المادة : الرياضيات
زمن الإجابة :ساعتان
عدد صفحات الأسئلة :(5)

مجلس ابو ظبي للتعليم
مدرسة ابو ظبي الثانوية
مدرس المادة :محمود مناصرة

مجلس أبوظبي للتعليم
Abu Dhabi Education Council
Education First التعليم أولاً

النموذج التدريبي لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر /القسم العلمي

الفصل الدراسي الثالث 2015/2016 م

السؤال الأول

20

10

أولاً: إذا كانت المعادلة $9x^2 = 4y^2 + 36$ تمثل **قطعاً زائداً .** أوجد:

1.معادلة القطع في الصورة القياسية . الإجابة : $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

2.مركز القطع . الإجابة : $(0, 0)$

3.البؤرتان الإجابة : $(\pm\sqrt{13}, 0)$

4.معادلتا الخطين التقاربيين. الإجابة : $y = \pm\frac{3}{2}x$

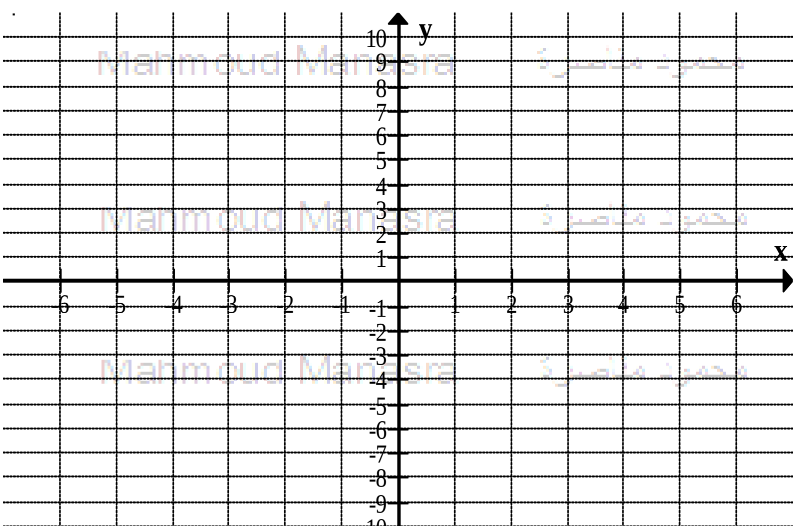
ثانياً : قطعاً ناقصاً مركزه $(0, 2)$ وإحدى بؤرتيه $(0, 2+4\sqrt{2})$ وطول محوره الأكبر 12cm أوجد:

10

1.إحداثيات طرفي المحور القاطع. الاجابة : $(0, 2\pm 6)$

2. معادلة القطع الناقص. الاجابة : $\frac{x^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{36} = 1$

3. ارسم هذا القطع الناقص



السؤال الثاني

20

7

أولاً: اثبت أن $F(x)=e^{2x}\ln(\sin e^{x})$ هي المشتقة العكسية للدالة

$f(x)=e^{3x}\cot e^{x}+2e^{2x}\ln(\sin e^{x})$ حيث $x>0$

7

ثانياً: إذا كانت $f(x)=x^{2}\int_{\sqrt{x}}^{1}\frac{4}{t^{2}+8}dt$ ، أوجد $f'(1)$ الاجابة : $\frac{-2}{9}$

ثالثاً: إذا كانت القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=2x$ على الفترة $[2,a]$ تساوي 6 ، أوجد قيمة a . الاجابة : $a=4$

6

20

السؤال الثالث

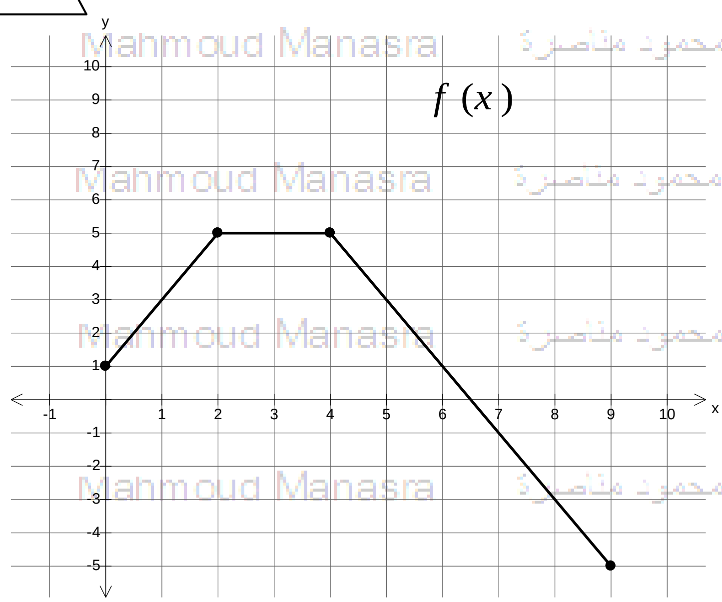
أولاً: لتكن $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[1,5]$ وكان : $\int_3^5 2f(x)\,dx = 6$ ، $\int_3^1 f(x)\,dx = -4$

7

لأي تجزيء p على الفترة $[1,5]$ أوجد قيمة $\lim\limits_{\|p\|\to 0}\sum_{k=1}^{n}(f(c_k)+2c_k)\,\Delta x_k$ الاجابة : 31

8

ثانياً: الشكل التالي يمثل بيان الدالة $f(x)$ المتصلة على مجالها .



بفرض أن : $H(x)=\int_0^x f(t)\,dt$

أوجد قيمة كل من :

1) $H'(4)$ الاجابة : 5

2) $H(9)$ الاجابة : 16

3) بين أن

$$6\sqrt{6}\le\int_0^6\sqrt{f(x)+11}\;dx\le 24$$

5

ثالثاً: أوجد التكامل $\int x^2\left(\frac{3}{x^3}+4x\right)dx$ الاجابة : $3\ln|x|+x^4+c$

20

السؤال الرابع

10

أولاً: حل المعادلة التفاضلية : $\cos^2 x \dfrac{dy}{dx} = -y^2 e^{\tan x}$ **(استخدم التكامل بالتعويض)** الإجابة : $y = \dfrac{1}{e^{\tan x} + c}$

10

ثانياً: باستخدام التكامل بالتجزيء أو الجدولي أوجد : $\int (x^2 + x)\sin(2x)\, dx$

الاجابة

$-\frac{1}{2}(x^2+x)\cos(2x)+\frac{1}{4}(2x+1)\sin(2x)+\frac{1}{4}\cos(2x)+c$

20

السؤال الخامس

10

أولاً: أوجد $\int \frac{x+2}{x^2-x-12}dx$ باستخدام الكسور الجزئية .

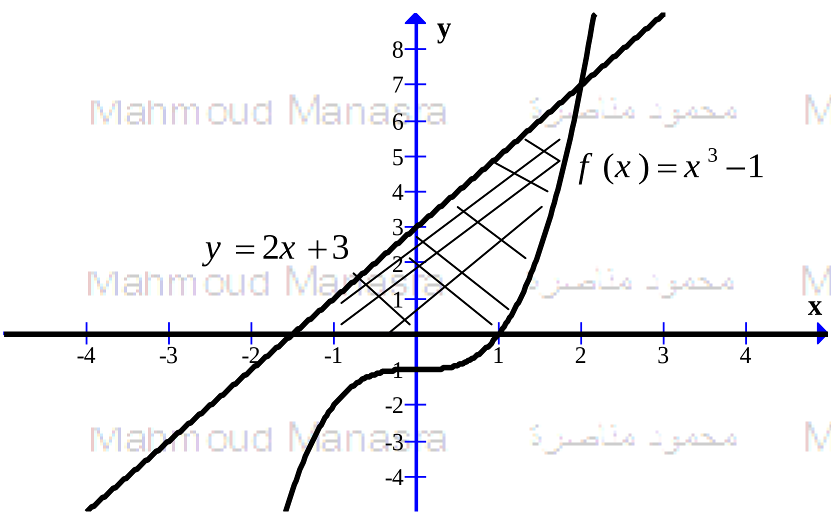
الإجابة $\frac{1}{7}\ln|x+3|+\frac{6}{7}\ln|x-4|+c$

10

ثانياً: أوجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور والمحصورة بين منحنى الدالة $f(x)=x^3-1$

والمستقيم $y=2x+3$ ومحور السينات .

الاجابة : $\frac{19}{2}$



مجلس ابو ظبي للتعليم
مدرسة ابو ظبي الثانوية
مدرس المادة :محمود مناصرة

المادة : الرياضيات
زمن الإجابة :ساعتان
عدد صفحات الأسئلة :(5)

مجلس أبوظبي للتعليم
Abu Dhabi Education Council

النموذج التدريبي لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر /القسم العلمي
الفصل الدراسي الثالث 2015/2016 م

السؤال الأول

20

10

أولاً: إذا كانت المعادلة $9x^2 = 4y^2 + 36$ تمثل **قطعاً زائداً .** أوجد:

$9x^2 - 4y^2 = 36$

1.معادلة القطع في الصورة القياسية . الإجابة : $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

$$\frac{9x^2}{36} - \frac{4y^2}{36} = \frac{36}{36} \Longrightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

2.مركز القطع . الإجابة : $(0,0)$

$(h,k) \Longrightarrow (0,0)$

3.البؤرتان الإجابة : $(\pm\sqrt{13}, 0)$

$a^2 = 4 \Longrightarrow \boxed{a=2}$

$b^2 = 9 \Longrightarrow \boxed{b=3}$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 4 + 9$

$c^2 = 13$

$\boxed{c = \pm\sqrt{13}}$

$(h \pm c, k)$

$(\pm\sqrt{13}, 0)$

4.معادلتا الخطين التقاربيين. الإجابة : $y = \pm\frac{3}{2}x$

$$\frac{y}{3} = \pm\frac{x}{2} \Longrightarrow y = \pm\frac{3}{2}x$$

ثانياً : قطعاً ناقصاً مركزه $(0,2)$ وإحدى بؤرتيه $(0, 2+4\sqrt{2})$ وطول محوره الأكبر 12cm أوجد:

10

1.إحداثيات طرفي المحور القاطع. الإجابة : $(0, 2\pm6)$

$(h,k) = (0,2)$

$k + c = 2 + 4\sqrt{2}$

$c = 4\sqrt{2}$

$2a = 12$

$a = 6$

$c^2 = a^2 - b^2$

$b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 32$

$b^2 = 4$

$\boxed{b = 2}$

$(h, k \pm a)$

$(0, 2 \pm 6)$

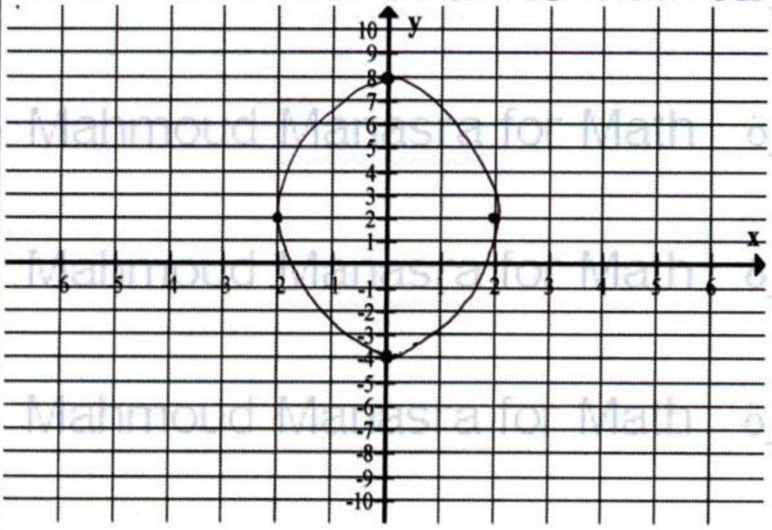
$(0,-4) \quad (0,8)$

2. معادلة القطع الناقص. الإجابة : $\frac{x^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{36} = 1$

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{36} = 1$$

3. ارسم هذا القطع الناقص



طول المحور الأصغر : $(h \pm b, k)$

$(0 \pm 2, 2)$

$(2,2) \quad (-2,2)$

حل الطالب : مصطفى محمود قريش
مدرسة ثانوية أبوظبي

السؤال الثاني

20

7

أولاً: اثبت أن $F(x)=e^{2x}\ln(\sin e^{x})$ هي المشتقة العكسية للدالة

$f(x)=e^{3x}\cot e^{x}+2e^{2x}\ln(\sin e^{x})$ حيث $x>0$

$$F'(x)=e^{2x}\left(\frac{e^{x}\cos e^{x}}{\sin e^{x}}\right)+2e^{2x}\cdot\ln|\sin e^{x}|$$

$$=e^{3x}\frac{\cos e^{x}}{\sin e^{x}}+2e^{2x}\cdot\ln|\sin e^{x}|$$

$$=e^{3x}\cdot\cot e^{x}+2e^{2x}\ln|\sin e^{x}|$$

"وهو المطلوب"

7

الاجابة : $\frac{-2}{9}$

ثانياً: إذا كانت $f(x)=x^{2}\int_{\sqrt{x}}^{1}\frac{4}{t^{2}+8}\,dt$ ، أوجد $f'(1)$

* حسب النظرية الأساسية "1".

$$f'(x)=x^{2}\left[\frac{-4}{x+8}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right]+2x\int_{\sqrt{x}}^{1}\frac{4}{t^{2}+8}\,dt$$

$$f'(1)=(1)^{2}\left[\frac{-4}{(1)+8}\cdot\frac{1}{2\sqrt{(1)}}\right]+2(1)\int_{\sqrt{1}}^{1}\frac{4}{t^{2}+8}\,dt$$

صفر

$$f'(1)=\left[\frac{-4}{9}\cdot\frac{1}{2}\right]+0$$

$$f'(1)=\frac{-2}{9}$$

ثالثاً: إذا كانت القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=2x$ على الفترة $[2,a]$ تساوي 6 ، أوجد قيمة a . الاجابة : $a=4$

6

$$av(f)=\frac{1}{b-a}\int_{a}^{b}f(x)\,dx=6$$

$$6=\frac{1}{a-2}\int_{2}^{a}2x\,dx$$

$$6=\frac{1}{a-2}\cdot x^{2}\Big]_{2}^{a}$$

$$6=\frac{1}{a-2}\cdot\left[a^{2}-4\right]$$

$$6=\frac{1}{\cancel{a-2}}\cdot\left[(a+2)\cancel{(a-2)}\right]$$

$$6=a+2$$

$$a=4$$

20

السؤال الثالث

$\left({}_1\int^3 f(x)\,dx = 4\right)$ $\left({}_3\int^5 f(x) = \frac{6}{2} = 3\right)$

أولاً: لتكن $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[1,5]$ وكان : $\int_3^5 2f(x)\,dx = 6$ ، $\int_3^1 f(x)\,dx = -4$

7

لأي تجزيء p على الفترة $[1,5]$ **أوجد قيمة** $\lim_{\|p\|\to 0} \sum_{k=1}^{n} (f(c_k) + 2c_k)\,\Delta x_k$ الاجابة : 31

$${}_1\int^5 (f(x) + 2x)\,dx = {}_1\int^5 f(x)\,dx + {}_1\int^5 2x\,dx$$

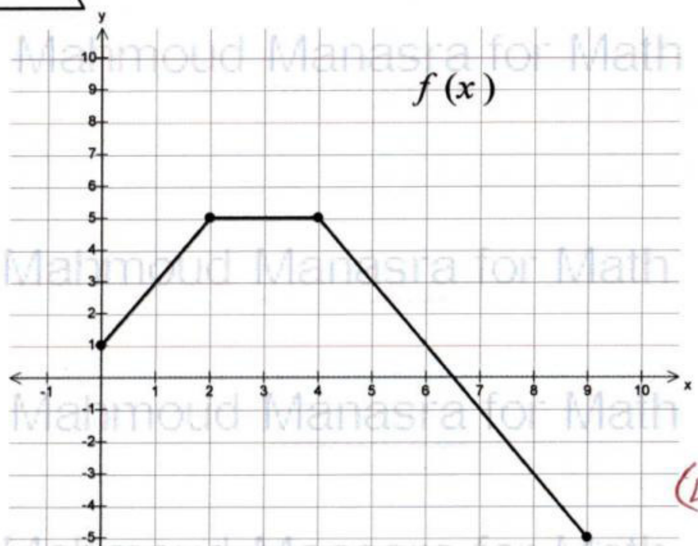
$$= {}_1\int^3 f(x)\,dx + {}_3\int^5 f(x)\,dx + x^2\Big]_1^5$$

$$= (4+3) + (5^2 - 1^2)$$

$$= 7 + 24 = 31$$

8

ثانياً: الشكل التالي يمثل بيان الدالة $f(x)$ المتصلة على مجالها .



بفرض أن : $H(x) = \int_0^X f(t)\,dt$

أوجد قيمة كل من : $H'(x) = f(x)\,dx$

1) $H'(4) = f(4) = 5$ الاجابة : 5

2) $H(9)\ {}_0\int^9 f(t)\,dt = 16$ الاجابة : 16

(تحسب المساحة تحت المنحنى على الفترة $[0,9]$)

3) بين أن $6\sqrt{6} \le \int_0^6 \sqrt{f(x)+11}\,dx \le 24$

$-5 \le f(x) \le 5$ "من الرسم"

$6 \le f(x)+11 \le 16$ "إضافة 11"

$\sqrt{6} \le \sqrt{f(x)+11} \le 4$ "بأخذ جذر الحياة"

${}_0\int^6 \sqrt{6}\,dx \le {}_0\int^6 \sqrt{f(x)+11}\,dx \le {}_0\int^6 4\,dx$ "بتكامل الأطراف"

$\sqrt{6}(6-0) \le {}_0\int^6 \sqrt{f(x)+11} \le 4(6-0)$

$6\sqrt{6} \le {}_0\int^6 \sqrt{f(x)+11} \le 24$

وهو المطلوب.

5

ثالثاً: أوجد التكامل $\int x^2\left(\frac{3}{x^3} + 4x\right)dx$ الاجابة : $3\ln|x| + x^4 + c$

$$\int \frac{3x^2}{x^3} + 4x^3\,dx$$

$$\int \frac{3}{x} + 4x^3\,dx = 3\ln|x| + x^4 + C$$

السؤال الرابع

20

10

أولاً: حل المعادلة التفاضلية : $\cos^2 x \ \dfrac{dy}{dx} = -y^2 e^{\tan x}$ **(استخدم التكامل بالتعويض)** الإجابة : $y = \dfrac{1}{e^{\tan x} + c}$

"بفصل المتغيرات" $\dfrac{-dy}{y^2} = \dfrac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}$ $\qquad \dfrac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$

"بتكامل الأطراف" $-\displaystyle\int \frac{dy}{y^2} = \int \sec^2 x \ e^{\tan x}$

$$\boxed{u = \tan x \qquad \frac{du}{dx} = \sec^2 x \qquad \frac{du}{\sec^2 x} = dx}$$

$$-\int y^{-2} dy = \int \sec^2 x \ e^u \frac{du}{\sec^2 x}$$

$$\frac{-y^{-1}}{-1} = \int e^u \, du$$

$$y^{-1} = e^u + C$$

$$\frac{1}{y} = e^u + C \Longrightarrow y = \frac{1}{e^{\tan x} + C}$$

10

ثانياً: باستخدام التكامل بالتجزيء أو الجدولي أوجد : $\int (x^2 + x)\sin(2x)\, dx$

الاجابة $-\frac{1}{2}(x^2+x)\cos(2x) + \frac{1}{4}(2x+1)\sin(2x) + \frac{1}{4}\cos(2x) + c$

f(x) ومشتقاتها		g(x) وتكاملاتها
$x^2 + x$	$+$	$\sin 2x$
$2x + 1$	$-$	$\frac{-\cos 2x}{2}$
2	$+$	$\frac{-\sin 2x}{4}$
0		$\frac{\cos 2x}{8}$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 + x)\cos 2x + \frac{1}{4}(2x+1)\sin 2x + \frac{1}{4}\cos 2x + C$$

السؤال الخامس

20

10

أولاً: أوجد $\int \frac{x+2}{x^2-x-12}\,dx$ باستخدام الكسور الجزئية .

الاجابة $\frac{1}{7}\ln|x+3|+\frac{6}{7}\ln|x-4|+c$

$$\frac{x+2}{x^2-x-12} = \frac{x+2}{(x-4)(x+3)} = \frac{A}{(x-4)} + \frac{B}{(x+3)}$$

$$\frac{x+2}{(x-4)(x+3)} = \frac{A(x+3)+B(x-4)}{(x-4)(x+3)}$$

$$x+2 = A(x+3)+B(x-4)$$

$\boxed{x=-3} \Rightarrow -1 = -7B \Longrightarrow \boxed{B = -\frac{1}{7}}$

$\boxed{x=4} \Rightarrow 6 = 7A \Longrightarrow \boxed{\frac{6}{7} = A}$

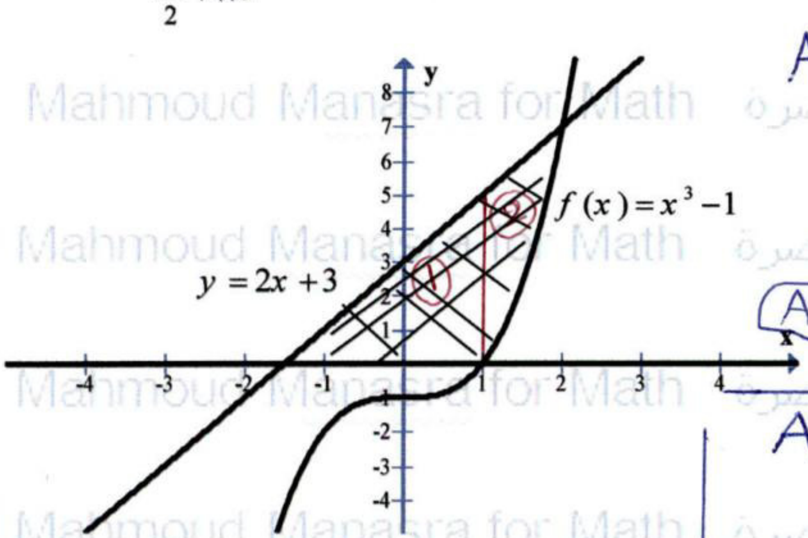
$$= \int \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+3} = \int \frac{6}{7x-4} + \frac{-1}{7x+3}$$

$$= \frac{6}{7}\ln|x-4| + \frac{1}{7}\ln|x+3| + C$$

10

ثانياً: أوجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور والمحصورة بين منحنى الدالة $f(x)=x^3-1$ والمستقيم $y=2x+3$ ومحور السينات .

الاجابة : $\frac{19}{2}$



$$A_1 = \int_{-1.5}^{1} 2x+3\,dx$$

$$= x^2+3x \Big]_{-1.5}^{1}$$

$$= \left[(1)^2+3(1)\right] - \left[(-1.5)^2+3(-1.5)\right]$$

$$\boxed{A_1 = 6.25}$$

$$A_2 = \int_1^2 (2x+3)-(x^3-1)\,dx$$

$$= \int_1^2 2x+4-x^3\,dx$$

$$= x^2+4x-\frac{1}{4}x^4 \Big]_1^2$$

$$= \left[(2)^2+4(2)-\frac{1}{4}(2)^4\right] - \left[1^2+4(1)-\frac{1}{4}(1)^4\right]$$

$$\boxed{A_2 = 3.25}$$

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = 6.25 + 3.25$$

$$A = 9.5$$