نموذج إجابة مادة الجبر والهندسة الفراغية (باللغة الفرنسية) لشهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة - الدور الأول - العام الدراسي ٢٠١٧/ ٢٠١٨

النموذج (ج)

١

1-

(b) 15 ١

2-

(a) 10 ١

3-

(b) 2 ١

4-

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right) \quad \begin{matrix} C_2 - C_1 \\ C_3 - C_1 \end{matrix} \Rightarrow$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & b-a & c-a \\ a^2 & b^2-a^2 & c^2-a^2 \end{vmatrix} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & (b-a) & (c-a) \\ a^2 & (b-a)(b+a) & (c-a)(c+a) \end{vmatrix} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$= (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 1 \\ a^2 & b+a & c+a \end{vmatrix} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right) \quad C_3 - C_2$$

$$= (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ a^2 & b+a & c-b \end{vmatrix} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$= (b-a)(c-a)(c-b). \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

(تراعى الحلول الأخرى)

5-

(d) π (1)

6-

(c) $\tan\theta$ (1)

7-

le term qui Contient x^4 est t_{r+1}

$t_{r+1} = C_{12}^{r} \left(\frac{-1}{x^2}\right)^r (x^2)^{12-r}$ (½)

$= C_{12}^{r} (-1)^r x^{24-4r}$ (½)

Soit $24 - 4r = 4 \Rightarrow r = 5$

donc le terme qui Contient x^4 est t_6

$t_6 = C_{12}^{5} (-1)^5 (x^4) = -792x^4$ (½)

• le rang de la terme moyen $= \frac{12}{2} + 1 = 7$

$t_7 = C_{12}^{6} \times \left(\frac{-1}{x^2}\right)^6 \times (x^2)^6 =$ (½) $C_{12}^{6} = 924$ (½)

$\frac{\text{le Coefficient de } t_6}{\text{le Coefficient de } t_7} = \frac{-792}{924} = \frac{-6}{7}$ (½)

Ou $= \frac{r}{n-r+1} \times \frac{\text{Coef. Premier}}{\text{Coef Second}} = \frac{6}{12-6+1} \times \frac{1}{-1}$ (1) $= -\frac{6}{7}$ (½) autre Solution

$\because t_{r+1} = C_{12}^{r} \times \left(\frac{-1}{x^2}\right)^{r} (x^2)^{12-r}$ (1/2)

$= C_{12}^{r} \times (-1)^{r} \times x^{24-4r}$ (1/2)

on met

$24 - 4r = 4 \Rightarrow r = 5$

$\therefore t_6 = C_{12}^{5} \times (-1)^{5} \times x^{4} = -792\, x^{4}$ (1/2)

$\therefore$ le rang du terme moyen est $\frac{12}{2} + 1 \Rightarrow t_7$

$\frac{\text{Coefficient du } t_6}{t_7} = \frac{6}{12-6+1} \times \frac{1}{-1} = \frac{-6}{7}$ (1) (1/2)

8-

L'equation du plan

$\vec{n} \cdot \vec{r} = \vec{n} \cdot \vec{A}$

$(4; 10; -7) \cdot \vec{r} = (4; 10; -7) \cdot (2; -1; 0)$ $\frac{1}{2}$

$(4; 10; -7) \cdot \vec{r} = -2$ (f. v) $\frac{1}{2}$

$4(x-2) + 10(y+1) - 7z = 0$ (f. s) $\frac{1}{2}$

$4x + 10y - 7z + 2 = 0$ (f. g) $\frac{1}{2}$

(تراعى الحلول الأخرى)

9-

(b) $(1;1)$ 1

10-

∵ La droite forme des angles égaux avec les direction positive des axes

∴ $\cos\theta_x = \cos\theta_y = \cos\theta_z$

∵ $\cos^2\theta_x + \cos^2\theta_y + \cos^2\theta_z = 1$

∴ $\cos^2\theta_x = \cos^2\theta_y = \cos^2\theta_z = \frac{1}{3}$

∴ $\cos\theta_x = \cos\theta_y = \cos\theta_z = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\frac{1}{2}$

La directeur de la vecteur de la droite

$= \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\,;\ \frac{1}{\sqrt{3}}\,;\ \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ou $= (1;1;1)$

• $\vec{r} = (3;2;-1) + k\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\,;\ \frac{1}{\sqrt{3}}\,;\ \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
ou
$\vec{r} = (3;2;-1) + k(1;1;1)$ [F. V] $\frac{1}{2}$

• $x = 3+k\ ;\ y = 2+k\ ;\ z = -1+k$
ou $x = 3+\frac{1}{\sqrt{3}}k\ ;\ y = 2+\frac{1}{\sqrt{3}}k\ ;\ z = -1+\frac{1}{\sqrt{3}}k$ [F. P] $\frac{1}{2}$

• $x-3 = y-2 = z+1$
ou $\frac{x-3}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{y-2}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{z+1}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}$ [F. C]. $\frac{1}{2}$

11-

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 \\ 5 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$AX = B$$

$$\Delta_A = \begin{vmatrix} 0 & -3 & 2 \\ 5 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 3(-5) + 2(-11) = -37 \neq 0 \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$t\tilde{A} = {}^{t}\begin{pmatrix} -1 & 5 & -11 \\ -7 & -2 & -3 \\ -2 & 10 & 15 \end{pmatrix} \left(\tfrac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} -1 & -7 & -2 \\ 5 & -2 & 10 \\ -11 & -3 & 15 \end{pmatrix} \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta_A}\, {}^{t}\tilde{A} = \frac{1}{-37}\begin{pmatrix} -1 & -7 & -2 \\ 5 & -2 & 10 \\ -11 & -3 & 15 \end{pmatrix} \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{-1}{37}\begin{pmatrix} -1 & -7 & -2 \\ 5 & -2 & 10 \\ -11 & -3 & 15 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{-1}{37}\begin{pmatrix} -37 \\ 37 \\ -74 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore x = 1 \,,\quad y = -1 \,,\quad z = 2 \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

(تراعى الحلول الأخرى)

12-

(b) $C_3^1 \times C_9^3$ (1)

13-

(b) $2\cos\theta$ (1)

14-

(d) $\vec{r} = (2; 1; -3) + k(-1; 1; -2)$ (1)

15-

(a) $Z = \frac{8(\sqrt{3}+i)}{\sqrt{3}-i} \times \frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}+i}$

$Z = \frac{8(3+2\sqrt{3}\,i-1)}{4}$

$Z = 4 + 4\sqrt{3}\,i$ ($\frac{1}{2}$)

$Z = 8\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right)$

$= 8\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

$Z = 8e^{\frac{\pi}{3} i}$ ($\frac{1}{2}$)

$\sqrt[3]{Z} = 2e^{\frac{\frac{\pi}{3}+2\pi n}{3} i}$; $n = 0; 1; -1$ ($\frac{1}{2}$)

en $n = 0$ ∴ $\sqrt[3]{Z} = 2e^{\frac{\pi}{9} i}$ ($\frac{1}{2}$)

en $n = 1$ ∴ $\sqrt[3]{Z} = 2e^{\frac{7\pi}{9} i}$ ($\frac{1}{2}$)

en $n = -1$ ∴ $\sqrt[3]{Z} = 2e^{-\frac{5\pi}{9} i}$ ($\frac{1}{2}$)

(b)

$(x+yi)(1-3i)$

$= 37\left(\frac{7+4\omega^2+3-4\omega^2}{(3-4\omega^2)(7+4\omega^2)}\right)$ $\frac{1}{2}$

$= 37\left(\frac{10}{(3-4\omega^2)(7+4\omega^2)}\right)$

$= 37\left(\frac{10}{21-16\omega^2-16\omega}\right)$ $\frac{1}{2}$

$= 37\left(\frac{10}{21-16(\omega^2+\omega)}\right)$ $\frac{1}{2}$

$= \frac{370}{37}$

$= 10$ $\frac{1}{2}$

$x+yi = \frac{10}{1-3i} \times \frac{1+3i}{1+3i}$ $\frac{1}{2}$

$= \frac{10(1+3i)}{10}$

$x+yi = 1+3i$

$x = 1$ et $y = 3$ $\frac{1}{2}$

(تراعى الحلول الأخرى)

16-

(b) 15 (١)

17-

(C) $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-4)^2=16$ (١)

18-

(b) $z=5$ (١)

19-

(a) $\overrightarrow{BA}=\vec{A}-\vec{B}=(-1;-2;-3)$

$\overrightarrow{BC}=\vec{C}-\vec{B}=(-1;4;0)$

(i) $\cos(\angle ABC)=\dfrac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{BA}\|\,\|\overrightarrow{BC}\|}$

$=\dfrac{(-1;-2;-3)\cdot(-1;4;0)}{\sqrt{1+4+9}\;\sqrt{1+16+0}}$ ($\frac{1}{2}$)

$=\dfrac{1-8+0}{\sqrt{14}\;\sqrt{17}}=\dfrac{-7}{\sqrt{14}\;\sqrt{7}}$

$m(\angle ABC)\simeq 117^\circ$ ($\frac{1}{2}$)

(ii) $\because\ \overrightarrow{BC}=\vec{C}-\vec{B}\Rightarrow\vec{C}=\overrightarrow{BC}+\vec{B}$

$\vec{C}=(-1;4;0)+(3;5;4)=(2;9;4)$

$\overrightarrow{AC}=\vec{C}-\vec{A}=(0;6;3)$

La composante du vecteur $=\left(\dfrac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}}{\|AB\|^2}\right)\cdot\overrightarrow{AB}$ ($\frac{1}{2}$)

$=\dfrac{(0;6;3)\cdot(1;2;3)}{1+4+9}\cdot(1;2;3)$

$=\dfrac{0+12+9}{14}\cdot(1;2;3)=\left(\frac{3}{2};3;\frac{9}{2}\right)$ ($\frac{1}{2}$)

(b) (i) Le volume du parallélépipède

$$= |\vec{A} \cdot \vec{B} \times \vec{C}|$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{vmatrix} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

$$= 1(7) - 4(-11) + 2(-1) = 49 \text{ unités de volume} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

(ii) L'aire de la base $= \|\vec{A} \times \vec{B}\|$

$$\because \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -7\vec{j} + 14\vec{k}$$

$$\|\vec{A} \times \vec{B}\| = \sqrt{(-7)^2 + (14)^2} = 7\sqrt{5} \text{ unités d'aire} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

La hauteur du parallélépipède $= \dfrac{\text{volume P.P}}{\text{L'aire de la base}}$

$$= \frac{49}{7\sqrt{5}}$$

$$= \frac{7\sqrt{5}}{5} \simeq 3,13 \text{ Unités de longueur} \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)$$

(تراعى الحلول الأخرى)

(انتهت الإجابة وتراعى الحلول الأخرى)