. $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle AFC$,
 $m\angle 3 + m\angle 4 = m\angle EFC$
(مسألة جمع \angle)

5. $m\angle AFC = m\angle EFC$
(التعويض)

6. $\angle AFC \cong \angle EFC$ (تعريف \cong)

R-4 إثبات العلاقات بين الزوايا

أوجد قياس كل زاوية.

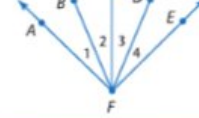


- $\angle 5$ 90
- $\angle 6$ 127
- $\angle 7$ 53

24. البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

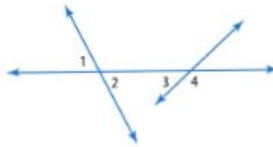
المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 4$, $\angle 2 \cong \angle 3$

المطلوب إثباته: $\angle AFC \cong \angle EFC$



مثال 4

أوجد قياس كل زاوية مرقمة إذا كان $m\angle 1 = 72$ و $m\angle 3 = 26$



$72 = 2\angle m$ بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

تشكل $\angle 3$ و $\angle 4$ زوجاً خطياً وينبغي أن تكونا زاويتين متكاملتين.

تعريف الزوايا المتكاملة
اطرح 26 من كل طرف

$$26 + m\angle 4 = 180$$

$$m\angle 4 = 154$$

15. بما أن C هي نقطة منتصف \overline{AE} و \overline{DB} و $CA = CE = \frac{1}{2}AE$ و $CD = CB = \frac{1}{2}DB$ حسب تعريف نقطة المنتصف.

وبعلمية أن $\overline{AE} \cong \overline{DB}$ إذا $AE = DB$ حسب تعريف القطع المستقيمة المتطابقة. وباستخدام خاصية الضرب، فإن $\frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}AE$

ثم باستخدام التعويض. $AC = CB$.

24. دائمًا: ننص المسألة 2.2 على أن أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

25. غير صحيحة على الإطلاق؛ ننص المسألة 2.1 على أن أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

26. أحيانًا، لا يجب أن تكون النقاط على استقامة واحدة لتقع في المستوى نفسه.

27. دائمًا: ننص المسألة 2.5 على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى.

28. غير صحيحة على الإطلاق؛ ننص المسألة 2.7 على أنه إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم.

29. أحيانًا: يجب أن تكون النقاط ليست على استقامة واحدة.

30. المعطيات: النقطة Y هي نقطة منتصف \overline{XZ} . Z هي نقطة منتصف \overline{YW} .

المطلوب إثباته: $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$

البرهان: نعلم أن Y هي نقطة منتصف \overline{XZ} وأن Z هي نقطة منتصف \overline{YW} . وحسب تعريف نقطة المنتصف، فإن $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{YZ} \cong \overline{ZW}$ وباستخدام تعريف القطع المستقيمة المتطابقة، سنجد أن $XY = ZW$ و $YZ = ZW$ و $XY = YZ$ مما يعني أن $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$ وفقًا وتعريف القطع المستقيمة المتطابقة.

31. المعطيات: L نقطة منتصف \overline{JK} .

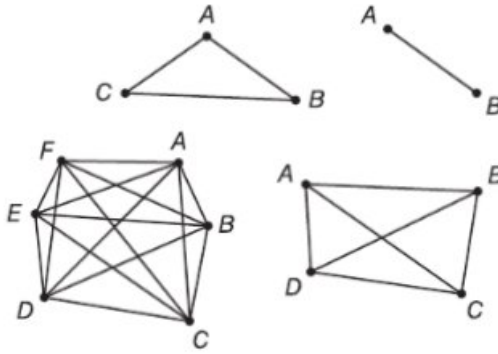
يتقاطع \overline{JK} مع \overline{MK} عند النقطة K . $\overline{MK} \cong \overline{KL}$

المطلوب إثباته: $\overline{LK} \cong \overline{MK}$

البرهان: نعلم أن L هي نقطة منتصف \overline{JK} و $\overline{MK} \cong \overline{KL}$ حسب نظرية نقطة المنتصف، فإن $\overline{KL} \cong \overline{LK}$ وباستخدام LK وفقًا لخاصية التعدي في المعادلة، فإن $\overline{LK} \cong \overline{MK}$.

32. نموذج الإجابة: نعلم من المعلومات المعطاة أنه يوجد إجمالي 11 دراجة ولوح تزلج، فإذا كانت b تمثل الدراجات و s تمثل ألواح التزلج، فعندئذ تكون $b + s = 11$ ويمكن كتابة المعادلة بهذه الصورة $s = 11 - b$ ، بلغ إجمالي العجلات 36 عجلة، لأن كل دراجة تحتوي على عجلتين وكل لوح تزلج يحتوي على أربع عجلات، إذا $2b + 4s = 36$ عوض بالمعادلة $s = 11 - b$ في المعادلة $2b + 4s = 36$ لحذف متغير واحد، فنتج هذه المعادلة $2b + 4(11 - b) = 36$ بسط المعادلة إلى $2b + 44 - 4b = 36$ ثم حلها حتى تصل إلى النتيجة $b = 4$ إذا كان هناك 4 دراجات، فيوجد $11 - 4 = 7$ ألواح تزلج. إذا، لدينا 4 دراجات و 7 ألواح تزلج.

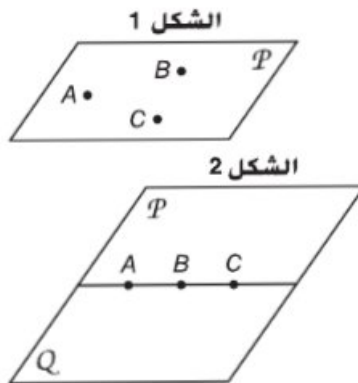
43a



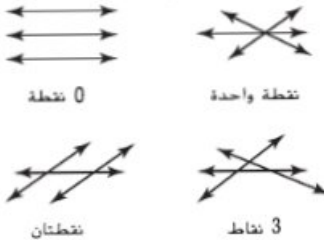
43b

عدد الوصلات	عدد أجهزة الكمبيوتر
1	2
3	3
6	4
10	5
15	6

48. أحيانًا: إذا كانت النقاط لا تقع على استقامة واحدة، فهذا يعني وجود مستوى واحد فقط حسب المسألة 2.2 الموضحة في الشكل 1. إذا كانت النقاط على استقامة واحدة، فسيوجد عدد لا نهائي من المستويات، يعرض الشكل 2 الصورة التي من المفترض أن يكون عليها المستويان اللذان يمران بنقاط على استقامة واحدة، ستدور المزيد من المستويات حول النقاط الثلاث.



49. أحيانًا: قد تحتوي الثلاثة مستقيمتان في المستوى نفسه على 0 أو 1 أو 2 أو 3 نقاط تقاطع. كما هو موضح في الأشكال الواردة أدناه.



استخدمت المسلمات 2.1 - 2.5. يوجد مستقيم واحد n يمر بالنقطتين A و B ، مما يحقق المسألة 2.1. أما بالنسبة إلى النقاط التي ليست على استقامة واحدة A و B و C ، فيوجد مستوى واحد فقط P ، مما يحقق المسألة 2.2. ويحتوي المستقيم n على النقطتين A و B ، مما يحقق المسألة 2.3. بينما يحتوي المستوى P على النقاط A و B و C التي ليست على استقامة واحدة، مما يحقق المسألة 2.4. يقع المستقيم n الذي يحتوي على النقطتين A و B ، بأكمله في المستوى P مما يحقق المسألة 2.5.

4 التقويم

أخبار الأمس اطلب من الطلاب كتابة كل برهان من الأمثلة في صورة برهان حر. واطلب منهم شرح كيف تساعد كتابة البرهان الحر في تنظيم برهان شكلي.

إجابات إضافية

36. نموذج الإجابة: مثال على التماثل:

سهلة هي أخت عبير، وعبير هي أخت سهلة. مثال غير دال على التماثل، إذا كانت موزة أقصر من سيباستيان، فإن سيباستيان أطول من موزة. مثال على التعويض: عندما يقادر لاعب الملعب في مباراة كرة سلة ليستريح. فإن المدرب يعوضه بلاعب آخر. مثال

غير دال على التعويض: يمكن لشخص ما فصيلة دمه O سالب أن يمنح دمًا لشخص ما من أي فصيلة دم. لكن يمكنه أن يستقبل الدم من فصيلة O سالب فقط.

40a. نموذج الإجابة: $3 + 3 = 6$,

$$5 + 7 = 12, 7 + 9 = 16$$

لا تمثل المعلومات المذكورة كل عدد صحيح فردي وإنما عينة من الأعداد الفردية فقط. لا توضح العينة أن التخمين صحيح لكل عدد فردي.

40b. نموذج الإجابة: $3 = 2(2) - 1$,

$$5 = 2(3) - 1, 7 = 2(4) - 1$$

40c. 2: نموذج الإجابة: كنت سأضع التعبيرات في الجزء b وأثبت أن المجموع عبارة عن مضاعف العدد 2.

40d. افترض أن عددين صحيحين

فرديين يمثلان بالصيغتين $2n - 1$

و $2m - 1$. المجموع $(2n - 1) +$

$$(2m - 1) \text{ يساوي } 2n + 2m - 2$$

يحتوي كل حد على العدد اثنين

كعامل لذلك بالتحليل إلى العامل

$$2 \text{ نحصل على } 2(n + m - 1)$$

وبما أن التعبير عبارة عن

مضاعف العدد 2 فإنه عدد

زوجي. ومن ثم، فإن مجموع

عددين صحيحين فرديين يكون

عددًا صحيحًا زوجيًا.

46. أحيانًا: بما أن المستوى يجب أن

يتكون من 3 نقاط على الأقل. يمكن

أن تقع النقطة الرابعة في المستوى

نفسه أو في مستوى مختلف.

44. الجبر تعهد رعاة خولة في ماراثون المشي

بدفع AED 30 زائد 7.50 AED عن كل

كيلومتر تمشيه، بينما تعهد رعاة مابسة بدفع

AED 45 زائد 3.75 AED عن كل كيلومتر

تمشيه، بعد كم من الكيلومترات ستكون كل من

خولة ومابسة قد جمعتا المبلغ المالي نفسه؟ J

F 10

G 8

H 5

J 4

45. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار

القبول عند إضافة 17 إلى $4m$ تكون

النتيجة 15z. أي من المعادلات التالية تمثل

العبارة أعلاه؟ E

A $17 + 15z = 4m$

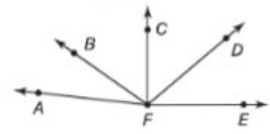
D $17(4m) = 15z$

B $(4m)(15z) = 17$

E $4m + 17 = 15z$

C $4m - 15z = 17$

42. في الرسم التخطيطي، $m\angle CFE = 90$ و $\angle AFB \cong \angle CFD$ ، أي من العبارات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟ B



A $m\angle BFD = m\angle BFD$

B \overline{BF} ينصف الزاوية $\angle AFD$

C $m\angle CFD = m\angle AFB$

D زاوية قائمة $\angle CFE$

43. إجابة قصيرة أوجد قياس $\angle B$ عندما تكون $m\angle C = 42$ و $m\angle A = 55$

83 $m\angle C = 42$ و $m\angle A = 55$



مراجعة شاملة

حدد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة دائمًا، أم أحيانًا، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح. (المس-1 R-46-48. انظر الهامش.

46. أي أربع نقاط تقع في مستوى واحد.

48. يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m، يقع المستقيم m في كلا المستويين P و Q.

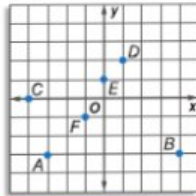
أوجد إحداثيات الرأس ومحور التماثل ومعادلته، ونقاط التقاطع مع المحور y للتعبير $52x^2 - 49x + 49$.

49. $y = 4x^2 + 8x - 5$

50. $y = -2x^2 + 8x + 5$

51. $y = x^2 - 8x + 9$

52. $y = 4x^2 + 16x - 6$



53. A (-3, -3) 54. B (4, -3)

55. C (-4, 0) 56. D (1, 2)

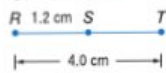
57. E (0, 1) 58. F (-1, -1)

اكتب الزوج المرتب لكل نقطة مبيّنة.

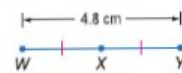
مراجعة المهارات

أوجد قياس كل قطعة مستقيمة. افترض أن كل شكل ليس مرسومًا بقياس.

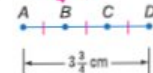
59. $\overline{ST} = 2.8 \text{ cm}$



60. $\overline{WX} = 2.4 \text{ cm}$



61. $\overline{BC} = 1\frac{1}{4} \text{ cm}$



p125

49. $(-1, -9); x = -1; -5$

50. $(2, 13); x = 2; 5$

51. $(4, -7); x = 4; 9$

52. $(-2, -22); x = -2; -6$

47. غير صحيحة على الإطلاق؛ مجموع زاويتين

متكاملتين يساوي 180° . لذلك فلا يمكن

لزاويتين حادتين أن تكونا متكاملتين أبدًا.

48. دائمًا؛ بما أن المستقيم عبارة عن تقاطع

مستويين، فإن المستقيم يقع في كلا

المستويين.

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات امتح كل طالب مسطرة لقياس إصبع ما من الأنملة حتى المفصل الأول. ثم اطلب من كل طالب القياس من المفصل الأول إلى الثاني. اطلب من الطلاب إيجاد الطول من أنملة الإصبع إلى المفصل الثاني وتحديد ما إذا كانت القياسات المأخوذة عن الإصبع المناظر في اليد الأخرى مطابقة أم لا. اطلب منهم كتابة المسلمات أو النظريات التي استخدموها.

إجابة إضافية

27. المعطيات: $AC = DF$, $AB = DE$

المطلوب إثباته: $BC = EF$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $AC = DF$, $AB = DE$ (معطى)

2. $AC = AB + BC$; $DF = DE + EF$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

3. $AB + BC = DE + EF$ (التعويض)

4. $BC = EF$ (خاصية الطرح)

تدريب على الاختبار المعياري

24. الجبر ما التعبير الذي يكافئ $\frac{12x^{-4}}{4x^{-8}}$ ؟

F $\frac{1}{3}x^4$

H $8x^2$

G $3x^4$

J $x^{\frac{4}{3}}$

25. إجابة فصيحة النسبة بين قياسي زاويتين متتامتين هي R:1. ما قياس الزاوية الأصغر؟ 18

26. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول

تستطيع هالة طباعة 40 كلمة في الدقيقة على لوحة المفاتيح. كم عدد الدقائق التي ستستغرقها هالة لطباعة 200 كلمة؟ C

A 0.5

D 10

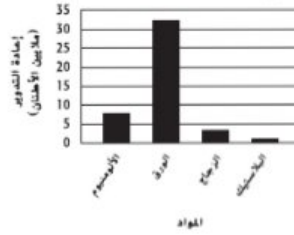
B 2

E 12

C 5

23. الجبر يوضح المخطط أدناه عملية إعادة التدوير السنوية حسب المواد في دولة ما. حوالي كم كيلوجرام من الألمنيوم تجري إعادة تدويره في كل عام؟ D

إعادة التدوير السنوية



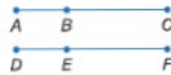
A 7.5

C 7,500,000

B 15,000

D 15,000,000,000

مراجعة شاملة



27. البرهان اكتب برهاناً من عمودين. (الدرس R-2)

المعطيات: $AC = DF$

$AB = DE$

المطلوب إثباته: $BC = EF$ انظر الهامش.

28. النماذج يستخدم برايان ستة مربعات من الورق المقوى لتشكيل منشور مستطيل. ما الشكل الهندسي الذي تمثله قطع الورق المقوى. وكم عدد المستقيبات التي ستكون يتقاطعا؟ المستويات: 12

29. المصباح سخط مصباح مسافة 25 m من مبنى ما. يمكن استخدام الصيغة $h = -16t^2 + 25$ لتقدير عدد الثواني التي سيستغرقها المصباح ليصطدم بالأرض.

a. ما المدة التي سيستغرقها المصباح ليصطدم بالأرض؟ 1.25 ثانية

b. إذا انقطعت عند 4 أمتار. فما مدة سقوط المصباح؟ حوالي 1.14 ثانية

بسط.

30. $\sqrt{48} \cdot 4\sqrt{3}$

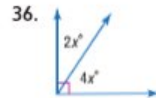
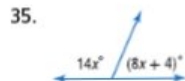
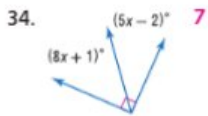
31. $\sqrt{162} \cdot 9\sqrt{2}$

32. $\sqrt{25a^6b^4} \cdot 5a^3b^2$

33. $\sqrt{45xy^8} \cdot 3y^4\sqrt{5x}$

مراجعة المهارات

الجبر أوجد x.



p132 | R-3 | إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

2 البرهان الهندسي بما أنّ الهندسة تستخدم المتغيرات والأعداد والعمليات أيضًا، فإن الكثير من خواص المساواة المستخدمة في الجبر صحيحة أيضًا في الهندسة، على سبيل المثال، قياسات القطع المستقيمة والزوايا عبارة عن أعداد حقيقية، لذا يمكن استخدام الخواص المستخدمة في الجبر لمناقشة علاقاتها كما هو مبين في الجدول أدناه.

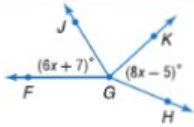
الخواص	القطع المستقيمة	الزوايا
الانعكاس	$AB = AB$	$m\angle 1 = m\angle 1$
التماثل	إذا كان $AB = CD$ فإن $CD = AB$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ فإن $m\angle 2 = m\angle 1$.
التعدي	إذا كان $AB = CD$ و $CD = EF$ فإن $AB = EF$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 2 = m\angle 3$ فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.

يمكن استخدام هذه الخواص لكتابة براهين هندسية.

نصيحة دراسية

خاصية التبديل والتجميع
سنفترض في هذا الكتاب أنه إذا كان a و b و c أعدادًا حقيقية، فإن الخواص التالية صحيحة.
خاصية التبديل في الجمع $a + b = b + a$
خاصية التبديل في الضرب $a \cdot b = b \cdot a$
خاصية التجميع في الجمع $(a + b) + c = a + (b + c)$
خاصية التجميع في الضرب $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

مثال 3 كتابة برهان هندسي



إذا كان $\angle JGK \cong \angle KGH$ و $\angle FGJ \cong \angle JGK$ ، فإن $x = 6$.
اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من هذا التخمين.
المعطيات: $\angle FGJ \cong \angle JGK$, $\angle JGK \cong \angle KGH$
 $m\angle FGJ = 6x + 7$, $m\angle KGH = 8x - 5$
المطلوب إثباته: $x = 6$
البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. $m\angle FGJ = 6x + 7$, $m\angle KGH = 8x - 5$ $\angle FGJ \cong \angle JGK$; $\angle JGK \cong \angle KGH$
2. تعريف الزوايا المتطابقة	2. $m\angle FGJ = m\angle JGK$; $m\angle JGK = m\angle KGH$
3. خاصية التعدي	3. $m\angle FGJ = m\angle KGH$
4. خاصية التعويض	4. $6x + 7 = 8x - 5$
5. خاصية الجمع	5. $6x + 7 + 5 = 8x - 5 + 5$
6. خاصية التعويض	6. $6x + 12 = 8x$
7. خاصية الطرح	7. $6x + 12 - 6x = 8x - 6x$
8. خاصية التعويض	8. $12 = 2x$
9. خاصية القسمة	9. $\frac{12}{2} = \frac{2x}{2}$
10. خاصية التعويض	10. $6 = x$
11. خاصية التماثل	11. $x = 6$

تمرين موجّه

اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من كل تخمين.

3A. إذا كان $\angle A = 37^\circ$ و $\angle A \cong \angle B$ فإن $m\angle B = 37^\circ$
3B. إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ فإن $y = 8$.



R-2 | البرهان الجبري | p120

2 البرهان الهندسي

يوضح المثال 3 طريقة استخدام الخواص لكتابة براهين هندسية.

مثال إضافي

3 إذا كان $\angle A \cong \angle B$ ، $m\angle B = 2m\angle C$ ، $m\angle C = 45^\circ$ ، $m\angle A = 90^\circ$ فإن
اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من هذا التخمين.

العبارات (المبررات)

- $m\angle A \cong m\angle B$, $m\angle B = 2m\angle C$ (معطى)
- $m\angle A = m\angle B$ (تعريف \cong الزوايا)
- $m\angle A = 2m\angle C$ (خاصية التعدي في =)
- $m\angle A = 2(45)$ (التعويض)
- $m\angle A = 90$ (التعويض)

انتبه!

الكلمة النهائية ذكّر الطلاب بأن يتحققوا من أن السطر النهائي في برهانهم يتوافق مع ما طلب في السؤال، على سبيل المثال، يمكن أن يتضمن البرهان الحل لمتغير، لكن السؤال يتطلب حل تعبير جبري بالمتغير.

نصائح للمعلمين الجدد

البرهان الجبري في البرهان من عمودين، لا تحتاج كل عبارة إلى أن تنتج مباشرة عن العبارة السابقة، لكن يجب أن تنتج عن العبارات أعلاها.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

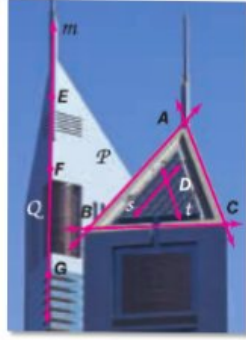
تسجيل الفيديو اطلب من الطلاب العمل في مجموعات لإنشاء فيديو يوضح طريقة كتابة برهان جبري من عمودين. احرص على تقديم تبريرات لتبرير كل خطوة. شارك الفيديو الخاص بكل مجموعة مع الصف الدراسي.

التركيز على محتوى الرياضيات

كتابة البراهين ذكّر الطلاب بأن التبريرات تذكر مع خطوات البرهان لجعلها دقيقة وإضافة الوضوح للقراري. إذا كان الطلاب يواجهون صعوبة في كتابة برهان شكلي، فيمكنهم كتابة الخطوات التي يعتقدون أنها تؤدي إلى الحل، ثم يعودون لإضافة التبريرات لكل خطوة، ستساعد هذه الطريقة على معرفة ما إذا كانوا قد أغفلوا أي خطوات وستساعدهم على فهم طريقة وصولهم إلى الحل.

تشكل هذه المسلمات الإضافية أساسًا للبراهين والتبريرات المتعلقة النقاط والمستقيمتين والمستويات.

مثال من الحياة اليومية 1 تحديد المسلمات



الهندسة المعمارية اشرح كيف توضح الصورة أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر المسلمة التي يمكن استخدامها لإثبات أن كل عبارة صحيحة.

a. يحتوي المستقيم m على النقطتين F و G . ويمكن أن تكون النقطة E المستقيم m أيضًا.
وحافة المبنى عبارة عن خط مستقيم m . تقع النقاط E و F و G على طول هذه الحافة. لذا فهي تقع على طول المستقيم m .
توضح المسلمة $R.3$ التي تنص على أن المستقيم يحتوي على نقطتين على الأقل. أن هذا صحيح.

b. يتقاطع المستقيمان s و t عند النقطة D .

تشكل الشبكة الموجودة على نافذة المبنى مستقيمتين متقاطعتين. يتقاطع المستقيمان s و t من هذه الشبكة في موقع واحد فقط. وهو النقطة D . توضح المسلمة $R.4$ التي تنص على أنه إذا تقاطعت مستقيمان فإن تقاطعهما يكون عند نقطة واحدة بالتحديد. أن هذا صحيح.

تمرين موجّه

1A. تحدد النقاط A و B و C أحد المستويات
1B. يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m

يمكنك استخدام المسلمات لشرح تبريرك عند تحليل العبارات.

مثال 2 تحليل العبارات باستخدام الفرضيات

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائمًا، أم أحيانًا، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك.

a. إذا تقاطعت مستقيمان في المستوى نفسه، فإن نقطة تقاطعهما تقع في المستوى نفسه الذي يقع فيه المستقيمان.

دائمًا، تنص المسلمة $R.5$ على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى. إذا، طالما أن كلتا النقطتين تقع في المستوى، فإن أي نقطة على هذه المستقيمتين، بما في ذلك نقطة تقاطعهما، تقع أيضًا في المستوى.

b. أربع نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

أحيانًا، تنص المسلمة $R.3$ على أن المستقيم يحتوي على الأقل على نقطتين. يعني هذا أن المستقيم يمكن أن يحتوي على نقطتين أو أكثر. إذا، يمكن لأربع نقاط ألا تكون على استقامة واحدة، مثل A و E و C و D . أو على استقامة واحدة مثل النقاط A و B و C و D .

تمرين موجّه

2A. يحدد مستقيمان متقاطعتان أحد المستويات
2B. تتقاطع ثلاثة مستقيمتين في نقطتين

2 البراهين الحرة لإثبات فرضية، فأنت تستخدم التبرير الاستنتاجي للانتقال من الفرضية إلى الخلاصة الخاصة بالتحسين الذي نحاول إثباته، ويتم هذا عن طريق كتابة **برهان**. وهو فرضية منطقية تدعم قبيها أي عبارة تقولها بعبارة صحتها مقبولة.

1A. تشكل النقاط A و B و C الرؤوس الثلاثة للمستقيم. تنص المسلمة 2.2 على أن أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.
1B. تتقاطع حواف جوانب السقف. يتقاطع المستويان P و Q لهذا السقف مرة واحدة في المستقيم m .
المسلمة 2.7: إذا تقاطعت مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم.

2A. دائمًا، بين أي مستقيمتين متقاطعتين، توجد دائمًا ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة، وتنص المسلمة 2.2 على أن أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة، يمر بها مستوى واحد فقط.
2B. غير صحيحة على الإطلاق؛ من أجل أن تتقاطع ثلاثة مستقيمتين في نقطتين، يجب أن يكون مستقيمان من الثلاثة متماثلين.

نصيحة دراسية
النظام البيئي النظام البيئي عبارة عن مجموعة من القواعد البيئية التي يمكن استخدامها معها أو استخدامها جميعًا للاستنتاج المنطقي للنظريات.

1 النقاط والمستقيمتين والمستويات

يوضح المثالان 1 و 2 كيفية التعرف على المسلمات ومقارنتها. يجب على الطلاب أن يكونوا قادرين على إثبات التخمينات باستخدام المسلمات والنظريات.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 الهندسة المعمارية اشرح كيف

توضح الصورة الواردة في المثال 1 أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر المسلمة التي يمكن استخدامها لإثبات أن كل عبارة صحيحة.

a. تقع النقطتان F و G في المستوى Q وعلى المستقيم m . يقع المستقيم m بالكامل في المستوى Q . تقع النقطتان F و G على المستقيم m . ويقع المستقيم في المستوى Q .
توضح المسلمة 2.5 التي تنص على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى. أن هذا صحيح.

b. تحدد النقطتان A و C أحد المستقيمتين. تقع النقطتان A و C على طول حافة ما. وهي المستقيم الذي تحددها. تثبت المسلمة 2.1 التي تنص على أنه في ما بين أي نقطتين يوجد مستقيم واحد بالتحديد. أن هذا صحيح.

p111

نصائح للمعلمين الجدد

البراهين الشكلية ذكّر الطلاب أنه بالرغم من أن المسلمات لم تثبت شكلًا، فإنه تقبل صحتها وتستخدم لإثبات عبارات ونظريات أخرى.

التدخل التقييمي اليومي إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض الموضوعات التي تتناولها الأسئلة. فذكر الطلاب بأن مراجع الصفحات ترشدكم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

خيار اليوميين اطلب من الطلاب إكمال مراجعة درس بدرس. ثم يمكنك استخدامها لتخصيص ورقة عمل مراجعة أخرى تتناول كل أهداف هذه الوحدة أو الأهداف التي يحتاج فيها طلابك إلى المزيد من المساعدة فقط.

إجابات إضافية

5. غير صحيحة على الإطلاق؛ إذا تقاطع مستويان، فإنهما يكونان مستقيماً.
6. أحياناً؛ إذا كانت النقاط الثلاثة على استقامة واحدة، فستقع في عدة مستويات، لكن إذا لم تكن على استقامة واحدة، فستقع في مستوى واحد فقط.
7. دائماً؛ إذا احتوى مستوى على مستقيم، فإن كل نقطة من هذا المستقيم تقع في المستوى.
8. أحياناً؛ إذا كانت الزوايا متجاورة، فستكوّن زاوية قائمة، لكنها إذا كانت غير متجاورة، فلن تكون زاوية قائمة.
9. 15 مضافة؛



16. العبارات (المبررات)

1. $PQ = RS, PQ = 5x + 9$, (معطى)
2. $RS = x - 31$
3. $5x + 9 = x - 31$ (خاصية التعويض)
4. $4x + 9 = -31$ (خاصية الطرح)
5. $4x = -40$ (خاصية الطرح)
6. $x = -10$ (خاصية القسمة)

R-1 المسلمات والبراهين الحرة

- حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً أم أحياناً، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح. **5-9. انظر الهامش**
5. يتقاطع المستويان في نقطة واحدة.
 6. تقع ثلاث نقاط في أكثر من مستوى واحد.
 7. إذا كان المستقيم m يقع في المستوى X ويمر بالمستقيم m بالنقطة Q . فإن النقطة Q تقع في المستوى X .
 8. إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإنهما تشكلان زاوية قائمة.
 9. **التواصل** جرى تقديم ستة أشخاص في مؤتمر عمل. فإذا صافح كل شخص بقية الأشخاص، فما عدد المصافحات التي تبادلها هؤلاء الأشخاص؟ صمّم نموذجاً يدعم تبريرك.

مثال 1

- حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً أم أحياناً، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح.
- a. إذا وقعت النقاط X و Y و Z في المستوى R . فإن هذه النقاط لا تقع على استقامة واحدة.
 - أحياناً، حقيقة أنّ النقاط X و Y و Z تقع في المستوى R لا تضمن ما إذا كانت هذه النقاط تقع على استقامة واحدة أم لا.
 - b. يمر مستقيم واحد فقط بالنقطتين A و B .
- دائماً، حسب المسألة 4-1. يوجد مستقيم واحد فقط يمر بنقطتين.

R-2 البرهان الجبري

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

10. إذا كان $7(x - 3) = 35$ ، فإن $7(x - 3) = 35$.
- خاصية التماثل**
11. إذا كان $2x + 19 = 27$ ، فإن $2x + 19 = 8$. **خاصية الطرح**
12. $5(3x + 1) = 15x + 5$. **خاصية التوزيع**
13. $7x - 2 = 7x - 2$. **خاصية الانعكاس**
14. إذا كان $2x + 8 = 3y$ و $12 = 2x + 8$ ، فإن $3y = 12$.
15. انسخ البرهان التالي وأكمله.
المعطيات: $6(x - 4) = 42$
المطلوب إثباته: $x = 11$

المبررات	العبارات
a. ؟	المعطيات
b. ؟	خاصية التوزيع
c. ؟	خاصية الجمع
d. ؟	خاصية القسمة

16. اكتب برهاناً من عمودين لإثبات أنه إذا كان $PQ = RS$ و $PQ = 5x + 9$ و $RS = x - 31$ ، فإن $x = -10$. **انظر الهامش.**
17. **درجات الطلاب** حصل فالج في اختبارات هذا الربع على درجة مساوية ليولا. وحصلت يوفا في اختبارات هذا الربع على درجة مساوية لهيث. ما الخاصية التي تثبت أن فالج وهيث حصلوا على درجات متساوية؟ **خاصية التعدي**

مثال 2

اكتب برهاناً من عمودين.
المعطيات: $\frac{5x - 3}{6} = 2x + 1$
المطلوب إثباته: $x = -\frac{9}{7}$
البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	$\frac{5x - 3}{6} = 2x + 1$
2. خاصية الضرب في المعادلة	$5x - 3 = 6(2x + 1)$
3. خاصية التوزيع في المعادلة	$5x - 3 = 12x + 6$
4. خاصية الطرح في المعادلة	$-3 = 7x + 6$
5. خاصية الطرح في المعادلة	$-9 = 7x$
6. خاصية القسمة في المعادلة	$-\frac{9}{7} = x$
7. خاصية التماثل في المعادلة	$x = -\frac{9}{7}$

استخدم اختبارات الوحدة البديلة ذات المستويات المتعددة لتمييز التقويم لطلابك.

إجابات إضافية

5. $m\angle 1 = 48$, $m\angle 2 = 42$,

\cong نظرية الزاويتين المتتامتين؛

$m\angle 3 = 90$ معطى.

6. $m\angle 7 = 81$, $m\angle 8 = 99$,

\cong نظرية الزاويتين المتكاملتين؛

$m\angle 5 = 81$, $m\angle 6 = 99$

نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس

7. إذا كانت زاوية ما حادة، فإن قياسها يكون أقل من 90.

8. إذا كان مستقيمان متعامدين، فإنهما يكونان زوايا قائمة.

إجابات إضافية (تمرين على الاختبار)

14. 84؛ نظرية الزوايا الداخلية المتتالية

15. 138؛ نظرية الزاويتين المتكاملتين

16. 42؛ نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة

18. $k \parallel z$ ؛ عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين.

19. لا يمكن إثبات \parallel أي مستقيمين.

20. $p \parallel q$ ؛ عكس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة

1. البرهان اسخ البرهان التالي وأكمله.
المعطيات: $2x + 7 = 3(x - 4)$
المطلوب إثباته: $x = 19$
البرهان:

المبررات	العبارات
a. معطى	a. $3(x - 4) = 2x + 7$
b. خاصية الجمع	b. $3x - 12 = 2x + 7$
c. خاصية الطرح	c. $x - 12 = 7$
d. خاصية الجمع	d. $x = 19$

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً، أم أحياناً، أم غير صحيحة على الإطلاق.

2. تكوّن الزاويتان المتكاملتان زوجاً خطياً. أحياناً

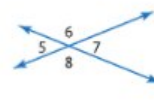
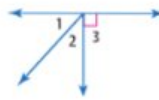
3. إذا وقعت النقطة B بين النقطتين A وC، فإن $AC + AB = BC$ أبداً

4. إذا تقاطع مستقيمان وكوّنوا زوايا متجاورة متطابقة، فإن المستقيمين متعامدان. دائماً

أوجد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات التي تبرر عملك.

5. $m\angle 1 = x$, $m\angle 2 = x - 6$

6. $m\angle 2 = 7x + 15$, $m\angle 3 = 8x$



اكتب كل عبارة في صورة "إذا، فإن".

7. قياس الزاوية الحادة أقل من 90.

8. يتقاطع المستقيمان المتعامدان ليكوّنوا زوايا قائمة.

9. الاختيار من متعدد إذا احتوى المثلث على زاوية منفرجة واحدة، فإنه مثلث منفرج الزاوية.

أي العبارات التالية هي العكس الإيجابي للعبارة الشرطية أعلاه؟ C

A إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

B إذا لم يحتو المثلث على زاوية منفرجة واحدة، فإنه ليس مثلثاً منفرج الزاوية.

C إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه لا يحتوي على أي زاوية منفرجة.

D إذا كان المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

حدّد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المعطاة.

10. $G(8, 1)$, $H(8, -6)$ 11. $A(0, 6)$, $B(4, 0)$ $\frac{3}{2}$

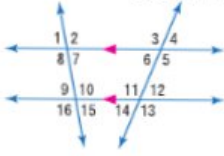
12. $E(6, 3)$, $F(-6, 3)$ 0 13. $E(5, 4)$, $F(8, 1)$ -1

في الشكل، $m\angle 8 = 96$ و $m\angle 12 = 42$. أوجد قياس كل زاوية اذكر أي مسلمة (مسلمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

14. $\angle 9$

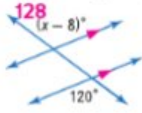
15. $\angle 11$

16. $\angle 6$



14-16. انظر الهامش.

17. أوجد قيمة x في الشكل أدناه.

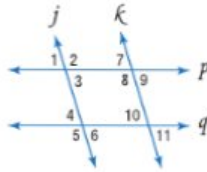


حدّد أي مستقيمين، إن وجدوا، متوازيين بناءً على المعلومات التالية. واذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

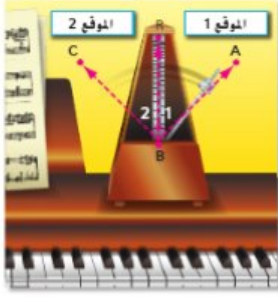
18. $\angle 10 \cong \angle 4$

19. $\angle 6 \cong \angle 9$

20. $\angle 11 \cong \angle 7$



18-20. انظر الهامش.



27. **فرضيات** لتجديد إبطاع معين، ثم تعديل وزن بندول الساعة بحيث يتأرجح ببعدهل معين. افترض أن زاوية $\angle ABC$ الواردة في الصورة قائمة. وإذا كان $m\angle 1 = 45$ ، فاكبت برهاناً حراً لإثبات أن $\overline{BR} \perp \overline{AC}$. **انظر الهامش.**



28. **البرهان** اكتب برهاناً للنظرية 4.8. **انظر الهامش.**

29. **الجغرافيا** تشترك يونا وكولورادو وأريزونا ونيومكسيكو في نقطة مشتركة على حدودها تُسمى الزوايا الأربع. هذا هو المكان الوحيد الذي تلتقي فيه أربع ولايات في نقطة واحدة. إذا كانت زاوية قائمة. فأثبت أن المستقيبين ℓ و m متعامدان. **انظر ملحق إجابات الوحدة R.**

30. **النميشلات المتعددة** ستستكشف في هذه المسألة العلاقات بين الزوايا.

- a. هندسيًا ارسم الزاوية القائمة $\angle ABC$. ضع النقطة D داخل هذه الزاوية، وارسم \overline{BD} . ثم ارسم \overline{KL} وأنشئ $\angle JKL$ مطابقة للزاوية $\angle ABD$.
b. لفظيًا ضع تخمينًا للعلاقة بين $\angle JKL$ و $\angle DBC$.
c. منطقيًا أثبت تخمينك. **a-c. انظر ملحق إجابات الوحدة R.**

مهارات التفكير العليا. مسائل استخدام مهارات التفكير العليا

31. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم الزاوية $\angle WXZ$ حيث يكون $m\angle WXZ = 45$. ثم أنشئ $\angle YXZ$ مطابقة لـ $\angle WXZ$. ضع تخمينًا حول قياس $\angle WXY$. أثبت تخمينك. **انظر ملحق إجابات الوحدة R.**

32. **الكتابة في الرياضيات** اكتب الخطوات التي ستستخدمها لإكمال البرهان أدناه.
المعطيات: $AB = \frac{1}{2}BD$, $\overline{BC} \cong \overline{CD}$
المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
نموذج الإجابة: أولاً، أثبت أن $BC + CD = BD$ و $BC = CD$. ثم استخدم التعويض لتثبت أن $AB = \frac{1}{2}BD$ وهكذا $AB = CD$. وهذا يعني أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

33. **تحفيز** تم إثبات حالة واحدة من حالات نظرية نطاق الزوايا المتكاملة في هذا الدرس. وقد أثبت في $CD + CD = BD$ التمرين 6 الحالة نفسها لنظرية نطاق الزوايا المتكاملة. اشرح سبب وجود حالة أخرى لكل نظرية من هاتين النظريتين. ثم اكتب برهانًا للحالة الثانية من كل نظرية. **انظر ملحق إجابات الوحدة R.**

34. **التبرير** حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أم خاطئة أم دائمة أم لا تصح أبدًا. اشرح تبريرك. إذا كانت إحدى الزوايا المتكونة من خلال مستقيمين متقاطعين حادة، فإن الزوايا الثلاثة الأخرى المتكونة تكون حادة أيضًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة R.**

35. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف يمكنك استخدام المنطلة لإيجاد قياس الزاوية المكمل لزاوية أخرى بطريقة سريعة. **انظر الهامش.**

p140 | R-4 | إثبات العلاقات بين الزوايا

التدريس المتمايز

توسع أوجد $m\angle C$ إذا كانت $\angle C \cong \angle A$ و $m\angle A = 3x$ و $m\angle B = x + 20$ و $\angle B$ و $\angle A$ متكاملتين. تحقق من إجابتك.

- $m\angle A + m\angle B = 180$ (تعريف \angle المتكاملتين) $m\angle C = 3x$ (التعويض) 5
- $3x + x + 20 = 180$ (التعويض) 6 $m\angle C = 3(40)$ (التعويض)
- $x = 40$ (التعويض) 7 $m\angle C = 120$ (التعويض)
- $m\angle A = m\angle C$ (تعريف \cong) 4

Uncorrected first proof - for training purposes only

التمثيلات المتعددة

في التمرين 30، سيستخدم الطلاب رسومات هندسية، ووصفًا لفظيًا، وبرهانًا لاستكشاف الزوايا في مثلث.

ملاحظات لحل التمرين

فرجار ومنقلة ومسطرة مستقيمة يتطلب التمرينان 30 و 31 أن يستخدم الطلاب فرجارًا ومنقلة ومسطرة مستقيمة.

إجابات إضافية

27. بما أن مسار البندول يصنع زاوية قائمة، فإن $\angle ABC$ زاوية قائمة أو يبلغ قياسها 90 وبما أن \overline{BR} يقسم $\angle ABC$ إلى $\angle ABR$ و $\angle CBR$. وحسب مسلمة جمع الزوايا، فإن $m\angle ABR + m\angle CBR = m\angle ABC$

وباستخدام التعويض $m\angle ABR + m\angle CBR = 90$ وبالتعويض مرة أخرى، $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$

على $m\angle 1$ يساوي 45 . وبالتعويض، $m\angle 2 + 45 = 90$ خاصة الطرح، $m\angle 2 = 90 - 45 = 45$

وبما أن $m\angle 1$ و $m\angle 2$ متساويان، يكون \overline{BR} مُنصف $\angle ABC$ وذلك حسب تعريف مُنصف الزاوية.

28. **المعطيات:** الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متقابلتان بالرأس.

المطلوب إثباته: $\angle 1 \cong \angle 3$

البرهان: بما أن الزاويتين $\angle 1$ و $\angle 3$ متقابلتان بالرأس، فهذا يعني أنهما تكوّنا بواسطة مستقيمين متقاطعين.

ثم نعرف أن $\angle 1$ و $\angle 2$ تشكلان زوجًا خطيًا وكذلك أن $\angle 2$ و $\angle 3$ تشكلان زوجًا خطيًا. وحسب النظرية 2.3، فإن الزاويتين $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان وكذلك $\angle 2$ و $\angle 3$

الزاويتان $\angle 3$ متكاملتان. وحسب خاصية التعدي في التطابق، فإن $\angle 1 \cong \angle 3$.

35. **نموذج الإجابة:** بما أن المنطلة تحتوي على مقياس كل من الزاوية الحادة والمنفرجة في الأعلى، فإن الزاوية المكمل تساوي قياس الزاوية المعلومة على المقياس الآخر.

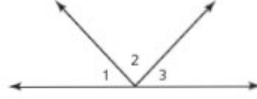
تدريب على الاختبار المعباري

تراكمي

الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. في الرسم التخطيطي أدناه، $\angle 1 \cong \angle 3$. **F**



أي من الخلاصات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟

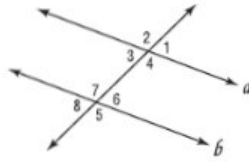
F $m\angle 1 - m\angle 2 + m\angle 3 = 90$

G $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180$

H $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$

J $m\angle 2 - m\angle 1 = m\angle 2 - m\angle 3$

2. إذا كان $a \parallel b$ في الرسم التخطيطي أدناه، فأي الاستنتاجات التالية صحيحة ليست مؤكدة؟ **D**



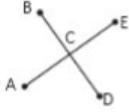
A $\angle 1 \cong \angle 3$

C $\angle 2 \cong \angle 5$

B $\angle 4 \cong \angle 7$

D $\angle 8 \cong \angle 2$

3. في الرسم التخطيطي، يتقاطع \overline{BD} مع \overline{AE} في النقطة C. أي من الخلاصات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟ **D**



A $\angle ACB \cong \angle ECD$

B تكون $\angle ACD$ و $\angle ACB$ زوجًا خطيًا.

C $\angle ACD$ و $\angle BCE$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

D $\angle ECD$ و $\angle BCE$ زاويتان متتامتان.

4. ما التأثير في التمثيل البياني للمعادلة $y = x^2 + 4$ عندما تتغير إلى $y = x^2 - 3$ ؟ **H**

F يتغير ميل التمثيل البياني.

G يزيد عرض التمثيل البياني.

H لا يتغير شكل التمثيل البياني. وتنتقل رأسه إلى الأسفل.

J لا يتغير شكل التمثيل البياني. وتنتقل رأسه إلى اليسار.

5. ما المعادلة التي تنتج أضيّق قطع مكافئ عند تبديلها بيانيًا؟ **C**

A $y = 3x^2$

C $y = 6 - x^2$

B $y = \frac{3}{4}x^2$

D $y = -\frac{3}{4}x^2$

6. ما التأثير في التمثيل البياني للمعادلة $y = 3x^2$ عندما تتغير إلى $y = 2x^2$ ؟ **J**

F التمثيل البياني لـ $y = 2x^2$ انعكاس للتمثيل البياني لـ $y = 3x^2$ عبر المحور y.

G يدور التمثيل البياني بمقدار 90 درجة حول نقطة الأصل.

H يقل عرض التمثيل البياني.

J يزيد عرض التمثيل البياني.

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 3 المثال المضار هو مثال يُستخدم لإثبات أن العبارة المعطاة ليست صحيحة دائمًا.

التقويم التكويني

يمكنك استخدام هذه الصفحات لتقييم مدى تقدم الطلاب.

خيارات الواجب المنزلي
الاستعداد للوحدة 5 عيّن للطلاب التمارين كواجب منزلي لتقويم مستواهم لمعرفة ما إذا كانوا يمتلكون المهارات المطلوبة للوحدة التالية أم لا.

إجابة موسعة

9. يُطلق سلطان نموذجًا لصاروخ من مستوى الأرض. ويُمكن إيجاد ارتفاع الصاروخ h بالمتر باستخدام المعادلة $h = -4.9t^2 + 56t$. حيث يمثل t الزمن بالثانية بعد الإطلاق. **انظر الهامش.**
- a. ما أقصى ارتفاع سيصل إليه الصاروخ؟ قُرب إلى أقرب جزء من العشرة من المتر. وضح كل خطوة وشرح الطريقة.
- b. ما المدة التي سيستغرقها الصاروخ بعد إطلاقه حتى يصل إلى أقصى ارتفاع له. قُرب إلى أقرب جزء من العشرة من الثانية.
- 5.7 s

إجابة قصيرة/إجابة شبيهة

- دُون إجابتك في ورقة الإجابات التي زوّدت بها المعلم أو أي ورقة عادية
7. استخدم البرهان للإجابة عن السؤال.
- المعطيات: $\angle A$ متتام مع $\angle B$. $m\angle B = 46$
- المطلوب إثباته: $m\angle A = 44$
- البرهان:

المبررات	العبارات
1. المعطيات	1. A متبنة لـ B ، إذا $m\angle B = 46$
2. تعريف الزوايا المتتامة	2. $m\angle A + m\angle B = 90$
3. خاصية التعمُّض	3. $m\angle A + 46 = 90$
4. ؟	4. $m\angle A + 46 - 46 = 90 - 46$
5. خاصية التعمُّض	5. $m\angle A = 44$

ما السبب الذي يمكن تقديمه لتبرير العبارة 4؟ **خاصية الجمع**

8. الارتفاع يمكن تعديل ارتفاع h كرة تترد في الزمن t بالثانية من خلال المعادلة $h = -16t^2 + 28.3t$.
- a. اكتب المعادلة التي تمثل الارتفاع في صيغة العوامل.
- $h = t(-16t + 28.3)$
- b. ما ارتفاع الكرة بعد 1.5 ثانية؟ **6.45 ft**
- c. ما ارتفاع ارتداد الكرة؟ **13 ft**

9a. $160 m$: نموذج الإجابة: صيغة الرأس
 للمعادلة هي $h = -4.9 \left(t - \frac{40}{7}\right)^2 + 160$
 إذا فالرأس تقع عند $\left(\frac{40}{7}, 160\right)$

التمثيلات المتعددة

في التمرين 28، يستخدم الطلاب نماذج وجدولاً ووصفاً لفظياً ومعادلات جبرية لاستكشاف حجم مكعب ما.

إجابات إضافية

23. المعطيات: $\overline{DF} \cong \overline{EG}$

المطلوب إثباته: $x = 10$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{DF} \cong \overline{EG}$ (معطى)

2. $DF = EG$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

3. $11 = 2x - 9$ (التعويض)

4. $20 = 2x$ (خاصية الجمع)

5. $10 = x$ (خاصية القسمة)

6. $x = 10$ (خاصية التماثل)

24. المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

المطلوب إثباته: $x = 4$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ (معطى)

2. $AB = AC$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

3. $3x + 15 = 5x + 7$ (التعويض)

4. $8 = 2x$ (الطرح)

5. $4 = x$ (خاصية القسمة)

6. $x = 4$ (خاصية التماثل)

25. المعطيات: $\angle Y \cong \angle Z$

المطلوب إثباته: $x = 100$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle Y \cong \angle Z$ (معطى)

2. $m\angle Y = m\angle Z$ (تعريف \cong)

3. $x + 10 = 2x - 90$ (التعويض)

4. $10 = x - 90$ (خاصية الطرح)

5. $100 = x$ (خاصية الجمع)

6. $x = 100$ (خاصية التماثل)

22. فرضيات يُعطي قانون الغاز المثالي بالصيغة $PV = nRT$. حيث $P =$ الضغط مقياساً بالضغط الجوي، و $V =$ الحجم بالنترات، و $n =$ كمية الغاز بالمولات، و $R =$ قيمة ثابتة، و $T =$ درجة الحرارة بالكلفن.

a. أثبت أنه إذا عُرف الضغط والحجم وكمية الغاز، فإن الصيغة $T = \frac{PV}{nR}$ تعطي درجة حرارة الغاز.

b. إذا كان لديك مول واحد من الأكسجين بحجم 25 لتراً عند ضغط 1 ضغط جوي، فما درجة حرارة الغاز؟ قيمة R تساوي 0.0821. ما الخاصية التي تُبرر حسابك؟ **305 كلن؛ التعويض.**

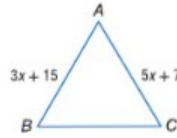
22a. البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $PV = nRT$ (معطى)

2. $\frac{PV}{nR} = \frac{nRT}{nR}$ (خاصية القسمة)

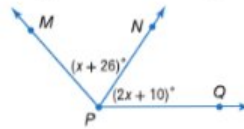
3. $\frac{PV}{nR} = T$ (خاصية القسمة)

البرهان اكتب برهاناً من عمودين. 23-25. انظر الهامش.

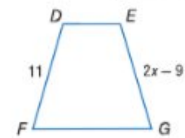
24. إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ ، فإن $x = 4$.



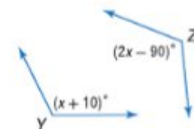
26. إذا كان $\angle MPN \cong \angle QPN$ ، فإن $x = 16$. انظر ملحق إجابات الوحدة R.



23. إذا كان $\overline{DF} \cong \overline{EG}$ ، فإن $x = 10$.



25. إذا كان $\angle Y \cong \angle Z$ ، فإن $x = 100$.



27. الكهرباء يمكن حساب الجهد V لدائرة كهربائية ما باستخدام الصيغة $V = \frac{P}{I}$ ، حيث I تمثل القدرة و P شدة التيار المار في الدائرة.

a. اكتب برهاناً لإثبات أنه عندما تكون القدرة ثابتة، ينخفض الجهد إلى النصف عند مضاعفة التيار. a, b. انظر ملحق إجابات الوحدة R.

b. اكتب برهاناً لإثبات أنه عندما يكون التيار ثابتاً، يزيد الجهد إلى الضعف عند مضاعفة القدرة.



وحدات s

28. التمثيلات المتعددة افترض أن مكعباً طول ضلعه s، و c, e. انظر ملحق إجابات الوحدة R.

a. حسباً ارسم أو أنشئ نموذجاً لمكعبات أطوال أضلاعها 2 و 4 و 8 و 16 وحدة. b. جدولياً أوجد حجم كل مكعب، نظم نتائجك في جدول مثل المبين.

الحجم (V)	طول الضلع (s)
8	2
64	4
512	8
4096	16

c. لفظياً استخدم جدولك للوصول إلى تخمين حول التغير في الحجم عند مضاعفة طول ضلع المكعب، عبر عن تخمينك بالكلمات.

d. تحليلاً اكتب تخمينك في صورة معادلة جبرية. $8V = (2s)^3$

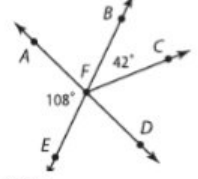
e. منطقياً اكتب برهاناً لتخمينك، تأكد من كتابة عبارات المعطيات والمطلوب إثباته في بداية برهانك.

تدريب على الاختبار المعياري

36. إجابة شبيكية ما منوال هذه مجموعة البيانات هذه؟

4, 1, 0, 4, 1, 2, -3, 4

37. أوجد قياس $\angle CFD$.



A 66° C 108°
B 72° D 138°

38. الجبر بسط. H

$$4(3x - 2)(2x + 4) + 3x^2 + 5x - 6$$

F $9x^2 + 3x - 14$

G $9x^2 + 13x - 14$

H $27x^2 + 37x - 38$

J $27x^2 + 27x - 26$

39. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول

يقع منزل وفاء عند (3, 0) بينما يقع مجمع تجاري عند النقطة (0, 4). وذلك على شبكة إحداثيات تمثل كل وحدة فيها كيلومترا واحداً. فما المسافة بين منزل وفاء والمجمع التجاري؟

A 3 km D 13 km
B 5 km E 25 km
C 12 km

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب

الطلاب زوّد الطلاب بقائمة بالنظريات الواردة في هذه الوحدة. واطلب من كل طالب اختيار نظرية وكتابة ملخص عنها بدون استخدام كتبهم. ثم اطلب منهم تسليم ملخصاتهم أثناء مغادرتهم لفرقة الصف.

إجابات إضافية

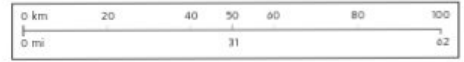
40. نعم؛ فوفقاً للمقياس. فإن 100 km

و 62 mi متساويان في الطول. مما يعني أنّ $AB = CD$ وحسب تعريف التطابق. فإنّ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

53. نعم؛ إنّه يقطع كلا المستقيمين m و n عندما تمتد المستقيمتان الثلاثة.

مراجعة شاملة

40. الخرائط يوجد في الخريطة مقياساً يوضح الكيلومترات بالأعلى والأميال بالأسفل.



افترض أنّ \overline{AB} و \overline{CD} قطعتان مستقيمتان. إذا كان $AB = 100$ كيلومتر و $CD = 62$ كيلو متر. فهل $\overline{AB} \cong \overline{CD}$? اشرح. (الدرس R-3) انظر الهامش.

اذكر الخاصية التي تقرر كل عبارة. (الدرس R-4)

41. إذا كان $y + 7 = 5$ فإن $y = -2$. خاصية الطرح

43. إذا كان $a - b = x$ فإن $b = 3$ و $a - 3 = x$. التعويض

مثّل كل دالة بيانياً. حدّد المجال والمدى.

44-46. انظر ملحق الإجابات

42. إذا كان $MN = PQ$ فإن $PQ = MN$. خاصية التماثل

44. إذا كان $x(y + z) = 4$ فإن $xy + xz = 4$. خاصية التوزيع

45. $f(x) = 3(4)^x$

46. $f(x) = 2^{3x} - 3$

47. $2^{x-1} = 8^{x+3} - 5$

48. $5^{2x+12} = 25^{10x-12} \cdot 2$

{كل الأعداد الحقيقية};
 $R = \{f(x) \mid f(x) > 0\}$

{كل الأعداد الحقيقية};
 $R = \{f(x) \mid f(x) > -3\}$

حل كل من المعادلات التالية.

مراجعة المهارات

ارجع إلى الشكل.

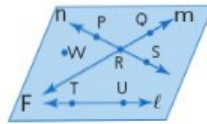
49. سمّ مستقيماً يحتوي على النقطة P . المستقيم n

50. سمّ تقاطع المستقيمين n و m . النقطة R

51. سمّ نقطة لا تقع على أي من المستقيمتين ℓ أو m أو n . النقطة W

52. ما الاسم الآخر للمستقيم n ? نموذج الإجابة: \overleftrightarrow{PR}

53. هل يتقاطع المستقيم ℓ مع المستقيم m أو المستقيم n ? اشرح. انظر الهامش.



p141

4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب ذكر كيف ستساعدكم كتابة برهان حر بينما يبدؤون تعلم البرهان الجبري والبرهان من عمودين.

إجابات إضافية

58. $\frac{1}{2}(t-18)(t+18)$
 59. $d(5d-7)(5d+7)$
 60. $4u^3(7t-6)(7t+6)$
 61. $(13a^2b^3-11c^4)(13a^2b^3+11c^4)$
 62. $(2g-36h)(2g+36h)$
 63. $(3a+5)(3a-5)(2a+3)$

53. أي العبارات لا يمكن أن تكون صحيحة؟ H

F تحدد ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة أحد المستويات.

G يتقاطع مستقيمان في نقطة واحدة فقط.

H يمكن لمستقيمين على الأقل أن يحتويوا على النقطتين أنفسهما.

J تقسم نقطة المنتصف القطعة المستقيمة إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

54. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول ما أكبر عدد

من المناطق يمكن تكوينها إذا تقاطعت 3 مستقيمت متميزة مع دائرة؟ E

- A 3 D 6
 B 4 E 7
 C 5

51. الجبر أي مما يلي يمثل أحد حلول المعادلة

$$3x^2 - 5x + 1 = 0? \text{ A}$$

$$\text{A } \frac{5 + \sqrt{13}}{6}$$

$$\text{C } \frac{5}{6} - \sqrt{13}$$

$$\text{B } \frac{-5 - \sqrt{13}}{6}$$

$$\text{D } \frac{-5}{6} + \sqrt{13}$$

52. إجابة شبيكية لدى سلطان 20 كرة زجاجية

في حقيبة. جميعها بالحجم والشكل أنفسهما.

توجد 8 من الكرات الحمراء، و 10 من الكرات

الصفراء في الحقيبة. وسيختار كرة زجاجية

من الحقيبة بشكل عشوائي. فما احتمال أن

تكون الكرة الزجاجية التي سيختارها سلطان

صفراء؟ $\frac{1}{2}$ أو 0.5

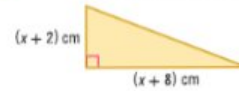
مراجعة شاملة

حلّ كل معادلة بإكمال المربع. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

55. $x^2 + 4x - 8 = 5$ -6.1, 2.1

56. $3x^2 + 5x = 18$ -3.4, 1.8

57. أوجد قيمة x في الشكل إذا كانت المساحة 36 cm^2



حلّ كل من كثيرات الحدود إلى عواملها.

58. $\frac{1}{2}t^2 - 162$

60. $196t^2u^3 - 144u^3$

62. $4g^2 - 1296h^2$

59. $25d^2 - 49d$

61. $169a^4b^6 - 121c^8$

63. $18a^3 + 27a^2 - 50a - 75$

64. علم الأحياء أثناء تجربة ما، يمكن التعبير عن عدد ذرات أحد الفيروسات باستخدام

الصيغة $f(t) = 2^t - 2$ حيث تمثل t الزمن بالأيام و $f(t)$ عدد الخلايا. حدد عدد الأيام التي قد مرت إذا كان شدة 64 خلية فيروس. 8 أيام

حلّ كل معادلة باستخدام التحليل إلى العوامل.

65. $2x^2 + x - 10 = 0$ $-\frac{5}{2}, 2$

66. $2x^2 + x = 28$ $-4, \frac{7}{2}$

67. $(10 + 3i) + (3 - 7i)$ $13 - 4i$

68. $(2 + i)(2 - i)$ 5

69. $\frac{5}{1+3i} - \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

70. الارتفاع يبلغ طول مازن 172.7 cm. كم يبلغ طول مازن بالبوصة؟

مراجعة المهارات

الجبر أوجد حل كل معادلة.

71. $4x - 3 = 19$ 5.5

72. $\frac{1}{3}x + 6 = 14$ 24

73. $5(x^2 + 2) = 30$ 2, -2

p117

E المتابعة

استكشف الطلاب التبرير الاستقرائي والاستدلالي، والمسلمات، والبراهين.

اطرح السؤال:

ما وجه الاختلاف بين التبرير الاستقرائي والاستدلالي، وكيف يستخدم كل نوع من التبرير في الهندسة؟ نموذج الإجابة: يستخدم التبرير الاستقرائي عدة أمثلة محددة للوصول إلى تخمين. ويمكننا استخدام التبرير الاستقرائي لوضع تخمينات بناءً على أنماط هندسية ملحوظة. بينما يستخدم التبرير الاستدلالي حقائق أو قواعد أو تعريفات أو مسلمات أو نظريات معروفة للوصول إلى خلاصات منطقية. ويستخدم التبرير الاستدلالي في كتابة براهين هندسية.

التخطيط الراسي

قبل الدرس R-2 استخدام
الفرضيات حول النقاط والمستقيمتين والمستويات لكتابة براهين حرة.

الدرس R-2 استخدام علم الجبر
لكتابة براهين من عمودين واستخدام خواص المساواة لكتابة براهين هندسية.

بعد الدرس R-2 إنشاء عبارات عن
الأشكال الهندسية وخواصها وتبريرها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اطرح السؤال:

- هل نظام فهرتيات أم النظام المتوي يمتلك وحدات أكبر للدرجات؟ **المتوي**
- كيف يمكن لمعادلتين مختلفتين تمثيل العلاقة نفسها؟ **نموذج الإجابة: يمكن إعادة كتابتها بنقل حدود المعادلة.**

- استخدمت المسلمات حول النقاط والمستقيمتين والمستويات لكتابة براهين حرة.

1

استخدام علم الجبر لكتابة براهين من عمودين.

2

استخدام خواص المساواة لكتابة براهين هندسية.

يحدد مقياس فهرنهايت درجات التجمد والعلبان للماء عند 32° و 212° . على التوالي، بينما يحدد مقياس المتوي عند 0° و 100° . يمكنك استخدام برهان جبري لإثبات أنه إذا كنت هذه المقاييس مرتبطة ببعضها بالصيغة $C = \frac{5}{9}(F - 32)$. فإنها أيضًا مرتبطة ببعضها بالصيغة $F = \frac{9}{5}C + 32$



المفردات

الجديدة

برهان جبري
algebraic proof
برهان من عمودين
two-column proof
برهان شكلي
formal proof

ممارسات في

الرياضيات
3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 البرهان الجبري الجبر عبارة عن نظام مكون من مجموعات من الأعداد والعمليات والخواص التي تسمح لك بإجراء عمليات جبرية. يلخص الجدول التالي عدة خواص للأعداد الحقيقية التي درستها في الجبر.

المفهوم الأساسي خواص الأعداد الحقيقية

تعتبر الخواص التالية صحيحة لأي من الأعداد الحقيقية a و b و c .

خاصية الجمع في المعادلة	إذا كان $a = b$ ، فإن $a + c = b + c$.
خاصية الطرح في المعادلة	إذا كان $a = b$ ، فإن $a - c = b - c$.
خاصية الضرب في المعادلة	إذا كان $a = b$ ، فإن $a \cdot c = b \cdot c$.
خاصية القسمة في المعادلة	إذا كان $a = b$ ، $c \neq 0$ ، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
خاصية الانعكاس في المعادلة	$a = a$
خاصية التماثل في المعادلة	إذا كان $a = b$ ، فإن $b = a$.
خاصية التعدي في المعادلة	إذا كان $a = b$ و $c = b$ ، فإن $a = c$.
خاصية التعويض في المعادلة	إذا كان $a = b$ ، فإن a يمكن أن نستبدلها b في أي معادلة أو تعبير.
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$

البرهان الجبري عبارة عن برهان يتكون من سلسلة من العبارات الجبرية. وتشرح خواص المساواة الكثير من العبارات المستخدمة في البراهين الجبرية.

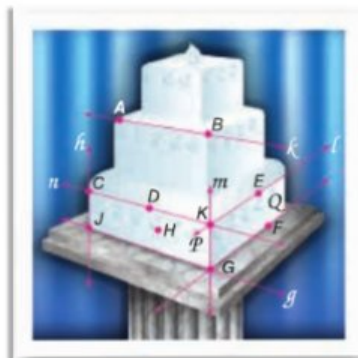
مثال 1 تبرير كل خطوة عند حل معادلة ما

أثبت أنه إذا كان $-5(x + 4) = 70$ ، فإن $x = -18$. واكتب تبريرًا لكل خطوة.

$-5(x + 4) = 70$	المعادلة الأصلية أو المعطى
$-5x + (-5)4 = 70$	خاصية التوزيع
$-5x - 20 = 70$	خاصية التعويض في المعادلة
$-5x - 20 + 20 = 70 + 20$	خاصية الجمع في المعادلة
$-5x = 90$	خاصية التعويض في المعادلة
$\frac{-5x}{-5} = \frac{90}{-5}$	خاصية القسمة في المعادلة
$x = -18$	خاصية التعويض في المعادلة

R-2 | p118

مثال 1



- الكعك اشرح كيف توضح الصورة أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر المسألة التي يمكن استخدامها لإثبات أن كل عبارة صحيحة. 16-23. انظر الهامش.
16. يتقاطع المستقيمان n و ℓ عند النقطة K .
 17. يتقاطع المستويان Q و P في المستقيم m .
 18. تحدد النقاط D و K و H أحد المستويات.
 19. تقع النقطة D أيضًا على المستقيم n وتر بين النقطتين C و K .
 20. تقع النقطتان D و H على استقامة واحدة.
 21. تقع النقاط E و F و G في المستوى نفسه.
 22. يقع \vec{EF} في المستوى Q .
 23. يتقاطع المستقيمان h و g عند النقطة J .

مثال 2

- حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً، أم أحياناً، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح.
24. يوجد مستوى واحد فقط يحتوي على نقاط ليست على استقامة واحدة وهي A و B و C .
 25. يوجد ثلاثة مستقيبات على الأقل تمر بالنقطتين J و K . 24-29. انظر ملحق إجابات الوحدة R.
 26. إذا كانت النقاط M و N و P تقع في المستوى X ، فإنها تقع على استقامة واحدة.
 27. توجد النقطتان X و Y في المستوى Z . أي نقطة على استقامة واحدة مع X و Y توجد في المستوى Z .
 28. يمكن لنقاط مستويين أن يكون في صورة نقطة.
 29. تحدد النقاط A و B و C أحد المستويات.

مثال 3

30. البرهان النقطة Y هي نقطة منتصف $Z\bar{X}$ هي نقطة منتصف YW . أثبت أن $\bar{XY} \cong \bar{ZW}$.
31. البرهان النقطة L هي نقطة منتصف \bar{JK} . \bar{JK} يتقاطع مع \bar{MK} عند K . إذا كان $\bar{MK} \cong \bar{KL}$ فأثبت أن $\bar{LK} \cong \bar{MK}$. 31-30. انظر ملحق إجابات الوحدة R.

32. **فرضيات** في عطلة نهاية الأسبوع الماضي، قضى إبراهيم وأصدقاؤه ظهيرة يوم السبت في الحديقة. وكان ثمة العديد من الأشخاص بالدراجات وأواح التزلج. بلغ إجمالي الدراجات وأواح التزلج 11 بإجمالي 36 عجلة. استخدم برهاناً حراً لتوضيح عدد الدراجات وعدد أواح التزلج التي كانت في الحديقة. انظر ملحق إجابات الوحدة R.



33. **القيادة** تنتقل خديجة من النقطة A إلى النقطة B. ويظهر طريقان محتبلان على الخريطة. افترض أن حد السرعة في الطريق الجنوبي هو 55 km/h وأن حد السرعة في I-295 هو 70 km/h.
- أي الطريقين يغطي المسافة الأقصر؟ اشرح تبريرك.
 - إذا كانت المسافة من النقطة A إلى النقطة B على طول الطريق الجنوبي تبلغ 10.5 كيلومترات والمسافة على طول I-295 تبلغ 11.6 km، فأي الطريقين أسرع بافتراض أن خديجة تقود بحد السرعة I-295؟

B 33a. الجادة الجنوبية؛ نموذج الإجابة: طالما أنه ثمة مستقيم يمر بين أي نقطتين، وأن الجادة الجنوبية هي المستقيم بين النقطتين A و B، فإنها هي الطريق الأقصر بينهما.

إجابات إضافية

16. تشكل الحواف العليا للطبقة السفلية مستقيبات متقاطعة. يتقاطع المستقيمان n و ℓ في هذه الكعكة مرة واحدة فقط عند النقطة K . المسألة 2.6. إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة فقط.
17. تتقاطع حواف جوانب الطبقة السفلى من الكعكة. يتقاطع المستويان P و Q في هذه الكعكة مرة واحدة في المستقيم m . المسألة 2.7؛ إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم.
18. يكون الجزء السفلي الأيسر من الكعكة عبارة عن جانب. يحتوي هذا الجانب على النقاط D و K و H ويشكل مستوى. المسألة 2.2؛ أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.
19. الحافة العلوية من الطبقة السفلية للكعكة عبارة عن الخط المستقيم n . تقع النقاط C و D و K على طول هذه الحافة. لذا فهي تقع على طول المستقيم n . المسألة 2.3؛ يحتوي المستقيم على نقطتين على الأقل.

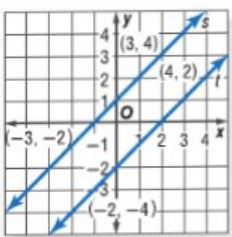
20. يمكن رسم مستقيمين واحد بين النقطتين D و H . المسألة 2.1؛ أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.
21. يكون الجزء السفلي الأيمن من الكعكة عبارة عن جانب. يحتوي الجانب على النقاط E و F و G ويشكل مستوى. المسألة 2.2؛ أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.
22. يكون الجزء السفلي من الكعكة عبارة عن جانب. يشكّل توصيل النقطتين E و F مستقيماً يحتويه هذا الجانب. المسألة 2.5؛ إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى.
23. تشكل الحواف العليا للطبقة السفلية مستقيبات متقاطعة. يتقاطع المستقيمان h و g في هذه الكعكة مرة واحدة فقط عند النقطة J . المسألة 2.6. إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة فقط.

التدريس المتميز ض م أم

توسع أوجد ميل كل مستقيم.

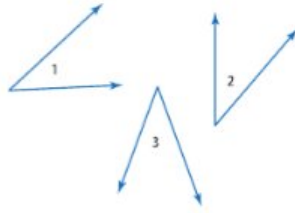
ميل المستقيم s : $m = \frac{4 - (-2)}{3 - (-3)}$ أو 1 ميل المستقيم t : $m = \frac{2 - (-4)}{4 - (-2)}$ أو t

ضع تخميناً حول ميل هذه المستقيبات ومظهرها. يكون للمستقيبات المتوازية الميل نفسه.



2 الزوايا المتطابقة إن خواص الجبر التي تنطبق على نطاق القطع المستقيمة وتساوي قياساتها تنطبق أيضًا على نطاق الزوايا وتساوي قياساتها.

النظرية R.5 خواص تطابق الزاوية



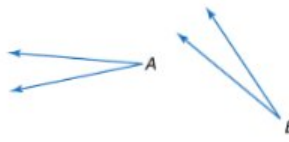
خاصية الانعكاس في التطابق
 $\angle 1 \cong \angle 1$

خاصية التماثل في التطابق
إذا كان $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$.

خاصية التعدي في التطابق
إذا كان $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 2 \cong \angle 3$ ، فإن $\angle 1 \cong \angle 3$.

سوف تثبت خواص الانعكاس والتعدي في التطابق من خلال التمرينين 18 و19 على التوالي.

البرهان خاصية التماثل في التطابق



المعطيات: $\angle A \cong \angle B$

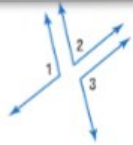
المطلوب إثباته: $\angle B \cong \angle A$

البرهان الحر:

بفرض أن $\angle A \cong \angle B$ ، وتعريف الزوايا المتطابقة.
فإن $m\angle A = m\angle B$ ، وباستخدام خاصية التماثل في المعادلة.
فإن $m\angle B = m\angle A$ ، إذاً، فإن $\angle B \cong \angle A$ وفقًا لتعريف الزوايا المتطابقة.

يمكن تطبيق الخواص الجبرية لإثبات النظريات الخاصة بعلاقات التطابق التي تشمل على الزوايا المتكاملة والمتتامات.

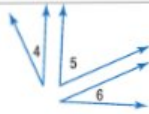
النظريات



R.6 نظرية تطابق الزوايا المتكاملة الزاويتان البكاملتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

الاختصار إن \angle البكملة للزاوية \angle نفسها أو \angle تكون \cong .

مثال إذا كان $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$ و $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$ ، فإن $\angle 1 \cong \angle 3$.



R.7 نظرية تطابق الزوايا المتتامات الزاويتان المتتامتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

الاختصار إن \angle المتبمة للزاوية \angle نفسها أو \angle تكون \cong .

مثال إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 90$ و $m\angle 5 + m\angle 6 = 90$ ، فإن $\angle 4 \cong \angle 6$.

سوف تثبت إحدى حالات النظرية R.6 في التمرين 6.

p135

قراءة في الرياضيات
اختصارات ورموز
الرمز \cong يعني الزوايا.

McGraw Hill Education | مجموعة المناهج الدراسية | الرياضيات | الصف 7

إجابة إضافية (الدرس R-4، تمرين موجه)

$$m\angle 6 = 3x + 32 \text{ (معطى)}$$

$$83 \text{ أو } 3(17) + 32 \text{ (التعويض)}$$

$$m\angle 7 = 5x + 12 \text{ (معطى)}$$

$$97 \text{ أو } 5(17) + 12 \text{ (التعويض)}$$

$$m\angle 6 + m\angle 7 = 180 \text{ (نظرية } \cong \text{ الزاويتين المتكاملتين)}$$

$$3x + 32 + 5x + 12 = 180 \text{ (التعويض)}$$

$$8x + 44 = 180 \text{ (التعويض)}$$

$$8x + 44 - 44 = 180 - 44$$

$$8x = 136 \text{ (خاصية الطرح)}$$

$$8x = 136 \text{ (التعويض)}$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{136}{8} \text{ (خاصية القسمة)}$$

$$x = 17 \text{ (التعويض)}$$

Uncorrected first proof - for training purposes only



- 44b. نموذج الإجابة: المسافة من مركز الدائرة إلى أي نقطة على الدائرة متساوية، وأي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط. يعني ذلك أنه يوجد مستقيم بين المركز وكل المخارج، وأنها جميعًا بالطول نفسه.
44. التفكير المنطقي الصورة ليمس مستدير في في مبنى البرلمان، وعادة يكون هذا المبنى المستدير مغطى ببنية
- a. إذا كنت تقف في منتصف المبنى المستدير، فأى مخرج مفوس يكون الأقرب إليك؟ تقع كل المخارج على المسافة نفسها من المركز.
- b. ما المعلومات التي استخدمتها لصياغة إجابتك؟
- c. ما المصطلح الذي يشير إلى المسافة الأقصر بين مركز الدائرة ونقطة على الدائرة؟ نصف القطر

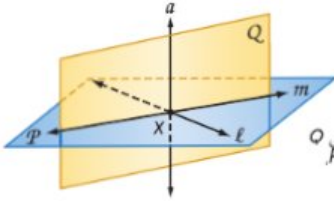
مهارات التفكير العليا. مسائل استخدام مهارات التفكير العليا

45. تحليل الخطأ كان عبيد وعلي يعلان على برهان حريزيات أنه إذا كان \overline{AB} مطابق \overline{BD} وكانت النقاط A و B و D على استقامة واحدة، فإن B هي نقطة منتصف \overline{AD} . بدأ كل طالب برهانه بشكل مختلف. هل أي منها صحيح؟ اشرح تبريرك.

علي
 \overline{AB} مطابق \overline{BD} و A و B و D على استقامة واحدة.

عبيد
إذا كانت B هي نقطة منتصف \overline{AB} . فإن B تقسم \overline{AD} إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

46. مسألة غير محددة الإجابة ارسم شكلاً يعبر عن خمس من الفرضيات السبع التي تعلمتها، اشرح المسلمات التي اخترتها والطريقة التي يعبر بها الشكل الخاص بك عن كل مسلمة. **انظر الهامش.**



47. تحفيز استخدم العبارات الصحيحة التالية والتعريفات والمسلمات التي قد تعلمتها للإجابة عن كل سؤال.

يتعامد مستويان إذا فقط إذا احتوى أحد المستويين على مستقيم عمودي على المستوى الثاني

- a. يمر مستوى واحد فقط عمودي على مستقيم بنقطة ما. إذا كان المستوى Q عمودياً على المستقيم l عند النقطة X ويقع المستقيم l في المستوى P فما الذي يجب أن يكون صحيحاً أيضاً؟

- b. يمر مستقيم واحد فقط عمودي على مستوى بنقطة ما. إذا كان المستوى Q عمودياً على المستوى P عند النقطة X ويقع المستقيم a في المستوى Q ، فما الذي يجب أن يكون صحيحاً أيضاً؟
- a. المستوى Q يتعامد على المستوى P .
- b. المستقيم a يتعامد على المستوى P .

التبرير حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة أحياناً، أم دائماً، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك أو قدم مثلاً مضاداً. 48، 49. **انظر ملحق إجابات الوحدة R.**

48. أي ثلاث نقاط يمر بها مستوى واحد فقط.

49. لأي ثلاثة مستقيمتين في المستوى نفسه نقطتان تقاطع.

50. الكتابة في الرياضيات كيف تتطلب كتابة برهان تفكيراً منطقيًا؟ **انظر الهامش.**

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 45. وضّح للطلاب أن ما قام به عمري لم يكن عدم بدء برهانه بالمعطيات فحسب، بل إن العبارة التي استخدمها كانت خاطئة. إذا كانت B هي نقطة المنتصف، فإن B تقسم \overline{AB} (لا \overline{AD}) إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

إجابات إضافية

42. نموذج الإجابة، طالما أن مثال تصميم سقف صرف للماء، يجب أن تكون درجة ميل السقف بحد أدنى 4 سنتيمترات لكل متر. وتبلغ درجة ميل السقف في تصميم مثال سنتيمترين لكل متر. وهو ما يقل عن 4 سنتيمترات لكل متر. لذلك فإن درجة ميل السقف في تصميم مثال ليست منحدره بالشكل الكافي.



- نموذج الإجابة: يحقق هذا المسلمتين 2.1 و 2.3 لأن النقطتين A و B تقعان على المستقيم n . كما يحقق هذا المسلمتين 2.2 و 2.4 لأن 3 نقاط تقع في المستوى. ويحقق المسلمة 2.5 لأن النقطتين A و B تقعان في المستوى P . لذلك فإن المستقيم n يقع أيضاً في المستوى P .

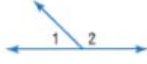
50. يمكن استخدام المصطلحات غير المعرفة، والتعريفات، والمسلمات والنظريات في البراهين. وتكون النظريات فقط هي القابلة للإثبات. تُشرح المصطلحات غير المعرفة من خلال الأمثلة والوصف. وتُشرح المصطلحات المعرفة باستخدام المصطلحات غير المعرفة أو مصطلحات معرفة أخرى، والمسلمات هي عبارات صحتها مقبولة.

التدريس المتميز

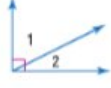
- إذا كان الطلاب يجدون صعوبة في تذكّر المسلمات الجديدة التي قد تعلموها، فيمكن أن نطلب منهم رسم أمثلة متنوعة تمثل كل مسلمة من هذا الدرس.

يمكن استخدام مسألة جمع الزوايا مع العلاقات الأخرى بين الزوايا لتوفر نظريات إضافية تتعلق بالزوايا.

النظريات



R.3 نظرية الزاويتين المتكاملتين إذا كُوت زوايتان زوجًا خطيًا، فإنهما زاويتان متكاملتان.
مثال $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$



R.4 نظرية الزاويتين المتتامتين إذا شكل الضلعان غير المشتركين لزاويتين متجاورتين زاوية قائمة فإن الزاويتين تكونان متتامتين.
مثال $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$

سوف تثبت النظريتين 4.3 و 4.4 من خلال التمرينين 16 و 17 على التوالي.

نصيحة دراسية

نظرية الزوج الخطي تُعرف نظرية الزاويتين المتكاملتين أيضًا باسم نظرية الزوج الخطي

1 الزوايا المتكاملة والزوايا المتتامة

يوضح المثلان 1 و 2 طريقة استخدام نظريتي الزوايا المتكاملة والزوايا المتتامة لإيجاد قياسات الزوايا المجهولة.

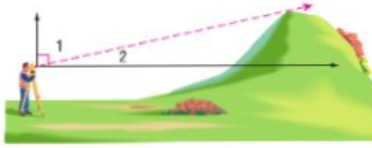
التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال من الحياة اليومية 2 استخدام الزوايا المتكاملة والمتتامة

مسح الأراضي استخدم المساح مزواة لقياس الزاوية بين مستوى نظره وقيمة التلة وكانت حوالي 73° . ما قياس الزاوية بين قمة التلة والمستوى الأفقي؟ بزر كل خطوة.

الفهم أنشئ رسماً للموقف. يقبس المساح الزاوية بين خط نظره والمستوى الرأسي. ارسم شعاعاً رأسياً وآخر أفقياً من النقطة التي يشاهد فيها الشاح التلة. ثم سمّ الزوايا الناتجة. عرف أن الشعاعين الرأسي والأفقي يكونان زاوية قائمة.



التخطيط بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ يكونان زاوية قائمة، فهيكلك استخدام نظرية الزاويتين المتتامتين.

$$\text{الحل } m\angle 1 + m\angle 2 = 90$$

نظرية الزاويتين المتتامتين

$$73 + m\angle 2 = 90$$

$$m\angle 1 = 73$$

$$73 + m\angle 2 - 73 = 90 - 73$$

خاصية الطرح في المعادلة

$$m\angle 2 = 17$$

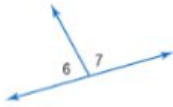
التعويض

تكون قيمة التل زاوية 17° مع المستوى الأفقي.

التحقق بما أننا نعرف أن مجموع الزوايا يجب أن يساوي 90، فهيكلك أن تتحقق من حساباتك. إن مجموع 17 و 73 يساوي 90. ✓

تمرين موجه

2. تكون الزاويتان $\angle 6$ و $\angle 7$ زوجًا خطيًا. إذا كان $m\angle 6 = 3x + 32$ و $m\angle 7 = 5x + 12$ ، فأوجد x و $m\angle 6$ و $m\angle 7$. بزر كل خطوة. **انظر الهامش.**



مراجعة المفردات

الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 180

الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 90

الزوج الخطي عبارة عن زوج من الزوايا المتجاورة بحيث يكون ضلعاهما غير المشتركين شعاعين متقابلين

أمثلة إضافية

1 منشآت يستخدم عامل البناء المنقلة لقياس الزاوية التي تصنعها العارضة الخشبية مع السقف والتي تساوي 42° . ما قياس الزاوية التي تصنعها العارضة الخشبية مع الحائط؟ 48°

2 الوقت الزاوية المتكوّنة بين عقرب الساعات وعقرب الدقائق عند الساعة 4 تبلغ 120° . عندما يُنصّف عقرب الثواني الزاوية بين عقربتي الساعات والدقائق، ماذا ستكون قياسات الزاويتين بين عقربتي الدقائق والثواني وبين عقربتي الثواني والساعات؟ **يساوي قياس كليهما 60° بحسب تعريف مُنصّف الزاوية ومسألة جمع الزوايا.**

نصائح للمعلمين الجدد

الزوايا المتطابقة ذكّر الطلاب بأنه يمكن أن تكون الزوايا متطابقة وقياساتها متساوية. لكي نقول إن زاويتين متساويتان، فإن هذا يعني أنهما الشيء نفسه في الشكل.

إجابة إضافية (الدرس R-4، تمرين موجه)

$$1. \quad m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = m\angle ABC \quad (مسألة جمع الزوايا)$$

$$23 + 90 + m\angle 3 = 131 \quad (m\angle 2 = 90)$$

$$113 + m\angle 3 = 131 \quad (\text{التعويض})$$

$$113 + m\angle 3 - 113 = 131 - 113 \quad (\text{خاصية الطرح})$$

$$m\angle 3 = 18 \quad (\text{التعويض})$$

التخطيط الرأسي

قبل الدرس R-3 كتابة براهين جبرية وهندسية في صورة براهين حرة وبراہين من عمودين.

الدرس R-3 كتابة براهين تتضمن جمع القطع المستقيمة وتطابق القطع المستقيمة.

بعد الدرس R-3 استخدام التبرير الاستدلالي لإثبات عبارة ما.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال:

- لماذا احتاجت عبير إلى قياس القماش بهذه الطريقة؟ **الإجابة: كان القماش أطول من العصا.**
- صف كيف أن قياس 36 ثم 3 سنتيمترات يعطي طولاً يساوي 39 سنتيمتراً. **يساوي الطولان بعد جمعهما معاً الطول الإجمالي.**
- كم مرة ستقوم عبير بوضع علامة على القماش إذا أردت أن تقيس 120 سنتيمتراً؟ **3**

- ممارسات في الرياضيات
- 2 التفكير بطريقة تجريدية وكتابة.
 - 3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 • كتبت براهين جبرية وبراہين من عمودين.

2 • كتابة براهين تتضمن تطابق القطع المستقيمة.

- تعديل عبير في محل أقمشة بعد المدرسة. تقيس طول القماش عن طريق الإمساك بالحافة المستقيمة للقماش مع عصا طولها 91.4 cm لقياس أطوال مثل 39 cm. تقوم بتحديد طول 36. ومن نهاية هذا التحديد، تقيس طولاً إضافياً يبلغ 3 cm. يضمن هذا أن يكون الطول الإجمالي للقماش يساوي 36 + 3 سنتيمترات أو 39 cm.

1 مسألة المسطرة

المسألة R.8 مسألة المسطرة

التعبير اللغوي يمكن وضع النقاط الموجودة على أي مستقيم أو قطعة مستقيمة داخل نطاق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية.

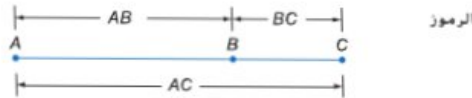
الرموز بافتراض أي نقطتين A و B على مستقيم، إذا تطابقت A مع الصفر، فإن B تتطابق مع عدد حقيقي موجب.



في ما يلي مسألة جمع القطع المستقيمة.

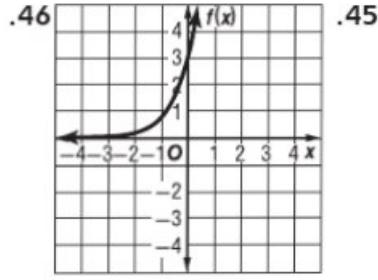
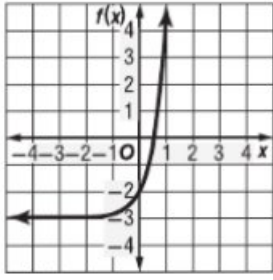
المسألة R.9 مسألة جمع القطع المستقيمة

التعبير اللغوي إذا كانت A و B و C على استقامة واحدة، فإن النقطة B تقع بين A و C إذا كان $AB + BC = AC$.



تستخدم مسألة جمع القطع المستقيمة كتبرير في الكثير من البراهين الهندسية.

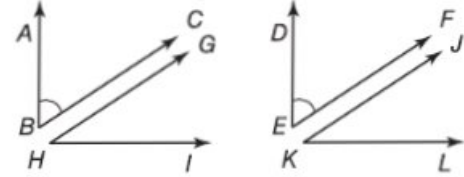
R-3 | p126



33. يشير استخدام كل هذه النظريات لعبارة "أو لزاويتين متطابقتين" إلى أنه يجب إثبات صحة هذه الحالة من النظرية. بينما تتناول البراهين الأخرى حالة "للزاوية نفسها" من النظرية فقط.

المعطيات: $\angle ABC \cong \angle DEF$ ، و $\angle ABC$ متممة لـ $\angle GHI$ ، و $\angle DEF$ متممة لـ $\angle JKL$.

المطلوب إثباته: $\angle GHI \cong \angle JKL$



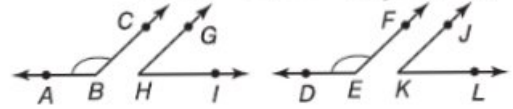
البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle ABC \cong \angle DEF$ ، و $\angle GHI$ متممة لـ $\angle ABC$ ، و $\angle JKL$ متممة لـ $\angle DEF$. (معطى)
2. $m\angle ABC + m\angle GHI = 90$ و $m\angle DEF + m\angle JKL = 90$ (تعريف المتتامتين)
3. $m\angle ABC + m\angle JKL = 90$ (التعويض)
4. $90 = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التماثل)
5. $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التعدي)
6. $m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية الطرح)
7. $m\angle GHI = m\angle JKL$ (خاصية التعويض)
8. $\angle GHI \cong \angle JKL$ (تعريف \cong)

المعطيات: $\angle ABC \cong \angle DEF$ ، و $\angle GHI$ مكمل لـ $\angle ABC$ ، و $\angle JKL$ مكمل لـ $\angle DEF$.

المطلوب إثباته: $\angle GHI \cong \angle JKL$



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle ABC \cong \angle DEF$ ، و $\angle GHI$ مكمل لـ $\angle ABC$ ، و $\angle JKL$ مكمل لـ $\angle DEF$. (معطى)
2. $m\angle ABC + m\angle GHI = 180$ و $m\angle DEF + m\angle JKL = 180$ (تعريف المتتامتين)
3. $m\angle ABC + m\angle JKL = 180$ (التعويض)
4. $180 = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التماثل)
5. $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التعدي)
6. $m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية الطرح)
7. $m\angle GHI = m\angle JKL$ (خاصية التعويض)
8. $\angle GHI \cong \angle JKL$ (تعريف \cong)

34. غير صحيحة على الإطلاق؛ تكوّن الزوايا المتجاورة الناتجة عن تقاطع مستقيمين زوجًا خطيًا، إذا كانت إحدى زوايا هذا الزوج الخطي حادة، فإنّ قياسها سيكون أقل من 90. سيكون قياس أي زاوية مكملية أكبر من 90. لأنه إذا طرحنا عددًا أقل من 90 من 180 فسينتج دائمًا قياسًا أكبر من 90.

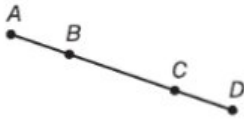
1 جمع القطع المستقيمة
يوضح المثال 1 طريقة استخدام الخواص والمسلمات لإثبات جمع القطع المستقيمة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 أثبت أنه إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ فإن $\overline{AC} \cong \overline{BD}$



البرهان:

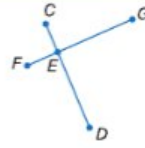
العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطى)
2. $AB = CD$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)
3. $BC = BC$ (خاصية الانعكاس في =)
4. $AB + BC = AC$ (مسئمة جمع القطع المستقيمة)
5. $CD + BC = AC$ (خاصية التعويض في =)
6. $CD + BC = BD$ (مسئمة جمع القطع المستقيمة)
7. $AC = BD$ (خاصية التعدي في =)
8. $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

انتبه!

نهاية صحيحة في المثال 1. يطلب السؤال إثبات أن قطعتين مستقيمتين متطابقتان. اشرح للطلاب أن السطر الأخير في البرهان يتطلب أن يصف بشكل دقيق العلاقة بين القطعتين المستقيمتين كما يطلب السؤال.

مثال 1 استخدام مسلمات جمع القطع المستقيمة



أثبت أنه إذا كان $\overline{CE} \cong \overline{FE}$ و $\overline{ED} \cong \overline{EG}$ فإن $\overline{CD} \cong \overline{FG}$.

المعطيات: $\overline{CE} \cong \overline{FE}$, $\overline{ED} \cong \overline{EG}$

المطلوب إثباته: $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. $\overline{CE} \cong \overline{FE}$; $\overline{ED} \cong \overline{EG}$	1. المعطيات
2. $CE = FE$; $ED = EG$	2. تعريف التطابق
3. $CE + ED = CD$	3. مسلمات جمع القطع المستقيمة
4. $FE + EG = CD$	4. التعويض (الخطوتان 2 و 3)
5. $FE + EG = FG$	5. مسلمات جمع القطع المستقيمة
6. $CD = FG$	6. التعويض (الخطوتان 4 و 5)
7. $\overline{CD} \cong \overline{FG}$	7. تعريف التطابق

قراءة في الرياضيات
خاصية التعويض عادة ما تكتب خاصة التعويض في المعادلة في صورة تعويض.

تمرين موجه

انسخ البرهان وأكمله.

1. المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

المطلوب إثباته: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$	a. معطى
b. $JK = LM$	b. تعريف \cong
c. $JK + KL = \underline{\quad ? \quad}$; $KL + LM = \underline{\quad ? \quad}$	c. مسلمات جمع القطع المستقيمة
d. $JK + KL = KL + LM$	d. التعويض
e. $JK + KL - KL = KL + LM - KL$	e. خاصية الطرح في المعادلة
f. $\underline{\quad ? \quad} JK = LM$	f. التعويض
g. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$	g. تعريف التطابق

2 تطابق القطع المستقيمة رأيت سابقاً أن قياسات القطع المستقيمة منعكسة ومتماثلة ومتعدية. وبما أن القطع المستقيمة ذات القياس نفسه متطابقة، فإن تطابق القطع المستقيمة أيضاً انعكاسي ومتماثل ومتعد أيضاً.

النظرية R.2 خواص تطابق القطع المستقيمة

$\overline{AB} \cong \overline{AB}$	خاصية الانعكاس في التطابق
إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$	خاصية التماثل في التطابق
إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$	خاصية التعدي في التطابق

سوف تثبت خواص التماثل والانعكاس في التمارين 6 و 7 على التوالي.

الربط بالمفردات
متماثل
الاستخدام اليومي متوازن أو متناسب
الاستخدام الرياضي إذا كان $a = b$ ، فإن $b = a$.

p127

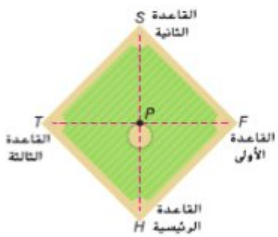
التدريس المتمايز

إذا كان الطلاب يجدون صعوبة في التعرف على المعلومات المعطاة والمعلومات المتضمنة في شكل معطى.

ليكن أن تشجعهم على استخدام مهاراتهم المكانية لتحديد أماكن القطع المستقيمة المتطابقة الواضحة والمخفية. اطلب من الطلاب وضع علامات على الأشكال حتى يتمكنوا من الإشارة إلى العلاقات الموجودة في الأشكال بسهولة أثناء كتابتهم للبراهين.

14. منشآت أنشئ قطعة مستقيمة بضعف طول PQ . اشرح كيف يمكن استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة لتبرير ما أنشأته.

انظر ملحق إجابات الوحدة R.



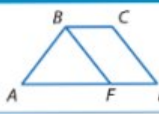
15. البيسول استخدم الرسم التخطيطي ليلعب البيسول البوضج.

a. على الرسم التخطيطي، $SH \cong TF$ نقطة منتصف SH و $TP \cong SP$. باستخدام برهان من عمودين، أثبت أن $SP \cong TP$.
b. تبلغ المسافة من القاعدة الرئيسية إلى القاعدة الثانية 38.8 متراً. احسب المسافة من القاعدة الأولى إلى القاعدة الثانية؟ **27.4 m**

16. التمثيلات المتعددة A نقطة منتصف PA و B نقطة منتصف PB . C نقطة منتصف PB .

- a. هندسيًا أنشئ رسماً لتمثيل هذا الموقف.
b. جبرياً ضع تخميناً للعلاقة الجبرية بين PQ و PC .
c. هندسيًا اصنع القطعة المستقيمة PQ من رسبك، ثم أنشئ النقطتين B و C على PQ اشرح كيف يمكنك استخدام ما أنشأته لدعم تخمينك.
d. حسابياً استخدم مسطرة لرسم قطعة مستقيمة متطابقة مع PQ من رسبك ورسم النقطتين B و C على PQ . استخدم رسبك لدعم تخمينك.
e. منطقيًا أثبت تخمينك.

مهارات التفكير العليا، مسائل استخدام مهارات التفكير العليا



17. التقدر في الرسم التخطيطي، $CD \cong BF$ و $AB \cong CD$. افحص النتائج التي توصلت إليها كل من لمياء وسالي. هل أي منهما صحيح؟ انظر الهامش.

<p>سالي</p> <p>بما أن $CD \cong BF$ و $AB \cong CD$ فإن $AB \cong BF$ بخاصية الانعكاس في التطابق.</p>	<p>لمياء</p> <p>بما أن $AB \cong CD$ و $CD \cong BF$ فإن $AB \cong BF$ بخاصية التعدي في التطابق.</p>
--	---

18. تحفيز ABCD عبارة عن مربع، أثبت أن $AC \cong BD$. انظر ملحق إجابات الوحدة R.

19. الكتابة في الرياضيات هل توجد خاصية جمع في التطابق؟ اشرح. انظر الهامش.

20. التبرير صوّف العبارات التالية إلى صواب أو خطأ، وإذا كانت خطأ، فاذكر مثالاً مضاداً. انظر ملحق إجابات الوحدة R.
إذا كانت النقط A و B و C و D تقع على استقامة واحدة وكانت B بين A و C، و C بين D و B، وكانت $AB = BC = DE$ فإن $AC = BD = CE$.

21. مسألة غير محددة الإجابة ارسم تخطيطاً لمسألة جمع القطع المستقيمة تكون فيه القطعة المستقيمة بطول سنتيمترين، وتحتوي على أربع نقاط على استقامة واحدة، ولا تحتوي على قطع مستقيمة متطابقة.

22. الكتابة في الرياضيات قارن وقابل بين البراهين الحرة والبراهين ذات العمودين. انظر ملحق إجابات الوحدة R.

ملاحظات لحل التمرين

فرجار ومسطرة مستقيمة يتطلب التمرين 14 استخدام الطلاب للفرجار والمسطرة المستقيمة.

فرجار ومسطرة يتطلب التمرين 16 استخدام الطلاب للفرجار والمسطرة.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 16، سيستخدم الطلاب رسومات هندسية، وتخميناً جبرياً، وقياساً مباشراً لاستكشاف نقاط منتصف مستقيم ما.

انتبه!

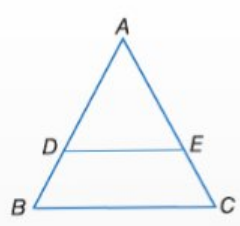
تحليل الخطأ طبقت ليلي الخاصية بشكل صحيح لكنها ذكرت بشكل غير صحيح أن $AB \cong AF$. طبقت غاية أيضاً الخاصية بشكل صحيح لكنها ذكرت خاصية الانعكاس على نحو خاطئ.

إجابات إضافية

- 15a. المعطيات: $P, SH \cong TF$ نقطة منتصف SH و TF .
المطلوب إثباته: $SP \cong TP$.
البرهان:
العبارات (المبررات)
- $SH \cong TF$ ، P نقطة منتصف SH .
 - $SH = TF$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)
 - $SP = PH, TP = PF$ (تعريف نقطة المنتصف)
 - $SH = SP + PH, TF = TP + PF$ (مسألة جمع القطع المستقيمة)
 - $SP + PH = TP + PF$ (التعويض)
 - $SP + SP = TP + TP$ (التعويض)
 - $2SP = 2TP$ (التعويض)
 - $SP = TP$ (خاصية القسمة)
 - $SP \cong TP$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)
 - لا هذا ولا ذلك. بما أن $AB \cong CD$ و $CD \cong BF$ فإن $AB \cong BF$ حسب خاصية التعدي في التطابق.
 - لا؛ يشير التطابق إلى القطع المستقيمة، لا يمكن جمع القطع المستقيمة. وإنما قياسات القطع المستقيمة فقط.

التدريس المتمايز من م أم

- البرهان:
العبارة (المبرر)
- $BD = EC; DA = AE$ (معطى)
 - $BD + DA = EC + AE$ (خاصية الجمع في =)
 - $BD + DA = BA; EC + AE = AC$ (مسألة جمع القطع المستقيمة)
 - $BA = AC$ (التعويض)



توسع معطى: $BD = EC$
 $DA = AE$
المطلوب إثباته: $BA = AC$

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-8 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

19. المعطيات: $-\frac{1}{3}n = 12$

المطلوب إثباته: $n = -36$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $-\frac{1}{3}n = 12$ (معطى)

2. $-3\left(-\frac{1}{3}n\right) = -3(12)$ (خاصية الضرب)

3. $n = -36$ (التعويض)

20. المعطيات: $4 = -3r + \frac{1}{2}$

المطلوب إثباته: $r = -\frac{7}{6}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $-3r + \frac{1}{2} = 4$ (معطى)

2. $2\left(-3r + \frac{1}{2}\right) = 2(4)$

(خاصية الضرب)

3. $-6r + 1 = 8$ (التعويض)

4. $-6r = 7$ (خاصية الطرح)

5. $r = -\frac{7}{6}$ (خاصية القسمة)

21a. المعطيات: $d = vt + \frac{1}{2}at^2$

المطلوب إثباته: $a = \frac{2d - 2vt}{t^2}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $d = vt + \frac{1}{2}at^2$ (معطى)

2. $d - vt = vt - vt + \frac{1}{2}at^2$ (خاصية الطرح)

3. $d - vt = \frac{1}{2}at^2$ (التعويض)

4. $2(d - vt) = 2\left(\frac{1}{2}at^2\right)$

(خاصية الضرب)

5. $2(d - vt) = at^2$ (التعويض)

6. $2d - 2vt = at^2$ (خاصية التوزيع)

7. $\frac{2d - 2vt}{t^2} = \frac{at^2}{t^2}$

(خاصية القسمة)

8. $\frac{2d - 2vt}{t^2} = a$

9. $a = \frac{2d - 2vt}{t^2}$ (خاصية التماثل)

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

13. إذا كان $5(x + 7) = -3$ فإن $5x + 35 = -3$ خاصية التوزيع

14. إذا كان $m\angle 1 = 25$ و $m\angle 2 = 25$ فإن $m\angle 1 = m\angle 2$ التعويض

15. إذا كان $AB = BC$ و $BC = CD$ فإن $AB = CD$ خاصية التعدي

16. إذا كان $4 = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)$ فإن $3x - 2 = 4$ خاصية التوزيع

فرضيات أكمل كل برهان.

17. المعطيات: $\frac{8 - 3x}{4} = 32$

المطلوب إثباته: $x = -40$

البرهان:

المبررات	العبارات
a. معطى	a. $\frac{8 - 3x}{4} = 32 = 32$
b. خاصية الضرب ؟	b. $4\left(\frac{8 - 3x}{4}\right) = 4(32)$
c. التعويض ؟	c. $8 - 3x = 128$
d. خاصية الطرح	d. $-3x = 120$ ؟
e. خاصية القسمة ؟	e. $x = -40$

18. المعطيات: $2x - 24 = \frac{1}{5}x + 3$

المطلوب إثباته: $x = 15$

البرهان:

المبررات	العبارات
a. معطى	a. $\frac{1}{5}x + 3 = 2x - 24$ ؟
b. خاصية الضرب	b. $5\left(\frac{1}{5}x + 3\right) = 5(2x - 24)$ ؟
c. التعويض ؟	c. $x + 15 = 10x - 120$
d. خاصية الطرح	d. $15 = 9x - 120$ ؟
e. خاصية الجمع ؟	e. $135 = 9x$
f. خاصية القسمة	f. $15 = x$ ؟
g. خاصية التماثل	g. $x = 15$ ؟

البرهان اكتب برهاناً من عمودين للتحقق من كل تخمين. 19. انظر الهامش.

19. إذا كان $-\frac{1}{3}n = 12$ فإن $n = -36$ 20. إذا كان $4 = -3r + \frac{1}{2}$ فإن $r = -\frac{7}{6}$.

21. العلوم العجلة a المقسمة بالتر لكل ثانية مربعة، والمسافة المقطوعة d المقسمة بالتر. والسرعة المتجهة v المقسمة بالتر لكل ثانية، والزمن t المقسمة بالثانية جميعها مرتبطة في الصيغة $d = vt + \frac{1}{2}at^2$.

a. أثبت أنه إذا علمت قيم المسافة والسرعة المتجهة والزمن، فإنه

يمكن حساب عجلة جسم ما باستخدام الصيغة $a = \frac{2d - 2vt}{t^2}$. انظر الهامش.

b. إذا قطع جسم مسافة 2850 m في 30 s بسرعة متجهة ابتدائية مقدارها 50 m لكل ثانية، فكم يبلغ تسارع الجسم؟ ما الخاصية التي تبرر حسابك؟ 3 m/s^2 التعويض

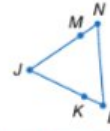
p122 | R-2 | البرهان الجبري

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليوميين
مبتدئ	9-26, 36, 38, 39, 41-61	10-26 زوجي، 36, 38, 39, 41, 46-61
أساسي	9-25 فردي، 26-36, 38, 39, 41-61	28-36, 38, 39, 41, 46-61
متقدم	28-55 (اختياري)، 56-61	

Uncorrected first proof - for training purposes only

122 | الدرس R-2 | البرهان الجبري

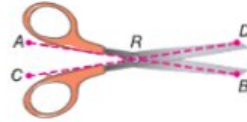


1. فرضيات انسخ البرهان وأكمله.
المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{MJ}$, $\overline{LK} \cong \overline{NM}$
المطلوب إثباته: $\overline{JL} \cong \overline{NJ}$
البرهان:

المبررات	العبارات
a. ؟ المعطيات	a. $\overline{JK} \cong \overline{MJ}$, $\overline{LK} \cong \overline{NM}$
b. تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	b. $\overline{LK} = \overline{NM}$, $\overline{KJ} = \overline{MJ}$
c. خاصية الجمع	c. $\overline{LK} + \overline{KJ} = \overline{NM} + \overline{MJ}$
d. مسألة جمع القطع المستقيمة	d. $\overline{LJ} = \overline{LK} + \overline{KJ}$, $\overline{NJ} = \overline{NM} + \overline{MJ}$
e. التعويض	e. $\overline{LJ} = \overline{NJ}$
f. تعريف القطع المستقيمة.	f. $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$

2. البرهان أثبت ما يلي. انظر الهامش.

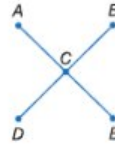
المعطيات: $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$
المطلوب إثباته: $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$



3. المنصص ارجع إلى الرسم التخطيطي المبين.
 \overline{AR} يتطابق مع \overline{CR} يتطابق مع \overline{BR} . أثبت أن $\overline{AR} + \overline{DR} = \overline{CR} + \overline{BR}$.
انظر الهامش.

التمرين وحل المسائل

4. فرضيات انسخ البرهان وأكمله.
المعطيات: C هي نقطة منتصف \overline{AE}
و C هي نقطة منتصف \overline{BD}
المطلوب إثباته: $\overline{AC} \cong \overline{CD}$
البرهان:



المبررات	العبارات
a. معطى	a. ؟
b. تعريف نقطة المنتصف	b. $AC = CE$, $BC = CD$
c. تعريف القطع المستقيمة.	c. $AE = BD$
d. مسألة جمع القطع المستقيمة	d. $AE = AC + CE$, $BD = BC + CD$
e. التعويض	e. $AC + CE = BC + CD$
f. التعويض	f. $AC + AC = CD + CD$
g. بنسب.	g. $2AC = 2CD$
h. خاصية الضمة	h. $2AC = 2CD$
i. تعريف القطع المستقيمة.	i. $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

- 4a. C نقطة منتصف \overline{AE} .
 C نقطة منتصف \overline{BD} .
 $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-3 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

2. المعطيات: $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$

المطلوب إثباته: $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$ (معطى)

2. $\overline{WX} = \overline{YZ}$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

3. $\overline{XY} = \overline{XY}$ (خاصية الانعكاس)

4. $\overline{WX} + \overline{XY} = \overline{XY} + \overline{YZ}$ (خاصية الجمع)

5. $\overline{WY} = \overline{WX} + \overline{XY}$; $\overline{XZ} = \overline{XY} + \overline{YZ}$ (خاصية جمع القطع المستقيمة)

6. $\overline{WY} = \overline{XZ}$ (التعويض)

7. $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ (تعريف \cong القطع المستقيمة)

3. المعطيات: $\overline{AR} \cong \overline{CR}$; $\overline{DR} \cong \overline{BR}$

المطلوب إثباته: $\overline{AR} + \overline{DR} = \overline{CR} + \overline{BR}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AR} \cong \overline{CR}$; $\overline{DR} \cong \overline{BR}$ (معطى)

2. $\overline{AR} = \overline{CR}$, $\overline{DR} = \overline{BR}$

3. $\overline{AR} + \overline{DR} = \overline{CR} + \overline{DR}$

4. $\overline{AR} + \overline{DR} = \overline{CR} + \overline{BR}$ (خاصية الجمع)

(التعويض)

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليوميين
مبتدئ	4-13, 17, 19-36	4-12 زوجي, 23-26
أساسي	5-13 فردي, 15-17, 19-36	17, 19-22, 27-36
متقدم	14-33 (اختياري), 34-36	14-17, 19-22, 27-36

تعرفت على أزواج خاصة من الزوايا واستخدمتها.

1 كتابة براهين تتضمن زوايا متكاملة وزوايا متتامّة.
2 كتابة براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.

• تبنى مدرسة جمال رصيفًا يحتوي على قراميد بها أسواء المتخرجين من كل فصل. وبما أنّ كل القراميد مستطيلة الشكل، سنكوّن الزوايا أزواجًا خطية عند وضع القراميد.

ممارسات في الرياضيات
3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.
6 مراعاة الدقة

التخطيط الرأسي

قبل الدرس R-4 استخدام التبرير المنطقي لإثبات صحة العبارات. والتعرف على أزواج خاصة من الزوايا.

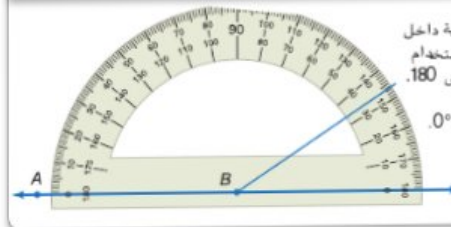
الدرس R-4 كتابة براهين تتضمن زوايا متكاملة وزوايا متتامّة. وكتابة براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.

استخدام التبرير الاستدلالي لإثبات عبارة ما.

بعد الدرس R-4 استخدام التبرير الاستدلالي لإثبات عبارة ما.

1 الزوايا المتكاملة والمتتامّة توضح مسألة المنطة العلاقة بين قياسات الزوايا والأعداد الحقيقية.

المسألة R.10 مسألة المنطة

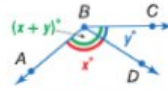


التعبير اللغوي يمكن وضع قياس أي زاوية داخل نطاق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية من 0 حتى 180.

مثال إذا وضع \overrightarrow{BA} على المنطة عند الزاوية 0° . فعدديّ سيقياس قياس الزاوية $\angle ABC$ عددًا حقيقيًا موجبًا.

تعلمت سابقًا مسألة جمع القطع المستقيمة. توجد علاقة مشابهة بين قياسات الزوايا.

المسألة R.11 مسألة جمع الزوايا

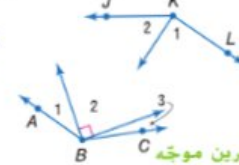


تقع داخل $\angle ABC$ قطع في حالة $m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$

مثال 1 استخدام مسألة جمع الزوايا

أوجد $m\angle 1$ إذا كان $m\angle 2 = 56$ و $m\angle JKL = 145$.

مسألة جمع الزوايا
 $m\angle 2 = 56$ $m\angle JKL = 145$
خاصية الطرح في المعادلة التمييز



تمرين موجّه

1. إذا كان $m\angle 1 = 23$ و $m\angle ABC = 131$. فأوجد قياس $\angle 3$. يترك كل خطوة. انظر الهامش.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم لماذا؟ من الدرس.

اطرح السؤال:

- ما أوجه الشبه بين زوايا المستطيلات والمربعات؟ يبلغ قياس زواياها 90° .
- إذا كان المربع والمستطيل متجاورين. فما مجموع قياس أي زاويتين متجاورتين؟ 180°
- إذا اصطلقت 5 مربعات و5 مستطيلات على خط واحد. فكم عدد الأزواج الخطية التي تتكوّن؟ 8

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-7 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

- $m\angle 1 = 90$, $m\angle 3 = 64$
نظرية الزاويتين المتتامتين
- $m\angle 2 = 53$, $m\angle 3 = 37$
نظرية الزاويتين المتتامتين
- $m\angle 4 = 114$, $m\angle 5 = 66$
نظرية الزاويتين المتتامتين
- $m\angle 4 = 129$, $m\angle 5 = 51$
نظرية الزاويتين المتتامتين
- المعطيات: $\angle 2 \cong \angle 6$
المطلوب إثباته: $\angle 4 \cong \angle 8$

البرهان:

العبارات (المبررات)

- $\angle 2 \cong \angle 6$ (معطى)
- $m\angle 2 + m\angle 4 = 180$
 $m\angle 6 + m\angle 8 = 180$
(نظرية الزاويتين المتتامتين)
- $m\angle 2 + m\angle 8 = 180$
(التعويض)

$$m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 4 = 4$$

$$180 - m\angle 2, m\angle 2 - m\angle 2$$

$$+ m\angle 8 = 180 - m\angle 2$$

(خاصية الطرح)

$$m\angle 4 = 180 - m\angle 2$$

$$m\angle 8 = 180 - m\angle 2$$

(خاصية الطرح)

$$m\angle 4 = m\angle 8$$

(التعويض)

$$\angle 4 \cong \angle 8$$

(تعريف \cong)

المعطيات: $\angle 4 \cong \angle 7$
المطلوب إثباته: $\angle 5 \cong \angle 6$
البرهان:

العبارات (المبررات)

- $\angle 4 \cong \angle 7$ (معطى)
- $\angle 4 \cong \angle 5$ و $\angle 4 \cong \angle 6$
(نظرية \angle المتقابلة بالرأس)
- $\angle 7 \cong \angle 5$ (التعويض)
- $\angle 5 \cong \angle 6$ (التعويض)

تحقق من فهمك

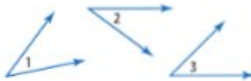


أوجد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات التي تبرر عملك.
R-1. انظر الهامش.

- $m\angle 2 = 26$
- $m\angle 2 = x$, $m\angle 3 = x - 16$
- $m\angle 4 = 2x$, $m\angle 5 = x + 9$
- $m\angle 4 = 3(x - 1)$, $m\angle 5 = x + 7$



5. ركن السيارات راجع الرسم التخطيطي لساحة السيارات الموجود في جهة اليسار، إذا علمت أن $\angle 2 \cong \angle 6$ ، فأثبت أن $\angle 4 \cong \angle 8$. انظر الهامش.



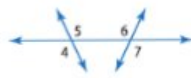
6. البرهان اسخ برهان حالة واحدة من النظرية 4.6 وأكمله.

المعطيات: الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان.
الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.

المطلوب إثباته: $\angle 1 \cong \angle 2$

البرهان:

المبررات	العبارات
a. \angle المعطيات	a. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.
b. \angle المتتامتان تعريف \angle	b. $m\angle 1 + m\angle 3 = 90$; $m\angle 2 + m\angle 3 = 90$
c. \angle التعويض	c. $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 3$
d. خاصية الانعكاس	d. $m\angle 3 = m\angle 3$
e. \angle خاصية الطرح	e. $m\angle 1 = m\angle 2$
f. \angle تعريف \cong	f. $\angle 1 \cong \angle 2$



7. فرضيات اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\angle 4 \cong \angle 7$

المطلوب إثباته: $\angle 5 \cong \angle 6$

انظر الهامش.

التمرين وحل المسائل

الأملنة 3-1

أوجد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات المستخدمة التي تبرر عملك.

10. الزوايا $\angle 2$ و $\angle 4$ و $\angle 3$ و $\angle 5$ متكاملة.
 $m\angle 4 = 105$
 $m\angle 2 = 75$
 $m\angle 3 = 105$ و $m\angle 5 = 75$
(نظرية الزاويتين المتكاملتين)

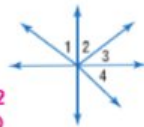


$$m\angle 1 = m\angle 4 = 45$$

$$m\angle 3 = 62$$

(نظرية الزاويتين المتتامتين والمتكاملتين)

9. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.
 $\angle 1 \cong \angle 4$
و $m\angle 2 = 28$



8. $m\angle 5 = m\angle 6$



$$m\angle 5 = m\angle 6 = 45$$

(نظرية الزاويتين المتكاملتين)

p138 | R-4 | إثبات العلاقات بين الزوايا

خيارات الواجب المنزلي المتميزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين
مبتدئ	8-15, 31, 32, 34-53	8-14 زوجي. 31, 32, 34, 35, 40-53
أساسي	9-15 فردي. 16-32, 34-53	16-32, 34, 35, 40-53
متقدم	16-48. (اختياري: 49-53)	

Uncorrected first proof - for training purposes only