٩:٠٥ م ٦٥% ://elib.moe.gov.ae

الوحدة 6

التحويلات الهندسية والتناظر
مخطط الوحدة

	التقويم التشخيصي التمرين سريع		
	الدرس 6-1 45 دقيقة؛ يوم 90 دقيقة؛ 0.5 يوم	الدرس 6-2 45 دقيقة؛ يوم 90 دقيقة؛ 0.5 يوم	الاستكشاف 6-3 45 دقيقة؛ 0.5 يوم 90 دقيقة؛ 0.25 يوم
العنوان	الانعكاس	الإزاحة	مختبر الهندسة: الدوران
الأهداف	■ رسم الانعكاس. ■ رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي.	■ رسم الإزاحة. ■ رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي.	■ استكشاف خواص الدوران.
المفردات الأساسية	خط الانعكاس line of reflection	متّجه الإزاحة translation vector	

Chapter Sourced From Integrated Math III Chapter 14 © 2012 McGraw-Hill Education. حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

٩:٠٦ م ٦٥٪
://elib.moe.gov.ae

الدرس 6-3 (45 دقيقة؛ يوم 90 دقيقة؛ 0.5 يوم)	التوسع 6-3 (45 دقيقة؛ 0.5 يوم 90 دقيقة؛ 0.25 يوم)	الاستكشاف 6-3 (45 دقيقة؛ 0.5 يوم 90 دقيقة؛ 0.25 يوم)	الدرس 6-4 (45 دقيقة؛ 15 يوم 90 دقيقة؛ 0.75 يوم)	التوسع 6-4 (45 دقيقة؛ يوم 90 دقيقة؛ 0.5 يوم)
الدوران	**مختبر الهندسة: المجسمات الناتجة عن الدوران**	**مختبر برمجيات الهندسة: تركيب التحويلات**	**تركيب التحويلات**	**مختبر الهندسة: الفسيفساء**
■ رسم الدوران. ■ رسم الدوران في المستوى الإحداثي.	■ تحديد المجسمات الناتجة عن تدوير أشكال ثنائية الأبعاد حول خطوط ورسمها.	■ استكشاف تأثيرات إجراء تحويلات متعددة على شكل.	■ رسم الانعكاسات الانزلاقية وغيرها من تركيبات حالات التساوي في المستوى الإحداثي. ■ رسم تركيب الانعكاسات بالنسبة لمستقيمات متوازية ومتقاطعة.	■ تحديد الفسيفساء المنتظمة. ■ إنشاء فسيفساء باستخدام التكنولوجيا وبدونها.
مركز الدوران center of rotation زاوية الدوران angle of rotation	المجسمات الناتجة عن الدوران solids of revolution	المجسمات الناتجة عن الدوران solids of revolution	تركيب التحويلات composition of transformations الانعكاس الانزلاقي glide reflection	الفسيفساء tessellation الفسيفساء المنتظمة regular tessellation الفسيفساء البوحدة uniform tessellation
التقويم التكويني اختبار منتصف الوحدة				

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:٠٦ م ٦٥% ://elib.moe.gov.ae

الوحدة 6

التحويلات الهندسية والتناظر
مخطط الوحدة

	الدرس 5-5 45 دقيقة؛ يوم 90 دقيقة؛ 0.5 يوم	التوسّع 5-6 45 دقيقة؛ 0.5 يوم 90 دقيقة؛ 0.25 يوم	الاستكشاف 6-6 45 دقيقة؛ 0.5 يوم 90 دقيقة؛ 0.25 يوم	الدرس 6-6 45 دقيقة؛ يوم 90 دقيقة؛ 0.5 يوم
العنوان	التناظر	مختبر الهندسة: استكشاف الإنشاءات باستخدام جهاز عاكس	مختبر تقنية التمثيل البياني: تغيير الأبعاد(التمدد)	عمليات تغيير الأبعاد(التمدد)
الأهداف	■ تحديد عمليات التناظر المحوري والدوراني في الأشكال ثنائية الأبعاد. ■ تحديد عمليات التناظر المحوري والتناظر في المستوى في الأشكال ثلاثية الأبعاد.	■ استخدم جهاز عاكس لعمل الإنشاءات الهندسية.	■ استخدم تقنية التمثيل البياني لاستكشاف خواص عمليات تغيير الأبعاد(التمدد).	■ رسم عمليات تغيير الأبعاد (التمدد) ■ رسم عمليات تغيير الأبعاد (التمدد) في المستوى الإحداثي.
المفردات الأساسية	التناظر symmetry تناظر محوري line symmetry محور التناظر line of symmetry التناظر الدوراني rotational symmetry مركز التناظر center of symmetry ترتيب التناظر order of symmetry			

التقويم الختامي
دليل الدراسة والمراجعة.
تدريب على الاختبار

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

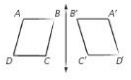
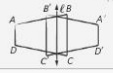
٩:٠٦ م ٦٥٪
://elib.moe.gov.ae

القراءة والكتابة في الرياضيات

مشروع كريس

مهارات دراسية

شجّع الطلاب على إنشاء جدول محتويات لتنظيم ملاحظاتهم. يصف جدول الرياضيات أدناه الانعكاس، والتي يتم تناولها في الدرس 1-6. وأثناء دراسة هذه الموضوعات، اطلب من الطلاب إضافة تحويلات أخرى إلى هذا الجدول.

المصطلح	التعريف (بكلمات من عندك)	مثال	السؤال الأصلي مع الإجابة
الانعكاس	صورة الشكل في المرآة هي انعكاس للشكل الأصلي.		ارسم صورة $ABCD$ أسفل انعكاس في المستقيم ℓ. 

تكوين الاستقلال من خلال إستراتيجيات يضعها الطلاب

الملاحظات

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:٠٦ م ٦٥% ://elib.moe.gov.ae

التشخيص	سبل الحل
بداية الوحدة 6	
الاستعداد للوحدة 6 **كتاب الطالب**	الاستجابة للتدخل التقويمي **كتاب المعلم**
بداية كل درس	
السابق، الحالي، لماذا؟ **كتاب الطالب**	**كتاب الطالب**
أثناء/بعد كل درس	
تمرين موجه **كتاب الطالب**، كل مثال التحقق من فهمك **كتاب الطالب** مسائل مهارات التفكير العليا **كتاب الطالب** مراجعة شاملة **كتاب الطالب** أمثلة إضافية **كتاب المعلم** انتبه! **كتاب المعلم** الخطوة 4، التقويم **كتاب المعلم**	التدريس المتمايز **كتاب المعلم** خيارات الواجب المنزلي المتمايزة **كتاب المعلم**
منتصف الوحدة	
اختبار منتصف الوحدة **كتاب الطالب**	
اختبار ما قبل الوحدة	
دليل الدراسة والمراجعة للوحدة **كتاب الطالب** تدريب على الاختبار **كتاب الطالب** تدريب على الاختبار المعياري **كتاب الطالب**	

التقويم التشخيصي
التقويم التكويني
التقويم الختامي

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة

٩:٠٦ م ٦٥٪
://elib.moe.gov.ae

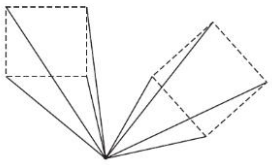
الخيار 1 الوصول إلى مستوى المتعلمين كافة

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني استخدم الكاميرات الرقمية أو المعدة للاستعمال مرة واحدة لالتقاط أمثلة على التناظر أو الانعكاس. وفي حالة الرغبة في ذلك، اطلب من الطلاب إحضار مرايا يدوية صغيرة معهم لإنشاء انعكاسات ومن ثم تصويرها. اطبع الصور التي التقطها الطلاب وعلّقها. علقها بالردهة أو على جدار مستو لإنشاء مجموعة صور للعرض.

المتعلمون أصحاب النمط الطبيعي تمشَّ مع الطلاب بين أحضان الطبيعة. اطلب منهم إحضار دفاتر وأقلام رصاص لتدوين ملاحظاتهم. تمشَّ حول حرم المدرسة واطلب منهم رسم الأشياء التي يرونها في الطبيعة متناظرة. اطلب منهم تسمية رسوماتهم واجعلهم يكتبوا الغرض من وجود التناظر في الطبيعة، من وجهة نظرهم.

الخيار 2 قريب من المستوى

اطلب من الطلاب استخدام لوح من الفلين مثبت عليه شبكة ودبابيس وأشكال من صفائح رقيقة وسلك أو خيط لتمثيل الدوران. ويمكنهم البدء بوضع أحد الأشكال على اللوحة ولصق قطع الخيط على كل رأس. بعد ذلك، يمكنهم اختيار مركز تدوير واستخدام دبوس لإحكام تثبيت الأطراف المرتخية لكل قطعة خيط على هذه النقطة. وأخيرًا، يمكنهم تحديد زاوية التدوير واستخدام منظلة لقياس الزاوية، وتحريك الشكل إلى نقطة تدويره الجديدة.



الخيار 3 أعلى من المستوى

سواء باستخدام برنامج Geometer's Sketchpad أو ورقة وقلم رصاص، اطلب من الطلاب إنشاء فسيفساء – واحدة بالانعكاس والأخرى بالتدوير، والأخيرة باستخدام الإزاحة. في حالة استخدام برنامج Geometer's Sketchpad، يمكن للطلاب استخدام قائمة Transform (التحويل) الخاصة بالبرنامج. اطلب منهم إخفاء جميع النقاط باستخدام قوائم "التحرير" و"العرض" عند الانتهاء من استخدام القطعة. ويمكن تلوين الفسيفساء المكتملة أو تركها كمخطط.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

٩:٠٦ م ٦٥٪
://elib.moe.gov.ae

الوحدة 6

التحويلات الهندسية والتناظر
التركيز على محتوى الرياضيات

التخطيط الرأسي

قبل الوحدة 6

- التمثيل البياني لعمليات تغيير الأبعاد(التمدد) والانعكاس والإزاحة على المستوى الإحداثي.
- تمثيل العلاقات باستخدام الجداول والتمثيلات البيانية.
- حل المعادلات الخطية.

الوحدة 6

- استخدم تحويلات التطابق لوضع تخمينات وتبرير خواص الأشكال الهندسية.

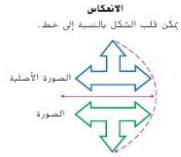
بعد الوحدة 6

- تطبيق التحويلات الأساسية، بما فيها $a \cdot f(x)$, $f(x) + d$, $f(x - c)$, $f(b \cdot x)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$ على الدوال الأصلية.
- تطبيق العمليات بما في ذلك تركيب الدوال وإيجاد المعكوسات ووصف هذه الإجراءات والنتائج كلاميًا ورقميًا ورمزيًا وبيانيًا.

معاينة درس تلو الآخر

6-1 الانعكاس

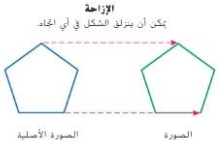
الانعكاس هو تحويل يمثل قلب شكل.



وقد تنعكس الأشكال في نقطة أو مستقيم أو مستوى. ودائمًا ما تكون الصورة المنعكسة مطابقة لصورتها الأصلية. بمعنى آخر، إن الانعكاس هو تحويل تطابق أو تساوٍ في الأبعاد. وقد تحدث الانعكاسات في المستوى الإحداثي، مما يمكنك من تعيين الإحداثيات لكل نقطة في الصورة والصورة الأصلية.

6-2 الإزاحة

الإزاحة هي تحويل يحرّك كل نقاط شكل ما بمقدار المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.



يمكن رسم الإزاحات على المستوى الإحداثي إذا كنت تعرف الاتجاه ومقدار المسافة التي يتحركها الشكل أفقيًا و/أو رأسيًا. وتتمثل إحدى طرق إزاحة شكل في المستوى الإحداثي في القيام ببساطة بعدّ وحدات على المحور الأفقي x وعلى المحور الرأسي y بمقدار ما تعدّه للميل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:٠٦ م ٦٥% ://elib.moe.gov.ae

6-3 الدوران

الدوران هو تحويلٌ يدير كل نقطة في صورةٍ أصليةٍ من خلال زاويةٍ واتجاهٍ محددين حول نقطة ثابتة.

وتسمى النقطة الثابتة *مركز الدوران*. وزاوية الدوران هي الزاوية التي تتكون من خلال نقطة على الصورة الأصلية وعلى مركز الدوران والنقطة المقابلة على الصورة التي تم تدويرها. فالدوران يعرض جميع خصائص حالات تساوي الأبعاد، بما في ذلك الحفاظ على قياس المسافة والزاوية.

يمكن إجراء عملية الدوران باستخدام منقلة لقياس زاوية الدوران وفرجار لتحديد النقاط الجديدة.

6-4 تركيب التحويلات

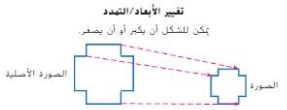
عند تطبيق التحويل على الشكل، ثم تطبيق تحويل آخر على صورته، فإن التحويل الناتج يُسمى تركيب تحويلات. في حين أن *الإزاحة الانزلاقية* هي إزاحة يتبعها انعكاس في مستقيم مواز لمتجه الإزاحة. وتشير النظرية 9.2 إلى أن الإزاحة تكون مساوية لانعكاسين في المستقيمات المتوازية، بينما تشير النظرية 9.3 إلى أن الدوران يكون مكافئًا لانعكاسين في المستقيمات المتقاطعة.

6-5 التناظر

يكون للشكل *تناظر* إذا كانت هناك حركة ثابتة – انعكاس أو إزاحة أو تدوير أو انعكاس انزلاقي – تجعل الشكل ينطبق على نفسه (صورته الأصلية). ويكون للشكل *تناظر محوري* إذا استطاع الانطباق على نفسه من خلال انعكاس بالنسبة لمستقيم. ويكون للشكل تناظر دوراني إذا انطبق على نفسه من خلال الدوران بين 0° و 360° حول مركز الشكل. وبالمثل، يمكن للأشكال ثلاثية الأبعاد أن يكون لها تناظر في *المستوى* أو *تناظر محوري*.

6-6 عمليات تغيير الأبعاد(التمدد)

تغيير الأبعاد(التمدد) هو تحويل يترتب عليه تغيير حجم الشكل.



قد يكون الشكل الجديد أصغر أو أكبر من الأصلي بمعامل مقياس. وإذا كان معامل القياس 1، فحينها يكون تغيير الأبعاد(التمدد) تحويل تطابق. وإذا لم يكن معامل القياس 1، فحينها يكون تغيير الأبعاد(التمدد) يكون تحويل تشابه. وهذا يعني أن الشكل الجديد والأصلي يكونان متماثلين. ومن المهم ملاحظة أن معامل المقياس السالب لا ينتج عنه قياسًا سالبًا. فهو يعني ببساطة أن الصورة الجديدة ستقع على الجانب المقابل من المركز بدلًا من الصورة الأصلية. ودائمًا ما يكون مركز تغيير الأبعاد(التمدد) هو صورته.

في المستوى الإحداثي، يمكنك استخدام معامل المقياس لتحديد إحداثي صورة عمليات تغيير الأبعاد(التمدد) الواقعة في منتصف نقطة الأصلي. فإذا كانت $P(x, y)$ هي الصورة الأصلية لتغيير أبعاد/تمدد متمركز عند النقطة الأصلية مع معامل مقياس يبلغ r، فإن الصورة حينها تكون $P'(rx, ry)$ ولتحديد معامل مقياس تغيير الأبعاد(التمدد) على المستوى الإحداثي، اقسم طول الصورة على طول الصورة الأصلية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:٠٦ م ٦٥٪
://elib.moe.gov.ae

مشروع الوحدة

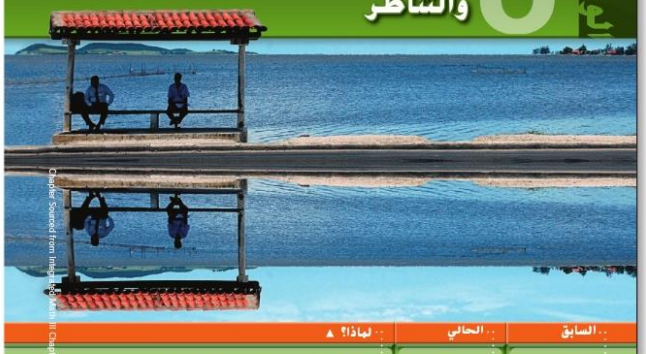
اصنع صورة من هذا: التصوير والفسيفساء

يفكر الطلاب فيما تعلموه عن الانعكاس والإزاحة والدوران لتكوين رابط بين التصوير والفسيفساء.

- اطلب من الطلاب البحث عن كيفية استخدام المصورين لتطبيق الانعكاس والإزاحة والدوران في مجال عملهم. قدّم أمثلة على كل حالة. وكيف يؤثر كل تطبيق على الصورة؟
- بعد ذلك، يبحث الطلاب عن أمثلة على الفسيفساء على شبكة الإنترنت. اطلب منهم إيجاد أمثلة باستخدام الانعكاس والإزاحة والدوران. اطلب منهم التفكير في لعبة من أيام الطفولة تذكرهم بها الفسيفساء، مثل كليدوسكوب.
- اطلب من الطلاب إنشاء الفسيفساء الخاص بهم باستخدام اثنتين على الأقل من الحركات الهندسية الثلاث في التصميم: الانعكاس والإزاحة والدوران.
- اطلب من الطلاب تقديم بحثهم وتصميماتهم للصف الدراسي وإعطاء أمثلة على الأساليب التي استخدمتها لإنشاء الفسيفساء الخاصة بك.

الوحدة 6

التحويلات الهندسية والتناظر



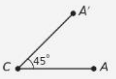
Credits Sourced from Index, Page with Chapter 14 © 2012 McGraw-Hill Education حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح ماكجرو-هيل للتعليم

السابق	الحالي	لماذا؟
لقد حدّدت الانعكاس والإزاحة والدوران.	بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على: • تحديد أسماء أشكال عكست أو أزيحت أو دارت أو كبّرت أيهاذهاتمددت) ورسمها. • تمييز تركيب التحويلات ورسمها. • تحديد التناظر في الأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد.	**التصوير الضوئي** يستخدم المصورون الانعكاس والدوران والتطابق ليجعلوا صورهم مثيرة للإعجاب وملفتة للنظر.

المفردات الأساسية قدّم المفردات الأساسية في الوحدة باستخدام الطريقة التالية.

عرّف: مركز الدوران هو النقطة الثابتة التي تربط زاوية قياسها x° حولها نقطةً بصورتها.

مثال:



اسأل: ما نقطة مركز الدوران؟ في أي اتجاه يحدث الدوران؟ النقطة C؛ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة

606 / 315

٩:٠٦ م ٦٥٪
://elib.moe.gov.ae
606 / 315

الاستعداد للوحدة

تدريب سريع

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاسًا، أو إزاحة، أو دورانًا.

1. A إلى B دوران
2. D إلى A إزاحة أو انعكاس
3. A إلى C إزاحة

أوجد مجموع كل متّجهين.

4. $\langle 13, -4\rangle + \langle -11, 9\rangle$ $\langle 2, 5\rangle$
5. $\langle 6, -31\rangle + \langle -22, 3\rangle$ $\langle -16, -28\rangle$

6. **الفرقة الموسيقية** خلال جزء من أغنية، يوجه ضارب الطبل في فرقة استعراضية الفرقة للتحرك من النقطة $(1, 4)$ إلى النقطة $(5, 1)$. اكتب صورة مركبة المتّجه الذي يصف هذه الحركة. $\langle 4, -3\rangle$

7. حدّد ما إذا كان تغيير الأبعاد من A إلى B عبارة عن تكبير أو تصغير. ثم أوجد معامل مقياس تغيير الأبعاد. تصغير؛ $\frac{1}{2}$

8. **المسرحيات** يصنع أحمد نموذج نملة لمسرحية. أوجد معامل مقياس النموذج إذا كان طول النملة سنتيمترا واحدا وكان طول النموذج $\frac{1}{4}$ m. 25

مراجعة سريعة

مثال 1 (مستخدم في الدروس من 1-6 إلى 4-6)

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاسًا، أو إزاحة، أو دورانًا.

كل رأس وصورته على مسافة واحدة من المحور الرأسي y هذا انعكاس

مثال 2 (مستخدم في الدرس 2-6)

اكتب صورة مركّبة $\overline{AB}$ لـ $A(-1, 1)$ و $B(4, -3)$

صورة مركبة المتّجه $\overline{AB} = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1\rangle$

بالتعويض $= \langle 4 - (-1), -3 - 1\rangle$

بالتبسيط $= \langle 5, -4\rangle$

مثال 3 (مستخدم في الدرس 6-6)

حدّد ما إذا كان تغيير الأبعاد من A إلى B عبارة عن تكبير أو تصغير. ثم أوجد معامل مقياس تغيير الأبعاد.

B أكبر من A. إذا فهو تكبير.

المسافة بين رؤوس A تساوي 2 والمسافة المناظرة بالنسبة لـ B تساوي 6.

عامل المقياس يساوي $\frac{6}{2}$ أو 3.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الأسئلة الأساسية

- ماذا يعني تحويل شكل؟ الإجابة النموذجية: إنشاء صورة لشكل ما تكون لها نفس هيئة الشكل الأصلي، ولكن تم تحريكها و/أو تدويرها و/أو قلبها أو تغيير حجمها.
- كيف ترتبط التحويلات والتناظر؟ الإجابة النموذجية: من الممكن التأكيد على تناظر شكل ما باستخدام تحويلات التطابق.

409

٩:٠٦ م ٦٥%
://elib.moe.gov.ae

المطويات منظّم الدراسة

المطويات® دينا زايك

التركيز بدون الطلاب ملحوظات عن التحويلات ويرسمون مخططات لها.

التدريس اطلب من الطلاب عمل المطويات ونسميتها حسبما هو موضح.

يستخدم الطلاب المطويات الخاصة بهم لتدوين الملاحظات وتعريف المصطلحات وكتابة الأمثلة. وفي نهاية كل درس، اطلب من الطلاب كتابة تعريف لكل مفردة من المفردات بكلماتهم الخاصة.

وقت الاستخدام استخدم الحافظات المناسبة أثناء تناول الطلاب لكل درس في هذه الوحدة. ويمكن للطلاب الإضافة إلى جزء المفردات أثناء كل درس.

البدء في هذه الوحدة

ستتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة أثناء دراستك للوحدة 6. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمة ونظّم مواردك.

المطويات منظّم الدراسة

التحويلات والتطابق اصنع المطوية التالية لتساعدك في تنظيم ملاحظاتك الخاصة بالوحدة 6 حول التحويلات والتطابق. وابدأ بثلاث صفحات في الدفتر.

1 **اطوِ** كل ورقة إلى نصفين.

2 **افتح** الأوراق المطوية واطوِ كل ورقة بالاتجاه الطولي لتشكيل جيب.

3 **ألصق** الورقات جنبًا إلى جنب لتشكيل كتيب.

4 **سمِّ** كلًا من الجيوب كما هو موضح.

المفردات الجديدة

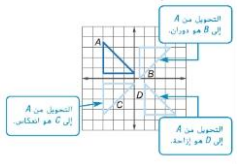
line of reflection	خط الانعكاس
center of rotation	مركز الدوران
angle of rotation	زاوية الدوران
composition of transformations	تركيب التحويلات
symmetry	التناظر (التماثل)
line symmetry	تناظر محوري
line of symmetry	خط التناظر(التماثل)

مراجعة المفردات

الانعكاس هو تحويلٌ يمثل قلب شكل بالنسبة لنقطة أو مستقيم أو مستوى

الدوران هو تحويلٌ يدير كل نقطة في صورة أصلية بزاوية واتجاه محددين حول نقطة ثابتة

الإزاحة هي تحويلٌ يحرك كل نقاط شكل ما للمسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.

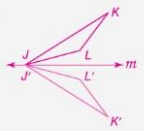


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية (الدرس 1-6، تمرين موجه)

1A.

1B.



1C.

٩:٠٧ م ٦٥% ://elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 1-6 تحديد الانعكاسات والتحقق من كونها تحويلات تطابق.

الدرس 1-6 رسم انعكاس على مستقيم انعكاس وفي المستوى الإحداثي.

ما بعد الدرس 1-6 استخدام خواص وتحويلات التشابه والتوسّع فيها من أجل استكشاف التخمينات الخاصة بالأشكال الهندسية وتبريرها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما نوع التحول الذي تمثله هذه الصورة؟ انعكاس
- اذكر مصطلحًا آخر يُستخدم للانعكاس؟ صورة مرآة أو قلب
- هل تعتقد أن للصورة تناظرًا أفقيًا أم رأسيًا؟ لماذا؟ أفقي؛ فهي منعكسة عبر مستقيم أفقي.

الدرس 1-6

1-6 الانعكاس

السابق | الحالي | لماذا؟

- لقد حدّدت الانعكاس وأثبتّه على أنه تحويل تطابق.

1 رسم الانعكاس.

2 رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي.

- لاحظ في هذا الانعكاس في الماء أن المسافة التي تقع عندها نقطة فوق خط الماء تبدو مماثلة للمسافة التي تقع عندها صورة تلك النقطة تحت الماء.

المفردات الجديدة

خط الانعكاس line of reflection

ممارسات في الرياضيات

استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 رسم الانعكاس تعلمت سابقًا أن الانعكاس أو القلب تحويلٌ بالنسبة لمستقيم يدعى **خط الانعكاس**. تبعد كل نقطة في الصورة الأصلية ونظيرتها في الصورة المسافة نفسها عن هذا المستقيم.

المفهوم الأساسي الانعكاس بالنسبة لمستقيم

الانعكاس بالنسبة لمستقيم هو دالةٌ تربط كل نقطة بصورتها بحيث:

- إذا كانت النقطة تقع على المستقيم، فإن الصورة والصورة الأصلية هما النقطة نفسها أو
- إذا لم تكن النقطة تقع على المستقيم فالمستقيم هو المنصف العمودي للقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين.

A تقع على المستقيم k.

A لا تقع على المستقيم k.

A′، A″، A‴ وهكذا دواليك هي تسميات النقاط المقابلة لتحويل أو أكثر.

لتعكس مضلعًا بالنسبة لمستقيم، اعكس كلًا من رؤوس المضلع ثم صل هذه الرؤوس لتشكل الصورة المنعكسة.

مثال 1 انعكاس شكل بالنسبة لمستقيم

انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا المستقيم باستخدام مسطرة.

الخطوة 1 ارسم مستقيمًا من خلال كل رأس بحيث يكون عموديًا على المستقيم k.

الخطوة 2 قِس المسافة من النقطة A إلى المستقيم k. ثم حدد A' على المسافة نفسها من المستقيم k على الطرف المقابل.

الخطوة 3 كرر الخطوة 2 لتحديد النقطتين B' و C'. ثم صل الرؤوس A' و B' و C' لتشكيل الصورة المنعكسة.

تمرين موجّه 1A–1C. انظر الهامش.

1A.

1B.

1C.

411

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

411

٩:٠٧ م ٦٥٪
://elib.moe.gov.ae

1 رسم الانعكاس

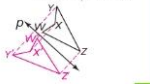
المثالان 1 و 2 يوضحان كيفية رسم انعكاسات واستخدامها لتظليل المسافة.

التقويم التكويني

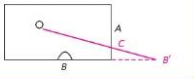
استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 ارسم الصورة المنعكسة لرباعي الأضلاع $WXYZ$ في المستقيم p باستخدام مسطرة.



2 **لعبة البلياردو** افترض أنه يتعين عليك ضرب الكرة بعصا البلياردو بعيدًا عن الجانب A قبل أن تتدحرج إلى الفتحة عند B. حدد موقع النقطة C على امتداد الجانب A الذي لا بد أن تضربه الكرة لضمان اتجاهها مباشرة إلى الفتحة.



2 رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي

الأمثلة من 3 إلى 5 توضح كيفية رسم انعكاسات في المستوى الإحداثي.

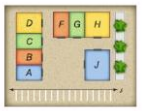
مثال إضافي

3 للشكل الرباعي $JKLM$ الرؤوس $J(2, 3)$ و $K(3, 2)$ و $L(2, -1)$ و $M(0, 1)$. مثّل بيانيًا $JKLM$ وصورته في المستقيم المحدد.

a. $x = 1$

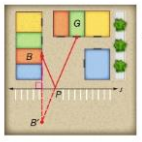
تذكّر أن الانعكاس هو تحويل تطابق أو تساوي أبعاد. في الشكل البين في المثال 1، $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

مثال 2 من الحياة اليومية تصغير المسافات باستخدام الانعكاس



التسوق افترض أنك ستشتري ملابس من المتجر B. ثم ستعود إلى سيارتك. ثم ستشتري حذاءً من المتجر G. فأين عليك أن تركن سيارتك على طول المستقيم s من أماكن إيقاف السيارات لتحدّ من المسافة التي ستمشيها سيرًا على الأقدام إلى الحدّ الأدنى؟

استيعاب المسألة تطلب المسألة منك تحديد نقطة P على المستقيم s بحيث يكون لـ $BP + PG$ أقل قيمة ممكنة.



التخطيط تكون المسافة الكلية من B إلى P ثم من P إلى G أصغر ما يمكن حين تكون النقاط الثلاث على استقامة واحدة. استخدم انعكاس النقطة B بالنسبة للمستقيم s لإيجاد موقع النقطة P.

الحل ارسم $\overline{B'G}$ حدّد P عند تقاطع المستقيم s و $\overline{B'G}$.

التحقق قارن المجموع $PG + BP$ لكل حالة لتتحقق من أن موقع P الذي وجدته يصغر هذا المجموع.

تمرين موجّه

2. بيع البطاقات تريد إيمان اختيار موقع جيد لبيع بطاقات حضور حفل التخرج. حدّد نقطة P بحيث تكون المسافة التي على شخص ما أن يخطوها من الزهرة A إلى النقطة P على الحائط، ومن P إلى الشجرة التالي في الزهرة B أصغر ما يمكن. **انظر الهامش.**

مهنة من الحياة اليومية

المصوّر يلتقط العاملون في مجال التصوير الصور لأسباب متعددة. منها ما يتعلق بالثقافة أو الفن أو تسجيل حدث ما. ومنها ما يكون لأغراض علمية. وتتطلب بعض الاختصاصات كالتصوير الصحفي والتصوير الفلكي نيل درجة البكالوريوس. منها لا تستلزم بعض مجالات التصوير الأخرى، كالتقاط الصور الشخصية، سوى براعة فنية.

2 رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي

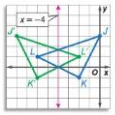
يمكن إجراء الانعكاس أيضًا في المستوى الإحداثي عبر استخدام التقنيات المقدمة في المثال 3.

مثال 3 انعكاس شكل بالنسبة لمستقيم أفقي أو رأسي

للمثلث JKL الرؤوس $J(0, 3)$ و $K(-1, -2)$ و $L(-6, 1)$. مثّل بيانيًا المثلث $\triangle JKL$ وصورته بالنسبة للمستقيم المعطى.

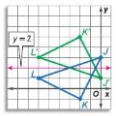
a. $x = -4$

أوجد نقطة مناظرة لكل رأس بحيث يكون الرأس وصورته متساوي البعد عن المستقيم $x = -4$.



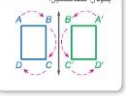
b. $y = 2$

أوجد نقطة مناظرة لكل رأس بحيث يكون الرأس وصورته متساوي البعد عن المستقيم $y = 2$.



نصيحة دراسية

خواص الانعكاس تحافظ الانعكاس، شأنها شأن جميع حالات تساوي القياس، على المسافات والمساحات الزاوية وبيئة النقاط. ووضعها على استقامة واحد. ولكن توجيه الصورة الأصلية وصورتها يكونان متعاكسين.



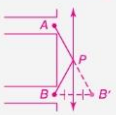
حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية ارسم مثلثًا على اللوحة. وضّح الانعكاس باستخدام عملية قلب أفقي ورأسي. اطلب من الطلاب تحديد العلاقة بين الأشكال.

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

2.



٩:٠٧ م ٦٥٪
://elib.moe.gov.ae

تمرين موجّه

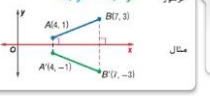
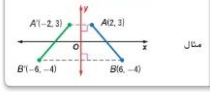
شبه المنحرف $RSTV$ **الرؤوس** $R(-1, 1)$ **و** $S(4, 1)$ **و** $T(4, -1)$ **و** $V(-1, -3)$. **مثل شبه المنحرف** $RSTV$ **وصورته بالنسبة للمستقيم المعطى.** 3A–B. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

3A. $y = -3$

3B. $x = 2$

حين يكون خط الانعكاس هو المحور الأفقي x أو المحور الرأسي y، فيمكنك استخدام القاعدة التالية.

المفهوم الأساسي الانعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x أو المحور الرأسي y

	الانعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x	الانعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y
الشرح	لتعكس نقطة بالنسبة للمحور الأفقي x، اضرب الإحداثي الرأسي y الخاص بها بـ -1.	لتعكس نقطة بالنسبة للمحور الرأسي y، اضرب الإحداثي الأفقي x الخاص بها بـ -1.
الرموز	$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$
مثال		

قراءة في الرياضيات

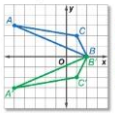
الرمز الإحداثي للدالة يمكن قراءة التعبير $R\,a,\ b \rightarrow P(a, -b)$ على النحو "النقطة R التي إحداثياها a و b يعكس موقعها جديد P إحداثياه a وناقص b".

مثال 4 انعكاس شكل بالنسبة للمحور الإحداثي x أو المحور الإحداثي y

مثّل بيانيًا كل شكل وصورته وفق الانعكاس المعطى.

a. المثلث ABC **ذو الرؤوس** $A(-5, 3)$ **و** $B(2, 0)$ **و** $C(1, 2)$ **بالنسبة للمحور الأفقي** x

اضرب الإحداثي الرأسي y لكل رأس بـ -1.



$(x, y) \rightarrow (x, -y)$

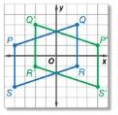
$A(-5, 3) \rightarrow A'(-5, -3)$

$B(2, 0) \rightarrow B'(2, 0)$

$C(1, 2) \rightarrow C'(1, -2)$

b. متوازي الأضلاع $PQRS$ **ذو الرؤوس** $P(-4, 1)$ **و** $Q(2, 3)$ **و** $R(2, -1)$ **و** $S(-4, -3)$ **بالنسبة للمحور الرأسي** y

اضرب الإحداثي الأفقي x لكل رأس بـ -1.



$(x, y) \rightarrow (-x, y)$

$P(-4, 1) \rightarrow P'(4, 1)$

$Q(2, 3) \rightarrow Q'(-2, 3)$

$R(2, -1) \rightarrow R'(-2, -1)$

$S(-4, -3) \rightarrow S'(4, -3)$

نصيحة دراسية

النقاط الثابتة في المثال 4a، تدعى النقطة B بالنقطة الثابتة لأنها ترتبط بنفسها فقط. وإن النقاط التي تقع على خط الانعكاس تبقى ثابتة عند الانعكاس بالنسبة لهذا المستقيم.

تمرين موجّه 4A–B. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

4A. **المستطيل ذو الرؤوس** $E(-4, -1)$ **و** $F(2, 2)$ **و** $G(3, 0)$ **و** $H(-3, -3)$ **بالنسبة للمحور الأفقي** x

4B. **المثلث** JKL **ذو الرؤوس** $J(3, 2)$ **و** $K(2, -2)$ **و** $L(4, -5)$ **بالنسبة للمحور الرأسي** y

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

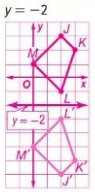
413

التدريس المتمايز OL BL

المتعلمون أصحاب النمط الطبيعي اطلب من طلاب الصف مناقشة أمثلة على انعكاسات موجودة في الطبيعة وفي الأشياء اليومية التي يستخدمونها. ويمكن للطلاب توضيح مكان مستقيمات الانعكاس والتناظرات المحورية في الأشياء وتحديد ما إذا كان بها تناظر نقطي. ويمكن أن تشتمل الأمثلة في الطبيعية على أوراق الشجر والأزهار والفواكه والخضراوات والحيوانات والبيض وما إلى ذلك. وقد تتضمن الأشياء المستخدمة في الحياة اليومية أقلام رصاص وأوراقًا وسيارات وأقراصًا مدمجة وملابس وما إلى ذلك.

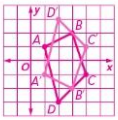
أمثلة إضافية

3 b. $y = -2$

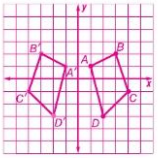


4 مثّل بيانيًا كل شكل وصورته وفق الانعكاس المعطى.

a. الشكل الرباعي $ABCD$ ذات الرؤوس $A(1, 1)$ و $B(3, 2)$ و $C(4, -1)$ و $D(2, -3)$ في المحور الأفقي x.



b. الشكل الرباعي $ABCD$ وصورته أسفل الانعكاس في المحور الرأسي y.



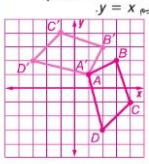
$A(1, 1) \rightarrow A'(-1, 1)$,
$B(3, 2) \rightarrow B'(-3, 2)$,
$C(4, -1) \rightarrow C'(-4, -1)$,
$D(2, -3) \rightarrow D'(-2, -3)$

413

٩:٠٧ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

مثال إضافي

5 الشكل الرباعي $ABCD$ له الرؤوس $A(1, 1)$ و $B(3, 2)$ و $C(4, -1)$ و $D(2, -3)$. مثّل بيانيًا $ABCD$ وصورته تحت الانعكاس في المستقيم $y = x$.



$A(1, 1) \longrightarrow A'(1, 1)$, $B(3, 2) \longrightarrow B'(2, 3)$, $C(4, -1) \longrightarrow C'(-1, 4)$, $D(2, -3) \longrightarrow D'(-3, 2)$

التركيز على محتوى الرياضيات

مفاهيم خاطئة شائعة من الأخطاء الشائعة ضرب الإحداثي x في -1 لإحداث الانعكاس في المحور الأفقي x وضرب الإحداثي y في -1 لإحداث الانعكاس في المحور الرأسي y. ذكر الطلاب بأن الانعكاس في المحور الأفقي x يعني أن الإحداثي x يبقى كما هو ولكن يتغير الإحداثي y. ويعني الانعكاس في المحور الرأسي y أن الإحداثي y يبقى كما هو ولكن يتغير الإحداثي x. أيضًا قم بالإشارة إلى أن الانعكاس في المحور الأفقي x يقلب الشكل لأعلى أو لأسفل، وهو ما يؤثر على الإحداثي y، في حين أن الانعكاس في المحور الرأسي y يقلب الشكل يمينًا أو يسارًا، مما يؤثر على الإحداثي x.

انتبه!

الرؤوس عند رسم انعكاس، يتعين الحفاظ على التتبع الدقيق للرؤوس وصورها. وهذا مهم خاصة بالنسبة للأشكال المتناظرة مثل المربع. حيث يلزم الأمر التسمية لتحديد تحويل وحيد.

مراجعة المفردات

المستقيمات المتعامدة يكون مستقيمان غير رأسيان متعامدين فقط وفقط إذا كان ناتج ضرب ميليهما يساوي -1.

يمكنك أيضًا عكس صورة بالنسبة للمستقيم $y = x$.

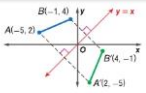
ميل المستقيم $y = x$ يساوي 1. وفي التمثيل البياني بين $\overline{CC'}$ عمودي على $y = x$. فإن قيمته يساوي -1. من النقطة $C(-3, 2)$ تحرك يمينًا لمسافة 2.5 وحدة وإلى الأسفل لمسافة 2.5 وحدة لتصل إلى $y = x$. ومن هذه النقطة على المستقيم $y = x$ تحرك يمينًا لمسافة 2.5 وحدة وإلى الأسفل لمسافة 2.5 وحدة لتحدد النقطة $C'(2, -3)$. وباستخدام طريقة مشابهة، نجد أن صورة النقطة $D(-3, -1)$ هي النقطة $D'(-1, -3)$.

تعطي مقارنة إحداثيات هذه الأمثلة وغيرها القاعدة التالية للانعكاس بالنسبة للمستقيم $y = x$.

المفهوم الأساسي انعكاس بالنسبة للمستقيم $y = x$

الشرح لعكس نقطة بالنسبة للمستقيم $y = x$، بدّل بين الإحداثيين الأفقي x والرأسي y.

مثال

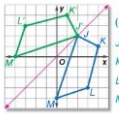


الرموز $(x, y) \rightarrow (y, x)$

مثال 5 انعكاس شكل بالنسبة للمستقيم $y = x$

للشكل الرباعي $JKLM$ الرؤوس $J(2, 2)$, $K(4, 1)$, $L(3, -3)$, $M(0, -4)$. مثّل $JKLM$ بيانيًا وصورته $J'K'L'M'$ بالنسبة للمستقيم $y = x$.

بدّل بين إحداثيات x و y لكل رأس.



$(x, y) \rightarrow (y, x)$

$J(2, 2) \rightarrow J(2, 2)$

$K(4, 1) \rightarrow K(1, 4)$

$L(3, -3) \rightarrow L(-3, 3)$

$M(0, -4) \rightarrow M(-4, 0)$

تصحيحة دراسية

الصورة الأصلية وصورتها سنعتمد في هذا الكتاب دائمًا اللون الأزرق للصورة الأصلية واللون الأخضر لصورتها المحوّلة.

تمرين موجّه

5. للمثلث BCD الرؤوس $B(-3, 3)$ و $C(1, 4)$ و $D(-2, -4)$. مثّل بيانيًا المثلث BCD وصورته بالنسبة للمستقيم $y = x$. **انظر الهامش.**

ملخص المفهوم الانعكاس في المستوى الإحداثي

الانعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x	الانعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y	انعكاس بالنسبة لمستقيم $y = x$
$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	$(x, y) \rightarrow (y, x)$

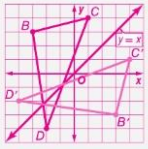
حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إرشاد للمعلمين الجدد

الانعكاس في نصوص مختلفة، يتم استخدام المصطلحات "انعكاس في مستقيم" و"انعكاس على مستقيم" و "انعكاس فوق مستقيم" للإشارة إلى المعنى نفسه.

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

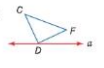
5.



٩:٠٧ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

مثال 1 انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا الخط باستخدام مسطرة.
3-1 انظر الهامش.

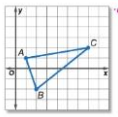
1. 

2.

3.

مثال 2 4. **الأحداث الرياضية** ينتظر أحمد في المقهى أن يحضر له صديقه بطاقة لحضور حدث رياضي يسعر مخفض. فحدد أي نقطة P على طول الطريق ينبغي على الصديق إيقاف سيارته لتقليل المسافة التي على أحمد أن يسيرها من المقهى إلى السيارة ومن ثم إلى مدخل الصالة إلى الحد الأدنى؟ ارسم مخططاً.
انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

مثال 3 مثّل بيانيًا المثلث ABC △ وصورته بالنسبة للمستقيم المعطى. 5–6. انظر الهامش.



5. $y = -2$
6. $x = 3$

المثالان 4–5 مثّل بيانيًا كل شكل وصورته مما يلي وفق عملية الانعكاس المعطاة. 7–9. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

7. المثلث XYZ △ الذي رؤوسه $X(0, 4)$ و $Y(-3, 4)$ و $Z(-4, -1)$ بالنسبة للمحور y
8. متوازي الأضلاع $ORST$ □ الذي رؤوسه $O(-1, 4)$ و $R(4, 4)$ و $S(3, 1)$ و $T(-2, 1)$ بالنسبة للمحور الأفقي x
9. الشكل الرباعي $JKLM$ الذي رؤوسه $J(-3, 1)$ و $K(-1, 3)$ و $L(1, 3)$ و $M(-3, -1)$ بالنسبة للمستقيم $y = x$

حقوق الطبع © محفوظة لشركة McGraw-Hill Education

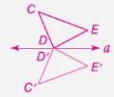
3 التمرين

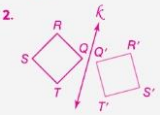
التقويم التكويني

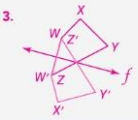
استخدم التمارين 1-9 للتحقق من استيعاب الطلاب.

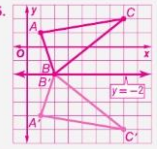
ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

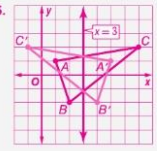
إجابات إضافية

1. 

2. 

3. 

5. 

6. 

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	10–29, 45, 46, 48, 50–57	11–29 فردي, 52–55	10–28 زوجي, 45, 46, 48, 50, 51, 56–57
OL أساسي	11–45 فردي, 46, 48, 50, 51, 56–57	10–29, 52–55	30–46, 48, 50, 51, 56–57
BL متقدم	30–57		

٩:٠٧ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

التدريب وحل المسائل

10. يعرض الشكل الموضح الشكل الرباعي $ABCD$ وصورته $A'B'C'D'$ في المستوى. فأي عبارة يمكن استخدامها لتحديد نوع التحويل الذي حدث؟ **B**

A ميل $\overline{AB} = 2$، ميل $\overline{BC} = -\frac{1}{2}$ بما أن قيمتي الميلين سالبتان. فالتحويل هو دوران برداية $90°$ باتجاه عقارب الساعة.

B إن صورة كل من النقاط A و B و C و D هي انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x. فإن التحويل هو انعكاس.

C بما أن B' تبعد ست نقاط أسفل B، فالتحويل هو إزاحة لمسافة ستّ وحدات إلى الأسفل.

D $CD = 2\sqrt{2}$ و $CD' = 2\sqrt{2}$، بما أن $CD = CD'$، فالتحويل هو تغيير للأبعاد بمعامل يساوي 1.

12. إذا انعكس المثلث PQR بالنسبة للمحور الأفقي x ليصبح المثلث $P'QR$ فلماذا سيكون إحداثيا النقطة Q'؟ $(4, -4)$

14. **الهندسة** توضح الشبكة أدناه ثلاث قطع مستقيمة. ارسم ثلاث قطع مستقيمة أخرى لإتمام سداسي أضلاع متماثل بالنسبة للمستقيم الرأسي.

11. المثلث PQN△ هو تحويل للمثلث LMN△. فما العبارة التي تثبت أن التحويل هو انعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y؟ **C**

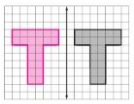
A ميل $\overline{MN}$ · ميل $\overline{NP} = -1$

B ميل $\overline{LN}$ · ميل $\overline{QN} = -1$

C صورة كل نقطة (x, y) هي $(-x, y)$.

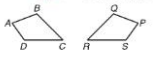
D $\overline{MN} \cong \overline{QN}$

13. **الهندسة** ارسم شكلاً إلى يسار المستقيم بحيث يكون الشكل المعطى والشكل الذي رسمته متماثلين بالنسبة لذلك المستقيم.



15. في الرسم التخطيطي، حوّل الشكل الرباعي $ABCD$ إلى الشكل الرباعي $PQRS$.

فما الصورة الأصلية لـ $\overrightarrow{PS}$؟ $\overrightarrow{AD}$



حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

416 | الدرس 1-6 | الانعكاس

٩:٠٧ م ٦٤%
://elib.moe.gov.ae

16. يعرض الشكل أدناه الشكل الرباعي $QRST$.

إذا انعكس الشكل الرباعي $QRST$ بالنسبة للمحور x ومن ثم بالنسبة للمحور الرأسي y ليشكل شكل رباعي $Q''R''S''T''$. فماذا سوف يكون إحداثيا T''؟ **(6, 4)**

17. يعرض الشكل التحليلي البياني لـ $MNPQ$. ماذا سوف يكون إحداثيا Q' إذا ما انعكس الشكل الرباعي بالنسبة للمحور الأفقي x؟ **(2, −3)**

18. يوضح الشكل أدناه المربع $ABCD$.

إذا انعكس المربع $ABCD$ بالنسبة للمحور y، فماذا سيكون إحداثيا D؟ **(3, 3)**

19.

إذا انعكس شبه المنحرف $LMNP$ بالنسبة للمحور الرأسي y، فماذا سيكون إحداثيا L'؟ **(5, 1)**

20. للمثلث ABC الرؤوس $A(0, 6)$ و $B(2, 1)$ و $C(-3, 4)$. فإذا ما انعكس الشكل بالنسبة للمحور الأفقي x ليعطي $\triangle WXY$، فماذا ستكون إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle WXY$؟
$W(0, -6)$, $X(2, -1)$ $Y(-3, -4)$

21. يريد إسماعيل أن يعكس المستطيل $HIJK$ ذا الرؤوس $H(2, 4)$ و $I(5.5, 4)$ و $J(5.5, -1)$ و $K(2, -1)$ بالنسبة للمحور الرأسي y ليشكّل المستطيل $LMNP$. فماذا ستكون إحداثيات النقطة L إذا كانت هذه النقطة هي نقطة الانعكاس؟ **$(-2, 4)$**

22. للمثلث $\triangle UVW$ الرؤوس $U(-3, 1)$ و $V(2, 4)$ و $W(7, 2)$. وللمثلث $\triangle XYZ$ الرؤوس $X(-3, -1)$ و $Y(2, -4)$ و $Z(7, -2)$. فما هو نوع التحويل الذي يمكن استخدامه لربط المثلث $\triangle UVW$ بالمثلث $\triangle XYZ$؟ **انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x**

23. إذا انعكس المثلث $\triangle LMN$ ذو الرؤوس $L(-2, 6)$ و $M(5, 2)$ و $N(-6, -1)$ بالنسبة للمحور الأفقي x، فماذا سيكون إحداثيا L'؟ **$(-2, -6)$**

24. يعكس الشكل الرباعي $ABCD$ ذو الرؤوس $A(1, 3)$ و $B(2, -1)$ و $C(1, -1)$ و $D(0, 2)$ بالنسبة للمستقيم $x = 1$ ليعطي الشكل الرباعي $WXYZ$. فماذا ستكون مجموعة إحداثيات $WXYZ$؟
$W(1, 3)$, $X(0, -1)$, $Y(1, -1)$, $Z(2, 2)$

25. تقع رؤوس مثلث عند النقاط $(1, 0)$ و $(1, -1)$ و $(-1, -1)$. ما هو المستقيم الذي إذا ما انعكس المثلث بالنسبة إليه سيعطي مثلثاً تقع رؤوسه عند النقاط $(0, 1)$ و $(-1, 1)$ و $(-1, -1)$؟ **$y = x$**

26. للمثلث $\triangle ABC$ الرؤوس $A(0, 6)$ و $B(2, 1)$ و $C(-3, 4)$. فإذا انعكس الشكل بالنسبة للمحور الأفقي x ليعطي المثلث $\triangle WXY$، فماذا ستكون إحداثيات المثلث $\triangle WXY$؟
$W(0, -6)$, $X(2, -1)$, $Y(-3, -4)$

27. ما هما إحداثيا النقطة B إذا انعكس شبه المنحرف $ABCD$ بالنسبة للمحور الرأسي y؟ **$(2, 4)$**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

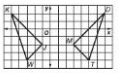
417

٩:٠٧ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

28. أيّ مما يلي هي نقطة انعكاس النقطة $E(-7, 1)$ بالنسبة للمحور الأفقي x؟ $E'(-7, -7)$

29. للمثلث $\triangle ABC$ الرؤوس $A(-3, 1)$ و $B(1, 5)$ و $C(7, 0)$. فما هي إحداثيات الصورة $\triangle A'B'C'$ بموجب انعكاس المثلث الأصلي بالنسبة للمستقيم $y = x$؟ $A(1, -3)$ و $B(5, 1)$ و $C(0, 7)$

30. ما هو المستقيم الذي يعدّ المثلث $\triangle MDT$ بالنسبة إليه انعكاسًا للمثلث $\triangle JKW$؟ $x = 1$



31. ما هو انعكاس النقطة $P(-3, 10)$ بالنسبة للمستقيم $y = x$؟ $P'(10, -3)$

32. ما هما المستقيمان الذي تعدّ بالنسبة إليهما القطعة المستقيمة التي نقطتاها الطرفيتان هما $O(0, 0)$ و $P(0, 4)$ نتيجة لانعكاس مضاعف للقطعة المستقيمة التي نقطتاها الطرفيتان هما $O''(12, 4)$ و $P''(12, 0)$؟ $x = 3$ و $x = 8$

33. أيّ من الأشكال التالية يبدو أنه انعكاس للشكل A بالنسبة لمستقيم ما؟ الشكل C

34. أيّ من العبارات التالية صحيحة؟ C

A إذا انعكست النقطة $P(x, y)$ بالنسبة للمحور الرأسي y وانعكست صورتها بالنسبة للمحور الرأسي y، فإن إحداثيي الصورة هما $P''(x, -y)$.

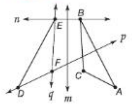
B إذا انعكست النقطة $P(x, y)$ بالنسبة للمحور الرأسي y وانعكست صورتها بالنسبة للمحور الرأسي y، فإن إحداثيي الصورة هما $P''(y, -y)$.

C إذا انعكست النقطة $P(x, y)$ بالنسبة للمحور الرأسي y وانعكست صورتها بالنسبة للمحور الرأسي y، فإن إحداثيي الصورة هما $P''(x, y)$.

D إذا انعكست النقطة $P(x, y)$ بالنسبة للمحور الرأسي y وانعكست صورتها بالنسبة للمحور الأفقي x، فإن إحداثيي الصورة هما $P''(x, -y)$.

35. بناء على أحد التحويلات، يكون لسداسي الأضلاع $PORSTU$ الصورة $ABRSCD$. فأي من التحويلات التالية يعطي ذلك؟ انعكاس

36. ما هو المستقيم الذي يعكس المثلث $\triangle DEF$ بالنسبة إليه هو المثلث $\triangle ABC$؟ المستقيم m



37. ما الصورة التي تمثل انعكاسًا؟ B

A

C

B

D

38. أي من النقاط التالية هي انعكاس للنقطة $L(-2, -9)$ بالنسبة للمحور الرأسي y؟ C

A $L'(-9, -2)$
C $L'(2, -9)$
B $L'(2, 9)$
D $L'(-9, -2)$

93. بموجب الانعكاس الانزلاقي $R_{x=0} \rightarrow T_{x,y}$، فإن صورة $A(1, 3)$ هي $A'(-1, 6)$. فما قيمتا x و y؟ B

A $x = -2$ ، $y = 3$
B $x = 0$ ، $y = 3$
C $x = 3$ ، $y = -2$
D $x = 3$ ، $y = 0$

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

418 | الدرس 1-6 | الانعكاس

٩:٠٨ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب
اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية واستخدام ورق التمثيل البياني لتخطيط ورسم الأشكال والانعكاس. ويمكن لأحد الطلاب تخطيط شكل بسيط بثلاثة رؤوس ورسم وتسمية النقطة أو المستقيم الذي سيرسم عليه الطالب الآخر الانعكاس. وسيقوم الطلاب بتسليم أوراقهم عند مغادرتهم حجرة الصف.

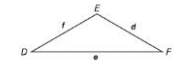
تدريب على الاختبار المعياري

40. **الإجابة القصيرة** إذا عكس الشكل الرباعي $WXYZ$ بالنسبة للمحور الرأسي y ليعطي الشكل الرباعي $W'X'Y'Z'$. فما إحداثيا X'؟ $(0, 3)$

41. **الجبر** إذا كان الوسط الحسابي للأعداد $3x$ و $6x$ و 27 هو 18. فما قيمة x؟ B

A 2 C 5
B 3 D 6

42. في المثلث $\triangle DEF$، لدينا $m\angle E = 108$ و $m\angle F = 26$. أوجد طول d مقربًا إلى أقرب عدد كلي. G



F 26 G 33 H 60 J 65

43. **SAT/ACT** في مستوى إحداثي، للنقطتين A و B الإحداثيان $(-2, 4)$ والإحداثيان $(3, 3)$، على الترتيب. فما قيمة AB؟ E

A $\sqrt{50}$ D $(1, -1)$
B $(1, 7)$ E $\sqrt{26}$
C $(5, -1)$

مراجعة شاملة

أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي إذا كانت $0° < \theta < 90°$

44. إذا كان $\cos \theta = \frac{3}{5}$، أوجد $\sin \theta$. $\frac{4}{5}$

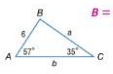
45. وإذا كان $\tan \theta = 2$. فأوجد $\cot \theta$. $\frac{1}{2}$

46. إذا كان $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$، أوجد $\cos \theta$. $\frac{2}{3}$

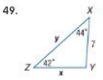
47. وإذا كان $\csc \theta = \frac{3\sqrt{5}}{5}$. فأوجد $\tan \theta$. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

حُلّ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

48. $B = 88°$, $a \approx 8.8$, $b \approx 10.5$



49. $Y = 94°$, $x \approx 7.3$, $y \approx 10.4$



50. **الهندسة الإحداثية** في المثلث $\triangle LMN$، تقسم القطعة المستقيمة $\overline{PR}$ الضلعين $\overline{NL}$ و $\overline{MN}$ إلى أطوال متناسبة. فإذا كانت إحداثيات الرؤوس على النحو $N(8, 20)$ و $P(11, 16)$ و $R(3, 8)$ و $\frac{LP}{PN} = \frac{2}{1}$، أوجد إحداثيات L و M. $L(17, 8)$; $M(-7, -16)$

حُلّ كل معادلة مما يلي، وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

51. $\sin \theta = -0.58$ $-35.5°$

52. $\cos \theta = 0.32$ $71.3°$

53. $\tan \theta = 2.7$ $69.7°$

مراجعة المهارات

أوجد مقدار كل متجه واتجاهه.

54. $\overline{RS}$. $R(-3, 3)$ و $S(-9, 9)$ $6\sqrt{2} \approx 8.5$, $135°$

55. $\overline{FG}$. $F(-4, 0)$ و $G(-6, -4)$ $2\sqrt{5} \approx 4.5$, $243.4°$

56. $\overline{JK}$. $J(8, 1)$ و $K(2, 5)$ $2\sqrt{13} \approx 7.2$, $146.3°$

57. $\overline{AB}$. $A(-1, 10)$ و $B(1, -12)$ $2\sqrt{122} \approx 22.1$, $275.2°$

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:٠٨ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

الدرس 6-2

6-2 الإزاحة

السابق | الحالي | لماذا؟

- لقد أوجدت مقادير منجهات واتجاهاتها
- 1 رسم الإزاحة.
- 2 رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي.
- إن تقنية الرسوم المتحركة هي تقنية يتحرك فيها جسمٌ بمقادير صغيرة جدًا بين صور ملتقطة كل على حدة. وعند تشغيل سلسلة من الصور على هيئة سلسلة مستمرة، ينتج خداعٌ حركي.

المفردات الجديدة

متجه الإزاحة
translation vector

ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات المناسبة بطريقة إستراتيجية.
استخدام نماذج الرياضيات.

1 رسم الإزاحة تعلّمت سابقًا أن الإزاحة أو الانزلاق تحوّل يحرك جميع نقاط شكل المسافة نفسها في الاتجاه نفسه. وبما أنه يمكن استخدام منجهات لوصف المسافة والاتجاه، فيمكن استخدام منجهات لتعريف الإزاحة.

المفهوم الأساسي الإزاحة

الإزاحة هي دالةٌ تربط كل نقطة بصورتها على طول متجه يدعى **متجه الإزاحة** بحيث:

- يكون لكل قطعة مستقيمة تربط نقطة بصورتها طول المتجه نفسه، و
- تكون هذه القطعة المستقيمة موازية للمتجه أيضًا.

النقطة A' هي إزاحة للنقطة A على طول متجه الإزاحة $\vec{k}$

مثال 1 رسم الإزاحة

انسخ الشكل ومتجه الإزاحة المعطى، ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة.

الخطوة 1 ارسم مستقيمًا عبر كل رأس بحيث يوازي المتجه $\vec{m}$.

الخطوة 2 قِس طول المتجه $\vec{m}$ وحدّد النقطة X' عبر تحديد هذه المسافة على طول المستقيم المار بالرأس X والذي مبدؤه هو النقطة X واتجاهه هو اتجاه المستقيم نفسه.

الخطوة 3 كرر الخطوة 2 لتحديد نقطتين Y' و Z'، ثم اربط الرؤوس X' و Y' و Z' لتشكيل الصورة المراحة.

تمرين موجه 1A-B. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

1A.

1B.

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والنشر محفوظة لصالح مؤسسة

420 | الدرس 6-2

الدرس 6-2

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-2 إيجاد مقدار واتجاه المنجهات.

الدرس 6-2 رسم الإزاحة في مستوى وفي مستوى إحداثي.

بعد الدرس 6-2 استخدام خواصّ وتحويلات التشابه والتوسّع فيها من أجل استكشاف التخمينات الخاصة بالأشكال الهندسية وتبريرها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا من البهم تحريك الشكل بمقدار صغير جدًا؟ من البهم إيجاد الإبهام بوجود حركة. وإلا، فلن تحاكي الإطارات الحركة. ولكن قد تشبه لقطات ثابتة لشيء ما في موضع مختلف.
- من أجل خداع البصر لتصديق أن الجسم يتحرك، ما الذي ينبغي أن يكون حقيقيًا بالنسبة للشكل نفسه؟ لابد أن تحافظ المركبات على نفس الحجم والشكل وتقريب العلاقة مع الشكل بأكمله من أجل أن يبدو وكأنه يتحرك لا أن يبدو يتحور.

420 | الدرس 6-2 | الإزاحة

٩:٠٨ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

1 رسم الإزاحة

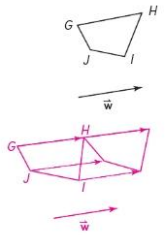
المثال 1 يوضح كيفية رسم إزاحة، مع العلم بمتجه الإزاحة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 انسخ الشكل ومتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة.



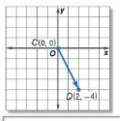
2 رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي

الأمثلة 2 و 3 توضح كيفية إزاحة شكل على مستوى إحداثي من خلال تحريك الشكل أفقيًا أو رأسيًا أو في كلا الاتجاهين.

2 رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي

نذكّر أن أي متجه في المستوى الإحداثي يمكن أن يكتب في الصورة $\langle a, b \rangle$، حيث a يمثل التغير الأفقي و b هو التغير الرأسي من رأس المتجه إلى ذيله. $\overline{CD}$ ممثلة بالزوج المرتب $\langle 2, -4 \rangle$.

يمكن استخدام المتجهات وفق هذه الصيغة المدعومة بالصورة المركبة لإزاحة شكل في المستوى الإحداثي.

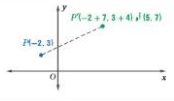


المفهوم الأساسي الإزاحة في المستوى الإحداثي

الشرح لإزاحة نقطة على طول المتجه $\langle a, b \rangle$، اجمع a بالإحداثي x و b بالإحداثي y.

الرموز $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$

مثال صورة النقطة $P(-2, 3)$ المزاحة على طول المتجه $\langle 4, 7 \rangle$ هي $P'(5, 7)$.



قراءة في الرياضيات

الإزاحة الأفقية والرأسية عندما يكون متجه الإزاحة من الصيغة $\langle a, 0 \rangle$، فإن الإزاحة تكون أفقية فقط. وعندما يكون متجه الإزاحة من الصيغة $\langle 0, b \rangle$، فإن الإزاحة تكون رأسية فقط.

الإزاحة هي شكل آخر من تحويل التطابق أو تساوي الأبعاد.

مثال 2 الإزاحة في المستوى الإحداثي

مثّل بيانيًا كل شكل وصورته على طول المتجه المعطى.

a. المثلث EFG ذو الرؤوس $E(-7, -1)$ و $F(-4, -4)$ و $G(-3, -1)$؛ $\langle 2, 5 \rangle$

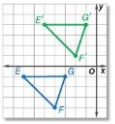
يشير المتجه إلى إزاحة لمسافة 2 وحدتين يمينًا و 5 وحدات إلى الأعلى.

$(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 5)$

$E(-7, -1) \rightarrow E'(-5, 4)$

$F(-4, -4) \rightarrow F'(-2, 1)$

$G(-3, -1) \rightarrow G'(-1, 4)$



b. المربع $JKLM$ ذو الرؤوس $J(3, 4)$ و $K(5, 2)$ و $L(7, 4)$ و $M(5, 6)$؛ $\langle -3, -4 \rangle$

يشير المتجه إلى إزاحة لمسافة 3 وحدات يسارًا و 5 وحدات إلى الأسفل.

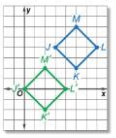
$(x, y) \rightarrow (x + (-3), y + (-4))$

$J(3, 4) \rightarrow J'(0, 0)$

$K(5, 2) \rightarrow K'(2, -2)$

$L(7, 4) \rightarrow L'(4, 0)$

$M(5, 6) \rightarrow M'(2, 2)$



تمرين موجّه 2A–2B. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

2A. المثلث ABC ذو الرؤوس $A(2, 6)$ و $B(1, 1)$ و $C(7, 5)$؛ $\langle -1, -4 \rangle$

2B. الشكل الرباعي $QRST$ ذو الرؤوس $Q(-8, -2)$ و $R(-9, -5)$ و $S(-4, -7)$ و $T(-4, -2)$؛ $\langle 7, 1 \rangle$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز AL

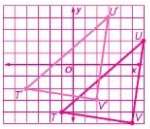
المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية أنشئ ثلاث أو أربع شبكات إحداثية كبيرة باستخدام لوحة ملصقات. قدم عدة أشكال من الصفائح الرقيقة، مثل المثلثات والأشكال السداسية والخماسية وأشباه المنحرفات. ويمكن للطلاب التدرب على إزاحة الأشكال ماديًا على الشبكات. ويمكن للطلاب استخدام أمثلة الإزاحات في الدرس أو إنشاء الأمثلة الخاصة بهم.

٩:٠٨ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

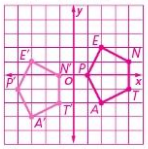
أمثلة إضافية

2 مثّل بيانيًا كل شكل وصورته على طول المتجّه المعطى.

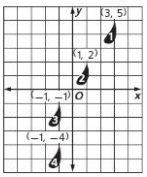
a. $\triangle TUV$ بالرؤوس $T(-1, -4)$ و $U(6, 2)$ و $V(5, -5)$؛ $\langle -3, 2 \rangle$



b. الشكل الخماسي $PENTA$ بالرؤوس $P(1, 0)$ و $E(2, 2)$ و $N(4, 1)$ و $T(4, -1)$ و $A(2, -2)$؛ $\langle -5, -1 \rangle$



3 **الرسوم المتحركة** يوضح التمثيل البياني إزاحات متكررة تؤدي إلى خلق الصورة المتحركة لسقوط المطر.



a. صف إزاحة سقوط المطر من الموضع 2 إلى الموضع 3 بواسطة ترميز الدالة وبالكلمات. النقطة $(-1, -1)$؛ $(x, y) \rightarrow (x - 2, x - 3)$

b. صف إزاحة سقوط المطر من الموضع 3 إلى الموضع 4 باستخدام متجه إزاحة. $\langle 0, -3 \rangle$

انتبه!

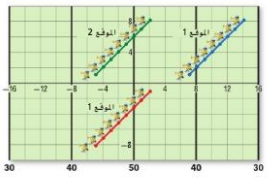
الإزاحات عند إزاحة نقطة على طول متجه، انتبه للعلامات الخاصة بإحداثي النقطة والمتجه.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية ارسم مضلعًا على المستوى الإحداثي. وضّح الإزاحة من خلال سحب المضلع إلى موقع آخر على المستوى الإحداثي. اطلب من الطلاب إيجاد رؤوس صورة المضلع واستخدامها لوصف الإزاحة.

مثال 3 من الحياة اليومية وصف الإزاحة

الفرقة الموسيقية خلال إحدى فترات عرض فرقة موسيقية عسكرية، يبدأ نافخو البوق بالعزف عند الموقع 1. ثم يسيرون إلى الموقع 2، ومن ثم إلى الموقع 3. وتمثل كل وحدة على التمثيل البياني خطوة واحدة.



الربط بالحياة اليومية

غالبًا ما تستخدم الفرق الموسيقية العسكرية سلسلة من التشكيلات التي تضم أشكالًا هندسية. وتحدد لكل عضو في الفرقة موقع محدد في كل نوع من التشكيلات. الحركة العامة هي حركة مجموعة من الأعضاء، معًا دون أن يغيروا شكل تشكيلهم أو حجمها.

a. صف إزاحة خط نافخي البوق من الموقع 1 إلى الموقع 2 باستخدام رمز الدالة وبالكلمات.

إحدى النقاط الواقعة على المستقيم في الموقع 1 هي (14)، وفي الموقع 2، تتحرك هذه النقطة إلى $(2, 8)$. استخدم دالة الإزاحة $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ لإعادة حل المعادلات من أجل إيجاد a و b.

$(14 + a, 8 + b) = (2, 8)$

$14 + a = 2$ $\quad$ $8 + b = 8$

$a = -12$ $\quad$ $b = 0$

رمز الدالة: $(x, y) \rightarrow (x + (-12), y + 0)$

إذًا، يزاح خطّ نافخي البوق 12 خطوة يسارًا ولكنه لا يزاح أي خطوة إلى الأمام أو الخلف من الموقع 1 إلى الموقع 2.

b. صف إزاحة خط نافخي البوق من الموقع 1 إلى الموقع 3 باستخدام متجه إزاحة.

$(14 + a, 8 + b) = (2, -1)$

$14 + a = 2$ $\quad$ $8 + b = -1$

$a = -12$ $\quad$ $b = -9$

متجه الإزاحة $\langle -12, -9 \rangle$

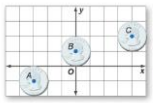
A3. $(x, y) \rightarrow (x + 3, y + 2)$؛ تُزاح القطعة النقدية ليسارها 3 وحدات يمينًا ووحدتين إلى الأعلى.

تمرين موجّه

3. الرسوم المتحركة يجري إعداد مقطع لقطعة نقدية باستخدام تقنية الرسوم المتحركة بحيث تبدو وكأنها تتحرك.

A. صف الإزاحة من A إلى B بواسطة رمز الدالة وبالكلمات.

B. صف الإزاحة من A إلى C باستخدام متجه إزاحة $\langle 7, 3 \rangle$



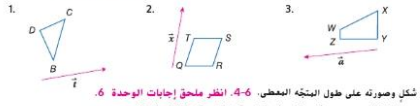
حقوق الطبع والنشر © تعود لشركة ماكجرو هيل للتعليم

٩:٠٨ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

مثال 1 انسخ الشكل ومتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة. 1–3. انظر الهامش.

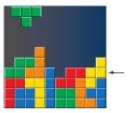
1. 2. 3.



مثال 2 مثّل بيانيًا كل شكل وصورته على طول المتجّه المعطى. 4–6. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

4. شبه المنحرف $JKLM$ ذو الرؤوس $J(2, 4)$ و $K(1, 1)$ و $L(5, 1)$ و $M(4, 4)$؛ $\langle 7, 1 \rangle$
5. المثلث $\triangle DFG$ ذو الرؤوس $D(-8, 8)$ و $F(-10, 4)$ و $G(-7, 6)$؛ $\langle 5, -2 \rangle$
6. متوازي الأضلاع $WXYZ$ ذو الرؤوس $W(-6, -5)$ و $X(-2, -5)$ و $Y(-1, -8)$ و $Z(-5, -8)$؛ $\langle -1, 4 \rangle$

مثال 3 7. **ألعاب الفيديو** الهدف من لعبة الفيديو المبينة هو تحريك المكعبات الملونة يمينًا أو شمالاً حاليا تضغط من أعلى الشاشة حتى تملأ كل ضلع دون ترك أي فراغات. فإذا كان موقع البداية للمكعب الموجود في أعلى الشاشة هو (x, y)، استخدم رمز الدالة لوصف الإزاحة التي تملأ الضلع المحدد. $(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 5)$



التدريب وحل المسائل

8. يوضح الشكل المثلث ABC وصورته المثلثة بالمثلث DEF. فأي عبارة مما يلي تصف نوع التحويل الذي وقع؟ **C**

A ميل $\overline{AC}$ = ميل $\overline{DF}$؛ بما أن الميل هو نفسه، فالتحويل هو دوران.
B تعكس كل من النقاط A و B و C بالنسبة للمحور الأفقي x.
C في كل من النقاط A و B و C، تزاد كل إحداثي أفقي x بمقدار 4 وحدة. وتزاد كل إحداثي رأسي y بمقدار 3 وحدات. إذًا، فالتحويل عبارة عن إزاحة.
D بما أن $DF \neq BC$، فالتحويل هو تغيير للأبعاد بمعامل مقياس يساوي 1.

9. يوضح الشكل المثلث POR وصورته TUV. فأي عبارة مما يلي تصف نوع التحويل الذي وقع؟ **A**

A بما أن كلاً من الإحداثيات الأفقية X للنقاط P و Q و R تزاد بمقدار 5، فالتحويل هو إزاحة.
B صورة كل من النقاط P و Q و R هي انعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y.
C بما أن $R = (-4, -1)$؛ $U = (4, 3)$، فإن الإحداثيات الأفقية x متعاكسة. فالتحويل هو انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x.
D بما أن $OR = UV$، فالتحويل هو تغيير للأبعاد بمعامل مقياس يساوي 1.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

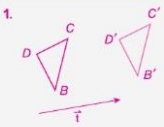
التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 7 للتحقّق من استيعاب الطلاب.

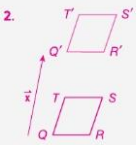
ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

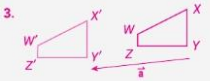
1.



2.



3.



خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	8–21, 30, 32–55	9–21 فردي, 35–38	8–20 زوجي, 22–30, 32–34, 39–55
OL أساسي	9–21 فردي, 22, 23, 25, 26, 28–30, 32–55	8–21, 35–38	22–30, 32–34, 39–55
BL متقدم	الاختياري: 22–50, (51–55)		

م ٩:٠٨ ٦٤٪
://elib.moe.gov.ae
606 / 315

10. في الشكل الموضح، يشكل المثلث $D'E'F'$ عبر إضافة 6 وحدات إلى الإحداثي الرأسي y لكل رأس في المثلث DEF. المصطلح الأفضل لوصف المثلث $D'E'F'$ هو D

A دوران للمثلث $\triangle DEF$.

B انعكاس للمثلث $\triangle DEF$.

C مثلث مشابه للمثلث $\triangle DEF$.

D مثلث مطابق للمثلث $\triangle DEF$.

11. للمثلث RST الإحداثيات $R(-5, 4)$، $S(-1, 2)$ و $T(2, 6)$. إذا أزيح المثلث فبأنا سيكون الإحداثيان الجديدان للنقطة T لمسافة 3 وحدات يسيرًا و 5 وحدات إلى الأسفل. **(5, 1)**

12. توضح الشبكة الإحداثية المثلث $\triangle XYZ$.

إذا أزيح المثلث $\triangle XYZ$ بحيث تقع النقطة X على المحور الرأسي y والنقطة Y عند $(5, -3)$، فما الإحداثيان الجديدان للنقطة Z؟ **(−1, −8)**

13. تراح المثلث HJK المبين أدناه بحيث تكون الإحداثيات الجديدة لرؤوسه هي $H'(-2, 4)$، $J'(1, 4)$ و $K'(2, 0)$.

$(x, y) \rightarrow (x - 1, y + 2)$

ما العبارة التي تصف هذا التحويل؟

14. لمتوازي الأضلاع $ABCD$ الرؤوس $A(-3, 0)$ و $B(-1, 3)$ و $C(-1, -2)$ و $D(-3, -5)$. فإذا أزيح الشكل مسافة 4 وحدات يسيرًا ووحدتين إلى الأعلى، فما إحداثيا الرأس B؟ **(3, 5)**

15. تريد إزاحة المثلث ABC إلى $\triangle A'B'C'$ باستخدام القاعدة التالية $(x, y) \rightarrow (x - 2, y + 3)$.

ماذا سيكون إحداثيا النقطة B'؟ **(−3, 5)**

16. للمثلث $\triangle ABC$ الرؤوس $A(0.5, 8)$ و $B(7.5, 7)$ و $C(4.2, 2)$. فما هي مجموعة إحداثيات رؤوس الصورة الناتجة عن إزاحة المثلث $\triangle ABC$ 3.5 وحدات إلى الأسفل؟

(5, 4.5)، (7.5, 3.5)، (4.2, −1.5, 0)

17. ما التحويل الموضح في الشكل من بين التحويلات التالية؟ **إزاحة**

18. ما الرسم التخطيطي الذي يوضح إزاحة الشكل A؟ D

A

B

C

D

19. للشكل الرباعي $QUAD$ الرؤوس الموضحة في المستوى الإحداثي أدناه. $(x, y) \rightarrow (x + 3, y)$

ما التحويل الذي سيضع رأسين عند $(5, 2)$ و $(6, -1)$؟

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

424 | الدرس 2-6 | الإزاحة

٩:٠٩ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

20. رؤوس المثلث $\triangle LMN$ هي $L(5, 6)$ و $M(2, 0)$ و $N(-8, 8)$. فإذا أربع الشكل وكان للصورة رؤوس تقع عشوائيا عند $(0, -2)$ و $(6, 1)$ و $(8, -12)$. إذاً فما القاعدة التي تصف الإزاحة؟ $(x, y) \rightarrow (x, y - 4)$

21. للمثلث قائم الزاوية GHI الرؤوس $G(0, 0)$ و $H(3, 0)$ و $I(0, 4)$. يحوّل المثلث بحيث يكون لـ H' الإحداثيان $(3, 2)$. فماذا يمكن أن يكون التحويل المطبق على $\triangle GHI$؟ إزاحة

22. يراح المربع $PQRS$ اليمين أدناه إلى المربع $P'Q'R'S'$ عبر اتباع قاعدة الحركة التالية. $(-2, -3)$

$(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 6)$

ماذا سيكون إحداثيا النقطة الرأس P'؟

23. لمتوازي الأضلاع $ABCD$ الرؤوس $A(-3, 0)$ و $B(-1, 3)$ و $C(-1, -2)$ و $D(-3, -5)$. فإذا أربع الشكل مسافة 4 وحدات يميناً ووحدتين إلى الأعلى، فما إحداثيا الرأس B'؟ $(3, 5)$

24. يراح الشكل الرباعي $QUAD$ لمسافة وحدات يسارًا و 3 وحدات إلى الأعلى. $(-1, 2)$

فما إحداثيا الرأس A'؟

25. يُراح المثلث $\triangle JKL$ مسافة 3 وحدات يسارًا ووحدتين إلى الأعلى ليعطي المثلث $\triangle J'K'L'$. فما إحداثيات الرؤوس؟ $J'(-5, 4)$، $K'(0, 0)$، $L'(-3, -1)$

26. للمثلث $\triangle LMN$ الرؤوس $L(5, 6)$ و $M(2, 0)$ و $N(-8, 8)$. فإذا أربع الشكل، وكانت الرؤوس الجديدة هي $L'(1, 6)$ و $M'(-2, 0)$ و $N'(-12, 8)$. فما القاعدة التي تصف التحويل؟ $(x, y) \rightarrow (x - 4, y)$

27. يُراح الشكل الرباعي $TUVW$ بحيث تكون الرؤوس الجديدة هي $T'(-1, 0)$ و $U'(1, 3)$ و $V'(4, 2)$. فما إحداثيا W'؟ D

A $(0, -3)$ C $(4, -3)$

B $(0, -4)$ D $(4, -4)$

28. تريد إزاحة المثلث $\triangle ABC$ إلى $\triangle A'B'C'$ وفق قاعدة الحركة التالية. $(-3, 5)$

$(x, y) \rightarrow (x - 2, y + 3)$

ماذا سيكون إحداثيا النقطة B'؟

29. للشكل الرباعي $ABCD$ الرؤوس $A(-2, 1)$ و $B(-2, 5)$ و $C(3, 5)$ و $D(3, 1)$. فإذا أربع الشكل الرباعي $ABCD$ لمسافة 6 وحدات إلى الأسفل و 5 وحدات يميناً لإعطاء $D'E'F'G'$. فما إحداثيات رؤوس $D'E'F'G'$؟

$(3, -5)$، $(3, -1)$، $(8, -1)$، $(8, -5)$

30. ما إحداثيا الصورة P الخاصة بالنقطة $P(4, 1)$ وفق التحويل $T_{-3, -2}$؟ $(1, -2)$

31. ما هي الإزاحة التي تنتج بموجبها النقطة $B(-2, 5)$ عن النقطة $A(-7, 8)$؟ $T_{5, -3}$

32. للمثلث $\triangle RST$ الإحداثيات $R(3, 1)$ و $S(5, 4)$ و $T(7, 11)$. فما إحداثيات رؤوس الصورة $\triangle R'S'T'$ وفق التحويل $T_{-5, 0}$؟

$(-3, 2)$، $(-1, 5)$، $(1, 12)$

33. ما إحداثيات الصورة H للنقطة $H(-8, 3)$ وفق التحويل $T_{8, 7}$؟ $(0, 10)$

34. ما التحويل الذي ينتج الصورة $P(-4, 2)$ من النقطة $R(2, -1)$؟

إزاحة لمسافة 6 وحدات يسارًا و 3 وحدات إلى الأعلى

35. ما التحويل الذي يحافظ على المساحة والتوجيه؟

إزاحة لمسافة 4 وحدات يميناً و 7 وحدات إلى الأعلى

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

425

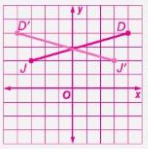
٩:٠٩ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

4 التقويم

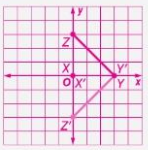
عيّن مصطلح الرياضيات اصنع أو ارسم إزاحات محددة مأخوذة من الكتاب على اللوحة واطلب من الطلاب وصف الإزاحات بصوت عالٍ.

إجابات إضافية

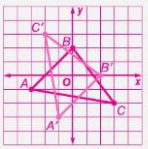
40.



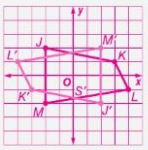
41.



42.



43.



تدريب على الاختبار المعياري

36. حدّد موقع النقطة P وفق الإزاحة $(x + 3, y + 1)$. **D**

A $(0, 6)$ C $(2, -4)$
B $(0, 3)$ D $(2, 4)$

37. **الإجابة القصيرة** ما اتّجه الذي يصف على النحو الأمثل إزاحة $A(3, -5)$ إلى $A'(-2, -8)$؟ $\langle -5, -3 \rangle$

38. **الجبر** خلال الأيام الأربعة القادمة، تخطّط ميسون لقيادة سيارتها مسافة 160 km و 235 km و 185 km و 220 km. فإذا كانت السيارة تقطع 32 km مقابل كل لتر تستهلكه من البنزين، فكم لترًا من البنزين عليها أن تتوقع استهلاكها بالإجمال؟ **F**

F 25 G 30 H 35 J 40

39. **SAT/ACT** يحتوي كيس 5 كرات رخام حمراء وكرتي رخام زرقاوين و 4 كرات رخام بيضاء وكرة رخام صفراء واحدة. فإذا اختيرت كرتا رخام على التوالي دون إعادة، فما احتمال الحصول على كرتي رخام بيضاوين؟ **B**

A $\frac{1}{66}$ C $\frac{1}{9}$ E $\frac{2}{5}$
B $\frac{1}{11}$ D $\frac{5}{33}$

مراجعة شاملة

مثّل بيانيًا كل شكلٍ وصورته وفق الإزاحة المعطاة. الدرس 1-6 **40-43. انظر الصورة.**

40. القطعة المستقيمة $\overline{DJ}$ ذات النقطتين الطرفيتين $D(4, 4)$ و $J(-3, 2)$ بالنسبة للمحور الرأسي y

41. المثلث $\triangle XYZ$ ذو الرؤوس $X(0, 0)$ و $Y(3, 0)$ و $Z(0, 3)$ بالنسبة للمحور x

42. المثلث $\triangle ABC$ ذو الرؤوس $A(-3, -1)$ و $B(0, 2)$ و $C(3, -2)$ بالنسبة للمستقيم $y = x$

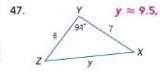
43. الشكل الرباعي $JKLM$ ذو الرؤوس $J(-2, 2)$ و $K(3, 1)$ و $L(4, -1)$ و $M(-2, -2)$ بالنسبة لنقطة الأصل

حُلّ كل معادلة بحيث $0° \leq \theta < 360°$.

44. $2 \sin \theta = 1$ $30°, 150°$ 45. $2 \cos \theta + 1 = 0$ $120°, 240°$ 46. $4 \cos^2 \theta - 1 = 0$ $60°, 120°, 240°, 300°$

حُلّ كل مثلث. وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

47. $y \approx 9.5$, $X \approx 39°$, $Z \approx 47°$



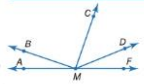
48. $A \approx 135°$, $B \approx 15°$, $C \approx 30°$

حُلّ كل معادلة مما يلي. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

49. $\sin \theta = -0.58$ $-35.5°$ 50. $\cos \theta = 0.32$ $71.3°$ 51. $\tan \theta = 2.7$ $69.7°$

مراجعة المهارات

انسخ الرسم التخطيطي المبيّن ومدّد كل شعاع. وصنّف كل زاوية على أنها قائمة أو حادة أو منفرجة. ثم استخدم منقلة لقياس الزاوية مقربةً إلى أقرب درجة.

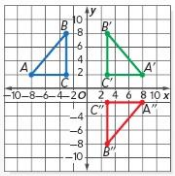


52. $\angle AMC$ منفرجة؛ 110
53. $\angle FMD$ حادة؛ 20
54. $\angle BMD$ منفرجة؛ 140
55. $\angle CMB$ قائمة؛ 90

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسّع ما نوع الإزاحة التي تعد انعكاسًا عبر مستقيمين متقاطعين؟ استخدم مستوى إحداثيًا لتوضيح إجابتك. التدوير



٩:٠٩ م ٦٤٪
://elib.moe.gov.ae
606 / 315

6-3 مختبر الهندسة عمليات الدوران

الاستكشاف

الدوران هو نوع من التحويل يجعلك شكلاً حول نقطة ثابتة أو مركز للدوران بزاوية محددة وباتجاه محدد. وفي هذا النشاط، سوف تستخدم ورق الرسم الاستشفافي لاستكشاف خواص الدوران.

النشاط استكشاف العلاقات باستخدام ورق الشمع

الخطوة 1 ارسم على ورقة للرسم الاستشفافي الشكل الرباعي $ABCD$ ونقطة P.

الخطوة 2 وعلى ورقة أخرى للرسم الاستشفافي، ارسم الشكل الرباعي $ABCD$ ونقطة P استشفافيا بمثل الشكل الرباعي الجديد $A'B'C'D'$ والنقطة الجديدة P.

الخطوة 1

الخطوة 3 ضع ورقة الرسم الاستشفافي بحيث تنطبق النقطتان P، فوز الورقة بحيث لا يتداخل الشكلان $ABCD$ و $A'B'C'D'$. ألصق ورقتي الرسم الاستشفافي معا.

الخطوة 4 قس المسافة بين النقاط A و B و C و D والنقطة P كرر العملية نفسها بالنسبة للشكل الرباعي $A'B'C'D'$. ثم اصبح الجدول أدناه وأكمله.

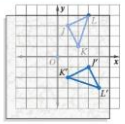
الخطوتان 2 و 3

الشكل الرباعي	الطول			
$ABCD$	AP	BP	CP	DP
$A'B'C'D'$	$A'P$	BP	$C'P$	$D'P$

1a. $J(-3, 1)$, $K(-1, 2)$ و $L(-4, 3)$

التمارين

1. مثل بيانيا المثلث $\triangle JKL$ ذا الرؤوس $J(1, 3)$ و $K(2, 1)$ و $L(3, 4)$ على مستوى إحداثي. ومن ثم ارسمه على ورق الرسم الاستشفافي.



a. استخدم منقلة لدوران كل رأس بزاوية $90°$ باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل وفق ما هو موضح في الشكل على الجهة اليمنى. ماهي رؤوس الصورة المدوّرة؟ **انظر الهامش.**

b. دقق المثلث $\triangle JKL$ بمقدار $180°$ حول نقطة الأصل. ما هي رؤوس الصورة المدوّرة؟ **انظر الهامش.**

c. استخدم قانون المسافة لإيجاد المسافة من النقطتين J، K و L إلى نقطة الأصل. وكرر الأمر نفسه بالنسبة لـ $J'K'L'$ و $J''K''L''$.

$OJ = OJ' = OJ'' = \sqrt{10}$; $OK = OK' = OK'' = \sqrt{5}$; $OL = OL' = OL'' = 5$

2. **الكتابة في الرياضيات** إذا دوّرت النقطة $(2, 4)$ بزاوية $90°$ و $180°$ حول نقطة الأصل. فكيف يتغير الإحداثيان الأفقي x والرأسي y؟ **انظر الهامش.**

3. **التنبؤ** ما الإحداثيان الجديدان (x, y) المدوّر بزاوية $270°$؟ $(y, -x)$

4. **التخمين** حدد المسافة من مركز لدوران P إلى كل رأس مقابل في الشكلين الرباعيين $ABCD$ و $A'B'C'D'$. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education Esl Imaging

إجابات إضافية

1b. $J''(-1, -3)$ و $K''(-2, -1)$ و $L''(-3, -4)$

2. بعد التدوير بزاوية $90°$، يحدث تبادل بين الإحداثيين x و y. ويصبح الإحداثي x سالبًا، وعند التدوير بزاوية $180°$، يصبح كلا الإحداثيين سالبين.

4. تقع كل نقطة في الشكل الأصلي وصورته تقع على مسافة واحدة من المركز.

من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب كتابة تمثيل جبري للتغييرات التي تطرأ على الإحداثيين x و y الخاصين بنقطة ثم تدويرها بزوايا تبلغ $90°$ و $180°$ و $270°$ حول نقطة الأصل الخاصة بمستوى إحداثي.

1 التركيز

الهدف استكشاف خواص الدوران.

المواد الخاصة لكل مجموعة

- ورقة صغيرة
- مسطرة تقويم
- منقلة

نصيحة للتدريس

يهدف مختبر الهندسة هذا إلى شرح خواص التدوير. ومن أجل توضيح الخواص، انصح الطلاب بضرورة أن تكون القياسات الواردة في الخطوة 4 والتدريب 1 دقيقة.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الطلاب إلى مجموعات ذات قدرات متنوعة يتألف كل منها من طالبين. ثم اطلب من هذه المجموعات إكمال التدريبين 2-1.

اطرح السؤال التالي:

- ماذا تلاحظون بشأن الأطوال التي تم قياسها في الخطوة 4؟ $AP = A'P$, $BP = B'P$, $CP = C'P$, $DP = D'P$
- أين تضع نقطة الرأس على المنقلة من أجل قياس زاوية التدوير البالغة $90°$ في التدريب 1؟ ضع نقطة الرأس على المنقلة عند نقطة الأصل على المستوى الإحداثي.
- كيف يمكن تحديد الإحداثيين x و y لكل من $J'K'L'$ و $J''K''L''$؟ لا بد من إيجاد الإحداثيين عن طريق تحديد الموضع على المستوى الإحداثي.

تدريب اطلب من الطلاب إكمال التدريبات 2-1.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التدريبات 4-3 لتقويم ما إذا كان الطلاب يمكنهم فهم خصائص التدوير أم لا.

٩:٠٩ م ٦٤%
://elib.moe.gov.ae

الدرس 6-3

6-3 الدوران

السابق	الحالي	لماذا؟
• لقد حدّدت الدوران وأثبتّه على أنه تحويل تطابق.	1 رسم الدوران. 2 رسم الدوران في المستوى الإحداثي.	• قد تكون تقنية طواحين الهواء الحديثة بديلاً هامًا للوقود الأحفوري. وتحوّل طواحين الهواء طاقة الرياح إلى كهرباء من خلال دوران ريش توربينات.

المفردات الجديدة
مركز الدوران
center of rotation
زاوية الدوران
angle of rotation

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية. استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 رسم الدوران

تعلمت سابقًا أن عملية الدوران فالدوران تحرك جميع نقاط صورة أصلية بزاوية واتجاه محددين حول نقطة ثابتة.

المفهوم الأساسي الدوران

الدوران حول نقطة ثابتة. تدعى **مركز الدوران**، بزاوية $x°$ هو دالة تربط نقطة بصورتها بحيث:

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، إذا فإن الصورة والصورة الأصلية هما النقطة نفسها أو
- إذا لم تكن النقطة مركز الدوران، إذا فالصورة والصورة الأصلية تبعدان مسافة واحدة عن مركز الدوران. ويساوي قياس **زاوية الدوران** بين الصورة الأصلية ومركز الدوران وصورة النقطة الفيه x.

A' هي صورة A بعد دوران بزاوية قياسها 120° حول النقطة C.

يمكن أن يكون الدوران إما باتجاه دوران عقارب الساعة أو بعكسه. افترض أن جميع الدورانات بعكس اتجاه عقارب الساعة ما لم يذكر خلاف ذلك.

مثال 1 رسم الدوران

انسخ المثلث $\triangle ABC$ والنقطة K. ثم استخدم منقلة ومسطرة لرسم دوران بزاوية قياسها 140° للمثلث $\triangle ABC$ حول النقطة K.

الخطوة 1 ارسم قطعة مستقيمة من A إلى K.

الخطوة 2 ارسم زاوية قياسها 140° باستخدام $\overline{KA}$.

الخطوة 3 استخدم مسطرة لرسم A' بحيث تكون $KA' = KA$.

الخطوة 4 كرر الخطوات من 1 إلى 3 بالنسبة للرأسين B و C وارسم المثلث $\triangle A'B'C'$.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

428 | الدرس 6-3

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-3 رسم انعكاس في مستقيم وفي مستوى إحداثي. رسم إزاحات في مستوى وفي المستوى الإحداثي. إثبات أن الانعكاس والإزاحة تعتبر تحويلات تطابق.

الدرس 6-3 رسم الدوران في مستوى وفي مستوى إحداثي.

بعد الدرس 6-3 استخدام خواص وتحويلات التشابه والتوسّع فيها من أجل استكشاف التخمينات الخاصة بالأشكال الهندسية وتبريرها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما الأشياء التي تدور على طاحونة الهواء؟ شفرات الطاحونة.
- ما المصطلح الهندسي الذي يمكنك إطلاقه على الإطار الموجود عند مركز الشفرات؟ مركز التدوير.
- إذا كانت الزوايا الموجودة بين كل الشفرات متساوية. فما قياس كل زاوية؟ 120°

428 | الدرس 6-3 | الدوران

٩:٠٩ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

1 رسم الدوران

المثال 1 يوضح كيفية رسم دوران في مستوى.

التقويم التكويني

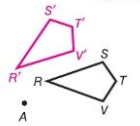
استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

برنامج تحرير الصور قدّم للطلاب عدة صور رقمية ثم التقاطها بكاميرا من زوايا مختلفة. اطلب منهم استخدام برنامج تحرير صور لتدوير الصورة إلى أن يظهر الجانب الأيمن في الأعلى. اطلب منهم تكوين روابط بين الصورة التي يرونها وزاوية واتجاه التدوير المستخدمين.

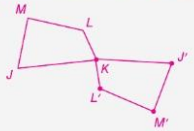
مثال إضافي

1 انسخ الشكل الرباعي $RSTV$ والنقطة A. ثم استخدم منقلة ومسطرة لرسم دوران بزاوية قياسها $45°$ للشكل الرباعي $RSTV$ حول النقطة A.



إجابات إضافية (تمرين موجه)

1B.



تمرين موجّه

انسخ كل شكل والنقطة K. ثم استخدم منقلة ومسطرة لرسم دورانًا للشكل وفق العدد المعطى من الدرجات حول K.

1A. $65°$

1B. $170°$

انظر الهامش.

نصيحة دراسية

الدوران باتجاه عقارب الساعة يمكن التفاعل على الدوران بعكس عقارب الساعة بقياس زاوية سالب كالدوران بزاوية قياسها $-90°$ حول نقطة الأصل والدوران بزاوية قياسها $90°$ حول نقطة الأصل على سبيل المثال.

2 رسم الدوران في المستوى الإحداثي

عند دوران نقطة بزاوية $90°$ أو $180°$ أو $270°$ بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فيمكنك استخدام القواعد التالية.

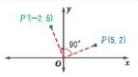
المفهوم الأساسي الدوران في المستوى الإحداثي

الدوران بزاوية $90°$

لدوران نقطة بزاوية $90°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي الرأسي y بـ -1 وبدّل بين الإحداثيين الأفقي x والرأسي y.

الرموز $(x, y) \rightarrow (-y, x)$

مثال

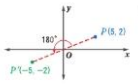


الدوران بزاوية $180°$

لدوران نقطة بزاوية $180°$ بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة حول نقطة الأصل. فاضرب الإحداثيين x و y بـ -1.

الرموز $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

مثال

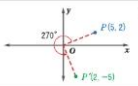


الدوران بزاوية $270°$

لدوران نقطة بزاوية $270°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي الأفقي x بـ -1 وبدّل بين الإحداثيين الأفقي x والرأسي y.

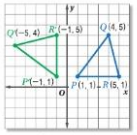
الرموز $(x, y) \rightarrow (y, -x)$

مثال



مثال 2 الدوران في المستوى الإحداثي

للمثلث PQR الرؤوس $P(1, 1)$ و $Q(4, 5)$ و $R(5, 1)$، مثّل بيانيًا المثلث PQR وصورته بعد الدوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل.



اضرب الإحداثي الرأسي y لكل زوج بـ -1 وبدّل.

$(x, y) \rightarrow (-y, x)$

$P(1, 1) \rightarrow P'(-1, 1)$

$Q(4, 5) \rightarrow Q'(-5, 4)$

$R(5, 1) \rightarrow R'(-1, 5)$

مثّل بيانيًا المثلث PQR وصورته المثلث $\triangle P'Q'R'$

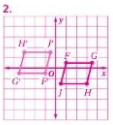
تمرين موجّه

2. لينوارى الأضلاع $FGHJ$ الرؤوس $F(2, 1)$ و $G(7, 1)$ و $H(6, -3)$ و $J(1, -3)$. مثّل بيانيًا $FGHJ$ وصورته بعد الدوران بزاوية قياسها $180°$.

نصيحة دراسية

الدوران بزاوية $360°$ بعد الدوران بزاوية قياسها $360°$ حول نقطة الشكل إلى موقعه الأصلي، أي تساوي الصورة الناتجة عن دوران بزاوية قياسها $60°$ الصورة الأصلية.

2.



McGraw-Hill Education جميع الحقوق محفوظة لصالح © مجموعة أسكان

التدريس المتمايز AL OL BL

المتعلمون أصحاب النمط المنطقي/الرياضي اطلب من الطلاب تطوير نظام دوران الصور. أولاً، يجب عليهم قراءة المسألة وتحديد أو تعيين موقع الشكل من أجل الإدراك البصري. ولا بد أيضا أن يلاحظوا جيدًا المواصفات، خاصة اتجاه التدوير. وفي النهاية، يمكنهم تطبيق الدوران. ويمكن للطلاب استخدام نظام مشابه لهذا، أو إنشاء النظام الخاص بهم.

٩:٠٩ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

إرشاد للمعلمين الجدد

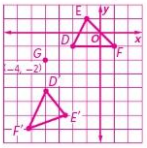
اتجاه ومركز الدوران أكد على أن يكون الدوران عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، ما لم يُذكر خلاف ذلك.

2 رسم الدوران في المستوى الإحداثي

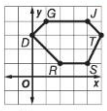
المثالان 2 و 3 يوضحان كيفية رسم دورانات في المستوى الإحداثي.

أمثلة إضافية

2 المثلث DEF له الرؤوس $D(-2, -1)$ و $E(-1, 1)$ و $F(1, -1)$. مثّل بيانيًا $\triangle DEF$ وصورته بعد دوران بمقداره $115°$ باتجاه عقارب الساعة حول النقطة $G(-4, -2)$.



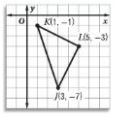
3 تدريب على الاختبار المعياري الشكل السداسي $DGJTSR$ موضح أدناه. ما صورة النقطة T بعد دورانها بمقدار $90°$ عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟ C



A $(5, -3)$
B $(-5, -3)$
C $(-3, 5)$
D $(3, -5)$

مثال 3 على الاختبار المعياري الدوران في المستوى الإحداثي

ليكن لديك المثلث JKL المبين على الجهة اليمنى. ما صورة النقطة J بعد دوران بزاوية قياسها $270°$ عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟



A $(-3, -7)$
B $(-7, 3)$
C $(-7, -3)$
D $(7, -3)$

قراءة فقرة الاختبار

من المعلوم لديك أن للمثلث JKL الإحداثيات $J(3, -7)$ و $K(1, -1)$ و $L(5, -3)$ ويُطلب منك تحديد إحداثيات صورة النقطة J بعد الدوران بزاوية قياسها $270°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

حل فقرة الاختبار

لإيجاد إحداثيي النقطة J بعد الدوران بزاوية قياسها $270°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي الأفقي x بـ -1 وبدّل بين الإحداثيين الأفقي x والرأسي y.

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$ $\quad (3, -7) \rightarrow (-7, -3)$

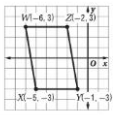
الإجابة هي الخيار C.

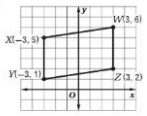
نصيحة دراسية

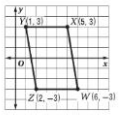
الدوران بزاوية $270°$ يمكنك إتمام دوران بزاوية $270°$ عبر إجراء دوران بزاوية $90°$ و دوران بزاوية $180°$ على التسلسل.

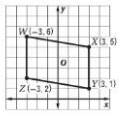
تمرين موجّه

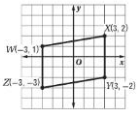
3. يدور متوازي الأضلاع $WXYZ$ بزاوية $180°$ بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة حول نقطة الأصل. فأيّ من التمثيلات البيانية يمثّل الصورة الناتجة؟ H



F


H


G


J


نصيحة عند حل الاختبار

الاستنتاج المنطقي بدلًا من التحقق من رؤوس متوازي الأضلاع $WXYZ$ جميعها في كل تمثيل بياني تحقق من رأس واحد فقط مثل X.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

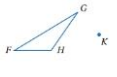
التوسّع ما زاوية الدوران المتعلقة بالصور؟ $72°$

٩:٠٩ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

مثال 1 **الأدوات** انسخ كل مضلع ونقطة K. ثم استخدم منقلةً ومسطرةً لرسم الدوران المحدد لكل شكل حول النقطة K.

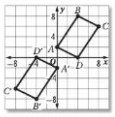
1. $45°$ **انظر الهامش.**



2. $120°$ **انظر الهامش.**

مثال 2 (3) للمثلث DFG الرؤوس $D(-2, 6)$ و $F(2, 8)$ و $G(2, 3)$، مثل بيانيًا المثلث $\triangle DFG$ وصورته بعد الدوران برأوية قياسها $180°$ حول نقطة الأصل. **انظر الهامش.**

مثال 3 **4. الاختيار من متعدد** في التحويل الموضح، ما قياس زاوية الدوران الشكل $ABCD$ حول نقطة الأصل؟ **B**



A $90°$
B $180°$
C $270°$
D $360°$

التدريب وحل المسائل

5. يوضح الشكل الرباعي $ABCD$ وصورته $A'B'C'D'$ في المستوى. فما العبارات التي تصف نوع التحويل الذي وقع؟ **A**

A ميل $\overline{DO} = -\frac{1}{2}$، ميل $\overline{D'O} = 2$؛ بما أن الميلين معكوسان ضربيان. فالتحويل هو دوران باتجاه عقارب الساعة برأوية $90°$.

B $C = (-2, 4)$، $C' = (2, 4)$؛ بما أن A' هي صورة C بالنسبة للمحور الرأسي y. فالتحويل هو انعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y.

C $A = (-4, 2)$، $A' = (2, 4)$. التحويل إزاحة لمسافة 6 وحدات يمينًا ووحدتان إلى الأعلى.

D $CD = 3$ و $B'C' = 1$؛ بما أن طول $B'C'$ يساوي ثلث طول $\overline{CD}$. فالتحويل تقييس للأبعاد بمعامل مقياس يساوي $\frac{1}{3}$.

6. المثلث $\triangle DEF$ هو دوران للمثلث $\triangle ABC$ في المستوى.

فما هي العبارة التي تثبت أن زاوية الدوران تساوي $90°$؟ **ميل $\overline{CO}$ / ميل $\overline{OF}$ = −1**

7. إذا أدير المثلث ABC برأوية $90°$ باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل ليعطي المثلث $A'B'C'$، فما الإحداثيان الجديدان للرأس A؟ **(3, 22)**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

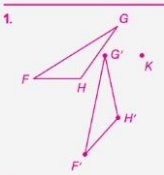
التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 4 للتحقق من استيعاب الطلاب.

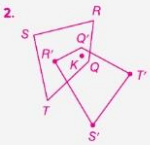
ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

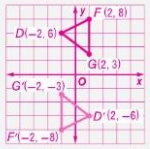
1.



2.



3.

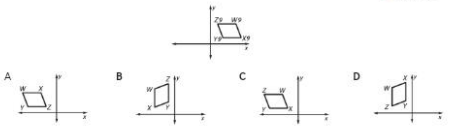


خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	5–19, 34, 36–39	فردي 5–19	زوجي 6–18, 34, 36–39
OL أساسي	5–19 فردي, 20, 21, 23–29 31–39 فردي	5–19	20–39
BL متقدم	20–39		

٩:٠٩ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

8. ما الصورة الأصلية للشكل الرباعي $W'X'Y'Z'$ التي توضح أن التحويل $WXYZ \rightarrow W'X'Y'Z'$ هو دوران؟ D



مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

9. المثلث JKL مرسوم على المستوى الإحداثي كما هو موضح أدناه. فإذا أدير المثلث $\triangle JKL$ بزاوية قياسها $180°$ حول نقطة الأصل، فما إحداثيا L'؟

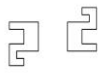
في المستوى الإحداثي المبين أدناه، تم دوران المثلث $\triangle ABC$ حول نقطة الأصل بزاوية $180°$ لتشكيل المثلث $\triangle A'B'C'$.

أكمل الجدول أدناه لمقارنة إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle ABC$ بإحداثيات الرؤوس المطابقة في المثلث $\triangle A'B'C'$.

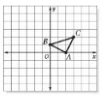
$\triangle ABC$	$\triangle A'B'C'$
A(-3, -1)	A'
B(-1, 3)	B'
C(2, -2)	C'

اختر إحداثيات رؤوس مثلث آخر $\triangle XYZ$ واكتبها في الجدول أدناه. استخدم النمط الذي اكتشفته في الجدول لإيجاد إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle X'Y'Z'$، الذي يمثل صورة المثلث $\triangle XYZ$ بعد الدوران بزاوية $180°$ حول نقطة الأصل. اشرح كيف استخدمت النمط لإكمال الجدول أدناه. **انظر الهامش.**

10. ما نوع التحويل الذي طُبّق على الشكل الأيسر لتشكيل الشكل الأيمن؟
دوران $180°$



11. إذا أدير المثلث ABC بزاوية قياسها $90°$ باتجاه دوران عقارب الساعة حول النقطة B، فما إحداثيات B'؟ **(0,1)**



حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

9. $120°$؛
$360° \div 60°$ لكل بتلة $= 6$ بتلات
تدوير بتلتين يساوي $2 \cdot 60°$ أو $120°$.

432 | الدرس 3-6 | الدوران

م ٩:٠٩ ٦٤%
://elib.moe.gov.ae
606 / 315

إجابات إضافية

21. دوران بمقدار 90° عكس اتجاه عقارب الساعة

22. x° باتجاه عقارب الساعة

23. الربع الثاني

27. $P'(-12, -5)$

12. للمثلث POR الرؤوس $P(-6, 0)$ و $Q(-6, 5)$ و $R(-2, 3)$ كما هو موضح أدناه. **(3, 2)**

ما صورة النقطة R بعد الدوران بزاوية قياسها 270° حول نقطة الأصل؟

13. انظر إلى التحويل أدناه.

ما قياس زاوية دوران الشكل $WXYZ$ حول نقطة الأصل بعكس اتجاه عقارب الساعة؟ **90°**

14. إذا أدير المثلث JKL بزاوية قياسها 180 درجة حول نقطة الأصل. فما إحداثيا J'؟ **C**

A (5, 3)

B (3, 0)

C (3, 5)

D (3, -5)

15. للمثلث JKL رؤوس عند النقاط $J(0, 1)$ و $K(2, 3)$ و $L(4, 0)$. فإذا أدير المثلث بزاوية قياسها 180° حول نقطة الأصل. فماذا سيكون إحداثيا K'؟ **(−2, −3)**

16. ما إحداثيا النقطة C' إذا أدير المستطيل $ABCD$ بزاوية قياسها 90° باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟

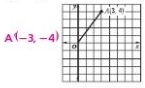
(−2, 2)

17. ما هي صورة $P(0, 7)$ وفق دوران بزاوية قياسها 90° بعكس اتجاه عقارب الساعة؟ **$P'(-7, 0)$**

18. أي مما يلي هي صورة $Q(-3, 0)$ بموجب دوران بزاوية قياسها 90° باتجاه عقارب الساعة؟ **$Q'(0, 3)$**

19. تدار النقطة $R(4, -2)$ حول نقطة الأصل بزاوية قياسها 90° وبعكس اتجاه عقارب الساعة. فهي أي ربع ستقع صورة النقطة؟ I

20. النقطة A هي أحد رؤوس مربع في الرسم التخطيطي الموضح أدناه. يُدار المربع بزاوية قياسها 180° حول نقطة الأصل. فما إحداثيا A'. التي تمثل صورة A نتيجة الدوران؟



$A'(-3, -4)$

21. ما الدوران حول نقطة الأصل الذي يجعل من النقطة $P(-6, 1)$ صورة للنقطة $P'(1, 6)$؟ انظر الهامش

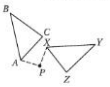
22. صورة النقطة $P(x, y)$ بموجب الدوران حول نقطة الأصل O وبزاوية قياسها $x°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة هي النقطة $P'(x', y')$. فما الدوران حول نقطة الأصل O الذي يمكن بموجبه دوران $P'(x', y')$ بحيث تنتج الصورة $P(x, y)$؟ **انظر الهامش**

23. تدار نقطة في الربع الأول بزاوية قياسها 90° بعكس اتجاه عقارب الساعة. فهي أي ربع ستقع صورة النقطة؟ انظر الهامش

24. النقطة $P(x, y)$ نقطة تقع في الربع الثاني. ما هو الدوران الذي بموجبه يكون إحداثيا الصورة هما $P'(-y, x)$؟ **دوران بزاوية 90° بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة**

25. ما النقطة التي تمثل صورة دوران بعكس اتجاه عقارب الساعة وبزاوية 90° للنقطة $P(-4.7, 3.5)$ حول نقطة الأصل؟ **$P(-3.5, (-4.7)$**

26. أحد المثلثات هو دوران لمثلث آخر حول P. فأي عبارة مما يلي **ليست** صحيحة؟



A المثلثان متطابقان.

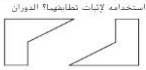
B توجيه أحد المثلثين مختلف عن المثلث الآخر. (B)

C تدار كل من A و B و C بالعدد نفسه من الدرجات لتشكل المثلث ΔXYZ.

D $\angle C \cong \angle Z$ و $\angle B \cong \angle Y$ و $\angle A \cong \angle X$

27. ما هي صورة $P(-5, 12)$ بموجب دوران بزاوية قياسها 90° بعكس اتجاه عقارب الساعة؟ انظر الهامش

28. المضلعان الموضحان أدناه متطابقان. فما التحويل الذي يمكن استخدامه لإثبات تطابقهما؟ الدوران



حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

433

٩:١٠ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

تدريب على الاختبار المعياري

29. ما الدوران الذي يخضع له شبه المنحرف $QRST$ ليعطي صورة فيها النقطة R' تقع عند $(4, 3)$؟ **D**

A دوران بزاوية $270°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة وحول النقطة T

B دوران بزاوية $180°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة وحول النقطة T

C دوران بزاوية $180°$ باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل

D دوران بزاوية $90°$ باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل

31. الإجابة القصيرة المثلث $\triangle XYZ$ الرؤوس $X(1, 7)$ و $Y(0, 2)$ و $Z(-5, -2)$. ما إحداثيا X' بعد دوران بزاوية قياسها $270°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟ **(7, −1)**

30. جبريًا يقدّر أن عدد السكان في الولايات المتحدة الأمريكية عام 2007 تخطى 301,000,000 نسمة. وفي الوقت نفسه، قُدّر أن عدد سكان العالم قد تجاوز 6,602,000,000 نسمة. فما هي النسبة المئوية لعدد سكان الولايات المتحدة إلى عدد سكان العالم في ذلك الوقت؟ **J**

F 3.1%
G 3.5%
H 4.2%
J 4.6%

32. SAT/ACT يُسند سلّم طوله 18 ft على الحائط الخارجي لأحد البنازل. تبعد قاعدة السلّم 8 ft عن الحائط. فما الارتفاع الذي تبلغه قمّة السلّم على حائط المنزل مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة؟ **B**

A 10.0 ft
B 16.1 ft
C 19.7 ft
D 22.5 ft
E 26.0 ft

مراجعة شاملة

33. البراكين تتحرك سحابة من الغازات الكثيفة والغبار صادرة عن أحد البراكين مسافة 64 km باتجاه الغرب ومن ثم 48 km باتجاه الشمال. صمم شكلًا يوضح إزاحة حبيبات الغبار. ثم أوجد مسافة المسار الأقصر الذي يوصل الحبيبات إلى الموقع نفسه. الدرس 2-6 **انظر الهامش.**

انسخ الشكل وخط الانعكاس الممطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا المستقيم باستخدام مسطرة. الدرس 1-6 **34–36. انظر الهامش.**

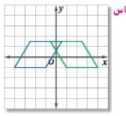
34.

35.

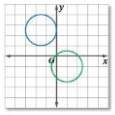
36.

مراجعة المهارات

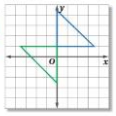
حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره *انعكاسًا*، أو *إزاحة*، أو *دورانًا*.

37. 

انعكاس

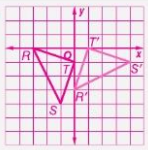
38. 

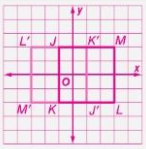
إزاحات أو دورانات أو انعكاسات

39. 

دوران أو انعكاس

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

14. 

15. 

4 التقويم

حصاد الأمس اطلب من الطلاب كتابة كيف ساعدهم درس التحويلات في فهم مفهوم الدوران.

إجابات إضافية

33. 50 mi;

34.

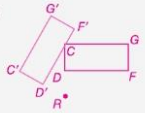
35.

36.

إجابات إضافية (اختبار نصف الوحدة)

11.

12.



٩:١٠ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

1 التركيز

الهدف تحديد المجسمات الناتجة عن دوران أشكال ثنائية الأبعاد حول خطوط ورسمها.

المواد

- شفاطات أو أعواد تثبيت
- كرتون أو ورق مُقوى
- ورق تمثيل بياني

نصيحة للتدريس

اطلب من الطلاب توقع المجسم الذي سينتج قبل إجراء كل نشاط وتمرين.

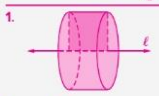
2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

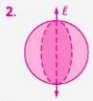
اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية مختلفة القدرات. وتبادل الأدوار في دوران الشكل. شجّع الطلاب على رسم الأشكال وقصّها وتركيبها وتدويرها للتحقق من صحة الرسومات التي يعدونها لكل تمرين.

إجابات إضافية

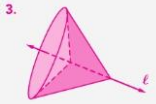
1.



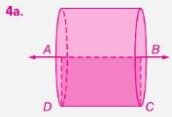
2.



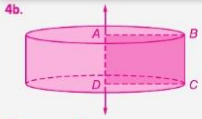
3.



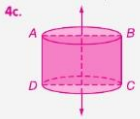
4a.



4b.



4c.



5. الإجابة النموذجية:

6-3 مختبر الهندسة
المجسمات الناتجة عن الدوران

المجسم الناتج عن الدوران هو شكلٌ ثلاثي الأبعاد ينتج عن دوران شكل أو منحنى موجود في مستوى حول مستقيم.

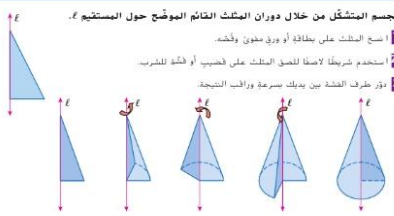
النشاط 1

حدّد المجسم المتشكّل من خلال دوران المثلث القائم الموضّح حول المستقيم ℓ.

الخطوة 1 انسخ المثلث على بطاقة أو ورق مقوى وقصّه.

الخطوة 2 استخدم شريطًا لاصقًا للصق المثلث على قضيب أو شفّة للشرب.

الخطوة 3 دوّر طرف الشفة بين يديك بسرعة وراقب النتيجة.



الصورة المشوشة التي تلاحظها هي صورة مخروط.

تمثيل النماذج والتحليل 3-1. انظر الهامش للاطلاع على الرسومات.

حدّد المجسم المتشكّل من خلال دوران كل شكل ثنائي الأبعاد مما يلي حول المستقيم ℓ ومثّله.

1. أسطوانة
2. كرة
3. مخروط مع مخروط أصغر منزوع من القاعدة

4. مثل وحدد المجسم المتشكّل نتيجة لدوران المستطيل الموضح حول المستقيم المؤلف من
   a. الضلع $\overline{AB}$
   b. الضلع $\overline{AD}$
   c. نقطة منتصف الضلعين $\overline{AB}$ و $\overline{AD}$ **انظر الهامش.**

5. **التصميم** ارسم شكلاً ثنائي الأبعاد يمكن دورانه لتشكيل الإناء الموضح. ما في ذلك المستقيم الذي ينبغي الدوران حوله. **انظر الهامش.**

6. **الاستنتاج** صواب أو خطأ: يمكن أن تتشكل جميع المجسمات عبر دوران شكل ثنائي الأبعاد. اشرح استنتاجك. **خطأ؛ لا يمكن أن تتشكل المواشير بهذه الطريقة، حيث لا يمكن أن تتشكل سوى المجسمات التي تضم أصلاً ها منحنية عبر تدوير شكل ثنائي الأبعاد.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:١٠ م ٦٤%
://elib.moe.gov.ae

تدريب اطلب من الطلاب إكمال النشاطين 1 و 2 والتمارين 5–1 و 12–7 و 14.

3 التقويم

التقويم التكويني

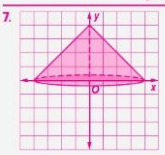
استخدم التمرينين 6 و 13 لتقويم فهم كل طالب للمجسمات الناتجة عن الدوران.

من العملي إلى النظري

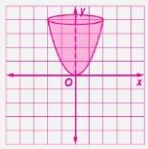
اطلب من الطلاب تلخيص ما تعلموه عن المجسمات الناتجة عن الدوران واقتراح الطرق التي قد يمكنهم استخدامها في الحياة اليومية.

إجابات إضافية

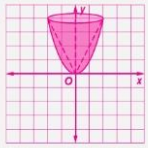
7.



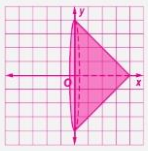
8.



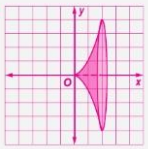
9.



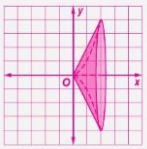
10.



11.



12.



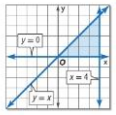
مختبر الهندسة
المجسمات الناتجة عن الدوران تابع

سيطلب منك في حساب التفاضل والتكامل إيجاد أحجام مجسمات ناتجة عن دوران منطقة على مستوى إحداثي حول المحور الأفقي x أو الرأسي y. ومن أولى الخطوات الهامة في حل هذه المسائل تصوّر المجسّمات المتشكلة.

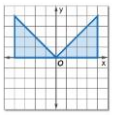
النشاط 2

مثّل المجسّم الذي ينتج عند دوران المنطقة المحدّدة بـ $y = x$ و $x = 4$ و $y = 0$ حول المحور الرأسي y.

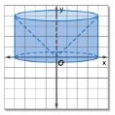
الخطوة 1 مثّل بيانيًا كل معادلة مما يلي لإيجاد المنطقة التي سيتم دورانها.



الخطوة 2 اعكس المنطقة حول المحور الرأسي y.



الخطوة 3 صل رؤوس المثلثات القائمة باستخدام خطوط منحنية.



المجسّم أسطوانة ذات مخروط مقتطع في مركزها.

تمثيل النماذج والتحليل 9–7. انظر الهامش.

مثّل المجسّم الذي ينتج عند دوران كل منطقة تحكمها كل معادلة مما يلي حول المحور الرأسي y.

7. $y = -x + 4$, $x = 0$, $y = 0$
8. $y = x^2$, $y = 4$
9. $y = x^2$, $y = 2x$

مثّل المجسّم الذي ينتج عند دوران كل منطقة تحدّدها كل معادلة مما يلي حول المحور الأفقي x. 12–10. انظر الهامش.

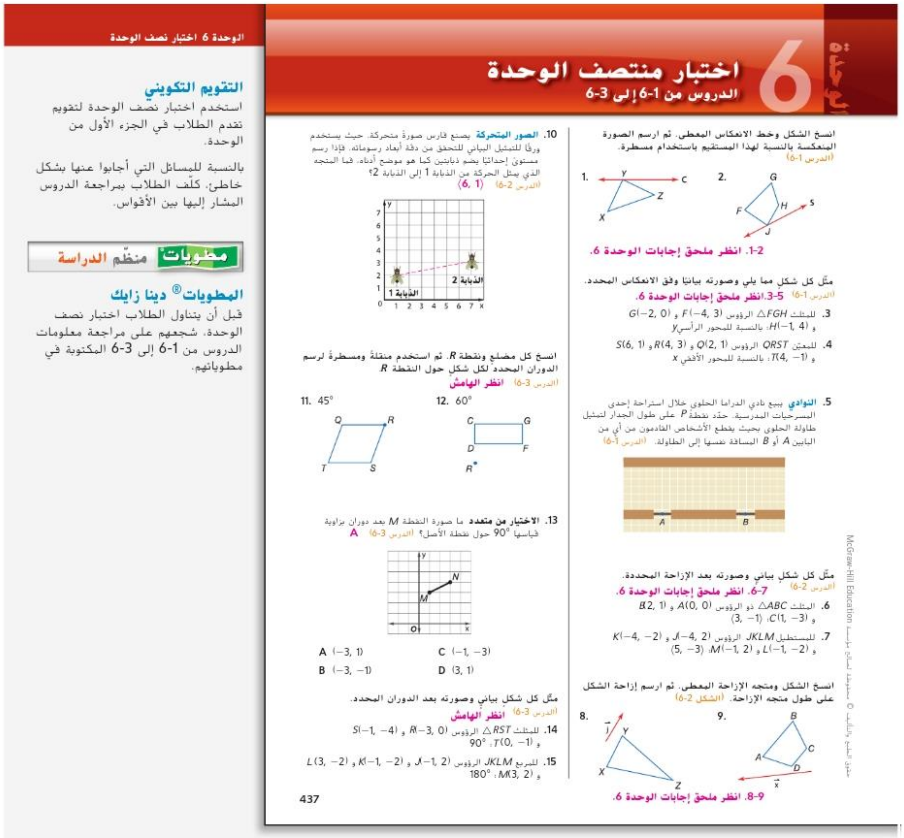
10. $y = -x + 4$, $x = 0$, $y = 0$
11. $y = x^2$, $y = 0$, $x = 2$
12. $y = x^2$, $y = 2x$

13. **مسألة غير محددة الإجابة** مثّل منطقة في الربع الأول من المستوى الإحداثي.
   a. ارسم التمثيل البياني للمنطقة عند دورانها حول المحور الرأسي y.
   b. ارسم التمثيل البياني للمنطقة عند دورانها حول المحور الأفقي x. a–b. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

14. **التحدي** أوجد معادلة مُجدة منطقة حين تدوّر حول المحور الأفقي x ينتج شكلٌ حجمه 18π وحدة مربعة.
الإجابة النموذجية: $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $y = 3$

McGraw-Hill Education محتوى محمي بحقوق النشر © حقوق الطبع والتأليف

٩:١٠ م ٦٤%
://elib.moe.gov.ae



التقويم التكويني

استخدم اختبار نصف الوحدة لتقويم تقدم الطلاب في الجزء الأول من الوحدة.

بالنسبة للمسائل التي أجابوا عنها بشكل خاطئ، كلّف الطلاب بمراجعة الدروس المشار إليها بين الأقواس.

مطويات منظّم الدراسة

المطويات® دينا زايك

قبل أن يتناول الطلاب اختبار نصف الوحدة، شجعهم على مراجعة معلومات الدروس من 1-6 إلى 3-6 المكتوبة في مطوياتهم.

الوحدة 6

اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 1-6 إلى 3-6

انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا المستقيم باستخدام مسطرة. (الدرس 1-6)

1.

2.

1-2. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

مثّل كل شكل مما يلي وصورته بيانيًا وفق الانعكاس المحدد. (الدرس 1-6) 3-5. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

3. للمثلث FGH الرؤوس $F(-4, 3)$ و $G(-2, 0)$ و $H(-1, 4)$؛ بالنسبة للمحور الرأسي y

4. للمثلثين $QRST$ الرؤوس $Q(2, 1)$ و $R(4, 3)$ و $S(6, 1)$ و $T(4, -1)$؛ بالنسبة للمحور الأفقي x

5. **النوادي** يبيع نادي الدراما الحقوق خلال استراحة إحدى المسرحيات المدرسية. حدد نقطة P على طول الجدار لتمثيل طاولة الحلوى بحيث يقطع الأشخاص القادمون من أي من البابين A أو B المسافة نفسها إلى الطاولة. (الدرس 1-6)

مثّل كل شكل بياني وصورته بعد الإزاحة المحددة. (الدرس 2-6) 6-7. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

6. للمثلث ABC ذو الرؤوس $A(0, 0)$ و $B(2, 1)$ و $C(1, -3)$، $(3, -1)$

7. للمستطيل $JKLM$ الرؤوس $J(-4, 2)$ و $K(-4, -2)$ و $L(-1, -2)$ و $M(-1, 2)$، $(5, -3)$

انسخ الشكل ومتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة. (الشكل 2-6)

8.

9.

8-9. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

10. **الصور المتحركة** يصنع فارس صورة متحركة. حيث يستخدم ورقًا للتمثيل البياني للتحقق من دقة أبعاد رسوماته. فإذا رسم مستوى إحداثيًا يضم ذبابتين كما هو موضح أدناه، فما النتيجة الذي يمثل الحركة من الذبابة 1 إلى الذبابة 2؟ (الدرس 2-6) $(6, 1)$

انسخ كل مضلع ونقطة R. ثم استخدم منقلة ومسطرة لرسم الدوران المحدد لكل شكل حول النقطة R. (الدرس 3-6) انظر الهامش

11. $45°$

12. $60°$

13. **الاختبار من متعدد** ما صورة النقطة M بعد دوران بزاوية قياسها $90°$ حول نقطة الأصل؟ (الدرس 3-6) A

A $(-3, 1)$
C $(-1, -3)$
B $(-3, -1)$
D $(3, 1)$

مثّل كل شكل بياني وصورته بعد الدوران المحدد. (الدرس 3-6) انظر الهامش

14. للمثلث RST الرؤوس $R(-3, 0)$ و $S(-1, -4)$ و $T(0, -1)$، $90°$

15. للمربع $JKLM$ الرؤوس $J(-1, 2)$ و $K(-1, -2)$ و $L(3, -2)$ و $M(3, 2)$، $180°$

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:١٠ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

6-4 مختبر برامج الهندسة تركيب التحويلات

الاستكشاف

سوف تستخدم في هذا المختبر لوح الرسم الهندسي لاستكشاف آثار القيام بتحويلاتٍ متعددةٍ على شكلٍ ما.

النشاط

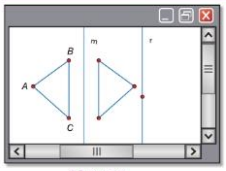
عكس شكل بالنسبة لمستقيمين رأسيين.

الخطوة 1 استخدم أداة القطع المستقيمة لإنشاء مثلث يتجه أحد رؤوسه نحو اليسار بحيث يمكنك أن ترى بسهولة التحويلات التي تجريها. سمِّ المثلث ABC.

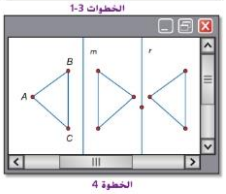
الخطوة 2 أدخل مستقيمًا وسمّه m إلى يمين المثلث ABC. أدخل نقطة بحيث تكون المسافة منها إلى المستقيم m أكبر من عرض المثلث ABC. ارسم المستقيم الموازي للمستقيم m من خلال النقطة وسمِّ المستقيم الجديد r.

الخطوة 3 اختر المستقيم m واختر Mark Mirror من قائمة Transform (التحويل). اختر جميع أضلاع المثلث ABC ورؤوسه واختر Reflect (العكس) من قائمة Transform (التحويل).

الخطوة 4 كرر العملية التي استخدمتها في الخطوة 3 لعكس الصورة الجديدة بالنسبة للمستقيم r.



الخطوات 1-3



الخطوة 4

تحليل النتائج

1. كيف يرتبط الشكل الأصلي بالشكل النهائي؟ **الإجابة النموذجية: الشكلان متطابقان، وهما متناظران بالطريقة نفسها.**
2. ما التحويل الوحيد الذي يمكن استخدامه لإنتاج الشكل النهائي؟ **الإزاحة**
3. إذا حركت المستقيم، فما الذي يحدث؟ **6-3، انظر الهامش.**
4. **التخمين** إذا عكست الشكل بالنسبة لمستقيم ثالث، فما التحويل الوحيد الذي تعتقد أنه يمكن أن يستخدم لإنتاج الشكل النهائي؟ اشرح استنتاجك.
5. كرر النشاط لمستقيمين متعامدين. ما التحويل الوحيد الذي يمكن استخدامه لإنتاج الشكل النهائي نفسه؟
6. **التخمين** إذا عكست الشكل الوارد في التدريب 5 بالنسبة لمستقيم ثالث عمودي على الثاني، فما التحويل الوحيد الذي تعتقد أنه يمكن أن يستخدم لإنتاج الشكل النهائي؟ اشرح استنتاجك.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف استكشاف تأثيرات إجراء تحويلات متعددة على أحد الأشكال.

المواد الخاصة لكل مجموعة

- برنامج Geometer's Sketchpad

نصيحة للتدريس

لا بد أن يكون الطلاب على معرفة بالأدوات الأساسية لبرنامج Geometer's Sketchpad. خصّص وقتًا للطلاب لاستكشاف هذا البرنامج والتدرُّب عليه. ذكِّر الطلاب بضرورة جمع كل المركبات الصحيحة من أجل إجراء البرنامج للتحويل المراد.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

اطلب من الطلاب أن يعمل كلٍ منهم بمفرده لإكمال النشاط. ثم نظِّمهم في مجموعات تتألف من 2 أو 3، بحيث يتم المزج بين قدراتهم المتنوعة لإكمال التمارين من 1 إلى 6.

تدريب اطلب من الطلاب إتمام التدريبات من 1 إلى 6.

3 التقويم

التقويم التكويني

اطلب من الطلاب وصف كيف ينتج عن تركيب الانعكاس إما إزاحة أو تدوير لتقييم مدى فهم الطلاب للانعكاسات المركبة.

من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب استخدام الهندسة الإحداثية للتحقق من أن تركيب الانعكاس على مستقيمات متوازية ينتج عنه نفس التحويل مثل الإزاحة.

إجابات إضافية

3. الإجابة النموذجية: إذا حركت المستقيم m، فسيتحرك كل من الشكلين المنعكسين. وإذا حركت المستقيم p، فسيتحرك فقط الشكل المنعكس الثاني.
4. الإجابة النموذجية: بما أن الشكل قد يواجه الاتجاه المقابل، فلا بد أن تستخدم انعكاسًا أو تدويرًا لإنتاج الشكل بتحويل واحد.
5. يجب أن تستخدم تدويرًا مقداره 180° درجة لإنتاج الشكل في تحويل واحد.
6. الإجابة النموذجية: سينعين عليك الاستمرار في استخدام التدوير لإنتاج الشكل من خلال تحويل واحد، لأن اتجاه الشكل المعكوس على مستقيم إضافي لن يكون له نفس اتجاه الشكل الأصلي.

606 / 315

٩:١٠ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-4 رسم الانعكاس والإزاحة والدوران.

الدرس 6-4 رسم تركيب تحويلات، بما في ذلك الانعكاسات الانزلاقية والانعكاسات فوق مستقيمات متوازية ومتقاطعة.

بعد الدرس 6-4 تطبيق خواص التحويلات لتحليل تناظر الأشكال.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا لا يمكن تصنيف آثار الأقدام المتتابعة على أنها إزاحة بسيطة؟ آثار الأقدام المتتابعة لا تكون بنفس الاتجاه.
- صف تركيب التحويلات الذي يؤدي إلى النمط البوضح بفعل آثار الأقدام. قد ينتج نمط آثار الأقدام من انزلاق ومن ثم انعكاس. ويسمى هذا بالانعكاس الانزلاقي.

(يتبع في الصفحة التالية)

6-4 تركيب التحويلات

السابق
- لقد رسمت الانعكاس والإزاحة والدوران.

الحالي
1. رسم الانعكاس الانزلاقي وغيره من تركيب حالات التصاوي في المستوى الإحداثي.
2. رسم تركيبات الانعكاس بالنسبة لمستقيمات متوازية ومتقاطعة.

لماذا؟
- توضح آثار الأقدام التي يخلفها في الرمال شخص يسير على طول حافة شاطئ تركيب تحويلين مختلفين. وهما الإزاحة والانعكاس.

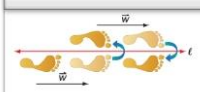
1 الانعكاس الانزلاقي عند تطبيق تحويل على شكل ومن ثم تطبيق تحويل آخر على صورته، فيحقق على النتيجة اسم **تركيب التحويلات**. والانعكاس الانزلاقي نوع من تركيب التحويلات.

المفهوم الأساسي الانعكاس الانزلاقي

الانعكاس الانزلاقي هو تركيبة إزاحة يتبعها انعكاس بالنسبة لمستقيم موازٍ لمتجه الإزاحة.

مثل

الانعكاس الانزلاقي الموضح هو تركيبة إزاحة على طول $\vec{w}$ يتبعها انعكاس بالنسبة للمستقيم ℓ.



مثال 1 تمثيل انعكاس انزلاقي

للمثلث JKL الرؤوس $J(-1, 6)$ و $K(10, -2)$ و $L(5, -3)$، مثّل بيانيًا المثلث $\triangle JKL$ وصورته بعد إزاحة على طول $(0, 4)$ انعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y.

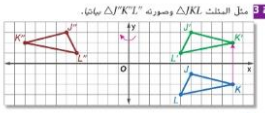
الخطوة 1 إزاحة على طول $(0, 4)$

$(x, y) \rightarrow (x, y + 4)$
$J(-1, 6) \rightarrow J'(6, 3)$
$K(10, -2) \rightarrow K'(10, 2)$
$L(5, -3) \rightarrow L'(5, 1)$

الخطوة 2 انعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y

$(x, y) \rightarrow (-x, y)$
$J'(6, 3) \rightarrow J''(-6, 3)$
$K'(10, 2) \rightarrow K''(-10, 2)$
$L'(5, 1) \rightarrow L''(-5, 1)$

الخطوة 3 مثل المثلث $\triangle JKL$ وصورته "$\triangle J''K''L''$" بيانيًا.



تمرين موجه

للمثلث PQR الرؤوس $P(1, 1)$ و $Q(2, 5)$ و $R(4, 2)$، مثّل المثلث $\triangle PQR$ وصورته بيانيًا بعد الانعكاس الانزلاقي المحدد. 1A–1B، انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

1A. إزاحة: على طول $(0, -2)$ انعكاس: بالنسبة للمحور الأفقي x

1B. إزاحة: على طول $(-3, -3)$ انعكاس: بالنسبة للمستقيم $y = x$

المفردات الجديدة

تركيب التحويلات
composition of transformations
الانعكاس الانزلاقي
glide reflection

ممارسات في الرياضيات

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
استخدام نماذج الرياضيات.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة

٩:١٠ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

- ما نوع النمط الآخر الذي قد ينتج من نفس التحويل المركّب؟ النمط الذي ينتج من شخص يمشي على يديه فوق الرمال.

1 الانعكاسات الانزلاقية

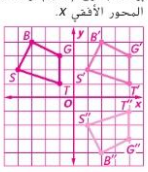
المثالان 1 و 2 يوضحان كيفية تمثيل تركيب التحويلات بيانيًا على مستوى إحداثي.

التقويم التكويني

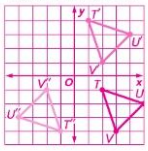
استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 الشكل الرباعي $BGTS$ به الرؤوس $B(-3, 4)$ و $G(-1, 3)$ و $T(-1, 1)$ و $S(-4, 2)$. مثّل الشكل الرباعي $BGTS$ وصورته بيانيًا بعد إزاحة بطول $\langle 5, 0 \rangle$ وانعكاس في المحور الأفقي x.



2 $\triangle TUV$ به الرؤوس $T(2, -1)$ و $U(5, -2)$ و $V(3, -4)$. مثّل $\triangle TUV$ وصورته بيانيًا بعد إزاحة بطول $\langle -1, 5 \rangle$ وتدوير بمقدار $180°$ حول نقطة الأصل.



في المثال 1، $\triangle JKL \cong \triangle J'K'L' \cong \triangle J''K''L''$. بناءً على خاصية التعدي في التطابق، فإن $\triangle JKL \cong \triangle J''K''L''$. وهذا يقترح النظرية التالية.

النظرية 6.1 تركيب حالات تساوي الأبعاد

تركيب حالتي تساوٍ للأبعاد (أو أكثر) هو تساوٍ للأبعاد أيضًا.

نصيحة دراسية

الحركات الصلبة إن الانعكاس الانزلاقي والانعكاس والإزاحة والدوران هي الأنواع الأربعة الوحيدة للتحركات الصلبة أو حالات تساوي الأبعاد في مستوى إحداثي.

إذًا، يعطي تركيب حالتي تساوٍ للأبعاد، بما في ذلك الانعكاس أو الإزاحة أو الدوران. صورة مطابقة لصورتها الأصلية.

مثال 2 تمثيل تركيبات تساوي الأبعاد الأخرى

النقطتان الطرفيتان لـ $\overline{CD}$ هما $C(-7, 1)$ و $D(-3, 2)$. مثّل بيانيًا $\overline{CD}$ وصورتها بعد الانعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x والدوران بزاوية قياسها $90°$ حول نقطة الأصل.

الخطوة 1 الانعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x.

$(x, y) \rightarrow (x, -y)$

$C(-7, 1) \rightarrow C'(-7, -1)$

$D(-3, 2) \rightarrow D'(-3, -2)$

الخطوة 2 الدوران بزاوية قياسها $90°$ حول نقطة الأصل.

$(x, y) \rightarrow (-y, x)$

$C'(-7, -1) \rightarrow C''(1, -7)$

$D'(-3, -2) \rightarrow D''(2, -3)$

الخطوة 3 مثّل بيانيًا $\overline{CD}$ وصورتها $\overline{C''D''}$.

قراءة في الرياضيات

التواصل العلوية المزدوجة تستخدم التواصل العلوية المزدوجة للإشارة إلى أن رأسًا هو صورة تحويل ثان.

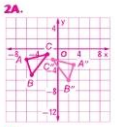
تمرين موجّه

للمثلث ABC الرؤوس $A(-6, -2)$ و $B(-5, -5)$ و $C(-2, -1)$. مثّل بيانيًا المثلث $\triangle ABC$ وصورته بعد تركيب التحويلات بالترتيب المدرج التالي.

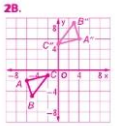
2A. إزاحة: على طول $\langle 3, -1 \rangle$ ثم انعكاس: بالنسبة للمحور الرأسي

2B. دوران: $180°$ حول نقطة الأصل ثم إزاحة: على طول $\langle -2, 4 \rangle$

2A.



2B.



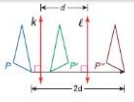
2 تركيب انعكاسين

تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متوازيين يماثل عملية إزاحة واحدة.

النظرية 6.2 الانعكاس بالنسبة لمستقيمين متوازيين

يمكن وصف تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متوازيين بواسطة متجه إزاحة

- عمودي على المستقيمين.
- طوله يساوي ضعف المسافة بين المستقيمين.



سوف تثبت النظرية 6.2 في التدريب 28.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج اشرح للطلاب أن تركيب انعكاسين في مستقيمين متوازيين يمكن أيضًا أن يُوصف على أنه تدوير بمقدار $360°$.

440 | الدرس 6-4 | تركيب التحويلات

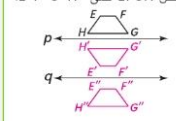
٩:١٠ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

2 تركيب انعكاسين

المثال 3 يوضح كيفية عكس شكل في مستقيمين متوازيين أو متقاطعين. **والمثال 4** يوضح كيفية التعرف على التحويلات في أنماط من الحياة اليومية.

مثال إضافي

3 انسخ الشكل $EFGH$ واعكسه على المستقيم p ثم على المستقيم q. ثم صف تحويلاً واحداً يعكس الشكل $EFGH$ على $E''F''G''H''$.



الإجابة النموذجية، إزاحة لأسفل

التركيز على محتوى الرياضيات

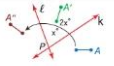
الشروط اشرح أن الإزاحة الناتجة عن تركيب انعكاسات تصلح فقط مع عدد زوجي من المستقيمات المتوازية.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية ارسم مربعًا فوق مستوى إحداثي. واكتب 3 تحويلات مختلفة على اللوحة (على سبيل المثال، تطبيق انعكاس في المحور الأفقي x، وإزاحة 3 وحدات لأعلى، وتدوير بزاوية 90° بانجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل). اطلب من الطلاب اختيار اثنين من هذه التحويلات وتطبيق تحويل منهما ثم تطبيق الآخر لإيجاد صورة المربع. اختر بعض الطلاب للحضور عند اللوحة لرسم تحويلاتهم وشرحها. ناقش مع الطلاب ما إذا كان الترتيب المتبع في تطبيق تحويلاتهم يؤثر على الصورة.

تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متقاطعين يماثل عملية دوران واحدة.

النظرية 6.3 الانعكاس بالنسبة لمستقيمين متقاطعين



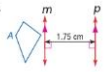
يمكن وصف تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متقاطعين على أنه عملية دوران واحدة.
- حول النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان و
- بزاوية تساوي ضعف قياس الزاوية الحادة أو القائمة التي يشكلها المستقيمان.

سوف تثبت النظرية 6.3 في التدريب 37.

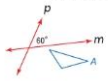
مثال 3 انعكاس شكل بالنسبة لمستقيمين

انسخ الشكل A واعكسه بالنسبة للمستقيم m ثم بالنسبة للمستقيم p. ثم صف تحويل الزاوية الذي يربط A بـ A''.

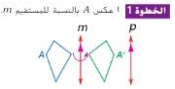
a.



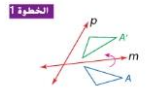
b.



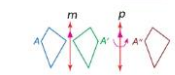
الخطوة 1 اعكس A بالنسبة للمستقيم m.



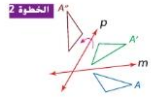
الخطوة 1



الخطوة 2 اعكس A' بالنسبة للمستقيم p.



الخطوة 2



بحسب النظرية 6.3 يكافئ تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متقاطعين m و p دورانًا بزاوية تساوي $2 \cdot 60°$ أو 120° بعكس اتجاه عقارب الساعة حول النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان m و p.

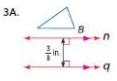
بحسب النظرية 6.2 يكافئ تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين رأسيين متوازيين m و p إزاحة أفقية إلى الجهة اليمنى لمسافة $2 \cdot 1.75$ أو 3.5 سنتيمترات.

انتبه!
ترتيب التركيب
تحقق من تركيب تحويلين بحسب ترتيبهما المعطى.

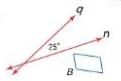
تمرين موجّه

انسخ الشكل B واعكسه بالنسبة للمستقيم n ثم بالنسبة للمستقيم q. ثم صف تحويل الزاوية الذي يربط B بـ B''.

3A.



3B.



3A.

الإزاحة الرأسية إلى الأسفل 2 in.

3B.

دوران بانجاه عقارب الساعة وبزاوية قياسها 50° حول نقطة تقاطع المستقيمين q و n

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:١٠ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

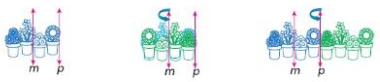
تتشكل الكثير من الأنماط في الحياة اليومية باستخدام تركيب التحويلات.

مثال 4 من الحياة اليومية وصف التحويلات

أنماط الحواشي صف التحويلات المركّبة لتشكيل كل شكلٍ من أشكال أنماط الحواشي الموضحة.

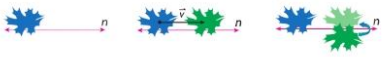
a.

ينتج النمط عبر إزاحات متعاقبة لأصص النباتات الأربعة الأولى. وبموجب ذلك يمكن تشكيل هذا النمط عبر تركيب انعكاسين بالنسبة للمستقيمين m و p كما هو موضح. لاحظ أن المستقيم m يمرّ بمركز الصورة الأصلية.



b.

ينتج النمط من خلال الانعكاس الانزلاقي. ولذلك يمكن تشكيل النمط عبر تركيب إزاحة على طول متجه الإزاحة $\vec{u}$ ثم انعكاس بالنسبة للمستقيم الأفقي n كما هو موضح.



تمرين موجّه

4. **نقوش السجّاد** صف التحويلات المركّبة لتشكيل نقش كل من السجادتين الموضحتين.

A. دوران

B. انعكاس انزلاقي

ملخص المفهوم تركيب الإزاحات

انعكاس انزلاقي	الإزاحة	دوران
تركيب انعكاس وإزاحة	تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متوازيين	تركيب انعكاسين بالنسبة لمستقيمين متقاطعين

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

4 **تنسيق الحدائق** صف التحويلات المركّبة لتشكيل كل نمط طوب (قرميد) موضح.

a.

يتم إنشاء النمط من خلال إزاحات ودورانات متتالية.

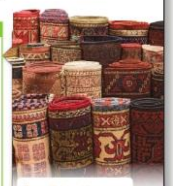
b.

يتم إنشاء النمط من خلال دورانات متتالية لطوبتين أو بواسطة التبديل بين الإزاحات والدورانات.

الربط بالحياة اليومية

تنتج أنماط الحواشي في السجاد عند تكرار أي نوع من عدة أنواع من التحويلات الأساسية باتجاه واحد. وثمة العديد من التشكيلات الممكنة لهذه التحويلات. الإزاحات والانعكاس الأفقي والانعكاس الرأسي والانعكاسا الرأسية المتبوعة بانعكاس أفقي والانعكاس الانزلاقي والدوران والانعكاس المتبوع بانعكاس انزلاقي.

المصدر: منسف النسيج



التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني اطلب من الطلاب الربط بين جمال الفن والهندسة عن طريق تصميم شكل ثم تطبيق تحويلات، بما في ذلك التحويلات المركّبة، على الشكل الموجود على ورقة كبيرة. ثم اطلب من الطلاب إكمال المشروع الفني عن طريق إضافة ألوان وزخارف حسب اختيارهم.

٩:١٠ م ٦٤%
://elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

مثال 1 للمثلث CDE الرؤوس $C(-1, -5)$ و $D(-2, -5)$ و $E(-1, -1)$. مثّل المثلث $\triangle CDE$ وصورته بيانيًا بعد الانعكاس الانزلاقي المحدّد. **انظر الهامش.**

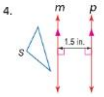
1. إزاحة: على طول $(4, 0)$؛ انعكاس: بالنسبة للمحور الأفقي x.
2. إزاحة: على طول $(6, 0)$؛ انعكاس: بالنسبة للمحور الرأسي y.

مثال 2

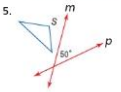
3. التطبقان الطرفيتان لـ $\overline{JK}$ هما $J(2, 5)$ و $K(6, 5)$. مثّل $\overline{JK}$ وصورتها بيانيًا بعد انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x ودوران برؤية قياسها $90°$ حول نقطة الأصل.

مثال 3 **انسخ الشكل S واعكسه بالنسبة للمستقيم m ثم بالنسبة للمستقيم p. ثم صِف تحويلاً وحيدًا يربط S بـ S''. 4–5. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

4.



5.



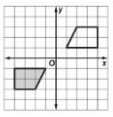
مثال 4

6. **أنماط المكعبات** يشكل إسماعيل نمطًا من مكعبات على أشكال مثلثات متساوية الأضلاع لوضعها فوق سطح طاولة. صِف تشكيلة التحويلات التي استخدمت لإعداد النمط.
انعكاس وإزاحة (انعكاس انزلاقي)

التدريب وحل المسائل

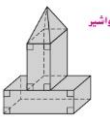
مثال 2

7. ما التحويلان اللذان قد يكونان استخدما لتغيير الشكل المظلل إلى الشكل غير المظلل؟ **انعكاسان**



مثال 2

8. يمثل هذا الرسم بناءً يتوضع على الطرف الأحر من فندق في أبو ظبي. فما الأشكال الممثلة في الشكل؟ **الأسطوانات والمواشير**



حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

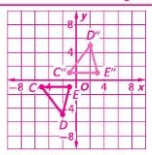
التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-6 للتحقق من استيعاب الطلاب.

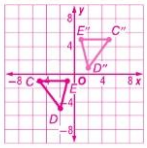
ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

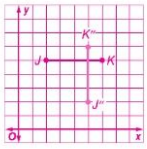
1.



2.



3.



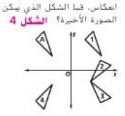
خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	7-24, 38, 39, 41-52	45-48 ,فردي 7-23	8-24 ,زوجي 38, 39, 41-44, 49-52
OL أساسي	7-27 فردي 28-33, 35, 37, 38, 39,41-52	7-24, 45-48	25-39, 41-44, 49-52
BL متقدم	25-52		

606 / 315

م ٩:١١ %٦٤
://elib.moe.gov.ae
606 / 315

9. إذا حوّل الشكل A بعملية دوران ثم انعكاس، فما الشكل الذي يمكن أن تأخذه الصورة الأخيرة؟ **الشكل 4**



10. إذا عكس الشكل الرباعي $QRST$ بالنسبة للمحور الأفقي x ثم عُكس بالنسبة للمحور الرأسي y، ففي أي أرباع ستقع الصورة النهائية؟ **A**

A الربع الأول والثالث والرابع **C** الربع الأول والثاني فقط

B الربع الثاني والثالث والرابع **D** الربع الثاني والرابع فقط

11. للمثلث RST الإحداثيات $R(-5, 4)$ و $S(-1, 2)$ و $T(2, 6)$. ماذا سيكون الإحداثيان الجديدان للنقطة T إذا أزيح المثلث لليسار 5 وحدات إلى الأسفل وعُكس بالنسبة للمحور الرأسي y؟ **A**

A $(-2, 1)$ **C** $(2, -1)$

B $(-1, 2)$ **D** $(2, 1)$

12. يقع سداسي أضلاع منتظم في المستوى الإحداثي بحيث تقع النقطة A عند $(3, 0)$. **$(-3, 2)$**

ما إحداثيا الرأس A بعد انعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y وإزاحة إلى الأعلى لمسافة وحدتين؟

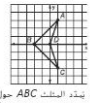
13. تمدّد المثلث JKL بمعامل يساوي 1.5 وعُكس بالنسبة للمحور الرأسي y وزُيح لمسافة وحدتين يسارًا. فماذا سيكون الإحداثيان الجديدان للرأس J بعد التحويلات الثلاث؟ **$J'(1, 3)$**

14. لشبه المنحرف $ABCD$ الرؤوس الموضحة في المستوى الإحداثي أدناه.

يحوّل الشكل $ABCD$ لتشكيل صورة مطابقة. فما التحويلات الحادثة لتشكيل $A'B'C'D'$؟ **دوران وانعكاس وإزاحة**

15. يُدار الشكل الرباعي $ABCD$ وتُزاح لتشكيل صورة تضم الرأسين $A'(-3, 3)$ و $B'(0, 0)$ **$(0, 2)$**

فما إحداثيا النقطة D'؟



16. تمدّد المثلث ABC حول نقطة الأصل بمعامل مقياس يساوي 2 ثم يُزاح بحيث يكون لنقطة منتصف $\overline{A'B'}$ الإحداثيان المماثلان لإحداثيي نقطة منتصف $\overline{AB}$ **$(6.5, -2.5)$**

ما إحداثيا النقطة C'؟

17. يتشكّل مثلث من النقاط $P(2, -2)$ و $Q(-2, -4)$ و $R(6, -2)$. تضعف أبعاد المثلث بمعامل مقياس يساوي $\frac{1}{2}$ ثم يُزاح لمسافة أربع وحدات يمينًا وأربعة إلى الأعلى.

ما إحداثيات المثلث $\triangle P'Q'R'$؟ **$P'(5, 3)$, $Q'(3, 2)$, $R'(7, 3)$**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

444 | الدرس 4-6 | تركيب التحويلات

٩:١١ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

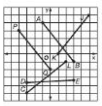
18. لشبه المنحرف $ABCD$ الرؤوس الموضحة في المستوى الإحداثي أدناه. فإذا عكس $ABCD$ بالنسبة للمحور الرأسي y ثم أدير بزاوية قياسها $90°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فماذا سيكون إحداثيا الرأس C'؟ **(−2, 1)**

19. للمثلث STU الرؤوس $S(-5, -2)$ و $T(-1, 4)$ و $U(6, 3)$. فإذا أزيح المثلث لمسافة 3 وحدات يسارًا و 5 وحدات إلى الأسفل ثم عكس بالنسبة للمحور الأفقي x، فماذا سيكون إحداثيا T' وهي صورة T؟ **(2, 1)**

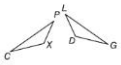
20. إذا أزيح متوازي الأضلاع $RSTU$ لمسافة 5 وحدات يسارًا و 3 وحدات إلى الأعلى ثم عكس بالنسبة للمحور الرأسي y، فماذا سيكون إحداثيا T' وهي صورة T وفق هذين التحويلين؟ **(1, 5)**

21. إذا أدير المثلث $\triangle ABC$ كما هو موضح بزاوية قياسها $180°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فستكون صورته $\triangle A'B'C'$. فما التحويل أو تشكيلات التحويلات على المثلث $\triangle ABC$ والتي ستنتج صورة مختلفة عن المثلث $\triangle A'B'C'$؟ **إزاحة بمسافة 4 وحدات يسارًا ثم انعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x.**

22. ما القطعة المستقيمة التي تمثل صورة $\overline{PQ}$ بموجب إزاحة انزلاقية؟ $\overline{JK}$



23. ما نوع التحويل الذي يمكنك استخدامه لتثبت أن $\triangle CXP \cong \triangle GDL$؟ **انعكاس انزلاقي**



24. تقع رؤوس مثلث في الربع الثاني. فهي أي ربع ستقع صورة المثلث بموجب الانعكاس الانزلاقي $T_{0,4} \rightarrow R_{y=0}$؟ **الربع 1**

25. تعكس النقطة $P(x, y)$ بالنسبة للمحور الرأسي y، ثم أزيحت صورتها رأسيًا لمسافة a وحدة، حيث $a > 0$. فأي مما يلي يعطي إحداثيات الصورة النهائية P''؟ **$P''(-x, y + a)$**

26. أي من مجموعات النقاط التالية يمكن أن تكون رؤوسًا لصورة المثلث $\triangle POR$ بموجب انعكاس انزلاقي بحيث يكون المستقيم m هو خط الانعكاس؟ **X و Y و Z**

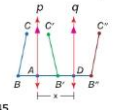
27. تقع رؤوس مثلث عند النقاط $(3, -1)$ و $(5, 2)$ و $(1, 0)$. فإذا أزيح المثلث 4 وحدات يسارًا، ثم مُدّد بمعامل مقياس قيمته 3، فما إحداثيات صورة المثلث؟ **$(-15, 9), (-6, 15), (-12, 3)$**

28. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين للنظرية 6.2.

المعطيات: يطبق انعكاس بالنسبة للمستقيم p على $\overline{BC}$ لتعطي $\overline{B'C'}$ ويطبق انعكاس بالنسبة للمستقيم q على $\overline{B'C'}$ لتعطي $\overline{B''C''}$

$p \parallel q$, $AD = x$

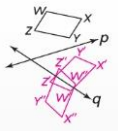
المطلوب إثباته: a. $\overline{BB''} \perp p$, $\overline{BB''} \perp q$ b. $BB'' = 2x$



28. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

التدريس المتمايز BL OL

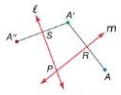
التوسع أوجد صورة متوازي الأضلاع $WXYZ$ تحت انعكاسات في المستقيم p ثم المستقيم q.



606 / 315

٩:١١ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae ١

29. البرهان اكتب فقرة برهان للنظرية 6.3



المعطيات: يتقاطع المستقيمان ℓ و m عند النقطة P.
A هي أي نقطة على المستقيم ℓ أو المستقيم m.

المطلوب إثباته: a. إذا عكست النقطة A بالنسبة للمستقيم m، ثم عكست صورتها A' بالنسبة للمستقيم ℓ، فإن A'' هي صورة A بعد دوران حول النقطة P.

b. $m\angle APA'' = 2(m\angle SPR)$ **29. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

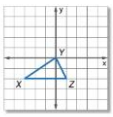
صف التحويلات التي رُكّبت لتشكيل صورة كل شكل مما يلي.

30.

31.

30. إزاحة على طول $\langle -6, -1 \rangle$، وانعكاس بالنسبة للمحور الرأسي y 31. إزاحة بزاوية قياسها $180°$ حول نقطة الأصل وانعكاس بالنسبة للمحور الأفقي x

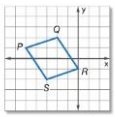
32. تحليل الخطأ تريج أسماء وأماني المثلث $\triangle XYZ$ على طول $\langle 2, 2 \rangle$ وعكساه بالنسبة للمستقيم $y = 2$. تقول أسماء إن التحويل هو انعكاس ارتلافي. وتخالفها أماني قائلة إن التحويل تركيب من تحويلات متعددة. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.



32. أماني؛ الإجابة النموذجية: بما أن المستقيم $y = 2$ ليس موازيًا للمتجه $\langle 2, 2 \rangle$، فلا يمكن أن يكون التحويل انعكاسًا ارتلافيًا. بل إنه تركيبٌ لإزاحة وانعكاس. وبالتالي فنحن أمام تركيب لتحويلات.

33. الكتابة في الرياضيات هل تبقى أي نقاط ثابتة بموجب الانعكاس الارتلافي؟ وهل تبقى كذلك بموجب تركيبات التحويلات؟ اشرح. **انظر ملحق إجابات الوحدة 7.**

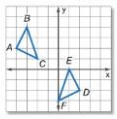
34. التحدي إذا أردنا عكس صورة بالنسبة للمستقيم $y = x$ والمحور الأفقي x، فهل يؤثر ترتيب الانعكاس في الصورة النهائية؟ اشرح. **انظر الهامش.**



34. التحدي؛ إذا أرسم الشكل $PQRS$ على طول $\langle -2, 3 \rangle$، وعكس بالنسبة للمستقيم $y = -1$، وأدير بزاوية قياسها $90°$ حول نقطة الأصل. فما إحداثيات الشكل $P''Q''R''S''$؟
$P''(1, -2), Q''(2, 1), R''(-1, 3), S''(-2, 0)$

35. الفرضيات إذا أردنا عكس صورة بالنسبة للمستقيم $y = x$ والمحور الأفقي x، فهل يؤثر ترتيب الانعكاس في الصورة النهائية؟ اشرح. **انظر الهامش.**

36. مسألة غير محددة الإجابة اكتب انعكاسًا ارتلافيًا أو تركيبًا لتحويلات يمكن استخدامها لتحويل المثلث $\triangle ABC$ إلى $\triangle DEF$.



36. الإجابة النموذجية: يمكن إزاحة المثلث $\triangle ABC$ على طول $\langle 0, 4 \rangle$ ويمكن عكسه بالنسبة للمستقيم $y = 1$ لتشكيل المثلث $\triangle DEF$.

37. التبرير عند إجراء دورانين على صورة وحيدة، فهل يؤثر ترتيب الدوران أحيانًا أو دائمًا أو لا يؤثر إطلاقًا في موقع الصورة النهائية؟ اشرح. **انظر الهامش.**

38. الكتابة في الرياضيات قارن وقابل الانعكاس الارتلافي وتركيب التحويلات. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انتبه!

تحليل الخطأ في التدريب 32، أماني على صواب. أخبر الطلاب بأنه على الرغم من أن الانعكاس الارتلافي يعتبر تحويل تركيب، فإنه لا ينتج عنه التحويل المُركب الموضح. ويجب أن تكون الإزاحة في مسار موازٍ لخط الانعكاس. وفي هذه الحالة، فإن الإزاحة بطول $\langle 2, 2 \rangle$ لا توازي $y = 2$.

إجابات إضافية

35. نعم؛ الإجابة النموذجية: إذا انعكست قطعة مستقيمة ذات نقطتي نهاية (a, b) و (c, d) حول المحور الأفقي x، تكون إحداثيات نقطتي النهاية للصورة المنعكسة هي $(a, -b)$ و $(c, -d)$. وإذا انعكست القطعة بعد ذلك حول المستقيم $y = x$، تكون إحداثيات نقطتي النهاية للصورة النهائية هي $(-b, a)$ و $(-d, c)$. وإذا انعكست الصورة الأصلية أولاً حول $y = x$، تكون إحداثيات نقطتي النهاية للصورة المنعكسة هي (b, a) و (d, c)، وإذا انعكست القطعة المستقيمة بعد ذلك حول المحور الأفقي x، تكون إحداثيات نقطتي النهاية للصورة النهائية هي $(b, -a)$ و $(d, -c)$.

37. أحيانًا، الإجابة النموذجية: عند إجراء تدويرين على صورة واحدة، لا يؤثر ترتيب هذين التدويرين على الصورة النهائية عند تمركز التدويرين عند نفس النقطة.

38. الإجابة النموذجية: الانعكاسات الانزلاقية هي تركيبات تحويلات. لكن ليست كل تركيبات التحويلات انعكاسات انزلاقية. ويمكن تضمين التدويرات في تركيبات تحويلات ولكن ليس في انعكاسات انزلاقية. ويمكن استخدام كل من الإزاحات والانعكاسات على حد سواء في تركيبات التحويلات. لكن لا ينتج عنهما انعكاس انزلاقي إلا عند إزاحة شكل بطول متجه ثم الانعكاس على خط مستقيم موازٍ لهذا المتجه.

المتابعة

استكشف الطلاب الانعكاس والإزاحة والدوران وتركيبات التحويلات.

اطرح السؤال التالي:

- ما العلاقة التي تربط بين جميع تحويلات التطابق؟ الإجابة النموذجية: يمكن تحديد الدوران والإزاحة في ضوء تركيبات انعكاسين أو أكثر.

٩:١١ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

تدريب على الاختبار المعياري

39. يراع البنلث $\triangle ABC$ على طول المتجه $\langle -2, 3 \rangle$ ثم يعكس بالنسبة للمحور الأفقي x. فما إحداثيا النقطة A' بعد التحويل؟ **A**

A $(1, -4)$
B $(1, 4)$
C $(-1, 4)$
D $(-1, -4)$

40. **الإجابة القصيرة** ما إحداثيا D'' إذا أزيحت القطعة المستقيمة $\overline{CD}$ التي فيها الرأسان $C(2, 4)$ و $D(8, 7)$ على طول $\langle -6, 2 \rangle$ ثم عكست بالنسبة للمحور الرأسي؟ $(-2, 9)$

41. **جبرًا** اكتب $\frac{18x^2 - 2}{3x^2 - 5x - 2}$ بأبسط صورة. **H**

F $\frac{18}{3x + 1}$
H $\frac{2(3x - 1)}{x - 2}$
G $\frac{2(3x + 1)}{x - 2}$
J $2(3x - 1)$

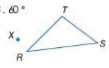
42. **SAT/ACT** إذا كانت $f(x) = x^3 - x^2 - x$، فما هي قيمة $f(-3)$؟ **B**

A -39
D -15
B -33
E -12
C -21

مراجعة شاملة

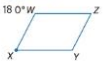
انسخ كل مضلع ونقطة X. ثم استخدم منقلةً ومسطرةً لرسم الدوران المحدد لكل شكل حول النقطة X. (الدرس 3-5) **43-45. انظر الهامش.**

43. $60°$



44. $120°$

45. $180°$



مثّل بيانيًا كل شكل وصورته على طول المتّجه المعطى. (الدرس 2-6) **46-47. انظر الصورة.**

46. البنلث $\triangle FGH$ ذو الرؤوس $F(1, -4)$ و $G(3, -1)$ و $H(7, -1)$: $\langle 2, 6 \rangle$

47. الشكل الرباعي $ABCD$ ذو الرؤوس $A(-2, 7)$ و $B(-1, 4)$، $C(2, 3)$ و $D(2, 7)$: $\langle -3, -5 \rangle$

48. **الشراع** يساوي طول ضلع في شراع مستطيل 7.5 m، ويساوي قياس الزاوية المقابلة لهذا الضلع $40°$. ويساوي قياس زاوية أخرى بشكلها الشراع $55°$. فكم يساوي محيط الشراع مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة؟ **28.7 m**

49. **تنسيق الحدائق** أطوال أضلاع حوض أزهار مثلثي الشكل 1.35 m و 1.8 m و 2.25 m. أوجد قياس أصغر زوايا المثلث. **37°**

مراجعة المهارات

يعرض كل شكل صورةً أصليةً وصورتها المنعكسة بالنسبة لخطٍ ما. انسخ كل شكلٍ وارسم خط الانعكاس **50-52. انظر الهامش.**

50.

51.

52.

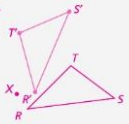
حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التقويم

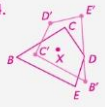
حصاد الأمس اطلب من الطلاب الكتابة عن كيف أن ما تعلموه حول نوع واحد من التحويلات قد ساعدهم في التحويلات المركبة.

إجابات إضافية

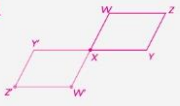
43.



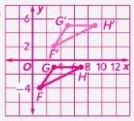
44.



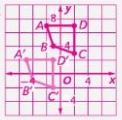
45.



46.



47.



50.

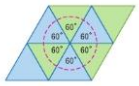
51.

52.

٩:١١ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

6-4 مختبر الهندسة الفسيفساء

الفسيفساء عبارة عن نمط شكلي أو أكثر يغطي مستوى معين بحيث لا تبقى مسافات فارغة أو متداخلة. مجموع الزوايا التي تحيط برأس الفسيفساء يساوي 360°.



تتشكل **الفسيفساء المنتظمة** بنوع واحد من المضلعات المنتظمة. سيشكل المضلع المنتظم فسيفساء إذا كان به قياس زاوية داخلية يمثل معامل بمقدار 360 درجة. وتتشكل **الفسيفساء شبه المنتظمة** بمضلعين منتظمين أو أكثر.

النشاط 1 الفسيفساء المنتظمة

حدد ما إذا كان كل مضلع منتظم سيشكّل فسيفساء في المستوى الإحداثي أو لا. اشرح.

a. سداسي الأضلاع

لنفترض أن x يمثل قياس إحدى الزوايا الداخلية لسداسي الأضلاع.

$$x = \frac{180(n-2)}{n} \quad \text{قانون الزوايا الداخلية}$$
$$= \frac{180(6-2)}{6} \quad n = 6$$
$$= 120 \quad \text{بتبسيط.}$$

بما أن 120 هو معامل 360. سيشكل سداسي الأضلاع المنتظم فسيفساء في المستوى الإحداثي.

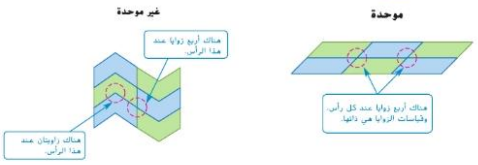
b. عشاري الأضلاع

لنفترض أن x يمثل قياس أحدى الزوايا الداخلية في عشاري الأضلاع المنتظم.

$$x = \frac{180(n-2)}{n} \quad \text{قانون الزوايا الداخلية}$$
$$= \frac{180(10-2)}{10} \quad n = 10$$
$$= 144 \quad \text{بتبسيط.}$$

بما أن 144 ليس معامل 360. لن يشكل عشاري الأضلاع المنتظم فسيفساء في المستوى الإحداثي.

تصبح الفسيفساء **موحدة** إذا كان بها تنظيم واحد للأشكال والزوايا في كل رأس.



حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الأهداف

- تحديد الفسيفساء المنتظمة.
- إنشاء فسيفساء باستخدام التكنولوجيا وبدونها.

المواد الخاصة لكل مجموعة

- برنامج Geometer's Sketchpad
- مسطرة تقويم

نصيحة للتدريس

قد يواجه الطلاب صعوبة في الانتهاء من تجربة المختبر هذه في حصة واحدة، خاصة إذا كانوا على غير دراية ببرنامج Geometer's Sketchpad. ضع في الاعتبار تخصيص حصتين لمختبر الهندسة هذا.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

نظّم الطلاب في مجموعات متنوعة القدرات تتألف من 2 أو 3. ثم اطلب من هذه المجموعات إكمال الأنشطة 1-3. اطلب من الطلاب إكمال النشاط 4 كل بمفرده.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا يعد العدد 120 عاملاً للعدد 360؟ العدد 120 يعد عاملاً للعدد 360 لأن $360 = 120(3)$.
- كيف يمكنك تحديد رؤوس الفسيفساء؟ أحدّد المضلع الذي يتم ترصيعه بالفسيفساء، وتكون رؤوس كل مضلع من المضلعات كل على حدة هي أيضا نفس رؤوس الفسيفساء.
- في الخطوة 2 من النشاط 3. هل يمكن استخدام زاوية دوران مختلفة لتكوين شكل يُرصع المستوى بالفسيفساء؟ لا يمكن؛ فقد تتداخل المثلثات.

تدريب اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 1 إلى 12.

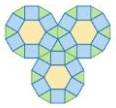
م ٩:١١ ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

التركيز على محتوى الرياضيات

الأشكال غير المنتظمة من الممكن ترصيع الأشكال غير المنتظمة بالفسيفساء. ولا يتم تصنيف هذه الأشكال على أنها منتظمة ولا شبه منتظمة.

النشاط 2 تصنيف الفسيفساء

حدد ما إذا كان كل نمط مما يلي عبارة عن فسيفساء أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر هل هو فسيفساء منتظمة، أم شبه منتظمة، أم ليست أي منهما وموحدة أو ليست موحدة.

a. 

لا يوجد مسافات فارغة. ولا توجد أشكال متداخلة. إذا النمط عبارة عن **فسيفساء**.

تتكون الفسيفساء من أشكال منتظمة من سداسيات الأضلاع والمربعات والمثلثات متساوية الأضلاع. إذا هي فسيفساء **شبه منتظمة**.

توجد أربع زوايا حول بعض الرؤوس وخمس زوايا حول البعض الآخر. إذا الفسيفساء **ليست موحدة**.

b.

توجد مسافة غير مملوءة. إذا النمط **ليس فسيفساء**.

c.

لا توجد مسافات فارغة. ولا توجد أشكال متداخلة. إذا النمط عبارة عن **فسيفساء**.

تتكون الفسيفساء من أشكال منحرف. وهي مضلعات ليست منتظمة. إذا الفسيفساء **ليست** منتظمة ولا شبه منتظمة.

توجد أربع زوايا حول كل رأس من الرؤوس وقياسات الزوايا واحدة عند كل رأس. إذا الفسيفساء **موحدة**.

يمكنك استخدام خصائص الفسيفساء لتصميم الفسيفساء وإنشائها.

النشاط 3 رسم الفسيفساء

ارسم مثلثًا واستخدمه لإنشاء فسيفساء.

الخطوة 1 ارسم مثلثًا وأوجد نقطة منتصف أحد أضلاعه.

الخطوة 2 قم بدوران المثلث بمقدار $180°$ حول النقطة.

الخطوة 3 قم بإزاحة المثلثين لعمل صف.

الخطوة 4 قم بإزاحة الصف لعمل فسيفساء.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

449

٩:١١ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-6 لتقويم ما إذا كان الطلاب يمكنهم فهم خواص الفسيفساء.

من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب كتابة معادلة جبرية تستخدم n، وهو عدد أضلاع مضلع، وذلك للتحديد بوضوح ما إذا كان يمكن لمضلع أن يغطي مستوى بالفسيفساء. على سبيل المثال، $\frac{360}{\frac{180(n-2)}{n}} = \frac{2n}{n-2}$، إذا كان x عدد كلي و $x = \frac{2n}{n-2}$، فإن المضلع الذي يشتمل على n من الأضلاع يغطي المستوى بالفسيفساء.

إجابات إضافية

1. نعم؛ الإجابة النموذجية: قياس الزاوية الداخلية لمثلث متساوي الأضلاع هو 60°. وهو عامل للعدد 360.
2. لا؛ الإجابة النموذجية: قياس الزاوية الداخلية لخماسي أضلاع منتظم هو 108°. وهو ليس عاملاً للعدد 360.
3. لا؛ الإجابة النموذجية: قياس الزاوية الداخلية للشكل السداسي العشري المنتظم هو 5.157°. وهو ليس عاملاً للعدد 360.
7. الإجابة النموذجية:

8. الإجابة النموذجية:

9. الإجابة النموذجية:

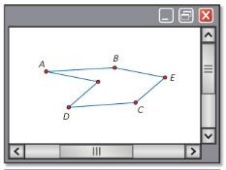
10. الإجابة النموذجية:

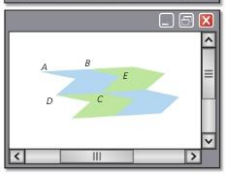
12. الإجابة النموذجية: أعتقد أن المنشور المثلثي متساوي الأضلاع يمكن تشكيله بالفسيفساء لأن المثلثات متساوية الأضلاع تتشكل بالفسيفساء في المستوى، والمناشير المتكدسة لن تترك مساحة غير مملوءة.

مختبر الهندسة
الفسيفساء تابع

نشاط 4 الفسيفساء باستخدام التكنولوجيا

استخدم برنامج Geometer's Sketchpad لإنشاء فسيفساء.





الخطوة 1 أدخل ثلاث نقاط وأنشئ مستقيمين بين نقطتين منها ثم أنشئ مضلعهما يوازي المستقيم الأول ويمر بالنقطة الثالثة باستخدام خيار Parallel Line (مستقيم موازٍ) من قائمة Construct (إنشاء). أكمل متوازي الأضلاع وحدد النقاط A و B و C و D. قم بإخفاء المستقيمات.

الخطوة 2 أدخل نقطة أخرى ولتكن E داخل متوازي الأضلاع. ارسم قطعاً مستقيمة بين A و B و C و D و E.

الخطوة 3 طبّق النقطة B ثم النقطة A من قائمة Transform (تحويل) اختر Mark Vector (تحديد المتجهات) واختر $\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{EC}$ والنقطة E ومن قائمة Transform (تحويل) اختر Translate (إزاحة).

الخطوة 4 بدءاً من النقطة A، اختر جميع الرؤوس التي حول محيط المضلع. اختر Hexagon Interior (داخل سداسي الأضلاع) من قائمة Construct (إنشاء).

الخطوة 5 اختر النقطة A ثم النقطة B وحدد المتجه كما فعلت في الخطوة 3. حدد داخل المضلع واختر Translate (إزاحة) من قائمة Transform (تحويل). استمر في عمل الفسيفساء بتحديد المتجهات وإزاحة المضلع. يمكنك اختيار Color (اللون) من قائمة Display لإنشاء نمط ملون.

التمارين

حدد هل كل مضلع منتظم سيشكّل فسيفساء في المستوى الإحداثي أو لا. اكتب نعم أو لا. اشرح. 3-1. انظر الهامش.

1. مثلث
2. خماسي أضلاع
3. سداسي عشري

حدد ما إذا كان كل نمط مما يلي عبارة عن فسيفساء أو لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر هل هو فسيفساء منتظمة، أو شبه منتظمة، أو ليس أي منهما وفسيفساء موحدة أو ليست موحدة.

4. لا

5. نعم؛ ليس أي منهما؛ غير موحد

6. نعم؛ منتظم؛ موحد

ارسم فسيفساء باستخدام الشكل (الأشكال) التالية 10-7. انظر الهامش.

7. ثماني أضلاع ومربع
8. سداسي أضلاع ومثلث
9. مثلث قائم الزاوية
10. شبه منحرف ومتوازي أضلاع

11. **الكتابة في الرياضيات** اذكر أمثلة على استخدام الفسيفساء في العمارة والترصيع بالفسيفساء والأعمال الفنية. واشرح طريقة استخدام الفسيفساء في كل مثال. **راجع عمل الطلاب.**

12. **التخمين** اذكر شكلاً تعتقد أنه سيشكل فسيفساء في مساحة ثلاثية الأبعاد. اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:١٢ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

الدرس 5-6

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 5-6 رسم انعكاس ودوران للأشكال.

الدرس 5-6 تحديد التناظرات المحورية والدورانية في الأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد.

بعد الدرس 5-6 استخدام تحويلات التطابق لوضع تخمينات وبرهنة خواص الأشكال الهندسية بما فيها الأشكال الموجودة على مستوى إحداثي.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- استخدم صورة الخنفساء لتخمين ما يعنيه التناظر الثنائي. تحقق من إجابات الطلاب.
- استخدم صورة قنديل البحر لتخمين ما يعنيه التناظر القطري. تحقق من إجابات الطلاب.
- ما نوع التناظر لدى البشر؟ تناظر ثنائي

6-5 التناظر

السابق لقد رسمت انعكاس الأشكال ودورانها.

الحالي
1 تحديد عمليات التناظر المحوري والدوراني في الأشكال ثنائية الأبعاد.
2 تحديد عمليات التناظر المحوري وفي المستوى الإحداثي في الأشكال ثلاثية الأبعاد.

لماذا؟ في مملكة الحيوانات، غالبًا ما يدل التناظر في جسم الحيوان على تعقيد جسم الحيوان. والحيوانات التي تظهر تناظرًا محوريًا، مثل الحشرات، عادة ما تكون أنماط حياتها أكثر تعقيدًا من تلك التي تظهر تناظرًا دورانيًا، مثل قنديل البحر.

1 التناظر في الأشكال ثنائية الأبعاد

يوجد في الشكل **تناظر** إذا كان هناك انعكاس ذو حركة ثابتة، أو إزاحة، أو دوران، أو انعكاس انزلاقي يرسم الشكل على نفسه. وأحد أنواع التناظر هو التناظر المحوري.

المفهوم الأساسي التناظر المحوري

الشكل في المستوى له **تناظر محوري** (أو تناظر انعكاس) إذا كان من الممكن انعكاس الشكل على ذاته عن طريق انعكاس في أحد المستقيمات. ويسمى **محور التناظر**.

مثال 1 من الحياة اليومية تعريف التناظر المحوري

الشواطئ اذكر هل الجسم يبدو أن به تناظرًا محوريًا أو لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جميع مستقيمات التناظر واذكر عددها.

a.
نعم؛ السلطعون له مستقيم تناظر واحد.

b.
نعم؛ نجم البحر له خمسة مستقيمات تناظرية.

c.
لا؛ لا توجد مستقيمات في صدفة البحار يمكن أن تعكس فيه بحيث تتماثل مع ذاتها.

تمرين موجّه 1B–C. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا محوريًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، انسخ الشكل وارسم جميع مستقيمات التناظر واذكر عددها.

1A. لا

1B.

1C.

المفردات الجديدة
- التناظر symmetry
- تناظر محوري line symmetry
- خط/محور التناظر line of symmetry
- التناظر الدوراني rotational symmetry
- مركز التناظر center of symmetry
- ترتيب التناظر order of symmetry
- مقدار التناظر magnitude of symmetry
- التناظر في المستوى الإحداثي plane symmetry
- التناظر المحوري axis symmetry

ممارسات في الرياضيات
استخدام نماذج الرياضيات. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

451

451

٩:١٢ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

1 التناظر في الأشكال ثنائية الأبعاد

المثال 1 و 2 يوضحان كيفية تحديد ما إذا كان للشكل تناظر محوري و/أو تناظر دوراني.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 **كليدوسكوب** اذكر هل الجسم يبدو أن به تناظرًا محوريًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جميع مستقيمات التناظر واذكر عددها.

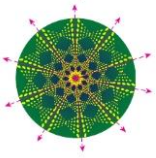
a.

b.

نعم

c.

لا



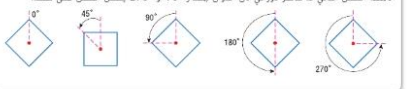
نعم

ويوجد نوع آخر من أنواع التناظر وهو التناظر الدوراني.

المفهوم الأساسي التناظر الدوراني

يكون للشكل في المستوى الإحداثي **تناظر دوراني** (أو تناظر قطري) إذا كان يمكن انعكاسه على نفسه عن طريق الدوران ما بين $0°$ و$360°$ حول مركز الشكل. ويسمى **مركز التناظر** (أو نقطة التناظر).

الأمثلة الشكل التالي له تناظر دوراني لأن الدوران بمقدار $90°$ أو $270°$ يعكس الشكل على نفسه.



عدد المرات التي ينعكس فيها الشكل على نفسه عند الدوران من $0°$ إلى $360°$ يطلق عليه **ترتيب التناظر**. **مقدار التناظر** (أو زاوية التناظر) هي أصغر زاوية يمكن أن يدور بها الشكل بحيث ينعكس على ذاته. ويرتبط ترتيب الدوران ومقداره بالمعادلة التالية.

المقدار = $360° \div$ الترتيب

في الشكل السابق يوجد تناظر دوران بترتيب 4 ومقداره $90°$.

مثال 2 تعريف التناظر الدوراني

اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أو لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

a. نعم، الشكل السداسي المنتظم له 6 تناظرات دورانية ومقداره $360° \div 6$ أو $60°$. المركز هو تقاطع الأقطار.

b. لا، لا يوجد تناظر دوراني بين $0°$ و$360°$ يعكس المثلث قائم الزاوية على نفسه.

c. نعم، الشكل له 6 تناظرات دورانية ومقداره $360° \div 2$ أو $180°$. المركز هو تقاطع الأقطار.

تمرين موجه

الزهور اذكر هل يبدو أن في الزهرة تناظر دوراني أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الزهرة وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

2A–C. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

2A.

2B.

2C.

نصيحة دراسية

التناظر النقطي يوجد في الشكل تناظر نقطي إذا كان يمكن انعكاسه على نفسه عن طريق الدوران بزاوية $180°$. يوضح علم المملكة المتحدة التناظر النقطي، وذلك لأنه يوجد تماثل بين الجانب العلوي جهة اليمين والجانب المقابل له لأسفل.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج المنطقي نبه الطلاب بأنه يتم سؤالهم ما إذا كان الشكل "يبدو به تناظر" أم لا لأن الكثير من الأجسام التي يبدو أن لها تناظرًا، مثل وجه الإنسان، لا تكون بالفعل متناظرة عند تطبيق التعريف الرياضي الدقيق.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية ارسم شكلاً على اللوحة وقم بتدويره لإظهار التناظر الدوراني. اطلب من الطلاب تحديد ترتيب كل شكل له تناظر دوراني.

606 / 315

٩:١٢ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

2 التناظر في الأشكال ثلاثية الأبعاد

قد يوجد تناظر في الأشكال ثلاثية الأبعاد أيضًا.

المفهوم الأساسي التناظرات ثلاثية الأبعاد

التناظر في المستوى الإحداثي

يحدث **التناظر في المستوى الإحداثي** في الشكل ثلاثي الأبعاد إذا كان يمكن أن ينعكس الشكل على نفسه عن طريق الانعكاس في المستوى الإحداثي.

التناظر المحوري

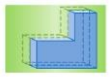
يحدث **التناظر المحوري** في الشكل ثلاثي الأبعاد إذا كان يمكن أن ينعكس الشكل على نفسه عن طريق الدوران بين $0°$ و $360°$ في أحد المستقيمات.

مثال 3 التناظر ثلاثي الأبعاد

اذكر هل الشكل به تناظر في *المستوى الإحداثي* أم تناظر محوري أم كلاهما أم ليس أيًا منهما.

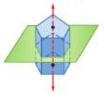
a. مجسم على شكل حرف L

التناظر في المستوى الإحداثي الإحداثي



b. منشور خماسي منتظم

كلاهما: تناظر في المستوى الإحداثي وتناظر محوري



مراجعة المفردات

المنشور هو شكل متعدد الوجوه له قاعدتان متوازيان ومتطابقتان تتصل بعضه عن طريق أوجه متوازي الأضلاع

تمرين موجّه

الرياضات اذكر هل كل أداة من الأدوات الرياضية بها تناظر في *المستوى الإحداثي* أم تناظر محوري أم كليهما أم ليس أيًا منهما (مع تجاهل الخياطة أو العلامات في الأداة).

3A. كلاهما

3B. ليس قابلًا ولا مائلًا

3C. تناظر في المستوى الإحداثي

3D. كلاهما

الربط بالحياة اليومية

تم تصميم كرة القدم بطريقة ديناميكية هوائية حتى تطير بعد ركلها، حيث يكون شكلها كروي منطفأ. وهذا يعني أن أحد محاور التناظر أطول من المحاور الأخرى.

المصدر: الدليل الإرشادي الكامل إلى لعبة الشد

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

453

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون أصحاب النمط الطبيعي هناك العديد من الأمثلة على أشياء في الطبيعة لها تناظر. اطلب من الطلاب رسم أو جمع أمثلة على أشياء في الطبيعة لكل نوع من أنواع التناظر التي تم تناولها في هذا الدرس.

مثال إضافي

2 اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

a.

مركز النجمة هو مركز الدوران. إذًا، الترتيب هو 5 والمقدار $72°$.

b.

مركز المروحة هو مركز الدوران. إذًا الترتيب هو 3 والمقدار $120°$.

c.

مركز الترس هو مركز الدوران. إذًا الترتيب هو 8 والمقدار $45°$.

2 التناظر في الأشكال ثلاثية الأبعاد

المثال 3 يوضح كيفية تحديد ما إذا كان للشكل تناظر على المستوى أم تناظر على المحور.

453

٩:١٢ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

مثال 1 اذكر هل يبدو أن الشكل به تناظر خطي أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جميع مستقيمات التناظر واذكر عددها.

1. انظر الهامش.
2. لا
3. انظر الهامش.

مثال 2 اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

4. لا
5. انظر الهامش.
6. انظر الهامش.

المثالان 1 و 2 7. **مبنى البرلمان الأمريكي** تعد القبة التي تم اكتمال بنائها في عام 1863 أحدث الإضافات لمبنى البرلمان الأمريكي في الولايات المتحدة. وهي مدعومة بدعامات حديدية عددها 36 وبها 108 نافذة مقسمة بالتساوي على ثلاثة مستويات.

a. باستثناء قمة القبة، كم عدد مستقيمات التناظر الأفقية والرأسية التي يبدو أنها موجودة في القبة؟
لا توجد مستقيمات أفقية؛ 72 مستقيم رأسي

b. هل القبة لها تناظر دوراني؟ إذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر ترتيب التناظر ومقداره. **نعم؛ 10° ;36**

مثال 3 8. اذكر هل الشكل به تناظر في المستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كلا *التناظرين* أم لا شيء منهما. **كلا التناظرين**

التدريب وحل المسائل

مثال 1 **الانتظام** ذكر هل يبدو أن الشكل يتضمن تناظرًا محوريًا أو لا. اكتب نعم أو لا. إذا كان الأمر كذلك، فانسخ الشكل، وارسم كل مستقيمات التناظر، واذكر عددها.

10–11. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

9. لا
10. لا
11. لا
12. لا

13. تم رسم المثلث CDE في المستوى الإحداثي. أي مستقيم هو مستقيم التناظر؟

14. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

14. لا
15. لا
16. لا
17. انظر ملحق إجابات الوحدة 6

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	9–30, 46, 48–49	فردي 9–29	زوجي 10–30
OL أساسي	9–33, فردي 34, 35–45, 46, 48–49, فردي	9–30	31–49
BL متقدم	31–49		

مثال إضافي

3 اذكر هل الشكل به تناظر على المستوى أم تناظر على المحور أم كلاهما أم ليس أيًا منهما.

a.

كلاهما. تناظر على المستوى وتناظر على المحور

b.

كلاهما ليسا تناظرًا على المستوى أو تناظرًا على المحور

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 8 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

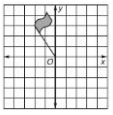
إجابات إضافية

1. نعم؛ 4

3. نعم؛ 1

5. نعم؛ 2، 180°

٩:١٢ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae



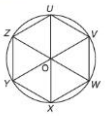
18. تم دوران علم بمقدار $180°$ في المستوى الإحداثي. أي عبارة صحيحة؟
A الشكل متناظر حول النقطة $(0, 0)$. A
B الشكل متناظر حول المحور الرأسي y.
C الشكل متناظر حول المحور الأفقي x.
D الشكل متناظر حول النقطة $(2, -3)$.

اذكر هل الشكل به تناظر في المستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كلاهما أم ليس أيًا منهما.

19. كلا التناظرين

20. كلا التناظرين

21. ليس أيًا منهما

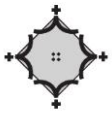


22. سداسي الأضلاع $UVWXYZ$ محاط بدائرة لتصميم بلاطة. أي نقطة توضح موقع النقطة U بعد الدوران حول نقطة المركز O بمقدار $120°$ باتجاه عقارب الساعة؟ W

23. فنان جرافيك يريد تصميم شعار باستخدام مستقيمات التناظر. أي شعار لا يوجد به 4 مستقيمات تناظر بالتحديد؟ B

A
B
C
D

24. تنظر أمل إلى تصميمات ستيرة. أي عبارة تصف التناظر في التصميم؟ A
A التصميم به 4 مستقيمات تناظر بالتحديد.
B التصميم به 3 مستقيمات تناظر بالتحديد.
C التصميم به مستقيمان تناظر بالتحديد.
D التصميم به مستقيم تناظر واحد بالتحديد.



25. يصمم أحمد شعارًا لناديه. أي عبارة تصف التناظر في التصميم؟ D
A التصميم به مستقيم تناظر واحد فقط.
B التصميم به مستقيما تناظر فقط.
C التصميم به 3 مستقيمات تناظر فقط.
D التصميم به 4 مستقيمات تناظر فقط.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية

6. نعم؛ 4، $90°$

محور التماثل

455

٩:١٢ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

26. ابتكر فنان فسيفساء، برسم مستقيمات التناظر في مربع ثم استخدمها في رسم التصميم. ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأحد الأشكال الثمانية الأضلاع المحددة في التصميم؟ 1080°

هندسة الإحداثيات حدد ما إذا كان الشكل الموضح بالرؤوس له تناظر محوري و/أو دوراني.

27. A(−4, 0) B(0, 4) C(4, 0) D(0, −4) محوري ودوراني

28. R(−3, 3) S(−3, −3) T(3, 3) محوري

الجبر مثّل الدالة بيانيًا وحدد ما إذا كان التمثيل البياني له تناظر محوري و/أو دوراني أم لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر ترتيب التناظر ومقداره واكتب معادلات لأي مستقيمات تناظر. 29-31. انظر الهامش.

29. $y = x$

30. $y = x^2 + 1$

31. $y = -x^3$

32. يصمم إسماعيل شعارًا لناديه. أي عبارة تصف التناظر في التصميم؟ A

A التصميم به مستقيم تناظر واحد فقط.
B التصميم به مستقيما تناظر فقط.
C التصميم به 3 مستقيمات تناظر فقط.
D التصميم به 4 مستقيمات تناظر فقط.

علم البلورات حدد هل البلورات التالية لها تناظر في *المستوى الإحداثي* و/أو تناظر محوري أم لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فاذكر مقدار التناظر.

33. المستوى الإحداثي والمحور؛ 90

34. المستوى الإحداثي والمحور؛ 180

35. المستوى الإحداثي والمحور؛ 180

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

36. **انقد** يقول أسامة أن الشكل A له تناظر محوري فقط. ويقول أيمن أن الشكل A له تناظر دوراني فقط. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك. انظر الهامش.

الشكل A

37. **التحدي** شكل رباعي له بالتحديد مستقيما تناظر. $y = x - 1$ و $y = -x + 2$. أوجد الرؤوس المحتملة للشكل. مثل الشكل ومستقيمات التناظر بيانيًا.

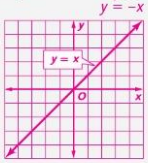
الإجابة النموذجية: (1, −2), (4, 1), (2, 3), (−1, 0)؛ انظر الهامش للتمثيل البياني.

38. **التبرير** شكل متعدد الوجوه له تناظر محوري بترتيب 3. ولكن ليس له تناظر في المستوى. ما هو الشكل؟ اشرح. انظر الهامش.

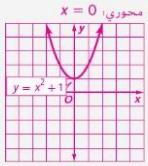
حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

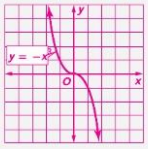
29. دوراني؛ 2، 180°؛ تناظر محوري؛ $y = -x$



30. محوري؛ $x = 0$



31. دوراني؛ 2، 180°



456 | الدرس 5-6 | التناظر

٩:١٢ م ٦٤%
://elib.moe.gov.ae

تدريب على الاختبار المعياري

39. كم عدد مستقيمات التناظر التي يمكن رسمها على صورة العلم الكندي التالي؟ **B**

A 0 C 2
B 1 D 4

40. الإجابة الشبكية ما ترتيب التناظر للشكل التالي؟ **8**

41. الجبر شركة حواسيب تشحن الحواسيب في صناديق خشبية يزن الواحد منها 45 kg عندما تكون فارغة. فإذا كان كل حاسوب لا يزن أكثر من 13 kg، أي متباينة تعطي أفضل وصف لإجمالي الوزن بالكيلو جرامات w لصندوق الحاسوب الذي يحتوي على عدد c من الحواسيب؟ **H**

F $c \le 13 + 45w$
G $c \ge 13 + 45w$
H $w \le 13c + 45$
J $w \ge 13c + 45$

42. SAT/ACT ما هو ميل المستقيم المحدد بالمعادلة الخطية $5x - 2y = 10$؟ **E**

A -5
B $-\frac{2}{5}$
C $-\frac{5}{2}$
D $\frac{2}{5}$
E $\frac{5}{2}$

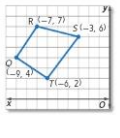
مراجعة شاملة

المثلث JKL له الرؤوس $J(1, 5)$، و $K(3, 1)$، و $L(5, 7)$. مثّل بيانيًا المثلث JKL وصورته بعد التحويل المشار إليه.
(الدرس 4-6) **43-44 انظر الهامش.**

43. الإزاحة، بطول 1 $(-7, -1)$
الانعكاس، في المحور x

44. الإزاحة، بطول 2 $(1, 2)$
الانعكاس، في المحور y

45. الشكل الرباعي $QRST$ موضح إلى اليسار. ما هي صورة النقطة R بعد الدوران حول نقطة الأصل بمقدار $180°$ عكس اتجاه عقارب الساعة؟
(الدرس 4-3) **(7, −7)**

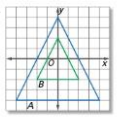


46. الإنشاءات نافذة أبعادها موضحة فيما يلي. استخدم قياسات أضلاع المثلث لتوضيح أن $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$. **انظر الهامش.**

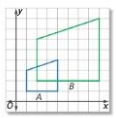
مراجعة المهارات

حدّد ما إذا كان تغيير الأبعاد من الشكل A إلى الشكل B عبارة عن تكبير أو تصغير. ثمّ أوجد معامل مقياس تغيير الأبعاد. **47-49 انظر الهامش.**

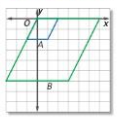
47.



48.



49.



حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

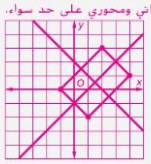
4 التقويم

حصاد الأمس اطلب من الطلاب الكتابة عن كيف أن ما تعلموه حول تحويلات التطابق قد ساعدهم في درس التناظر.

إجابات إضافية

36. لا هذا ولا ذاك؛ فالشكل A له تناظر دوراني ومحوري على حد سواء.

37.



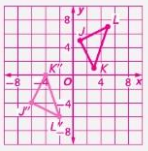
38. هرم مثلثي متساوي الأضلاع؛ الإجابة النموذجية: بما أن الشكل له تناظر على المحور بالترتيب 3، فلا بد أن تكون القاعدة مثلثًا متساوي الأضلاع. ولأن الشكل ليس به تناظر على المستوى، فأنت تعلم أنه هرم وليس منشورًا. وبالتالي، لابد أن يكون الشكل هرمًا مثلثيًا متساوي الأضلاع.

47. تصغير؛ $\frac{1}{2}$

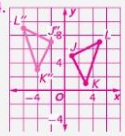
48. تكبير؛ 2

49. تكبير؛ 3

43.



44.



46.
$\sin^2\theta + \cos^2\theta$
$= \left[\frac{3\sqrt{5}}{9}\right]^2 + \left[\frac{6}{9}\right]^2$
$= \frac{5}{9} + \frac{36}{81}$
$= \frac{5}{9} + \frac{4}{9}$
$= 1$

606 / 315

٩:١٢ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

6-5 مختبر الهندسة: استكشاف الإنشاءات باستخدام جهاز عاكس

1 التركيز

الهدف استخدم جهاز عاكس للإنشاءات الهندسية.

المواد

- جهاز عاكس
- مسطرة تقويم

نصيحة للتدريس

تعمل الأجهزة العاكسة بشكل أفضل عند استخدامها في غرفة ذات إضاءة جيدة وعلى سطح مستوٍ. ويمكن للطلاب استخدام حرف الجهاز العاكس كمسطرة تقويم.

الأسلوب البديل

يمكن أيضًا استكمال الإنشاءات المعروضة في هذا المختبر باستخدام أساليب المسطرة العادية والفرجار.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الصف إلى مجموعات ثنائية. واعمل مع طلاب الصف على إتمام النشاط 1 والنشاط 2. ثم اطلب منهم التعاون مع زملائهم لإكمال النشاطين 3 و 4.

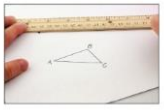
تدريب كلّف الطلاب بإتمام التدريب 1.

الجهاز العاكس هو عبارة عن أداة مصنوعة من البلاستيك شبه الشفاف تعكس الأجسام. وأفضل درجة انعكاس لها تكون عندما توضع على سطح مستوٍ في غرفة جيدة الإضاءة. ويمكنك استخدام الأداة العاكسة لتحويل الأشكال الهندسية.

النشاط 1 انعكاس مثلث

استخدم الجهاز العاكس لعكس المثلث $\triangle ABC$ في ℓ. ضع اسمًا للانعكاس $\triangle A'B'C'$.

الخطوة 1 ارسم المثلث $\triangle ABC$ وخط الانعكاس ℓ.



الخطوة 2 باستخدام الجهاز العاكس على المستقيم ℓ، ارسم النقاط لرؤوس الانعكاس.

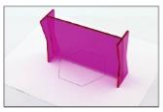
الخطوة 3 استخدم المسطرة لتوصيل النقاط لتكوين المثلث $\triangle A'B'C'$.

استخدمنا الفرجار والمسطرة المستقيمة والخيط والمطويات الورقية لعمل الإنشاءات الهندسية. ويمكنك أيضًا استخدام الأداة العاكسة في تلك الإنشاءات.

النشاط 2 إنشاء محاور التناظر

استخدم الأداة العاكسة لإنشاء محاور التناظر لسداسي الأضلاع المنتظم.

الخطوة 1 ارسم شكل سداسي منتظم. ضع الأداة العاكسة على الشكل وحركها حتى ينطابق أحد نصفي الشكل مع انعكاس النصف الآخر. ثم ارسم محور التناظر.



الخطوة 2 كرر الخطوة رقم 1 حتى تجد جميع محاور التناظر.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

458 | التوسع 6-5 | مختبر الهندسة: استكشاف الإنشاءات باستخدام جهاز عاكس

606 / 315

٩:١٣ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التدريب 2 لتقويم قدرة كل طالب على إكمال إنشاء ما باستخدام جهاز عاكس.

من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب تلخيص كيفية استخدامهم الجهاز العاكس للإنشاءات الهندسية.

إجابات إضافية

1. عندما تلاحظ انعكاس الرأس A على B، فإنك تجد منصف $\overline{AB}$ مع كون الجهاز العاكس هو خط الانعكاس. وتعرف أن خط الانعكاس متعامد دائمًا على القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين. وحسب التعريف، يقع مركز الدائرة المحيطة عند تقاطع المنصفات الثلاثة المتعامدة للمثلث. وبالتالي، في النشاط 3 يقع مركز الدائرة المحيطة في المكان الصحيح.

2.

ضع الجهاز العاكس على X واضبطه إلى أن تتطابق $\overline{XZ}$ مع $\overline{XY}$. ارسم مستقيم التناظر. كرر الأمر مع الرأسين Y و Z. ضع نقطة على تقاطع منصفات الزاوية الثلاثة. وتكون هذه النقطة هي المركز الداخلي.

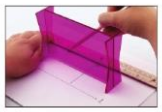
النشاط 3 إنشاء مستقيم موازٍ

استخدم الجهاز العاكس لعكس المستقيم ℓ على المستقيم m الموازي والذي يمر بالنقطة P.

الخطوة 1

ارسم المستقيم ℓ والنقطة P. ضع الجانب القصير للجهاز العاكس على المستقيم ℓ والجانب الطويل على النقطة P. ارسم مستقيمًا بحيث يكون متعامدًا على المستقيم ℓ من خلال النقطة P.

الخطوة 2



ضع الأداة العاكسة بحيث يتطابق المستقيم العمودي مع ذاته ويمر انعكاس المستقيم ℓ بالنقطة P. استخدم المسطرة لرسم المستقيم الموازي m الذي يمر بالنقطة P.

في درس الاستكشاف 1-5، أنشأنا منصفات عمودية بالمطويات الورقية. ويمكنك أيضًا استخدام الأداة العاكسة لإنشاء منصفات عمودية للمثلث.

النشاط 4 إنشاء المنصفات العمودية

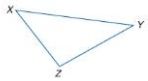
استخدم الأداة العاكسة لإيجاد مركز الدائرة المحيطة للمثلث $\triangle ABC$.

الخطوة 1 ارسم المثلث $\triangle ABC$. ضع الجهاز العاكس بين النقطة A والنقطة B واضبطها إلى أن تتطابق النقطة A مع النقطة B. ارسم محور التناظر.

الخطوة 2 كرر الخطوة 1 مع الضلعين $\overline{AC}$ و $\overline{BC}$. ثم ضع نقطة عند تقاطع المنصفات العمودية الثلاثة. وهذا هو مركز الدائرة المحيطة للمثلث.

تمثيل النماذج والتحليل 2-1. انظر الهامش.

1. كيف تعرف أن الخطوات في النشاط 4 تعطي المنصف العمودي العملي ومركز الدائرة المحيطة للمثلث $\triangle ABC$؟



2. أنشئ منصف الزاوية وأوجد مركز الدائرة الداخلية للمثلث $\triangle XYZ$. اذكر كيف استخدمت الأداة العاكسة في الرسم.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:١٣ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

6-6 مختبر تقنية التمثيل البياني عمليات تغيير الأبعاد(التمدد)

يمكنك استخدام تقنية TI-Nspire لاستكشاف خواص عمليات تغيير الأبعاد أو التمدد

النشاط 1 تغيير أبعاد المثلث

تغيير أبعاد المثلث بمعامل مقياس 1.5.

الخطوة 1 أضف صفحة **Geometry (هندسة)** جديدة. ثم من قائمة **Points & Lines (النقاط والمستقيمات)**، استخدم أداة **Point (نقطة)** لإضافة نقطة وسمّها النقطة X.

الخطوة 2 من قائمة **Shapes (الأشكال)**، حدد **Triangle (مثلث)** وحدد ثلاث نقاط. وقم بتسمية النقاط A و B و C.

الخطوة 3 من قائمة **Actions (الإجراءات)**، استخدم أداة **Text** لإضافة النص **Scale Factor (معامل المقياس)** و 1.5 بشكل منفصل في الصفحة.

الخطوة 4 من قائمة **Transformation (تحويل)**، حدد **Dilation (تغيير الأبعاد)** ثم حدد النقطة X، و $\triangle ABC$، والنص 1.5.

الخطوة 5 قم بتسمية النقاط على الصورة A' و B' و C'.

تحليل النتائج 3-1. **انظر الهامش.**

1. باستخدام أداة **Slope (الميل)** في قائمة **Measurement (القياس)**، اذكر تأثير تغيير الأبعاد على $\overline{AB}$ وبذلك، كيف ترتبط المستقيمات التي تمر بالقطع المستقيمة $\overline{AB}$ و $\overline{A'B'}$ بعضها البعض؟
2. ما تأثير تغيير الأبعاد على المستقيم الذي يقطع الضلع $\overline{CA}$؟
3. ما تأثير تغيير الأبعاد على المستقيم الذي يقطع الضلع $\overline{CB}$؟

النشاط 2 تغيير أبعاد المضلع

تغيير أبعاد المضلع بمعامل مقياس 0.5−.

الخطوة 1 أضف صفحة **Geometry (هندسة)** جديدة وارسم المضلع $ABCDX$ كما هو موضح. أضف النص *Scale Factor* لمعامل المقياس) و 0.5− في الصفحة.

الخطوة 2 من قائمة **Transformation (تحويل)**، حدد **Dilation (تغيير الأبعاد)** ثم حدد النقطة X، والمضلع $ABCDX$، والنص 0.5−.

الخطوة 3 قم بتسمية النقاط على الصورة A' و B' و C' و D'.

تمثيل النماذج والتحليل 6-4. **انظر الهامش.**

4. حلّل تأثير تغيير الأبعاد في النشاط 2 على الأضلاع التي تضم مركز تغيير الأبعاد.
5. حلّل تأثير تغيير أبعاد شبه المنحرف $ABCD$ الموضح بمعامل المقياس 0.75 ومركز تغيير الأبعاد عند النقطة A.
6. **التخمين** اذكر تأثير تغيير الأبعاد على المستقيمات التي لم يمرّ مركز تغيير الأبعاد والمستقيمات التي لا يمر به.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف استخدم تقنية التمثيل البياني لاستكشاف خواص عمليات تغيير الأبعاد(التمدد).

المواد

- تقنية حاسبة التمثيل البياني

نصيحة للتدريس

- اشرح للطلاب أن قياساتهم لن تكون متشابهة مع القياسات الموجودة على الشاشة.
- عند تغيير أبعاد الأشكال، من المهم أن تؤكد الشاشة على الاختيار قبل الضغط على المفتاح **ENTER (إدخال)**.
- إذا تسبب التحويل في تحريك الشكل بعيدًا عن الشاشة، فحرّك المؤشر إلى مكان فارغ على الشاشة واضغط مع الاستمرار على منتصف لوحة اللمس حتى تنغلق اليد. اسحب حتى يظهر الشكل مجددًا على الشاشة.
- لاستخدام أداة **Slope (الميل)** على قائمة **Measurement (القياس)**، سيحتاج الطلاب إلى وضع قطعة مستقيمة أعلى ضلع المثلث.

الأسلوب البديل

يمكن أيضًا إكمال الأنشطة المقدمة في هذا الدرس باستخدام برنامج Geometer's Sketchpad أو تطبيق Cabri Jr. على حاسبة تمثيل بياني من نوع TI-84.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الصف الدراسي إلى مجموعات ثنائية. واعمل مع الصف الدراسي على إتمام النشاط 1. ثم اطلب منهم التعاون مع زملائهم لإكمال النشاطين 2 و 3.

تدريب اطلب من الطلاب إكمال التمارين من 7 إلى 9.

606 / 315

٩:١٣ م ٦٤%
://elib.moe.gov.ae

3 التقويم

التقويم التكويني

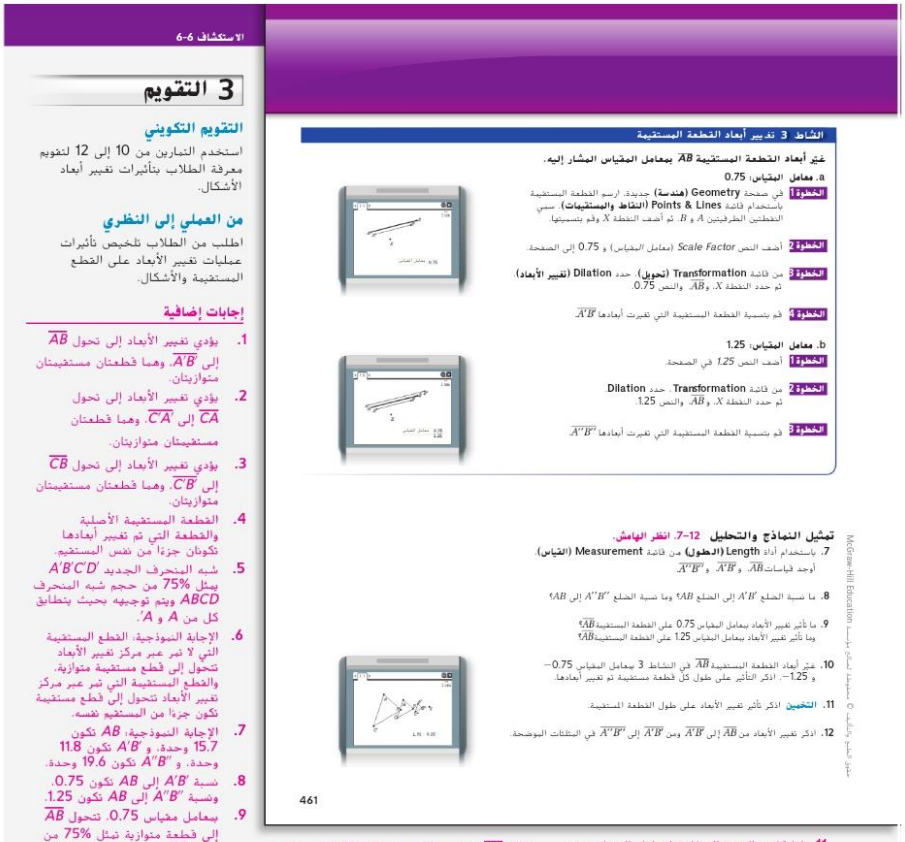
استخدم التمارين من 10 إلى 12 لتقويم معرفة الطلاب بتأثيرات تغيير أبعاد الأشكال.

من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب تلخيص تأثيرات عمليات تغيير الأبعاد على القطع المستقيمة والأشكال.

إجابات إضافية

1. يؤدي تغيير الأبعاد إلى تحول $\overline{AB}$ إلى $\overline{A'B'}$، وهما قطعتان مستقيمتان متوازيتان.
2. يؤدي تغيير الأبعاد إلى تحول $\overline{CA}$ إلى $\overline{C'A'}$، وهما قطعتان مستقيمتان متوازيتان.
3. يؤدي تغيير الأبعاد إلى تحول $\overline{CB}$ إلى $\overline{C'B'}$، وهما قطعتان مستقيمتان متوازيتان.
4. القطعة المستقيمة الأصلية والقطعة التي تم تغيير أبعادها تكونان جزءًا من نفس المستقيم.
5. شبه المنحرف الجديد $A'B'C'D'$ يمثل 75% من حجم شبه المنحرف $ABCD$ ويتم توجيهه بحيث يتطابق كل من A و A'.
6. الإجابة النموذجية: القطع المستقيمة التي لا تمر عبر مركز تغيير الأبعاد تتحول إلى قطع مستقيمة متوازية. والقطع المستقيمة التي تمر عبر مركز تغيير الأبعاد تتحول إلى قطع مستقيمة تكون جزءًا من المستقيم نفسه.
7. الإجابة النموذجية، AB تكون 15.7 وحدة، و $A'B'$ تكون 11.8 وحدة، و $A''B''$ تكون 19.6 وحدة.
8. نسبة $A'B'$ إلى AB تكون 0.75، ونسبة $A''B''$ إلى AB تكون 1.25.
9. بمعامل مقياس 0.75، تتحول $\overline{AB}$ إلى قطعة متوازية تمثل 75% من طول $\overline{AB}$. وبمعامل مقياس 1.25، تتحول $\overline{AB}$ إلى قطعة مستقيمة متوازية تمثل 125% من طول $\overline{AB}$.
10. بمعامل مقياس 0.75−، تتحول $\overline{AB}$ إلى قطعة مستقيمة متوازية تمثل 75% من طول $\overline{AB}$ وتكون منعكسة على مركز تغيير الأبعاد. وبمعامل مقياس 1.25، تتحول $\overline{AB}$ إلى قطعة مستقيمة متوازية تمثل 125% من طول $\overline{AB}$ وتكون منعكسة على مركز تغيير الأبعاد.



النشاط 3 تغيير أبعاد القطعة المستقيمة

غيّر أبعاد القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ بمعامل المقياس المشار إليه.

a. معامل المقياس: 0.75

الخطوة 1 في صفحة **Geometry (هندسة)** جديدة، ارسم القطعة المستقيمة باستخدام قائمة **Points & Lines (النقاط والمستقيمات)** سمي النقطتين الطرفيتين A و B. ثم أضف النقطة X وقم بتسميتها.

الخطوة 2 أضف النص *Scale Factor* (*معامل المقياس*) و 0.75 إلى الصفحة.

الخطوة 3 من قائمة **Transformation (تحويل)**، حدد **Dilation (تغيير الأبعاد)** ثم حدد النقطة X، و $\overline{AB}$، والنص 0.75.

الخطوة 4 قم بتسمية القطعة المستقيمة التي تغيرت أبعادها $\overline{A'B'}$.

b. معامل المقياس: 1.25

الخطوة 1 أضف النص *1.25* في الصفحة.

الخطوة 2 من قائمة **Transformation**، حدد **Dilation** ثم حدد النقطة X، و $\overline{AB}$، والنص 1.25.

الخطوة 3 قم بتسمية القطعة المستقيمة التي تغيرت أبعادها $\overline{A''B''}$.

تمثيل النماذج والتحليل 12-7. **انظر الهامش.**

7. باستخدام أداة **Length (الطول)** من قائمة **Measurement (القياس)**، أوجد قياسات $\overline{AB}$، و $\overline{A'B'}$، و $\overline{A''B''}$.

8. ما نسبة الضلع $A'B'$ إلى الضلع AB؟ وما نسبة الضلع $A''B''$ إلى AB؟

9. ما تأثير تغيير الأبعاد بمعامل المقياس 0.75 على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$؟ وما تأثير تغيير الأبعاد بمعامل المقياس 1.25 على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$؟

10. غيّر أبعاد القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ في النشاط 3 بمعامل المقياس 0.75− و 1.25−. اذكر التأثير على طول كل قطعة مستقيمة تم تغيير أبعادها.

11. **التخمين** اذكر تأثير تغيير الأبعاد على طول القطعة المستقيمة.

12. اذكر تغيير الأبعاد من $\overline{AB}$ إلى $\overline{A'B'}$ ومن $\overline{A'B'}$ إلى $\overline{A''B''}$ في المثلثات الموضحة.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

11. إذا كانت القيمة المطلقة لمعامل المقياس بين 0 و 1، فإن القطعة المستقيمة تتحول إلى قطعة متوازية أقصر في الطول. وإذا كانت القيمة المطلقة لمعامل المقياس أكبر من 1، فإن القطعة المستقيمة تتحول إلى قطعة متوازية تكون أكثر طولاً.

12. $\overline{AB}$ تم تغيير أبعادها بمقدار 1.75 لتتحول إلى $\overline{A'B'}$، ثم يتم تغيير أبعاد $\overline{A'B'}$ بمقدار 0.25 لتتحول إلى $\overline{A''B''}$.

٩:١٣ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

6-6 عمليات تغيير الأبعاد(التمدد)

السابق	الحالي	لماذا؟
• تم تعريف تغيير الأبعاد(التمدد) والتحقق منها في صورة تحويلات التشابه.	1 رسم عمليات تغيير الأبعاد(التمدد). 2 رسم عمليات تغيير الأبعاد(التمدد) في المستوى الإحداثي.	• لا يزال بعض المصورين الفوتوغرافيين يستخدمون الكاميرات التقليدية والأفلام لإنشاء صور سلبية. ومن تلك الصور السلبية، يستطيع المصورون الفوتوغرافيون عمل صور ذات أبعاد معينة.

1 رسم عمليات تغيير الأبعاد(التمدد)

تغيير الأبعاد(التمدد) أو المقياس عبارة عن تحوّل تشابه يُكبّر أو يصغّر من الشكل نسبيًا فيما يتعلق بنقطة المركز ومعامل المقياس.

ممارسات في الرياضيات

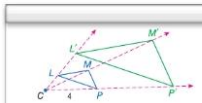
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

المفهوم الأساسي تغيير الأبعاد(التمدد) (التمدّد)

عملية تغيير الأبعاد(التمدد) ذات المركز C ومعامل المقياس الموجب k، $k \neq 1$، عبارة عن دالة تحدد نسبة النقطة P في الشكل إلى الصورة بحيث

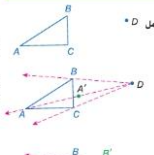
- إذا كانت النقطة P والنقطة C متطابقتين، فإن الصورة والصورة الأصلية يتكونان من النقطة ذاتها، أو
- إذا لم تكن النقطة P هي مركز عملية تغيير الأبعاد(التمدد)، فإن النقطة P' تقع على $\overrightarrow{CP}$ أو $CP' = k(CP)$.



$\Delta L'M'P'$ عبارة عن صورة المثلث ΔLMP بناء على عملية تغيير أبعاد مركزها C ومعامل المقياس 2.5

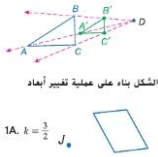
مثال 1 رسم عملية تغيير الأبعاد(التمدد)

انسخ المثلث $\triangle ABC$ والنقطة D. ثم استخدم مسطرة لرسم صورة المثلث $\triangle ABC$ بناء على عملية تغيير أبعاد مركزها D ومعامل المقياس $\frac{1}{2}$.



الخطوة 1 ارسم أشعة من النقطة D بحيث تمر بكل رأس.

الخطوة 2 حدد موقع النقطة A' على $\overrightarrow{DA}$ بحيث $DA' = \frac{1}{2}DA$.



الخطوة 3 حدد موقع النقطة B' على $\overrightarrow{DB}$ والنقطة C' على $\overrightarrow{DC}$ بالطريقة ذاتها، ثم ارسم المثلث $\triangle A'B'C'$.

تمرين موجّه 1A، 1B. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6 .**

انسخ الشكل وحدد النقطة J. ثم استخدم مسطرة لرسم صورة الشكل بناء على عملية تغيير أبعاد مركزها J ومعامل المقياس المحدّد هو k المُشار إليه.

1A. $k = \frac{1}{2}$

1B. $k = 0.75$

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-6 تحديد عمليات تغيير الأبعاد(التمدد) وإثبات أنها تحويلات تشابه.

الدرس 6-6 رسم عمليات تغيير الأبعاد(التمدد).

بعد الدرس 6-6 استخدام تحويلات التطابق لوضع تخمينات وبرهنة خواص الأشكال الهندسية بما فيها الأشكال الموجودة على مستوى إحداثي.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- إذا قمت بتكبير الصورة الموضحة بأكملها، فهل ستمتلئ المساحة الفارغة أعلى الصورة؟ لا، لأن الصورة بأكملها يتم تكبيرها بنفس القدر.
- ما العلاقة بين الصورة الأصلية والصورة المُكبّرة؟ إنهما متشابهتان.
- كيف يمكنك إثبات أن شكلاً تم تغيير أبعاده متشابه؟ عن طريق إثبات أن الزوايا المتناظرة متطابقة وقياسات الأضلاع المتناظرة متناسبة.

606 / 315

٩:١٤ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

تعلّمت أيضا أنه إذا كانت $k > 1$، فإن عملية تغيير الأبعاد(التمدد) عبارة عن تكبير. وإذا كان $0 < k < 1$، فإن عملية تغيير الأبعاد(التمدد) عبارة عن تصغير. بما أن $\frac{1}{2}$ يقع بين 0 و 1، فإن عملية تغيير الأبعاد(التمدد) في المثال 1 عبارة عن تصغير.

تغيير الأبعاد(التمدد) باستخدام معامل المقياس 1 يُطلق عليه تغيير الأبعاد(التمدد) متساوي القياس. فهو ينتج صورة تتطابق مع الصورة الأصلية. وبالتالي يكون الشكلان متطابقين.

مثال 2 من الحياة اليومية **إيجاد معامل القياس لعملية تغيير الأبعاد(التمدد)**

التصوير الفوتوغرافي **لإنشاء صور مختلفة الأحجام.**
يمكنك تعديل المسافة بين صوة الفيلم السالبة والصورة المكبّرة باستخدام أداة التكبير للفوتوغرافي. افترض أن المسافة بين مصدر الضوء C والصورة السالبة تساوي CP 45 mm). فإلى أي مسافة PP' ينبغي ضبط أداة التكبير لإنشاء صورة بعرض $X'Y'$ 22. 75 cm من الصورة السلبية التي عرضها XY 35 mm؟

الفهم تتضمن هذه المسألة عملية تغيير أبعاد. ومركز تغيير الأبعاد(التمدد) هو النقطة C. $XY = 35\ mm$، أو $X'Y' = 22.75\ cm$، أو $227.5\ mm$، و $CP = 45\ mm$، والمطلوب إيجاد PP'.

الخطة أوجد معامل القياس لتغيير الأبعاد(التمدد) من الصورة الأصلية XY إلى الصورة $X'Y'$. استخدم معامل المقياس لإيجاد CP' ثم استخدم CP و CP' لإيجاد PP'.

الحل معامل المقياس k للتكبير هو نسبة الطول في الصورة إلى الطول الموجود في الصورة الأصلية.

$$k = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الصورة الأصلية}} \quad \text{معامل قياس الصورة}$$

$$= \frac{X'Y'}{XY} \quad X'Y' = \text{الصورة}،\ XY = \text{الصورة الأصلية}$$

$$= \frac{227.5}{35} \text{ أو } 6.5 \quad \text{اقسم.}$$

استخدم معامل القياس 6.5 لإيجاد CP'.

$$CP' = k(CP) \quad \text{(تعريف تغيير الأبعاد(التمدد)}$$

$$= 6.5(45) \quad k = 6.5 \text{ و } CP = 45$$

$$= 292.5 \quad \text{اضرب.}$$

استخدم CP' و CP لإيجاد PP'.

$$CP + PP' = CP' \quad \text{إضافة قطعة مستقيمة}$$

$$45 + PP' = 292.5 \quad CP = 45 \text{ و } CP' = 292.5$$

$$PP' = 247.5 \quad \text{اطرح 45 من كل طرف.}$$

إذا ينبغي ضبط أداة التكبير بحيث تكون المسافة من الصورة السلبية إلى الصورة المكبرة PP' 247.5 mm أو 24.75 cm.

تحقق بما أن تغيير الأبعاد(التمدد) عبارة عن تكبير، فإن معامل القياس ينبغي أن يكون أكبر من 1. وبما أن $6.5 < 1$، فإن معامل القياس الموجود منطقي. ✓

نصيحة في حل المسائل
الصغيرة
لتحب الوقوع في أخطاء السهو في حساباتك. قدّر إجابة المسألة قبل حلها في الخال 2. يمكنك تقدير معامل مقياس تغيير الأبعاد(التمدد) ليصبح حوالي $\frac{240}{60}$ أو 6. ثم CP' ستكون الإجابة حوالي $50 \cdot 6$ أو 300 و PP' حوالي $300 - 50$ أو 250 سنتيمترا. وهذا يساوي $25cm$. والقياس 24.75 cm قريب من هذا التقدير. إذا فالإجابة منطقية.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL AL

المتعلمون بالطريقة السمعية/الموسيقية يمكن للطلاب ربط عمليات تغيير الأبعاد(التمدد) بالموسيقى من خلال مدى صخب أو خفوت الصوت. ويتم تكبير صوت آلة الهارمونيكا الموسيقية أو تغيير أبعاده من خلال معامل قياس r أكبر من 1 عند استخدام قوة أكبر لإنشاء نوتة موسيقية. ويكون الصوت أكثر خفوتًا عندما يتم إنتاج نفس النوتة بنصف القوة. ويمكنهم أيضًا الربط بين سحب النفس من الهارمونيكا بمعامل قياس سالب ونفخه في الهارمونيكا بمعامل قياس موجب.

1 رسم عمليات تغيير الأبعاد(التمدد)

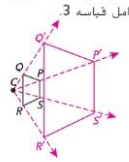
المثال 1 يوضح كيفية رسم تغيير أبعاد/ تمدد. **والمثال 2** يوضح كيفية إيجاد معامل المقياس الخاص بتغيير أبعاد/ تمدد.

التقويم التكويني

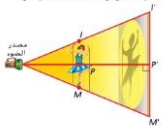
استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 انسخ شبه المنحرف $PQRS$ والنقطة C. ثم استخدم مسطرة لرسم صورة شبه المنحرف $PQRS$ بعد تغيير أبعاد/ تمدد مركزه C ومعامل قياسه 3.



2 **الدمى** لإنشاء صورة خادعة وكأنها "بحجم حقيقي"، يستخدم صناع الدمى أحيانًا مصدر ضوء لعرض صورة مكبرة لدمية بحيث يتم توجيهها وعرضها على شاشة أو جدار. افترض أن المسافة بين مصدر الضوء L والدمية 60 سنتيمترا (LP). فما المسافة PP' التي يتعين عليك وضع الدمية عندها بعيدًا عن الشاشة لإنشاء ظل بطول 124 سنتيمترا $(I'M')$ من دمية طولها 22.5 سنتيمترا؟

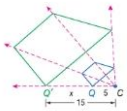


2.70 متر أو 270 سنتيمترا

٩:١٤ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

تمرين موجّه

2. حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد(التمدد) من الشكل Q إلى Q' عبارة عن تكبير أم تصغير. ثم أوجد معامل القياس x. **تكبير؛ 3: 10**



2 عمليات تغيير الأبعاد في المستوى الإحداثي

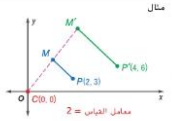
يمكن استخدام القواعد التالية لإيجاد صورة شكل بعد تمركز عملية تغيير الأبعاد(التمدد) على نقطة الأصل.

المفهوم الأساسي عمليات تغيير الأبعاد(التمدد) في المستوى الإحداثي

الشرح: لإيجاد إحداثيات صورة بعد تغيير الأبعاد(التمدد) المتمركز في نقطة الأصل، اضرب الإحداثيين x و y لكل نقطة من الصورة الأصلية في معامل القياس لتغيير الأبعاد(التمدد) k.

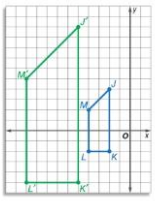
الرموز: $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

مثال



مثال 3 تغيير الأبعاد(التمدد) في المستوى الإحداثي

الشكل الرباعي $JKLM$ له الرؤوس $J(4, 2)$، و $K(-2, -2)$، و $L(-4, -2)$، و $M(-4, 2)$. مثّل صورة الشكل $JKLM$ بيانيًا بعد تغيير الأبعاد(التمدد) المتمركزة في نقطة الأصل باستخدام معامل القياس 2.5.



اضرب الإحداثيين x و y لكل رأس في معامل القياس 2.5.

$(x, y) \rightarrow (2.5x, 2.5y)$

$J(-2, 4) \rightarrow J'(-5, 10)$

$K(-2, -2) \rightarrow K'(-5, -5)$

$L(-4, -2) \rightarrow L'(-10, -5)$

$M(-4, 2) \rightarrow M'(-10, 5)$

مثّل الشكل $JKLM$ وصورته بيانيًا $J'K'L'M'$.

تمرين موجّه

أوجد صورة كل مضلع له الرؤوس المعطاة بيانيًا بعد تغيير للأبعاد مركزه نقطة الأصل ووفق معامل المقياس المعطى. 3A، 3B. انظر الهامش.

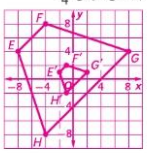
3A. $Q(0, 6)$، $R(-6, -3)$، $S(6, -3)$؛ $k = \frac{1}{3}$

3B. $A(2, 1)$، $B(0, 3)$، $C(-1, 2)$، $D(0, 1)$؛ $k = 2$

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

3 شبه المنحرف $EFGH$ له الرؤوس $E(-8, 4)$ و $F(-4, 8)$ و $G(8, 4)$ و $H(-4, -8)$. مثّل صورة $EFGH$ بيانيًا بعد عملية تغيير أبعاد/تمدد عند نقطة الأصل بمعامل قياس $\frac{1}{4}$.



انتبه!

مركز تغيير الأبعاد(التمدد)

راقب الطلاب الذين يبدؤون عملية تغيير الأبعاد على نقطة بالشكل وقم بالقياس فيما وراء مركز تغيير الأبعاد / التمدد. أكّد على ضرورة قياس معامل القياس بدءًا من مركز تغيير الأبعاد / التمدد.

التركيز على محتوى الرياضيات

الاتجاه وضح للطلاب أن تغيير الأبعاد(التمدد) يحافظ على قياس الزاوية والاتجاه. ولكن لا يحافظ على الحجم.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية اعرض مستوى إحداثيًا وارسم شكلاً على اللوحة. أخبر الطلاب بمعامل قياس عملية تغيير أبعاد واطلب منهم تسمية رؤوس الشكل الذي تم تغيير أبعاده. حدد موقع هذه النقاط وارسم صورة الشكل.

التدريس المتمايز BL OL

التوسع اطلب من الطلاب إدراج خطوات إنشاء عملية تغيير الأبعاد / التمدد. وعلى الطلاب إدراج أمثلة توضح هذه الخطوات إلى جانب تضمين خواص تغيير الأبعاد / التمدد. **اقبل جميع الإجابات المعقولة.**

606 / 315

٩:١٤ م ٦٤% ://elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

مثال 1 انسخ الشكل إضافةً إلى النقطة M. ثم استخدم مسطرةً لرسم صورة الشكل بناء على عملية تغيير أبعاد مركزها النقطة M ومعامل القياس المحدّد k. 2–1 انظر الهامش.

1. $k = \frac{1}{4}$

2. $k = 2$

مثال 2 3 حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد(التمدد) من الشكل B إلى B' عبارة عن تكبير أو تصغير. ثم أوجد معامل القياس وقيمة x. تكبير؛ $2\frac{4}{3}$

4. **الأحياء** تحت المجهر، كان دقيق أحادي الخلية يطول 200 ميكرون يبدو بطول 50 mm. فإذا كان 1 mm = 1000 ميكرون، هو ضبط التكبير (معامل القياس) المستخدم؟ اشرح إجابتك.

250×؛ طول الكائن الدقيق بالميليمترات يساوي 1000 ÷ 200 أو 0.2 mm. معامل القياس لتغيير الأبعاد(التمدد) يساوي $\frac{0.2}{50}$ أو 250.

مثال 3 مثّل صورة كل مضلع له الرؤوس المعطاة بيانيًا بعد تغيير الأبعاد(التمدد) التي مركزها نقطة الأصل ووفق معامل المقياس المعطى.

5–8. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

5. $W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0); k = 1.5$
6. $Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4); k = \frac{1}{2}$
7. $A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2); k = 2$
8. $J(-2, 0), K(2, 4), L(8, 0), M(2, -4); k = \frac{3}{4}$

التدريب وحل المسائل

9. المثلث $\triangle ADE$ عبارة عن تغيير أبعاد للمثلث $\triangle ABC$ في المستوى. اكتب عبارة يمكن استخدامها للتأكد أن $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$. منحنى $\overline{DE}$ = منحنى $\overline{BC}$.

10. فكّر في الرسم التخطيطي التالي. 31.6 cm

ثم تغيير أبعاد المثلث بحيث يصبح محيط المثلث الجديد 82.4 cm. فما هو طول الضلع المفقود في المثلث الجديد؟

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

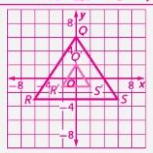
التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 8 للتحقق من استيعاب الطلاب.

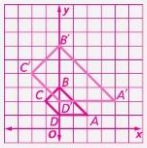
ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية (تمرين موجه)

3A.



3B.



إجابات إضافية

1.

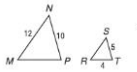
2.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

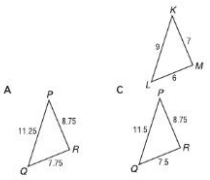
المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	9–26, 38–41	فردي 9–25	38–41 ,زوجي 10–26
OL أساسي	9–27, 28, 29–35 فردي 36, 38–41	9–26	27–36, 38–41
BL متقدم	27–41		

٩:١٤ م ٦٣% ://elib.moe.gov.ae

11. في الشكل التالي، المثلث MNP مشابه للمثلث RST.
أي معامل قياس استخدم لتحويل المثلث $\triangle MNP$ إلى $\triangle RST$؟
$\frac{1}{3}$



12. المثلث $\triangle KLM$ موضح أدناه.
أي مما يلي يوضح المثلث $\triangle KLM$ الذي تغيرت أبعاده باستخدام معامل المقياس $\frac{5}{4}$ لإنشاء المثلث المشابه $\triangle PQR$؟ D



A

C

B

D

13. المستطيل $PQRS$ موضح فيما يلي. إذا تغيرت أبعاد المستطيل بمعامل المقياس 2، ومع جعل نقطة الأصل هي مركز تغيير الأبعاد(التمدد)، أوجد الإحداثيات الجديدة للنقطة R'. (12,10)

14. $\triangle RST$ موضح فيما يلي. فإذا تغيرت أبعاده باستخدام معامل المقياس 2 وكانت نقطة الأصل هي مركز تغيير الأبعاد(التمدد)، فما هي إحداثيات النقطة 'S؟ (16,−16)

15. يحرك بدر شخصية كرتونية في المستوى الإحداثي. باستخدام تغيير الأبعاد(التمدد) بمعامل مقياس 2، فإذا كانت $A(1, 3)$، و $B(3, 4)$، و $C(2, -3)$ عبارة عن ثلاث نقاط على صورة السمكة المنتفخة قبل أن ينفخها، فما هي إحداثيات النقاط ذات الصلة D، و E، و F على صورة السمكة المنتفخة؟
(2, 6), (6, 8), (4, −6)

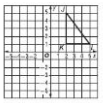
16. أي نوع من التحويل يحتفظ بالاتجاهات ولا يحتفظ بالحجم؟
تغيير الأبعاد(التمدد) باستخدام معامل قياس 2

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

466 | الدرس 6-6 | عمليات تغيير الأبعاد(التمدد)

٩:١٤ م ٦٣% ://elib.moe.gov.ae

17. المثلث قائم الزاوية JKL تغيرت أبعاده ليكوّن صورة المثلث $\triangle J'K'L'$. فإذا كان محيط المثلث $\triangle JKL$ يساوي $36\ cm$. فما هي مساحة الصورة؟
54 cm^2



18. المثلث ABC الذي رؤوسه $A(0, 0)$ و $B(0, 4)$ و $C(3, 0)$ عبارة عن مثلث تغيرت أبعاده من المثلث ADE
فما هو طول $\overline{DE}$ إذا كان للنقطة D الإحداثيات $(0, 5)$؟ **7.5**

19. المربع $JKLM$ له الرؤوس $J(3, 0)$، و $K(2, 1)$، و $L(3, 0)$، $M(2, -1)$. فإذا كان الشكل تغيرت أبعاده وكان المركز هو نقطة الأصل وكان معامل القياس $\sqrt{2}$. فما هو طول كل ضلع في المربع الذي تغيرت أبعاده؟ **وحدتان**

20. شبه المنحرف متساوي الساقين $LMNO$ له الرؤوس $L(-4, -3)$، و $M(-4, 0)$، و $N(-2, 1)$، و $O(-2, -4)$. فإذا تغيرت أبعاد الشكل وكان المركز هو نقطة الأصل وكان معامل القياس 1.5. فما هو طول $\overline{L'M'}$ في شبه المنحرف متساوي الساقين الجديد؟ **4.5**

21. علم ولاية كاليفورنيا موضع على الشبكة أدناه. افترض أن العلم تم تكبيره بحيث أصبحت رؤوس العلم الجديد $(0, 0)$، و $(0, 6)$، و $(9, 6)$، و $(9, 0)$. فما هي نسبة محيط العلم الأصلي إلى العلم الذي تم تكبيره؟ $\frac{2}{3}$

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

467

م ٩:١٤ %٦٣

://elib.moe.gov.ae

22. بعد تغيير الأبعاد(التمدد)، المثلث $\triangle XYZ$ عبارة عن صورة للمثلث $\triangle ABC$ و $XY = \frac{5}{8}AB$. فما هو معامل القياس؟
0.625

23. أي مما يلي يمثل إحداثيات صورة $A(4, -12)$ بعد عملية تغيير الأبعاد(التمدد) بمركز مركزها في نقطة الأصل ومعامل القياس يساوي 0.25؟ **A(1,−3)**

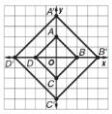
24. باستخدام أي معامل قياس r ستكون النقطة $Q(-20, 8)$ صورة من $P(-5, 2)$؟ **$r = 4$**

25. بعد تغيير الأبعاد(التمدد)، صورة المربع $ABCD$ هي المربع $AXYZ$. أي نقطة مما يلي هي مركز تغيير الأبعاد(التمدد)؟
النقطة A

26. النقطتان الطرفيتان في $\overline{AB}$ هما $A(3, -7)$ و $B(7, -12)$. صورة $\overline{AB}$ بعد عملية تغيير الأبعاد(التمدد) التي يقع مركزها في نقطة الأصل هي $\overline{A'B'}$. إحداثيات النقطة A' هي $(9, -21)$. فما هي إحداثيات النقطة B'؟ **B(21,−36)** $\frac{1}{2}$

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

27. انظر إلى الأشكال على الشبكة على اليمين.



A صف عملية التحويل في الشكل الرباعي $ABCD$ التي أنتجت الشكل الرباعي $A'B'C'D'$.
تغيير الأبعاد(التمدد)؛ تم تكبير الحجم باستخدام معامل القياس 2.

B صف نتيجة دوران الشكل الرباعي $ABCD$ $90°$ حول نقطة الأصل في اتجاه عقارب الساعة.
الشكل الذي تم دورانه يبدو مثل رباعي الأضلاع ABCD.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

468 | الدرس 6-6 | عمليات تغيير الأبعاد(التمدد)

606 / 315

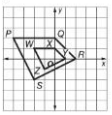
٩:١٤ م ٦٣% ://elib.moe.gov.ae

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب
على الطلاب قياس أي شيء في الغرفة وتطبيق عملية تغيير أبعاد لتصغير هذا الشيء وعمل نموذج باستخدام لوحة ملصقات و/أو ورق مقوى. اطلب من الطلاب تسليم نماذجهم قبل مغادرة حجرة الصف.

تدريب على الاختبار المعياري

28. الإجابة الموسعة الشكل الرباعي *PORS* عبارة عن نسخة متغيرة الأبعاد(التمدد) من الشكل الرباعي *WXYZ*.



a. هل تغيير الأبعاد(التمدد) من *PORS* إلى *WXYZ* عبارة عن تكبير أم تصغير؟ تصغير

b. أي عدد يعطي أفضل تمثيل لمعامل قياس تغيير الأبعاد(التمدد)؟

29. الجو كم جرامًا من الماء النقي يجب أن يضيفه الصيدلي إلى 50 g من المحلول الملحي بتركيز 15% لعمل محلول يكون تركيز الملح فيه 10%؟ A

A 25 C 15
B 20 D 50

30. تهد بثينة وضع لوحة في المتحف الفني. يبلغ عرض اللوحة 0.90 m وطولها 1.80 m. وتقرر استخدام معامل تصغير في تغيير الأبعاد(التمدد) بقيمة 0.25. فما حجم الورق الذي ينبغي أن تستخدمه؟ J

F 10 cm × 20 cm H 20 cm × 40 cm
G 15 cm × 30 cm J 25 cm × 50 cm

31. SAT/ACT لجميع قيم x، $(x - 7)^2 =$ ؟ D

A $x^2 - 49$ D $x^2 - 14x + 49$
B $x^2 + 49$ E $x^2 + 14x - 49$
C $x^2 - 14x - 49$

مراجعة شاملة

اذكر هل الشكل يبدو أن به تناظرًا محوريًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جميع مستقيمات التناظر واذكر عددها. (الدرس 5-6)

32. لا

33. نعم؛ 1

34. نعم؛ 6

صف التحويلات المجموعة لرسم كل شكل. (الدرس 4-6)

35. الإزاحة بطول $\langle -1, 8 \rangle$ والانعكاس في محور y

36. الدوران بمقدار 90° حول نقطة الأصل والإزاحة بطول $\langle 9, 1 \rangle$

37. **الطوابير** يوزع عدد الطوابير في مدرسة الشارقة الثانوية كل عام توزيعًا طبيعيًا باستخدام المتوسط 12.4 والانحراف المعياري 1.6.

a. ما احتمال الزيادة بمقدار 10 طوابير في عام معين؟ 93.3%

b. إذا كانت المدرسة مؤسسة منذ 30 عامًا، فمتى كم عام كانت تتراوح أعداد الطوابير ما بين 11 إلى 13 طابورًا؟ حوالي 14 عامًا

مراجعة المهارات

أوجد قيمة x إلى أقرب جزء من عشرة.

38. $58.9 = 2x$ 29.5
39. $\frac{108.6}{\pi} = x$ 34.6
40. $228.4 = \pi x$ 72.7
41. $\frac{336.4}{x} = \pi$ 107.1

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:١٤ م ٦٣% ://elib.moe.gov.ae

التقويم التكويني

المفردات الأساسية تشير الصفحات المرجعية المذكورة بعد كل كلمة إلى الموضع الذي ورد فيه ذلك المصطلح لأول مرة. فإذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن الأسئلة 10-1، فذكّرهم باستخدام هذه الصفحات المرجعية لإنعاش ذاكراتهم بشأن مصطلحات المفردات.

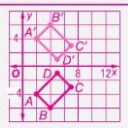
مطويات منظّم الدراسة

المطويات® دينا زايك

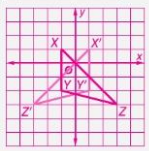
اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا بعض الأمثلة في مطوياتهم لكل درس في الوحدة. اقترح عليهم إبقاء مطوياتهم بجانبهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة، مشيرًا إلى أن هذه المطويات تعدّ بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة لاختبار الوحدة.

إجابات إضافية

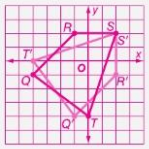
11.



12.



13.



6 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

الانعكاس (الدرس 1-6)
- الانعكاس هو تحويل يمثل عكس شكل بالنسبة لنقطة أو مستقيم أو مستوى إحداثي.

الإزاحة (الدرس 2-6)
- الإزاحة هي تحويل يحرّك كل نقاط شكل ما للمسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.
- الإزاحة تطابق كل نقطة بالنقطة المنسوخة منها بطول المتجه.

الدوران (الدرس 3-6)
- يلف الدوران كل نقطة في الشكل من خلال الزاوية ذاتها حول نقطة ثابتة.

تركيب التحويلات (الدرس 4-6)
- يمكن تمثيل الإزاحة في صورة تركيب من تركيب الانعكاسات في المستقيمات المتوازية ويمكن تمثيل الدوران في صورة تركيب من تركيب الانعكاس في المستقيمات المتقاطعة.

التناظر (الدرس 5-6)
- مستقيم التناظر في الشكل هو المستقيم الذي يمكن طي الشكل عنده بمناصفة بحيث ينطبق النصفان تطابقًا دقيقًا.
- تطابق على عدد مرات انعكاس الشكل على نفسه أثناء الدوران من 0° إلى 360° اسم ترتيب التناظر.
- مقدار التناظر هو أصغر زاوية يمكن دوران الشكل من خلالها بحيث ينعكس على نفسه.

تغيير الأبعاد (التمدّد) (الدرس 6-6)
- تغيير الأبعاد/التمدّد هو تكبير الأشكال أو تصغيرها نسبيًا.

مطويات منظّم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في مطويتك.

المفردات الأساسية

زاوية الدوران angle of rotation	مقدار التناظر magnitude of symmetry
التناظر المحوري axis symmetry	ترتيب التناظر order of symmetry
مركز الدوران center of rotation	التناظر في المستوى plane symmetry
تركيب التحويلات composition oftransformations	التناظر الدوراني rotational symmetry
الانعكاس الانزلاقي glide reflection	التناظر symmetry
خط الانعكاس line of reflection	متّجه الإزاحة translation vector
محور التناظر line of symmetry	
تناظر محوري line symmetry	

مراجعة المفردات

اختر أفضل مصطلح لإكمال كل جملة بالشكل الأمثل.

1. عند تطبيق تحويل على الشكل، ثم تطبيق تحويل آخر على صورته، فيها يسمى (تركيب تحويلات، ترتيب عمليات التناظر).
2. إذا لم طي الشكل يطول خط مستقيم وتطابق النصفان تطابقًا تامًا، فإن محور الطي يسمى (محور الانعكاس، محور التناظر).
3. (تغيير الأبعاد/التمدّد، الانعكاس الانزلاقي) يكبّر الشكل أو يصغّره نسبيًا.
4. يطابق على عدد مرات انعكاس الشكل على نفسه أثناء الدوران من 0° إلى 360° اسم (مقدار التناظر، ترتيب التناظر).
5. A (خط الانعكاس، منحنى الإزاحة) هو المسافة دائمًا من كل نقطة في الشكل إلى ما يطابقها في الصورة.
6. يكون للشكل (مركز دوران، تناظر) إذا كان يمكن انعكاسه على نفسه عن طريق حركة ثابتة.
7. يتضمن الانعكاس الانزلاقي كلاً من الانعكاس و (الدوران، الإزاحة).
8. لدوران بمقدار (90°، 180°) عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل اضرب الإحداثي y في 1− ثم بدّل بين الإحداثيين الأفقي x والرأسي y.
9. (المتجه، الانعكاس) هو أحد تحويلات التطابق.
10. يكون للشكل (تناظر في المستوى، تناظر دوراني) إذا كان يمكن أن ينعكس الشكل على نفسه عن طريق الدوران بين 0° و 360° حول مركز الشكل.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

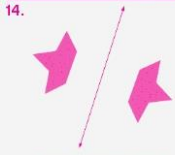
٩:١٥ م ٦٣% ://elib.moe.gov.ae

مراجعة درس بدرس

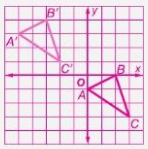
التدخل التقويمي إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض الموضوعات التي تناولها الأسئلة، فذكّر الطلاب بأن الصفحات المرجعية ترشدهم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

إجابات إضافية

14.



15.



مراجعة درس بدرس

6-1 الانعكاس

مثل بيانيًا كل شكل وصورته وفق الانعكاس المعطى. 11–14. **انظر الهامش.**

11. المستطيل $ABCD$ له الرؤوس $A(2, -4)$، و $B(4, -6)$، و $C(7, -3)$، و $D(5, -1)$ على المحور x.

12. المثلث XYZ الذي رؤوسه $X(-1, 1)$ و $Y(-1, -2)$، و $Z(3, -3)$ في المحور y.

13. الشكل الرباعي $QRST$ الذي رؤوسه $Q(-4, -1)$، و $R(-1, 2)$، و $S(2, 2)$، و $T(0, -4)$ في المستقيم $y = x$.

14. **الفن** تصنع بدوية النحت المكون من قطعتين الموضح لتحديد نصب تذكاري. في تصميمها إحدى قطع النحت عبارة عن انعكاس للقطعة الأخرى. وذلك لتوضح بجانب السهم الذي قد يوجد بطول خط الانعكاس. انسخ الأشكال وارسم خط الانعكاس.

مثال 1

مثّل بيانيًا المثلث JKL الذي رؤوسه $J(1, 4)$، و $K(2, 1)$، و $L(6, 2)$ وصورته المنعكسة على المحور x.

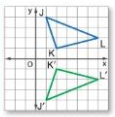
اضرب الإحداثي الرأسي y لكل رأس في -1.

$(x, y) \rightarrow (x, -y)$

$J(1, 4) \rightarrow J'(1, -4)$

$K(2, 1) \rightarrow K'(2, -1)$

$L(6, 2) \rightarrow L'(6, -2)$



مثّل بيانيًا المثلث JKL وصورته $J'K'L'$.

6-2 الإزاحة

15. مثّل بيانيًا المثلث ABC الذي رؤوسه $A(0, -1)$، و $B(2, 0)$، و $C(3, -3)$ وصورته بطول $\langle -5, 4 \rangle$. 15–17. **انظر الهامش.**

16. انسخ الشكل ومنجته الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة.

17. **الأداء** خمس قطاعين موجودون على المسرح كما هو موضح. يتحرك كل من B و F و C بطول $\langle 0, -2 \rangle$، بينما يتحرك A بطول $\langle -5, 1 \rangle$. ارسم الأوضاع النهائية.

مثال 2

مثّل بيانيًا المثلث XYZ الذي رؤوسه $X(2, 2)$، و $Y(5, 5)$، و $Z(5, 3)$ وصورته بطول $\langle -3, -5 \rangle$.

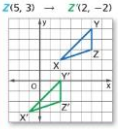
يشير المنجه إلى إزاحة لمسافة 3 وحدات يسارًا و 5 وحدات إلى الأسفل.

$(x, y) \rightarrow (x - 3, y - 5)$

$X(2, 2) \rightarrow X'(-1, -3)$

$Y(5, 5) \rightarrow Y'(2, 0)$

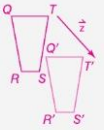
$Z(5, 3) \rightarrow Z'(2, -2)$



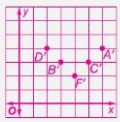
مثّل بيانيًا المثلث XYZ وصورته المثلث $X'Y'Z'$.

McGraw-Hill Education حقوق النشر © محفوظة لصالح

16.



17.



٩:١٥ م ٦٣٪
://elib.moe.gov.ae
606 / 315

6-3 الدوران

مثال 3

المثلث ABC له الرؤوس $A(-4, 0)$ و $B(-3, 4)$ و $C(-1, 1)$. مثّل بيانيًا المثلث ABC وصورته بعد الدوران $270°$ حول نقطة الأصل.

تتمثل إحدى طرق حل هذه المسألة في الجمع بين الدورات بمقدار $180°$ والدوران بمقدار $90°$. وضرب كل من الإحداثي x والإحداثي y لكل رأس في -1.

$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

$A(-4, 0) \rightarrow A'(4, 0)$

$B(-3, 4) \rightarrow B'(3, -4)$

$C(-1, 1) \rightarrow C'(1, -1)$

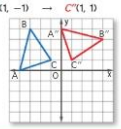
اضرب الإحداثي الرأسي y لكل رأس في -1 وبدّل.

$(-x, -y) \rightarrow (y, -x)$

$A'(4, 0) \rightarrow A''(0, 4)$

$B'(3, -4) \rightarrow B''(4, 3)$

$C'(1, -1) \rightarrow C''(1, 1)$



مثّل بيانيًا المثلث ABC وصورته $\triangle A''B''C''$.

18. انسخ شبه المنحرف $CDEF$ والنقطة P ثم استخدم النقطة والمسطرة لرسم دوران بمقدار $50°$ للشكل $CDEF$ حول النقطة P. **انظر الهامش. 18–22**

مثّل بيانيًا كل شكل وصورته بعد الدوران المحدد حول نقطة الأصل.

19. المثلث MNO الذي رؤوسه $M(-2, 2)$ و $N(0, -2)$ و $O(1, 0)$؛ $180°$

20. المثلث DGF الذي رؤوسه $D(1, 2)$ و $G(2, 3)$ و $F(1, 3)$؛ $90°$

يوضح كل شكل الصورة الأصلية ونسختها بعد الدوران حول النقطة P. انسخ كل شكل، وحدد موقع النقطة P. وأوجد زاوية الدوران.

21.

22.

6-4 تركيب التحويلات

مثال 4

النقطتان الطرفيتان للقطعة المستقيمة $\overline{RS}$ تساويان $R(4, 3)$ و $S(1, 1)$. مثّل بيانيًا القطعة المستقيمة $\overline{RS}$ وصورتها بعد الإزاحة بطول $\langle -1, -5 \rangle$ والدوران بمقدار $180°$ حول نقطة الأصل.

الخطوة 1 الإزاحة بطول $\langle -1, -5 \rangle$

$(x, y) \rightarrow (x - 5, y - 1)$

$R(4, 3) \rightarrow R'(-1, 2)$

$S(1, 1) \rightarrow S'(-4, 0)$

الخطوة 2 الدوران بزاوية $180°$ حول نقطة الأصل.

$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

$R'(-1, 2) \rightarrow R''(1, -2)$

$S'(-4, 0) \rightarrow S''(4, 0)$

مثّل بيانيًا كل شكل له الرؤوس المعطاة وصورته بعد التحويل المشار إليه. **انظر الهامش. 23–25**

23. $\overline{CD}$: $C(3, 2)$ و $D(1, 4)$؛ الانعكاس في $y = x$

الدوران بمقدار $270°$ حول نقطة الأصل.

24. $\overline{GH}$: $G(-2, -3)$ و $H(1, 1)$؛ الإزاحة بطول $\langle 4, 2 \rangle$

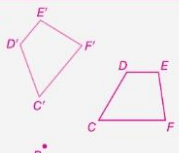
الانعكاس في المحور الأفقي x

25. **الأنماط** ينتكر جاسم نمطًا لجعله إطارًا لملصق باستخدام رسم مطبوع. اذكر تركيب التحويل الذي استخدمه لابتكار النمط التالي.

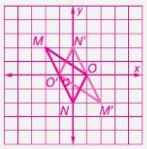
حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

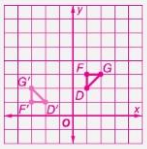
18.



19.



20.



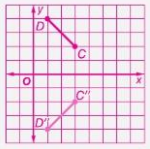
21.

90°

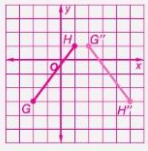
22.

130°

23.



24.

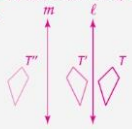


٩:١٥ م ٦٣% ://elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

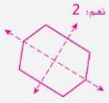
25. الإجابة النموذجية: الإزاحة يمينًا ولأسفل. إزاحة النتيجة يمينًا ولأعلى.

26.



الإزاحة يسارًا

27. نعم؛ 2

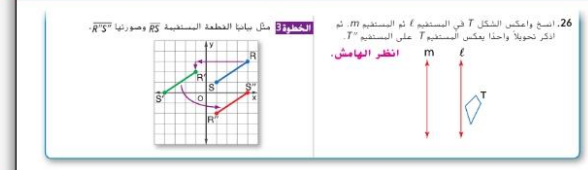


28. نعم؛ 1

29. نعم؛ 4 ،90°

26. انسخ وامكس الشكل T في المستقيم ℓ ثم المستقيم m. ثم اذكر تحويلاً واحدًا يمكس المستقيم T على المستقيم T''.

انظر الهامش.



الخطوة 2 مثل بيانيًا القطعة المستقيمة $\overline{RS}$ وصورتها $\overline{R''S''}$.

6-5 التناظر

مثال 5

اذكر هل كل شكل يبدو أن به تناظرًا محوريًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وارسم جميع مستقيمات التناظر واذكر عددها.

27-28 انظر الهامش.

27.

28.

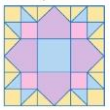
اذكر هل كل شكل يبدو أن به تناظرًا دورانيًا أم لا. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة بنعم، فانسخ الشكل وحدد مركز التناظر واذكر ترتيبه ومقداره.

29.

30. لا

انظر الهامش.

31. **النسج** تبتكر حصة نمطًا لكوفية تنسجها لصديقتها. كم عدد مستقيمات التناظر الموجودة في النمط؟ 4



Mc Graw-Hill Education حقوق النشر © محفوظة لصالح

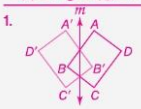
٩:١٥ م ٦٣% ://elib.moe.gov.ae

إجابة إضافية

32.

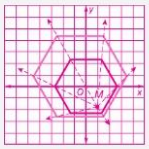
إجابات إضافية (تدريب على الاختبار)

1.

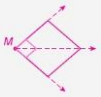


2.

4.



5.



6 دليل الدراسة والمراجعة تابع

6-6 عمليات تغيير الأبعاد (التمدّد)

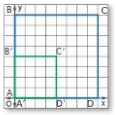
مثال 6

المربع $ABCD$ له الرؤوس $A(0, 0)$ و $B(0, 8)$ و $C(8, 8)$ و $D(8, 0)$. أوجد صورة المربع $ABCD$ بعد تغيير الأبعاد وفق المركز عند نقطة الأصل ومعامل المقياس 0.5.

اضرب الإحداثيين x و y لكل رأس في معامل المقياس 0.5.

(x, y)	→	$(0.5x, 0.5y)$
$A(0, 0)$	→	$A'(0, 0)$
$B(0, 8)$	→	$B'(0, 4)$
$C(8, 8)$	→	$C'(4, 4)$
$D(8, 0)$	→	$D'(4, 0)$

مثل بيانيًا الشكل $ABCD$ وصورته $A'B'C'D'$.

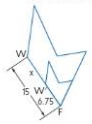


32. انسخ الشكل والنقطة S. ثم استخدم البسطرة لرسم صورة الشكل وفق المركز S ومعامل المقياس $r = 1.25$.

انظر الهامش.

33. حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد من الشكل VW إلى الشكل $V'W'$ عبارة عن تكبير أم تصغير. ثم أوجد معامل المقياس لتغيير الأبعاد والنقطة x.

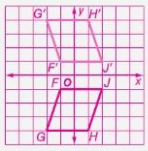
تصغير؛ 8.25, 0.45



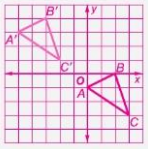
34. **النوادي** يستخدم أعضاء نادي الرياضيات جهاز عرض الصور الشفافة لعمل ملصق. إذا كان عرض الصورة الأصلية 15 سنتيمترًا، وعرضها على الملصق 1.2 cm. فما هو معامل مقياس التكبير؟ **8**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9.



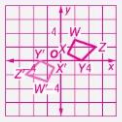
10.



٩:١٥ م ٦٣% ://elib.moe.gov.ae

إجابة إضافية

11.



6 تدريب على الاختبار

انسخ الشكل وخط الانعكاس المعطى. ثم ارسم الصورة المنعكسة بالنسبة لهذا المستقيم باستخدام مسطرة.

1.

2.

1–2. انظر الهامش.

3. **البقّ روعات** يريد جمال تكبير الصورة التالية إلى 10 cm إلى 15 cm من أجل مشروع في المدرسة. إذا كانت ماكينة التصوير في المدرسة لا يمكن أن تكبر إلا حتى 150% في النسب المئوية للعدد الكلي. أوجد نسبتين مئويتين لأعداد كلية يمكن تكبير الصورة بهما وجعلها قريبة من 10 cm إلى 15 cm أو أقل.

133% و 150%

انسخ الشكل والنقطة M. ثم استخدم مسطرةً لرسم صورة الشكل الذي مركزه M بعد تغيير الأبعاد وفق معامل القياس المحدّد r. **4–5. انظر الهامش.**

4. $r = 1.5$

5. $r = \frac{1}{3}$

6. **الحدائق** في إحدى حدائق التنزه. تركب حليمة إحدى ألعاب الملاهي التي تجعل الراكب يترنق جهة اليمين، ثم تدور عكس اتجاه عقارب الساعة حول مركزها بمقدار 60° كل ثانيتين. كم عدد الثواني التي تمر قبل أن ترجع حليمة إلى موقع البداية؟ **12 ثانية**

اذكر هل كل شكل له تناظر في المستوى الإحداثي أم تناظر محوري أم كليهما أم ليس أيًا منهما.

7. **ليس أيًا منهما**

8. **كلاهما**

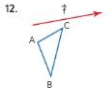
مثّل بيانيًا كل شكل وصورته وفق التحويل المعطى. **9–11. انظر الهامش.**

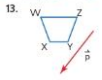
9. $\square FGHJ$ له الرؤوس $F(-1, -1)$ و $G(-2, -4)$ و $H(1, -4)$ و $J(2, -1)$ في المحور x

10. المثلث $\triangle ABC$ له الرؤوس $A(0, -1)$ و $B(2, 0)$ و $C(3, -3)$ في المحور y

11. الشكل الرباعي $WXYZ$ له الرؤوس $W(2, 3)$ و $X(1, 1)$ و $Y(3, 0)$ و $Z(5, 2)$، $180°$ حول نقطة الأصل.

انسخ الشكل ومتجه الإزاحة المعطى. ثم ارسم إزاحة الشكل على طول متجه الإزاحة. **12–13 انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

12. 

13. 

14. **الفنون** موضح فيما يلي تصور أحد الفنانين للصورة التي كان عليها وهو موقع ستونهنج. موقع آثري في إنجلترا، قبل سقوط الأحجار أو إزالتها. ما ترتيب التناظر ومقداره للحلقة الخارجية؟ **12 ؛ °30**

15. **الاختبار** من متعدد ما التحويل أو تركيب التحويلات التي يمثلها الشكل التالي؟ **B**

A تغيير الأبعاد
B انعكاس انزلاقي
C دوران
D إزاحة

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:١٥ م ٦٣٪
://elib.moe.gov.ae

1 التركيز

الهدف تعلم حل المسائل بترتيب عكسي عند معرفة النتيجة النهائية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطرح السؤال التالي:

- اذكر بعض الكلمات التي يتضمنها السؤال وتفيد بأنك قد تحتاج إلى الحل بترتيب عكسي؟ الإجابة النموذجية: قد تشير بعض المصطلحات مثل "قبل" و"نقطة الأصل" و"البداية" إلى أنك قد تحتاج إلى حل المسألة بترتيب عكسي.
- اذكر مسألة في هذه الوحدة يمكن حلها باستخدام الترتيب العكسي؟ الإجابة النموذجية: في المسألة رقم 33 الجزء b، يُطلب منك إيجاد مساحة المقطع العرضي لبالون قبل التمدد وبعده.
- كيف تشبه هذه العملية إستراتيجيات كتابة البراهين الأساسية؟ الإجابة النموذجية: عند كتابة البرهان، يمكنك البدء في كتابة ما تريد إثباته في الخطوة أو العبارة النهائية، ثم بدء الحل بترتيب عكسي حتى تصل إلى الخطوة الأولى أو المعطيات المقدّمة.

الوحدة 6

التحضير للاختبارات المعيارية

الحل بترتيب عكسي

في معظم المسائل، تتوفر مجموعة من الشروط والمعطيات ويجب عليك إيجاد النتيجة النهائية. ولكن بعض المسائل تعطيك النتيجة النهائية وتطلب منك إيجاد شيء قد حدث من قبل في العملية. ولحل المسائل من هذا النوع، يجب عليك الحل بترتيب عكسي.

إستراتيجيات الحل بترتيب عكسي

الخطوة 1

ابحث عن الكلمات الأساسية التي تشير إلى ما ستحتاج إليه للحل بترتيب عكسي لحل المسألة.

نموذج من الكلمات الأساسية:

- ماذا كانت **نقطة الأصل**...؟
- ماذا كانت القيمة **قبل**...؟
- أين كان **البدء** أو **البداية**...؟

الخطوة 2

تراجع عن الخطوات المعطاة في نص المسألة لحلها.

- أدرج تسلسل الخطوات من البداية إلى النتيجة النهائية.
- ابدأ بالنتيجة النهائية، وتتبع الخطوات بترتيب عكسي.
- "تراجع" عن كل خطوة باستخدام المعكوسات للرجوع إلى القيمة الأصلية.

الخطوة 3

تحقق من حلّك إذا سمح الوقت.

- تأكد من منطقية إجابتك.
- ابدأ بإجابتك واتبع تقدم الخطوات في نص المسألة لترى هل حصلت على النتيجة ذاتها أم لا.

مثال على الاختبار المعياري

حُلّ المسألة أدناه. سيتم منح الدرجات على الإجابات باستخدام معايير رصد درجات الإجابات القصيرة الموضحة.

يستخدم جمادة برنامجًا هندسيًا ليجربه في التحويلات على الشبكة الإحداثية. فبدأ بنقطة وأزاحها بمقدار 4 وحدات إلى الأعلى و 8 وحدات جهة اليسار. ثم عكس الصورة في المحور x. وأخيرًا مدّ أبعاد هذه الصورة الجديدة وفق معامل المقياس 0.5 وقيسا يتعلق بنقطة الأصل ليصل إلى $(-4, -1)$. ما هي الإحداثيات الأصلية للنقطة؟

معايير رصد الدرجات	
المعايير	النقاط
درجة كاملة: الإجابة صحيحة وتم تقديم شرح كامل يوضح كل خطوة.	2
النقاط الجزئية: • الإجابة صحيحة ولكن التفسير غير كامل. • الإجابة صحيحة ولكن التفسير كامل.	1
لن يتم منح درجات: إما أن الإجابة غير مكتوبة أو غير منطقية.	0

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح ماكجرو هيل

٩:١٥ م ٦٣% ://elib.moe.gov.ae

مثال إضافي

1 تدريب على الاختبار المعياري يستخدم فارس برنامجًا هندسيًا ليجربه في التحويلات على الشبكة الإحداثية. وقد بدأ بنقطة وأزاحها بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل و 5 وحدات جهة اليمين. ثم عكس الصورة على المحور الرأسي y. وأخيرًا غيّر أبعاد هذه الصورة الجديدة وفق معامل القياس 3 ليصل إلى (6, 6). فما الإحداثيات الأصلية للنقطة؟

(−7, 5)

3 التقويم

استخدم التمارين من 1 إلى 4 لتقويم استيعاب الطلاب.

اقرأ نص المسألة جيدًا. لديك سلسلة من التحويلات لنقطة على الشبكة الإحداثية. وتعرف إحداثيات الصورة النهائية ومطلوب منك إيجاد الإحداثيات الأصلية. تراجع عن كل تحويل للحل بترتيب عكسي وحل المسألة.

مثال على إجابة من نقطتين:

النقطة الأصلية← إزاحة← انعكاس← تغيير أبعاد← النتيجة النهائية

ابدأ بإحداثيات النتيجة النهائية وحل بترتيب عكسي.

غيّر الأبعاد بمقدار 2 وتراجع عن تغيير الأبعاد بمقدار 0.5.

$(-1, -4) \rightarrow (-1 \times 2, -4 \times 2) = (-2, -8)$

اقلب الانعكاس عبر المحور X للتراجع عن الانعكاس:

$(-2, -8) \rightarrow (-2, 8)$

أزح بمقدار 4 وحدات إلى الأسفل و 8 وحدات جهة اليمين للتراجع عن الإزاحة.

$(-2, 8) \rightarrow (-2 + 8, 8 - 4) = (6, 4)$

الإحداثيات الأصلية للنقطة هي (6, 4).

ثم بوضوح ذكر الخطوات والحسابات والاستنتاج. وقد وصل الطالب أيضًا إلى الإجابة الصحيحة. إذًا، تستحق هذه الإجابة النقطتين بالكامل.

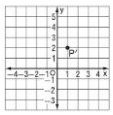
التمارين

حل كل مسألة. اكتب الحل هنا. سيتم منح الدرجات على الإجابات باستخدام معايير رصد درجات الإجابات القصيرة الموضحة في بداية الدرس.

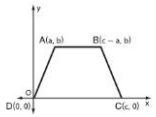
1. استقر برغوث على الشبكة الإحداثية. قفز البرغوث عبر المحور x ثم عبر المحور y ليشكل انعكاسين متتاليين. ثم انتقل 9 وحدات إلى اليمين و 4 وحدات إلى الأسفل. إذا كان المكان النهائي للبرغوث عند (4, −1). فما هي النقطة التي استقر عليها في البداية؟ (5, −3)

2. توضح الشبكة الإحداثية التالية الصورة النهائية عندما تم دوران صورة بزاوية 90° باتجاه مغارب الساعة حول نقطة الأصل. وتم تغيير أبعادها وفق معامل القياس 2. وانتقلت 7 وحدات جهة اليمين. فما هي الإحداثيات الأصلية؟

(−1, −3)



3. الشكل ABCD عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.



أي مما يلي يمثل إحداثيات النقطتين الطرفيتين لوسيط ABCD؟ B

A $\left(\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$

B $\left(\frac{2c-a}{2}, \frac{b}{2}\right)$

C $\left(\frac{c}{2}, 0\right)$

D $\left(\frac{c}{2}, b\right)$

4. إذا كان قياس زاوية داخلية في مضلع منتظم يساوي 108. فما نوع المضلع؟ H

F ثماني أضلاع

G سداسي أضلاع

H خماسي أضلاع

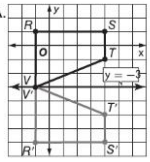
J مثلث

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة

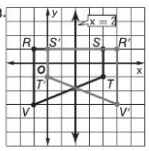
٩:١٥ م ٦٣% ://elib.moe.gov.ae

الصفحة 813، الدرس 1-6 (تمرين موجه)

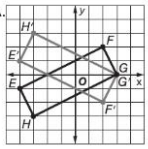
3A.



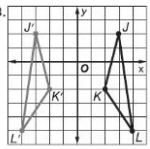
3B.



4A.

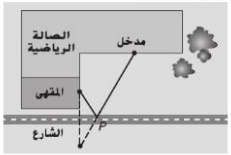


4B.

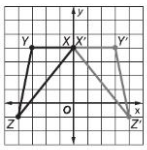


الدرس 1-6

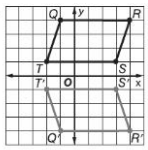
4. الإجابة النموذجية:



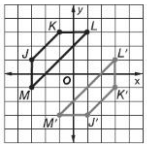
7.



8.

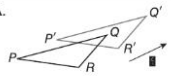


9.

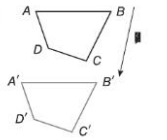


الدرس 2-6 (تمرين موجه)

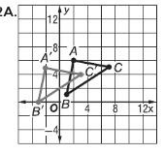
1A.



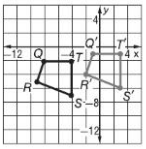
1B.



2A.

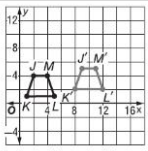


2B.

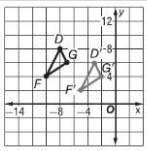


الدرس 2-6

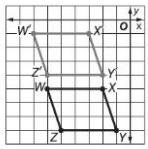
4.



5.



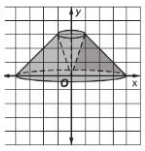
6.



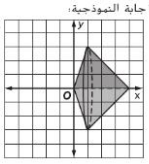
التوسع 3-6

الإجابة النموذجية:

13A.



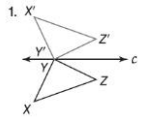
13B.

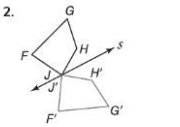


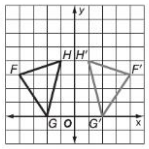
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

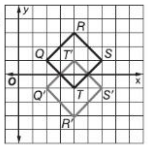
م ٩:١٥ %٦٣
://elib.moe.gov.ae

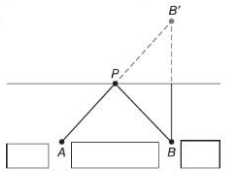
صفحة 837، اختبار منتصف الوحدة

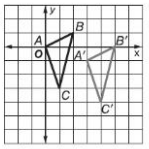
1. 

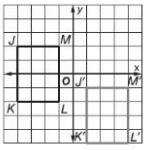
2. 

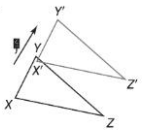
3. 

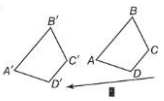
4. 

5. 

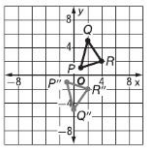
6. 

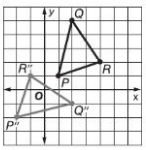
7. 

8. 

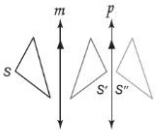
9. 

الدرس 4-6 (تمرين موجه)

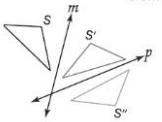
1A. 

1B. 

الدرس 4-6

4. 

إزاحة أفقية إلى اليمين بمقدار 3 cm

5. 

تدوير باتجاه عقارب الساعة وبزاوية قياسها 100° حول نقطة تقاطع المستقيمين m و P

الدرس 4-6

28. **البرهان:**

العبارات (المبررات)

1. يطبق انعكاس بالنسبة إلى المستقيم p على $\overline{BC}$ ليعطي $\overline{B'C'}$؛ يطبق انعكاس بالنسبة إلى المستقيم q على $\overline{B'C'}$ ليعطي $\overline{B''C''}$. (معطى)
2. $p \parallel q$، x هو المسافة بين p و q. (معطى)
3. p هو المنصف المتعامد لـ $\overline{BB'}$ و q هو المنصف المتعامد لـ $\overline{B'B''}$ (تعريف المنصف $\perp$)
4. $BB' + B'B'' = BB''$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة.)
5. $\overline{BB''} \perp p, \overline{BB''} \perp q$ (المستقيم المتعامد على جزء من القطعة يكون متعامدًا على القطعة كلها.)
6. $\overline{BA} \cong \overline{AB'}; \overline{B'D} \cong \overline{DB''}$ (تعريف الانعكاس.)
7. $BA = AB'; B'D = DB''$ (تعريف $\cong$)
8. $BA + AB' + B'D + DB' = BB''$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
9. $AB' + AB' + B'D + B'D = BB''$ (تعويض)
10. $2AB' + 2B'D = BB''$ (خاصية الجمع)
11. $2(AB' + B'D) = BB''$ (خاصية التوزيع)
12. $AB' + B'D = AD$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
13. $2AD = BB''$ (تعويض)
14. $2x = BB''$ (تعويض)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

٩:١٦ م ٦٣% ://elib.moe.gov.ae

الدرس 4-6

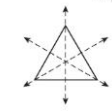
29. البرهان: نفترض أن ℓ و m يتقاطعان عند النقطة P وأن A ليس على ℓ أو m. اعكس A على m إلى A' واعكس A' على ℓ إلى A''. بتعريف الانعكاس، فإن m هو المنصف المتعامد لـ $\overline{A'A''}$ عند R، و ℓ هو المنصف المتعامد لـ $\overline{A'A''}$ عند S.

$\overline{AR} \cong \overline{A'R}$ و $\overline{A'S} \cong \overline{A''S}$ حسب تعريف المنصف المتعامد. وعبر أية نقطتين، هناك مستقيم واحد تحديدًا. لذا يمكننا رسم قطع مستقيمة مساعدة $\overline{AP}$ و $\overline{A'P}$ و $\overline{A''P}$. الزوايا $\angle ARP$ و $\angle A'RP$ و $\angle A'SP$ و $\angle A''SP$ زوايا قائمة حسب تعريف المنصفات المتعامدة. $\overline{RP} \cong \overline{RP}$ و $\overline{SP} \cong \overline{SP}$ حسب الخاصية الانعكاسية. $\triangle ARP \cong \triangle A'RP$ و $\triangle A'SP \cong \triangle A''SP$ حسب مسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (SAS). وباستخدام CPCTC، فإن $\overline{AP} \cong \overline{A'P}$ و $\overline{A'P} \cong \overline{A''P}$ حسب خاصية التعدي. وحسب تعريف التدوير، فإن A'' هي صورة A بعد إجراء دوران حول النقطة P. أيضًا باستخدام CPCTC، فإن $\angle APR \cong \angle A'PR$ و $\angle A'PS \cong \angle A''PS$. وحسب تعريف التطابق، فإن $m\angle APR = m\angle A'PR$ و $m\angle A'PS = m\angle A''PS$. $m\angle APR + m\angle A'PR = m\angle A'PS + m\angle A''PS$ حسب مسلمة إضافة الزاوية. $m\angle APA'' = m\angle SPR$ حسب التعويض، الذي يبسط إلى $m\angle A'PR + m\angle A'PS = m\angle APA''$ $2(m\angle A'PR + m\angle A'PS) = 2(m\angle SPR)$. حسب التعويض، فإن $m\angle APA''$.

33. الإجابة النموذجية: لا. لا توجد نقاط ثابتة في الانعكاس الانزلاقي لأن جميع النقاط تتم إزاحتها على طول المتجه. ربما بالنسبة تركيب التحويلات، فقد توجد نقاط ثابتة عندما يتم تدوير الشكل وعكسه أو تدويره مرتين أو عكسه مرتين.

الدرس 5-6 (تمرين موجه)

1A. نعم؛ 1



1B. نعم؛ 3

1C. لا

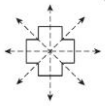
2A. نعم؛ $5 \cdot 360° \div 72°$ أو 5

2B. نعم؛ $3 \cdot 360° \div 120°$ أو 3

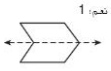
2C. لا

الدرس 5-6

10. نعم؛ 4



11. نعم؛ 1



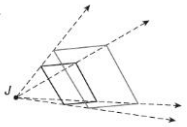
14. نعم؛ 2; 180°

16. نعم؛ 3; 120°

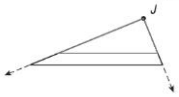
17. نعم؛ 8; 45°

الدرس 6-6 (تمرين موجه)

1A.

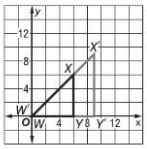


1B.

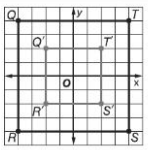


الدرس 6-6

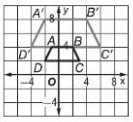
5.



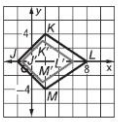
6.



7.



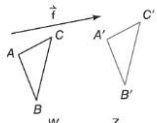
8.

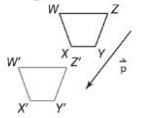


McGraw-Hill Education. محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف ©

٩:١٦ م ٦٣% ://elib.moe.gov.ae

الصفحة 875، تدريب على الاختبار

12. 

13. 

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education