عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ملزمة

الرياضيات

الفصلين الدراسيين الثاني + الثالث

2018-2017

الحادي عشر العام

أ . مُصْطَفَى أُسَامَةَ عَلَّام

alllaaam@yahoo.com

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

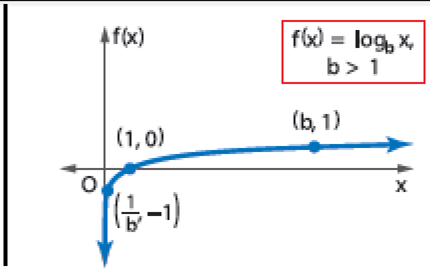
الوحدة السادسة

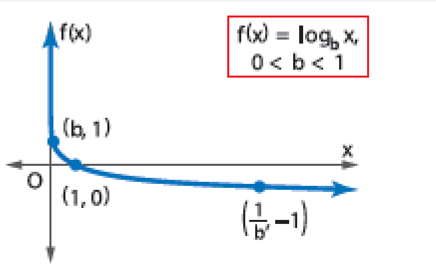
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **6-1 اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية** الاسم:______________

نواتج التعلّم 1–إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية. 2 –تمثيل الدوال اللوغاريتيمة بيانيًا.

$\log_b x = y$ فقط وفقط إذا كان $b^y = x$.





اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسية.

$\log_9 1 = 0$	$\log_3 \frac{1}{27} = -3$	$\log_5 625 = 4$	$\log_8 512 = 3$
______	______	______	______

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية.

$27^{\frac{2}{3}} = 9$	$6^{-3} = \frac{1}{216}$	$16^{\frac{3}{4}} = 8$	$11^3 = 1331$
______	______	______	______

أوجد قيمة كل تعبير.

$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$	$\log_6 1$	$\log_2 \frac{1}{128}$	$\log_{13} 169$
______	______	______	______

العلوم استخدم المعلومات الواردة في بداية الدرس. يمكن إيجاد القيمة الخاصة بأي جسم على باليرمو باستخدام المعادلة $PS = \log_{10} R$، حيث تمثّل R الخطورة النسبية التي يشكلها الجسم. اكتب معادلةً بالصورة الأسية للتعبير عن معكوس الدالة.

____

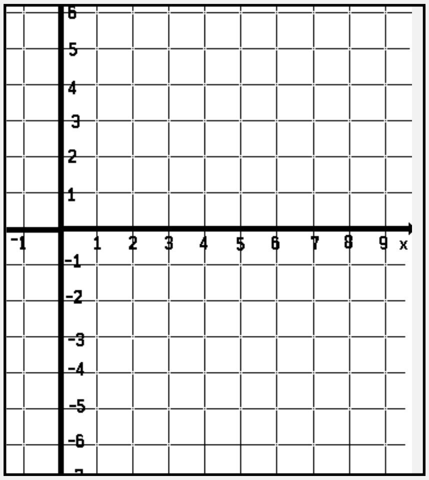
____

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

مثّل كل دالة بيانيًا.

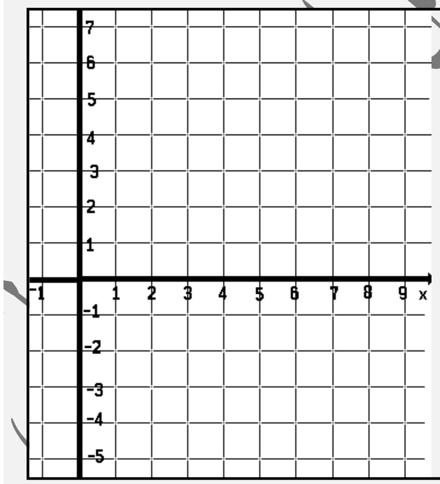
$f(x) = \log_3 x$

x	$f(x)$



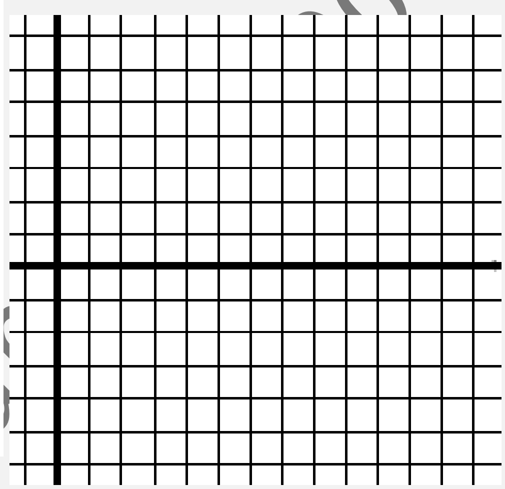
$f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$

x	$f(x)$



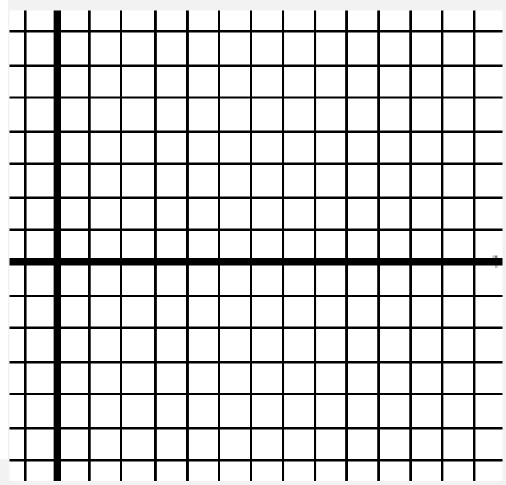
$f(x) = 4 \log_4 (x - 6)$

x	$f(x)$



$f(x) = 2 \log_{\frac{1}{10}} x - 5$

x	$f(x)$



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام 6-2 حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية الاسم:______________

نواتج التعلّم 1– حل المعادلات اللوغاريتمية. 2 – حل المتباينات اللوغاريتمية .

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x > y$، فإن $x > b^y$.
إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x < y$، فإن $0 < x < b^y$.

إذا كان $b > 1$، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
ويكون $\log_b x < \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$.

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

$\log_8 \frac{1}{2} = x$

$\log_{16} x = \frac{3}{4}$

$\log_8 x = \frac{4}{3}$

$\log_x 27 = \frac{3}{2}$

$\log_x 32 = \frac{5}{2}$

$\log_6 \frac{1}{36} = x$

$\log_9 (x^2 - 4x) = \log_9 (3x - 10)$

$\log_6 (x^2 - 6x) = \log_6 (-8)$

$\log_3 (3x + 8) = \log_3 (x^2 + x)$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

حل كل من المتباينات التالية.

$\log_4 x \geq 4$

$\log_6 x < -3$

$\log_2 (4x - 6) > \log_2 (2x + 8)$

$\log_2 x \leq -2$

$\log_5 (12x + 5) \leq \log_5 (8x + 9)$

$\log_7 (x + 2) \geq \log_7 (6x - 3)$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام

6-3 خواص اللوغاريتمات

الاسم:_______________

نواتج التعلّم

1– تحويل التعابير لأبسط صورة وإيجاد قيمها باستخدام خواصّ اللوغاريتمات.

2 – حل معادلاتٍ لوغاريتميةً باستخدام خواص اللوغاريتمات.

خاصية الضرب	خاصية القسمة	خاصية القوة
$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$.	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$.	$\log_b m^p = p \log_b m$.

استخدم $\log_4 2 = 0.5, \log_4 3 \approx 0.7925$، و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدّر قيمة كلّ تعبيرٍ على وجه التقريب.

$\log_4 \frac{2}{3}$

$\log_4 20$

$\log_4 30$

$\log_4 8$

$\log_4 9$

$\log_4 \frac{4}{3}$

إذا كان لديك $\log_6 8 \approx 1.1606$ و $\log_7 9 \approx 1.1292$، قدّر قيمة كل تعبيرٍ على وجه التقريب.

$\log_7 567$

$\log_6 512$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

تسلّق الجبال مع زيادة الارتفاع، ينخفض الضغط الجوي للهواء. ويعطى قانون حساب الضغط بناءً على الارتفاع بالعلاقة $a = 15{,}500\ (5 - \log_{10} P)$، حيث a يمثل الارتفاع بالأمتار و P يمثّل الضغط بالباسكال (باسكال $1\ \text{psi} \approx 6900$). فما قيمة ضغط الهواء عند القمّة بالباسكال لكلٍّ من الجبال المدرجة في الجدول على الجهة اليمنى؟

الجبل	البلد	الارتفاع (m)
إيفرست	نيبال/التبت	8850
تريسولي	الهند	7074
بونيتي	الأرجنتين/تشيلي	6872
ماكينلي	الولايات المتحدة	6194
لوغان	كندا	5959

المثابرة حلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

$\log_{10} a + \log_{10} (a + 21) = 2$

$5 \log_2 x = \log_2 32$

$\log_3 56 - \log_3 n = \log_3 7$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **6-4 اللوغاريتمات العادية** الاسم:________________

نواتج التعلّم

1– حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.

2 – إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية باستخدام قانون تغيير الأساس.

قانون تغيير الأساس $\log_a n = \dfrac{\log_b n}{\log_b a}$

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل تعبير مما يلي مع التقريب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$\log 0.4$ ____________________

$\log 21$ ____________________

$\log 5$ ____________________

علوم كمية الطاقة E، مقدرةً بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استخدم المعادلة لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

____

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$11^{b-3} = 5^{b}$

$7^{x^2} = 20.42$

$2.1^{a+2} = 8.25$

$6^{x} = 40$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

أوجد حل كل متباينة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$6^{p-1} \le 4^{p}$

$5^{4n} > 33$

عبّر عن كل لوغاريتم بدلالة اللوغاريتمات العادية. ثم قرّب قيمته لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$\log_9 13$

$\log_3 7$

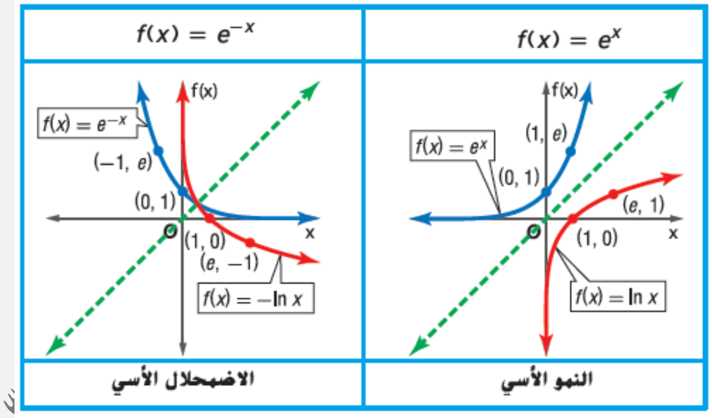
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام — **6-5 الأساس e واللوغاريتمات الطبيعية** — الاسم:________________

نواتج التعلّم

1 – إيجاد قيم التعابير المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم الطبيعي.

2 – حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.



المرابحة المركبة المستمرة	$A = Pe^{rt}$

A هو المبلغ في الحساب بعد t أعوام.

P هو المبلغ الأصلي المُسْتَثمر

r هو معدل المرابحة السنوي.

اكتب دالة أسية أو لوغاريتمية مكافئة.

$\ln 18 = x$ ________

$e^3 = x$ ________

$\ln x = 42$ ________

$e^x = 30$ ________

اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم مفرد.

$3 \ln 5 + 4 \ln x$ ________

$3 \ln 6 + 2 \ln 9$ ________

$5 \ln 3 - 2 \ln 9$ ________

$3 \ln 2 + 2 \ln 4$ ________

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$3e^{-3x} + 4 = 6$ ________

$5e^x - 24 = 16$ ________

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

أوجد حل كل معادلة أو متباينة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$5 + e^{-x} > 14$

$\ln (x + 5)^2 < 6$

$-4 \ln 2x = -26$

$\ln 3x = 8$

علوم فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقًا للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$، حيث v هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و t هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **6-6 استخدام الدوال الأسية و اللوغاريتمية** الاسم:______________

نواتج التعلّم

1 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أسيًّا.

2 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستيًا.

النمو الأسي	الاضمحلال الأسي
يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة $f(x) = ae^{kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل النمو المستمر.**	يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة $f(x) = ae^{-kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل الاضمحلال المستمر.**

دالة النمو اللوجيستي
$f(t) = \dfrac{c}{1 + ae^{-bt}}$، حيث t تمثل الوقت.

علم الأحياء القديمة يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام.

a. حدد قيمة k ومعادلة تحلل البوتاسيوم 40.

____

____

b. تحتوي عينة حاليًا على 36 ميليجرامًا من البوتاسيوم 40. فكم من الوقت ستستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 مللي جرامًا فقط من البوتاسيوم 40؟

____

____

c. كم عدد مللي جرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تتبقى بعد 300 مليون عام؟

____

____

d. كم الوقت الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثُمن مقداره الأصلي؟

____

____

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

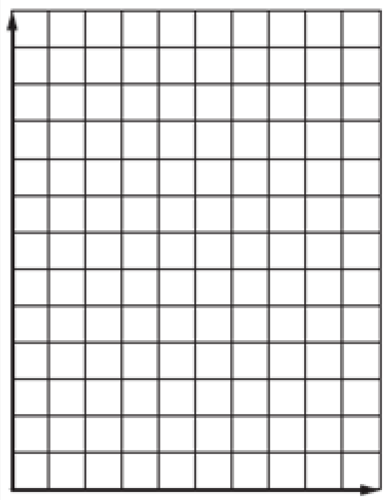
العلوم سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنمو عليه الجراثيم أُسّيًا وفق النموذج $y = 2e^{kt}$، حيث t الوقت بالثواني.

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فأوجد قيمة k للجراثيم.

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعامًا قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

c. هل ستتناول طعامًا سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لِمَ أو لِمَ لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.

علم الحيوان افترض أن تعداد الثعالب الحمراء في موطنها المحدد يتبع الدالة $P(t) = \dfrac{16,500}{1 + 18e^{-0.085t}}$، حيث t تمثل الوقت بالأعوام.



a. مثّل الدالة بيانيًا عندما يكون $0 \leq t \leq 200$.

b. ما خط التقارب الأفقي؟

c. ما الحد الأقصى للتعداد؟

d. متى سيصل التعداد إلى 16,450؟

الوحدة السابعة

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام 7-1 ضرب التعابير النسبية وقسمتها الاسم : ______________

نواتج التعلّم 1– تحويل التعابير النسبية لأبسط صورة. 2 – تحويل الكسور المركبة لأبسط صورة.

يطلق على النسبة بين تعبيرين كثيري الحدود مثل $\frac{1700}{d-33}$ **تعبير نسبي**.

الكسر المركب هو تعبير نسبي له بسط و/أو مقام عبارة عن تعبير نسبي أيضًا.

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$\frac{c+d}{3c^2-3d^2}$

$\frac{x^2-5x-24}{x^2-64}$

الاختيار من متعدد حدد جميع قيم x التي يكون عندها $\frac{x+7}{x^2-3x-28}$ غير معرفة.

A $-7, 4$ B $7, 4$ C $4, -7, 7$ D $-4, 7$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$\frac{12x^3y}{13ab^2} \div \frac{36xy^3}{26b}$

$\frac{27x^2y^4}{16yz^3} \cdot \frac{8z}{9xy^3}$

$\frac{a^2x-b^2x}{by-ay}$

$\frac{y^2+3y-40}{25-y^2}$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

$$\frac{a^2-b^2}{3a^2-6a+3} \div \frac{4a+4b}{a^2-1}$$

$$\frac{x^2-4x-21}{x^2-6x+8} \cdot \frac{x-4}{x^2-2x-35}$$

$$\frac{\dfrac{4x}{x+6}}{\dfrac{x^2-3x}{x^2+3x-18}}$$

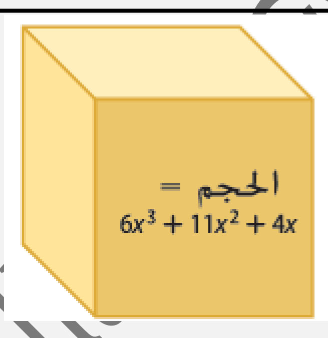
$$\frac{\dfrac{a^3b^3}{xy^4}}{\dfrac{a^2b}{x^2y}}$$

التبرير المنطقي يمكن تمثيل حجم حاويات الشحن ذات شكل متوازي مستطيلات بكثيرة الحدود $6x^3 + 11x^2 + 4x$, حيث يكون الارتفاع x.

a. أوجد طول الحاوية وعرضها.

b. أوجد النسبة بين الأبعاد الثلاثة للحاوية عندما تكون $x = 2$.

c. هل ستكون النسبة بين الأبعاد الثلاثة واحدة لجميع قيم x؟



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام　　**7-2 جمع التعابير النسبية وطرحها**　　الاسم : ______________

نواتج التعلّم 1– تحديد المضاعف المشترك الأصغر للدوال كثيرة الحدود.　2 – جمع التعابير النسبية وطرحها.

أوجد المضاعف المشترك الأصغر لكل مجموعة من كثيرات الحدود.

$7a^2, 9ab^3, 21abc^4$

$16x, 8x^2y^3, 5x^3y$

$x^3 - 6x^2 - 16x, x^2 - 4$

$3y^2 - 9y, y^2 - 8y + 15$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$\frac{7b}{12a} - \frac{1}{18ab^3}$

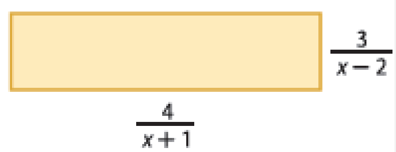
$\frac{12y}{5x} + \frac{5x}{4y^3}$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

$$\frac{8}{y-3}+\frac{2y-5}{y^2-12y+27}$$

$$\frac{4x}{x^2+9x+18}+\frac{5}{x+6}$$

هندسة أوجد محيط المستطيل.



$$\frac{3a+2}{a^2-16}-\frac{7}{6a+24}$$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

$$\frac{\frac{3}{x}+\frac{2}{y}}{1+\frac{4}{y}}$$

$$\frac{4+\frac{2}{x}}{3-\frac{2}{x}}$$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **7-3 تمثيل دوال المقلوب بيانياً** الاسم : ______________

نواتج التعلّم 1– تحديد خصائص دوال المقلوب. 2 – تمثيل تحويلات دوال المقلوب بيانياً.

تضم **دالة المقلوب** معادلة لها الصيغة $f(x) = \frac{1}{a(x)}$، حيث $a(x)$ دالة خطية و $a(x) \neq 0$.

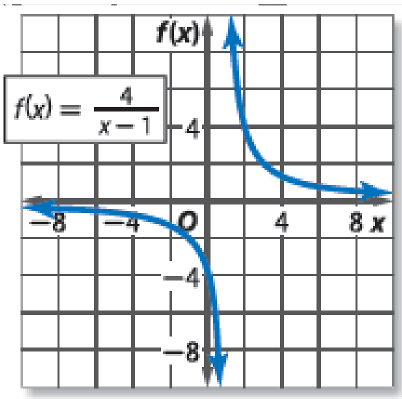
نوع التمثيل البياني: **قطع زائد**

تحويلات دوال المقلوب

$$f(x) = \frac{a}{x-h} + k$$

h – الإزاحة الأفقية k – الإزاحة الرأسية a – الاتجاه والشكل

حدّد الخطوط المقاربة والمجال والمدى لكل دالة.



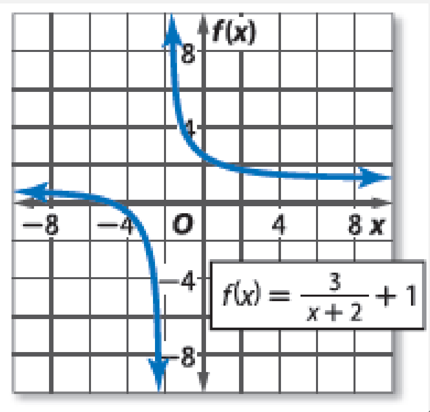
____

____

____

____

____



____

____

____

____

____

مثّل كل دالة بيانيًا. واذكر المجال والمدى.

$f(x) = \frac{-1}{x-2} + 4$

$f(x) = \frac{2}{x+3}$

$f(x) = \frac{5}{x}$

التبرير المنطقي تخطط مجموعة من الأصدقاء لتقديم قسيمة هدية لقائد المجموعة الشبابية لقضاء يوم في منتجع صحي. تبلغ تكلفة القسيمة 150 AED.

a. إذا كانت c تمثل التكلفة على كل صديق وكانت f تمثل عدد الأصدقاء، فاكتب معادلة لتمثيل التكلفة على كل صديق كدالة لعدد الأصدقاء الذين قدموا المال.

b. مثل الدالة بيانيًا.

C. وضح أي قيود على المجال أو المدى في هذا الموقف.

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **7-4 التمثيل البياني للدوال النسبية** الاسم : ________________

نواتج التعلّم

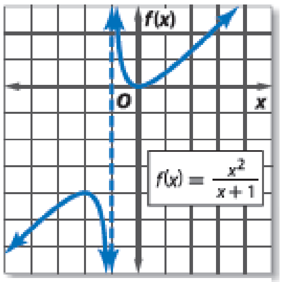
1– التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية.

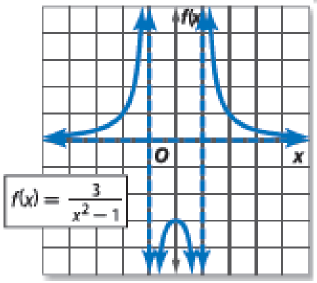
2 – التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخط المقارب المائل ونقطة الانفصال.

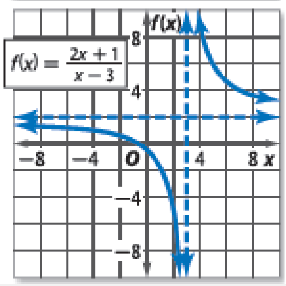
الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية

إذا كانت $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$، وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1، وكان $b(x) \neq 0$. فإن:

- $f(x)$ لها **خط مقارب رأسي** عندما تكون $b(x) = 0$.
- $f(x)$ لها **خط مقارب أفقي** واحد على الأكثر.
- إذا كانت درجة $a(x)$ أكبر من درجة $b(x)$، فلا يوجد خط مقارب أفقي. $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$
- إذا كانت درجة $a(x)$ أقل من درجة $b(x)$، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y = 0$. $f(x) = \frac{3}{x^2-1}$
- إذا كانت درجة $a(x)$ تساوي درجة $b(x)$، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y = \frac{\text{المعامل الرئيسي لـ } a(x)}{\text{المعامل الرئيسي لـ } b(x)}$ $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$

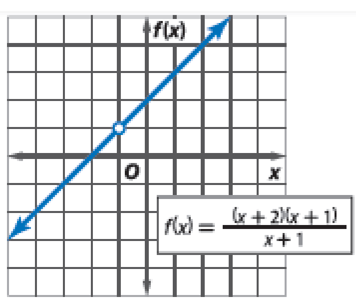






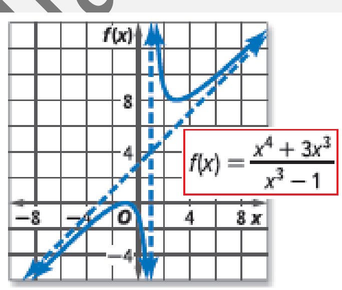
نقطة الانفصال

إذا كانت $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$، $b(x) \neq 0$، $x - c$ عوامل لكل من $a(x)$ و $b(x)$، فسيوجد نقطة الانفصال عند $x = c$.



الخط المقارب المائل

إذا كانت $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$، وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1 وكانت $b(x) \neq 0$. فإن $f(x)$ لها خط مقارب مائل إذا كانت درجة $a(x)$ مطروحًا منها درجة $b(x)$ تساوي 1. وتكون معادلة الخط المقارب هي $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$ بدون باق.

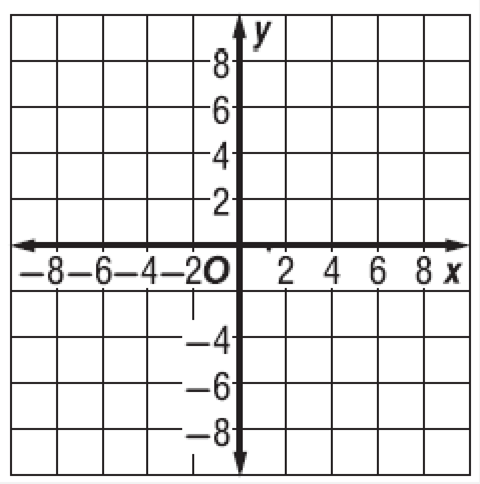


الخط المقارب المائل: $f(x) = x + 3$

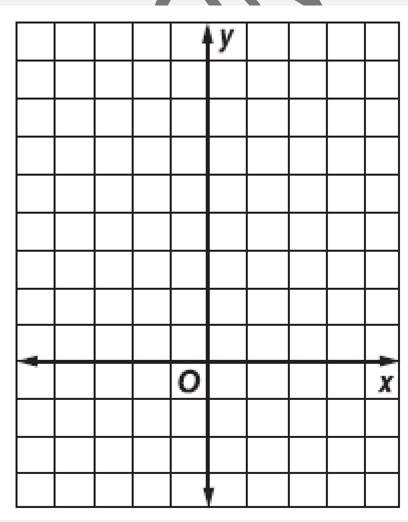
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

مثّل كل دالة بيانيًا.

$f(x) = \frac{x - 3}{x + 1}$

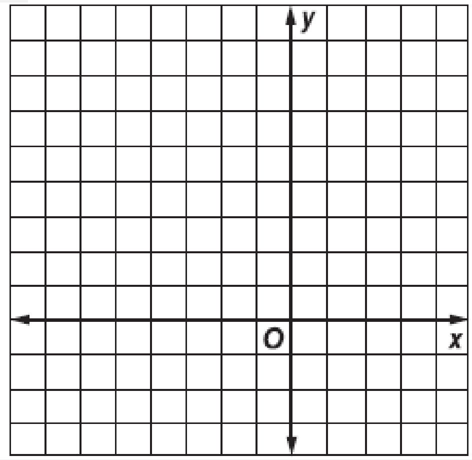


$f(x) = \frac{x^4 - 2}{x^2 - 1}$



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

الاستنتاج يتخذ حسن موقع المهاجم بفريق كرة القدم لمدرسته الثانوية. وفي هذا الموسم، حقق حتى الآن 7 من 11 هدفًا. ويود تحسين نسبة الأهداف الخاصة به. فإذا كان بإمكانه تحقيق x هدفًا متتابعًا، فيمكن تحديد نسبه أهدافه باستخدام الدالة $P(x) = \frac{7 + x}{11 + x}$.



a. مثّل الدالة بيانيًا.

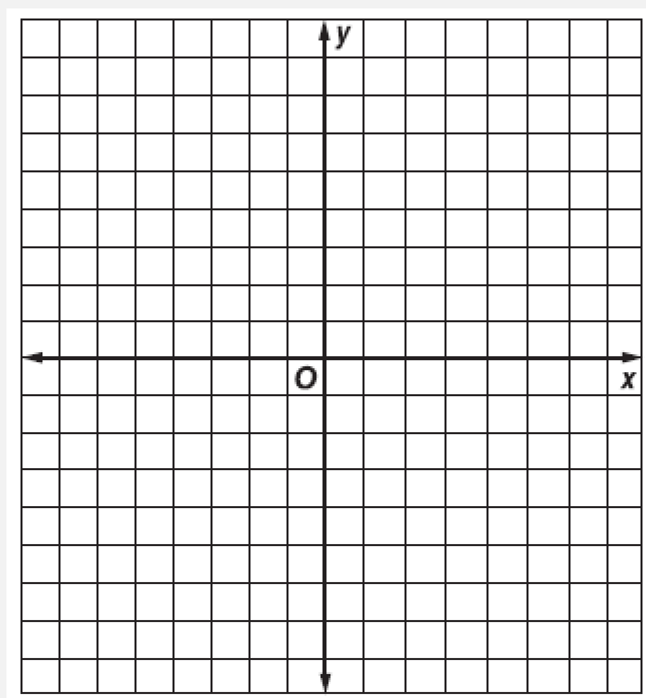
b. أي جزء من التمثيل البياني يعتبر ذي معنى في سياق المسألة؟

c. اذكر معنى تقاطع المحور الرأسي.

d. ما معادلة الخط المقارب الأفقي؟ اشرح معناها فيما يتعلق بنسبة أهداف حسن.

مثّل كل دالة بيانيًا.

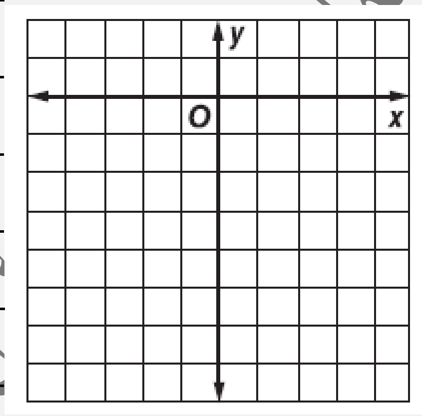
$f(x) = \frac{6x^2 - 3x + 2}{x}$



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

مثّل كل دالة بيانيًا.

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x + 1}$$



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **7-5 حل المعادلات والمتباينات النسبية** الاسم : _______________

نواتج التعلّم 1– حل المعادلات النسبية. 2 – حل المتباينات النسبية.

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من حلك.

$$\frac{4}{7}+\frac{3}{x-3}=\frac{53}{56}$$

$$\frac{8}{x-5}-\frac{9}{x-4}=\frac{5}{x^2-9x+20}$$

البنية لدى نورة 4.5 كيلوجرام من الفاكهة المجففة وتبيع كل كيلوجرام منها مقابل AED 51. وتود أن تعرف كم تحتاج من كيلوجرام مزيج المكسرات المباعة مقابل AED 36.73 لكيلوجرام لتصنع مزيجًا من المكسرات والفاكهة المجففة يباع مقابل AED 28.04 للرطل. كم عدد كيلوجرام مزيج المكسرات اللازم.

الكيمياء كم عدد ميلليترات محلول حمضي بتركيز 20% التي يجب إضافتها إلى 30 ميلليترًا من محلول حمضي بتركيز 75% للحصول على محلول حمضي بتركيز 30%؟

المسافة يبلغ متوسط سرعة قيادة موزة لدراجتها 11.5 كيلو متراً في الساعة. وتقوم برحلة ذهاب وعودة بمسافة 40 كيلو متراً. وتستغرق 3 ساعات و 50 دقيقة. ما متوسط سرعة الرياح؟

السفر جوًا تستغرق إحدى الطائرات 20 ساعة لتطير إلى وجهتها عكس اتجاه الرياح. تستغرق رحلة العودة 16 ساعة. إذا كان متوسط سرعة الطائرة في الهواء الساكن 500 ميل في الساعة، فما متوسط سرعة الرياح أثناء الرحلة؟

المباني تستطيع مجموعة بدر التطوعية بناء مرأب في 12 ساعة. وتستطيع مجموعة شيماء بناء مرأب في 16 ساعة. كم من الزمن سيستغرقان إذا عملا معًا؟

العمل يعمل أيوب وفارس في تلميع السيارات. ويستطيع أيوب تلميع إحدى السيارات في 60 دقيقة بينما يستطيع فارس تلميع نفس السيارة في 80 دقيقة. ويخطط الاثنان إلى تلميع نفس السيارة مًعا ويودان معرفة كم من الزمن سيستغرق ذلك.

حُــلّ كل من المتباينات التالية. تحقق من صحة الحل.

$\frac{1}{4c} + \frac{1}{9c} < \frac{1}{2}$

$\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} > \frac{2}{3}$

الوحدة الثامنة

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **8-1 صيغتا نقطة المنتصف و المسافة** الاسم : ______________

نواتج التعلّم

1- إيجاد نقطة منتصف قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي.

2- إيجاد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي.

نقطة المنتصف	صيغة المسافة
$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$	$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

الدقة أوجد نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة ذات النقطتين الطرفيتين عند الإحداثيات المعطاة.

$(-12, -2), (-10.5, -6)$

$(-4, 7), (3, 9)$

أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط المعطاة إحداثياتها.

$(0.25, 1.75), (3.5, 2.5)$

$(3, -5), (13, -11)$

اختيار من متعدّد ُوضعت شبكة أرقام فوق خريطة مركز تجاري. يقع كشك بيع الهواتف المحمولة في منتصف الطريق بين متجر المثلجات اللذيذة ومتجر رؤية للنظارات. إذا كان متجر المثلجات اللذيذة يقع عند النقطة $(2, 4)$ ومتجر النظارات عند النقطة $(78, 46)$، أوجد المسافة بين الكشك ومتجر النظارات.

A 43.4 وحدة **B** 47.2 وحدة **C** 62.4 وحدة **D** 94.3 وحدة

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

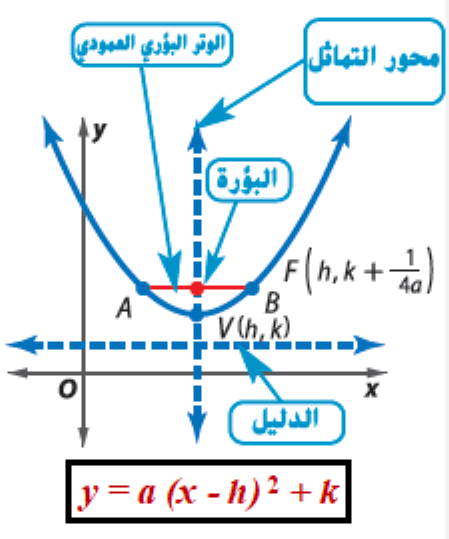
ورقة عمل الحادي عشر العام — **8-2 القطوع المكافئة** — الاسم : ________________

نواتج التعلّم 1– كتابة معادلات القطوع المكافئة بالصيغة القياسية. 2 – تمثيل القطوع المكافئة بيانيًا.

يمكن تعريف **القطع المكافئ** بأنه مجموعة جميع النقاط في المستوى التي تبعد مسافةً واحدةً عن نقطةٍ معطاةٍ تدعى **البؤرة** ومستقيمٍ معطىً يدعى **الدليل**.

الصيغة القياسية $y = a(x - h)^2 + k$ هي $x = h$

الصيغة العامة $y = ax^2 + bx + c$



معادلات القطوع المكافئة ذات محاور التماثل رأسية لها الدالة الأم $y = x^2$ وتأخذ الصيغة $y = a(x - h)^2 + k$ وهي دوال.

معادلات القطوع المكافئة ذات محاور التماثل الأفقية لها الدالة الأم $x = y^2$ وتأخذ الصيغة $x = a(y - k)^2 + h$ وهي ليست دوال.

البؤرة $+\frac{1}{4a}$	الدليل $-\frac{1}{4a}$	طول الوتر البؤري العمودي $\left\lvert\frac{1}{a}\right\rvert$

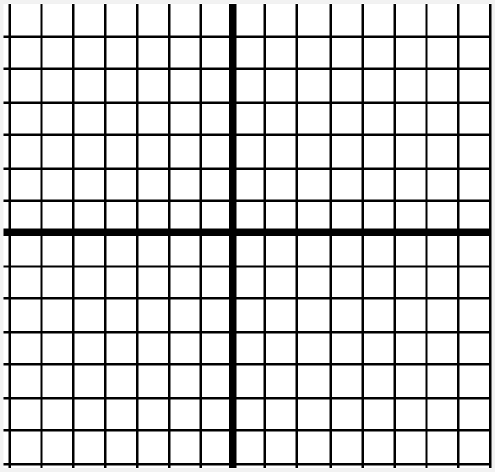
اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. حدد رأس القطع المكافئ ومحور تماثله واتجاه فتحته.

$x + 3y^2 + 12y = 18$

$y = 2x^2 - 24x + 40$

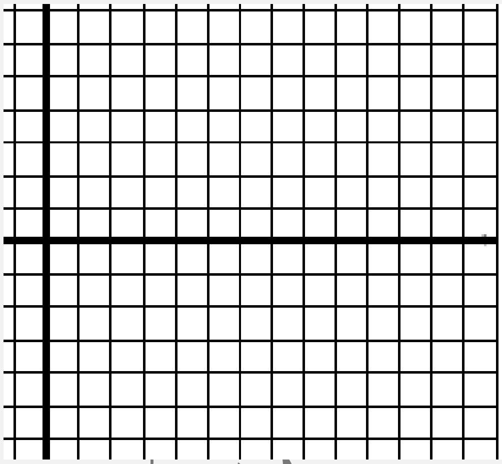
مثّل كل معادلة بيانيًا.

$y = (x - 4)^2 - 6$



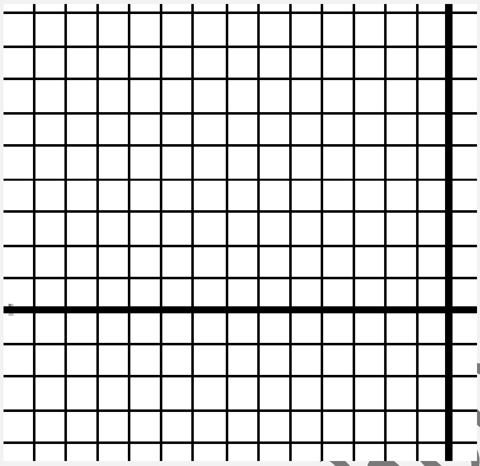
مثّل كل معادلة بيانيًا.

$x = 3y^2 - 6y + 9$ عمل المدرس / مصطفى أسامة عا

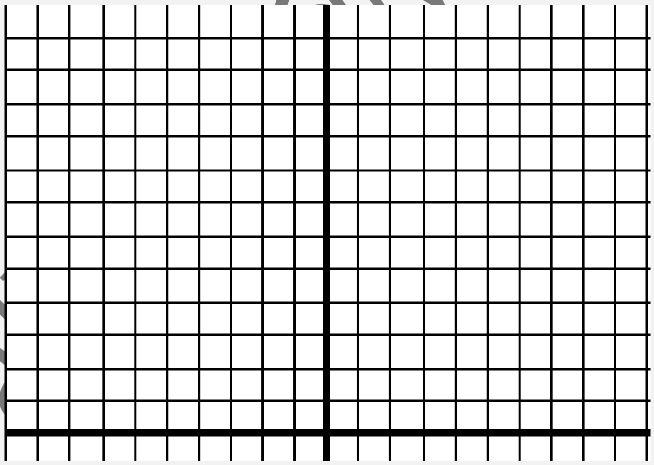


اكتب معادلة لكل قطعٍ مكافئٍ موضح أدناه. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

الرأس $(-2, 4)$، الدليل $x = -1$



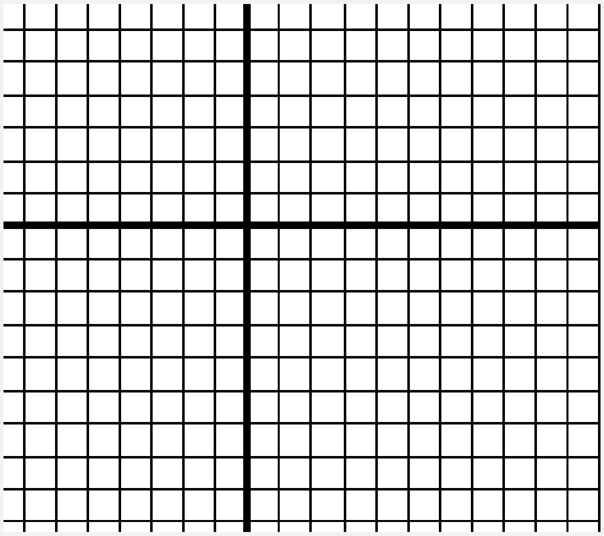
الرأس $(0, 2)$، البؤرة $(0, 4)$



لمدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

اكتب معادلة لكل قطعٍ مكافئٍ موضح أدناه. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

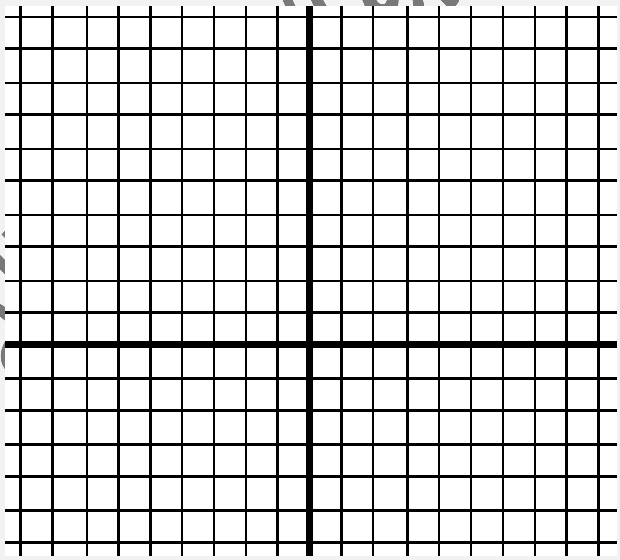
البؤرة $(3, 2)$، الدليل $y = 8$



علم الفلك خذ بعين الاعتبار المرآة الزئبقية التي لها شكل قطع مكافئ مثل تلك المذكورة في بداية الدرس. البؤرة ترتفع 6 أقدام فوق الرأس والوتر البؤري العمودي بطول 24 قدمًا.

a. افترض بأن البؤرة تقع عند نقطة الأصل. اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يشكله الميكروفون ذو شكل القطع المكافئ.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام

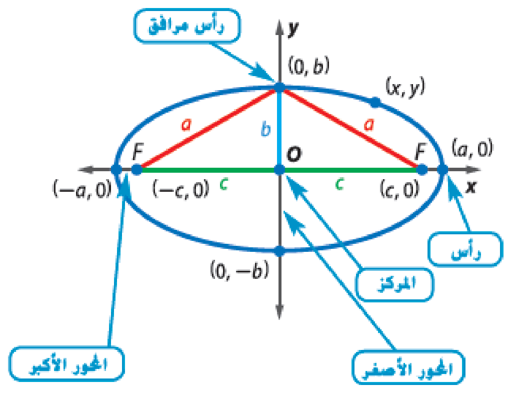
8-4 القطوع الناقصة

الاسم : ______________

نواتج التعلّم 1– كتابة معادلات القطوع الناقصة. 2 – تمثيل القطوع الناقصة بيانيًا.

القطع الناقص هو مجموعة جميع النقاط في مستوى والتي يكون مجموع بعدي كلٍ منها عن نقطتين ثابتتين ثابتًا. يُطلق على هاتين النقطتين **البعدين البؤريين** للقطع الناقص.

يقع البعدان البؤريان للقطع الناقص دائمًا على المحور الأكبر. النقاط الطرفية للمحور الأكبر هي **رؤوس** القطع الناقص والنقاط الطرفية للمحور الأصغر هي **الرؤوس المرافقة** للقطع الناقص.



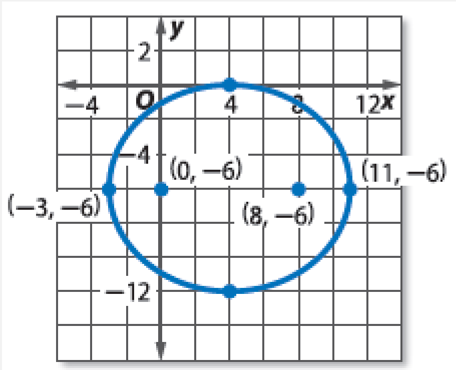
معادلات القطوع الناقصة التي يقع مركزها عند (h, k)

الصيغة القياسية	$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2}+\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$
الاتجاه	أفقي	رأسي

طول المحور الأكبر	$2a$ وحدات
طول المحور الأصغر	$2b$ وحدات

$$\boxed{c^2=a^2-b^2}$$

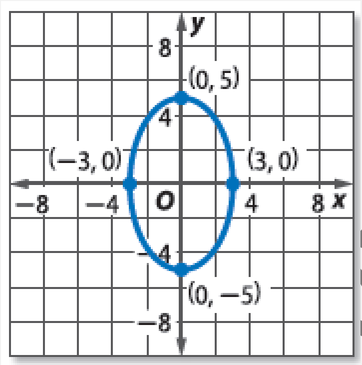
اكتب معادلة لكل قطع ناقص.



____

____

____



____

____

____

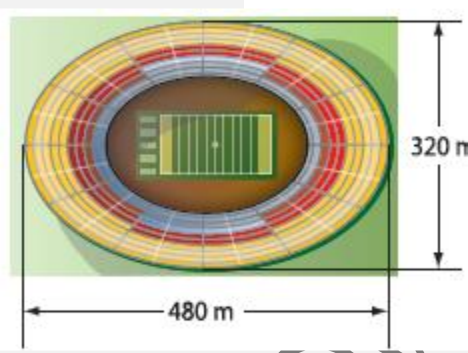
ى أسامة علام 050-2509447

اكتب معادلة للقطع الناقص الذي يحقق كل مجموعة من الشروط.

يقع الرأسان عند $(-2, -6)$ و $(-2, 4)$، ويقع الرأسان المرافقان عند $(-5, -1)$ و $(1, -1)$

يقع الرأسان عند $(-2, 5)$ و $(14, 5)$، ويقع الرأسان المرافقان عند $(6, 1)$ و $(6, 9)$

الاستنتاج المنطقي أرسلت شركة هندسة معمارية عرضًا إلى إحدى المدن لبناء المدرج الموضح.



a. حدد قيمة a وb.

b. بافتراض أن المركز يقع عند نقطة الأصل، اكتب معادلة تمثل القطع الناقص.

c. حدد إحداثيات البعدين البؤريين.

0

الفضاء يبلغ مدار الأرض 91.4 مليون ميل تقريبًا عند الحضيض و 94.5 مليون ميل تقريبًا عند الأوج. حدد معادلة تمثل مدار الأرض حول الشمس بالمليون ميل بحيث يكون مركز القطع الناقص الأفقي عند نقطة الأصل.

أوجد إحداثيات المركز والبعدين البؤريين وطولي المحورين الأكبر والأصغر لقطع ناقص بالمعادلة المعطاة. ثم مثّل القطع الناقص بيانيًا.

$\frac{(y+1)^2}{64}+\frac{(x-5)^2}{28}=1$

$\frac{(x+2)^2}{48}+\frac{(y-1)^2}{20}=1$

$4x^2+y^2-32x-4y+52=0$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام

8-5 القطوع الزائدة

الاسم : ________________

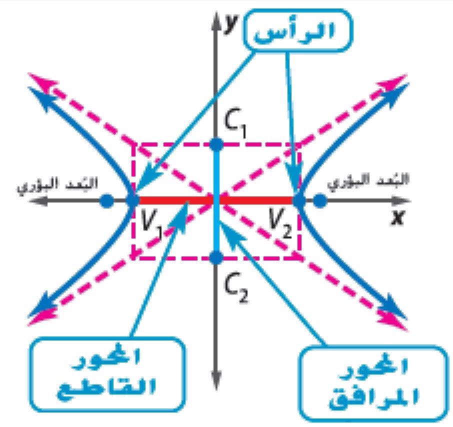
نواتج التعلّم 1– كتابة معادلات القطوع الزائدة. 2 – تمثيل القطوع الزائدة بيانيًا.

القطع الزائد هو مجموعة جميع النقاط في مستوى بحيث تكون القيمة المطلقة لفرق المسافتين من البعدين البؤريين ثابتة.

يقع **البعدان البؤريان** للقطع الزائد دائمًا على المحور القاطع.

الرأسان هما النقطتان الطرفيتان للمحور القاطع.

الرأسان المرافقان هما النقطتان الطرفيتان للمحور المرافق.

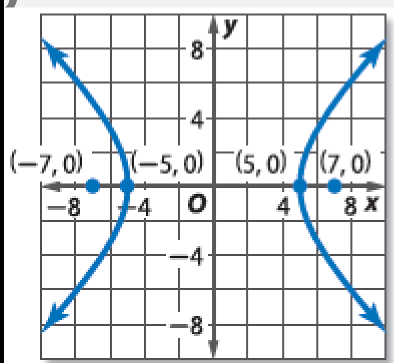


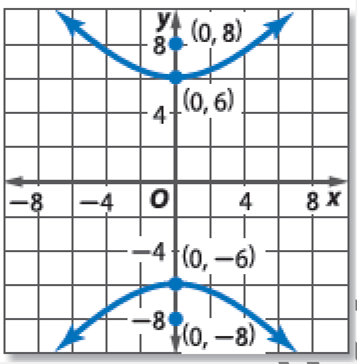
$c^2 = a^2 + b^2$

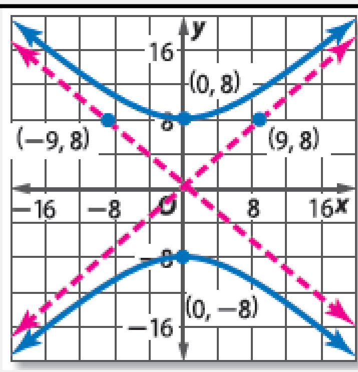
معادلات القطوع الزائدة التي يقع مركزها عند (h, k)

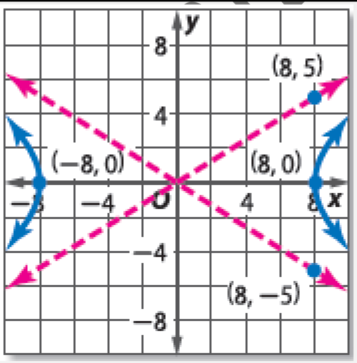
الصيغة القياسية	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
الاتجاه	أفقي	رأسي
معادلات الخطوط المقاربة	$y-k = \pm\frac{b}{a}(x-h)$	$y-k = \pm\frac{a}{b}(x-h)$

اكتب معادلة لكل قطع زائد.









050-2509 **البنية** مثّل كل قطع زائد بيانيًا. حدّد الرأسين والبعدين البؤريين والخطين المقاربين.

$$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{49} = 1$$

$$\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{60} = 1$$

$$9y^2 + 18y - 16x^2 + 64x - 199 = 0$$

الملاحة افترض أن سفينةً توصلت إلى أن الفرق في بعدها عن محطتين يساوي 60 ميلاً بحريًا. اكتب معادلة القطع الزائد الذي تقع عليه السفينة إذا علمت أن المحطتين تقعان عند النقطتين $(-80, 0)$ و$(80, 0)$.

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام | 8-6 تحديد القطوع المخروطية | الاسم : ________________

نواتج التعلّم 1– كتابة معادلات القطوع المخروطية بالصيغ القياسية. 2 – تحديد القطوع المخروطية من معادلاتها.

الصيغة العامة للقطوع المخروطية $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$، حيث A وB وC غير أصفار جميعًا

المميز	قطع مخروطي	الصيغة القياسية للمعادلة	
$A = C$ و $B^2 - 4AC < 0;\ B = 0$	دائرة	$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	
		محور أفقي	محور رأسي
$B^2 - 4AC = 0$	قطع مكافئ	$y = a(x - h)^2 + k$	$x = a(y - k)^2 + h$
$A \neq C$ أو $B^2 - 4AC < 0;\ B \neq 0$	قطع ناقص	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
$B^2 - 4AC > 0$	قطع زائد	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. اذكر إن كان التمثيل البياني للمعادلة قطعًا مكافئًا أو دائرةً أو قطعًا ناقصًا أو قطعًا زائدًا.

$x^2 + y^2 + 12x - 8y + 36 = 0$

$x^2 + 4y^2 - 6x + 16y - 11 = 0$

$6y^2 - 24y + 28 - x = 0$

$9y^2 - 16x^2 - 18y - 64x - 199 = 0$

050-2509

بدون كتابة كل معادلة بالصيغة القياسية، اذكر إن كان التمثيل البياني لها قطعًا مكافئًا أو دائرةً أو قطعًا ناقصًا أو قطعًا زائدًا.

$8x^2 + 8y^2 + 16x + 24 = 0$

$4x^2 + 6y^2 - 3x - 2y = 12$

$5xy - 3x^2 + 6y^2 + 12y = 18$

$16xy + 8x^2 + 8y^2 - 18x + 8y = 13$

استخدام النماذج تشارك مقاتلة نفاثة في عرض جوي. يمكن تمثيل مسار الطائرة خلال إحدى المناورات بقطع مخروطي معادلته $24x^2 + 1000y - 31,680x - 45,600 = 0$، حيث يتم تمثيل المسافات بالقدم.

a. حدد شكل المسار المنحني للطائرة النفاثة. اكتب المعادلة بالصيغة القياسية.

b. إذا بدأت الطائرة النفاثة مسارها لأعلى عند $x = 0$، فما المسافة الأفقية التي قطعتها الطائرة من بداية التسلق لنهاية الهبوط؟

c. ما أقصى ارتفاع للطائرة؟

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام

8-7 حل الأنظمة الخطية واللاخطية

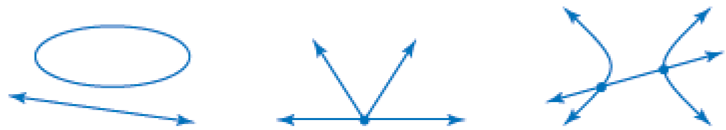
الاسم : ________________

نواتج التعلّم

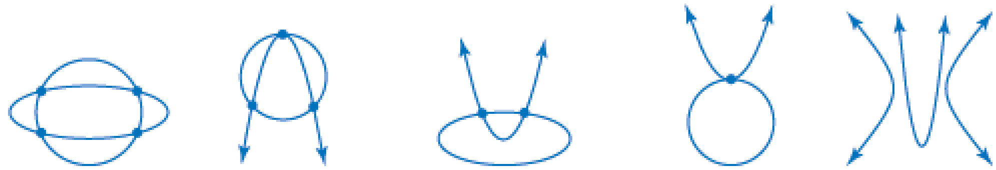
1– حل أنظمة المعادلات الخطية واللاخطية جبريًا وبيانيًا.

2 – حل أنظمة المتباينات الخطية اللاخطية بيانيًا.

أنظمة المعادلات عندما يتكون نظام معادلات من معادلة خطية ولاخطية، فقد يكون اثنان أو لا يوجد حل. بعض الحلول المحتملة موضحة أدناه.



في نظام معادلات تربيعية يحتوي على قطوع مخروطية، قد يكون للنظام ما يصل إلى أربعة حلول أو لا يوجد حل. بعض التمثيلات البيانية موضحة أدناه.



يمكنك استخدام الحذف لحل الأنظمة التربيعية–التربيعية.

أوجد حلاً لكل نظام معادلات.

$$x^2 + y^2 = 16$$
$$x^2 - y^2 = 20$$

$$8y = -10x$$
$$y^2 = 2x^2 - 7$$

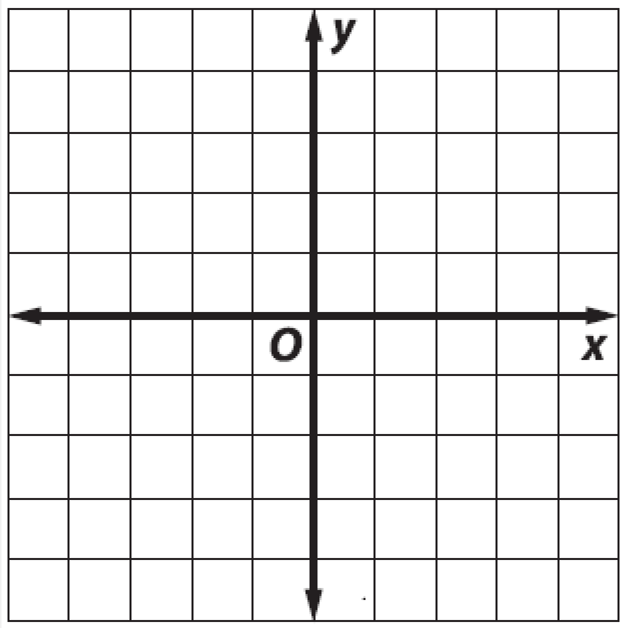
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 47

أوجد حلاً لكل نظام معادلات.

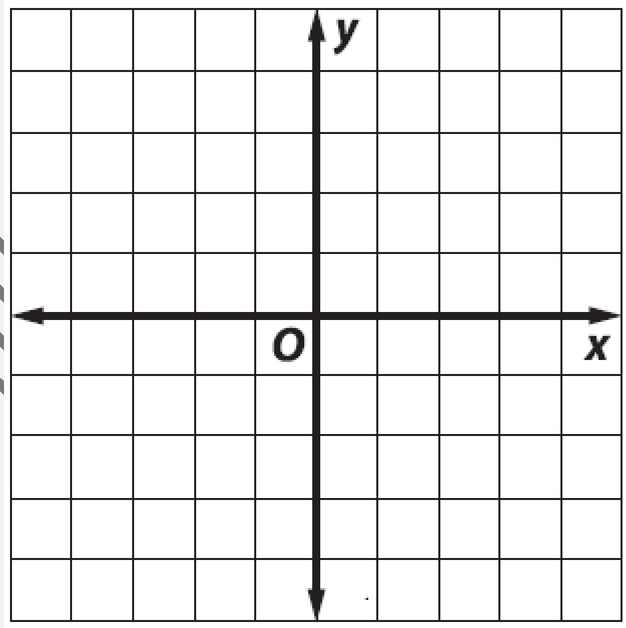
$$y^2 - 2x^2 = 8$$
$$3y^2 + x^2 = 52$$

حل أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

$$4x^2 - 8y^2 \geq 32$$
$$y \geq |1.5x| - 8$$



$$16x^2 + 4y^2 \leq 64$$
$$y \geq -x^2 + 2$$



الوحدة التاسعة

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام — **9-1 المتتاليات كدوال** — الاسم : ______________

نواتج التعلّم 1– ربط المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية. 2– ربط المتتاليات الهندسية بالدوال الأسية.

المتتالية هي مجموعة من الأعداد بترتيب أو نمط معين. كل عدد في المتتالية يُسمى **حدًا**.
ويتم التعبير عن الحد الأول من متتالية بـــ a_1 ، بينما يتم التعبير عن الحد الثاني بـــ a_2، وهكذا.

في **المتتالية الحسابية** ، يتحدد كل حد من خلال إضافة قيمة ثابتة إلى الحد السابق.
ويُطلق على هذه القيمة الثابتة اسم **الفرق المشترك**.

وفي **المتتالية الهندسية** ، يتحدد كل حد من خلا ل ضرب ثابت غير صفري في الحد السابق
ويُطلق على هذه القيمة الثابتة اسم **النسبة المشتركة**.

التمثيل البياني لحدود المتتالية الحسابية يستقر على خط مستقيم.
التمثيل البياني للمتتالية الهندسية يكون أسيًا.

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي حسابية. اكتب نعم أو لا.

0.6, 0.9, 1.2, 1.8, ...

____

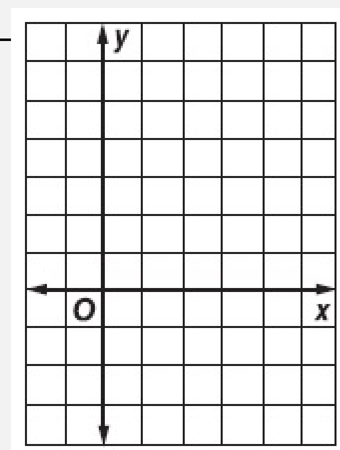
8, -2, -12, -22,

____

أوجد الحدود الأربعة التالية لكل متتالية حسابية. ثم مثّل المتتالية بيانيًا.

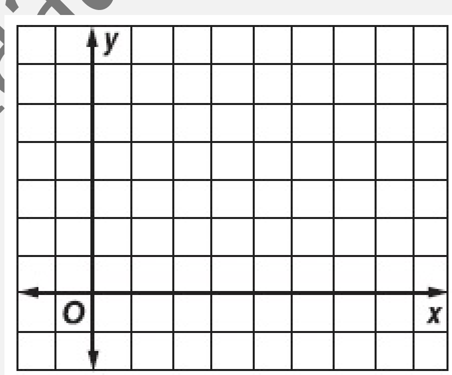
-19, -11, -3, ...

____



6, 18, 30, ...

____



المعرفة المالية تدخر خديجة من أموالها لشراء سيارة. وهي تمتلك AED 250، وتخطط لادخار AED 75 في الأسبوع من عملها.

a. كم ستكون خديجة قد ادخرت بعد 8 أسابيع؟

b. إذا كانت السيارة تكلف AED 2000، فكم من الوقت ستستغرق لادخار مالٍ كافٍ بهذا المعدل؟

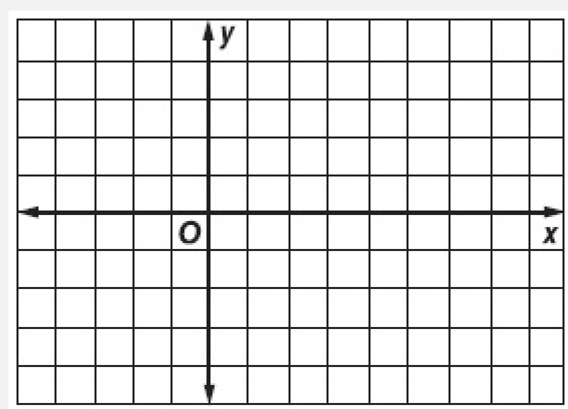
حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي هندسية. اكتب نعم أو لا.

4, 12, 36, 108, ...

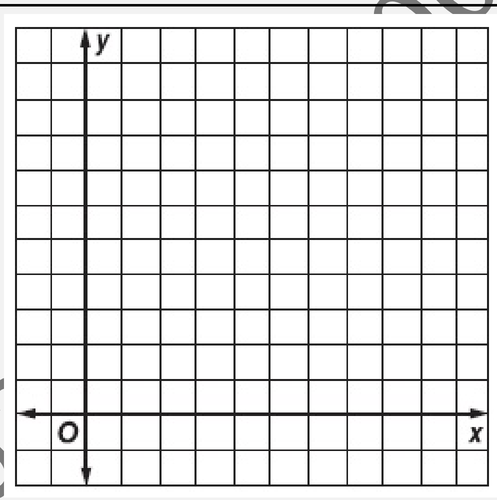
-8, -5, -1, 4, ...

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية. ثم مثّل المتتالية بيانيًا.

$9, -3, 1, -\frac{1}{3}, \ldots$



8, 12, 18, 27, ...



حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي حسابية، أم هندسية، أم ليست أيًا منهما. اشرح استنتاجك.

12, 16, 20, 24, ...

200, -100, 50, -25, ...

5, 1, 7, 3, 9, ...

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **9-2 المتتاليات والمتسلسلات الحسابية** الاسم : ______________

نواتج التعلّم 1– استخدام المتتاليات الحسابية. 2– إيجاد مجاميع المتسلسلات الحسابية.

الحد النوني a_n لمتتالية حسابية $a_n = a_1 + (n-1)d$

مجموع الحدود النونية الأولى اسم **المجموع الجزئي**	$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$ $S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$

أوجد الحد المشار إليه لكل متتالية حسابية.

a_{18} من أجل $12, 25, 38, \ldots$

____
____
____

$a_1 = 14,\ d = 9,\ n = 11$

____
____
____

اكتب معادلة للحد النوني لكل متتالية حسابية.

$a_5 = -12,\ d = -4$

____
____
____

$13, 19, 25, \ldots$

____
____
____

أوجد الأوساط الحسابية في كل متتالية.

$-4, \underline{?}, \underline{?}, \underline{?}, 8$

____
____
____

$6, \underline{?}, \underline{?}, \underline{?}, 42$

____
____
____

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

أوجد مجموع كل متسلسلة حسابية.

أول 50 عددًا طبيعيًا

$4 + 8 + 12 + \cdots + 200$

$a_n = 145,\ d = 5,\ n = 21$

$a_1 = 12,\ a_n = 188,\ d = 4$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى لكل متسلسلة حسابية.

$n = 18,\ a_n = 112,\ S_n = 1098$

$a_1 = 8,\ a_n = 100,\ S_n = 1296$

اختيار من متعدد أوجد $\sum_{k=1}^{12} (3k + 9)$.

A 45

B 78

C 342

D 410

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام 9-3 المتتاليات والمتسلسلات الهندسية الاسم : ______________

نواتج التعلّم 1– استخدام المتتاليات الهندسية. 2– إيجاد مجاميع المتسلسلات الهندسية.

الحد *النوني* a_n لمتتالية هندسية، $a_n = a_1 r^{n-1}$

مجموع الحدود *النونية* الأولى اسم **المجموع الجزئي**	$S_n = \dfrac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}, \; r \neq 1$
	$S_n = \dfrac{a_1 - a_n r}{1 - r}, \; r \neq 1$

الانتظام يصنع أحمد شجرة عائلة لجده. وقد تمكن من تتبع العديد من الأجيال. وإذا استطاع أحمد تتبع 10 أجيال سابقة من عائلته، بدءًا من والديه، فكم عدد الأسلاف الذين سيتمكن من تتبعهم؟

____

____

____

اكتب معادلة للحد *النوني* لكل متتالية هندسية.

$-4, 16, -64, \ldots$

____

____

$18, 6, 2, \ldots$

____

____

$a_2 = -96, \; r = -8$

____

____

____

____

$a_6 = \frac{1}{8}, \; r = \frac{3}{4}$

____

____

____

____

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

أوجد الأوساط الهندسية لكل متتالية.

وسطين هندسيين بين 3 و 375.

$0.25,\ \underline{?},\ \underline{?},\ \underline{?},\ 64$

الألعاب ترتب شيماء بعض صفوف قطع الدومينو بحيث عندما تضرب أول قطعة منها، تتساقط كل قطعة على قطعتين أخريين عندما تسقط. وإذا كان هناك عشرة صفوف، فكم عدد قطع الدومينو التي ستستخدمها شيماء؟

أوجد مجموع كل متسلسلة هندسية.

$\sum_{k=1}^{8} 4\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$

$\sum_{k=1}^{6} 3(4)^{k-1}$

أوجد a_1 لكل متسلسلة هندسية موصوفة.

$S_n = 1020,\ a_n = 4,\ r = \frac{1}{2}$

$S_n = 85\frac{5}{16},\ r = 4,\ n = 6$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام

9-4 نظرية ذات الحدين

الاسم : ________________

نواتج التعلّم

1– استخدام مثلث باسكال لتفكيك أسس ذوات الحدين.

2– استخدام نظرية ذات الحدين لتفكيك أسس ذوات الحدين.

نظرية ذات الحدين إذا كان n عددًا طبيعيًا، فإن

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \cdots + {}_nC_n\, a^0 b^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} a^{n-k} b^k$$

فكّك كل ذات حدين.

$(c+d)^5$

___

___

___

$(x-4)^6$

___

___

___

$(2y-z)^5$

___

___

___

$(g+h)^7$

___

___

___

0 **علم الوراثة** إذا كانت فرصة أنْ ترزق امرأة بولد أو ببنت متساوية، فاستخدم مفكوك ذات الحدين لتحديد احتمال أن 5 من أطفالها الستة هم بنات. لا تضع التوائم المتماثلة في الاعتبار.

أوجد الحد المشار إليه لكل تعبير.

الحد الرابع لـــ $(b + c)^9$

الحد السادس لـــ $(2c - 3d)^8$

الوحدة العاشرة

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **10-1 إعداد دراسة** الاسم : ______________

نواتج التعلّم 1– تحديد تصنيف أنواع الدراسات. 2– إعداد دراسة إحصائية.

أنواع الدراسة

في **الاستطلاع** ، يتم تجميع البيانات من الإجابات المعطاة بواسطة أفراد الفئة المستهدفة، حيث تتناول خصائصهم أو سلوكياتهم أو آرائهم. في **الدراسة المسحية** ، يتم قياس استجابة أفراد إحدى العينات أو ملا حظة ردود أفعالهم دون تأثرهم بالدراسة.	في **التجربة** ، يتم تقسيم العينة إلى مجموعتين: • *مجموعة التجربة* التي تخضع للتغيير • *المجموعة الضابطة* التي لا تخضع للتغيير. تتم مقارنة التأثير الحاصل على مجموعة التجربة لاحقًا بالمجموعة الضابطة.

حدد ما إذا كان كل موقف يصف *استطلاعًا* أم *تجربة*أم *دراسة مسحية*. ثم حدد عينة واقترح فئة مستهدفة يمكن اختيار العينة منها.

المَدرسة تم اختيار مجموعة من طلا ب مدرسة ثانوية عشوائيًا وطُلب منهم إكمال النموذج الموضح.

هل توافق على القواعد الجديدة لتناول الغداء؟

☐ أوافق ☐ لا أوافق

☐ لا أبالي

____

____

التصميمات تريد إحدى شركات الإعلا ن اختبار تصميم شعار جديد. واختارت 20 مشاركا ورصدت آرائهم بشأن الشعار.

____

____

الفرضيات حدد ما إذا كان كل موقف يناسب إجراء *استطلاع* أم *تجربة* أم *دراسة مسحية* . اشرح استنتاجك.

محو الأمية تريد إحدى مجموعات محو الأ مية تحديد ما إذا كان طلاب المدرسة الثانوية الذين شاركوا في برنامج القراءة الوطني الأ خير لديهم درجات أعلى في الا ختبار المعياري مقارنة بطلا ب المدرسة الثانوية الذين لم يشاركوا في البرنامج أم لا.

____

____

البيع بالتجزئة يخطط قسم البحث لدى شركة بيع بالتجزئة لإ جراء دراسة لتحديد ما إذا كانت الصبغة المستخدمة على قميص جديد ستبدأ في الزوال بعد 50 غسلة أم لا.

____

____

حدّد ما إذا كان كل سؤال من أسئلة الاستطلاع متحيّزًا أم غير متحيّز. إذا كان متحيّزًا، فاشرح استنتاجك.

ما برنامج ترشيحات اتحاد الطلاب الذي تؤيده؟

ما مقدار المدة التي عشتها في سكنك الحالي؟

السيارات الهجينة يريد أحد مصانع السيارات تحديد مقدار الطلب في الولايات المتحدة على السيارات الهجينة. اذكر الهدف من الاستطلاع، واقترح الفئة المستهدفة، ثم اكتب سؤالين للاستطلاع دون تحيّز.

حدد أي أخطاء في إعداد التجربة، ثم صِف كيف يمكن تصحيحها.

التجربة: تريد إحدى شركات الأبحاث تحديد ما إذا كان أحد الفيتامينات الجديدة يعزز من مستويات الطاقة، لذا قررت اختبار هذا الفيتامين على طلاب الجامعة. وقد تم أخذ عينة عشوائية، بحيث تتألف مجموعة التجربة من الطلاب الذين تم إعطاؤهم الفيتامين، بينما تتألف المجموعة الضابطة من المحاضرين الذين تم إعطاؤهم دواءً وهميًا.

النتائج: عند إجراء اختبار بدني للأداء، حصلت مجموعة التجربة على درجات أعلى من المجموعة الضابطة. وبالتالي استنتجت الشركة فعالية الفيتامين.

الرياضة تريد إحدى شركات الأبحاث إجراء تجربة لاختبار فائدة مخفوق البروتين الموضح. اذكر الهدف من التجربة، واقترح الفئة المستهدفة، وحدد مجموعة التجربة والمجموعة الضابطة، ثم صِف إجراء العينة.

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام

10-2 توزيعات البيانات

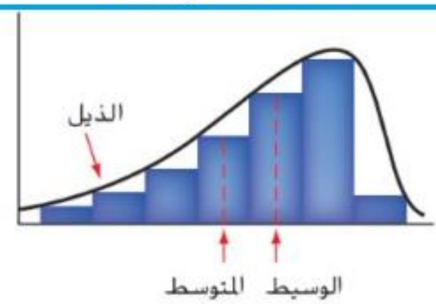
الاسم : ________________

نواتج التعلّم

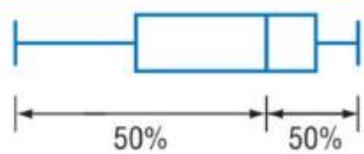
1– استخدام أشكال التوزيعات لتحديد الإحصاء المناسب.

2– استخدام أشكال التوزيعات لمقارنة البيانات.

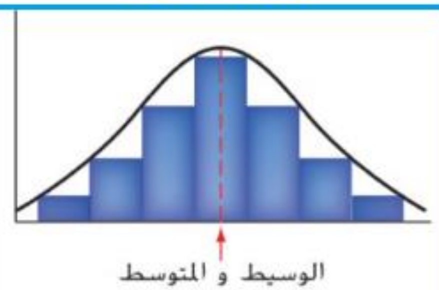
توزيع ملتوٍ سلبًا



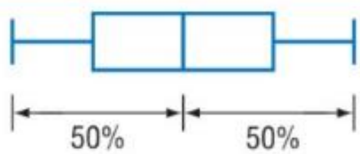
- المتوسط أقل من الوسيط.
- أغلب البيانات تقع على يمين المتوسط.



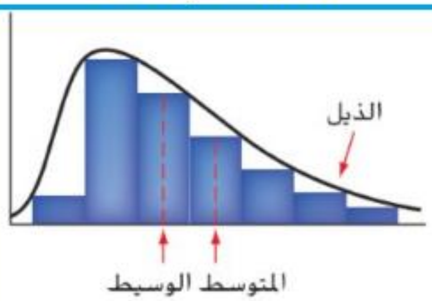
توزيع متماثل



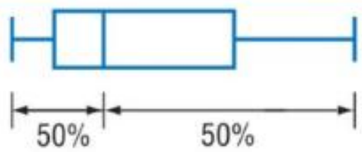
- المتوسط والوسيط متساويان تقريبًا.
- البيانات موزعة بالتساوي على كلا جانبي المتوسط.



توزيع ملتوٍ ايجابًا



- المتوسط أكبر من الوسيط.
- أغلب البيانات تقع على يسار المتوسط.



- إذا كان التوزيع متماثلاً نسبيًا، فسوف يمكنك استخدام المتوسط والانحراف المعياري.
- إذا كان التوزيع ملتوِيا أو له نقاط متطرفة، فاستخدم ملخص الأعداد الخمسة لوصف تمركز وتشتت البيانات.

تدريب يوضح الجدول التالي مقدار الزمن الذي قضاه سعيد في الجري على جهاز الجري الكهربائي لمدة أول 24 يومًا من ممارسته للتدريب الرياضي.

الزمن (بالدقائق)											
22	15	30	25	7	19	27	13	24	18	10	23
27	16	23	12	22	26	26	29	16	23	28	10

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مدرج إحصائي. ثم صف شكل التوزيع.

b. صف تمركز وتشتت البيانات باستخدام أي من المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. برر اختيارك.

1a.

[4, 32] scl: 4 by [0, 8] scl: 1

____

____

____

____

050-2

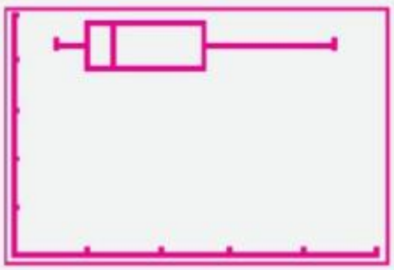
المطاعم إجمالي عدد مرات التي تناول فيها 20 فرّدا عشوائيًا الطعام داخل المطعم أو قاموا بشراء وجبات سريعة في إحدى الشهور موضح أدناه.

المطاعم أو المأكولات السريعة									
10	5	6	13	22	3	13	5	7	4
6	12	3	15	5	8	16	4	18	7

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مخطط الرسم الصندوقي. ثم صف شكل التوزيع.

b. صف تمركز وتشتت البيانات باستخدام أي من المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. برر اختيارك.

2a.



[0, 25] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

أدوات إجمالي مبيعات جمع التبرعات للطلا ب في صفين دراسيين في مدرسة الخليل الثانوية موضح بالجدول أدناه.

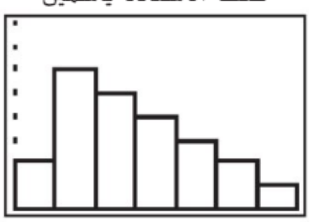
الصف الدراسي للسيدة/ ياسمين (بالدرهم)					
15	38	12	17	14	6
28	14	6	23	12	11
32	25	34	27	13	16
	16	17	21	24	21

الصف الدراسي للسيد/ ناصر (بالدرهم)					
33	24	28	21	38	29
6	30	15	28	19	14
28	38	12	33	23	31
37	24	34	26	34	18

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مدرج إحصائي لكل مجموعة بيانات. ثم صِف شكل كل توزيع.

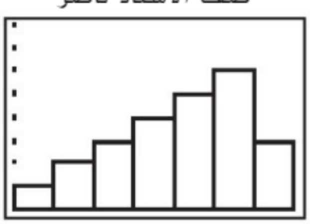
b. قارن التوزيعات باستخدام المتوسطات والا نحرافات المعيارية أو الملخصات المكونة من خمسة أعداد. برر اختيارك.

3a. صف الأستاذة ياسمين



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

صف الأستاذ ناصر



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

إعادة التدوير موضح إجمالي عدد الورق الذي تتم إعادة تدويره أسبوعيًا للصفوف الدراسية في السنة قبل الأخيرة والأخيرة.

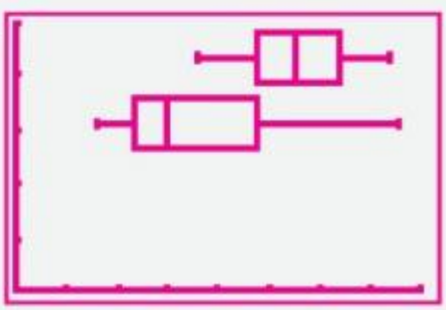
طلا ب السنة قبل الأخيرة (بالكيلوجرام)					
14	24	8	26	19	38
12	15	12	18	9	24
12	21	9	15	13	28

طلا ب السنة الأخيرة (بالكيلوجرام)					
25	31	35	20	37	27
22	32	24	28	18	32
25	32	22	29	26	35

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإعداد مخطط الرسم الصندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صِف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات باستخدام المتوسطات والانحرافات المعيارية أو الملخصات المكونة من خمسة أعداد. برر اختيارك.

4a.



[0, 40] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

طلا ب السنة قبل الأخيرة، ملتوٍ إيجابيًا؛ طلا ب السنة الأخيرة، متماثل

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام — **10-3 التوزيعات الاحتمالية** — الاسم : ______________

نواتج التعلّم 1– إنشاء توزيع احتمالي. 2– تحليل التوزيعات التكرارية وتلخيص الإحصاءات ذات الصلة.

قيمة **المتغير العشوائي** هي الناتج العددي من حدث عشوائي. المتغير العشوائي يمكن أن يكون منفصلاً أو متصلاً. **المتغيرات العشوائية المنفصلة** تمثل قيمًا يمكن عدها. **المتغيرات العشوائية المتصلة** يمكن أن تبلغ أي قيمة.

تحديد المتغيرات العشوائية وتصنيفها

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنّفه على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.

المسافة الدقيقة لعينة من رميات القوس

____

الفئات العمرية للاستشاريين في مخيم صيفي

____

إنشاء توزيع احتمالي نظري

X تمثل مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي.

B. مثّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

المجموع																	
التكرار																	
التكرار النسبي																	

إنشاء توزيع احتمالي تجريبي

X تمثل مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 100 محاولة.

B. مثّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.

المجموع																	
التكرار																	
التكرار النسبي																	

قيمة التوقع = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة X والاحتمال المرتبطة بها $P(X)$.

قيمة التوقع $E(X) = \sum [X \cdot P(X)]$

من الحياة اليومية قيمة التوقع

الجوائز ربح خالد تذكرة للحصول على جائزة. في الجداول التالي، يتم توضيح توزيع قيم التذاكر والتكرارات النسبية المرتبطة بها. أوجد قيمة التوقع لما ربحه.

القيمة (AED)	1	10	100	1000	5000	25,000
التكرار	5000	100	25	5	1	1

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

التباين: $\sigma^2 = \Sigma[[X - E(X)]^2 \times P(X)]$

الانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي $= \sigma$

من الحياة اليومية الانحراف المعياري للتوزيع

اتخاذ القرارات يفكّر خالد في استثمار AED 10,000 في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي موضح المعدل المتوقع للعائدات والاحتمالات المطابقة لكل صندوق.

الصندوق B

احتمال بنسبة 30% لربح قدره AED 2400
احتمال بنسبة 10% لربح قدره AED 1900
احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها AED 200
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها AED 400

الصندوق A

احتمال بنسبة 50% لربح قدره AED 800
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 1200
احتمال بنسبة 20% لربح قدره AED 600
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها AED 100

a. أوجد قيمة التوقع لكل استثمار.

b. أوجد كل انحراف معياري.

الصندوق A:

الربح، X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \times P(X)$

الصندوق B:

الربح، X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \times P(X)$

c. ما الاستثمارات التي تنصح ماجد باختيارها، ولماذا؟

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام | 10-4 **التوزيع ذو الحدين** | الاسم: ______________

نواتج التعلّم 1– تحديد وإجراء توزيع ذو الحدين. 2– إيجاد الاحتمالات باستخدام نظرية ذات الحدين.

التجربة ذات الحدين عبارة عن تجربة لاحتمالات بحيث تتوافق مع الشروط التالية.

- هناك عدد ثابت من المحاولات المستقلة n.
- كل محاولة ليس لها سوى نتيجتين محتملتين، إما النجاح أو الفشل.
- احتمال النجاح p ثابت في كل محاولة. احتمال الفشل q يساوي $1 - p$.
- المتغير العشوائي X هو عدد مرات النجاح في n محاولة.

تحديد تجربة ذات حدين

حدد ما إذا كانت كل تجربة عبارة عن تجربة ذات حدين أم هل يمكن تبسيطها لتصبح تجربة ذات حدين أم لا. وإذا كانت كذلك. فصف المحاولة وحدد المتغير العشوائي واذكر قيم n و p و q.

سُئل خمسة وسبعون طالبا عشوائيا عما إذا كانت لديهم سيارة.

أزيلت أربع بطاقات من رزمة لمعرفة عدد البطاقات الرابحة التي تم اختيارها.

اتبع الإ رشادات التالية عند إجراء تجربة ذات حدين.

الخطوة 1 اذكر محاولة لموقف ما وحدد عدد المحاولا ت المفترض إجراؤها.

الخطوة 2 حدد إجراء النجاح واحسب الاحتمالا ت النظرية للنجاح والفشل.

الخطوة 3 صف المتغير العشوائي X.

الخطوة 4 صمم نموذج محاكاة وجرّبه لتحديد الا حتمال التجريبي.

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

أعدّ تجربة ذات حدين

أجرِ تجربة ذات حدين لتحديد احتمال سحب بطاقة تحمل عدد فردي من رزمة البطاقات. ثم قارن بين الاحتمالات التجريبية والنظرية للتجربة.

التوزيع ذو الحدين عبارة عن توزيع تكراري لاحتمال كل قيمة من قيم X ، حيث إن المتغير العشوائي X يمثل عدد المحاولات الناجحة في n محاولة.

ولأن X يمثل المتغير العشوائي المنفصل، فإن التوزيع ذا حدين عبارة عن توزيع احتمالي منفصل.

يمكن حساب الاحتمالات في التوزيع ذي الحدين باستخدام القانون التالي.

احتمال تحقيق X في محاولات النجاح في n من المحاولات المستقلة تساوي

$$P(X) = {}_nC_X\, p^X q^{n-X}$$

إيجاد الاحتمال

التسويق عبر الهاتف تعمل إيمان في وظيفة التسويق عبر الهاتف، حيث يمكنها تحقيق البيع في 15% من المكالمات التي تجريها مع العملاء المحتملين. وهي تجري 20 مكالمة في ساعة محددة. فما احتمال أن تنجح 5 مكالمات في إتمام البيع؟

F 6.7% **G** 8.3% **H** 10.3% **J** 11.9%

050-2509447

يمكن حساب المتوسط الحسابي μ في التوزيع ذي الحدين بالقانون $\mu = np$.
حيث إن n تساوي عدد المحاولات وp يساوي احتمال النجاح.

من الحياة اليومية التوزيع الاحتمالي الكامل

حل الاختبار نسيت منال أن تذاكر دروسها من أجل اختبار التربية المدنية. يتكون الاختبار من خمسة أسئلة الاختيار من متعدد. وفي كل سؤال توجد أربعة خيارات للإجابة. ويجب على منال وضع دائرة على إجابة كل سؤال عشوائيا. ومن أجل أن تنجح عليها أن تجيب على أربعة أسئلة صحيحة على الأقل.

a. حدد الاحتمالات المصاحبة لعدد الأسئلة التي أجابتها منال إجابة صحيحة عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي.

____

____

____

____

____

____

____

____

____

b. ما احتمال أن تنجح منال في الاختبار؟

____

____

____

____

c. كم سؤالاً ينبغي أن تتوقع منال الإجابة عليه إجابة صحيحة؟

____

____

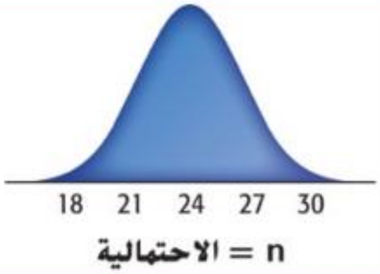
____

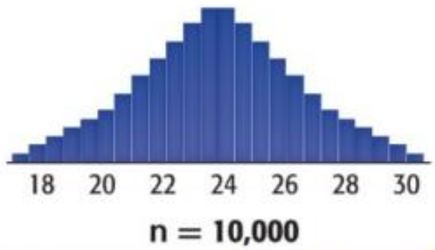
____

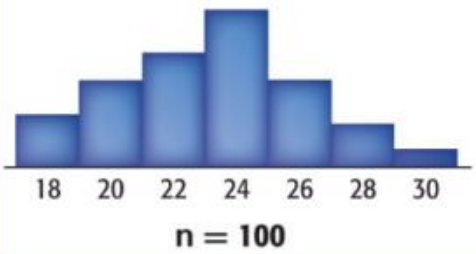
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **10-5 التوزيع الطبيعي** الاسم: ________________

نواتج التعلّم 1– استخدام قاعدة تجريبية لتحليل المتغيرات الموزعة طبيعيًا. 2– تطبيق التوزيع الطبيعي المعياري مع قيم z .







المنحنى على اليمين عبارة عن **توزيع طبيعي**. وهو التوزيع الاحتمالي المتصل الأكثر شيوعًا.

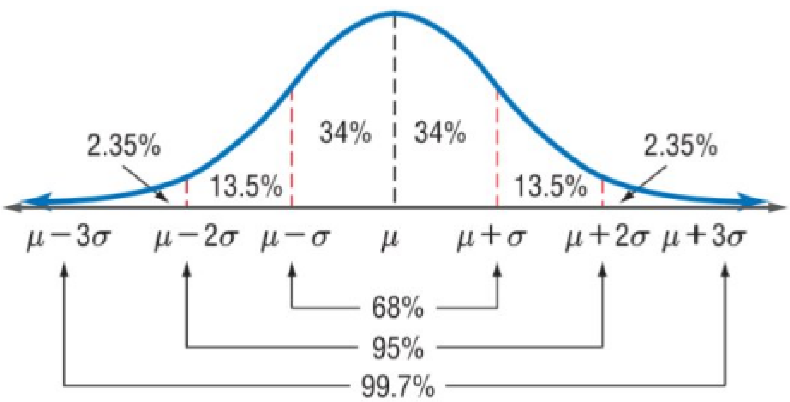
فيما يلي خواص التوزيع الطبيعي.

- يتسم التمثيل البياني للمنحنى بأنه متصل ويشبه شكل الجرس ومتماثل فيما يخص المتوسط.
- يتسم المتوسط والوسيط والمنوال بالمساواة.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.
- إجمالي المساحة الواقعة تحت المنحنى تساوي 1 أو 100%.

يمكن استخدام **القاعدة التجريبية** لتحديد المنطقة الواقعة تحت المنحنى الطبيعي على فترات محددة.

في التوزيع الطبيعي ذي المتوسط μ والانحراف المعياري σ،

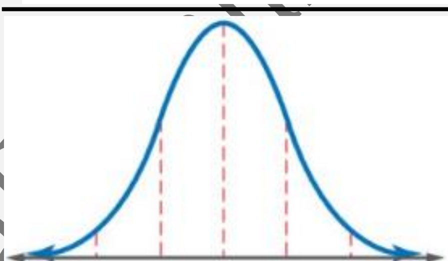
- يقع 68% تقريبًا من البيانات في مدى 1σ من المتوسط
- يقع 95% تقريبًا من البيانات في مدى 2σ من المتوسط
- يقع 99.7% تقريبًا من البيانات في مدى 3σ من المتوسط



استخدام القاعدة التجريبية لتحليل البيانات

التوزيع الطبيعي له متوسط بقيمة 21 وانحراف معياري بقيمة 4.

a. أوجد مدى القيم التي تمثل المنتصف بنسبة 68% من التوزيع.



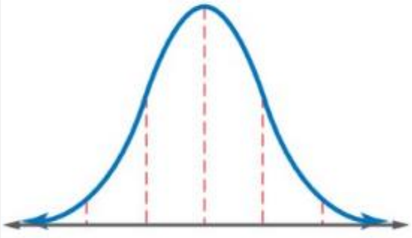
____

____

____

b. ما نسبة البيانات المئوية التي ستكون أكبر من 29؟

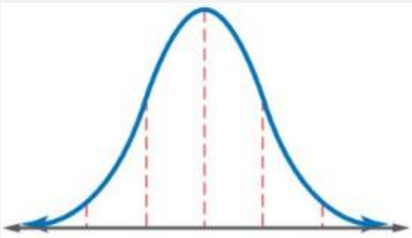
عمل المدرس / مصطفى



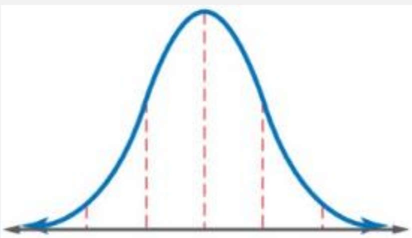
من الحياة اليومية استخدام القاعدة التجريبية لتحليل البيانات

الأطوال تُوزَّع أطوال 1800 شاب توزيعًا طبيعيًا باستخدام متوسط بقيمة 70 بوصة وانحراف معياري بقيمة بوصتين.

a. كم شاب تقريبًا تتراوح أطوالهم بين 66 و 74 بوصة؟



b. ما احتمال أن يكون الشاب المختار عشوائيًا أطول من 72 بوصة؟

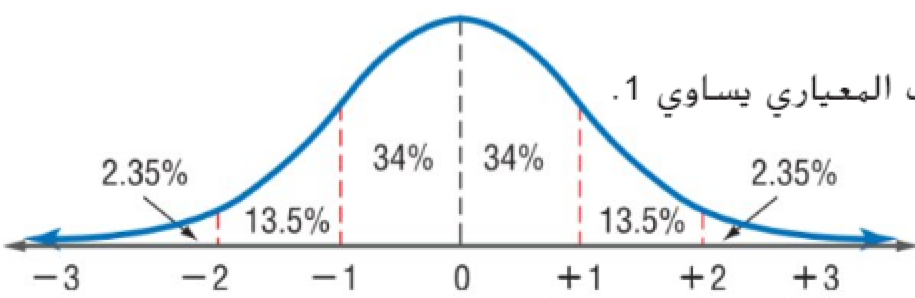


بمجرد جعل مجموعة البيانات معيارية، يمكن تقييم أي قيمة للبيانات. تكون البيانات معيارية بتحويلها إلى قيم z وتُعترف أيضًا باسم درجات z. تمثّل **قيمة z** عدد الانحرافات المعيارية التي تعبر عنها قيمة البيانات المعطاة من المتوسط. وبالتالي، فإن قيم z يمكن استخدامها لتحديد موقع أي قيمة بيانات داخل مجموعة البيانات.

قيمة z $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

التوزيع الطبيعي المعياري هو توزيع طبيعي فيه قيمة المتوسط 0 والانحراف المعياري 1.

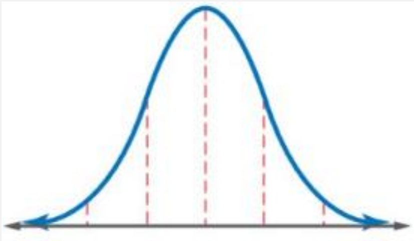
- إجمالي المساحة الواقعة تحت المنحنى تساوي 1 أو 100%.
- تقع المنطقة كلها تقريبًا بين $z = -3$ و $z = 3$.
- التوزيع متماثل.
- المتوسط يساوي 0 والانحراف المعياري يساوي 1.



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

استخدام قيم z لتحديد الموقع

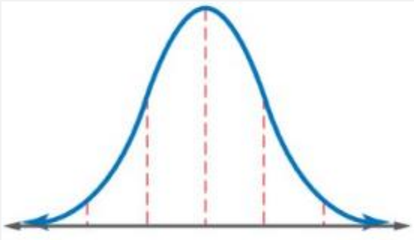
أوجد قيمة z إذا كان $X = 18$، و $\mu = 22$، و $\sigma = 3.1$. حدد موقع X في التوزيع.



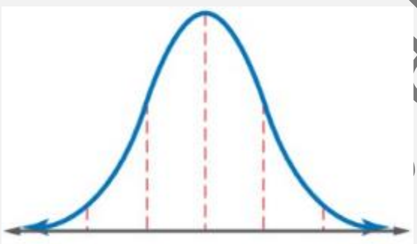
من الحياة اليومية إيجاد الاحتمالات

مقاطع الفيديو عدد مقاطع الفيديو المحملة يوميًا على موقع مشاركة مقاطع الفيديو موزعة طبيعيًا باستخدام $\mu = 181{,}099$ مقطع فيديو و $\sigma = 35{,}644$ مقطع فيديو. أوجد الاحتمالا ت في كل مما يلي. ثم استخدم حاسبة التمثيل البياني لرسم المنطقة المتطابقة الواقعة تحت المنحنى.

a. $P(180{,}000 < X < 200{,}000)$



b. $P(X > 250{,}000)$



الوحدة الحادية عشر

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **11-1 النسب المثلثية في المثلثات القائمة** الاسم : ________________

نواتج التعلّم

1– إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا الحادة.

2– استخدام النسب المثلثية لإيجاد أطوال أضلاع المثلثات القائمة وقياسات زواياها.

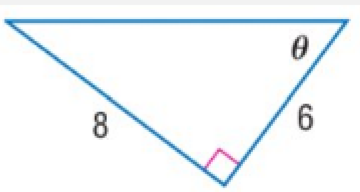
النسب المثلثية

بالكلمات	جبريًا
جيب الزاوية θSine($\sin\theta$) هو نسبة طول الضلع المقابل لهذه الزاوية إلى طول الوتر.	$\sin\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$
جيب تمام الزاوية θCosine($\cos\theta$) هو نسبة طول الضلع المجاور لهذه الزاوية إلى طول الوتر.	$\cos\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$
ظل الزاوية θTangent ($\tan\theta$) هو نسبة طول الضلع المقابل لهذه الزاوية إلى طول الضلع المجاور لها.	$\tan\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$

النظائر الضربية للنسب المثلثية

بالكلمات	جبريًا
قاطع تمام الزاوية θ Cosecant ($\csc\theta$) هو النظير الضربي للنسبة sin.	$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{\text{وتر}}{\text{مُقابل}}$
قاطع الزاوية θ Secant ($\sec\theta$) هو النظير الضربي للنسبة cos.	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\text{وتر}}{\text{مجاور}}$
ظل تمام الزاوية θ Cotangent ($\cot\theta$) هو النظير الضربي للنسبة tan.	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}}$

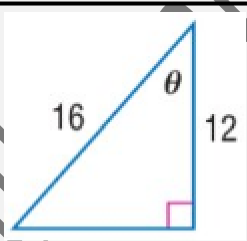
أوجد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ.



____

____

____



____

____

____

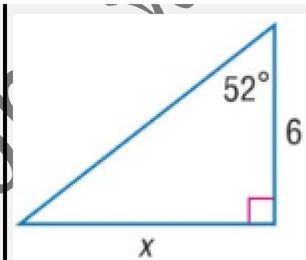
/ مصطفى أسامة علام 050-2509447

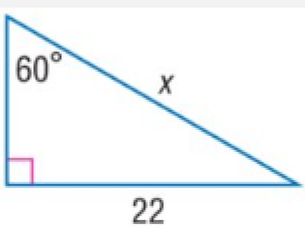
في مثلث قائم، تكون $\angle A$ حادة. أوجد قيم النسب المثلثية الخمس المتبقية.

$\cos A = \frac{4}{7}$

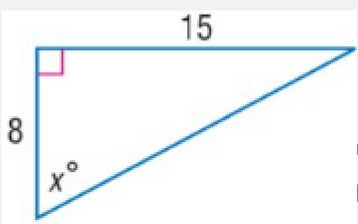
$\tan A = \frac{20}{21}$

استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.





أوجد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.



الاستنتاج المنطقي وجد عمر شجرتين أمام بعضهما مباشرة على كل جانب من الوادي. عندما تحرك مسافة 100 متر من الشجرة على جانبه (بشكل موازٍ مع حافة الوادي). تشكلت زاوية قياسها $70°$ بالشجرة على جانبه والشجرة على الجانب الآخر. أوجد المسافة عبر الوادي.

السلالم زاوية الارتفاع الموصي بها للسلم المستخدم في مكافحة الحريق هي $75°$. ما الارتفاع الذي يصل إليه سلم طوله 21 مترا على مبنى إذا تم استخدام زاوية الارتفاع الموصي بها؟ قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **11-2 الزوايا وقياس الزاوية** الاسم : ______________

نواتج التعلّم

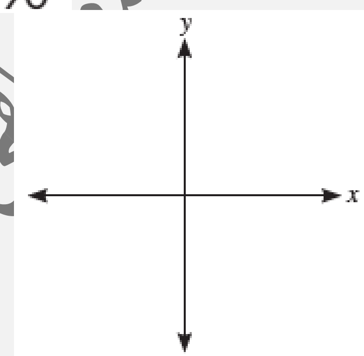
1- رسم الزوايا في الوضع القياسي وإيجادها.

2- تحويل قياس زاوية من الدرجة إلى الراديان والعكس.

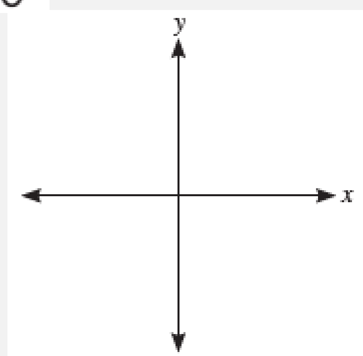
تكون الزاوية في **الوضع القياسي Standard Position** عندما يكون رأسها عند نقطة الأصل في المستوى الإحداثي، ويقع **ضلع الابتداء Initial Side** لها على الجزء الموجب من المحور x. يسمّى الضلع الذي دار للزاوية **ضلع الانتهاء Terminal Side**.

ارسم زاوية في وضع قياسي حسب القياس المُعطى.

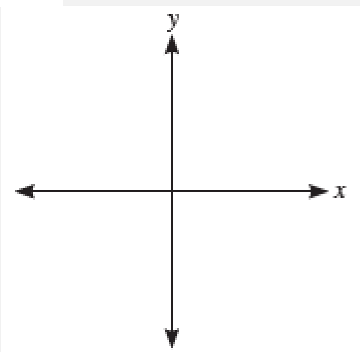
$390°$



$-60°$



$140°$



الزوايا المتشاركة في ضلع الانتهاء Coterminal Angles هناك عدد غير منتهٍ من الزوايا المتشاركة في ضلع الانتهاء. لتحديد قياس زاوية متشاركة في ضلع الانتهاء مع زاوية أخرى قياسها θ، أضيف أو أطرح مُضاعفًا من مضاعفات $360°$ أي قياس الدورة الكاملة فيكون: $\theta + n\,(360°)$ حيث n عدد صحيح.

أوجد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.

$-100°$

____

____

$25°$

____

____

أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

$-40°$

____

____

$225°$

____

____

$\frac{\pi}{4}$

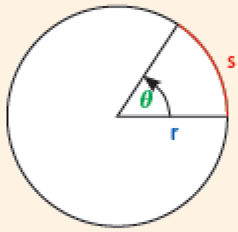
____

____

علام 050-2509447

قانون طول القوس

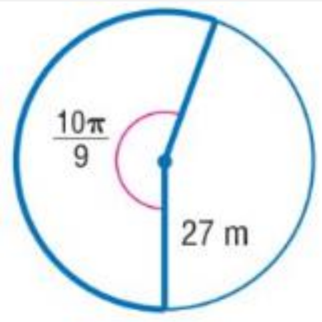
لحساب طول القوس s الذي تحدّده زاوية مركزية قياسها θ راديان، في دائرة نصف قطرها r، أستخدم القانون.



$$s = r\theta$$

الاستنتاج صنع لاعب تنس دورة بيده تحركت على امتداد مسار قوس. إذا كان نصف قطر دائرة القوس هو 1.2 متر وزاوية الدوران هي $100°$ ، فما طول القوس؟ قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

أوجد طول كل قوس. قرب إلى أقرب جزء من عشرة.



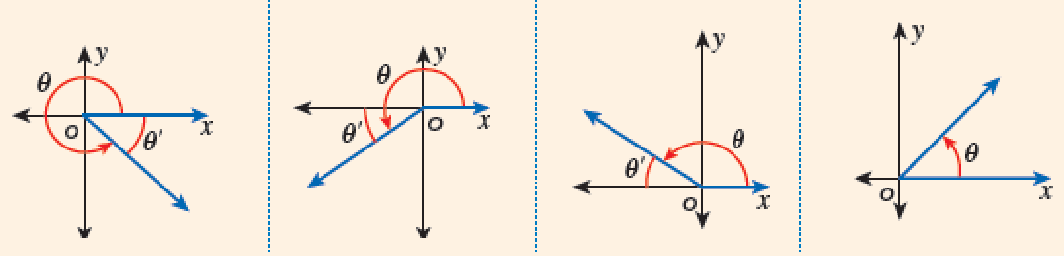
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام | **11-3** **النسب المثلثية للزوايا العامة** | الاسم:--------------------

نواتج التعلّم 1– إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا العامة. 2– إيجاد قيم النسب المثلثية باستخدام زوايا المرجع.

الزوايا المرجعية

الربع الأول	الربع الثاني	الربع الثالث	الربع الرابع
$\theta' = \theta$	$\theta' = 180° - \theta$	$\theta' = \theta - 180°$	$\theta' = 360° - \theta$



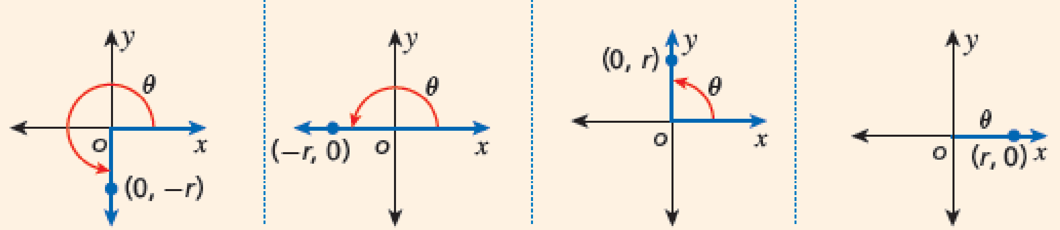
النسب المثلثية

إذا كانت P نقطة على ضلع الانتهاء لزاوية θ في الوضع القياسي وكان $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ فإن:

الظل	جيب التمام	الجيب
$\tan\theta = \frac{y}{x}$	$\cos\theta = \frac{x}{r}$	$\sin\theta = \frac{y}{r}$

الزوايا الربعية

$\theta = 0°$	$\theta = 90°$	$\theta = 180°$	$\theta = 270°$
$(r, 0)$	$(0, r)$	$(-r, 0)$	$(0, -r)$



النسب المثلثية للزوايا الربعية

θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
0	0	1	0
90°	+1	0	غير مُعرّف
180°	0	−1	0
270°	−1	0	غير مُعرّف
360°	0	1	0

الربع الثاني	الربع الأول
$\sin\theta$: + $\cos\theta$: $\tan\theta$:	$\sin\theta$: + $\cos\theta$: + $\tan\theta$: +
الربع الثالث	**الربع الرابع**
$\sin\theta$: $\cos\theta$: $\tan\theta$: +	$\sin\theta$: $\cos\theta$: + $\tan\theta$:

قيم النسب المثلثية للزوايا الخاصة

sine	cosine	Tangent
$\sin 30° = \frac{1}{2}$	$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 60° = \frac{1}{2}$	$\tan 60° = \sqrt{3}$
$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\tan 45° = 1$

ضلع الانتهاء للزاوية θ الموجودة في وضع قياسي، يتضمن كل نقطة. أوجد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لـ θ.

0

$(1, 2)$

$(-8, -15)$

$(0, -4)$

ارسم كل زاوية، ثم أوجد زاوية المرجع لها.

300°

115°

$-\frac{3\pi}{4}$

أوجد القيمة الدقيقة لكل نسبة مثلثية مما يلي.

$\sin \frac{3\pi}{4}$

$\sec 120^\circ$

$\tan \frac{5\pi}{3}$

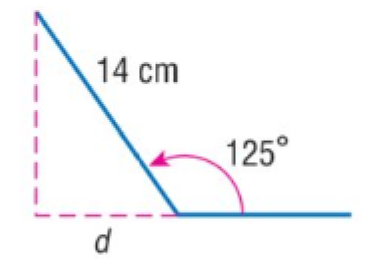
$\sin 300^\circ$

الترفيه فتحت ميساء مشغل DVD المحمول بحيث يصنع زاوية $125°$. ويبلغ طول الشاشة 14 سنتيمترًا.

a. أعد تصميم الرسم التخطيطي بحيث تكون الزاوية في وضع قياسي على المستوى الإحداثي.

b. أوجد زاوية المرجع، ثم اكتب نسبة مثلثية يمكن استخدامها لإيجاد المسافة إلى الجدار d التي يمكن وضع مشغل DVD عندها.

c. استخدم النسبة لإيجاد المسافة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة.



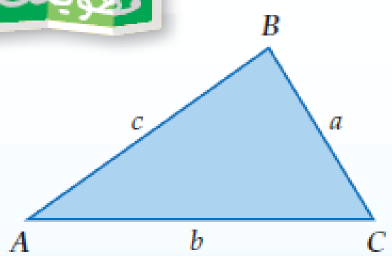
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام | **11-4 قانون الـ Sine** | الاسم:--------------------

نواتج التعلّم 1– إيجاد مساحة مثلث باستخدام ضلعين وزاوية محصورة. 2- استخدام قانون الـ sine في حل المثلثات.

مفهوم أساسي — مساحة المثلَّث

أضف إلى مطويتك

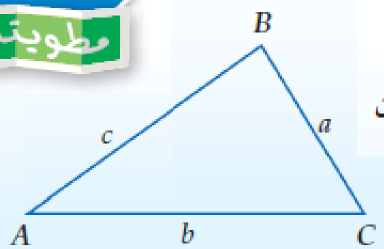


التعبير اللفظي: مساحة المثلَّث (k) تساوي نصف حاصل ضرب طولَي ضلعين في جيب الزاوية المحصورة بينهما.

الرموز: $k = \frac{1}{2} bc \sin A$ $\quad k = \frac{1}{2} ac \sin B$ $\quad k = \frac{1}{2} ab \sin C$

مفهوم أساسي — قانون الجيوب

أضف إلى مطويتك



إذا كانت أضلاع $\triangle ABC$ التي أطوالها: a, b, c تقابل الزوايا ذات القياسات A, B, C على الترتيب، فإن العلاقات الآتية تكون صحيحة:

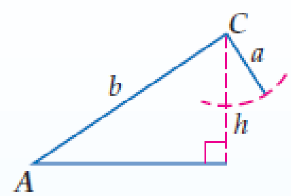
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

مفهوم أساسي — المثلَّثات الممكنة في حالة (SSA)

أضف إلى مطويتك

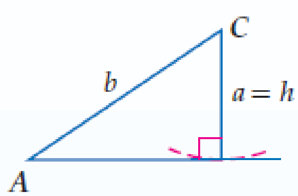
افترض مثلثًا معلومًا فيه: $m\angle A, a, b$

$\angle A$ حادّة



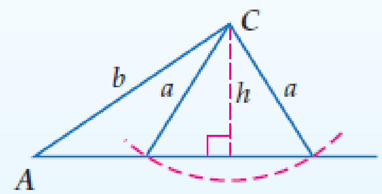
$a < h$

لا يوجد حلٌ



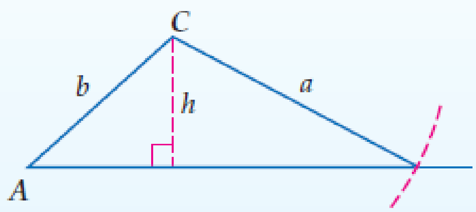
$a = h$

حلٌ واحد



$h < a < b$

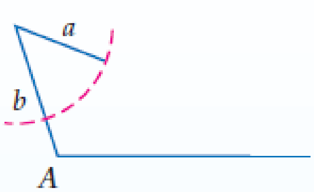
حلّان



$a \geq b$

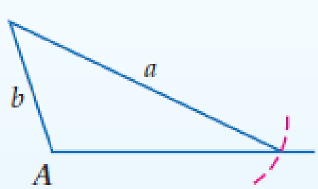
حلٌ واحد

$\angle A$ قائمة أو منفرجة



$a \leq b$

لا يوجد حلٌ

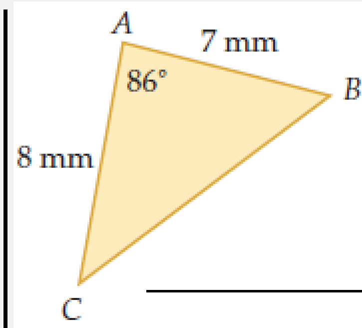


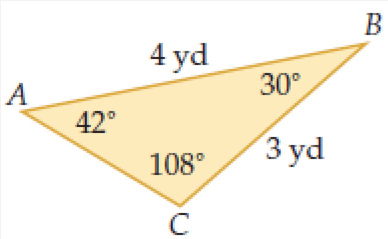
$a > b$

حلٌ واحد

ل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

أوجد مساحة $\triangle ABC$ في كلٍّ ممّا يأتي، مقرّبةً إلى أقرب جزء من عشرة.

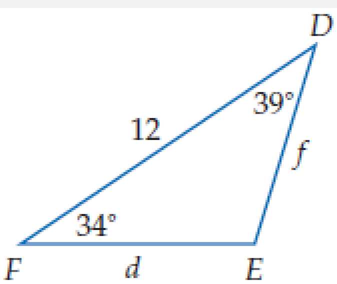




$B = 103^\circ,\ a = 20 \text{ in},\ c = 18 \text{ in}$

$A = 40^\circ,\ b = 11 \text{ cm},\ c = 6 \text{ cm}$

حُلّ كلَّ مثلَّث مما يأتي، مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة:



$\triangle FGH$ الذي فيه: $G = 80^\circ,\ H = 40^\circ,\ g = 14$

فضاء: ارجع إلى فقرة "لماذا؟" في بداية هذا الدرس. وأوجد المسافة بين فوّهة واهو وفوّهة نوكان.

050-25094 حدد إن كان للمثلَّث ABC في كلٍّ ممَّا يأتي حلّ واحد، أم حلّان، أم ليس له حلّ. أوجد الحلول، مقرَّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

$A = 95°, a = 19, b = 12$

$A = 60°, a = 15, b = 24$

$A = 34°, a = 8, b = 13$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علاء 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام | 11-5 قانون الـ Cosine | الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1- استخدام قانون الـ cosine في حل المثلثات. 2- اختيار طرقًا مناسبة لحل المثلثات.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

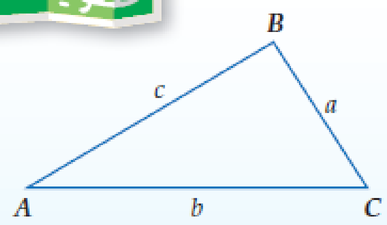
قانون جيوب التمام

إذا كانت أضلاع $\triangle ABC$ التي أطوالها: a, b, c تقابل الزوايا ذات القياسات A, B, C على الترتيب، فإن العلاقات الآتية تكون صحيحة:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$



ملخّص المفهوم

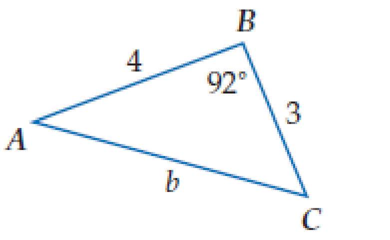
أضف إلى مطويتك

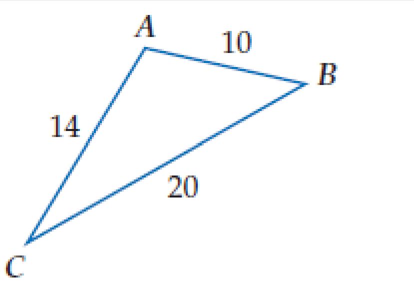
حَلُّ المثلَّثات غير القائمة الزاوية

إذا أُعطيت	فابدأ الحلَّ باستعمال
قياسا زاويتين وطول أيِّ ضلع	قانون الجيوب
طولا ضلعين وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما	قانون الجيوب
طولا ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما	قانون جيوب التمام
أطوال الأضلاع الثلاثة	قانون جيوب التمام

كرة قدم: في إحدى مباريات كرة القدم كان لاعب خط الوسط على بُعد 20 m من لاعب الجناح الأيمن. ودار لاعب خطّ الوسط بزاوية قياسها 40° ، فرأى لاعب الجناح الأيسر على بُعد 16 m منه. ما المسافة بين لاعبي الجناحين؟

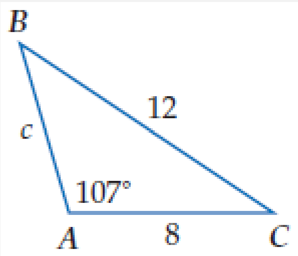
حُلَّ كلَّ مثلَّث ممَّا يأتي مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة: **050-2**

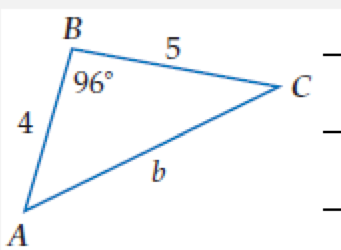




$a = 5, b = 8, c = 12$

حدّد أنسب طريقة يجب البدء بها (قانون الجيوب أم جيوب التمام) لحَلّ كلّ مثلّث ممّا يأتي، ثم حُلّ المثلّث 0
مقرّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.





عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام | **11-6 الدوال الدائرية والدورية** | الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1- إيجاد قيم دوال مثلثية بالاعتماد على دائرة الوحدة. 2- استخدام خواص الدوال الدورية في إيجاد قيم دوال مثلثية.

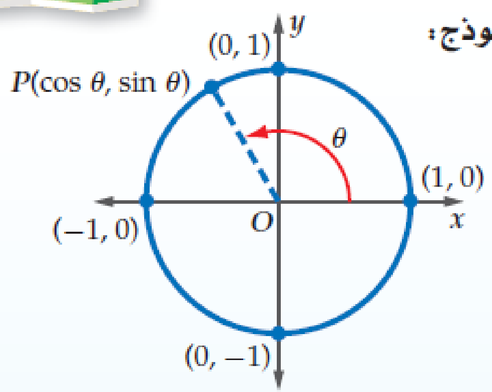
الدوالّ الدائرية: **دائرة الوحدة** هي دائرة مرسومة في المستوى الإحداثي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها وحدة واحدة.

مفهوم أساسي — دوالّ في دائرة الوحدة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا قطع ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة $P(x, y)$، فإن: $\cos\theta = x$, $\sin\theta = y$

النموذج:



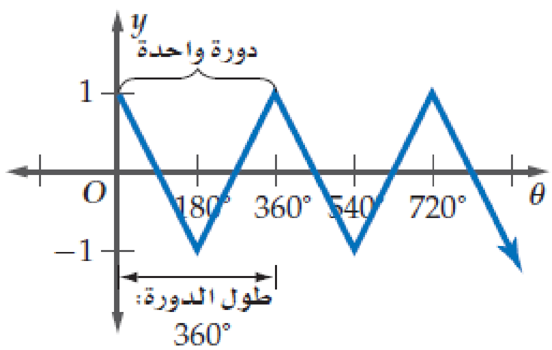
الرموز: $P(x, y) = P(\cos\theta, \sin\theta)$

مثال: إذا كانت: $\theta = 120°$ فإن:

$P(x, y) = P(\cos 120°, \sin 120°)$

كلٌّ من $\sin\theta = y$, $\cos\theta = x$ دالّة بالنسبة إلى θ. وتُسمّى كلٌّ منهما **دالّة دائرية**؛ لأن تعريف كلٍّ منهما اعتمد على دائرة الوحدة.

الدوالّ الدورية: في **الدوالّ الدورية** يكون شكل الدالّة وقيمها (y) عبارة عن تكرار لنمط على فترات منتظمة متتالية. ويُسمّى النمط الواحد الكامل منها **دورة**، وتُسمّى المسافة الأفقية في الدورة **طول الدورة** كما هو مبيّن في التمثيل البياني للدالّة أدناه.



θ	y
0°	1
180°	−1
360°	1
540°	−1
720°	1

تتكرر الدورة كل 360°

بما أن طول الدورة لكلٍّ من الدالّتين هو 360°، فإن قيم كلٍّ من الدالّتين تتكرّر كلَّ 360°.

لذلك فإن $\cos(x + 360°) = \cos x$, $\sin(x + 360°) = \sin x$

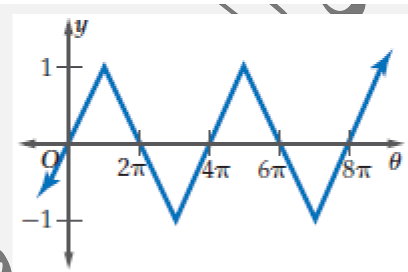
أسامة علام 050-2509447

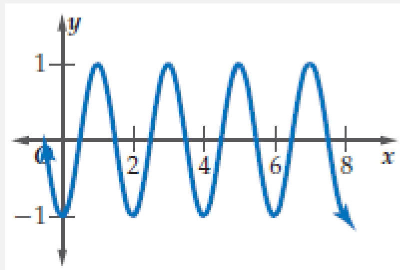
إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة P، فأوجد كلًّا من $\cos\theta, \sin\theta$ في كلٍّ ممَّا يأتي:

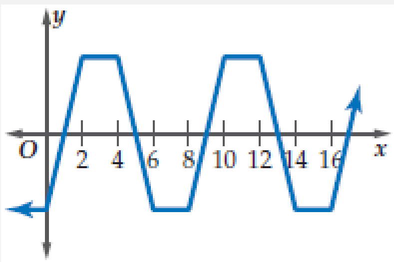
$P\left(\frac{15}{17}, \frac{8}{17}\right)$

$P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

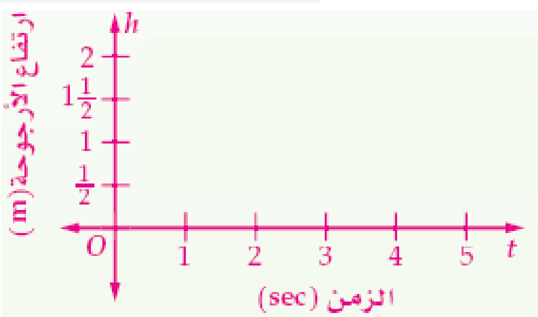
أوجد طول الدورة لكلٍّ من الدالّتين الآتيتين:







أرجوحة: إذا مثَّل ارتفاع أرجوحة دالّة دوريّة في الزمن، بحيث تصل الأرجوحة إلى أقصى ارتفاع لها وهو $2\,m$، ثم تعود إيابًا لتصل $2\,m$ مرّة أخرى مرورًا بأقلّ ارتفاع لها وهو $\frac{1}{2}m$، مستغرقة زمنًا قدره ثانية واحدة بين أقلّ ارتفاع وأقصى ارتفاع، فأجب عما يأتي:



a) ما الزمن الذي تستغرقه حركة الأرجوحة ذهابًا وإيابًا بدءًا بأقصى ارتفاع وانتهاءً إليه؟

b) مثّل بيانيًّا ارتفاع الأرجوحة h باعتبارها دالّة في الزمن t.

أوجد القيمة الدقيقة لكلِّ دالّة مثلَّثية ممّا يأتي:

$\cos 540°$

$\sin(-60°)$

$\sin\frac{13\pi}{6}$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام

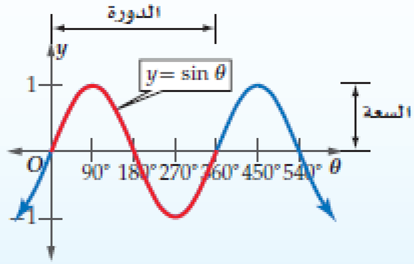
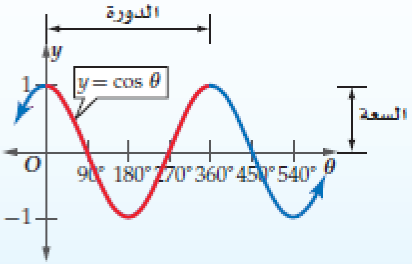
11-7 التمثيل البياني للدوال المثلثية

الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1– وصف دوال الجيب وجيب التمام والظل وتمثيلها بيانيا. 2- وصف دوال مثلثية أخرى وتمثيلها بيانيًا.

مفهوم أساسي — دالتا الجيب وجيب التمام

أضف إلى مطويتك

الدالّة المولدة (الأم)	$y = \sin\theta$	$y = \cos\theta$
التمثيل البياني		
المجال	مجموعة الأعداد الحقيقية	مجموعة الأعداد الحقيقية
المدى	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$
السعة	1	1
طول الدورة (الفَترة)	$360°$	$360°$

سعة منحنى دالّة الجيب أو دالّة جيب التمام تساوي نصف الفرق بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالّة.

التمثيل البياني للدوالّ المثلّثية في صورتها العامة: $y = a\sin b\theta$, $y = a\cos b\theta$،
سعتها $|a|$، وطول دورتها **(فترتها)** $\frac{360°}{|b|}$.
والقيمة العظمى هي $y = |a|$، **والقيمة الصغرى هي** $y = -|a|$.

نقاط تقاطع كلٍّ منهما مع المحور θ هي كما في الجدول الآتي:

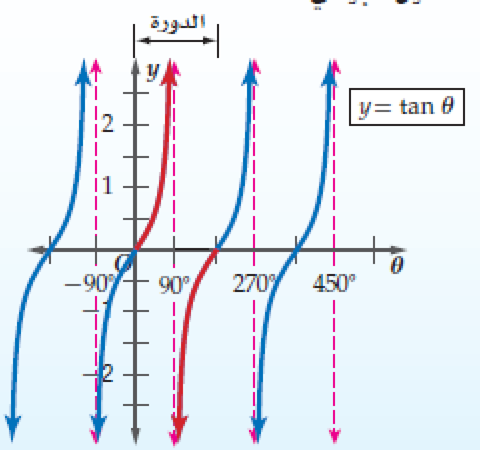
$y = a\sin b\theta$	$y = a\cos b\theta$
$(0, 0), \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{360°}{b}, 0\right) \left(\frac{360°}{b}, 0\right)$	$\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{360°}{b}, 0\right), \left(\frac{3}{4}\cdot\frac{360°}{b}, 0\right)$

يتمُّ وصف موجات الصوت عادة باستعمال **التردد**، وهو عدد الدورات في وحدة الزمن.

ولإيجاد تردد التمثيل البياني لدالّة نجد مقلوب طول الدورة، فمثلًا إذا كان طول الدورة للدالّة $\frac{1}{100}$ ثانية، فإن ترددها يساوي 100 دورة في الثانية.

أضف إلى مطويتك

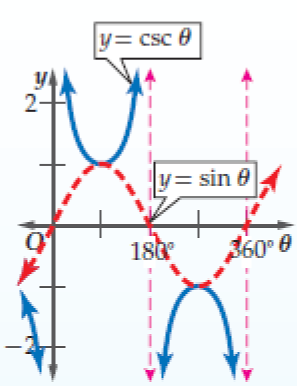
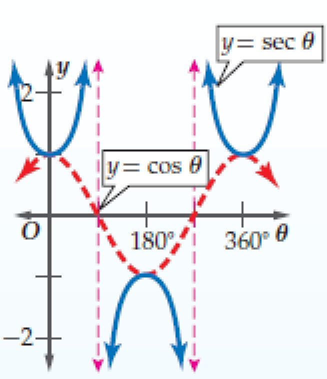
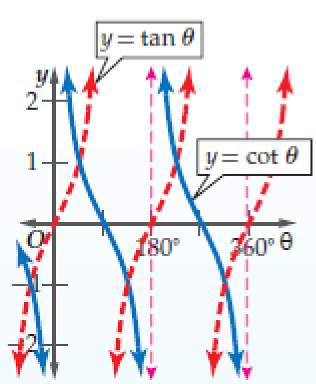
مفهوم أساسي دالّة الظلّ

الدالّة المولّدة (الأم)	$y = \tan\theta$	التمثيل البياني للدالّة
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 90° + 180° n,\ n \in Z\}$	
المدى	مجموعة الأعداد الحقيقية	
السعة	غير معرّفة	
طول الدورة	$180°$	

طول الدورة لمنحنى الدالّة $y = a \tan b\theta$ يساوي $\frac{180°}{|b|}$ ، ولا يوجد سعة لهذه الدالّة. وخطوط التقارب الرأسية لها تكون عند المضاعفات الفردية للعدد $\left(\frac{180°}{|b|} \cdot \frac{1}{2}\right)$

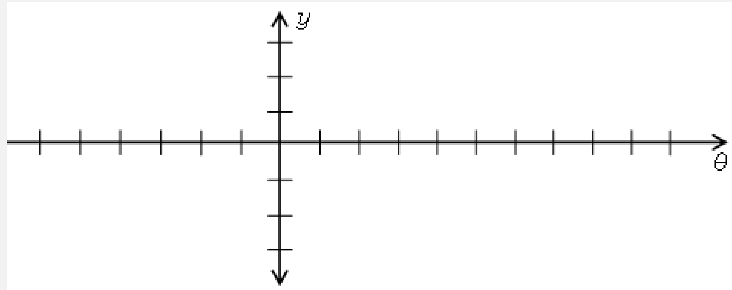
أضف إلى مطويتك

مفهوم أساسي دوالّ قاطع التمام والقاطع وظلّ التمام

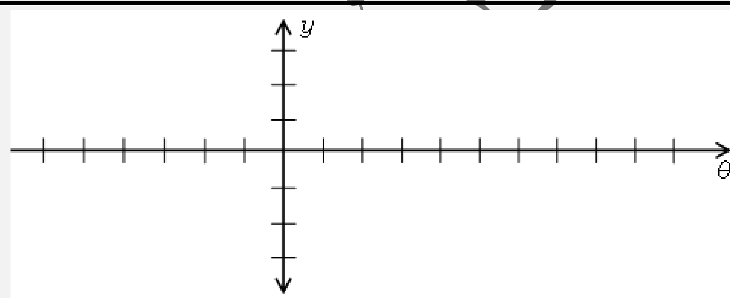
الدالّة المولّدة (الأم)	$y = \csc\theta$	$y = \sec\theta$	$y = \cot\theta$
التمثيل البياني			
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 180n,\ n \in Z\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 90 + 180n,\ n \in Z\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 180n,\ n \in Z\}$
المدى	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	مجموعة الأعداد الحقيقية
السعة	غير معرّفة	غير معرّفة	غير معرّفة
طول الدورة	$360°$	$360°$	$180°$

أوجد السعة وطول الدورة لكلٍّ دالّة مما يأتي، ثم مثّلها بيانيًّا: **مل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447**

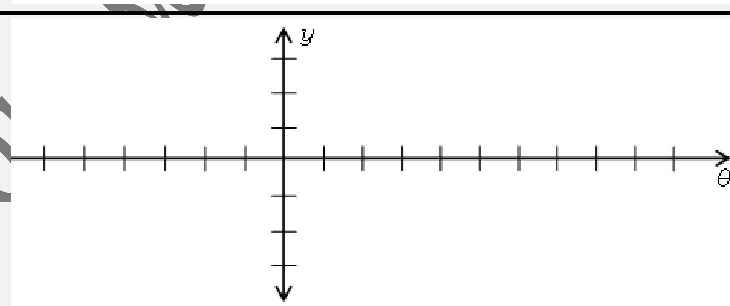
$y = 4 \sin \theta$



$y = \sin 3\theta$



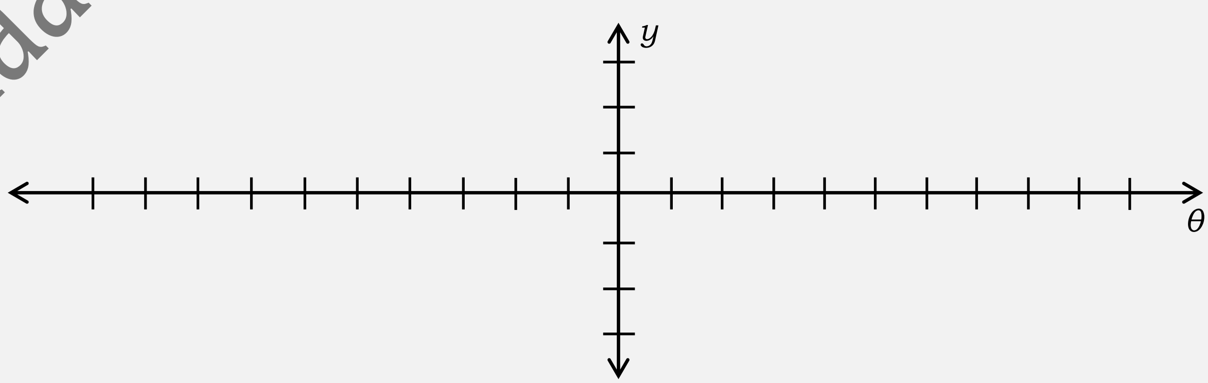
$y = \frac{1}{2} \cos 3\theta$



عناكب: عندما تسقط حشرة ما في شبكة العنكبوت، فإن الشبكة تهتز بتردد يبلغ 14 هيرتز.

a) أوجد طول دورة الدالّة.

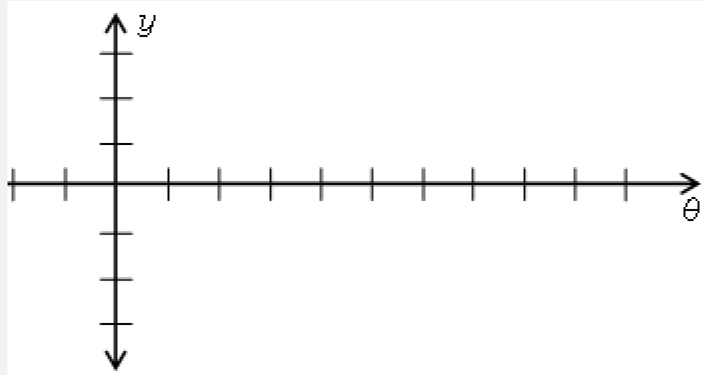
b) افرض أن سعة الدالّة وحدة واحدة. واكتب دالّة جيب تُمثّل اهتزازات الشبكة y كدالّة في الزمن t، ومثلها بيانيًّا.



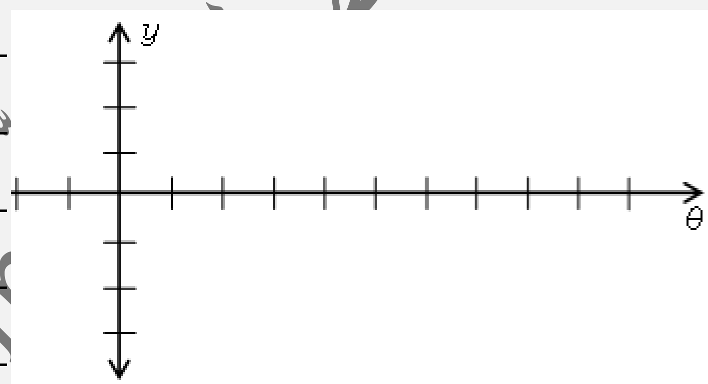
أوجد طول الدورة لكلٍّ دالّة مما يأتي، ثم مثّلها بيانيًّا:

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

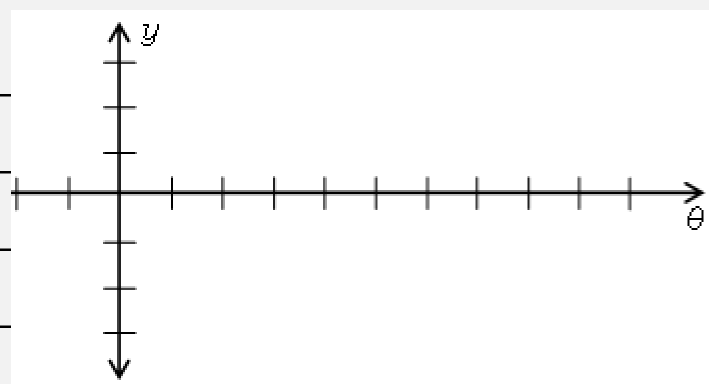
$y = 3\tan\theta$



$y = 2\csc\theta$



$y = \cot 2\theta$



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام 11-8 إزاحة التمثيلات البيانية للدوال المثلثية الاسم:---------------------

نواتج التعلّم

1– تمثيل الإزاحة الأفقية للتمثيلات البيانية للدوال المثلثية وإيجاد إزاحات الطور.

2– تمثيل الإزاحة الرأسية للتمثيلات البيانية للدوال المثلثية.

تُسمى الإزاحة الأفقية للدالة الدورية باسم **إزاحة الطور**.

إزاحة الطور للدوال $y = a \sin b(\theta - h)$ و $y = a \cos b(\theta - h)$ و $y = a \tan b(\theta - h)$ هي h. حيث $b > 0$.

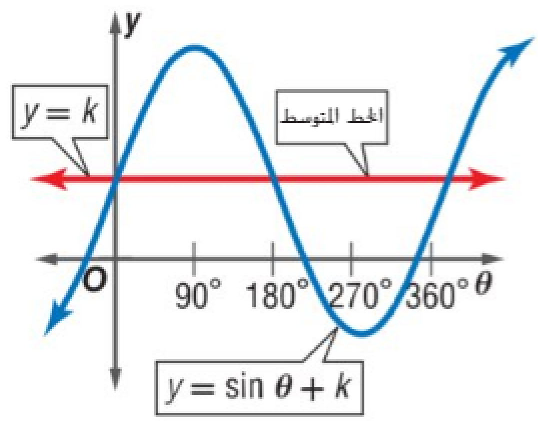
إذا كان $h > 0$. فإن الإزاحة تكون h وحدات إلى اليمين.

إذا كان $h < 0$. فإن الإزاحة تكون $|h|$ وحدات إلى اليسار.

الإزاحة الرأسية الإزاحة الرأسية للدوال $y = a \sin b\theta + k$ و $y = a \cos b\theta + k$ و $y = a \tan b\theta + k$ هي k.

إذا كانت $k > 0$. فإن الإزاحة تكون عدد k من الوحدات لأعلى.

إذا كانت $k < 0$. فإن الإزاحة تكون عدد $|k|$ من الوحدات لأسفل.



عند إزاحة دالة مثلثية رأسيًا عدد k من الوحدات، يكون المستقيم $y = k$ المحور الأفقي الجديد الذي يتحرك التمثيل البياني حوله. ويسمى هذا المستقيم **الخط المتوسط**

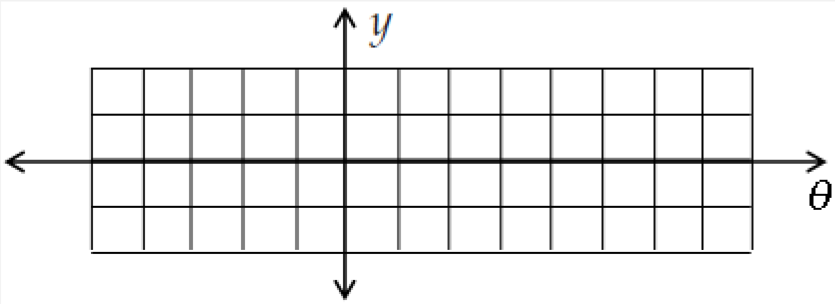
السعة ↓ الفترة ↓

$$y = a \sin b(\theta - h) + k$$

↑ إزاحة الطور ↑ الإزاحة الرأسية

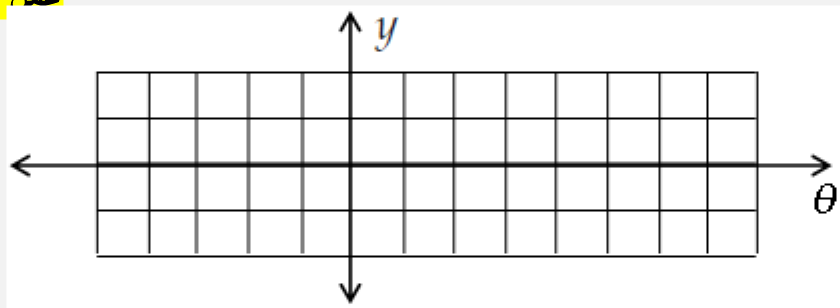
اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

$y = \sin(\theta - 180°)$



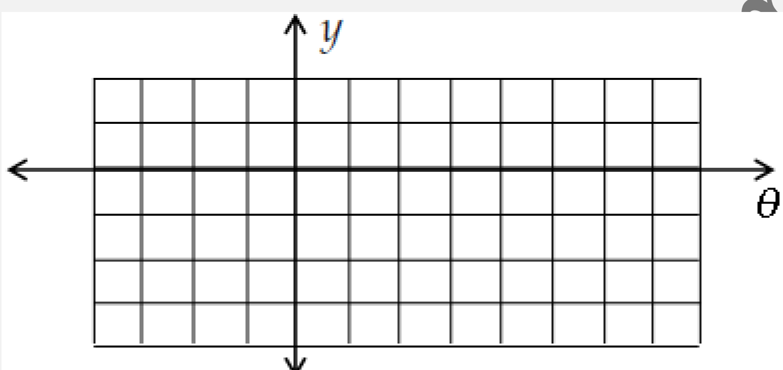
عمل المدرس / مصطفى

$y = \frac{1}{2} \cos (\theta + 90°)$

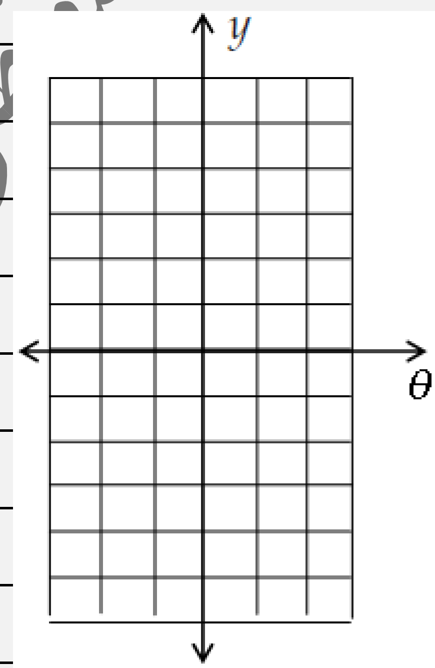


اذكر السعة والفترة والإزاحة الرأسية ومعادلة الخط المتوسط لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

$y = \sin \theta - 2$

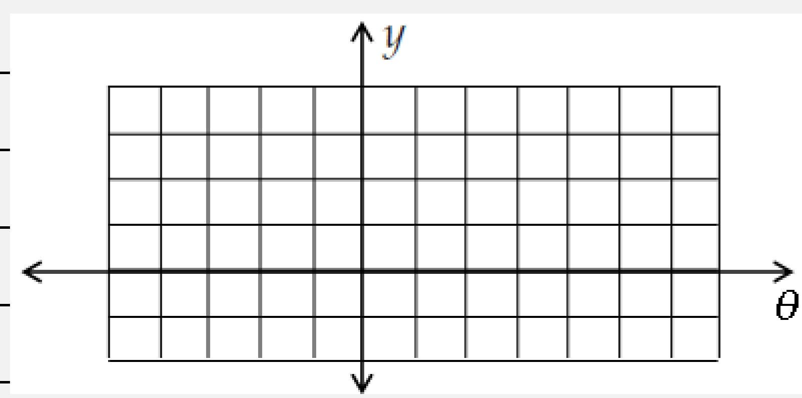


$y = \frac{1}{2} \tan \theta + 1$

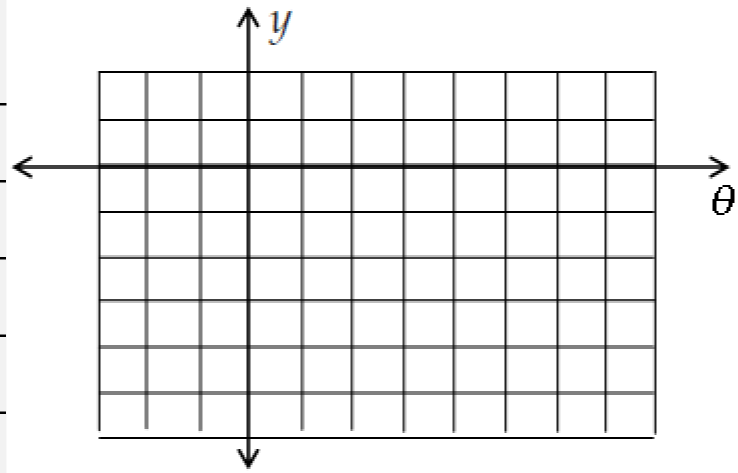


الانتظام **اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.**

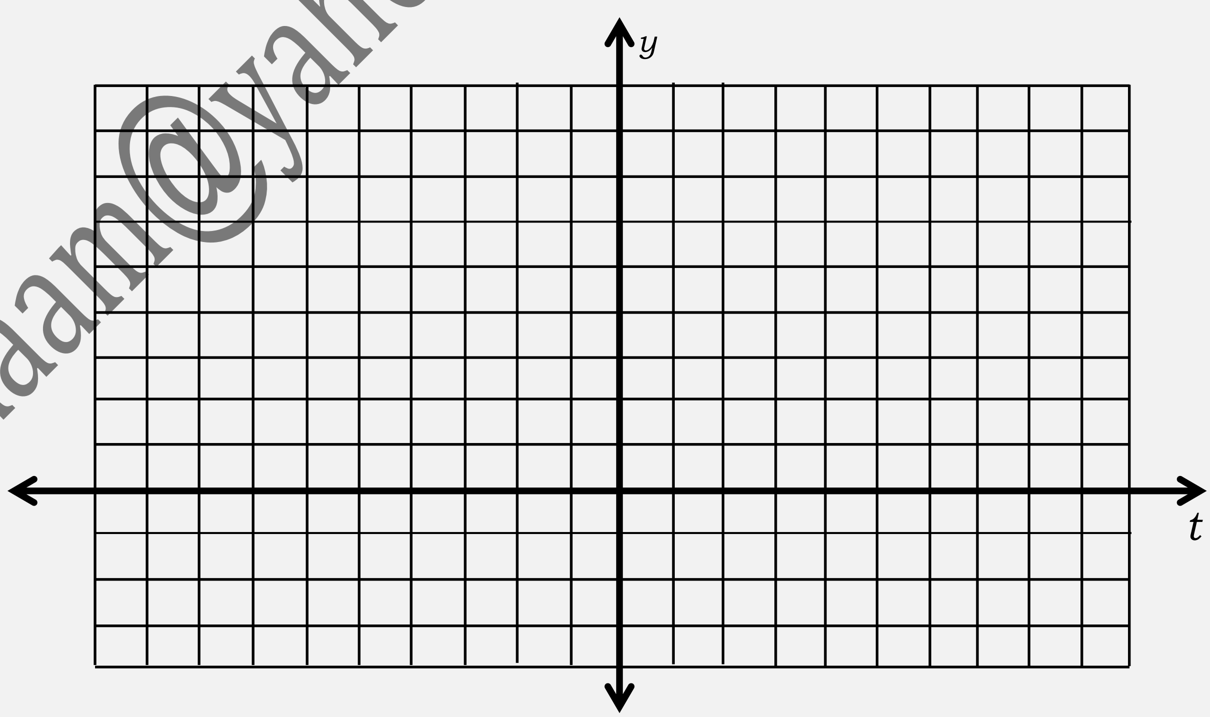
$y = 2 \sin (\theta + 45°) + 1$



$y = \cos 3(\theta - \pi) - 4$ عمل المدرس / مصطف



تدريب عند ممارسة نشاط جسدي متوسط، يتراوح ضغط الدم عند الإنسان ما بين قيمة عظمى قدرها 130 وقيمة صغرى قدرها 90. ومعدل ضربات قلب الإنسان يساوي 90 ضربة في الدقيقة. اكتب معادلة sine التي تمثل ضغط دم الإنسان P في زمن t ثانية. ثم مثّل الدالة بيانيًا.



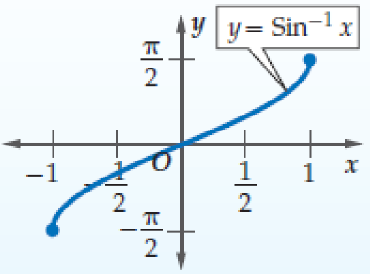
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام 11-9 الدوال المثلثية العكسية الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1– إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية. 2- حل معادلات باستخدام الدوال المثلثية العكسية.

مفهوم أساسي الدوالّ المثلّثية العكسية

أضف إلى مطويتك

الدالّة العكسية	الرموز	المجال	المدى	نموذج
دالّة الجيب العكسية $y = \text{Arcsin } x$	$y = \text{Sin}^{-1} x$	$-1 \le x \le 1$	$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ $-90° \le y \le 90°$	
دالّة جيب التمام العكسية $y = \text{Arccos } x$	$y = \text{Cos}^{-1} x$	$-1 \le x \le 1$	$0 \le y \le \pi$ $0° \le y \le 180°$	
دالّة الظل العكسية $y = \text{Arctan } x$	$y = \text{Tan}^{-1} x$	مجموعة الأعداد الحقيقية	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$ $-90° < y < 90°$	

إرشادات للدراسة تذكّر أنه عند حسابك قيمة معكوس الدالّة المثلّثية، فإن الناتج هو قياس زاوية.

أوجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي بالدرجات وبالراديان:

$\text{Cos}^{-1}(-1)$

$\text{Tan}^{-1}(-\sqrt{3})$

$\text{Sin}^{-1}\frac{1}{2}$

أوجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي مقرِّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من مئة. المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

$\sin\left(\operatorname{Sin}^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\tan\left(\operatorname{Cos}^{-1}1\right)$	$\cos\left(\operatorname{Sin}^{-1}\frac{4}{5}\right)$

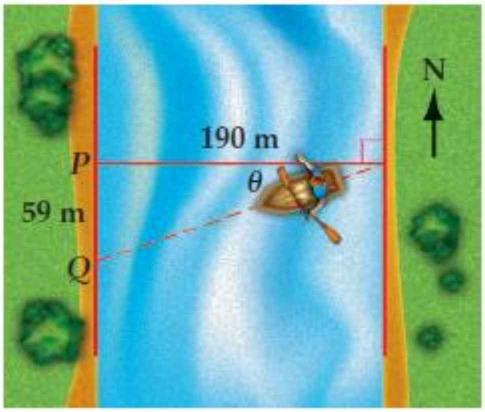
اختيار من متعدد: إذا كان $\operatorname{Sin}\theta = 0.422$، فإن قياس الزاوية θ بالدرجات تقريبًا يساوي:

A $25°$ B $42°$ C $48°$ D $65°$

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية مقرِّبًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

$\operatorname{Tan}\theta = 2.1$	$\operatorname{Sin}\theta = -0.46$	$\operatorname{Cos}\theta = 0.9$

قوارب: يسير قارب في اتجاه الغرب؛ ليقطع نهرًا عرضه 190 m، فيصل إلى النقطة Q التي تبعد مسافة 59 m عن وجهته الأصلية P؛ بسبب التيار. اكتب دالّة مثلّثية عكسية يمكن استعمالها لإيجاد قياس الزاوية (θ) التي أزاح التيار القارب بها عن اتجاهه الأصلي، ثم أوجد قياس هذه الزاوية إلى أقرب جزء من عشرة.



الوحدة الثانية عشر

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام — 12-1 المتطابقة المثلثية — الاسم:--------------------

نواتج التعلّم

1– استخدام المتطابقات المثلثية لإيجاد قيم الدوال المثلثية.

2– استخدام المتطابقات المثلثية لتبسيط العبارات.

مفهوم أساسي — المتطابقات المثلثية الأساسية

المتطابقات النسبية:

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}, \cos\theta \neq 0$ $\quad$ $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}, \sin\theta \neq 0$

متطابقات المقلوب:

$\sin\theta = \dfrac{1}{\csc\theta}, \csc\theta \neq 0$ $\quad$ $\csc\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}, \sin\theta \neq 0$

$\cos\theta = \dfrac{1}{\sec\theta}, \sec\theta \neq 0$ $\quad$ $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}, \cos\theta \neq 0$

$\tan\theta = \dfrac{1}{\cot\theta}, \cot\theta \neq 0$ $\quad$ $\cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}, \tan\theta \neq 0$

متطابقات فيثاغورس:

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$

متطابقات الزاويتين المتتامتين:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$

$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$

متطابقات الدوال الزوجية والدوال الفردية: (متطابقات الزوايا السالبة)

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$

$\cos(-\theta) = \cos\theta$

$\tan(-\theta) = -\tan\theta$

أوجد القيمة الدقيقة لكل من النسب المثلثية الآتية:

Find the exact value of each expression

$\cos\theta$ ، إذا كان $\sin\theta = \frac{4}{5}$ ، $90° < \theta < 180°$

$\tan\theta$ ، إذا كان $\cot\theta = 2$ ، $0° < \theta < 90°$

$\csc\theta$ ، إذا كان $\cot\theta = \frac{1}{4}$ ، $180° < \theta < 270°$

$\sin\theta$ ، إذا كان $\cos\theta = \frac{5}{13}$ ، $270° < \theta < 360°$

بسِّط كل عبارة مما يأتي:

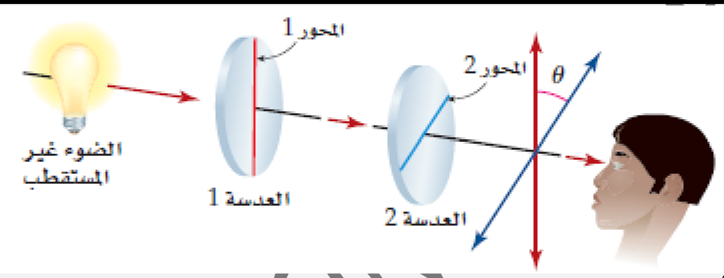
Simplify each expression.

$\frac{\cos\theta\csc\theta}{\tan\theta}$

$\csc^2\theta - \cot^2\theta$

$\tan\theta\cos^2\theta$

بصريات: عندما يمر الضوء من خلال عدسة مستقطبة للضوء، فإن شدة الضوء المار بهذه العدسة سيقل بمقدار النصف، ثم إذا مرّ الضوء بعدسة أخرى بحيث يكون محور هذه العدسة يصنع زاوية قياسها θ مع محور العدسة الأولى، فإن شدة الضوء تقل مرة أخرى. يمكننا إيجاد شدة الضوء باستعمال الصيغة $I = I_0 - \frac{I_0}{\csc^2\theta}$ ، حيث I_0 شدة الضوء القادمة من العدسة الأولى المستقطبة ، I هي شدة الضوء الخارجة من العدسة الثانية، θ الزاوية بين محوري العدستين.



a) بسط الصيغة بدلالة $\cos\theta$

b) استعمل الصيغة المبسطة؛ لمعرفة شدة الضوء المار بالعدسة الثانية بدلالة شدة الضوء قبل المرور بها إذا كان محور العدسة الثانية يصنع زاوية قياسها 30° مع محور العدسة الأولى.

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **12-2 إثبات صحة المتطابقات المثلثية** الاسم: ----------------------

نواتج التعلّم

1– إثبات صحة المتطابقات المثلثية بتحويل أحد طرفيها إلى الآخر.

2– إثبات صحة المتطابقات المثلثية بتحويل كلًّا من طرفيها إلى العبارة نفسها.

الدقة: أثبت صحة كل متطابقة فيما يأتي:

$\cos^2\theta = (1+\sin\theta)(1-\sin\theta)$

$\cot\theta + \tan\theta = \dfrac{\sec^2\theta}{\tan\theta}$

$\tan^2\theta = \dfrac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta}$

$\sin\theta = \dfrac{\sec\theta}{\tan\theta + \cot\theta}$

$\tan^2\theta = (\sec\theta + 1)(\sec\theta - 1)$

$\tan^2\theta\,\csc^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

الاختيار من متعدد: ما التعبير الذي يمكن استخدامه لتشكيل متطابقة فيها $\dfrac{\tan^2\theta + 1}{\tan^2\theta}$ ؟

A) $\sin^2\theta$ B) $\cos^2\theta$ C) $\tan^2\theta$ D) $\csc^2\theta$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **12-3** **متطابقات مجموع زوايتين والفرق بينهما** الاسم: ----------------------

نواتج التعلّم

1- إيجاد قيمتي sine و cosine باستخدام متطابقات المجموع والفرق.

2– إثبات صحة المتطابقات المثلثية باستخدام متطابقات المجموع والفرق.

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي:

$\tan 195^\circ$	$\cos 165^\circ$	$\cos 105^\circ$
$\csc \frac{5\pi}{12}$	$\sin 135^\circ$	$\sin(-30^\circ)$

كهرباء: يمر تيار كهربائي متردّد في دائرة كهربائية، وتعطى شدة هذا التيار c بالأمبير بعد t ثانية بالصيغة $c = 2\sin(120^\circ t)$

a) أعد كتابة الصيغة، باستعمال مجموع زاويتين.

b) استعمل المتطابقة المثلثية لمجموع زاويتين من الزوايا الخاصة؛ لإيجاد القيمة الدقيقة لشدة التيار بعد ثانية واحدة.

أثبت صحة كل متطابقة فيما يلي:

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin\theta$

$\sin(90° + \theta) = \cos\theta$

$\tan(\theta + 45°) = \frac{1 + \tan\theta}{1 - \tan\theta}$

$\tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\cot\theta$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام 12-4 متطابقات ضعف الزاوية ونصفها الاسم: ---------------------

نواتج التعلّم

1– إيجاد قيمتي sine و cosine باستخدام متطابقات ضعف الزاوية.

2– إيجاد قيمتي sine و cosine باستخدام متطابقات نصف الزاوية.

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية:

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية :

$$\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}, \cos\theta \neq -1$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin 2\theta, \cos 2\theta, \sin\frac{\theta}{2}, \cos\frac{\theta}{2}$.

$$\sin\theta = \frac{1}{4}; 0^\circ < \theta < 90^\circ$$

$\cos\theta = \frac{3}{5}\ ; 270° < \theta < 360°$ **عمل المدرس / مص**

$\tan\theta = -\frac{8}{15}\ ; 90° < \theta < 180°$

أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير:

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

$\cos 15^\circ$

$\sin \frac{\pi}{8}$

كرة قدم : ركل لاعب كرة قدم الكرة بزاوية قياسها 37° مع سطح الأرض ، وبسرعة ابتدائية متجهة $52\ ft/s$. إذا كانت المسافة الأفقية d التي تقطعها الكرة تعطى بالصيغة $d = \frac{2v^2 \sin\theta \cos\theta}{g}$. حيث g تسارع الجاذبية الأرضية ويساوي $32\ ft/s^2$ ، و v تمثل السرعة الابتدائية المتجهة.

a) بسط الصيغة مستخدمًا المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية.

b) ما المسافة d التي تقطعها الكرة باستخدام الصيغة المبسطة ؟

أثبت صحة كلاً من المتطابقات التالية:

$$\tan\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}$$

$$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta$$

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام 12-5 حل المعادلات المثلثية الاسم: ----------------------

نواتج التعلّم 1– حل المعادلات المثلثية. 2– تمييز الحلول الدخيلة للمعادلات المثلثية.

حل كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها الموضحة بجانب كل منها:

$\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \quad ; \; 0^\circ \le \theta \le 240^\circ$

$\cos^2\theta + 2\cos\theta + 1 = 0 \quad ; \; 0^\circ \le \theta \le 360^\circ$

حل كل معادلة مما يلي ، لإيجاد كل قيم θ إذا كان قياس θ بالراديان:

$2\cos^2\theta = 1$

$\tan^2\theta + 2\tan\theta + 1 = 0$

حل كل معادلة مما يلي لإيجاد كل قيم θ إذا كان قياس θ بالدرجات:

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

$\cos 2\theta - \sin^2\theta + 2 = 0$

$\cos\theta - 2\cos\theta\sin\theta = 0$

حل كلا من المعادلات التالية:

$\sin^2 2\theta + \cos^2\theta = 0$

$\sin\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2} = \sqrt{2}$

الوحدة الثالثة عشر

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **13-1** النسب والتناسب الاسم :________________

نواتج التعلّم 1- كتابة النسبة . 2- كتابة التناسبات وإيجاد حلها .

حيوانات أليفة في دراسة شملت 1000 أسرة، وجد أن منهم 460 أسرة تقتني على الأقل كلبًا واحدًا أو قطة كحيوان أليف . ما نسبة مالكي الحيوانات الأليفة إلى عدد الأسر؟

الألعاب الرياضية تتنافس ثلاثون فتاة على 15 مركزًا في فريق كرة السلة. ما نسبة المراكز المتاحة إلى الفتيات المتنافسة؟

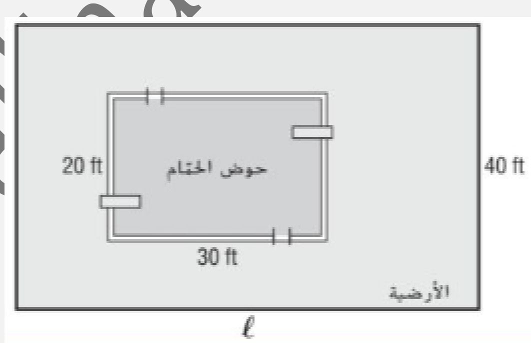
نسبة أطوال ثلاثة أضلاع في مثلث هي 4 : 5 : 2، ومحيطه يساوي 165 وحدة. أوجد طول كل ضلع من أضلاع المثلث .

نسبة قياسات ثلاث زوايا في مثلث هي 8 : 6 : 4. أوجد قياس كل زاوية من زوايا المثلث .

حل التناسب:

$$\frac{3x-6}{2}=\frac{4x-2}{4}$$

توجد حول حمام سباحة أرضية خشبية مماثلة له. وفق الرسم التخطيطي، ما النسبة التي يُمكن استخدامها لإيجاد الطول ℓ للأرضية الخشبية المحيطة بحمام السباحة؟



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام 13-2 المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة الاسم : ______________

نواتج التعلّم 1- استخدام الأجزاء المتناسبة داخل المثلثات . 2- استخدام الأجزاء المتناسبة مع المستقيمات المتوازية .

نظرية 13-1 نظرية تناسب المثلثات

إذا توازى مستقيم مع أحد أضلاع المثلث وكان ينصف الضلعين الآخرين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع مستقيمة أطوالها متناسبة.

النظرية 13-2 معكوس نظرية تناسب المثلثات

إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسّم الضلعين إلى قطع مستقيمة متناظرة متناسبة، فإن هذا المستقيم يكون موازيًا للضلع الثالث في المثلث.

نظرية 13-3 نظرية منصفات سيقان المثلثات

يكون منصف المثلث موازيًا لأحد أضلاع المثلث، ويبلغ طوله نصف طول هذا الضلع.

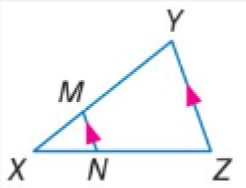
النتيجة 13-1 الأجزاء المتناسبة للمستقيمات المتوازية

عند تقاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر مع قاطعين فإنها تقسّم القاطعين إلى أجزاء متناسبة.

النتيجة 13-2 الأجزاء المتطابقة للمستقيمات المتوازية

إذا أحدثت ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر قطعًا مستقيمة متطابقة على قاطع ما، فإنها تحدث قطعًا مستقيمة متطابقة على كل القواطع.

إذا كان $XM = 4$، و $XN = 6$، و $NZ = 9$، فأوجد XY.



____

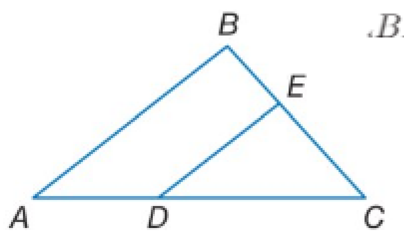
____

إذا كان $XN = 6$، و $XM = 2$، و $XY = 10$، فأوجد NZ.

____

____

في $\triangle ABC$، $BC = 15$، و$BE = 6$، و $DC = 12$، و $AD = 8$. حدد ما إذا كان $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$. برر استنتاجك. برر استنتاجك.

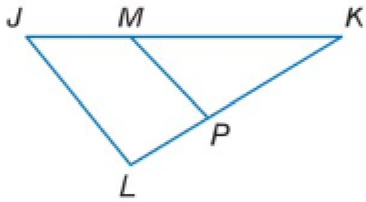


____

____

____

في $\triangle JKL$، $JK = 15$، و$JM = 5$، و $LK = 13$، و $PK = 9$. حدد ما إذا كان $\overline{JL} \parallel \overline{MP}$.



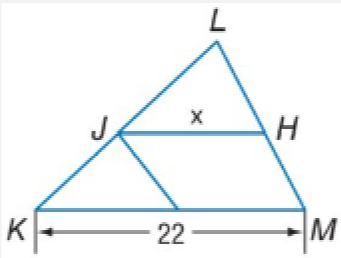
____

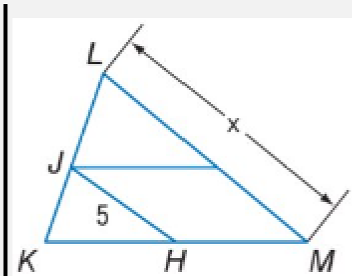
____

____

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

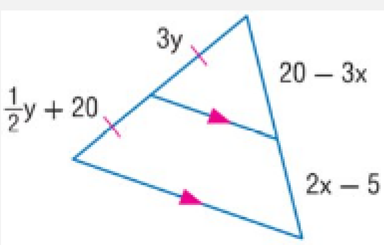
$\overline{JH}$ **هو منصف ساقي** $\triangle KLM$**. أوجد قيمة** x.

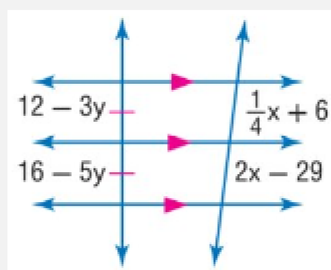




الخرائط راجع الخريطة الموجودة على اليسار. الطريق الثالث والطريق الخامس متوازيان. إذا كانت المسافة من الطريق الثالث إلى المركز التجاري مرورًا بالشارع الوطني هي 3201 متر، فأوجد المسافة بين الشارع الخامس والمركز التجاري مرورًا بشارع الاتحاد. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

الجبر **أوجد قيمة** x **و** y.





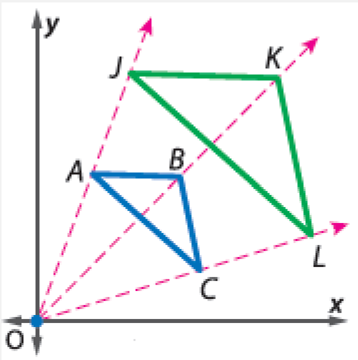
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الصف الحادي عشر العام　　**13-3** تحويلات التشابه　　الاسم : ______________

نواتج التعلّم　1- تحديد تحويلات التشابه.　2- التحقق من التشابه بعد تحويل التشابه.

يحدث تغيير الأبعاد حول نقطة ثابتة تُسمى **مركز تغيير الأبعاد**.

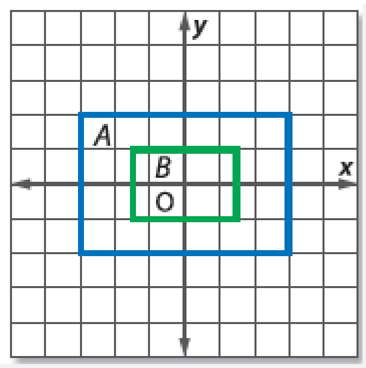
يصف **معامل مقياس تغيير الأبعاد** مدى تغيير الأبعاد. معامل المقياس هو نسبة الطول الموجود بالصورة إلى الطول الموجود بالشكل الأصلي.

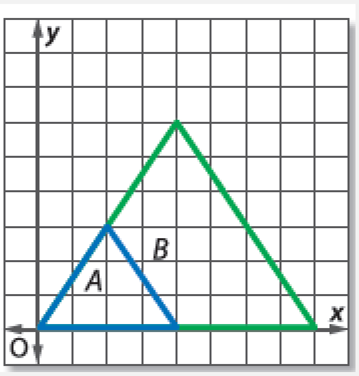


$\triangle JKL$ هو تغيير أبعاد للمثلث $\triangle ABC$.

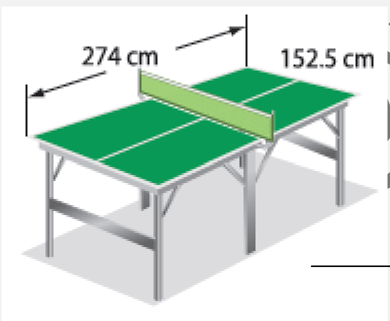
مركز تغيير الأبعاد: $(0, 0)$ معامل المقياس: $\frac{JK}{AB}$

حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد من A إلى B هو تكبير أم تصغير. ثم أوجد معامل مقياس تغيير الأبعاد.



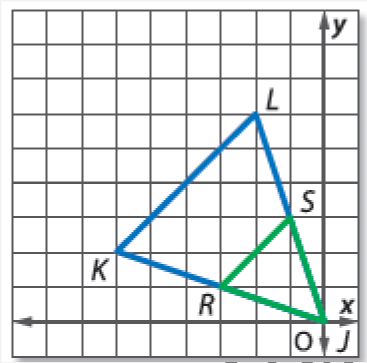


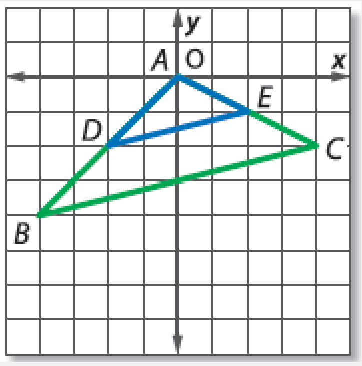
ألعاب تبلغ أبعاد ملعب التنس 27 قدمًا في 78 قدمًا. وتبلغ أبعاد طاولة كرة التنس 152.5 سنتيمترًا في 274 سنتيمترًا. فهل تعتبر طاولة كرة التنس تغيير أبعاد من ملعب التنس؟ إن كان ذلك، فما معامل المقياس؟ اشرح.



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

تحقق من أن تغيير الأبعاد هو تحويل تشابه.





عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الصف الحادي عشر العام **13-4** مقياس الرسم والنماذج المقياسية الاسم :_______________

نواتج التعلّم 1- تفسير النماذج المقياسية. 2- استخدام مقاييس الرسم لحل المسائل.

خرائط استخدم خريطة ولاية ماين الموضحة ومسطرة تقليدية لإيجاد المسافة الحقيقية بين كل زوجين من المدن. قم بالقياس لأقرب جزء من ستة عشر من البوصة.

1. بانجور وبورتلاند
2. أوغوستا وهولتون

نماذج مقياسية صنع عمر نموذجًا بمقياس نسبي لجسر محلي. يمتد النموذج 6 بوصات؛ ويمتد الجسر الحقيقي 50 قدمًا.

a. ما مقياس النموذج؟

b. ما معامل المقياس الذي استخدمه عمر في بناء النموذج؟

رياضة يبلغ ملعب كرة السلة 9 مترًا عرضًا و 18 مترًا طولاً. اختر مقياسًا مناسبًا واصنع رسمًا بمقياس نسبي للملعب يصلح لبطاقة فهرسة أبعادها 3 بوصات في 5 بوصات.

الوحدة الرابعة عشر

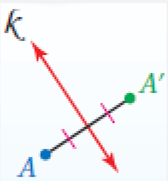
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

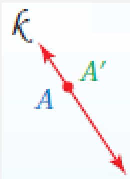
ورقة عمل الحادي عشر العام   14-1 الانعكاس   الاسم:---------------------

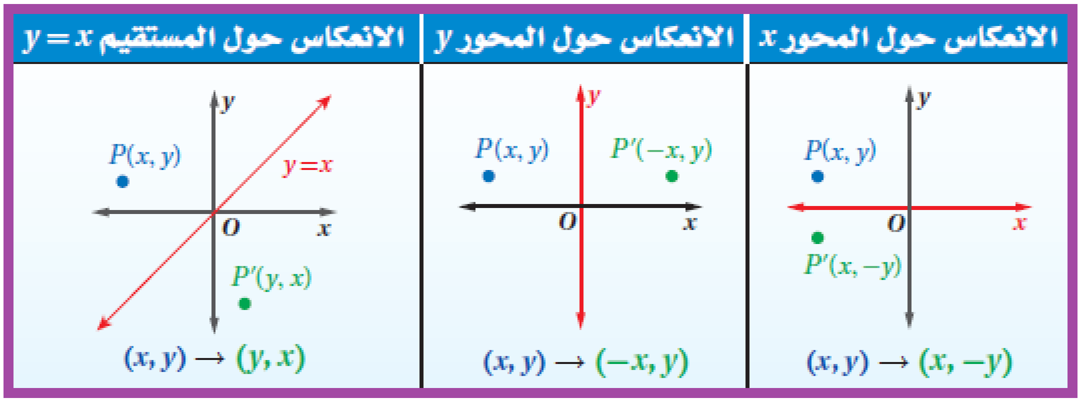
نواتج التعلّم 1- رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس.   2- رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

الانعكاس هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيمٍ يسمى **محور الانعكاس**، بحيث يكون بعد النقطة وبعد صورتها عن محور الانعكاس متساويين.

- إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطة وصورتها.

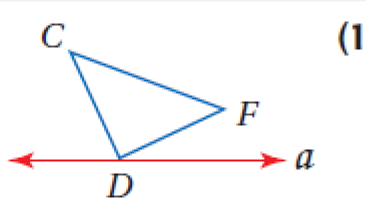




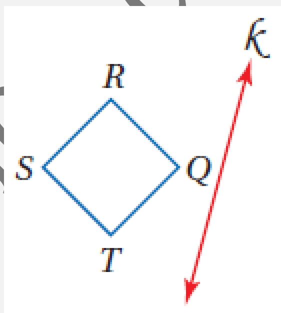


ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى:

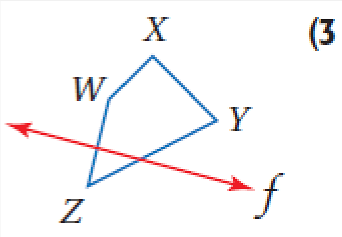
1)



2)



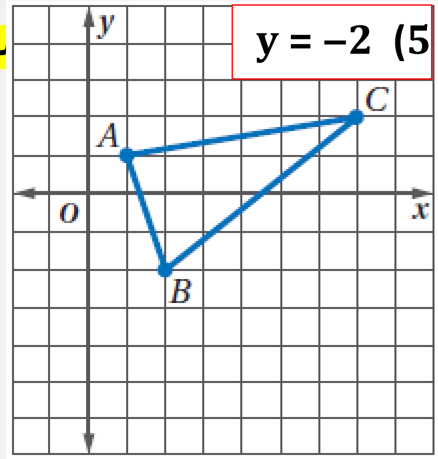
3)



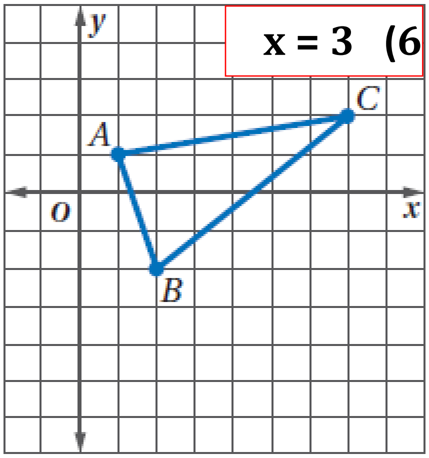
4) مباريات: ينتظر ماجد في المطعم صديقًا سيأتيه بتذكرة لحضور مباراة في الصالة الرياضية. في أي موقع على الشارع، يجب أن يوقف صديقه سيارته، حتى تكون المسافة التي يسيرها ماجد من المطعم إلى السيارة ثم إلى مدخل الصالة الرياضية أقل ما يمكن؟ ارسم شكلًا يوضح إجابتك.

مثِّل بيانيًا صورة $\triangle ABC$ المبين جانبًا بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كل من السؤالين 5،6 .

5) $y = -2$

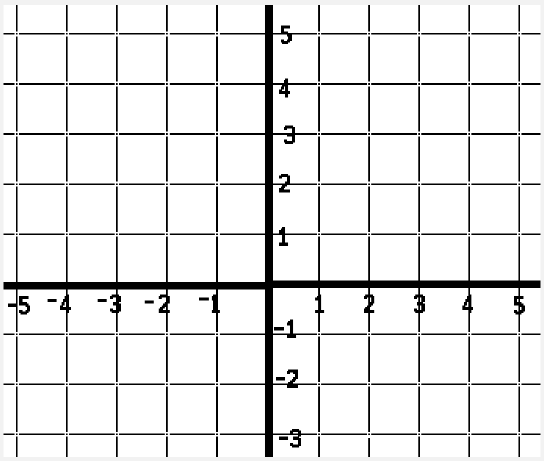


6) $x = 3$

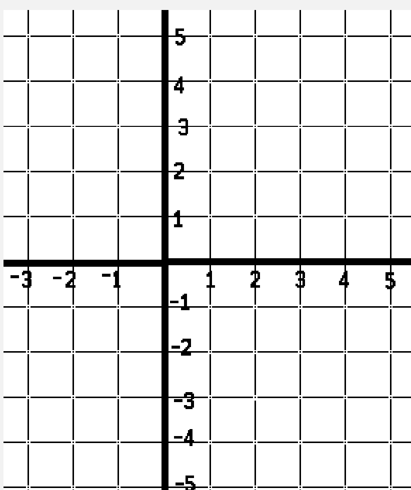


مثِّل كل شكل مما يأتي، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد .

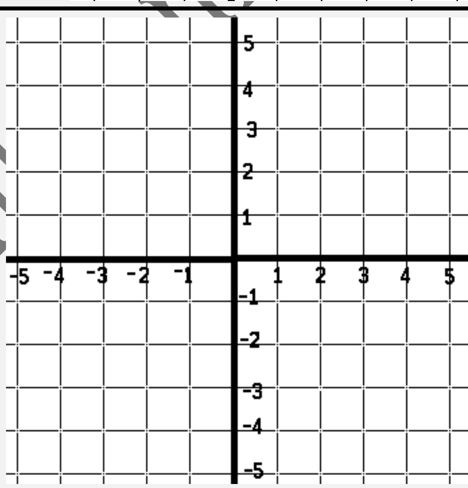
7) $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $X(0,4)$, $Y(-3,4)$, $Z(-4,-1)$ بالانعكاس حول المحور y.



8) ▱ RST الذي إحداثيات رؤوسه هي: $Q(-1,4)$, $R(4,4)$, $S(3,1)$, $T(-2,1)$ بالانعكاس حول المحور x.



9) الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه هي: $J(-3,1)$, $K(-1,3)$, $L(1,3)$, $M(-3,-1)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام   **14-2 الإزاحة**   **الاسم:---------------------**

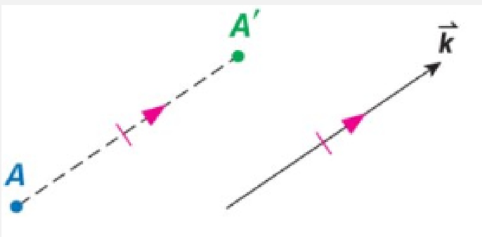
نواتج التعلّم 1- رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة. 2- رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة في المستوى الإحداثي.

الإزاحة: هي تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره. حيث يتم نقل جميع نقاط الشكل المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه. ويمكن التعبير عن الإزاحة (الانسحاب) لكل نقطة من الشكل بقطعة مستقيمة طولها يساوي $\overline{AA'}$ حيث إن A' هي صورة النقطة A الناتجة عن الإزاحة (الانسحاب).

الإزاحة هي دالة تربط كل نقطة بصورتها على طول متجهٍ يدعى **متجه الإزاحة** بحيث:

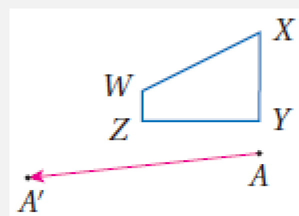
- يكون لكل قطعة مستقيمة تربط نقطةً بصورتها طول المتجه نفسه.
- تكون هذه القطعة المستقيمة موازيةً للمتجه أيضًا.

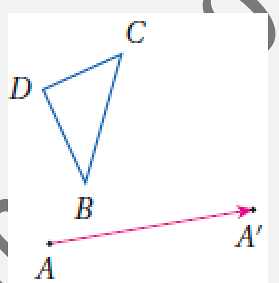
الإزاحة في المستوى الإحداثي: إذا رمزنا للإزاحة الأفقية بالرمز a ، وللإزاحة الرأسية b ، فإنه يمكن التعبير عن هذه الإزاحة بالقاعدة: $(x,y) \rightarrow (x+a\ ,y+b)$

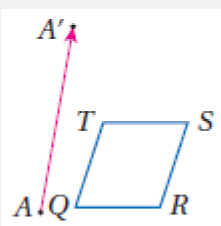


النقطة A' هي إزاحة للنقطة A على طول متّجه الإزاحة $\vec{k}$.

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' في كلٍ ممّا يأتي:

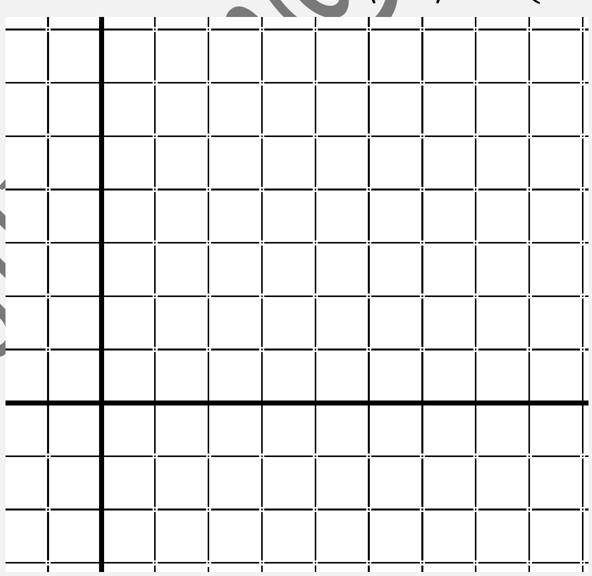




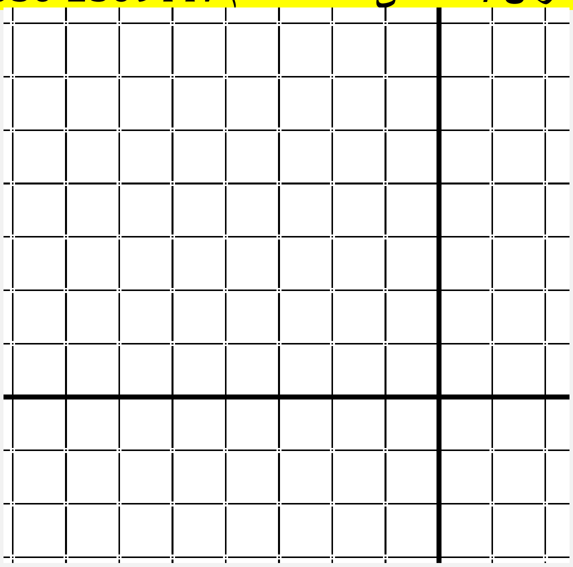


مثّل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلٍ مما يأتي بيانيًا:

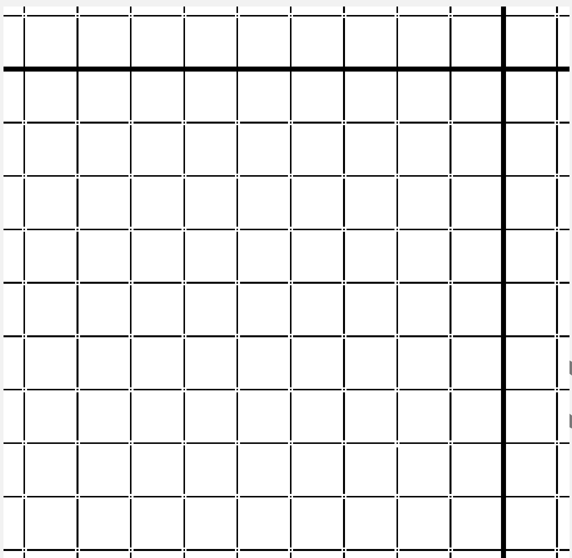
شبه المنحرف JKLM ذو الرؤوس J(2,4) , K(1,1) , L(5,1) , M(4,4) ; ⟨7,1⟩



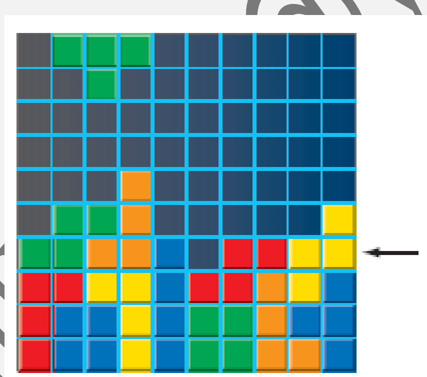
المثلث $\triangle DFG$ ذو الرؤوس $D(-8,8)$, $F(-10,4)$, $G(-7,6)$; $\langle 5,-2\rangle$



متوازي الأضلاع $WXYZ$ ذو الرؤوس $W(-6,-5)$, $X(-2,-5)$, $Y(-1,-8)$, $Z(-5,-8)$; $\langle -1,4\rangle$



ألعاب فيديو: إن هدف اللعبة المجاورة هو تحريك القطع الملونة إلى اليمين أو اليسار، عندما تنزل من أعلى الشاشة لملء كل صف دون ترك فراغاتٍ فيه. إذا كان الموقع الابتدائي للقطعة في أعلى الشاشة ، فاكتب قاعدةً (رمز الدالة) لوصف الإزاحة التي تملأ الصف المشار إليه بالسهم.



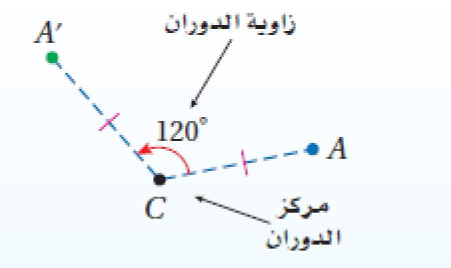
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **14-3 الدوران** الاسم:--------------------

نواتج التعلّم 1– رسم الصورة الناتجة عن الدوران مستخدمًا المنقلة. 2– رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي.

الدوران يحرك كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة وفي اتجاه محدد حول نقطة ثابتة تسمى **مركز الدوران**.

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير مركز الدوران، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تسمى **زاوية الدوران**.



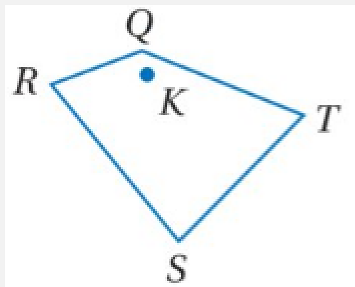
A' هي صورة A الناتجة عن دوران بزاوية 120° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة C.

الدوران في المستوى الإحداثي:

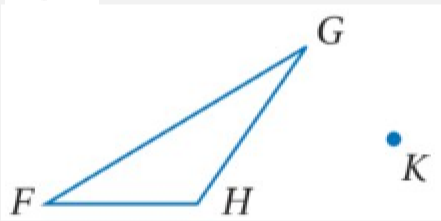
زاوية الدوران 90°	زاوية الدوران 180°	زاوية الدوران 270°
$(x,y) \to (-y, x)$	$(x,y) \to (-x ,-y)$	$(x,y) \to (y ,-x)$

استخدم منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل من السؤالين التاليين:

120°



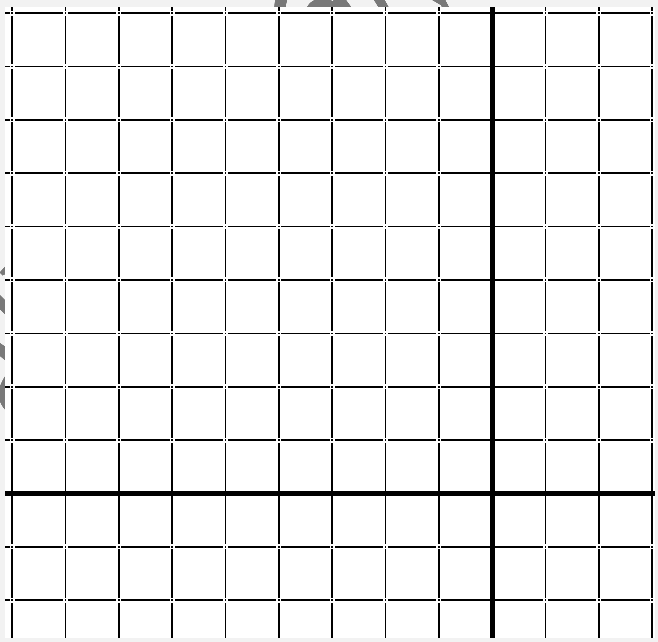
45°



إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي : D(-2,6) , F(2,8) ,

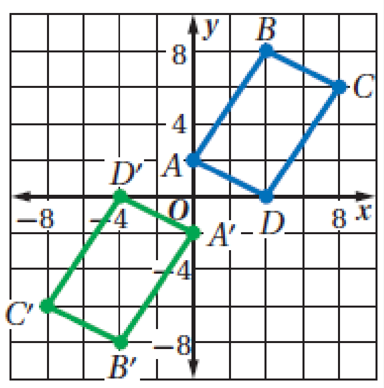
G(2,3) ، مثل بيانيًا المثلث وصورته الناتجة عن دوران بزاوية

270° حول نقطة الأصل.



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

اختيار من متعدد: الشكل المجاور يبين الشكل الرباعي ABCD وصورته A'B'C'D' الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل. ما قياس زاوية الدوران؟



A) 90°
B) 180°
C) 270°
D) 360°

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام — **14-4** تركيب التحويلات — الاسم:---------------------

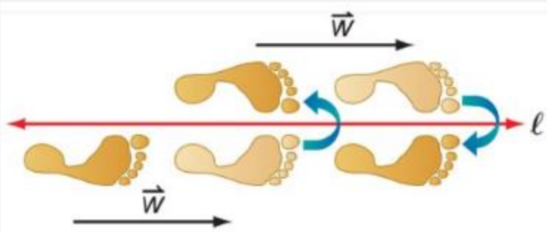
نواتج التعلّم

1– رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما هو الانعكاس.

2– رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين وحول مستقيمين متقاطعين.

عند إجراء تحويل هندسي على شكل ما، ثم إجراء تحويل هندسي آخر على صورته، فإن التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية هو تركيب لتحويلين هندسيين، ويسمى تحويلًا هندسيا مركبًا.

الانعكاس الانزلاقي: هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيم موازٍ لمتجه الإزاحة.



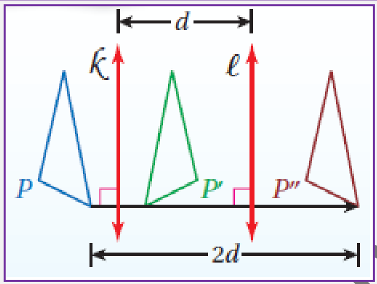
نظرية 14-1 تركيب تحويلي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضًا.

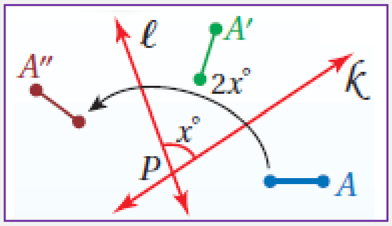
نظرية 14-2 يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:

- اتجاهها عموديًا على كلٍ من المستقيمين. • مقدارها مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

نظرية 14-3 يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:

- مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين. • قياس زاويته مثلي قياس الزاوية التي يشكلها المستقيمين.



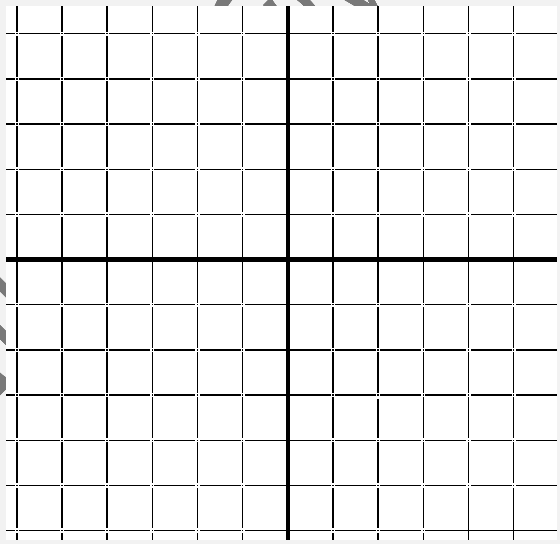


إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي : $C(-5,-1)$, $D(-2,-5)$, $E(-1,-1)$ ، مثل بيانيًا المثلث وصورته الناتجة عن

الانعكاس الانزلاقي المحدد:

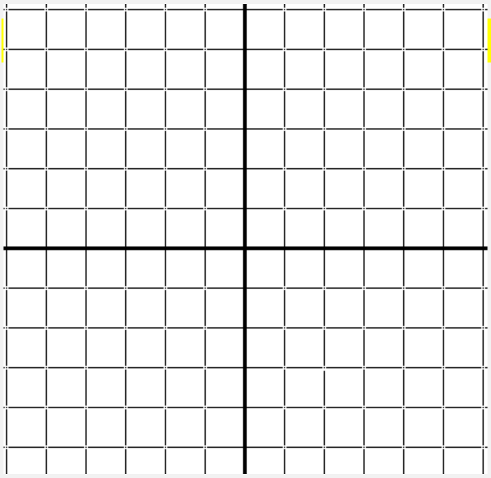
إزاحة: على طول $\langle 4,0 \rangle$

انعكاس: بالنسبة للمحور الأفقي x.



إزاحة: على طول ⟨0,6⟩

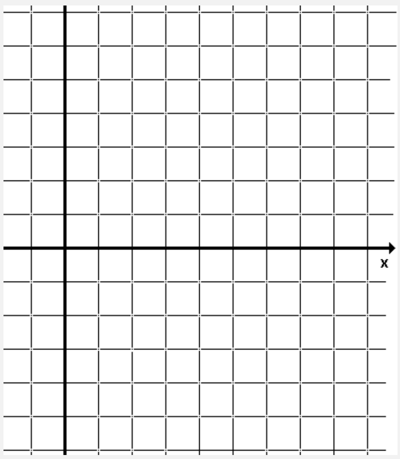
عمل المدرس /



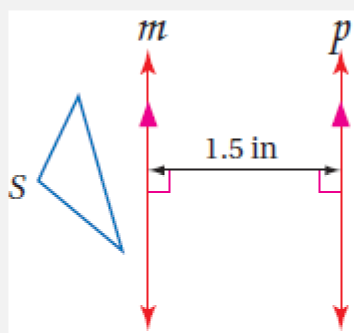
انعكاس: بالنسبة للمحور الرأسي y.

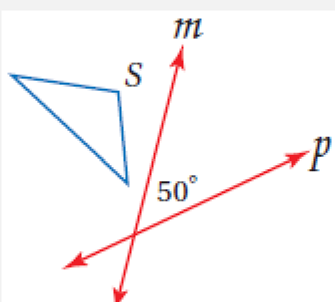
إحداثيات طرفَي $\overline{JK}$ هما $J(2,5)$, $K(6,5)$، مثّل بيانيًا $\overline{JK}$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x ،

ثم دوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل:



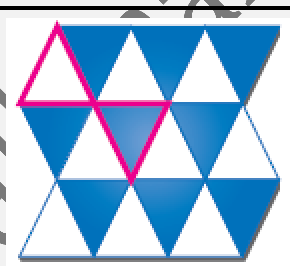
ارسم صورة الشكل S الناتجة عن انعكاس حول المستقيم m ثم حول المستقيم p ، ثم صف تحويلاً هندسيًا واحدًا ينقل S إلى ”S .





أنماط البلاط: صنع راشد نمطًا من بلاطٍ على شكل مثلث متطابق الضلعين، صف التحويل

الهندسي المركّب الذي يمكن استخدامه لتكوين هذا النمط.



عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام | 14-5 التناظر | الاسم:---------------------

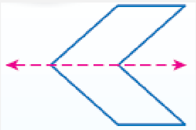
نواتج التعلّم

1– تحديد محاور التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثنائية الأبعاد.

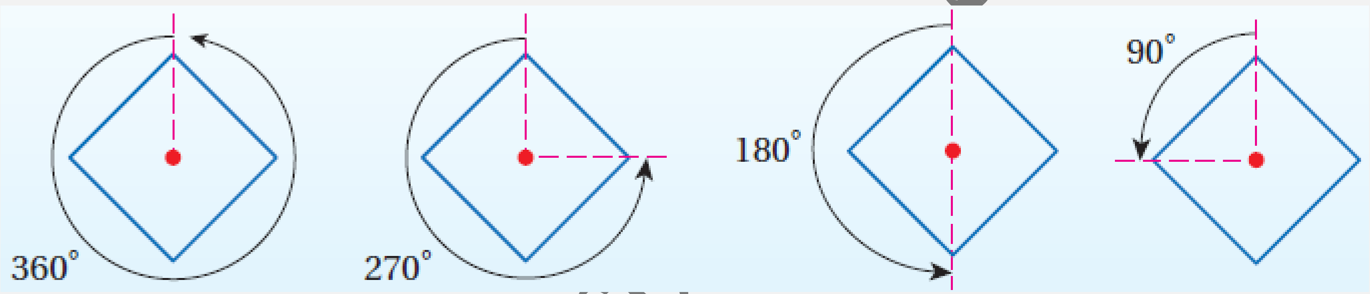
2– تحديد مستويات التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثلاثية الأبعاد.

يكون الشكل الثنائي الأبعاد متناظرًا حول محور، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم محور التناظر.

يكون للشكل ثنائي الأبعاد تناظر دوراني إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين 0° و 360° حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمى مركز الدوران في هذه الحالة مركز التناظر.

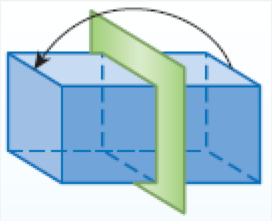


يطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من 0° إلى 360° اسم رتبة التناظر، أما (مقدار التناظر) (زاوية التناظر الدوراني) فهي قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه، وقياس هذه الزاوية يساوي [مقدار التناظر = 360° ÷ رتبة التناظر].

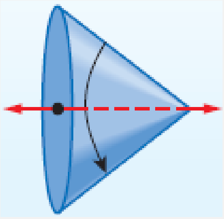


التناظر في الأشكال الثلاثية الأبعاد

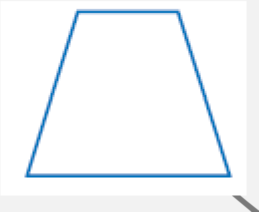
يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متناظرًا حول مستوى، إذا كان صورة انعكاسه حول المستوى هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستوى بمستوى التناظر.

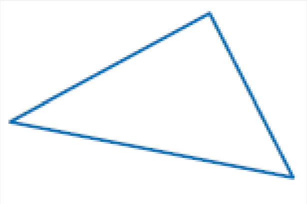


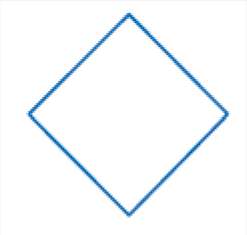
يكون للشكل الثلاثي الأبعاد تناظر محوري، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين 0° و 360° ؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.



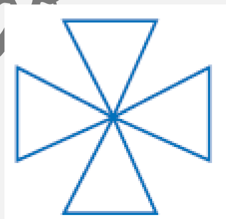
بيِّن ما إذا كان للشكل محور تناظر أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التناظر جميعها، وحدد عددها في كلٍّ مما يأتي:

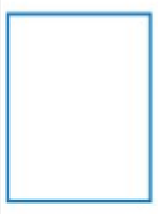


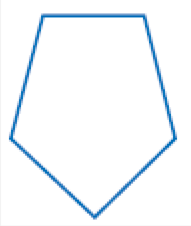




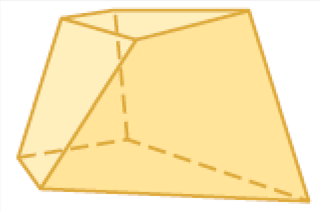
بيِّن ما إذا كان للشكل تناظر دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التناظر، وحدد رتبته ومقداره في كلٍّ مما يأتي:

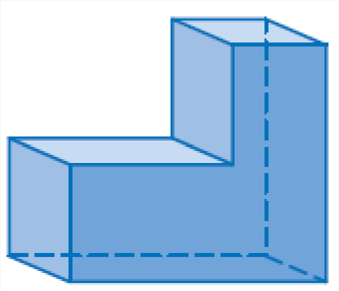


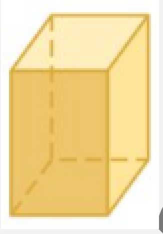




بيِّن ما إذا كان الشكل المجاور متناظرًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.





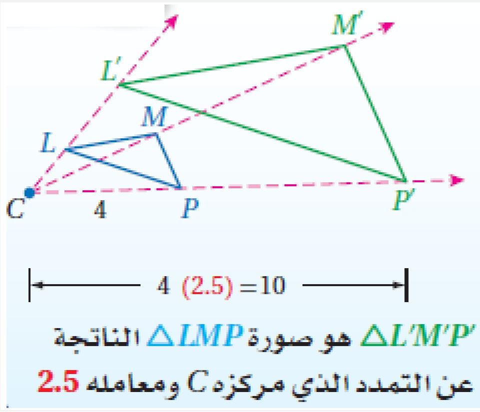


عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الحادي عشر العام **14-6** عمليات تغيير الأبعاد (التمدّد) الاسم:---------------------

نواتج التعلّم: 1- رسم الصورة الناتجة عن التمدد باستخدام المسطرة. 2- رسم الصورة الناتجة عن التمدد في المستوى الإحداثي.

التمدد هو تحويل هندسي يكَبِّر الشكل أو يصغره بنسبة محدَّدة هي نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلي. وتسمى هذه النسبة **معامل مقياس التمدد**. ولأن الصورة الناتجة عن التمدُّد تشبه الشكل الأصلي، فإن التمدد نوع من أنواع **تحويلات التشابه**. ويتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامله.

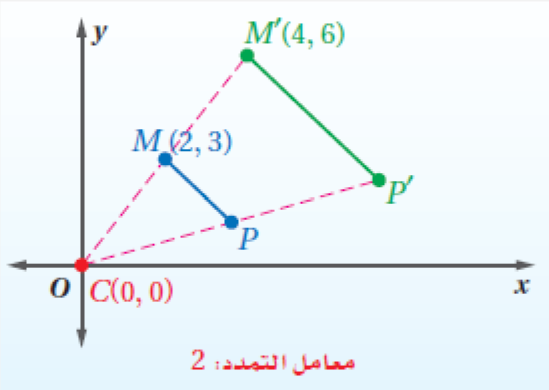


التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k، حيث $k \neq 1$، ينقل النقطة P في شكلٍ ما إلى صورتها P'، بحيث:

- إذا انطبقت النقطة P على مركز التمدد C، فإن صورتها هي النقطة P نفسها.
- إذا لم تنطبق النقطة P على مركز التمدد C، فإن صورتها P' تقع على $\overrightarrow{CP}$ ويكون $CP' = k(CP)$

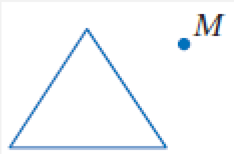
التمدد في المستوى الإحداثي

لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيين x , y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد k.

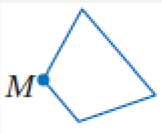


استخدم مسطرةً لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمددٍ مركزه النقطة **M** ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ من السؤالين التاليين:

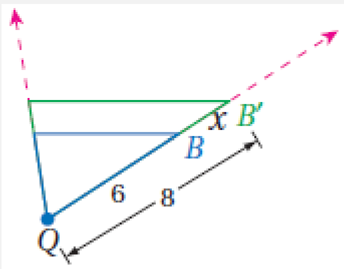
1) $k = \frac{1}{4}$



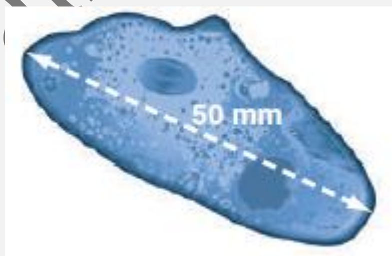
2) $k = 2$



3) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل **B** إلى الشكل **B'** تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامله وقيمة x.

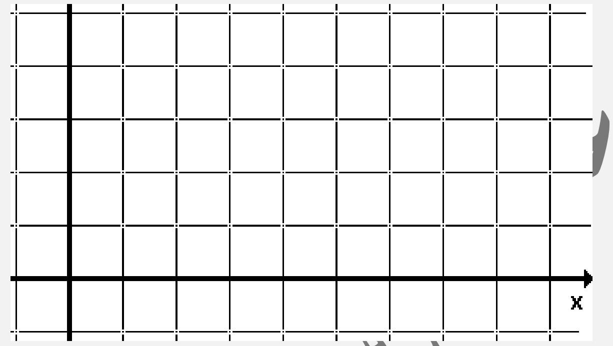


4) أحياء: طول مخلوق حيّ دقيق وحيد الخلية **200** ميكرون، ويظهر طوله تحت المجهر **50 mm**، إذا كان **1000** ميكرون = **1 mm**، فما قوة التكبير (معامل مقياس التمدد) المستخدمة؟ وضح إجابتك.

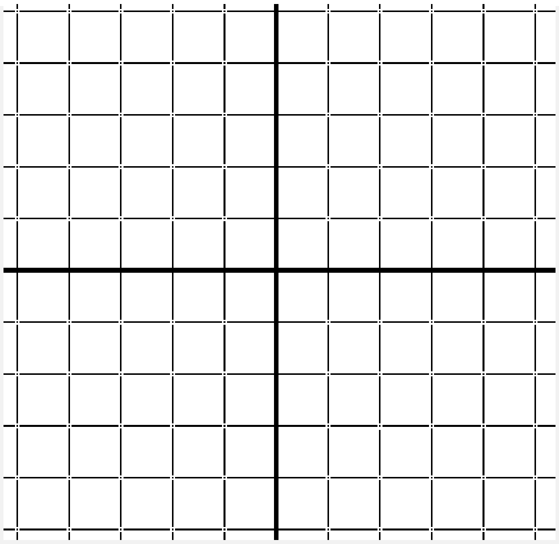


مثّل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانيًا، ثم مثّل صورته الناتجة عن تمددٍ مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ من الأسئلة التالية:

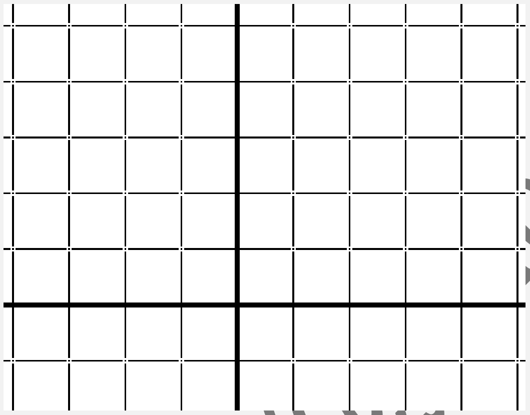
5) $W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0)$ ؛ $k = 1.5$



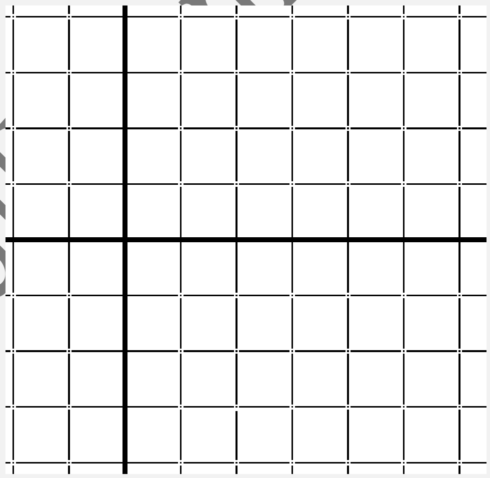
6) $Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4)$ ؛ $k = \frac{1}{2}$



7) $A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2)$ ؛ $k = 2$



8) $J(-2, 0), K(2, 4), L(8, 0), M(2, -4)$ ؛ $k = \frac{3}{4}$



إجابات ملزمة

الرياضيات

نهاية العام

2018-2017

الفصل الدراسي الثاني والثالث

الحادي عشر العام

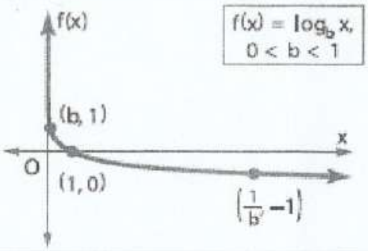
إعداد مدرس الرياضيات أ . مُصْطَفَى أُسَامَةَ عَلَّامَ

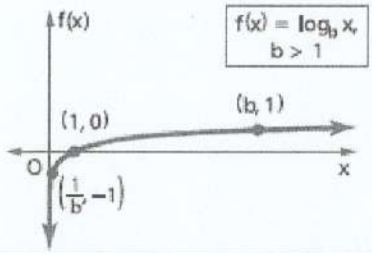
alllaaam@yahoo.com 050-2509447

الوحدة السادسة

ورقة عمل الحادي عشر العام 1-6 اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية الاسم:__________

نواتج التعلّم 1–إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية. 2 –تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانيًا.





$\log_b x = y$ فقط وفقط إذا كان $b^y = x$.

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسية.

① $\log_8 512 = 3$	② $\log_5 625 = 4$	⑯ $\log_3 \frac{1}{27} = -3$	⑱ $\log_9 1 = 0$
$512 = 8^3$	$625 = 5^4$	$\frac{1}{27} = 3^{-3}$	$1 = 9^0$

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية.

③ $11^3 = 1331$	④ $16^{\frac{3}{4}} = 8$	⑳ $6^{-3} = \frac{1}{216}$	㉓ $27^{\frac{2}{3}} = 9$
$3 = \log_{11} 1331$	$\frac{3}{4} = \log_{16} 8$	$-3 = \log_6 \frac{1}{216}$	$\frac{2}{3} = \log_{27} 9$

أوجد قيمة كل تعبير.

⑤ $\log_{13} 169$	⑥ $\log_2 \frac{1}{128}$	⑦ $\log_6 1$	㉟ $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$
$y = \log_{13} 169$	$y = \log_2 \frac{1}{128}$	$y = \log_6 1$	$y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$
$13^y = 169$	$2^y = \frac{1}{128}$	$6^y = 1$	$(\frac{1}{3})^y = \frac{1}{81}$
$13^y = 13^2$	$2^y = 2^{-7}$	$6^y = 6^0$	$(\frac{1}{3})^y = (\frac{1}{3})^4$
$y = 2$	$y = -7$	$y = 0$	$y = 4$

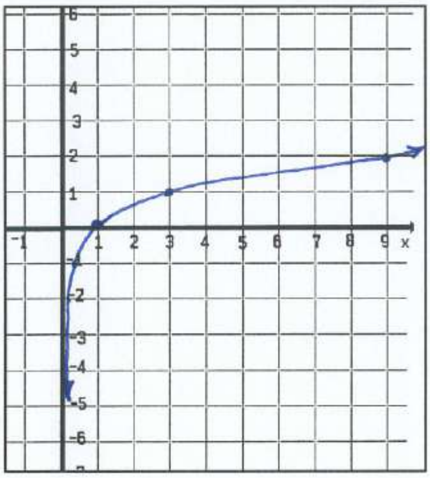
⑫ **العلوم** استخدم المعلومات الواردة في بداية الدرس. يمكن إيجاد القيمة الخاصة بأي جسم على باليرمو باستخدام المعادلة $PS = \log_{10} R$. حيث تمثّل R الخطورة النسبية التي يشكلها الجسم. اكتب معادلةً بالصورة الأسية للتعبير عن معكوس الدالة.

$10^{PS} = R$

مثّل كل دالة بيانيًا.

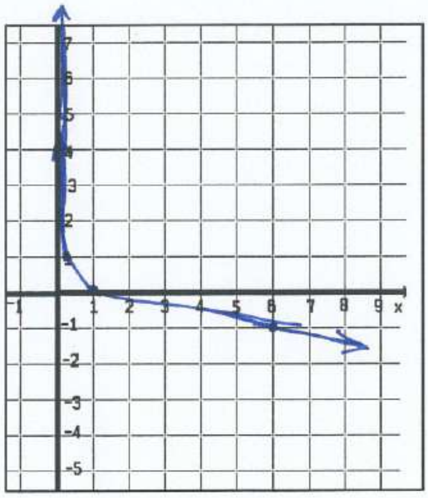
$f(x) = \log_3 x$ (8)

x	$f(x)$
1	0
3	1
9	2
$\frac{1}{3}$	-1
$\frac{1}{9}$	-2



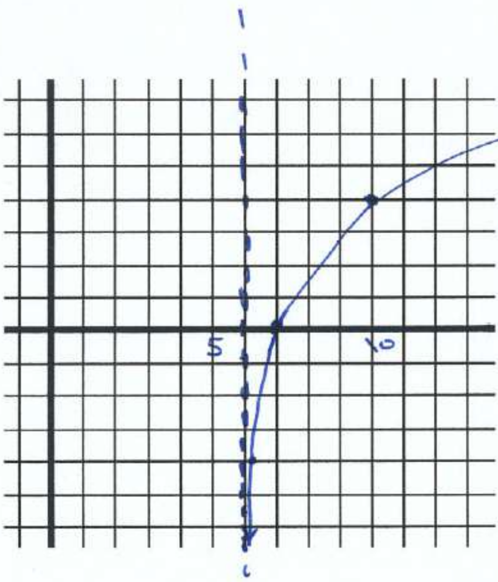
$f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$ (9)

x	$f(x)$
1	0
$\frac{1}{6}$	1
6	-1
36	-2



$f(x) = 4\log_4 (x - 6)$ (10)

x	$f(x)$
7	0
10	4
$6\frac{1}{4}$	-4

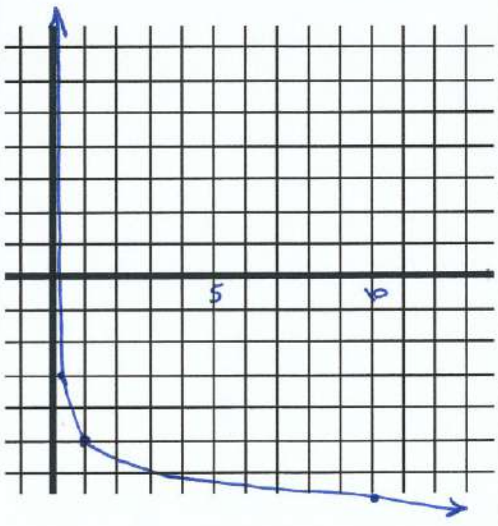


إزاحة 6 وحدات يمين

تمدد رأسي معامله 4

$f(x) = 2\log_{\frac{1}{10}} x - 5$ (11)

x	$f(x)$
1	-5
$\frac{1}{10}$	-3
10	-7



تمدد رأسي معامله 2

إزاحة لأسفل 5 وحدات.

GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام 2-6 حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية الاسم:____________

نواتج التعلّم 1- حل المعادلات اللوغاريتمية. 2 – حل المتباينات اللوغاريتمية .

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x > y$. فإن $x > b^y$.
إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x < y$. فإن $0 < x < b^y$.

إذا كان $b > 1$. فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
ويكون $\log_b x < \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$.

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

(1) $\log_8 x = \frac{4}{3}$

$x = (8)^{\frac{4}{3}}$

$x = 16$

ح : $\{16\}$

(2) $\log_{16} x = \frac{3}{4}$

$x = (16)^{\frac{3}{4}}$

$x = 8$

ح = $\{8\}$

(10) $\log_8 \frac{1}{2} = x$

$\frac{1}{2} = 8^x$

$2^{-1} = 2^{3x}$

$-1 = 3x$

$\frac{-1}{3} = x$

ح = $\{\frac{-1}{3}\}$

(11) $\log_6 \frac{1}{36} = x$

$\frac{1}{36} = 6^x$

$6^{-2} = 6^x$

$-2 = x$

ح = $\{-2\}$

(12) $\log_x 32 = \frac{5}{2}$

$32 = x^{\frac{5}{2}}$

$(32)^{\frac{2}{5}} = x$

$4 = x$

ح = $\{4\}$

(13) $\log_x 27 = \frac{3}{2}$

$27 = x^{\frac{3}{2}}$

$(27)^{\frac{2}{3}} = x$

$9 = x$

ح = $\{9\}$

(14) $\log_3 (3x + 8) = \log_3 (x^2 + x)$

$3x + 8 = x^2 + x$

$x^2 + x - 3x - 8 = 0$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x + 2)(x - 4) = 0$

$x = -2$ ✓

$x = 4$ ✓

ح = $\{-2, 4\}$

(16) $\log_6 (x^2 - 6x) = \log_6 (-8)$

$x^2 - 6x = -8$

مرفوض

لا يوجد حل

(17) $\log_9 (x^2 - 4x) = \log_9 (3x - 10)$

$x^2 - 4x = 3x - 10$

$x^2 - 4x - 3x + 10 = 0$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x - 2)(x - 5) = 0$

$x = +2$ مرفوض

$x = 5$ ✓

ح = $\{5\}$

((مؤسسة تربوية دينية متميزة في إدارتها وأساليبها ومخرجاتها))

حل كل من المتباينات التالية.

(22)

$\log_6 x < -3$

$0 < x < +6^{-3}$

$0 < x < \frac{1}{216}$

$ح = \{x \mid 0 < x < \frac{1}{216}\}$

(23)

$\log_4 x \geq 4$

$x \geq 4^4$

$x \geq 256$

$ح = \{x \mid x \geq 256\}$

(25)

$\log_2 x \leq -2$

$0 < x \leq 2^{-2}$

$0 < x \leq \frac{1}{4}$

$ح = \{x \mid 0 < x \leq \frac{1}{4}\}$

(28)

$\log_2 (4x - 6) > \log_2 (2x + 8)$

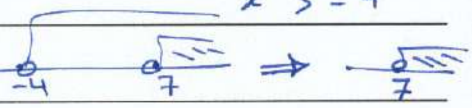
$4x - 6 > 2x + 8 > 0$

$4x - 6 > 2x + 8$ و $2x + 8 > 0$

$2x > 14$ $\quad x > -\frac{8}{2}$

$x > 7$ $\quad x > -4$

الحل المشترك فقط



$ح = \{x \mid x > 7\}$

(29)

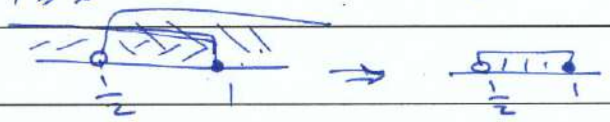
$\log_7 (x + 2) \geq \log_7 (6x - 3)$

$x + 2 \geq 6x - 3 > 0$

$x + 2 \geq 6x - 3$ و $6x - 3 > 0$

$5 \geq 5x$ $\quad x > \frac{3}{6}$

$1 \geq x$ $\quad x > \frac{1}{2}$



$ح = \{x \mid \frac{1}{2} < x \leq 1\}$

(31)

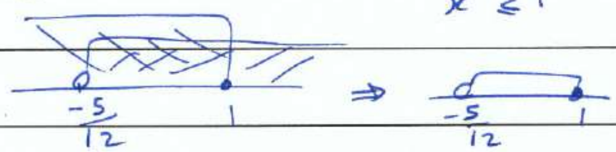
$\log_5 (12x + 5) \leq \log_5 (8x + 9)$

$0 < 12x + 5 \leq 8x + 9$

$0 < 12x + 5$ و $12x + 5 \leq 8x + 9$

$-\frac{5}{12} < x$ $\quad 4x \leq 4$

$x \leq 1$



$ح = \{x \mid -\frac{5}{12} < x \leq 1\}$

GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام **6-3** خواص اللوغاريتمات الاسم:________

نواتج التعلّم 1– تحويل التعابير لأبسط صورة وإيجاد قيمها باستخدام خواصّ اللوغاريتمات.

2 – حل معادلاتٍ لوغاريتميةً باستخدام خواص اللوغاريتمات.

خاصية الضرب	خاصية القسمة	خاصية القوة
$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$.	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$.	$\log_b m^p = p \log_b m$.

استخدم $\log_4 3 \approx 0.7925$,$\log_4 2 = 0.5$ و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدّر قيمة كلّ تعبيرٍ على وجه التقريب.

12 $\log_4 30$

$= \log_4 (5 \times 3 \times 2)$

$= \log_4 5 + \log_4 3 + \log_4 2$

$= 1.1610 + 0.7925 + 0.5$

$= 2.4535$

13 $\log_4 20$

$= \log_4 (5 \times 4)$

$= \log_4 5 + \log_4 4$

$= 1.1610 + 1$

$= 2.1610$

14 $\log_4 \frac{2}{3}$

$= \log_4 2 - \log_4 3$

$= 0.5 - 0.7925$

$= -0.2925$

15 $\log_4 \frac{4}{3}$

$= \log_4 4 - \log_4 3$

$= 1 - 0.7925$

$= 0.2075$

16 $\log_4 9$

$= \log_4 (3 \times 3)$

$= \log_4 3 + \log_4 3$

$= 2\log_4 3$

$= 2(0.7925) = 1.525$

17 $\log_4 8$

$= \log_4 (4 \times 2)$

$= \log_4 4 + \log_4 2$

$= 1 + 0.5$

$= 1.5$

إذا كان لديك $\log_6 8 \approx 1.1606$ و $\log_7 9 \approx 1.1292$، قدّر قيمة كل تعبيرٍ على وجه التقريب. 21

$\log_6 512$ ملحوظة $512 = 8^3$

$= \log_6 8^3$

$= 3 \log_6 8$

$= 3(1.1606)$

$= 3.4818$

$\log_7 567$ مسألة خارجية

7	567
9	81
9	9
	1

$= \log_7 (7 \times 9^2)$

$= \log_7 7 + \log_7 9^2$

$= 1 + 2\log_7 9$

$= 1 + 2(1.1292) = 3.2584$

5

(5)

تسلّق الجبال مع زيادة الارتفاع، ينخفض الضغط الجوي للهواء. ويعطى قانون حساب الضغط بناءً على الارتفاع بالعلاقة $a = 15{,}500\,(5 - \log_{10} P)$، حيث a يمثل الارتفاع بالأمتار و P يمثّل الضغط بالباسكال (باسكال $1\text{ psi} \approx 6900$). فما قيمة ضغط الهواء عند القمّة بالباسكال لكلٍّ من الجبال المدرجة في الجدول على الجهة اليمنى؟

الجبل	البلد	الارتفاع (m)
إيفرست	نيبال/التبت	8850
تريسولي	الهند	7074
بونيتي	الأرجنتين/تشيلي	6872
ماكينلي	الولايات المتحدة	6194
لوغان	كندا	5959

جبل إيفرست

$8850 = 15500\,(5 - \log_{10} P)$

$\frac{8850}{15500} = 5 - \log_{10} P$

$\log_{10} P = 5 - \frac{8850}{15500}$

$P = 10^{\left(5 - \frac{8850}{15500}\right)}$

$= \boxed{26855.43912}$ باسكال

باقي الجبال بنفس الطريقة

مثال جبل تريسولي

$P = 10^{\left(5 - \frac{7074}{15500}\right)}$

$= 34963.33917$ باسكال

بونيتي ← 36028.41539 باسكال

ماكينلي ← 39846.21709 باسكال

لوغان ← 41261.82066 باسكال

المثابرة حلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

(23)

$\log_3 56 - \log_3 n = \log_3 7$

$\cancel{\log_3} \frac{56}{n} = \cancel{\log_3} 7$

$\frac{56}{n} = \frac{7}{1}$

$7n = 56$

$n = \frac{56}{7}$

$\boxed{n = 8}$

(25)

$5 \log_2 x = \log_2 32$

$\cancel{\log_2} x^5 = \cancel{\log_2} 32$

$x^5 = 32$

$x = (32)^{\frac{1}{5}}$

$\boxed{x = 2}$

(26)

$\log_{10} a + \log_{10} (a + 21) = 2$

$\log_{10} [a(a+21)] = 2$

$a(a+21) = 10^2$

$a^2 + 21a - 100 = 0$

$(a-4)(a+25) = 0$

$a = 4$ ✓

$a = -25$ مرفوض

حل دخيل

مجموعة الحل $\{4\}$

(6)

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام — 6-4 اللوغاريتمات العادية — الاسم:________

نواتج التعلّم

1– حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.

2 – إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية باستخدام قانون تغيير الأساس.

قانون تغيير الأساس $\log_a n = \dfrac{\log_b n}{\log_b a}$

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل تعبير مما يلي مع التقريب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

① $\log 5$	② $\log 21$	③ $\log 0.4$
$\approx 0.69897\ldots$	$\approx 1.322219\ldots$	$\approx -0.39794\ldots$
≈ 0.6990	≈ 1.3222	≈ -0.3979

علوم كمية الطاقة E، مقدرةً بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استخدم المعادلة لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

$\log E = 11.8 + 1.5(8.5)$

$E = 10^{[11.8 + 1.5(8.5)]} \approx 3.55 \times 10^{24}$

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

⑥ $6^x = 40$

$x = \log_6 40$

$= \dfrac{\log 40}{\log 6}$

$= 2.0588$

⑦ $2.1^{a+2} = 8.25$

$a+2 = \log_{2.1} 8.25$

$a = \dfrac{\log 8.25}{\log 2.1} - 2$

$= 0.8442$

⑧ $7^{x^2} = 20.42$

$x^2 = \log_7 20.42$

$x = \mp\sqrt{\log_7 20.42}$

$= \mp\sqrt{\dfrac{\log 20.42}{\log 7}}$

$= \mp 1.2451$

⑨ $11^{b-3} = 5^b$

$b-3 = \log_{11} 5^b$

$b-3 = b\log_{11} 5$

$b - b\log_{11} 5 = 3$

$b(1-\log_{11} 5) = 3$

$b = \dfrac{3}{1-\dfrac{\log 5}{\log 11}}$

$= 9.1237$

⑦

أوجد حل كل متباينة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

10

$5^{4n} > 33$

$4n > \log_5 33$

$n > \frac{\log 33}{4\log 5}$

$n > 0.5431$

$ع = \{n \mid n > 0.5431\}$

11

$6^{p-1} \leq 4^p$

$p - 1 \leq \log_6 4^p$

$p - 1 \leq p \log_6 4$

$p - p\log_6 4 \leq 1$

$p(1 - \log_6 4) \leq 1$

$p \leq \frac{1}{1 - \frac{\log 4}{\log 6}}$

$p \leq 4.4190$

$ع = \{p \mid p \leq 4.4190\}$

عبّر عن كل لوغاريتم بدلالة اللوغاريتمات العادية. ثم قرّب قيمته لأقرب جزء من عشرة آلاف.

12

$\log_3 7$

$= \frac{\log 7}{\log 3} = 1.7712$

14

$\log_9 13$

$= \frac{\log 13}{\log 9} = 1.1674$

GOVERNMENT OF DUBAI حكومة دبي

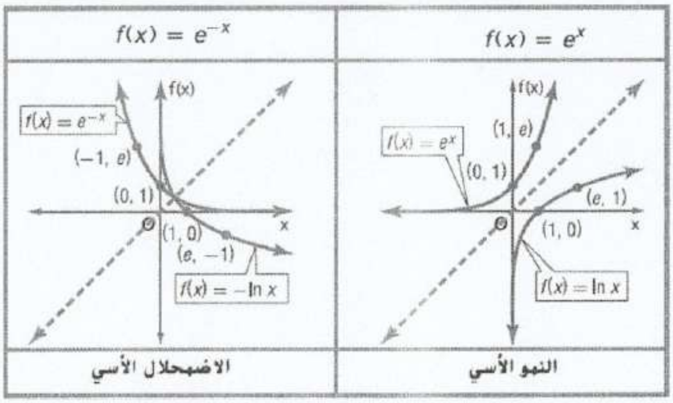
MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام 6-5 الأساس e واللوغاريتمات الطبيعية الاسم:______________

نواتج التعلّم 1 – إيجاد قيم التعابير المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم الطبيعي.

2 – حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.



المرابحة المركبة المستمرة	$A = Pe^{rt}$
A هو المبلغ في الحساب بعد t أعوام. P هو المبلغ الأصلي المُستثمر r هو معدل المرابحة السنوي.	

اكتب دالة أسية أو لوغاريتمية مكافئة.

(1) $e^x = 30$

$x = \ln 30$

(2) $\ln x = 42$

$x = e^{42}$

(3) $e^3 = x$

$3 = \ln x$

(4) $\ln 18 = x$

$18 = e^x$

اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم مفرد.

(5) $3 \ln 2 + 2 \ln 4$

$= \ln 2^3 + \ln 4^2$

$= \ln (2^3 \times 4^2)$

$= \ln (2^3 \times 2^4)$

$= \ln 2^7$

$= 7 \ln 2$

(6) $5 \ln 3 - 2 \ln 9$

$\cancel{5} \ln 3^5 - \ln 9^2$

$= \ln \frac{3^5}{3^4}$

$= \ln 3$

(7) $3 \ln 6 + 2 \ln 9$

$= \ln 6^3 + \ln 9^2$

$= \ln (6^3 \times 9^2)$

$= \ln 17496$

(8) $3 \ln 5 + 4 \ln x$

$= \ln 5^3 + \ln x^4$

$= \ln 5^3 x^4$

$= \ln 125 x^4$

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(9) $5e^x - 24 = 16$

$5e^x = 16 + 24$

$5e^x = 40$

$e^x = 8$

$x = \ln 8$

$x = 2.0794$

(11) $3e^{-3x} + 4 = 6$

$3e^{-3x} = 6 - 4$

$3e^{-3x} = 2$

$e^{-3x} = \frac{2}{3}$

$-3x = \ln \frac{2}{3}$

$x = \frac{\ln \frac{2}{3}}{-3}$

$= 0.1352$

(9)

أوجد حل كل معادلة أو متباينة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(13) $\ln 3x = 8$	(14) $-4 \ln 2x = -26$	(15) $\ln (x + 5)^2 < 6$	(18) $5 + e^{-x} > 14$
$3x = e^{8}$	$\ln 2x = \frac{-26}{-4}$	$(x+5)^2 < e^{6}$	$e^{-x} > 14 - 5$
$x = \frac{e^{8}}{3}$	$2x = e^{\frac{26}{4}}$	$\lvert x+5 \rvert < e^{3}$	$e^{-x} > 9$
$= 993.6527$	$x = \frac{e^{\frac{26}{4}}}{2}$	$-e^{3} < x+5 < e^{3}$	$-x > \ln 9$
	$= 332.5708$	$-e^{3} - 5 < x < e^{3} - 5$	$x < -\ln 9$
		$-25.0855 < x < 15.0855$	$x < -2.1972$
		$\{x \mid -25.0885 < x < 15.0855\}$	$\{x \mid x < -2.1972\}$

علوم فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقًا للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$، حيث v هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و t هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

(19)

$10000 = 30e^{0.1t}$

$\frac{10000}{30} = e^{0.1t}$

$\ln \frac{1000}{3} = 0.1t$

$\frac{\ln \frac{1000}{3}}{0.1} = t$

$t \approx 58$ min

ورقة عمل الحادي عشر العام 6-6 استخدام الدوال الأسية و اللوغاريتمية

الاسم: _______________

نواتج التعلّم

1 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أسيًّا.

2 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستيًا.

النمو الأسي	الاضمحلال الأسي	دالة النمو اللوجيستي
يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة $f(x) = ae^{kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل النمو المستمر**.	يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة $f(x) = ae^{-kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل الاضمحلال المستمر**.	$f(t) = \frac{c}{1+ae^{-bt}}$ حيث t تمثل الوقت.

علم الأحياء القديمة يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام. ← اضمحلال أسي ①

a. حدد قيمة k ومعادلة تحلل البوتاسيوم 40.

$\frac{1}{2}a = a e^{-k(1.25\times10^9)}$

$\ln\frac{1}{2} = -k(1.25)(10)^9$

$k = \frac{\ln\frac{1}{2}}{-1.25\times10^9} = 5.545\times10^{-10}$

b. تحتوي عينة حاليًا على 36 ميليجرامًا من البوتاسيوم 40. فكم من الوقت ستستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 مللي جرامًا فقط من البوتاسيوم 40؟

$15 = 36e^{-5.545\times10^{-10}t}$

$\frac{15}{36} = e^{-5.545\times10^{-10}t}$

$\ln\frac{15}{36} = -5.545\times10^{-10}t$

$t = \frac{\ln\frac{15}{36}}{-5.545\times10^{-10}} = 1578843530$ سنة.

c. كم عدد مللي جرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تبقى بعد 300 مليون عام؟

$= 36e^{-5.545\times10^{-10}\times300\times10^{6}}$

$= 30.48$ mg

d. كم الوقت الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثُمن مقداره الأصلي؟

$\frac{1}{8}a = a e^{-5.545\times10^{-10}t}$

$\ln\frac{1}{8} = -5.545\times10^{-10}\times t$

$t = \frac{\ln\frac{1}{8}}{-5.545\times10^{-10}}$

$= 3750120603$

العلوم سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنمو عليه الجراثيم أُسّيًا وفق النموذج $y = 2e^{kt}$، حيث t الوقت بالثواني.

(2)

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فأوجد قيمة k للجراثيم.

$8 = 2e^{k(20)}$ | $\ln 4 = k(20)$

$\frac{8}{2} = e^{k(20)}$ | $k = \frac{\ln 4}{20} = 0.06931$

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعامًا قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

$= 2e^{0.06931(5)}$

$= 2.8284$ خلية

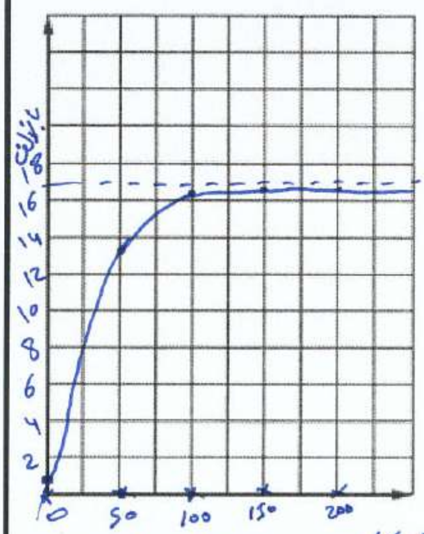
c. هل ستتناول طعامًا سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لِمَ أو لِمَ لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.

نعم. لأنه لم ينمُ أي خلية واحدة في خلال 5 ثواني.

ولكن هناك عوامل أخرى تؤثر على هذا السؤال من حيث نظافة الأرض ونوع الطعام الذي أسقط.

(3) **علم الحيوان** افترض أن تعداد الثعالب الحمراء في موطنها المحدد يتبع الدالة $P(t) = \frac{16,500}{1 + 18e^{-0.085t}}$، حيث t تمثل الوقت بالأعوام.

a. مثّل الدالة بيانيًا عندما يكون $0 \le t \le 200$.



t	$P(t)$
0	868
50	13129
100	16439.7
150	16499.1
200	16499.9

b. ما خط التقارب الأفقي؟ 16 500

c. ما الحد الأقصى للتعداد؟ 16 500 ثعلبًا

d. متى سيصل التعداد إلى 16,450؟

$16450 = \frac{16500}{1 + 18e^{-0.085t}}$ | $e^{-0.085t} = \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}$

$1 + 18e^{-0.085t} = \frac{16500}{16450}$ | $-0.085t = \ln \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}$

$18e^{-0.085t} = \frac{16500}{16450} - 1$ | $t = \frac{\ln \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}}{-0.085} \approx 102$ سنة

(12)

الوحدة السابعة

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام 7-1 ضرب التعابير النسبية وقسمتها الاسم : ____________

نواتج التعلّم 1– تحويل التعابير النسبية لأبسط صورة. 2 – تحويل الكسور المركبة لأبسط صورة.

يطلق على النسبة بين تعبيرين كثيري الحدود مثل $\frac{1700}{d-33}$ **تعبير نسبي**.

الكسر المركب هو تعبير نسبي له بسط و/أو مقام عبارة عن تعبير نسبي أيضًا.

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

1

$$\frac{x^2-5x-24}{x^2-64} = \frac{(x+3)(\cancel{x-8})}{(\cancel{x-8})(x+8)} = \frac{x+3}{x+8}$$

2

$$\frac{c+d}{3c^2-3d^2} = \frac{c+d}{3(c^2-d^2)} = \frac{\cancel{c+d}}{3(c-d)(\cancel{c+d})} = \frac{1}{3(c-d)}$$

3

الاختيار من متعدد حدد جميع قيم x التي يكون عندها $\frac{x+7}{x^2-3x-28}$ غير معرفة.

A $-7, 4$ B $7, 4$ C $4, -7, 7$ $\boxed{\text{D } -4, 7}$

التعبير غير معرّف عند أصفار المقام ← $x^2-3x-28=0$ ← $(x+4)(x-7)=0$

$x=-4$

$x=7$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

4

$$\frac{y^2+3y-40}{25-y^2} = \frac{(\cancel{y-5})(y+8)}{(\cancel{5-y})(5+y)} = \frac{-(y+8)}{5+y}$$

5

$$\frac{a^2x-b^2x}{by-ay} = \frac{x(a^2-b^2)}{y(b-a)} = \frac{x(\cancel{a-b})(a+b)}{y(\cancel{b-a})} = \frac{-x(a+b)}{y}$$

6

$$\frac{\cancel{27}^{3}x^2y^4}{\cancel{16}_{2}yz^3} \cdot \frac{\cancel{8}^{1}z}{\cancel{9}_{1}xy^3} = \frac{3x}{2z^2}$$

7

$$\frac{12x^3y}{13ab^2} \div \frac{36xy^3}{26b} = \frac{\cancel{12}^{1}x^3y}{\cancel{13}_{1}ab^2} \times \frac{\cancel{26}^{2}b}{\cancel{36}_{3}xy^3} = \frac{2x^2}{3y^2ab}$$

8

$$\frac{x^2-4x-21}{x^2-6x+8}\cdot\frac{x-4}{x^2-2x-35}$$

$$=\frac{(x+3)\cancel{(x-7)}}{(x-2)\cancel{(x-4)}}\times\frac{\cancel{(x-4)}}{(x+5)\cancel{(x-7)}}$$

$$=\frac{x+3}{(x-2)(x+5)}$$

9

$$\frac{a^2-b^2}{3a^2-6a+3}\div\frac{4a+4b}{a^2-1}$$

$$=\frac{(a-b)(a+b)}{3(a^2-2a+1)}\times\frac{a^2-1}{4a+4b}$$

$$=\frac{(a-b)\cancel{(a+b)}}{3(a-1)\cancel{(a-1)}}\times\frac{\cancel{(a-1)}(a+1)}{4\cancel{(a+b)}}$$

$$=\frac{(a-b)(a+1)}{12(a-1)}$$

10

$$\frac{\frac{a^3b^3}{xy^4}}{\frac{a^2b}{x^2y}}$$

$$=\frac{a^3b^3x^2y}{a^2b\,x\,y^4}$$

$$=\frac{ab^2x}{y^3}$$

11

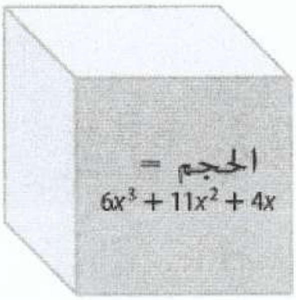
$$\frac{\frac{4x}{x+6}}{\frac{x^2-3x}{x^2+3x-18}}$$

$$=\frac{4x(x^2+3x-18)}{(x^2-3x)(x+6)}$$

$$=\frac{4\cancel{x}\cancel{(x-3)}\cancel{(x+6)}}{\cancel{x}\cancel{(x-3)}\cancel{(x+6)}}$$

$$=4$$

12



التبرير المنطقي يمكن تمثيل حجم حاويات الشحن ذات شكل متوازي مستطيلات بكثيرة الحدود $6x^3 + 11x^2 + 4x$, حيث يكون الارتفاع x.

a. أوجد طول الحاوية وعرضها.

b. أوجد النسبة بين الأبعاد الثلاثة للحاوية عندما تكون $x = 2$.

c. هل ستكون النسبة بين الأبعاد الثلاثة واحدة لجميع قيم x؟

a) الحجم = الطول × العرض × الارتفاع $\quad 6x^3+11x^2+4x = x(6x^2+11x+4)$

$= x(3x+4)(2x+1)$

الارتفاع x ، الطول $3x+4$ ، العرض $2x+1$

b) الارتفاع 2 ، الطول 10 ، العرض 5 ⟸ النسبة $2:5:10$

c) لا، مثال/ عند وضع الارتفاع = 1 ⟸ $1 : 7 : 3$ لا تساوي $2:5:10$

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام   7-2 جمع التعابير النسبية وطرحها   الاسم : ____________

نواتج التعلّم 1– تحديد المضاعف المشترك الأصغر للدوال كثيرة الحدود. 2 – جمع التعابير النسبية وطرحها.

أوجد المضاعف المشترك الأصغر لكل مجموعة من كثيرات الحدود.

(1)

$16x,\ 8x^2y^3,\ 5x^3y$

$2\times2\times2\times2\,(x)$

$2\times2\times2\,(x^2y^3)$

$5\,(x^3y)$

$LCM = 2\times2\times2\times2\times5\,(x^3y^3) = 80x^3y^3$

(2)

$7a^2,\ 9ab^3,\ 21abc^4$

$7\,(a^2)$

$3\times3\,(ab^3)$

$3\times7\,(abc^4)$

$LCM = 7\times3\times3\,(a^2b^3c^4) = 63a^2b^3c^4$

(3)

$3y^2-9y,\ y^2-8y+15$

$3y(y-3)$

$(y-3)(y-5)$

$LCM = 3y(y-3)(y-5)$

(4)

$x^3-6x^2-16x,\ x^2-4$

$x(x^2-6x-16) = x(x+2)(x-8)$

$(x-2)(x+2)$

$LCM = x(x+2)(x-2)(x-8)$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

(5)

$\frac{12y}{5x}+\frac{5x}{4y^3}$

المقام المشترك الأصغر

$20xy^3$

$=\frac{12y\,(4y^3)}{5x\,(4y^3)}+\frac{5x\,(5x)}{4y^3\,(5x)}$

$=\frac{48y^4+25x^2}{20xy^3}$

(7)

$\frac{7b}{12a}-\frac{1}{18ab^3}$

المقام المشترك الأصغر

$36ab^3$

$2\times2\times3$ $2\times3\times3$ $\rightarrow LCM = 2\times2\times3\times3 = 36$

$=\frac{7b\,(3b^3)}{12a\,(3b^3)}-\frac{1\,(2)}{18ab^3\,(2)}$

$=\frac{21b^4-2}{36ab^3}$

(9)

$$\frac{4x}{x^2+9x+18}+\frac{5}{x+6}$$

$$=\frac{4x}{(x+3)(x+6)}+\frac{5(x+3)}{(x+6)(x+3)}$$

$$=\frac{4x+5x+15}{(x+3)(x+6)}=\boxed{\frac{9x+15}{(x+3)(x+6)}}$$

(10)

$$\frac{8}{y-3}+\frac{2y-5}{y^2-12y+27}$$

$$=\frac{8(y-9)}{(y-3)(y-9)}+\frac{2y-5}{(y-3)(y-9)}$$

$$=\frac{8y-72+2y-5}{(y-3)(y-9)}$$

$$=\boxed{\frac{10y-77}{(y-3)(y-9)}}$$

(12)

$$\frac{3a+2}{a^2-16}-\frac{7}{6a+24}$$

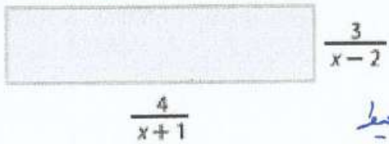
$$=\frac{6(3a+2)}{6(a-4)(a+4)}-\frac{7(a-4)}{6(a+4)(a-4)}$$

$$=\frac{18a+12-7a+28}{6(a-4)(a+4)}$$

$$=\boxed{\frac{11a+40}{6(a-4)(a+4)}}$$

(13)

هندسة أوجد محيط المستطيل.



المحيط $= 2$ (الطول + العرض)

$$P=2\left(\frac{3}{x-2}+\frac{4}{x+1}\right)$$

$$=2\left(\frac{3(x+1)}{(x-2)(x+1)}+\frac{4(x-2)}{(x+1)(x-2)}\right)$$

$$=2\left(\frac{3x+3+4x-8}{(x-2)(x+1)}\right)$$

$$=\boxed{\frac{14x-10}{(x-2)(x+1)}}$$

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

(14)

$$\frac{4+\frac{2}{x}}{3-\frac{2}{x}}=\frac{\frac{4x}{x}+\frac{2}{x}}{\frac{3x}{x}-\frac{2}{x}}=\frac{\frac{4x+2}{\cancel{x}}}{\frac{3x-2}{\cancel{x}}}$$

$$=\boxed{\frac{4x+2}{3x-2}}$$

(16)

$$\frac{\frac{3}{x}+\frac{2}{y}}{1+\frac{4}{y}}=\frac{\frac{3y}{xy}+\frac{2x}{xy}}{\frac{y}{y}+\frac{4}{y}}=\frac{\frac{3y+2x}{xy}}{\frac{y+4}{y}}$$

$$=\frac{y(3y+2x)}{(y+4)(xy)}$$

$$=\boxed{\frac{3y+2x}{x(y+4)}}=\boxed{\frac{3y+2x}{xy+4x}}$$

GOVERNMENT OF DUBAI

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام 7-3 تمثيل دوال المقلوب بيانياً الاسم :____________

نواتج التعلّم 1– تحديد خصائص دوال المقلوب. 2 – تمثيل تحويلات دوال المقلوب بيانياً.

تضم **دالة المقلوب** معادلة لها الصيغة $f(x) = \frac{1}{a(x)}$، حيث $a(x)$ دالة خطية و $a(x) \neq 0$.

نوع التمثيل البياني: **قطع زائد**

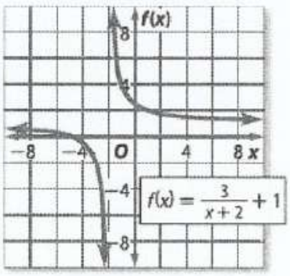
تحويلات دوال المقلوب

$$f(x) = \frac{a}{x-h} + k$$

h – الإزاحة الأفقية k – الإزاحة الرأسية a – الاتجاه والشكل

حدّد الخطوط المقاربة والمجال والمدى لكل دالة.

1



المركز $(-2, 1)$

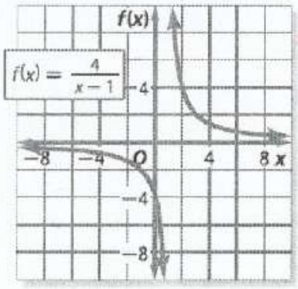
خط التقارب الرأسي $\cancel{x} = -2$

خط التقارب الأفقي $\cancel{y} = 1$

D المجال $= R - \{-2\}$

R المدى $= R - \{1\}$

2



المركز $(1, 0)$

خط التقارب الرأسي $x = 1$

خط التقارب الأفقي $y = 0$

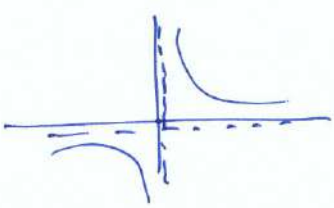
$D = R - \{1\}$

$R = R - \{0\}$

مثّل كل دالة بيانيًا. واذكر المجال والمدى.

3

$f(x) = \frac{5}{x}$ المركز $(0, 0)$

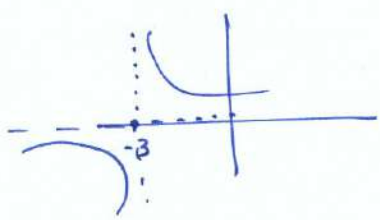


$D = R - \{0\}$

$R = R - \{0\}$

4

$f(x) = \frac{2}{x+3}$ المركز $(-3, 0)$

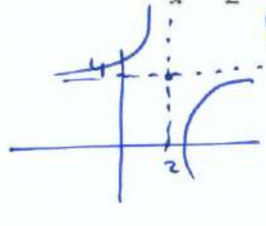


$D = R - \{-3\}$

$R = R - \{0\}$

5

$f(x) = \frac{-1}{x-2} + 4$ المركز $(2, 4)$



$D = R - \{2\}$

$R = R - \{4\}$

5

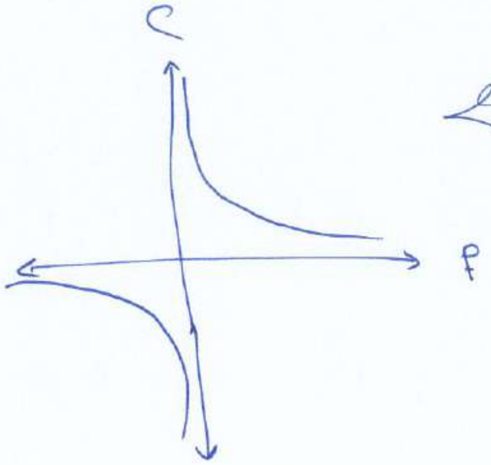
التبرير المنطقي تخطط مجموعة من الأصدقاء لتقديم قسيمة هدية لقائد المجموعة الشبابية لقضاء يوم في منتجع صحي. تبلغ تكلفة القسيمة AED 150.

6

a. إذا كانت c تمثل التكلفة على كل صديق وكانت f تمثل عدد الأصدقاء، فاكتب معادلة لتمثيل التكلفة على كل صديق كدالة لعدد الأصدقاء الذين قدموا المال.

b. مثل الدالة بيانيًا.

C. وضح أي قيود على المجال أو المدى في هذا الموقف.



(a) $c = \frac{150}{f}$

(c) المجال هو الموجب فقط حيث عدد الأصدقاء
ويجب أن يكون عدد صحيح موجب.

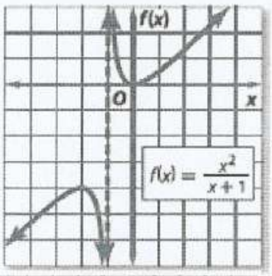
المدى : يجب أن لا تزيد تكلفة العدد الواحد عن 150
من التكلفة الإجمالية
ولا يجب أن تكون التكلفة بالسالب.

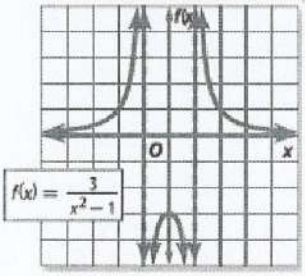
$0 <$ المدى ≤ 150

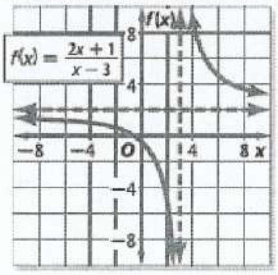
6

ورقة عمل الحادي عشر العام **7-4 التمثيل البياني للدوال النسبية** **الاسم :** ____________

نواتج التعلّم
1- التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية.
2 - التمثيل البياني للدوال النسبية ذات الخط المقارب المائل ونقطة الانفصال.





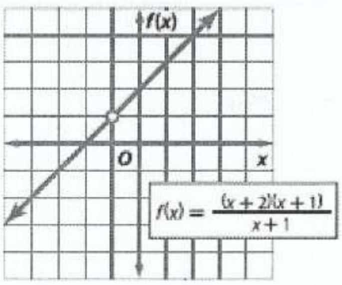


الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية

إذا كانت $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$، وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1، وكان $b(x) \neq 0$، فإن:

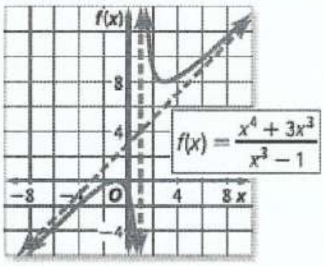
- $f(x)$ لها **خط مقارب رأسي** عندما تكون $b(x) = 0$.
- $f(x)$ لها **خط مقارب أفقي** واحد على الأكثر.
  - إذا كانت درجة $a(x)$ أكبر من درجة $b(x)$، فلا يوجد خط مقارب أفقي. $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$
  - إذا كانت درجة $a(x)$ أقل من درجة $b(x)$، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y = 0$. $f(x) = \frac{3}{x^2-1}$
  - إذا كانت درجة $a(x)$ تساوي درجة $b(x)$، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y = \frac{a(x) \text{ المعامل الرئيسي لـ}}{b(x) \text{ المعامل الرئيسي لـ}}$ $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$

نقطة الانفصال



إذا كانت $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$، $b(x) \neq 0$، $x - c$ عوامل لكل من $a(x)$ و $b(x)$، فسيوجد نقطة الانفصال عند $x = c$.

الخط المقارب المائل



الخط المقارب المائل: $f(x) = x + 3$

إذا كانت $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$، وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1 وكانت $b(x) \neq 0$، فإن $f(x)$ لها خط مقارب مائل إذا كانت درجة $a(x)$ مطروحًا منها درجة $b(x)$ تساوي 1. وتكون معادلة الخط المقارب هي $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$ بدون باقٍ.

مثّل كل دالة بيانيًا.

1

$$f(x) = \frac{x^4 - 2}{x^2 - 1}$$

أصفار المقام $x^2 - 1 = 0$

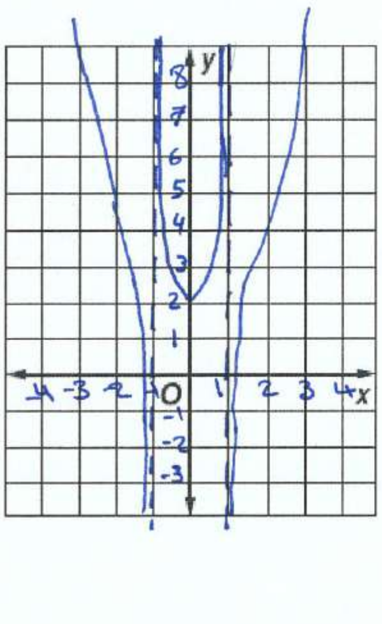
$x^2 = 1$

$x = \mp 1$

خطوط التقارب الرأسي $x = 1$ ، $x = -1$

خطوط التقارب الأفقي لا يوجد

x	-2	-1.5	-1	$-\frac{1}{2}$	0	0.5	1	1.5	2	3
y	4.7	2.45	//	2.5	2	2.6	//	2.45	4.7	9.9



16

$$f(x) = \frac{x - 3}{x + 1}$$

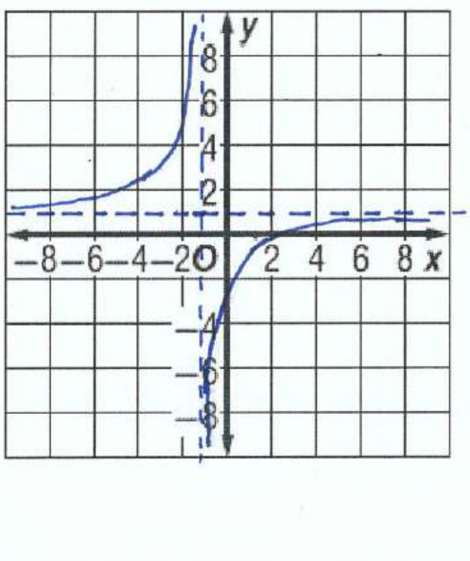
أصفار المقام $x + 1 = 0$

$x = -1$

خط التقارب الرأسي $x = -1$

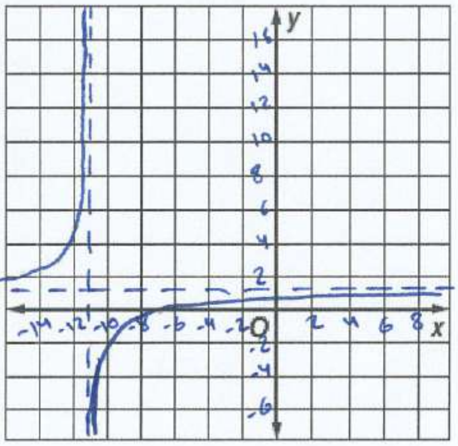
خط التقارب الأفقي $y = \frac{1}{1} = 1$

x	-4	-3	-2	-1.5	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	2	3
y	2.3	3	5	9	//	-7	-3	-1	-0.3	0



الاستنتاج يتخذ حسن موقع المهاجم بفريق كرة القدم لمدرسته الثانوية. وفي هذا الموسم، حقق حتى الآن 7 من 11 هدفًا. ويود تحسين نسبة الأهداف الخاصة به. فإذا كان بإمكانه تحقيق x هدفًا متتابعًا، فيمكن تحديد نسبه أهدافه باستخدام الدالة $P(x) = \frac{7 + x}{11 + x}$.

3



a. مثّل الدالة بيانيًا.

b. أي جزء من التمثيل البياني يعتبر ذي معنى في سياق المسألة؟

c. اذكر معنى تقاطع المحور الرأسي.

d. ما معادلة الخط المقارب الأفقي؟ اشرح معناها فيما يتعلق بنسبة أهداف حسن.

(a) خط التقارب الرأسي $\rightarrow x = -11$

خط التقارب الأفقي $\rightarrow y = \frac{1}{1} = 1$ $\frac{-7}{0}$

x	-14	-13	-12	-11.5	-11	-10.5	-10	-9	-8	0	2	3
y	2.3	3	5	9	∄	-7	-3	-1	-0.3	0.6	0.6	0.7

(b) الربع الأول فقط حيث x عدد موجب

(c) يمثل نقطة التقاطع $(0, 0.636)$ يعني نسبة الأهداف الحالية 63.6 %

(d) $y = 1$ أقصى نسبة مئوية للأهداف يمكن الوصول إليها وهي 100 % ولن يصل لها لأنه أهدر بالفعل 4 أهداف

مثّل كل دالة بيانيًا.

4

$$f(x) = \frac{6x^2 - 3x + 2}{x}$$

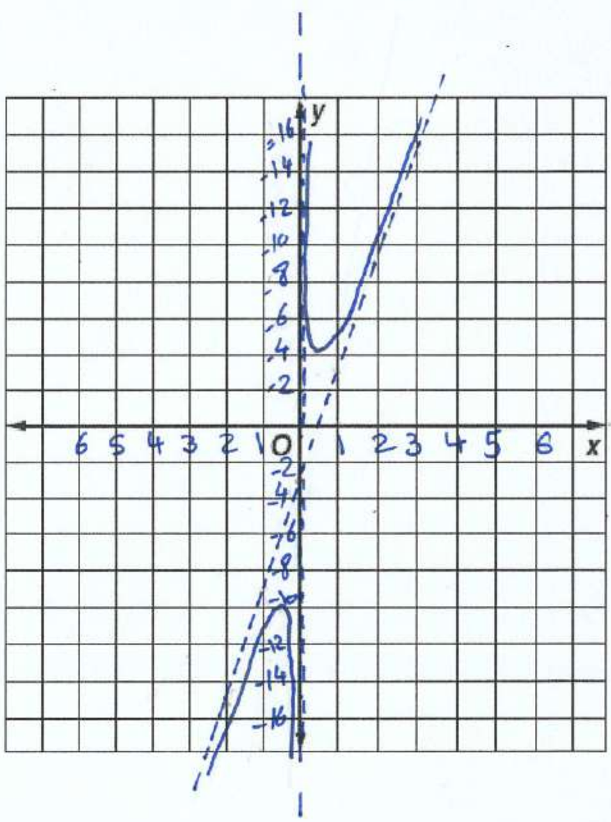
خط التقارب الرأسي $\rightarrow x = 0$

$$\begin{array}{r} 6x - 3 \\ x \overline{)\, 6x^2 - 3x + 2} \\ \underline{6x^2 } \\ -3x \\ \underline{-3x } \\ +2 \end{array}$$

خط التقارب المائل $y = 6x - 3$

خط التقارب الأفقي $\rightarrow$ لا يوجد

x	-4	-3	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2	3	4
y	-27.5	-21.7	-16	-11	-10	∄	4	5	10	15.7	21.5

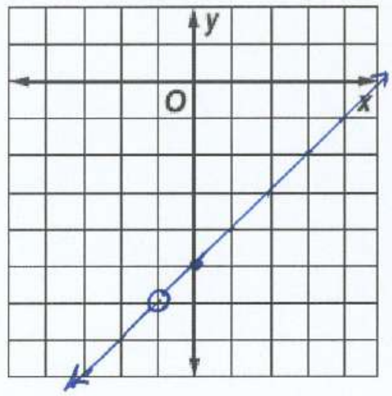


مثّل كل دالة بيانيًا.

$f(x) = \dfrac{x^2 - 4x - 5}{x + 1}$ 6

$f(x) = \dfrac{\cancel{(x+1)}(x-5)}{\cancel{x+1}} = x - 5$

توجد نقطة انفصال عند $\boxed{-1}$ ولا يوجد خط تقارب رأسي



GOVERNMENT OF DUBAI — حكومة دبي

MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام 7-5 حل المعادلات والمتباينات النسبية الاسم : ____________

نواتج التعلّم 1– حل المعادلات النسبية. 2 – حل المتباينات النسبية.

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من حلك.

(1) $\frac{4}{7}+\frac{3}{x-3}=\frac{53}{56}$

$LCM = 56(x-3)$

$\frac{4\,(\cancel{56}^{8})(x-3)}{\cancel{7}} + \frac{3(56)\cancel{(x-3)}}{\cancel{x-3}} = \frac{53(\cancel{56})(x-3)}{\cancel{56}}$

ملاحظة:

$x \neq 3$

$32x-96+168 = 53x-159$

$-96+168+159 = 53x-32x$

$231 = 21x$

(5) $\frac{8}{x-5}-\frac{9}{x-4}=\frac{5}{x^2-9x+20}$

$(x-4)(x-5)$

$LCM = (x-4)(x-5)$

$\frac{8(x-4)\cancel{(x-5)}}{\cancel{x-5}} - \frac{9\cancel{(x-4)}(x-5)}{\cancel{x-4}} = \frac{5\cancel{(x-4)}\cancel{(x-5)}}{\cancel{(x-4)}\cancel{(x-5)}}$

ملحوظة

$x \neq 4$

$x \neq 5$

$8x-32-9x+45 = 5$

$-x = 5-45+32$

$\boxed{x=8}$

البنية لدى نورة 4.5 كيلوجرام من الفاكهة المجففة وتبيع كل كيلوجرام منها مقابل 51 AED. وتود أن تعرف كم تحتاج من كيلوجرام مزيج المكسرات المباعة مقابل 36 AED لكيلوجرام لتصنع مزيجًا من المكسرات والفاكهة المجففة يباع مقابل 40 AED للرطل. كم عدد كيلوجرام مزيج المكسرات اللازم.

9

(كمية ₁ × سعر ₁) + (كمية ₂ + سعر ₂) = (كمية الخليط × سعر الخليط)

$51(4.5) + (36)m = 40(4.5 + m)$

$229.5 + 36m = 180 + 40m$

$229.5 - 180 = 40m - 36m$

$49.5 = 4m$

$kg\ \boxed{12.38} = m$

الكيمياء كم عدد ميلليترات محلول حمضي بتركيز 20% التي يجب إضافتها إلى 30 ميلليترًا من محلول حمضي بتركيز 75% للحصول على محلول حمضي بتركيز 30%؟

22

(كمية ₁ × نسبة ₁) + (كمية ₂ × نسبة ₂) = (كمية الخليط × نسبة الخليط)

$0.20(m) + 0.75(30) = 0.30(m + 30)$

$0.20m + 22.5 = 0.30m + 9$

$0.20m - 0.30m = 9 - 22.5$

$-0.10m = -13.5$

$\boxed{m = 135}$

المسافة يبلغ متوسط سرعة قيادة موزة لدراجتها 11.5 كيلو متراً في الساعة. وتقوم برحلة ذهاب وعودة بمسافة 40 كيلو متراً. وتستغرق 3 ساعات و 50 دقيقة. ما متوسط سرعة الرياح؟

10

الزمن = المسافة / السرعة

زمن الرحلة كاملة = زمن العودة + زمن الذهاب

$\frac{20}{11.5+r} + \frac{20}{11.5-r} = 3\frac{50}{60}$

$\frac{20(11.5-r) + 20(11.5+r)}{(11.5+r)(11.5-r)} = 3\frac{5}{6}$

$\frac{230 - \cancel{20r} + 230 + \cancel{20r}}{132.25 - r^2} = \frac{23}{6}$

$132.25 - r^2 = \frac{6(460)}{23}$

$r^2 = 132.25 - 120$

$r = 3.5\ km/h$

السفر جوًا تستغرق إحدى الطائرات 20 ساعة لتطير إلى وجهتها عكس اتجاه الرياح. تستغرق رحلة العودة 16 ساعة. إذا كان متوسط سرعة الطائرة في الهواء الساكن 500 ميل في الساعة، فما متوسط سرعة الرياح أثناء الرحلة؟

31

زمن الذهاب $\rightarrow \frac{d}{500-r} = 20 \rightarrow d = 20(500-r)$ — ①

زمن العودة $\rightarrow \frac{d}{500+r} = 16 \rightarrow d = 16(500+r)$ — ②

من ① ، ② $\rightarrow \overset{5}{\cancel{20}}(500-r) = \overset{4}{\cancel{16}}(500+r)$

$2500 - 5r = 2000 + 4r$

$500 = 9r \Longrightarrow r = \frac{500}{9} = \boxed{55.6}\ mph$

12

المباني تستطيع مجموعة بدر التطوعية بناء مرأب في 12 ساعة. وتستطيع مجموعة شيماء بناء مرأب في 16 ساعة. كم من الزمن سيستغرقان إذا عملا معًا؟

24

إنجاز بدر + إنجاز شيماء = إنجاز المرأب

سرعة إنجاز بدر $= \frac{1}{12}$

سرعة إنجاز شيماء $= \frac{1}{16}$

$$\frac{1}{12}t + \frac{1}{16}t = 1$$

$$t\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{16}\right) = 1$$

$$t = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{16}} = \frac{48}{7} = 6.857h$$

العمل يعمل أيوب وفارس في تلميع السيارات. ويستطيع أيوب تلميع إحدى السيارات في 60 دقيقة بينما يستطيع فارس تلميع نفس السيارة في 80 دقيقة. ويخطط الاثنان إلى تلميع نفس السيارة معًا ويودان معرفة كم من الزمن سيستغرق ذلك.

11

إنجاز أيوب + إنجاز فارس = إنجاز سيارة واحدة

سرعة أيوب $= \frac{1}{60}$

سرعة فارس $= \frac{1}{80}$

$$\frac{1}{60}t + \frac{1}{80}t = 1$$

$$t\left(\frac{1}{60} + \frac{1}{80}\right) = 1$$

$$t = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{1}{80}}$$

$$t = \frac{240}{7} = 34.285 \text{ min}$$

12

حُـلّ كل من المتباينات التالية. تحقق من صحة الحل.

$$\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} > \frac{2}{3}$$

المرفوضة $x \neq 0$

$$\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} = \frac{2}{3} \quad LCM = 30x$$

$$\frac{3(30x)}{5x} + \frac{30x}{6x} = \frac{2(30x)}{3}$$

$$18 + 5 = 20x$$

$$23 = 20x$$

$$1.15 = \frac{23}{20} = x$$

اختبار المناطق

× | 0 | ✓ | 1.15 | ×

$\frac{3}{5(-1)} + \frac{1}{6(-1)} > \frac{2}{3}$ مرفوض

$\frac{3}{5(1)} + \frac{1}{6(1)} > \frac{2}{3}$

$\frac{3}{5(2)} + \frac{1}{6(2)} > \frac{2}{3}$

نعوض من كل فترة بمثال

مجموعة الحل $= \{x \mid 0 < x < 1.15\}$

$$\frac{1}{4c} + \frac{1}{9c} < \frac{1}{2}$$

13

المرفوضة $c \neq 0$

$LCM = 36c$

$$\frac{36c}{4c} + \frac{36c}{9c} = \frac{36c}{2}$$

$$9 + 4 = 18c$$

$$13 = 18c$$

$$0.722 = \frac{13}{18} = c$$

اختبار المناطق

✓ | 0 | × | $\frac{13}{18}$ | ✓

$\frac{1}{4(-1)} + \frac{1}{9(-1)} < \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4(\frac{1}{2})} + \frac{1}{9(\frac{1}{2})} < \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4(2)} + \frac{1}{9(2)} < \frac{1}{2}$

مجموعة الحل $= \{c \mid c < 0$ أو $c > \frac{13}{18}\}$

13

الوحدة

الثامنة

ورقة عمل الحادي عشر العام 8-1 صيغتا نقطة المنتصف و المسافة

الاسم : ____________

نواتج التعلّم

1- إيجاد نقطة منتصف قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي.

2- إيجاد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي.

نقطة المنتصف	صيغة المسافة
$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$	$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

الدقة أوجد نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة ذات النقطتين الطرفيتين عند الإحداثيات المعطاة.

$(-12, -2), (-10.5, -6)$

$M\left(\frac{12+(-10.5)}{2}, \frac{-2+(-6)}{2}\right)$

$M(0.75, -4)$

$(-4, 7), (3, 9)$

$M\left(\frac{-4+3}{2}, \frac{7+9}{2}\right)$

$M\left(-\frac{1}{2}, 8\right)$

أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط المعطاة إحداثياتها.

$(0.25, 1.75), (3.5, 2.5)$

$d=\sqrt{(0.25-3.5)^2+(1.75-2.5)^2}$

$=\frac{\sqrt{178}}{4}=3.34$

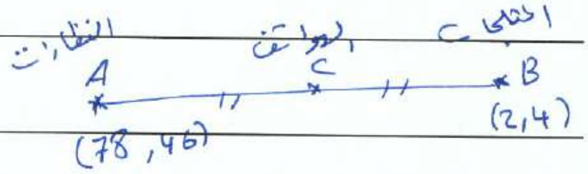
$(3, -5), (13, -11)$

$d=\sqrt{(3-13)^2+(-5-(-11))^2}$

$=2\sqrt{34}=11.66$

اختيار من متعدّد وُضعت شبكة أرقام فوق خريطة مركز تجاري. يقع كشك بيع الهواتف المحمولة في منتصف الطريق بين متجر المثلجات اللذيذة ومتجر رؤية للنظارات. إذا كان متجر المثلجات اللذيذة يقع عند النقطة (2, 4) ومتجر النظارات عند النقطة (78, 46). أوجد المسافة بين الكشك ومتجر النظارات.

A 43.4 وحدة **B** 47.2 وحدة **C** 62.4 وحدة **D** 94.3 وحدة



$AB=\sqrt{(78-2)^2+(46-4)^2}$

$=86.83$

$AC=\frac{86.83}{2}=\boxed{43.4}$

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

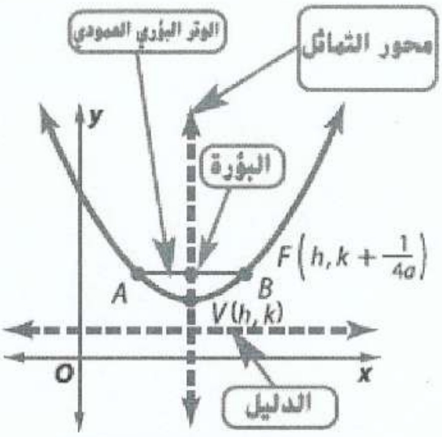
MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام — 8-2 القطوع المكافئة — الاسم : ____________

نواتج التعلّم 1– كتابة معادلات القطوع المكافئة بالصيغة القياسية. 2 – تمثيل القطوع المكافئة بيانيًا.

يمكن تعريف القطع المكافئ بأنه مجموعة جميع النقاط في المستوى التي تبعد مسافةً واحدةً عن نقطةٍ معطاةٍ تدعى البؤرة ومستقيمٍ معطىً يدعى الدليل.



$y = a(x-h)^2 + k$

الصيغة القياسية $y = a(x-h)^2 + k$ هي $x = h$
الصيغة العامة $y = ax^2 + bx + c$

معادلات القطوع المكافئة ذات محاور التماثل رأسية لها الدالة الأم $y = x^2$ وتأخذ الصيغة $y = a(x-h)^2 + k$ وهي دوال.

معادلات القطوع المكافئة ذات محاور التماثل الأفقية لها الدالة الأم $x = y^2$ وتأخذ الصيغة $x = a(y-k)^2 + h$ وهي ليست دوال.

البؤرة	الدليل	طول الوتر البؤري العمودي
$+\frac{1}{4a}$	$-\frac{1}{4a}$	$\left\lvert\frac{1}{a}\right\rvert$

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. حدد رأس القطع المكافئ ومحور تماثله واتجاه فتحته.

1

$y = 2x^2 - 24x + 40$

$y = 2(x^2 - 12x + 36) + 40 - 2(36)$

$= 2(x-6)^2 - 32$ ⟵ الصيغة القياسية

الرأس $(6, -32)$

محور التماثل $x = 6$

اتجاه فتحته للأعلى

4

$x + 3y^2 + 12y = 18$

$x = -3y^2 - 12y + 18$

$= -3(y^2 + 4y + 4) + 18 + 3(4)$

$= -3(y+2)^2 + 30$

الرأس $(30, -2)$ ، محور التماثل $y = -2$

اتجاه الفتحة لليسار

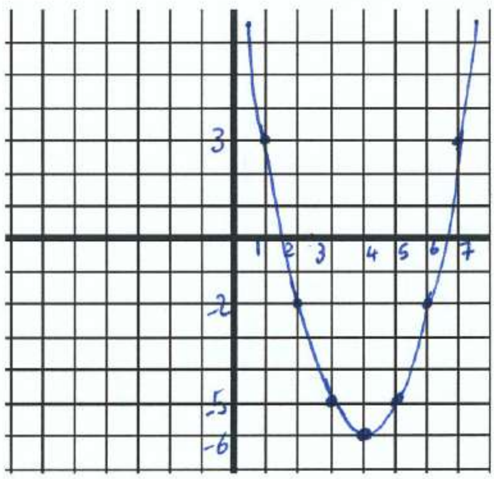
مثّل كل معادلة بيانيًا.

5

$y = (x-4)^2 - 6$

الرأس $(4, -6)$

x	1	2	3	$\boxed{4}$	5	6	7
y	3	-2	-5	$\boxed{-6}$	-5	-2	3



مثّل كل معادلة بيانيًا.

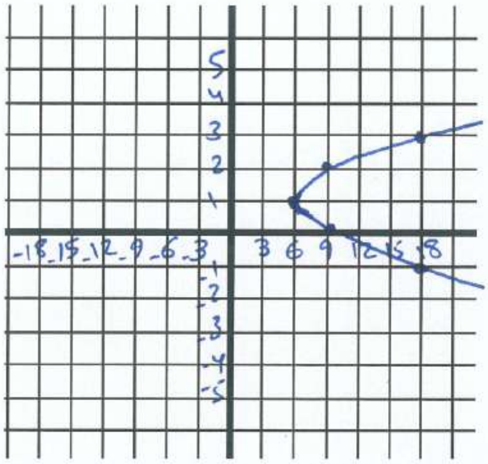
$x = 3y^2 - 6y + 9$ 8

$= 3(y^2 - 2y + 1) + 9 - 3(1)$

$= 3(y-1)^2 + 6$

الرأس $(6, 1)$

x	33	18	9	$\boxed{6}$	9	18	33
y	-2	-1	0	$\boxed{1}$	2	3	4

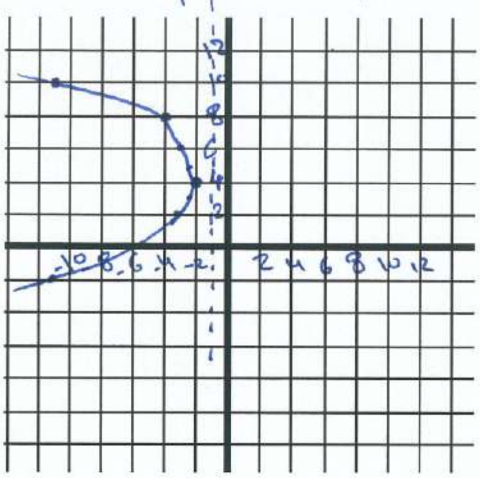


اكتب معادلة لكل قطعٍ مكافئٍ موضح أدناه. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

x	-3	-2.25	-2	-2.25	-3	-11
y	2	3	4	5	6	10

10

الرأس $(-2, 4)$، الدليل $x = -1$



الدليل $x = -2 - \frac{1}{4a}$

$-1 = -2 - \frac{1}{4a}$

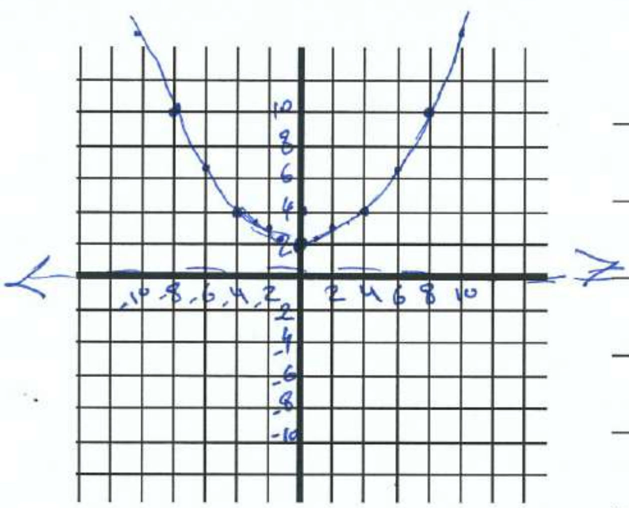
$-1 + 2 = -\frac{1}{4a}$

$1 = \frac{-1}{4a} \Rightarrow a = \frac{-1}{4}$

المعادلة $x = -\frac{1}{4}(y-4)^2 - 2$

9

الرأس $(0, 2)$، البؤرة $(0, 4)$



البؤرة $\left(0, 2 + \frac{1}{4a}\right)$

$4 = 2 + \frac{1}{4a}$

$4 - 2 = \frac{1}{4a}$

$2 = \frac{1}{4a} \rightarrow a = \frac{1}{8}$

$y = \frac{1}{8}(x)^2 + 2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	8	4	6
y	3.125	2.5	2.125	2	2.125	2.5	3.125	10	4	6.5

x	-4	-1	2	3	4	7	10
y	0.9	3.6	4.9	5	4.9	3.6	0.9

اكتب معادلة لكل قطع مكافئٍ موضح أدناه. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

البؤرة (3, 2)، الدليل $y = 8$

(11)

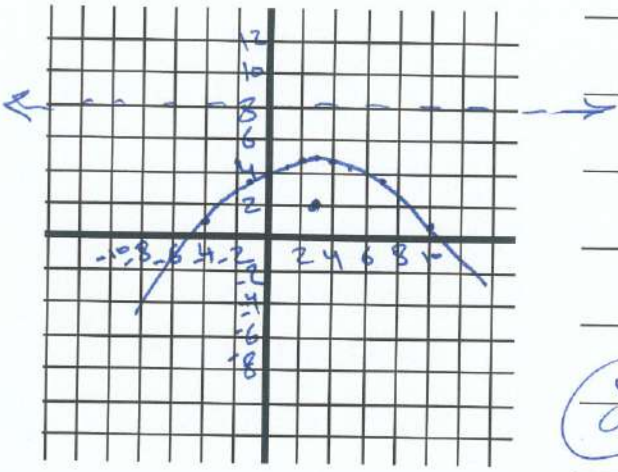
الرأس يقع في منتصف المسافة بين البؤرة والدليل

الرأس (3 , 5)

الدليل $y = 5 - \frac{1}{4a}$

$8 = 5 - \frac{1}{4a} \Rightarrow 3 = -\frac{1}{4a} \Rightarrow a = \frac{-1}{12}$

$y = \frac{-1}{12}(x-3)^2 + 5$



علم الفلك خذ بعين الاعتبار المرآة الزئبقية التي لها شكل قطع مكافئ مثل تلك المذكورة في بداية الدرس. البؤرة ترتفع 6 أقدام فوق الرأس والوتر البؤري العمودي بطول 24 قدمًا.

(13)

a. افترض بأن البؤرة تقع عند نقطة الأصل. اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يشكله الميكروفون ذو شكل القطع المكافئ.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

(a) الرأس (0 , -6)

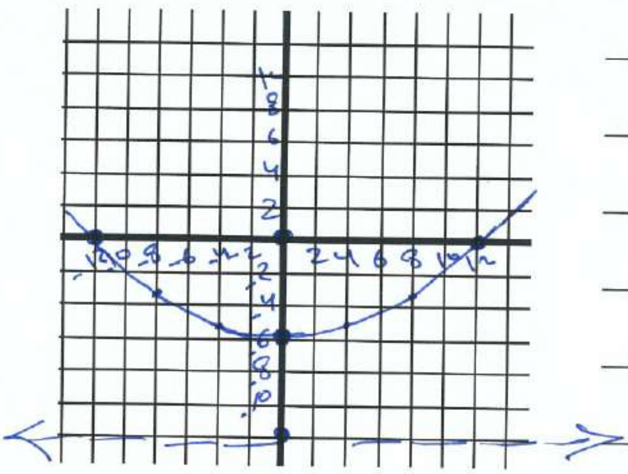
البؤرة (0 , 0)

البؤرة $= (0, -6 + \frac{1}{4a})$

$0 = -6 + \frac{1}{4a}$

$6 = \frac{1}{4a} \Rightarrow a = \frac{1}{24}$

$y = \frac{1}{24}(x)^2 - 6$



(b)

x	-8	-4	-12	0	12	4	8
y	-3.3	-5.3	0	-6	0	-5.3	-3.3

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

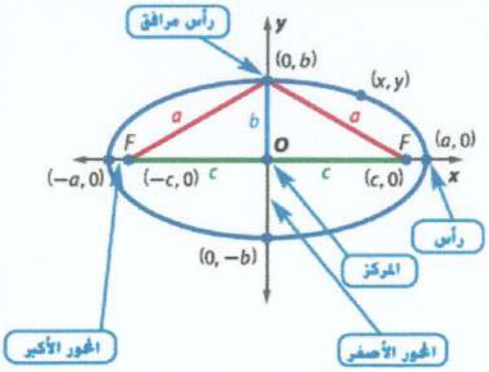
معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام — **8-4 القطوع الناقصة** — الاسم : ____________

نواتج التعلّم 1– كتابة معادلات القطوع الناقصة. 2 – تمثيل القطوع الناقصة بيانيًا.

القطع الناقص هو مجموعة جميع النقاط في مستوى والتي يكون مجموع بعدي كلٍ منها عن نقطتين ثابتتين ثابتًا. يُطلق على هاتين النقطتين **البعدين البؤريين** للقطع الناقص.

يقع البعدان البؤريان للقطع الناقص دائمًا على المحور الأكبر. النقاط الطرفية للمحور الأكبر هي **رؤوس** القطع الناقص والنقاط الطرفية للمحور الأصغر هي **الرؤوس المرافقة** للقطع الناقص.



معادلات القطوع الناقصة التي يقع مركزها عند (h, k)

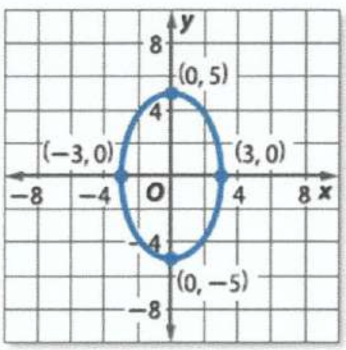
الصيغة القياسية	$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2}+\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$
الاتجاه	أفقي	رأسي

طول المحور الأكبر	$2a$ وحدات
طول المحور الأصغر	$2b$ وحدات

$$\boxed{c^2 = a^2 - b^2}$$

اكتب معادلة لكل قطع ناقص.

①

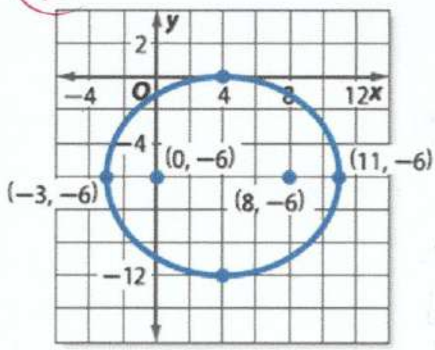


$a = 5$ ، $b = 3$ المركز $(0,0)$

القطع الناقص رأسي المعادلة هي $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1$

$$\frac{y^2}{25}+\frac{x^2}{9}=1$$

②



$a = 7$ ، $b = 6$ المركز $(4,-6)$

القطع الناقص أفقي المعادلة هي

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

$$\frac{(x-4)^2}{49}+\frac{(y+6)^2}{36}=1$$

اكتب معادلة للقطع الناقص الذي يحقق كل مجموعة من الشروط.

يقع الرأسان عند $(-2, -6)$ و $(-2, 4)$، ويقع الرأسان المرافقان عند $(-5, -1)$ و $(1, -1)$

(3) القطع الناقص رأسي لأن الرأسين على خط رأسي.

المركز هو منتصف الرأسين $\left(\frac{-2-2}{2}, \frac{4-6}{2}\right) = (-2, -1)$

المحور الأكبر $2a = \sqrt{(-2+2)^2+(4+6)^2} = 10 \Rightarrow a = 5$

المحور الأصغر $2b = \sqrt{(1+5)^2+(-1+1)^2} = 6 \Rightarrow b = 3$

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{(y+1)^2}{25} + \frac{(x+2)^2}{9} = 1$$

يقع الرأسان عند $(-2, 5)$ و $(14, 5)$، ويقع الرأسان المرافقان عند $(6, 1)$ و $(6, 9)$

(4) القطع الناقص أفقي لأن رأسيه على خط أفقي

المركز هو منتصف الرأسين $\left(\frac{14-2}{2}, \frac{5+5}{2}\right) = (6, 5)$

المحور الأكبر $2a = \sqrt{(14+2)^2+(5-5)^2} = 16 \Rightarrow a = 8$

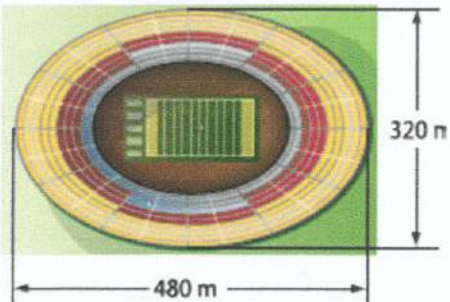
المحور الأصغر $2b = \sqrt{(6-6)^2+(9-1)^2} = 8 \Rightarrow b = 4$

المعادلة

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{(x-6)^2}{64} + \frac{(y-5)^2}{16} = 1$$

الاستنتاج المنطقي أرسلت شركة هندسة معمارية عرضًا إلى إحدى المدن لبناء المدرج الموضح.



(5)

a. حدد قيمة a وb.

b. بافتراض أن المركز يقع عند نقطة الأصل، اكتب معادلة تمثل القطع الناقص.

c. حدد إحداثيات البعدين البؤريين.

a) $2a = 480 \Rightarrow a = 240$ ، $2b = 320 \Rightarrow b = 160$

b) القطع الناقص أفقي ← المعادلة هي

$$\frac{x^2}{240^2} + \frac{y^2}{160^2} = 1$$

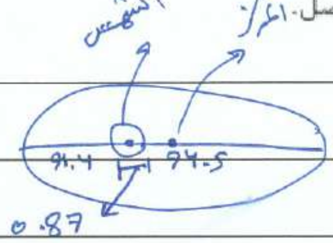
$$\frac{x^2}{57600} + \frac{y^2}{25600} = 1$$

c) $c^2 = a^2 - b^2 = 57600 - 25600 = 32000 \Rightarrow c = 178.9$

البعدين البؤريين هما $(-178.9, 0)$ ، $(178.9, 0)$

الفضاء يبلغ مدار الأرض 91.4 مليون ميل تقريبًا عند الحضيض و 94.5 مليون ميل تقريبًا عند الأوج. حدد معادلة تمثل مدار الأرض حول الشمس بالمليون ميل بحيث يكون مركز القطع الناقص الأفقي عند نقطة الأصل.

6



$a = \frac{91.4 + 0.87 + 94.5}{2} = 93.385$

المركز $(0,0)$

$c = 93.385 - 91.4 - \frac{0.87}{2} = 1.55$

$b^2 = (93.385)^2 - (1.55)^2 = 8718.4$

$\frac{x^2}{(93.385)^2} + \frac{y^2}{8718.4} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{8720.8} + \frac{y^2}{8718.4} = 1$ المعادلة هي

أوجد إحداثيات المركز والبعدين البؤريين وطولي المحورين الأكبر والأصغر لقطع ناقص بالمعادلة المعطاة. ثم مثّل القطع الناقص بيانيًا.

$\frac{(y+1)^2}{64} + \frac{(x-5)^2}{28} = 1$ 7

القطع الناقص رأسي لأنه مقام y أكبر

المركز $(5, -1)$

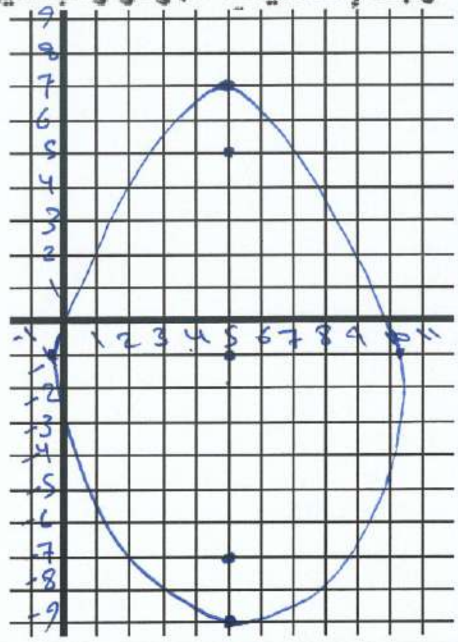
$a^2 = 64 \rightarrow a = 8 \rightarrow$ المحور الأكبر $= 2(8) = 16$

$b^2 = 28 \rightarrow b = 5.29 \rightarrow$ المحور الأصغر $= 2(5.29) = 10.58$

$c^2 = 64 - 28 = 36 \Rightarrow c = 6$

$(5, 5)$ البعدين البؤريين

$(5, -7)$



$\frac{(x+2)^2}{48} + \frac{(y-1)^2}{20} = 1$ 8

القطع الناقص أفقي لأنه مقام x أكبر

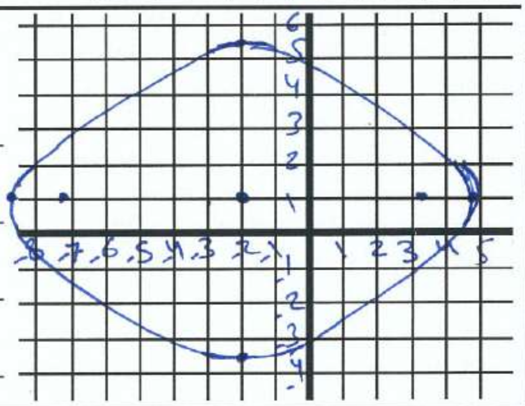
المركز $(-2, 1)$

$a^2 = 48 \rightarrow a = 6.93 \rightarrow$ المحور الأكبر $= 13.86$

$b^2 = 20 \rightarrow b = 4.47 \rightarrow$ المحور الأصغر $= 8.94$

$c^2 = 48 - 20 = 28 \rightarrow c = 5.29$

$(3.29, 1)$ ، $(-7.29, 1)$ البعد البؤريين



$4x^2 + y^2 - 32x - 4y + 52 = 0$ 9

$4(x^2 - 8x + 16) + (y^2 - 4y + 4) = -52 + 4(16) + 4$ رأسي

$4(x-4)^2 + (y-2)^2 = 16$ المركز $(4, 2)$

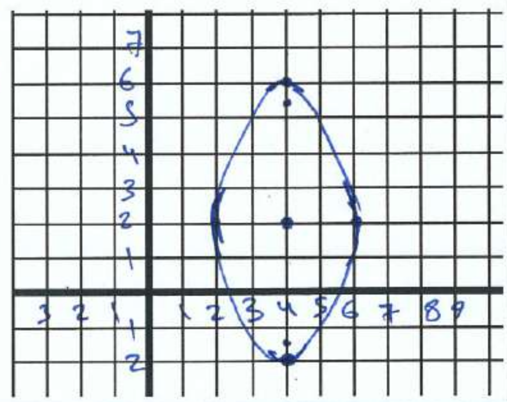
$\frac{(x-4)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$

$a^2 = 16 \rightarrow a = 4 \rightarrow$ المحور الأكبر $= 8$

$b^2 = 4 \rightarrow b = 2 \rightarrow$ المحور الأصغر $= 4$

$c^2 = 16 - 4 = 12 \rightarrow c = 3.46$ البعدين البؤريين

$(4, 5.46)$ ، $(4, -1.46)$



ورقة عمل الحادي عشر العام | **8-5 القطوع الزائدة** | الاسم : ____________

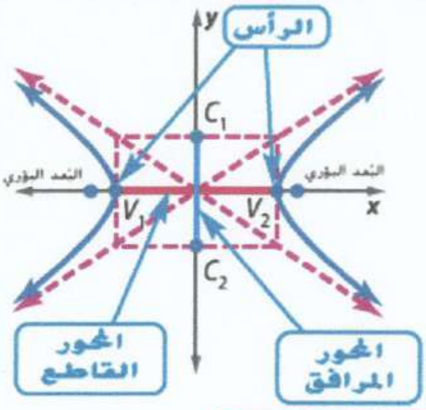
نواتج التعلّم 1– كتابة معادلات القطوع الزائدة. 2 – تمثيل القطوع الزائدة بيانيًا.

القطع الزائد هو مجموعة جميع النقاط في مستوى بحيث تكون القيمة المطلقة لفرق المسافتين من البعدين البؤريين ثابتة.

يقع **البعدان البؤريان** للقطع الزائد دائمًا على المحور القاطع.

الرأسان هما النقطتان الطرفيتان للمحور القاطع.

الرأسان المرافقان هما النقطتان الطرفيتان للمحور المرافق.

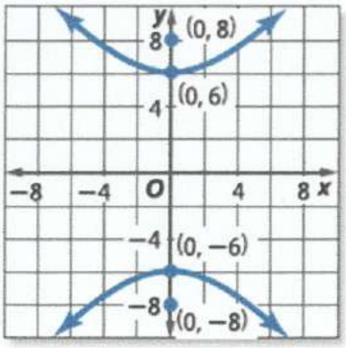


$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$

الاتجاه	أفقي $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	رأسي $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
معادلات الخطوط المقاربة	$y-k = \pm\frac{b}{a}(x-h)$	$y-k = \pm\frac{a}{b}(x-h)$

اكتب معادلة لكل قطع زائد.

1



المركز $(0,0)$

$a = 6$ ، $c = 8$

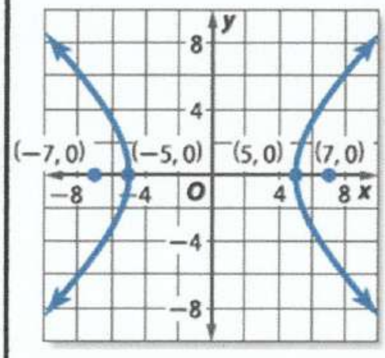
$c^2 = a^2 + b^2$

$64 = 36 + b^2$

$b^2 = 28$

المعادلة $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{28} = 1$

2



المركز $(0,0)$

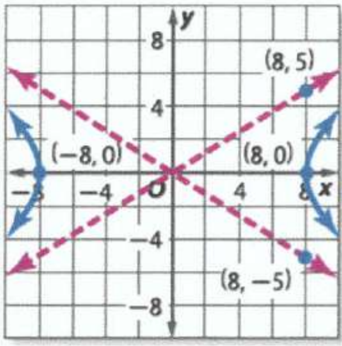
$a = 5$ ، $c = 7$

$b^2 = 49 - 25 = 24$

المعادلة

$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{24} = 1$

3



المركز $(0,0)$

$a = 8$

ميل الخط التقاربي $= \frac{5}{8}$

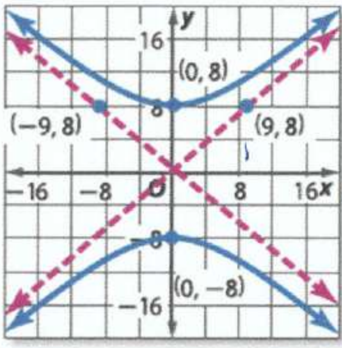
$\frac{5}{8} = \frac{b}{a}$

$\frac{5}{8} = \frac{b}{8}$

$b = 5$

المعادلة هي $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{25} = 1$

4



المركز $(0,0)$

$a = 8$

ميل الخط التقاربي $= \frac{a}{b} = \frac{8}{9}$

$\frac{8}{b} = \frac{8}{9}$

$b = 9$

المعادلة هي :

$\frac{y^2}{64} - \frac{x^2}{81} = 1$

البنية مثّل كل قطع زائد بيانيًا. حدّد الرأسين والبعدين البؤريين والخطين المقاربين.

$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{49} = 1$ (5)

المركز $(0,0)$ أفقي لأنه x^2 بالبداية

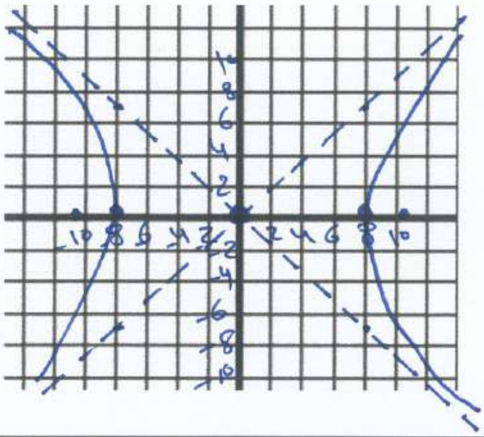
$a^2 = 64 \to a = 8$ / $b^2 = 49 \to b = 7$

الرأسين $(-8,0)$ ، $(8,0)$

البعد البؤري $c^2 = 64+49 = 113 \to c = 10.63$

البؤرتين $(-10.63,0)$ ، $(10.63,0)$

معادلة الخط التقاربي $y = \mp \frac{7}{8}x$



$\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{60} = 1$ (6)

المركز $(0,0)$ رأسي لأنه y^2 موجب

$a^2 = 36 \to a = 6$

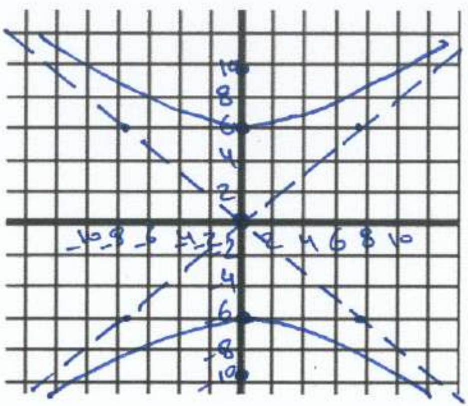
$b^2 = 60 \to b = 7.75$

الرأسين $(0,-6)$ ، $(0,6)$

$c^2 = 36+60 = 96 \to c = 9.8$

البؤرتين $(0,9.8)$ ، $(0,-9.8)$

معادلة الخط التقاربي $y = \frac{6}{7.75}x$



$9y^2 + 18y - 16x^2 + 64x - 199 = 0$ (7)

$9(y^2+2y+1) - 16(x^2-4x+4) = 199+9-64$

$9(y+1)^2 - 16(x-2)^2 = 144$

$\frac{(y+1)^2}{16} - \frac{(x-2)^2}{9} = 1$

$c^2 = 16+9 = 25 \to c = 5$

المركز $(2,-1)$

$a = \sqrt{16} = 4$

$b = \sqrt{9} = 3$

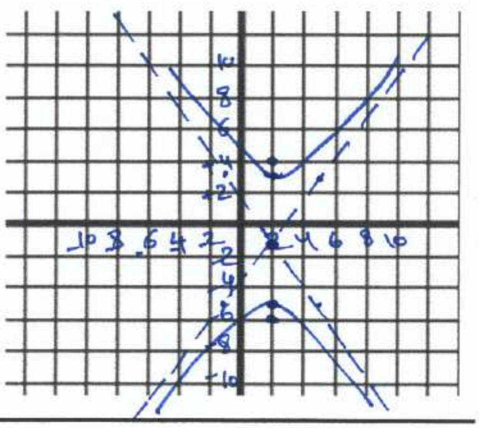
الرأسين $(2,3)$ ، $(2,-5)$

البؤرتين $(2,4)$ ، $(2,-6)$

معادلة الخط التقاربي $y+1 = \mp\frac{4}{3}(x-2)$

$y = \pm\frac{4}{3}x \mp \frac{8}{3} - 1$

$y = \frac{4}{3}x - \frac{11}{3}$ ، $y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$



الملاحة افترض أن سفينةً توصلت إلى أن الفرق في بعدها عن محطتين يساوي 60 ميلاً بحريًا. اكتب معادلة القطع الزائد الذي تقع عليه السفينة إذا علمت أن المحطتين تقعان عند النقطتين $(-80, 0)$ و$(80, 0)$.

(9)

فرق المسافة الثابتة $= 2a \Rightarrow 2a = 60 \Rightarrow a = 30$

$c = 80 \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = 80^2 - 30^2 = 5500$

المعادلة (الأفقية) $\frac{x^2}{900} - \frac{y^2}{5500} = 1$

عمل الحادي عشر العام   6-8 تحديد القطوع المخروطية   الاسم : ____________

نواتج التعلّم 1– كتابة معادلات القطوع المخروطية بالصيغ القياسية. 2 – تحديد القطوع المخروطية من معادلاتها.

الصيغة العامة للقطوع المخروطية $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$، حيث A وB وC غير أصفار جميعًا

المميز	قطع مخروطي	الصيغة القياسية للمعادلة	
$B^2 - 4AC < 0;\ B = 0$ و $A = C$	دائرة	$(x-h)^2 + (y-k) = r^2$	
		محور أفقي	محور رأسي
$B^2 - 4AC = 0$	قطع مكافئ	$y = a(x-h)^2 + k$	$x = a(y-k)^2 + h$
$B^2 - 4AC < 0;\ B \neq 0$ أو $A \neq C$	قطع ناقص	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
$B^2 - 4AC > 0$	قطع زائد	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. اذكر إن كان التمثيل البياني للمعادلة *قطعًا مكافئًا* أو *دائرةً* أو *قطعًا ناقصًا* أو *قطعًا زائدًا*.

$x^2 + y^2 + 12x - 8y + 36 = 0$

$x^2 + 12x + y^2 - 8y = -36$

$(x^2 + 12x + 36) + (y^2 - 8y + 16) = -36 + 36 + 16$

$(x+6)^2 + (y-4)^2 = 16$

$\frac{(x+6)^2}{16} + \frac{(y-4)^2}{16} = 1$

دائرة لأن $a = b$ نصف قطرها 4

$x^2 + 4y^2 - 6x + 16y - 11 = 0$

$x^2 - 6x + 4y^2 + 16y = 11$

$(x^2 - 6x + 9) + 4(y^2 + 4y + 4) = 11 + 9 + 16$

$(x-3)^2 + 4(y+2)^2 = 36$

$\frac{(x-3)^2}{36} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$

قطع ناقص أفقي

$6y^2 - 24y + 28 - x = 0$

$6(y^2 - 4y + 4) - x = -28 + 24$

$6(y-2)^2 - x = -4$

$\Rightarrow x = 6(y-2)^2 + 4$

قطع مكافئ أفقي مفتوحة لليمين

$9y^2 - 16x^2 - 18y - 64x - 199 = 0$

$9y^2 - 18y - 16x^2 - 64x = 199$

$9(y^2 - 2y + 1) - 16(x^2 + 4x + 4) = 199 + 9 - 64$

$9(y-1)^2 - 16(x+2)^2 = 144$

$\frac{(y-1)^2}{16} - \frac{(x+2)^2}{9} = 1$

قطع زائد رأسي

بدون كتابة كل معادلة بالصيغة القياسية، اذكر إن كان التمثيل البياني لها قطعًا مكافئًا أو دائرةً أو قطعًا ناقصًا أو قطعًا زائدًا.

$4x^2 + 6y^2 - 3x - 2y = 12$

$A = 4$ ، $B = 0$ ، $C = 6$

$B^2 - 4AC$

$0^2 - 4(4)(6) = -96$

المميز بالسالب، قطع ناقص لأن $A \neq C$

$8x^2 + 8y^2 + 16x + 24 = 0$

$A = 8$ ، $B = 0$ ، $C = 8$

$= B^2 - 4AC$

$= 0^2 - 4(8)(8) = -256$

المميز بالسالب، دائرة لأن $A = B$ ، $B = 0$

$16xy + 8x^2 + 8y^2 - 18x + 8y = 13$

$A = 8$ ، $B = 16$ ، $C = 8$

$= B^2 - 4AC$

$= 16^2 - 4(8)(8)$

$= 0$

قطع مكافئ لأن المميز صفر

$5xy - 3x^2 + 6y^2 + 12y = 18$

$A = -3$ ، $C = 6$ ، $B = 5$

$= B^2 - 4AC$

$= 5^2 - 4(-3)(6)$

$= 97$

المميز موجب، قطع زائد

استخدام النماذج تشارك مقاتلة نفاثة في عرض جوي. يمكن تمثيل مسار الطائرة خلال إحدى المناورات بقطع مخروطي معادلته $24x^2 + 1000y - 31{,}680x - 45{,}600 = 0$، حيث يتم تمثيل المسافات بالقدم.

a. حدد شكل المسار المنحني للطائرة النفاثة. اكتب المعادلة بالصيغة القياسية.

b. إذا بدأت الطائرة النفاثة مسارها لأعلى عند $x = 0$، فما المسافة الأفقية التي قطعتها الطائرة من بداية التسلق لنهاية الهبوط؟

c. ما أقصى ارتفاع للطائرة؟

$\boxed{a}$ $A = 24$ ، $C = 0$ ، $B = 0 \Rightarrow B^2 - 4AC = 0^2 - 4(24)(0) = 0$

المميز = صفر ⇐ القطع مكافئ.

$24x^2 - 31680x + 1000y = 45600$

$24(x^2 - 1320x + 660^2) + 1000y = 45600 + 24(660)^2$

$24(x - 660)^2 + 1000y = 10500000$

$1000y = -24(x - 660)^2 + 10500000 \quad (\div 1000)$

$y = -0.024(x - 660)^2 + 10500$ ← الصيغة القياسية

$\boxed{b}$ نهاية الهبوط ← الارتفاع = 0 ⇐ $-0.024(x - 660)^2 + 10500 = 0$

$(x - 660)^2 = \frac{-10500}{-0.024} \Rightarrow x = \mp\sqrt{\frac{10500}{0.024}} + 660 = \begin{cases} x_1 = 1321.44 \\ x_2 = -1.44 \end{cases}$ مرفوض

المسافة = 1321.44 قدم

$\boxed{c}$ أقصى ارتفاع عند نقطة رأس القطع المكافئ $(10500 ، 660)$، الارتفاع 10500 قدم

ورقة عمل الحادي عشر العام 8-7 حل الأنظمة الخطية واللاخطية

الاسم : ______________

نواتج التعلّم
1- حل أنظمة المعادلات الخطية واللاخطية جبريًا وبيانيًا.
2 – حل أنظمة المتباينات الخطية اللاخطية بيانيًا.

أنظمة المعادلات عندما يتكون نظام معادلات من معادلة خطية ولاخطية، فقد يكون اثنان أو لا يوجد حل. بعض الحلول المحتملة موضحة أدناه.

في نظام معادلات تربيعية يحتوي على قطوع مخروطية، قد يكون للنظام ما يصل إلى أربعة حلول أو لا يوجد حل. بعض التمثيلات البيانية موضحة أدناه.

يمكنك استخدام الحذف لحل الأنظمة التربيعية-التربيعية.

أوجد حلاً لكل نظام معادلات.

5

$x^2 + y^2 = 16$ — ①
$x^2 - y^2 = 20$ — ②

$2x^2 = 36$ بجمع ①، ②

$x = \mp\sqrt{\frac{36}{2}} = \mp\sqrt{18}$

عند $x = \sqrt{18}$ ⇐ نعوض في ①

$(\sqrt{18})^2 + y^2 = 16$

$18 + y^2 = 16$

$y^2 = -2$
لا يوجد حل.

عند $x = -\sqrt{18}$ ⇐ نعوض في ①

$(-\sqrt{18})^2 + y^2 = 16$

$18 + y^2 = 16$

$y^2 = -2$
لا يوجد حل.

لا يوجد حل للنظام.

1

$8y = -10x$ — ①
$y^2 = 2x^2 - 7$ — ②

$y = \frac{-10}{8}x = -\frac{5}{4}x$ من ①

نعوض في ②

$\left(-\frac{5}{4}x\right)^2 = 2x^2 - 7$

$\frac{25}{16}x^2 = 2x^2 - 7 \quad \times 16$

$25x^2 = 32x^2 - 112$

$32x^2 - 25x^2 = 112$

$7x^2 = 112 \Rightarrow x = \mp\sqrt{\frac{112}{7}} = \mp 4$

$x = -4 \rightarrow y = -\frac{5}{4}(-4) = \boxed{5}$

$x = 4 \rightarrow y = -\frac{5}{4}(4) = \boxed{-5}$

الحلول $(-4, 5)$ ، $(4, -5)$

أوجد حلاً لكل نظام معادلات.

2

$y^2 - 2x^2 = 8$ — ①
$3y^2 + x^2 = 52$ — ②

ضرب المعادلة ② × 2

$6y^2 + 2x^2 = 104$ — ③

جمع ③ ، ①

$7y^2 = 112$

$y = \mp\sqrt{\frac{112}{7}} = \mp 4$

عند $y = 4$ ← نعوض في ②

$3(4)^2 + x^2 = 52$

$x^2 = 52 - 3(4)^2 = 4$

$x = \mp 2$

الحلول $(2,4)$, $(-2,4)$

عند $y = -4$ ← نعوض في ②

$3(-4)^2 + x^2 = 52$

$x^2 = 52 - 3(-4)^2 = 4$

$x = \mp 2$

الحلول $(-2,4)$ ، $(2,-4)$

مجموعة حلول المعادلتين = $\{(2,-4),(-2,-4),(2,4),(-2,4)\}$

حل أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

11

$16x^2 + 4y^2 \leq 64$ — ①
$y \geq -x^2 + 2$ — ②

أولاً: المعادلة ①

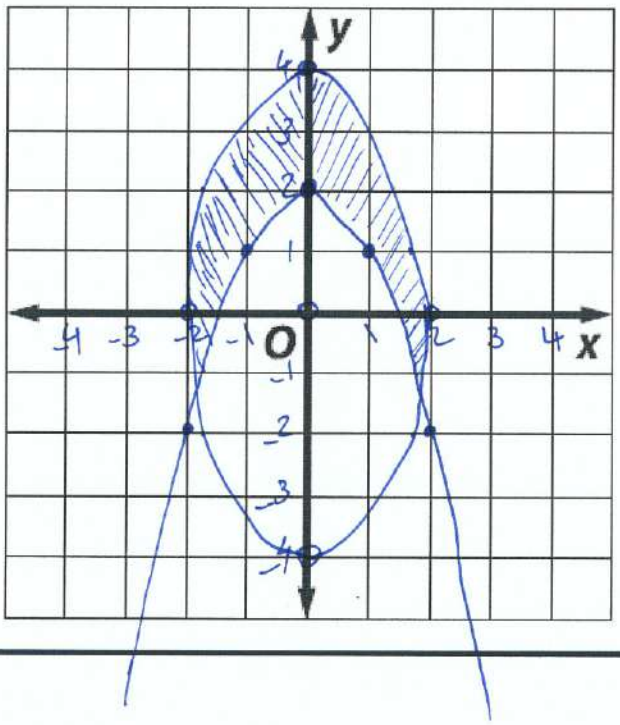
$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} \leq 1$

قطع ناقص مركزه $(0,0)$ ، $a=4$ ، $b=2$ (رأسي)

ثانياً: المعادلة ② قطع مكافئ رأسي فتحته للأسفل

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	1	2	1	-2

رأسه $(0,2)$



12

$4x^2 - 8y^2 \geq 32$ — ①
$y \geq |1.5x| - 8$ — ②

① $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} \geq 1$

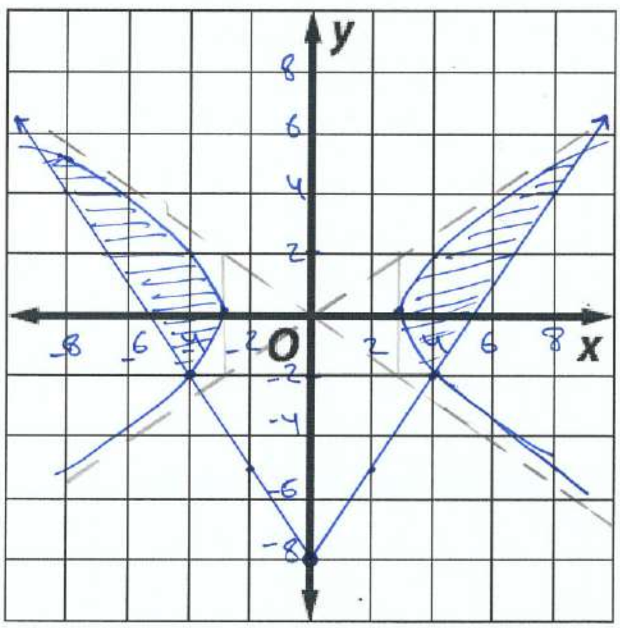
قطع زائد أفقي مركزه $(0,0)$

$a = \sqrt{8}$ ، $b = 2$

خط التقارب يمر بالمركز ميله = $\mp\frac{2}{\sqrt{8}} = \mp\frac{2}{2.8}$

② دالة مطلق رأسها $(0,-8)$

x	-4	-2	0	2	4
y	-2	-5	-8	-5	-2



الوحدة التاسعة

ورقة عمل الحادي عشر العام　　　9-1 المتتاليات كدوال　　　الاسم : ____________

نواتج التعلّم 1– ربط المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية.　　2– ربط المتتاليات الهندسية بالدوال الأسية.

المتتالية هي مجموعة من الأعداد بترتيب أو نمط معين. كل عدد في المتتالية يُسمى **حدًا**. ويتم التعبير عن الحد الأول من متتالية بـ a_1 ، بينما يتم التعبير عن الحد الثاني بـ a_2، وهكذا.

في **المتتالية الحسابية** ، يتحدد كل حد من خلال إضافة قيمة ثابتة إلى الحد السابق. ويُطلق على هذه القيمة الثابتة اسم **الفرق المشترك**.

وفي **المتتالية الهندسية** ، يتحدد كل حد من خلا ل ضرب ثابت غير صفري في الحد السابق ويُطلق على هذه القيمة الثابتة اسم **النسبة المشتركة**.

التمثيل البياني لحدود المتتالية الحسابية يستقر على خط مستقيم.
التمثيل البياني للمتتالية الهندسية يكون أسيًا.

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي حسابية. اكتب نعم أو لا.

$0.6, 0.9, 1.2, 1.8, \ldots$ 4

$0.9-0.6=0.3 \,/\, 1.2-0.9=0.3 \,/\, 1.8-1.2=0.6$

الفروق غير متساوية ← ليست حسابية.

1

$8, -2, -12, -22, \ldots$

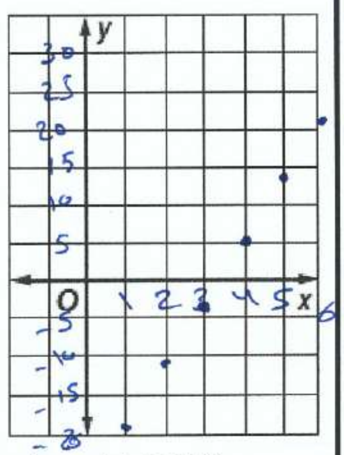
$-2-8=-10 \,/\, -12+2=-10 \,/\, -22+12=-10$

الفرق ثابت = -10 ← حسابية

أوجد الحدود الأربعة التالية لكل متتالية حسابية. ثم مثّل المتتالية بيانيًا.

7 $-19, -11, -3, \underline{5}, \underline{13}, \underline{21}, \underline{29}$

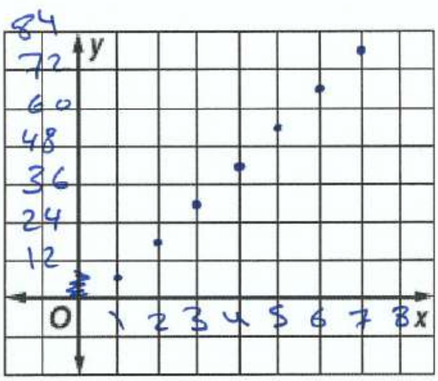
الفرق الثابت هو $-11+19=8$



5

$6, 18, 30, \underline{42}, \underline{54}, \underline{66}, \underline{78}$

الفرق الثابت هو $18-6=12$



9

المعرفة المالية تدخر خديجة من أموالها لشراء سيارة. وهي تمتلك AED 250، وتخطط لادخار AED 75 في الأسبوع من عملها.

$\frac{1}{325} \Big| \frac{2}{400}$

a. كم ستكون خديجة قد ادخرت بعد 8 أسابيع؟

b. إذا كانت السيارة تكلف AED 2000 . فكم من الوقت ستستغرق لادخار مالٍ كافٍ بهذا المعدل؟

(a) الفرق الثابت = 75 / نقطة تمر بالخط $(1, 325)$

$y - 325 = 75(x-1) \Rightarrow y = 75x - 75 + 325 \Rightarrow y = 75x + 250$

عند $x = 8 \Rightarrow y = 75(8) + 250 = \boxed{850}$

(b) $2000 = 75x + 250 \Rightarrow x = \frac{2000-250}{75} = 23.3$

تقريبا 24 أسبوع

حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي هندسية. اكتب نعم أو لا.

10

$-8, -5, -1, 4, \ldots$

ليست ثابتة

النسبة الثابتة

$\frac{-5}{-8} \neq \frac{-1}{-5} \neq \frac{4}{-1}$

ليست هندسية

11

$4, 12, 36, 108, \ldots$

النسبة ثابتة

$\frac{12}{4} = \frac{36}{12} = \frac{108}{36}$

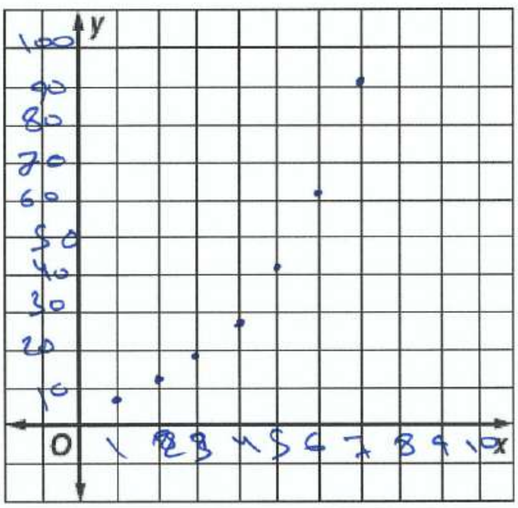
هندسية

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية هندسية. ثم مثّل المتتالية بيانيًا.

14

$8, 12, 18, 27, \ldots \underline{40.5}, \underline{60.75}, \underline{91.125}$

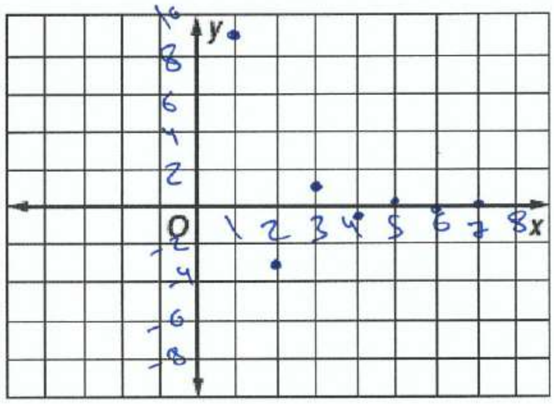
النسبة الثابتة $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$



17

$9, -3, 1, -\frac{1}{3}, \underline{\frac{1}{9}}, \underline{\frac{-1}{27}}, \underline{\frac{1}{81}}$

النسبة الثابتة $\frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$



حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي *حسابية*، أم *هندسية*، أم *ليست أيًا منهما*. اشرح استنتاجك.

18

$5, 1, 7, 3, 9, \ldots$

ليست هندسية ليست حسابية

لا توجد نسبة ثابتة ولا يوجد فرق ثابت

19

$200, -100, 50, -25, \ldots$

هندسية النسبة الثابتة $-\frac{1}{2}$

20

$12, 16, 20, 24, \ldots$

حسابية الفرق الثابت = 4

ورقة عمل الحادي عشر العام 9-2 المتتاليات والمتسلسلات الحسابية الاسم: ____________

نواتج التعلّم 1- استخدام المتتاليات الحسابية. 2- إيجاد مجاميع المتسلسلات الحسابية.

الحد النوني a_n لمتتالية حسابية $a_n = a_1 + (n-1)d$

مجموع الحدود *النونية* الأولى اسم **المجموع الجزئي**	$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$ $S_n = \frac{n}{2}\,[2a_1 + (n-1)d]$

أوجد الحد المشار إليه لكل متتالية حسابية.

1) $a_1 = 14,\ d = 9,\ n = 11$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_{11} = 14 + 9(11-1)$

$= \boxed{104}$

2) a_{18} من أجل 12, 25, 38, ...

$d = 25 - 12 = 13$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_{18} = 12 + 13(18-1)$

$= \boxed{233}$

اكتب معادلة للحد النوني لكل متتالية حسابية.

3) 13, 19, 25, ...

$d = 19 - 13 = 6$

$a_n = 13 + 6(n-1)$

$= 13 + 6n - 6$

$\boxed{a_n = 6n + 7}$

4) $a_5 = -12,\ d = -4$

$a_5 = a_1 - 4(5-1)$

$-12 = a_1 - 16$

$a_1 = 4$

$a_n = 4 - 4(n-1)$

$a_n = 4 - 4n + 4$

$\boxed{a_n = -4n + 8}$

أوجد الأوساط الحسابية في كل متتالية.

5) 6, ?, ?, ?, 42

$a_1 = 6$

$a_5 = 42$

$42 = 6 + d(5-1)$

$d = \frac{42-6}{5-1} = 9$

6, 15, 24, 33, 42

6) −4, ?, ?, ?, 8

$a_1 = -4$

$a_5 = 8$

$8 = -4 + d(5-1)$

$d = \frac{8+4}{5-1} = 3$

−4, −1, 2, 5, 8

أوجد مجموع كل متسلسلة حسابية.

7 أول 50 عددًا طبيعيًا

$1, 2, \ldots, 50$

$a_1 = 1$, $n = 50$, $d = 1$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$S_{50} = 50\left(\frac{1 + 50}{2}\right)$

$= \boxed{1275}$

8 $4 + 8 + 12 + \cdots + 200$

$a_1 = 4$

$d = 8 - 4 = 4$

$200 = 4 + 4(n-1)$

$n - 1 = \frac{200 - 4}{4}$

$n = 49 + 1 = 50$

$S_{50} = 50\left(\frac{4 + 200}{2}\right) = \boxed{5100}$

9 $a_1 = 12,\ a_n = 188,\ d = 4$

$188 = 12 + 4(n-1)$

$n = \frac{188 - 12}{4} + 1$

$n = 45$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$S_{45} = 45\left(\frac{12 + 188}{2}\right) = \cancel{3}4500$

10 $a_n = 145,\ d = 5,\ n = 21$

$145 = a_1 + 5(21 - 1)$

$a_1 = 145 - 5(21 - 1)$

$a_1 = 45$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$S_{21} = 21\left(\frac{45 + 145}{2}\right) = \boxed{1995}$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى لكل متسلسلة حسابية.

11 $a_1 = 8,\ a_n = 100,\ S_n = 1296$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$1296 = n\left(\frac{8 + 100}{2}\right)$

$\Rightarrow n = 24$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$100 = 8 + d(24 - 1)$

$d = 4$

الحدود الثلاثة الأولى هي: $8, 12, 16, \ldots$

12 $n = 18,\ a_n = 112,\ S_n = 1098$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$1098 = 18\left(\frac{a_1 + 112}{2}\right)$

$a_1 = 10$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$112 = 10 + d(18 - 1)$

$d = 6$

الحدود الثلاثة الأولى هي: $10, 16, 22, \ldots$

13 **اختيار من متعدد** أوجد $\sum_{k=1}^{12} (3k + 9)$.

A 45

B 78

$\boxed{\text{C } 342}$

D 410

$a_1 = 3(1) + 9 = 12$

$a_{12} = 3(12) + 9 = 45$

$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right)$

$S_{12} = 12\left(\frac{12 + 45}{2}\right)$

$S_{12} = \boxed{342}$

ورقة عمل الحادي عشر العام   9-3 المتتاليات والمتسلسلات الهندسية   الاسم : ____________

نواتج التعلّم 1– استخدام المتتاليات الهندسية.   2– إيجاد مجاميع المتسلسلات الهندسية.

الحد *النوني* a_n لمتتالية هندسية. $a_n = a_1r^{n-1}$

مجموع الحدود *النونية* الأولى اسم **المجموع الجزئي**	$S_n = \frac{a_1 - a_1r^n}{1 - r}, r \neq 1$
	$S_n = \frac{a_1 - a_nr}{1 - r}, r \neq 1$

1 **الانتظام** يصنع أحمد شجرة عائلة لجده. وقد تمكن من تتبع العديد من الأجيال. وإذا استطاع أحمد تتبع 10 أجيال سابقة من عائلته، بدءا من والديه، فكم عدد الأسلاف الذين سيتمكن من تتبعهم؟

$2, 4, 8, 16, \ldots$

$S_n = \frac{a_1 + a_1r^n}{1-r}$

$\Rightarrow S_{10} = \frac{2 - 2(2)^{10}}{1-2}$

$S_{10} = 2046$

اكتب معادلة للحد *النوني* لكل متتالية هندسية.

3

$18, 6, 2, \ldots$ $r = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_n = 18\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

4

$-4, 16, -64, \ldots$ $r = \frac{16}{-4} = -4$

$a_n = a_1 r^{n-1}$

$a_n = -4(-4)^{n-1}$

6

$a_6 = \frac{1}{8}, r = \frac{3}{4}$

$a_6 = a_1\left(\frac{3}{4}\right)^5$

$\frac{1}{8} = a_1\left(\frac{3}{4}\right)^5$

$a_1 = \frac{1}{8}\left(\frac{4}{3}\right)^5$

$= \frac{128}{243}$

$a_n = \frac{128}{243}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$

7

$a_2 = -96, r = -8$

$-96 = a_1(-8)^{1}$

$a_1 = \frac{-96}{-8} = 12$

$a_n = 12(-8)^{n-1}$

أوجد الأوساط الهندسية لكل متتالية.

(8)

$0.25, \underline{?}, \underline{?}, \underline{?}, 64$ $a_1 = 0.25$ $a_5 = 64$

$64 = 0.25 (r)^4$

$r = \mp \sqrt[4]{\frac{64}{0.25}}$

$r = \mp 4$

if $r = 4 \Rightarrow 1, 4, 16$

if $r = -4 \Rightarrow -1, 4, -16$

(39) وسطين هندسيين بين 3 و 375.

$3, \_\_, \_\_, 375$

$a_4 = 375 = 3 (r)^3$

$r = \sqrt[3]{\frac{375}{3}} = 5$

$3, \boxed{15}, \boxed{75}, 375$

الألعاب ترتب شيماء بعض صفوف قطع الدومينو بحيث عندما تضرب أول قطعة منها، تتساقط كل قطعة على قطعتين أخريين عندما تسقط. وإذا كان هناك عشرة صفوف، فكم عدد قطع الدومينو التي ستستخدمها شيماء؟

(10)

$1, 2, 4, 8, \ldots$ $\boxed{a_1 = 1}$ $\boxed{r = 2}$

$S_n = \frac{a_1 + a_1 r^n}{1 - r} \Rightarrow$

$S_{10} = \frac{1 + 1(2)^{10}}{1 - 2}$

$S_{10} = \boxed{1023}$

أوجد مجموع كل متسلسلة هندسية.

(11)

$\sum_{k=1}^{6} 3(4)^{k-1}$ $r = 4$

$a_1 = 3(4)^0 = 3$

$a_6 = 3(4)^5 = 3072$

$S_6 = \frac{3 - 3072(4)}{1 - 4} = 4095$

$S_6 = \frac{3 - 3(4)^6}{1 - 4} = 4095$ حل آخر

(12)

$\sum_{k=1}^{8} 4\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$ $r = \frac{1}{2}$

$a_1 = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^{1-1} = 4$

$S_8 = \frac{4 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^8}{1 - \frac{1}{2}}$

$S_8 = \frac{255}{32} = 7.96875$

أوجد a_1 لكل متسلسلة هندسية موصوفة.

(13)

$S_n = 85\frac{5}{16}, r = 4, n = 6$

$S_6 = \frac{a_1 - a_1 (4)^6}{1 - 4} = 85\frac{5}{16}$

$a_1 (1 - 4^6) = -3\left(85\frac{5}{16}\right)$

$a_1 = \frac{-3\left(85\frac{5}{16}\right)}{1 - 4^6} = \frac{1}{16}$

(15)

$S_n = 1020, a_n = 4, r = \frac{1}{2}$

$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$

$1020 = \frac{a_1 - 4\left(\frac{1}{2}\right)}{1 - \frac{1}{2}}$

$a_1 = \frac{1}{2}(1020) + 4\left(\frac{1}{2}\right)$

$a_1 = 512$

ورقة عمل الحادي عشر العام 9-4 نظرية ذات الحدين الاسم : ______________

نواتج التعلّم

1– استخدام مثلث باسكال لتفكيك أسس ذوات الحدين.
2– استخدام نظرية ذات الحدين لتفكيك أسس ذوات الحدين.

نظرية ذات الحدين إذا كان n عددًا طبيعيًا، فإن

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \cdots + {}_nC_n\, a^0 b^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} a^{n-k} b^k$$

فكّك كل ذات حدين.

$(c+d)^5$ ①

$= 1c^5d^0 + 5c^4d^1 + 10c^3d^2 + 10c^2d^3 + 5c^1d^4 + 1c^0d^5$

$= c^5 + 5c^4d + 10c^3d^2 + 10c^2d^3 + 5cd^4 + d^5$

(مثلث باسكال)

$(x-4)^6$ ③

$= 1x^6(4^0) - 6x^5(4^1) + 15x^4(4^2) - 20x^3(4^3) + 15x^2(4^4) - 6x^1(4^5) + 1x^0(4^6)$

$= x^6 - 24x^5 + 240x^4 - 1280x^3 + 3840x^2 - 6144x + 4096$

(مثلث باسكال)

$(2y-z)^5$ ④

$= {}_5C_0(2y)^5(z)^0 - {}_5C_1(2y)^4(z)^1 + {}_5C_2(2y)^3(z)^2 - {}_5C_3(2y)^2(z)^3 + {}_5C_4(2y)^1(z)^4 - {}_5C_5(2y)^0(z)^5$

$= 1(32y^5) - 5(16y^4)z + 10(8y^3)z^2 - 10(4y^2z^3) + 5(2yz^4) - 1(z^5)$

$= 32y^5 - 80y^4z + 80y^3z^2 - 40y^2z^3 + 10yz^4 - z^5$

نظرية ذات الحدين

$(g+h)^7$ ②

نظرية ذات الحدين

${}_7C_0 g^7h^0 + {}_7C_1 g^6h^1 + {}_7C_2 g^5h^2 + {}_7C_3 g^4h^3 + {}_7C_4 g^3h^4 + {}_7C_5 g^2h^5 + {}_7C_6 g^1h^6 + {}_7C_7 g^0h^7$

$= g^7 + 7g^6h + 21g^5h^2 + 35g^4h^3 + 35g^3h^4 + 21g^2h^5 + 7gh^6 + h^7$

علم الوراثة إذا كانت فرصة أنْ ترزق امرأة بولد أو ببنت متساوية، فاستخدم مفكوك ذات الحدين لتحديد احتمال أن 5 من أطفالها الستة هم بنات. لا تضع التوائم المتماثلة في الاعتبار.

نفترض الولد a ، البنت b المطلوب احتمال 5 بنات و ولد واحد

7

$(a+b)^6$

$= 1a^6 + 6a^5b^1 + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6a^1b^5 + 1b^6$

5 بنات وولد واحد

احتمال 5 بنات وولد واحد $= \frac{6}{2(1+6+15)+20} = \frac{6}{64} = \boxed{9.375}\ \%$

أوجد الحد المشار إليه لكل تعبير.

الحد الرابع لـ $(b + c)^9$

8

$= {}_9C_3\,(b)^6(c)^3$

$= \boxed{84\,b^6c^3}$

11

الحد السادس لـ $(2c - 3d)^8$

$= {}_8C_5\,(2c)^3(-3d)^5$

$= 56\,(8c^3)(-243\,d^5)$

$= \boxed{-108\,864\,c^3d^5}$

الوحدة العاشرة

ورقة عمل الحادي عشر العام 10-1 **إعداد دراسة** الاسم : ____________

نواتج التعلّم 1- تحديد تصنيف أنواع الدراسات. 2- إعداد دراسة إحصائية.

أنواع الدراسة		
أنواع الدراسة	في **الاستطلاع** ، يتم تجميع البيانات من الإجابات المعطاة بواسطة أفراد الفئة المستهدفة، حيث تتناول خصائصهم أو سلوكياتهم أو آرائهم. في **الدراسة المسحية** ، يتم قياس استجابة أفراد إحدى العينات أو ملاحظة ردود أفعالهم دون تأثرهم بالدراسة.	في **التجربة** ، يتم تقسيم العينة إلى مجموعتين: • مجموعة *التجربة* التي تخضع للتغيير • *المجموعة الضابطة* التي لا تخضع للتغيير. تتم مقارنة التأثير الحاصل على مجموعة التجربة لاحقًا بالمجموعة الضابطة.

حدد ما إذا كان كل موقف يصف *استطلاعًا* أم *تجربة* أم *دراسة مسحية*. ثم حدد عينة واقترح فئة مستهدفة يمكن اختيار العينة منها.

المَدرسة تم اختيار مجموعة من طلاب مدرسة ثانوية عشوائيًا وطُلب منهم إكمال النموذج الموضح.

هل توافق على القواعد الجديدة لتناول الغداء؟
☐ أوافق ☐ لا أوافق
☐ لا أبالي

استطلاع / العينة : الطلاب المشاركون في الدراسة
الفئة المستهدفة : جميع طلاب المدرسة .

التصميمات تريد إحدى شركات الإعلان اختبار تصميم شعار جديد. واختارت 20 مشاركًا ورصدت آرائهم بشأن الشعار.

دراسة مسحية / العينة : المشاركون في الدراسة .
الفئة المستهدفة : العملاء المحتملون .

الفرضيات حدد ما إذا كان كل موقف يناسب إجراء *استطلاع* أم *تجربة* أم *دراسة مسحية* . اشرح استنتاجك.

محو الأمية تريد إحدى مجموعات محو الأمية تحديد ما إذا كان طلاب المدرسة الثانوية الذين شاركوا في برنامج القراءة الوطني الأخير لديهم درجات أعلى في الاختبار المعياري مقارنة بطلاب المدرسة الثانوية الذين لم يشاركوا في البرنامج أم لا.

دراسة مسحية / تتم ملاحظة النقاط التي يحرزها المشاركون ومقارنتها بدون تأثرهم بالدراسة

البيع بالتجزئة يخطط قسم البحث لدى شركة بيع بالتجزئة لإجراء دراسة لتحديد ما إذا كانت الصبغة المستخدمة على قميص جديد ستبدأ في الزوال بعد 50 غسلة أم لا.

تجربة / نقوم باختيار عينة من القمصان المصبوغة
مما يعني أن أفراد العينة يتأثرون بالدراسة .

حدّد ما إذا كان كل سؤال من أسئلة الاستطلاع متحيّزًا أم غير متحيّز. إذا كان متحيّزًا، فاشرح استنتاجك.

ما برنامج ترشيحات اتحاد الطلاب الذي تؤيده؟

غير متحيز .

ما مقدار المدة التي عشتها في سكنك الحالي؟

غير متحيز .

السيارات الهجينة يريد أحد مصانع السيارات تحديد مقدار الطلب في الولايات المتحدة على السيارات الهجينة. اذكر الهدف من الاستطلاع، واقترح الفئة المستهدفة، ثم اكتب سؤالين للاستطلاع دون تحيّز.

الهدف/ الاتحديد عدد الأشخاص الذين يقبلون على السيارات الهجينة .

الفئة المستهدفة : الأشخاص الذين لهم الحق في شراء السيارات .

١) هل تمتلك حالياً سيارة هجينة ؟

٢) هل تخطط لشراء سيارة هجينة ؟

حدد أي أخطاء في إعداد التجربة، ثم صف كيف يمكن تصحيحها.

التجربة: تريد إحدى شركات الأبحاث تحديد ما إذا كان أحد الفيتامينات الجديدة يعزز من مستويات الطاقة. لذا قررت اختبار هذا الفيتامين على طلاب الجامعة. وقد تم أخذ عينة عشوائية، بحيث تتألف مجموعة التجربة من الطلاب الذين تم إعطاؤهم الفيتامين، بينما تتألف المجموعة الضابطة من المحاضرين الذين تم إعطاؤهم دواء وهميًا.

النتائج: عند إجراء اختبار بدني للأداء، حصلت مجموعة التجربة على درجات أعلى من المجموعة الضابطة. وبالتالي استنتجت الشركة فعالية الفيتامين.

يتمثل الخطأ في أن المجموعة التجريبية تتألف من طلاب وهم أصغر سناً من المحاضرين في المجموعة الضابطة بحيث لهم كفاءة أكبر في أداء التمرينات البدنية حتى بدون تناولهم للفيتامينات .

الرياضة تريد إحدى شركات الأبحاث إجراء تجربة لاختبار فائدة مخفوق البروتين الموضح. اذكر الهدف من التجربة، واقترح الفئة المستهدفة، وحدد مجموعة التجربة والمجموعة الضابطة، ثم صف إجراء العينة.

يساعد الرياضيين على التعافي من التدريبات الشاقة!

الهدف/ تحديد ما إذا كان مخفوق البروتين يساعد الرياضيين على استعادة نشاطهم بعد أدائهم للتمارين

الفئة المستهدفة : جميع الرياضيين .

المجموعة التجريبية - الرياضيين الذين يأخذون مخفوق البروتين

المجموعة الضابطة: الرياضيين الذين يأخذون دواءً وهمياً.

ثم بعد تناولهم جميعاً يتم مقارنة نشاطهم .

ورقة عمل الحادي عشر العام **10-2 توزيعات البيانات** الاسم : ____________

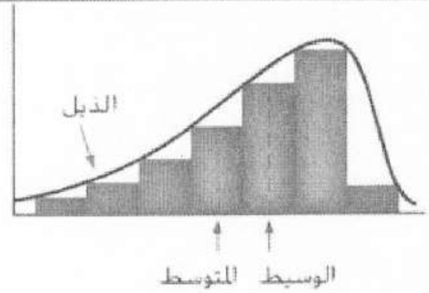
نواتج التعلّم

1– استخدام أشكال التوزيعات لتحديد الإحصاء المناسب.

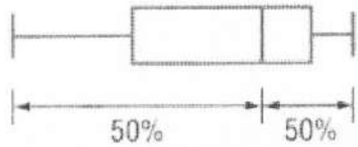
2– استخدام أشكال التوزيعات لمقارنة البيانات.

ملوذج إجابة

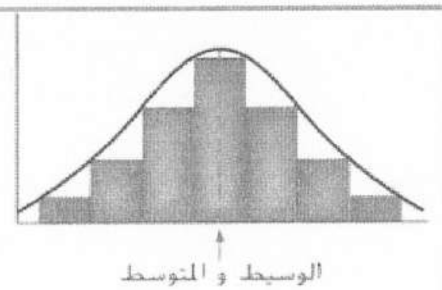
توزيع ملتوٍ سلبًا



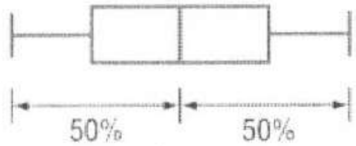
- المتوسط أقل من الوسيط.
- أغلب البيانات تقع على يمين المتوسط.



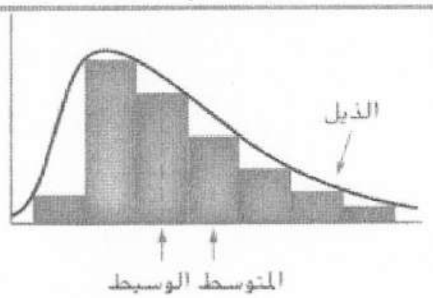
توزيع متماثل



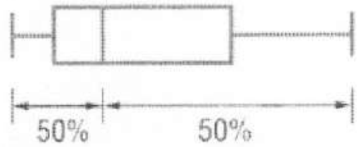
- المتوسط والوسيط متساويان تقريبًا.
- البيانات موزعة بالتساوي على كلا جانبي المتوسط.



توزيعٍ ملتوٍ ايجابًا



- المتوسط أكبر من الوسيط.
- أغلب البيانات تقع على يسار المتوسط.

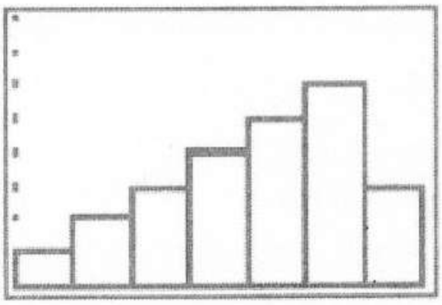


- إذا كان التوزيع متماثلاً نسبيًا، فسوف يمكنك استخدام المتوسط والانحراف المعياري.
- إذا كان التوزيع ملتويًا أو له نقاط متطرفة، فاستخدم ملخص الأعداد الخمسة لوصف تمركز وتشتت البيانات.

تدريب يوضح الجدول التالي مقدار الزمن الذي قضاه سعيد في الجري على جهاز الجري الكهربائي لمدة أول 24 يومًا من ممارسته للتدريب الرياضي.

الزمن (بالدقائق)											
22	15	30	25	7	19	27	13	24	18	10	23
27	16	23	12	22	26	26	29	16	23	28	10

1a. ...م مدرج إحصائي



[4, 32] scl: 4 by [0, 8] scl: 1

ملتو سلبيًا

1b. ...م أي من المتوسد

الإجابة النموذجية: التوزيع ملتوٍ. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. تتراوح الأوقات بين 7 إلى 30 دقيقة. الوسيط هو 22.5 دقيقة. ونصف البيانات موجود بين 15.5 و 26 دقيقة.

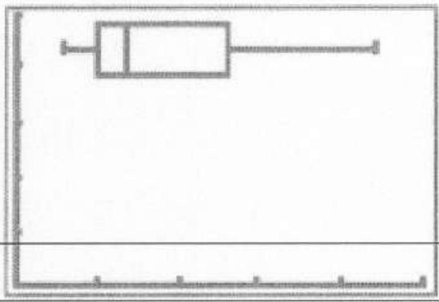
المطاعم إجمالي عدد مرات التي تناول فيها 20 فرْدا عشوائيا الطعام داخل المطعم أو قاموا بشراء وجبات سريعة في إحدى الشهور موضح أدناه.

المطاعم أو المأكولات السريعة									
4	7	5	13	3	22	13	6	5	10
7	18	4	16	8	5	15	3	12	6

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مخطط الرسم الصندوقي. ثم صف ا

b. صف تمركز وتشتت البيانات باستخدام أي من المتوسط والانحراف المعيار أو ملخص الأعداد الخمسة. برر اختيارك.

2a.



[0, 25] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

ملتو إيجابيًا

2b. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتوٍ. لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة.
تتراوح البيانات من 3 إلى 22 ضعفًا.
الوسيط هو 7 أضعاف، ونصف البيانات بين 5 و 13 ضعفًا.

أدوات إجمالي مبيعات جمع التبرعات للطلا ب في صفين دراسيين في مدرسة الخليل الثانوية موضح بالجدول أدناه.

الصف الدراسي للسيدة/ ياسمين (بالدرهم)					
6	14	17	12	38	15
11	12	23	6	14	28
16	13	27	34	25	32
21	24	21	17	16	

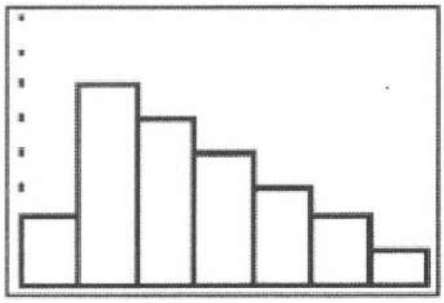
الصف الدراسي للسيد/ ناصر (بالدرهم)					
29	38	21	28	24	33
14	19	28	15	30	6
31	23	33	12	38	28
18	34	26	34	24	37

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لتصميم مدرج إحصائي لكل مجموعة بيانات. ثم صف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات باستخدام المتوسطات والا نحرافات المعيارية أو الملخصات المكونة من خمسة أعداد. برر اختيارك.

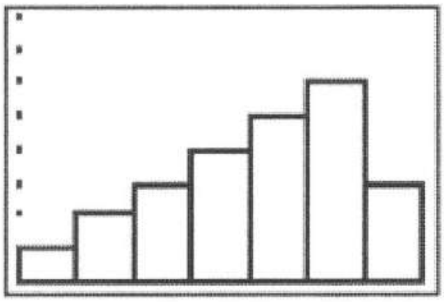
3a.

صف الأستاذة ياسمين



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

صف الأستاذ ناصر



[5, 40] scl: 5 by [0, 8] scl: 1

الصف الدراسي الخاص بالأستاذة ياسمين: ملتوٍ ايجاباً؛ الصف الدراسي الخاص بالأستاذ ناصر: ملتوٍ سلبيًا

3b. الإجابة النموذجية: التوزيعات ملتوية، لذا استخدم ملخص الأعداد الخمسة. كلا الصفين الدراسيين لهما المدى ذاته. إلا أن وسيط الصف الدراسي الخاص بالأستاذة ياسمين هو 17 ، ووسيط الصف الدراسي الخاص بالأستاذ ناصر هو 28. ويساوي الربع الأقل للصف الدراسي الخاص بالأستاذ ناصر 20 ، وبما أنه أكبر من وسيط الصف الدراسي الخاص بالأ ستاذة ياسمين، فهذا يعني أن 75% من البيانات المأخوذة من صف الأ ستاذ ناصر أكبر من 50% من تلك البيانات المأخوذة من صف الأستاذة ياسمين. إذًا، نستطيع أن نستنتج أن مبيعات الطلاب في صف الأستاذ ناصر تعدّ في المجمل أعلى قليلاً من مبيعات الطلاب في صف الأستاذة ياسمين.

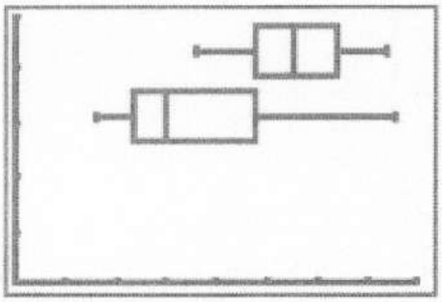
إعادة التدوير موضح إجمالي عدد الورق الذي تتم إعادة تدويره أسبوعيًا للصفوف الدراسية في السنة قبل الأخيرة والأخيرة.

طلا ب السنة قبل الأخيرة (بالكيلوجرام)					
14	24	8	26	19	38
12	15	12	18	9	24
12	21	9	15	13	28

طلاب السنة الأخيرة (بالكيلوجرام)					
25	31	35	20	37	27
22	32	24	28	18	32
25	32	22	29	26	35

a. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإعداد مخطط الرسم الصندوقي لكل مجموعة بيانات. ثم صِف شكل كل توزيع.

b. قارن التوزيعات باستخدام المتوسطات والانحرافات المعيارية أو الملخصات المكونة من خمسة أعداد. برر اختيارك.

4a.


[0, 40] scl: 5 by [0, 5] scl: 1

طلا ب السنة قبل الأخيرة، ملتوٍ إيجابيًا؛ طلا ب السنة الأخيرة، متماثل

4b. الإجابة النموذجية: أحد التوزيعات متماثل والآخر ملتوٍ، لذا استخدم ملخصات الأعداد الخمسة. المتوسط لصف طلاب السنة قبل الأخيرة هو 15، ووسيط صف طلاب السنة الأخيرة هو 27.5. القيمة الصغرى لصف طلاب السنة الأخيرة هو 18. هذا يعني أن الإجمالي في كل أسبوع لصف طلاب السنة الأخيرة أكبر من 50% من الإجمالي في كل أسبوع لصف طلاب السنة قبل الأخيرة. وبالتالي، نستنتج أن الإجمالي بكل أسبوع لصف طلاب السنة الأخيرة أكبر بكثير من الإجمالي بكل أسبوع لصف طلاب السنة قبل الأخيرة.

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام 10-3 **التوزيعات الاحتمالية** الاسم :____________

نواتج التعلّم 1- إنشاء توزيع احتمالي. 2- تحليل التوزيعات التكرارية وتلخيص الإحصاءات ذات الصلة.

قيمة **المتغير العشوائي** هي الناتج العددي من حدث عشوائي. المتغير العشوائي يمكن أن يكون منفصلاً أو متصلاً. **المتغيرات العشوائية المنفصلة** تمثل قيمًا يمكن عدها. **المتغيرات العشوائية المتصلة** يمكن أن تبلغ أي قيمة.

تحديد المتغيرات العشوائية وتصنيفها

حدد المتغير العشوائي في كل توزيع، وصنّفه على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.

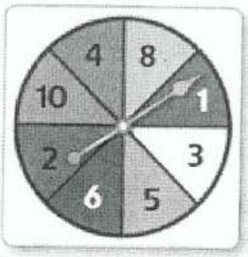
المسافة الدقيقة لعينة من رميات القوس

المتغير العشوائي X هو المسافة المقطوعة في كل رمية / X متصل لأن المسافة يمكن أن تكون في أي مكان

الفئات العمرية للاستشاريين في مخيم صيفي

المتغير العشوائي X هو أعمار المستشارين / X منفصل لأن الأعمار قابلة للعد.

إنشاء توزيع احتمالي نظري



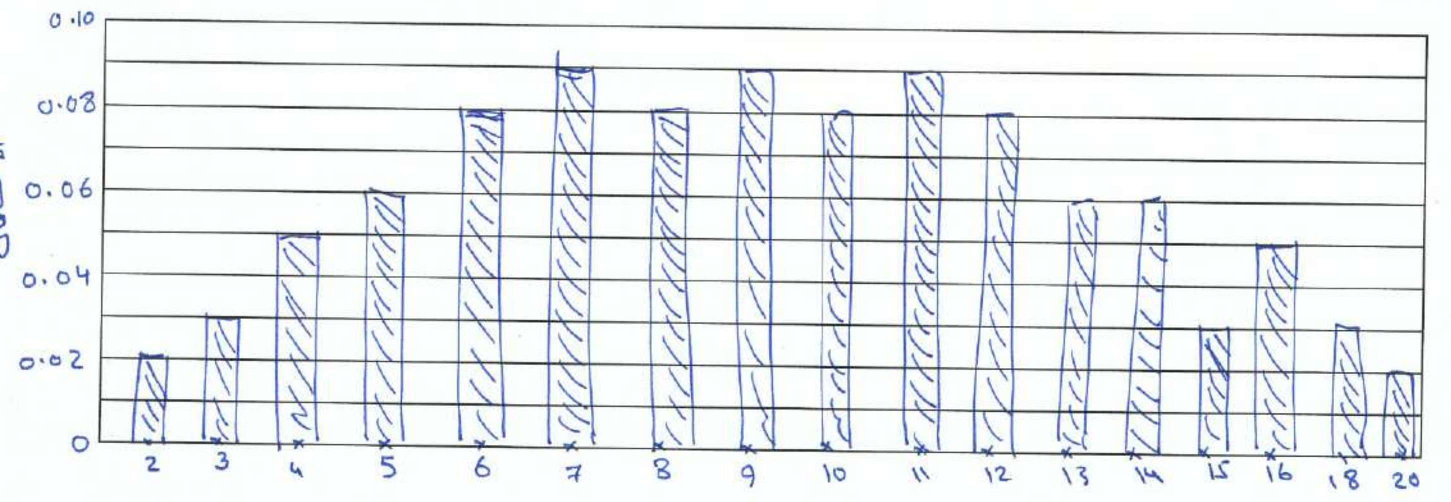
X تمثل مجموع قيم دورتين للقرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي.

B. مثّل بيانيًا التوزيع الاحتمالي النظري.

$8 \times 8 = 64 \rightarrow$ المجموع

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20
التكرار	1	2	3	4	5	6	5	6	5	6	5	4	4	2	3	2	1
التكرار النسبي	0.02	0.03	0.05	0.06	0.08	0.09	0.08	0.09	0.08	0.09	0.08	0.06	0.06	0.03	0.05	0.03	0.02



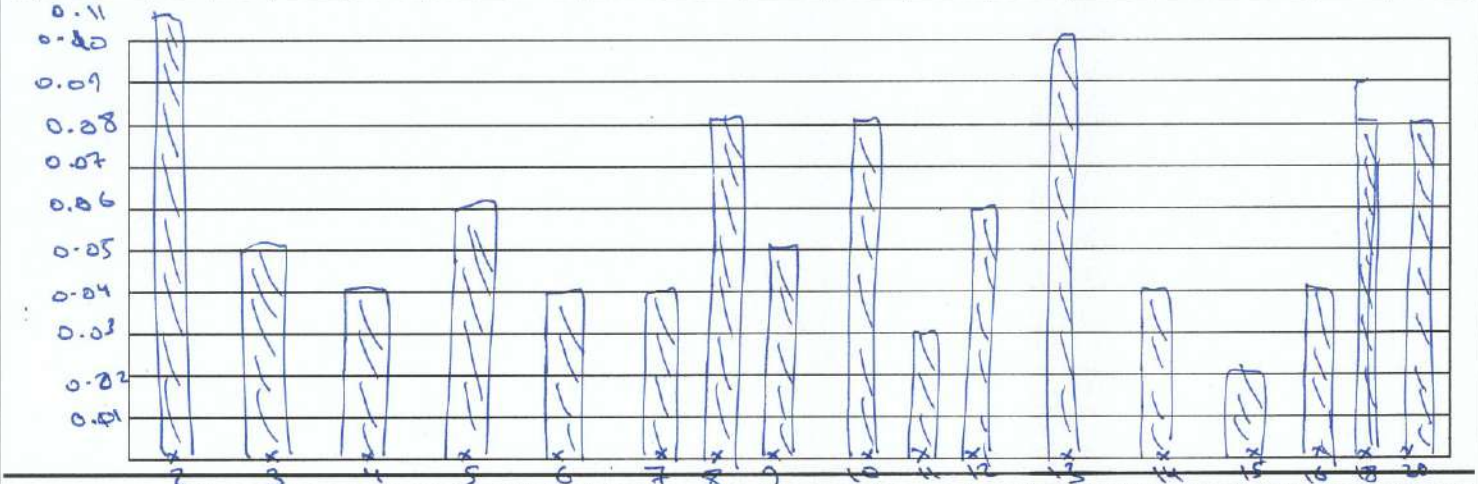
إنشاء توزيع احتمالي تجريبي

X تمثل مجموع قيم دورتين للفرص.

A. أنشئ جدول تكرار نسبي لعدد 100 محاولة. ← توليد أعداد عشوائية

B. مثّل التوزيع الاحتمالي التجريبي بيانيًا.

المجموع	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	20
التكرار	11	5	4	6	4	4	8	5	8	3	6	10	4	2	4	8	8
التكرار النسبي	0.11	0.05	0.04	0.06	0.04	0.04	0.08	0.05	0.08	0.03	0.06	0.10	0.04	0.02	0.04	0.08	0.08



قيمة التوقع = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة X والاحتمال المرتبطة بها $P(X)$.

$$E(X) = \Sigma\,[X \cdot P(X)]$$ **قيمة التوقع**

من الحياة اليومية قيمة التوقع

الجوائز ربح خالد تذكرة للحصول على جائزة. في الجداول التالي. يتم توضيح توزيع قيم التذاكر والتكرارات النسبية المرتبطة بها. أوجد قيمة التوقع لما ربحه.

القيمة (AED)	1	10	100	1000	5000	25,000
التكرار	5000	100	25	5	1	1
التكرار النسبي	$\frac{5000}{5132}$	$\frac{100}{5132}$	$\frac{25}{5132}$	$\frac{5}{5132}$	$\frac{1}{5132}$	$\frac{1}{5132}$

مجموع = 5132

$$E(X) = \frac{5000}{5132}(1) + \frac{100}{5132}(10) + \frac{25}{5132}(100) + \frac{5}{5132}(1000) + \frac{1}{5132}(5000) + \frac{1}{5132}(25000)$$

$$E(X) = 8.476$$

التباين: $\sigma^2 = \Sigma[[X - E(X)]^2 \times P(X)]$
الانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي $= \sigma$

من الحياة اليومية الانحراف المعياري للتوزيع

اتخاذ القرارات **يفكّر خالد في استثمار 10,000 AED في صندوقي استثمار مختلفين. فيما يلي موضح المعدل المتوقع للعائدات والاحتمالات المطابقة لكل صندوق.**

الصندوق B
احتمال بنسبة 30% لربح قدره 2400 AED
احتمال بنسبة 10% لربح قدره 1900 AED
احتمال بنسبة 40% لخسارة قدرها 200 AED
احتمال بنسبة 20% لخسارة قدرها 400 AED

الصندوق A
احتمال بنسبة 50% لربح قدره 800 AED
احتمال بنسبة 20% لربح قدره 1200 AED
احتمال بنسبة 20% لربح قدره 600 AED
احتمال بنسبة 10% لخسارة قدرها 100 AED

a. أوجد قيمة التوقع لكل استثمار.

الصندوق A / $E(X) = 0.5(800) + 0.2(1200) + 0.2(600) + 0.1(-100) = 750$

الصندوق B / $E(X) = 0.3(2400) + 0.1(1900) + 0.4(-200) + 0.2(-400) = 750$

b. أوجد كل انحراف معياري.

الصندوق A:

الربح، X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \times P(X)$
800	0.50	$(800-750)^2 = 2500$	$2500(0.5) = 1250$
1200	0.2	$(1200-750)^2 = 202\,500$	$202500(0.2) = 40\,500$
600	0.2	$(600-750)^2 = 22\,500$	$22500(0.2) = 4500$
-100	0.10	$(-100-750)^2 = 722500$	$722500(0.1) = 72\,250$
			المجموع $= 118\,500$
			$\sigma = \sqrt{118\,500} = 344.2$

الصندوق B:

الربح، X	$P(X)$	$[X - E(X)]^2$	$[X - E(X)]^2 \times P(X)$
2400	0.3	$(2400-750)^2 = 2\,722\,500$	$2\,722\,500(0.3) = 816\,750$
1900	0.1	$(1900-750)^2 = 1\,322\,500$	$1\,322\,500(0.1) = 132\,250$
-200	0.4	$(-200-750)^2 = 902\,500$	$902\,500(0.4) = 361\,000$
-400	0.2	$(-400-750)^2 = 1\,322\,500$	$1\,322\,500(0.2) = 264\,500$
			المجموع $= 1\,574\,500$
			$\sigma = \sqrt{1\,574\,500} = 1254.8$

c. ما الاستثمارات التي تنصح ماجد باختيارها، ولماذا؟

عليه اختيار الصندوق A . لأن الانحراف المعياري للصندوق B تقريباً 4 أضعاف انحراف المعياري للصندوق A
ومعنى ذلك، أن توقع B قابل للتغيير 4 أضعاف قابلية التغيير لتوقع A ويكون أكثر عرضة للمخاطر

ورقة عمل الحادي عشر العام — 10-4 **التوزيع ذو الحدين** — الاسم: ____________

نواتج التعلّم 1- تحديد وإجراء توزيع ذو الحدين. 2- إيجاد الاحتمالات باستخدام نظرية ذات الحدين.

التجربة ذات الحدين عبارة عن تجربة لاحتمالات بحيث تتوافق مع الشروط التالية.

- هناك عدد ثابت من المحاولات المستقلة n.
- كل محاولة ليس لها سوى نتيجتين محتملتين، إما النجاح أو الفشل.
- احتمال النجاح p ثابت في كل محاولة. احتمال الفشل q يساوي $1 - p$.
- المتغير العشوائي X هو عدد مرات النجاح في n محاولة.

تحديد تجربة ذات حدين

حدد ما إذا كانت كل تجربة عبارة عن تجربة ذات حدين أم هل يمكن تبسيطها لتصبح تجربة ذات حدين أم لا. وإذا كانت كذلك. فصف المحاولة وحدد المتغير العشوائي واذكر قيم n و p و q.

سُئل خمسة وسبعون طالبا عشوائيا عما إذا كانت لديهم سيارة.

ذات حدين / نسأل 75 طالب / نجاح التجربة قول كلمة نعم، وفشلها كلمة لا.
المتغير العشوائي هو عدد كلمات نعم. $n = 75$ / $p = 34\%$ / $q = 66\%$

أزيلت أربع بطاقات من رزمة لمعرفة عدد البطاقات الرابحة التي تم اختيارها.

لا يمكن تبسيط التجربة لتصبح ذات حدين لأن الأحداث غير مستقلة
فاحتمال اختيار ورقة ما يتغير بعد كل اختيار

اتبع الإ رشادات التالية عند إجراء تجربة ذات حدين.

الخطوة 1 اذكر محاولة لموقف ما وحدد عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

الخطوة 2 حدد إجراء النجاح واحسب الاحتمالات النظرية للنجاح والفشل.

الخطوة 3 صف المتغير العشوائي X.

الخطوة 4 صمم نموذج محاكاة وجرّبه لتحديد الاحتمال التجريبي.

أعدّ تجربة ذات حدين

أجرِ تجربة ذات حدين لتحديد احتمال سحب بطاقة تحمل عدد فردي من رزمة البطاقات. ثم قارن بين الاحتمالات التجريبية والنظرية للتجربة.

الخطوة الأولى: المحاولة هي سحب ورقة من ورق اللعب) تكرر عدد المحاولات (26 مرة) تمثيل

الخطوة الثانية: النجاح هو سحب ورقة عدد فردي

$\frac{4}{13} = \frac{4 \times 4}{52} = P$ احتمال النجاح هي 9, 7, 5, 3

احتمال الفشل $q = \frac{9}{13}$

الخطوة الثالثة: المتغير العشوائي X هو عدد البطاقات الفردية المسحوبة من ضمن 26 محاولة.

الخطوة الرابعة/ استخدم برنامج توليد أرقام عشوائية من 1 ← 13

نفترض أن 1, 2, 3, 4 هي الأعداد الفردية

البطاقات الأخرى 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13

أنشئ جدولاً تكرارياً

النتيجة	علامات التكرار / التكرار
بطاقات فردية X	6
بطاقات زوجية	20

الاحتمال التجريبي للعدد الفردي $= \frac{6}{26} = 23\%$

التوزيع ذو الحدين عبارة عن توزيع تكراري لاحتمال كل قيمة من قيم X. حيث إن المتغير العشوائي X يمثل عدد المحاولات الناجحة في n محاولة.

ولأن X يمثل المتغير العشوائي المنفصل، فإن التوزيع ذا حدين عبارة عن توزيع احتمالي منفصل.

يمكن حساب الاحتمالات في التوزيع ذي الحدين باستخدام القانون التالي.
احتمال تحقيق X في محاولات النجاح في n من المحاولات المستقلة تساوي

$$P(X) = {}_nC_X\, p^X q^{n-X}$$

إيجاد الاحتمال

التسويق عبر الهاتف تعمل إيمان في وظيفة التسويق عبر الهاتف، حيث يمكنها تحقيق البيع في 15% من المكالمات التي تجريها مع العملاء المحتملين. وهي تجري 20 مكالمة في ساعة محددة. فما احتمال أن تنجح 5 مكالمات في إتمام البيع؟

F 6.7% G 8.3% H 10.3% J 11.9%

$p = 0.15$ ، $q = 0.85$

$= {}_{20}C_5\, p^5 q^{15}$

$= {}_{20}C_5\,(0.15)^5(0.85)^{15} = 0.1028 \Rightarrow 10.28\%$

يمكن حساب المتوسط الحسابي μ في التوزيع ذي الحدين بالقانون $\mu = np$.
حيث إن n تساوي عدد المحاولات وp يساوي احتمال النجاح.

من الحياة اليومية التوزيع الاحتمالي الكامل

حل الاختبار نسيت منال أن تذاكر دروسها من أجل اختبار التربية المدنية. يتكون الاختبار من خمسة أسئلة الاختيار من متعدد. وفي كل سؤال توجد أربعة خيارات للإجابة. ويجب على منال وضع دائرة على إجابة كل سؤال عشوائيا. ومن أجل أن تنجح عليها أن تجيب على أربعة أسئلة صحيحة على الأقل.

a. **حدد الاحتمالات المصاحبة لعدد الأسئلة التي أجابتها منال إجابة صحيحة عن طريق حساب التوزيع الاحتمالي.**

يوجد 4 اختيارات للسؤال واحد صحيح إذاً

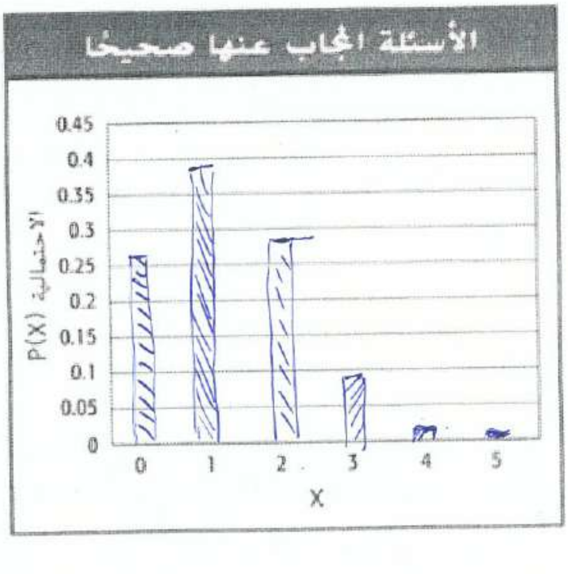
$n = 5$ / $0.75 = q$ / $0.25 = p$

$(p+q)^5 = 5C_0\, p^5 + 5C_1\, p^4 q + 5C_2\, p^3 q^2 + 5C_3\, p^2 q^3 + 5C_4\, p q^4 + 5C_5\, q^5$

$= 1(0.25)^5 + 5(0.25)^4(0.75) + 10(0.25)^3(0.75)^2 + 10(0.25)^2(0.75)^3 + 5(0.25)(0.75)^4 + 1(0.75)^5$

$= 0.001 + 0.015 + 0.088 + 0.264 + 0.396 + 0.237$

5 صحيحة   4 صح   3 صح   2 صح   1 صح   لا صحيح



b. **ما احتمال أن تنجح منال في الاختبار؟**

تنجح منال عندما تجيب على أربعة أسئلة صحيحة على الأقل

يعني 4 صح أو 5 صح

$\Rightarrow 0.015 + 0.001 = 0.016$

$= 1.6\ \%$

نسبة ضعيفة جداً.

c. **كم سؤالاً ينبغي أن تتوقع منال الإجابة عليه إجابة صحيحة؟**

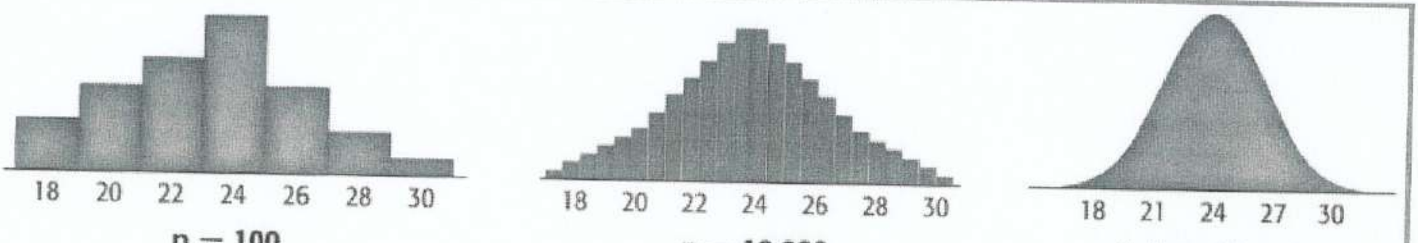
$\mu = 5(0.25) = 2.5 \approx 3$ أسئلة

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام 10-5 **التوزيع الطبيعي** الاسم: ________

نواتج التعلّم 1- استخدام قاعدة تجريبية لتحليل المتغيرات الموزعة طبيعيًا. 2- تطبيق التوزيع الطبيعي المعياري مع قيم z .

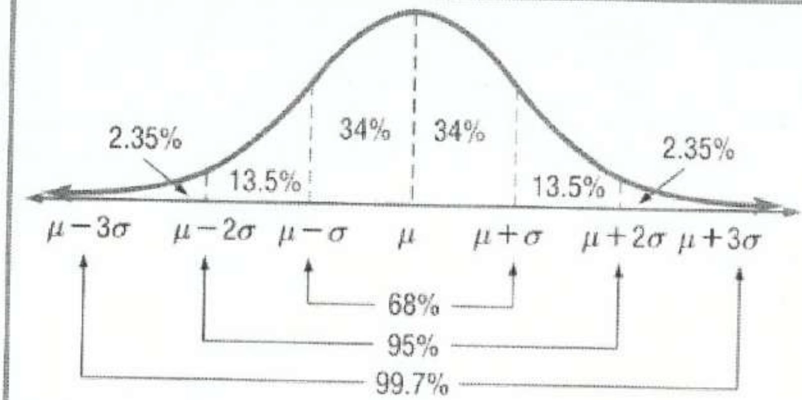


المنحنى على اليمين عبارة عن **توزيع طبيعي**. وهو التوزيع الاحتمالي المتصل الأكثر شيوعًا.

فيما يلي خواص التوزيع الطبيعي.

- يتسم التمثيل البياني للمنحنى بأنه متصل ويشبه شكل الجرس ومتماثل فيما يخص المتوسط.
- يتسم المتوسط والوسيط والمنوال بالمساواة.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.
- إجمالي المساحة الواقعة تحت المنحنى تساوي 1 أو 100%.

يمكن استخدام **القاعدة التجريبية** لتحديد المنطقة الواقعة تحت المنحنى الطبيعي على فترات محددة.



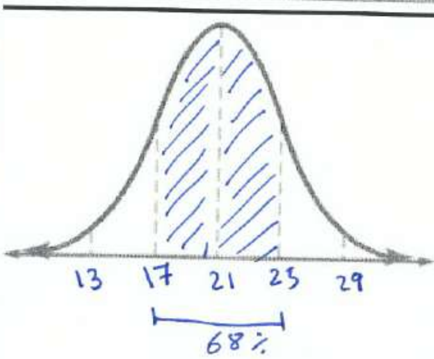
في التوزيع الطبيعي ذي المتوسط μ والانحراف المعياري σ.

- يقع 68% تقريبًا من البيانات في مدى 1σ من المتوسط
- يقع 95% تقريبًا من البيانات في مدى 2σ من المتوسط
- يقع 99.7% تقريبًا من البيانات في مدى 3σ من المتوسط

استخدام القاعدة التجريبية لتحليل البيانات

التوزيع الطبيعي له متوسط بقيمة 21 وانحراف معياري بقيمة 4.

a. أوجد مدى القيم التي تمثل المنتصف بنسبة 68% من التوزيع.

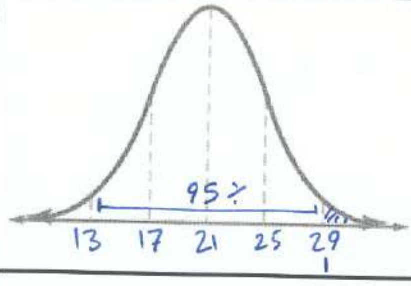


$17 < x < 25$

مدى القيم التي تمثل المنتصف بنسبة 68% هو

$17 < x < 25$

b.   ما نسبة البيانات المئوية التي ستكون أكبر من 29؟



$100\% - 95\% = 5\%$

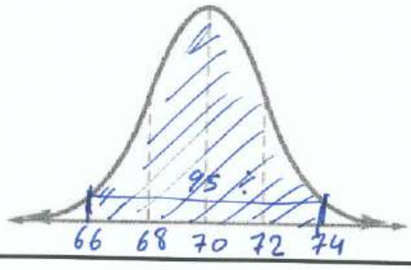
$(5\%) \div 2 = \boxed{2.5\%}$

2.5% من البيانات أكبر من 29

من الحياة اليومية   استخدام القاعدة التجريبية لتحليل البيانات

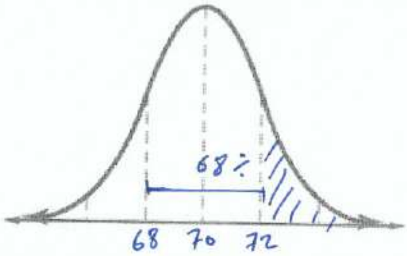
الأطوال تُوزَّع أطوال 1800 شاب توزيعًا طبيعيًا باستخدام متوسط بقيمة 70 بوصة وانحراف معياري بقيمة بوصتين.

a.   كم شاب تقريبًا تتراوح أطوالهم بين 66 و 74 بوصة؟



$(95\%)(1800) = 1710$ طالب

b.   ما احتمال أن يكون الشاب المختار عشوائيًا أطول من 72 بوصة؟



$100\% - 68\% = 32\%$

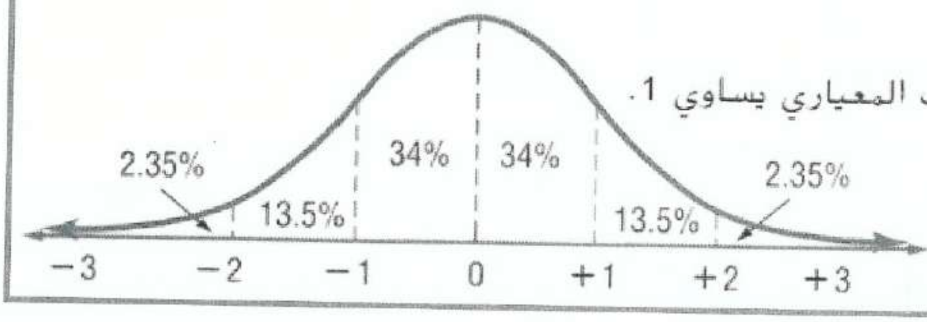
$(32\%) \div 2 = \boxed{16\%}$

بمجرد جعل مجموعة البيانات معيارية، يمكن تقييم أي قيمة للبيانات. تكون البيانات معيارية بتحويلها إلى قيم z وتُعرف أيضًا باسم درجات z. تمثّل **قيمة z** عدد الانحرافات المعيارية التي تعبر عنها قيمة البيانات المعطاة من المتوسط. وبالتالي، فإن قيم z يمكن استخدامها لتحديد موقع أي قيمة بيانات داخل مجموعة البيانات.

قيمة z $z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$

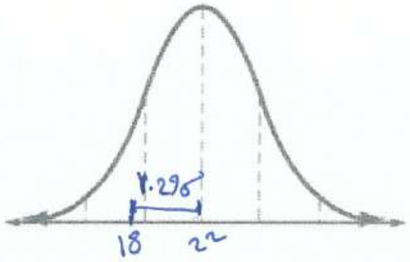
التوزيع الطبيعي المعياري هو توزيع طبيعي فيه قيمة المتوسط 0 والانحراف المعياري 1.

- إجمالي المساحة الواقعة تحت المنحنى تساوي 1 أو 100%.
- تقع المنطقة كلها تقريبًا بين $z = -3$ و $z = 3$.
- التوزيع متماثل.
- المتوسط يساوي 0 والانحراف المعياري يساوي 1.



استخدام قيم z لتحديد الموقع

أوجد قيمة z إذا كان $X = 18$، و $\mu = 22$، و $\sigma = 3.1$. حدد موقع X في التوزيع.



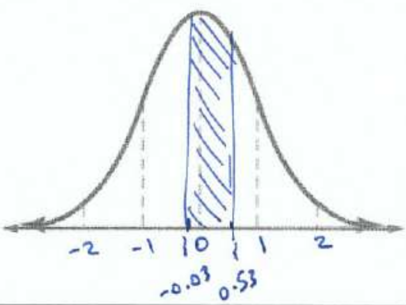
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{18 - 22}{3.1} = -1.29$$

$X = 18$ أقل من المتوسط بمقدار 1.29σ

من الحياة اليومية إيجاد الاحتمالات

مقاطع الفيديو عدد مقاطع الفيديو المحملة يوميًا على موقع مشاركة مقاطع الفيديو موزعة طبيعيًا باستخدام $\mu = 181{,}099$ مقطع فيديو و $\sigma = 35{,}644$ مقطع فيديو. أوجد الاحتمالا ت في كل مما يلي. ثم استخدم حاسبة التمثيل البياني لرسم المنطقة المتطابقة الواقعة تحت المنحنى.

a. $P(180{,}000 < X < 200{,}000)$



$X = 180\,000 \Rightarrow Z = \frac{180\,000 - 181\,099}{35\,644} = -0.03$

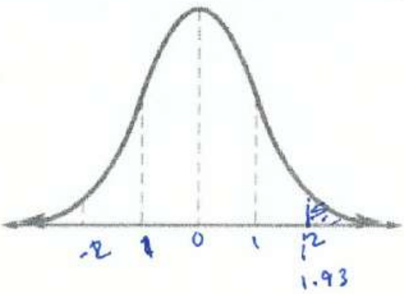
$X = 200\,000 \Rightarrow Z = \frac{200\,000 - 181\,099}{35\,644} = 0.53$

بالآلة الحاسبة

$P(180\,000 < x < 200\,000) = 0.213906$

$\approx 21.4\ \%$

b. $P(X > 250{,}000)$



$X = 250\,000 \rightarrow Z = \frac{250\,000 - 181\,099}{35\,644} = 1.93$

بالآلة الحاسبة

$P(x > 250\,000) = 0.0268$

$\approx 2.7\ \%$

الوحدة الحادية عشر

ورقة عمل الحادي عشر العام 11-1 النسب المثلثية في المثلثات القائمة

الاسم : ____________

نواتج التعلّم

1- إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا الحادة.

2- استخدام النسب المثلثية لإيجاد أطوال أضلاع المثلثات القائمة وقياسات زواياها.

النسب المثلثية

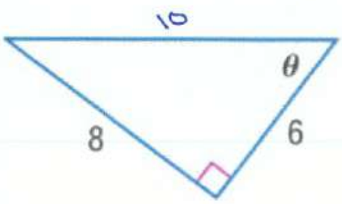
بالكلمات	جبريًا
جيب الزاوية θSineθ (sin θ) هو نسبة طول الضلع المقابل لهذه الزاوية إلى طول الوتر.	$\sin\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$
جيب تمام الزاوية (cos θ)Cosineθ هو نسبة طول الضلع المجاور لهذه الزاوية إلى طول الوتر.	$\cos\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$
ظل الزاوية Tangentθ (tan θ) هو نسبة طول الضلع المقابل لهذه الزاوية إلى طول الضلع المجاور لها.	$\tan\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$

النظائر الضربية للنسب المثلثية

بالكلمات	جبريًا
قاطع تمام الزاوية θ (csc θ) Cosecant هو النظير الضربي للنسبة sin.	$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{\text{وتر}}{\text{مُقابل}}$
قاطع الزاوية θ (sec θ) Secant هو النظير الضربي للنسبة cos.	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\text{وتر}}{\text{مجاور}}$
ظل تمام الزاوية θ (cot θ) Cotangent هو النظير الضربي للنسبة tan.	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}}$

أوجد قيم النسب المثلثية الست للزاوية θ.

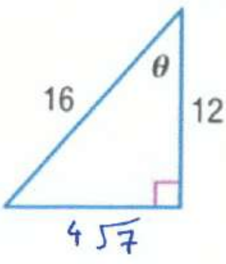
(الوتر) $C = \sqrt{6^2+8^2} = 10$



$\sin\theta = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ | $\csc\theta = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

$\cos\theta = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ | $\sec\theta = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

$\tan\theta = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ | $\cot\theta = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$



$\sin\theta = \frac{4\sqrt{7}}{16} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ | $\csc\theta = \frac{4}{\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7}}{7}$

$\cos\theta = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ | $\sec\theta = \frac{4}{3}$

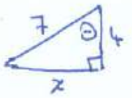
$\tan\theta = \frac{4\sqrt{7}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{3}$ | $\cot\theta = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$

$a = \sqrt{16^2 - 12^2} = 4\sqrt{7}$

(L)

في مثلث قائم، تكون $\angle A$ حادة. أوجد قيم النسب المثلثية الخمس المتبقية.

$\cos A = \frac{4}{7}$



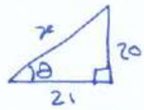
$x = \sqrt{7^2 - 4^2}$
$= \sqrt{33}$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{33}}{7}$ | $\csc\theta = \frac{7}{\sqrt{33}} = \frac{7\sqrt{33}}{33}$

$\cos\theta = \frac{4}{7}$ | $\sec\theta = \frac{7}{4}$

$\tan\theta = \frac{\sqrt{33}}{4}$ | $\cot\theta = \frac{4}{\sqrt{33}} = \frac{4\sqrt{33}}{33}$

$\tan A = \frac{20}{21}$



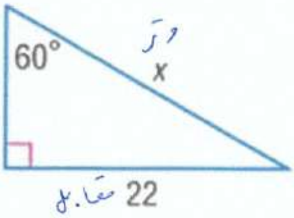
$x = \sqrt{20^2 + 21^2}$
$= 29$

$\sin\theta = \frac{20}{29}$ | $\csc\theta = \frac{29}{20}$

$\cos\theta = \frac{21}{29}$ | $\sec\theta = \frac{29}{21}$

$\tan\theta = \frac{20}{21}$ | $\cot\theta = \frac{21}{20}$

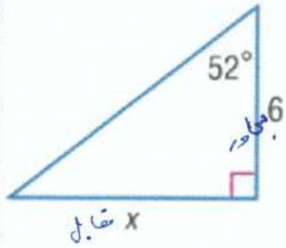
استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



$\frac{\sin 60}{1} = \frac{22}{x}$

$x = \frac{22}{\sin 60}$

$\boxed{x = 25.4}$



$\frac{\tan 52}{1} = \frac{x}{6}$

$x = 6\tan 52$

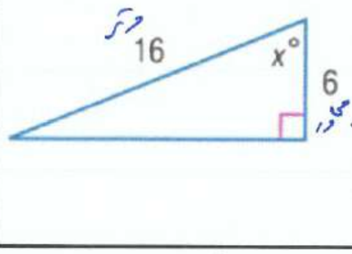
$x = 7.7$

أوجد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

$\tan x = \frac{15}{8}$

$x = \tan^{-1}\frac{15}{8}$

$x = 61.9$

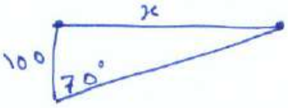


$\cos x = \frac{6}{16}$

$x = \cos^{-1}\frac{6}{16}$

$x = 68°$

الاستنتاج المنطقي وجد عمر شجرتين أمام بعضهما مباشرة على كل جانب من الوادي. عندما تحرك مسافة 100 متر من الشجرة على جانبه (بشكل موازٍ مع حافة الوادي). تشكلت زاوية قياسها 70° بالشجرة على جانبه والشجرة على الجانب الآخر. أوجد المسافة عبر الوادي.



$\frac{\tan 70}{1} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 100\tan 70 = 274.7\ m$

السلالم زاوية الارتفاع الموصى بها للسلم المستخدم في مكافحة الحريق هي 75°. ما الارتفاع الذي يصل إليه سلم طوله 21 مترا على مبنى إذا تم استخدام زاوية الارتفاع الموصى بها؟ قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

$\sin 75 = \frac{x}{21} \Rightarrow x = 21\sin 75 = 20.3\ m$

UAE NATIONAL AGENDA: To be among the 20 highest performing countries in PISA. To be among the 15 highest performing countries in TIMSS.

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام **11-2** **الزوايا وقياس الزاوية** الاسم : ____________

نواتج التعلّم

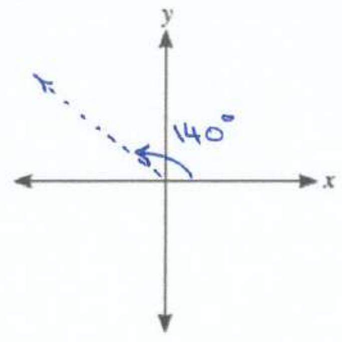
1- رسم الزوايا في الوضع القياسي وإيجادها.

2- تحويل قياس زاوية من الدرجة إلى الراديان والعكس.

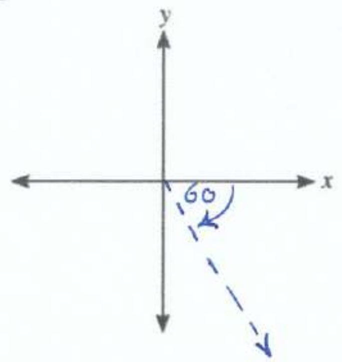
تكون الزاوية في **الوضع القياسي Standard Position** عندما يكون رأسها عند نقطة الأصل في المستوى الإحداثي، ويقع **ضلع الابتداء Initial Side** لها على الجزء الموجب من المحور x. يسمّى الضلع الذي دار للزاوية **ضلع الانتهاء Terminal Side**.

ارسم زاوية في وضع قياسي حسب القياس المُعطى.

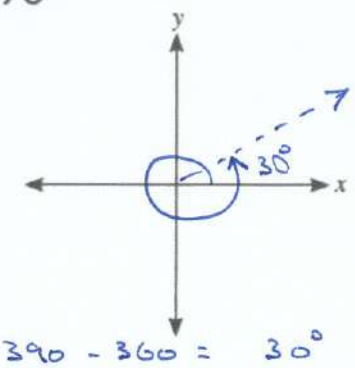
$140°$



$-60°$



$390°$



$390 - 360 = 30°$

الزوايا المتشاركة في ضلع الانتهاء Coterminal Angles هناك عدد غير منتهٍ من الزوايا المتشاركة في ضلع الانتهاء.
لتحديد قياس زاوية متشاركة في ضلع الانتهاء مع زاوية أخرى قياسها θ، أضيف أو أطرح مُضاعفًا من مضاعفات $360°$ أي قياس الدورة الكاملة فيكون: $\theta + n\,(360°)$ حيث n عدد صحيح.

أوجد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.

$25°$

$25 + 360 = 385°$

$25 - 360 = -335°$

$-100°$

$-100 + 360 = 260°$

$-100 - 360 = -460°$

أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

$\frac{\pi}{4}$

$\frac{\pi}{180} = \frac{\frac{\pi}{4}}{x}$

$x = \frac{180\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\pi} = \boxed{45°}$

$225°$

$\frac{\pi}{180} = \frac{x}{225}$

$x = \frac{225\pi}{180}$

$= \boxed{\frac{5\pi}{4}}$

$-40°$

$\frac{\pi}{180} = \frac{x}{-40}$

$x = \frac{-40\pi}{180} = \boxed{\frac{-2\pi}{9}}$

قانون طول القوس

لحساب طول القوس s الذي تحدّده زاوية مركزية قياسها θ راديان، في دائرة نصف قطرها r، أستخدم القانون.

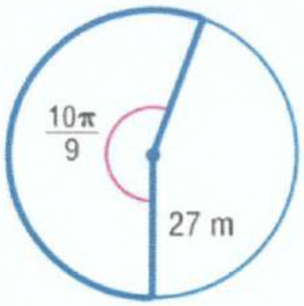
$$s = r\theta$$

الاستنتاج صنع لاعب تنس دورة بيده تحركت على امتداد مسار قوس. إذا كان نصف قطر دائرة القوس هو 1.2 متر وزاوية الدوران هي $100°$. فما طول القوس؟ قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

أولاً: نحول $100°$ إلى الراديان.
$\frac{\pi}{180} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{100\pi}{180} = \frac{5\pi}{9}$

$S = r\theta \longrightarrow S = 1.2\left(\frac{5\pi}{9}\right) = \frac{2}{3}\pi = \boxed{2.1}$ m

أوجد طول كل قوس. قرب إلى أقرب جزء من عشرة.



$S = 27\left(\frac{10\pi}{9}\right)$

$= 30\pi$

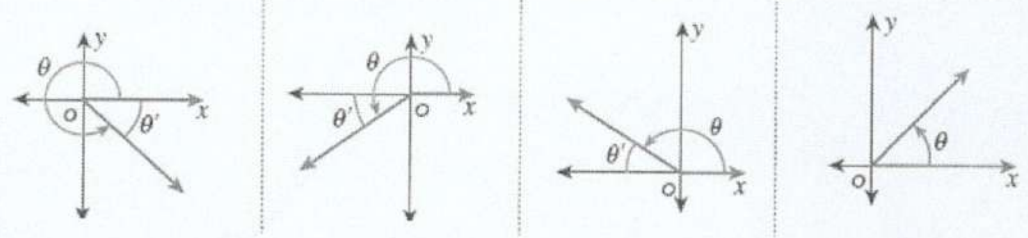
$= \boxed{94.2}$ m

ورقة عمل الحادي عشر العام 11-3 النسب المثلثية للزوايا العامة الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1– إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا العامة. 2– إيجاد قيم النسب المثلثية باستخدام زوايا المرجع.

الزوايا المرجعية

الربع الأول	الربع الثاني	الربع الثالث	الربع الرابع
$\theta' = \theta$	$\theta' = 180° - \theta$	$\theta' = \theta - 180°$	$\theta' = 360° - \theta$



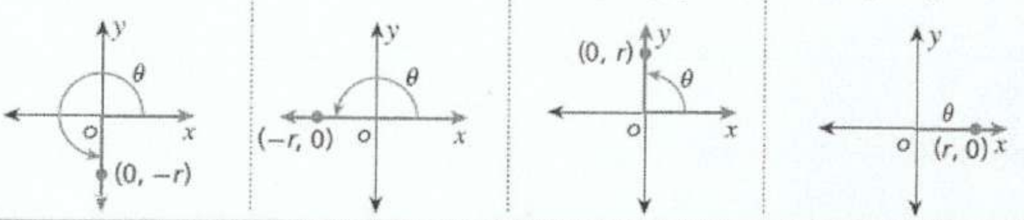
النسب المثلثية

إذا كانت P نقطة على ضلع الانتهاء لزاوية θ في الوضع القياسي وكان $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ فإن:

الظل	جيب التمام	الجيب
$\tan\theta = \frac{y}{x}$	$\cos\theta = \frac{x}{r}$	$\sin\theta = \frac{y}{r}$

الزوايا الربعية

$\theta = 0°$	$\theta = 90°$	$\theta = 180°$	$\theta = 270°$



النسب المثلثية للزوايا الربعية

θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
0	0	1	0
90°	+1	0	غير مُعرّف
180°	0	−1	0
270°	−1	0	غير مُعرّف
360°	0	1	0

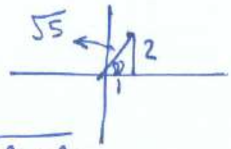
	الربع الثاني	الربع الأول
	$\sin\theta: +$	$\sin\theta: +$
	$\cos\theta:$	$\cos\theta: +$
	$\tan\theta:$	$\tan\theta: +$
	الربع الثالث	**الربع الرابع**
	$\sin\theta:$	$\sin\theta:$
	$\cos\theta:$	$\cos\theta: +$
	$\tan\theta: +$	$\tan\theta:$

قيم النسب المثلثية للزوايا الخاصة

sine	cosine	Tangent
$\sin 30° = \frac{1}{2}$	$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 60° = \frac{1}{2}$	$\tan 60° = \sqrt{3}$
$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\tan 45° = 1$

ضلع الانتهاء للزاوية θ الموجودة في وضع قياسي. يتضمن كل نقطة. أوجد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لـ θ.

$(1, 2)$



$r = \sqrt{x^2+y^2}$

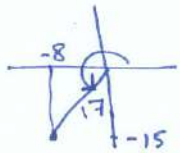
$r = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$

$\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ | $\csc\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ | $\sec\theta = \sqrt{5}$

$\tan\theta = 2$ | $\cot\theta = \frac{1}{2}$

$(-8, -15)$



$r = \sqrt{8^2+15^2}$

$r = 17$

$\sin\theta = \frac{-15}{17}$ | $\csc\theta = \frac{-17}{15}$

$\cos\theta = \frac{-8}{17}$ | $\sec\theta = \frac{-17}{8}$

$\tan\theta = \frac{15}{8}$ | $\cot\theta = \frac{8}{15}$

$(0, -4)$

$r = \sqrt{0^2+(-4)^2}$

$r = 4$

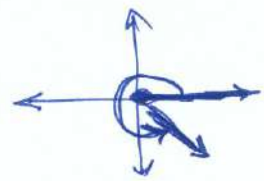
$\sin\theta = \frac{-4}{4} = -1$ | $\csc\theta = -1$ ~~غير معرف~~

$\cos\theta = \frac{0}{4} = 0$ | $\sec\theta = \frac{-4}{0}$ غير معرف

$\tan\theta = \frac{-4}{0}$ غير معرف | $\cot\theta = \frac{0}{-4}$ ~~غير معرف~~ $= 0$

ارسم كل زاوية، ثم أوجد زاوية المرجع لها.

300°



في الربع الرابع

$\theta' = 360 - \theta$

$= 360 - 300 = 60^\circ$

115°

في الربع الثاني

$\theta' = 180 - \theta$

$= 180 - 115 = 65^\circ$

$-\frac{3\pi}{4}$

$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi = \frac{5\pi}{4}$

في الربع الثالث

$\theta' = \theta - \pi$

$\theta' = \frac{5\pi}{4} - \pi = \frac{\pi}{4}$

أوجد القيمة الدقيقة لكل نسبة مثلثية مما يلي.

$\sin\frac{3\pi}{4}$

أولاً: نحسب θ'

θ في الربع الثاني ⇐ $\theta' = \pi - \theta$

$= \pi - \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

ثانياً: $\sin\frac{3\pi}{4} = +\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sec 120^\circ$

أولاً: نحسب θ'

θ في الربع الثاني ⇐ $\theta' = 180 - \theta$

$= 180 - 120 = 60^\circ$

$\cos 120 = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sec 120 = -2$

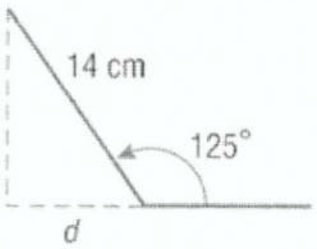
$\tan \frac{5\pi}{3}$	$\sin 300^\circ$
أولاً: نوجد θ'	أولاً: نوجد θ'
θ في الربع الرابع ⇐ $\theta' = 2\pi - \theta$	θ في الربع الرابع ⇐ $\theta' = 360 - \theta$
$= 2\pi - \frac{5\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$	$= 360 - 300 = 60^\circ$
$\tan \frac{5\pi}{3} = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$	$\sin 300 = -\sin 60 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

الترفيه فتحت ميساء مشغل DVD المحمول بحيث يصنع زاوية 125°. ويبلغ طول الشاشة 14 سنتيمترًا.

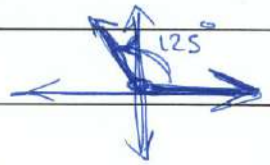
a. أعد تصميم الرسم التخطيطي بحيث تكون الزاوية في وضع قياسي على المستوى الإحداثي.

b. أوجد زاوية المرجع، ثم اكتب نسبة مثلثية يمكن استخدامها لإيجاد المسافة إلى الجدار d التي يمكن وضع مشغل DVD عندها.

c. استخدم النسبة لإيجاد المسافة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة.



(a)



(b) θ في الربع الثاني ⇐ $\theta' = 180 - \theta$

$= 180 - 125 = 55^\circ$

(c) $\frac{\cos 55}{1} = \frac{d}{14} \Rightarrow d = 14 \cos 55 = 8.03$ cm

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

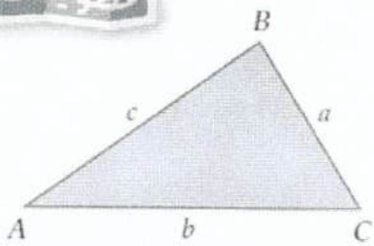
ورقة عمل الحادي عشر العام 11-4 قانون الـ Sine الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1- إيجاد مساحة مثلث باستخدام ضلعين وزاوية محصورة. 2- استخدام قانون الـ sine في حل المثلثات.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

مساحة المثلث



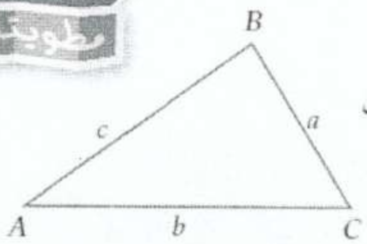
التعبير اللفظي: مساحة المثلث (k) تساوي نصف حاصل ضرب طولي ضلعين في جيب الزاوية المحصورة بينهما.

الرموز: $k = \frac{1}{2} bc \sin A$ $\quad k = \frac{1}{2} ac \sin B$ $\quad k = \frac{1}{2} ab \sin C$

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

قانون الجيوب



إذا كانت أضلاع $\triangle ABC$ التي أطوالها: a, b, c تقابل الزوايا ذات القياسات A, B, C على الترتيب، فإن العلاقات الآتية تكون صحيحة:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

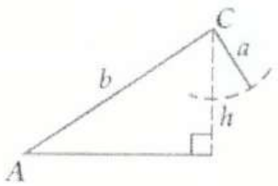
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

المثلثات الممكنة في حالة (SSA)

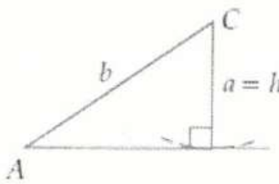
افترض مثلثا معلومًا فيه: $m\angle A, a, b$

$\angle A$ حادّة



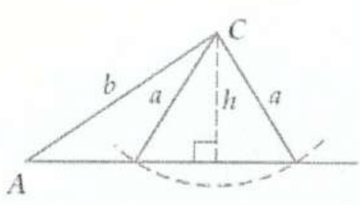
$a < h$

لا يوجد حلّ



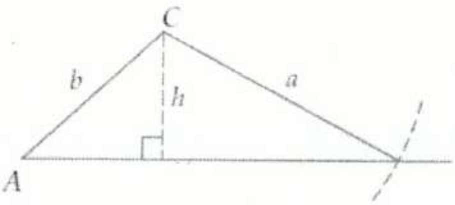
$a = h$

حلّ واحد



$h < a < b$

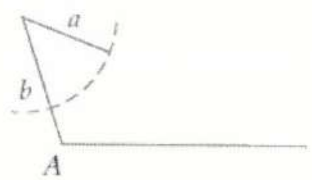
حلّان



$a \geq b$

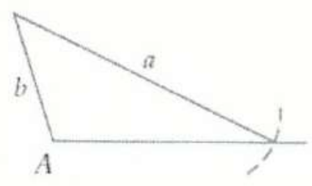
حلّ واحد

$\angle A$ قائمة أو منفرجة



$a \leq b$

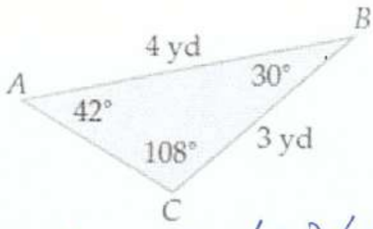
لا يوجد حلّ



$a > b$

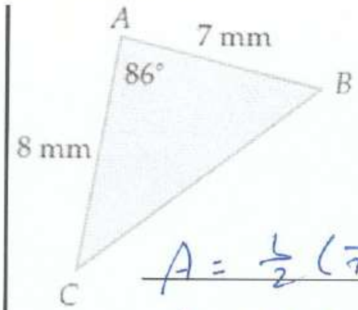
حلّ واحد

أوجد مساحة $\triangle ABC$ في كلٍّ ممَّا يأتي، مقرّبةً إلى أقرب جزء من عشرة.



$A = \frac{1}{2}(4)(3)\sin 30$

$A = 3\ yd^2$



$A = \frac{1}{2}(7)(8)\sin 86$

$A = 27.9\ mm^2$

$A = 40°, b = 11$ cm, $c = 6$ cm

$A = \frac{1}{2}(6)(11)\sin 40$

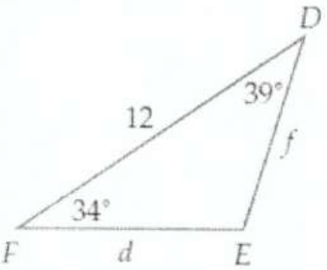
$A = 21.2\ cm^2$

$B = 103°, a = 20$ in, $c = 18$ in

$A = \frac{1}{2}(20)(18)\sin 103$

$A = 175.4\ in^2$

حُلّ كلَّ مثلَّث مما يأتي، مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة:

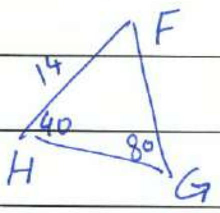


$m\angle E = 180 - 39 - 34 = 107°$

$\frac{\sin 39}{d} = \frac{\sin 107}{12} \Rightarrow d = 7.9$

$\frac{\sin 34}{f} = \frac{\sin 107}{12} \Rightarrow f = 7$

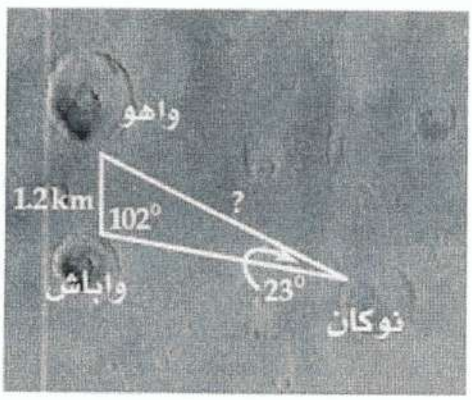
$\triangle FGH$ الذي فيه: $G = 80°, H = 40°, g = 14$



$F = 180 - 80 - 40 = 60°$

$\frac{\sin 80}{14} = \frac{\sin 40}{h} \Rightarrow h = 9.1$

$\frac{\sin 80}{14} = \frac{\sin 60}{f} \Rightarrow f = 12.3$



فضاء: ارجع إلى فقرة "لماذا؟" في بداية هذا الدرس. وأوجد المسافة بين فوّهة واهو وفوّهة نوكان.

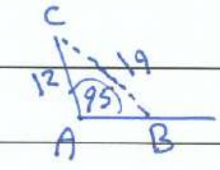
$\frac{\sin 102}{?} = \frac{\sin 23}{1.2}$

$? = 3\ km$

حدد إن كان للمثلَّث ABC في كلٍّ ممَّا يأتي حلّ واحد، أم حلّان، أم ليس له حلّ. أوجد الحلول، مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

(8)

$A = 95°, a = 19, b = 12$ الزاوية A منفرجة . إما صفر مثلث، او مثلث واحد .



$$\frac{\sin 95}{19} = \frac{\sin B}{12}$$

$$\sin B = \frac{12 \sin 95}{19}$$

$$B = \sin^{-1} \frac{12 \sin 95}{19}$$

$$B = 39°$$

$$C = 180 - 39 - 95 = 46°$$

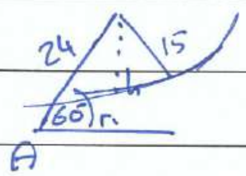
$$\frac{\sin 95}{19} = \frac{\sin 46}{c}$$

$$c = \frac{19 \sin 46}{\sin 95} = 13.7$$

(9)

$A = 60°, a = 15, b = 24$ الزاوية A حادة ، إما لا يوجد أو حل واحد أو حلان .

$$h = 24 \sin 60 = 20.8$$



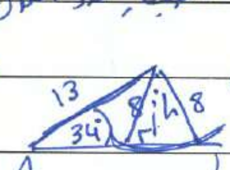
$$b < h$$

لا يوجد حل .

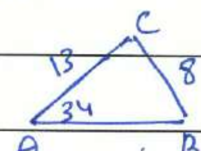
(10)

$A = 34°, a = 8, b = 13$ الزاوية A حادة / إما لا يوجد حل - أو حل واحد - أو حلان

اقتراح رسم الأول



$h = 13 \sin 34 = 7.3$ / $b > h \Rightarrow$ توجد حالتان



الحالة الأولى B حادة

$$\frac{\sin 34}{8} = \frac{\sin B}{13}$$

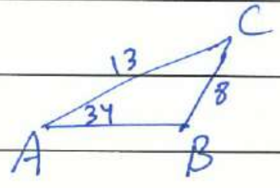
$$\sin B = \frac{13 \sin 34}{8} \Rightarrow B = \sin^{-1} \frac{13 \sin 34}{8}$$

$$B_1 = 65°$$

$$B_2 = 180 - 65 = 115°$$

$B = 65° \Rightarrow C = 180 - 34 - 65 = 81°$ الحالة الأولى B حادة

$$\frac{\sin 34}{8} = \frac{\sin 81}{c} \Rightarrow c = \frac{8 \sin 81}{\sin 34} = 14.1$$



$B = 115° \Rightarrow C = 180 - 34 - 115 = 31°$ الحالة الثانية B منفرجة

$$\frac{\sin 34}{8} = \frac{\sin 31}{c} \Rightarrow c = \frac{8 \sin 31}{\sin 34} = 7.4$$

ورقة عمل الحادي عشر العام 11-5 قانون الـ Cosine الاسم:---------------------

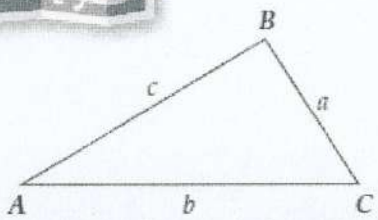
نواتج التعلّم 1- استخدام قانون الـ cosine في حل المثلثات. 2- اختيار طرقًا مناسبة لحل المثلثات.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

قانون جيوب التمام

إذا كانت أضلاع $\triangle ABC$ التي أطوالها: a, b, c تقابل الزوايا ذات القياسات A, B, C على الترتيب، فإن العلاقات الآتية تكون صحيحة:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

ملخّص المفهوم

أضف إلى مطويتك

حلُّ المثلثات غير القائمة الزاوية

إذا أُعطيت	فابدأ الحلَّ باستعمال
قياسا زاويتين وطول أيِّ ضلع	قانون الجيوب
طولا ضلعين وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما	قانون الجيوب
طولا ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما	قانون جيوب التمام
أطوال الأضلاع الثلاثة	قانون جيوب التمام

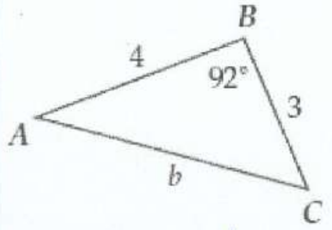
كرة قدم: في إحدى مباريات كرة القدم كان لاعب خط الوسط على بُعد 20m من لاعب الجناح الأيمن. ودار لاعب خط الوسط بزاوية قياسها °40 ، فرأى لاعب الجناح الأيسر على بُعد 16m منه. ما المسافة بين لاعبي الجناحين؟

$x^2 = 20^2 + 16^2 - 2(20)(16)\cos 40$

$x^2 = 165.73 \Rightarrow x = \boxed{12.9}$ m

11

حُلَّ كلَّ مثلَّث ممَّا يأتي مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:



$b^2 = 3^2 + 4^2 - 2(3)(4)\cos 92$

$b^2 = 25.837 \Rightarrow b = \boxed{5.1}$

$b = 5.1$

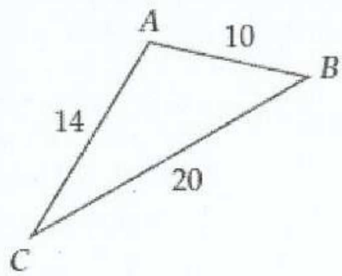
$A = 36°$

$C = 52°$

$\frac{\sin 92}{5.1} = \frac{\sin C}{4} \longrightarrow \sin C = \frac{4 \sin 92}{5.1}$

$C = \sin^{-1} \frac{4\sin 92}{5.1} = 52°$

$A = 180 - 92 - 52 = 36°$



$20^2 = 10^2 + 14^2 - 2(10)(14)\cos A$

$\cos A = \frac{20^2 - 10^2 - 14^2}{-2(10)(14)}$

$A = \cos^{-1}\left(\frac{20^2 - 10^2 - 14^2}{-2(10)(14)}\right) = 112°$

$A = 112°$

$B = 40°$

$C = 28°$

$\frac{\sin 112}{20} = \frac{\sin B}{14} \Rightarrow \sin B = \frac{14 \sin 112}{20}$

$\Rightarrow B = \sin^{-1}\left(\frac{14 \sin 112}{20}\right) = 40°$

$C = 180 - 112 - 40 = 28°$

$a = 5, b = 8, c = 12$

$5^2 = 8^2 + 12^2 - 2(8)(12)\cos A$

$\cos A = \frac{5^2 - 8^2 - 12^2}{-2(8)(12)}$

$A = 18°$

$B = 29°$

$C = 133°$

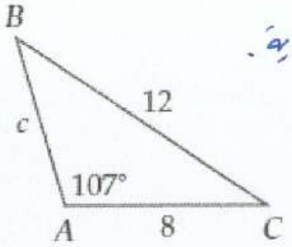
$A = \cos^{-1}\left(\frac{5^2 - 8^2 - 12^2}{-2(8)(12)}\right) = 18°$

$C = \cos^{-1}\left(\frac{12^2 - 5^2 - 8^2}{-2(5)(8)}\right) = 133°$

$B = 180 - 133 - 18 = 29°$

UAE NATIONAL AGENDA: To be among the 20 highest performing countries in PISA. To be among the 15 highest performing countries in TIMSS.

حدّد أنسب طريقة يجب البدء بها (قانون الجيوب أم جيوب التمام) لحَلّ كلّ مثلّث ممّا يأتي، ثم حُلّ المثلّث مقرّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.



أنسب طريقة هي قانون Sine زاوية وضلعان أحدهما مقابل لهذه الزاوية.

$$\frac{\sin 107}{12} = \frac{\sin B}{8} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\sin B = \frac{8 \sin 107}{12} \Rightarrow B = \sin^{-1}\left(\frac{8 \sin 107}{12}\right) = 40^\circ$$

$$C = 180 - 107 - 40 = 33^\circ$$

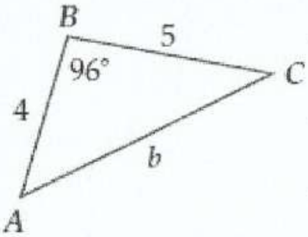
$$\frac{\sin 107}{12} = \frac{\sin 33}{c}$$

$$c = \frac{12 \sin 33}{\sin 107} = \boxed{6.8}$$

$C = 33^\circ$

$B = 40^\circ$

$c = 6.8$



أنسب طريقة هي قانون Cosine زاوية وضلعان تنحصر بينهما هذه الزاوية

$$b^2 = 5^2 + 4^2 - 2(5)(4)\cos 96$$

$$b^2 = 45.181 \Rightarrow b = \boxed{6.7}$$

$$4^2 = 5^2 + \quad \frac{\sin C}{4} = \frac{\sin 96}{6.7}$$

$$\Rightarrow \quad \sin C = \frac{4 \sin 96}{6.7} \Rightarrow C = \sin^{-1}\left(\frac{4 \sin 96}{6.7}\right) = 36^\circ$$

$$A = 180 - 96 - 36 = 48^\circ$$

$b = 6.7$

$C = 36^\circ$

$A = 48^\circ$

ورقة عمل الحادي عشر العام 11-6 الدوال الدائرية والدورية الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1– إيجاد قيم دوال مثلثية بالاعتماد على دائرة الوحدة. 2- استخدام خواص الدوال الدورية في إيجاد قيم دوال مثلثية.

الدوالّ الدائرية: **دائرة الوحدة** هي دائرة مرسومة في المستوى الإحداثي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها وحدة واحدة.

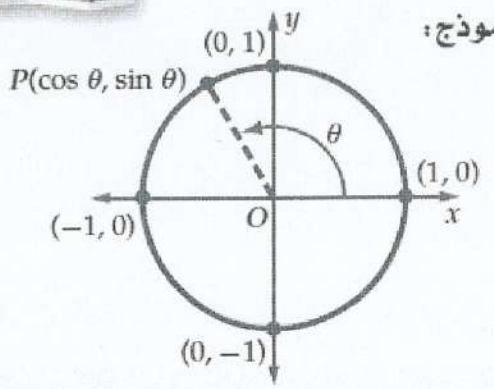
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

دوالّ في دائرة الوحدة

التعبير اللفظي: إذا قطع ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي دائرة الوحدة في النقطة $P(x, y)$، فإن: $\cos\theta = x$, $\sin\theta = y$

النموذج:



الرموز: $P(x, y) = P(\cos\theta, \sin\theta)$

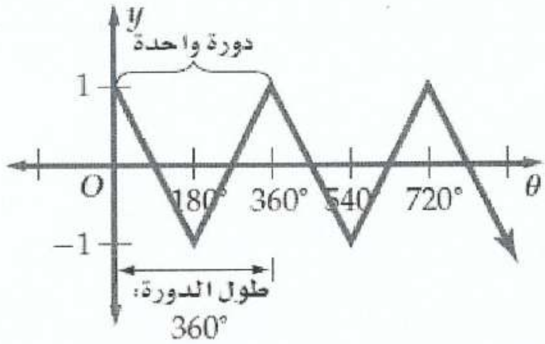
مثال: إذا كانت: $\theta = 120°$ فإن:
$P(x, y) = P(\cos 120°, \sin 120°)$

كلٌّ من $\sin\theta = y$, $\cos\theta = x$ دالّة بالنسبة إلى θ. وتُسمّى كلٌّ منهما **دالّة دائرية**؛ لأن تعريف كلٍّ منهما اعتمد على دائرة الوحدة.

الدوالّ الدورية: في **الدوالّ الدورية** يكون شكل الدالّة وقيمها (y) عبارة عن تكرار لنمط على فترات منتظمة متتالية. ويُسمّى النمط الواحد الكامل منها **دورة**، وتُسمّى المسافة الأفقية في الدورة **طول الدورة** كما هو مبيّن في التمثيل البياني للدالّة أدناه.

θ	y
0°	1
180°	−1
360°	1
540°	−1
720°	1

تتكرر الدورة كل 360°



بما أن طول الدورة لكلٍّ من الدالّتين هو 360°، فإن قيم كلٍّ من الدالّتين تتكرّر كلَّ 360°.
لذلك فإن $\sin(x + 360°) = \sin x$, $\cos(x + 360°) = \cos x$

$\sin\theta = y$
$\cos\theta = x$

إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة P،

فأوجد كلًّا من $\cos\theta, \sin\theta$ في كلٍّ ممّا يأتي:

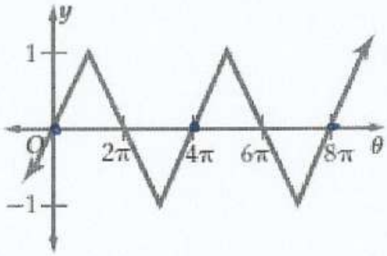
$P\left(\frac{15}{17}, \frac{8}{17}\right)$

$\sin\theta = \frac{8}{17}$ / $\cos\theta = \frac{15}{17}$

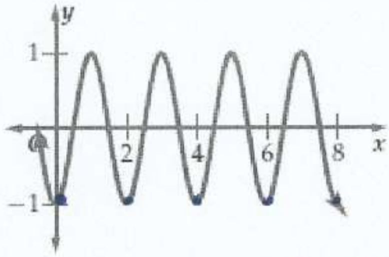
$P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ / $\cos\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

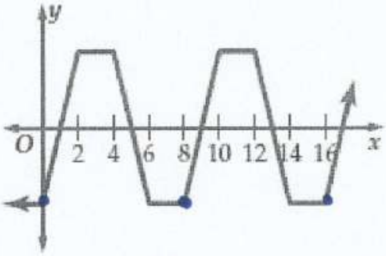
أوجد طول الدورة لكلٍّ من الدالّتين الآتيتين:



طول الدورة = 4π

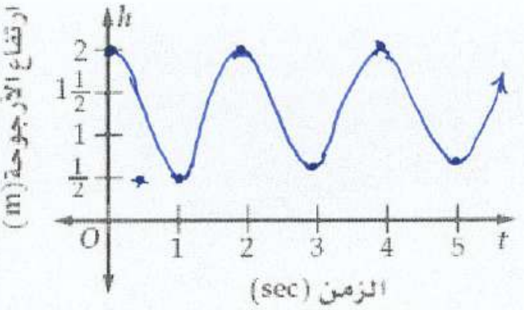


طول الدورة = 2



طول الدورة = 8

أرجوحة: إذا مثّل ارتفاع أرجوحة دالّة دوريّة في الزمن، بحيث تصل الأرجوحة إلى أقصى ارتفاع لها وهو 2m ، ثم تعود إيابًا لتصل 2m مرّة أخرى مرورًا بأقلّ ارتفاع لها وهو $\frac{1}{2}$m ، مستغرقة زمنًا قدره ثانية واحدة بين أقلّ ارتفاع وأقصى ارتفاع، فأجب عما يأتي:



a) ما الزمن الذي تستغرقه حركة الأرجوحة ذهابًا وإيابًا بدءًا بأقصى ارتفاع وانتهاءً إليه؟

4 sec

b) مثّل بيانيًّا ارتفاع الأرجوحة h باعتبارها دالّة في الزمن t.

أوجد القيمة الدقيقة لكلّ دالّة مثلّثية ممّا يأتي:

2, 60, 1, 30, $\sqrt{3}$

$\cos 540°$

540

$\cos 540 = \cos 180$
$= -1$

$\sin(-60°)$

$\theta' = 60 - 0 = 60°$
$\sin(-60) = -\sin 60$
لأنها في الربع الرابع
$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\frac{13\pi}{6}$ = sin 390

180

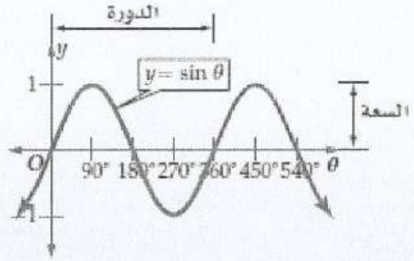
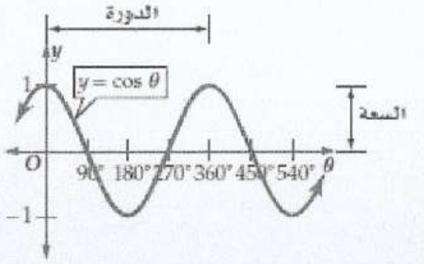
$\theta' = 390 - 360 = 30°$
θ في الربع الأول
$\sin 390 = \sin 30$
$= \frac{1}{2}$

ورقة عمل الحادي عشر العام 11-7 التمثيل البياني للدوال المثلثية الاسم:----------------------

نواتج التعلّم 1– وصف دوال الجيب وجيب التمام والظل وتمثيلها بيانيا. 2- وصف دوال مثلثية أخرى وتمثيلها بيانيًا.

مفهوم أساسي دالتا الجيب وجيب التمام

أضف إلى مطويتك

الدالة المولدة (الأم)	$y = \sin \theta$	$y = \cos \theta$
التمثيل البياني		
المجال	مجموعة الأعداد الحقيقية	مجموعة الأعداد الحقيقية
المدى	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$
السعة	1	1
طول الدورة (الفترة)	360°	360°

سعة منحنى دالّة الجيب أو دالّة جيب التمام تساوي نصف الفرق بين القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالّة.

التمثيل البياني للدوالّ المثلّثية في صورتها العامة: $y = a \sin b\theta$, $y = a \cos b\theta$،

سعتها $|a|$، وطول دورتها **(فترتها)** $\frac{360°}{|b|}$.

والقيمة العظمى هي $y = |a|$، والقيمة الصغرى هي $y = -|a|$.

نقاط تقاطع كلٍّ منهما مع المحور θ هي كما في الجدول الآتي:

$y = a \cos b\theta$	$y = a \sin b\theta$
$\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right), \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right)$	$(0, 0), \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right) \left(\frac{360°}{b}, 0\right)$

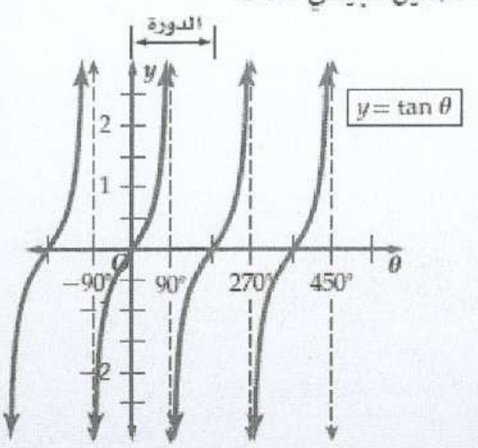
يتمُّ وصف موجات الصوت عادة باستعمال **التردد**، وهو عدد الدورات في وحدة الزمن.

ولإيجاد تردد التمثيل البياني لدالّة نجد مقلوب طول الدورة، فمثلًا إذا كان طول الدورة للدالّة $\frac{1}{100}$ ثانية، فإن ترددها يساوي 100 دورة في الثانية.

مفهوم أساسي

دالّة الظلّ

أضف إلى مطويتك

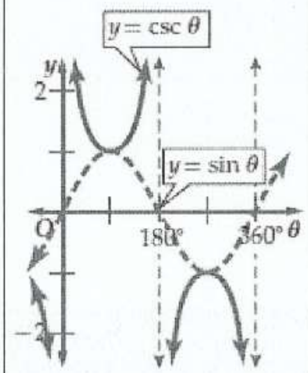
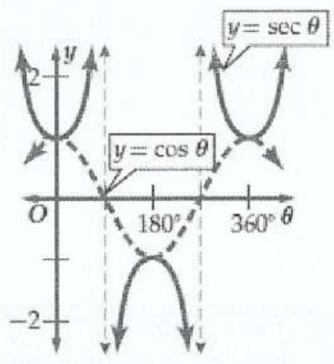
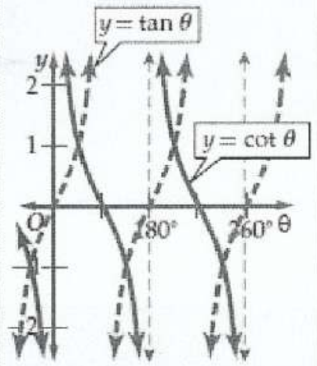
الدالّة المولّدة (الأم)	$y = \tan\theta$	التمثيل البياني للدالّة
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 90° + 180° n,\ n \in Z\}$	
المدى	مجموعة الأعداد الحقيقية	
السعة	غير معرّفة	
طول الدورة	180°	

طول الدورة لمنحنى الدالّة $y = a\tan b\theta$ يساوي $\frac{180°}{|b|}$، ولا يوجد سعة لهذه الدالّة. وخطوط التقارب الرأسية لها تكون عند المضاعفات الفردية للعدد $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{180°}{|b|}\right)$

مفهوم أساسي

دوالّ قاطع التمام والقاطع وظلّ التمام

أضف إلى مطويتك

الدالّة المولّدة (الأم)	$y = \csc\theta$	$y = \sec\theta$	$y = \cot\theta$
التمثيل البياني			
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 180n,\ n \in Z\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 90 + 180n,\ n \in Z\}$	$\{\theta \mid \theta \neq 180n,\ n \in Z\}$
المدى	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	$\{y \mid 1 \leq y \vee y \leq -1\}$	مجموعة الأعداد الحقيقية
السعة	غير معرّفة	غير معرّفة	غير معرّفة
طول الدورة	360°	360°	180°

أوجد السعة وطول الدورة لكلٍّ دالّة مما يأتي، ثم مثّلها بيانيًّا:

$y = 4\sin\theta$

السعة $= |4| = 4$

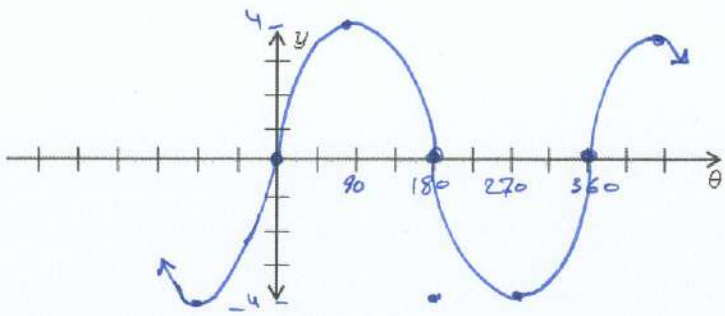
طول الدورة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|1|} = 360$

نقاط التقاطع خلال الدورة الواحدة 3 نقاط هي

$(0,0)$

$(\frac{1}{2}(360), 0) = (180,0)$

$(360,0)$



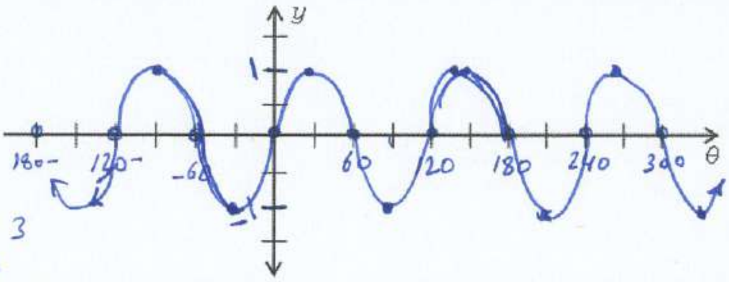
$y = \sin 3\theta$

السعة $= |a| = |1| = 1$

طول الدورة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|3|} = 120°$

3 نقاط تقاطع هي في الدورة الواحدة $(0,0)$, $(\frac{1}{2}(120), 0)$, $(120,0)$

$(60,0)$



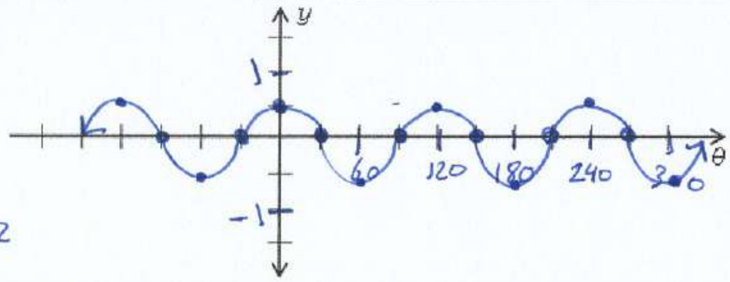
$y = \frac{1}{2}\cos 3\theta$

السعة $= |a| = |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$

طول الدورة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|3|} = 120°$

2 نقاط تقاطع في الدورة الواحدة $(\frac{1}{4}(120), 0)$, $(\frac{3}{4}(120), 0)$

$(30,0)$, $(90,0)$



عناكب: عندما تسقط حشرة ما في شبكة العنكبوت، فإن الشبكة تهتز بتردد يبلغ 14 هيرتز.

a) أوجد طول دورة الدالّة. طول الدورة $= \frac{1}{\text{التردد}} = \frac{1}{14} = 0.07$ ثانية

b) افرض أن سعة الدالّة وحدة واحدة. واكتب دالّة جيب (sine) تُمثّل اهتزازات الشبكة y كدالّة في الزمن t، ومثلها بيانيًّا.

$|a| = 1$

$a = 1$

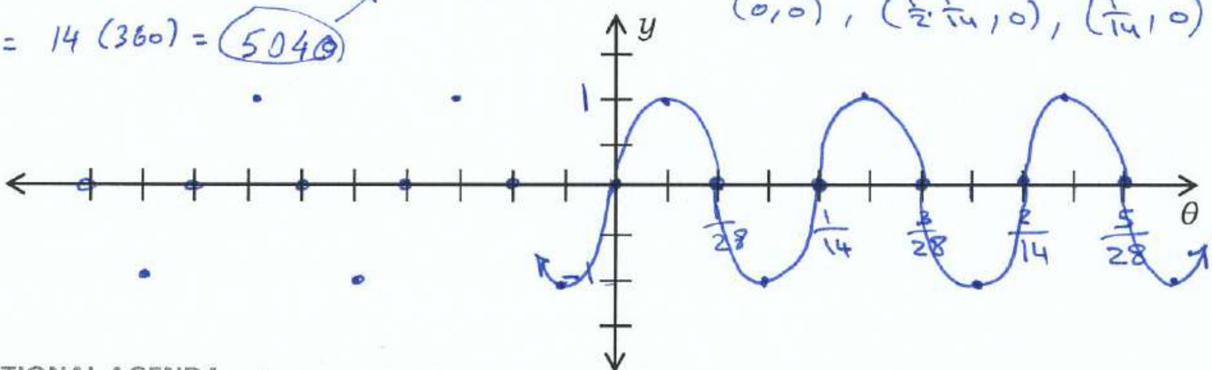
$y = a\sin bt \Rightarrow y = \sin(5040t)$

$\frac{360}{|b|} = \frac{1}{14}$

$|b| = 14(360) = 5040$

نقاط التقاطع خلال الدورة الواحدة

$(0,0)$, $(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{14}, 0)$, $(\frac{1}{14}, 0)$



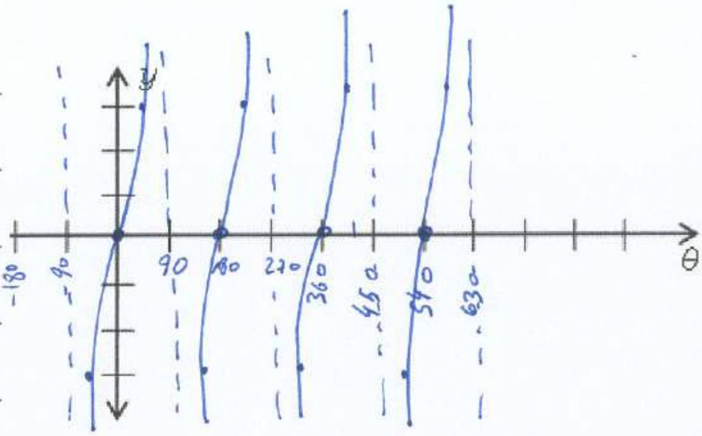
أوجد طول الدورة لكلّ دالّة مما يأتي، ثم مثّلها بيانيًّا:

$y = 3\tan\theta$

طول الدورة $= \frac{180}{|b|} = \frac{180}{|1|} = 180^\circ$

$x = \frac{1}{2}(180)\,n = 90n$ خطوط التقارب

حيث n عدد فردي



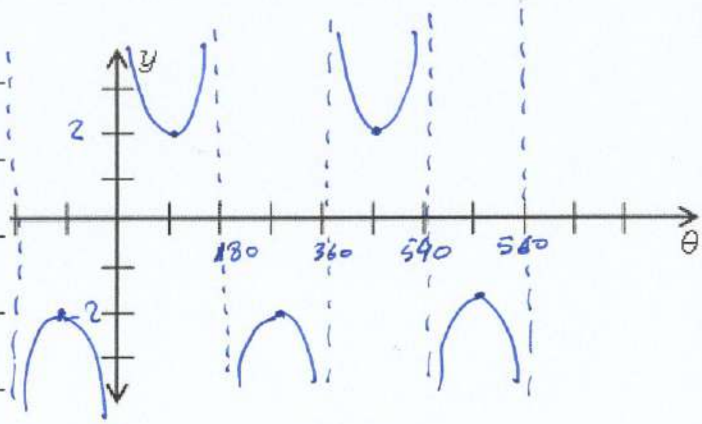
$y = 2\csc\theta$

طول الدورة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|1|} = 360^\circ$

خطوط التقارب في الدورة الواحدة

$x = 0,\ \frac{1}{2}(360),\ 360$

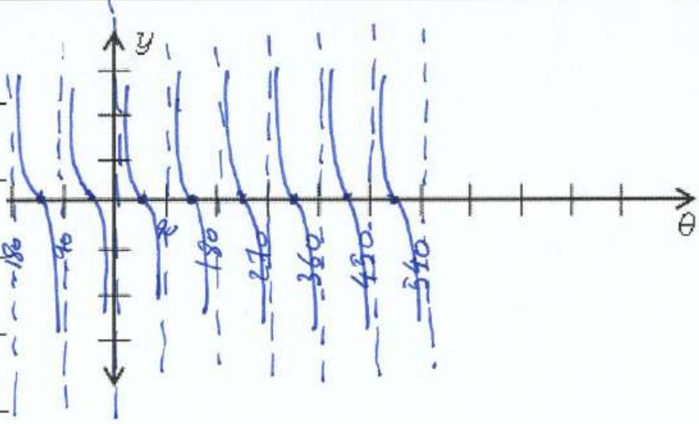
$= 0, 180, 360$



$y = \cot 2\theta$

طول الدورة $= \frac{180}{|b|} = \frac{180}{|2|} = 90^\circ$

$x = 0,\ 90^\circ$ خطوط التقارب في الدورة الواحدة



ورقة عمل الحادي عشر العام 11-8 إزاحة التمثيلات البيانية للدوال المثلثية الاسم:----------------------

نواتج التعلّم

1- تمثيل الإزاحة الأفقية للتمثيلات البيانية للدوال المثلثية وإيجاد إزاحات الطور.
2- تمثيل الإزاحة الرأسية للتمثيلات البيانية للدوال المثلثية.

تُسمى الإزاحة الأفقية للدالة الدورية باسم **إزاحة الطور**.

إزاحة الطور للدوال $y = a \sin b(\theta - h)$ و $y = a \cos b(\theta - h)$ و $y = a \tan b(\theta - h)$ هي h، حيث $b > 0$.

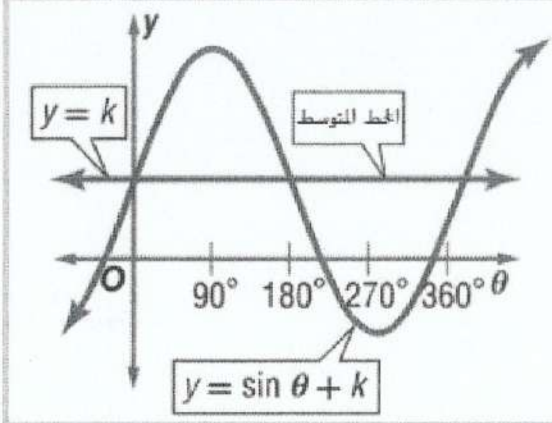
إذا كان $h > 0$، فإن الإزاحة تكون h وحدات إلى اليمين.

إذا كان $h < 0$، فإن الإزاحة تكون $|h|$ وحدات إلى اليسار.

الإزاحة الرأسية الإزاحة الرأسية للدوال $y = a \sin b\theta + k$ و $y = a \cos b\theta + k$ و $y = a \tan b\theta + k$ هي k.

إذا كانت $k > 0$، فإن الإزاحة تكون عدد k من الوحدات لأعلى.

إذا كانت $k < 0$، فإن الإزاحة تكون عدد $|k|$ من الوحدات لأسفل.



عند إزاحة دالة مثلثية رأسيًا عدد k من الوحدات، يكون المستقيم $y = k$ المحور الأفقي الجديد الذي يتحرك التمثيل البياني حوله. ويسمى هذا المستقيم **الخط المتوسط**

$$y = \underbrace{a}_{\text{السعة}} \sin \underbrace{b}_{\text{الفترة}}(\theta - \underbrace{h}_{\text{إزاحة الطور}}) + \underbrace{k}_{\text{الإزاحة الرأسية}}$$

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

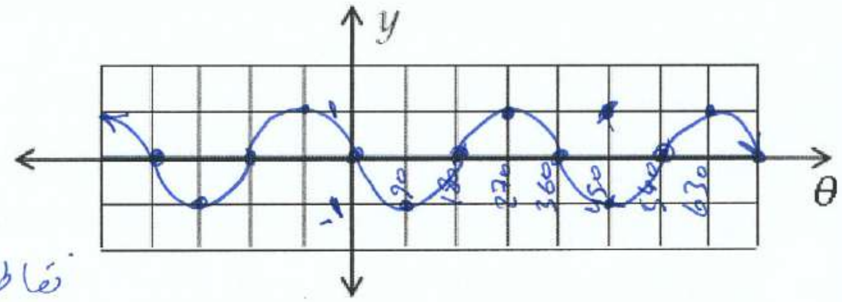
$y = \sin(\theta - 180°)$

السّعة $= |a| = |1| = 1$

الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|1|} = 360$

إزاحة الطور $= h = 180 \rightarrow$

$x = 0 + 180 , 180 + 180 , 360 + 180$ نقاط التقاطع



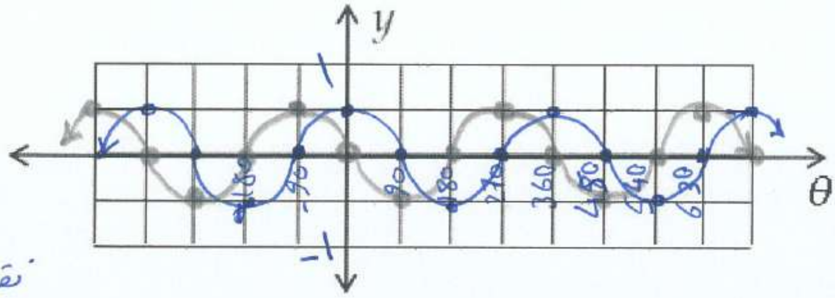
$y = \frac{1}{2}\cos(\theta + 90°)$

السعة $= |a| = |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$

الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{1} = 360°$

إزاحة الطور $= h = -90°$

نقاط التقاطع في الدورة الواحدة $x = 90 - 90,\ 270 - 90,\ 360 - 90$



اذكر السعة والفترة والإزاحة الرأسية ومعادلة الخط المتوسط لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

$y = \sin\theta - 2$

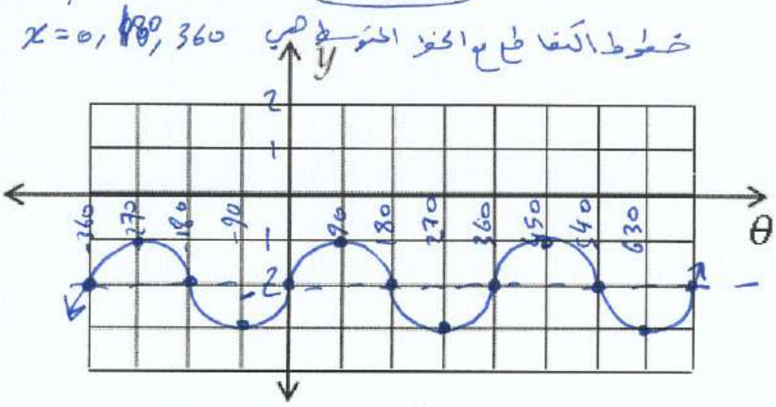
السعة $= |a| = |1| = 1$

الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|1|} = 360$

الإزاحة الرأسية $= -2$

معادلة الخط المتوسط $\Rightarrow \boxed{y = -2}$

$x = 0, 180, 360$ خطوط التقاطع مع الخط المتوسط هي



$y = \frac{1}{2}\tan\theta + 1$

السعة = غير معرفة

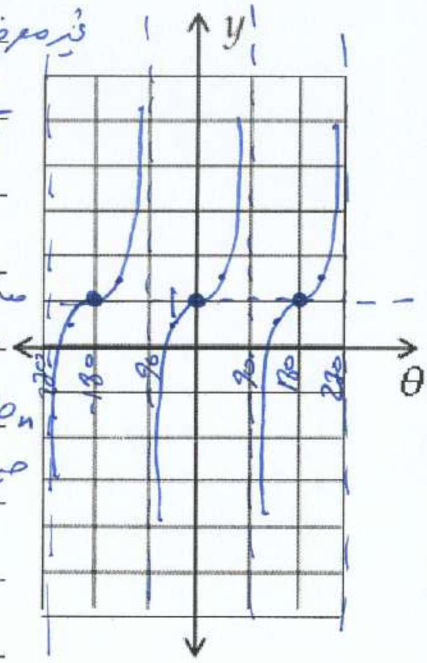
الفترة $= \frac{180}{|b|} = \frac{180}{1} = 180$

$x = 1$ معادلة الخط المتوسط

خطوط التقارب

$x = \frac{1}{2} \cdot 180n = 90n$

حيث n عدد فردي



الانتظام اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

$y = 2\sin(\theta + 45°) + 1$

أعلى نقطة هي $2+1=3$

أدنى نقطة $-2+1=-1$

السعة $= |a| = |2| = 2$

الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{1} = 360$

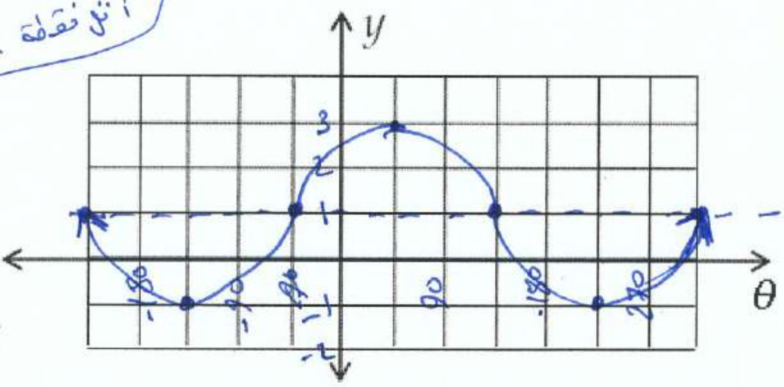
إزاحة الطور $= h = -45°$

الإزاحة الرأسية $= k = 1$

معادلة الخط المتوسط $\Rightarrow y = 1$

نقط التقاطع مع الخط المتوسط

$x = 0 - 45,\ 180 - 45,\ 360 - 45$



$y = \cos 3(\theta - \pi) - 4$

أعلى نقطة $1 - 4 = -3$

أقل نقطة $-1 - 4 = -5$

السعة $= |a| = |1| = 1$

الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{|3|} = 120^\circ$

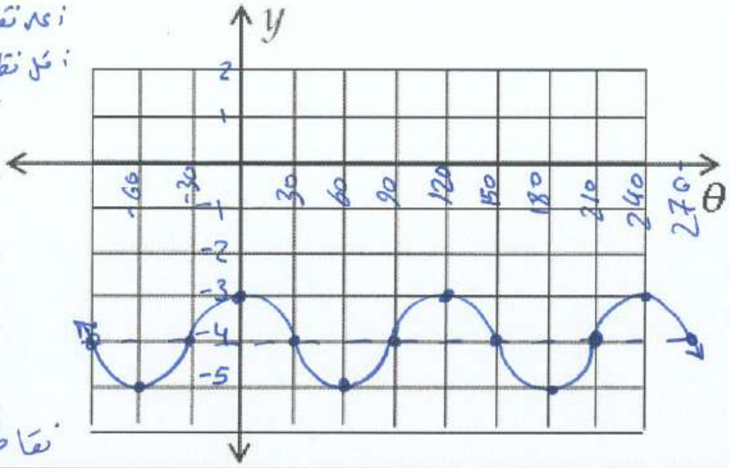
إزاحة الطور $h = \pi = 180^\circ$

الإزاحة الرأسية $k = -4$

معادلة خط المتوسط $\rightarrow y = -4$

نقاط تقاطع مع خط المتوسط / $x = 30^\circ + 180,\ 90 + 180$

$210 \quad 270$



تدريب عند ممارسة نشاط جسدي متوسط، يتراوح ضغط الدم عند الإنسان ما بين قيمة عظمى قدرها 130 وقيمة صغرى قدرها 90. ومعدل ضربات قلب الإنسان يساوي 90 ضربة في الدقيقة. اكتب معادلة sine التي تمثل ضغط دم الإنسان P في زمن t ثانية. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

130

90

معادلة خط المتوسط $= \frac{130 + 90}{2} = 110$

السعة $= \frac{130 - 90}{2} = 20$

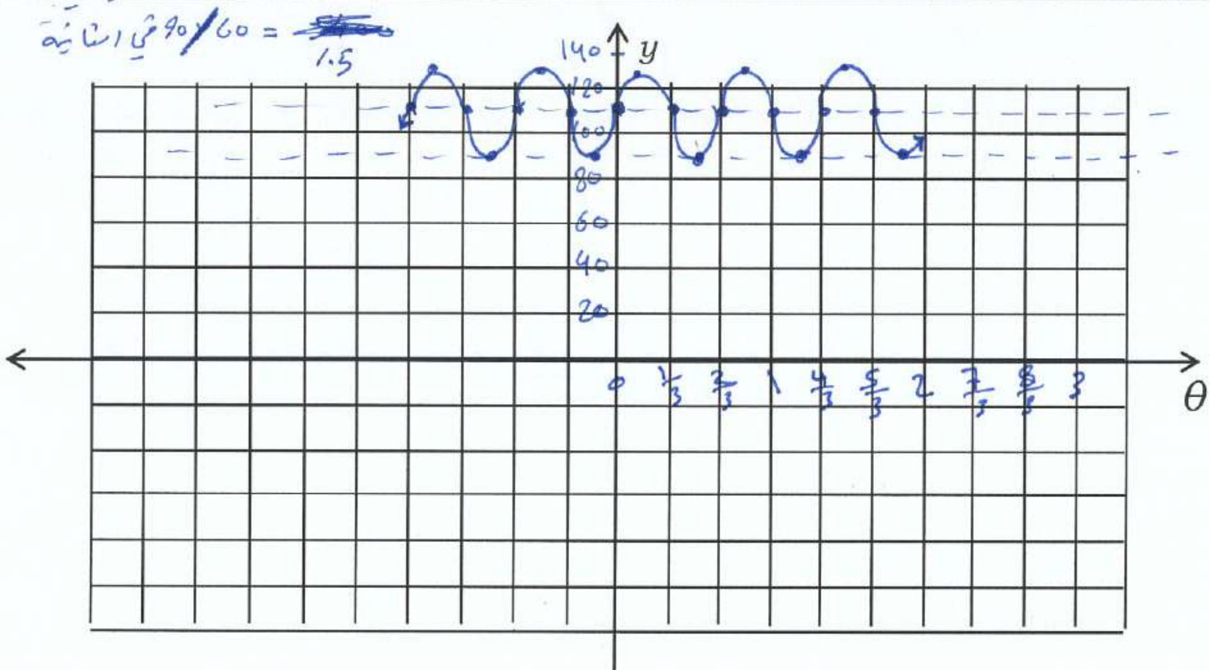
طول الفترة $= \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}$

$\frac{360}{b} = \frac{2}{3} \rightarrow b = 540$

$y = 20 \sin(540 t) + 110$

90 ضربة في الدقيقة

$90/60 =$ في الثانية 1.5



نقاط تقاطع مع خط المتوسط

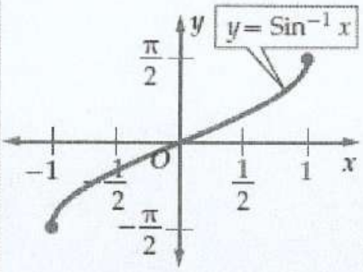
$x = 0,\ \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3},\ \frac{2}{3}$

ورقة عمل الحادي عشر العام 11-9 **الدوال المثلثية العكسية** الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1- إيجاد قيم الدوال المثلثية العكسية. 2- حل معادلات باستخدام الدوال المثلثية العكسية.

مفهوم أساسي الدوالّ المثلثية العكسية

أضف إلى مطويتك

الدالّة العكسية	الرموز	المجال	المدى	نموذج
دالّة الجيب العكسية $y = \text{Arcsin}\ x$	$y = \text{Sin}^{-1} x$	$-1 \le x \le 1$	$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$ $-90° \le y \le 90°$	
دالّة جيب التمام العكسية $y = \text{Arccos}\ x$	$y = \text{Cos}^{-1} x$	$-1 \le x \le 1$	$0 \le y \le \pi$ $0° \le y \le 180°$	
دالّة الظل العكسية $y = \text{Arc}\tan\ x$	$y = \text{Tan}^{-1} x$	مجموعة الأعداد الحقيقية	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$ $-90° < y < 90°$	

إرشادات للدراسة تذكّر أنه عند حسابك قيمة معكوس الدالّة المثلثية، فإن الناتج هو قياس زاوية.

أوجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي بالدرجات وبالراديان:

$\text{Sin}^{-1}\frac{1}{2}$ $= \theta \quad -90 \le \theta \le 90$

بالآلة الحاسبة:

$\text{Sin}^{-1}(\frac{1}{2}) = 30°$

تحويل بالراديان

$\frac{\pi}{180} = \frac{x}{30}$

$x = \frac{30\pi}{180} = \boxed{\frac{\pi}{6}}$ راديان

$\text{Tan}^{-1}(-\sqrt{3})$

بالآلة الحاسبة

$\text{Tan}^{-1}(-\sqrt{3}) = -60$

تحويل للراديان

$\frac{\pi}{180} = \frac{x}{-60}$

$x = \frac{-60\pi}{180} = \boxed{\frac{-\pi}{3}}$

$\text{Cos}^{-1}(-1)$

بالآلة الحاسبة

$\text{Cos}^{-1}(-1) = 180°$

بالراديان

$\frac{\pi}{180} = \frac{x}{180}$

$\Rightarrow x = \frac{180\pi}{180} = \boxed{\pi}$

أوجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي مقرِّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من مئة.

$\sin\left(\mathrm{Sin}^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\tan\left(\mathrm{Cos}^{-1} 1\right)$	$\cos\left(\mathrm{Sin}^{-1}\frac{4}{5}\right)$
بالرجوع للآلة الحاسبة $= \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.87$	بالرجوع للآلة الحاسبة: $= 0$	بالرجوع للآلة الحاسبة، $= \frac{3}{5} = 0.6$

اختيار من متعدد: إذا كان $\mathrm{Sin}\,\theta = 0.422$، فإن قياس الزاوية θ بالدرجات تقريبًا يساوي:

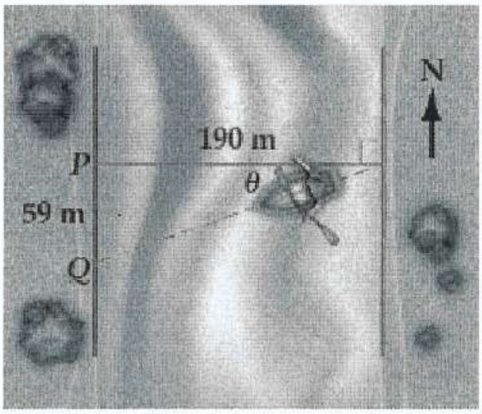
A $25°$ B $42°$ C $48°$ D $65°$

$\theta = \mathrm{Sin}^{-1} 0.422 = 25°$

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية مقرِّبًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

$\mathrm{Tan}\,\theta = 2.1$	$\mathrm{Sin}\,\theta = -0.46$	$\mathrm{Cos}\,\theta = 0.9$
$\theta = \mathrm{Tan}^{-1} 2.1$	$\theta = \mathrm{Sin}^{-1}(-0.46)$	$\theta = \mathrm{Cos}^{-1} 0.9$
$\theta = 64.5°$	$\theta = -27.4°$	$= 25.8°$

قوارب: يسير قارب في اتجاه الغرب؛ ليقطع نهرًا عرضه 190 m، فيصل إلى النقطة Q التي تبعد مسافة 59 m عن وجهته الأصلية P؛ بسبب التيار. اكتب دالّة مثلّثية عكسية يمكن استعمالها لإيجاد قياس الزاوية (θ) التي أزاح التيار القارب بها عن اتجاهه الأصلي، ثم أوجد قياس هذه الزاوية إلى أقرب جزء من عشرة.



$\mathrm{Tan}\,\theta = \frac{59}{190} \longrightarrow \theta = \mathrm{Tan}^{-1}\left(\frac{59}{190}\right) = 17.3°$

الوحدة الثانية عشر

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام 12-1 **المتطابقة المثلثية** **الاسم:**---------------------

نواتج التعلّم

1- استخدام المتطابقات المثلثية لإيجاد قيم الدوال المثلثية.
2- استخدام المتطابقات المثلثية لتبسيط العبارات.

مفهوم أساسي — المتطابقات المثلثية الأساسية

المتطابقات النسبية:

$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta},\ \cos\theta \neq 0$ $\qquad$ $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta},\ \sin\theta \neq 0$

متطابقات المقلوب:

$\sin\theta = \dfrac{1}{\csc\theta},\ \csc\theta \neq 0$ $\qquad$ $\csc\theta = \dfrac{1}{\sin\theta},\ \sin\theta \neq 0$

$\cos\theta = \dfrac{1}{\sec\theta},\ \sec\theta \neq 0$ $\qquad$ $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta},\ \cos\theta \neq 0$

$\tan\theta = \dfrac{1}{\cot\theta},\ \cot\theta \neq 0$ $\qquad$ $\cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta},\ \tan\theta \neq 0$

متطابقات فيثاغورس:

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$
$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$
$$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$$

متطابقات الزاويتين المتتامتين:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$
$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$$

متطابقات الدوال الزوجية والدوال الفردية:
(متطابقات الزوايا السالبة)

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$
$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$
$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

Find the exact value of each expression

أوجد القيمة الدقيقة لكل من النسب المثلثية الآتية:

$\cos\theta$ ، إذا كان $\sin\theta = \dfrac{4}{5}$ ، $90° < \theta < 180°$

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\cos^2\theta + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$

$\cos^2\theta = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2}$

$\cos^2\theta = \mp\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2}$

θ في الربع الثاني $\cos\theta$ سالبة

$\Rightarrow \cos\theta = -\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5}$

$\tan\theta$ ، إذا كان $\cot\theta = 2$ ، $0° < \theta < 90°$

$\tan\theta = \dfrac{1}{\cot\theta}$

$\tan\theta = \dfrac{1}{2}$

إشارة $\tan\theta$ دائماً = إشارة $\cot\theta$

$270° < \theta < 360°$ ، $\cos\theta = \frac{5}{13}$ إذا كان ، $\sin\theta$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin^2\theta + \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1$

$\sin^2\theta = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2$

$\sin\theta = \mp\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2}$

θ في الربع الرابع $\sin\theta$ سالبة

$\sin\theta = -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = -\frac{12}{13}$

$180° < \theta < 270°$ ، $\cot\theta = \frac{1}{4}$ إذا كان ، $\csc\theta$

$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$

$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 1 = \csc^2\theta$

$\csc\theta = \mp\sqrt{1 + \left(\frac{1}{4}\right)^2}$

θ في الربع الثالث $\csc\theta$ سالبة

$\csc\theta = -\sqrt{1 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = -\frac{\sqrt{17}}{4}$

Simplify each expression.

بسّط كل عبارة مما يأتي:

$\tan\theta\cos^2\theta$

$= \frac{\sin\theta}{\cancel{\cos\theta}} \times \cos^{\cancel{2}}\theta$

$= \sin\theta\cos\theta$

$\csc^2\theta - \cot^2\theta$

$= \cancel{\cot^2\theta} + 1 - \cancel{\cot^2\theta}$

$= \boxed{1}$

$\frac{\cos\theta\csc\theta}{\tan\theta}$

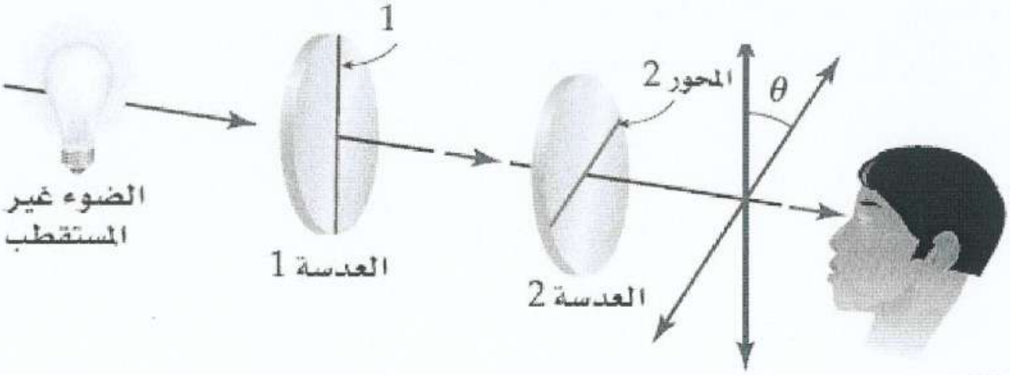
$= \frac{\cos\theta \times 1 \times \cos\theta}{\sin\theta \times \sin\theta}$

$= \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$

$= \cot^2\theta$

بصريات: عندما يمر الضوء من خلال عدسة مستقطبة للضوء، فإن شدة الضوء المار بهذه العدسة سيقل بمقدار النصف، ثم إذا مرّ الضوء بعدسة أخرى بحيث يكون محور هذه العدسة يصنع زاوية قياسها θ مع محور العدسة الأولى، فإن شدة الضوء تقل مرة أخرى.

يمكننا إيجاد شدة الضوء باستعمال الصيغة $I = I_0 - \frac{I_0}{\csc^2\theta}$، حيث I_0 شدة الضوء القادمة من العدسة الأولى المستقطبة، I هي شدة الضوء الخارجة من العدسة الثانية، θ الزاوية بين محوري العدستين.



a) بسّط الصيغة بدلالة $\cos\theta$

$I = I_0 - \frac{I_0 \times \sin^2\theta}{1}$

$= I_0 - I_0(1-\cos^2\theta)$

$= \cancel{I_0} - \cancel{I_0} + I_0\cos^2\theta$

$\boxed{I = I_0\cos^2\theta}$

b) استعمل الصيغة المبسطة؛ لمعرفة شدة الضوء المار بالعدسة الثانية بدلالة شدة الضوء قبل المرور بها إذا كان محور العدسة الثانية يصنع زاوية قياسها $30°$ مع محور العدسة الأولى.

$I = I_0\cos^2 30$

$I = I_0\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$I = I_0\left(\frac{3}{4}\right)$

$I = \frac{3}{4}I_0$

GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام 12-2 إثبات صحة المتطابقات المثلثية الاسم:---------------------

نواتج التعلّم

1- إثبات صحة المتطابقات المثلثية بتحويل أحد طرفيها إلى الآخر.

2- إثبات صحة المتطابقات المثلثية بتحويل كلًّا من طرفيها إلى العبارة نفسها.

الدقة : أثبت صحة كل متطابقة فيما يأتي:

$$\cos^2\theta = (1+\sin\theta)(1-\sin\theta)$$

المرافق

الأيمن $= 1^2 - \sin^2\theta$

$= 1 - \sin^2\theta$

$= \cos^2\theta$

= الأيسر

$$\cot\theta + \tan\theta = \frac{\sec^2\theta}{\tan\theta}$$

الأيمن $= \frac{\tan^2\theta + 1}{\tan\theta}$

$= \frac{\tan^2\theta}{\tan\theta} + \frac{1}{\tan\theta}$

$= \tan\theta + \cot\theta$

= الأيسر

$$\tan^2\theta = \frac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta}$$

الأيمن $= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}$

$= \tan^2\theta$

= الأيسر

$$\sin\theta = \frac{\sec\theta}{\tan\theta + \cot\theta}$$

الأيمن $= \frac{\frac{1}{\cos\theta}}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}}$

$= \frac{\frac{1}{\cos\theta}}{\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}}$

$= \frac{1}{\cancel{\cos\theta}} \times \frac{\sin\theta\cancel{\cos\theta}}{1}$

$= \sin\theta$

= الأيسر

$$\tan^2\theta = (\sec\theta + 1)(\sec\theta - 1)$$

مرافق

الأيمن $= \sec^2\theta - 1^2$

$= \tan^2\theta$

= الأيسر

$$\tan^2\theta\csc^2\theta = 1 + \tan^2\theta$$

$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \times \frac{1}{\cancel{\sin^2\theta}} = \sec^2\theta$

$\sec^2\theta = \sec^2\theta$

الأيسر = الأيمن

الاختيار من متعدد: ما التعبير الذي يمكن استخدامه لتشكيل متطابقة فيها $\frac{\tan^2\theta + 1}{\tan^2\theta}$ ؟

$\frac{\tan^2\theta}{\tan^2\theta} + \frac{1}{\tan^2\theta}$

$1 + \cot^2\theta = \boxed{\csc^2\theta}$

A) $\sin^2\theta$ B) $\cos^2\theta$ C) $\tan^2\theta$ D) $\boxed{\csc^2\theta}$

4

ورقة عمل الحادي عشر العام 12-3 متطابقات مجموع زوايتين والفرق بينهما الاسم: ---------------------

نواتج التعلّم

1- إيجاد قيمتي sine و cosine باستخدام متطابقات المجموع والفرق.

2- إثبات صحة المتطابقات المثلثية باستخدام متطابقات المجموع والفرق.

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي:

$\cos 165°$

$\cos(165) = \cos(180-15)$

$= \cos 180 \cos 15 + \sin 180 \sin 15$

$= -1 \times \cos 15 + 0 \times \sin 15$

$= -\cos 15$

$= -\cos(45-30)$

$= -[\cos 45 \cos 30 + \sin 45 \sin 30]$

$= -\left[\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}\right]$

$= \boxed{-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}$

$\cos 105°$

$= \cos(60+45)$

$= \cos 60 \cos 45 - \sin 60 \sin 45$

$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \boxed{\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}$

$\cos 75°$

$= \cos(30+45)$

$= \cos 30 \cos 45 - \sin 30 \sin 45$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \boxed{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}$

$\sin(-30°)$

$= \sin(30-60)$

$= \sin 30 \cos 60 - \cos 30 \sin 60$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{1-3}{4}$

$= \frac{-2}{4}$

$= \boxed{-\frac{1}{2}}$

$\sin 135°$

$= \sin(90+45)$

$= \sin 90 \cos 45 + \cos 90 \sin 45$

$= 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\sin(-210°)$

$= \sin(60-270)$

$= \sin 60 \cos 270 - \cos 60 \sin 270$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 0 - \frac{1}{2} \times -1$

$= \boxed{\frac{1}{2}}$

كهرباء :يمر تيار كهربائي متردّد في دائرة كهربائية، وتعطى شدة هذا التيار c بالأمبير بعد t ثانية بالصيغة $c = 2\sin(120°\,t)$

a) أعد كتابة الصيغة، باستعمال مجموع زاويتين.

$c = 2\sin(90t + 30t)$

b) استعمل المتطابقة المثلثية لمجموع زاويتين من الزوايا الخاصة؛ لإيجاد القيمة الدقيقة لشدة التيار بعد ثانية واحدة.

$c = 2\sin(90(1) + 30(1))$

$= 2\sin(90+30) = 2[\sin 90 \cos 30 + \cos 90 \sin 30]$

$= 2\left[1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 \times \frac{1}{2}\right] = 2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\right] = \boxed{\sqrt{3}}$

5

أثبت صحة كل متطابقة فيما يلي:

$\sin(90^\circ + \theta) = \cos\theta$

= الأيسر

$= \sin 90 \ \sin\theta + \cos 90 \ \sin\theta$

$= 1 \times \sin\theta + 0 \times \sin\theta$

$= \boxed{\sin\theta}$

$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin\theta$ راديان $\frac{3\pi}{2} = 270^\circ$

الأيسر:

$= \cos(270 - \theta)$

$= \cos 270 \cos\theta + \sin 270 \sin\theta$

$= 0 \times \cos\theta + (-1)(\sin\theta)$

$= \boxed{-\sin\theta}$

$\tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\cot\theta$ راديان $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$

الأيسر=

$= \tan(\theta + 90) = \frac{\sin(\theta+90)}{\cos(\theta+90)}$

$= \frac{\tan\theta + \tan 90}{1 - \tan\theta \tan 90} = \frac{\sin\theta \cos 90 + \cos\theta \sin 90}{\cos\theta \cos 90 - \sin\theta \sin 90}$

$= \tan\theta + \quad = \frac{(\sin\theta)(0) + (\cos\theta)(1)}{(\cos\theta)(0) - (\sin\theta)(1)}$

$= \frac{\cos\theta}{-\sin\theta}$

$= \boxed{-\cot\theta}$

$\sin(\pi + \theta) = -\sin\theta$ راديان $\pi = 180^\circ$

= الأيسر

$= \sin(180 + \theta)$

$= \sin 180 \ \cos\theta + \cos 180 \ \sin\theta$

$= (0)(\cos\theta) + (-1)(\sin\theta)$

$= \boxed{-\sin\theta}$

ورقة عمل الحادي عشر العام 12-4 متطابقات ضعف الزاوية ونصفها الاسم: ---------------------

نواتج التعلّم

1- إيجاد قيمتي sine و cosine باستخدام متطابقات ضعف الزاوية.
2- إيجاد قيمتي sine و cosine باستخدام متطابقات نصف الزاوية.

المتطابقات التالية صحيحة لجميع قيم θ :

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin 2\theta, \cos 2\theta, \sin\frac{\theta}{2}, \cos\frac{\theta}{2}$.

① $\sin\theta = \frac{1}{4}; 0° < \theta < 90°$

$\cos\theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$ $\sqrt{4^2-1^2} = \sqrt{15}$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = 2\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right) = \boxed{\frac{\sqrt{15}}{8}}$

$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta = 1 - 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \boxed{\frac{7}{8}}$

$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$

$\sin\frac{\theta}{2} = +\sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{15}}{4}}{2}} = \sqrt{\frac{2(4-\sqrt{15})}{4(2)(2)}} = \frac{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}{2\sqrt{2}\sqrt{2}}$

$\sin\frac{\theta}{2} = \boxed{\frac{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}{4}}$

$0 < \theta < 90$

$0 < \frac{\theta}{2} < 45$

$\cos\frac{\theta}{2} = +\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{15}}{4}}{2}} = \sqrt{\frac{2(4+\sqrt{15})}{8(2)}} = \frac{\sqrt{8+2\sqrt{15}}}{4}$

④ $\cos\theta = \frac{3}{5}; 270° < \theta < 360°$

$\sin\theta = \frac{-4}{5}$ $\sqrt{5^2-3^2} = 4$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = 2\left(\frac{-4}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = \boxed{\frac{-24}{25}}$

$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 2\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1 = \boxed{\frac{-7}{25}}$

$\sin\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{3}{5}}{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{5}}{5}}$

$270 < \theta < 360$

$135 < \frac{\theta}{2} < 180$

$\frac{\theta}{2}$ في الربع الثاني

$\cos\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{3}{5}}{2}} = \boxed{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$

⑦

$\tan\theta = -\frac{8}{15}\,;\,90^\circ < \theta < 180^\circ$ 5

$\sin\theta = \frac{8}{17}$

$\cos\theta = -\frac{15}{17}$

$+8$, θ, 17, -15

الوتر $= \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$= 2\left(\frac{8}{17}\right)\left(\frac{-15}{17}\right)$

$= \boxed{-\frac{240}{289}}$

$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

$= \left(\frac{-15}{17}\right)^2 - \left(\frac{8}{17}\right)^2$

$= \boxed{\frac{161}{289}}$

$\sin\frac{\theta}{2} = +\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$

$= \sqrt{\frac{1-\left(-\frac{15}{17}\right)}{2}} = \boxed{\frac{4\sqrt{17}}{17}}$

$90 < \theta < 180$

$45 < \frac{\theta}{2} < 90$

ربع الأول

$\cos\frac{\theta}{2} = +\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$

$= \sqrt{\frac{1+\left(-\frac{15}{17}\right)}{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{17}}{17}}$

أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير:

$\sin\frac{\pi}{8} = \sin\left(\frac{180}{8}\right)^\circ = \sin\left(\frac{45}{2}\right)^\circ$

$\sin\frac{45}{2} = +\sqrt{\frac{1-\cos 45}{2}}$

$= \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}}$

$= \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}$

$= \boxed{\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}$

$\cos 15^\circ$

$\cos\left(\frac{30}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+\cos 30}{2}}$

$= \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}}$

$= \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}}$

$= \boxed{\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}}$

كرة قدم : ركل لاعب كرة قدم الكرة بزاوية قياسها 37° مع سطح الأرض ، وبسرعة ابتدائية 52 ft/s . إذا كانت المسافة الأفقية d التي تقطعها الكرة تعطى بالصيغة $d = \frac{2v^2\sin\theta\cos\theta}{g}$ ، حيث g تسارع الجاذبية الأرضية ويساوي $32\ ft/s^2$، و v تمثل السرعة الابتدائية المتجهة.

a) بسط الصيغة مستخدمًا المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية.

b) ما المسافة d التي تقطعها الكرة باستخدام الصيغة المبسطة ؟

$d = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g}$ (a)

$d = \frac{(52)^2 \sin 2(37)}{32} = \cancel{162.45}\ \boxed{81.23}\ ft$ (b)

أثبت صحة كلاً من المتطابقات التالية:

$$\tan\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{\sin 2\theta}$$

الأيمن $= \frac{1-(1-2\sin^2\theta)}{2\sin\theta\cos\theta} = \frac{\cancel{1}-\cancel{1}+\cancel{2}\sin^{\cancel{2}}\theta}{\cancel{2}\cancel{\sin\theta}\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \boxed{\tan\theta}$

الأيسر

$$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta$$

الأيسر $= \sin^2\theta + 2\cos\theta\sin\theta + \cos^2\theta$

$= 1 + \sin 2\theta$

الأيمن $= 1 + 2\sin\theta\cos\theta$

$= 1 + \sin 2\theta$

الأيسر = الأيمن

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام | 12-5 حل المعادلات المثلثية | الاسم: ---------------------

نواتج التعلّم 1- حل المعادلات المثلثية. 2- تمييز الحلول الدخيلة للمعادلات المثلثية.

حل كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها الموضحة بجانب كل منها:

$$\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \quad ; \ 0° \le \theta \le 240°$$

$\cos\theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

$\theta' = 30$

θ بالربع الثاني والثالث

② ع، $180 - 30 = 150°$

③ ع، $180 + 30 = 210°$

$$\cos^2\theta + 2\cos\theta + 1 = 0 \quad ; \ 0° \le \theta \le 360°$$

$(\cos\theta + 1)(\cos\theta + 1) = 0$

$\cos\theta + 1 = 0$

$\cos\theta = -1$

$\theta = 180°$

حل كل معادلة مما يلي ، لإيجاد كل قيم θ إذا كان قياس θ بالراديان:

$$2\cos^2\theta = 1$$

$\cos^2\theta = \frac{1}{2}$

$\cos\theta = \mp\sqrt{\frac{1}{2}}$

$\theta' = 45$

$\cos\theta$ موجبة أو سالبة في جميع الأرباع

① ع، $45°$

② ع، $180 - 45 = 135°$

③ ع، $180 + 45 = 225°$

④ ع، $360 - 45 = 315°$

مجموعة الحل $= \theta = 45 + n90$

$\boxed{\theta = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}}$

$$\sin\frac{\theta}{2} + \cos\frac{\theta}{2} = \sqrt{2}$$

تربيع الطرفين

$\sin^2\frac{\theta}{2} + 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} + \cos^2\frac{\theta}{2} = 2$

$1 + \sin\theta = 2$

$\sin\theta = 2 - 1$

$\sin\theta = 1$

$\theta' = 90$

$90 + n.360$

$90, 90 + 360, 90 + 2(360), 90 + 3(360),$

$90, 450, 810, 1170, 1530$

✓ × ✓ × ✓

$= 90 + 2(360)n$

$= \frac{\pi}{2} + 2(2\pi)n$ $\boxed{= \frac{\pi}{2} + 4n\pi}$

10

حل كل معادلة مما يلي لإيجاد كل قيم θ إذا كان قياس θ بالدرجات:

$\cos 2\theta - \sin^2\theta + 2 = 0$

$1 - 2\sin^2\theta - \sin^2\theta + 2 = 0$

$3 - 3\sin^2\theta = 0$

$\sin^2\theta = \frac{3}{3} = 1$

$\sin\theta = \mp\sqrt{1} = \mp 1$

$\theta = 90, 270, 450$

$\theta = \boxed{90 + 180n}$

$\cos\theta - 2\cos\theta\sin\theta = 0$

$\cos\theta\,[1 - 2\sin\theta] = 0$

$\cos\theta = 0$ | $1 - 2\sin\theta = 0$

$\theta = 90, 270$ | $\sin\theta = \frac{1}{2}$

$\theta = 30, 180 - 30$

$= 30, 150$

$\theta = \boxed{90 + 180n}$

$= \boxed{30 + 360n}$

$= \boxed{150 + 360n}$

حل كلا من المعادلات التالية:

$\sin^2 2\theta + \cos^2\theta = 0$

$(2\sin\theta\cos\theta)^2 + \cos^2\theta = 0$

$4\sin^2\theta\cos^2\theta + \cos^2\theta = 0$

$\cos^2\theta\,(4\sin^2\theta + 1) = 0$

$\cos^2\theta = 0$ | $4\sin^2\theta = -1$

$\cos\theta = 0$ | $\sin^2\theta = \frac{-1}{4}$

$\theta = 90, 270$ | مرفوض

$\theta = \boxed{90 + 180n}$

$\tan^2\theta + 2\tan\theta + 1 = 0$

$(\tan\theta + 1)(\tan\theta + 1) = 0$

$\tan\theta + 1 = 0$

$\tan\theta = -1$

$\theta' = 45$

θ بالربع الثاني، الرابع

(2) ر = $180 - 45 = 135$

(4) ر = $360 - 45 = 315$

$= \boxed{135 + n\cdot 180}$

$= \boxed{\frac{3\pi}{4} + n\pi}$

الوحدة الثالثة عشر

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام 13-1 النسب والتناسب الاسم : ____________

نواتج التعلّم 1- كتابة النسبة . 2- كتابة التناسبات وإيجاد حلها .

حيوانات أليفة في دراسة شملت 1000 أسرة. وجد أن منهم 460 أسرة تقتني على الأقل كلبًا واحدًا أو قطة كحيوان أليف . ما نسبة مالكي الحيوانات الأليفة إلى عدد الأسر؟

$460 : 1000 = 23 : 50$

الألعاب الرياضية تتنافس ثلاثون فتاة على 15 مركزًا في فريق كرة السلة. ما نسبة المراكز المتاحة إلى الفتيات المتنافسة؟

$15 : 30 = 1 : 2$

نسبة أطوال ثلاثة أضلاع في مثلث هي 4 : 5 : 2. ومحيطه يساوي 165 وحدة. أوجد طول كل ضلع من أضلاع المثلث.

نفترض أن أطوال الأضلاع $2x , 5x , 4x$

المحيط $\rightarrow 2x + 5x + 4x = 165$

$11x = 165$

$x = 15$

أطوال الأضلاع هي

$2x \rightarrow 30$

$5x \rightarrow 75$

$4x \rightarrow 60$

نسبة قياسات ثلاث زوايا في مثلث هي 8 : 6 : 4. أوجد قياس كل زاوية من زوايا المثلث.

نفترض أن قياس الزوايا الثلاث هي $4x , 6x , 8x$

مجموع زوايا المثلث $\rightarrow 4x + 6x + 8x = 180$

$18x = 180$

$x = 10$

زوايا المثلث هي

$4x \rightarrow 40^\circ$

$6x \rightarrow 60^\circ$

$8x \rightarrow 80^\circ$

حل التناسب:

$$\frac{3x-6}{2} = \frac{4x-2}{4}$$

$2(4x-2) = 4(3x-6)$

$8x - 4 = 12x - 24$

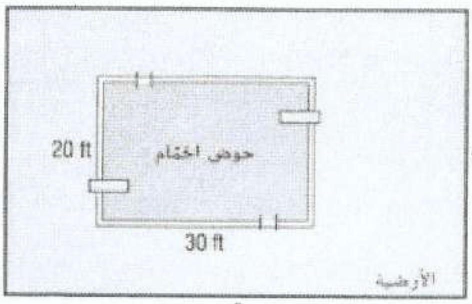
$-4 + 24 = 12x - 8x$

$20 = 4x$

$\frac{20}{4} = x$

$5 = x$

توجد حول حمام سباحة أرضية خشبية مماثلة له. وفق الرسم التخطيطي، ما النسبة التي يُمكن استخدامها لإيجاد الطول ℓ للأرضية الخشبية المحيطة بحمام السباحة؟



$\frac{\text{طول}_1}{\text{الطول}_2} = \frac{\text{العرض}_1}{\text{العرض}_2}$

$\frac{30}{L} = \frac{20}{40}$

$\Rightarrow L = \frac{30 \times 40}{20} = 60$ ft

② ①

ورقة عمل الحادي عشر العام 13-2 المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة الاسم : ____________

نواتج التعلّم 1- استخدام الأجزاء المتناسبة داخل المثلثات . 2- استخدام الأجزاء المتناسبة مع المستقيمات المتوازية .

نظرية 13-1 نظرية تناسب المثلثات

إذا توازى مستقيم مع أحد أضلاع المثلث وكان ينصف الضلعين الآخرين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع مستقيمة أطوالها متناسبة.

النظرية 13-2 معكوس نظرية تناسب المثلثات

إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسّم الضلعين إلى قطع مستقيمة متناظرة متناسبة، فإن هذا المستقيم يكون موازيًا للضلع الثالث في المثلث.

نظرية 13-3 نظرية منصفات سيقان المثلثات

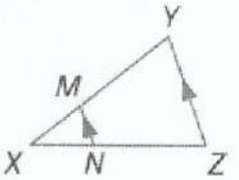
يكون منصف المثلث موازيًا لأحد أضلاع المثلث، ويبلغ طوله نصف طول هذا الضلع.

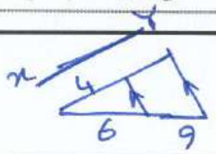
النتيجة 13-1 الأجزاء المتناسبة للمستقيمات المتوازية

عند تقاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر مع قاطعين فإنها تقسّم القاطعين إلى أجزاء متناسبة.

النتيجة 13-2 الأجزاء المتطابقة للمستقيمات المتوازية

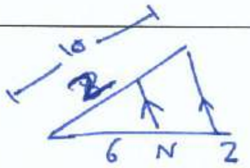
إذا أحدثت ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر قطعًا مستقيمة متطابقة على قاطع ما، فإنها تحدث قطعًا مستقيمة متطابقة على كل القواطع.





إذا كان $XM = 4$، و $XN = 6$، و $NZ = 9$، فأوجد XY.

$\frac{XY}{15} = \frac{4}{6} \Rightarrow XY = \frac{4(15)}{6} = 10$

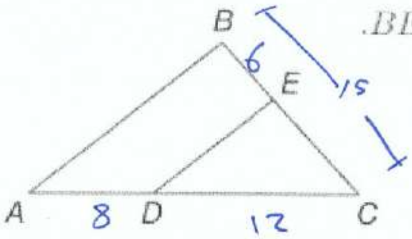


إذا كان $XN = 6$، و $XM = 2$، و $XY = 10$، فأوجد NZ.

$\frac{NZ}{8} = \frac{6}{2} \Rightarrow NZ = \frac{8(6)}{2}$

$= 24$

في $\triangle ABC$، $BC = 15$، و$BE = 6$، و $DC = 12$، و $AD = 8$.
حدد ما إذا كان $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$
برر استنتاجك. برر استنتاجك.

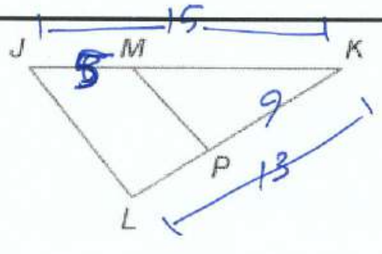


$\frac{6}{15} \stackrel{?}{=} \frac{8}{20}$

التناسب صحيح

$\Rightarrow \overline{DE} \parallel \overline{AB}$

في $\triangle JKL$، $JK = 15$.
و$JM = 5$، و $LK = 13$، و $PK = 9$.
حدد ما إذا كان $\overline{JL} \parallel \overline{MP}$

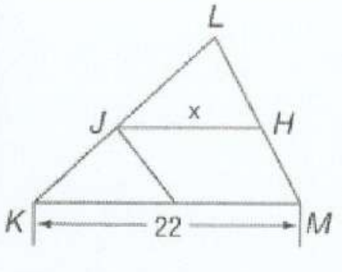


$\frac{5}{15} \stackrel{?}{=} \frac{4}{13}$

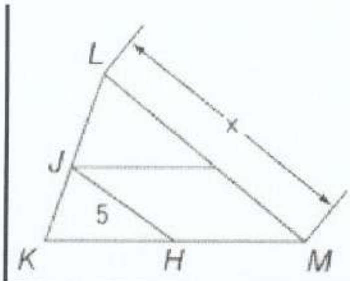
التناسب غير صحيح

$\Rightarrow \overline{JL} \nparallel \overline{MP}$

$\overline{JH}$ هو منصف ساقي $\triangle KLM$. أوجد قيمة x.



$x = \frac{22}{2} = 11$



$x = 5(2)$

$x = 10$

الخرائط راجع الخريطة الموجودة على اليسار. الطريق الثالث والطريق الخامس متوازيان. إذا كانت المسافة من الطريق الثالث إلى المركز التجاري مرورًا بالشارع الوطني هي 3201 متر، فأوجد المسافة بين الشارع الخامس والمركز التجاري مرورًا بشارع الاتحاد. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

3201

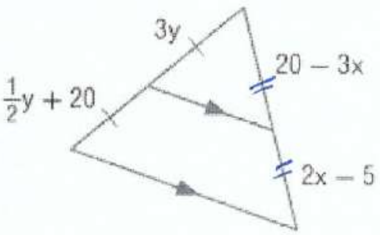
$y = 3201 - 1056 = 2145$

$\frac{x}{2145} = \frac{1162}{1056}$

$\Rightarrow x = \frac{1162(2145)}{1056} = 2360.3125$

≈ 2360.3

الجبر أوجد قيمة x و y.



$3y = \frac{1}{2}y + 20$

$3y - \frac{1}{2}y = 20$

$2.5y = 20$

$y = \frac{20}{2.5}$

$y = 8$

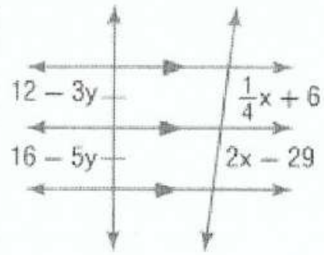
$20 - 3x = 2x - 5$

$-3x - 2x = -5 - 20$

$-5x = -25$

$x = \frac{-25}{-5}$

$x = 5$



$12 - 3y = 16 - 5y$

$-3y + 5y = 16 - 12$

$2y = 4$

$y = 2$

$\frac{1}{4}x + 6 = 2x - 29$

$6 + 29 = 2x - \frac{1}{4}x$

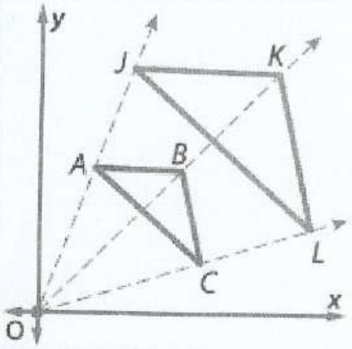
$35 = 1.75x$

$\frac{35}{1.75} = x$

$20 = x$

ورقة عمل الصف العاشر **13-3 تحويلات التشابه** الاسم :____________

نواتج التعلّم 1- تحديد تحويلات التشابه. 2- التحقق من التشابه بعد تحويل التشابه.



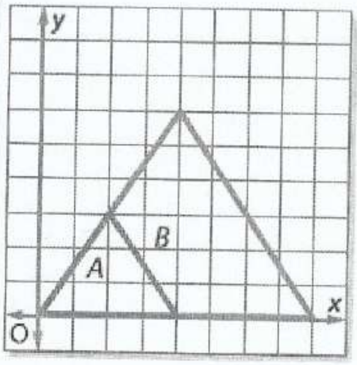
يحدث تغيير الأبعاد حول نقطة ثابتة تُسمى **مركز تغيير الأبعاد.**

يصف **معامل مقياس تغيير الأبعاد** مدى تغيير الأبعاد. معامل المقياس هو نسبة الطول الموجود بالصورة إلى الطول الموجود بالشكل الأصلي.

$\triangle JKL$ هو تغيير أبعاد للمثلث $\triangle ABC$.

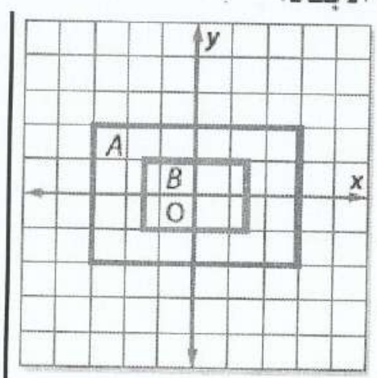
مركز تغيير الأبعاد: $(0, 0)$ معامل المقياس: $\frac{JK}{AB}$

حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد من *A* إلى *B* هو تكبير أم تصغير.
ثم أوجد معامل مقياس تغيير الأبعاد.



B أكبر من A ← تكبير

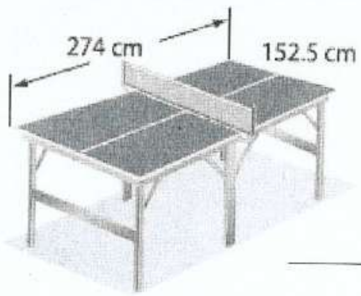
معامل المقياس $= \frac{8}{4} = 2$



B أصغر من A ← تصغير

معامل المقياس $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ألعاب تبلغ أبعاد ملعب التنس 27 قدمًا في 78 قدمًا. وتبلغ أبعاد طاولة كرة التنس 152.5 سنتيمترًا في 274 سنتيمترًا. فهل تعتبر طاولة كرة التنس تغيير أبعاد من ملعب التنس؟ إن كان ذلك، فما معامل المقياس؟ اشرح.



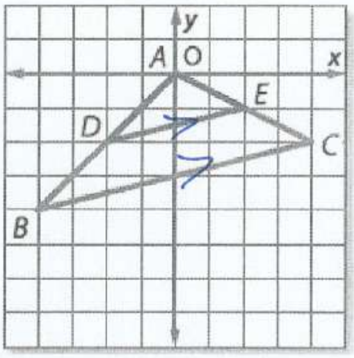
نسبة العرض $= \frac{152 \text{ cm}}{27 \text{ ft}} = \frac{305 \text{ cm}}{54 \text{ ft}}$

نسبة الطولين $= \frac{274 \text{ cm}}{78 \text{ ft}} = \frac{137 \text{ cm}}{39 \text{ ft}}$

النسبتان غير متساويتان

$\Leftarrow$ لا تعتبر طاولة كرة التنس تغيير أبعاد من ملعب التنس الحقيقي.

تحقق من أن تغيير الأبعاد هو تحويل تشابه.



ميل $\overline{BC} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

ميل $\overline{DE} = \frac{1}{4}$

لأن لهما نفس الميل

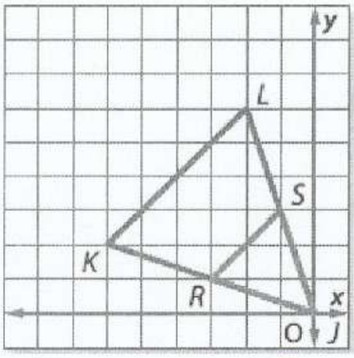
$\Rightarrow \overline{BC} \parallel \overline{DE}$

$\Rightarrow \angle E \cong \angle C$ تناظر وتوازي

$\Rightarrow \angle D \cong \angle B$ تناظر وتوازي

$\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ACB$

حسب نظرية (AA)



ميل $\overline{KL} = \frac{4}{4} = 1$

ميل $\overline{RS} = \frac{2}{2} = 1$

لأن الميلين متساويان

$\Rightarrow \overline{KL} \parallel \overline{RS}$

$\Rightarrow \angle R \cong \angle K$

$\Rightarrow \angle S \cong \angle L$

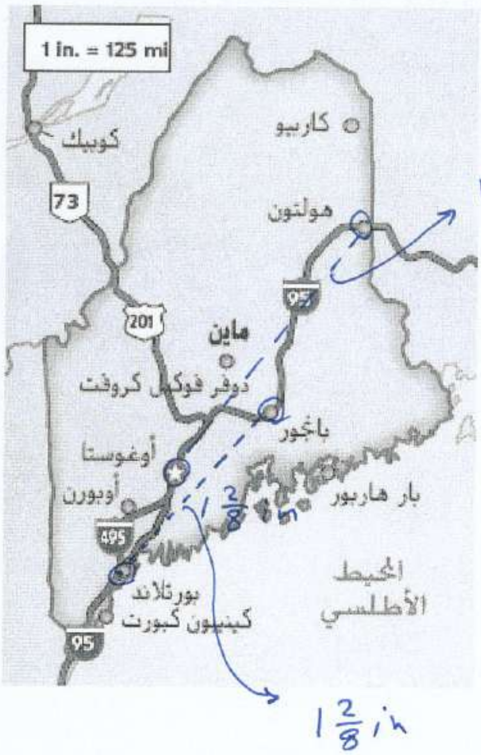
$\Rightarrow \triangle LJK \sim \triangle SJR$

حسب نظرية (AA)

5

ورقة عمل الصف العاشر — 13-4 مقياس الرسم والنماذج المقياسية — الاسم : ______________

نواتج التعلّم 1- تفسير النماذج المقياسية. 2- استخدام مقاييس الرسم لحل المسائل.



خرائط **استخدم خريطة ولاية ماين الموضحة ومسطرة تقليدية لإيجاد المسافة الحقيقية بين كل زوجين من المدن. قم بالقياس لأقرب جزء من ستة عشر من البوصة.**

1. بانجور وبورتلاند
2. أوغوستا وهولتون

① $\frac{1\,in}{125\,mi} = \frac{1\frac{2}{8}\,in}{x}$

$x = 1\frac{2}{8} \times 125 = 156.25$ mi

② $\frac{1\,in}{125\,mi} = \frac{1\frac{5}{8}\,in}{x}$

$x = 1\frac{5}{8} \times 125 = 203.125$ mi

نماذج مقياسية صنع عمر نموذجًا بمقياس نسبي لجسر محلي. يمتد النموذج 6 بوصات؛ ويمتد الجسر الحقيقي 50 قدمًا.

a. ما مقياس النموذج؟

b. ما معامل المقياس الذي استخدمه عمر في بناء النموذج؟

(a) مقياس النموذج $= \frac{6\,in}{50\,ft} = \frac{3\,in}{25\,ft}$

(b) معامل المقياس $= \frac{3\,in}{25 \times 12\,in} = \boxed{\frac{1}{100}}$

~~5~~ 6

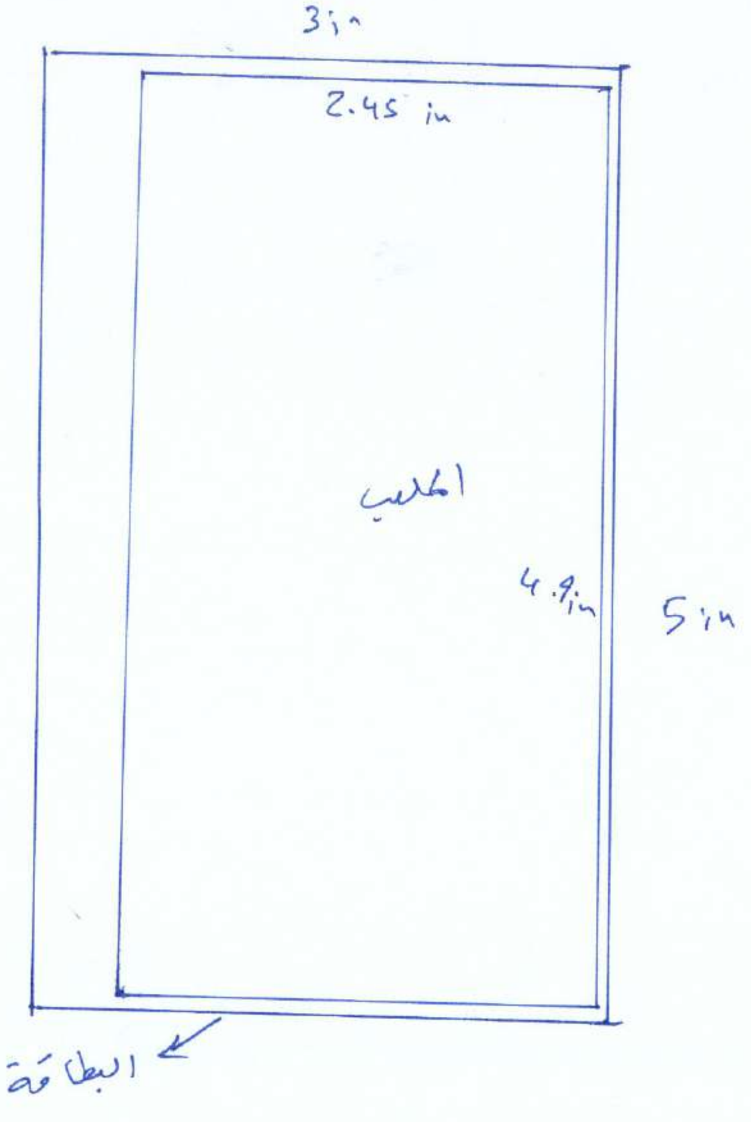
رياضة يبلغ ملعب كرة السلة 9 مترًا عرضًا و 18 مترًا طولاً. اختر مقياسًا مناسبًا واصنع رسمًا بمقياس نسبي للملعب يصلح لبطاقة فهرسة أبعادها 3 بوصات في 5 بوصات.

يمكن رسم الطول 18 m في البطاقة بطول 4.9 in

$\Rightarrow$ مقياس 4.9 in : 18 m

نحسب ~~طول~~ عرض الملعب بالرسم

$$\frac{4.9\ in}{18\ m} = \frac{x}{9\ m} \Rightarrow x = \frac{9 \times 4.9}{18} = 2.45$$



الوحدة الرابعة عشر

ورقة عمل الحادي عشر العام — 14-1 الانعكاس

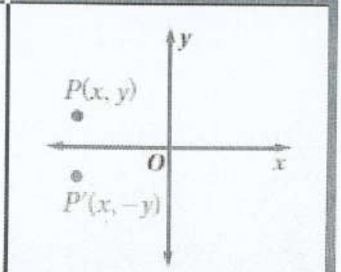
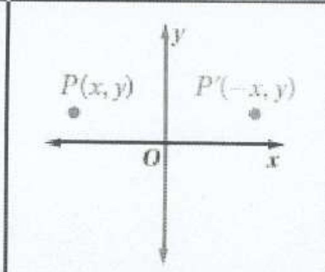
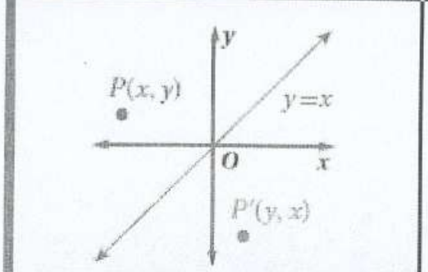
الاسم:----------------------

نواتج التعلّم 1– رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس. 2– رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

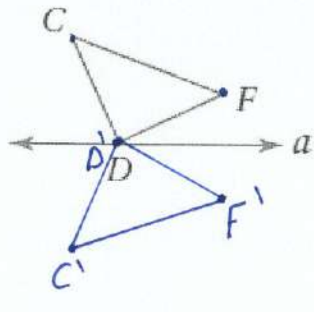
الانعكاس هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيم يسمى **محور الانعكاس**، بحيث يكون بعد النقطة وبعد صورتها عن محور الانعكاس متساويين.

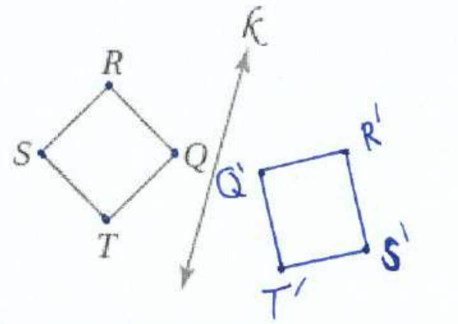
إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.

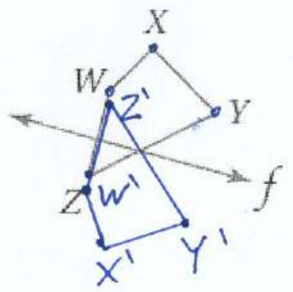
إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطة وصورتها.

الانعكاس حول المحور x	الانعكاس حول المحور y	الانعكاس حول المستقيم $y = x$
		
$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	$(x, y) \rightarrow (y, x)$

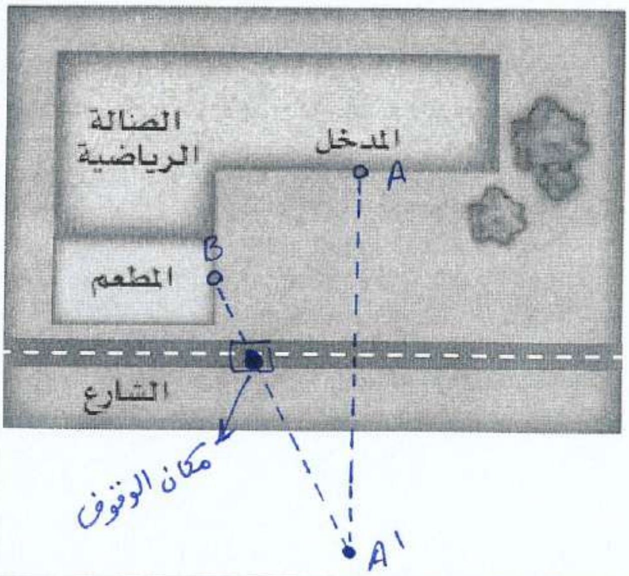
ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى:

(1


(2


(3


4) مباريات: ينتظر ماجد في المطعم صديقًا سيأتيه بتذكرة لحضور مباراة في الصالة الرياضية. في أي موقع على الشارع، يجب أن يوقف صديقه سيارته، حتى تكون المسافة التي يسيرها ماجد من المطعم إلى السيارة ثم إلى مدخل الصالة الرياضية أقل ما يمكن؟ ارسم شكلًا يوضح إجابتك.

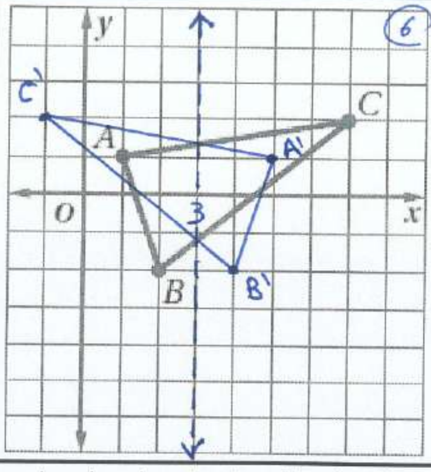


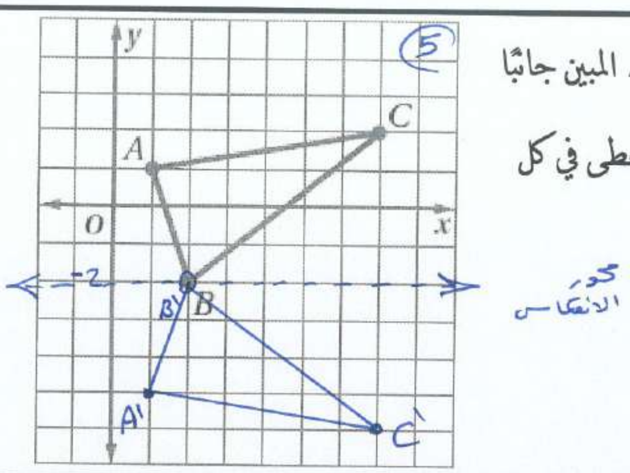
نقوم برسم صورة A بالانعكاس في محور (الشارع)
ثم نوصل $\overline{A'B}$
مكان الوقوف هو نقطة تقاطع $\overline{A'B}$ مع الشارع.

مثّل بيانيًا صورة $\triangle ABC$ المبين جانبًا بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كل من السؤالين 6،5.

5) $y = -2$

6) $x = 3$

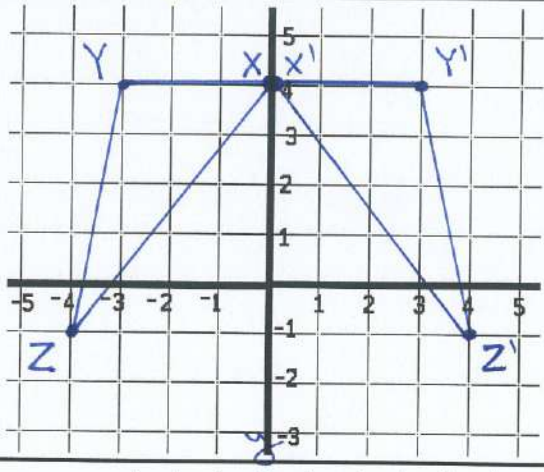




مثّل كل شكل مما يأتي، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد .

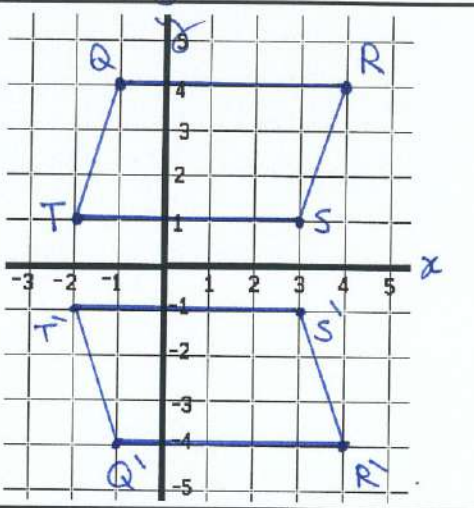
7) $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $X(0,4)$, $Y(-3,4)$, $Z(-4,-1)$ بالانعكاس حول المحور y.

$X'(0,4)$
$Y'(3,4)$
$Z'(4,-1)$



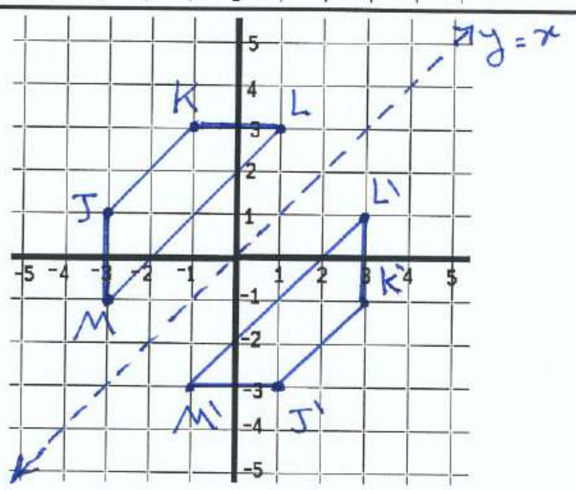
8) $\square$ RST الذي إحداثيات رؤوسه هي: $Q(-1,4)$, $R(4,4)$, $S(3,1)$, $T(-2,1)$ بالانعكاس حول المحور x.

$Q'(-1,-4)$
$R'(4,-4)$
$S'(3,-1)$
$T'(-2,-1)$



9) الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه هي: $J(-3,1)$, $K(-1,3)$, $L(1,3)$, $M(-3,-1)$, بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.

$J'(1,-3)$
$K'(3,-1)$
$L'(3,1)$
$M'(-1,-3)$



ورقة عمل الحادي عشر العام 14-2 الإزاحة الاسم:---------------------

نواتج التعلم 1- رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة. 2- رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة في المستوى الإحداثي.

الإزاحة: هي تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره. حيث يتم نقل جميع نقاط الشكل المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه. ويمكن التعبير عن الإزاحة (الانسحاب) لكل نقطة من الشكل بقطعة مستقيمة طولها يساوي $\overline{AA'}$ حيث إن A' هي صورة النقطة A الناتجة عن الإزاحة (الانسحاب).

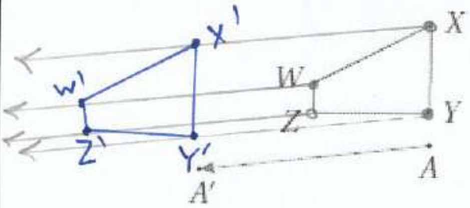
الإزاحة هي دالة تربط كل نقطة بصورتها على طول متجهٍ يدعى متجه الإزاحة بحيث:

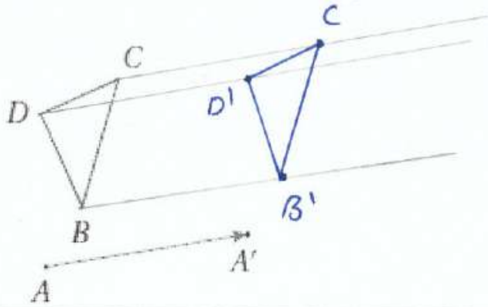
- يكون لكل قطعة مستقيمة تربط نقطةً بصورتها طول المتجه نفسه.
- تكون هذه القطعة المستقيمة موازيةً للمتجه أيضًا.

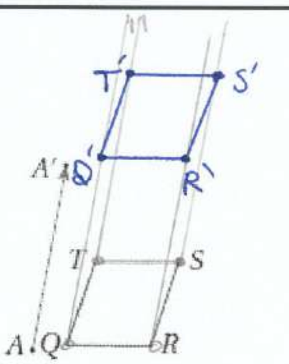
الإزاحة في المستوى الإحداثي: إذا رمزنا للإزاحة الأفقية بالرمز a ، وللإزاحة الرأسية b ، فإنه يمكن التعبير عن هذه الإزاحة بالقاعدة: $(x,y) \rightarrow (x+a\ ,y+b)$

النقطة A' هي إزاحة للنقطة A على طول متجه الإزاحة $\vec{k}$.

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' في كلٍ مما يأتي:

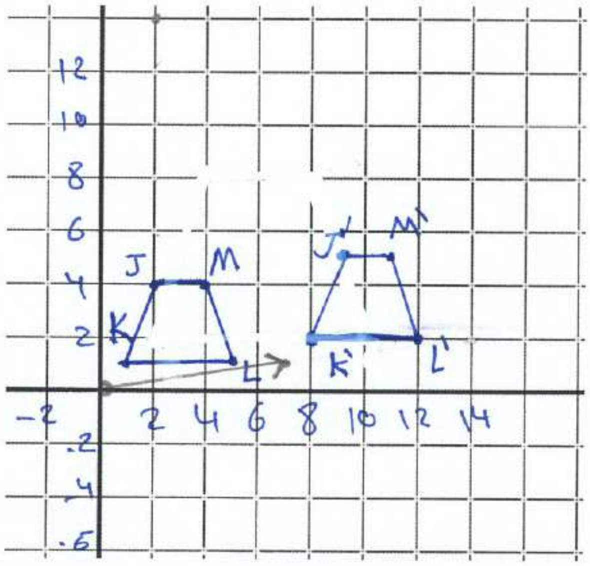






مثّل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلٍ مما يأتي بيانيًا:

شبه المنحرف JKLM ذو الرؤوس J(2,4) , K(1,1) , L(5,1) , M(4,4) ; ⟨7,1⟩



القاعدة: $(x,y) \rightarrow (x+7, y+1)$

$M'(11,5)$

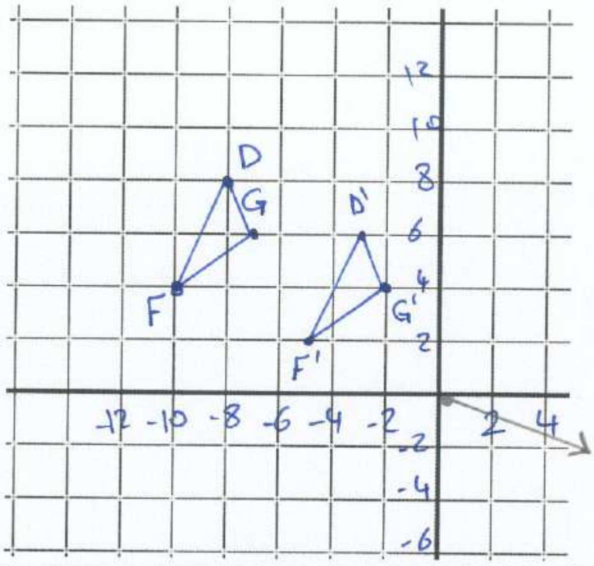
$L'(12,2)$

$K'(8,2)$

$J'(9,5)$

3

المثلث ΔDFG ذو الرؤوس $D(-8,8)$, $F(-10,4)$, $G(-7,6)$; $\langle 5,-2 \rangle$



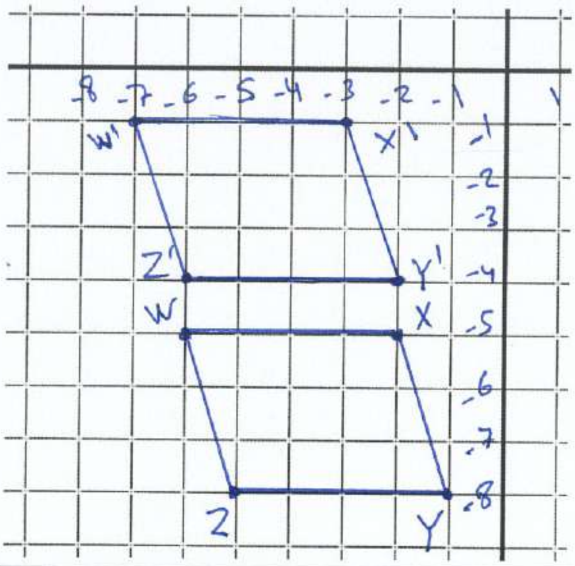
القاعدة : $(x,y) \rightarrow (x+5\,,\, y-2)$

$G'(-2\,,4)$

$F'(-5\,,2)$

$D'(-3\,,6)$

متوازي الأضلاع WXYZ ذو الرؤوس $W(-6,-5)$, $X(-2,-5)$, $Y(-1,-8)$, $Z(-5,-8)$; $\langle -1,4 \rangle$



القاعدة : $(x,y) \rightarrow (x-1\,,\, y+4)$

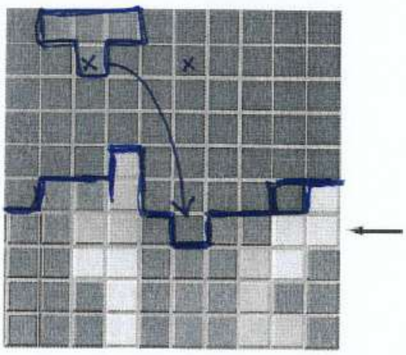
$Z'(-6\,,-4)$

$Y'(-2\,,-4)$

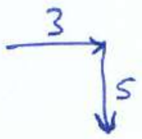
$X'(-3\,,-1)$

$W'(-7\,,-1)$

ألعاب فيديو: إن هدف اللعبة المجاورة هو تحريك القطع الملونة إلى اليمين أو اليسار، عندما تنزل من أعلى الشاشة لملء كل صف دون ترك فراغاتٍ فيه. إذا كان الموقع الابتدائي للقطعة في أعلى الشاشة (x,y)، فاكتب قاعدةً (رمز الدالة) لوصف الإزاحة التي تملأ الصف المشار إليه بالسهم.



$(x,y) \rightarrow (x+3\,,\, y-5)$

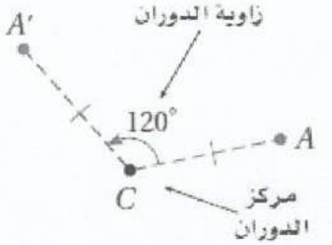


ورقة عمل الحادي عشر العام 14-3 الدوران الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1– رسم الصورة الناتجة عن الدوران مستخدمًا المنقلة. 2– رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي.

الدوران يحرك كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة وفي اتجاه محدد حول نقطة ثابتة تسمى مركز الدوران.

- **إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن صورتها هي النقطة نفسها.**
- **إذا كانت النقطة غير مركز الدوران، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تسمى زاوية الدوران.**



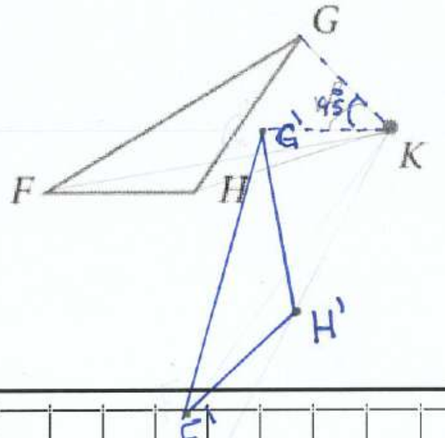
A' هي صورة A الناتجة عن دوران بزاوية $120°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة C.

الدوران في المستوى الإحداثي:

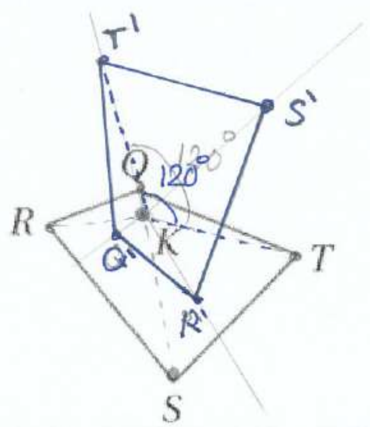
زاوية الدوران 90°	زاوية الدوران 180°	زاوية الدوران 270°
$(x,y) \rightarrow (-y,\ x)$	$(x,y) \rightarrow (-x\ ,-y)$	$(x,y) \rightarrow (y\ ,-x)$

استخدم منقلة ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل من السؤالين التاليين:

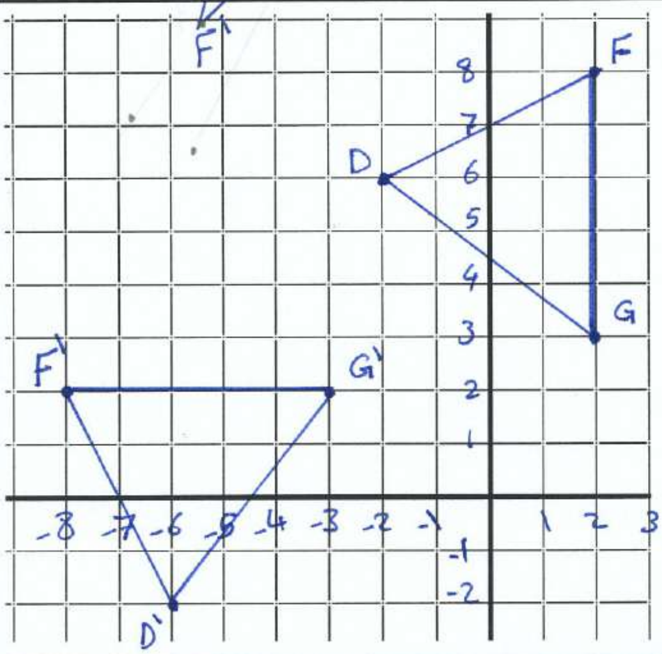
45°



120°



إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي : , D(-2,6) , F(2,8) G(2,3) ، مثل بيانيًا المثلث وصورته الناتجة عن دوران بزاوية ~~270°~~ 90° حول نقطة الأصل.



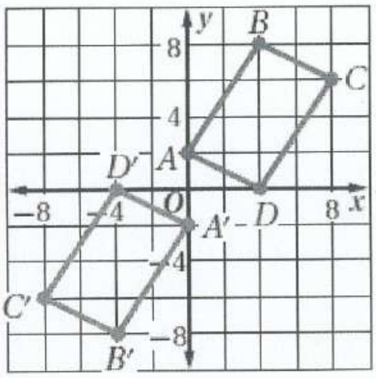
$(x,y) \rightarrow (-y\ ,\ x)$

$D'(-6\ ,-2)$

$F'(-8\ ,+2)$

$G'(-3\ ,+2)$

اختيار من متعدد: الشكل المجاور يبين الشكل الرباعي ABCD وصورته A'B'C'D' الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل. ما قياس زاوية الدوران؟



A) 90°

B) 180°

C) 270°

D) 360°

$A(0,2) \rightarrow A'(0,-2)$

$B(4,8) \rightarrow B'(-4,-8)$

$C(8,8) \rightarrow C'(-8,-8)$

$D(4,0) \rightarrow D'(-4,0)$

نلاحظ أن القاعدة هي

$(x,y) \longrightarrow (-x,-y)$

إذاً زاوية الدوران $\boxed{180°}$

حول نقطة الأصل

(6)

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

MATH

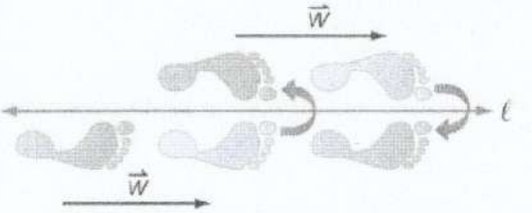
معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام　　**14-4 تركيب التحويلات**　　الاسم:---------------------

نواتج التعلّم
1- رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما هو الانعكاس.
2- رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين وحول مستقيمين متقاطعين.

عند إجراء تحويل هندسي على شكل ما، ثم إجراء تحويل هندسي آخر على صورته، فإن التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية هو تركيب لتحويلين هندسيين، ويسمى تحويلاً هندسيا مركبًا.

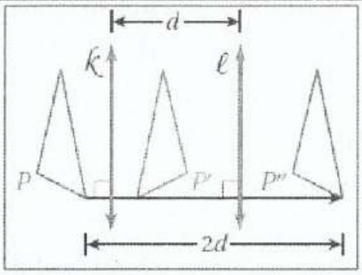
الانعكاس الانزلاقي: هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍ مستقيم موازٍ لمتجه الإزاحة.

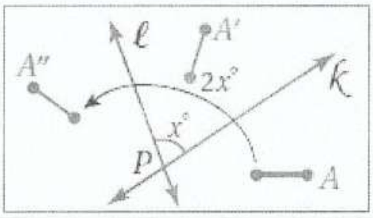


نظرية 14-1 تركيب تحويلي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضًا.

نظرية 14-2 يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:
• اتجاهها عموديًا على كلٍ من المستقيمين. • مقدارها مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

نظرية 14-3 يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:
• مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين. • قياس زاويته مثلي قياس الزاوية التي يشكلها المستقيمين.

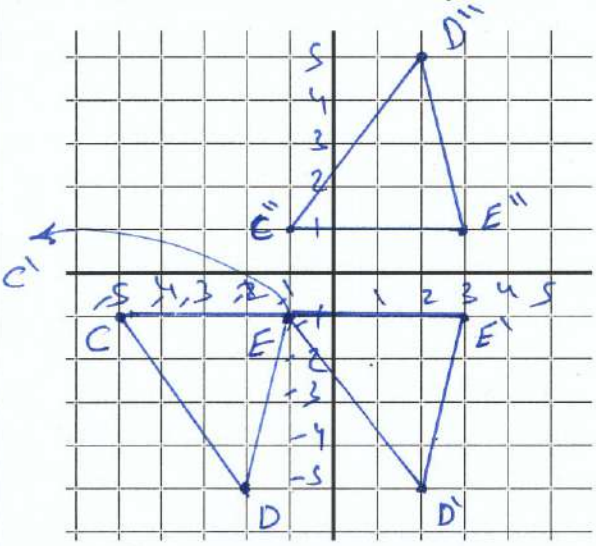




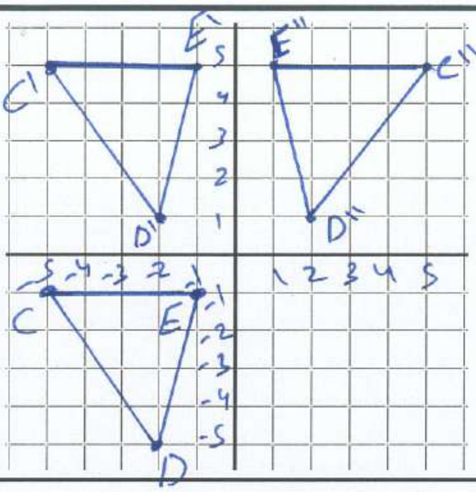
إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي : C(-5,-1) , D(-2,-5) , E(-1,-1) ، مثل بيانيًا المثلث وصورته الناتجة عن الانعكاس الانزلاقي المحدد:

إزاحة: على طول ⟨4,0⟩

انعكاس: بالنسبة للمحور الأفقي x.



إزاحة ⟨4,0⟩	انعكاس محور x
C' (-1,-1)	C'' (-1 , 1)
D' (2 , -5)	D'' (2 , 5)
E' (3 , -1)	E'' (3 , 1)

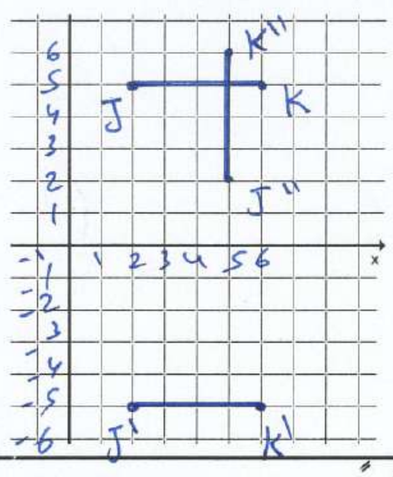


إزاحة: على طول $\langle 0,6 \rangle$

انعكاس: بالنسبة للمحور الرأسي y.

إزاحة $\langle 0,6 \rangle$	انعكاس محور y
$C'(-5,5)$	$C''(5,5)$
$D'(-2,1)$	$D''(2,1)$
$E'(-1,5)$	$E''(1,5)$

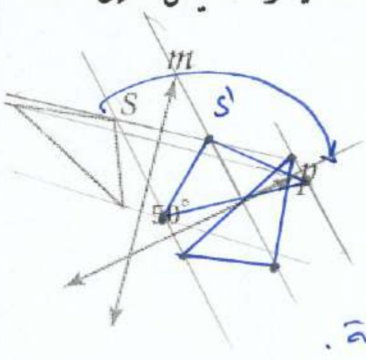
إحداثيات طرفي $\overline{JK}$ هما $J(2,5)$, $K(6,5)$، مثل بيانيًا $\overline{JK}$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x ،



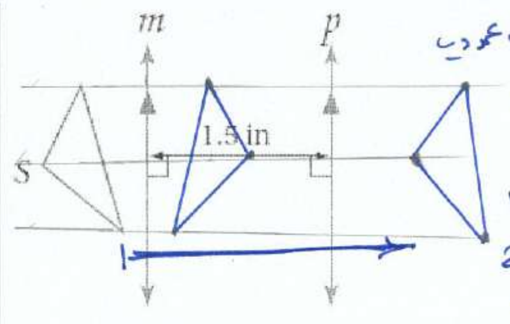
ثم دوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل:

انعكاس حول x	دوران حول نقطة الأصل زاوية 90
$J'(2,-5)$	$J''(5,2)$
$K'(6,-5)$	$K''(5,6)$

ارسم صورة الشكل S الناتجة عن انعكاس حول المستقيم m ثم حول المستقيم p ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل S إلى S'' .



دوران حول نقطة تقاطع المستقيمين P,m بزاوية قياسها
$2(50) = 100°$
باتجاه عقارب الساعة.



إزاحة باتجاه عمودي على المستقيمين المتوازيين بمسافة مقدارها
$2(1.5)$ in
$= \boxed{3 \text{ in}}$

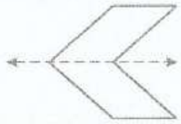
أنماط البلاط: صنع راشد نمطًا من بلاطٍ على شكل مثلث متطابق الضلعين، صف التحويل الهندسي المركّب الذي يمكن استخدامه لتكوين هذا النمط.

انعكاس انزلاقي

ورقة عمل الحادي عشر العام 14-5 التناظر الاسم:--------------------

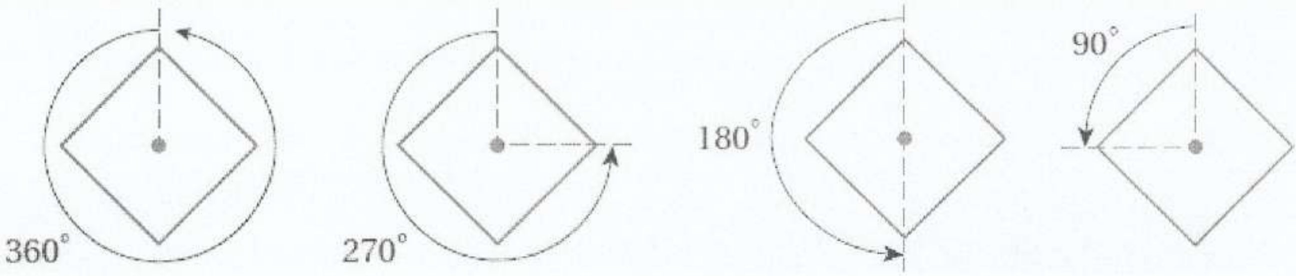
نواتج التعلم
1- تحديد محاور التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثنائية الأبعاد.
2- تحديد مستويات التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثلاثية الأبعاد.

يكون الشكل الثنائي الأبعاد متناظرًا حول محور، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم محور التناظر.



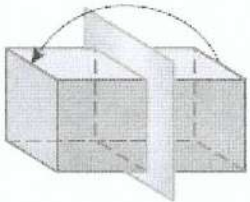
يكون للشكل ثنائي الأبعاد تناظر دوراني إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين °0 و °360 حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمى مركز الدوران في هذه الحالة مركز التناظر.

يطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من °0 إلى °360 اسم رتبة التناظر، أما (مقدار التناظر) (زاوية التناظر الدوراني) فهي قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه، وقياس هذه الزاوية يساوي [مقدار التناظر = °360 ÷ رتبة التناظر].

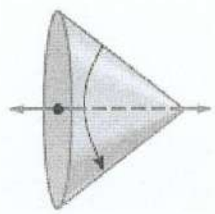


التناظر في الأشكال الثلاثية الأبعاد

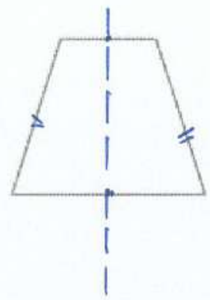
يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متناظرًا حول مستوى، إذا كان صورة انعكاسه حول المستوى هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستوى بمستوى التناظر.



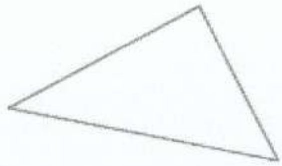
يكون للشكل الثلاثي الأبعاد تناظر محوري، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين °0 و °360 ؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.



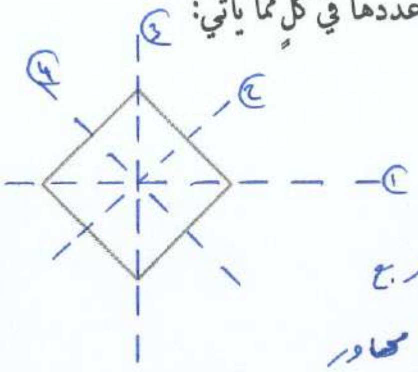
بيّن ما إذا كان للشكل محور تناظر أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التناظر جميعها، وحدّد عددها في كلٍّ مما يأتي:



شبه منحرف متساوي الساقين

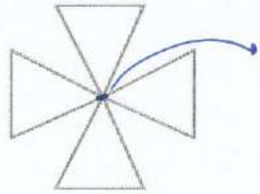


لا يوجد محور تناظر
مثلث مختلف الأضلاع



مربع
4 محاور

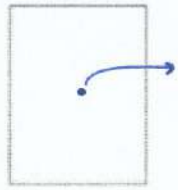
بيّن ما إذا كان للشكل تناظر دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التناظر، وحدد رتبته ومقداره في كلٍّ مما يأتي:



مركز التناظر الدوراني

الرتبة = 4

مقداره = $\frac{360}{4} = 90°$



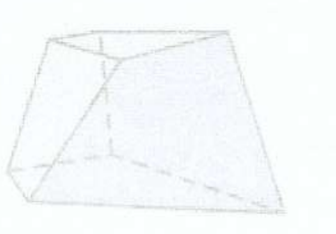
مركز التناظر الدوراني

الرتبة = 2

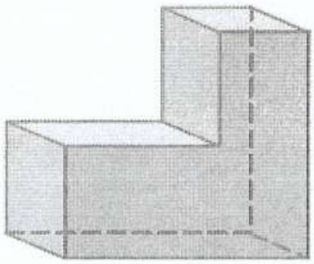
مقداره = $\frac{360°}{2} = 180°$

ليس له تناظر دوراني
ليس خماسي منتظم

بيّن ما إذا كان الشكل المجاور متناظرًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.



غير ذلك



متناظر حول مستوى

محور

كلاهما

متناظر حول محور
ومتناظر حول مستوى

حكومة دبي
GOVERNMENT OF DUBAI

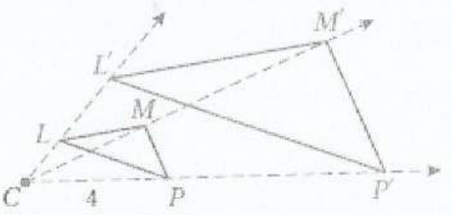
MATH

معهد الشيخ راشد بن سعيد الإسلامي
Sheikh Rashid Bin Saied Islamic Institute

ورقة عمل الحادي عشر العام **14-6 عمليات تغيير الأبعاد (التمدّد)** الاسم:---------------------

نواتج التعلّم 1- رسم الصورة الناتجة عن التمدد باستخدام المسطرة. 2- رسم الصورة الناتجة عن التمدد في المستوى الإحداثي.

التمدد هو تحويل هندسي يكبّر الشكل أو يصغره بنسبة محدّدة هي نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلي. وتسمى هذه النسبة معامل مقياس التمدد. ولأن الصورة الناتجة عن التمدُّد تشبه الشكل الأصلي، فإن التمدد نوع من أنواع تحويلات التشابه. ويتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامله.

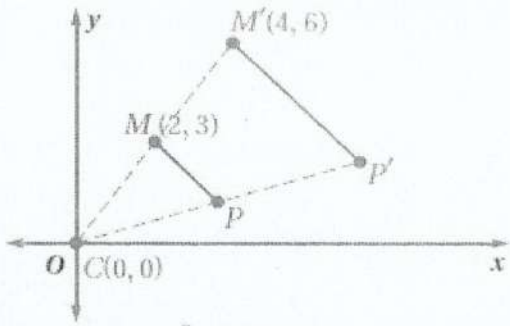


$4\ (2.5) = 10$

$\triangle L'M'P'$ هو صورة $\triangle LMP$ الناتجة عن التمدد الذي مركزه C ومعامله 2.5

التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k، حيث $k \neq 1$، ينقل النقطة P في شكلٍ ما إلى صورتها P'، بحيث:

- **إذا انطبقت النقطة P على مركز التمدد C، فإن صورتها هي النقطة P نفسها.**
- **إذا لم تنطبق النقطة P على مركز التمدد C، فإن صورتها P' تقع على $\overrightarrow{CP}$ ويكون $CP' = k(CP)$**



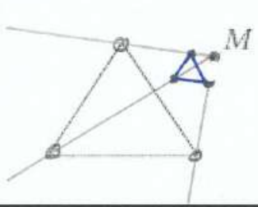
معامل التمدد: 2

التمدد في المستوى الإحداثي

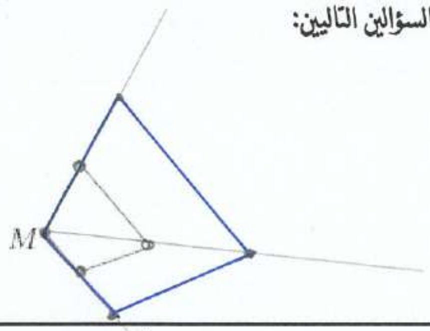
لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيين x , y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد k.

استخدم مسطرةً لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمددٍ مركزه النقطة **M** ومعامله العدد k المحدد في كلٍ من السؤالين التاليين:

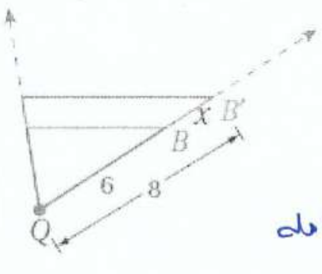
1) $k = \frac{1}{4}$



2) $k = 2$



3) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل **B** إلى الشكل **'B** تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامله وقيمة x.

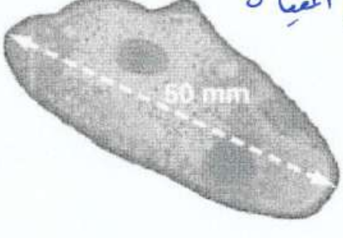


تكبير

معامله $= \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$x = 8 - 6 = 2$

4) أحياء: طول مخلوق حيّ دقيق وحيد الخلية **200** ميكرون، ويظهر طوله تحت المجهر **50 mm**، إذا كان **1000** ميكرون = **1 mm**، فما قوة التكبير (معامل مقياس التمدد) المستخدمة؟ وضح إجابتك.



معامل المقياس $= \frac{50\ mm}{200\ \text{ميكرون}}$

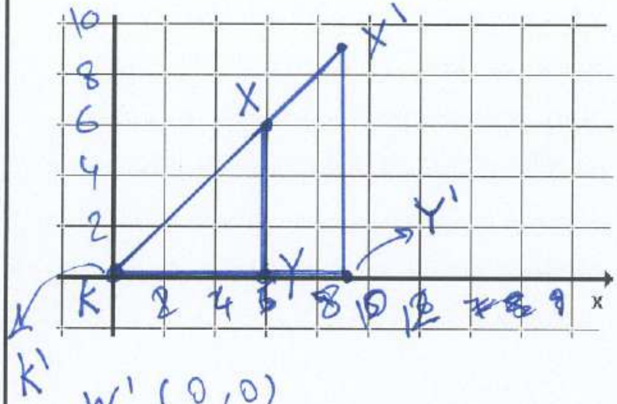
$= \frac{50 \times 1000}{200}$

$= \boxed{250}$

مرة تكبير

مثّل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانيًا، ثم مثّل صورته الناتجة عن تمددٍ مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ من الأسئلة التالية:

5) $W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0)$ ، $k = 1.5$

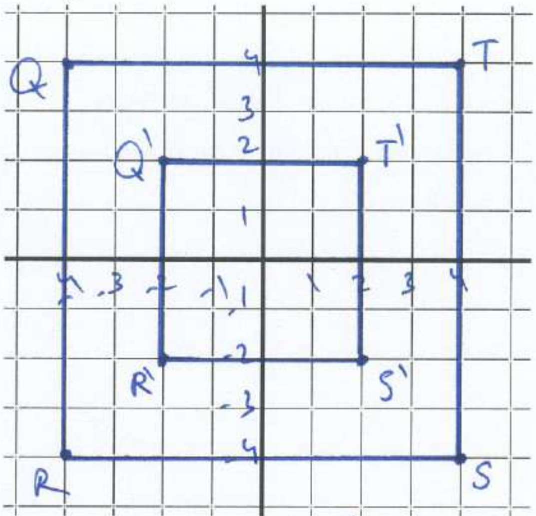


$W'(0, 0)$

$X'(9, 9)$

$Y'(9, 0)$

6) $Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4)$ ، $k = \frac{1}{2}$



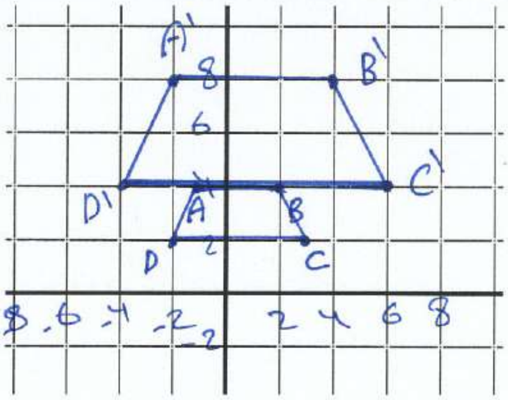
$Q'(-2, 2)$

$R'(-2, -2)$

$S'(2, -2)$

$T'(2, 2)$

7) $A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2)$ ، $k = 2$



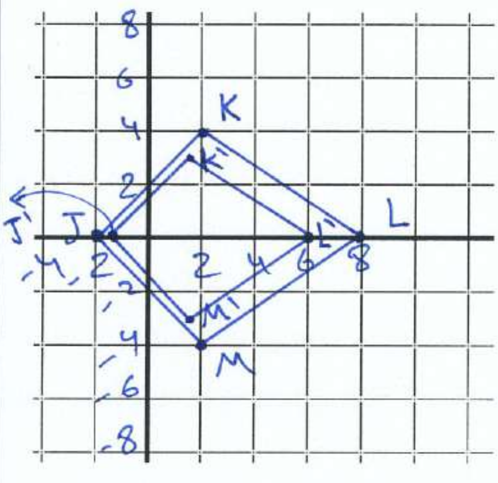
$A'(-2, 8)$

$B'(4, 8)$

$C'(6, 4)$

$D'(-4, 4)$

8) $J(-2, 0), K(2, 4), L(8, 0), M(2, -4)$ ، $k = \frac{3}{4}$



$J'(-1.5, 0)$

$K'(1.5, 3)$

$L'(6, 0)$

$M'(1.5, -3)$