ملزمة

الرياضيات

الفصل الدراسي الثاني

2019-2020

الحادي عشر العام

إعداد مدرس الرياضيات أ . مُصْطَفَى أُسَامَةَ عَلَّام

alllaaam@yahoo.com

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى علام

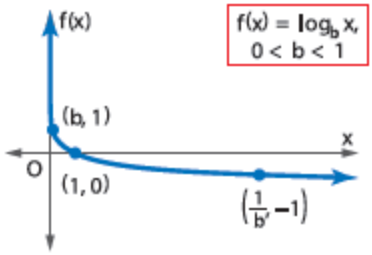
الوحدة 6

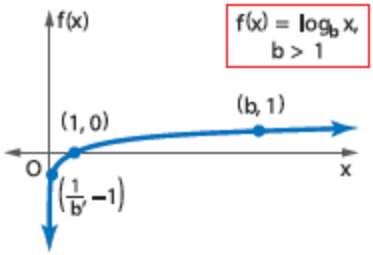
alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى علام

ورقة عمل الحادي عشر العام **6-1 اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية** الاسم:_____

نواتج التعلّم 1–إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية. 2 –تمثيل الدوال اللوغاريتيمة بيانيًا.

$\log_b x = y$ فقط وفقط إذا كان $b^y = x$.





اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسية.

$\log_8 512 = 3$	$\log_5 625 = 4$	$\log_3 \frac{1}{27} = -3$	$\log_9 1 = 0$
_____	_____	_____	_____

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية.

$11^3 = 1331$	$16^{\frac{3}{4}} = 8$	$6^{-3} = \frac{1}{216}$	$27^{\frac{2}{3}} = 9$
_____	_____	_____	_____

أوجد قيمة كل تعبير.

$\log_{13} 169$	$\log_2 \frac{1}{128}$	$\log_6 1$	$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____

العلوم استخدم المعلومات الواردة في بداية الدرس. يمكن إيجاد القيمة الخاصة بأي جسم على باليرمو باستخدام المعادلة $PS = \log_{10} R$. حيث تمثّل R الخطورة النسبية التي يشكلها الجسم.
اكتب معادلةً بالصورة الأسية للتعبير عن معكوس الدالة.

_____

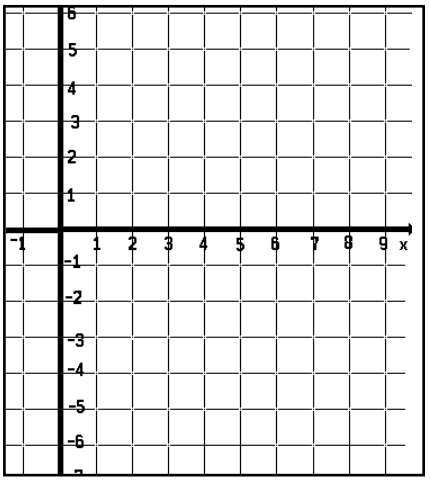
_____

alllaaam@yahoo.com

مثّل كل دالة بيانيًا.

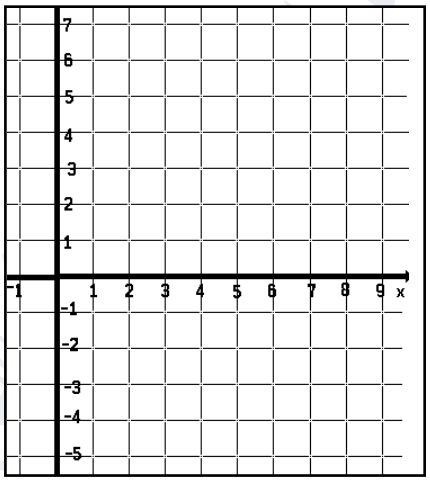
$f(x) = \log_3 x$

x	f(x)



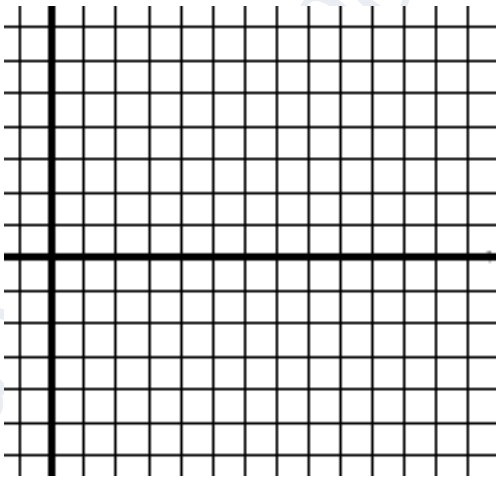
$f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$

x	f(x)



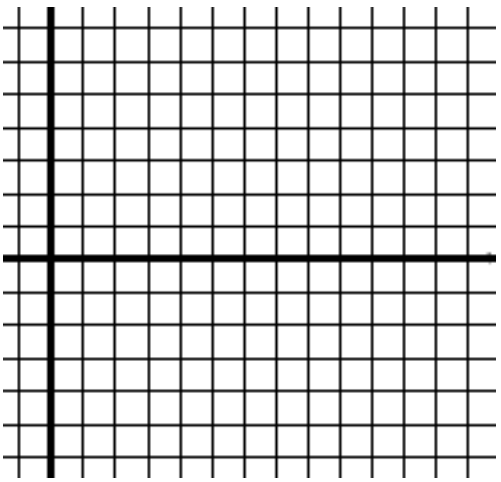
$f(x) = 4 \log_4 (x - 6)$

x	f(x)



$f(x) = 2 \log_{\frac{1}{10}} x - 5$

x	f(x)



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

https://t.me/mustafaallam
https://t.me/alllaaam82

ورقة عمل الحادي عشر العام **6-2 حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية** الاسم:_____

نواتج التعلّم 1– حل المعادلات اللوغاريتمية. 2 – حل المتباينات اللوغاريتمية .

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x > y$، فإن $x > b^y$.
إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x < y$، فإن $0 < x < b^y$.

إذا كان $b > 1$، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
ويكون $\log_b x < \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$.

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

$\log_8 x = \frac{4}{3}$

$\log_{16} x = \frac{3}{4}$

$\log_8 \frac{1}{2} = x$

$\log_6 \frac{1}{36} = x$

$\log_x 32 = \frac{5}{2}$

$\log_x 27 = \frac{3}{2}$

$\log_3 (3x + 8) = \log_3 (x^2 + x)$

$\log_6 (x^2 - 6x) = \log_6 (-8)$

$\log_9 (x^2 - 4x) = \log_9 (3x - 10)$

allaaam@yahoo.com علام مصطفى

حل كل من المتباينات التالية.

$\log_6 x < -3$

$\log_4 x \geq 4$

$\log_2 x \leq -2$

$\log_2 (4x - 6) > \log_2 (2x + 8)$

$\log_7 (x + 2) \geq \log_7 (6x - 3)$

$\log_5 (12x + 5) \leq \log_5 (8x + 9)$

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى علام

ورقة عمل الحادي عشر العام — 6-3 خواص اللوغاريتمات — الاسم:_____

نواتج التعلّم

1– تحويل التعابير لأبسط صورة وإيجاد قيمها باستخدام خواصّ اللوغاريتمات.

2 – حل معادلاتٍ لوغاريتميةً باستخدام خواص اللوغاريتمات.

خاصية الضرب	خاصية القسمة	خاصية القوة
$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$	$\log_b m^p = p \log_b m$

استخدم $\log_4 2 = 0.5$, $\log_4 3 \approx 0.7925$، و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدّر قيمة كلّ تعبيرٍ على وجه التقريب.

$\log_4 30$	$\log_4 20$	$\log_4 \frac{2}{3}$
$\log_4 \frac{4}{3}$	$\log_4 9$	$\log_4 8$

إذا كان لديك $\log_6 8 \approx 1.1606$ و $\log_7 9 \approx 1.1292$، قدّر قيمة كل تعبيرٍ على وجه التقريب.

$\log_6 512$	$\log_7 567$

تسلّق الجبال مع زيادة الارتفاع، ينخفض الضغط الجوي للهواء. ويعطى قانون حساب الضغط بناءً على الارتفاع بالعلاقة $a = 15{,}500\,(5 - \log_{10} P)$ ، حيث a يمثل الارتفاع بالأمتار و P يمثّل الضغط بالباسكال (باسكال $1\text{ psi} \approx 6900$). فما قيمة ضغط الهواء عند القمّة بالباسكال لكلٍّ من الجبال المدرجة في الجدول على الجهة اليمنى؟

الجبل	البلد	الارتفاع (m)
إيفرست	نيبال/التبت	8850
تريسولي	الهند	7074
بونيتي	الأرجنتين/تشيلي	6872
ماكينلي	الولايات المتحدة	6194
لوغان	كندا	5959

المثابرة حلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

$\log_{10} a + \log_{10} (a + 21) = 2$

$5 \log_2 x = \log_2 32$

$\log_3 56 - \log_3 n = \log_3 7$

allaaam@yahoo.com مصطفى علام

ورقة عمل الحادي عشر العام | 6-4 اللوغاريتمات العادية | الاسم:_____

نواتج التعلّم
1– حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.
2 – إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية باستخدام قانون تغيير الأساس.

قانون تغيير الأساس $\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل تعبير مما يلي مع التقريب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

log 0.4

log 21

log 5

علوم كمية الطاقة E، مقدرةً بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استخدم المعادلة لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$11^{b-3} = 5^{b}$

$7^{x^2} = 20.42$

$2.1^{a+2} = 8.25$

$6^{x} = 40$

أوجد حل كل متباينة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$6^{p-1} \leq 4^{p}$

$5^{4n} > 33$

عبّر عن كل لوغاريتم بدلالة اللوغاريتمات العادية. ثم قرّب قيمته لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$\log_9 13$

$\log_3 7$

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى علام

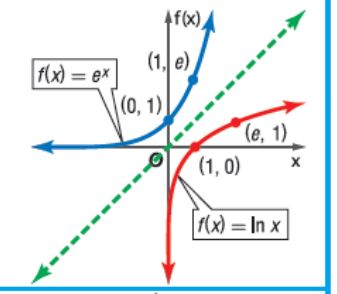
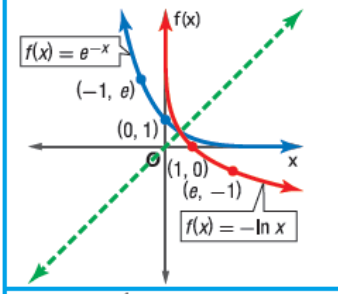
ورقة عمل الحادي عشر العام 6-5 الأساس e واللوغايتمات الطبيعية الاسم:_____

نواتج التعلّم

1 – إيجاد قيم التعابير المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم الطبيعي.

2 – حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.

المرابحة المركبة المستمرة	$A = Pe^{rt}$.
A هو المبلغ في الحساب بعد t أعوام.	
P هو المبلغ الأصلي المُسْتَثْمَر	
r هو معدل المرابحة السنوي.	

$f(x) = e^{x}$	$f(x) = e^{-x}$
	
النمو الأسي	الاضمحلال الأسي

اكتب دالة أسية أو لوغاريتمية مكافئة.

$e^{x} = 30$	$\ln x = 42$	$e^{3} = x$	$\ln 18 = x$
_____	_____	_____	_____

اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم مفرد.

$3 \ln 2 + 2 \ln 4$	$5 \ln 3 - 2 \ln 9$	$3 \ln 6 + 2 \ln 9$	$3 \ln 5 + 4 \ln x$
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$5e^{x} - 24 = 16$	$3e^{-3x} + 4 = 6$
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

alllaaam@yahoo.com

أوجد حل كل معادلة أو متباينة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$\ln 3x = 8$

$-4 \ln 2x = -26$

$\ln (x+5)^2 < 6$

$5 + e^{-x} > 14$

علوم فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقًا للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$. حيث v هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و t هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى علام

ورقة عمل الحادي عشر العام **6-6 استخدام الدوال الأسية و اللوغاريتمية** الاسم:_____

نواتج التعلّم
1 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أسيًّا.
2 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستيًا.

النمو الأسي	الاضمحلال الأسي
يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة $f(x) = ae^{kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل النمو المستمر**.	يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة $f(x) = ae^{-kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل الاضمحلال المستمر**.

دالة النمو اللوجيستي
$f(t) = \frac{c}{1 + ae^{-bt}}$ حيث t تمثل الوقت.

علم الأحياء القديمة يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام.

a. حدد قيمة k ومعادلة تحلل البوتاسيوم 40.

_____

_____

b. تحتوي عينة حاليًا على 36 ميليجرامًا من البوتاسيوم 40. فكم من الوقت ستستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 مللي جرامًا فقط من البوتاسيوم 40؟

_____

_____

c. كم عدد مللي جرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تتبقى بعد 300 مليون عام؟

_____

_____

d. كم الوقت الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثُمن مقداره الأصلي؟

_____

_____

alllaaam@yahoo.com

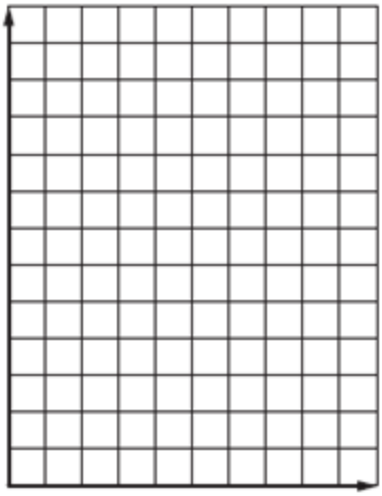
العلوم سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنمو عليه الجراثيم أُسّيًا وفق النموذج $y = 2e^{kt}$، حيث t الوقت بالثواني.

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فأوجد قيمة k للجراثيم.

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعامًا قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

c. هل ستتناول طعامًا سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لِمَ أو لِمَ لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.

علم الحيوان افترض أن تعداد الثعالب الحمراء في موطنها المحدد يتبع الدالة $P(t) = \frac{16{,}500}{1 + 18e^{-0.085t}}$، حيث t تمثل الوقت بالأعوام.



a. مثّل الدالة بيانيًا عندما يكون $0 \le t \le 200$.

b. ما خط التقارب الأفقي؟

c. ما الحد الأقصى للتعداد؟

d. متى سيصل التعداد إلى 16,450؟

الوحدة 7

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى علام

ورقة عمل الحادي عشر العام 7-1 ضرب التعابير النسبية وقسمتها الاسم : _____

نواتج التعلّم 1– تحويل التعابير النسبية لأبسط صورة. 2 – تحويل الكسور المركبة لأبسط صورة.

يطلق على النسبة بين تعبيرين كثيري الحدود مثل $\frac{1700}{d-33}$ **تعبير نسبي**.

الكسر المركب هو تعبير نسبي له بسط و/أو مقام عبارة عن تعبير نسبي أيضًا.

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$\frac{c+d}{3c^2-3d^2}$

$\frac{x^2-5x-24}{x^2-64}$

الاختيار من متعدد حدد جميع قيم x التي يكون عندها $\frac{x+7}{x^2-3x-28}$ غير معرفة.

A $-7, 4$ B $7, 4$ C $4, -7, 7$ D $-4, 7$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$\frac{12x^3y}{13ab^2} \div \frac{36xy^3}{26b}$

$\frac{27x^2y^4}{16yz^3} \cdot \frac{8z}{9xy^3}$

$\frac{a^2x-b^2x}{by-ay}$

$\frac{y^2+3y-40}{25-y^2}$

allaaam@yahoo.com

$$\frac{x^2-4x-21}{x^2-6x+8}\cdot\frac{x-4}{x^2-2x-35}$$

$$\frac{a^2-b^2}{3a^2-6a+3}\div\frac{4a+4b}{a^2-1}$$

$$\frac{\frac{a^3b^3}{xy^4}}{\frac{a^2b}{x^2y}}$$

$$\frac{\frac{4x}{x+6}}{\frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}}$$

التبرير المنطقي يمكن تمثيل حجم حاويات الشحن ذات شكل متوازي مستطيلات بكثيرة الحدود $6x^3+11x^2+4x$, حيث يكون الارتفاع x.

a. أوجد طول الحاوية وعرضها.

b. أوجد النسبة بين الأبعاد الثلاثة للحاوية عندما تكون $x=2$.

c. هل ستكون النسبة بين الأبعاد الثلاثة واحدة لجميع قيم x؟

ورقة عمل الحادي عشر العام 7-2 جمع التعابير النسبية وطرحها الاسم :_____

نواتج التعلّم 1– تحديد المضاعف المشترك الأصغر للدوال كثيرة الحدود. 2 – جمع التعابير النسبية وطرحها.

أوجد المضاعف المشترك الأصغر لكل مجموعة من كثيرات الحدود.

$7a^2, 9ab^3, 21abc^4$

$16x, 8x^2y^3, 5x^3y$

$x^3 - 6x^2 - 16x, x^2 - 4$

$3y^2 - 9y, y^2 - 8y + 15$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$\frac{7b}{12a} - \frac{1}{18ab^3}$

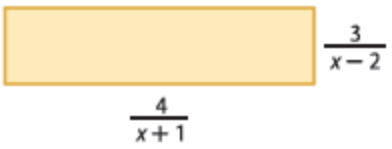
$\frac{12y}{5x} + \frac{5x}{4y^3}$

alllaaam@yahoo.com مدرس مصطفى علام

$$\frac{8}{y-3}+\frac{2y-5}{y^2-12y+27}$$

$$\frac{4x}{x^2+9x+18}+\frac{5}{x+6}$$

هندسة أوجد محيط المستطيل.



$$\frac{3a+2}{a^2-16}-\frac{7}{6a+24}$$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$$\frac{\frac{3}{x}+\frac{2}{y}}{1+\frac{4}{y}}$$

$$\frac{4+\frac{2}{x}}{3-\frac{2}{x}}$$

amrdam@yahoo.com عمل المدرس

ورقة عمل الحادي عشر العام | 7-3 تمثيل دوال المقلوب بيانياً | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1– تحديد خصائص دوال المقلوب. 2 – تمثيل تحويلات دوال المقلوب بيانياً.

تضم **دالة المقلوب** معادلة لها الصيغة $f(x) = \frac{1}{a(x)}$، حيث $a(x)$ دالة خطية و $a(x) \neq 0$.

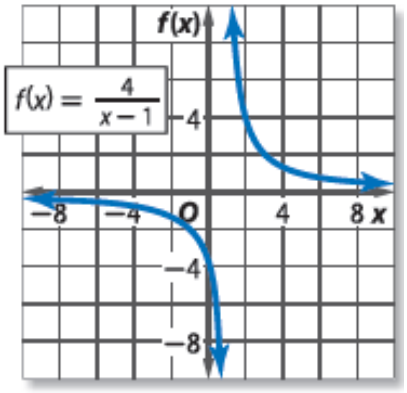
نوع التمثيل البياني: **قطع زائد**

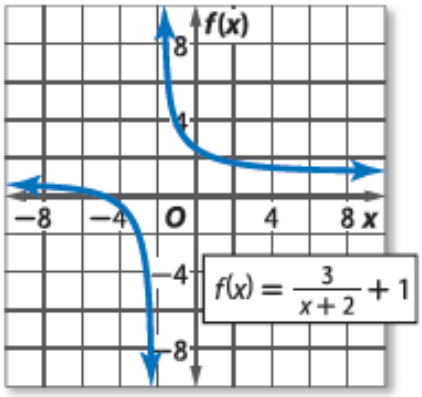
تحويلات دوال المقلوب

$$f(x) = \frac{a}{x-h} + k$$

h – الإزاحة الأفقية k – الإزاحة الرأسية a – الاتجاه والشكل

حدّد الخطوط المقاربة والمجال والمدى لكل دالة.





allaaam@yahoo.com

مثّل كل دالة بيانيًا. واذكر المجال والمدى.

$f(x) = \frac{-1}{x-2} + 4$

$f(x) = \frac{2}{x+3}$

$f(x) = \frac{5}{x}$

التبرير المنطقي تخطط مجموعة من الأصدقاء لتقديم قسيمة هدية لقائد المجموعة الشبابية لقضاء يوم في منتجع صحي. تبلغ تكلفة القسيمة AED 150.

a. إذا كانت c تمثل التكلفة على كل صديق وكانت f تمثل عدد الأصدقاء، فاكتب معادلة لتمثيل التكلفة على كل صديق كدالة لعدد الأصدقاء الذين قدموا المال.

b. مثل الدالة بيانيًا.

C. وضح أي قيود على المجال أو المدى في هذا الموقف.

alllaaam@ya

ورقة عمل الحادي عشر العام — 7-4 التمثيل البياني للدوال النسبية — الاسم : _____

نواتج التعلّم

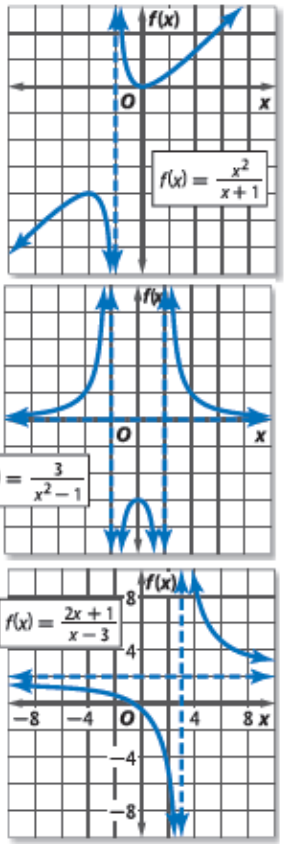
1– التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية.

2 – التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخط المقارب المائل ونقطة الانفصال.

الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية

إذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1، وكان $b(x)\neq 0$، فإن:

- $f(x)$ لها **خط مقارب رأسي** عندما تكون $b(x)=0$.
- $f(x)$ لها **خط مقارب أفقي** واحد على الأكثر.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ أكبر من درجة $b(x)$، فلا يوجد خط مقارب أفقي.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ أقل من درجة $b(x)$، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y=0$.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ تساوي درجة $b(x)$، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y=$ $\frac{\text{المعامل الرئيسي لـ } a(x)}{\text{المعامل الرئيسي لـ } b(x)}$



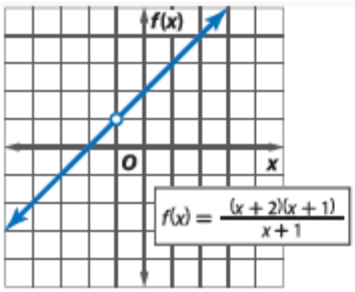
$f(x)=\frac{x^2}{x+1}$

$f(x)=\frac{3}{x^2-1}$

$f(x)=\frac{2x+1}{x-3}$

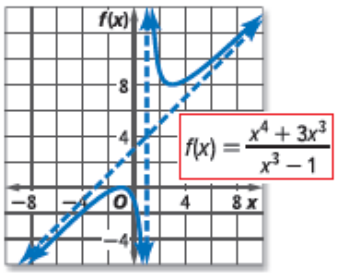
نقطة الانفصال

إذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، $b(x)\neq 0$، $x-c$ عوامل لكل من $a(x)$ و $b(x)$، فسيوجد نقطة الانفصال عند $x=c$.



الخط المقارب المائل

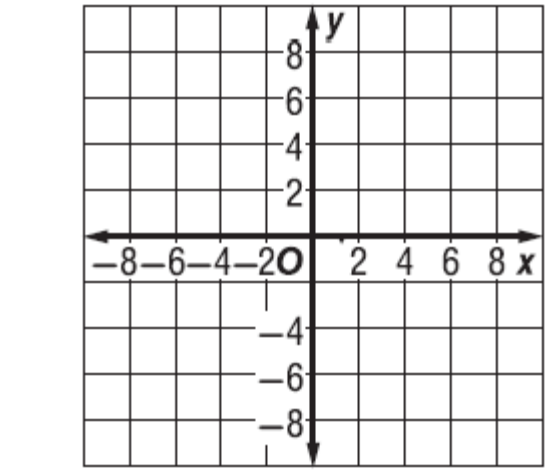
إذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1 وكانت $b(x)\neq 0$، فإن $f(x)$ لها خط مقارب مائل إذا كانت درجة $a(x)$ مطروحًا منها درجة $b(x)$ تساوي 1. وتكون معادلة الخط المقارب هي $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$ بدون باقٍ.



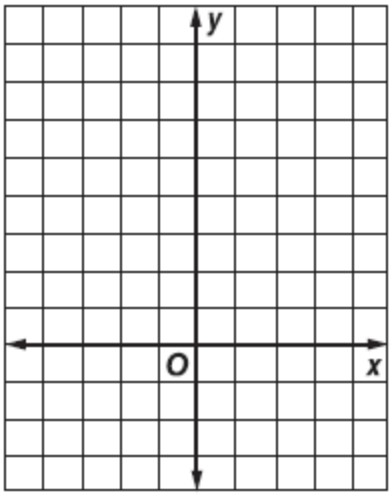
الخط المقارب المائل: $f(x)=x+3$

مثّل كل دالة بيانيًا.

$f(x) = \frac{x-3}{x+1}$

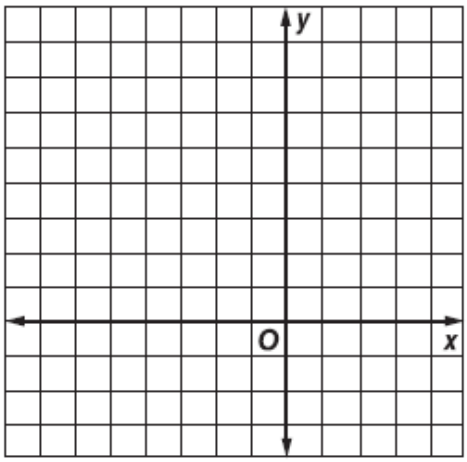


$f(x) = \frac{x^4-2}{x^2-1}$



عمل المدرس مصطفى علام
allaaam@yahoo.com

الاستنتاج يتخذ حسن موقع المهاجم بفريق كرة القدم لمدرسته الثانوية. وفي هذا الموسم، حقق حتى الآن 7 من 11 هدفًا. ويود تحسين نسبة الأهداف الخاصة به. فإذا كان بإمكانه تحقيق x هدفًا متتابعًا، فيمكن تحديد نسبه أهدافه باستخدام الدالة $P(x) = \frac{7+x}{11+x}$.



a. مثّل الدالة بيانيًا.

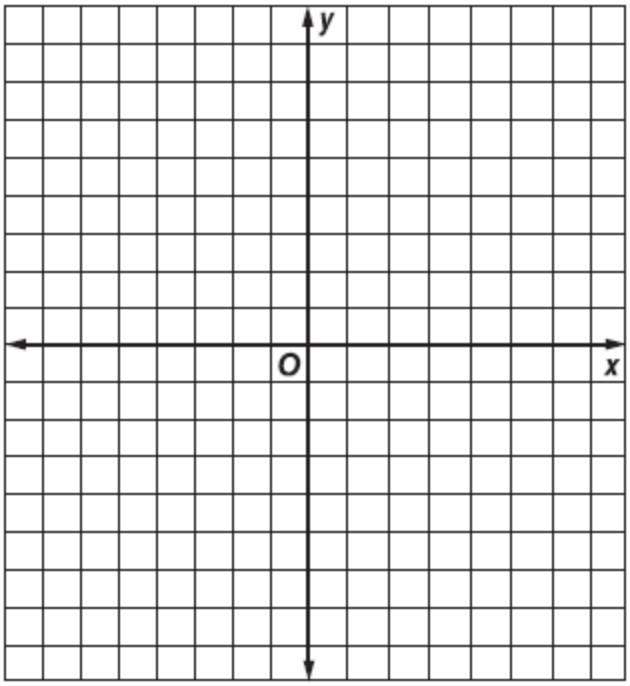
b. أي جزء من التمثيل البياني يعتبر ذي معنى في سياق المسألة؟

c. اذكر معنى تقاطع المحور الرأسي.

d. ما معادلة الخط المقارب الأفقي؟ اشرح معناها فيما يتعلق بنسبة أهداف حسن.

مثّل كل دالة بيانيًا.

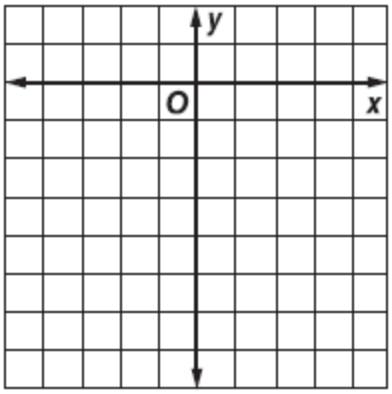
$f(x) = \frac{6x^2 - 3x + 2}{x}$



alllaaam@yahoo.com مدرس مصطفى علام

مثّل كل دالة بيانيًا.

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x + 1}$$



alllaaam@yahoo.com

ورقة عمل الحادي عشر العام **7-5 حل المعادلات والمتباينات النسبية** الاسم :_____

نواتج التعلّم 1– حل المعادلات النسبية. 2 – حل المتباينات النسبية.

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من حلك.

$$\frac{4}{7}+\frac{3}{x-3}=\frac{53}{56}$$

$$\frac{8}{x-5}-\frac{9}{x-4}=\frac{5}{x^2-9x+20}$$

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى علام

البنية لدى نورة 4.5 كيلوجرام من الفاكهة المجففة وتبيع كل كيلوجرام منها مقابل AED 51. وتود أن تعرف كم تحتاج من كيلوجرام مزيج المكسرات المباعة مقابل AED 36.73 لكيلوجرام لتصنع مزيجًا من المكسرات والفاكهة المجففة يباع مقابل AED 28.04 للرطل. كم عدد كيلوجرام مزيج المكسرات اللازم.

الكيمياء كم عدد ميلليترات محلول حمضي بتركيز 20% التي يجب إضافتها إلى 30 ميلليترًا من محلول حمضي بتركيز 75% للحصول على محلول حمضي بتركيز 30%؟

المسافة يبلغ متوسط سرعة قيادة موزة لدراجتها 11.5 كيلو متراً في الساعة. وتقوم برحلة ذهاب وعودة بمسافة 40 كيلو متراً. وتستغرق 3 ساعات و 50 دقيقة. ما متوسط سرعة الرياح؟

السفر جوًا تستغرق إحدى الطائرات 20 ساعة لتطير إلى وجهتها عكس اتجاه الرياح. تستغرق رحلة العودة 16 ساعة. إذا كان متوسط سرعة الطائرة في الهواء الساكن 500 ميل في الساعة، فما متوسط سرعة الرياح أثناء الرحلة؟

المباني تستطيع مجموعة بدر التطوعية بناء مرأب في 12 ساعة. وتستطيع مجموعة شيماء بناء مرأب في 16 ساعة. كم من الزمن سيستغرقان إذا عملا معًا؟

العمل يعمل أيوب وفارس في تلميع السيارات. ويستطيع أيوب تلميع إحدى السيارات في 60 دقيقة بينما يستطيع فارس تلميع نفس السيارة في 80 دقيقة. ويخطط الاثنان إلى تلميع نفس السيارة معًا ويودان معرفة كم من الزمن سيستغرق ذلك.

حُــلّ كل من المتباينات التالية. تحقق من صحة الحل.

$\frac{1}{4c} + \frac{1}{9c} < \frac{1}{2}$

$\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} > \frac{2}{3}$

allaaam@yahoo.com

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى علام

الوحدة 8

ورقة عمل الحادي عشر العام | 8-1 المتتاليات كدوال | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1– ربط المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية. 2– ربط المتتاليات الهندسية بالدوال الأسية.

المتتالية هي مجموعة من الأعداد بترتيب أو نمط معين. كل عدد في المتتالية يُسمى **حدًا**.
ويتم التعبير عن الحد الأول من متتالية بـ a_1 ، بينما يتم التعبير عن الحد الثاني بـ a_2، وهكذا.

في **المتتالية الحسابية** ، يتحدد كل حد من خلال إضافة قيمة ثابتة إلى الحد السابق.
ويُطلق على هذه القيمة الثابتة اسم **الفرق المشترك**.

وفي **المتتالية الهندسية** ، يتحدد كل حد من خلا ل ضرب ثابت غير صفري في الحد السابق
ويُطلق على هذه القيمة الثابتة اسم **النسبة المشتركة**.

التمثيل البياني لحدود المتتالية الحسابية يستقر على خط مستقيم.
التمثيل البياني للمتتالية الهندسية يكون أسيًا.

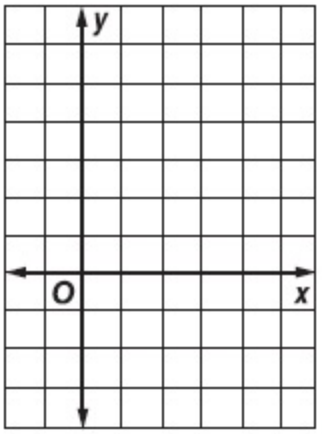
حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي حسابية. اكتب نعم أو لا.

0.6, 0.9, 1.2, 1.8, ...

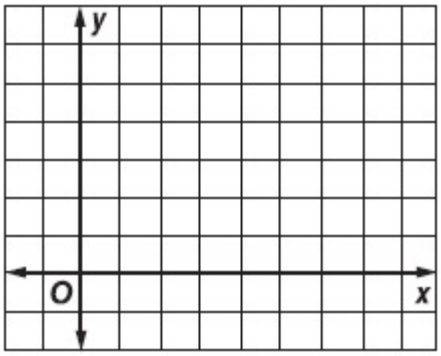
8, -2, -12, -22,

أوجد الحدود الأربعة التالية لكل متتالية حسابية. ثم مثّل المتتالية بيانيًا.

-19, -11, -3, ...



6, 18, 30, ...



المعرفة المالية تدخر خديجة من أموالها لشراء سيارة. وهي تمتلك AED 250، وتخطط لادخار AED 75 في الأسبوع من عملها.

a. كم ستكون خديجة قد ادخرت بعد 8 أسابيع؟

b. إذا كانت السيارة تكلف AED 2000، فكم من الوقت ستستغرق لادخار مالٍ كافٍ بهذا المعدل؟

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي هندسية. اكتب نعم أو لا.

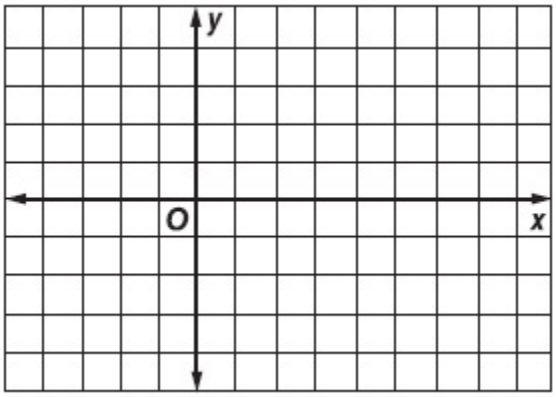
4, 12, 36, 108, ...

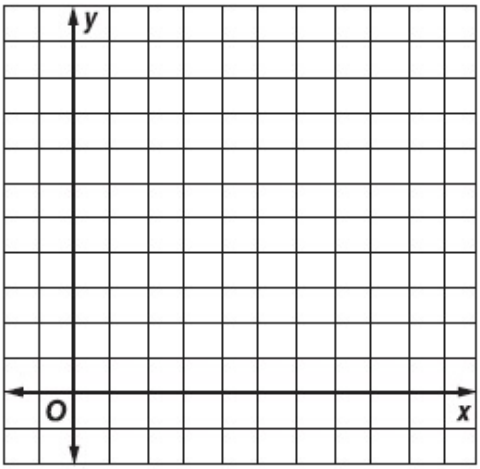
-8, -5, -1, 4, ...

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية. ثم مثّل المتتالية بيانيًا.

9, -3, 1, $-\frac{1}{3}$, ...

8, 12, 18, 27, ...





حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي *حسابية*، أم *هندسية*، أم *ليست أيًا منهما*. اشرح استنتاجك.

12, 16, 20, 24, ...

200, -100, 50, -25, ...

5, 1, 7, 3, 9, ...

ورقة عمل الحادي عشر العام | 8-2 المتتاليات والمتسلسلات الحسابية | الاسم :_____

نواتج التعلّم 1– استخدام المتتاليات الحسابية. 2– إيجاد مجاميع المتسلسلات الحسابية.

الحد النوني a_n لمتتالية حسابية $a_n = a_1 + (n-1)d$

مجموع الحدود *النونية* الأولى اسم **المجموع الجزئي**

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$$

أوجد الحد المشار إليه لكل متتالية حسابية.

12, 25, 38, ... من أجل a_{18}

$a_1 = 14,\ d = 9,\ n = 11$

اكتب معادلة للحد النوني لكل متتالية حسابية.

$a_5 = -12,\ d = -4$

13, 19, 25, ...

أوجد الأوساط الحسابية في كل متتالية.

$-4, \underline{?}, \underline{?}, \underline{?}, 8$

$6, \underline{?}, \underline{?}, \underline{?}, 42$

allaam@yahoo.com

أوجد مجموع كل متسلسلة حسابية.

أول 50 عددًا طبيعيًا

$4 + 8 + 12 + \cdots + 200$

$a_n = 145,\ d = 5,\ n = 21$

$a_1 = 12,\ a_n = 188,\ d = 4$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى لكل متسلسلة حسابية.

$n = 18,\ a_n = 112,\ S_n = 1098$

$a_1 = 8,\ a_n = 100,\ S_n = 1296$

اختيار من متعدد أوجد $\sum_{k=1}^{12} (3k + 9)$.

A 45

B 78

C 342

D 410

عمل المدرس مصطفى علام
alllaaam@yahoo.com

ورقة عمل الحادي عشر العام | 8-3 المتتاليات والمتسلسلات الهندسية | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1– استخدام المتتاليات الهندسية. 2– إيجاد مجاميع المتسلسلات الهندسية.

الحد *النوني* a_n لمتتالية هندسية، $a_n = a_1 r^{n-1}$

مجموع الحدود *النونية* الأولى اسم **المجموع الجزئي**

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}, \quad r \neq 1$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}, \quad r \neq 1$$

الانتظام يصنع أحمد شجرة عائلة لجده. وقد تمكن من تتبع العديد من الأجيال. وإذا استطاع أحمد تتبع 10 أجيال سابقة من عائلته، بدءًا من والديه، فكم عدد الأسلاف الذين سيتمكن من تتبعهم؟

_____

_____

_____

اكتب معادلة للحد *النوني* لكل متتالية هندسية.

$-4, 16, -64, \ldots$

_____

_____

$18, 6, 2, \ldots$

_____

_____

$a_2 = -96, r = -8$

_____

_____

_____

_____

$a_6 = \frac{1}{8}, r = \frac{3}{4}$

_____

_____

_____

_____

allaaam@yahoo.com

أوجد الأوساط الهندسية لكل متتالية.

وسطين هندسيين بين 3 و 375.

0.25, ?, ?, ?, 64

الألعاب ترتب شيماء بعض صفوف قطع الدومينو بحيث عندما تضرب أول قطعة منها، تتساقط كل قطعة على قطعتين أخريين عندما تسقط. وإذا كان هناك عشرة صفوف، فكم عدد قطع الدومينو التي ستستخدمها شيماء؟

أوجد مجموع كل متسلسلة هندسية.

$\sum_{k=1}^{8} 4\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$

$\sum_{k=1}^{6} 3(4)^{k-1}$

أوجد a_1 لكل متسلسلة هندسية موصوفة.

$S_n = 1020,\ a_n = 4,\ r = \frac{1}{2}$

$S_n = 85\frac{5}{16},\ r = 4,\ n = 6$

ورقة عمل الحادي عشر العام | 8-4 نظرية ذات الحدين | الاسم : _____

نواتج التعلّم

1- استخدام مثلث باسكال لتفكيك أسس ذوات الحدين.
2- استخدام نظرية ذات الحدين لتفكيك أسس ذوات الحدين.

نظرية ذات الحدين

إذا كان n عددًا طبيعيًا، فإن

$$(a+b)^n = {}_nC_0\,a^nb^0 + {}_nC_1\,a^{n-1}b^1 + {}_nC_2\,a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_n\,a^0b^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!}\,a^{n-k}b^k$$

فكّك كل ذات حدين.

$(c+d)^5$

$(x-4)^6$

$(2y-z)^5$

$(g+h)^7$

alllaaam@yahoo.com مصطفى علام

علم الوراثة إذا كانت فرصة أنْ ترزق امرأة بولد أو ببنت متساوية، فاستخدم مفكوك ذات الحدين لتحديد احتمال أن 5 من أطفالها الستة هم بنات. لا تضع التوائم المتماثلة في الاعتبار.

أوجد الحد المشار إليه لكل تعبير.

الحد الرابع لـ $(b + c)^9$

الحد السادس لـ $(2c - 3d)^8$

allaaam@yahoo.com

ورقة عمل الحادي عشر العام | 8-5 الاستقراء الرياضيّ | الاسم : _____

نواتج التعلّم

1– استخدام الاستقراء الرياضي في برهنة صحة جمل الجمع التي تشتمل على العدد الطبيعي n.

2 – استخدام الاستقراء الرياضي في برهنة صحة جمل خصائص قابلية القسمة التي تشتمل على العدد الطبيعي n.

مبدأ الاستقراء الرياضي هو أسلوب لبرهنة الجمل الرياضية المتعلِّقة بالأعداد الطبيعة.

مفهوم أساسيٌّ

أضف الى مطويتك

مبدأ الاستقراء الرياضيّ

لبرهنة أن جملة ما صحيحة للأعداد الطبيعية جميعها n، اتبع الخطوات الآتية :

الخطوة 1: برهن أن الجملة صحيحة عندما $n = 1$.

الخطوة 2: افترض أن الجملة صحيحة عند العدد الطبيعي k . وهذا الفرض يُسمّى **فرضية الاستقراء** .

الخطوة 3: برهن أن الجملة صحيحة عند العدد الطبيعي التالي $k + 1$.

مستخدمًا الاستقراء الرياضي : برهن صحّة كلٍّ من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها n :

$$3 + 5 + 7 + \cdots + (2n + 1) = n(n + 2)$$

allaaam@yahoo.com

مستخدمًا الاستقراء الرياضي : برهن صحّة كلٍّ من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها n :

$$1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$2+2^2+2^3+\cdots+2^n=2(2^n-1)$$

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى علام

مستخدمًا الاستقراء الرياضي : برهن صحّة كلٍّ من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها n :

$9^n - 1$ يقبل القسمة على 8 .

$6^n + 4$ يقبل القسمة على 5 .

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى علام

$5^n - 2^n$ يقبل القسمة على 3 .

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى علام

alllaaam@yahoo.com عمل المدرس مصطفى علام

الوحدة 10

ورقة عمل الحادي عشر العام 9-1 إعداد دراسة الاسم :_____

نواتج التعلّم 1– تحديد تصنيف أنواع الدراسات. 2– إعداد دراسة إحصائية.

أنواع الدراسة

في **الاستطلاع** ، يتم تجميع البيانات من الإجابات المعطاة بواسطة أفراد الفئة المستهدفة، حيث تتناول خصائصهم أو سلوكياتهم أو آرائهم.

في **الدراسة المسحية** ، يتم قياس استجابة أفراد إحدى العينات أو ملا حظة ردود أفعالهم دون تأثرهم بالدراسة.

في **التجربة** ، يتم تقسيم العينة إلى مجموعتين:
- مجموعة *التجربة* التي تخضع للتغيير
- *المجموعة الضابطة* التي لا تخضع للتغيير.

تتم مقارنة التأثير الحاصل على مجموعة التجربة لاحقًا بالمجموعة الضابطة.

حدد ما إذا كان كل موقف يصف *استطلاعًا* أم *تجربة*أم *دراسة مسحية*. ثم حدد عينة واقترح فئة مستهدفة يمكن اختيار العينة منها.

المَدرسة تم اختيار مجموعة من طلا ب مدرسة ثانوية عشوائيًا وطُلب منهم إكمال النموذج الموضح.

_____

_____

هل توافق على القواعد الجديدة لتناول الغداء؟

☐ أوافق ☐ لا أوافق

☐ لا أبالي

التصميمات تريد إحدى شركات الإعلا ن اختبار تصميم شعار جديد. واختارت 20 مشار كًا ورصدت آرائهم بشأن الشعار.

_____

_____

الفرضيات **حدد ما إذا كان كل موقف يناسب إجراء *استطلاع* أم *تجربة* أم *دراسة مسحية* . اشرح استنتاجك.**

محو الأمية تريد إحدى مجموعات محو الأ مية تحديد ما إذا كان طلاب المدرسة الثانوية الذين شاركوا في برنامج القراءة الوطني الأ خير لديهم درجات أعلى في الا ختبار المعياري مقارنة بطلاب المدرسة الثانوية الذين لم يشاركوا في البرنامج أم لا.

_____

_____

البيع بالتجزئة يخطط قسم البحث لدى شركة بيع بالتجزئة لإ جراء دراسة لتحديد ما إذا كانت الصبغة المستخدمة على قميص جديد ستبدأ في الزوال بعد 50 غسلة أم لا.

_____

_____

حدّد ما إذا كان كل سؤال من أسئلة الاستطلاع *متحيّزًا* أم *غير متحيّز*. إذا كان متحيّزًا، فاشرح استنتاجك.

ما برنامج ترشيحات اتحاد الطلاب الذي تؤيده؟

_____

ما مقدار المدة التي عشتها في سكنك الحالي؟

_____

السيارات الهجينة يريد أحد مصانع السيارات تحديد مقدار الطلب في الولايات المتحدة على السيارات الهجينة. اذكر الهدف من الاستطلاع، واقترح الفئة المستهدفة، ثم اكتب سؤالين للاستطلاع دون تحيّز.

_____

_____

_____

_____

حدد أي أخطاء في إعداد التجربة، ثم صِف كيف يمكن تصحيحها.

التجربة: تريد إحدى شركات الأبحاث تحديد ما إذا كان أحد الفيتامينات الجديدة يعزز من مستويات الطاقة، لذا قررت اختبار هذا الفيتامين على طلاب الجامعة. وقد تم أخذ عينة عشوائية، بحيث تتألف مجموعة التجربة من الطلاب الذين تم إعطاؤهم الفيتامين، بينما تتألف المجموعة الضابطة من المحاضرين الذين تم إعطاؤهم دواءً وهميًا.

النتائج: عند إجراء اختبار بدني للأداء، حصلت مجموعة التجربة على درجات أعلى من المجموعة الضابطة. وبالتالي استنتجت الشركة فعالية الفيتامين.

_____

_____

_____

_____

الرياضة تريد إحدى شركات الأبحاث إجراء تجربة لاختبار فائدة مخفوق البروتين الموضح. اذكر الهدف من التجربة، واقترح الفئة المستهدفة، وحدد مجموعة التجربة والمجموعة الضابطة، ثم صِف إجراء العينة.

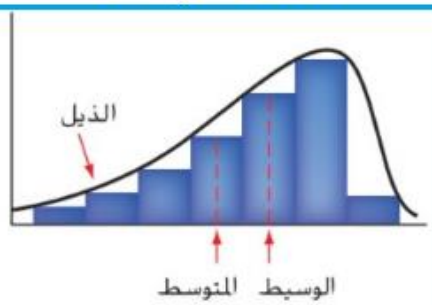
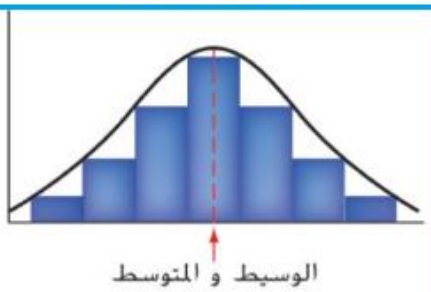
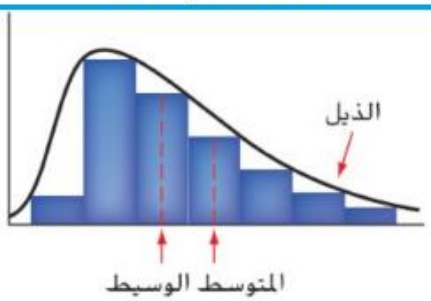
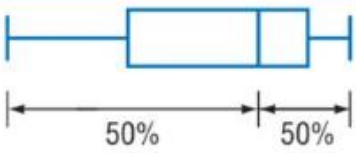
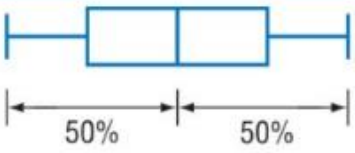
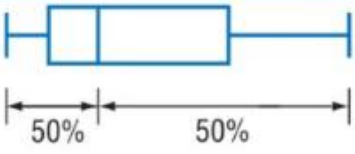
يساعد الرياضيين على التعافي من التدريبات الشاقة!

_____

_____

ورقة عمل الحادي عشر العام | 9-2 توزيع البيانات | الاسم :_____

نواتج التعلّم
1– استخدام أشكال التوزيعات لتحديد الإحصاء المناسب.
2– استخدام أشكال التوزيعات لمقارنة البيانات.

توزيع ملتوٍ سلبًا	توزيع متماثل	توزيع ملتوٍ ايجابًا
		
• المتوسط أقل من الوسيط. • أغلب البيانات تقع على يمين المتوسط.	• المتوسط والوسيط متساويان تقريبًا. • البيانات موزعة بالتساوي على كلا جانبي المتوسط.	• المتوسط أكبر من الوسيط. • أغلب البيانات تقع على يسار المتوسط.
		

- إذا كان التوزيع متماثلاً نسبيًا، فسوف يمكنك استخدام المتوسط والانحراف المعياري.
- إذا كان التوزيع ملتويًا أو له نقاط متطرفة، فاستخدم ملخص الأعداد الخمسة لوصف تمركز وتشتت البيانات.

تدريب يوضح الجدول التالي مقدار الزمن الذي قضاه سعيد في الجري على جهاز الجري الكهربائي لمدة أول 24 يومًا من ممارسته للتدريب الرياضي.

الزمن (بالدقائق)											
23	10	18	24	13	27	19	7	25	30	15	22
10	28	23	16	29	26	26	22	12	23	16	27

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مدرج إحصائي. ثم صف شكل التوزيع.

b. صف تمركز وتشتت البيانات باستخدام أي من المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. برر اختيارك.

1a.

_____

_____

_____

_____

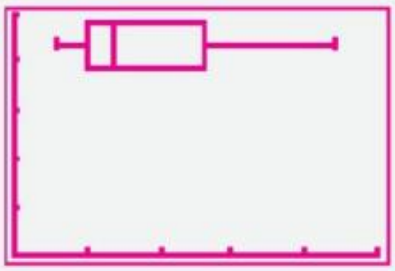
المطاعم إجمالي عدد مرات التي تناول فيها 20 فرّدا عشوائيا الطعام داخل المطعم أو قاموا بشراء وجبات سريعة في إحدى الشهور موضح أدناه.

المطاعم أو المأكولات السريعة									
4	7	5	13	3	22	13	6	5	10
7	18	4	16	8	5	15	3	12	6

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مخطط الرسم الصندوقي. ثم صف شكل التوزيع.

b. صف تمركز وتشتت البيانات باستخدام أي من المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. برر اختيارك.

2a.



[0, 25] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

أدوات إجمالي مبيعات جمع التبرعات للطلا ب في صفين دراسيين في مدرسة الخليل الثانوية موضح بالجدول أدناه.

الصف الدراسي للسيدة/ ياسمين (بالدرهم)					
6	14	17	12	38	15
11	12	23	6	14	28
16	13	27	34	25	32
21	24	21	17	16	

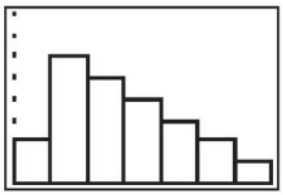
الصف الدراسي للسيد/ ناصر (بالدرهم)					
29	38	21	28	24	33
14	19	28	15	30	6
31	23	33	12	38	28
18	34	26	34	24	37

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مدرج إحصائي لكل مجموعة بيانات. ثم صِف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات باستخدام المتوسطات والا نحرافات المعيارية أو الملخصات المكونة من خمسة أعداد. برر اختيارك.

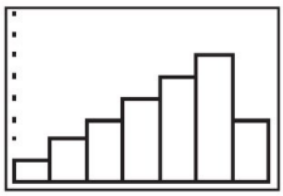
3a.

صف الأستاذة ياسمين



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

صف الأستاذ ناصر



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

إعادة التدوير موضح إجمالي عدد الورق الذي تتم إعادة تدويره أسبوعيًا للصفوف الدراسية في السنة قبل الأخيرة والأخيرة.

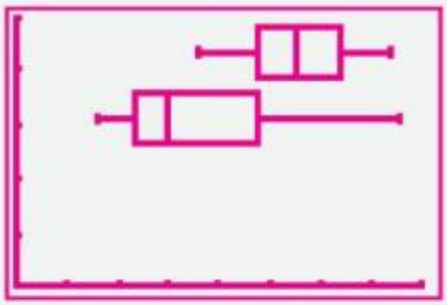
طلاب السنة قبل الأخيرة (بالكيلوجرام)					
14	24	8	26	19	38
12	15	12	18	9	24
12	21	9	15	13	28

طلاب السنة الأخيرة (بالكيلوجرام)					
25	31	35	20	37	27
22	32	24	28	18	32
25	32	22	29	26	35

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإعداد مخطط الرسم الصندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صِف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات باستخدام المتوسطات والانحرافات المعيارية أو الملخصات المكونة من خمسة أعداد. برر اختيارك.

4a.



[0, 40] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

طلاب السنة قبل الأخيرة، ملتوٍ إيجابيًا؛ طلاب السنة الأخيرة، متماثل

ورقة عمل الحادي عشر العام | 9-3 التوزيعات الاحتمالية | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1– إنشاء توزيع احتمالي. 2– تحليل التوزيعات التكرارية وتلخيص الإحصاءات ذات الصلة.

قيمة **المتغير العشوائي** هي الناتج العددي من حدث عشوائي. المتغير العشوائي يمكن أن يكون منفصلاً أو متصلاً. **المتغيرات العشوائية المنفصلة** تمثل قيمًا يمكن عدها. **المتغيرات العشوائية المتصلة** يمكن أن تبلغ أي قيمة.

تحديد المتغيرات العشوائية وتصنيفها

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنّفه على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.

المسافة الدقيقة لعينة من رميات القوس

_____

الفئات العمرية للا ستشاريين في مخيم صيفي

_____

إنشاء توزيع احتمالي نظري

X تمثل مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي.

B. مثّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

المجموع																	
التكرار																	
التكرار النسبي																	

إنشاء توزيع احتمالي تجريبي

X تمثل مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 100 محاولة.

B. مثّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.

المجموع																	
التكرار																	
التكرار النسبي																	

قيمة التوقع = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة X والاحتمال المرتبطة بها $P(X)$.

قيمة التوقع $E(X) = \sum [X \cdot P(X)]$

من الحياة اليومية قيمة التوقع

الجوائز ربح خالد تذكرة للحصول على جائزة. في الجداول التالي، يتم توضيح توزيع قيم التذاكر والتكرارات النسبية المرتبطة بها. أوجد قيمة التوقع لما ربحه.

القيمة (AED)	1	10	100	1000	5000	25,000
التكرار	5000	100	25	5	1	1

التباين: $\sigma^2 = \Sigma[[X - E(X)]^2 \times P(X)]$

الانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي $\sigma =$

من الحياة اليومية الانحراف المعياري للتوزيع

اتخاذ القرارات يفكّر خالد في استثمار AED 10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي موضح المعدل المتوقع للعائدات والاحتمالا ت المطابقة لكل صندوق.

الصندوق B
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 200
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 400

الصندوق A
احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 100

a. أوجد قيمة التوقع لكل استثمار.

b. أوجد كل انحراف معياري.

الصندوق A:

الربح، X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \times P(X)$

الصندوق B:

الربح، X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \times P(X)$

c. ما الاستثمارات التي تنصح ماجد باختيارها، ولماذا؟

ورقة عمل الحادي عشر العام | 9-4 التوزيع ذو الحدين | الاسم: _____

نواتج التعلّم 1– تحديد وإجراء توزيع ذو الحدين. 2– إيجاد الاحتمالات باستخدام نظرية ذات الحدين.

التجربة ذات الحدين عبارة عن تجربة لاحتمالات بحيث تتوافق مع الشروط التالية.

- هناك عدد ثابت من المحاولات المستقلة n.
- كل محاولة ليس لها سوى نتيجتين محتملتين، إما النجاح أو الفشل.
- احتمال النجاح p ثابت في كل محاولة. احتمال الفشل q يساوي $1 - p$.
- المتغير العشوائي X هو عدد مرات النجاح في n محاولة.

تحديد تجربة ذات حدين

حدد ما إذا كانت كل تجربة عبارة عن تجربة ذات حدين أم هل يمكن تبسيطها لتصبح تجربة ذات حدين أم لا. وإذا كانت كذلك، فصف المحاولة وحدد المتغير العشوائي واذكر قيم n و p و q.

سُئل خمسة وسبعون طالبا عشوائيا عما إذا كانت لديهم سيارة.

_____

_____

أزيلت أربع بطاقات من رزمة لمعرفة عدد البطاقات الرابحة التي تم اختيارها.

_____

_____

اتبع الإ رشادات التالية عند إجراء تجربة ذات حدين.

الخطوة 1 اذكر محاولة لموقف ما وحدد عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

الخطوة 2 حدد إجراء النجاح واحسب الاحتمالات النظرية للنجاح والفشل.

الخطوة 3 صف المتغير العشوائي X.

الخطوة 4 صمم نموذج محاكاة وجرّبه لتحديد الاحتمال التجريبي.

أعدّ تجربة ذات حدين

أجرِ تجربة ذات حدين لتحديد احتمال سحب بطاقة تحمل عدد فردي من رزمة البطاقات. ثم قارن بين الاحتمالات التجريبية والنظرية للتجربة.

التوزيع ذو الحدين عبارة عن توزيع تكراري لاحتمال كل قيمة من قيم X ، حيث إن المتغير العشوائي X يمثل عدد المحاولات الناجحة في n محاولة.

ولأن X يمثل المتغير العشوائي المنفصل، فإن التوزيع ذا حدين عبارة عن توزيع احتمالي منفصل.

يمكن حساب الاحتمالات في التوزيع ذي الحدين باستخدام القانون التالي.

احتمال تحقيق X في محاولات النجاح في n من المحاولات المستقلة تساوي

$$P(X) = {}_nC_X\, p^X q^{n-X}$$

إيجاد الاحتمال

التسويق عبر الهاتف تعمل إيمان في وظيفة التسويق عبر الهاتف، حيث يمكنها تحقيق البيع في 15% من المكالمات التي تجريها مع العملاء المحتملين. وهي تجري 20 مكالمة في ساعة محددة. فما احتمال أن تنجح 5 مكالمات في إتمام البيع؟

F 6.7% G 8.3% H 10.3% J 11.9%

يمكن حساب المتوسط الحسابي μ في التوزيع ذي الحدين بالقانون $\mu = np$.
حيث إن n تساوي عدد المحاولات وp يساوي احتمال النجاح.

من الحياة اليومية التوزيع الاحتمالي الكامل

حل الاختبار نسيت منال أن تذاكر دروسها من أجل اختبار التربية المدنية. يتكون الاختبار من خمسة أسئلة الاختيار من متعدد. وفي كل سؤال توجد أربعة خيارات للإجابة. ويجب على منال وضع دائرة على إجابة كل سؤال عشوائيا. ومن أجل أن تنجح عليها أن تجيب على أربعة أسئلة صحيحة على الأقل.

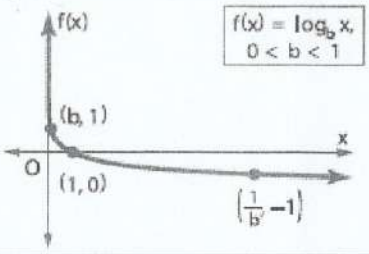
a. حدد الاحتمالات المصاحبة لعدد الأسئلة التي أجابتها منال إجابة صحيحة عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي.

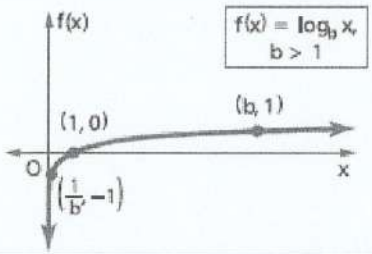
b. ما احتمال أن تنجح منال في الاختبار؟

c. كم سؤالاً ينبغي أن تتوقع منال الإجابة عليه إجابة صحيحة؟

ورقة عمل الحادي عشر العام **6-1 اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية** الاسم: _____

نواتج التعلّم 1–إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية. 2 –تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانيًا.





$\log_b x = y$ فقط وفقط إذا كان $b^y = x$.

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسية.

(1) $\log_8 512 = 3$ — $512 = 8^3$

(2) $\log_5 625 = 4$ — $625 = 5^4$

(16) $\log_3 \frac{1}{27} = -3$ — $\frac{1}{27} = 3^{-3}$

(18) $\log_9 1 = 0$ — $1 = 9^0$

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية.

(3) $11^3 = 1331$ — $3 = \log_{11} 1331$

(4) $16^{\frac{3}{4}} = 8$ — $\frac{3}{4} = \log_{16} 8$

(20) $6^{-3} = \frac{1}{216}$ — $-3 = \log_6 \frac{1}{216}$

(23) $27^{\frac{2}{3}} = 9$ — $\frac{2}{3} = \log_{27} 9$

أوجد قيمة كل تعبير.

(5) $\log_{13} 169$

$y = \log_{13} 169$

$13^y = 169$

$13^y = 13^2$

$y = 2$

(6) $\log_2 \frac{1}{128}$

$y = \log_2 \frac{1}{128}$

$2^y = \frac{1}{128}$

$2^y = 2^{-7}$

$y = -7$

(7) $\log_6 1$

$y = \log_6 1$

$6^y = 1$

$6^y = 6^0$

$y = 0$

(35) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$

$y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$

$(\frac{1}{3})^y = \frac{1}{81}$

$(\frac{1}{3})^y = (\frac{1}{3})^4$

$y = 4$

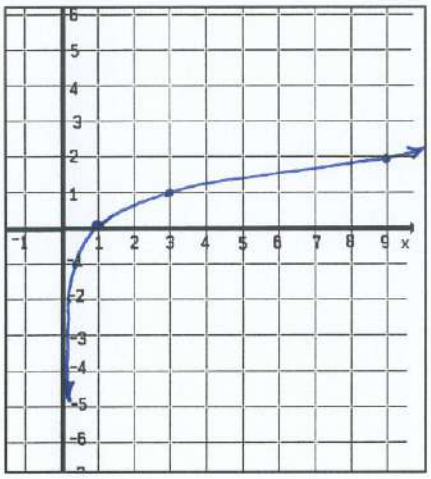
(12) **العلوم** استخدم المعلومات الواردة في بداية الدرس. يمكن إيجاد القيمة الخاصة بأي جسم على باليرمو باستخدام المعادلة $PS = \log_{10} R$. حيث تمثّل R الخطورة النسبية التي يشكلها الجسم. اكتب معادلةً بالصورة الأسية للتعبير عن معكوس الدالة.

$10^{PS} = R$

مثّل كل دالة بيانيًا.

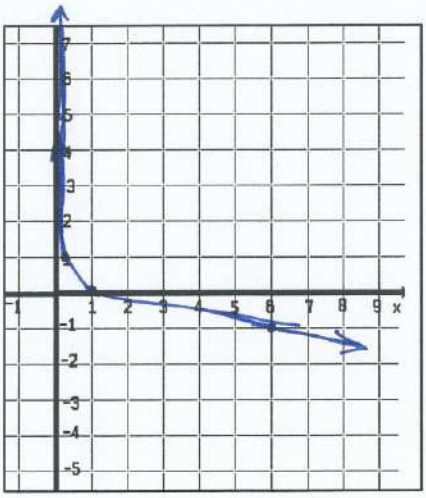
$f(x) = \log_3 x$ (8)

x	f(x)
1	0
3	1
9	2
$\frac{1}{3}$	-1
$\frac{1}{9}$	-2



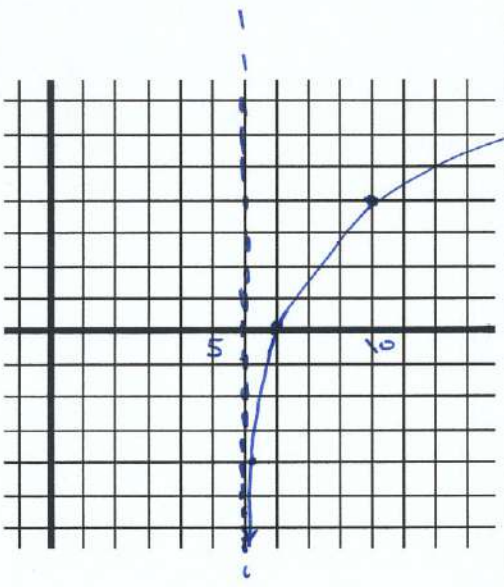
$f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$ (9)

x	f(x)
1	0
$\frac{1}{6}$	1
6	-1
36	-2



$f(x) = 4 \log_4 (x - 6)$ (10)

x	f(x)
7	0
10	4
$6\frac{1}{4}$	-4

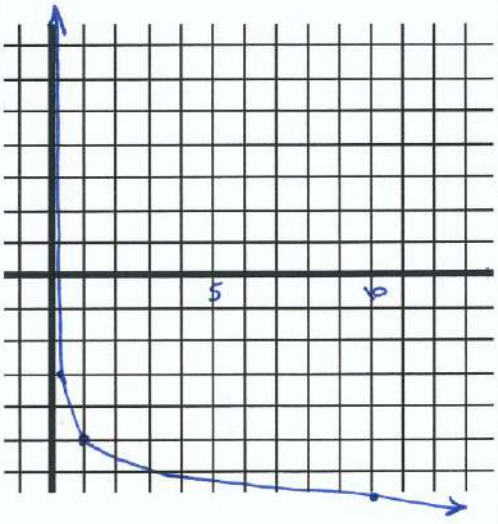


إزاحة 6 وحدات يمين

تمدد رأسي معامل 4

$f(x) = 2 \log_{\frac{1}{10}} x - 5$ (11)

x	f(x)
1	-5
$\frac{1}{10}$	-3
10	-7



تمدد رأسي معامل 2

إزاحة لأسفل 5 وحدات.

ورقة عمل الحادي عشر العام 6-2 حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية الاسم: _____

نواتج التعلّم 1- حل المعادلات اللوغاريتمية. 2 - حل المتباينات اللوغاريتمية .

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x > y$، فإن $x > b^y$.
إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x < y$، فإن $0 < x < b^y$.

إذا كان $b > 1$، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
ويكون $\log_b x < \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$.

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

(1) $\log_8 x = \frac{4}{3}$

$x = (8)^{\frac{4}{3}}$

$x = 16$

ح. : $\{16\}$

(2) $\log_{16} x = \frac{3}{4}$

$x = (16)^{\frac{3}{4}}$

$x = 8$

ح. : $\{8\}$

(10) $\log_8 \frac{1}{2} = x$

$\frac{1}{2} = 8^x$

$2^{-1} = 2^{3x}$

$-1 = 3x$

$\frac{-1}{3} = x$

ح. : $\{-\frac{1}{3}\}$

(11) $\log_6 \frac{1}{36} = x$

$\frac{1}{36} = 6^x$

$6^{-2} = 6^x$

$-2 = x$

ح. : $\{-2\}$

(12) $\log_x 32 = \frac{5}{2}$

$32 = x^{\frac{5}{2}}$

$(32)^{\frac{2}{5}} = x$

$4 = x$

ح. : $\{4\}$

(13) $\log_x 27 = \frac{3}{2}$

$27 = x^{\frac{3}{2}}$

$(27)^{\frac{2}{3}} = x$

$9 = x$

ح. : $\{9\}$

(14) $\log_3 (3x + 8) = \log_3 (x^2 + x)$

$3x + 8 = x^2 + x$

$x^2 + x - 3x - 8 = 0$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x + 2)(x - 4) = 0$

$x = -2$ ✓

$x = 4$ ✓

ح. : $\{-2, 4\}$

(16) $\log_6 (x^2 - 6x) = \log_6 (-8)$

$x^2 - 6x = -8$

مرفوض

لا يوجد حل

(17) $\log_9 (x^2 - 4x) = \log_9 (3x - 10)$

$x^2 - 4x = 3x - 10$

$x^2 - 4x - 3x + 10 = 0$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x - 2)(x - 5) = 0$

$x = +2$ مرفوض

$x = 5$ ✓

ح. : $\{5\}$

حل كل من المتباينات التالية.

(22) $\log_6 x < -3$

$0 < x < +6^{-3}$

$0 < x < \frac{1}{216}$

$\therefore = \{x \mid 0 < x < \frac{1}{216}\}$

(23) $\log_4 x \geq 4$

$x \geq 4^4$

$x \geq 256$

$\therefore = \{x \mid x \geq 256\}$

(25) $\log_2 x \leq -2$

$0 < x \leq 2^{-2}$

$0 < x \leq \frac{1}{4}$

$\therefore = \{x \mid 0 < x \leq \frac{1}{4}\}$

(28) $\log_2 (4x - 6) > \log_2 (2x + 8)$

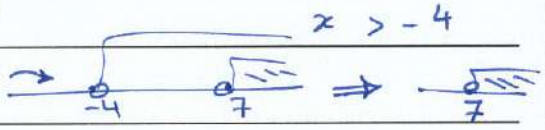
$4x - 6 > 2x + 8 > 0$

$4x - 6 > 2x + 8$ و $2x + 8 > 0$

$2x > 14$, $x > -\frac{8}{2}$

$x > 7$, $x > -4$

الحل المشترك فقط ←



$\therefore = \{x \mid x > 7\}$

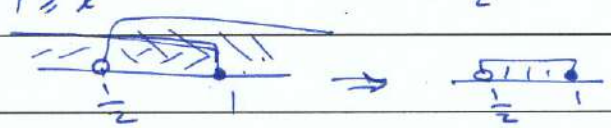
(29) $\log_7 (x + 2) \geq \log_7 (6x - 3)$

$x + 2 \geq 6x - 3 > 0$

$x + 2 \geq 6x - 3$ و $6x - 3 > 0$

$5 \geq 5x$, $x > \frac{3}{6}$

$1 \geq x$, $x > \frac{1}{2}$



$\therefore = \{x \mid \frac{1}{2} < x \leq 1\}$

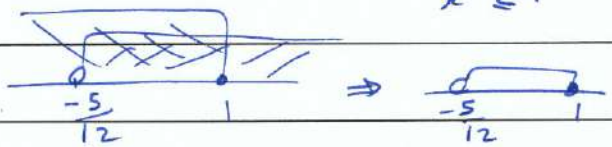
(31) $\log_5 (12x + 5) \leq \log_5 (8x + 9)$

$0 < 12x + 5 \leq 8x + 9$

$0 < 12x + 5$ و $12x + 5 \leq 8x + 9$

$-\frac{5}{12} < x$, $4x \leq 4$

$x \leq 1$



$\therefore = \{x \mid -\frac{5}{12} < x \leq 1\}$

ورقة عمل الحادي عشر العام **6-3 خواص اللوغاريتمات** الاسم: _____

نواتج التعلّم
1- تحويل التعابير لأبسط صورة وإيجاد قيمها باستخدام خواصّ اللوغاريتمات.
2 - حل معادلاتٍ لوغاريتميةً باستخدام خواص اللوغاريتمات.

خاصية الضرب	خاصية القسمة	خاصية القوة
$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$	$\log_b m^p = p \log_b m$

استخدم $\log_4 2 = 0.5$, $\log_4 3 \approx 0.7925$ و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدّر قيمة كلّ تعبيرٍ على وجه التقريب.

(12) $\log_4 30$

$= \log_4 (5 \times 3 \times 2)$
$= \log_4 5 + \log_4 3 + \log_4 2$
$= 1.1610 + 0.7925 + 0.5$
$= 2.4535$

(13) $\log_4 20$

$= \log_4 (5 \times 4)$
$= \log_4 5 + \log_4 4$
$= 1.1610 + 1$
$= 2.1610$

(14) $\log_4 \frac{2}{3}$

$= \log_4 2 - \log_4 3$
$= 0.5 - 0.7925$
$= -0.2925$

(15) $\log_4 \frac{4}{3}$

$= \log_4 4 - \log_4 3$
$= 1 - 0.7925$
$= 0.2075$

(16) $\log_4 9$

$= \log_4 (3 \times 3)$
$= \log_4 3 + \log_4 3$
$= 2 \log_4 3$
$= 2(0.7925) = 1.525$

(17) $\log_4 8$

$= \log_4 (4 \times 2)$
$= \log_4 4 + \log_4 2$
$= 1 + 0.5$
$= 1.5$

إذا كان لديك $\log_6 8 \approx 1.1606$ و $\log_7 9 \approx 1.1292$، قدّر قيمة كل تعبيرٍ على وجه التقريب.

(21) $\log_6 512$

ملحوظة $512 = 8^3$

$= \log_6 8^3$
$= 3 \log_6 8$
$= 3(1.1606)$
$= 3.4818$

$\log_7 567$ مسألة خارجية

$= \log_7 (7 \times 9^2)$
$= \log_7 7 + \log_7 9^2$
$= 1 + 2 \log_7 9$
$= 1 + 2(1.1292) = 3.2584$

7	567
9	81
9	9
	1

(5)

تسلّق الجبال مع زيادة الارتفاع، ينخفض الضغط الجوي للهواء. ويعطى قانون حساب الضغط بناءً على الارتفاع بالعلاقة $a = 15{,}500\,(5 - \log_{10} P)$ حيث a يمثل الارتفاع بالأمتار و P يمثل الضغط بالباسكال (باسكال $1\text{ psi} \approx 6900$). فما قيمة ضغط الهواء عند القمّة بالباسكال لكلٍّ من الجبال المدرجة في الجدول على الجهة اليمنى؟

الجبل	البلد	الارتفاع (m)
إيفرست	نيبال/التبت	8850
تريسولي	الهند	7074
بونيتي	الأرجنتين/تشيلي	6872
ماكينلي	الولايات المتحدة	6194
لوغان	كندا	5959

جبل ايفرست

$8850 = 15\,500\,(5 - \log_{10} P)$

$\frac{8850}{15500} = 5 - \log_{10} P$

$\log_{10} P = 5 - \frac{8850}{15500}$

$P = 10^{\left(5 - \frac{8850}{15500}\right)}$

$= 26855.43912$ باسكال

باقي الجبال بنفس الطريقة

مثال: جبل تريسولي

$P = 10^{\left(5 - \frac{7074}{15500}\right)}$

$= 34963.33917$ باسكال

بونيتي ← 36028.41539 باسكال

ماكينلي ← 39846.21709 باسكال

لوغان ← 41261.82066 باسكال

المثابرة حلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

(23)

$\log_3 56 - \log_3 n = \log_3 7$

$\log_3 \frac{56}{n} = \log_3 7$

$\frac{56}{n} = \frac{7}{1}$

$7n = 56$

$n = \frac{56}{7}$

$n = 8$

(25)

$5 \log_2 x = \log_2 32$

$\log_2 x^5 = \log_2 32$

$x^5 = 32$

$x = (32)^{\frac{1}{5}}$

$x = 2$

(26)

$\log_{10} a + \log_{10} (a + 21) = 2$

$\log_{10} [a(a+21)] = 2$

$a(a+21) = 10^2$

$a^2 + 21a - 100 = 0$

$(a - 4)(a + 25) = 0$

$a = 4$ ✓

$a = -25$ مرفوض ← حلول خيل

مجموعة الحل $\{4\}$

ورقة عمل الحادي عشر العام | 6-4 اللوغاريتمات العادية | الاسم: _____

نواتج التعلّم

1- حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.

2 – إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية باستخدام قانون تغيير الأساس.

قانون تغيير الأساس $\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل تعبير مما يلي مع التقريب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(1) $\log 5$

$\approx 0.69897\ldots$

≈ 0.6990

(2) $\log 21$

$\approx 1.322219\ldots$

≈ 1.3222

(3) $\log 0.4$

$\approx -0.39794\ldots$

≈ -0.3979

علوم كمية الطاقة E، مقدرة بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استخدم المعادلة لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

$\log E = 11.8 + 1.5(8.5)$

$E = 10^{[11.8 + 1.5(8.5)]} \approx 3.55 \times 10^{24}$

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(6) $6^x = 40$

$x = \log_6 40$

$= \frac{\log 40}{\log 6}$

$= 2.0588$

(7) $2.1^{a+2} = 8.25$

$a + 2 = \log_{2.1} 8.25$

$a = \frac{\log 8.25}{\log 2.1} - 2$

$= 0.8442$

(8) $7^{x^2} = 20.42$

$x^2 = \log_7 20.42$

$x = \mp\sqrt{\log_7 20.42}$

$= \mp\sqrt{\frac{\log 20.42}{\log 7}}$

$= \mp 1.2451$

(9) $11^{b-3} = 5^b$

$b - 3 = \log_{11} 5^b$

$b - 3 = b \log_{11} 5$

$b - b\log_{11} 5 = 3$

$b(1 - \log_{11} 5) = 3$

$b = \frac{3}{1 - \frac{\log 5}{\log 11}}$

$= 9.1237$

أوجد حل كل متباينة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

(10) $5^{4n} > 33$

$4n > \log_5 33$

$n > \frac{\log 33}{4 \log 5}$

$n > 0.5431$

$\mathcal{C} = \{n \mid n > 0.5431\}$

(11) $6^{p-1} \leq 4^p$

$p - 1 \leq \log_6 4^p$

$p - 1 \leq p \log_6 4$

$p - p\log_6 4 \leq 1$

$p(1 - \log_6 4) \leq 1$

$p \leq \frac{1}{1 - \frac{\log 4}{\log 6}}$

$p \leq 4.4190$

$\mathcal{C} = \{p \mid p \leq 4.4190\}$

عبّر عن كل لوغاريتم بدلالة اللوغاريتمات العادية. ثم قرّب قيمته لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(12) $\log_3 7$

$= \frac{\log 7}{\log 3} = 1.7712$

(14) $\log_9 13$

$= \frac{\log 13}{\log 9} = 1.1674$

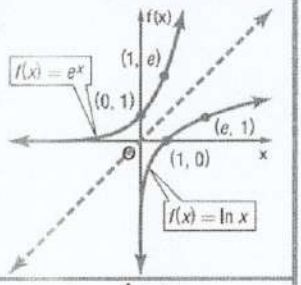
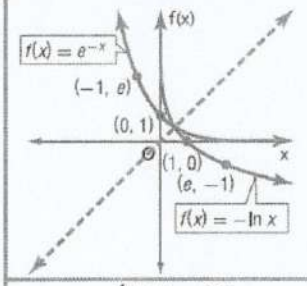
ورقة عمل الحادي عشر العام 6-5 الأساس e واللوغايتمات الطبيعية الاسم: _____

نواتج التعلّم

1 – إيجاد قيم التعابير المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم الطبيعي.

2 – حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.

المرابحة المركبة المستمرة	$A = Pe^{rt}$
A هو المبلغ في الحساب بعد t أعوام.	
P هو المبلغ الأصلي المُستثمر	
r هو معدل المرابحة السنوي.	

$f(x) = e^x$	$f(x) = e^{-x}$
	
النمو الأسي	الاضمحلال الأسي

اكتب دالة أسية أو لوغاريتمية مكافئة.

(1) $e^x = 30$

$x = \ln 30$

(2) $\ln x = 42$

$x = e^{42}$

(3) $e^3 = x$

$3 = \ln x$

(4) $\ln 18 = x$

$18 = e^x$

اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم مفرد.

(5) $3 \ln 2 + 2 \ln 4$

$= \ln 2^3 + \ln 4^2$

$= \ln (2^3 \times 4^2)$

$= \ln (2^3 \times 2^4)$

$= \ln 2^7$

$= 7 \ln 2$

(6) $5 \ln 3 - 2 \ln 9$

$= \ln 3^5 - \ln 9^2$

$= \ln \frac{3^5}{3^4}$

$= \ln 3$

(7) $3 \ln 6 + 2 \ln 9$

$= \ln 6^3 + \ln 9^2$

$= \ln (6^3 \times 9^2)$

$= \ln 17496$

(8) $3 \ln 5 + 4 \ln x$

$= \ln 5^3 + \ln x^4$

$= \ln 5^3 x^4$

$= \ln 125 x^4$

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(9) $5e^x - 24 = 16$

$5e^x = 16 + 24$

$5e^x = 40$

$e^x = 8$

$x = \ln 8$

$x = 2.0794$

(11) $3e^{-3x} + 4 = 6$

$3e^{-3x} = 6 - 4$

$3e^{-3x} = 2$

$e^{-3x} = \frac{2}{3}$

$-3x = \ln \frac{2}{3}$

$x = \frac{\ln \frac{2}{3}}{-3}$

$= 0.1352$

أوجد حل كل معادلة أو متباينة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(13) $\ln 3x = 8$

$3x = e^8$

$x = \frac{e^8}{3}$

$= 993.6527$

(14) $-4 \ln 2x = -26$

$\ln 2x = \frac{-26}{-4}$

$2x = e^{\frac{26}{4}}$

$x = \frac{e^{\frac{26}{4}}}{2}$

$= 332.5708$

(15) $\ln (x+5)^2 < 6$

$(x+5)^2 < e^6$

$|x+5| < e^3$

$-e^3 < x+5 < e^3$

$-e^3 - 5 < x < e^3 - 5$

$-25.0855 < x < 15.0855$

$S = \{x \mid -25.0855 < x < 15.0855\}$

(18) $5 + e^{-x} > 14$

$e^{-x} > 14 - 5$

$e^{-x} > 9$

$-x > \ln 9$

$x < -\ln 9$

$x < -2.1972$

$S = \{x \mid x < -2.1972\}$

علوم فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقًا للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$. حيث v هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و t هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

(19)

$10000 = 30 e^{0.1t}$

$\frac{10000}{30} = e^{0.1t}$

$\ln \frac{1000}{3} = 0.1t$

$\frac{\ln \frac{1000}{3}}{0.1} = t$

$t \approx 58$ min

ورقة عمل الحادي عشر العام 6-6 استخدام الدوال الأسية و اللوغاريتمية الاسم: _____

نواتج التعلّم

1 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أسيًّا.
2 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستيًا.

النمو الأسي	الاضمحلال الأسي
يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة $f(x) = ae^{kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل النمو المستمر**.	يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة $f(x) = ae^{-kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل الاضمحلال المستمر**.

دالة النمو اللوجيستي
$f(t) = \frac{c}{1+ae^{-bt}}$
حيث t تمثل الوقت.

علم الأحياء القديمة يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام. ← اضمحلال أسي (١)

a. حدد قيمة k ومعادلة تحلل البوتاسيوم 40.

$\frac{1}{2}\alpha = \alpha e^{-k(1.25\times10^9)}$

$\ln\frac{1}{2} = -k(1.25)(10)^9$

$k = \frac{\ln\frac{1}{2}}{-1.25\times10^9} = 5.545\times10^{-10}$

b. تحتوي عينة حاليًا على 36 ميليجرامًا من البوتاسيوم 40. فكم من الوقت ستستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 ملليجرامًا فقط من البوتاسيوم 40؟

$15 = 36e^{-5.545\times10^{-10}t}$

$\frac{15}{36} = e^{-5.545\times10^{-10}t}$

$\ln\frac{15}{36} = -5.545\times10^{-10}t$

$t = \frac{\ln\frac{15}{36}}{-5.545\times10^{-10}} = 1578843530$ سنة.

c. كم عدد ملليجرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تتبقى بعد 300 مليون عام؟

$= 36e^{-5.545\times10^{-10}\times300\times10^6}$

$= 30.48$ mg

d. كم الوقت الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثُمن مقداره الأصلي؟

$\frac{1}{8}\alpha = \alpha e^{-5.545\times10^{-10}t}$

$\ln\frac{1}{8} = -5.545\times10^{-10}\times t$

$t = \frac{\ln\frac{1}{8}}{-5.545\times10^{-10}}$

$= 3750120603$

البداية

العلوم سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنمو عليه الجراثيم أُسّيًا وفق النموذج $y = 2e^{kt}$، حيث t الوقت بالثواني.

(2)

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فأوجد قيمة k للجراثيم.

$8 = 2e^{k(20)}$ | $\ln 4 = k(20)$

$\frac{8}{2} = e^{k(20)}$ | $k = \frac{\ln 4}{20} = 0.06931$

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعامًا قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

$= 2e^{0.06931(5)}$

$= 2.8284$ خلية

c. هل ستتناول طعامًا سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لِمَ أو لِمَ لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.

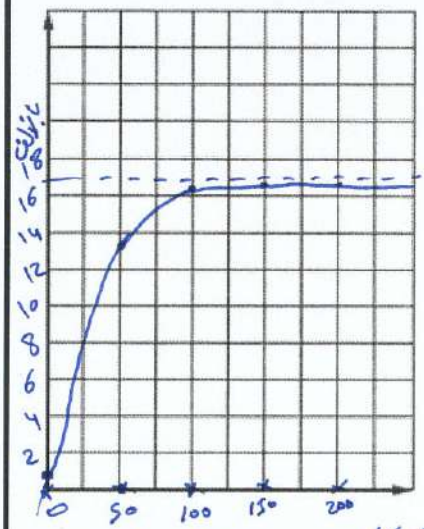
نعم، لأنه لم ينم أي خلية واحدة في خلال 5 ثواني.

ولكن هنا - لو نريد أن نرى هل هذا السؤال من حيث نظافة الأرض ونوع الطعام الذي أسقط.

(3)

علم الحيوان افترض أن تعداد الثعالب الحمراء في موطنها المحدد يتبع الدالة $P(t) = \frac{16{,}500}{1 + 18e^{-0.085t}}$، حيث t تمثل الوقت بالأعوام.

t	$P(t)$
0	868
50	13129
100	16439.7
150	16499.1
200	16499.9



a. مثّل الدالة بيانيًا عندما يكون $0 \le t \le 200$.

b. ما خط التقارب الأفقي؟ 16 500

c. ما الحد الأقصى للتعداد؟ 16 500 تقريباً

d. متى سيصل التعداد إلى16,450؟

$16\,450 = \frac{16500}{1 + 18e^{-0.085t}}$ | $e^{-0.085t} = \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}$

$1 + 18e^{-0.085t} = \frac{16500}{16450}$ | $-0.085t = \ln \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}$

$18e^{-0.085t} = \frac{16500}{16450} - 1$ | $t = \frac{\ln \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}}{-0.085} \approx 102$ ثانية

ورقة عمل الحادي عشر العام 7-1 ضرب التعابير النسبية وقسمتها الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- تحويل التعابير النسبية لأبسط صورة. 2 - تحويل الكسور المركبة لأبسط صورة.

يطلق على النسبة بين تعبيرين كثيري الحدود مثل $\frac{1700}{d-33}$ **تعبير نسبي**.

الكسر المركب هو تعبير نسبي له بسط و/أو مقام عبارة عن تعبير نسبي أيضا.

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

(1) $\frac{x^2-5x-24}{x^2-64} = \frac{(x+3)(x-8)}{(x-8)(x+8)} = \frac{x+3}{x+8}$

(2) $\frac{c+d}{3c^2-3d^2} = \frac{c+d}{3(c^2-d^2)} = \frac{c+d}{3(c-d)(c+d)} = \frac{1}{3(c-d)}$

الاختيار من متعدد (3) حدد جميع قيم x التي يكون عندها $\frac{x+7}{x^2-3x-28}$ غير معرفة.

A $-7, 4$ B $7, 4$ C $4, -7, 7$ D $-4, 7$

المقام غير معرّف عند أصفار المقام ← $x^2-3x-28=0$ ← $(x+4)(x-7)=0$

$x=-4$

$x=7$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

(4) $\frac{y^2+3y-40}{25-y^2} = \frac{(y-5)(y+8)}{(5-y)(5+y)} = \frac{-(y+8)}{5+y}$

(5) $\frac{a^2x-b^2x}{by-ay} = \frac{x(a^2-b^2)}{y(b-a)} = \frac{x(a-b)(a+b)}{y(b-a)} = \frac{-x(a+b)}{y}$

(6) $\frac{27x^2y^4}{16yz^3} \cdot \frac{8z}{9xy^3} = \frac{3x}{2z^2}$

(7) $\frac{12x^3y}{13ab^2} \div \frac{36xy^3}{26b} = \frac{12x^3y}{13ab^2} \times \frac{26b}{36xy^3} = \frac{2x^2}{3y^2ab}$

(8) $\frac{x^2-4x-21}{x^2-6x+8} \cdot \frac{x-4}{x^2-2x-35}$

$= \frac{(x+3)(x-7)}{(x-2)(x-4)} \times \frac{(x-4)}{(x+5)(x-7)}$

$= \frac{x+3}{(x-2)(x+5)}$

(9) $\frac{a^2-b^2}{3a^2-6a+3} \div \frac{4a+4b}{a^2-1}$

$= \frac{(a-b)(a+b)}{3(a^2-2a+1)} \times \frac{a^2-1}{4a+4b}$

$= \frac{(a-b)(a+b)}{3(a-1)(a-1)} \times \frac{(a-1)(a+1)}{4(a+b)}$

$= \frac{(a-b)(a+1)}{12(a-1)}$

(10) $\frac{\frac{a^3b^3}{xy^4}}{\frac{a^2b}{x^2y}}$

$= \frac{a^3b^3x^2y}{a^2bxy^4}$

$= \frac{ab^2x}{y^3}$

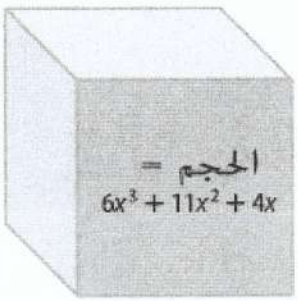
(11) $\frac{\frac{4x}{x+6}}{\frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}}$

$= \frac{4x(x^2+3x-18)}{(x^2-3x)(x+6)}$

$= \frac{4x(x-3)(x+6)}{x(x-3)(x+6)}$

$= 4$

(12) **التبرير المنطقي** يمكن تمثيل حجم حاويات الشحن ذات شكل متوازي مستطيلات بكثيرة الحدود $6x^3 + 11x^2 + 4x$, حيث يكون الارتفاع x.



a. أوجد طول الحاوية وعرضها.

b. أوجد النسبة بين الأبعاد الثلاثة للحاوية عندما تكون $x = 2$.

c. هل ستكون النسبة بين الأبعاد الثلاثة واحدة لجميع قيم x؟

[a] $6x^3+11x^2+4x = x(6x^2+11x+4)$ الحجم = الارتفاع × العرض × الطول

$= x(3x+4)(2x+1)$

الارتفاع x ، الطول $3x+4$ ، العرض $2x+1$

[b] الارتفاع 2 ، الطول 10 ، العرض 5 ⟸ النسبة 2 : 5 : 10

[c] مثال: عندوضع الارتفاع = 1 ⟸ 3 : 7 : 1 لاتساوي 2 : 5 : 10

ورقة عمل الحادي عشر العام 7-2 جمع التعابير النسبية وطرحها الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- تحديد المضاعف المشترك الأصغر للدوال كثيرة الحدود. 2 - جمع التعابير النسبية وطرحها.

أوجد المضاعف المشترك الأصغر لكل مجموعة من كثيرات الحدود.

(1) $16x, 8x^2y^3, 5x^3y$

$16x = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times (x)$

$8x^2y^3 = 2 \times 2 \times 2 \times (x^2y^3)$

$5x^3y = 5 \times (x^3y)$

$LCM = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times (x^3y^3) = 80x^3y^3$

(2) $7a^2, 9ab^3, 21abc^4$

$7a^2 = 7 \times (a^2)$

$9ab^3 = 3 \times 3 \times (ab^3)$

$21abc^4 = 3 \times 7 \times (abc^4)$

$LCM = 7 \times 3 \times 3 \times (a^2b^3c^4) = 63a^2b^3c^4$

(3) $3y^2 - 9y, y^2 - 8y + 15$

$3y^2 - 9y = 3y(y-3)$

$y^2 - 8y + 15 = (y-3)(y-5)$

$LCM = 3y(y-3)(y-5)$

(4) $x^3 - 6x^2 - 16x, x^2 - 4$

$x^3 - 6x^2 - 16x = x(x^2 - 6x - 16) = x(x+2)(x-8)$

$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$

$LCM = x(x+2)(x-2)(x-8)$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

(5) $\frac{12y}{5x} + \frac{5x}{4y^3}$

المقام المشترك الأصغر $= 20xy^3$

$= \frac{12y(4y^3)}{5x(4y^3)} + \frac{5x(5x)}{4y^3(5x)}$

$= \frac{48y^4 + 25x^2}{20xy^3}$

(7) $\frac{7b}{12a} - \frac{1}{18ab^3}$

المقام المشترك الأصغر $= 36ab^3$

$12a = 2 \times 2 \times 3$

$18ab^3 = 2 \times 3 \times 3 \times ab^3$

$LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

$= \frac{7b(3b^3)}{12a(3b^3)} - \frac{1(2)}{18ab^3(2)}$

$= \frac{21b^4 - 2}{36ab^3}$

(9) $\frac{4x}{x^2+9x+18} + \frac{5}{x+6}$

$= \frac{4x}{(x+3)(x+6)} + \frac{5(x+3)}{(x+6)(x+3)}$

$= \frac{4x+5x+15}{(x+3)(x+6)} = \frac{9x+15}{(x+3)(x+6)}$

(10) $\frac{8}{y-3} + \frac{2y-5}{y^2-12y+27}$

$= \frac{8(y-9)}{(y-3)(y-9)} + \frac{2y-5}{(y-3)(y-9)}$

$= \frac{8y-72+2y-5}{(y-3)(y-9)}$

$= \frac{10y-77}{(y-3)(y-9)}$

(12) $\frac{3a+2}{a^2-16} - \frac{7}{6a+24}$

$= \frac{6(3a+2)}{6(a-4)(a+4)} - \frac{7(a-4)}{6(a+4)(a-4)}$

$= \frac{18a+12-7a+28}{6(a-4)(a+4)}$

$= \frac{11a+40}{6(a-4)(a+4)}$

(13) هندسة أوجد محيط المستطيل.

المحيط = 2 (العرض + الطول)

$P = 2\left(\frac{3}{x-2} + \frac{4}{x+1}\right)$

$= 2\left(\frac{3(x+1)}{(x-2)(x+1)} + \frac{4(x-2)}{(x+1)(x-2)}\right)$

$= 2\left(\frac{3x+3+4x-8}{(x-2)(x+1)}\right)$

$= \frac{14x-10}{(x-2)(x+1)}$

(14) $\frac{4+\frac{2}{x}}{3-\frac{2}{x}} = \frac{\frac{4x}{x}+\frac{2}{x}}{\frac{3x}{x}-\frac{2}{x}} = \frac{\frac{4x+2}{x}}{\frac{3x-2}{x}}$

$= \frac{4x+2}{3x-2}$

(16) حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$\frac{\frac{3}{x}+\frac{2}{y}}{1+\frac{4}{y}} = \frac{\frac{3y}{xy}+\frac{2x}{xy}}{\frac{y}{y}+\frac{4}{y}} = \frac{\frac{3y+2x}{xy}}{\frac{y+4}{y}}$

$= \frac{y(3y+2x)}{(y+4)(xy)}$

$= \frac{3y+2x}{x(y+4)} = \frac{3y+2x}{xy+4x}$

ورقة عمل الحادي عشر العام | 7-3 تمثيل دوال المقلوب بيانياً | الاسم: _____

نواتج التعلّم 1- تحديد خصائص دوال المقلوب. 2 - تمثيل تحويلات دوال المقلوب بيانياً.

تضم **دالة المقلوب** معادلة لها الصيغة $f(x) = \frac{1}{a(x)}$، حيث $a(x)$ دالة خطية و $a(x) \neq 0$.

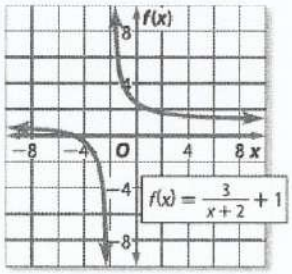
نوع التمثيل البياني: **قطع زائد**

تحويلات دوال المقلوب

$$f(x) = \frac{a}{x-h} + k$$

h – الإزاحة الأفقية k – الإزاحة الرأسية a – الاتجاه والشكل

حدّد الخطوط المقاربة والمجال والمدى لكل دالة.

① 

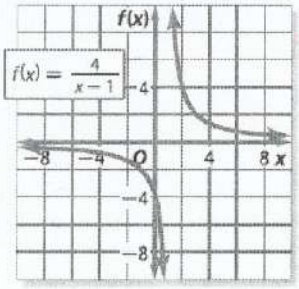
المركز $(-2, 1)$

خط التقارب الرأسي $x = -2$

خط التقارب الأفقي $y = 1$

المجال D = $R - \{-2\}$

المدى R = $R - \{1\}$

② 

المركز $(1, 0)$

خط التقارب الرأسي $x = 1$

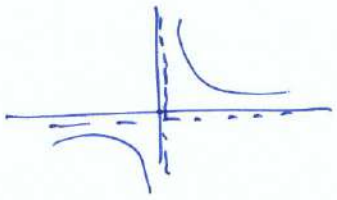
خط التقارب الأفقي $y = 0$

$D = R - \{1\}$

$R = R - \{0\}$

مثّل كل دالة بيانيًا. واذكر المجال والمدى.

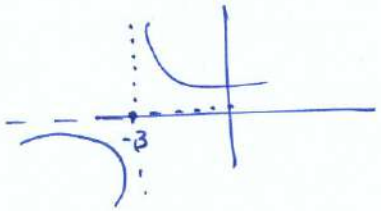
③ $f(x) = \frac{5}{x}$ المركز $(0,0)$



$D = R - \{0\}$

$R = R - \{0\}$

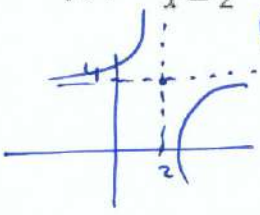
④ $f(x) = \frac{2}{x+3}$ المركز $(-3,0)$



$D = R - \{-3\}$

$R = R - \{0\}$

⑤ $f(x) = \frac{-1}{x-2} + 4$ المركز $(2, 4)$



$D = R - \{2\}$

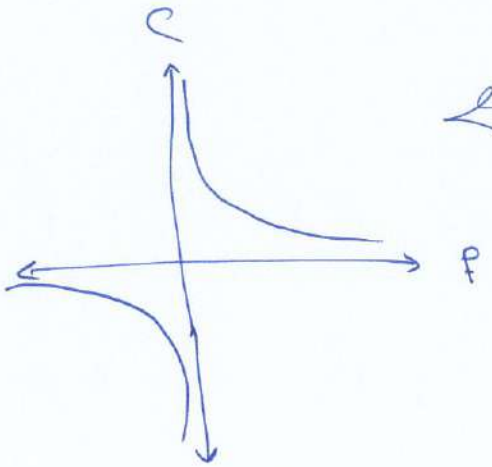
$R = R - \{4\}$

التبرير المنطقي تخطط مجموعة من الأصدقاء لتقديم قسيمة هدية لقائد المجموعة الشبابية لقضاء يوم في منتج صحي. تبلغ تكلفة القسيمة AED 150. (6)

a. إذا كانت c تمثل التكلفة على كل صديق وكانت f تمثل عدد الأصدقاء، فاكتب معادلة لتمثيل التكلفة على كل صديق كدالة لعدد الأصدقاء الذين قدموا المال.

b. مثل الدالة بيانيًا.

C. وضح أي قيود على المجال أو المدى في هذا الموقف.



(a) $C = \frac{150}{f}$

(c) المجال هو الوجب فقط حيث عدد الأصدقاء

وجب أن يكون المجموع موجب.

المدى : يجب أن لا تزيد تكلفة الفرد الواحد عن 150

حيث التكلفة الإجمالية

ولا يجب أن تكون التكلفة بالسالب.

$0 < \text{المدى} \leq 150$

ورقة عمل الحادي عشر العام | 7-4 التمثيل البياني للدوال النسبية | الاسم : _____

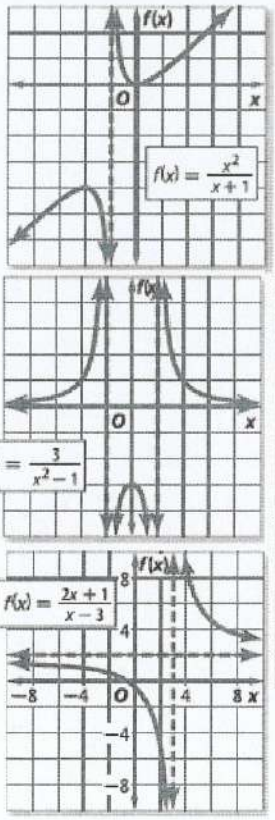
نواتج التعلّم

1- التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية.
2 - التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخط المقارب المائل ونقطة الانفصال.

الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية

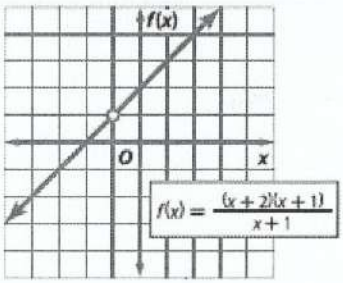
إذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1، وكان $b(x)\neq 0$، فإن:

- $f(x)$ لها **خط مقارب رأسي** عندما تكون $b(x)=0$.
- $f(x)$ لها **خط مقارب أفقي** واحد على الأكثر.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ أكبر من درجة $b(x)$، فلا يوجد خط مقارب أفقي.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ أقل من درجة $b(x)$، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y=0$.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ تساوي درجة $b(x)$، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y=\frac{\text{المعامل الرئيسي لـ } a(x)}{\text{المعامل الرئيسي لـ } b(x)}$



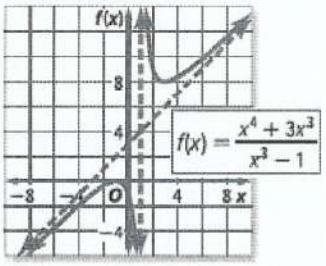
نقطة الانفصال

إذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، $b(x)\neq 0$، $x-c$ عوامل لكل من $a(x)$ و $b(x)$، فسيوجد نقطة الانفصال عند $x=c$.



الخط المقارب المائل

إذا كانت $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$، وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1 وكانت $b(x)\neq 0$، فإن $f(x)$ لها خط مقارب مائل إذا كانت درجة $a(x)$ مطروحًا منها درجة $b(x)$ تساوي 1. وتكون معادلة الخط المقارب هي $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$ بدون باقٍ.



الخط المقارب المائل: $f(x)=x+3$

مثّل كل دالة بيانيًا.

(16)

$$f(x)=\frac{x-3}{x+1}$$

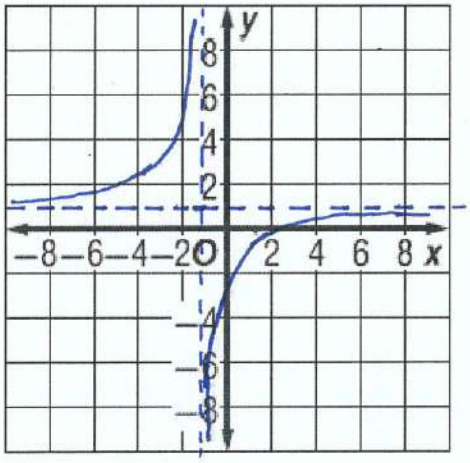
أصفار المقام $x+1=0$

$x=-1$

خط التقارب الرأسي $x=-1$

خط التقارب الأفقي $y=\frac{1}{1}=1$

x	-4	-3	-2	-1.5	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	3
y	2.3	3	5	9	∄	-7	-3	-1	-0.3	0



(1)

$$f(x)=\frac{x^4-2}{x^2-1}$$

أصفار المقام $x^2-1=0$

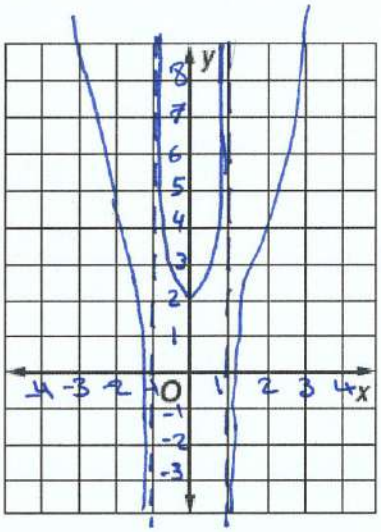
$x^2=1$

$x=\pm 1$

خطوط التقارب الرأسي $x=1$ ، $x=-1$

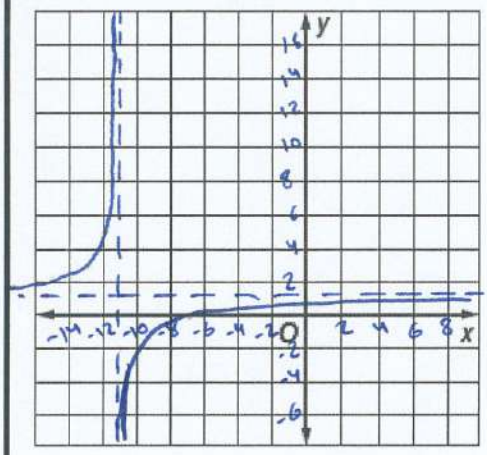
خطوط التقارب الأفقي لا يوجد

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	3
y	4.7	2.45	∄	2.5	2	2.6	∄	2.45	4.7	9.9



الاستنتاج يتخذ حسن موقع المهاجم بفريق كرة القدم لمدرسته الثانوية. وفي هذا الموسم، حقق حتى الآن 7 من 11 هدفًا. ويود تحسين نسبة الأهداف الخاصة به. فإذا كان بإمكانه تحقيق x هدفًا متتابعًا، فيمكن تحديد نسبه أهدافه باستخدام الدالة $P(x) = \frac{7+x}{11+x}$.

(3)



a. مثّل الدالة بيانيًا.

b. أي جزء من التمثيل البياني يعتبر ذي معنى في سياق المسألة؟

c. اذكر معنى تقاطع المحور الرأسي.

d. ما معادلة الخط المقارب الأفقي؟ اشرح معناها فيما يتعلق بنسبة أهداف حسن.

(a) خط التقارب الرأسي ← $x = -11$

خط التقارب الأفقي ← $y = \frac{1}{1} = 1$

x	-14	-13	-12	-11.5	-11	-10.5	-10	-9	-8	0	2	3
y	23	3	5	9	∄	-7	-3	-1	-0.3	0.6	0.6	0.7

(b) الربع الأول فقط حيث x عدد موجب

(c) يمثل يقطع في النقطة $(0, 0.636)$ يعني في نسبة الأهداف الحالية 63.6%

(d) $y = 1$ أقصى نسبة نجاح للأهداف يمكن الوصول إليها وهي 100%

ولكن يصل لها لو سجل أهداف!

مثّل كل دالة بيانيًا.

(4)

$$f(x) = \frac{6x^2 - 3x + 2}{x}$$

خط التقارب الرأسي ← $x = 0$

$$x \overline{)\, 6x^2 - 3x + 2} \quad (6x - 3)$$

$6x^2$

$-3x$

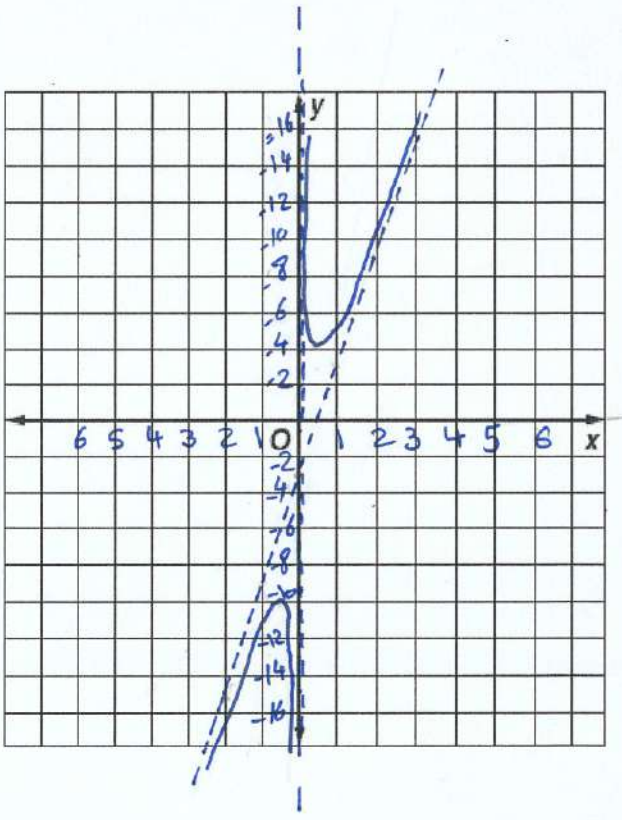
$-3x$

$+2$

خط التقارب المائل ← $y = 6x - 3$

خط التقارب الأفقي ← لا يوجد

x	-4	-3	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2	3	4
y	-27.5					∄		5	10		21.5

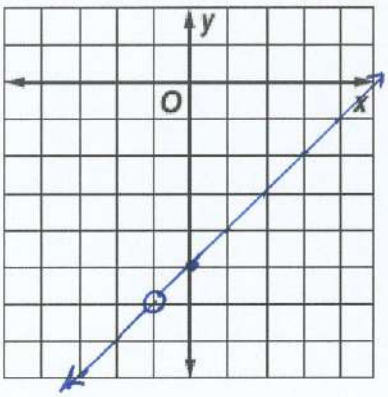


مثّل كل دالة بيانيًا.

$f(x) = \dfrac{x^2 - 4x - 5}{x + 1}$ (6)

$f(x) = \dfrac{(x+1)(x-5)}{x+1} = x - 5$

توجد نقطة انفصال عند -1 ولا توجد خط مقارب رأسي



ورقة عمل الحادي عشر العام **7-5 حل المعادلات والمتباينات النسبية** الاسم: _____

نواتج التعلّم 1- حل المعادلات النسبية. 2 – حل المتباينات النسبية.

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من حلك.

(1) $\frac{4}{7}+\frac{3}{x-3}=\frac{53}{56}$

LCM = $56(x-3)$

$\frac{4(56)(x-3)}{7}+\frac{3(56)(x-3)}{x-3}=\frac{53(56)(x-3)}{56}$

$32x-96+168=53x-159$

$-96+168+159=53x-32x$

$231=21x$

الحوفظة:

$x\neq 3$

(5) $\frac{8}{x-5}-\frac{9}{x-4}=\frac{5}{x^2-9x+20}$

LCM = $(x-4)(x-5)$

$\frac{8(x-4)(x-5)}{x-5}-\frac{9(x-4)(x-5)}{x-4}=\frac{5(x-4)(x-5)}{(x-4)(x-5)}$

الحوفظة:

$x\neq 4$

$x\neq 5$

$8x-32-9x+45=5$

$-x=5-45+32$

$x=8$

البنية لدى نورة 4.5 كيلوجرام من الفاكهة المجففة وتبيع كل كيلوجرام منها مقابل AED 51. وتود أن تعرف كم تحتاج من كيلوجرام مزيج المكسرات المباعة مقابل AED 36 لكيلوجرام لتصنع مزيجًا من المكسرات والفاكهة المجففة يباع مقابل AED 40 للرطل. كم عدد كيلوجرام مزيج المكسرات اللازم.

(9)

(كمية الخليط × سعر الخليط) = (كمية 1 × سعر 1) + (كمية 2 × سعر 2)

$51(4.5) + (36)m = 40(4.5 + m)$

$229.5 + 36m = 180 + 40m$

$229.5 - 180 = 40m - 36m$

$49.5 = 4m$

$kg\ 12.38 = m$

الكيمياء كم عدد ميلليترات محلول حمضي بتركيز 20% التي يجب إضافتها إلى 30 ميلليترًا من محلول حمضي بتركيز 75% للحصول على محلول حمضي بتركيز 30%؟

(22)

(كمية الخليط × نسبة الخليط) = (كمية 1 × نسبة 1) + (كمية 2 × نسبة 2)

$0.20(m) + 0.75(30) = 0.30(m + 30)$

$0.20m + 22.5 = 0.30m + 9$

$0.20m - 0.30m = 9 - 22.5$

$-0.10m = -13.5$

$m = 135$

المسافة يبلغ متوسط سرعة قيادة موزة لدراجتها 11.5 كيلو متراً في الساعة. وتقوم برحلة ذهاب وعودة بمسافة 40 كيلو متراً. وتستغرق 3 ساعات و 50 دقيقة. ما متوسط سرعة الرياح؟

(10)

الزمن = المسافة / السرعة

زمن الرحلة كاملة = زمن الذهاب + زمن العودة

$\frac{20}{11.5 + r} + \frac{20}{11.5 - r} = 3\frac{50}{60}$

$\frac{20(11.5 - r) + 20(11.5 + r)}{(11.5 + r)(11.5 - r)} = 3\frac{5}{6}$

$\frac{230 - 20r + 230 + 20r}{132.25 - r^2} = \frac{23}{6}$

$132.25 - r^2 = \frac{6(460)}{23}$

$r^2 = 132.25 - 120$

$r = 3.5\ km/h$

السفر جوًا تستغرق إحدى الطائرات 20 ساعة لتطير إلى وجهتها عكس اتجاه الرياح. تستغرق رحلة العودة 16 ساعة. إذا كان متوسط سرعة الطائرة في الهواء الساكن 500 ميل في الساعة، فما متوسط سرعة الرياح أثناء الرحلة؟

(31)

زمن الذهاب ← $\frac{d}{500 - r} = 20 \rightarrow d = 20(500 - r)$ — (1)

زمن العودة ← $\frac{d}{500 + r} = 16 \rightarrow d = 16(500 + r)$ — (2)

(2) = (1) ← $20(500 - r) = 16(500 + r)$

$2500 - 5r = 2000 + 4r$

$500 = 9r \rightarrow r = \frac{500}{9} = 55.6\ mph$

(12)

المباني تستطيع مجموعة بدر التطوعية بناء مرأب في 12 ساعة. وتستطيع مجموعة شيماء بناء مرأب في 16 ساعة. كم من الزمن سيستغرقان إذا عملا معًا؟

(24)

	إنجاز المرأب = إنجاز شيماء + إنجاز بدر
سرعة إنجاز بدر = $\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}t + \frac{1}{16}t = 1$
	$t\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{16}\right) = 1$
سرعة إنجاز شيماء = $\frac{1}{16}$	$t = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{16}} = \frac{48}{7} = 6.857h$

العمل يعمل أيوب وفارس في تلميع السيارات. ويستطيع أيوب تلميع إحدى السيارات في 60 دقيقة بينما يستطيع فارس تلميع نفس السيارة في 80 دقيقة. ويخطط الاثنان إلى تلميع نفس السيارة معًا ويودان معرفة كم من الزمن سيستغرق ذلك.

(11)

	إنجاز سيارة واحدة = إنجاز أيوب + إنجاز فارس
سرعة أيوب = $\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}t + \frac{1}{80}t = 1$
سرعة فارس = $\frac{1}{80}$	$t\left(\frac{1}{60} + \frac{1}{80}\right) = 1$
	$t = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{80}}$
	$t = \frac{240}{7} = 34.285$ min

(12)

حُـلّ كل من المتباينات التالية. تحقق من صحة الحل.

$\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} > \frac{2}{3}$

ملحوظة: $x \neq 0$

$\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} = \frac{2}{3}$ | LCM = 30x

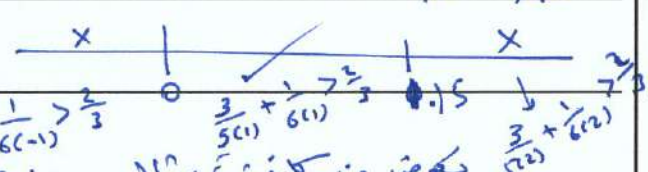
$\frac{3(30x)}{5x} + \frac{30x}{6x} = \frac{2(30x)}{3}$

$18 + 5 = 20x$

$23 = 20x$

$1.15 = \frac{23}{20} = x$

أصفار المقاطعة



مرفوضة — نعوض من كل فترة بمثال

مجموعة الحل = $\{x \mid 0 < x < 1.15\}$

(13)

$\frac{1}{4c} + \frac{1}{9c} < \frac{1}{2}$

ملحوظة: $c \neq 0$

LCM = 36c

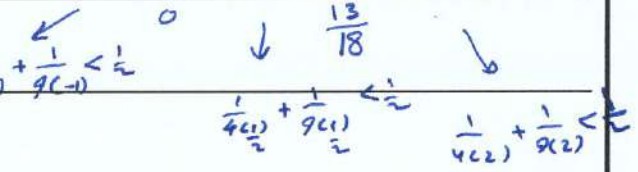
$\frac{36c}{4c} + \frac{36c}{9c} = \frac{36c}{2}$

$9 + 4 = 18c$

$13 = 18c$

$0.722 = \frac{13}{18} = c$

أصفار المقاطعة



مجموعة الحل = $\{c \mid c < 0 \text{ أو } c > \frac{13}{18}\}$

ورقة عمل الحادي عشر العام | 9-1 المتتاليات كدوال | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- ربط المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية. 2- ربط المتتاليات الهندسية بالدوال الأسية.

المتتالية هي مجموعة من الأعداد بترتيب أو نمط معين. كل عدد في المتتالية يُسمى **حدًا**.
ويتم التعبير عن الحد الأول من متتالية بـ a_1 . بينما يتم التعبير عن الحد الثاني بـ a_2. وهكذا.

في **المتتالية الحسابية** . يتحدد كل حد من خلال إضافة قيمة ثابتة إلى الحد السابق.
ويُطلق على هذه القيمة الثابتة اسم **الفرق المشترك**.

وفي **المتتالية الهندسية** . يتحدد كل حد من خلا ل ضرب ثابت غير صفري في الحد السابق
ويُطلق على هذه القيمة الثابتة اسم **النسبة المشتركة**.

التمثيل البياني لحدود المتتالية الحسابية يستقر على خط مستقيم.
التمثيل البياني للمتتالية الهندسية يكون أسيًا.

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي حسابية. اكتب نعم أو لا.

(4) 0.6, 0.9, 1.2, 1.8, ...

0.9 - 0.6 = 0.3 / 1.2 - 0.9 = 0.3 / 1.8 - 1.2 = 0.6

الفروق غير متساوية ← ليست حسابية.

(1) 8, -2, -12, -22, ...

-2 - 8 = -10 / -12 + 2 = -10 / -22 + 12 = -10

الفرق ثابت = -10 ← حسابية

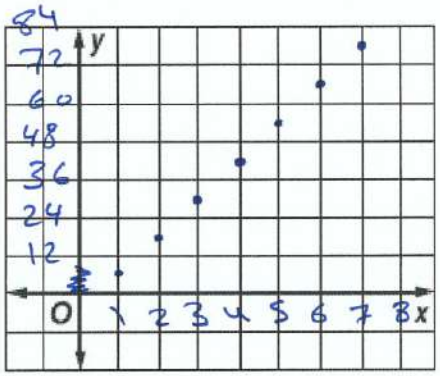
أوجد الحدود الأربعة التالية لكل متتالية حسابية. ثم مثّل المتتالية بيانيًا.

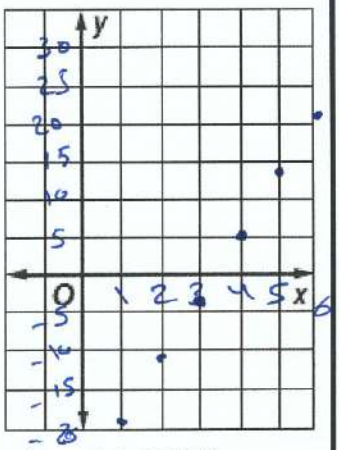
(5) 6, 18, 30, 42, 54, 66, 78

الفرق الثابت هو 18 - 6 = 12

(7) -19, -11, -3, 5, 13, 21, 29

الفرق الثابت هو -11 + 19 = 8





المعرفة المالية تدخر خديجة من أموالها لشراء سيارة. وهي تمتلك AED 250.
وتخطط لادخار AED 75 في الأسبوع من عملها.

a. كم ستكون خديجة قد ادخرت بعد 8 أسابيع؟

b. إذا كانت السيارة تكلف AED 2000. فكم من الوقت ستستغرق لادخار مالٍ كافٍ بهذا المعدل؟

(9)

1	2
325	400

(a) الفرق الثابت = 75 / نقطة تم باكظ (1, 325)

$y - 325 = 75(x-1) \Rightarrow y = 75x - 75 + 325 \Rightarrow y = 75x + 250$

$y = 75(8) + 250 = 850$ ⇐ $x = 8$ نعوض

(b) $2000 = 75x + 250 \Rightarrow x = \frac{2000 - 250}{75} = 23.3$ أسبوع وتستغرق أسبوع

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي هندسية. اكتب نعم أو لا.

(10)

-8, -5, -1, 4, ...

ليست ثابتة النسبة المشتركة

$\frac{-5}{-8} \neq \frac{-1}{-5} \neq \frac{4}{-1}$

ليست هندسية.

(11)

4, 12, 36, 108, ...

النسبة ثابتة

$\frac{12}{4} = \frac{36}{12} = \frac{108}{36}$

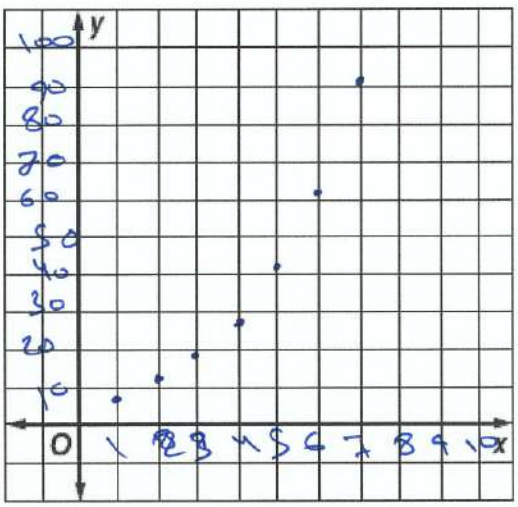
هندسية

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية. ثم مثّل المتتالية بيانيًا.

(14)

8, 12, 18, 27, ... 40.5, 60.75, 91.125

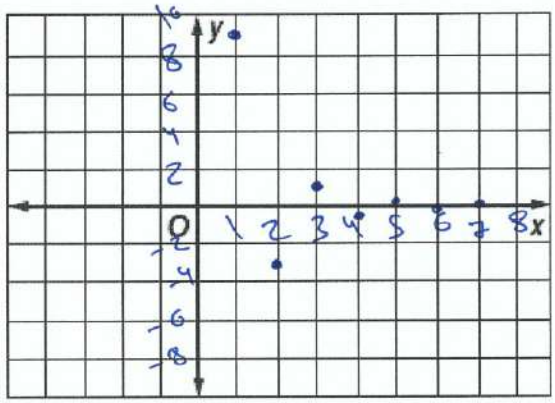
النسبة الثابتة $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$



(17)

9, -3, 1, $-\frac{1}{3}$, ... $\frac{1}{9}$, $\frac{-1}{27}$, $\frac{1}{81}$

النسبة الثابتة $\frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$



حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي حسابية، أم هندسية، أم ليست أيًا منهما. اشرح استنتاجك.

(18)

5, 1, 7, 3, 9, ...

ليست هندسية وليست حسابية لأنه ليس هناك نسبة ثابتة ولا فرق ثابت

(19)

200, -100, 50, -25, ...

هندسية النسبة الثابتة $-\frac{1}{2}$

(20)

12, 16, 20, 24, ...

حسابية الفرق الثابت = 4

UAE NATIONAL AGENDA: To be among the 20 highest performing countries in PISA. To be among the 15 highest performing countries in TIMSS.

ورقة عمل الحادي عشر العام 9-2 المتتاليات والمتسلسلات الحسابية الاسم: _____

نواتج التعلّم 1- استخدام المتتاليات الحسابية. 2- إيجاد مجاميع المتسلسلات الحسابية.

الحد النوني a_n لمتتالية حسابية $a_n = a_1 + (n-1)d$

مجموع الحدود النونية الأولى اسم **المجموع الجزئي**

$$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$$

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$$

أوجد الحد المشار إليه لكل متتالية حسابية.

(1) $a_1 = 14,\ d = 9,\ n = 11$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_{11} = 14 + 9(11-1)$

$= 104$

(2) a_{18} من أجل 12, 25, 38, ...

$d = 25 - 12 = 13$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_{18} = 12 + 13(18-1)$

$= 233$

اكتب معادلة للحد النوني لكل متتالية حسابية.

(3) 13, 19, 25, ...

$d = 19 - 13 = 6$

$a_n = 13 + 6(n-1)$

$= 13 + 6n - 6$

$a_n = 6n + 7$

(4) $a_5 = -12,\ d = -4$

$a_5 = a_1 - 4(5-1)$

$-12 = a_1 - 16$

$a_1 = 4$

$a_n = 4 - 4(n-1)$

$a_n = 4 - 4n + 4$

$a_n = -4n + 8$

أوجد الأوساط الحسابية في كل متتالية.

(5) 6, ?, ?, ?, 42

$a_1 = 6$

$a_5 = 42$

$42 = 6 + d(5-1)$

$d = \frac{42-6}{5-1} = 9$

6, 15, 24, 33, 42

(6) -4, ?, ?, ?, 8

$a_1 = -4$

$a_5 = 8$

$8 = -4 + d(5-1)$

$d = \frac{8+4}{5-1} = 3$

$-4, -1, 2, 5, 8$

أوجد مجموع كل متسلسلة حسابية.

(7) أول 50 عددًا طبيعيًا $1, 2, \ldots, 50$

$a_1 = 1$, $n = 50$, $d = 1$

$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

$S_{50} = 50\left(\frac{1 + 50}{2}\right)$

$= 1275$

(8) $4 + 8 + 12 + \cdots + 200$

$a_1 = 4$, $d = 8 - 4 = 4$

$200 = 4 + 4(n-1)$

$n - 1 = \frac{200 - 4}{4}$

$n = 49 + 1 = 50$

$S_{50} = 50\left(\frac{4 + 200}{2}\right) = 5100$

(9) $a_1 = 12$, $a_n = 188$, $d = 4$

$188 = 12 + 4(n-1)$

$n = \frac{188 - 12}{4} + 1$

$n = 45$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$S_{45} = 45\left(\frac{12 + 188}{2}\right) = 4500$

(10) $a_n = 145$, $d = 5$, $n = 21$

$145 = a_1 + 5(21 - 1)$

$a_1 = 145 - 5(21 - 1)$

$a_1 = 45$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$S_{21} = 21\left(\frac{45 + 145}{2}\right) = 1995$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى لكل متسلسلة حسابية.

(11) $a_1 = 8$, $a_n = 100$, $S_n = 1296$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$1296 = n\left(\frac{8 + 100}{2}\right)$

$\Rightarrow n = 24$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$100 = 8 + d(24 - 1)$

$d = 4$

الحدود الثلاثة الأولى هي: $8, 12, 16, \ldots$

(12) $n = 18$, $a_n = 112$, $S_n = 1098$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$1098 = 18\left(\frac{a_1 + 112}{2}\right)$

$a_1 = 10$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$112 = 10 + d(18 - 1)$

$d = 6$

الحدود الثلاثة الأولى هي: $10, 16, 22, \ldots$

(13) **اختيار من متعدد** أوجد $\sum_{k=1}^{12} (3k + 9)$

A 45

B 78

C 342

D 410

$a_1 = 3(1) + 9 = 12$

$a_{12} = 3(12) + 9 = 45$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$S_{12} = 12\left(\frac{12 + 45}{2}\right)$

$S_{12} = 342$

ورقة عمل الحادي عشر العام 9-3 المتتاليات والمتسلسلات الهندسية الاسم: _____

نواتج التعلّم 1- استخدام المتتاليات الهندسية. 2- إيجاد مجاميع المتسلسلات الهندسية.

الحد النوني a_n لمتتالية هندسية. $a_n = a_1 r^{n-1}$

مجموع الحدود النونية الأولى اسم **المجموع الجزئي**

$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}, r \neq 1$

$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}, r \neq 1$

الانتظام يصنع أحمد شجرة عائلة لجده. وقد تمكن من تتبع العديد من الأجيال. وإذا استطاع أحمد تتبع 10 أجيال سابقة من عائلته، بدءاً من والديه، فكم عدد الأسلاف الذين سيتمكن من تتبعهم؟ (1)

2, 4, 8, 16, ...

$S_n = \frac{a_1 + a_1 r^n}{1 - r}$

$\rightarrow S_{10} = \frac{2 - 2(2)^{10}}{1 - 2}$

$S_{10} = 2046$

اكتب معادلة للحد النوني لكل متتالية هندسية.

(3) 18, 6, 2, ... $r = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_n = 18\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

(4) $-4, 16, -64, \ldots$ $r = \frac{16}{-4} = -4$

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_n = -4(-4)^{n-1}$

(6) $a_6 = \frac{1}{8}, r = \frac{3}{4}$

$a_6 = a_1\left(\frac{3}{4}\right)^5$

$\frac{1}{8} = a_1\left(\frac{3}{4}\right)^5$

$a_1 = \frac{1}{8}\left(\frac{4}{3}\right)^5$

$= \frac{128}{243}$

$a_n = \frac{128}{243}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$

(7) $a_2 = -96, r = -8$

$-96 = a_1(-8)$

$a_1 = \frac{-96}{-8} = 12$

$a_n = 12(-8)^{n-1}$

أوجد الأوساط الهندسية لكل متتالية.

(8)

$a_1 = 0.25$

$a_5 = 64$

0.25, ?, ?, ?, 64

$64 = 0.25(r)^4$

$r = \pm \sqrt[4]{\frac{64}{0.25}}$

$r = \pm 4$

if $r = 4 \Rightarrow$ 1, 4, 16

if $r = -4 \Rightarrow$ -1, 4, -16

(39) وسطين هندسيين بين 3 و 375.

3, —, —, 375

$a_4 = 375 = 3(r)^3$

$r = \sqrt[3]{\frac{375}{3}} = 5$

3, 15, 75, 375

الألعاب ترتب شيماء بعض صفوف قطع الدومينو بحيث عندما تضرب أول قطعة منها، تتساقط كل قطعة على قطعتين أخريين عندما تسقط. وإذا كان هناك عشرة صفوف، فكم عدد قطع الدومينو التي ستستخدمها شيماء؟

(10)

1, 2, 4, 8, ...

$a_1 = 1$, $r = 2$

$S_n = \frac{a_1 + a_1 r^n}{1 - r} \Rightarrow$

$S_{10} = \frac{1 + 1(2)^{10}}{1 - 2}$

$S_{10} = 1023$

أوجد مجموع كل متسلسلة هندسية.

(11)

$\sum_{k=1}^{6} 3(4)^{k-1}$ $r = 4$

$a_1 = 3(4)^0 = 3$

$a_6 = 3(4)^5 = 3072$

$S_6 = \frac{3 - 3072(4)}{1 - 4} = 4095$

$S_6 = \frac{3 - 3(4)^6}{1 - 4} = 4095$ بديل آخر

(12)

$\sum_{k=1}^{8} 4\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$ $r = \frac{1}{2}$

$a_1 = 4\left(\frac{1}{2}\right)^{1-1} = 4$

$S_8 = \frac{4 - 4(\frac{1}{2})^8}{1 - \frac{1}{2}}$

$S_8 = \frac{255}{32} = 7.96875$

أوجد a_1 لكل متسلسلة هندسية موصوفة.

(13)

$S_n = 85\frac{5}{16}$, $r = 4$, $n = 6$

$S_6 = \frac{a_1 - a_1(4)^6}{1 - 4} = 85\frac{5}{16}$

$a_1(1 - 4^6) = -3(85\frac{5}{16})$

$a_1 = \frac{-3(85\frac{5}{16})}{1 - 4^6} = \frac{1}{16}$

(15)

$S_n = 1020$, $a_n = 4$, $r = \frac{1}{2}$

$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$

$1020 = \frac{a_1 - 4(\frac{1}{2})}{1 - \frac{1}{2}}$

$a_1 = \frac{1}{2}(1020) + 4(\frac{1}{2})$

$a_1 = 512$

UAE NATIONAL AGENDA: To be among the 20 highest performing countries in PISA. To be among the 15 highest performing countries in TIMSS.

ورقة عمل الحادي عشر العام | 9-4 نظرية ذات الحدين | الاسم : _____

نواتج التعلّم

1- استخدام مثلث باسكال لتفكيك أسس ذوات الحدين.
2- استخدام نظرية ذات الحدين لتفكيك أسس ذوات الحدين.

نظرية ذات الحدين إذا كان n عددًا طبيعيًا، فإن

$$(a+b)^n = {}_nC_0\,a^nb^0 + {}_nC_1\,a^{n-1}b^1 + {}_nC_2\,a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_n\,a^0b^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!}a^{n-k}b^k$$

فكّك كل ذات حدين.

① $(c+d)^5$

$= 1c^5d^0 + 5c^4d^1 + 10c^3d^2 + 10c^2d^3 + 5c^1d^4 + 1c^0d^5$

$= c^5 + 5c^4d + 10c^3d^2 + 10c^2d^3 + 5cd^4 + d^5$

(مثلث باسكال)

③ $(x-4)^6$

$= 1x^6(4^0) - 6x^5(4^1) + 15x^4(4^2) - 20x^3(4^3) + 15x^2(4^4) - 6x^1(4^5) + 1x^0(4^6)$

$= x^6 - 24x^5 + 240x^4 - 1280x^3 + 3840x^2 - 6144x + 4096$

(مثلث باسكال)

④ $(2y-z)^5$

$= {}_5C_0(2y)^5(z)^0 - {}_5C_1(2y)^4(z)^1 + {}_5C_2(2y)^3(z)^2 - {}_5C_3(2y)^2(z)^3 + {}_5C_4(2y)^1(z)^4 - {}_5C_5(2y)^0(z)^5$

$= 1(32y^5) - 5(16y^4)z + 10(8y^3)z^2 - 10(4y^2z^3) + 5(2yz^4) - 1(z^5)$

$= 32y^5 - 80y^4z + 80y^3z^2 - 40y^2z^3 + 10yz^4 - z^5$

نفس طريقة ذات الحدين

⑤ $(g+h)^7$

نفس طريقة ذات الحدين

${}_7C_0g^7h^0 + {}_7C_1g^6h^1 + {}_7C_2g^5h^2 + {}_7C_3g^4h^3 + {}_7C_4g^3h^4 + {}_7C_5g^2h^5 + {}_7C_6g^1h^6 + {}_7C_7g^0h^7$

$= g^7 + 7g^6h + 21g^5h^2 + 35g^4h^3 + 35g^3h^4 + 21g^2h^5 + 7gh^6 + h^7$

علم الوراثة إذا كانت فرصة أنْ ترزق امرأة بولد أو ببنت متساوية. فاستخدم مفكوك ذات الحدين لتحديد احتمال أن 5 من أطفالها الستة هم بنات. لا تضع التوائم المتماثلة في الاعتبار.

(7) نفترض الولد a ، البنت b المطلوب احتمال 5 بنات = ولد واحد

$(a+b)^6$

$= 1a^6 + 6a^5b^1 + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6a^1b^5 + 1b^6$

5 بنات وولد واحد

احتمال 5 بنات وولد واحد $= \frac{6}{2(1+6+15)+20} = \frac{6}{64} = 9.375\%$

أوجد الحد المشار إليه لكل تعبير.

الحد الرابع لـ $(b+c)^9$

(8) $= {}_9C_3 (b)^6 (c)^3$

$= 84\ b^6 c^3$

(11) الحد السادس لـ $(2c-3d)^8$

$= {}_8C_5 (2c)^3 (-3d)^5$

$= 56 (8c^3)(-243d^5)$

$= -108\ 864\ c^3 d^5$

ورقة عمل الحادي عشر العام | 8-5 الاستقراء الرياضيّ | الاسم : _____

نواتج التعلّم

1– استخدام الاستقراء الرياضي في برهنة صحة جمل الجمع التي تشتمل على العدد الطبيعي n.

2 – استخدام الاستقراء الرياضي في برهنة صحة جمل خصائص قابلية القسمة التي تشتمل على العدد الطبيعي n.

مبدأ الاستقراء الرياضي هو أسلوب لبرهنة الجمل الرياضية المتعلِّقة بالأعداد الطبيعة.

مفهوم أساسيٌّ — أضف الى مطويتك

مبدأ الاستقراء الرياضيَ

لبرهنة أن جملة ما صحيحة للأعداد الطبيعية جميعها n، اتبع الخطوات الآتية :

الخطوة 1: برهن أن الجملة صحيحة عندما $n = 1$.

الخطوة 2: افترض أن الجملة صحيحة عند العدد الطبيعي k. وهذا الفرض يُسمّى **فرضية الاستقراء**.

الخطوة 3: برهن أن الجملة صحيحة عند العدد الطبيعي التالي $k + 1$.

مستخدمًا الاستقراء الرياضي : برهن صحّة كلٍّ من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها n :

$$3 + 5 + 7 + \cdots + (2n + 1) = n(n + 2)$$

الخطوة (1) عندما $n = 1$ فإن الطرف الأيسر للمعادلة هو $\boxed{3}$

والطرف الأيمن $1(1+2) = 1(3) = \boxed{3}$

إذن الجملة صحيحة عندما $n=1$

الخطوة (2) افترض أنه $3+5+7+\cdots+(2k+1) = k(k+2)$ صحيحة، حيث k عدد طبيعي.

الخطوة (3) برهن أنه الجملة صحيحة عند $n = k+1$

أي برهن أنه $3+5+7+\cdots+(2(k+1)+1) = (k+1)(k+1+2)$ صحيحة

فرضية الاستقراء $3+5+7+\cdots+(2k+1) = k(k+2)$

$$3+5+7+\cdots+(2k+1)+(2(k+1)+1) = k(k+2)+(2(k+1)+1)$$

$$= k^2+2k+2k+2+1$$

$$= k^2+4k+3$$

$$= (k+1)(k+3)$$

العبارة الأخيرة هي الطرف الأيمن من المعادلة المطلوب إثباتها عندما $n=k+1$

وبهذا نكون قد برهنا صحة جمع الأعداد الصحيحة $\boxed{n}$

مستخدمًا الاستقراء الرياضي : برهن صحّة كلٍّ من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها n :

$$1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

الخطوة ① عندما $n=1$ فإن الطرف الأيسر للمعادلة هو ①

والطرف الأيمن ① $= \frac{1(1+1)}{2} = \frac{1(2)}{2} = \frac{2}{2}$

إذن الجملة صحيحة عندما $n=1$

الخطوة ② نفترض أن $1+2+3+\cdots+k = \frac{k(k+1)}{2}$ صحيحة

الخطوة ③ نبرهن أن الجملة صحيحة عندما $n=k+1$

أي نبرهن أن $1+2+3+\cdots+(k+1) = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{2}$

فرضية الاستقرار $1+2+3+\cdots+k = \frac{k(k+1)}{2}$

الطرف الأيمن $1+2+3+\cdots+k+(k+1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1)$

بتوحيد المقامات $= \frac{k^2+k}{2} + \frac{2k+2}{2}$

بالجمع $= \frac{k^2+3k+2}{2}$

بالتحليل $= \frac{(k+1)(k+2)}{2}$

وبالتالي العلاقة صحيحة لكل n عدد طبيعي

$$2+2^2+2^3+\cdots+2^n = 2(2^n-1)$$

الخطوة ① عندما $n=1$ الطرف الأيسر ② والطرف الأيمن $2(2^1-1) =$ ②

إذن الجملة صحيحة عندما $n=1$

الخطوة ② نفترض أن $2+2^2+2^3+\cdots+2^k = 2(2^k-1)$ صحيحة

الخطوة ③ نبرهن عندما $n=k+1$ أن $2+2^2+2^3+\cdots+(2^{k+1}) = 2(2^{k+1}-1)$

فرضية الاستقرار $2+2^2+2^3+\cdots+2^k = 2(2^k-1)$

$2+2^2+2^3+\cdots+2^k+2^{k+1} = 2(2^k-1)+2^{k+1}$

$= 2(2^k-1+2^k)$

$= 2(2\times 2^k-1)$

$= 2(2^{k+1}-1)$

العبارة الأخيرة هي الطرف الأيمن من المعادلة المطلوب إثباتها عندما $n=k+1$

وبهذا فإن العلاقة صحيحة عند جميع الأعداد الطبيعية n .

مستخدمًا الاستقراء الرياضي : برهن صحّة كلّ من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها n :

1 – $9^n - 1$ يقبل القسمة على 8 .

الخطوة 1 عندما $n=1$ ⇐ $9^1 - 1 = 8$ و 8 تقبل القسمة على 8 / الجملة صحيحة عند $n=1$

الخطوة 2 نفترض أنّ $9^k - 1$ يقبل القسمة على 8 وهذا يعني أنه

$9^k - 1 = 8r$ حيث r عدد طبيعي .

الخطوة 3 نبرهن صحة $9^{k+1} - 1$ يقبل القسمة على 8

نرضية الاستقراء ←

$9^k - 1 = 8r$	$9^{k+1} = 72r + 9$
$9^k = 8r + 1$	$9^{k+1} - 1 = 72r + 9 - 1$
$9^k \times 9 = 9(8r+1)$	$9^{k+1} - 1 = 8(9r+1)$

∴ r عدد طبيعي فإنه $9r+1$ أيضاً عدد طبيعي ⇐ $8(9r+1)$ يقبل القسمة على 8 ⇐ $9^{k+1} - 1$ يقبل القسمة على 8

وهذا يبرهن أنه $9^n - 1$ يقبل القسمة على 8

$6^n + 4$ يقبل القسمة على 5 .

الخطوة 1 عندما $n=1$ ⇐ $6^1 + 4 = 10$ ، 10 تقبل القسمة على 5 ⇐ الجملة صحيحة عند $n=1$

الخطوة 2 نفترض أنّ $6^k + 4$ يقبل القسمة على 5 أي أنه $6^k + 4 = 5r$ حيث r عدد طبيعي

الخطوة 3 نبرهن أنه $6^{k+1} + 4$ يقبل القسمة على 5

نرضية الاستقراء ←

$6^k + 4 = 5r$	$6^{k+1} + 4 = 30r - 24 + 4$
$6^k = 5r - 4$	$6^{k+1} + 4 = 5(6r - 4)$
$6^k \times 6 = 6(5r-4)$	∴ r عدد طبيعي فإنه $6r-4$ أيضاً طبيعي
$6^{k+1} = 30r - 24$	⇐ $5(6r-4)$ يقبل القسمة على 5

⇐ $6^n + 4$ يقبل القسمة على 5

$5^n - 2^n$ يقبل القسمة على 3 .

الخطوة 1 عندما $n=1$ ⇐ $5^1 - 2^1 = 3$ ، 3 تقبل القسمة على 3 ⇐ الجملة صحيحة عند $n=1$

الخطوة 2 نفترض أنّ $5^k - 2^k$ يقبل القسمة على 3 ⇐ $5^k - 2^k = 3r$ حيث r عدد طبيعي .

الخطوة 3 نبرهن أنه $5^{k+1} - 2^{k+1}$ يقبل القسمة على 3 ⇐ $5^{k+1} - 2^{k+1} =$

نرضية الاستقراء ←

$5^k - 2^k = 3r$	$5^{k+1} - 2^{k+1} = 15r + 3(2)^k$
$5^k = 3r + 2^k$ × 5 بالطرفين	$= 3(5r + 2^k)$
$5(5)^k = (2+3)(3r + 2^k)$	∴ r, k عددان طبيعيان فإنه $5r + 2^k$ عدد طبيعي
$5^{k+1} = 6r + 9r + 2^{k+1} + 3(2)^k$	⇐ $3(5r+2^k)$ يقبل القسمة على 3
	⇐ $5^{k+1} - 2^{k+1}$ يقبل القسمة على 3

⇐ $5^n - 2^n$ يقبل القسمة على 3 لكل عدد طبيعي n

ورقة عمل الحادي عشر العام | 1-10 | **إعداد دراسة** | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- تحديد تصنيف أنواع الدراسات. 2- إعداد دراسة إحصائية.

أنواع الدراسة	
في **الاستطلاع** . يتم تجميع البيانات من الإجابات المعطاة بواسطة أفراد الفئة المستهدفة، حيث تتناول خصائصهم أو سلوكياتهم أو آرائهم. في **الدراسة المسحية** . يتم قياس استجابة أفراد إحدى العينات أو ملا حظة ردود أفعالهم دون تأثرهم بالدراسة.	في **التجربة** . يتم تقسيم العينة إلى مجموعتين: • مجموعة *التجربة* التي تخضع للتغيير • *المجموعة الضابطة* التي لا تخضع للتغيير. تتم مقارنة التأثير الحاصل على مجموعة التجربة لاحقًا بالمجموعة الضابطة.

حدد ما إذا كان كل موقف يصف *استطلاعًا* أم *تجربة*أم *دراسة مسحية*. ثم حدد عينة واقترح فئة مستهدفة يمكن اختيار العينة منها.

المَدرسة تم اختيار مجموعة من طلا ب مدرسة ثانوية عشوائيًا وطُلب منهم إكمال النموذج الموضح.

استطلاع/ العينة : الطلاب الشاركون في الدراسة
الفئة المستهدفة : جميع طلاب المدرسة .

هل توافق على القواعد الجديدة لتناول الغداء؟
☐ أوافق ☐ لا أوافق
☐ لا أبالي

التصميمات تريد إحدى شركات الإعلا ن اختبار تصميم شعار جديد. واختارت 20 مشاركًا ورصدت آرائهم بشأن الشعار.

دراسة مسحية/ العينة : المشاركون في الدراسة .
الفئة المستهدفة: العملاء المحتملون .

الفرضيات حدد ما إذا كان كل موقف يناسب إجراء *استطلاع* أم *تجربة* أم *دراسة مسحية* . اشرح استنتاجك.

محو الأمية تريد إحدى مجموعات محو الأ مية تحديد ما إذا كان طلاب المدرسة الثانوية الذين شاركوا في برنامج القراءة الوطني الأ خير لديهم درجات أعلى في الا ختبار المعياري مقارنة بطلاب المدرسة الثانوية الذين لم يشاركوا في البرنامج أم لا.

دراسة مسحية/ تتم ملاحظة النقاط التي يحرزها المشاركون ومقارنتها بدون تأثر بالدراسة .

البيع بالتجزئة يخطط قسم البحث لدى شركة بيع بالتجزئة لإ جراء دراسة لتحديد ما إذا كانت الصبغة المستخدمة على قميص جديد ستبدأ في الزوال بعد 50 غسلة أم لا.

تجربة/ نقوم باختيار عينة من القمصان المصبوغة
ما يعني أن أفراد العينة يتأثرون بالدراسة .

حدّد ما إذا كان كل سؤال من أسئلة الاستطلاع متحيّزًا أم غير متحيّز. إذا كان متحيّزًا، فاشرح استنتاجك.

ما برنامج ترشيحات اتحاد الطلاب الذي تؤيده؟

غير متحيز.

ما مقدار المدة التي عشتها في سكنك الحالي؟

غير متحيز.

السيارات الهجينة يريد أحد مصانع السيارات تحديد مقدار الطلب في الولايات المتحدة على السيارات الهجينة. اذكر الهدف من الاستطلاع. واقترح الفئة المستهدفة. ثم اكتب سؤالين للاستطلاع دون تحيّز.

الهدف/ التحديد عدد الأشخاص الذين يقبلون على السيارات الهجينة.

الفئة المستهدفة: الأشخاص الذين لهم الحق في شراء السيارات.

١) هل تمتلك حالياً سيارة هجينة؟

٢) هل تخطط لشراء سيارة هجينة؟

حدد أي أخطاء في إعداد التجربة. ثم صف كيف يمكن تصحيحها.

التجربة: تريد إحدى شركات الأبحاث تحديد ما إذا كان أحد الفيتامينات الجديدة يعزز من مستويات الطاقة. لذا قررت اختبار هذا الفيتامين على طلاب الجامعة. وقد تم أخذ عينة عشوائية. بحيث تتألف مجموعة التجربة من الطلاب الذين تم إعطاؤهم الفيتامين. بينما تتألف المجموعة الضابطة من المحاضرين الذين تم إعطاؤهم دواء وهميًا.

النتائج: عند إجراء اختبار بدني للأداء. حصلت مجموعة التجربة على درجات أعلى من المجموعة الضابطة. وبالتالي استنتجت الشركة فعالية الفيتامين.

يتمثل الخطأ في أن المجموعة التجريبية تتألف من طلاب وهم أصغر سناً من المحاضرين في المجموعة الضابطة بحيث لهم فائدة أكبر في أداء المرينات البدنية حتى بدون تناولهم للفيتامينات.

الرياضة تريد إحدى شركات الأبحاث إجراء تجربة لاختبار فائدة مخفوق البروتين الموضح. اذكر الهدف من التجربة. واقترح الفئة المستهدفة. وحدد مجموعة التجربة والمجموعة الضابطة. ثم صف إجراء العينة.

يساعد الرياضيين على التعافي من التدريبات الشاقة!

الهدف/ تحديد ما إذا كان مخفوق البروتين يساعد الرياضيين على استعادة نشاطهم بعد أدائهم للتمارين

الفئة المستهدفة: جميع الرياضيين.

المجموعة التجريبية: الرياضيين الذين يأخذون مخفوق البروتين ثم بعد تناولهم جميعاً يتم مقارنة نشاطهم.

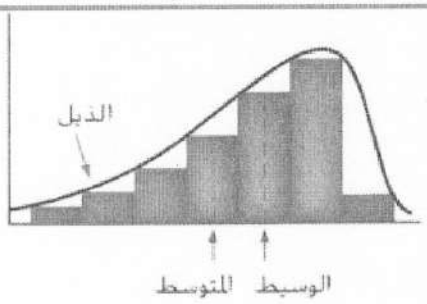
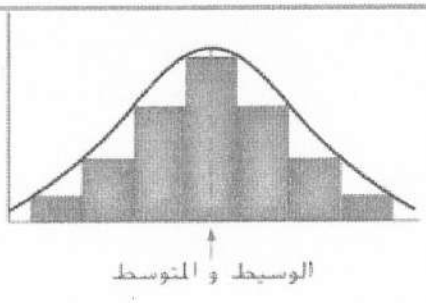
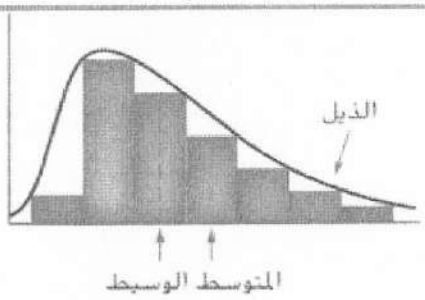
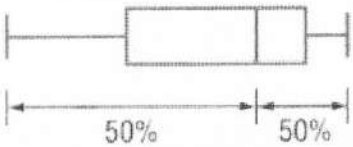
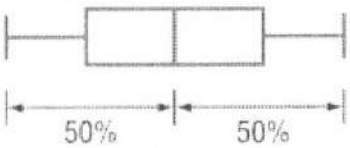
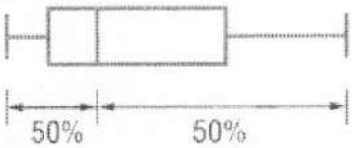
المجموعة الضابطة: الرياضيين الذين يأخذون دواءً وهمياً.

ورقة عمل الحادي عشر العام

10-2 توزيعات البيانات

الاسم : _____

نواتج التعلّم
1- استخدام أشكال التوزيعات لتحديد الإحصاء المناسب.
2- استخدام أشكال التوزيعات لمقارنة البيانات.

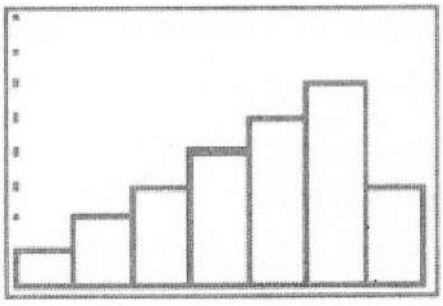
توزيع ملتوٍ سلبًا	توزيع متماثل	توزيع ملتوٍ ايجابًا
		
• المتوسط أقل من الوسيط. • أغلب البيانات تقع على يمين المتوسط.	• المتوسط والوسيط متساويان تقريبًا. • البيانات موزعة بالتساوي على كلا جانبي المتوسط.	• المتوسط أكبر من الوسيط. • أغلب البيانات تقع على يسار المتوسط.
		

- إذا كان التوزيع متماثلاً نسبيًا، فسوف يمكنك استخدام المتوسط والانحراف المعياري.
- إذا كان التوزيع ملتويًا أو له نقاط متطرفة، فاستخدم ملخص الأعداد الخمسة لوصف تمركز وتشتت البيانات.

تدريب يوضح الجدول التالي مقدار الزمن الذي قضاه سعيد في الجري على جهاز الجري الكهربائي لمدة أول 24 يومًا من ممارسته للتدريب الرياضي.

الزمن (بالدقائق)											
23	10	18	24	13	27	19	7	25	30	15	22
10	28	23	16	29	26	26	22	12	23	16	27

1a.



[4, 32] scl: 4 by [0, 8] scl: 1

ملتو سلبيًا

1b. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتوٍ. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة.

تتراوح الأوقات بين 7 إلى 30 دقيقة. الوسيط هو 22.5 دقيقة. ونصف البيانات موجود بين 15.5 و 26 دقيقة.

بم مدرج إحصائي م أي من المتوسط .

_____
_____
_____
_____

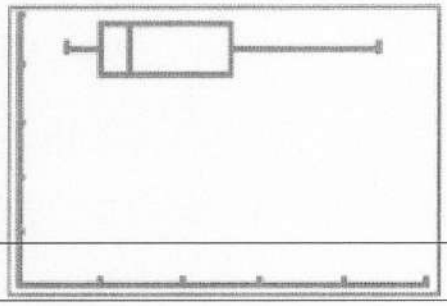
المطاعم إجمالي عدد مرات التي تناول فيها 20 فردًا عشوائيًا الطعام داخل المطعم أو قاموا بشراء وجبات سريعة في إحدى الشهور موضح أدناه.

المطاعم أو المأكولات السريعة									
4	7	5	13	3	22	13	6	5	10
7	18	4	16	8	5	15	3	12	6

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مخطط الرسم الصندوقي. ثم صف ذ

b. صف تمركز وتشتت البيانات باستخدام أي من المتوسط والانحراف المعيار أو ملخص الأعداد الخمسة. برر اختيارك.

2a.



[0, 25] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

2b. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتوٍ. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة.

تتراوح البيانات من 3 إلى 22 ضعفًا.

الوسيط هو 7 أضعاف، ونصف البيانات بين 5 و 13 ضعفًا.

ملتوٍ إيجابيًا

أدوات إجمالي مبيعات جمع التبرعات للطلا ب في صفين دراسيين في مدرسة الخليل الثانوية موضح بالجدول أدناه.

الصف الدراسي للسيدة/ ياسمين (بالدرهم)					
6	14	17	12	38	15
11	12	23	6	14	28
16	13	27	34	25	32
21	24	21	17	16	

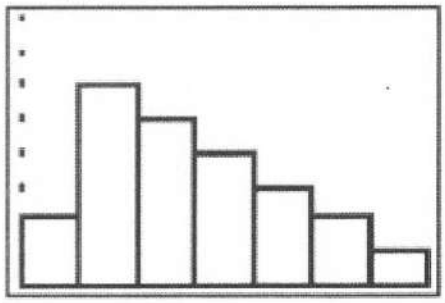
الصف الدراسي للسيد/ ناصر (بالدرهم)					
29	38	21	28	24	33
14	19	28	15	30	6
31	23	33	12	38	28
18	34	26	34	24	37

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مدرج إحصائي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات باستخدام المتوسطات والا نحرافات المعيارية أو الملخصات المكونة من خمسة أعداد. برر اختيارك.

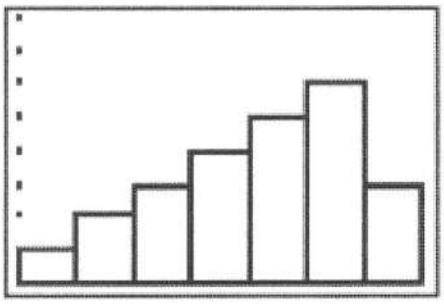
3a.

صف الأستاذة ياسمين



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

صف الأستاذ ناصر



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

الصف الدراسي الخاص بالأستاذة ياسمين: ملتوٍ ايجابيًا؛ الصف الدراسي الخاص بالأستاذ ناصر: ملتوٍ سلبيًا

3b. الإجابة النموذجية: التوزيعات ملتوية، لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. كلا الصفين الدراسيين لهما المدى ذاته. إلا أن وسيط الصف الدراسي الخاص بالأستاذة ياسمين هو 17 ، ووسيط الصف الدراسي الخاص بالأستاذ ناصر هو 28. ويساوي الربع الأقل للصف الدراسي الخاص بالأستاذ ناصر 20 ، وبما أنه أكبر من وسيط الصف الدراسي الخاص بالأ ستاذة ياسمين، فهذا يعني أن 75% من البيانات المأخوذة من صف الأ ستاذ ناصر أكبر من 50% من تلك البيانات المأخوذة من صف الأستاذة ياسمين. إذًا، نستطيع أن نستنتج أن مبيعات الطلاب في صف الأستاذ ناصر تعدّ في المجمل أعلى قليلاً من مبيعات الطلاب في صف الأستاذة ياسمين.

إعادة التدوير موضح إجمالي عدد الورق الذي تتم إعادة تدويره أسبوعيًا للصفوف الدراسية في السنة قبل الأخيرة والأخيرة.

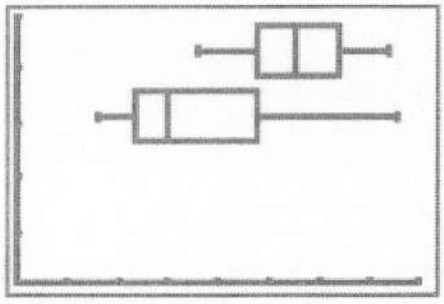
طلاب السنة قبل الأخيرة (بالكيلوجرام)					
14	24	8	26	19	38
12	15	12	18	9	24
12	21	9	15	13	28

طلاب السنة الأخيرة (بالكيلوجرام)					
25	31	35	20	37	27
22	32	24	28	18	32
25	32	22	29	26	35

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإعداد مخطط الرسم الصندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صِف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات باستخدام المتوسطات والانحرافات المعيارية أو الملخصات المكونة من خمسة أعداد. برر اختيارك.

4a.



[0, 40] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

طلاب السنة قبل الأخيرة، ملتوٍ إيجابيًا؛ طلاب السنة الأخيرة، متماثل

4b. الإجابة النموذجية: أحد التوزيعات متماثل والآخر ملتوٍ. لذا استخدم ملخصات الأعداد الخمسة. المتوسط لصف طلاب السنة قبل الأخيرة هو 15، ووسيط صف طلاب السنة الأخيرة هو 27.5. القيمة الصغرى لصف طلاب السنة الأخيرة هو 18. هذا يعني أن الإجمالي في كل أسبوع لصف طلاب السنة الأخيرة أكبر من 50% من الإجمالي في كل أسبوع لصف طلاب السنة قبل الأخيرة. وبالتالي، نستنتج أن الإجمالي بكل أسبوع لصف طلاب السنة الأخيرة أكبر بكثير من الإجمالي بكل أسبوع لصف طلاب السنة قبل الأخيرة.

ورقة عمل الحادي عشر العام | 10-3 **التوزيعات الاحتمالية** | الاسم: _____

نواتج التعلّم 1- إنشاء توزيع احتمالي. 2- تحليل التوزيعات التكرارية وتلخيص الإحصاءات ذات الصلة.

قيمة **المتغير العشوائي** هي الناتج العددي من حدث عشوائي. المتغير العشوائي يمكن أن يكون منفصلاً أو متصلاً. **المتغيرات العشوائية المنفصلة** تمثل قيمًا يمكن عدها. **المتغيرات العشوائية المتصلة** يمكن أن تبلغ أي قيمة.

تحديد المتغيرات العشوائية وتصنيفها

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنّفه على أنه منفصل أو متصل. اشرح استنتاجك.

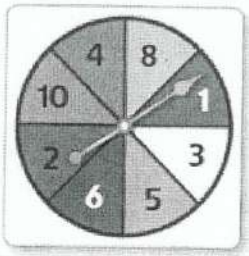
المسافة الدقيقة لعينة من رميات القوس

المتغير العشوائي X هو المسافة المقطوعة في كل رمية / X متصل لأنه المسافة يمكن أن تكون في أي مكان

الفئات العمرية للاستشاريين في مخيم صيفي

المتغير العشوائي X هو أعمار المستشارين / X منفصل لأن الأعمار قابلة للعد.

إنشاء توزيع احتمالي نظري



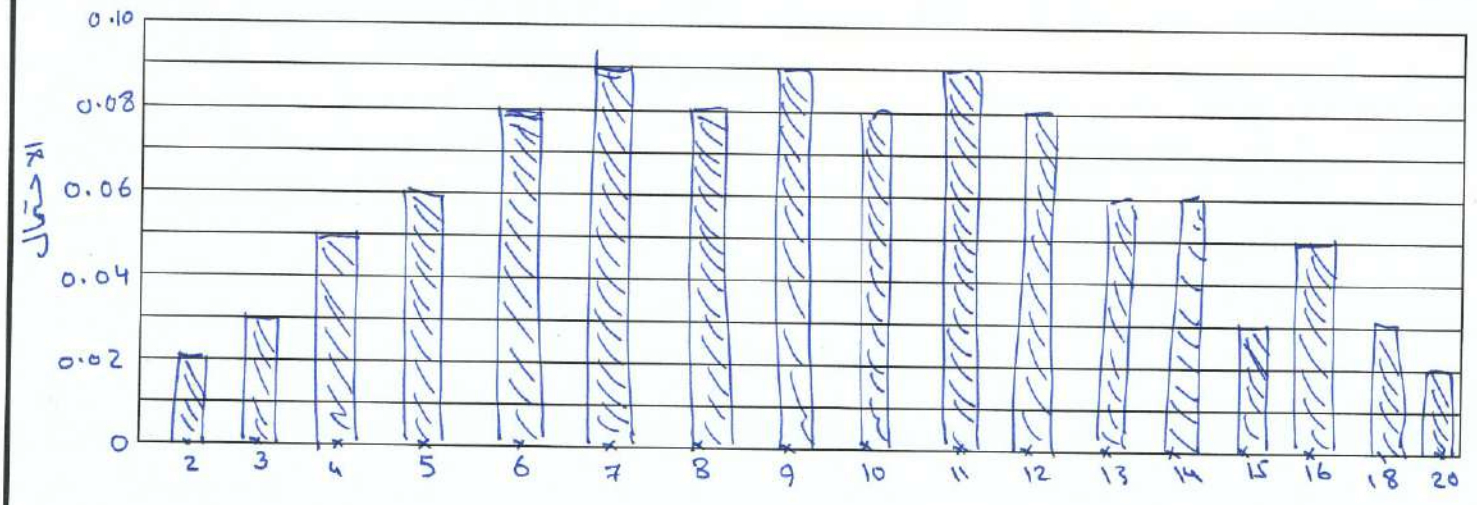
X تمثل مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي.

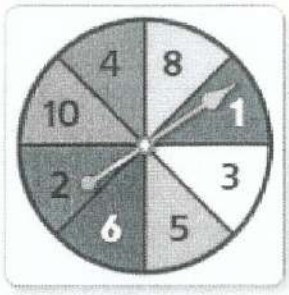
B. مثّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

$8 \times 8 = 64 \longrightarrow$ المجموع

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20
التكرار	1	2	3	4	5	6	5	6	5	6	5	4	4	2	3	2	1
التكرار النسبي	0.02	0.03	0.05	0.06	0.08	0.09	0.08	0.09	0.08	0.09	0.08	0.06	0.06	0.03	0.05	0.03	0.02



إنشاء توزيع احتمالي تجريبي

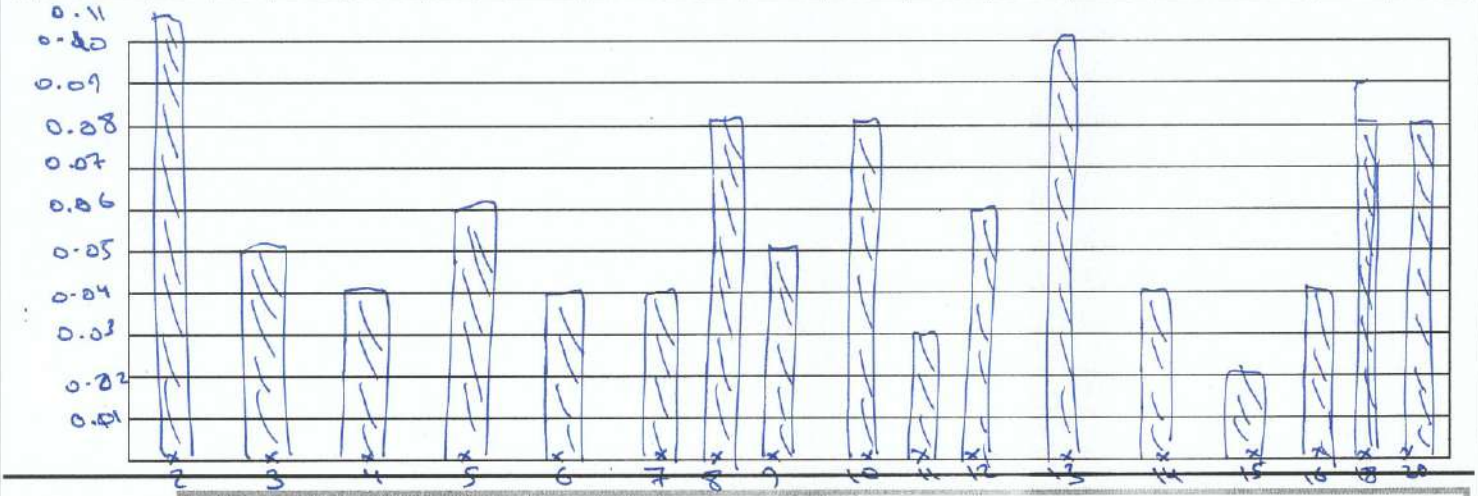


X تمثل مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 100 محاولة. ← تولد أعداد عشوائية

B. مثّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20
التكرار	11	5	4	6	4	4	8	5	8	3	6	10	4	2	4	8	8
التكرار النسبي	0.11	0.05	0.04	0.06	0.04	0.04	0.08	0.05	0.08	0.03	0.06	0.10	0.04	0.02	0.04	0.08	0.08



قيمة التوقع = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة X والاحتمال المرتبطة بها $P(X)$.

قيمة التوقع $E(X) = \sum [X \cdot P(X)]$

من الحياة اليومية قيمة التوقع

الجوائز ربح خالد تذكرة للحصول على جائزة. في الجداول التالي. يتم توضيح توزيع قيم التذاكر والتكرارات النسبية المرتبطة بها. أوجد قيمة التوقع لما ربحه.

القيمة (AED)	1	10	100	1000	5000	25,000
التكرار	5000	100	25	5	1	1

مجموع = 5132

التكرار النسبي $\frac{5000}{5132}$ $\frac{100}{5132}$ $\frac{25}{5132}$ $\frac{5}{5132}$ $\frac{1}{5132}$ $\frac{1}{5132}$

$E(X) = \frac{5000}{5132}(1) + \frac{100}{5132}(10) + \frac{25}{5132}(100) + \frac{5}{5132}(1000) + \frac{1}{5132}(5000) + \frac{1}{5132}(25000)$

$E(X) = 8.476$

UAE NATIONAL AGENDA: To be among the 20 highest performing countries in PISA. To be among the 15 highest performing countries in TIMSS.

التباين: $\sigma^2 = \Sigma[[X - E(X)]^2 \times P(X)]$

الانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي $= \sigma$

من الحياة اليومية الانحراف المعياري للتوزيع

اتخاذ القرارات **يفكّر خالد في استثمار AED 10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي موضح المعدل المتوقع للعائدات والاحتمالات المطابقة لكل صندوق.**

الصندوق B
احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 200
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 400

الصندوق A
احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 100

a. أوجد قيمة التوقع لكل استثمار.

الصندوق A / $E(X) = 0.5(800) + 0.2(1200) + 0.2(600) + 0.1(-100) = 750$

الصندوق B / $E(X) = 0.3(2400) + 0.1(1900) + 0.4(-200) + 0.2(-400) = 750$

b. أوجد كل انحراف معياري.

الصندوق A:

الربح، X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \times P(X)$
800	0.50	$(800-750)^2 = 2500$	$2500(0.5) = 1250$
1200	0.2	$(1200-750)^2 = 202\,500$	$202500(0.2) = 40\,500$
600	0.2	$(600-750)^2 = 22\,500$	$22500(0.2) = 4500$
−100	0.10	$(-100-750)^2 = 722500$	$722\,500(0.1) = 72\,250$
		المجموع	$= 118\,500$
		$\sigma = \sqrt{118\,500}$	$= 344.2$

الصندوق B:

الربح، X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \times P(X)$
2400	0.3	$(2400-750)^2 = 2\,722\,500$	$2\,722\,500(0.3) = 816\,750$
1900	0.1	$(1900-750)^2 = 1\,322\,500$	$1\,322\,500(0.1) = 132\,250$
−200	0.4	$(-200-750)^2 = 902\,500$	$902\,500(0.4) = 361\,000$
−400	0.2	$(-400-750)^2 = 1\,322\,500$	$1\,322\,500(0.2) = 264\,500$
		المجموع	$= 1\,574\,500$
		$\sigma = \sqrt{1\,574\,500}$	$= 1254.8$

c. ما الاستثمارات التي تنصح ماجد باختيارها، ولماذا؟

عليه اختيار الصندوق A . لأن الانحراف المعياري للصندوق B تقريباً 4 أضعاف انحراف المعياري للصندوق A

ومعنى ذلك، أن توقع B قابل للتغير 4 أضعاف قابلية التغير لتوقع A وبالتالي أكثر عرضة للمخاطر

ورقة عمل الحادي عشر العام | 10-4 **التوزيع ذو الحدين** | الاسم: _____

نواتج التعلّم 1- تحديد وإجراء توزيع ذو الحدين. 2- إيجاد الاحتمالات باستخدام نظرية ذات الحدين.

التجربة ذات الحدين عبارة عن تجربة لاحتمالات بحيث تتوافق مع الشروط التالية.

- هناك عدد ثابت من المحاولات المستقلة n.
- كل محاولة ليس لها سوى نتيجتين محتملتين. إما النجاح أو الفشل.
- احتمال النجاح p ثابت في كل محاولة. احتمال الفشل q يساوي $1 - p$.
- المتغير العشوائي X هو عدد مرات النجاح في n محاولة.

تحديد تجربة ذات حدين

حدد ما إذا كانت كل تجربة عبارة عن تجربة ذات حدين أم هل يمكن تبسيطها لتصبح تجربة ذات حدين أم لا. وإذا كانت كذلك. فصف المحاولة وحدد المتغير العشوائي واذكر قيم n و p و q.

سُئل خمسة وسبعون طالبا عشوائيا عما إذا كانت لديهم سيارة.

ذات حدين / نسأل 75 طالب / نجاح التجربة هو كلمة نعم. وفشلها كلا.

$n = 75$ / $p = 34\%$ / $q = 66\%$ المتغير العشوائي هو عدد كلمات نعم.

أزيلت أربع بطاقات من رزمة لمعرفة عدد البطاقات الرابحة التي تم اختيارها.

لا يمكن تبسيط التجربة لتصبح ذات حدين لأنه الأحداث غير مستقلة

فاحتمال اختيار بطاقة ما تتغير بعد كل اختيار

اتبع الإ رشادات التالية عند إجراء تجربة ذات حدين.

الخطوة 1 اذكر محاولة لموقف ما وحدد عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

الخطوة 2 حدد إجراء النجاح واحسب الاحتمالات النظرية للنجاح والفشل.

الخطوة 3 صف المتغير العشوائي X.

الخطوة 4 صمم نموذج محاكاة وجرّبه لتحديد الاحتمال التجريبي.

أعدّ تجربة ذات حدين

أجرِ تجربة ذات حدين لتحديد احتمال سحب بطاقة تحمل عدد فردي من رزمة البطاقات. ثم قارن بين الاحتمالات التجريبية والنظرية للتجربة.

الخطوة الأولى: المحاولة هي سحب ورقة من رزمة اللعب) تحدد عدد المحاولات (26 مرة) تمثال

الخطوة الثانية: النجاح هو سحب ورقة عدد فردي

P احتمال النجاح $= \frac{4 \times 4}{52} = \frac{4}{13}$ وهي 9, 7, 5, 3

q احتمال الفشل $= \frac{9}{13}$

الخطوة الثالثة: المتغير العشوائي X هو عدد البطاقات الفردية من ضمن 26 محاولة.

الخطوة الرابعة: استخدم برنامج كوليدج وانتي لرقام من 1 إلى 13

نفترض أن 1, 2, 3, 4 هي الأعداد الفردية.

البطاقات الأخرى 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13

أنشئ جدولاً تكرارياً

النتيجة	علامات الإحصاء	التكرار
بطاقات فردية X		6
بطاقات زوجية		20

الاحتمال التجريبي للعدد الفردي $= \frac{6}{26} = 23\%$

التوزيع ذو الحدين عبارة عن توزيع تكراري لاحتمال كل قيمة من قيم X. حيث إن المتغير العشوائي X يمثل عدد المحاولات الناجحة في n محاولة.

ولأن X يمثل المتغير العشوائي المنفصل، فإن التوزيع ذا حدين عبارة عن توزيع احتمالي منفصل.

يمكن حساب الاحتمالات في التوزيع ذي الحدين باستخدام القانون التالي.

احتمال تحقيق X في محاولات النجاح في n من المحاولات المستقلة تساوي

$$P(X) = {}_nC_X\, p^X q^{n-X}$$

إيجاد الاحتمال

التسويق عبر الهاتف تعمل إيمان في وظيفة التسويق عبر الهاتف، حيث يمكنها تحقيق البيع في 15% من المكالمات التي تجريها مع العملاء المحتملين. وهي تجري 20 مكالمة في ساعة محددة. فما احتمال أن تنجح 5 مكالمات في إتمام البيع؟

F 6.7% G 8.3% H 10.3% J 11.9%

$p = 0.15$ $q = 0.85$

$= {}_{20}C_5\, p^5 q^{15}$

$= {}_{20}C_5\, (0.15)^5 (0.85)^{15} = 0.1028 \Rightarrow 10.28\%$

يمكن حساب المتوسط الحسابي μ في التوزيع ذي الحدين بالقانون $\mu = np$.
حيث إن n تساوي عدد المحاولات وp يساوي احتمال النجاح.

من الحياة اليومية التوزيع الاحتمالي الكامل

حل الاختبار نسيت منال أن تذاكر دروسها من أجل اختبار التربية المدنية. يتكون الاختبار من خمسة أسئلة الاختيار من متعدد. وفي كل سؤال توجد أربعة خيارات للإجابة. ويجب على منال وضع دائرة على إجابة كل سؤال عشوائيا. ومن أجل أن تنجح عليها أن تجيب على أربعة أسئلة صحيحة على الأقل.

a. **حدد الاحتمالات المصاحبة لعدد الأسئلة التي أجابتها منال إجابة صحيحة عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي.**

$n=5$ / $0.75=q$ / $0.25=p$ احتمال الإجابة الصحيحة

$(p+q)^5 = {}_5C_0\,p^5 + {}_5C_1\,p^4q + {}_5C_2\,p^3q^2 + {}_5C_3\,p^2q^3 + {}_5C_4\,pq^4 + {}_5C_5\,q^5$

$= 1(0.25)^5 + 5(0.25)^4(0.75) + 10(0.25)^3(0.75)^2 + 10(0.25)^2(0.75)^3 + 5(0.25)(0.75)^4 + 1(0.75)^5$

$= 0.001 + 0.015 + 0.088 + 0.264 + 0.396 + 0.237$

لا يوجد صح | 1 صح | 2 صح | 3 صح | 4 صح | 5 صح

b. **ما احتمال أن تنجح منال في الاختبار؟**

تنجح منال عندما تجيب على أربعة أسئلة صحيحة على الأقل

يعني 4 صح أو 5 صح

$\Rightarrow 0.015 + 0.001 = 0.016$

$= 1.6\ \%$

نسبة ضعيفة جدًا

c. **كم سؤالاً ينبغي أن تتوقع منال الإجابة عليه إجابة صحيحة؟**

$\mu = 5(0.25) = 2.5 \approx 3$ أسئلة