الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

عام زايد
YEAR OF ZAYED

الرياضيات

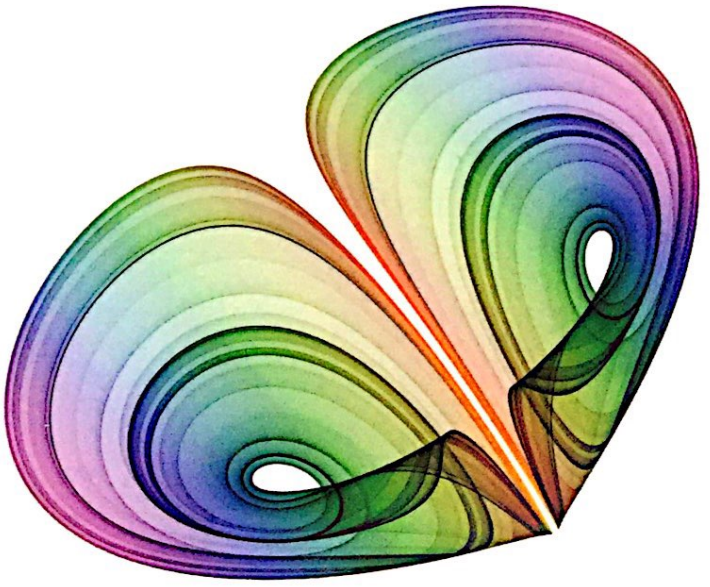
11

McGraw-Hill Education

# الرياضيات المتقدّمة

## نسخة الإمارات العربية المتحدة

# دليل الطالب التفاعلي



Mc Graw Hill Education

الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

McGraw-Hill Education

# الرياضيات المتقدّمة

## نسخة الإمارات العربية المتحدة

للصف 11 مجلد 2

# دليل الطالب التفاعلي

Mc Graw Hill Education

**Project: McGraw-Hill Education United Arab Emirates Edition Grade 11 Advanced Math Vol.2**
FM, Precalculus © 2014
5. Systems of Equations and Matrices, from Precalculus Chapter 6 © 2014
6. Conic Sections and Parametric Equations, from Precalculus Chapter 7 © 2014
7. Vectors, from Precalculus Chapter 8 © 2014
8. Polar Coordinates and Complex Numbers, from Precalculus Chapter 9 © 2014

**صورة الغلاف:** K-Fractals/Alamy Stock Photo

mheducation.com/prek-12

جميع الحقوق محفوظة © للعام 2018 لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**جميع الحقوق محفوظة. لا يجوز إعادة إنتاج أي جزء من هذا المنشور أو توزيعه في أي صورة أو بأي وسيلة كانت أو تخزينه في قاعدة بيانات أو نظام استرداد من دون موافقة خطية مسبقة من McGraw-Hill Education، بما في ذلك، على سبيل المثال لا الحصر، التخزين على الشبكة أو الإرسال عبرها أو البث لأغراض التعليم عن بُعد.**

**الحقوق الحصرية للتصنيع والتصدير عائدة لمؤسسة McGraw-Hill Education. لا يمكن إعادة تصدير هذا الكتاب من البلد الذي باعته له McGraw-Hill Education. هذه النسخة الإقليمية غير متاحة خارج أوروبا والشرق الأوسط وإفريقيا.**

**طُبع في دولة الإمارات العربية المتحدة.**

رقم النشر الدولي: 978-1-52-682972-6 (نسخة الطالب)
MHID: 1-52-682972-X (نسخة الطالب)
رقم النشر الدولي: 978-1-52-684192-6 (نسخة المعلم)
MHID: 1-52-684192-4 (نسخة المعلم)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 XXX 22 21 20 19 18 17

## صاحب السّمو الشّيخ خليفة بن زايد آل نهيان
### رئيس دولة الإمارات العربيّة المتّحدة، حفظه الله

"يجب التزوُّد بالعلوم الحديثة والمعارفِ الواسعة، والإقبال عليها
بروح عالية ورغبة صادقة؛ حتى تتمكّن دولة الإمارات خلال
الألفيّة الثّالثة من تحقيق نقلة حضاريّة واسعة."

من أقوال صاحب السّمو الشّيخ خليفة بن زايد آل نهيان

# ملخص المحتويات

**الوحدة 1** دوال القوة والدوال كثيرة الحدود والدوال النسبية

**الوحدة 2** الدوال الأسيّة واللوغاريتمية

**الوحدة 3** الدوال المثلثية

**الوحدة 4** المتطابقات والمعادلات المثلّثية

**الوحدة 5** أنظمة المعادلات والمصفوفات

**الوحدة 6** القطوع المخروطية والمعادلات الوسيطية

**الوحدة 7** المتجهات

**الوحدة 8** الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة

**الوحدة 9** المتتاليات والمتسلسلات

**الوحدة 10** الإحصاء الاستقرائي

**الوحدة 11** النهايات والاشتقاق

**تدريب المهارات**

# المحتويات


## الوحدة 1 دوال القوة والدوال كثيرة الحدود والدوال النسبية

**قبل القراءة** ..... 1
**النقاط الرئيسة** ..... 2
**1-1** دوال القوة والدوال الجذرية ..... 3
**1-2** الدوال كثيرة الحدود ..... 5
**1-3** نظريتا الباقي والعامل ..... 7
**1-4** أصفار الدوال كثيرة الحدود ..... 9
**1-5** الدوال النسبية ..... 11
**1-6** المتباينات غير الخطية ..... 13
**اربطها معًا** ..... 15
**قبل الاختبار** ..... 16

## الوحدة 2 الدوال الأسّية واللوغاريتمية

**قبل القراءة** ..... 17
**النقاط الرئيسة** ..... 18
**2-1** الدوال الأسية ..... 19
**2-2** الدوال اللوغاريتمية ..... 21
**2-3** خواص اللوغاريتمات ..... 23
**2-4** المعادلات الأسية واللوغاريتمية ..... 25
**2-5** التمثيل باستخدام الانحدار غير الخطي ..... 27
**اربطها معًا** ..... 29
**قبل الاختبار** ..... 30

## الوحدة 3 الدوال المثلثية

**قبل القراءة** ..... 31
**النقاط الرئيسة** ..... 32
**3-1** حساب المثلثات للمثلثات قائمة الزاوية ..... 33
**3-2** الدرجات والراديان ..... 35
**3-3** الدوال المثلثية على دائرة الوحدة ..... 37
**3-4** التمثيل البياني لدوال جيب الزاوية وجيب التمام ..... 39
**3-5** التمثيل البياني للدوال المثلثية الأخرى ..... 41
**3-6** الدوال المثلثية العكسية ..... 43
**3-7** قانون الجيب وقانون جيب التمام ..... 45
**اربطها معًا** ..... 47
**قبل الاختبار** ..... 48

## الوحدة 4 المتطابقات والمعادلات المثلّثية

**قبل القراءة** ..... 49
**النقاط الرئيسة** ..... 50
**4-1** المتطابقات المثلثية ..... 51
**4-2** التحقق من صحة المتطابقات المثلثية ..... 53
**4-3** حل المعادلات المثلثية ..... 55
**4-4** متطابقات المجموع والفرق ..... 57
**4-5** متطابقات ضعف الزاوية وتحويل ناتج الضرب ألى مجموع ..... 59
**اربطها معًا** ..... 61
**قبل الاختبار** ..... 62

## الوحدة 5 أنظمة المعادلات والمصفوفات

**قبل القراءة** ..... 63
**النقاط الرئيسة** ..... 64
**5-1** الأنظمة الخطية متعددة المتغيرات وعمليات الصف الأولية(البسيطة) ..... 65
**5-2** ضرب المصفوفة والمعكوسات والمحددات ..... 67
**5-3** حل الأنظمة الخطية باستخدام المعكوسات وقاعدة كرامر ..... 69
**5-4** الكسور الجزئية ..... 71
**5-5** الاستمثال الخطي ..... 73
**اربطها معًا** ..... 75
**قبل الاختبار** ..... 76

## الوحدة 6 القطوع المخروطية والمعادلات الوسيطية

**قبل القراءة** ..... 77
النقاط الرئيسة ..... 78
**6-1** القطع الناقص والدوائر ..... 79
**6-2** القطع الزائد ..... 81
**6-3** الدوران المحوري للقطوع المخروطية ..... 83
**اربطها معًا** ..... 85
**قبل الاختبار** ..... 86

## الوحدة 7 المتجهات


**قبل القراءة** ..... 87
النقاط الرئيسة ..... 88
**7-1** مقدمة عن المتجهات ..... 89
**7-2** المتجهات على المستوي الإحدائي ..... 91
**7-3** الضرب النقطي ومساقط المتجهات ..... 93
**7-4** المتجهات في الفضاء ثلاثي الأبعاد ..... 95
**7-5** الضرب النقطي والمتجهي في الفضاء ..... 97
**اربطها معًا** ..... 99
**قبل الاختبار** ..... 100


## الوحدة 8 الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة


**قبل القراءة** ..... 101
النقاط الرئيسة ..... 102
**8-1** الإحداثيات القطبية ..... 103
**8-2** التمثيلات البيانية للمعادلات القطبية ..... 105
**8-3** نماذج المعادلات القطبية والديكارتية ..... 107
**8-4** النماذج القطبية للقطوع المخروطية ..... 109
**8-5** الأعداد المركبة ونظرية دي موافر ..... 111
**اربطها معًا** ..... 113
**قبل الاختبار** ..... 114


## الوحدة 9 المتتاليات والمتسلسلات


**قبل القراءة** ..... 115
النقاط الرئيسة ..... 116
**9-1** المتتاليات والمتسلسلات والرمز سيجما ..... 117
**9-2** المتتاليات والمتسلسلات الحسابية ..... 119
**9-3** المتتاليات الهندسية والمتسلسلات الهندسية ..... 121
**9-4** الاستقراء الرياضي ..... 123
**9-5** نظرية ذات الحدين ..... 125
**9-6** الدوال في صورة متسلسلة لا نهائية ..... 127
**اربطها معًا** ..... 129
**قبل الاختبار** ..... 130


## الوحدة 10 الإحصاء الاستقرائي


**قبل القراءة**
النقاط الرئيسة
**10-1** الإحصاء الوصفي
**10-2** التوزيعات الاحتمالية
**10-3** التوزيع الطبيعي
**10-4** نظرية النهاية المركزية
**10-5** فترات الثقة
**10-6** اختبار الفرضية
**10-7** الارتباط والانحدار الخطي
**اربطها معًا**
**قبل الاختبار**


## الوحدة 11 النهايات والاشتقاق


**قبل القراءة**
النقاط الرئيسة
**11-1** تقدير النهاية بيانيًا
**11-2** تقدير النهاية جبرياً
**11-3** المماسات والسرعة
**11-4** المشتقات
**11-5** المساحة تحت المنحنى والتكامل
**11-6** النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل
**اربطها معًا**
**قبل الاختبار**



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# محتوى التدريبات


تدريب الدرس 1-1 ..... P-1
تدريب الدرس 1-2 ..... P-2
تدريب الدرس 1-3 ..... P-3
تدريب الدرس 1-4 ..... P-4
تدريب الدرس 1-5 ..... P-5
تدريب الدرس 1-6 ..... P-6

تدريب الدرس 2-1 ..... P-7
تدريب الدرس 2-2 ..... P-8
تدريب الدرس 2-3 ..... P-9
تدريب الدرس 2-4 ..... P-10
تدريب الدرس 2-5 ..... P-11

تدريب الدرس 3-1 ..... P-13
تدريب الدرس 3-2 ..... P-14
تدريب الدرس 3-3 ..... P-15
تدريب الدرس 3-4 ..... P-16
تدريب الدرس 3-5 ..... P-17
تدريب الدرس 3-6 ..... P-18
تدريب الدرس 3-7 ..... P-19

تدريب الدرس 4-1 ..... P-20
تدريب الدرس 4-2 ..... P-21
تدريب الدرس 4-3 ..... P-22
تدريب الدرس 4-4 ..... P-23
تدريب الدرس 4-5 ..... P-24

تدريب الدرس 5-1 ..... P-25
تدريب الدرس 5-2 ..... P-26
تدريب الدرس 5-3 ..... P-27
تدريب الدرس 5-4 ..... P-28
تدريب الدرس 5-5 ..... P-29

تدريب الدرس 6-1
تدريب الدرس 6-2
تدريب الدرس 6-3

تدريب الدرس 7-1
تدريب الدرس 7-2
تدريب الدرس 7-3
تدريب الدرس 7-4
تدريب الدرس 7-5

تدريب الدرس 8-1
تدريب الدرس 8-2
تدريب الدرس 8-3
تدريب الدرس 8-4
تدريب الدرس 8-5


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب الدرس 9-1 ..... P-30
تدريب الدرس 9-2 ..... P-31
تدريب الدرس 9-3 ..... P-32
تدريب الدرس 9-4 ..... P-33
تدريب الدرس 9-5 ..... P-34
تدريب الدرس 9-6 ..... P-35

تدريب الدرس 10-1
تدريب الدرس 10-2
تدريب الدرس 10-3
تدريب الدرس 10-4
تدريب الدرس 10-5
تدريب الدرس 10-6
تدريب الدرس 10-7

تدريب الدرس 11-1
تدريب الدرس 11-2
تدريب الدرس 11-3
تدريب الدرس 11-4
تدريب الدرس 11-5
تدريب الدرس 11-6

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# نصائح عند تدوين الملاحظات

هذه الملاحظات لتذكيرك بما درسته في الصف الدراسي. يمكن أن يساعدك التدوين الجيد للملاحظات على النجاح في الرياضيات. سوف تساعدك النصائح التالية على تدوين الملاحظات بشكل أفضل في قاعة الصف الدراسي.

- قبل بدء الحصة، اسأل المعلم عما سوف يناقشه في الصف. استرجع ذهنياً ما تعرفه عن المفهوم.
- كن مستمعاً إيجابيًا. ركّز فيما يقول المعلم. انصت للمفاهيم المهمة. انتبه للكلمات والأمثلة و/أو الرسوم التخطيطية التي يركّز عليها المعلم.
- دون ملاحظاتك بوضوح وإيجاز قدر المستطاع. قد تساعدك الرموز والاختصارات التالية في تدوين الملاحظات.

| الكلمة أو العبارة | الرمز أو الاختصار |
|---|---|
| لا يساوي | $\neq$ |
| تقريباً | $\approx$ |
| إذاً | $\therefore$ |
| و | + |
| زاوية | $\angle$ |

- استخدم رمزاً مثل النجمة (★) أو العلامة النجمية (*) للتأكيد على المفاهيم المهمة. ضع علامة استفهام (؟) بجانب أي نقطة لا تفهمها.
- اسأل وشارك في النقاش في الصف الدراسي.
- قم برسم الصور أو المخططات وتسميتها لتساعد في توضيح المفهوم.
- عند حل مثال، قم بكتابة ماذا ستفعل لحل المسألة بجانب كل خطوة. تأكد من استخدام كلمات من عندك.
- راجع ملاحظاتك بعد انتهاء الحصة بسرعة قدر المستطاع. خلال ذلك، قم بتنظيم المفاهيم الجديدة وتلخيصها وتوضيح سوء الفهم.

## ما ينبغي تجنبه عند تدوين الملاحظات

- لا تكتب كل كلمة. ركّز على الأفكار والمفاهيم الرئيسة.
- لا تستخدم ملاحظات شخص آخر. فقد لا تفهمها.
- لا تنشغل برسم أشكال. فهذا يشغلك عن الإنصات.
- لا تفقد تركيزك وإلا ستغفل عن تدوين ملاحظاتك ولن تفهمها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الوحدة 5 أنظمة المعادلات والمصفوفات

## قبل القراءة

قبل أن تقرأ الوحدة، أجب عن العبارات التالية.

1. اكتب **A** إذا كنت توافق على العبارة.
2. اكتب **D** إذا كنت لا توافق على العبارة.

| قبل القراءة | أنظمة المعادلات والمصفوفات |
|---|---|
| | • النظام الخطي متعدد المتغيرات هو نظام للمعادلات الخطية في أكثر من متغيرين. |
| | • ضرب المصفوفات عبارة عن عملية تبديلية |
| | • تستخدم قاعدة كرامر مصفوفات معكوسة لحل الأنظمة المربعة للمعادلات الخطية. |
| | • عند إيجاد تجزئة الكسور الخاصة بتعبير نسبي لكسر معتل، يجب عليك أولاً قسمة البسط على المقام باستخدام القسمة كثيرة الحدود. |
| | • إذا كان البحث عن الحل الأمثل لمسألة برمجة خطية ممكنًا، فإن ذلك يحدث عند نقطة داخلية بالمنطقة التي تمثل مجموعة الحلول الممكنة. |

## نصائح عند تدوين الملاحظات

- **قبل كل درس، اقرأ الدرس سريعًا. اكتب أية أسئلة تتبادر إلى ذهنك في ملاحظاتك.**
  خلال المضي قدمًا في الدرس، سجّل إجابات أسئلتك. إذا لم تتمكّن من الإجابة على جميع الأسئلة، فاطلب المساعدة من مُعلمك.
- **قد تحتاج إلى استخدام قلم تمييز للتأكيد على المفاهيم الهامة في ملاحظاتك.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الوحدة 5 أنظمة المعادلات والمصفوفات

## النقاط الرئيسية

اقرأ الصفحات الواردة في هذه الوحدة سريعًا. اكتب على الأقل حقيقة واحدة محددة بخصوص كل درس. على سبيل المثال، في الدرس الخاص بالاستمثال الخطي، قد تكون الحقيقة الواحدة هي وجود حلول متعددة لمسألة برمجة خطية. بعد إكمال الوحدة، يمكنك استخدام هذا الجدول لمراجعة اختبار الوحدة.

| الدرس | الحقيقة |
|---|---|
| 5-1 الأنظمة الخطية متعددة المتغيرات وعمليات الصفوف | |
| 5-2 ضرب المصفوفة والمعكوسات والمحددات | |
| 5-3 حل الأنظمة الخطية باستخدام المعكوسات وقاعدة كرامر | |
| 5-4 الكسور الجزئية | |
| 5-5 الاستمثال الخطي | |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw Hill Education

# 5-1 الأنظمة الخطية متعددة المتغيرات وعمليات الصف الأولية( البسيطة)

## الدروس السابقة

اقرأ أمثلة الدرس 1- 5 سريعًا. توقع شيئين ستتعلمهما فيما يتعلق بحل أنظمة المعادلات الخطية.

1. _____

_____

_____

_____

2. _____

_____

_____

_____

## مفردات جديدة

**المفردات الجديدة** ضع تسميات على كل رسم تخطيطي بمصطلح مُدرج على الجانب الأيمن.

مصفوفة موسعة

$$\left.\begin{aligned} x - 2y + 3z &= 7 \\ 2x + y + z &= 4 \\ -3x + 2y - 2z &= -10 \end{aligned}\right\} \leftarrow \square$$

مصفوفة المعاملات

$$\square \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & -2 \end{bmatrix} \qquad \square \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ -3 & 2 & -2 & -10 \end{array}\right]$$

عمليات الصفوف الأولية

$$\begin{matrix} \frac{1}{2}R_1 \\ -2R1 + R2 \end{matrix} \longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} \frac{1}{2} & -1 & \frac{3}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & 5 & -5 & -10 \\ -3 & 2 & -2 & -10 \end{array}\right]$$

نظام خطي متعدد المتغيرات

نموذج مستوى الصف

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التفاصيل

### اختزال جاوس

**نفّذ عمليات الصفوف الأولية الموضحة لإنتاج نموذج مستوى الصف للنظام المعطى للمعادلات الخطية.**

$$x - y + 2z = 6$$
$$2x + y + 5z = -9$$
$$y - 2z = -5$$

مصفوفة موسعة $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 6 \\ 2 & 1 & -5 & -9 \\ 0 & 1 & -2 & -5 \end{bmatrix}$ $\leftarrow \frac{1}{3}R_2$ $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 6 \\ _ & _ & _ & _ \\ 0 & 1 & -2 & -5 \end{bmatrix}$

$\leftarrow R_2 - 2R_1$ $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 6 \\ _ & _ & _ & _ \\ 0 & 1 & -2 & -5 \end{bmatrix}$ $\leftarrow R_3 - R_2$ $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & -3 & -7 \\ _ & _ & _ & _ \end{bmatrix}$

### اختزال جاوس-جوردان

**أوجد حل نظام المعادلات باستخدام اختزال جاوس-جوردان.**

$$x - y + z = 1$$
$$2x + y - z = -4$$
$$-x + 2y + 3z = 7$$

اكتب المصفوفة الموسعة.

_____

طبّق عمليات الصف الأولية للحصول على نموذج مستوى الصف.

_____

طبّق عمليات الصفوف الأولية للحصول على أصفار أعلى المعاملات الرئيسية التي تساوي 1 في كل صف.

_____

_____ اكتب حل النظام.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 5-2 ضرب المصفوفات والمعكوسات والمحددات

## الدروس المستعادة

اقرأ النص الوارد أسفل العنوان *الحالي* سريعًا. اكتب شيئين ستتعلمهما في الدرس.

1. _____

_____

_____

_____

2. _____

_____

_____

## مفردات قائمة

**المفردات الجديدة** املأ كل فراغ بالمصطلح الصحيح.

محدد *(determinant)* يُعرف المحايد الضربي لمجموعة من المصفوفات المربعة باسم .

مصفوفة محايدة *(identity matrix)* يُعرف المعكوس الضربي لمصفوفة مربعة باسم المصفوفة .

معكوس *(inverse)* يُقال عن المصفوفة التي لها معكوس إنها .

قابلة للعكس *(invertible)* هي مصفوفة ليس لها معكوس.

المصفوفة المنفردة *(singular matrix)* لنفترض أن $A$ هي المصفوفة $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$. يُعرف العدد $ad - cb$ باسم المصفوفة $A$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الفكرة الرئيسية

## التفاصيل

**ضرب المصفوفات** **استخدم المصفوفات التالية لتوضيح خاصية التجميع لضرب المصفوفات.**

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(AB)C = A(BC)$$

$$\left(\begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix}\right)$$

$$\begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} _ & _ \\ _ & _ \end{bmatrix}$$

**المحددات والمعكوسات** **أوجد محدد ومعكوس المصفوفة** $\begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$.

المحدد: _____

المعكوس:

_____

ساعدتك في التفكير

حدد أي خاصية من الخواص المدرجة أدناه تنطبق على المصفوفات. وإذا لم تكن الخاصية تنطبق. فاضرب مثالاً مضاداً.

خاصية التجميع في الضرب
خاصية التبديل في الضرب
خاصية التوزيع

_____

_____

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw Hill Education

# 5-3 حل الأنظمة الخطية باستخدام المعكوسات وقاعدة كرامر

## الدروس المستفادة

اقرأ الدرس سريعًا. اكتب شيئين تعلمهما بالفعل فيما يتعلق بحل أنظمة المعادلات الخطية.

1. _____

_____

_____

_____

2. _____

_____

_____

_____

## مفردات رئيسة

**مراجعة المفردات** عرّف *المصفوفة الموسعة* بكلمات من عندك. (الدرس 1-5)

_____

_____

عرّف *المصفوفة العكسية* بكلمات من عندك. (الدرس 2-5)

_____

_____

**المفردات الجديدة** اكتب التعريف بجانب كل مصطلح.

*قاعدة كرامر* ◀ _____

_____

*نظام مربع* ◀ _____

_____



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الفكرة الرئيسية

## التفاصيل

**استخدام المصفوفات العكسية**

**استخدم المصفوفة العكسية لحل نظام المعادلات.**

$-2x + 5y = 17$

$3x - 7y = -24$

اكتب النظام في شكل مصفوفة $AX = B$.

$=$

_____

أوجد $A^{-1}$.

$A^{-1} =$

_____

اضرب $A^{-1}$ في $B$.

$X =$

_____

**استخدام قاعدة كرامر**

**استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل نظام المعادلات الخطية. إن وُجد حل فريد.**

$2x - 3y = -7$

$x + 4y = 2$

احسب محدد مصفوفة المعاملات.

_____

أوجد قيمة $x$.

_____

أوجد قيمة $y$.

_____

اكتب حل النظام.

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 5-4 الكسور الجزئية

## الدروس المستفادة

اقرأ الدرس 4-5 سريعًا. اذكر عنوانين قد تستخدمهما لتلخيص هذا الدرس.

1. _____

_____

_____

2. _____

_____

_____

## مفردات شائعة

**مراجعة المفردات** عرّف *الدالة* كثيرة الحدود بكلمات من عندك. (الدرس 2-2)

_____

_____

_____

عرّف *الدالة النسبية* بكلمات من عندك. (الدرس 5-2)

_____

_____

_____

**المفردات الجديدة** اكتب المصطلح الصحيح بجوار كل تعريف.

_____ ◄ أحد التعبيرات النسبية من خلال مجموع اثنين أو أكثر من التعابير النسبية التي تمثّل دالة نسبية

_____ ◄ مجموع التعابير النسبية التي تمثّل دالة نسبية

الدرس 5-4

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

## النكتة الرئيسية

**العوامل الخطية**

الصفحات 398 إلى 400

**التفاصيل**

**أوجد تجزئة كسور** $\frac{8x-7}{x^2-x-2}$.

صيغة تجزئة الكسور

_____

اضرب كل طرف في المقام المشترك الأصغر.

_____

خاصية التوزيع

_____

قم بالتجميع على هيئة حدود.

_____

ساو بين المعاملات للحصول على نظام من معادلتين.

_____

أوجد حل النظام.

_____

اكتب التحليل الجزئي

_____

**العوامل التربيعية غير القابلة للاختزال**

الصفحة 401

**اكتب الصيغة المناسبة لتجزئة الكسور الخاصة بكل تعبير نسبي. لا توجد قيمة للمتغيرات.**

1. $\frac{4x^2-x+8}{x^3+4x}$

_____

2. $\frac{2x^3+5x^2+2x+9}{(x+2)^2(x^2-7)}$

_____

## مساعدتك في التذكر

أخبرك زميلك في الصف الدراسي أن الصيغة المناسبة لتجزئة الكسور لـ $\frac{2x^2+7x+3}{(x+3)^2}$ هي $\frac{A}{(x+3)^2}$. اشرح خطأ زميلك. وبعد ذلك، قدّم الصيغة المناسبة للتجزئة.

_____

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 5-5 البرمجة الخطية

## الدروس المساعدة

اقرأ الدرس 5-5 سريعًا. تنبأ بشيئين تتوقع تعلمهما بناءً على العناوين ومربعات "المفهوم الأساسي".

1. _____

_____

_____

2. _____

_____

_____

## مفردات شائعة

**المفردات الجديدة** قم بتوصيل المصطلح بتعريفه عن طريق رسم خط يصل بينهما.

قيود — عملية إيجاد القيمة العظمى أو الصغرى لكمية معيّنة

*حلول ممكنة* — عملية إيجاد قيم الدوال العظمى أو الصغرى لمنطقة محددة بمتباينات خطية

برمجة خطية — دالة يتم استمثالها في مسألة برمجة خطية ثنائية الأبعاد

*دالة الهدف* — نظام المتباينات الخطية في مسألة برمجة خطية ثنائية الأبعاد

بحث عن *الحل الأمثل* — مجموعة الحلول لنظام المتباينات الخطية في مسألة برمجة خطية ثنائية الأبعاد

McGraw-Hill Education

## الدرس 5-5 (يتبع)

### الفكرة الرئيسية

**التفاصيل**

**برمجة خطية**

**أكمل كل عبارة لتوضيح الخطوات التي يجب اتباعها عند حل مسألة برمجة خطية.**

**الخطوة 1:** التمثيل البياني

**الخطوة 2:** أوجد

**الخطوة 3:** أوجد قيمة

**حلول مثلى متعددة أو عدم وجود حلول**

**املأ الفراغ بالكلمة أو العبارة الصحيحة.**

1. إذا كان التمثيل البياني لدالة الهدف $f$ المطلوب إيجاد حل أمثل لها يقع في المكان نفسه عند أحد جوانب منطقة الحلول الممكنة. فإن الدالة $f$ يكون لها .
2. إذا كانت المنطقة لا تشكّل مضلعًا، ولكنها بدلاً من ذلك . فقد لا يتوفر لدالة الهدف $f$ قيمة عظمى أو صغرى.

### مساعدتك في التذكر

اذكر مثالاً لنظام خطي يحتوي على حلول مثلى متعددة ومثالاً لنظام خطي غير محدود.

حلول مثلى متعددة

_____

_____

غير محدود

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

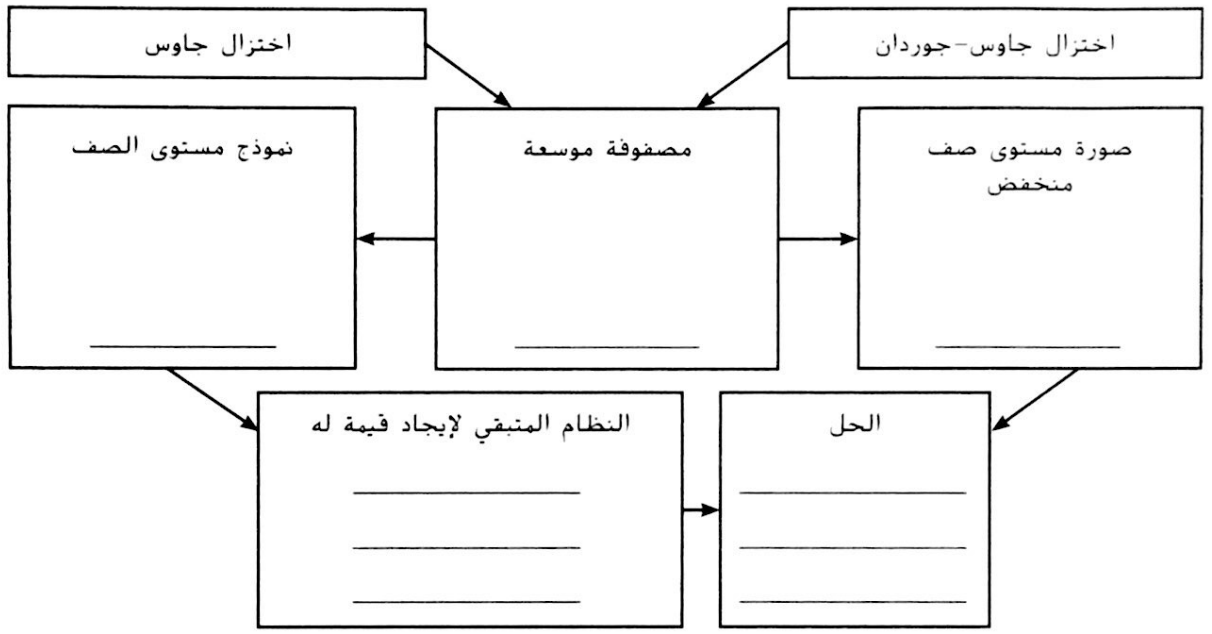
# الوحدة 5 أنظمة المعادلات والمصفوفات

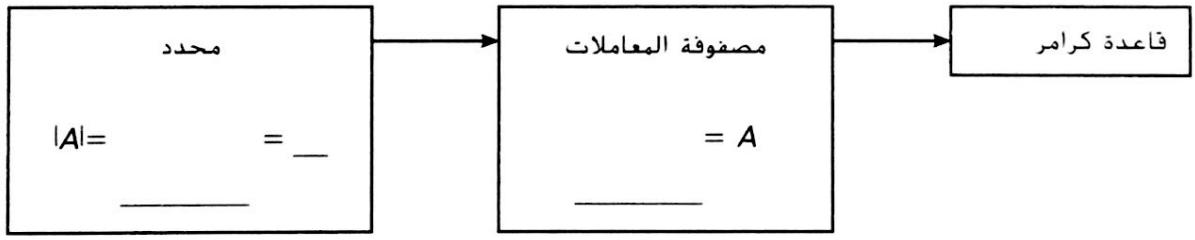
## حل المسائل معًا

استخدم نظام المعادلات التالي لإكمال خرائط المفاهيم.

$2x + 4y + 5z = 5$
$x + 3y + 3z = 2$
$x + 2y + 2z = 1$

### حل الأنظمة الخطية متعددة المتغيرات




طبّق قاعدة كرامر. $__ = \frac{____}{____}$, $|A_z| = ____$, $|A_y| = ____$, $|A_x| = ____$

أوجد الحل. $x = \frac{|A_x|}{|A|} = ____$ . $y = \frac{|A_y|}{|A|} = ____$ . $z = \frac{|A_z|}{|A|} = ____$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاسم _____ التاريخ _____ الفترة _____

# الوحدة 5 أنظمة المعادلات والمصفوفات

قبل دراسة الوحدة

الآن وبعد أن قرأت الوحدة وفهمتها، فكر فيما تعلمته. أكمل الجدول الموضح أدناه. قارن إجاباتك السابقة مع هذه الإجابات.

1. اكتب **A** إذا كنت توافق على العبارة.
2. اكتب **D** إذا كنت لا توافق على العبارة.

| أنظمة المعادلات والمصفوفات | بعد القراءة |
|---|---|
| • النظام الخطي متعدد المتغيرات هو نظام للمعادلات الخطية في أكثر من متغيرين. | |
| • ضرب المصفوفات عبارة عن عملية تبديلية | |
| • تستخدم قاعدة كرامر مصفوفات عكسية لحل أنظمة المعادلات الخطية المربعة. | |
| • عند إيجاد تجزئة الكسور الخاصة بتعبير جذري غير صحيح، يجب عليك أولاً قسمة البسط على المقام باستخدام القسمة كثيرة الحدود. | |
| • إذا كان استمثال مسألة برمجة خطية ممكنًا، فإن ذلك يحدث في نقطة داخلية بالمنطقة التي تمثل مجموعة الحلول الممكنة. | |

**دروس الرياضيات عبر الإنترنت** تفضل بزيارة *glencoe.com* للوصول إلى الكتاب المدرسي والحصول على مزيد من الأمثلة واختبارات التقويم الذاتي والمعلمين الشخصيين وتمارين على الاختبارات لمساعدتك في دراسة المفاهيم الواردة في الوحدة 5.

## هل أنت مستعد لاختبار الوحدة؟

استخدم قائمة الاختيار هذه لمساعدتك في الدراسة.

- ☐ أكملت دليل الدراسة والمراجعة الخاص بالوحدة 5 في الكتاب المدرسي.
- ☐ خضعت للتمرين على الاختبار الخاص بالوحدة 5 في الكتاب المدرسي.
- ☐ استخدمت الموارد المتوفرة عبر الإنترنت كخيارات للمراجعة الإضافية.
- ☐ راجعت واجباتي المنزلية وقمت بتصحيح الإجابات غير الصحيحة.
- ☐ راجعت جميع مصطلحات المفردات من الوحدة.

## نصائح دراسية

- خصص مكانًا خاليًا من أي شيء يشتت الانتباه للدراسة في المنزل. حدد روتينًا معينًا من خلال الدراسة في نفس الوقت تقريبًا يوميًا.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 6

# القطوع المخروطيّة والمعادلات الوسيطيّة

قبل أن تقرأ

أجب عن هذه الجمل قبل قراءة الوحدة

1. اكتب أوافق إذا كنت موافقًا على الجملة.
2. اكتب لا أوافق إذا كنت غير موافقٍ على الجملة.

| القطوع المخروطية والمعادلات الوسيطيّة | قبل أن تقرأ |
|---|---|
| • تقع بؤرتَي القطع الناقص على المحور الأصغر. | لا أوافق |
| • للقطع الزائد خطّي تقارب. | أوافق |
| • تمثل المعادلة: $6x^2 - 4xy - 2y^2 + 7x + 2y - 5 = 0$ قطعًا زائدًا دورانيًّا. | أوافق |

## نصائح لتدوين الملاحظات

- **تأكد من أنّ ملاحظاتك تتضمّن معادلات كافة القطوع المخروطية بالصورة القياسية.**
  أشر إلى ما يمثله كلّ من المتغيرات في المعادلات. إرسم وعنون مخطّطًا لكل شكل.
- **اكتب ملاحظات تساعدك على تذكّر المفاهيم المهمّة.**
  مثال ذلك: دوّن أن $a^2$ هو العدد الأكبر في المقام لمعادلة القطع الناقص.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

الوحدة 6

# القطوع المخروطية والمعادلات الوسيطيّة

## النقاط الرئيسة

ألق نظرة على صفحات الوحدة. اكتب حقيقة واحدة على الأقل عن كلّ درس.

مثال ذلك: في درس القطوع المكافئة. إحدى الحقائق الممكن ذكرها هي أنّ القطوع المخروطية الشائعة أربعٌ: القطع المكافئ، القطع الناقص، الدائرة والقطع الزائد. بعد إكمال الوحدة، يمكنك استخدام هذا الجدول في المراجعة لاختبار الوحدة.

| الدرس | الحقيقة |
|---|---|
| 6-1 القطع الناقص والدوائر | |
| 6-2 القطع الزائد | |
| 6-3 الدوران المحوري للقطوع المخروطيّة | |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 6-1 القطع الناقص والدوائر

## ما سنتعلمه

ألق نظرة على الدرس 1-7. اكتب حقيقتين قرأتهما عن القطع الناقص والدوائر.

1. _____

_____

_____

2. _____

_____

_____

## تشغيل المفردات

**المفردات الجديدة** ضع المفردة الصحيحة على المخطط في المكان المناسب

المركز

رأس مرافق

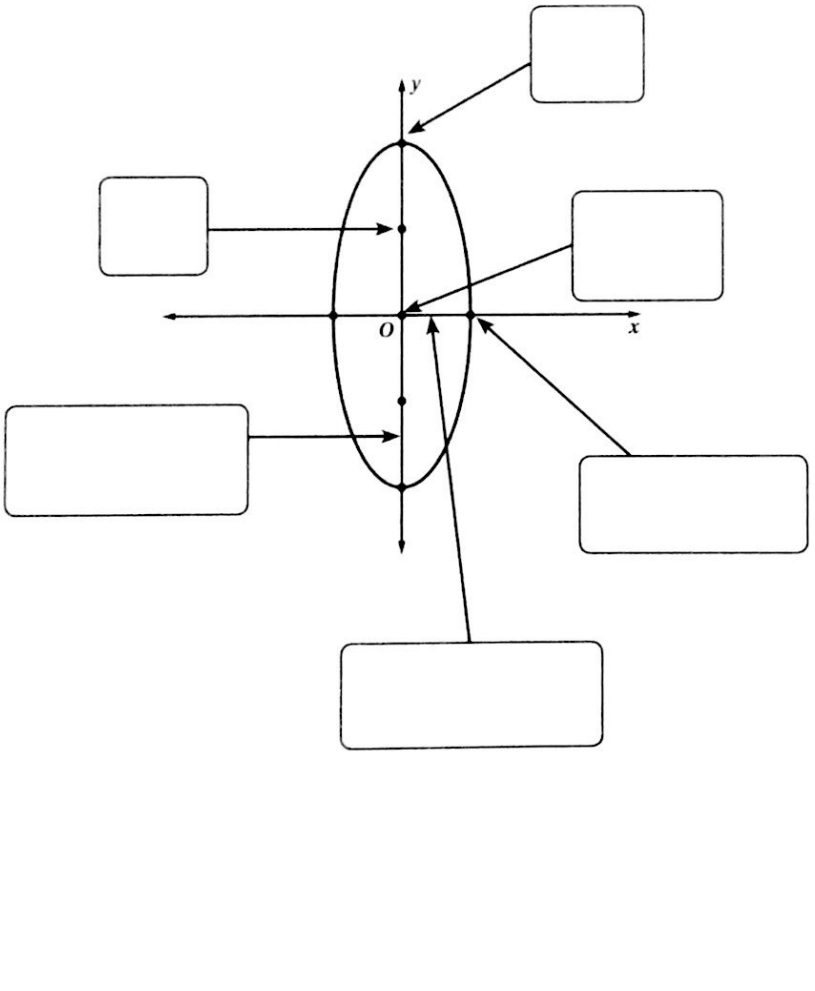
قطع ناقص

بؤرة

المحور الأكبر

المحور الأصغر

رأس




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

## الدرس 1-6 (تابع)

### الفكرة الأساسية

### التفاصيل

تحليل ورسم بيان القطوع الناقصة والدوائر

**أرسم بيان القطع الناقص ومعادلته:** $\frac{(x-4)^2}{16} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$

الاتجاه: _____

المركز: _____

البؤرتين: _____

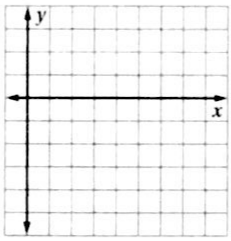
الرؤوس : _____

الرؤوس المرافقة: _____

المحور الأكبر: _____

المحور الأصغر: _____

رسم بياني:




تحديد القطوع المخروطيّة:

اكتب كل معادلة بالصورة القياسيّة. حدّد القطع المخروطي الذي تمثله.

**1.** $x^2 + 8x + y^2 + 12y = 2$ _____

**2.** $x^2 + 24x + 5y = 94$ _____

### حاول أن تتذكر

كيف تتذكر أن العلاقة: $a^2 = b^2 + c^2$ هي لقطع ناقص؟

_____

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 6-2 القطع الزائد

## ما سنتعلّمه

تمعّن في الدرس 2-6. توقّع شيئين تعتقد أنّك ستتعلّمهما استنادًا إلى العناوين ومضمون إطار "المفهوم الأساسي".

1. _____

2. _____

_____

_____

## تعلّم المفردات

**مراجعة المفردات** عرّف كل مفردة بأسلوبك الخاص.

قطع ناقص ◀ _____

_____

_____

**مفردات جديدة** اكتب التعريف مقابل كلّ تعبير

محور مرافق ◀ _____

محور القطع ◀ _____

_____

قطع زائد ◀ _____

_____

_____

الدرس 6-2

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

## الدرس 2-6 (تابع)

### الفكرة الأساسية

### التفاصيل

تحليل القطوع الزائدة وتمثيلها بيانيًّا

مثّل بيانيًّا قطعًا زائدًا معادلته: $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-5)^2}{9} = 1$.

a = _____ b = _____ c = _____

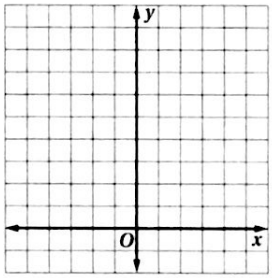
الاتجاه: _____

المركز: _____ الرؤوس: _____

البؤرتين: _____

خطوط التقارب: _____

التمثيل البياني:




تحديد القطوع المخروطيّة

استخدم المميز لتحديد كل قطع مخروطي.

1. $2x^2 + 3y^2 - 5x + 4y = 7$
2. $4x^2 - 10x + 4y^2 + 2y = 9$
3. $9x^2 + 6xy + y^2 - 3x + 8y = 11$
4. $7x^2 - 3xy - 4y^2 + 18x + y = 2$

### حاول أن تتذكر

كيف يمكنك أن تميّز بين a وb في معادلة قطع ناقص أو معادلة قطع زائد؟

_____

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 6-3 الدوران المحوري للقطوع المخروطيّة

## ما سنتعلّمه

تمعّن في الدرس. اكتب شيئين تعرفهما مسبقًا عن القطوع المخروطيّة.

1. _____

_____

2. _____

_____

## تنشيط المفردات

**مراجعة المفردات** استخدم كل مفردة في جملة تبيّن معناها الصحيح في الرياضيات.

محور مرافق ◄

_____

_____

_____

مخروط منحل ◄

_____

_____

_____

اختلاف مركزي ◄

_____

_____

_____

محور قاطع ◄

_____

_____

_____

_____



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## الدرس 3-6 (تابع)

### الفكرة الأساسيّة

## التفاصيل

دوران القطوع المخروطيّة

**اكتب الصيغة القياسيّة للمعادلة: $x^2 - 4xy + y^2 = 6$ في المستوى $x'y'$ بالدوران $\theta = 45°$، ثمّ حدّد القطع المخروطي.**

معادلات الدوران للمتغيّرين x وy:

_____

_____

عوّض:

_____ _____

عوّض في المعادلة الأساسيّة:

_____

بسّط:

_____

_____

_____

حدّد القطع المخروطي: _____

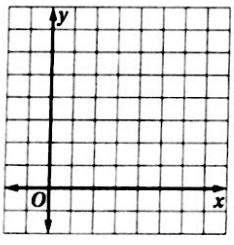
رسم بيان قطع مخروطي بالدوران

ارسم بيان $6(y' + 1) = (x' - 3)^2$ إذا تم الدوران في المستوى xy بزاوية قياسها 30°.

y = _____ x = _____

الرأس:

التمثيل البياني:




محور التماثل

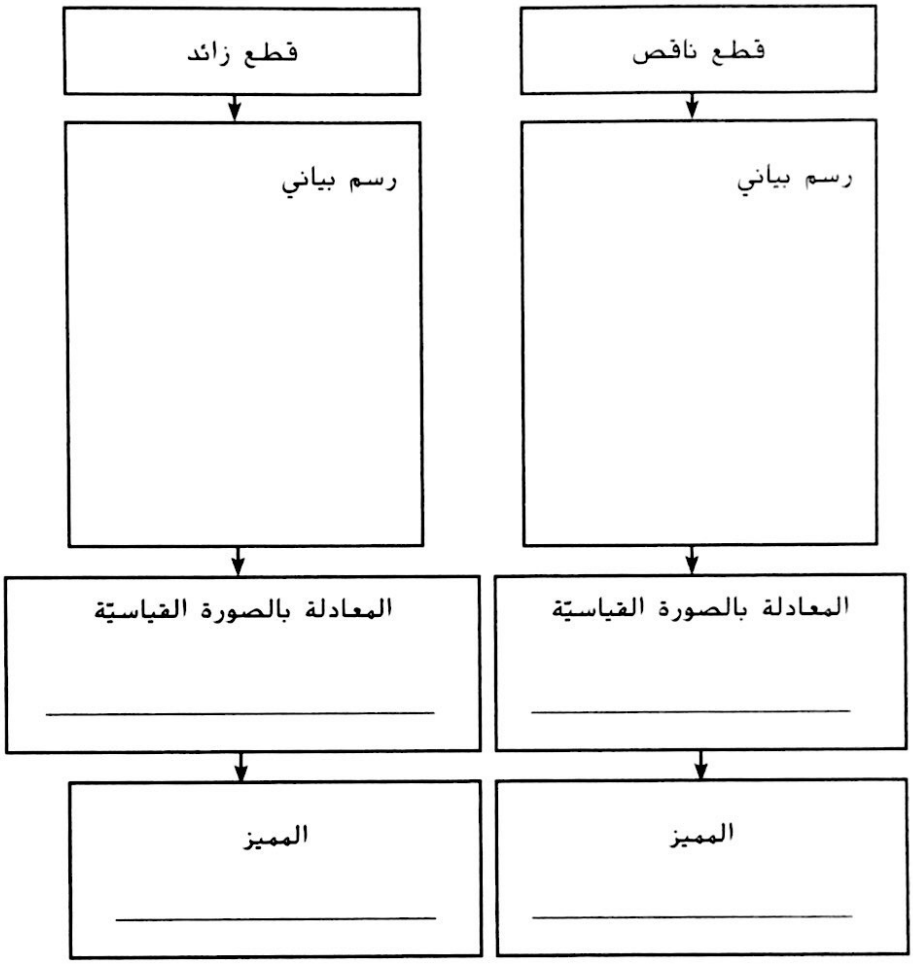
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 6

# القطوع المخروطيّة والمعادلات الوسيطيّة

## تراتب الأفكار

أكمل منظّم البيانات.




**معادلات الدوران**

$x =$ _____ $x' =$ _____

$y =$ _____ $y' =$ _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

# الوحدة 6 القطوع المخروطيّة والمعادلات الوسيطيّة

## قبل الاختبار

بعد أن قرأت وعملت على هذه الوحدة، فكّر بما قد تعلّمته. أكمل الجدول أدناه. قارن هذه الإجابات مع الإجابات السابقة.

1. أكتب أوافق إذا كنت موافقًا على الجملة.
2. أكتب لا أوافق إذا كنت غير موافق على لجملة.

| القطوع المخروطيّة والمعادلات الوسيطيّة | بعد القراءة |
|---|---|
| • تقع بؤرتَي القطع الناقص على المحور الأصغر. | لا أوافق |
| • للقطع الزائد خطّي تقارب. | أوافق |
| • تمثّل المعادلة: $6x^2 - 4xy - 2y^2 + 7x + 2y - 5 = 0$ قطعًا زائدًا دورانيًّا. | أوافق |

## هل أنت مستعد لاختبار الوحدة؟

استخدم قائمة المراجعة هذه لمساعدتك في الدراسة.

- ☐ أكملت في الوحدة 7 دليل الدراسة والمراجعة في الكتاب المدرسي.
- ☐ أنجزت في الوحدة 7 التدريب على الاختبار في الكتاب المدرسي.
- ☐ استخدمت الموارد عبر الإنترنت للمزيد من الخيارات في المراجعة.
- ☐ راجعت واجباتي المنزليّة وصحّحت الأخطاء في إجاباتي.
- ☐ راجعت جميع مصطلحات المفردات في الوحدة.

## نصيحة دراسيّة

- راجع الصيغة القياسيّة لمعادلة كل قطع مخروطي يوميًّا.
- تدرّب على رسم بيان كل قطع مخروطي وضع التسمية المناسبة على الشكل لكلّ من النقاط والخطوط المهمّة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# المتجهات

## قبل القراءة

قبل قراءة هذه الوحدة، فكّر فيما تعرفه عن المتجهات. اكتب ثلاثة أشياء تعرفها بالفعل عن المتجهات في العمود الأول. بعد ذلك اكتب ثلاثة أشياء تريد معرفتها عن المتجهات في العمود الثاني.

| ما أعرفه... | ما أريد معرفته ... |
|---|---|
| | |

## نصائح لتدوين الملاحظات

- **اكتب التعليقات التوضيحية.**

التعليقات التوضيحية عادةً هي ملاحظات تدون في هوامش الكتب التي لديك بهدف تنظيم النص للمراجعة أو الدراسة.

- **كن مستمعًا نشطًا في الفصل.**

دوّن الملاحظات وميّز المعلومات التي يشدد عليها المعلم واطرح أسئلة حول الأفكار التي لم تتضح في ذهنك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

# الوحدة 7 المتجهات

## النقاط الأساسية

ادرس الصفحات التي في هذه الوحدة. اكتب حقيقة واحدة على الأقل حول كل درس. على سبيل المثال، في الدرس الذي يتناول المتجهات الهندسية، ربما تكون الحقيقة هي أن المتجه الذي تكون نقطة بدايته عند نقطة الأصل يكون في الموضع القياسي. بعد إكمال الوحدة، يمكنك استخدام هذا الجدول في المراجعة الخاصة باختبار الوحدة.

| الدرس | الحقيقة |
|---|---|
| 7-1 مقدمة عن المتجهات | |
| 7-2 المتجهات في المستوى الإحداثي | |
| 7-3 الضرب النقطي ومساقط المتجهات | |
| 7-4 المتجهات في فضاء ثلاثي الأبعاد | |
| 7-5 الضرب النقطي والمتجهي في الفضاء | |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 7-1 مقدمة عن المتجهات

## ما ستتعلمه

ادرس الدرس 7-1. تنبأ بشيئين تتوقع أن تتعلمهما استنادًا إلى مربعات العناوين ومربعات المفاهيم الأساسية.

1. _____

_____

_____

_____

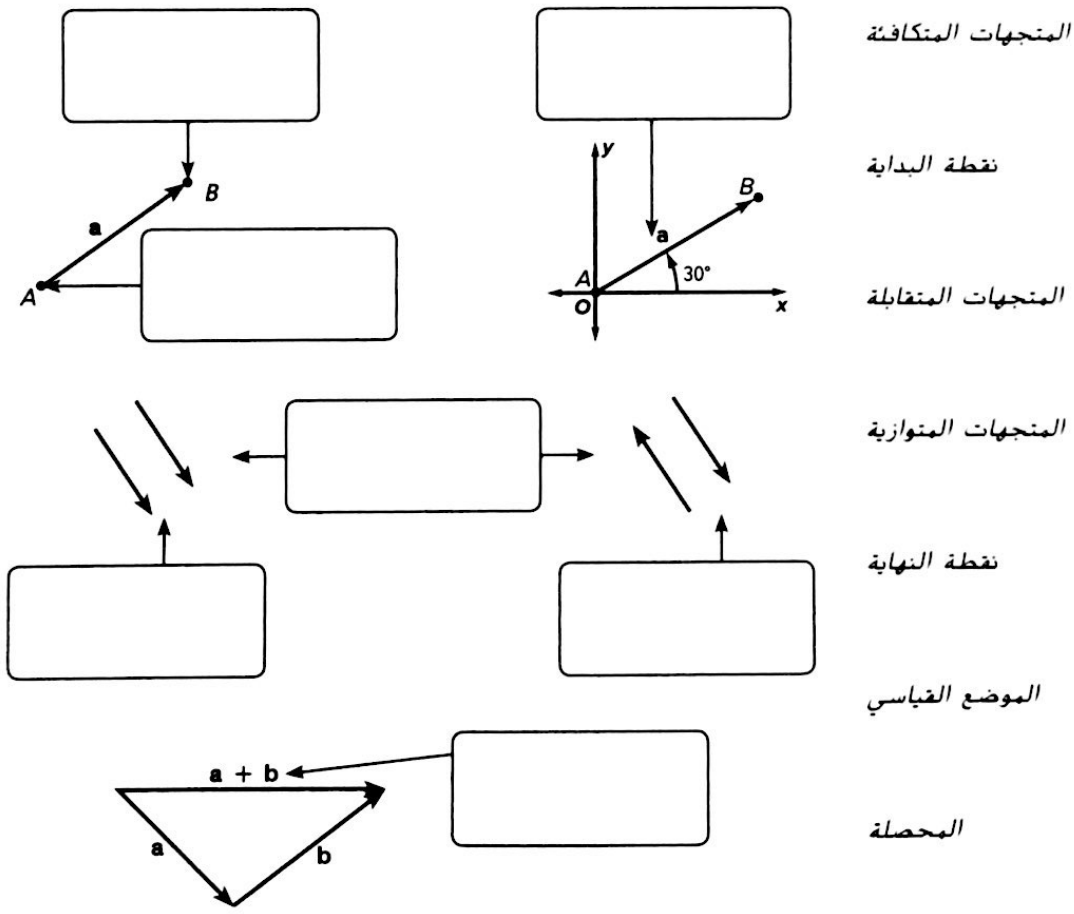
2. _____

_____

_____

## المفردات المستخدمة

**المفردات الجديدة** في الرسم التخطيطي، اكتب المصطلحات التي على اليمين.




*المتجهات المتكافئة*

*نقطة البداية*

*المتجهات المتقابلة*

*المتجهات المتوازية*

*نقطة النهاية*

*الموضع القياسي*

*المحصلة*

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الفكرة الرئيسية **التفاصيل**

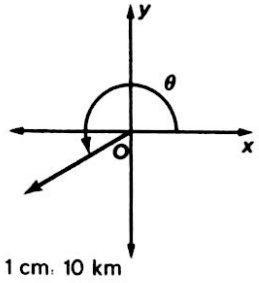
**المتجهات**

**وصّل كل كمية مذكورة بالرسم التخطيطي السهمي المقابل الذي يمثل الموقف أفضل تمثيل.**

1. $\mathbf{u} = 15$ كيلومترًا في الساعة باتجاه S40°E

_____

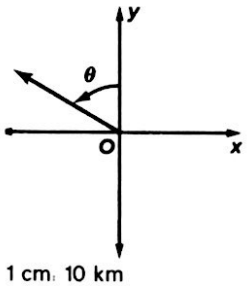
**A.**




2. $\mathbf{w} = 15$ كيلومترًا في الساعة باتجاه 210° إلى الأفقي

_____

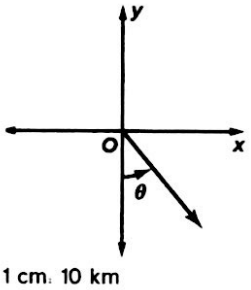
**B.**




3. $\mathbf{v} = 15$ كيلومترًا في الساعة باتجاه N60°W

_____

**C.**




**تطبيقات المتجهات**

**تدفع إيمان مقبض مجراف الجليد بقوة مقدارها 350 كيلوجرامًا بزاوية 58° مع الأرض.**

**a.** صمم رسمًا تخطيطيًا يوضح تحليل القوة التي بذلتها إيمان إلى مركباتها المتعامدة.

الإجابة:

**b.** أوجد مقداري المركبتين الأفقية والرأسية للقوة.

المركبة الأفقية: _____

المركبة الرأسية: _____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 7-2 المتجهات في المستوى الإحداثي

**ما ستتعلمه**

ادرس الأمثلة التي بالدرس 7-2. توقع أمرين ترى أنك ستتعلمهما عن المتجهات في المستوى الإحداثي.

1. _____

_____

2. _____

_____

**المفردات المستخدمة**

**مراجعة المفردات** عرّف المتجه بكلمات من عندك.

_____

_____

عرّف الموضع القياسي بكلمات من عندك.

_____

_____

عرّف الاتجاه الزاوي الحقيقي بكلمات من عندك.

_____

_____

**المفردات الجديدة** املأ كل فراغ بالمصطلح الصحيح.

صورة مركبة — المتجه الذي يكون مقداره وحدة واحدة يُسمى _____.

متجه وحدة — مجموع المتجهين $ai + bj$ يسمّى _____ للمتجهين $i$ و $j$.

توفيق خطي — طريقة لوصف متجه في موضع قياسي في المستوى الإحداثي باستخدام إحداثيات نقطة النهاية للمتجه تسمى _____ للمتجه.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## الفكرة الرئيسية

**التفاصيل**

### المتجهات في المستوى الإحداثي

**أوجد كلاً مما يلي حيث $u = \langle 4, -1 \rangle$ و $v = \langle -2, 3 \rangle$ و $w = \langle -1, 0 \rangle$ و $k = -2$.**

1. $|u| =$ _____
2. $|v| =$ _____
3. $|w| =$ _____
4. $u + w =$ _____
5. $kw - v =$ _____
6. $u + kw + v =$ _____
7. $\frac{1}{|w|}u - v =$ _____

### متجهات الوحدة

**أوجد الصورة المركبة للمتجه w الذي مقداره 6 وزاوية الاتجاه له 60°. بعد ذلك اكتبْ توفيقًا خطيًا من أ و ز. قم برسم وتسمية رسم تخطيطي يوضح هذه العلاقات.**

$w =$ _____

$=$ _____

$=$ _____

## مساعدتك على التذكر

ما الدور الذي يقوم به معكوس ظل الزاوية في إيجاد زاوية الاتجاه لمتجه؟ وضّح بمثال.

_____

_____

_____

_____

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

# 7-3 الضرب النقطي ومساقط المتجهات

**ما ستتعلمه**

ادرس النص الذي بالدرس 7-3. اكتب حقيقتين تعلمتهما عن ناتج الضرب النقطي للمتجهات في مستوى إحداثي.

1. _____

_____

_____

2. _____

_____

_____

**المفردات المستخدمة**

**مراجعة المفردات** عرّف متجه *الوحدة* بكلمات من عندك.

_____

_____

عرّف المتجه بكلمات من عندك.

_____

_____

**المفردات الجديدة** وصّل كل مصطلح بتعريفه برسم خط يصل بين الاثنين.

| | |
|---|---|
| ناتج الضرب النقطي | مقدار القوة المبذولة على جسم مضروبة في المسافة التي يتحرك الجسم خلالها بالتوازي مع هذه القوة |
| متعامد | متجهان متعامدان ناتج الضرب النقطي لهما يساوي صفرًا |
| الشغل | التعبير $a_1b_1 + a_2b_2$ بفرض أن $\boldsymbol{a} = \langle a_1, a_2 \rangle$ و $\boldsymbol{b} = \langle b_1, b_2 \rangle$ |

7-3 مع الأمثلة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## الفكرة الرئيسية التفاصيل

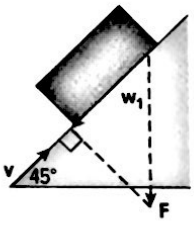
**ناتج الضرب النقطي**

**أوجد ناتج الضرب النقطي لكل من u و v، ثم اكتب نعم أو لا لبيان أن u و v متعامدان أم لا.**

| | المتجهان u و v | ناتج الضرب النقطي | متعامد |
|---|---|---|---|
| 1. | $\mathbf{u} = \langle -2, 5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 4, -2 \rangle$ | _____ | _____ |
| 2. | $\mathbf{u} = \langle 3, 2 \rangle, \mathbf{v} = \langle -2, 3 \rangle$ | _____ | _____ |
| 3. | $\mathbf{u} = \langle -6, -9 \rangle, \mathbf{v} = \langle 3, -2 \rangle$ | _____ | _____ |
| 4. | $\mathbf{u} = \langle 0, 0 \rangle, \mathbf{v} = \langle -5, 3 \rangle$ | _____ | _____ |

**مسقط المتجه**

**صندوق وزنه 40 كيلوجرامًا موضوع أعلى منحدر يميل بزاوية 45°. بفرض انعدام قوة الاحتكاك، ما القوة المطلوبة لإبقاء الصندوق في مكانه على المنحدر؟**




القوة المبذولة بسبب الجاذبية

$\mathbf{F} =$ _____.

**الخطوة 1** أوجد متجه الوحدة **v** في اتجاه المنحدر.

$\mathbf{v} = \langle |\mathbf{v}| (\cos \theta), |\mathbf{v}| (\sin \theta) \rangle$

$=$ _____

$=$ _____

**الخطوة 2** أوجد $\mathbf{w}_1$. مسقط **F** على متجه الوحدة **v**.

$\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{F} =$ _____

$=$ _____

$=$ _____

$=$ _____

القوة المطلوبة لإبقاء الصندوق أعلى المنحدر تساوي

_____.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 7-4 المتجهات في الفضاء ثلاثي الأبعاد

**ما ستتعلمه**

ادرس النص الذي أسفل العنوان الحالي . اذكر شيئين ستتعرف عليهما في الدرس.

1. _____

_____

2. _____

_____

**المفردات المستخدمة**

**مراجعة المفردات** عرّف المركبات المتعامدة بكلمات من عندك.

_____

_____

_____

**المفردات الجديدة** اكتب التعريف بجوار كل مصطلح.

*مجموعة مرتبة ثلاثية العناصر* ◀ _____

_____

*المحور z* ◀ _____

_____

*أثمان* ◀ _____

_____

*نظام إحداثي ثلاثي الأبعاد* ◀ _____

_____

_____

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التفاصيل

### الإحداثيات بأبعاد ثلاثية

**أوجد طول القطعة المستقيمة ونقطة المنتصف لها باستخدام نقطتي طرفيها المبينتين.**

1. $(-1, 4, 7), (5, 6, -3)$

الطول: _____ نقطة المنتصف: _____

2. $(-2, 6, 1), (-6, -4, 7)$

الطول: _____ نقطة المنتصف: _____

3. $(3, -4, 8), (9, 2, -1)$

الطول: _____ نقطة المنتصف: _____

4. $(-5, -6, 1), (4, -7, 8)$

الطول: _____ نقطة المنتصف: _____

### المتجهات في الفضاء

**أوجد كلاً مما يلي حيث $x = \langle -2, 5, -1 \rangle$ و $y = \langle 4, -3, 0 \rangle$ و $z = \langle -2, -1, -3 \rangle$.**

1. $2x - y =$ _____

2. $z - x - y =$ _____

3. $-3y + x + 2z =$ _____

4. $4x - 2y + 3z =$ _____

### مساعدتك على التذكر

قارن وبيّن الفرق بين جمع متجهين في فضاء ثنائي الأبعاد وبين جمعهما في فضاء ثلاثي الأبعاد: اذكر مثالاً لكل حالة.

محفوظة لحقوق الطبع والتأليف © حقوق الطبع لـ McGraw-Hill Education

# 7-5 الضرب النقطي والمتجهي في الفضاء

**ما ستتعلمه**

ادرس الدرس 7-5. اذكر عنوانين ستستخدمهما في عمل مخطط تفصيلي لهذا الدرس.

1. _____

_____

2. _____

_____

**المفردات المستخدمة**

**مراجعة المفردات** عرّف نظام إحداثي ثلاثي الأبعاد بكلمات من عندك.

_____

_____

_____

**المفردات الجديدة** اكتب المصطلح الصحيح بجوار كل تعريف.

◄ _____ $\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$. حيث $\mathbf{t} = t_1\mathbf{i} + t_2\mathbf{j} + t_3\mathbf{k}$
$\mathbf{v} = v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k}$ و $\mathbf{u} = u_1\mathbf{i} + u_2\mathbf{j} + u_3\mathbf{k}$

◄ _____ المتجه $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_2b_3 - a_3b_2)\mathbf{i} - (a_1b_3 - a_3b_1)\mathbf{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\mathbf{k}$. حيث $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ و $\mathbf{b} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$

◄ _____ مجسم به عدة أوجه كل منها على شكل متوازي أضلاع

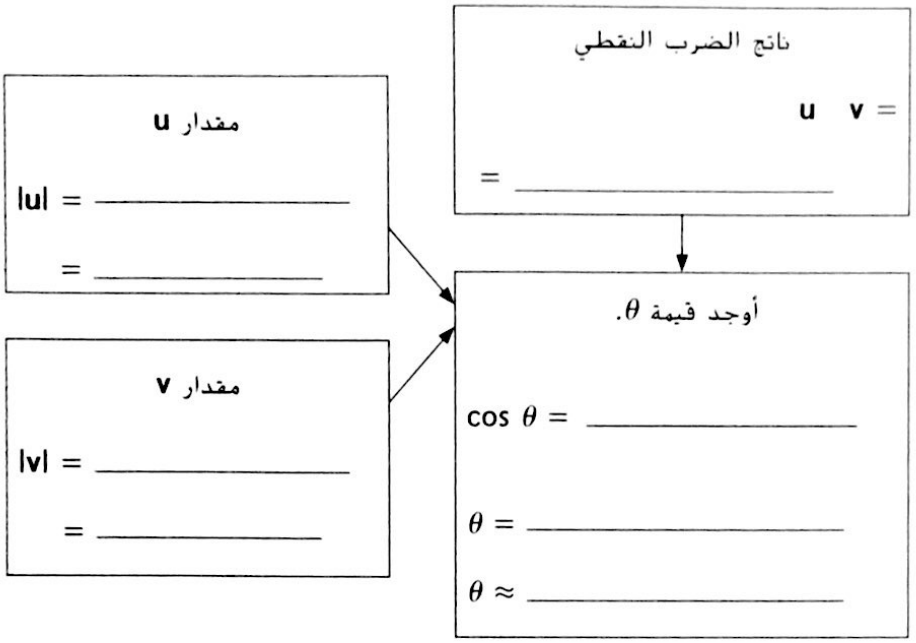
◄ _____ كمية متجهة تقيس مدى فاعلية القوة المبذولة على رافعة في التسبب في الدوران حول محور الدوران.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

## التفاصيل

**نواتج الضرب النقطي في الفضاء**

**أوجد الزاوية $\theta$ بين u وv إذا كان $u = \langle -2, 1, 3 \rangle$ و $v = \langle -1, 4, 2 \rangle$.**




**نواتج الضرب المتجهي**

**أوجد ناتج الضرب المتجهي لـ $a = \langle -2, 3, 1 \rangle$ و $b = \langle 3, -1, 4 \rangle$.**
**ثم بيّن أن a × b متعامدة على كل من a و b.**

a × b = = i − j + k

_____ _____ _____

_____

= _____i − _____j + _____k = _____

(a × b) • b

_____

_____

_____

_____

_____

(a × b) • a

_____

_____

_____

الوحدة 7

# المتجهات

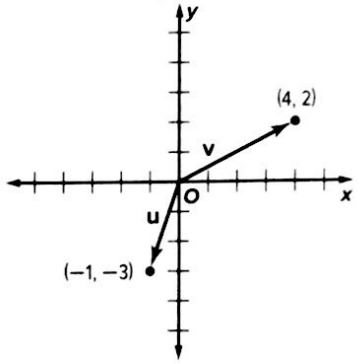
## اربطها معًا

أكمل الرسم التخطيطي الذي يقارن بين المتجهات في فضاء ثنائي الأبعاد والمتجهات في فضاء ثلاثي الأبعاد.

### فضاء ثنائي الأبعاد

$\mathbf{u} = \langle -1, -3 \rangle$ و $\mathbf{v} = \langle 4, 2 \rangle$

التمثيل البياني للمتجهين **u** و **v**




المقدار

$|\mathbf{u}| =$ _____

$|\mathbf{v}| =$ _____

ناتج الضرب النقطي

$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} =$ _____

_____

الزاوية بين **u** و **v**

$\cos \theta = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}|\,|\mathbf{v}|} =$ _____

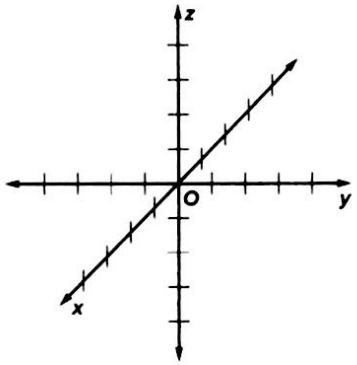
$\theta =$ _____

$=$ _____

### فضاء ثلاثي الأبعاد

$\mathbf{u} = \langle -1, -3, 4 \rangle$ و $\mathbf{v} = \langle 4, 2, -1 \rangle$

تحديد موضع المتجهين **u** و **v** وتمثيلهما بيانيًا




المقدار

$|\mathbf{u}| =$ _____

$|\mathbf{v}| =$ _____

ناتج الضرب النقطي

$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} =$ _____

_____

الزاوية بين **u** و **v**

$\cos \theta = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}|\,|\mathbf{v}|} =$ _____

$\theta =$ _____

$\approx$ _____

# المتجهات

## قبل الاختبار

راجع الأفكار الواردة في الجدول الذي في بداية الوحدة. ضع علامة خطأ على أي معلومات غير صحيحة في العمود الأول ثم أكمل الجدول بملء العمود الثالث.

| ما أعرفه... | ما أريد معرفته ... | ما تعلمته... |
|---|---|---|
| | | |

## هل أنت مستعد لاختبار الوحدة؟

استخدم قائمة التحقق هذه لمساعدتك في الدراسة.

- ☐ أكملت دليل الدراسة والمراجعة الخاص بالوحدة 8 في الكتاب المدرسي.
- ☐ أجريت تمرينًا على الاختبار خاص بالوحدة 8 في الكتاب المدرسي.
- ☐ راجعت واجباتي المنزلية وقمت بتصويب الإجابات غير الصحيحة.
- ☐ راجعت جميع مفردات المصطلحات التي وردت في الوحدة.

## نصيحة دراسية

للإجابة على أسئلة الاختيار من متعدد، اقرأ أولاً جميع خيارات الإجابة ثم ضع علامة خطأ على أية خيارات تعلم أنها غير صحيحة وابحث عن إرشادات في أجزاء أخرى من الاختبار لتعثر على مفاتيح توصلك إلى الإجابة.

# الوحدة 8 الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة

## قبل القراءة

أجب عن العبارات التالية قبل قراءة الوحدة.

1. اكتب **أ** إذا كنت توافق على العبارة.
2. اكتب **ل** إذا كنت لا توافق على العبارة.

| قبل القراءة | الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة |
|---|---|
| | • يمكن تحديد موقع النقطة $P$ في نظام الإحداثيات القطبية من خلال الإحداثيات القطبية بالصورة $(r, \theta)$. |
| | • يكون التمثيل البياني للمعادلة القطبية إما دائرة أو مستقيمًا. |
| | • يمكن استخدام المعادلتين $x = r \sin \theta$ و $y = r \cos \theta$ لتحويل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية. |
| | • تكون صورة المعادلة القطبية لقطع مخروطي ذي اختلاف مركزي $e > 0$ و $d > 0$ وبؤرة عند القطب هي $r = \frac{ed}{1 + e\cos\theta}$ أو $r = \frac{ed}{1 - e\cos\theta}$ أو $r = \frac{ed}{1 + e\sin\theta}$ أو $r = \frac{ed}{1 - e\sin\theta}$. |
| | • تنص نظرية دي موافر على أنّ $[r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r^n(\cos\theta^n + i\sin\theta^n)$. |

## نصائح خاصة بتدوين الملاحظات

- **ضمِّن مثالًا لكل نوع من التمثيلات البيانية القطبية في ملاحظاتك. وضّح كيفية الحصول على الأبعاد المتنوعة للشكل.**
- **راجع المفردات الجديدة في ملاحظاتك يوميًا.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الوحدة 8 الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة

## النقاط الأساسية

اقرأ الصفحات في الوحدة سريعًا. اكتب على الأقل حقيقة واحدة محددة بشأن كل درس. فعلى سبيل المثال، قد تكون الحقيقة في درس الإحداثيات القطبية أنه إذا كانت $r$ موجبة، فإن $P$ تقع على ضلع انتهاء $\theta$. لكن إذا كانت $r$ سالبة، فإنّ $P$ تقع على الشعاع المقابل لضلع انتهاء $\theta$. وبعد إكمال الوحدة، يمكنك استخدام هذا الجدول للمراجعة لاختبار الوحدة.

| الدرس | الحقيقة |
|---|---|
| 8-1 الإحداثيات القطبية | |
| 8-2 التمثيلات البيانية للمعادلات القطبية | |
| 8-3 الصورة القطبية والديكارتية للمعادلات | |
| 8-4 الصور القطبية للقطوع المخروطية | |
| 8-5 الأعداد المركبة ونظرية دي موافر | |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 8-1 الإحداثيات القطبية



## ما الذي سأتعلمه؟

اقرأ الدرس 1-8 سريعًا. اذكر عنوانين ستستخدمهما لإنشاء لمحة عامة عن هذا الدرس.

1. _____

_____

2. _____

_____

## المفردات الجديدة

**المفردات الجديدة** وفق كل مصطلح بتعريفه من خلال رسم خط يربط بين الاثنين.

| | |
|---|---|
| *نظام الإحداثيات القطبية* | نقطة الأصل في نظام الإحداثيات القطبية |
| *المحور القطبي* | معادلة يتم التعبير عنها بدلالة الإحداثيات القطبية |
| *الإحداثيات القطبية* | نظام إحداثيات ثنائي البعد يتم فيه تحديد موقع نقطة باستخدام المسافة وقياس الزاوية |
| *المعادلة القطبية* | مجموعة كل النقاط التي لها الإحداثيات $(r, \theta)$ التي تحقق معادلة قطبية مُعطاة |
| *التمثيل البياني القطبي* | إحداثيات بالصورة $(r, \theta)$. حيث تمثل $r$ المسافة الموجهة من القطب إلى النقطة وتمثل $\theta$ الزاوية الموجهة من المحور القطبي إلى $\overrightarrow{OP}$ |
| *القطب* | شعاع ابتداء من القطب. وهو في العادة أفقي وموجه لليمين. |

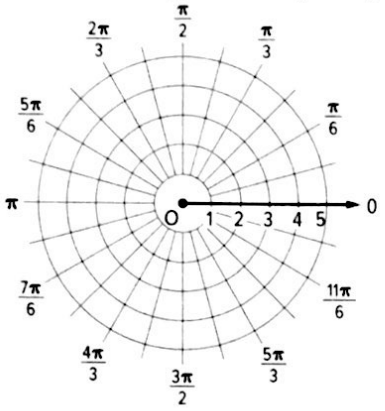


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

## التفاصيل

**مثّل الإحداثيات القطبية بيانيًا**

**مثّل كل نقطة بيانيًا على شبكة الإحداثيات القطبية.**

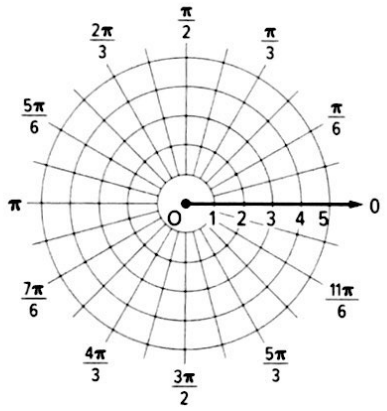



1. $P\left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$
2. $Q\left(-1, \frac{3\pi}{4}\right)$
3. $R(3, 240°)$
4. $S\left(4, -\frac{3\pi}{2}\right)$
5. $T(-2, 225°)$

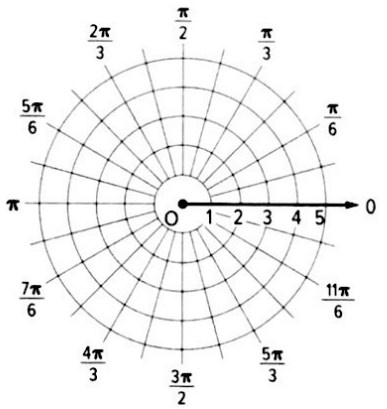
**التمثيلات البيانية للمعادلات القطبية**

**مثّل كل معادلة قطبية بيانيًا.**

6. $r = 3$




7. $\theta = \frac{3\pi}{4}$




**أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط.**

1. $(2, 45°), (5, 105°)$ _____
2. $(6, 220°), (-1, 100°)$ _____
3. $\left(-6, \frac{2\pi}{3}\right), \left(-9, \frac{11\pi}{6}\right)$ _____
4. $\left(3, \frac{\pi}{4}\right), \left(4, \frac{11\pi}{4}\right)$ _____

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

# 8-2 التمثيلات البيانية للمعادلات القطبية

## قبل أن تبدأ

اقرأ الدرس 2-8 سريعًا. توقَّع شيئين تعتقد أنك ستتعلمهما بناءً على العناوين ومربعات المفاهيم الأساسية.

1. _____

_____

_____

2. _____

_____

_____

## المفردات النشطة

**المفردات الجديدة** املأ الفراغات بالمصطلح الصحيح.

*منحنى قلبي الشكل* يُسمى المنحنى الذي له حلقة داخلية، أو يصل إلى نقطة معينة أو يكون له نقرة أو ينحني فقط إلى الخارج _____.

*منحنى ذو عروتين* يُسمى المنحنى الذي له شكل القلب _____.

*منحنى حلزوني* يُسمى المنحنى الذي يشبه الرقم ثمانية _____.

*منحنى الوردة* يُسمى المنحنى الذي يلتف أبعد وأبعد عن القطب بمعدل ثابت _____.

*حلزون أرشميدس* يُسمى المنحنى الذي يحتوي على ثلاث حلقات متساوية أو أكثر _____.

*منحنى قلبي الشكل* ◀ *(الدرس 2-8)*

**الربط بالمفردات** يبدأ المصطلح *قلبي الشكل* بكلمة *قلبي*. ابحث في القاموس لتعثر على كلمة أخرى تبدأ بكلمة قلبي. اشرح كيف يمكن أن يساعدك تعريف هذه الكلمة على تذكر معنى قلبي الشكل.

_____

_____

_____

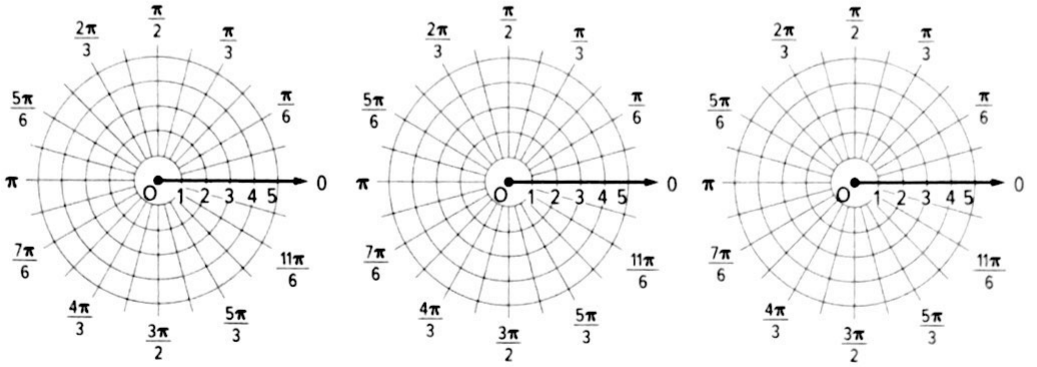
الدرس 8-2

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

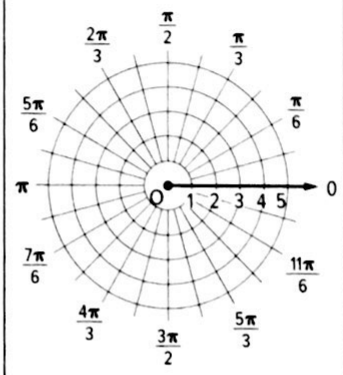
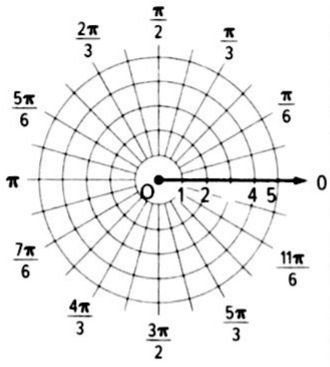
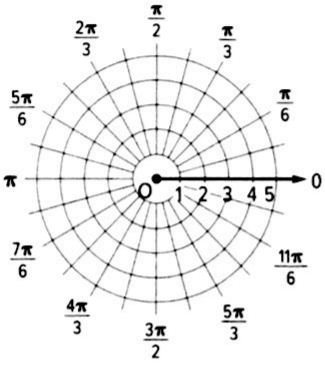
## التفاصيل

**التمثيلات البيانية للمعادلات القطبية** **مثّل كل معادلة بيانيًا.**

1. $r = 2 \sin \theta$ 2. $r = 3 + 3 \cos \theta$ 3. $r = 4 \sin 2\theta$




**المنحنيات القطبية الكلاسيكية** **اكتب معادلة قطبية، وارسم التمثيل البياني لكل منحنى كلاسيكي.**

| وردة ذات عدد فردي من الحلقات. | حلزون أرشميدس | منحنى ذو عروتين |
|---|---|---|
| _____ | _____ | _____ |
| _____ | _____ | _____ |
|  |  |  |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاسم _____ التاريخ _____ الفترة _____

# 8-3 الصورة القطبية والديكارتية للمعادلات

## ما سنتعلمه

اقرأ أمثلة الدرس 8-3 سريعًا. توقّع شيئين ستتعلمهما عن الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات.

1. _____

_____

2. _____

_____

## المفردات الرئيسة

**مراجعة المفردات** عرّف كل مصطلح بكلمات من عندك.

*الإحداثيات القطبية* ◀ (الدرس 8-1)

_____

_____

_____

_____

*المعادلة القطبية* ◀ (الدرس 8-1)

_____

_____

*المحور القطبي* ◀ (الدرس 8-1)

_____

_____

**أكمل كل متطابقة مثلثية.**

$\tan \theta =$ _____ $\cot \theta =$ _____

$\sec \theta =$ _____ $\csc \theta =$ _____

$\frac{1}{\cot \theta} =$ _____ $\cos^2 \theta +$ _____ $=$ _____



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

## الفكرة الأساسية

### التفاصيل

**الإحداثيات القطبية والإحداثيات الديكارتية**

**أوجد الإحداثيات الديكارتية لكل نقطة من خلال الإحداثيات القطبية المعطاة.**

1. $P\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ _____

2. $R(6, -30°)$ _____

**أوجد زوجين من الإحداثيات القطبية لكل نقطة من خلال الإحداثيات الديكارتية المعطاة.**

3. $S(4\sqrt{2}, -4\sqrt{2})$ _____

4. $T(-2\sqrt{3}, -2)$ _____

**المعادلات القطبية والمعادلات الديكارتية**

**حدّد التمثيل البياني لـ $y = (x - 2)^2 - 4$. ثم اكتب المعادلة بالصورة القطبية.**

_____

_____

**اكتب $r = 6 \cos \theta$ بالصورة الديكارتية. ثم حدّد التمثيل البياني لها.**

_____

## مساعدتك على التذكر

اشرح كيفية تحويل نقطة معطاة بالإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية من خلال التمثيل البياني. وضّح مثالاً.

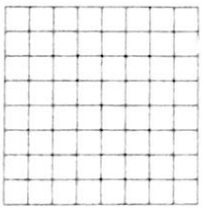
_____

_____

_____

_____

_____



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 8-4 الصور القطبية للقطوع المخروطية

**ما سنتعلمه**

اقرأ النص في الدرس 4-8 سريعًا. اكتب حقيقتين تعلمتهما عن الصور القطبية للقطوع المخروطية.

1. _____

_____

_____

2. _____

_____

_____

**المفردات النشطة**

**مراجعة المفردات** عرّف كل مصطلح بكلمات من عندك.

*الاختلاف المركزي* ◀ (الدرس 2-7)

_____

_____

_____

*القطع الناقص* ◀ (الدرس 2-7)

_____

_____

_____

*القطع الزائد* ◀ (الدرس 3-7)

_____

_____

_____

*القطع المكافئ* ◀ (الدرس 1-7)

_____

_____

الدرس 8-4

## التفاصيل

### استخدام المعادلات القطبية للقطوع المخروطية

**حدّد الاختلاف المركزي ونوع المخروط ومعادلة الدليل لكل معادلة قطبية.**

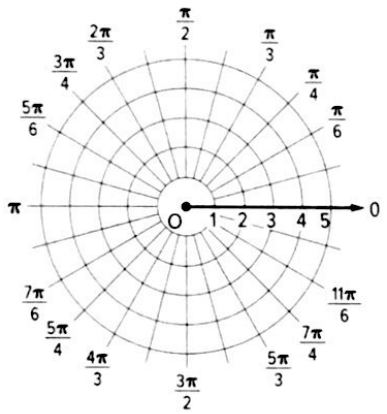
1. $r = \frac{15}{5 + 10\cos\theta}$ _____

2. $r = \frac{1}{4 - 2\sin\theta}$ _____

3. $r = \frac{6}{3 + 3\cos\theta}$ _____

### كتابة المعادلات القطبية للقطوع المخروطية

**اكتب المعادلة القطبية والدليل للقطع المخروطي ذي $e = 3$ والدليل $x = 2$، ومثّلهما بيانيًا. املأ الفراغات.**




بما أنّ $e = 3$. فإن القطع المخروطي عبارة عن _____. إنّ الدليل $x = 2$ يساوي 2 إلى _____ القطب. إذًا ستكون صورة المعادلة $r =$ _____.

$r =$ _____ $d = 2$ و $e = 3$

$=$ _____ بسّط.

### مساعدتك على التذكر

كيف يمكنك أن تتذكر أنّ $r = \frac{ed}{1 \pm e\cos\theta}$ تتجه أفقيًا وأنّ $r = \frac{ed}{1 \pm e\sin\theta}$ تتجه رأسيًا؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاسم _____ التاريخ _____ الفترة _____

# 8-5 الأعداد المركبة ونظرية دي موافر

## ما سنتعلمه

اقرأ الدرس سريعًا. اكتب شيئين تعرفهما بالفعل عن الأعداد المركبة.

1. _____

_____

_____

2. _____

_____

_____

## المفردات الجديدة

**المفردات الجديدة** اكتب التعريف بجانب كل مصطلح.

*القيمة المطلقة للعدد المركب* ◀ _____

_____

*الإزاحة الزاوية* ◀ _____

_____

*المستوى المركب* ◀ _____

_____

*المحور التخيلي* ◀ _____

_____

*الصورة القطبية* ◀ _____

_____

*المحور الحقيقي* ◀ _____

الدرس 8-5

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

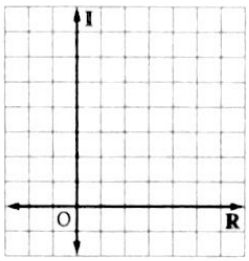
## التفاصيل

**الصور القطبية للأعداد المركبة** **مثّل كل عدد في المستوى المركب بيانيًّا، وأوجد قيمته المطلقة.**

1. $z = -2 + 3i$ _____

2. $z = 7i$ _____

3. $z = 5 + i$ _____




**نواتج الضرب ونواتج القسمة والأسس والجذور للأعداد المركبة**

**أوجد $\frac{10\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)}{2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)}$ بالصورة القطبية. ثم عبّر عن ناتج القسمة بالصورة الديكارتية.**

التعبير الأصلي $\frac{10\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)}{2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)}$

قانون ناتج القسمة = _____

بسّط إلى الصورة القطبية. = _____

أوجد القيمة وبسّط = _____

**مساعدتك على التذكر**

كيف يرتبط قانونا ناتج الضرب وناتج القسمة بضرب الحدود الأحادية ذات الأس وقسمتها على بعض؟

_____

_____

_____

_____

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

الاسم _____ التاريخ _____ الفترة _____

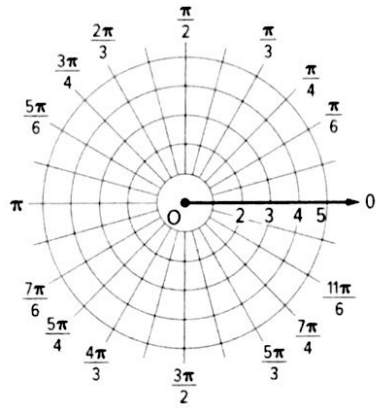
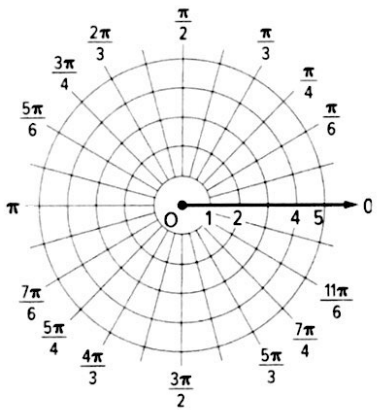
# الوحدة 8 الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة

## ربط المفاهيم

أكمل التفاصيل في خرائط المفاهيم.

| الإحداثيات القطبية | التحويل: المعادلات القطبية والمعادلات الديكارتية |
|---|---|

### التمثيلات البيانية القطبية

| النوع | المعادلة | التمثيل البياني |
|---|---|---|
| منحنى الوردة | |  |
| منحنيات ذات عروتين | |  |



### الأعداد المركبة

| قانون ناتج الضرب: | نظرية دي موافر: |
|---|---|
| قانون ناتج القسمة: | قانون الجذور المختلفة: |

الوحدة 8

# الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة

قبل الاختبار

بما أنك قرأت الوحدة وعملت خلالها، فكّر في ما تعلمته. أكمل الجدول أدناه. قارن إجاباتك السابقة بهذه الإجابات الآن.

1. اكتب **أ** إذا كنت توافق على العبارة.
2. اكتب **ل** إذا كنت لا توافق على العبارة.

| الإحداثيات القطبية والأعداد المركبة | بعد القراءة |
|---|---|
| • يمكن تحديد موقع النقطة $P$ في نظام الإحداثيات القطبية من خلال الإحداثيات القطبية بالصورة $(r, \theta)$. | |
| • يكون التمثيل البياني للمعادلة القطبية إما دائرة أو مستقيمًا. | |
| • يمكن استخدام المعادلتين $x = r \sin \theta$ و $y = r \cos \theta$ لتحويل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية. | |
| • تكون صورة المعادلة القطبية لقطع مخروطي ذي اختلاف مركزي $e > 0$ و $d > 0$ وبؤرة عند القطب هي $r = \frac{ed}{1 + e\cos\theta}$ أو $r = \frac{ed}{1 - e\cos\theta}$ أو $r = \frac{ed}{1 + e\sin\theta}$ أو $r = \frac{ed}{1 - e\sin\theta}$. | |
| • تنص نظرية دي موافر على أنّ $[r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r^n(\cos\theta^n + i\sin\theta^n)$. | |

الرياضيات عبر الإنترنت تفضل بزيارة الموقع *glencoe.com* للوصول إلى كتابك المدرسي والمزيد من الأمثلة واختبارات التقييم الذاتي والمعلمين الشخصيين وتمرينات على الاختبار لمساعدتك على دراسة المفاهيم في الوحدة 9.

## هل أنت مستعد لاختبار الوحدة؟

استخدم قائمة التحقق هذه لمساعدتك على الدراسة.

☐ أكملت دليل الدراسة والمراجعة للوحدة 8 في الكتاب المدرسي.

☐ قمت بحل التمرين على اختبار الوحدة 8 في الكتاب المدرسي.

☐ استخدمت الموارد عبر الإنترنت للحصول على خيارات إضافية للمراجعة.

☐ راجعت واجباتي المنزلية وصححت الإجابات الخاطئة.

☐ راجعت كافة مصطلحات الوحدة.

### نصيحة دراسية

- عند الدراسة للاختبارات، أنشئ خرائط المفاهيم واستخدمها لتوضيح العلاقات بين المفاهيم.

# المتتاليات والمتسلسلات

قبل القراءة

قبل قراءة الوحدة، أجب عن العبارات التالية.

1. اكتب **أوافق** إذا كنت توافق على العبارة.
2. اكتب **لا أوافق** إذا كنت لا توافق على العبارة.

| قبل القراءة | المتتاليات والمتسلسلات |
|---|---|
| | • المتتالية هي دالة مجالها مجموعة من الأعداد الطبيعية. |
| | • المتسلسلة الحسابية هي مجموع حدود متتالية هندسية. |
| | • لإيجاد النسبة المشتركة لمتتالية هندسية، اقسم أي حد على الحد الذي يسبقه. |
| | • عند استخدام مبدأ الاستقراء الرياضي في إثبات فرضية، فإن خطوة المرتكز تسمى أيضًا فرضية الاستقراء. |
| | • يمكن استخدام نظرية ذات الحدين في تفكيك المقدار ذو الحدين. |

## نصائح تدوين الملاحظات

- **عليك دراسة ملاحظاتك يوميًا.**

مراجعة كميات قليلة في المرة الواحدة يساعدك على الاحتفاظ بالمعلومات.

- **من المفيد قراءة ملاحظاتك قبل بدء واجباتك المنزلية.**

راجع المواد التي يشار إليها في الصفحات.

# الوحدة 9 المتتاليات والمتسلسلات

## النقاط الأساسية

ادرس الصفحات بهذه الوحدة. اكتب حقيقة واحدة على الأقل حول كل درس. على سبيل المثال، في الدرس الذي يتناول المتتاليات الحسابية، ربما تكون الحقيقة هي أنه في المتتالية الحسابية يكون الفرق بين حدين متتاليين ثابتًا. بعد إكمال الوحدة، يمكنك استخدام هذا الجدول في المراجعة الخاصة باختبار الوحدة.

| الدرس | الحقيقة |
|---|---|
| 9-1 المتتاليات والمتسلسلات والرمز سيجما | |
| 9-2 المتتاليات والمتسلسلات الحسابية | |
| 9-3 المتتاليات الهندسية والمتسلسلات الهندسية | |
| 9-4 الاستقراء الرياضي | |
| 9-5 نظرية ذات الحدين | |
| 9-6 الدوال في صورة متسلسلة لا نهائية | |



محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

الاسم _____ التاريخ _____ المدة _____

# 9-1 المتتاليات والمتسلسلات والرمز سيجما

**ما تعلمته**

راجع الدرس. اكتب شيئين سبق لك معرفتهما عن المتتاليات والمتسلسلات.

1. _____

_____

2. _____

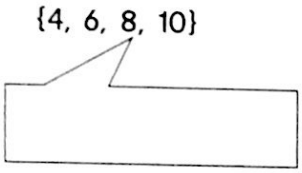
_____

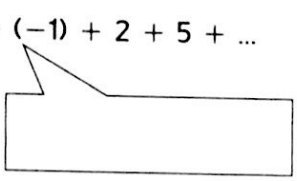
الدرس 9-1

**المفردات المستخدمة**

**المفردات الجديدة** في الرسم التخطيطي، اكتب المصطلح الذي على اليمين.

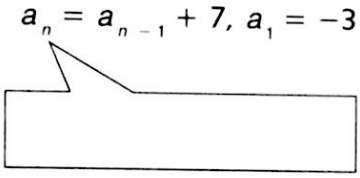
متتالية صريحة



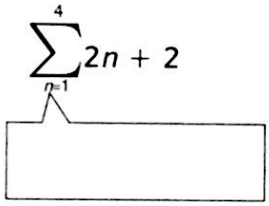



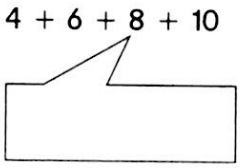

متتالية منتهية

متسلسلة منتهية



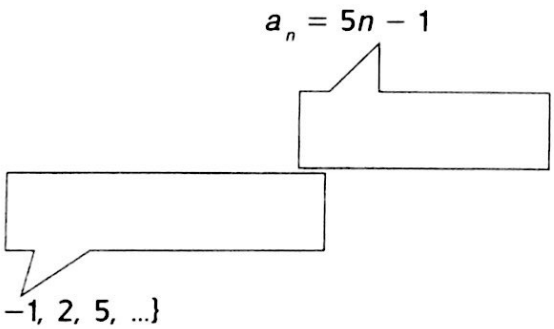

متتالية لا نهائية




متسلسلة لا نهائية

متتالية تكرارية (ضمنية)




الرمز سيجما

{−4, −1, 2, 5, ...}

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التفاصيل

### المتتاليات

**اكتب كل متتالية في المربع المناسب ثم أوجد الحد السادس في كل منها.**

$a_n = 3a_{n-1} + 2,\ a_1 = -5$ $\quad b_n = n^2 + n$

$c_n = \frac{n+1}{2}$ $\quad d_n = 2d_{n-2} - d_{n-2},\ d_1 = 2,\ d_2 = 6$

| صريحة | تكرارية (ضمنية) |
|---|---|
| | |

### المتسلسلات والرمز سيجما

**أوجد المجموع الجزئي الرابع لـ $a_n = \frac{3}{4^n}$.**

أوجد الحدود الأربعة الأولى.

$a_1$ أو ____ أو ____ $a_3$ أو ____ أو ____

$a_2$ أو ____ أو ____ $a_4$ أو ____ أو ____

المجموع الجزئي الرابع يساوي ____ أو _____ $= S_4$

### مساعدتك على التذكر

بكلمات من عندك. اشرح الفرق بين المتتالية والمتسلسلة.

اعرض مثالاً لكل منهما.

_____

_____

_____

متتالية: _____ متسلسلة: _____



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 9-2 المتتاليات والمتسلسلات الحسابية

**ما سنتعلمه**

ادرس الأمثلة بالدرس 9-2. توقع شيئين تعتقد أنك سوف تتعلمهما عن المتتاليات الحسابية والمتسلسلات الحسابية.

1. _____

_____

_____

2. _____

_____

_____



**المفردات الجديدة**

**المفردات الجديدة** صِل كل مصطلح بتعريفه برسم خط يصل بين الاثنين.

| | |
|---|---|
| *أوساط حسابية* | الفرق الحاصل من طرح أي حد في المتتالية الحسابية من الحد الذي يليه |
| *متتاليات حسابية* | الفرق المشترك في متتالية حسابية |
| *متسلسلة حسابية* | الحدود الموجودة بين أي حدين غير متتاليين في متتالية حسابية |
| فرق مشترك | مجموعة أعداد يكون فيها الفرق بين كل حدين متتاليين ثابتًا |
| *الفرق الأول* | مجموع حدود المتتالية الحسابية |
| *الفرق الثاني* | فروق الفروق الأولى المتتالية |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التفاصيل

**المتتاليات الحسابية**

**اكتب المتتالية الحسابية التي تحتوي على خمسة أوساط حسابية بين 7 و 2−. لاحظ أن $a_7 = -2$.**

| أولاً. أوجد الفرق المشترك مستخدمًا | ثم حدّد الأوساط الحسابية باستخدام |
|---|---|
| $a_7 =$ _____ و . | $d =$ _____. |
| $a_1 =$ _____ و . $n =$ _____. | $a_2 = 7 +$ _____ = _____ |
| $a_n = a_1 + (n - 1)d$ | $a_3 =$ _____ + −1.5 = _____ |
| _____ = _____ + (_____ − 1)$d$ | $a_4 = 4 +$ _____ = 2.5 |
| $-2 = 7 + 6d$ | $a_5 =$ _____ + −1.5 = 1 |
| $d =$ _____ | $a_6 =$ _____ + _____ = _____ |

المتتالية هي 2− ،_____ ،_____ ،_____ ،_____ ،_____ ،7.

**المتسلسلة الحسابية**

**أوجد $\sum_{n=8}^{32} 4n - 11$.**

أوجد $a_1$ و $a_n$ و $n$.

حد أعلى مطروحًا منه حد أدنى مضافًا إليه 1 ____ = _____ $n =$

حد أدنى = _____ _____ $a_1 =$

بسّط. _____ =

حد أعلى = _____ _____ $a_{25} =$

بسّط. _____ =

استخدم قانون المجموع الأول لمتسلسلة حسابية نهائية.

قانون مجموع متسلسلة حسابية نهائية _____ $S_n =$

$a_n = 117$ و $a_1 = 21$ و $n = 25$ _____ $S_{25} =$

بسّط. _____ $S_{25} =$

ولذلك، _____.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاسم _____ التاريخ _____ المدّة _____

# 9-3 المتتاليات الهندسية والمتسلسلات الهندسية

## ما سوف تتعلمه

ادرس النص بالدرس 9-3. اكتب حقيقتين تعلمتهما عن المتتاليات الهندسية والمتسلسلات الهندسية.

1. _____

_____

_____

2. _____

_____

_____

## المفردات المستخدمة

**مراجعة المفردات** عرّف المتتالية بكلمات من عندك.

_____

_____

_____

**المفردات الجديدة** املأ كل فراغ بالمصطلح الصحيح.

*نسبة مشتركة* _____ هي مجموع حدود متتالية هندسية.

*أوساط هندسية* المتتالية التي فيها تكون النسبة بين الحدود المتتالية ثابتة تسمى _____.

*متتالية هندسية* _____ في متتالية هندسية هي ثابت يتم الحصول عليه بقسمة أي حد في المتتالية على الحد الذي يسبقه.

*متسلسلة هندسية* الحدود التي بين حدين غير متتاليين في متتالية هندسية تسمى _____.

الدرس 9-3

## التفاصيل

### المتتاليات الهندسية

**استخدم المتتالية الهندسية ... ,0.1 ,1 ,10 ,100 في إكمال خريطة المفاهيم.**

**الخطوة 1:** حدد الحد الأول في المتتالية.

_____

↓

**الخطوة 2:** أوجد النسبة المشتركة.

_____

↓

**الخطوة 3:** اكتب صيغة صريحة لإيجاد الحد النوني $n$ في المتتالية.

_____

↓

**الخطوة 4:** اكتب صيغة تكرارية (ضمنية) لإيجاد الحد النوني $n$ في المتتالية.

_____

_____

↓

**الخطوة 5:** أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتالية.

_____

### المتسلسلات الهندسية

**لكل متسلسلة هندسية لا نهائية، أوجد النسبة المشتركة. ثم اكتب نعم أو لا للإشارة إلى مدى وجود مجموع لكل منها. إن كان لها مجموع، فأوجده.**

| المتسلسلة | النسبة المشتركة | المجموع؟ نعم أو لا | المجموع |
|---|---|---|---|
| 40, 20, 10, 5, ... | | | |
| $-3, -6, -12, -24, \ldots$ | | | |
| $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \ldots$ | | | |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 9-4 الاستقراء الرياضي

## ما سنتعلمه

ادرس النص أسفل العنوان "الحالي". اذكر شيئين ستتعرف عليهما في الدرس.

1. _____

_____

_____

_____

2. _____

_____

_____

## المفردات المستخدمة

**المفردات الجديدة** اكتب التعريف بجوار كل مصطلح.

خطوة *المرتكز* ◀ _____

_____

*المبدأ الممتد للاستقراء الرياضي* ◀ _____

_____

_____

*فرضية الاستقراء* ◀ _____

_____

خطوة *استقرائية* ◀ _____

_____

_____

*مبدأ الاستقراء الرياضي* ◀ _____

_____

_____

الدرس 9-4

## الفكرة الرئيسة

**التفاصيل**

**الاستقراء الرياضي**

**أثبت أن $2^{3n} - 4$ يقبل القسمة على 4 لجميع قيم $n$ من الأعداد الصحيحة الموجبة.**

| | |
|---|---|
| **الفرضية** | افرض أن $P_n$ هي العبارة بحيث $2^{3n} - 4$ يقبل القسمة على 4 لجميع قيم $n$ من الأعداد الصحيحة الموجبة. |
| **خطوة المرتكز**<br>أثبت أن $P_n$ صحيحة حيث $n = 1$. | |
| | افترض أن $2^{3k} - 4 = 4r$ صحيح بالنسبة لبعض قيم $r$ من الأعداد الصحيحة. |
| **خطوة استقرائية**<br>استخدم فرضية الاستقراء لتثبت صحة $P_n$ حيث $n = k + 1$. | |
| **الاستنتاج** | |

**الاستقراء الرياضي الممتد**

**حدد الفرضيات التي يحتاج إثباتها إلى استخدام المبدأ الممتد للاستقراء في الرياضيات. اكتب نعم أو لا في الفراغ المخصص للإجابة.**

1. $3n - 4 \geq n$. بالنسبة إلى كل القيم التي تحقق $n \geq 2$ _____

2. $2 + 4 + 6 + \ldots + 2n = n^2 + n$ _____

3. $2^n \geq n^2$. بالنسبة إلى كل القيم التي تحقق $n \geq 4$ _____

حقوق الطبع © مجموعة ماكجرو هيل التعليمية McGraw-Hill Education

# 9-5 نظرية ذات الحدين

**ما سنتعلمه**

راجع الدرس 9-5. تنبأ بشيئين تتوقع أن تتعلمهما استنادًا إلى مربعات العناوين ومربعات المفاهيم الأساسية.

1. _____

_____

2. _____

_____

**المفردات المستخدمة**

**مراجعة المفردات** عرّف *الدالة أحادية الحد* بكلمات من عندك.

_____

_____

_____

عرّف الدالة كثيرة الحدود بكلمات من عندك.

_____

_____

_____

**المفردات الجديدة** اكتب المصطلح الصحيح بجوار كل تعريف.

◀ _____ صيغة تستخدم في تفكيك أسس ذات الحدين

◀ _____ نمط من الأعداد يعرض معاملات المفكوك $(a + b)^n$، حيث $n$ عنصر في مجموعة الأعداد الكلية

◀ _____ أعداد ثابتة يتم مضاعفتها من خلال حدود مفكوك ذات الحدين

الدرس 9-5

## التفاصيل

### مثلث باسكال

**استخدم مثلث باسكال في تفكيك $(a + b)^5$.**

**الخطوة 1:** اكتب متسلسلة حيث $(a + b)^5$. مع حذف المعاملات.

_____

**الخطوة 2:** حدد الأعداد في الصف الخامس من مثلث باسكال.

_____

**الخطوة 3:** استخدم الأعداد من الصف الخامس من مثلث باسكال لتكون معاملات الحدود.

$(a + b)^5 =$ _____

### نظرية ذات الحدين

**أكمل المعادلات باستخدام نظرية ذات الحدين في تفكيك $(2x - y)^3$.**

قم بتفكيك $(a + b)^3$.

$(a + b)^3 =$ ____ $a^3b^0 +$ ____ $a^2b^1 +$ ____ $a^1b^2 +$ ____ $a^0b^3$

$=$ ____ $a^3 +$ ____ $a^2b +$ ____ $ab^2 +$ ____ $b^3$

عوّض $a = 2x$ و $b = -y$.

$=$ _____

$=$ _____ $+$ _____ $+$ _____ $+$ _____

### مساعدتك على التذكر

عند إيجاد معاملات ذات الحدين باستخدام نظرية ذات الحدين، يجب عليك إيجاد قيمة ${}_nC_r$ للقيم المختلفة لكل من $n$ و $r$. كم يساوي ${}_nC_r$؟ اختر قيمة معينة لكل من $n$ و $r$ ووضّح.

_____

_____

_____

محفوظة لصالح مؤسسة الطب والتأليف © McGraw-Hill Education

# 9-6 الدوال في صورة متسلسلة لا نهائية

**ما سنتعلمه**

راجع الدرس 9-6. اذكر عنوانين ستستخدمهما في عمل مخطط تفصيلي لهذا الدرس.

1. _____

2. _____

_____

**المفردات المستخدمة**

**مراجعة المفردات** عرّف المتسلسلة بكلمات من عندك.

_____

_____

عرّف *المتسلسلة اللانهائية* بكلمات من عندك.

_____

_____

**المفردات الجديدة** املأ كل فراغ بالمصطلح الصحيح.

*صيغة أويلر* المتسلسلة اللانهائية بالصورة $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots$. حيث تأخذ كل من $x$ و $a$ أي قيم وحيث ... $n = 0, 1, 2,$ تسمى _____ في $x$.

*متسلسلة أسية* المتسلسلة الأسية التي تعبر عن $\sin x$ وعن $\cos x$ تسمى _____.

*متسلسلة قوى* متسلسلة القوى التي تعبر عن $e^x$ تسمى _____.

*متسلسلة مثلثية* لأي عدد حقيقي $\theta$. تعرف العلاقة $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ باسم _____.



© McGraw-Hill Education

## الفكرة الرئيسة

## التفاصيل

**متسلسلة القوى**

**أكمل كل مربع باستخدام $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ لإيجاد تمثيل متسلسلة قوى بالصورة $g(x) = \frac{1}{4-x}$. حدد الفترة التي فيها تتقارب المتسلسلة.**

المعطيات التي تعرفها:

$f(x) = \frac{1}{1-x} =$ _____

$g(x) = \frac{1}{4-x}$

ما تريد إيجاده:

$g(x) = f(u)$

$\frac{1}{4-x} = \frac{1}{1-u}$

$1 - u =$ _____

$u =$ _____

أوجد $g(x)$ بدلالة $f(x)$:

$g(x) =$ _____

أخيرًا مثّل $g(x)$ في صورة دالة قوى:

$g(x) = \frac{1}{4-x}$

$=$ _____;

_____

**الدوال المتسامية في صورة متسلسلة قوى**

**استخدم المجموع الجزئي الخامس للمتسلسلة المثلثية لـ cosine لتقريب قيمة $\cos \frac{\pi}{5}$ إلى أقرب ثلاث منازل عشرية.**

$\cos x =$ _____ $=$ _____

$\cos \frac{\pi}{5} \approx$ _____

$\approx$ _____ بسّط.

استخدم حاسبة للتحقق من إجابتك. التقريب _____ لأن _____ $\approx \cos \frac{\pi}{5}$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 9

# المتتاليات والمتسلسلات

## تهيأ لها كذا

اذكر مثالاً لكل موقف يمكن أن يستخدم في إكمال الجدول.

<table>
<tr><th colspan="2">متتالية حسابية منتهية</th><th colspan="2">متسلسلة هندسية لا نهائية</th></tr>
<tr><td colspan="2">تحديد الفرق المشترك:</td><td colspan="2">تحديد النسبة المشتركة:</td></tr>
<tr><td>صيغة صريحة لإيجاد الحد النوني $n$:</td><td>صيغة تكرارية(ضمنية) لإيجاد الحد النوني $n$:</td><td>صيغة صريحة لإيجاد الحد النوني $n$:</td><td>صيغة تكرارية(ضمنية) لإيجاد الحد النوني $n$:</td></tr>
<tr><td colspan="2">كتابة المتتالية في صورة متسلسلة:</td><td colspan="2">كتابة المتسلسلة في صورة متتالية.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">أوجد المجموع بمعلومية $a_1$ و $a_n$:</td><td rowspan="2">أوجد المجموع بمعلومية $a_1$ و $d$:</td><td colspan="2">هل للمتسلسلة مجموع؟<br>إن كان الجواب بنعم. فلماذا؟</td></tr>
<tr><td colspan="2">أوجد المجموع. إن كان موجودًا.</td></tr>
</table>

أعد كتابة مثلث باسكال الموجود على اليمين باستخدام الرمز $C_r^n$.

الصف 0 _____ 1

الصف الأول _____ _____ 1 1

الصف الثاني _____ _____ _____ 1 2 1

الصف الثالث _____ _____ _____ _____ 1 3 3 1

# الوحدة 9 المتتاليات والمتسلسلات

## قبل الأخير

الآن قد قمت بقراءة الوحدة ودراستها. فكّر فيما تعلمته. أكمل الجدول أدناه وقارن بين إجاباتك السابقة وإجاباتك التالية.

1. اكتب **أوافق** إذا كنت توافق على العبارة.
2. اكتب **لا أوافق** إذا كنت لا توافق على العبارة.

| المتتاليات والمتسلسلات | بعد القراءة |
|---|---|
| • المتتالية هي دالة مجالها مجموعة من الأعداد الطبيعية. | |
| • المتسلسلة الحسابية هي مجموع حدود متتالية هندسية. | |
| • لإيجاد النسبة المشتركة لمتتالية هندسية، اقسم أي حد على الحد الذي يسبقه. | |
| • عند استخدام مبدأ الاستقراء الرياضي في إثبات فرضية، فإن خطوة المرتكز تسمى أيضًا فرضية الاستقراء. | |
| • يمكن استخدام نظرية ذات الحدين في تفكيك الدالة ذات الحدين. | |

## هل أنت مستعد لاختبار الوحدة؟

استخدم قائمة التحقق هذه لمساعدتك في الدراسة.

☐ أكملت دليل الدراسة والمراجعة الخاص بالوحدة 9 في الكتاب المدرسي.

☐ أجريت تدريبًا على الاختبار خاصًا بالوحدة 9 في الكتاب المدرسي.

☐ راجعت واجباتي المنزلية وقمت بتصويب الإجابات غير الصحيحة.

☐ راجعت جميع مفردات المصطلحات التي وردت في الوحدة.

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف ©

# 5-1 تمرين

## الأنظمة الخطية متعددة المتغيرات وعمليات الصف الأولية(البسيطة)

**اكتب كل نظام معادلات في صيغة مثلثية باستخدام اختزال جاوس. ثم حل النظام.**

1. $\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -12 \\ -3 & 2 & 32 \end{array}\right]$

2. $\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & -23 \\ -3 & -1 & 4 & -5 \\ -1 & 5 & -1 & -19 \end{array}\right]$

3. $\left[\begin{array}{ccc|c} -5 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 6 & 24 \\ 4 & 0 & -7 & 2 \end{array}\right]$

**اكتب المصفوفة الموسعة لكل نظام من المعادلات الخطية التالية.**

4. $5x - 2y = 14$
   $-3x + y = -7$

5. $3x + 4y + 7z = -8$
   $-2x - 3y + z = 6$
   $5x - 2y + z = 4$

6. $-4x - 2y - z = 5$
   $2x - z = 8$
   $y - 2z = -4$

**أوجد حل كل نظام معادلات باستخدام اختزال جاوس-جوردان.**

7. $-4x - 2y = -6$
   $x + 3y = -11$

8. $-2x - 5y + z = 6$
   $3x + 2y - 4z = -1$
   $5x - y + 2z = -6$

9. $8x - y + 3z = -38$
   $-2x + 5y - 4z = 32$
   $x - y + z = -9$

10. **الفاكهة** اشترى ثلاثة عملاء فاكهة من بقالة ماجد. يوضّح الجدول كمية الفاكهة التي اشتراها كل شخص. اكتب نظام معادلات وأوجد حلاً له لتحديد سعر كل نوع من الفاكهة.

| الاسم | التفاح | البرتقال | الكمثرى | التكلفة الإجمالية (AED) |
|---|---|---|---|---|
| راشد | 5 | 4 | 3 | 13.50 |
| جمال | 7 | 2 | 4 | 14.20 |
| خالد | 3 | 8 | 2 | 15.30 |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 5-2 تمرين

## ضرب المصفوفة والمعكوسات والمحددات

**أوجد AB وBA؛ إن أمكن.**

1. $A = \begin{bmatrix} -1 & 6 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

3. **الجولف** موضح فيما يلي عدد مضارب الجولف المُصنعة يوميًا من قبل شركتين مختلفتين. بالإضافة إلى سعر البيع لكل نوع من المضارب. استخدم هذه المعلومات لتحديد أي إنتاج يومي للشركتين يتمتع بأعلى قيمة بيع بالتجزئة. ما هو أكبر مقدار للقيمة؟

| الشركة | نوع وجودة مضرب الجولف | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1- خشب | 3- خشب | 5- خشب | مضرب الجولف |
| A | 600 | 520 | 310 | 300 |
| B | 210 | 400 | 450 | 400 |

| النادي | قيمة المضرب AED |
|---|---|
| 1- خشب | 210 |
| 3- خشب | 170 |
| 5- خشب | 150 |
| مضرب الجولف | 120 |

**اكتب كل نظام من أنظمة المعادلات في صورة معادلة مصفوفة $AX=B$، ثم استخدم اختزال جاوس-جوردان على المصفوفة الموسعة لحل $X$**

4. $x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4$
$5x_1 + 3x_2 - x_3 = 13$
$4x_1 - x_2 + 4x_3 = 11$

5. $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 11$
$-5x_1 - x_2 + 4x_3 = 1$
$3x_1 - 2x_2 + 8x_3 = 28$

**حدد إذا كانت المصفوفة $A$ والمصفوفة $B$ مصفوفتين عكسيتين.**

6. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

7. $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -8 \end{bmatrix}$

**أوجد محدد كل من المصفوفات التالية. ثم أوجد معكوسها، إن وجد.**

8. $\begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

9. $\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$

**أوجد قيمة.**

$A = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -4 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

10. $AB + C$

11. $A(B - C)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 5-3 تمرين

## حل الأنظمة الخطية باستخدام المعكوسات وقاعدة كرامر

**استخدم المصفوفة العكسية لحل كل نظام معادلات، إن أمكن.**

1. $4x - 7y = 30$
   $-6x + 2y = -11$

2. $-2x - 8y = -36$
   $4x + 3y = 7$

3. $x - 2y + 7z = -33$
   $-4x + 5y - z = 18$
   $5x - 3y = -11$

4. $x + y - 2z = 5$
   $x + 2y + z = 8$
   $2x + 3y - z = 1$

5. **التلفاز** أثناء فصل الصيف، يُشاهد ماجد التلفاز لمدة ساعة في اليوم، من الاثنين إلى الجمعة. ويشاهد فيصل التلفاز لمدة ساعة في اليوم، من الجمعة إلى الأحد. تشاهد نهى التلفاز لمدة ساعة في اليوم، الجمعة والأحد وإجمالاً، فهم يشاهدون التلفزيون لمدة 33 ساعة كل أسبوع. في أيام الجمعة، يشاهدون التلفاز بإجمالي 11 ساعة. إذا كان عدد الساعات التي تقضيها إلين في مشاهدة التلفاز في أي يوم محدد ضعف عدد الساعات التي يقضيها ماجد في مشاهدة التلفاز في أي يوم محدد، فكم عدد الساعات التي يقضيها كل منهما في مشاهدة التلفاز كل يوم؟

استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل كل نظام من المعادلات الخطية.
إن وُجد حل فريد.

6. $-4x - 5y = 1$
   $-2x - 3y = -1$

7. $x + y + z = 8$
   $3x - z = -22$
   $y + 2z = 20$

8. **توزيع الصحف اليومية** لدى كلاً من أحمد وإسماعيل وإبراهيم معدل لتوزيع الصحف اليومية يقوم أحمد بتسليم 5 أضعاف الصحف التي يسلمها إسماعيل. ويُسلم إسماعيل ضعف عدد الصحف التي يسلمها إبراهيم. إذا تم إضافة 20 صحيفة إلى معدل أحمد، فعندئذ سوف يّسلم أحمد أربعة أضعاف العدد الإجمالي للصحف التي يسلمها إسماعيل وإبراهيم. فما عدد الصحف اليومية التي يُسلمها كل شخص منهم؟

# 5-4 تمرين

## الكسور الجزئية

**أوجد تحليل الكسر الجزئي لكل تعبير نسبي.**

1. $\frac{3x-7}{x^2-7x+12}$

2. $\frac{6x^2-10x-2}{x^3+x^2-2x}$

3. $\frac{9x+15}{x^2+3x+2}$

4. $\frac{x}{2x^2-9x+9}$

**أوجد تحليل الكسر الجزئي لكل تعبير نسبي مركب.**

5. $\frac{3x^2+5x+2}{x^2+2x}$

6. $\frac{-5x^2-11x+54}{x^2+2x-8}$

7. $\frac{6x^2+17x+2}{x^2+x}$

8. $\frac{-8x^2+22x-10}{(2x-3)^2}$

**أوجد تحليل الكسر الجزئي لكل تعبير نسبي به عوامل مكررة.**

9. $\frac{-2x^2+29x-100}{x^3-10x^2+25x}$

10. $\frac{5x^4-7x^3-12x^2+6x+21}{(x-3)(x^2-2)^2}$

11. $\frac{2x^2+5}{x^3+6x^2+9x}$

12. $\frac{4x^4+8x^3+6x^2+6x+5}{(3x+2)(x^2+1)^2}$

13. **النمو** عند العمل مع النمو الأُسّي في حساب التفاضل والتكامل، فمن الضروري غالبًا أن تعمل مع الدوال ذات الصيغة $f(x) = \frac{1}{x(50-x)}$ وأن تحلل هذه الدوال إلى مجموع كسورها الجزئية أوجد تحليل الكسر الجزئي $f(x)$.

Copyright © McGraw-Hill Education

# 5-5 تمرين

## البرمجة الخطية

**أوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى لقيم دالة الهدف $f(x, y)$ ولأي قيم من $x$ و $y$ تقع في هذه الدالة، وفقًا للقيود المُعطاة**

1. $f(x, y) = 2x + 5y$
   $x \geq 0$
   $y \geq 0$
   $x + y \leq 7$
   $2x + 3y \leq 18$

2. $f(x, y) = 4x + 3y$
   $x \geq 0$
   $y \geq 0$
   $2x + 3y \geq 6$
   $x + y \leq 8$

3. $f(x, y) = 2x - 3y$
   $x \geq 0$
   $x \leq 7$
   $y \geq 0$
   $y \leq 5$
   $x + 2y \geq 14$

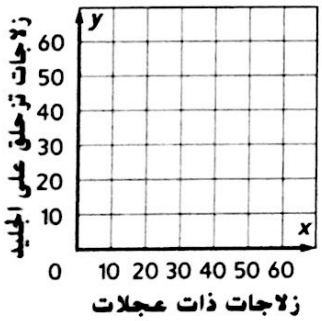
4. $f(x, y) = 3x + 3y$
   $x \geq 0$
   $y \geq 0$
   $y \leq 8$
   $x + y \leq 10$
   $3x + 2y \leq 24$

5. **الزلاجات** تقوم إحدى الشركات المُصنعة بإنتاج زلاجات تزحلق على سطح غير جليدي وزلاجات تزحلق على سطح جليدي.

| معلومات عن الشركة المُصنعة | زلاجات التزحلق على سطح غير جليدي | زلاجات التزحلق على سطح جليدي | الحد الأقصى للوقت المتاح |
|---|---|---|---|
| التجميع | 5 دقائق | 4 دقائق | 200 دقائق |
| الفحص والتغليف | 1 دقيقة | 4 دقائق | 120 دقائق |
| الربح لكل زلاجة | AED 40 | AED 30 | |

**a** اكتب دالة هدف، واذكر القيود التي تمثل الحالة المبينة.

**b** ارسم تمثيلاً بيانيًا للمنطقة المحددة بواسطة القيود المستمدة من الجزء لإيجاد مجموعة الحلول الممكنة لدالة الهدف.




**c** كم عدد زلاجات التزحلق على سطح غير جليدي وزلاجات التزحلق على سطح جليدي التي يجب تصنيعها لزيادة الأرباح؟ ما هو الحد الأقصى للربح؟

**d** وضّح لماذا قد تختار الشركة عددًا من زلاجات التزحلق على سطح غير جليدي وزلاجات التزحلق على سطح جليدي مختلفة عن الإجابة في الجزء **c**.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 9-1 تمرين

## المتتاليات والمتسلسلات والرمز سيجما

**أوجد الحد المحدّد لكل متتالية حسابية.**

1. الحد التاسع. $a_n = \frac{n^2 - n}{4n - 18}$

2. الحد الرابع. $a_1 = 10,\ a_n = (-1)^n a_{n-1} + 5$

**حدد ما إذا كانت كل متتالية مما يلي *تقاربية أم تباعدية*.**

3. 20, 18, 14, 8, ...

4. $a_n = \frac{(-1)^n}{2n - 1}$

**أوجد المجموع المشار إليه لكل متتالية.**

5. المجموع الجزئي السابع لـ ... 13, 22, 31, 40,

6. $S_4$ لـ $a_n = 2(3.5)^n$

**أوجد مجموع كل مما يلي.**

7. $\sum_{n=3}^{5} (n^2 - 2^n)$

8. $\sum_{n=0}^{3} (2n - 3)$

**اكتب صيغة تكرارية (ضمنية) وصيغة صريحة لكل متتالية.**

9. $-4, -1, 4, 11, \ldots$

10. $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{9}{2}, \frac{27}{2}, \ldots$

**اكتب كل متسلسلة باستخدام الرمز سيجما، وستجد الحد الأدنى مذكورًا.**

11. $3 + 6 + 9 + 12 + 15;\ n = 1$

12. $24 + 19 + 14 + \ldots + (-1);\ n = 0$

13. **المدخرات** بدأت نبيلة تدخر أرباع درهم في برطمان. وقد بدأت بوضع ربعين في البرطمان في اليوم الأول. ثم زادت عدد الأرباع التي وضعتها في البرطمان بمعدّل ربع واحد إضافي في كل من الأيام التالية.

**a.** استخدم الرمز سيجما لتمثيل عدد الأرباع الكلي لدى نبيلة بعد 10 أيام.

**b.** أوجد المجموع الممثّل في الجزء a.

© McGraw-Hill Education

# 9-2 تمرين

## المتتاليات والمتسلسلات الحسابية

**حدّد الفرق المشترك، وأوجد الحدود الأربعة التالية في كل متتالية حسابية.**

**1.** −1.1, 0.6, 2.3, ...

**2.** 16, 13, 10, ...

**أوجد كلاً من الصيغة الصريحة والصيغة التكرارية (الضمنية) لإيجاد الحد *النوني* لكل متتالية حسابية.**

**3.** 9, 13 17 ...

**4.** 75, 70 65 ...

**أوجد القيمة المحدّدة للمتتالية الحسابية ذات الخصائص المعطاة.**

**5.** إذا كان $a_1 = -27$ و $d = 3$، فأوجد $a_{24}$.

**6.** إذا كان $a_n = 27$، و $a_1 = -12$، و $d = 3$، فأوجد $n$.

**7.** إذا كان $a_{23} = 32$ و $a_1 = -12$، فأوجد $d$.

**8.** إذا كان $a_6 = 5$ و $d = -3$، فأوجد $a_1$.

**أوجد الأوساط الحسابية المحددة لكل زوجٍ من الحدود غير المتعاقبة.**

**9.** 3 أوساط: 35 و 45

**10.** وسيطان: 7− و 2.75

**أوجد المجموع المحدّد لكل متسلسلة حسابية.**

**11.** $S_{13}$ لـ $-5 + 1 + 7 + \ldots + 67$

**12.** المجموع الجزئي الثاني والستون لـ $-23 + (-21.5) + (-20) + \ldots$

**13.** أوجد المجموع $\sum_{n=5}^{21} (-6n + 4)$.

**14.** أوجد نموذجًا تربيعيًا للمتتالية ... 6, 11, 18, 27, 38, 51,.

**15. تصميم** يوجد في قاعة المسرح 26 صفًا، والصف الأول به 22 مقعدًا. ويزيد عدد المقاعد في كل صف بمعدل 4 مقاعد كلما اتجهت إلى الجزء الخلفي من القاعة.

**a.** كم عدد المقاعد في الصف الأخير؟

**b.** كم تبلغ سعة الجلوس في القاعة؟

**16. العمل** يبلغ راتب العام الأول لموظفة AED 34,500، ويزيد راتبها السنوي كل عام فيما بعد بمعدل AED 750.

**a.** كم سيكون راتبها في العام العاشر لها في العمل؟

**b.** كم سيبلغ إجمالي ما تقاضته في 25 عامًا من العمل؟

# 9-3 تمرين

## المتتاليات الهندسية والمتسلسلات الهندسية

**حدّد النسبة المشتركة، وأوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتالية هندسية.**

**1.** $-1, 2, -4, \ldots$

**2.** $-4, -3, -\frac{9}{4}, \ldots$

**اكتب صيغة صريحة وصيغة تكرارية(ضمنية) لإيجاد الحد *النوني* لكل متتالية هندسية.**

**3.** $2, 10, 50, \ldots$

**4.** $12, -18, 27, \ldots$

**أوجد الحد المذكور لكل متتالية هندسية، أو للمتتالية ذات الخصائص المعطاة.**

**5.** $a_5$ لـ $20, 0.2, 0.002, \ldots$

**6.** $a_3$ حيث $r = \frac{1}{2}$، $a_6 = \frac{1}{32}$

**7.** $a_1$ حيث $a_4 = 28$، $r = 2$

**8.** $a_9$ لـ $\sqrt{3}, -3, 3\sqrt{3}, \ldots$

**أوجد الأوساط الهندسية المحددة لكل زوج من الحدود غير المتتالية.**

**9.** 2 و 0.25؛ وسيطان

**10.** $-32$ و $-2$؛ 3 أوساط

**أوجد مجموع كل مما يلي.**

**11.** أول ثمانية حدود في $\frac{3}{4} + \frac{9}{20} + \frac{27}{100} + \ldots$

**12.** $a_1 = -3, a_n = 786{,}432, r = -4$

**13.** $\sum_{n=3}^{11} -2(1.5)^{n-1}$

**14.** $\sum_{n=2}^{6} 3(0.2)^{n-1}$

**إذا كان ذلك ممكنًا، فأوجد مجموع كل متسلسلة لا نهائية.**

**15.** $10 + 5 + 2.5 + \ldots$

**16.** $\sum_{n=2}^{\infty} 6\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

**17. تعداد السكان** يزيد عدد السكان في مدينة بها 100,000 شخص بمعدل 2.5% في العام. فتراض أن معدّل النمو هذا يظل ثابتًا. قدّر عدد سكان المدينة بعد خمسة أعوام من الآن.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 9-4 تمرين

## الاستقراء الرياضي

**استخدم الاستقراء الرياضي للبرهنة على أن كل تخمين صحيح لجميع الأعداد الصحيحة الموجبة *n*.**

1. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3} + \ldots + \frac{n}{3} = \frac{n(n+1)}{6}$

2. $5^n + 3$ تقبل القسمة على 4.

# 9-5 تمرين

## نظرية ذات الحدين

**استخدم مثلث باسكال لتفكيك كل ذات حدين مما يلي.**

**1.** $(r + 3)^5$

**2.** $(3a + b)^4$

**أوجد معامل الحد المذكور في كل تفكيك.**

**3.** $(2n - 3m)^4$. الحد الرابع

**4.** $(4a + 2b)^8$. الحد الخامس

**5.** $(3p + q)^9$. الحد $q^5p^4$

**6.** $\left(a - 2\sqrt{3}\right)^6$. الحد الثالث

**استخدم نظرية ذات الحدين لتفكيك كل ذات حدين مما يلي.**

**7.** $(x - 5)^4$

**8.** $(3x + 2y)^4$

**9.** $\left(a - \sqrt{2}\right)^5$

**10.** $(2p - 3q)^6$

**11.** مثّل تفكيك $(3x + 8y)^{15}$ مستخدمًا الرمز سيجما.

**12. الرياضة** يحتاج فريق المنتخب للكرة الطائرة إلى تسعة أفراد، على أن يكون من بين هؤلاء التسعة خمسة من كبار اللاعبين. فكم مجموعة من بين المجموعات المحتملة التي تضم كبارًا وناشئين بها على الأقل خمسة من كبار اللاعبين؟

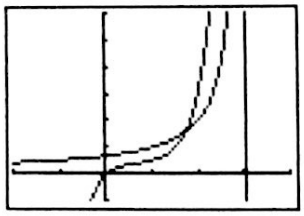
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 9-6 تمرين

## الدوال في صورة متسلسلة لا نهائية

1. استخدم $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ لإيجاد تمثيل متسلسلة قوى لـ $g(x) = \frac{2}{3 - x}$.

واذكر فترة تقارب المتسلسلة. واستخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثّل بيانيًا $g(x)$ مع المجموع الجزئي السادس لمتسلسلة القوى.



[−2, 4] scl: 1 by [−1, 6] scl: 1

**استخدم المجموع الجزئي الخامس للمتسلسلة الأسية لتقريب كل قيمة إلى أقرب ثلاث منازل عشرية.**

2. $e^{0.5}$

3. $e^{1.2}$

**استخدم المجموع الجزئي الخامس للمتسلسلة المثلثية لـ *cosine* أو *sine* لتقريب كل قيمة، وقرّب إلى أقرب ثلاث منازل عشرية.**

4. $\sin \frac{5\pi}{6}$

5. $\cos \frac{3\pi}{4}$

**اكتب كل عدد مركب بالصورة الأسّية.**

6. $13\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$

7. $5 + 5i$

8. $1 - \sqrt{3}i$

**أوجد قيمة كل لوغاريتم طبيعي في نظام الأعداد المركبة.**

9. $\ln(-4)$

10. $\ln(-5.7)$

11. $\ln(-1000)$

12. **المدخرات** أودعت هالة AED 500 في حساب ادخار بنسبة مرابحة تبلغ 5.4% تتراكب بشكل مستمر. (إرشاد: الصيغة الخاصة بالمرابحة المركبة بشكل مستمر هي $A = Pe^{rt}$.)

**a.** قرّب رصيد هالة في حساب الادخار بعد 12 عامًا باستخدام أول أربعة حدود في المتسلسلة الأسية.

**b.** ما المدة التي سيتضاعف فيها ما أودعته هالة، بشرط ألا تودع أي أموال إضافية في حسابها؟

رؤية VISION 2021

المدرسة الإماراتية

mheducation.com/prek-12

978-1-52-682972-6
MHID 1-52-682972-X

Mc Graw Hill Education