

# ملزمة

# الرياضيات

الفصلين الدر اسيين الثاني \* الثالث

2018-2017

العاشر العام

أ. مصطفى أسامة علام

allsaam@yahoo.com

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 - 050

amanahz.com موقع المراهج الاماراتية

# الوحدة السادسة

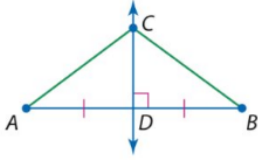
عمل المدرس: مصطفى علام  
allaaam@yahoo.com

2- تحديد منصفات الزوايا في المثلثات واستخدامها.

1- تحديد المنصفات العمودية في المثلثات واستخدامها.

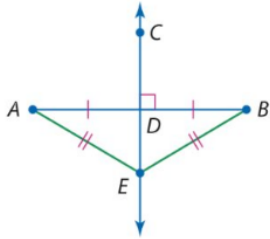
### نظريات المنصفات العمودية

#### 7.1 نظرية المنصفات العمودية



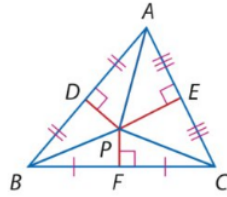
إذا كانت هناك نقطة على المنصف العمودي لقطعة مستقيمة ما،  
إذا فهي تقع على مسافة واحدة من طرفي القطعة المستقيمة.  
مثال: إذا كان  $\overline{CD}$  هو منصف  $\perp \overline{AB}$ ، إذا  $AC = BC$ .

#### 7.2 معكوس نظرية المنصفات العمودية



إذا كانت هناك نقطة تقع على مسافة واحدة من طرفي قطعة  
مستقيمة ما، إذا فهي على المنصف العمودي للقطعة المستقيمة.  
مثال: إذا كان  $AE = BE$ ، إذا تقع  $E$  على  $\overline{CD}$ ، المنصف  $\perp$   
 $\overline{AB}$ .

### نظرية 7.3 نظرية مركز الدائرة المحيطة

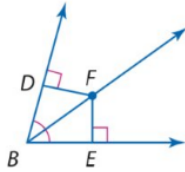


الشرح تتقاطع المنصفات العمودية لمثلث في نقطة تُسمى مركز الدائرة  
المحيطة بحيث تكون على مسافة واحدة من رؤوس المثلث.

مثال إذا كانت  $P$  هي نقطة تقاطع المنصفات لـ  $\triangle ABC$ ، إذا  
 $PA = PB = PC$ .

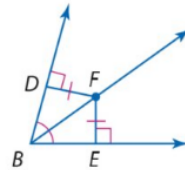
### نظريات منصفات الزاوية

#### 7.4 نظرية منصفات الزاوية



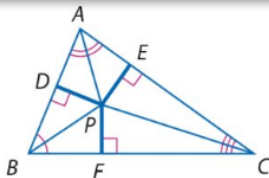
إذا كانت هناك نقطة على منصف زاوية ما، إذا فهي تقع على  
مسافة واحدة من ضلعي الزاوية.  
مثال: إذا كان  $\overline{BF}$  ينصف  $\angle DBE$  و  $\overline{FD} \perp \overline{BD}$  و  $\overline{FE} \perp \overline{BE}$ ،  
إذا  $DF = FE$ .

#### 7.5 معكوس نظرية منصف الزاوية



إذا كانت هناك نقطة داخل الزاوية تقع على مسافة واحدة من  
ضلعي الزاوية، إذا فهي على منصف الزاوية.  
مثال: إذا كان  $\overline{FD} \perp \overline{BD}$ ،  $\overline{FE} \perp \overline{BE}$  و  $DF = FE$ ،  
إذا  $\overline{BF}$  ينصف  $\angle DBE$ .

### نظرية 7.6 نظرية مركز الدائرة الداخلية



الشرح تتقاطع منصفات زوايا المثلث في نقطة تُسمى مركز الدائرة  
الداخلية بحيث تكون على مسافة واحدة من أضلاع المثلث.

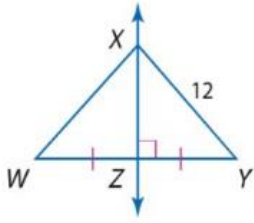
مثال إذا كانت النقطة  $P$  هي مركز الدائرة الداخلية لـ  $\triangle ABC$ ،  
إذا  $PD = PE = PF$ .

عمل المدرس

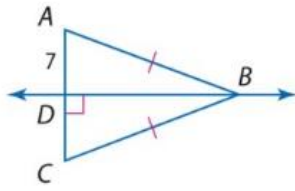
almanhaj

أوجد قياس كل مما يلي.

XW

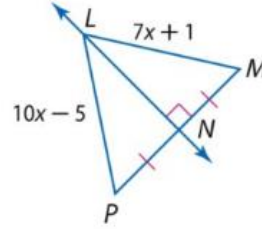


AC

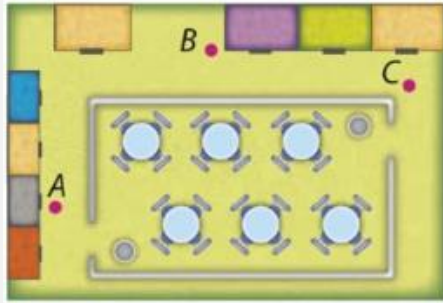


موقع المساهج الإماراتية almanahj.com

LP



عمل المدرس

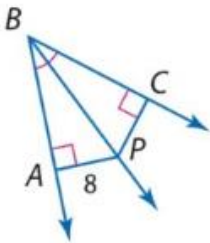


**إعلان** أربع صديقات يتبادلن النشرات الإعلانية بساحة طعام بأحد المراكز التجارية. أخذت ثلاث منهن ما استطعن جمعه من النشرات الإعلانية وجلسن كما هو موضح. تحتفظ الصديقة الرابعة بمخزون إضافي من النشرات الإعلانية. انسخ مواضع النقاط  $A, B, C$  ثم عيّن موقع الصديقة الرابعة عند النقطة  $D$  حتى تكون على مسافة واحدة من الصديقات الثلاث الأخريات.

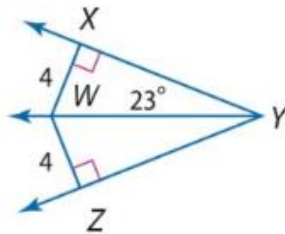
و علام

أوجد قياس كل من الآتي.

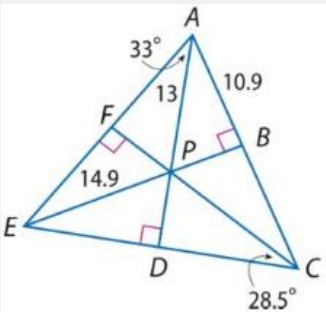
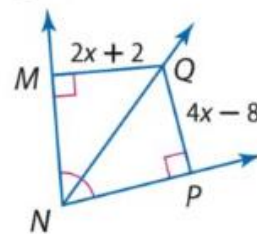
CP



$m\angle WYZ$



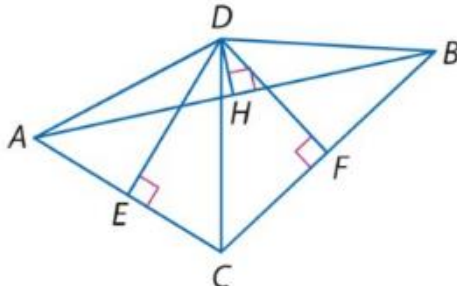
QM



التفكير المنطقي النقطة  $P$  هي مركز الدائرة الداخلية لـ  $\triangle AEC$ . أوجد قياس كل مما يلي.

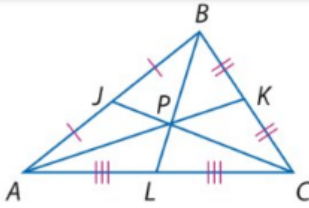
- PB \_\_\_\_\_
- DE \_\_\_\_\_
- $m\angle DAC$  \_\_\_\_\_
- $m\angle DEP$  \_\_\_\_\_

النقطة  $D$  هي مركز الدائرة المحيطة لـ  $\triangle ABC$ . اذكر أي القطع المستقيمة تتطابق مع القطع المستقيمة الأخرى.



- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| $\overline{AD}$ | $\overline{BF}$ |
| $\overline{AH}$ | $\overline{DC}$ |

### النظرية 7.7 نظرية النقطة المركزية للمثلث



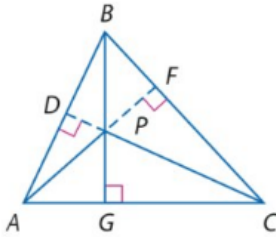
تتقاطع متوسطات المثلث في النقطة تُسمى النقطة المركزية للمثلث، وهي تقع على بعد ثلثي المسافة من الرأس إلى نقطة منتصف الضلع المقابل.

مثال إذا كانت النقطة  $P$  هي نقطة المركزية لـ  $\triangle ABC$ ، إذاً  $AP = \frac{2}{3}AK$ ،  $BP = \frac{2}{3}BL$ ، و  $CP = \frac{2}{3}CJ$ .

### المفهوم الأساسي ملتقى الارتفاعات

تتلاقى المستقيمات التي تقع عليها ارتفاعات المثلث وتتلاقى في نقطة تُسمى

**ملتقى الارتفاعات.**



مثل تتقاطع المستقيمات التي تقع عليها الارتفاعات  $\overline{AG}$  و  $\overline{BF}$  و  $\overline{CD}$  عند النقطة  $P$ ، ملتقى ارتفاعات  $\triangle ABC$ .

### ملخص المفاهيم القطع المستقيمة والنقاط الخاصة في المثلثات

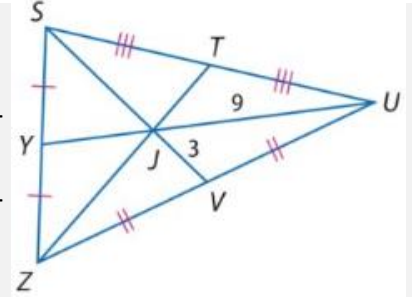
الاسم	مثال	نقطة الالتقاء	خاصية خاصة	مثال
منتصف عمودي		مركز الدائرة المحيطة	مركز الدائرة المحيطة لـ $\triangle ABC$ يقع على مسافة واحدة من كل رأس.	
منتصف الزاوية		مركز الدائرة الداخلية	مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle ABC$ يقع على مسافة واحدة من كل أضلاع المثلث.	
متوسط المثلث		النقطة المركزية	النقطة المركزية لـ $\triangle ABC$ تقع على بعد ثلثي المسافة من كل رأس إلى نقطة منتصف الضلع المقابل لها.	
ارتفاع المثلث		ملتقى الارتفاعات	المستقيمات التي تقع عليها ارتفاعات المثلث $\triangle ABC$ تتقاطع مع ملتقى الارتفاعات $S$ .	

في  $\Delta SZU$  إذا كان  $UJ = 9$  و  $VJ = 3$  و  $ZT = 18$ . أوجد طول كل مما يلي.

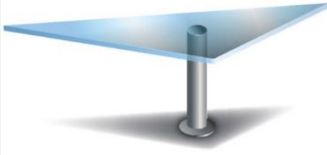
موقع المصاحح الإماراتية almanahj.com

YJ \_\_\_\_\_  
YU \_\_\_\_\_  
JT \_\_\_\_\_

SJ \_\_\_\_\_  
SV \_\_\_\_\_  
ZJ \_\_\_\_\_



**تصميم داخلي** يقوم مهندس ديكور بتصميم طاولة قهوة مخصصة لأحد زبائنه. سطح الطاولة عبارة عن مثلث زجاجي تجب موازنته على دعامة واحدة. إذا كانت إحداثيات رؤوس المثلث هي (3,6) و (5,2) و (7,10)، فبأي نقطة يجب وضع الدعامة؟



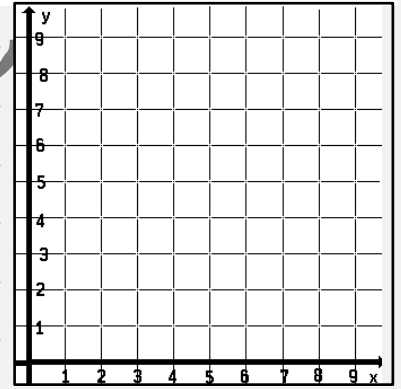
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



**الهندسة الإحداثية** حدّد إحداثيات ملتقى الارتفاعات لكل مثلث له رؤوس معلومة.  $R(-4, 8)$ ,  $S(-1, 5)$ ,  $T(5, 5)$

\_\_\_\_\_

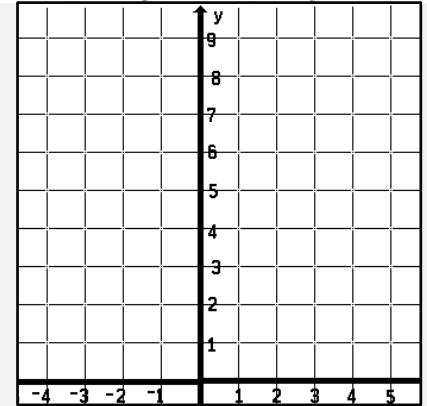
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

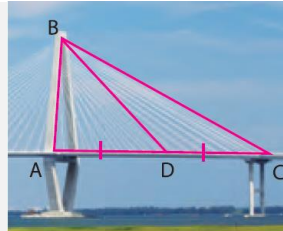
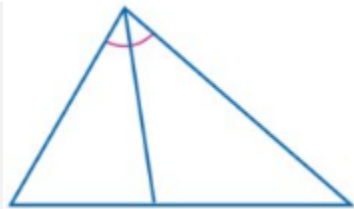
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



حدد إذا ما كانت كل قطعة مستقيمة  $\overline{BD}$  عبارة عن ارتفاع أم متوسط أم منتصف عمودي.



1- التعرف على خواص المتباينات وتطبيقها على قياسات زوايا المثلث. 2- التعرف على خواص متباينات العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعها وتطبيقاتها. **في هذا الدرس سوف نتعلم:**

### المفهوم الأساسي تعريف المتباينة

**الشرح** بالنسبة لأي عددين حقيقيين  $a$  و  $b$ ، و  $a > b$  فقط في حالة وجود عدد موجب  $c$  حيث إن  $a = b + c$ .

**مثال** إذا كان  $5 = 2 + 3$ ، فإن  $5 > 2$  و  $5 > 3$ .

### المفهوم الأساسي خواص المتباينات للأعداد الحقيقية

الخصائص التالية صحيحة لأي أعداد حقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$ .

$a < b$ ، أو  $a = b$ ، أو  $a > b$

خاصية المقارنة في المتباينات

1. إذا كان  $a < b$  و  $b < c$ ، فإن  $a < c$ .  
2. إذا كان  $a > b$  و  $b > c$ ، فإن  $a > c$ .

خاصية التعدي في المتباينات

1. إذا كان  $a > b$ ، فإن  $a + c > b + c$ .  
2. إذا كان  $a < b$ ، فإن  $a + c < b + c$ .

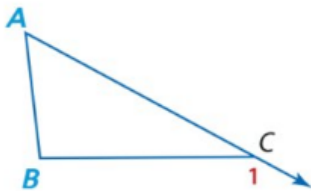
خاصية الجمع في المتباينات

1. إذا كان  $a > b$ ، فإن  $a - c > b - c$ .  
2. إذا كان  $a < b$ ، فإن  $a - c < b - c$ .

خاصية الطرح في المتباينات

### النظرية 7.8 متباينة الزاوية الخارجية

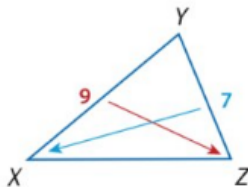
قياس زاوية المثلث الخارجية أكبر من قياس كلا الزاويتين المتناظرتين الداخليتين غير المجاورتين.



مثال:  $m\angle 1 > m\angle A$   
 $m\angle 1 > m\angle B$

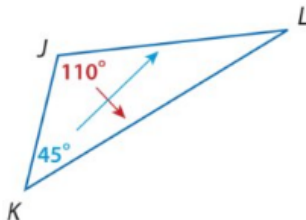
### نظريات علاقات الزوايا والأضلاع في المثلثات

7.9 إذا كان أحد أضلاع المثلث أطول من ضلع آخر، فإن الزاوية المقابلة للضلع الأطول ذات قياس أكبر من الزاوية المقابلة للضلع الأقصر.



مثال: نظرًا لأن  $XY > YZ$ ، فإن  $m\angle Z > m\angle X$ .

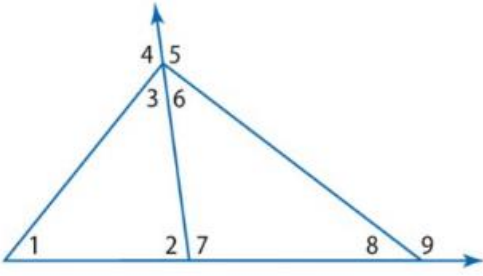
7.10 إذا كانت إحدى زوايا المثلث لها قياس أكبر من زاوية أخرى، فإن الضلع المقابل للزاوية الأكبر يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الأصغر.



مثال: نظرًا لأن  $m\angle J > m\angle K$ ، فإن  $KL > JL$ .

**التفكير المنطقي** استخدم نظرية متباينة الزاوية الخارجية لإدراج جميع الزوايا المستوية للشرط المذكور.

amanahj.com موقع المراهج الإماراتية



قياسها أكبر من  $m\angle 2$

قياسها أصغر من  $m\angle 4$

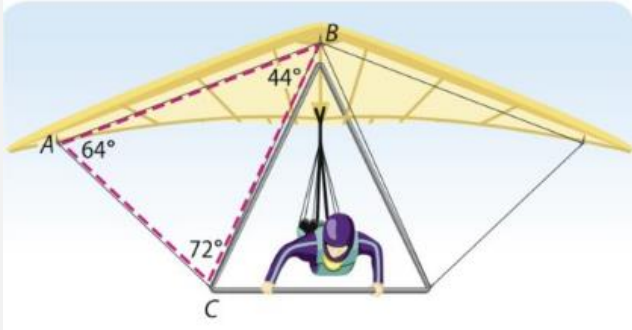
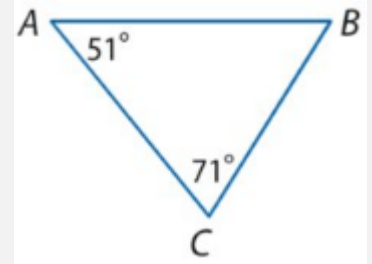
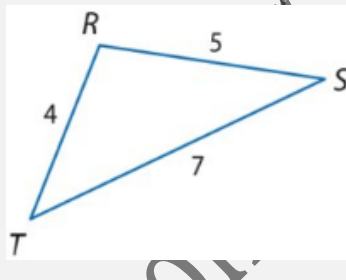
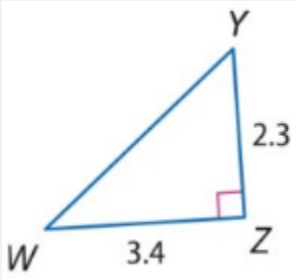
قياسها أصغر من  $m\angle 5$

قياسها أصغر من  $m\angle 9$

قياسها أكبر من  $m\angle 8$

قياسها أكبر من  $m\angle 7$

صنف زوايا كل مثلث وأضلاعه بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر.



**الطيران الشراعي** تكوّن دعامات الطيران الشراعي مثلثات كما هو موضح. أي منها الأطول - الدعامة التي تمثلها AC أم الدعامة التي تمثلها BC؟ اشرح استنتاجك.

allaha



2- كتابة براهين هندسية غير مباشرة .

1- كتابة براهين جبرية غير مباشرة .

في هذا الدرس سوف نتعلم:

اذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر لكل عبارة.

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}$$

كان  $4x < 24$ ، فإن  $x < 6$ .

$\triangle XYZ$  هو مثلث مختلف الأضلاع.

$\angle A$  ليست زاوية قائمة.

$\angle 1$  و  $\angle 2$  ليستا زاويتين متكاملتين.

إذا كان المثلث غير متساوي الأضلاع، فإنه يكون مثلثاً غير متساوي الزوايا.

اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة.

إذا كان  $12 > -2x - 6$ ، فإن  $x < -9$ .

إذا كان  $7 < -3x + 4$ ، فإن  $x > -1$ .

**ألعاب الكمبيوتر** اشترى إبراهيم لعبتين من ألعاب الكمبيوتر بتكلفة 80 AED قبل إضافة الضريبة. بعد مرور بضعة أسابيع، سأله صديقه عن ثمن كل لعبة. لم يتذكر إبراهيم أسعار كل لعبة على حدة. استخدم الاستنتاج غير المباشر لإظهار أن إحدى اللعبتين على الأقل تزيد تكلفتها عن 40 AED.

**الفرضيات** اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة.

موقع المراهج الإماراتية almanahj.com

**المعطيات:**  $n^2$  هو عدد زوجي.

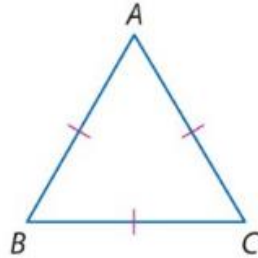
**المطلوب:**  $n^2$  يقبل القسمة على 4.

**المعطيات:**  $xy$  هو عدد فردي صحيح.

**المطلوب:**  $x$  و  $y$  هما عددان صحيحان فرديان

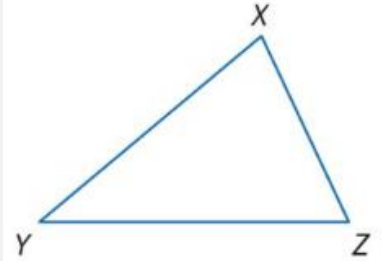
**المعطيات:**  $\triangle ABC$  متساوي الأضلاع.

**المطلوب:**  $\triangle ABC$  متساوي الزوايا.



**المعطيات:**  $XZ > YZ$

**المطلوب:**  $\angle X \neq \angle Y$



6-5 متباينة المثلث

الاسم: \_\_\_\_\_

الموقع الإلكتروني: www.almanany.com

- 1- استخدام نظرية متباينة المثلث لتحديد المتثلثات المحتملة.  
2- إثبات علاقات المثلث باستخدام نظرية متباينة المثلث.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

هل يمكن تكوين مثلث باستخدام أطوال الأضلاع المعطاة؟ إذا كان لا يمكن ذلك، فاشرح السبب.

4 ft, 9 ft, 15 ft

11 mm, 21 mm, 16 mm

9.9 cm, 1.1 cm, 8.2 cm

4 ft, 8 ft

5 m, 11 m

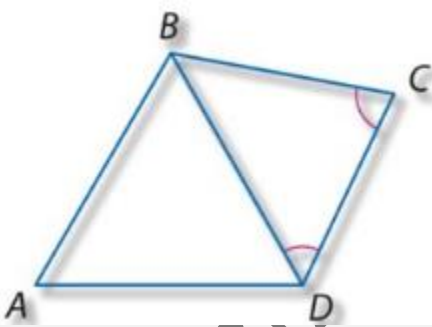
2.7 cm, 4.2 cm

احسب مدى قياس الضلع الثالث لمثلث تم إعطاء قياسي ضلعيه الآخرين.

البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات:  $\angle BCD \cong \angle CDB$

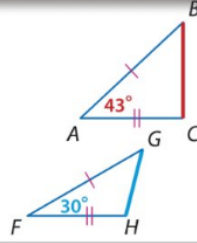
المطلوب:  $AB + AD > BC$



1- تطبيق نظرية المفصلة أو عكسها لعمل مقارنة بين مثلثين .  
2- إثبات علاقات المثلث باستخدام نظرية المفصلة أو عكسها.

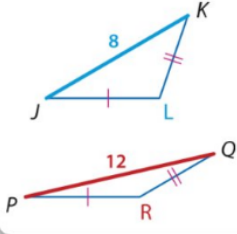
في هذا الدرس سوف أتعلم:

النظريات المتباينات في مثلثين



**7.13 نظرية المفصلة** إذا تطابق ضلعان في مثلث مع ضلعي مثلث آخر، وكانت الزاوية المحصورة للمثلث الأول أكبر من الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإن الضلع الثالث في المثلث الأول أكبر من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

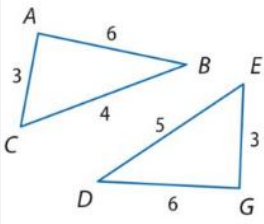
مثال: إذا كان  $m\angle A > m\angle F$ ، و  $\overline{AC} \cong \overline{FH}$ ،  $\overline{AB} \cong \overline{FG}$ ، و  $m\angle A > m\angle F$ ، إذاً  $BC > GH$ .



**7.14 عكس نظرية المفصلة** إذا تطابق ضلعان في مثلث مع ضلعي مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أكبر من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإن قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول تكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

مثال: إذا كان  $\overline{JK} < \overline{PQ}$ ، و  $\overline{KL} \cong \overline{QR}$ ،  $\overline{JL} \cong \overline{PR}$ ، إذاً  $m\angle R > m\angle L$ .

$m\angle BAC$  و  $m\angle DGE$



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

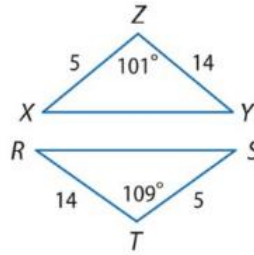
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

قارن بين القياسات المعطاة.

SR و XY



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

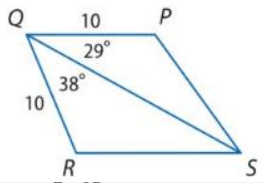
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

PS و SR



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

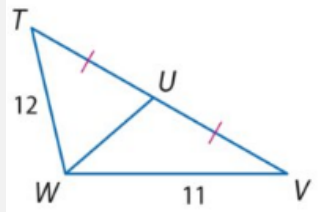
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

$m\angle TUW$  و  $m\angle VUW$



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

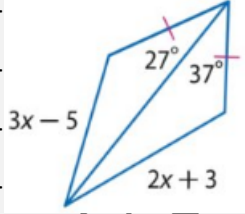
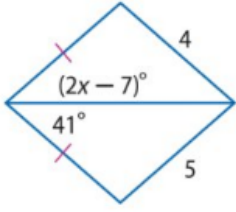
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

احسب مدى القيم المحتملة للمتغير  $x$ .

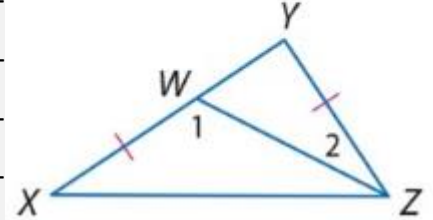
موقع المراهج الإماراتية almanahj.com



الفرضيات اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات:  $\triangle YZX$   
 $\overline{YZ} \cong \overline{XW}$

المطلوب:  $ZX > YW$



allaaam@yahoo.com

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 - 050

almanahj.com موقع المراهج الاماراتية

# الوحدة السابعة

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام  
allaaam@yahoo.com

7-1 زوايا المضلعات

الاسم: \_\_\_\_\_

في هذا الدرس سوف نتعلم: 1- إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية في مضلع واستخدامه. 2- إيجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجية في مضلع واستخدامه.

**نظرية 7.1** مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب عدد أضلاعه  $n$  هو  $(n - 2) \times 180$ .

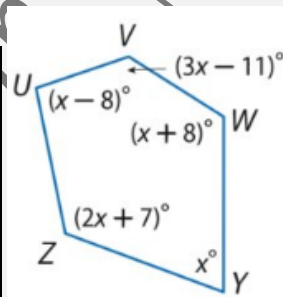
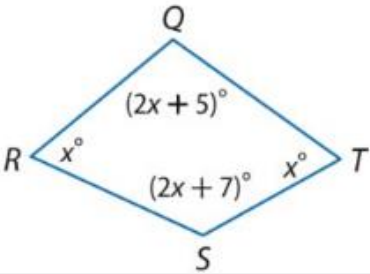
**نظرية 7.2** مجموع قياسات زوايا المضلع المحدب الخارجية، بواقع وجود زاوية واحدة عند كل رأس، هو  $360^\circ$ .

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب.

الشكل الاثنا ثلاثيني

الشكل التسع عشري

الشكل الاثنا عشري



أوجد قياس كل زاوية داخلية.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

مصطفى علام  
allaaam@yahoo.com

أوجد قياس كل زاوية داخلية لكل مضلع منتظم.

الشكل العشاري

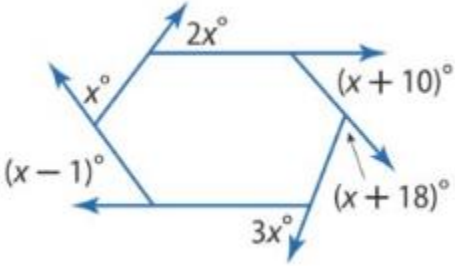
الشكل الخماسي

موقع المراهج الإماراتية almanahj.com

60

156

قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم معطى. أوجد عدد الأضلاع في المضلع.



أوجد قيمة  $x$  في كل رسم تخطيطي.

الشكل الخمس عشري

الشكل الخماسي

أوجد قياس كل زاوية خارجية لكل مضلع منتظم.

allaaam@yahoo.com



1- التعرف على خصائص أضلاع وزوايا متوازيات الأضلاع وتطبيقها. 2- التعرف على خصائص أقطار متوازيات الأضلاع وتطبيقها. **في هذا الدرس سوف أتعلم:**

### نظرية خصائص متوازي الأضلاع

7.3 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن ضلعيه المتقابلين متطابقان.

7.4 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن زاويتييه المتقابلتين متطابقتان.

7.5 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن زاويتييه المتتاليتين متكاملتان.

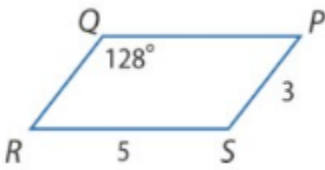
7.6 إذا كان متوازي الأضلاع يحتوي على زاوية واحدة قائمة، فإن يحتوي على أربع زوايا قائمة.

### نظرية أقطار متوازي الأضلاع

7.7 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصفان بعضهما.

7.8 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن كل قطر يفصل متوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين.

استخدم  $\square PQRS$  لإيجاد كل القياسات.



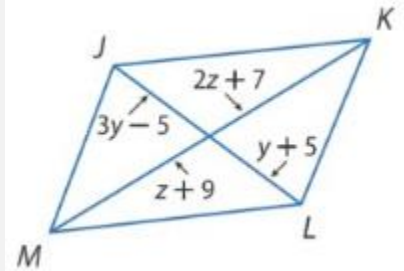
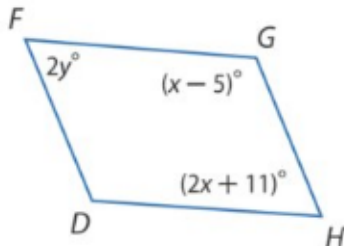
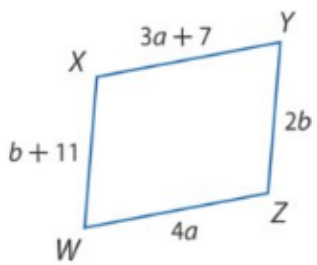
$m \angle R$

QP

QR

$m \angle S$

الجبر أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



---

---

---

---

---

---

---

---

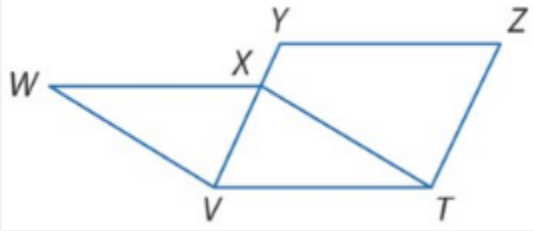
---

---

الهندسة الإحداثية أوجد إحداثيات تقاطع القطرين في  $WXYZ$  باستخدام الرؤوس المعطاة.

amanahj.com موقع المراهج الإماراتية

$W(-1, 7), X(8, 7), Y(6, -2), Z(-3, -2)$



البرهان اكتب برهاناً من عمودين .

23. المعطيات:  $WXTV$  و  $ZYVT$  هما

متوازي أضلاع.

المطلوب:  $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$

allaaam@yahoo.com

7-3 اختبارات متوازيات الأضلاع

الاسم: \_\_\_\_\_

1- التعرف على الشروط التي تضمن أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع. **في هذا الدرس سوف أتعلم:**

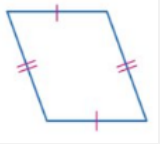
2- إثبات أن مجموعة نقاط تكون متوازي أضلاع في المستوى الإحداثي .

ملخص المفهوم

برهن على أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع

- توضيح أن كلا زوجي الأضلاع المتقابلين متوازيان. (التعريف)
- توضيح أن كلا زوجي الأضلاع المتقابلين متطابقان. (النظرية 7.9)
- توضيح أن كلا زوجي الزوايا المتقابلين متطابقان. (النظرية 7.10)
- توضيح أن القطرين ينصفان بعضهما. (النظرية 7.11)
- توضيح أن زوج الأضلاع المتقابلة متوازيان ومتطابقان في نفس الوقت. (النظرية 7.12)

الفرضيات حدد ما إذا كان كل شكل رباعي متوازي أضلاع. علل إجابتك.



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

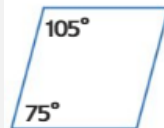
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

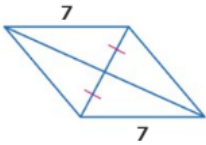
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

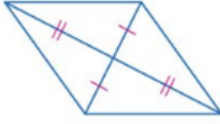
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

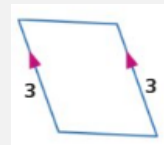
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

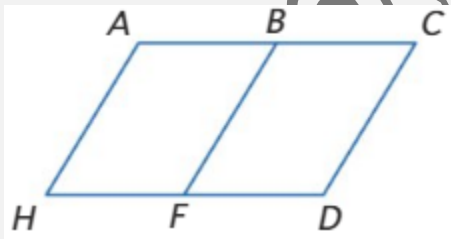
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



**البرهان** إذا كان  $ACDH$  هو متوازي أضلاع،  
 $B$  هي نقطة منتصف  $\overline{AC}$ ، والنقطة  $F$   
 نقطة منتصف  $\overline{HD}$ ، اكتب تتابع،  
 لإثبات أن  $ABFH$  هو مثلث متوازي الأضلاع

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

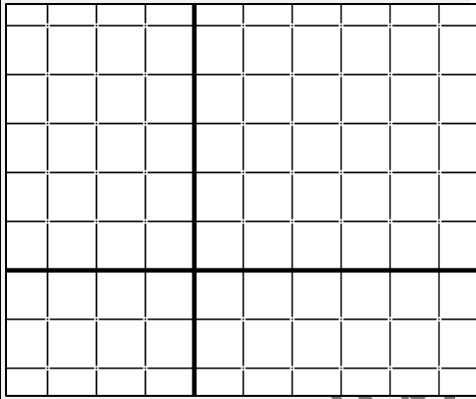
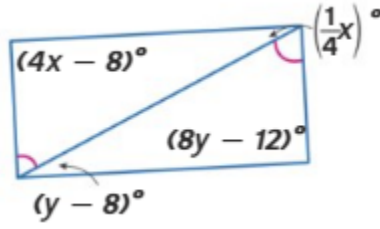
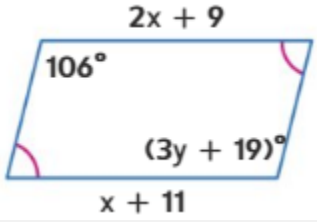
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

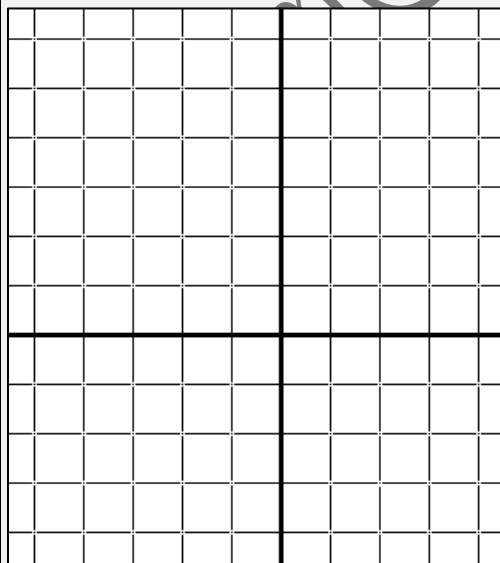
\_\_\_\_\_

الجبر أوجد  $x$  و  $y$  بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

موقع المشاهج الإلكترونية [almanahj.com](http://almanahj.com)



الهندسة الإحداثية مثل بياناً كل شكل رباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. حدد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا. علل إجابتك بالطريقة المشار إليها.  
قانون الميل:  $A(-3, 4)$ ,  $B(4, 5)$ ,  $C(5, -1)$ ,  $D(-2, -2)$



قانونا المسافة والميل:  $Q(2, -4)$ ,  $R(4, 3)$ ,  $S(-3, 6)$ ,  $T(-5, -1)$

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام

2- تحديد ما إذا كانت متوازيات الأضلاع مستطيلات .

1- التعرف على خصائص المستطيل وتطبيقها.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

### النظرية 7.13 أقطار المستطيل

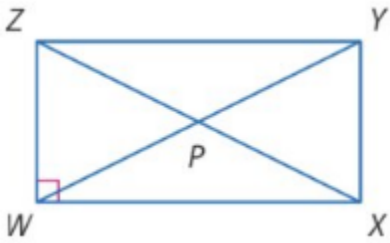
إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان.  
الرمز المختصر إذا كان  $\square$  مستطيلاً، فإن قطراه هما  $\cong$ .

السياج تُستخدم الدعائم على شكل حرف X أيضًا في دعم السياجات مستطيلة الشكل. إذا كان  $AB = 6$  أقدام، وكان  $AD = 2$  قدم، وكان  $m\angle DAE = 65$ ، فأوجد كل القياسات .



BC \_\_\_\_\_  
 $m\angle CEB$  \_\_\_\_\_

DB \_\_\_\_\_  
 $m\angle EDC$  \_\_\_\_\_



الانتظام الشكل الرباعي WXYZ هو مستطيل.

إذا كان  $ZY = 2x + 3$  وكان  $WX = x + 4$ ، فأوجد WX.

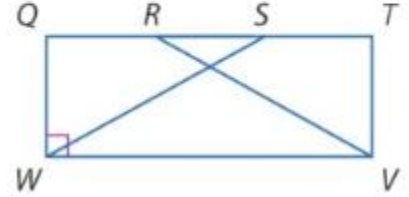
إذا كان  $m\angle ZYW = 2x - 7$  وكان  $m\angle WYX = 2x + 5$ ، فأوجد  $m\angle ZYW$ .

إذا كان  $ZP = 4x - 9$  وكان  $PY = 2x + 5$ ، فأوجد ZX.

المعطيات: QTVW هو مستطيل.

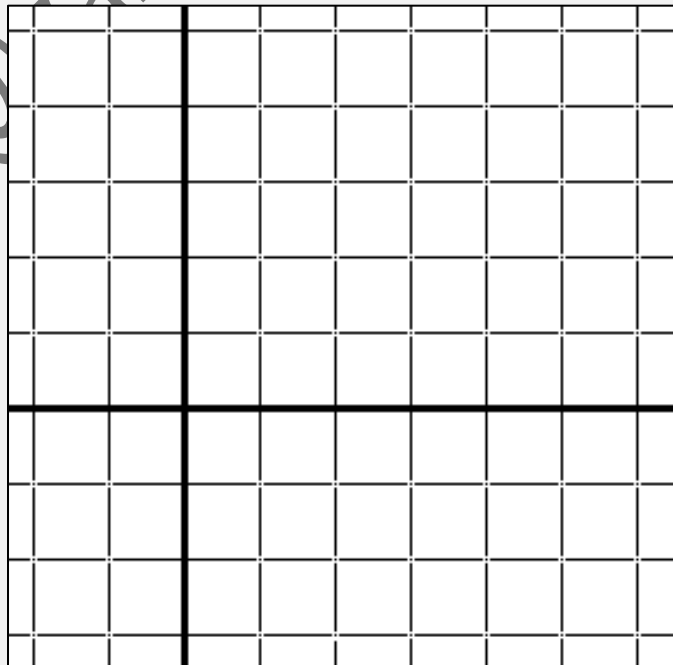
$$\overline{QR} \cong \overline{ST}$$

المطلوب:  $\triangle SWQ \cong \triangle RVT$



الهندسة الإحداثية مثل بيانًا كل شكل رباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. حدد ما إذا كان الشكل مستطيلًا. علل إجابتك باستخدام القانون المشار إليه.

قانون الميل:  $W(-2, 4), X(5, 5), Y(6, -2), Z(-1, -3)$



1- التعرف على خواص المعينات والمربعات وتطبيقها. 2- تحديد ما إذا كانت الأشكال الرباعية مستطيلات أم معينات أم مربعات. في هذا الدرس سوف نتعلم:

### نظريات قطرا المعين

7.15 إذا كان متوازي الأضلاع معين، فإن قطريه إذاً يكونان متعامدين.

7.16 إذا كان متوازي الأضلاع معين، فإن كل قطر ينصف زوجاً من الزوايا المقابلة.

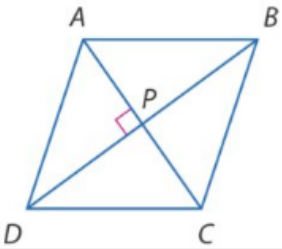
### نظريات حالات للمعين والمربع

7.17 إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متعامدين، فهو عبارة عن معين. (عكس النظرية. 8.15)

7.18 إذا كان أحد قطري متوازي الأضلاع ينصف زوجاً من الزوايا المتقابلة، فهو عبارة عن معين. (عكس النظرية. 8.16)

7.19 إذا كان أحد أزواج الأضلاع المتتالية في متوازي الأضلاع متطابقاً، فإن متوازي الأضلاع عبارة عن معين.

7.20 إذا كان الشكل الرباعي مستطيل ومعين معاً، فهو إذاً مربع.



الجبر الشكل الرباعي ABCD معين. أوجد جميع القيم أو القياسات .

إذا كان  $AB = 14$ ، فأوجد  $BC$ .

إذا كان  $m\angle BCD = 54$ ، فأوجد  $m\angle BAC$ .

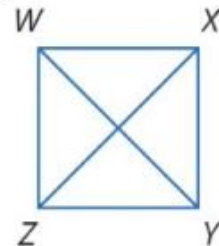
إذا كان  $AP = 3x - 1$  و  $PC = x + 9$ ، فأوجد  $AC$ .

إذا كان  $m\angle ABC = 2x - 7$  و  $m\angle BCD = 2x + 3$ ، فأوجد  $m\angle DAB$ .

الفرضيات اكتب إثباتاً من عمودين.

المعطيات:  $\overline{WZ} \parallel \overline{XY}$ ,  $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$   
 $\overline{WZ} \cong \overline{ZY}$

المطلوب:  $WXYZ$  عبارة عن معين.





**الطرق** يتقاطع الشارع الرئيسي والطريق السريع كما يظهر في الرسم التخطيطي. كل معبرمشاة له الطول نفسه. صنف الشكل الرباعي الذي تشكله معابر المشاة. اشرح استنتاجك.

---

---

---

**الهندسة الإحداثية** بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان  $JKLM$  عبارة عن معين، أو مستطيل، أو مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.  $J(-4, -1), K(1, -1), L(4, 3), M(-1, 3)$

Handwritten watermark: عمل المدرس مصطفى أسامة علام

---

---

---

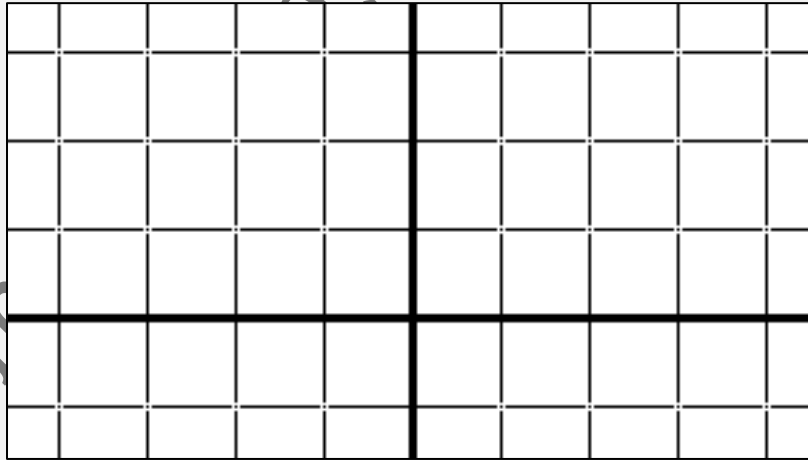
---

---

---

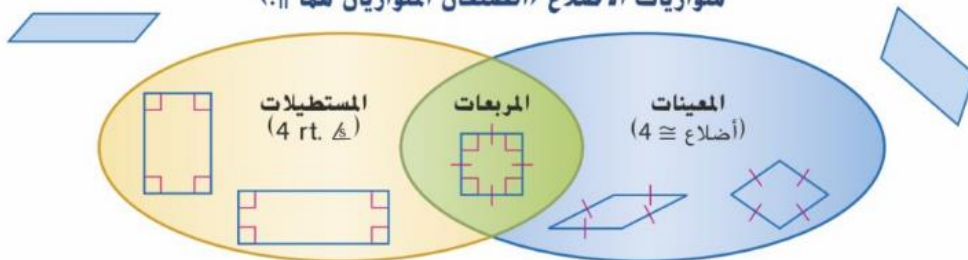
---

---



**ملخص المفهوم** متوازيات الأضلاع

متوازيات الأضلاع (الضلعان المتوازيان هما ||)





2- تطبيق خواص أشكال الطائرة الورقية.

1- تطبيق خواص أشباه المنحرف.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

### نظريات شبه المنحرف متساوية الساقين

7.21 إذا كان شبه المنحرف متساوي الساقين، فإنّ كل زوج من زوجي زوايا القاعدة يكون متطابقًا.

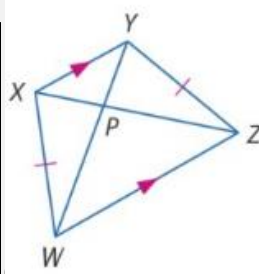
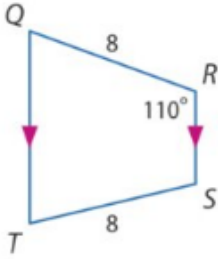
7.22 إذا كان شبه المنحرف له زوج واحد من زوايا القاعدة المتطابقة، فهو شبه منحرف متساوي الساقين.

7.23 يكون شبه المنحرف متساوي الساقين فقط في حالة تطابق قطريه.

### النظرية 7.24 نظرية منتصف ساقَي شبه المنحرف

يكون منتصف ساقَي شبه المنحرف موازيًا لكلتا القاعدتين، ويكون قياسه هو نصف مجموع طول القاعدتين.

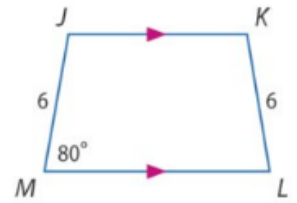
$m\angle Q$



إذا كان  $PW$   
 $XZ = 18$   
و  $PY = 3$

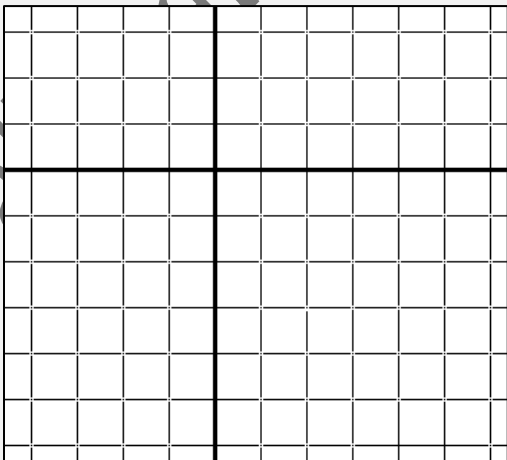
أوجد قياس كل مما يلي.

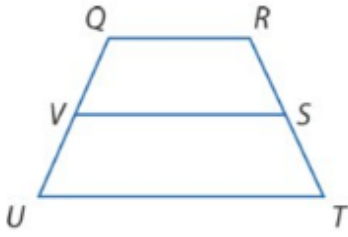
$m\angle K$



هندسة إحدائية بالنسبة لكل شكل رباعي له رؤوس معلومة، تحقق ما إذا كان الشكل الرباعي هذا شبه منحرف، وحدد ما إذا كان الشكل شبه منحرف متساوي الساقين.

$J(-4, -6), K(6, 2), L(1, 3), M(-4, -1)$





بالنسبة لأشباه المنحرف  $QRTU$ ، يمثل  $V$  و  $S$  نقطتي منتصف الساقين.

amanahz.com موقع المراهج الإماراتية

إذا كان  $UT = 16$  و  $QR = 4$ ، فأوجد  $VS$ .

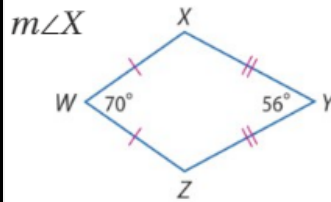
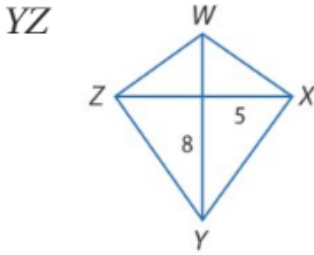
إذا كان  $UT = 12$  و  $VS = 9$ ، فأوجد  $QR$ .

### نظريات شكل الطائرة الورقية

**7.25** إذا كان متوازي الأضلاع عبارة عن شكل طائرة ورقية، فإن قطراه يكونان متعامدين.

**7.26** إذا كان متوازي الأضلاع عبارة عن شكل طائرة ورقية، فيكون إذاً أحد زوجي الزوايا المتقابلة متطابقاً.

**التفكير المنطقي** إذا كان  $WXYZ$  عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد قياس ما يلي.

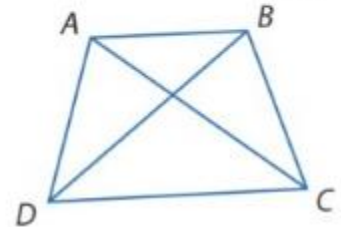


**الفرضيات** اكتب إثباتاً من عمودين.

**المعطيات:**

$ABCD$  شبه منحرف متساوي الساقين.

**المطلوب:**  $\angle DAC \cong \angle CBD$



عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 - 050

almanahj.com موقع المراهج الإماراتية

# الوحدة الثامنة

مصطفى علام  
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام  
almaaam@yahoo.com

**حيوانات أليفة** في دراسة شملت 1000 أسرة، وجد أن منهم 460 أسرة تفتني على الأقل كلبًا واحدًا أو قطة كحيوان أليف . ما نسبة مالكي الحيوانات الأليفة إلى عدد الأسر؟

**الألعاب الرياضية** تتنافس ثلاثون فتاة على 15 مركزًا في فريق كرة السلة. ما نسبة المراكز المتاحة إلى الفتيات المتنافسة؟

نسبة أطوال ثلاثة أضلاع في مثلث هي 4 : 5 : 2، ومحيطه يساوي 165 وحدة. أوجد طول كل ضلع من أضلاع المثلث .

نسبة قياسات ثلاث زوايا في مثلث هي 8 : 6 : 4. أوجد قياس كل زاوية من زوايا المثلث .

حل كلاً من التناسبات التالية.

$$\frac{w}{6.4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4x}{24} = \frac{56}{112}$$

$$\frac{a+2}{a-2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3x-6}{2} = \frac{4x-2}{4}$$

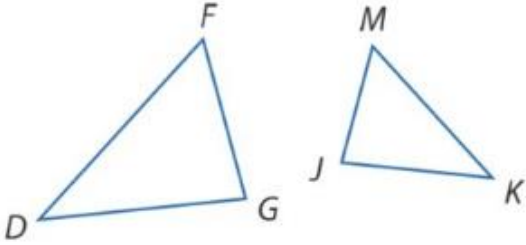
**تغذية** وفقاً لدراسة حديثة، فإن 7 أشخاص من بين كل 500 شخص في الفئة العمرية من 13 إلى 17 عاماً نباتيون. في مجموعة من 350 شخصاً تبلغ أعمارهم من 13 إلى 17 عاماً، كم شخصاً تتوقع أن يكونوا نباتيين؟

**العملات** ستسافر عائلتك إلى المكسيك لقضاء العطلة. وقد وفرت AED 500 لاستخدامها في النفقات. إذا كان 269 من العملة المكسيكية البيزو تساوي 25 درهماً إماراتياً، فما هو المبلغ الذي ستحصل عليه عندما تستبدل AED 500 مقابل البيزو؟

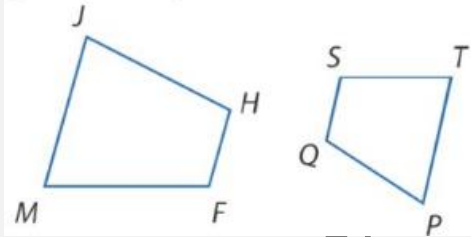
عمل المدرس: مصطفى أسامة علام  
almanahj.com  
allaaam@yahoo.com

أدرج قائمة بكل أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسباً مرتبطاً بالأضلاع المتناظرة لكل زوج من المضلعات المتشابهة.

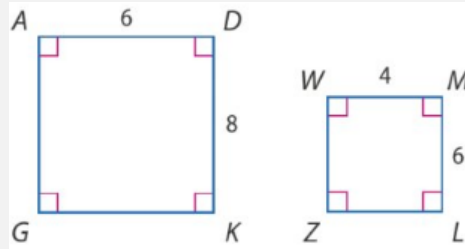
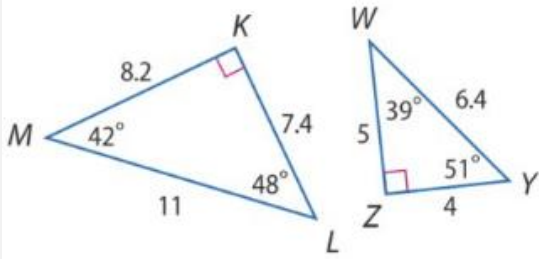
$\triangle DFG \sim \triangle KMJ$

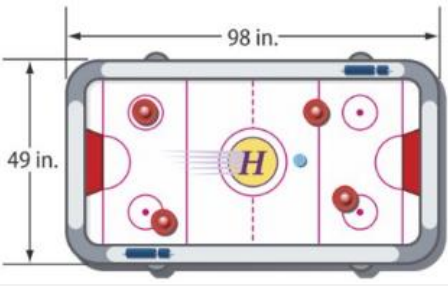


$JHEM \sim PQST$



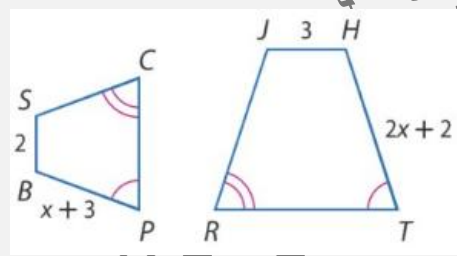
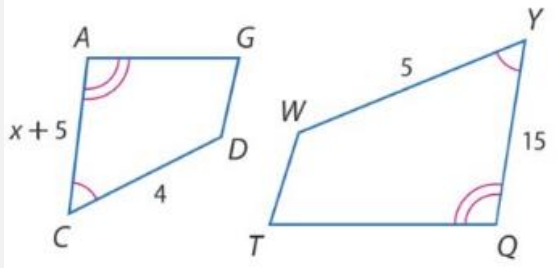
**فرضيات** حدد ما إذا كان كل زوجين من الأشكال متشابهين. فإن كانا كذلك، اكتب عبارة التشابه ومعامل المقياس. وإن لم يكونا متشابهين، فاشرح استنتاجك.





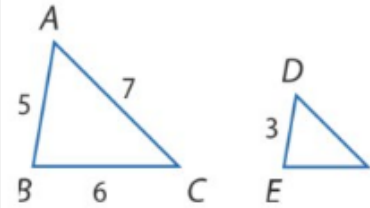
**ألعاب** أبعاد ملعب الهوكي هي 200 قدم في 85 قدمًا. هل ملعب الهوكي وطاولة الهوكي الهوائي الموضحة متشابهان؟ اشرح استنتاجك.

**الانتظام** كل زوجين من المضلعات متشابهان. فأوجد قيمة  $x$ .

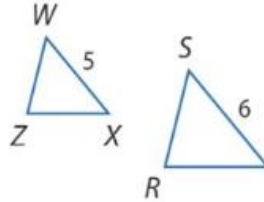


**أوجد محيط المثلث الموضح أمامك.**

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ . إذا كان  $\triangle DEF$   
 $AC = 7$  و  $BC = 6$  و  $AB = 5$  و  
 $DE = 3$  و



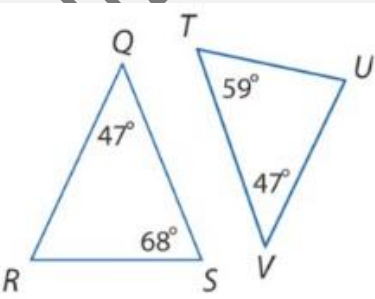
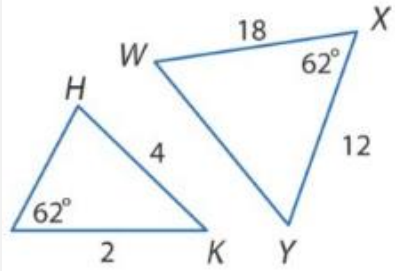
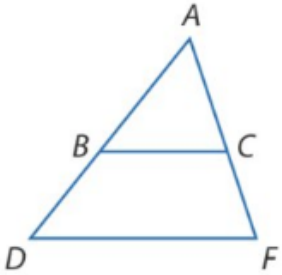
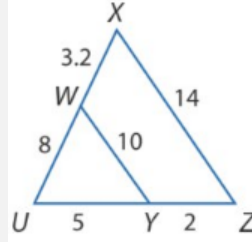
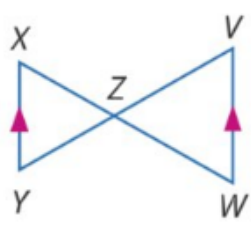
$\triangle WZX \sim \triangle SRT$ . إذا كان  $\triangle WZX$   
 و  $WX = 5$  و  $ST = 6$  و محيط المثلث  
 $\triangle SRT = 15$



- 1- تحديد المثلثات المتشابهة باستخدام مسلمة تشابه مثلثين من خلال تساوي زاويتين متناظرتين فيهما ونظرية التشابه ( ضلع - ضلع - ضلع ) ونظرية التشابه ( ضلع - زاوية - ضلع ) .  
2- استخدام المثلثات المتشابهة لحل المسائل .

نواتج التعلم

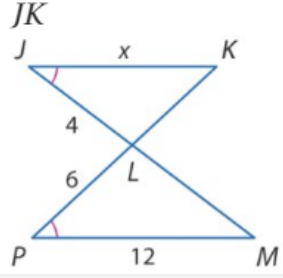
بين تشابه المثلثين من عدمه. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة تشابه. وإن لم يكونا متشابهين، فما الشروط التي تكفي لإثبات تشابه المثلثين؟ اشرح استنتاجك.



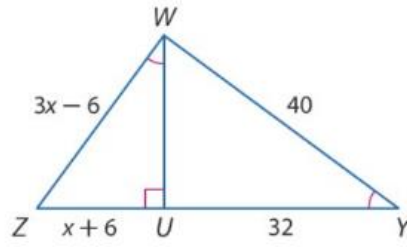


الجبر حدد المثلثات المتشابهة. ثم أوجد جميع القياسات.

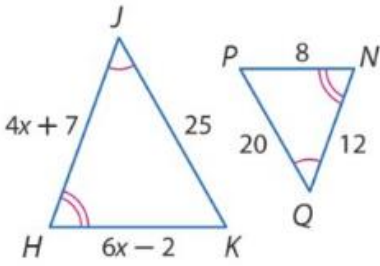
موقع المباح الإمارانية almanahj.com



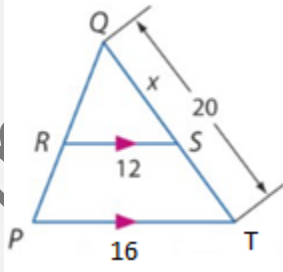
WZ, UZ



HJ, HK



ST

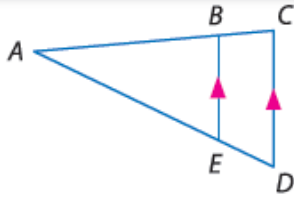


تماثيل تقف ريهام بجوار تمثال في الحديقة. فإذا كان طول ريهام 5 أقدام، وظلها 3 أقدام، وظل التمثال  $10\frac{1}{2}$  أقدام، فما هو طول التمثال؟

almanahj.com

عمل المدرس مصطفى

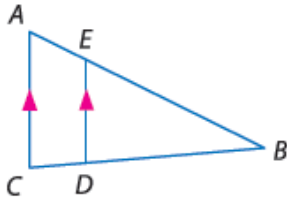
### نظرية 8.5 نظرية تناسب المثلثات



إذا توازي مستقيم مع أحد أضلاع المثلث وكان ينصف الضلعين الآخرين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع مستقيمة أطوالها متناسبة.

مثال إذا كان  $\overline{BE} \parallel \overline{AC}$  فإن  $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$

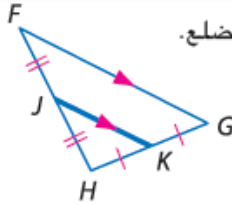
### النظرية 8.6 معكوس نظرية تناسب المثلثات



إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسم الضلعين إلى قطع مستقيمة متناظرة متناسبة، فإن هذا المستقيم يكون موازيًا للضلع الثالث في المثلث.

مثال إذا كان  $\frac{AE}{EB} = \frac{CD}{DB}$ ، فإن  $\overline{AC} \parallel \overline{ED}$

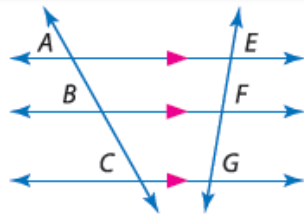
### نظرية 8.7 نظرية منصفات المثلث



يكون منتصف المثلث موازيًا لأحد أضلاع المثلث، ويبلغ طوله نصف طول هذا الضلع.

مثال إذا كان  $J$  و  $K$  هما نقطتا المنتصف للضلعين  $\overline{FH}$  و  $\overline{HG}$ ، على الترتيب، فإن  $\overline{JK} \parallel \overline{FG}$  وكذلك  $JK = \frac{1}{2}FG$

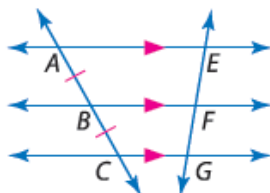
### النتيجة 8.1 الأجزاء المتناسبة للمستقيمتان المتوازيتان



عند تقاطع ثلاثة مستقيمتان متوازيتان أو أكثر مع قاطعتين فإنها تقسم القاطعتين إلى أجزاء متناسبة.

مثال إذا كان  $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$  فإن  $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$

### النتيجة 8.2 الأجزاء المتطابقة للمستقيمتان المتوازيتان



إذا أحدثت ثلاثة مستقيمتان متوازيتان أو أكثر قطعًا مستقيمة متطابقة على قاطع ما، فإنها تحدث قطعًا مستقيمة متطابقة على كل القواطع.

مثال إذا كان  $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$  وكان  $\overline{AB} \cong \overline{BC}$  فإن  $\overline{EF} \cong \overline{FG}$

الموقع المصاح الإمارانية almanar.com

إذا كان  $AB = 6$  و  $BC = 4$  و  $AE = 9$  فأوجد  $ED$ .

إذا كان  $AB = 12$  و  $AC = 16$  و  $ED = 5$  فأوجد  $AE$ .

إذا كان  $AC = 14$  و  $BC = 8$  و  $AD = 21$  فأوجد  $ED$ .

إذا كان  $AD = 27$  و  $AB = 8$  و  $AE = 12$  فأوجد  $BC$ .

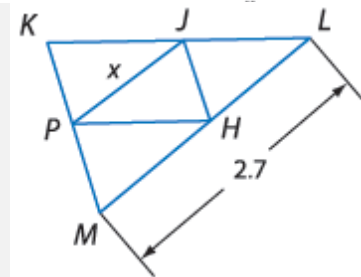
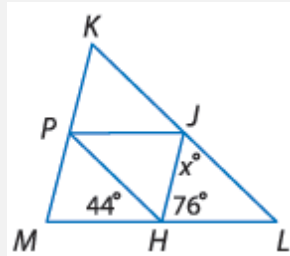
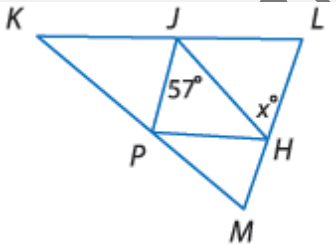
حدد ما إذا كان  $\overline{ZY} \parallel \overline{WX}$  أم لا. علل إجابتك.

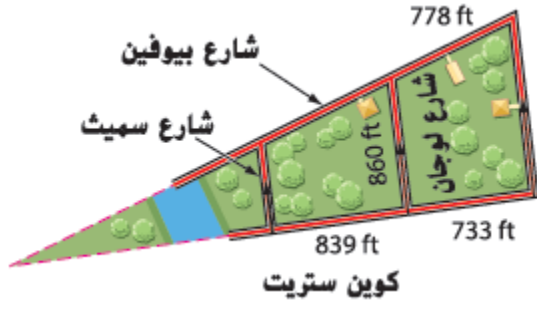
$WX = 16$  و  $WY = 24$  و  $ZV = 6$  و  $ZX = 18$

$WX = 40$  و  $WY = 27.5$  و  $ZX = 24$  و  $VX = 7.5$

$YX = \frac{1}{2}WY$  و  $VX = 2$  و  $ZV = 8$

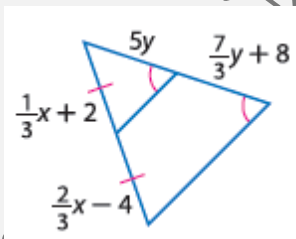
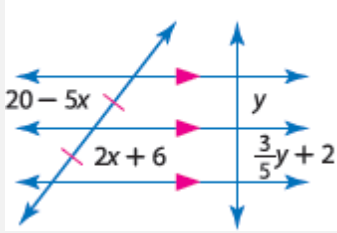
$\overline{JH}$  و  $\overline{JP}$  و  $\overline{PH}$  هي منصفات المثلث  $\triangle KLM$ . أوجد قيمة  $x$ .



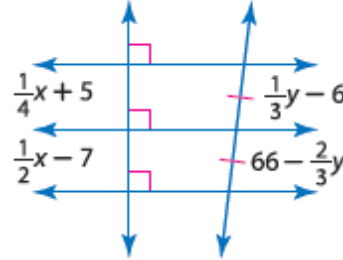
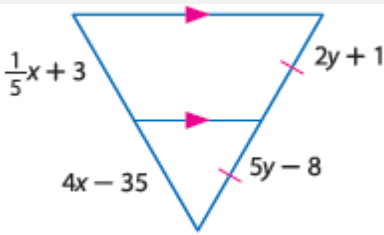


موقع المراهج الإماراتية almanahj.com

**استخدام النماذج** في تشارلستون بولاية كارولينا الجنوبية، يتوازي شارع لوجان ستريت مع كل من شارع كينج ستريت وشارع سميث ستريت بين شارع بايوفين ستريت وشارع كوين ستريت. ما المسافة من سميث إلى لوجان مرورًا بشارع بيوفين؟ قَرِّب إلى أقرب قدم.



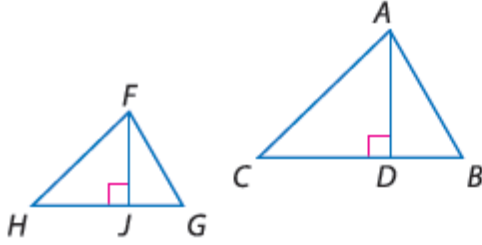
الجبر أوجد قيمة  $x$  و  $y$ .



- 1- التعرف على علاقات التناسب بين منصفات الزوايا المتناظرة وارتفاعات ومتوسطات المثلثات المتشابهة واستخدامها.  
2- استخدام نظرية منصفات المثلث.

نواتج التعلم

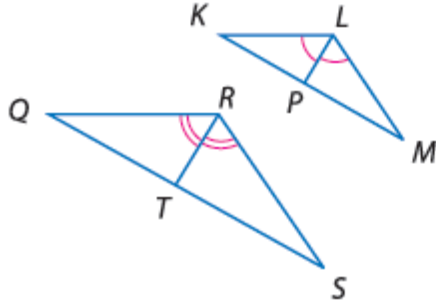
### نظريات قطع مستقيمة خاصة بالمثلثات المتشابهة



**8.8** إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال الارتفاعات المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار  $\Delta S \sim$  به ارتفاعات متناظرة متناسبة مع أضلاع متناظرة.

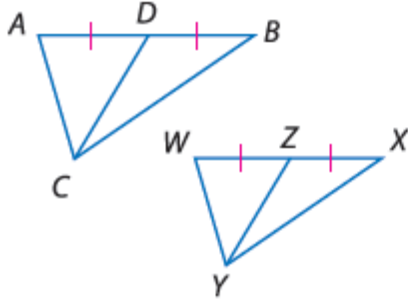
مثال إذا كان  $\Delta ABC \sim \Delta FGH$ ، فإذا  $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$ .



**8.9** إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال منصفات الزوايا المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار  $\Delta S \sim$  به منصفات  $\angle$  متناظرة متناسبة مع الأضلاع المتناظرة.

مثال إذا كان  $\Delta KLM \sim \Delta QRS$ ، فإذا  $\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$ .



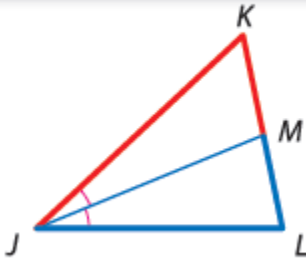
**8.10** إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال المتوسطات المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار  $\Delta S \sim$  به متوسطات متناظرة متناسبة مع أضلاع متناظرة.

مثال إذا كان  $\Delta ABC \sim \Delta WXY$ ، فإن  $\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$ .

### النظرية 8.11 منصف زاوية المثلث

يعمل منصف الزاوية في المثلث على تقسيم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين متناسبتين مع أطوال الضلعين الآخرين.

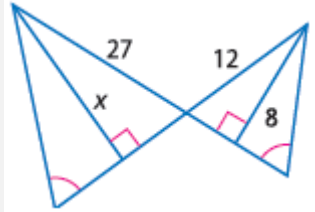
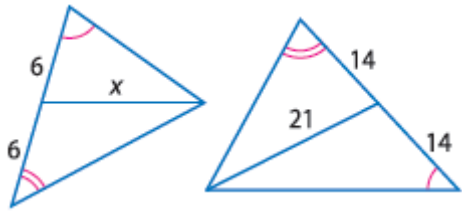
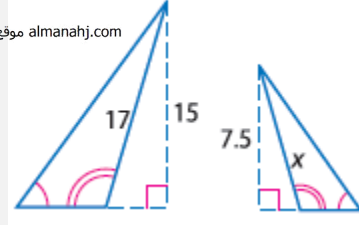
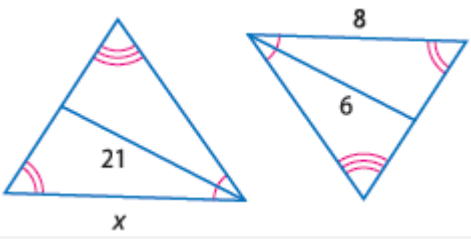


مثال إذا كان  $\overline{JM}$  منصف زاوية في المثلث  $\Delta JKL$ .

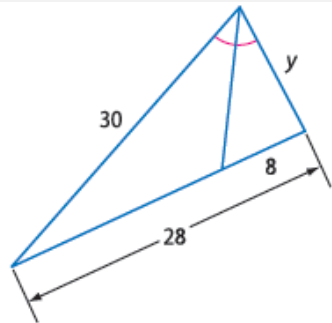
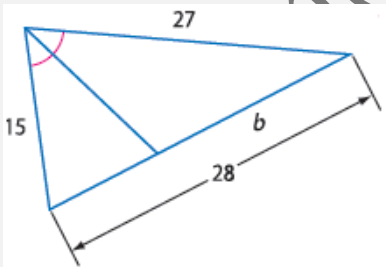
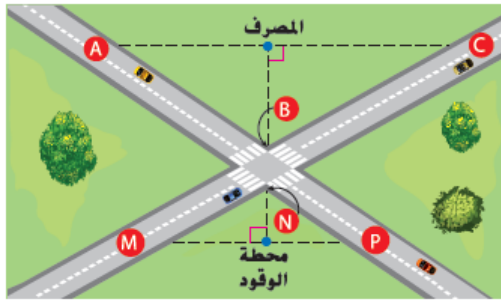
إذا  $\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$  ← قطعتان مستقيمتان رأسهما K  
← قطعتان مستقيمتان رأسهما L

أوجد  $x$ .

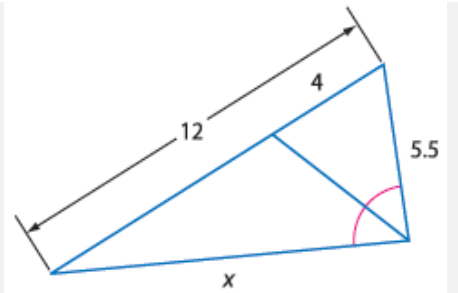
موقع المراهج الإماراتية almanahj.com

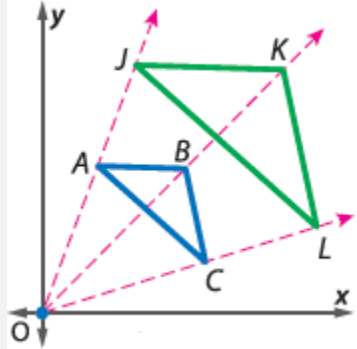


**الطرق** بنتج عن تقاطع الطريقين الموضحين مثلثان متشابهان. إذا كان  $AC$  يبلغ 382 قدمًا و  $MP$  يبلغ 248 قدمًا وتقع محطة الوقود على بعد 50 قدمًا من التقاطع، فكم يبعد المصرف عن التقاطع؟



**التفكير المنطقي** أوجد قيمة كل متغير.





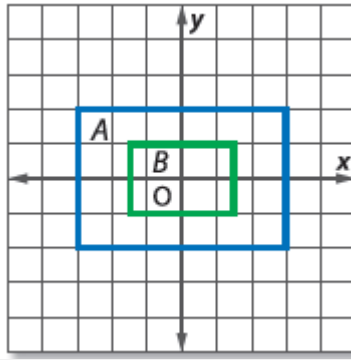
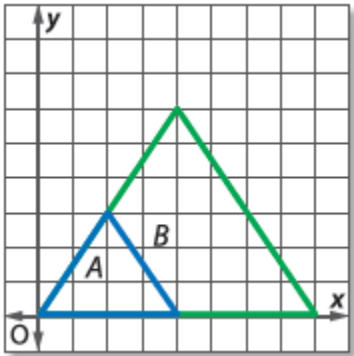
يحدث تغيير الأبعاد حول نقطة ثابتة تُسمى **مركز تغيير الأبعاد**.

يصف **معامل مقياس تغيير الأبعاد** مدى تغيير الأبعاد. معامل المقياس هو نسبة الطول الموجود بالصورة إلى الطول الموجود بالشكل الأصلي.

$\Delta JKL$  هو تغيير أبعاد للمثلث  $\Delta ABC$ .

مركز تغيير الأبعاد:  $(0, 0)$  معامل المقياس:  $\frac{JK}{AB}$

حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد من  $A$  إلى  $B$  هو تكبير أم تصغير. ثم أوجد معامل مقياس تغيير الأبعاد.



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

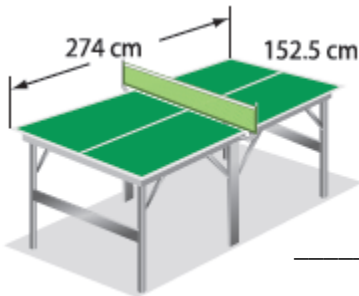
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



**ألعاب** تبلغ أبعاد ملعب التنس 27 قدمًا في 78 قدمًا. وتبلغ أبعاد طاولة كرة التنس 152.5 سنتيمترًا في 274 سنتيمترًا. فهل تعتبر طاولة كرة التنس تغيير أبعاد من ملعب التنس؟ إن كان ذلك، فما معامل المقياس؟ اشرح.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

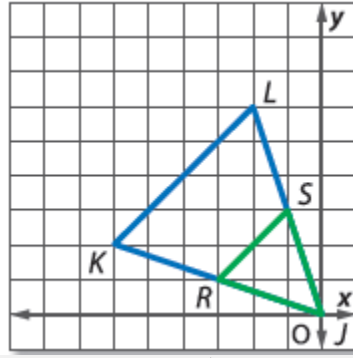
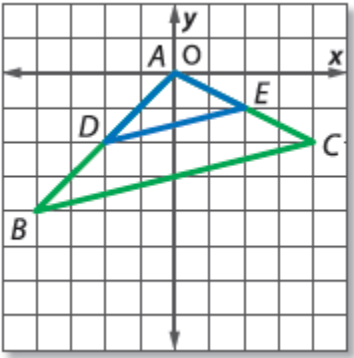
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

allaa

تحقق من أن تغيير الأبعاد هو تحويل تشابه.

amanahj.com موقع المراهج الإماراتية



Blank lined area for student response on the left side of the page.

Blank lined area for student response on the right side of the page.

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام



**خرائط** استخدم خريطة ولاية ماين الموضحة ومسطرة تقليدية لإيجاد المسافة الحقيقية بين كل زوجين من المدن. قم بالمقياس لأقرب جزء من ستة عشر من البوصة.

1. بانجور وبورتلاند

2. أوغوستا وهولتون



**نماذج مقياسية** صنع عمر نموذجًا بمقياس نسبي لجسر محلي. يمتد النموذج 6 بوصات؛ ويمتد الجسر الحقيقي 50 قدمًا.

a. ما مقياس النموذج؟

b. ما معامل المقياس الذي استخدمه عمر في بناء النموذج؟

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 - 050

**رياضة** يبلغ ملعب كرة السلة 9 متراً عرضاً و 18 متراً طولاً. اختر مقياساً مناسباً واصنع رسماً بمقياس نسبي للملعب يصلح لبطاقة فهرسة أبعادها 3 بوصات في 3 بوصات.  
الموقع المأهج الإماراتية almahj.com

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام  
allaaam@yahoo.com

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام 2509447 - 050

almanahj.com موقع المراهج الاماراتية

# الوحدة التاسعة

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام  
almanahj.com  
allaaam@yahoo.com

1- إيجاد الوسط الهندسي بين عددين 2- حل مسائل تتضمن علاقات بين اجزاء مثلث قائم الزاوية وبين الارتفاع المنشأ من وتره.

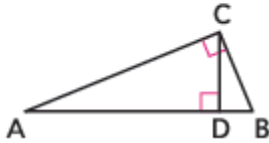
نواتج التعلّم

### المفهوم الأساسي الوسط الهندسي

الشرح الوسط الهندسي لعددين موجبين  $a$  هو العدد  $x$  مثل  $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ .  
إذًا،  $x^2 = ba$  و  $x = \sqrt{ab}$

مثال الوسط الهندسي لكل من  $a = 4$ ,  $b = 9$  هو  $6$  لأن  $6 = \sqrt{9 \times 4}$

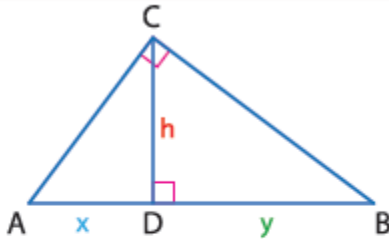
### النظرية 10.1



إذا رسمنا ارتفاعًا يمتد إلى وتر مثلث قائم الزاوية، فسيكون المثلثان المتشكّلان مشابهيين للمثلث الأصلي ولبعضهما البعض.

### النظريات نظريات الوسط الهندسي للمثلثات قائمة الزاوية

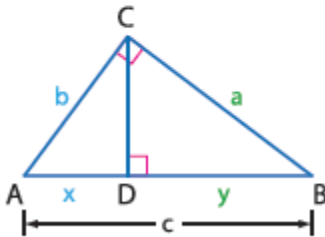
8.2 نظرية الوسط الهندسي (الارتفاع) يفصل الارتفاع الممتد إلى وتر المثلث قائم الزاوية الوتر إلى قطعتين مستقيمتين. ويساوي طول هذا الارتفاع الوسط الهندسي بين أطوال هذين الجزأين.



المثال إذا كان  $\overline{CD}$  يمثل الارتفاع للوتر  $\overline{AB}$  بالمثلث قائم الزاوية  $\triangle ABC$ ، فإن  $h = \sqrt{xy}$  أو  $\frac{x}{h} = \frac{h}{y}$

### 8.3 نظرية الوسط الهندسي (الساق) يفصل الارتفاع

الممتد إلى وتر المثلث قائم الزاوية الوتر إلى قطعتين مستقيمتين. وطول أحد ساقي هذا المثلث يُمثل الوسط الهندسي بين طول الوتر والقطعة المستقيمة الموجودة على الوتر المجاور لتلك الساق.



المثال إذا كان  $\overline{CD}$  هو الارتفاع للوتر  $\overline{AB}$  بالمثلث قائم الزاوية  $\triangle ABC$  فإن  $\frac{c}{a} = \frac{a}{y}$  أو  $b = \sqrt{xc}$  أو  $\frac{c}{b} = \frac{b}{x}$  أو  $a = \sqrt{yc}$

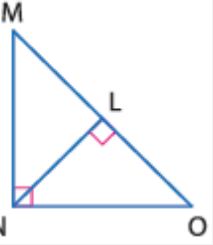
أوجد الوسط الهندسي بين كل زوج من الأعداد.

amanahj.com موقع المراهج الإماراتية

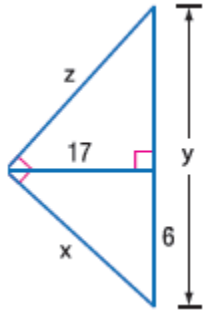
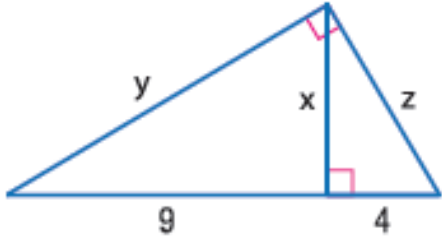
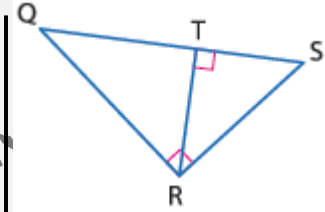
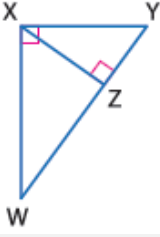
25 و 20

16 و 25

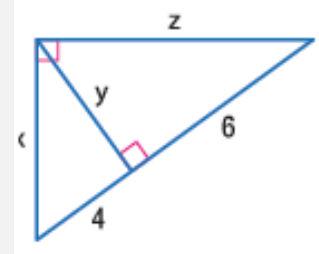
4 و 81



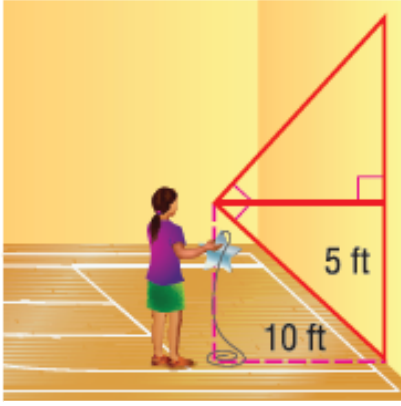
اكتب عبارة تماثل لتوضيح المثلثات الثلاثة المتماثلة في الشكل.



أوجد  $x$  و  $y$  و  $z$ .



allaaam@yanf



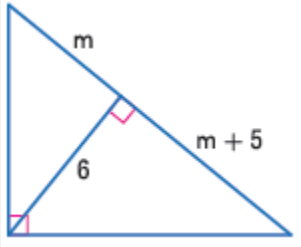
ملاحظة: غير مرسوم وفقاً لمقياس رسم.

**استخدام النماذج** تعلق خديجة نجومًا فضية في سقف صالة الألعاب الرياضية استعدادًا للاحتفال. وأرادت أن تكون أطراف الخيوط المربوط بها النجوم بارتفاع 7 أقدام من الأرض. استخدم الرسم التخطيطي لتحديد مقدار الطول اللازم تحديده للخيوط.

---

---

---



**الجبر** أوجد قيمة المتغير.

مصطفى علام

allaaam@yahoo.com

---

---

---

---

---

---

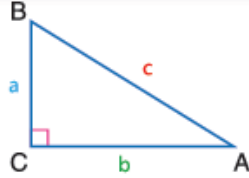
---

---

---

---

### النظرية 10.4 نظرية فيثاغورس



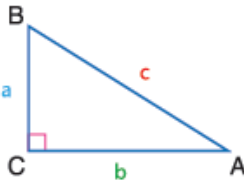
الشرح في مثلث قائم الزاوية، يكون مجموع مربعات أطوال ساقي المثلث مساويًا لمربع طول الوتر.

الرموز إذا كان  $\triangle ABC$  مثلثًا قائم الزاوية والزاوية القائمة به هي  $C$ ، فإن  $a^2 + b^2 = c^2$ .

### المفهوم الأساسي ثلاثيات فيثاغورس الشائعة

3, 4, 5	5, 12, 13	8, 15, 17	7, 24, 25
6, 8, 10	10, 24, 26	16, 30, 34	14, 48, 50
9, 12, 15	15, 36, 39	24, 45, 51	21, 72, 75
$3x, 4x, 5x$	$5x, 12x, 13x$	$8x, 15x, 17x$	$7x, 24x, 25x$

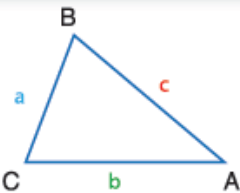
### النظرية 10.5 معكوس نظرية فيثاغورس



الشرح إذا كان مجموع مربعات أطوال الضلعين الأقصر لأحد المثلثات مساويًا لمربع طول الضلع الأطول، فإن المثلث يكون قائم الزاوية.

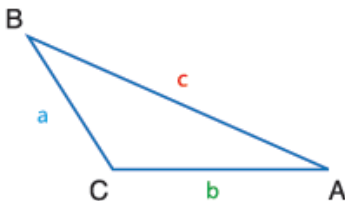
الرموز إذا كان  $a^2 + b^2 = c^2$ ، فإن  $\triangle ABC$  مثلث قائم الزاوية.

### نظريات متباينات فيثاغورس



8.6 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أقل من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون حاد الزاوية.

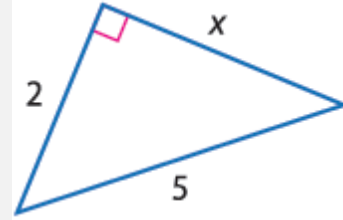
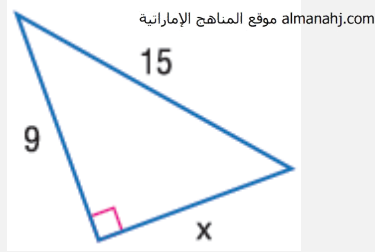
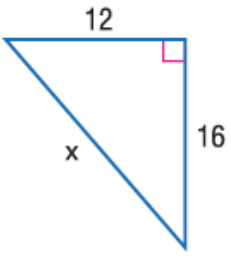
الرموز إذا كانت  $c^2 < a^2 + b^2$ ، فإن  $\triangle ABC$  يكون حاد الزاوية.



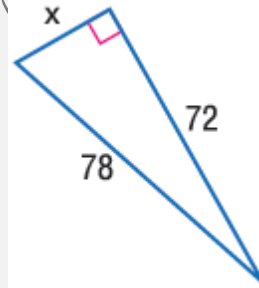
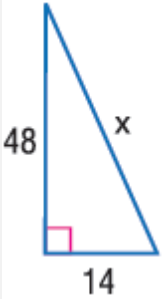
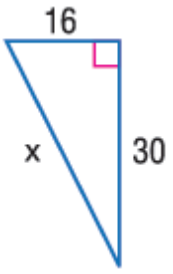
8.7 إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أكبر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون منفرج الزاوية.

الرموز إذا كان  $c^2 > a^2 + b^2$ ، فإن  $\triangle ABC$  منفرج الزاوية.

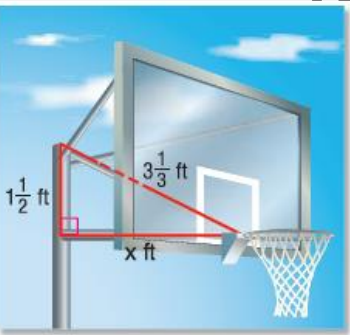
أوجد  $x$ .



المثابرة استخدم ثلاثية فيثاغورس لإيجاد قيمة  $x$ .



كرة السلة الجزء الذي يدعم مرمى كرة السلة يشكل زاوية قائمة كما هو موضح. فما طول  $x$  من الطرف الأفقي من ذلك الجزء الداعم؟





حدد ما إذا كانت أي مجموعة أعداد من المجموعات التالية يمكن أن تكون قياسات لأضلاع مثلث. إذا كان الأمر كذلك، فصنّف المثلث على أنه حاد أو منفرج أو قائم الزاوية. علل إجابتك.

www.almanahi.com موقع المناهج الاماراتية

15, 36, 39

16, 18, 26

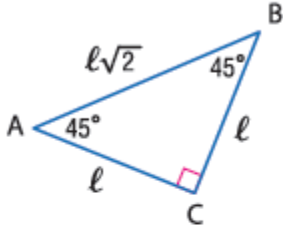
15, 20, 24

10, 12, 23

الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان  $\triangle XYZ$  هو مثلث حاد أم قائم أم منفرج الزاوية بالنسبة للرؤوس المعطاة. اشرح.

$X(-3, -2), Y(-1, 0), Z(0, -1)$

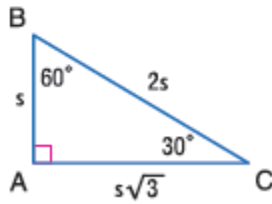
### نظرية 10.8 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها 45° و 45° و 90°



في مثلث بزوايا قياساتها 45° و 45° و 90°، يكون الساقان  $l$  متطابقين وطول الوتر  $h$  يساوي  $\sqrt{2}$  ضعف طول أحد الساقين.

الرموز في المثلث بزوايا قياساتها 45° و 45° و 90°، يكون  $h = l\sqrt{2}$  و  $l = l$ .

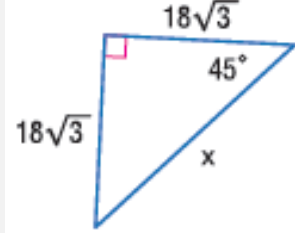
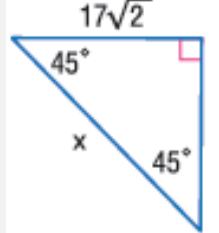
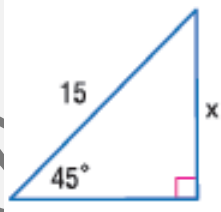
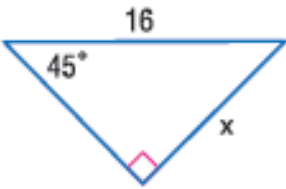
### نظرية 10.9 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها 30° و 60° و 90°



في مثلث بزوايا قياساتها 30° و 60° و 90°، طول الوتر  $h$  يساوي ضعف طول الساق الأقصر  $s$ ، وطول الساق الأطول  $l$  يساوي  $\sqrt{3}$  ضعف طول الساق الأقصر.

الرموز في مثلث بزوايا قياساتها 30° و 60° و 90°، فإن  $h = 2s$  و  $l = s\sqrt{3}$ .

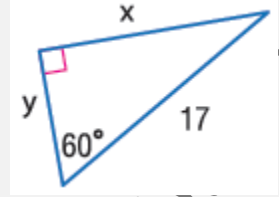
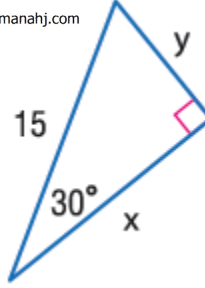
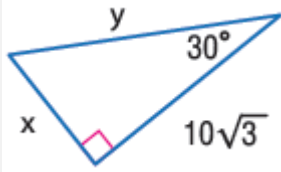
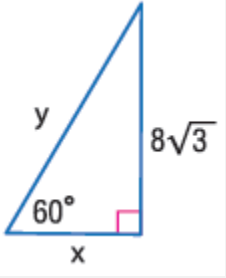
### التفكير المنطقي أوجد $x$ .



إذا كان مثلث بزوايا 45° و 45° و 90° به وتر بطول 9، فأوجد طول الساق.

أوجد قيمة  $x$  و  $y$ .

almanahj.com موقع المراهج الإماراتية



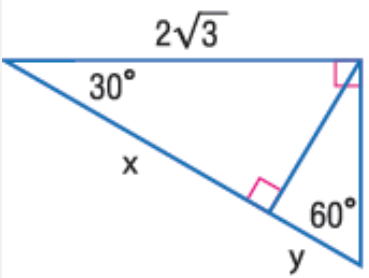
عمل

مثلث متساوي الأضلاع طول ارتفاعه 18 قدمًا. حدد طول أحد أضلاع المثلث.



استخدام النماذج راجع بداية الدرس.

كل قلم تظليل هو عبارة عن مثلث متساوي الأضلاع بأضلاع يبلغ طولها 9 سنتيمتر. فهل سيتم استيعاب قلم التظليل في صندوق أبعاده 10 سنتيمتر في 7 سنتيمتر؟ اشرح.



أوجد قيمة  $x$  و  $y$ .

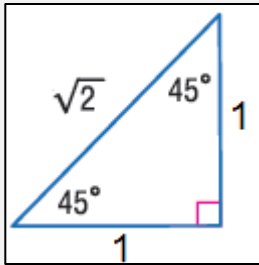
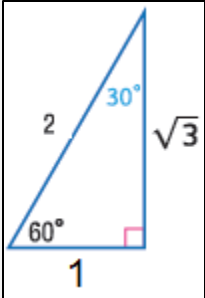
إيجاد النسب المثلثية باستخدام مثلثات قائمة الزاوية.

نواتج التعلّم

استخدام النسب المثلثية لإيجاد قياسات زوايا في مثلثات قائمة الزاوية.

النسبة المثلثية هي نسبة أطوال ضلعين من مثلث قائم الزاوية.

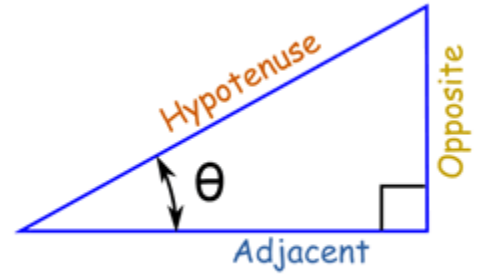
Sine جيب  
Cosine جيب التمام  
Tangent ظل



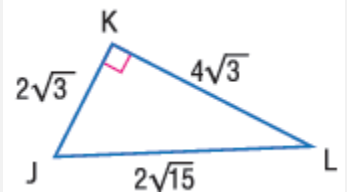
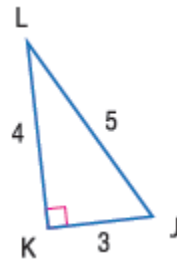
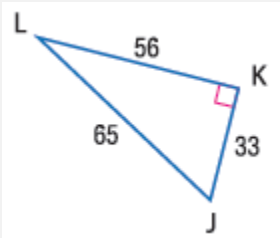
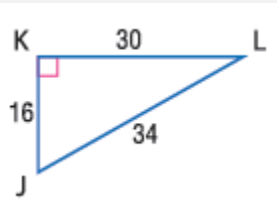
$$\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \sin \theta = \frac{\text{Opposite}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \cos \theta = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \tan \theta = \frac{\text{Opposite}}{\text{Adjacent}}$$



أوجد  $\sin J$  و  $\cos J$  و  $\tan J$  و  $\sin L$  و  $\cos L$  و  $\tan L$ . عبّر عن كل نسبة بكسر أو كسر عشري وقربه لأقرب جزء من مئة.




---

---

---

---

---

---

---

---



---

---

---

---

---

---

---

---



---

---

---

---

---

---

---

---



---

---

---

---

---

---

---

---

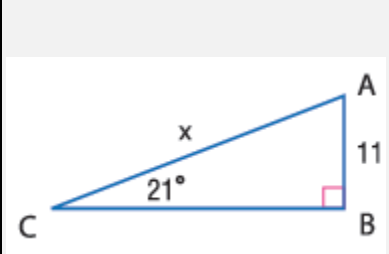
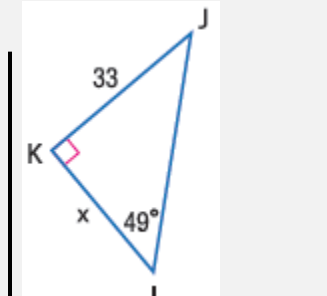
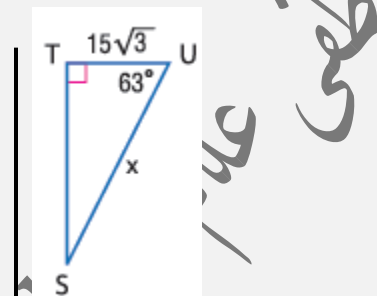
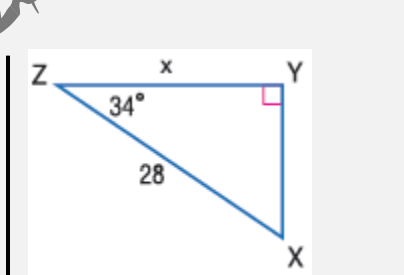
allaaam@yahoo.com

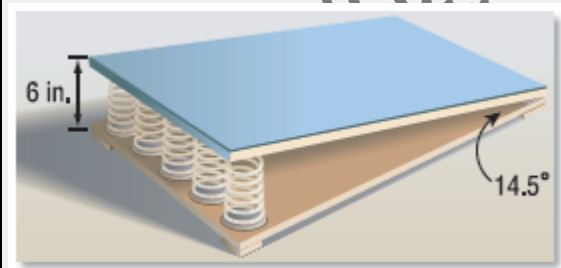
استخدم مثلثاً قائم الزاوية للتعبير عن كل نسبة مثلثية بكسر أو كسر عشري وقربه لأقرب جزء من مئة.

موقع المراهج الإماراتية almanahj.com

$\tan 60^\circ$	$\cos 30^\circ$	$\sin 45^\circ$
$\sin 30^\circ$	$\tan 45^\circ$	$\cos 60^\circ$

أوجد  $x$ . قرب إلى أقرب جزء من عشرة.



الجباز منصة الوثب التي يستخدمها وليد في صف التدريب على الجباز تتضمن ملفات طولها 6 بوصات وتشكل زاوية مقدارها  $14.5^\circ$  مع القاعدة. فما مقدار طول منصة الوثب؟

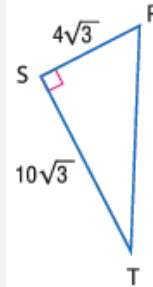
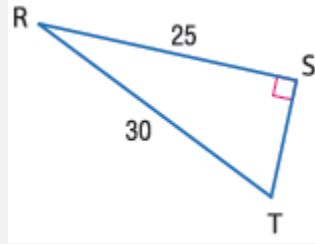
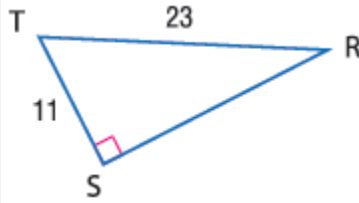
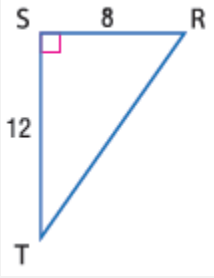
---



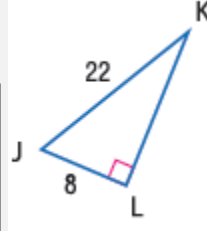
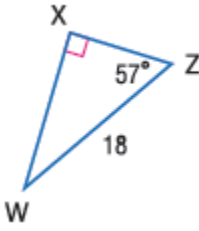
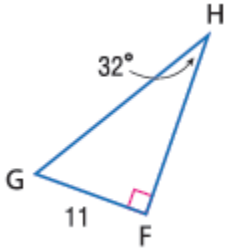
---

الأدوات استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قياس  $\angle T$  إلى أقرب جزء من عشرة.

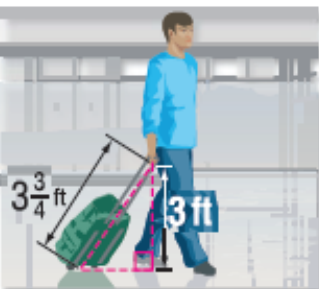
موقع المشاهج الإماراتية almanahj.com



حل كل مثلث قائم الزاوية. قَرِّب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزء من العشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.



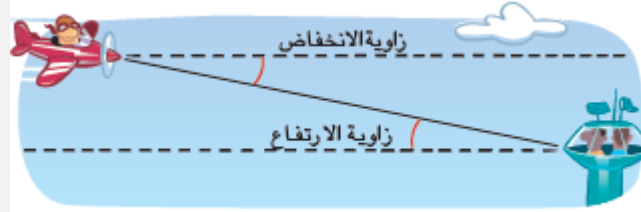
**حقائب الظهر** لدى سلطان حقيبة ظهر ذات عجلات يبلغ طولها  $3\frac{3}{4}$  قدم عند تمديد يد الحقيبة. عند سحب حقيبة الظهر، فإن يد سلطان تكون مرتفعة بمقدار 3 أقدام من الأرض. ما الزاوية التي تحدثها حقيبة مع الأرض؟ قَرِّب إلى أقرب درجة.



نواتج التعلّم 1- حل المسائل التي تتضمن زوايا الارتفاع والانخفاض . 2- استخدام زوايا الارتفاع والانخفاض لإيجاد المسافة بين جسمين.

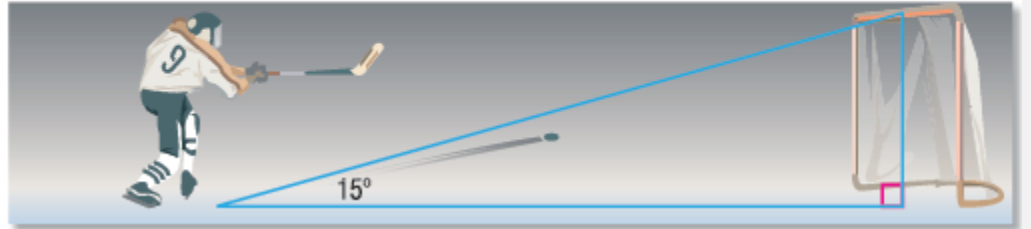
**زاوية الارتفاع** هي الزاوية التي تتكون من خط أفقي وخط (مسار) الرؤية للمراقب تجاه هدف فوق الخط الأفقي.

**زاوية الانخفاض** هي زاوية تتكون من خط أفقي وخط رؤية المراقب تجاه هدف أدنى من الخط الأفقي.



مدرسين: م

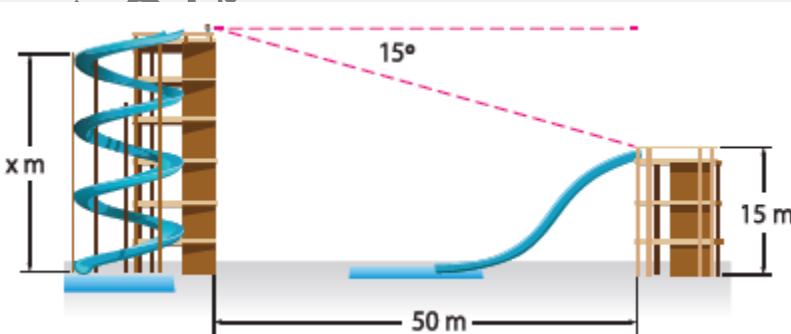
**الهوكي** يضرب لاعب هوكي القرص من على بُعد 20 قدمًا باتجاه مرمى بارتفاع 5 أقدام. إذا تم ضرب القرص بزاوية ارتفاع  $15^\circ$  باتجاه منتصف المرمى، فهل سيسجل اللاعب هدفًا؟



**الجبال** أوجد زاوية ارتفاع قمة جبل يراها المشاهد من بعد 155 مترًا من الجبل إذا كان المشاهد يقف على ارتفاع 1.5 متر من الأرض علماً بأن ارتفاع الجبل هو 350 مترًا.

@yahoo

**الملاهي المائية** منحدرًا تزلق مائتان يبعدان عن بعضهما 50 مترًا على مستوى الأرض. من قمة منحدر التزلق الأعلى، تستطيع رؤية قمة منحدر التزلق الأقل ارتفاعًا بزاوية انخفاض  $15^\circ$ . إذا علمت أن ارتفاع منحدر التزلق الأخرى حوالي 15 مترًا من سطح الأرض فما ارتفاعك تقريبًا من سطح الأرض؟ قَرِّب إلى أقرب عُشْر متر.



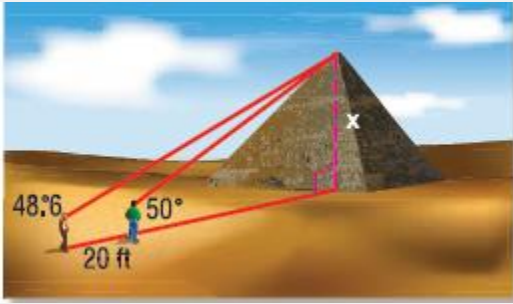
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

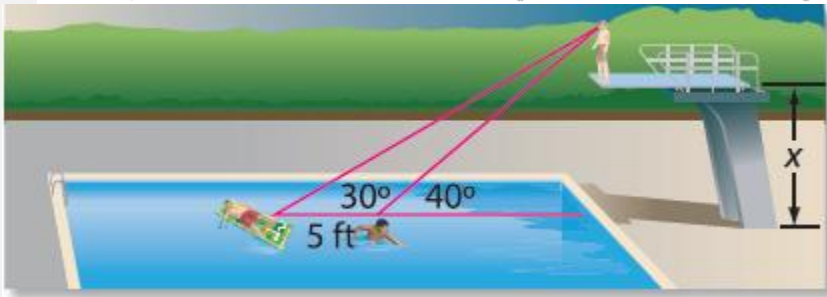
\_\_\_\_\_

**الطيران** بسبب عاصفة، يطير طيار على ارتفاع 528 قدمًا ولا بد من أن يهبط بالطائرة. إذا كان ما زالت لديه مسافة أفقية 2000 قدم حتى الهبوط، فبأي زاوية انخفاض يجب أن يهبط؟  
موقع المباحث الامتحانات almanahj.com



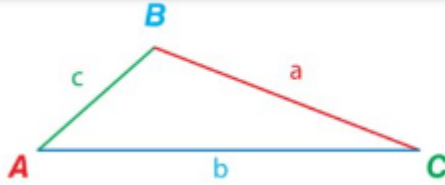
**الأهرامات** يزور كل من أحمد وعلي الهرم الأكبر في مصر. بدءًا من مكان أحمد، تبلغ زاوية الارتفاع لقمم الهرم  $48.6^\circ$ . ومن مكان علي، تبلغ زاوية الارتفاع  $50^\circ$ . فإذا كانا يقفان على بعد 20 قدمًا من بعضهما، وكلاهما طوله 5 أقدام و6 بوصات، فما ارتفاع الهرم؟

**رياضة الغوص** يقف محمد على لوح القفز الأعلى في حمام السباحة المحلي. وفي الماء، يوجد اثنان من أصدقائه كما هو موضح. فإذا كانت زاوية الانخفاض لأحد أصدقائه هي  $40^\circ$  وللآخر  $30^\circ$  الذي يبعد عن الأول بمسافة 5 أقدام للخلف، فما ارتفاع لوح القفز؟





### النظرية 9.10 قانون الـ sine



في  $\triangle ABC$ ، إذا كان أطوال أضلاعه  $a$  و  $b$  و  $c$  تُمثل أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا  $A$  و  $B$  و  $C$ ، فإن

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

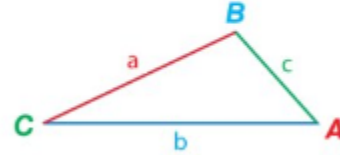
### النظرية 9.11 قانون الـ cosine

في  $\triangle ABC$ ، إذا كان أطوال أضلاعه  $a$  و  $b$  و  $c$  تُمثل أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا  $A$  و  $B$  و  $C$ ، فإن

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



### ملخص المفهوم حل المثلث

ابدأ باستخدام ...	المعطيات	لحل ...
نسبة $\tan$ الزاوية نسبة $\sin$ أو $\cos$ الزاوية نسبة $\sin$ أو $\cos$ الزاوية نسب $\sin$ أو $\cos$ أو $\tan$ الزاوية	ساق-ساق (LL) وتر-ساق (HL) زاوية حادة-وتر (AH) زاوية حادة-ساق (AL)	مثلث قائم الزاوية
قانون الـ $\sin$ قانون الـ $\sin$ قانون الـ $\cos$ قانون الـ $\cos$	زاوية-زاوية-ضلع (AAS) زاوية-ضلع-زاوية (ASA) ضلع-زاوية-ضلع (SAS) ضلع-ضلع-ضلع (SSS)	أي مثلث

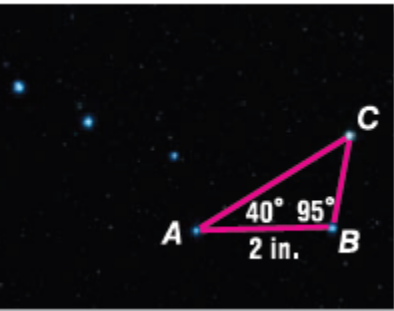
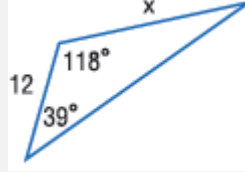
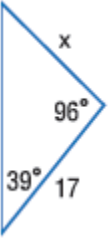
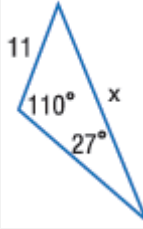
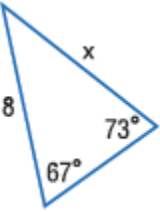
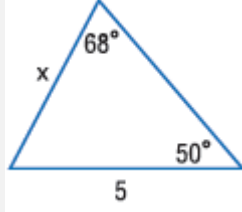
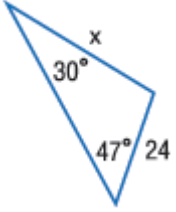
يمكنك استخدام قانون الـ  $\sin$  لحل مثلث إذا كنت تعرف قياس زاويتين وأي ضلع (ASA أو AAS).

يمكنك استخدام **قانون الـ cosine** لحل مثلث إذا كنت تعرف طول الضلعين والزاوية البينية (SAS).

يمكنك أيضًا استخدام قانون الـ  $\cos$  إذا كنت تعرف أطوال الأضلاع الثلاثة (SSS).

أوجد  $x$ . قَرِّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

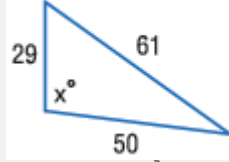
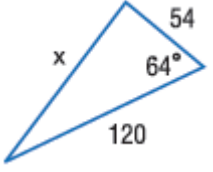
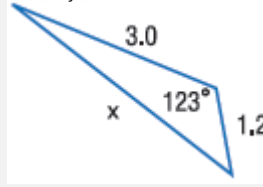
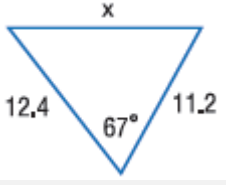
amanahj.com موقع المراهج الاماراتية



**استخدام النماذج** تنظر هالة لمجموعة الدب الأكبر من التلسكوب. ويظهر لها أن مجموعة النجوم تُشكّل مثلثًا بقياسات مُوضّحة في الرسم التخطيطي على اليسار. استخدم قانون الـ sine لإيجاد المسافة بين  $A$  و  $C$ .

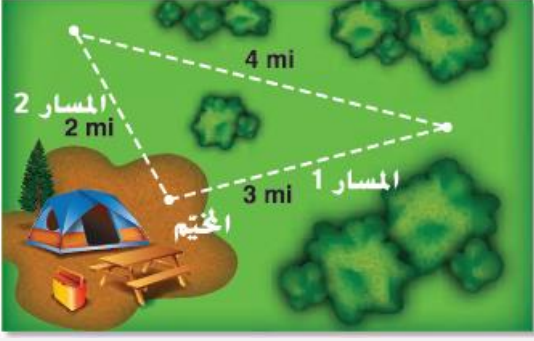
أوجد  $x$ . قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.

amanahj.com موقع المساهج الإماراتية



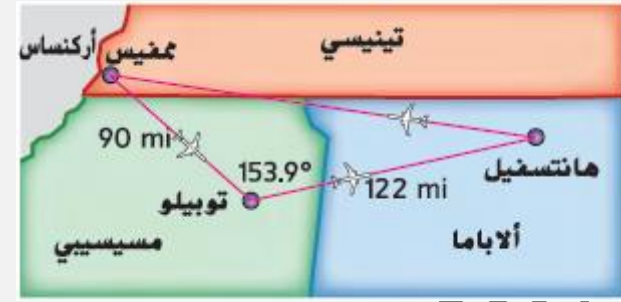
عمل المدرس: مصطفى

allaaam@yahoo.com



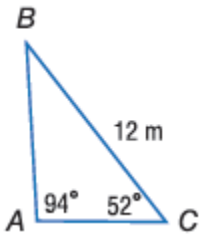
موقع المباح الإماراتية almanahj.com

**التجول سيرًا على الأقدام** يقرر مجموعة من الأصدقاء المشاركين في رحلة تخييم أن يخرجوا للتجول سيرًا على الأقدام. طبقًا للخريطة الموضحة على اليمين، فما قياس الزاوية بين المسار 1 والمسار 2؟



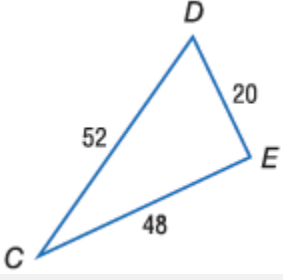
**السفر** يقود طيار الطائرة بسرعة 90 ميلًا من مغفيس بولاية تينيسي مرورًا بتوبيلو بولاية ميسيسيبي ثم هانتسفيل بولاية ألاباما وأخيرًا يعود إلى مغفيس. كم تبعد مغفيس عن هانتسفيل؟

**البنية** حل كل مثلث. قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.



البنية حل كل مثلث. قوّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.

amanahj.com موقع المراهج الإماراتية



---

---

---

---

---

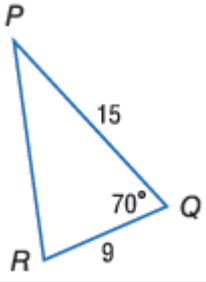
---

---

---

---

---



حل  $\triangle JKL$  إذا كان  $JK = 33$ ,  $KL = 56$ ,  $LJ = 65$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

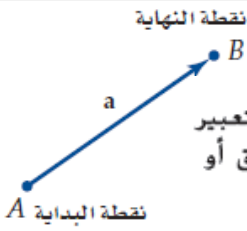
---

allaaam@yahoo.com

عمل المدرس: مصطفى علام

يمكن وصف الكثير من الكميات الفيزيائية مثل الكتلة بقيمة عددية واحدة، وعندئذ تُسمى كمية قياسية (عددية)، ويبدل هذا العدد على مقدار الكمية أو قياسها. أما الكمية المتجهة فهي كمية لها مقدار واتجاه؛ فمثلاً سرعة الكرة المتجهة نحو المرمى جنوباً تمثل كلاً من: مقدار سرعة الكرة، واتجاه حركتها.

ويمكن تمثيل الكمية المتجهة بسهم يُظهر كلاً من المقدار والاتجاه ويسمى هذا التمثيل متجهًا. ويمثل الشكل المجاور المتجه الذي له نقطة البداية **A** ، ونقطة النهاية **B** . ويرمز لهذا المتجه بالرمز  $\overrightarrow{AB}$  أو  $\vec{a}$  أو  $\vec{a}$ .



إن مقدار  $\overrightarrow{AB}$ ، والذي يُرمز إليه بـ  $|\overrightarrow{AB}|$ ، هو طول المتجه من نقطة بدايته إلى نقطة نهايته. يُمكن التعبير عن اتجاه المتجه في صورة زاوية يتم تكوينها مع المركبة الأفقية أو في صورة قياس بين  $0^\circ$  و  $90^\circ$  شرق أو غرب المستقيم الشمالي أو الجنوبي.

عند جمع متجهين أو أكثر يكون الناتج متجهًا، ويسمى المحصلة أو الناتج. ويكون لمتجه المحصلة التأثير نفسه الناتج عن تأثير المتجهين الأصليين عند تطبيقهما واحدًا تلو الآخر. ويمكن إيجاد المحصلة هندسيًا باستعمال قاعدة المثلث، أو قاعدة متوازي الأضلاع.

### مفهوم أساسي

#### إيجاد المحصلة

##### قاعدة المثلث

لإيجاد محصلة المتجهين  $a, b$ ، اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة 1: أجر انسحابًا للمتجه  $b$ ، بحيث تلتقي نقطة بدايته مع نقطة بداية المتجه  $a$ .

الخطوة 2: أكمل رسم متوازي الأضلاع الذي ضلعا  $a, b$ .

الخطوة 3: محصلة المتجهين هي المتجه الذي يُمثله قطر متوازي الأضلاع.

##### قاعدة متوازي الأضلاع

لإيجاد محصلة المتجهين  $a, b$ ، اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة 1: أجر انسحابًا للمتجه  $b$ ، بحيث تلتقي نقطة بدايته مع نقطة بداية المتجه  $a$ .

الخطوة 2: أكمل رسم متوازي الأضلاع الذي ضلعا  $a, b$ .

الخطوة 3: محصلة المتجهين هي المتجه الذي يُمثله قطر متوازي الأضلاع.

يكون المتجه في وضع قياسي إذا كانت نقطة بدايته عند نقطة الأصل.

لوصف متجه من أي نقطة بداية، يمكنك استخدام الصورة المركبة  $(x, y)$  التي تصف المتجه من حيث مركبه الأفقي  $x$  ومركبه الرأسي  $y$ .

لكتابة الصورة المركبة لمتجه من نقطة البداية  $(x_1, y_1)$  ونقطة النهاية  $(x_2, y_2)$ ، أوجد  $\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$ .

قانون المسافة  $|\vec{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

استخدم المسطرة والمنقلة؛ لرسم متجه لكلٍ من الكميات الآتية، ثم اكتب مقياس الرسم في كل حالة.

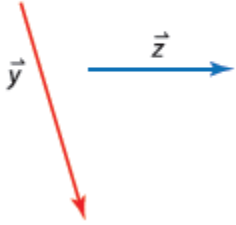
amanahj.com موقع المراهج الإماراتية

$\vec{w} = 75$  ميلاً في الساعة بزاوية  $40^\circ$  باتجاه الشرق الجنوبي

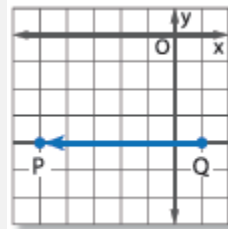
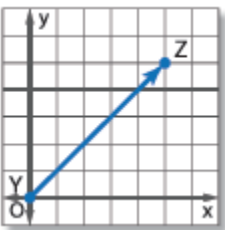
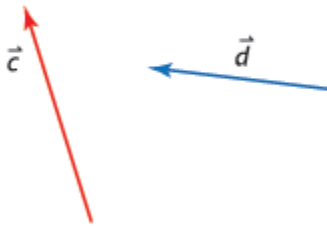
$\vec{h} = 46$  قدماً في الثانية بزاوية  $170^\circ$  إلى المركبة الأفقية

انسخ المتجهات. ثم أوجد كل مجموع أو فرق.

$$\vec{y} - \vec{z}$$



$$\vec{c} + \vec{d}$$



اكتب الصورة المركبة لكل متجه.

$$\vec{t} = \langle 2, -4 \rangle$$

$$\vec{f} = \langle -6, -5 \rangle$$

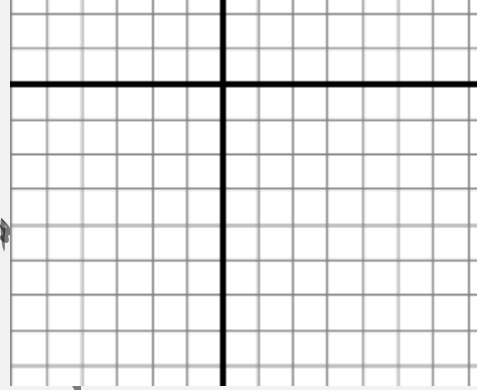
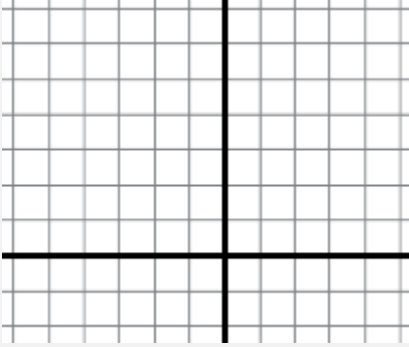
أوجد مقدار كل متجه واتجاهه.

أوجد كلاً مما يلي لـ  $\vec{a} = \langle -4, 1 \rangle$  و  $\vec{b} = \langle -1, -3 \rangle$  و  $\vec{c} = \langle 3, 5 \rangle$ . راجع إجاباتك بيانياً.

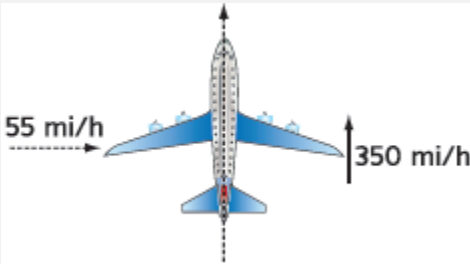
amanahj.com موقع المراهج الإماراتية

$$\vec{c} + \vec{a}$$

$$2\vec{b} - \vec{a}$$



**استخدام النماذج** تطير طائرة باتجاه الشمال بسرعة 350 ميلاً في الساعة. إذا كانت الرياح تهب من الغرب بسرعة 55 ميلاً في الساعة، فما السرعة الناتجة والاتجاه الذي تطير فيه الطائرة؟



allaaam@yahoo.com



# الوحدة العاشرة

عمل المدرس: مصطفى أسامة علام  
alldaam@yahoo.com

1- رسم منظورات متماثلة للأشكال ثلاثية الأبعاد. 2 - استكشاف المقاطع العرضية للأشكال ثلاثية الأبعاد.

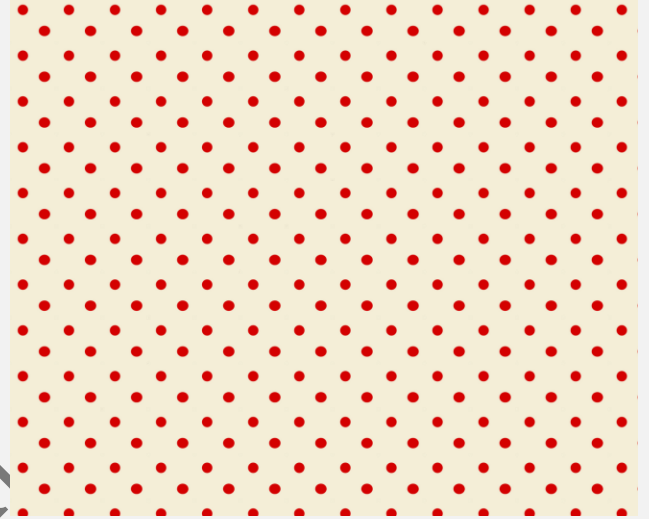
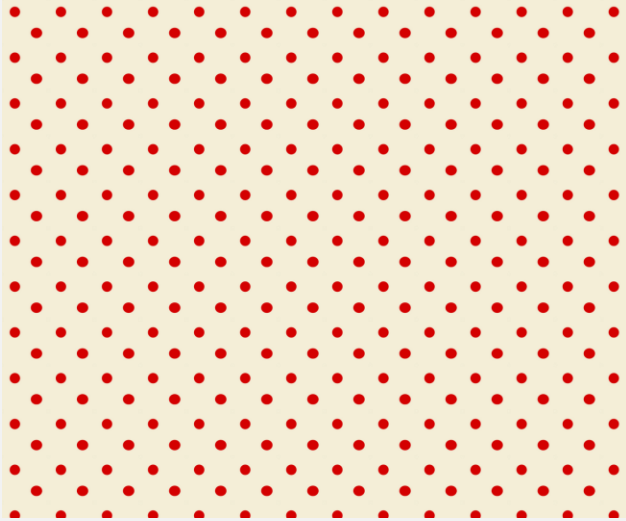
استخدم الورق المنقط متساوي الأبعاد لرسم كل منشور.

منشور ثلاثي ارتفاعه وحدتان.

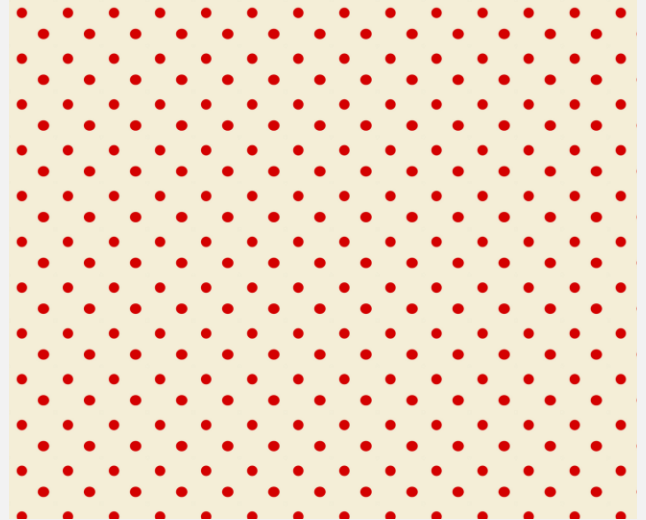
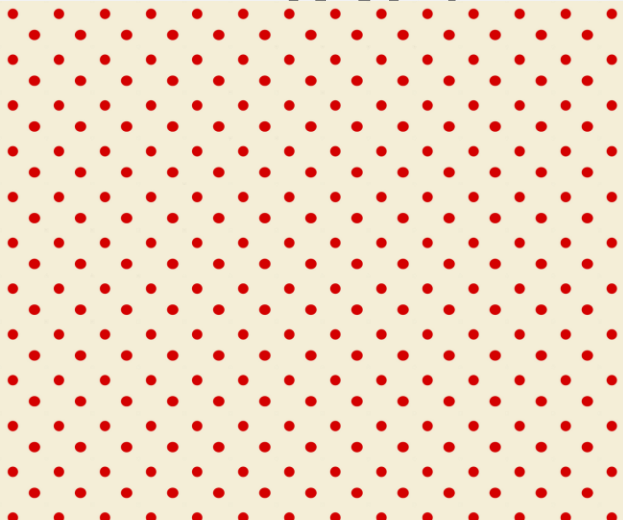
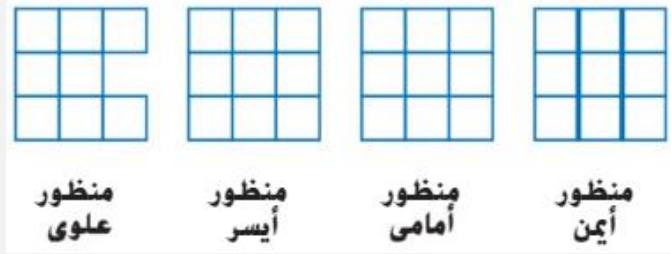
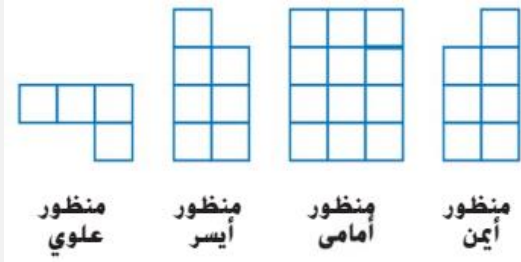
ويبلغ طول اضلعي قاعدته 5 وحدات و 4 وحدات.

منشور مستطيل ارتفاعه وحدتان.

ويبلغ عرضه 3 وحدات وطوله 5 وحدات.

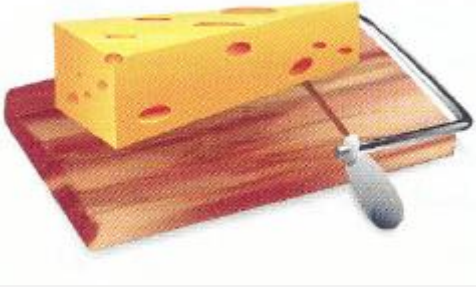


استخدم ورقة منقطة متساوية القياس والرسم المتعامد لرسم مجسم.



الطعام صِف كيف يُمكن تقطيع قطعة الجبن الموضحة على اليسار إلى شرائح بحيث تكوّن كل شريحة كل شكل.

موقع المراهج الإماراتية almanahj.com



a. مستطيل

b. مثلث

c. شبه منحرف

صِف كل مقطع عرضي.



ارسم المنظورات العلوية واليسرى والأمامية اليمنى لكل مجسم.



2 - إيجاد المساحة الجانبية ومساحة السطح للأسطوانة.

1 - إيجاد المساحة الجانبية ومساحة السطح للمنشور.

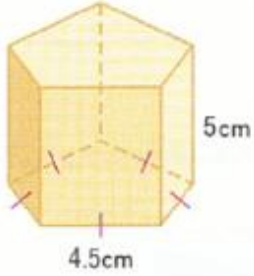
نواتج التعلّم

الارتفاع  $\times$  محيط القاعدة = المساحة الجانبية (المنشور أو الأسطوانة)

$$L = P \times h$$

مساحة السطح (المنشور أو الأسطوانة) = المساحة الجانبية + 2 (مساحة القاعدة)

$$S = L + 2B$$



أوجد المساحة الجانبية للمنشور.

---



---

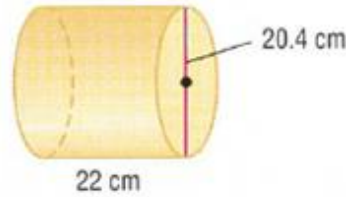
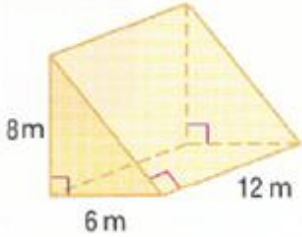


---



---

أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح. قَرِّب لأقرب جزء من العشرة.




---



---



---



---



---



---



---



---



طعام مساحة سطح علبة الحساء الموضحة على اليسار تساوي 286.3 سنتيمترا مريعا. ما ارتفاع العلبة؟ قَرِّب لأقرب جزء من العشرة.

---



---



---



---

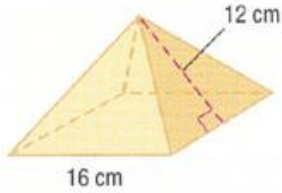
1- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للأهرامات. 2 - إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للمخاريط.

نواتج التعلّم

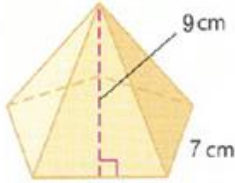
المساحة الجانبية لمخروط  $L = \pi r \ell$   
 مساحة السطح لمخروط  $S = \pi r \ell + \pi r^2$   
 $\ell$  هو الارتفاع المائل  
 $r$  هو نصف قطر القاعدة

المساحة الجانبية للهرم المنتظم  $L = \frac{1}{2} P \ell$   
 مساحة سطح الهرم المنتظم  $S = \frac{1}{2} P \ell + B$   
 $\ell$  هو الارتفاع المائل. و  $P$  هو محيط القاعدة.  
 $B$  هو مساحة القاعدة.

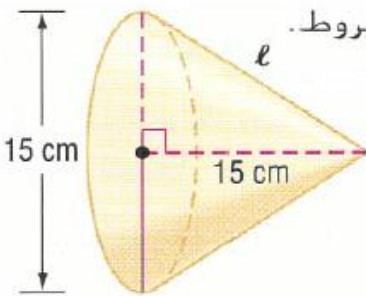
أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح لكل هرم منتظم. وقرب لأقرب جزء من العشرة إذا لزم الأمر.



_____	_____
_____	_____
_____	_____



_____	_____
_____	_____
_____	_____



الاستنتاج المنطقي أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح لكل مخروط.

قرب لأقرب جزء من العشرة.

_____	_____
_____	_____
_____	_____

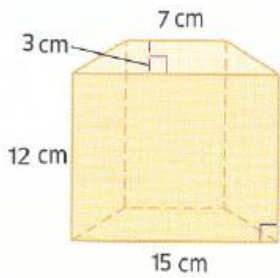
حجم المنشور - الإسطوانة  $V = Bh$

حيث  $B$  هو مساحة القاعدة و  $h$  هو ارتفاع المنشور.

مبدأ كافاليري

إذا كان لمجسمين نفس الارتفاع  $h$  ونفس مساحة المقطع العرضي  $B$  في كل المستويات، فإن لهما نفس الحجم.

أوجد حجم كل منشور



---

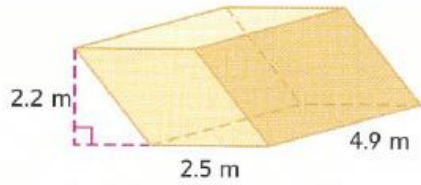
---

---

---

---

المنشور المستطيل المائل الموضح على اليسار



---

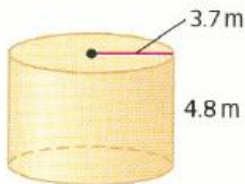
---

---

---

---

أوجد حجم كل إسطوانة. قَرِّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.



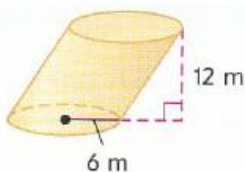
---

---

---

---

---



---

---

---

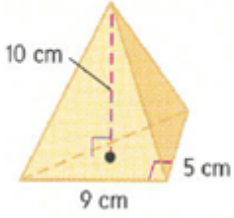
---

---

حجم الهرم - المخروط  $V = \frac{1}{3}Bh$

عمل المدرس

أوجد حجم

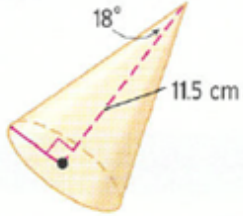


---

---

---

---



---

---

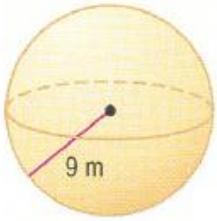
---

---

allaaam@y

مساحة سطح الشكل الكروي  $S = 4\pi r^2$   
حجم الشكل الكروي  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

أوجد مساحة سطح كل شكل كروي أو نصف شكل كروي. قَرِّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

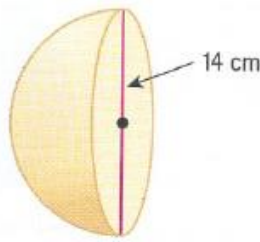


\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

شكل كروي: مساحة الدائرة الكبرى =  $36\pi \text{ m}^2$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

أوجد حجم كل شكل كروي أو نصف شكل كروي. قَرِّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

نصف شكل كروي: القطر = 16 cm

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

شكل كروي: نصف القطر = 10 m

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

نصف شكل كروي: محيط الدائرة الكبرى =  $24\pi \text{ m}$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



نواتج التعلم

1- وضع مجموعة من النقاط على شكل كروي. 2- مقارنة وبيان الفرق بين الهندسة الإقليدية والكروية.

**الهندسة الإقليدية** في مستوى: يكون المستوى عبارة عن سطح منبسط يتكون من نقاط تمتد بلا نهاية في جميع الاتجاهات.

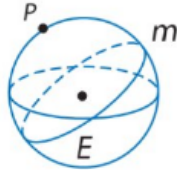
ولكن في **الهندسة الكروية**: يكون المستوى عبارة عن سطح شكل كروي.

يختلف تعريف **المستقيم** في الهندسة الكروية عن تعريفه في الهندسة الإقليدية.

**الهندسة غير الإقليدية** هي هندسة لا تنطبق فيها واحدة على الأقل من مسلمات الهندسة الإقليدية.

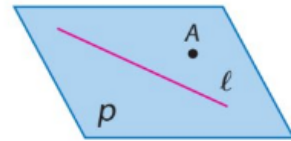
المفهوم الأساسي المستقيمت في هندسة المستويات والهندسة الفراغية

الهندسة الفراغية

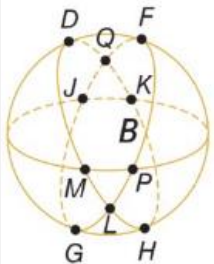


يحتوي الشكل الكروي  $E$  على دائرة كبرى  $m$  ونقطة  $P$  ليست على  $m$ . الدائرة الكبرى  $m$  مستقيم على الشكل الكروي  $E$ .

الهندسة الإقليدية في مستوى



يحتوي المستوى  $P$  على مستقيم  $l$  ونقطة  $A$  ليست على المستقيم  $l$ .



قم بتعيين كل مما يلي على الشكل الكروي  $B$ .

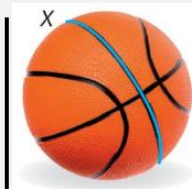
مستقيمان يحتويان على النقطة  $Q$

قطعة مستقيمة تحتوي على النقطة  $L$

مثث

قطعتان مستقيمتان على الدائرة الكبرى ذاتها

**رياضة** حدد ما إذا كان الشكل  $X$  على كل من الأشكال الكروية الموضحة هو مستقيم في الهندسة الفراغية أم لا.



**التبرير** حدد ما إذا كانت المسلمة أو الخاصية التالية للهندسة الإقليدية للمستويات لها عبارة مناظرة في الهندسة الفراغية أم لا. وإذا كان الأمر كذلك، فاكتب العبارة المناظرة. وإلا، فأشرح استنتاجك.

تتقاطع المستقيمتان المتعامدة عند نقطة واحدة.

يستمر المستقيم بلا نهاية في اتجاهين.

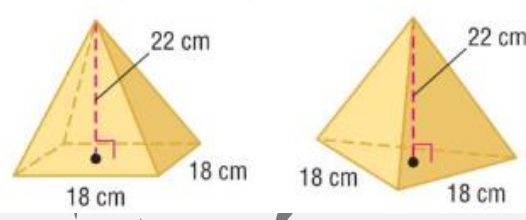
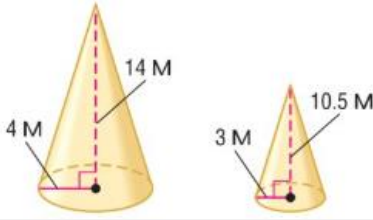
تصنع المستقيمتان المتعامدة أربع زوايا  $90^\circ$ .

**المجسمات المتشابهة** لها نفس الشكل ولكن ليست بالضرورة بنفس الحجم والقياسات المتناظرة نسبها متساوية وتسمى النسبة المشتركة **عامل المقياس**.

**المجسمات المتطابقة** لها نفس الشكل والحجم تمامًا وهي متشابهة وعامل مقياسها 1:1.

إذا كان عامل مقياس مجسمين متشابهين هو  $a : b$  فإن نسبة **مساحة السطح هي  $a^2 : b^2$**  ونسبة **الحجم هي  $a^3 : b^3$** .

حدد هل كل زوج من المجسمات متشابه أم متطابق أم ليس أيًا مما سبق. إذا كانت المجسمات متشابهة، فاذكر عامل المقياس.



هناك أسطوانتان متشابهتان بنصف قطر 15 و 6 سم. ما نسبة مساحة سطح الإسطوانة الصغيرة إلى الكبيرة؟

يوجد شكلان كرويان حجمهما  $36\pi$  سم مكعب و  $288\pi$  سم مكعب. ما نسبة نصف قطر الشكل الكروي الصغير إلى الكبير؟

**كرات التمارين** تباع شركة كرات تمارين بحجمين مختلفين. نسبة القطر هي 11 : 15. إذا علمت أن قطر الكرة الصغيرة 55 سم، فما حجم الكرة الكبيرة؟ قَرِّب إلى أقرب جزء من عشرة.

# الوحدة الحادية

## عشر

allaaam@yahoo.com

1- استخدام القوائم والجداول والمخططات الشجرية لتمثيل الفضاء العيني. 2- استخدام مبدأ العد الأساسي لعد النتائج.

**التجربة** هي موقف ينطوي على فرصة تؤدي إلى نتائج. **النتيجة** هي استنتاج لتجريب تجربة ما. **الحدث** هو نتيجة واحدة أو أكثر لتجربة معينة.

**الفضاء العيني** هو مجموعة النتائج المحتملة لتجربة. ويمكن تمثيله باستخدام قائمة منظمة أو جدول أو مخطط شجري.

**مثل فضاء العينة لكل تجربة بإعداد قائمة منظمة وجدول ومخطط شجري.**

عندما يضرب اللاعب ركلة الجزاء فإنه يسجل هدفاً (O) أو لا يسجل (G). افرض أن اللاعب ضرب ركلة جزاء مرتين.

سحب سمير بطاقتين على التوالي مع الإرجاع من كيس فيه بطاقات كتب عليها:

(عصير مجاني J) أو (دفتر ملحوظات مجاني N).

**ملابس** : تريد سمر حضور حفلة ، وعليها أن تختار ما ترتديه في الحفلة من القائمة المجاورة . مثل فضاء العينة في هذا الموقف بالرسم الشجري.

موقع المراهج الإماراتية almanahj.com



عمل المدرس: مصطفى أسامة علام

**مطاعم** : عرضت قائمة بالمأكولات في أحد المطاعم تتضمن الأصناف المبينة في الجدول المجاور وكل صنف منها يحتوي على عدد من الأنواع. افرض أنه يتم اختيار طبق واحد من كل صنف ونوع فما عدد النواتج الممكنة؟

عدد البدائل	قائمة المأكولات
8	المقبلات
4	الحساء
6	السلطة
12	الطبق الرئيس
9	الحلوى

**التباديل** : تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًا.

يكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب  $n$  على الصورة  $n!$  ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي  $n$  .

$$\text{الاحتمال} = \frac{\text{عدد نتائج الحدث}}{\text{عدد النتائج الممكنة}}$$

$$\text{الاحتمال بالتباديل} = \frac{\text{التباديل المتبقية}}{\text{التباديل الكلية}}$$

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

**التباديل مع التكرار** : عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها  $n$  عندما يتكرر عنصر منها  $r_1$  من المرات وآخر  $r_2$  من المرات وهكذا ---- فإنه يساوي :

$$= \frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

**التباديل الدائرية** : عدد التباديل المختلفة لـ  $n$  من العناصر مرتبة على دائرة يساوي :  $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

**التوافيق** : هو اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب فيها غير مهم.

$${}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

**الهندسة**: طلب من 5 طلاب أن يختاروا مفضلًا عشوائيًا من المجموعة الموضحة أدناه ويعطوه اسمًا. ما احتمال أن يختار الطالبان الأولان المثلث والشكل الرباعي. بهذا الترتيب؟



**المسرحية:** يمثل طلاب مدرسة ثانوية مسرحية A Raisin in the Sun بمشاركة كل طالب في الصف الأول الثانوي في مادة اللغة الإنجليزية من بين 18 طالبا. إذا أُخِيرَ 3 من فريق العمل عشوائيا. فما احتمال اختيار إبراهيم للإضاءة. واختيار أحمد لإلقاء كلمة الشكر. واختيار إبراهيم لأداء دور إسماعيل؟

**القيادة:** ما هو احتمال أن تكون لوحة الترخيص التي تستخدم الأحرف C و F و F والأرقام 3 و 3 و 3 و 1 هي CFF3133؟

كيمياء : في معمل الكيمياء طلب إليك اختبار ست عينات رتبت عشوائيا على منضدة دائرية.



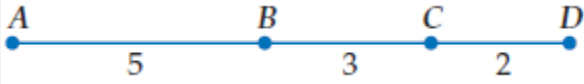
( a ) ما احتمال ظهور الترتيب المبين في الشكل المجاور؟

( b ) ما احتمال أن تكون العينة 2 في المكان المشار إليه بسهم على الرسم؟

اشترك 500 طالب من بينهم أسامة وأيمن في سحب للفوز بتذكريتي مباراة كرة قدم. ما احتمال أن يفوز أسامة وأيمن بهاتين التذكريتين؟

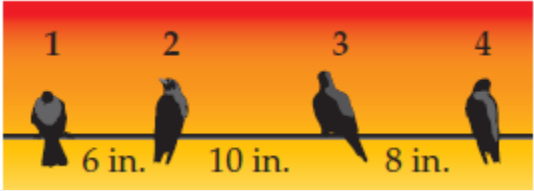
الاحتمال الذي يتضمّن قياسًا هندسيًا مثل الطول أو المساحة يسمى **احتمالًا هندسيًا**.

إذا اختيرت النقطة  $X$  عشوائيًا على  $\overline{AD}$  في الشكل المجاور، فأوجد كلاً مما يأتي:

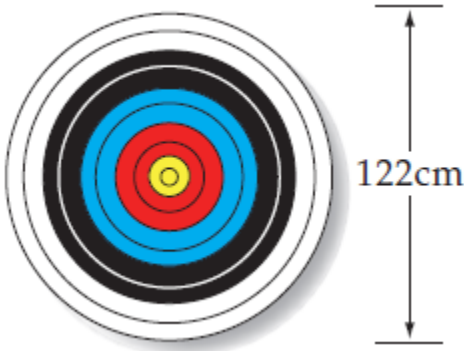


$P(\overline{BD}$  على  $X$  تقع على  $\overline{BD}$ )

$P(\overline{BC}$  على  $X$  تقع على  $\overline{BC}$ )



**طيور:** تقف أربعة طيور عند نقاطٍ على سلكٍ كما في الشكل المجاور. فإذا هبط طائر خامس عشوائيًا على نقطة من نقاط السلك فما احتمال أن يقف بين الطائر رقم 3 والطائر رقم 4؟



**لعبة السهام:** يُسدد هدّاف سهمه نحو قرص قطره 122 cm يحتوي على 10 دوائر متحدة المركز تتناقص أقطارها بمقدار 12.2 cm كلما اقتربت من المركز. أوجد احتمال أن يصيب الهدّاف نقطة داخل الدائرة الصغرى.



**ملاحظة:** ضلّ أحد طلبة الكشافة طريقه في غابة، فوجّه بوصلته عشوائيًا كما في الشكل أدناه. أوجد احتمال أن يوجه البوصلة باتجاه المنطقة المحصورة بين الشمال (N) والشمال الشرقي (NE).



**نموذج المحاكاة:** هو نموذج في الرياضيات يستخدم في مطابقة ظاهرة عشوائية. **المحاكاة:** هي استخدام نموذج الاحتمال في إعادة تمثيل الموقف مرات ومرات لتقدير احتماليات النتائج المختلفة.

### تصميم نموذج محاكاة

**الخطوة 1** حدد كل نتيجة محتملة واحتمالها النظري.

**الخطوة 2** اذكر أي افتراضات.

**الخطوة 3** صف نموذج الاحتمال المناسب للموقف.

**الخطوة 4** عرّف المحاولة بالنسبة إلى الموقف واذكر عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

**قيمة التوقع** = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة  $X$  والاحتمال المرتبطة بها  $P(X)$ .

$$E(X) = \sum [X \cdot P(X)]$$

**قيمة التوقع**

**الدرجات** حصلت فاطمة على درجة A في 80% من الاختبارات القصيرة لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الأول. صمم نموذج محاكاة ونفذه مستخدماً النموذج الهندسي لتقدير احتمال حصولها على الدرجة A في الاختبار القصير لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الثاني. ثم عرض النتائج مستخدماً الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

allaaam@yahoo

نسبة التسجيلات %	الصف الدراسي
45%	التايكوندو
30%	اليوجا
15%	السباحة
10%	الملاكمة

**اللياقة البدنية** يبين الجدول النسبة المئوية للأعضاء المشاركين في أربع حصص في نادي اللياقة البدنية. صمم نموذج محاكاة ونقذه لتقدير احتمال مشاركة عضو جديد في النادي في كل حصة. واعرش النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

### ألعاب المهرجانات

الهدف من اللعبة الموضحة هو جمع النقاط باستخدام سهم لفرقة البالونات. على فرض أن كل سهم سيصيب بالونًا.

a. احسب قيمة التوقع من كل رمية.

b. صمم نموذج محاكاة لتقدير متوسط القيمة لهذه اللعبة.

c. كيف تقارن قيمة التوقع بمتوسط القيمة؟



يتكون **الحدث المركب** من حدثين بسيطين أو أكثر. ممكن أن تكون الحوادث المركبة مستقلة او غير مستقلة. يكون الحدثان A و B **مستقلان** إذا كان احتمال حدوث A لا يؤثر في احتمال حدوث B. يكون الحدثان A و B **غير مستقلين** إذا كان احتمال حدوث A يغيّر بطريقة ما احتمال حدوث B.

إذا كان A و B حدثان **مستقلين**:  $P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B)$

إذا كان A و B حدثان **غير مستقلين**:  $P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B|A)$

يقرأ الترميز  $P(B|A)$  : احتمال حدوث B علمًا بوقوع الحدث A بالفعل. وهذا يسمى **الاحتمال المشروط**.

**الاحتمال المشروط** لـ B إذا وقع A هو  $P(B|A) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)}$  حيث  $P(A) \neq 0$

حدوما إذا كانت الأحداث مستقلة أو غير مستقلة. فسر.

أدى عبدالرحمن اختبار SAT يوم السبت وحصل على 1350 درجة. وأدى اختبار ACT في الأسبوع التالي وحصل على 23 درجة.

وصل فريق كرة السلة الذي تلعب له نبيلة إلى الدور النهائي لأربعة فرق. وإذا فازوا فسيلعبون مباراة البطولة.

**النقل:** يستقل عبد الرحيم الحافلة بعد العمل. وتكلف رحلته إلى المنزل 0.50 AED. إذا كان لديه في جيبه 3 عملات معدنية من فئة 25 فلسًا و5 عملات معدنية من فئة 10 فلوس وعملتان من فئة 5 فلس، فأوجد احتمال أن يأخذ عشوائيًا عملتين من فئة 25 فلوس بشكل متالي. على فرض أن فرصة حدوث الحدثين متساوية.



**أوراق اللعب:** اختيرت بطاقة عشوائيًا من مجموعة أوراق اللعب وعددها 52 بطاقة. وتمت إعادة

تلك البطاقة واختيار بطاقة أخرى. ما احتمال اختيار البطاقتين الموضحتين على اليسار؟

**أصدقاء:** يلتقي 10 أصدقاء كل يوم عطلة ليلعبوا كرة قدم، وتشكيل الفريقين يتم سحب بطاقات مرقمة من 1 إلى 10 عشوائيًا، ويشكل

الذين يسحبون الأعداد الفردية الفريق A والذين يسحبون الأعداد الزوجية الفريق B. ما احتمال أن يكون أحد لاعبي الفريق B قد

سحب العدد 10 ؟

allaaam@yahoo.com

عند إيجاد احتمال وقوع حدث أو وقوع حدث آخر، يجب أن تعرف العلاقة بين الحدثين. فإذا لم يكن وقوع الحدثين ممكنًا في الوقت نفسه يقال إنهما **منفصلان** أي أنه لا توجد نواتج ممكنة بينهما.

إذا كان A ، B حدثان منفصلان:  $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

إذا كان A ، B حدثان غير منفصلين:  $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

عناصر **الحدث المتمم** لـ A تتكون من جميع نواتج فضاء العينة الغير موجودة في الحدث A .

$$P(\text{ليس } A) = 1 - P(A)$$

الكلمات الرئيسية الدالة على الاحتمال : و ← أحداث مستقلة أو غير مستقلة.

أو ← أحداث منفصلة أو غير منفصلة.

ليس ← أحداث متتمة.

**حدوما إذا كانت الأحداث منفصلة أو غير منفصلة. وشرح استنتاجك.**

سحب بطاقة من مجموعة أوراق اللعب والحصول على ولد أو سباتي.

رعاية قطة أو حصان.

**الوظائف:** هيام هي موظفة الشهر المثالية. وجائزتها هي الاختيار عشوائيًا من بين 4 بطاقات هدايا و 6 أقداح قهوة و 7 أسطوانات

DVD و 10 أسطوانات مضغوطة و 3 سلال هدايا. ما احتمال أن تحصل على بطاقة هدايا أو قدح قهوة أو أسطوانة مضغوطة؟

النوادي: وفقاً للجدول، ما احتمال أن يكون الطالب في

النادي في السنة قبل الأخيرة أو في فريق المناظرة؟

النوادي	السنة الأولى	السنة قبل الأخيرة	السنة الأخيرة
التطوعي	12	14	8
المناظرة	2	6	3
الرياضيات	7	4	5
الفرنسية	11	15	13

حدو احتمال وقوع كل حدث:

إذا كانت فرصة إسقاط الكرات في لعبة البولينج هي 2 من 10، فما احتمال أن تفوت الضربة؟

إذا كانت فرصة الإقامة في مهجع بعينه هي 75%. فما احتمال الإقامة في مهجع آخر؟

حفل التخرج: في صف خالد للطلاب في السنة الأخيرة الذي يضم 100 طالب. حضر 91 طالباً حفل تخرج الدفعة. إذا تم اختيار طالبين عشوائياً من الصف بأكمله. فما احتمال عدم حضور واحد على الأقل منهم حفل التخرج؟



موقع المناهج الإماراتية almanahj.com

# إجابات ملزمة

# الرياضيات

نهاية العام

2018-2017

الفصل الدراسي الثاني والثالث

## العاشر العام

إعداد مدرس الرياضيات أ. مُصطفى أسامة عَلّام

[allaaam@yahoo.com](mailto:allaaam@yahoo.com) 050-2509447

[allaaam@yahoo.com](mailto:allaaam@yahoo.com)

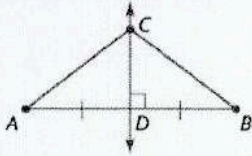
050-2509447

# الوحدة السادسة



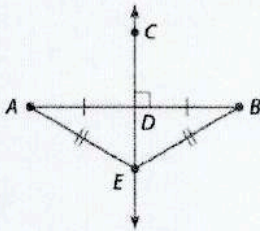
نظريات المنصفات العمودية

7.1 نظرية المنصفات العمودية



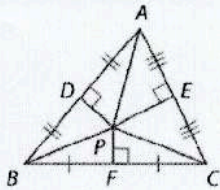
إذا كانت هناك نقطة على المنصف العمودي لقطعة مستقيمة ما، إذا فهي تقع على مسافة واحدة من طرفي القطعة المستقيمة.  
مثال: إذا كان  $\overline{CD}$  هو منصف  $\perp \overline{AB}$ ، إذا  $AC = BC$ .

7.2 معكوس نظرية المنصفات العمودية



إذا كانت هناك نقطة تقع على مسافة واحدة من طرفي قطعة مستقيمة ما، إذا فهي على المنصف العمودي للقطعة المستقيمة.  
مثال: إذا كان  $AE = BE$ ، إذا  $E$  تقع على  $\overline{CD}$ ، المنصف  $\perp \overline{AB}$ .

نظرية 7.3 نظرية مركز الدائرة المحيطة

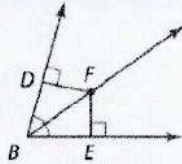


الشرح  
تقاطع المنصفات العمودية لمثلث في نقطة تُسمى مركز الدائرة المحيطة بحيث تكون على مسافة واحدة من رؤوس المثلث.

مثال  
إذا كانت  $P$  هي نقطة تقاطع المنصفات لـ  $\triangle ABC$ ، إذا  $PB = PA = PC$ .

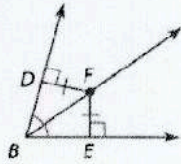
نظريات منصفات الزاوية

7.4 نظرية منصفات الزاوية



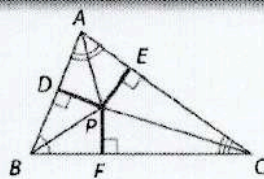
إذا كانت هناك نقطة على منصف زاوية ما، إذا فهي تقع على مسافة واحدة من ضلعي الزاوية.  
مثال: إذا كان  $\overline{BF}$  ينصف  $\angle DBE$ ،  $\overline{FD} \perp \overline{BD}$  و  $\overline{FE} \perp \overline{BE}$ ، إذا  $DF = FE$ .

7.5 معكوس نظرية منصف الزاوية



إذا كانت هناك نقطة داخل الزاوية تقع على مسافة واحدة من ضلعي الزاوية، إذا فهي على منصف الزاوية.  
مثال: إذا كان  $\overline{FD} \perp \overline{BD}$ ،  $\overline{FE} \perp \overline{BE}$  و  $DF = FE$ ، إذا  $\overline{BF}$  ينصف  $\angle DBE$ .

نظرية 7.6 نظرية مركز الدائرة الداخلية

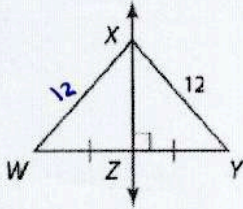


الشرح  
تقاطع منصفات زوايا المثلث في نقطة تُسمى مركز الدائرة الداخلية بحيث تكون على مسافة واحدة من أضلاع المثلث.

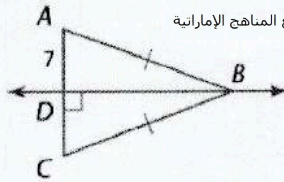
مثال  
إذا كانت النقطة  $P$  هي مركز الدائرة الداخلية لـ  $\triangle ABC$ ، إذا  $PD = PE = PF$ .

أوجد قياس كل مما يلي.

$XW = 12$

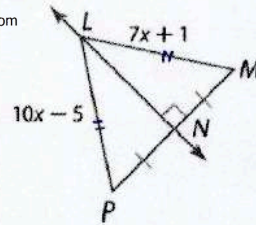


$AC = 14$



almanah.com موقع المناهج الإماراتية

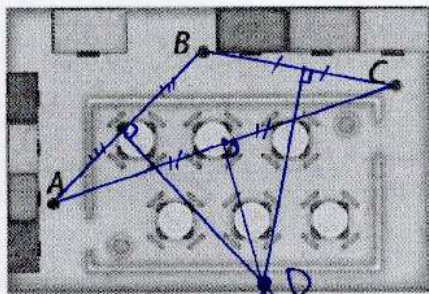
$LP$



$7x + 1 = 10x - 5$

$6 = 3x$   
 $2 = x$

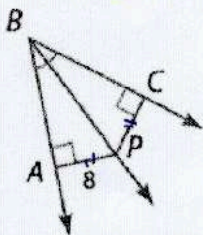
$LP = 10(2) - 5$   
 $= 15$



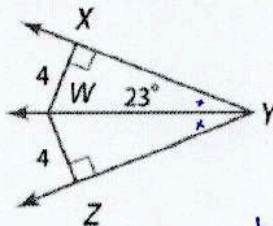
إعلان أربع صديقات يتبادلن النشرات الإعلانية بساحة طعام بأحد المراكز التجارية. أخذت ثلاث منهن ما استطعن جمعه من النشرات الإعلانية وجلسن كما هو موضح. تحتفظ الصديقة الرابعة بمخزون إضافي من النشرات الإعلانية. انسخ مواضع النقاط  $A, B, C$  ثم عيّن موقع الصديقة الرابعة عند النقطة  $D$  حتى تكون على مسافة واحدة من الصديقات الثلاث الأخريات.

أوجد قياس كل من الآتي.

$CP = 8$

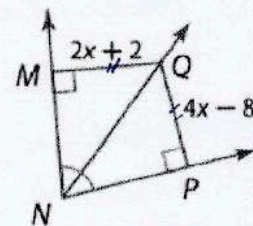


$m\angle WYZ = 23^\circ$



صفحة الزوايا

$QM$

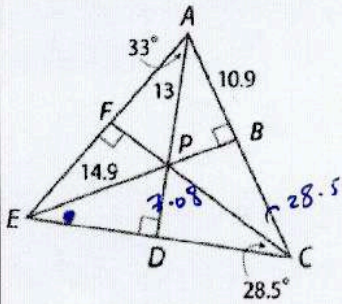


$4x - 8 = 2x + 2$

$2x = 10$   
 $x = 5$

$QM = 2(5) + 2$   
 $= 12$

التكبير المنطقي النقطة  $P$  هي مركز الدائرة الداخلية لـ  $\triangle AEC$ . أوجد قياس كل مما يلي.



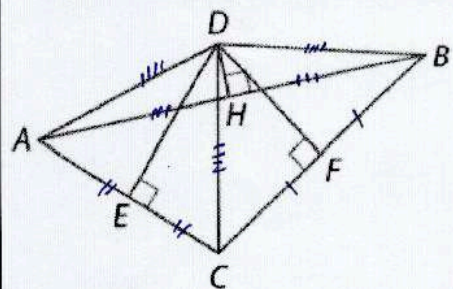
$PB = \sqrt{13^2 - 10.9^2} = 7.08$

$DE = \sqrt{14.9^2 - 7.08^2} = 13.11$

$m\angle DAC = 33^\circ$

$m\angle DEP = [180 - 33 - 33 - 28.5 - 28.5] \div 2 = 28.5$

النقطة  $D$  هي مركز الدائرة المحيطة لـ  $\triangle ABC$ . اذكر أي القطع المستقيمة تتطابق مع القطع المستقيمة الأخرى.



$\overline{AD} \cong \overline{DB} \cong \overline{DC}$

$\overline{BF} \cong \overline{FC}$

$\overline{AH} \cong \overline{HB}$

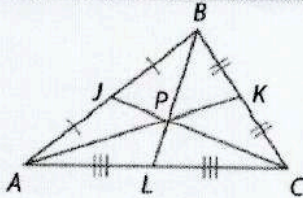
$\overline{DC} \cong \overline{DB} \cong \overline{AD}$

2- تحديد الارتفاعات في المثلثات واستخدامها.

1- تحديد المتوسطات في المثلثات واستخدامها.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

### النظرية 7.7 نظرية النقطة المركزية للمثلث

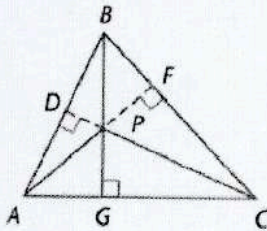


تتقاطع متوسطات المثلث في النقطة تُسمى النقطة المركزية للمثلث. وهي تقع على بعد ثلثي المسافة من الرأس إلى نقطة منتصف الضلع المقابل.

مثال إذا كانت النقطة  $P$  هي نقطة المركزية لـ  $\triangle ABC$ .  
إذاً  $AP = \frac{2}{3}AK$ ,  $BP = \frac{2}{3}BL$ ,  $CP = \frac{2}{3}CJ$ .

### المفهوم الأساسي ملتقى الارتفاعات

تتلاقى المستقيبات التي تقع عليها ارتفاعات المثلث وتتلاقى في نقطة تُسمى ملتقى الارتفاعات.



مثل تتقاطع المستقيبات التي تقع عليها الارتفاعات  $AF$  و  $CD$  و  $BG$  عند النقطة  $P$ , ملتقى ارتفاعات  $\triangle ABC$ .

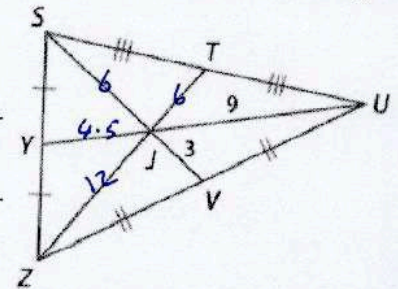
### ملخص المفاهيم القطع المستقيمة والنقاط الخاصة في المثلثات

الاسم	مثال	نقطة الالتقاء	خاصية خاصة	مثال
منتصف عمودي		مركز الدائرة المحيطة	مركز الدائرة المحيطة لـ $\triangle ABC$ يقع على مسافة واحدة من كل رأس.	
منتصف الزاوية		مركز الدائرة الداخلية	مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle ABC$ يقع على مسافة واحدة من كل أضلاع المثلث.	
متوسط المثلث		النقطة المركزية	النقطة المركزية لـ $\triangle ABC$ تقع على بعد ثلثي المسافة من كل رأس إلى نقطة منتصف الضلع المقابل لها.	
ارتفاع المثلث		ملتقى الارتفاعات	المستقيبات التي تقع عليها ارتفاعات المثلث لـ $\triangle ABC$ تتقاطع مع ملتقى الارتفاعات $S$ .	

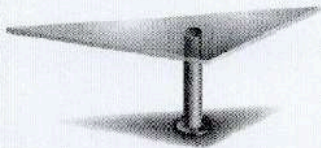
في  $\Delta SZU$  إذا كان  $UJ = 9$  و  $VJ = 3$  و  $ZT = 18$ . أوجد طول كل مما يلي.

YJ 4.5  
YU 13.5  
JT 6

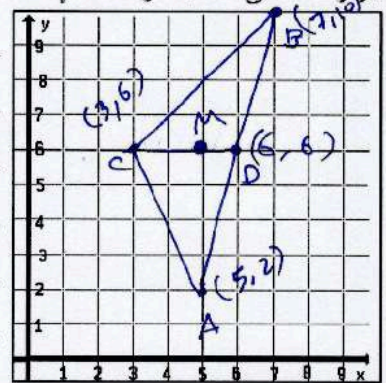
SJ 6  
SV 9  
ZJ 12



تصميم داخلي يقوم مهندس ديكور بتصميم طاولة قهوة مخصوصة لأحد زبائنه. سطح الطاولة عبارة عن مثلث زجاجي تجب موازنته على دعامة واحدة. إذا كانت إحداثيات رؤوس المثلث هي (3,6) و (5,2) و (7,10). فبأي نقطة يجب وضع الدعامة؟



$AB$  منتصف  $= \left( \frac{12}{2}, \frac{12}{2} \right) = (6,6)$   
طول  $CD = 3$  نقطة المنتصف  $C$  من الزاوية  
 $M(5,6)$  نقطة المنتصف هي



لهندسة الإحداثية حدد إحداثيات ملتقى الارتفاعات لكل مثلث له رؤوس معلومة.  $R(-4, 8), S(-1, 5), T(5, 5)$

نوجد معادلة ارتفاع  $S$  على  $RT$  من الزاوية  $S$  من الارتفاع = 3

$$y - 5 = 3(x + 1)$$

خط  $RT$

$$y = 3x + 3 + 5$$

$$0 = 2x + 8$$

$$y = 3x + 8 \quad (1)$$

$$-4 = x$$

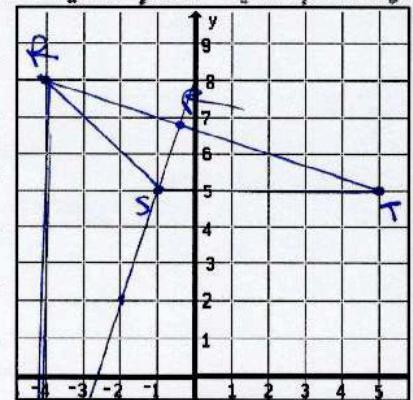
النقطة من الارتفاع  $S$  على  $RT$   $R(-4, 8)$   
يكون  $(-4, -4)$

$$y = -4$$

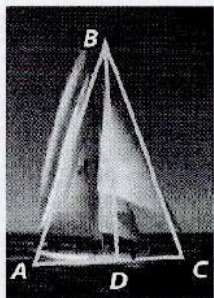
$$y - 5 = x - 5$$

نقطة التقاطع  $(-4, -4)$   
الارتفاع

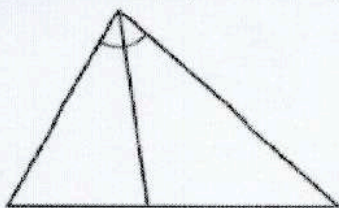
$$y = x \quad (2)$$



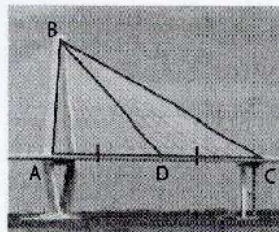
حدد إذا ما كانت كل قطعة مستقيمة  $BD$  عبارة عن ارتفاع أم متوسط أم منتصف عمودي.



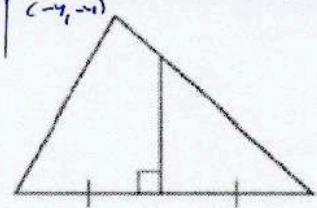
ارتفاع



منفصل زاوية



متوسط



عمود منصف الأضلاع

في هذا الدرس سوف نتعلم: 1- التعرف على خواص المتباينات وتطبيقها على قياسات زوايا المثلث. 2- التعرف على خواص متباينات العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه وتطبيقاتها.

www.almanabi.com موقع المناهج الاماراتية

### المفهوم الأساسي تعريف المتباينة

**الشرح**  
بالنسبة لأي عددين حقيقيين  $a$  و  $b$ ، و  $a > b$  فقط في حالة وجود عدد موجب  $c$  حيث إن  $a = b + c$ .

**مثال**  
إذا كان  $5 = 2 + 3$ ، فإن  $5 > 2$  و  $5 > 3$ .

### المفهوم الأساسي خواص المتباينات للأعداد الحقيقية

الخصائص التالية صحيحة لأي أعداد حقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$ .

**خاصية المقارنة في المتباينات**  
 $a < b$ ، أو  $a = b$ ، أو  $a > b$

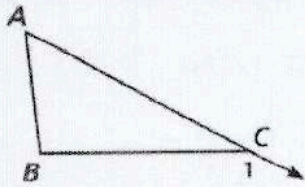
**خاصية التعددي في المتباينات**  
1. إذا كان  $a < b$  و  $b < c$ ، فإن  $a < c$ .  
2. إذا كان  $a > b$  و  $b > c$ ، فإن  $a > c$ .

**خاصية الجمع في المتباينات**  
1. إذا كان  $a > b$ ، فإن  $a + c > b + c$ .  
2. إذا كان  $a < b$ ، فإن  $a + c < b + c$ .

**خاصية الطرح في المتباينات**  
1. إذا كان  $a > b$ ، فإن  $a - c > b - c$ .  
2. إذا كان  $a < b$ ، فإن  $a - c < b - c$ .

### النظرية 7.8 متباينة الزاوية الخارجية

قياس زاوية المثلث الخارجية أكبر من قياس كلا الزاويتين المتناظرتين الداخليتين غير المجاورتين.



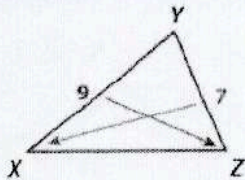
**مثال:**  $m\angle 1 > m\angle A$

$m\angle 1 > m\angle B$

### نظريات علاقات الزوايا والأضلاع في المثلثات

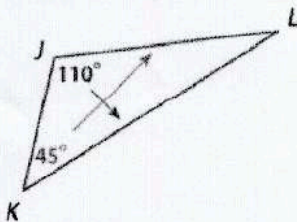
**7.9** إذا كان أحد أضلاع المثلث أطول من ضلع آخر، فإن الزاوية المقابلة للضلع الأطول ذات قياس أكبر من الزاوية المقابلة للضلع الأقصر.

**مثال:** نظرًا لأن  $XY > YZ$ ، فإن  $m\angle Z > m\angle X$ .

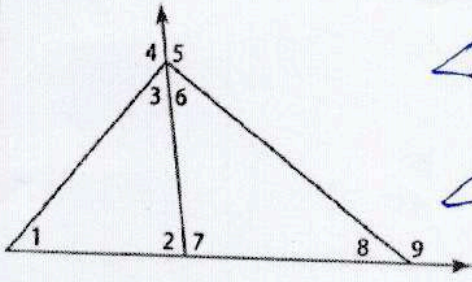


**7.10** إذا كانت إحدى زوايا المثلث لها قياس أكبر من زاوية أخرى، فإن الضلع المقابل للزاوية الأكبر يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الأصغر.

**مثال:** نظرًا لأن  $m\angle J > m\angle K$ ، فإن  $KL > JL$ .

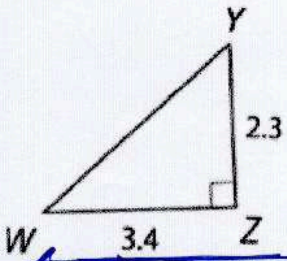


التفكير المنطقي استخدم نظرية متباينة الزاوية الخارجية لإدراج جميع الزوايا المستوفية للشرط المذكور.

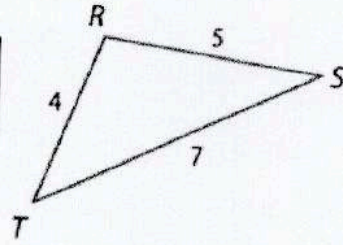


- قياسها أكبر من  $m\angle 2$   $\angle 4$
- قياسها أصغر من  $m\angle 4$   $\angle 3, \angle 6, \angle 2, \angle 1$
- قياسها أصغر من  $m\angle 5$   $\angle 7, \angle 8$
- قياسها أصغر من  $m\angle 9$   $\angle 1, \angle 3, \angle 7, \angle 6$
- قياسها أكبر من  $m\angle 8$   $\angle 4, \angle 2$
- قياسها أكبر من  $m\angle 7$   $\angle 9, \angle 5$

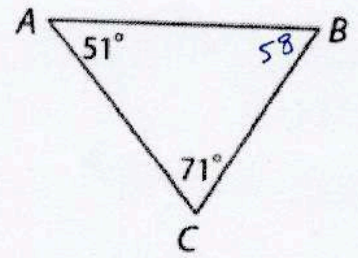
صنف زوايا كل مثلث وأضلاعه بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر.



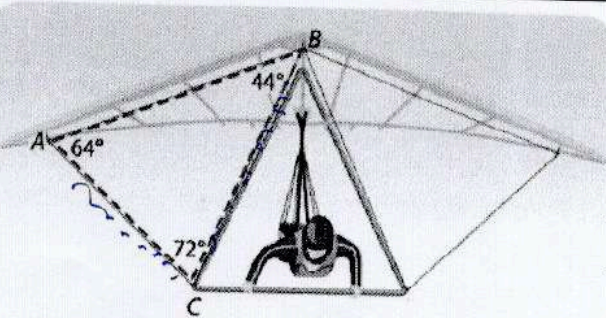
- $\overline{XW} < \overline{WZ} < \overline{YZ}$
- $\angle W < \angle Y < \angle Z$



- $\overline{TR} < \overline{RS} < \overline{ST}$
- $\angle S < \angle T < \angle R$



- $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$
- $\angle A < \angle B < \angle C$



الطيران الشراعي تكوّن دعامات الطيران الشراعي مثلثات كما هو موضح. أي منها الأطول - الدعامة التي تمثلها AC أم الدعامة التي تمثلها BC؟ اشرح استنتاجك.

- $\overline{AC}$   $\rightarrow$  44°
- $\overline{BC}$   $\rightarrow$  64°

الأطول  $\overline{BC}$  لأنه يقابل الزاوية الأكبر من 44

في هذا الدرس سوف نعلم: 1- كتابة براهين جبرية غير مباشرة. 2- كتابة براهين هندسية غير مباشرة.

اذكر الافتراض الذي ستبدأ به البرهان غير المباشر لكل عبارة.

$$\overline{AB} \neq \overline{CD} \quad \overline{AB} \cong \overline{CD}$$

كان  $4x < 24$ , فإن  $x < 6$  .....  $x \geq 6$

$\triangle XYZ$  هو مثلث مختلف الأضلاع.  $\triangle XYZ$  متساوي الأضلاع أو متساوي الساقين.

$\angle A$  ليست زاوية قائمة.  $\angle A$  قائمة

$\angle 1$  و  $\angle 2$  ليستا زاويتين متكاملتين.  $\angle 1 < 2$  و  $\angle 2 < 1$  زاويتين متكاملتين.

إذا كان المثلث غير متساوي الأضلاع، فإنه يكون مثلثاً غير متساوي الزوايا.

المثلث متساوي الزوايا

اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة.

إذا كان  $12 > -2x - 6$ , فإن  $x < -9$ .

افتراضاً أنه  $x \geq -9$  عبارة صحيحة

المضاد ②  $-2x \leq 18$

$$-2x - 6 \leq 18 - 6$$

$$-2x - 6 \leq 12$$

هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات المعطاة

وبالتالي الافتراض الخاطئ  $x \geq -9$  يجب أن يكون مبرهن.

إذا كان  $7 < -3x + 4$ , فإن  $x > -1$ .

افتراضاً أن  $x \leq -1$  عبارة صحيحة

المضاد ②  $-3x \geq 3$

$$-3x + 4 \geq 3 + 4$$

$$-3x + 4 \geq 7$$

هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات

وبالتالي فالافتراض الخاطئ  $x \leq -1$  يجب أن يكون مبرهن.

ألعاب الكمبيوتر اشترى إبراهيم لعبتين من ألعاب الكمبيوتر بتكلفة AED 80 قبل إضافة الضريبة. بعد مرور بضعة أسابيع، سأله صديقه عن ثمن كل لعبة. لم يتذكر إبراهيم أسعار كل لعبة على حدة. استخدم الاستنتاج غير المباشر لإظهار أن إحدى اللعبتين على الأقل تزيد تكلفتها عن AED 40. البرهان غير المباشر

افتراضاً أنه اللعبة الأولى سعرها  $x$  وسعر الثانية  $y$  ① نفترض أنه  $x \leq 40$  أو  $y \leq 40$

المعطيات ②  $x + y > 80$

المطلوب ③  $x > 40$  أو  $y > 40$

التناقض مع المعطيات

ولذلك التناقض صحيح

وبالتالي الاستنتاج صحيح.

الفرضيات اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة.

المعطيات:  $xy$  هو عدد فردي صحيح.

المطلوب:  $x$  و  $y$  هما عددان صحيحان فرديان

١) نفرض  $x$  و  $y$  عدداً زوجياً

٢)  $x$  عدداً صحيحاً فردياً و  $y$  عدداً زوجياً

٣) نفرض  $x$  و  $y$  عدداً زوجياً زوجياً

$x$  زوجي ،  $y$  لا زوجي

٤)  $x = 2k$  (  $y = 2m + 1$  )

٥) العوض  $xy = 2k(2m + 1)$

$= 4km + 2k$

٦)  $2km + k = 2$  زوجي

٧) الفرضيات أدلة متناقضة وبالتالي

الاستنتاج الأصلي صحيح.

24

المعطيات:  $n^2$  هو عدد زوجي.

المطلوب:  $n^2$  يقبل القسمة على 4.

١) نفرض  $n^2$  لا يقبل القسمة على 4

يقع  $4$  إلى  $n^2$  مرتين

٢)  $n^2$  زوجي  $\rightarrow n$  زوجي

$n = 2a$

$\rightarrow n^2 = 4a^2$

٣)  $4$  من  $n^2$  مرتين

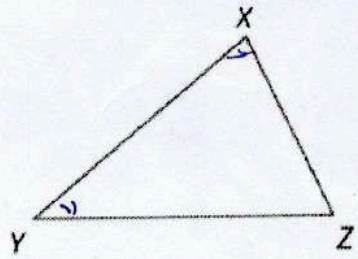
وهو يناقض الفرضيات.

٤) بما أنه الفرضيات المتناقضة فالفرضيات الأصلية صحيحة

لأنها لا يمكن الاستنتاج الأصلي صحيحاً.

المعطيات:  $XZ > YZ$

المطلوب:  $\angle X \neq \angle Y$



١) افترض أنه  $\angle X = \angle Y$

٢)  $\sqrt{XZ} = \sqrt{YZ}$  متساوية نظراً من تساوي الزوايا

٣) هذا الافتراض أدلة متناقضة مع المعطيات

المطلوبات

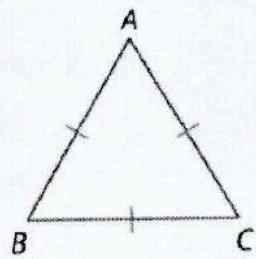
وبالتالي الاستنتاج الأصلي صحيح

لأنه صحيحاً.

28

المعطيات:  $\triangle ABC$  متساوي الأضلاع.

المطلوب:  $\triangle ABC$  متساوي الزوايا.



١) افترض  $\triangle ABC$  ليس متساوي الزوايا

٢)  $m \angle B > m \angle C$

٣)  $AC > AB$  زوجي

الزاوية الأكبر في المثلث

٤) وهذا يناقض المطلوب

لأنه صحيح الاستنتاج الأصلي صحيحاً



- 1- استخدام نظرية متباينة المثلث لتحديد الثلاث المتصلة.  
2- إثبات علاقات المثلث باستخدام نظرية متباينة المثلث.

هل يمكن تكوين مثلث باستخدام أطوال الأضلاع المعطاة؟ إذا كان لا يمكن ذلك، فاشرح السبب.

4 ft, 9 ft, 15 ft

$$4 + 9 > 15 \quad \times$$

$$4 + 15 > 9$$

$$9 + 15 > 4$$

$$4 + 9 \not> 15 \quad \text{لا يمكن}$$

11 mm, 21 mm, 16 mm

$$11 + 21 > 16 \quad \checkmark$$

$$11 + 16 > 21 \quad \checkmark$$

$$21 + 16 > 11 \quad \checkmark$$

نعم

9.9 cm, 1.1 cm, 8.2 cm

$$9.9 + 1.1 > 8.2 \quad \checkmark$$

$$1.1 + 8.2 > 9.9 \quad \times$$

$$8.2 + 9.9 > 1.1 \quad \checkmark$$

$$1.1 + 8.2 \not> 9.9 \quad \text{لا يمكن}$$

احسب مدى قياس الضلع الثالث لمثلث تم إعطاء قياسيه الأخرين.

4 ft, 8 ft, x

$$4 + 8 > x \quad | \quad 12 > x$$

$$8 + x > 4 \quad | \quad x > -4$$

$$x + 4 > 8 \quad | \quad x > 4$$

$$4 < x < 12$$

5 m, 11 m, x

$$5 + 11 > x \quad | \quad 16 > x$$

$$11 + x > 5 \quad | \quad x > -6$$

$$x + 5 > 11 \quad | \quad x > 6$$

$$6 < x < 16$$

2.7 cm, 4.2 cm, x

$$2.7 + 4.2 > x \quad | \quad 6.9 > x$$

$$4.2 + x > 2.7 \quad | \quad x > -1.5$$

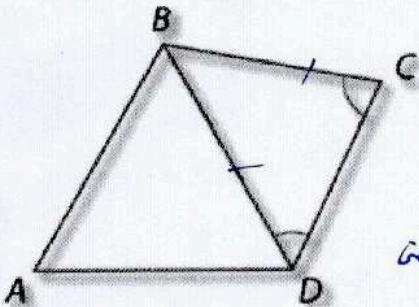
$$x + 2.7 > 4.2 \quad | \quad x > 1.5$$

$$1.5 < x < 6.9$$

البرهان اكتب برهاناً من عمودين.

المعطيات:  $\angle BCD \cong \angle CDB$

المطلوب:  $AB + AD > BC$



المعطيات	$\angle BCD \cong \angle CDB$
تعريف المثلث المتساوي الساقين	$\overline{BC} \cong \overline{CD}$
تعريف التماثل	$BC = CD$
متباينة المثلث	$AB + AD > BD$
الاستنتاج	$AB + AD > BC$

في هذا الدرس سوف نتعلم:

- 1- تطبيق نظرية الفصلة أو عكسها لعمد مقارنة بين مثلثين.
- 2- إثبات علاقات التلك باستخدام نظرية الفصلة أو عكسها.

النظريات المتباينات في مثلثين

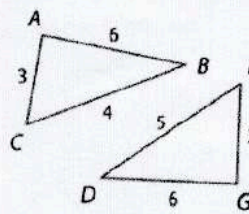
**7.13 نظرية الفصلة** إذا تطابق ضلعان في مثلث مع ضلعي مثلث آخر. وكانت الزاوية المحصورة للمثلث الأول أكبر من الزاوية المحصورة في المثلث الثاني. فإن الضلع الثالث في المثلث الأول أكبر من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

**مثال:** إذا كان  $m\angle A > m\angle F$  و  $\overline{AB} \cong \overline{FG}$ ,  $\overline{AC} \cong \overline{FH}$  و  $m\angle A > m\angle F$  و  $BC > GH$ .

**7.14 عكس نظرية الفصلة** إذا تطابق ضلعان في مثلث مع ضلعي مثلث آخر. وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أكبر من الضلع الثالث في المثلث الثاني. فإن قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول تكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

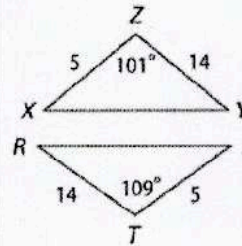
**مثال:** إذا كان  $PQ > JK$  و  $\overline{JL} \cong \overline{PR}$ ,  $\overline{KL} \cong \overline{QR}$  و  $m\angle R > m\angle L$ .

$m\angle BAC$  و  $m\angle DGE$



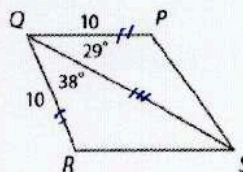
في المثلثين  
 $\overline{AB} \cong \overline{GD}$   
 $\overline{AC} \cong \overline{GE}$   
 $\overline{CB} \not\cong \overline{ED}$   
 $m\angle A < m\angle G$   
سبب نظرية الفصلة

SR و XY



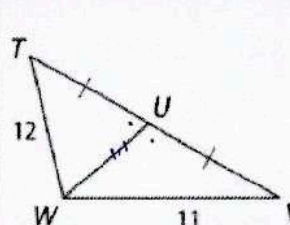
قارن بين القياسات المعطاة.  
في المثلثين  
 $\overline{ZY} \cong \overline{TR}$   
 $\overline{ZX} \cong \overline{ST}$   
 $m\angle Z < m\angle T$   
 $XY < SR$   
سبب نظرية الفصلة

PS و SR

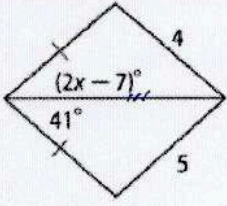


في المثلثين  
 $\overline{QP} \cong \overline{QR}$  على  
 $\overline{SQ} \cong \overline{QS}$  العكس  
 $m\angle PQS < m\angle SQR$   
 $PS < SR$   
سبب نظرية الفصلة

في المثلثين  $\triangle TUW$  و  $\triangle UVW$



على  
 $\overline{TU} \cong \overline{UV}$   
العكس  
 $\overline{WV} \cong \overline{WV}$   
 $TW > WV$   
 $m\angle TUW > m\angle UVW$   
سبب نظرية الفصلة



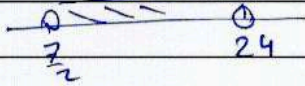
$$2x - 7 < 41$$

$$2x < 48$$

$$x < 24$$

$$2x - 7 > 0$$

$$x > \frac{7}{2}$$



$$\frac{7}{2} < x < 24$$

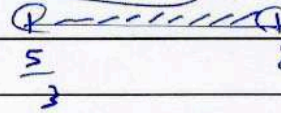
احسب مدى القيم المحتملة للمتغير  $x$ .

$$2x + 3 > 3x - 5$$

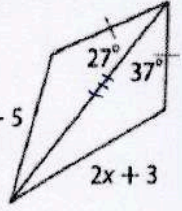
$$8 > x$$

$$3x - 5 > 0$$

$$x > \frac{5}{3}$$



$$\frac{5}{3} < x < 8$$



الفرضيات اكتب برهاناً من عمودين.

العمود -

$$\overline{YZ} \cong \overline{XW}$$

خاصية الانعكاس

$$\overline{WZ} \cong \overline{WZ}$$

صياغة الزاوية الخارجة

$$m\angle 1 > m\angle 2$$

نظرية المقطع

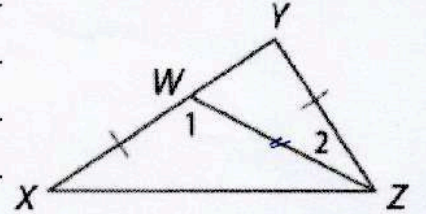
$$x\angle 2 > w\angle 1$$

المعطيات:

$$\overline{YZ} \cong \overline{XW}$$

المطلوب:

$$ZX > YW$$



# الوحدة السابعة

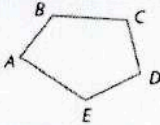
7-1 زوايا المضلعات الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

1- إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية في مضلع واستخدامه. 2- إيجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجية في مضلع واستخدامه.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

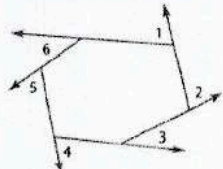
**نظرية 8.1 مجموع زوايا المضلع الداخلية**

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب عدد أضلاعه  $n$  هو  $(n - 2) \times 180$ .  
مثال  $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E = (5 - 2) \times 180 = 540$



**نظرية 8.2 مجموع زوايا المضلع الخارجية**

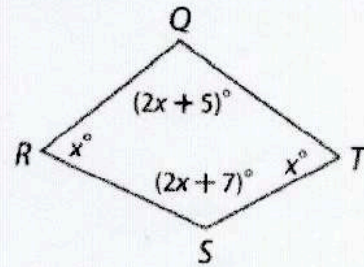
مجموع قياسات زوايا المضلع المحدب الخارجية، بواقع وجود زاوية واحدة عند كل رأس، هو  $360^\circ$ .  
مثال  $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360$



أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب.

الشكل الاثنا ثلاثيني	الشكل التسع عشري	الشكل الاثنا عشري
$= (32 - 2) (180)$	$= (29 - 2) (180)$	$= (12 - 2) (180)$
$= 30 (180) = 5400$	$= 27 (180) = 4860$	$= 10 (180) = 1800$

أوجد قياس كل زاوية داخلية.



$$\text{مجموع الزوايا الداخلية} = (4-2)(180) = 2(180) = 360^\circ$$

$$x + 2x + 5 + 2x + 7 + x = 360$$

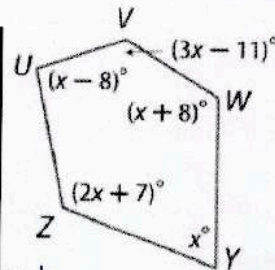
$$6x = 360 - 12$$

$$x = \frac{348}{6} = 58^\circ$$

$$m\angle R = m\angle T = 58^\circ$$

$$m\angle Q = 2(58) + 5 = 121^\circ$$

$$m\angle S = 2(58) + 7 = 123^\circ$$



$$\text{مجموع الزوايا الداخلية} = (5-2)(180) = 3(180) = 540$$

$$x - 8 + 3x - 11 + x + 8 + x + 2x + 7 = 540$$

$$8x - 4 = 540$$

$$x = \frac{540 + 4}{8} = 68^\circ$$

$$m\angle V = 3(68) - 11 = 193^\circ$$

$$m\angle U = 68 - 8 = 60^\circ$$

$$m\angle Z = 2(68) + 7 = 143^\circ$$

$$m\angle Y = 68^\circ$$

$$m\angle W = 68 + 8 = 76^\circ$$

أوجد قياس كل زاوية داخلية لكل مضلع منتظم.

الشكل العشاري

الشكل الخماسي

$$\text{مجموع} \quad (10-2)(180) = 8(180) = 1440$$

$$\text{مجموع} \quad (5-2)(180) = 3(180) = 540$$

$$\text{الزاوية الواحدة} \quad \frac{1440}{10} = \boxed{144^\circ}$$

$$\text{الزاوية الواحدة} \quad = \frac{540}{5} = 108^\circ$$

قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم معطى. أوجد عدد الأضلاع في المضلع.

60

$$\frac{(n-2)(180)}{n} = 60 \quad | \quad 3n - 6 = n$$

$$(n-2)(180) = 60n \quad | \quad 2n = 6$$

$$3(n-2) = n \quad | \quad \boxed{n=3}$$

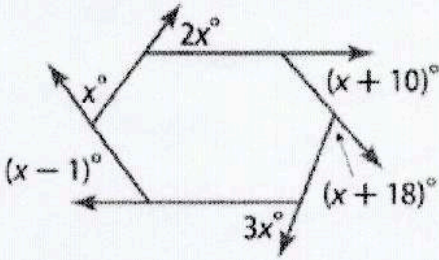
156

$$\frac{(n-2)(180)}{n} = 156 \quad | \quad n = \frac{360}{24}$$

$$180n - 360 = 156n \quad | \quad n = \boxed{15^\circ}$$

$$24n = 360$$

أوجد قيمة  $x$  في كل رسم تخطيطي.



$$\text{مجموع الزوايا الداخلية} = 360$$

$$9x + 27 = 360$$

$$x = \frac{360 - 27}{9} = \boxed{37^\circ}$$

أوجد قياس كل زاوية خارجية لكل مضلع منتظم.

الشكل الخمس عشري

الشكل الخماسي

$$\frac{360}{15} = \boxed{24^\circ}$$

$$\frac{360}{5} = \boxed{72^\circ}$$

في هذا الدرس سوف نتعلم: 1- التعرف على خصائص أضلاع وزوايا متوازيات الأضلاع وتطبيقها. 2- التعرف على خصائص أقطار متوازيات الأضلاع وتطبيقها.

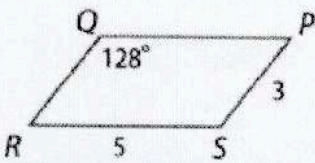
نظرية خصائص متوازي الأضلاع

- 8.3 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن ضلعيه المتقابلين متطابقان.  
8.4 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن زاويتييه المتقابلتين متطابقتان.  
8.5 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن زاويتييه المتتاليتين متكاملتان.  
8.6 إذا كان متوازي الأضلاع يحتوي على زاوية واحدة قائمة، فإنه يحتوي على أربع زوايا قائمة.

نظرية أقطار متوازي الأضلاع

- 8.7 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصفان بعضهما.  
8.8 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن كل قطر يفصل متوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين.

استخدم  $\square PQRS$  لإيجاد كل القياسات.



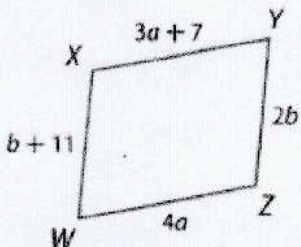
$$m \angle R = \frac{180 - 128}{2} = 26^\circ$$

$$QP = 5$$

$$QR = 3$$

$$m \angle S = 128^\circ$$

الجبر أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.

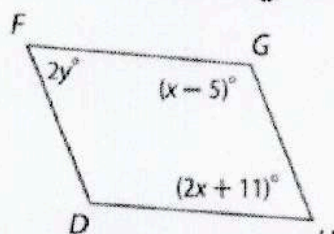


$$3a + 7 = 4a$$

$$7 = a$$

$$b + 11 = 2b$$

$$11 = b$$



$$2y = 2x + 11$$

$$2y = 180 - x + 5$$

$$x - 5 + 2x + 11 = 180$$

$$3x = 180 - 6$$

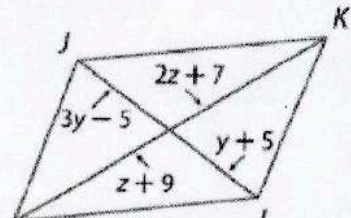
$$x = \frac{174}{3} = 58$$

$$2y + x - 5 = 180$$

$$2y + 58 - 5 = 180$$

$$2y = \frac{180 - 53}{2}$$

$$y = 63.5$$



$$3y - 5 = y + 5$$

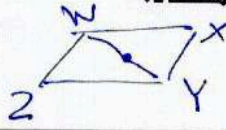
$$2y = 10$$

$$y = 5$$

$$2z + 7 = z + 9$$

$$z = 2$$

الهندسة الإحداثية أوجد إحداثيات تقاطع القطرين في  $WXYZ$  باستخدام الرؤوس المعطاة.



$$W(-1, 7), X(8, 7), Y(6, -2), Z(-3, -2)$$

الموقع الإلكتروني: [almanahj.com](http://almanahj.com)

نقطة منتصف  $WY$

$$= \left( \frac{6-1}{2}, \frac{-2+7}{2} \right)$$

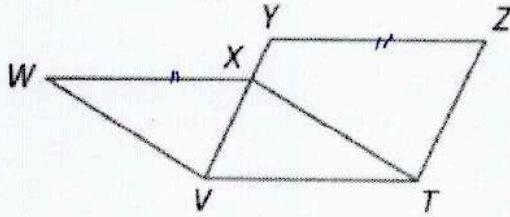
$$= (2.5, 2.5)$$

البرهان اكتب برهاناً من عمودين

23. المعطيات:  $ZYVT$  و  $WXTV$  هما

متوازي أضلاع.

المطلوب:  $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$



المعطيات

الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع

خاصية التبادلي

$ZYVT$  و  $WXTV$  متوازي أضلاع

$$\overline{WX} \cong \overline{VT} \quad \text{و} \quad \overline{ZY} \cong \overline{VT}$$

$$\overline{WX} \cong \overline{ZY}$$



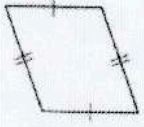
1- التعرف على الشروط التي تضمن أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع . 2- إثبات أن مجموعة نقاط تكون متوازي أضلاع في المستوى الإحداثي .  
في هذا الدرس سوف نتعلم:

ملخص المفهوم

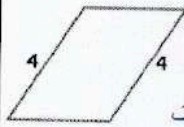
برهن على أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع

- توضيح أن كلا زوجي الأضلاع المتقابلين متوازيان . (التعريف)
- توضيح أن كلا زوجي الأضلاع المتقابلين متطابقان . (النظرية 8.9)
- توضيح أن كلا زوجي الزوايا المتقابلين متطابقان . (النظرية 8.10)
- توضيح أن القطرين ينصفان بعضهما . (النظرية 8.11)
- توضيح أن زوج الأضلاع المتقابلة متوازيان ومتطابقان في نفس الوقت . (النظرية 8.12)

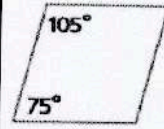
الفرضيات حدد ما إذا كان كل شكل رباعي متوازي أضلاع. علل إجابتك.



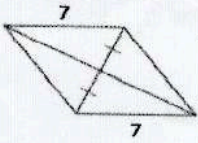
نعم.  
كلا زوجي أضلاع المتقابلين متوازيان



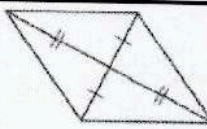
لا يمكن  
أي من اختبارات متوازي الأضلاع



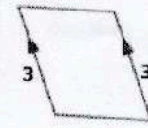
لا يمكن  
أي من اختبارات متوازي الأضلاع



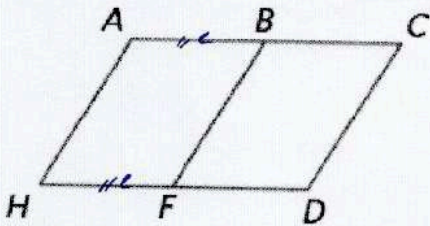
لا يمكن  
من اختبارات متوازي الأضلاع



نعم.  
القطر ينصفان بعضهما



نعم.  
زوج من الأضلاع متطابق ومتوازي

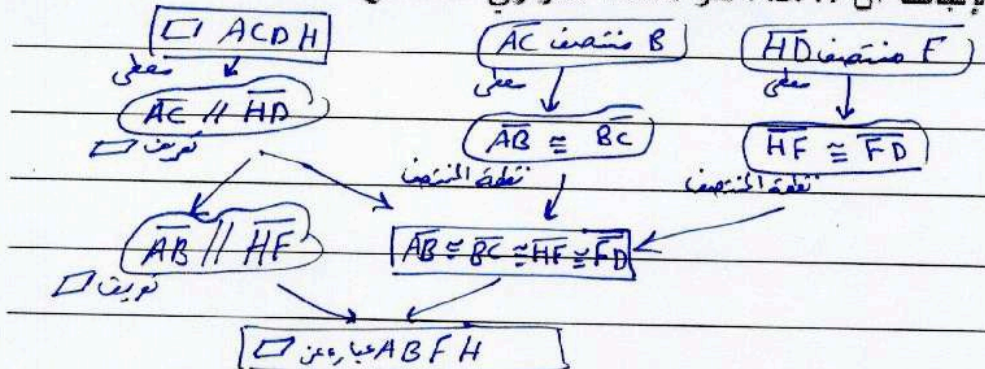


البرهان إذا كان  $ACDH$  هو متوازي أضلاع،

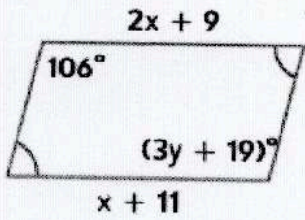
$B$  هي نقطة منتصف  $AC$ ، والنقطة  $F$

نقطة منتصف  $HD$ . اكتب نتائج.

لإثبات أن  $ABFH$  هو مثلث متوازي الأضلاع



الجبر أوجد  $x$  و  $y$  بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



\*  $3y + 19 = 106$

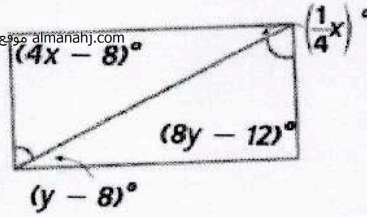
$y = \frac{106 - 19}{3} = 29$

\*  $2x + 9 = x + 11$

$x = 11 - 9$

$x = 2$

18



20

$y - 8 = \frac{1}{4}x$  (x16)  $16y - 128 = 4x$  (x2)

$4x - 8 = 8y - 12$   $8y - 4 = 4x$

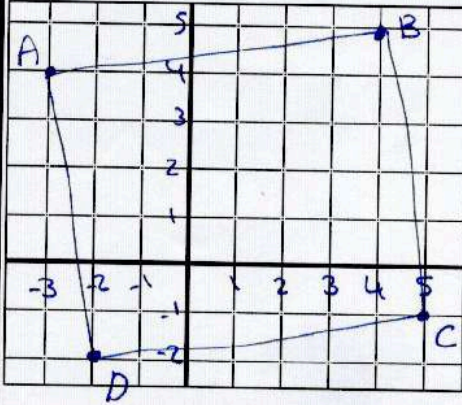
$8y - 124 = 0$  نطرح

$y = \frac{124}{8} = 15.5$

$15.5 - 8 = \frac{1}{4}x$

$4 \times 7.5 = x$

$30 = x$



الهندسة الإحداثية مثل بياناً كل شكل رباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. حدد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا. علل إجابتك بالطريقة المشار إليها.

قانون الميل:  $A(-3, 4)$ ,  $B(4, 5)$ ,  $C(5, -1)$ ,  $D(-2, -2)$

\* ميل  $\overline{AB} = \frac{1}{7}$  ميل  $\overline{DC} = \frac{1}{7}$

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

\* ميل  $\overline{AD} = -6$  ميل  $\overline{BC} = -6$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

كل زوج من الأضلاع المتقابلة متوازي فاشكل متوازي أضلاع.

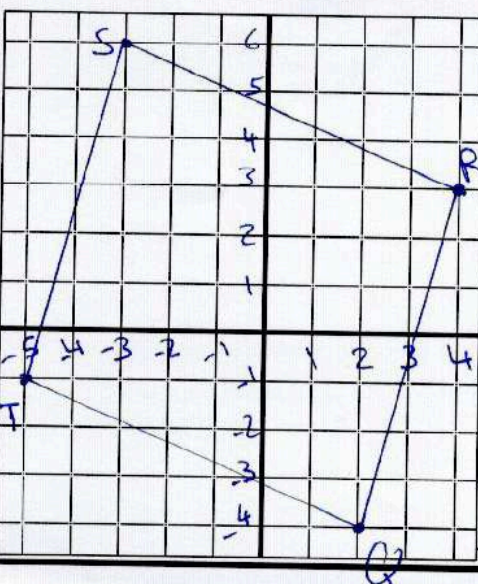
قانوننا المسافة والميل:  $Q(2, -4)$ ,  $R(4, 3)$ ,  $S(-3, 6)$ ,  $T(-5, -1)$

طول  $\overline{SR} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{51}$  طول  $\overline{TQ} = \sqrt{(-7)^2 + (3)^2} = \sqrt{51}$  }  $\overline{SR} \cong \overline{TQ}$

ميل  $\overline{SR} = -\frac{3}{7}$  ميل  $\overline{TQ} = -\frac{3}{7}$  }  $\overline{SR} \parallel \overline{TQ}$

نوع واحد من الأضلاع المتقابلة متوازي ومعتاد به

ماتشلي الشكل متوازي أضلاع

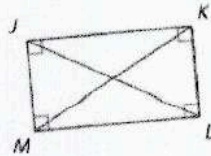


2- تحديد ما إذا كانت متوازيات الأضلاع مستطيلات .

1- التعرف على خصائص المستطيل وتطبيقها.

في هذا الدرس سوف نتعلم:

النظرية 8.13 أقطار المستطيل

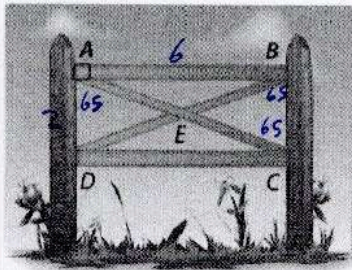


إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا، فإن قطريه متطابقان.

الاختصار إذا كان  $\square$  مستطيلًا، فإن قطراه هما  $\cong$ .

مثال إذا كان  $\square JKLM$  مستطيلًا، فإن  $\overline{JL} \cong \overline{MK}$ .

السياج تُستخدم الدعائم على شكل حرف X أيضًا في دعم السياجات مستطيلة الشكل. إذا كان  $AB = 6$  أقدام، وكان  $AD = 2$  قدم، وكان  $m\angle DAE = 65$ ، فأوجد كل القياسات .

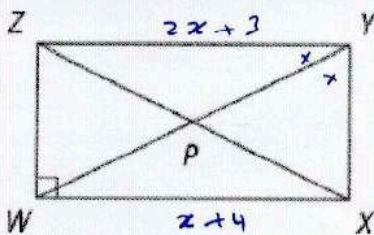


BC \_\_\_\_\_ 2

DB  $\sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$

$m\angle CEB$  \_\_\_\_\_ 50

$m\angle EDC$   $90 - 65 = 25^\circ$



الانتظام الشكل الرباعي WXYZ هو مستطيل.

إذا كان  $ZY = 2x + 3$  وكان  $WX = x + 4$ ، فأوجد WX.

$$\begin{array}{l|l} 2x + 3 = x + 4 & WX = x + 4 \\ x = 1 & = 1 + 4 \\ & = 5 \end{array}$$

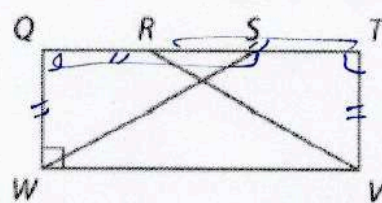
إذا كان  $m\angle ZYW = 2x - 7$  وكان  $m\angle WYX = 2x + 5$ ، فأوجد  $m\angle ZYW$ .

$$\begin{array}{l|l} 2x + 5 + 2x - 7 = 90 & m\angle ZYW = 2(23) - 7 \\ 4x = 90 + 2 & = 46 - 7 \\ x = \frac{92}{4} = 23 & = \boxed{39^\circ} \end{array}$$

إذا كان  $ZP = 4x - 9$  وكان  $PY = 2x + 5$ ، فأوجد ZX.

$$\begin{array}{l|l|l} 2x + 5 = 4x - 9 & ZP = 4(7) - 9 & ZX = 19 + 19 \\ 14 = 2x & = 28 - 9 & = 38^\circ \\ \boxed{7 = x} & = 19^\circ & \end{array}$$

المعطيات =	$\overline{QR} \cong \overline{ST}$ ميل	$QTVW$ هو مستطيل.	المعطيات: $\overline{QR} \cong \overline{ST}$
أضلاع متناظرة	$\overline{WQ} \cong \overline{TV}$	موقع المباحث الإماراتية almanahj.com	المطلوب: $\triangle SWQ \cong \triangle RVT$
زوايا السطح	$\angle T \cong \angle Q$ قائمة		
مضام، التماسك	$QR = TS$ $RS = RS$		
خاصية الجمع	$QR + RS = TS + RS$		
جمع القطع	$QS = RT$ — (3)		
مبرهنه SAS	$\triangle SWQ \cong \triangle RVT$ (3) (2) (1)		

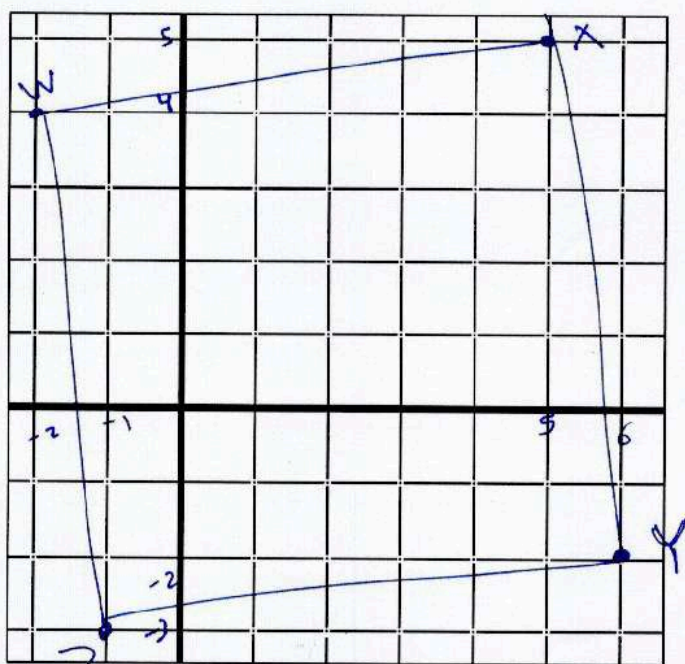


الهندسة الإحداثية مثل بياناً كل شكل رباعي باستخدام الرؤوس المعطاة. حدد ما إذا كان الشكل مستطيلاً. علل إجابتك باستخدام القانون المشار إليه.

قانون الميل:  $W(-2, 4), X(5, 5), Y(6, -2), Z(-1, -3)$

$\overline{WX} = \frac{1}{7}$  ميل  $\overline{YZ} = \frac{1}{7}$  ميل  
 $\overline{XY} = -7$  ميل  $\overline{WZ} = -7$  ميل

كل ميلين متقابلين متوازيين ← متوازيين، أضلاع  
 كل ضلعين متقابلين متوازيين ← متوازيين، أضلاع متساوية  
 الشكل مستطيل.



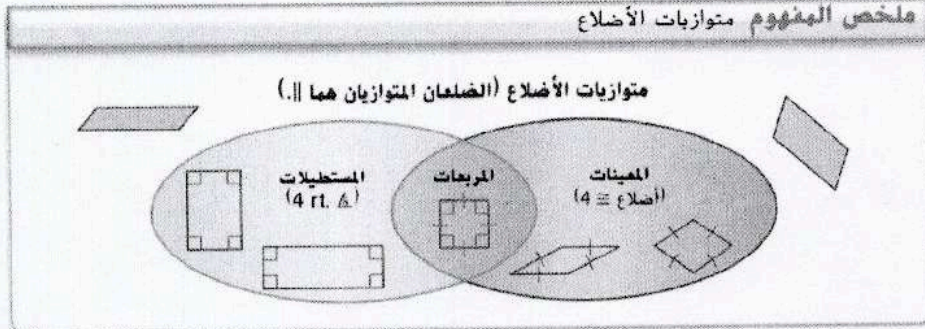
1- التعرف على خواص المعينات والمربعات وتطبيقها. 2- تحديد ما إذا كانت الأشكال الرباعية مستطيلات أم معينات أم مربعات.

نظريات قطرا المعين

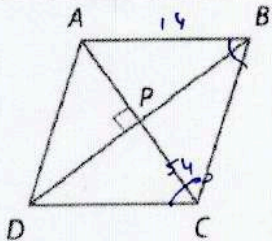
- 8.15 إذا كان متوازي الأضلاع معين، فإن قطريه يكونان متعامدين.  
8.16 إذا كان متوازي الأضلاع معين، فإن كل قطر يتصف زوجاً من الزوايا المتقابلة.

إذا كان الشكل الرباعي مستطيل ومعين معاً، فهو إذاً مربع.

ملخص المفهوم متوازيات الأضلاع



الجبر الشكل الرباعي ABCD معين. أوجد جميع القيم أو القياسات.



إذا كان  $AB = 14$ . فأوجد  $BC$ .  $14$

إذا كان  $m\angle BCD = 54$ . فأوجد  $m\angle BAC$ .  $54 \div 2 = 27$

إذا كان  $AP = 3x - 1$  و  $PC = x + 9$ . فأوجد  $AC$ .

$$\begin{aligned} x + 9 &= 3x - 1 \\ 10 &= 2x \\ x &= 5 \\ AC &= PC = 5 + 9 = 14 \\ AC &= 28 \end{aligned}$$

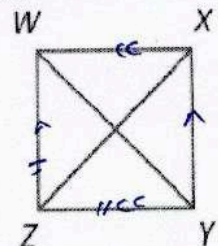
إذا كان  $m\angle ABC = 2x - 7$  و  $m\angle BCD = 2x + 3$ . فأوجد  $m\angle DAB$ .

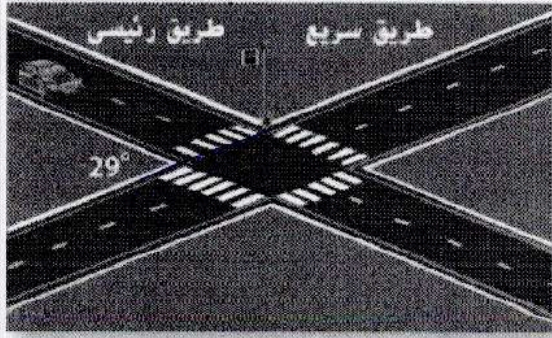
$$\begin{aligned} 2x + 3 + 2x - 7 &= 180 \\ 4x - 4 &= 180 \\ 4x &= 184 \\ x &= 46 \\ m\angle DAB &= m\angle BCD \\ &= 2(46) + 3 = 95 \end{aligned}$$

الفرضيات اكتب إثباتاً من عمودين.

المعطيات:  $\overline{WZ} \parallel \overline{XY}$ ,  $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$   
 $\overline{WZ} \cong \overline{ZY}$

المطلوب:  $WXYZ$  عبارة عن معين.



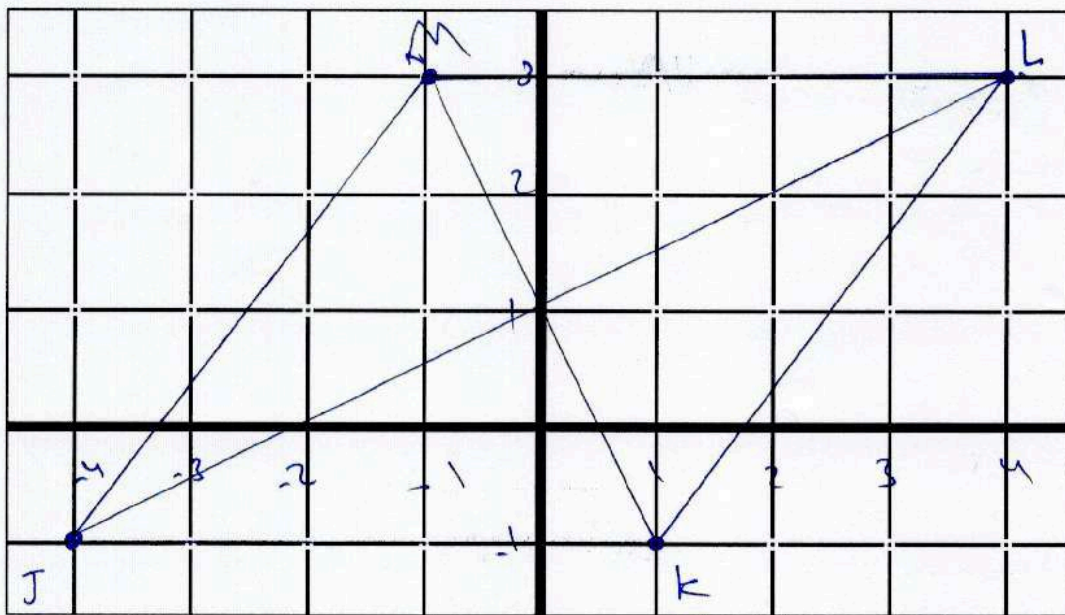


الطرق يتقاطع الشارع الرئيسي والطريق السريع كما يظهر في الرسم التخطيطي كل معبرمشاة له الطول نفسه صتف الشكل الرباعي الذي تشكله معاير المشاة. اشرح استنتاجك

تتوزع اضلاعها في الزوايا معين .  
ليس قائم الزوايا ليس مربع

الهندسة الإحداثية بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان  $JKLM$  عبارة عن معين، أو مستطيل، أو مربع. حدد كل ما ينطبق. اشرح.  $J(-4, -1), K(1, -1), L(4, 3), M(-1, 3)$

صين لذن  
متوازي اضلاع  
 $ML \parallel JK$  و  $ML \cong JK$   
من  $\vec{MK} = -2$  و  $\vec{JL} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$   
خاصية الضلعين = القطران متساويان  
في الشكل معين .  
ليس قائم الزوايا  
ليس مربع



ورقة عمل الصف العاشر 7-6 أشباه المنحرف وأشكال الطائرة الورقية الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

1- تطبيق خواص أشباه المنحرف. 2- تطبيق خواص أشكال الطائرة الورقية.

نظريات أشباه المنحرف متساوية الساقين

- 8.21 إذا كان أشباه المنحرف متساوي الساقين، فإن كل زوج من زوجي زوايا القاعدة يكون متطابقاً.  
8.22 إذا كان أشباه المنحرف له زوج واحد من زوايا القاعدة المتطابقة، فهو شبه منحرف متساوي الساقين.  
8.23 يكون أشباه المنحرف متساوي الساقين فقط في حالة تطابق قطريه.

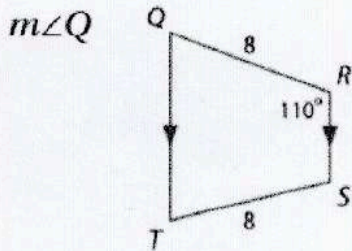
النظرية 8.24 نظرية منتصف ساقَي أشباه المنحرف

يكون منتصف ساقَي أشباه المنحرف موازياً لكلتا القاعدتين، ويكون قياسه هو نصف مجموع طول القاعدتين.

نظريات أشكال الطائرات الورقية

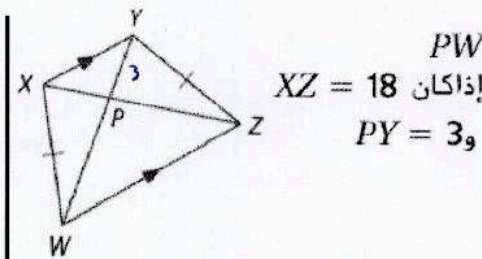
- 8.25 إذا كان متوازي الأضلاع عبارة عن شكل طائرة ورقية، فإن قطراه يكونان متعامدين.  
8.26 إذا كان متوازي الأضلاع عبارة عن شكل طائرة ورقية، فيكون إذاً أحد زوجي الزوايا المتقابلة متطابقاً.

أوجد قياس كل مما يلي.



$$m\angle Q = 180 - 110$$

$$= 70^\circ$$

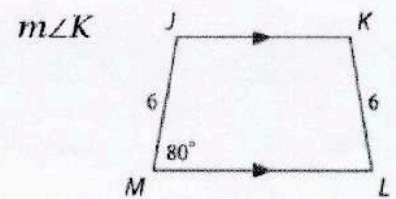


إذا كان  $XZ = 18$  و  $PY = 3$

$$3 + PW = 18$$

$$PW = 18 - 3$$

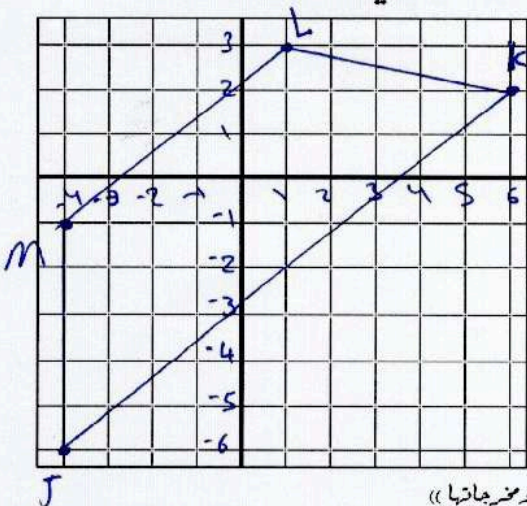
$$= 15$$



$$m\angle K = m\angle J = 180 - 80$$

$$= 100^\circ$$

هندسة إحداثية بالنسبة لكل شكل رباعي له رؤوس معلومة، تحقق ما إذا كان الشكل الرباعي هذا شبه منحرف، وحدد ما إذا كان الشكل شبه منحرف متساوي الساقين.



$J(-4, -6), K(6, 2), L(1, 3), M(-4, -1)$

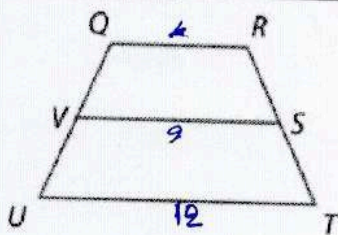
$\vec{m} \overline{JK} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$  (صحيح)  $\vec{m} \overline{LM} = \frac{4}{5}$  (صحيح)

$\vec{m} \overline{JK} \parallel \vec{m} \overline{LM}$

فإن  $\vec{m} \overline{KL} = -\frac{1}{3}$  (صحيح)  $\vec{m} \overline{JM} = -\frac{1}{3}$  (صحيح)

$\vec{m} \overline{KL} \parallel \vec{m} \overline{JM}$

الرباعي شبه منحرف لأن زوج من الأضلاع المتقابلة  
 $JK = 10$  و  $JM = 5$   
 لأن  $KL = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$



بالنسبة لأشبه المنحرف QRTU. يمثل V و S نقطتي منتصف الساقين.

إذا كان  $QR = 4$  و  $UT = 16$  فأوجد VS.

$$VS = \frac{16+4}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

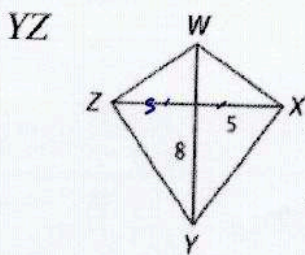
إذا كان  $UT = 12$  و  $VS = 9$  فأوجد QR.

$$\frac{QR+12}{2} = 9 \quad | \quad QR = 18-12$$

$$QR = 6$$

$$QR+12 = 18$$

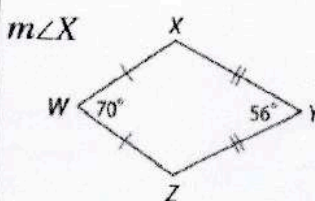
التفكير المنطقي إذا كان WXYZ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد قياس ما يلي.



$$YZ = \sqrt{8^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{64 + 25}$$

$$= \sqrt{89}$$



$$m\angle X = m\angle Z = \frac{360 - 70 - 56}{2}$$

$$= \frac{234}{2}$$

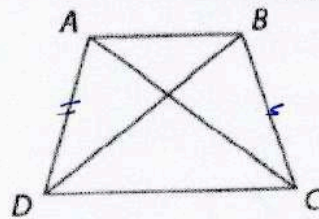
$$= 117$$

الفرضيات اكتب إثباتاً من عمودين.

المعطيات:

شبه منحرف متساوي الساقين.

المطلوب:  $\angle DAC \cong \angle CBD$



المعيا =

شبه منحرف متساوي الساقين

$$\overline{AD} \cong \overline{BC}$$

الانحناس

$$\overline{DC} \cong \overline{DC}$$

اقطار شبه منحرف متساوي الساقين

$$\overline{AC} \cong \overline{BD}$$

نظرية (SSS)

$$\triangle ADC \cong \triangle BCD$$

تطابق

$$\angle DAC \cong \angle CBD$$

الاجزاء المتساوية هي المثلثات المتطابقة.



الوحدة

الثامنة

ورقة عمل الصف العاشر 8-1 النسب والتناسبات الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

في هذا الدرس سوف نتعلم: 1- كتابة النسبة . 2- كتابة تناسبات وإيجاد حلها .

حيوانات أليفة في دراسة شملت 1000 أسرة. وجد أن منهم 460 أسرة تفتني على الأقل كلبًا واحدًا أو قطة كحيوان أليف. ما نسبة مالكي الحيوانات الأليفة إلى عدد الأسر؟

$$460 : 1000 = 46 : 100 = 23 : 50$$

الألعاب الرياضية تنافس ثلاثون فتاة على 15 مركزًا في فريق كرة السلة. ما نسبة المراكز المتاحة إلى الفتيات المتنافسة؟

$$15 : 30 = 1 : 2$$

نسبة أطوال ثلاثة أضلاع في مثلث هي 2 : 5 : 4. ومحيطه يساوي 165 وحدة. أوجد طول كل ضلع من أضلاع المثلث.

$2 : 5 : 4 = 2x : 5x : 4x$	$2x \rightarrow 30$ وحدة
$2x + 5x + 4x = 165$	$5x \rightarrow 75$ وحدة
$11x = 165$	$4x \rightarrow 60$ وحدة
$x = 15$	

نسبة قياسات ثلاث زوايا في مثلث هي 4 : 6 : 8. أوجد قياس كل زاوية من زوايا المثلث.

$4 : 6 : 8 = 4x : 6x : 8x$	$4x \rightarrow 40^\circ$
$4x + 6x + 8x = 180$	$6x \rightarrow 60^\circ$
$18x = 180$	$8x \rightarrow 80^\circ$
$x = 10$	

22

$$\frac{w}{6.4} = \frac{1}{2}$$

$$2w = 6.4 \times 1$$

$$w = \frac{6.4}{2}$$

$$w = 3.2$$

23

$$\frac{4x}{24} = \frac{56}{112}$$

$$4x(112) = 56(24)$$

$$x = \frac{56(24)}{4(112)}$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

26

$$\frac{a+2}{a-2} = \frac{3}{2}$$

$$2(a+2) = 3(a-2)$$

$$2a+4 = 3a-6$$

$$4+6 = a$$

$$10 = a$$

حل كلًا من التناسبات التالية.

$$\frac{3x-6}{2} = \frac{4x-2}{4} \quad 28$$

$$4(3x-6) = 2(4x-2)$$

$$12x-24 = 8x-4$$

$$4x = -4+24$$

$$x = \frac{20}{4}$$

$$x = 5$$

تفذية وفقاً لدراسة حديثة، فإن 7 أشخاص من بين كل 500 شخص أمريكي في الفئة العمرية من 13 إلى 17 عاماً نباتيون. في مجموعة من 350 شخصاً تبلغ أعمارهم من 13 إلى 17 عاماً، كم شخصاً نتوقع أن يكونوا نباتيين؟

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

$$\frac{7}{500} = \frac{x}{350}$$

$$x = \frac{350(7)}{500} = \frac{7(7)}{10} = 4.9$$

حوالي 5 أشخاص

العملات ستسافر عائلتك إلى المكسيك لقضاء العطلة. وقد وفرت AED 500 لاستخدامها في النفقات. إذا كان 269 من العملة المكسيكية البيزو تساوي 25 درهماً إماراتياً، فما هو المبلغ الذي ستحصل عليه عندما تستبدل AED 500 مقابل البيزو؟

$$\frac{269 \text{ بيزو}}{25 \text{ درهم}} = \frac{x \text{ بيزو}}{500 \text{ درهم}}$$

$$x = \frac{269(500)}{25} = \frac{11}{269(20)} = 5380 \text{ بيزو}$$

1- استخدام التناسبات لتحديد المضلعات المتشابهة. 2- حل المسائل باستخدام خواص المضلعات المتشابهة.

www.almanahj.com

أدرج قائمة بكل أزواج الزوايا المتطابقة. واكتب تناسباً مرتبطاً بالأضلاع المتناظرة لكل زوج من المضلعات المتشابهة.

$\triangle DFG \sim \triangle KMJ$  (11)

$\angle D \cong \angle K$	} $\frac{DF}{KM} = \frac{FG}{MJ} = \frac{DG}{KJ}$
$\angle F \cong \angle M$	
$\angle G \cong \angle J$	

$JHEM \sim PQST$  (9)

$\angle J \cong \angle P$	} $\frac{JH}{PQ} = \frac{HE}{QS} = \frac{EM}{ST} = \frac{JM}{PT}$
$\angle H \cong \angle Q$	
$\angle E \cong \angle S$	
$\angle M \cong \angle T$	

فرضيات حدد ما إذا كان كل زوجين من الأشكال متشابهين. فإن كانا كذلك، اكتب عبارة التشابه ومعامل المقياس. وإن لم يكونا متشابهين، فاشرح استنتاجك.

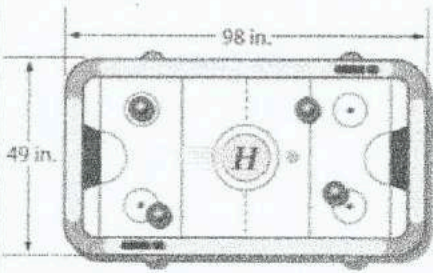
(12)

(15)

لا غير متشابهين  
لان الزوايا المتناظرة غير متطابقة

أدلة: الزوايا المتناظرة متطابقة =  $90^\circ$   
 $\frac{AD}{WM} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$   
 $\frac{DK}{ML} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

المضلع المتناظر غير متناسبا  
الشكل غير متشابهين



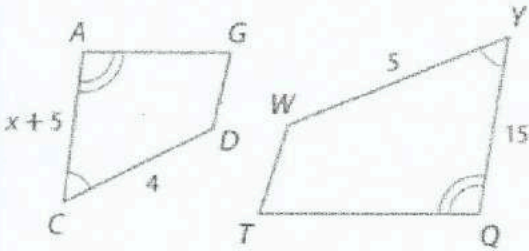
ألعاب أبعاد ملعب الهوكي هي 200 قدم في 85 قدماً. هل ملعب الهوكي وطاولة الهوكي الهوائي الموضحة متشابهان؟ اشرح استنتاجك.

$$\frac{85}{49} \neq \frac{200}{98}$$

الأضلاع المتسافرة

غير متساوية

الانتظام كل زوجين من المضلعات متشابهان. فأوجد قيمة  $x$ .



(18)

$$\frac{x+5}{15} = \frac{4}{5}$$

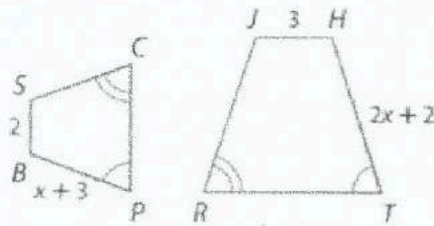
$$x+5 = 12$$

$$5(x+5) = 4(15)$$

$$x = 12 - 5$$

$$x+5 = \frac{60}{5}$$

$$x = 7$$



(19)

$$\frac{x+3}{2x+2} = \frac{2}{3}$$

$$9 - 4 = x$$

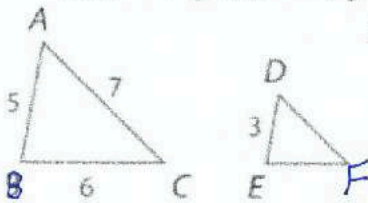
$$3(x+3) = 2(2x+2)$$

$$5 = x$$

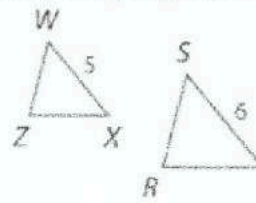
$$3x + 9 = 4x + 4$$

أوجد محيط المثلث الموضح أمامك.

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$  إذا كان  $\triangle DEF$   
 $AC = 7$  و  $BC = 6$  و  $AB = 5$  و  
 $DE = 3$  و

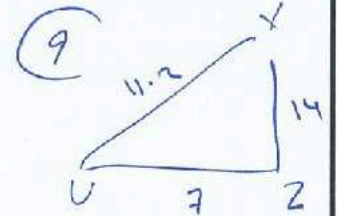
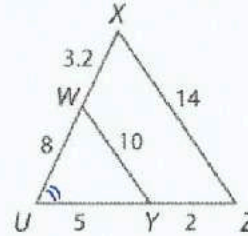
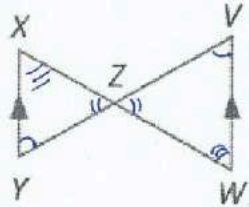


$\triangle WZX \sim \triangle SRT$  إذا كان  $\triangle WZX$   
و  $WX = 5$  و  $ST = 6$  و  
 $\triangle SRT = 15$



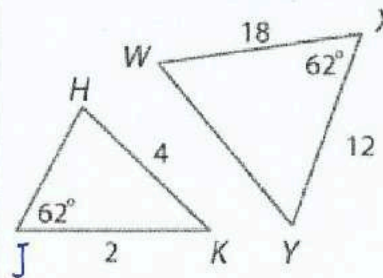
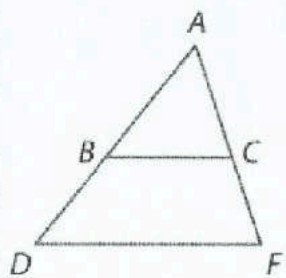
- 1- تحديد المثلثات المتشابهة باستخدام مسلمة تشابه مثلثين من خلال تساوي زاويتين متناظرتين فيهما ونظرية التشابه (ضلع - ضلع - ضلع) ونظرية التشابه (ضلع - زاوية - ضلع) .  
2- استخدام المثلثات المتشابهة لحل المسائل .

بين تشابه المثلثين من عدمه. فإن كانا متشابهين، فاكتب عبارة تشابه. وإن لم يكونا متشابهين، فما الشروط التي تكفي لإثبات تشابه المثلثين؟ اشرح استنتاجك.



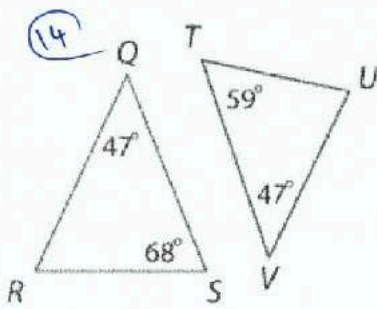
كفاية الزوايا  
 $\angle XZY \cong \angle VWZ$   
البادء المتناظرين  
 $\angle Y \cong \angle V$   
 $\Delta XYZ \sim \Delta VWZ$  نعم  
سبب التشابه (AA)

$\frac{WY}{YZ} = \frac{5}{7}$  و  $\frac{WY}{XZ} = \frac{10}{14}$   
 $\angle Y \cong \angle V$   
نعم  
 $\Delta WYX \sim \Delta WYZ$   
(SAS) سبب تشابه



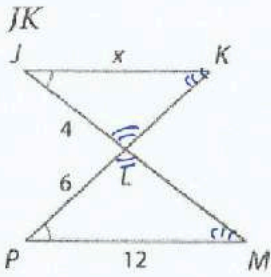
لا  
إذا كان  $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$   
سبب التشابه مجمع  
بموجب نظرية (AA)

لا  
إذا كان  $WY = 24$  و  $HJ = 3$   
سبب التشابه  
سبب نظرية (SSS)



لا، لا يمكن معرفة المثلث متشابهين  
لأنه الشرط لا يمكن استخدامه.

الجبر حدد المثلثات المتشابهة. ثم أوجد جميع القياسات.

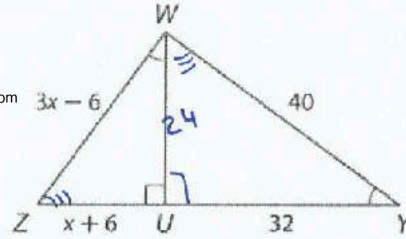


(16)

$$\Delta PML \sim \Delta JKL$$

$$\frac{6}{4} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{12(4)}{6} = 8$$

WZ, UZ

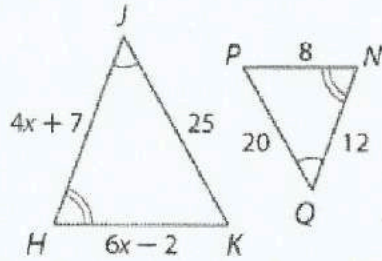


(18)

$$\Delta WUY \sim \Delta ZUW$$

$$\frac{x+6}{24} = \frac{3x-6}{40} \Rightarrow 40(x+6) = 24(3x-6) \Rightarrow 40x+240 = 72x-144 \Rightarrow 384 = 32x \Rightarrow 12 = x$$

HJ, HK



(19)

$$JH = 15$$

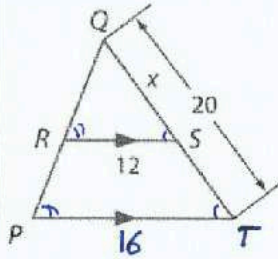
$$HK = 10$$

$$\Delta HJK \sim \Delta NPQ \Rightarrow 32x + 56 = 72x - 24$$

$$\frac{4x+7}{12} = \frac{6x-2}{8} \Rightarrow 80 = 40x$$

$$8(4x+7) = 12(6x-2) \Rightarrow 2 = x$$

ST



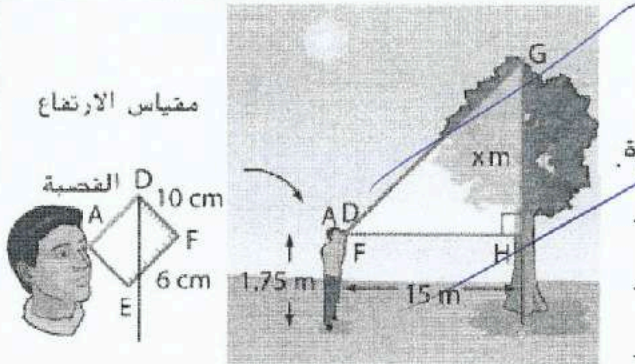
(17)

$$\Delta QSR \sim \Delta$$

(22)

تماثيل تتف ربيام بجوار تمثال في الحديقة. فإذا كان طول ربيام 5 أقدام، وظلها 3 أقدام، وظل التمثال  $10\frac{1}{2}$  أقدام، فما هو طول التمثال؟

$$\frac{x}{10.5} = \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{5(10.5)}{3} = 17\frac{1}{2}$$



إدارة الغابات يمكن استخدام مقياس الارتفاع هذا الموضح أمامك في تقدير ارتفاع الأشجار. نظر عمرو غير قصة الجهاز إلى قمة الشجرة ودون قراءة الجهاز. أوجد ارتفاع الشجرة.



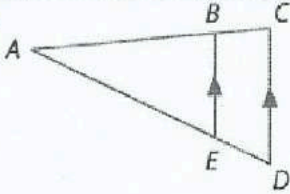
ورقة عمل الصف العاشر 8-4 المستقيمت المتوازية والأجزاء المتناسبة الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

في هذا الدرس سوف نتعلم: 1- استخدام الأجزاء المتناسبة داخل المثلثات . 2- استخدام الأجزاء المتناسبة مع المستقيمت

### نظرية 9.5 نظرية تناسب المثلثات

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

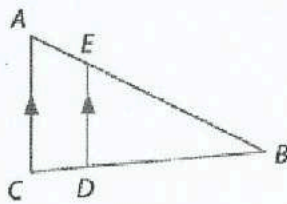
الموضوع: الأجزاء



إذا توازي مستقيم مع أحد أضلاع المثلث وكان ينصف الضلعين الآخرين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع مستقيمة أطوالها متناسبة.

مثال إذا كان  $BE \parallel AC$  فإن  $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EC}$

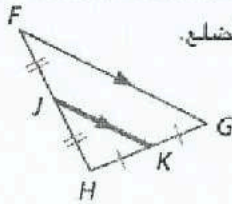
### النظرية 9.6 معكوس نظرية تناسب المثلثات



إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسم الضلعين إلى قطع مستقيمة متناظرة متناسبة، فإن هذا المستقيم يكون موازيًا للضلع الثالث في المثلث.

مثال إذا كان  $\frac{AE}{EC} = \frac{ED}{DB}$  فإن  $ED \parallel AC$

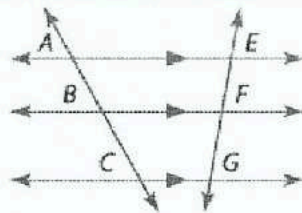
### نظرية 9.7 نظرية منصفات المثلث



يكون منتصف المثلث موازيًا لأحد أضلاع المثلث، وبلغ طوله نصف طول هذا الضلع.

مثال إذا كان J و K هما نقطتا المنتصف للضلعين  $\overline{FG}$  و  $\overline{GH}$ ، على الترتيب، فإن  $\overline{JK} \parallel \overline{FH}$  وكذلك  $JK = \frac{1}{2}FH$ .

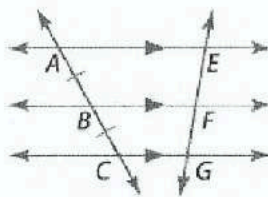
### النتيجة 9.1 الأجزاء المتناسبة للمستقيمت المتوازية



عند تقاطع ثلاثة مستقيمت متوازية أو أكثر مع قاطعين فإنها تقسم القاطعين إلى أجزاء متناسبة.

مثال إذا كان  $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$  فإن  $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$

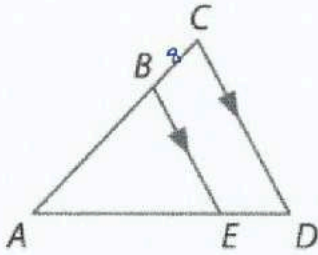
### النتيجة 9.2 الأجزاء المتطابقة للمستقيمت المتوازية



إذا أحدثت ثلاثة مستقيمت متوازية أو أكثر قطعًا مستقيمة متطابقة على قاطع ما، فإنها تحدث قطعًا مستقيمة متطابقة على كل القواطع.

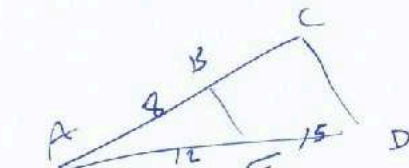
مثال إذا كان  $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$  وكان  $\overline{AB} \cong \overline{BC}$  فإن  $\overline{EF} \cong \overline{FG}$





10 إذا كان  $AB = 6$  و  $BC = 4$  و  $AE = 9$ . فأوجد  $ED$

$$\frac{6}{4} = \frac{9}{ED} \Rightarrow ED = \frac{4(9)}{6} = 6$$



11 إذا كان  $AB = 12$  و  $AC = 16$  و  $ED = 5$ . فأوجد  $AE$

$$\frac{12}{4} = \frac{AE}{5} \Rightarrow AE = \frac{5(12)}{4} = 15$$

إذا كان  $AD = 27$  و  $AB = 8$  و  $AE = 12$ . فأوجد  $BC$

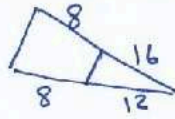
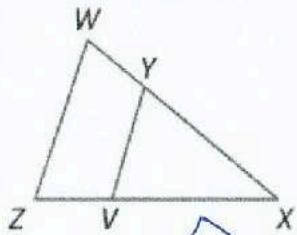
$$\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{ED} \Rightarrow \frac{12}{19} = \frac{8}{BC}$$

$$BC = \frac{15(8)}{12} = 10$$

إذا كان  $AD = 21$  و  $BC = 8$  و  $AC = 14$ . فأوجد  $ED$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{ED} \Rightarrow \frac{14}{8} = \frac{21}{ED}$$

$$ED = \frac{8(21)}{14} = 12$$



حدد ما إذا كان  $\overline{ZY} \parallel \overline{WZ}$  أم لا. علل إجابتك.

$YX = 16$ ,  $WX = 24$ ,  $ZV = 6$ ,  $ZX = 18$

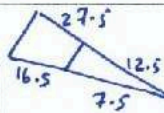
$$\frac{16}{8} = \frac{12}{8}$$

هو متوازي لانه

$YX = \frac{1}{2} WY$ ,  $VX = 2$ ,  $ZV = 8$

$$\frac{VX}{ZV} = \frac{YX}{WY} \Rightarrow \frac{2}{8} \neq \frac{1}{2}$$

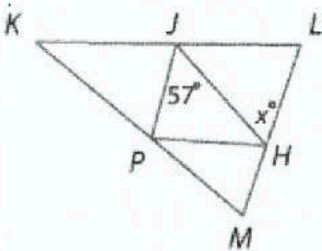
لا. ان نسبة الارتفاعات



15  $WX = 40$ ,  $WY = 27.5$ ,  $ZX = 24$ ,  $VX = 7.5$

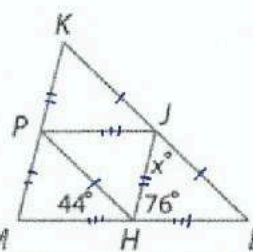
$$\frac{12.5}{27.5} = \frac{7.5}{16.5}$$

نعم متوازي لانه



$$x^\circ = 57^\circ$$

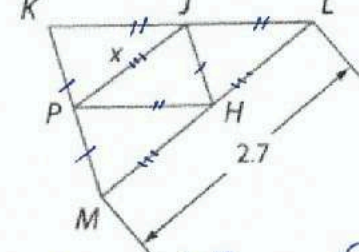
متبادل



$$m\angle PHJ = 180 - 76 - 44 = 60^\circ$$

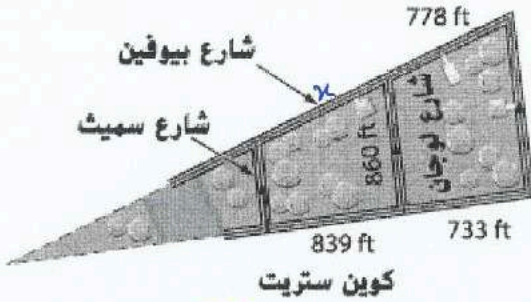
$$m\angle x^\circ = 60^\circ$$

متبادل



$$x = \frac{2.7}{2} = 1.35$$

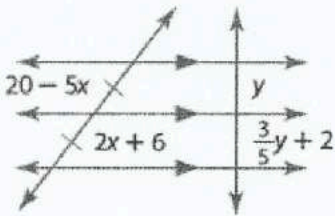
22



استخدام النماذج في تشارلمستون بولاية كارولينا الجنوبية. يتوازي شارع لوجان ستريت مع كل من شارع كينج ستريت وشارع سميث ستريت بين شارع بابوفين ستريت وشارع كوين ستريت. ما المسافة من سميث إلى لوجان مرورًا بشارع بيوفين؟  
قرب إلى أقرب قدم.

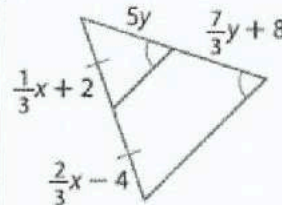
$$\frac{x}{778} = \frac{839}{733} \Rightarrow x = \frac{839(778)}{733} = 890.5075034 \text{ ft}$$

الجبر أوجد قيمة  $x$  و  $y$ .



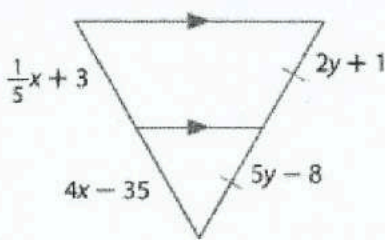
24

$$\begin{aligned} 20 - 5x &= 2x + 6 & y &= \frac{3}{5}y + 2 & \text{[x5]} \\ 14 &= 7x & 5y &= 3y + 10 \\ \boxed{2} &= x & 2y &= 10 \\ & & \boxed{5} &= y \end{aligned}$$



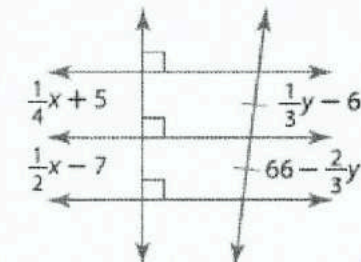
25

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x + 2 &= \frac{2}{3}x - 4 & 5y &= \frac{7}{3}y + 8 & \text{[x3]} \\ x + 6 &= 2x - 12 & 15y &= 7y + 24 & \text{[x3]} \\ \boxed{18} &= x & 8y &= 24 \\ & & \boxed{3} &= y \end{aligned}$$



26

$$\begin{aligned} \frac{1}{5}x + 3 &= 4x - 35 & 2y + 1 &= 5y - 8 \\ 2 + 15 &= 20x - 175 & 9 &= 3y \\ 190 &= 19x & \boxed{3} &= y \\ \boxed{10} &= x & & \end{aligned}$$



27

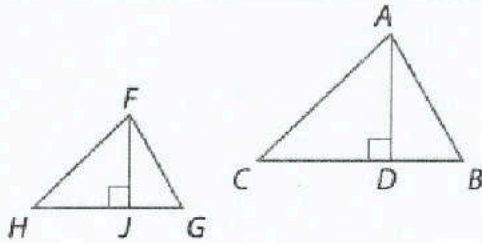
$$\begin{aligned} \frac{1}{4}x + 5 &= \frac{1}{2}x - 7 & \frac{1}{3}y - 6 &= 66 - \frac{2}{3}y \\ x + 20 &= 2x - 28 & y - 18 &= 198 - 2y \\ \boxed{48} &= x & 3y &= 216 \\ & & \boxed{72} &= y \end{aligned}$$



ورقة عمل الصف العاشر 8-5 أجزاء المثلثات المتشابهة الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

- 1- التعرف على علاقات التناسب بين منصفات الزوايا المتناظرة وارتفاعات ومتوسطات المثلثات المتشابهة واستخدامها .  
2- استخدام نظرية منصفات المثلث .

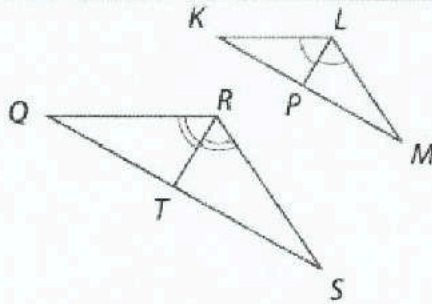
نظريات قطع مستقيمة خاصة بالمثلثات المتشابهة



7.8 إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال الارتفاعات المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار  $\Delta S \sim$  به ارتفاعات متناظرة متناسبة مع أضلاع متناظرة.

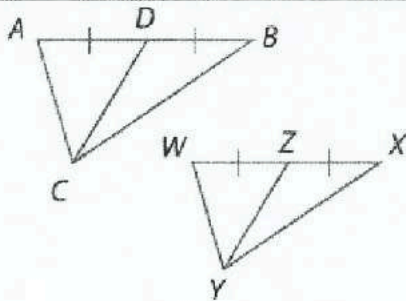
مثال إذا كان  $\Delta ABC \sim \Delta FGH$ ، فإذا  $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$



7.9 إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال منصفات الزوايا المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار  $\Delta S \sim$  به منصفات  $\angle$  متناظرة متناسبة مع الأضلاع المتناظرة.

مثال إذا كان  $\Delta KLM \sim \Delta QRS$ ، فإذا  $\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$

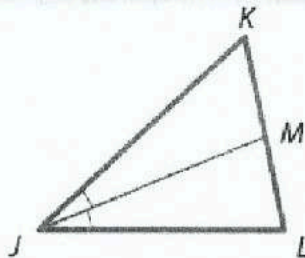


7.10 إذا كان هناك مثلثان متشابهان، فإن أطوال المتوسطات المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة.

الاختصار  $\Delta S \sim$  به متوسطات متناظرة متناسبة مع أضلاع متناظرة.

مثال إذا كان  $\Delta ABC \sim \Delta WXY$ ، فإن  $\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$

النظرية 9.11 منتصف زاوية المثلث

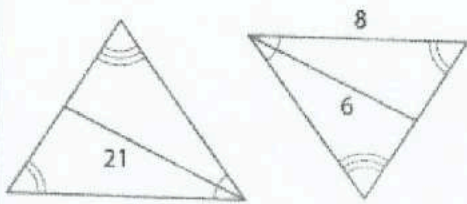


يعمل منتصف الزاوية في المثلث على تقسيم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين متناسبتين مع أطوال الضلعين الآخرين.

مثال إذا كان  $JM$  منتصف زاوية في المثلث  $\Delta JKL$

إذا  $\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$  ← قطعتان مستقيمتان رأسهما K  
← قطعتان مستقيمتان رأسهما L

أوجد  $x$ .

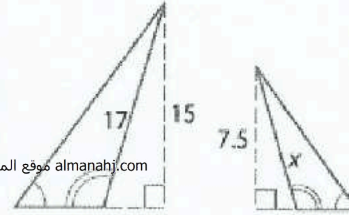


6

$$\frac{x}{8} = \frac{21}{6}$$

$$x = \frac{21(8)}{6}$$

$$x = 28$$

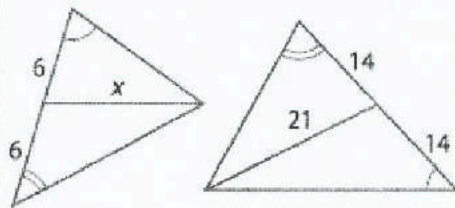


7

$$\frac{17}{7.5} = \frac{15}{x}$$

$$x = \frac{15(7.5)}{17}$$

$$x = 8.5$$

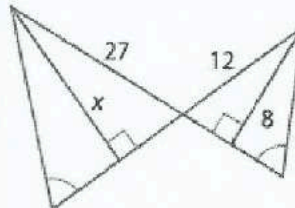


8

$$\frac{x}{12} = \frac{21}{28}$$

$$x = \frac{12(21)}{28}$$

$$x = 9$$



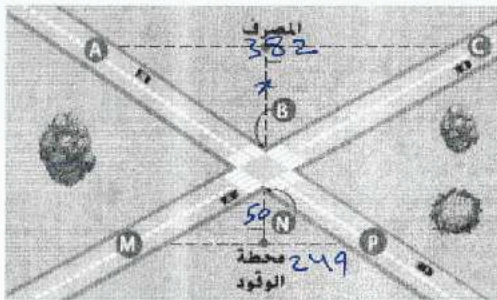
9

$$\frac{12}{27} = \frac{8}{x}$$

$$x = \frac{27(8)}{12}$$

$$x = 18$$

الطرق بنتج عن تقاطع الطرفين الموضحين مثلثان متشابهان. إذا كان  $AC$  يبلغ 382 قدمًا و  $MP$  يبلغ 248 قدمًا وتقع محطة الوقود على بعد 50 قدمًا من التقاطع، فكم يبعد المصرف عن التقاطع؟



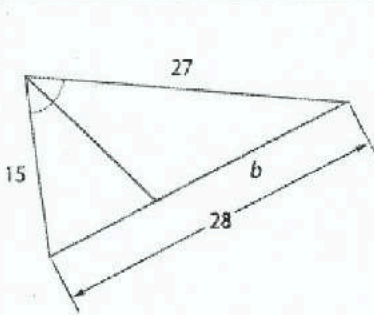
10

$$\frac{x}{50} = \frac{382}{249}$$

$$x = \frac{50(382)}{249}$$

$$x \approx 76.7 \text{ ft}$$

$$x \approx 77 \text{ ft}$$



11

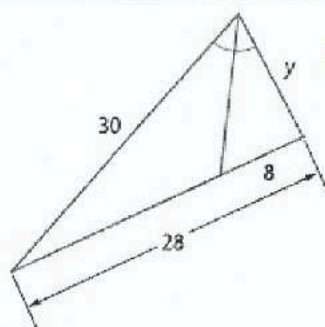
$$\frac{27}{b} = \frac{15}{28-b}$$

$$15b = 27(28-b)$$

$$15b = 756 - 27b$$

$$42b = 756$$

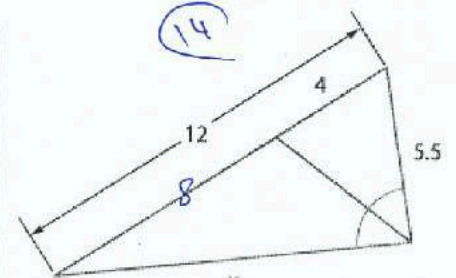
$$b = 18$$



12

$$\frac{y}{8} = \frac{30}{20}$$

$$y = \frac{30(8)}{20} = 12$$



14

$$\frac{x}{8} = \frac{5.5}{4}$$

$$x = \frac{8(5.5)}{4}$$

$$x = 11$$

التفكير المنطقي أوجد قيمة كل متغير.

الاسم: \_\_\_\_\_

تحويلات التشابه

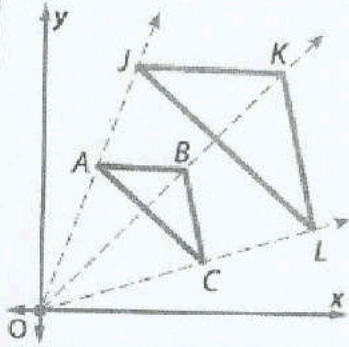
8-6

ورقة عمل الصف العاشر

2- التحقق من التشابه بعد تحويل التشابه.

1- تحديد تحويلات التشابه.

نواتج التعلم



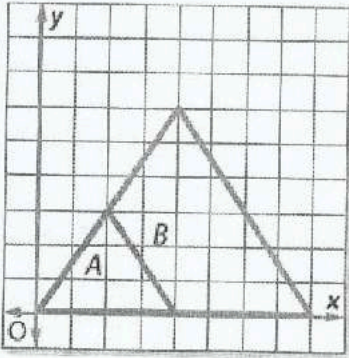
يحدث تغيير الأبعاد حول نقطة ثابتة تُسمى مركز تغيير الأبعاد

بصف معامل مقياس تغيير الأبعاد مدى تغيير الأبعاد. معامل المقياس هو نسبة الطول الموجود بالصورة إلى الطول الموجود بالشكل الأصلي.

$\triangle JKL$  هو تغيير أبعاد للمثلث  $\triangle ABC$ .

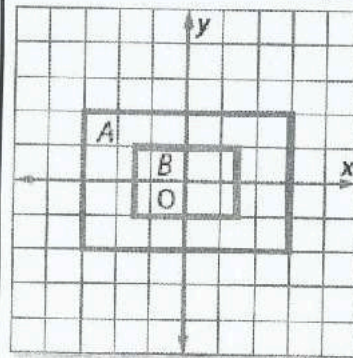
مركز تغيير الأبعاد:  $(0, 0)$  معامل المقياس:  $\frac{JK}{AB}$

حدد ما إذا كان تغيير الأبعاد من A إلى B هو تكبير أم تصغير. ثم أوجد معامل مقياس تغيير الأبعاد.



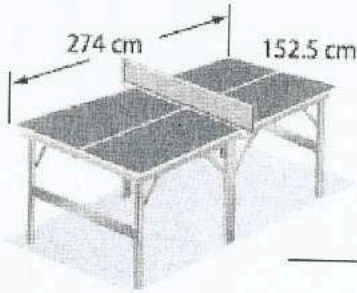
B أكبر من A ← تكبير

$$\text{معامل المقياس} = \frac{8}{4} = 2$$



B أصغر من A ← تصغير

$$\text{معامل المقياس} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



ألغاب تبلغ أبعاد ملعب التنس 27 قدماً في 78 قدماً. وتبلغ أبعاد طاولة كرة التنس 152.5 سنتيمتراً في 274 سنتيمتراً. فهل تعتبر طاولة كرة التنس تغيير أبعاد من ملعب التنس؟ إن كان ذلك، فما معامل المقياس؟ اشرح.

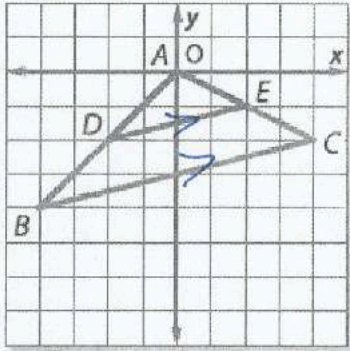
$$\text{نسبة العرض} = \frac{152 \text{ cm}}{27 \text{ Ft}} = \frac{305 \text{ cm}}{54 \text{ Ft}}$$

$$\text{نسبة الطولين} = \frac{274 \text{ cm}}{78 \text{ Ft}} = \frac{137 \text{ cm}}{39 \text{ Ft}}$$

النسبتان غير متساويتان

← لا تعتبر طاولة كرة التنس تغييراً لأبعاد ملعب التنس الحقيقي.

تحقق من أن تغيير الأبعاد هو تحويل تشابه.



$$\text{ميل } \overline{BC} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\text{ميل } \overline{DE} = \frac{1}{4}$$

لأنهما نفس الميل

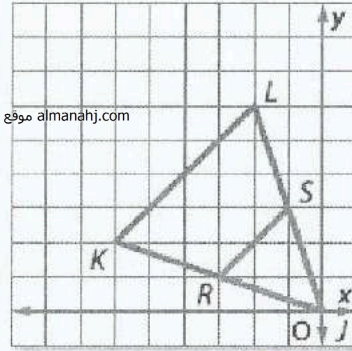
$$\Rightarrow \overline{BC} \parallel \overline{DE}$$

$$\Rightarrow \angle E \cong \angle C \quad \text{تقاطع متوازي}$$

$$\Rightarrow \angle D \cong \angle B \quad \text{تقاطع متوازي}$$

$$\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ACB$$

سبب نظرية (AA)



$$\text{ميل } \overline{KL} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\text{ميل } \overline{RS} = \frac{2}{2} = 1$$

لأن الميلين متساويان

$$\Rightarrow \overline{KL} \parallel \overline{RS}$$

$$\Rightarrow \angle R \cong \angle K$$

$$\Rightarrow \angle S \cong \angle L$$

$$\Rightarrow \triangle LJ K \sim \triangle SJ R$$

سبب نظرية (AA)

نواتج التعلم

1- تفسير النماذج المقياسية. 2- استخدام مقياس الرسم لحل المسائل.



almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

خرائط استخدم خريطة ولاية ماين الموضحة  
ومسطرة تقليدية لإيجاد المسافة الحقيقية  
بين كل زوجين من المدن. قم بالقياس لأقرب  
جزء من ستة عشر من البوصة.

1. بانجور وبورتلاند

2. أوغوستا وهولتون

$$\textcircled{1} \quad \frac{1 \text{ in}}{125 \text{ mi}} = \frac{1 \frac{2}{8} \text{ in}}{x}$$

$$x = 1 \frac{2}{8} \times 125 = 156.25 \text{ mi}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1 \text{ in}}{125 \text{ mi}} = \frac{1 \frac{5}{8} \text{ in}}{x}$$

$$x = 1 \frac{5}{8} \times 125 = 203.125 \text{ mi}$$

نماذج مقياسية صنع عمر نموذجًا بمقياس نسبي  
لجسر محلي. يمتد النموذج 6 بوصات؛ ويمتد الجسر الحقيقي 50 قدمًا.

a. ما مقياس النموذج؟

b. ما معامل المقياس الذي استخدمه عمر في بناء النموذج؟

$$\textcircled{a} \quad \text{مقياس النموذج} = \frac{6 \text{ in}}{50 \text{ ft}} = \frac{3 \text{ in}}{25 \text{ ft}}$$

$$\textcircled{b} \quad \text{معامل المقياس} = \frac{3 \text{ in}}{25 \times 12 \text{ in}} = \left[ \frac{1}{100} \right]$$

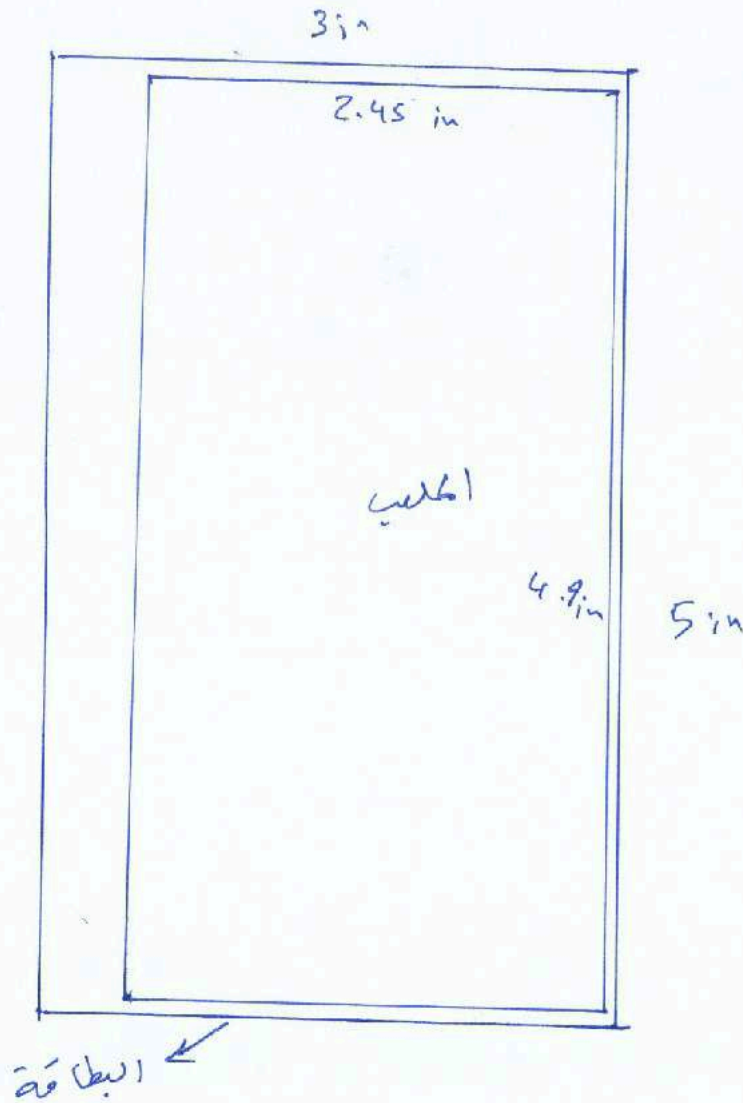
رياضة يبلغ ملعب كرة السلة 9 مترا عرضا و 18 مترا طولاً. اختر مقياساً مناسباً واصنع رسماً بمقياس نسبي للملعب يصلح لبطاقة فهرسة أبعادها 3 بوصات في 5 بوصات.

رسم الملعب في البطاقة بطول 4.9 in

→ 4.9 in, 18 m

حسب طول عرض الملعب بالبرسم

$$\frac{4.9 \text{ in}}{18 \text{ m}} = \frac{x}{9 \text{ m}} \Rightarrow x = \frac{9 \times 4.9}{18} = 2.45$$





# الوحدة التاسعة

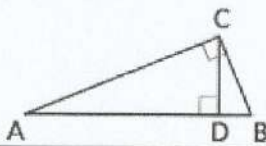
نواتج التعلم 1- إيجاد الوسط الهندسي بين عددين. 2- حل مسائل تتضمن علاقات بين اجزاء مثلث قائم الزاوية وبين الارتفاع المنشأ من وتره.

### المفهوم الأساسي الوسط الهندسي

الشرح الوسيط الهندسي لعددين موجبين  $a$  هو العدد  $x$  مثل  $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ .  
إذًا،  $x^2 = ba$  و  $x = \sqrt{ab}$

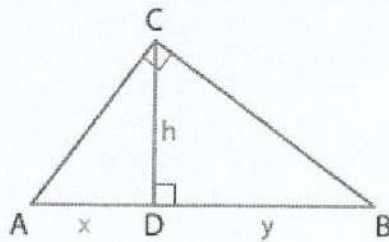
مثال الوسيط الهندسي لكل من  $a = 4$ ,  $b = 9$  هو  $6$  لأن  $6 = \sqrt{9 \times 4}$

### النظرية 10.1



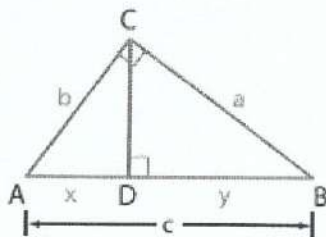
إذا رسمنا ارتفاعًا يمتد إلى وتر مثلث قائم الزاوية، فسيكون المثلثان المتشكلان متشابهين للمثلث الأصلي ولبعضهما البعض.

### النظريات نظريات الوسط الهندسي للمثلثات قائمة الزاوية



8.2 نظرية الوسط الهندسي (الارتفاع) يفصل الارتفاع الممتد إلى وتر المثلث قائم الزاوية الوتر إلى قطعتين مستقيمتين. ويساوي طول هذا الارتفاع الوسط الهندسي بين أطوال هذين الجزأين.

المثال إذا كان  $CD$  يمثل الارتفاع للوتر  $AB$  بالمثلث قائم الزاوية  $ABC \triangle$ ، فإن  $h = \sqrt{xy}$  أو  $\frac{x}{h} = \frac{h}{y}$



8.3 نظرية الوسط الهندسي (الساق) يفصل الارتفاع الممتد إلى وتر المثلث قائم الزاوية الوتر إلى قطعتين مستقيمتين. وطول أحد ساقي هذا المثلث يمثل الوسط الهندسي بين طول الوتر والقطعة المستقيمة الموجودة على الوتر المجاور لتلك الساق.

المثال إذا كان  $CD$  هو الارتفاع للوتر  $AB$  بالمثلث قائم الزاوية  $ABC \triangle$ ، فإن  $\frac{c}{b} = \frac{b}{x}$  أو  $\frac{c}{a} = \frac{a}{y}$   $b = \sqrt{xc}$   $a = \sqrt{yc}$

أوجد الوسط الهندسي بين كل زوج من الأعداد.

25 و 20

$$x = \sqrt{25(20)}$$

$$x = \boxed{22.4}$$

16 و 25

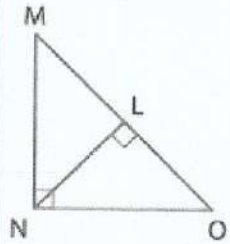
$$x = \sqrt{16(25)}$$

$$= \boxed{20}$$

4 و 81

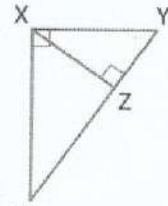
$$x = \sqrt{4(81)}$$

$$= \boxed{18}$$

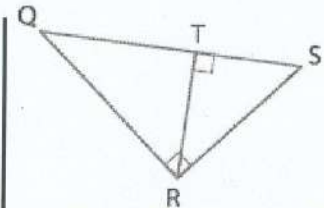


$$\begin{aligned} \triangle MNO &\sim \triangle MLN \\ \triangle MNO &\sim \triangle NLO \\ \triangle MLN &\sim \triangle NLO \end{aligned}$$

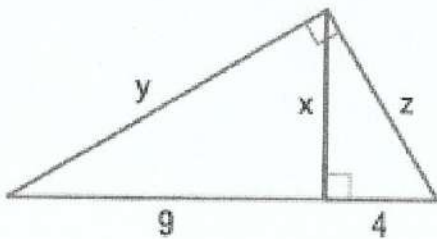
اكتب عبارة تماثل لتوضيح المثلثات الثلاثة المتماثلة في الشكل.



$$\begin{aligned} \triangle XYW &\sim \triangle XZW \\ \triangle XYW &\sim \triangle YZX \\ \triangle XZW &\sim \triangle YZX \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \triangle QSR &\sim \triangle QRT \\ \triangle QSR &\sim \triangle RST \\ \triangle QRT &\sim \triangle RST \end{aligned}$$



$$x^2 = 4(9)$$

$$x = \sqrt{36}$$

$$x = \boxed{6}$$

$$y^2 = 9(13)$$

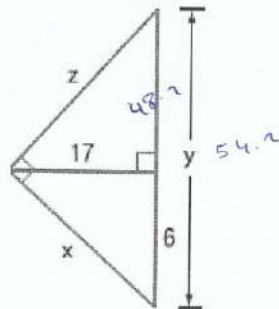
$$y = \sqrt{117}$$

$$y = \boxed{10.8}$$

$$z^2 = 4(13)$$

$$z^2 = \sqrt{52}$$

$$z = \boxed{7.2}$$



$$17^2 = 6(y-6)$$

$$289 = y-6$$

$$y = \frac{289}{6} + 6 = 54.2$$

$$54.2 = y$$

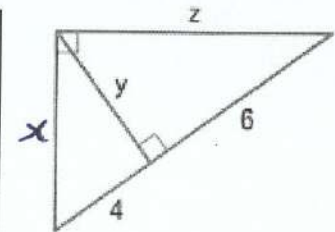
$$z = \sqrt{17(6)}(54.2)$$

$$z = \boxed{51.11}$$

$$x = \sqrt{6(54.2)}$$

$$= \boxed{18}$$

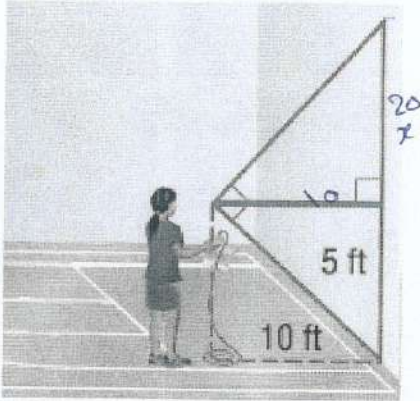
أوجد x و y و z.



$$x = \sqrt{4(10)} = 6.3$$

$$y = \sqrt{4(6)} = 4.9$$

$$z = \sqrt{6(10)} = 7.7$$



ملاحظة: غير مرسوم وفقاً لقياس الرسم.

استخدام النهاج تعلق خديجة نجومًا فضية في سقف صالة الألعاب الرياضية استعدادًا للاحتفال. وأرادت أن تكون أطراف الخيوط المربوط بها النجوم بارتفاع 7 أقدام من الأرض. استخدم الرسم التخطيطي لتحديد مقدار الطول اللازم تحديده للخيوط.

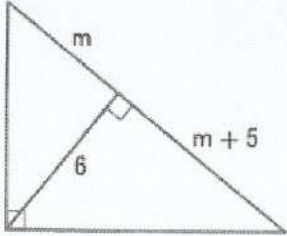
almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

$$100 = 25 \cdot 5x$$

$$x = 20$$

$$25 - 7 = 18 \text{ ft}$$

الجبر أوجد قيمة المتغير.



$$6^2 = m(m+5)$$

$$36 = m^2 + 5m$$

$$m^2 + 5m - 36 = 0$$

$$(m-4)(m+9) = 0$$

$$m = 4$$

$$m = -9 \text{ مرفوض}$$

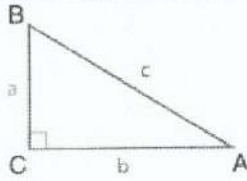


ورقة عمل الصف العاشر 2-9 نظرية فيثاغورس ومعكوسها الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

نواتج التعلم 1- استخدام نظرية فيثاغورس . 2- استخدام معكوس نظرية فيثاغورس .

النظرية 10.4 نظرية فيثاغورس [almanahj.com](http://almanahj.com) موقع المناهج الإماراتية

الشرح

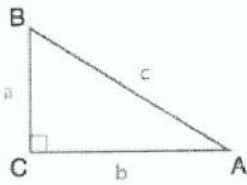


**الشرح** في مثلث قائم الزاوية، يكون مجموع مربعات أطوال ساقي المثلث مساويًا لمربع طول الوتر.  
**الرموز** إذا كان  $\triangle ABC$  مثلثًا قائم الزاوية والزاوية القائمة به هي  $C$ ، فإن  $a^2 + b^2 = c^2$ .

المفهوم الأساسي ثلاثيات فيثاغورس الشائعة

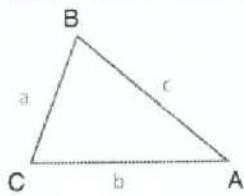
3, 4, 5	5, 12, 13	8, 15, 17	7, 24, 25
6, 8, 10	10, 24, 26	16, 30, 34	14, 48, 50
9, 12, 15	15, 36, 39	24, 45, 51	21, 72, 75
3x, 4x, 5x	5x, 12x, 13x	8x, 15x, 17x	7x, 24x, 25x

النظرية 10.5 معكوس نظرية فيثاغورس

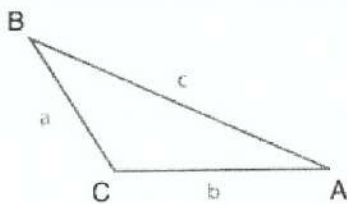


**الشرح** إذا كان مجموع مربعات أطوال الضلعين الأقصر لأحد المثلثات مساويًا لمربع طول الضلع الأطول، فإن المثلث يكون قائم الزاوية.  
**الرموز** إذا كان  $a^2 + b^2 = c^2$ ، فإن  $\triangle ABC$  مثلث قائم الزاوية.

نظريات نظريات متباينات فيثاغورس

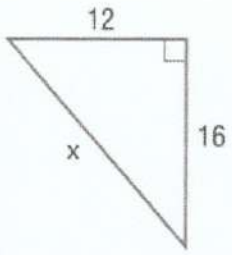


**8.6** إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أقل من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون حاد الزاوية.  
**الرموز** إذا كانت  $c^2 < a^2 + b^2$ ، فإن  $\triangle ABC$  يكون حاد الزاوية.



**8.7** إذا كان مربع طول الضلع الأطول في أحد المثلثات أكبر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون منفرج الزاوية.  
**الرموز** إذا كان  $c^2 > a^2 + b^2$ ، فإن  $\triangle ABC$  منفرج الزاوية.

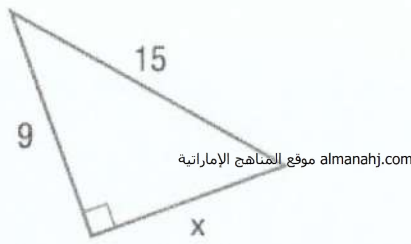
أوجد  $x$ .



$$x^2 = 12^2 + 16^2$$

$$x = \sqrt{12^2 + 16^2}$$

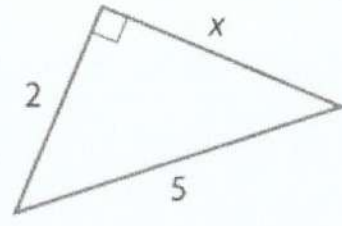
$$= 20$$



$$x^2 = 15^2 - 9^2$$

$$x = \sqrt{15^2 - 9^2}$$

$$= 12$$

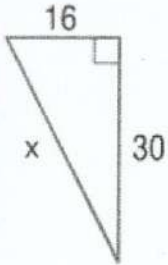


$$x^2 = 5^2 - 2^2$$

$$x = \sqrt{5^2 - 2^2}$$

$$= 4.6$$

المثابرة استخدم ثلاثية فيثاغورس لإيجاد قيمة  $x$ .



$$16, 30, x$$

$$8, 15, 17$$

$$x = 17(2)$$

$$= 34$$

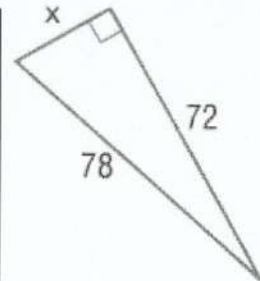


$$14, 48, x$$

$$7, 24, 25$$

$$x = 25(2)$$

$$= 50$$

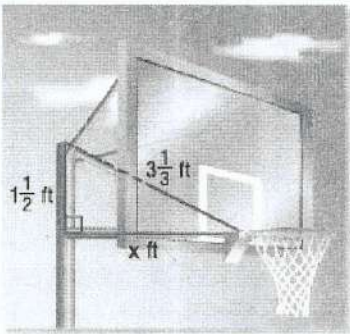


$$x, 72, 78$$

$$136, 39$$

$$5, 12, 13$$

$$x = 5(2)(2) = 30$$



كرة السلة الجزء الذي يدعم مرمى كرة السلة يشكل زاوية قائمة كما هو موضح. فما طول  $x$  من الطرف الأفقي من ذلك الجزء الداعم؟

$$x^2 = 3\frac{1}{3}^2 - 1\frac{1}{2}^2$$

$$x = \sqrt{3\frac{1}{3}^2 - 1\frac{1}{2}^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{21}}{3}$$

$$= 3.1$$

حدد ما إذا كانت أي مجموعة أعداد من المجموعات التالية يمكن أن تكون قياسات لأضلاع مثلث. إذا كان الأمر كذلك، فصنّف المثلث على أنه حاد أو منفرج أو قائم الزاوية. علل إجابتك.

6

15, 36, 39

$15^2 + 36^2 > 39^2$  / تتأكد من صحة المثلث

اختبار فيثاغورث  $15^2 + 36^2$  ،  $39^2$

1521 ، 1521

مساوي

المثلث قائم الزاوية

16, 18, 26

$16^2 + 18^2 > 26^2$  / تتأكد من صحة المثلث

اختبار فيثاغورث  $16^2 + 18^2$  ،  $26^2$

580 ، 1296

رجح الأكبر أكبر من المجموع

المثلث منفرج الزاوية

15, 20, 24

8

$15 + 20 > 24$  / اختبار صحة المثلث

اختبار فيثاغورث  $15^2 + 20^2$  ،  $24^2$

625 ، 576

من الضلع الأكبر أصغر من المجموع

المثلث حاد الزاوية

10, 12, 23

22

$10 + 12 < 23$  / تتأكد من صحة المثلث

لأن مجموع الضلعين

الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان  $\triangle XYZ$  هو مثلث حاد أم قائم أم منفرج الزاوية بالنسبة للرؤوس المعطاة. اشرح.

30

$X(-3, -2), Y(-1, 0), Z(0, -1)$

$XY = \sqrt{(-3+1)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{8}$

$XZ = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{10}$  الأكبر

$YZ = \sqrt{(-1-0)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{2}$

$(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{8})^2 = \sqrt{10}^2$  / اختبار

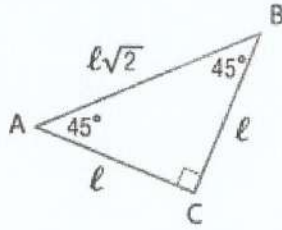
$10 = 10$

المثلث قائم الزاوية

6

نواتج التعلم 1- استخدام خصائص المثلثات بزوايا 45° و 45° و 90°. 2- استخدام خصائص المثلثات بزوايا 30° و 60° و 90°.

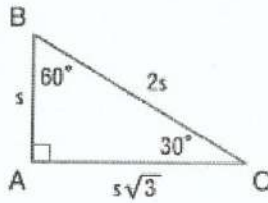
نظرية 10.8 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها 45° و 45° و 90°



في مثلث بزوايا قياساتها 45° و 45° و 90°. يكون الساقان  $l$  متطابقين وطول الوتر  $h$  يساوي  $\sqrt{2}$  ضعف طول أحد الساقين.

الرموز في المثلث بزوايا قياساتها 45° و 45° و 90°. يكون  $h = l\sqrt{2}$  و  $l = l$ .

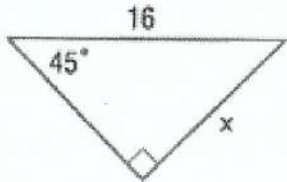
نظرية 10.9 نظرية المثلثات بزوايا قياساتها 30° و 60° و 90°



في مثلث بزوايا قياساتها 30° و 60° و 90°. طول الوتر  $h$  يساوي ضعف طول الساق الأقصر  $s$ . وطول الساق الأطول  $l$  يساوي  $\sqrt{3}$  ضعف طول الساق الأقصر.

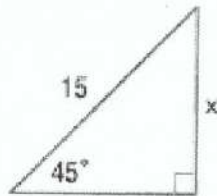
الرموز في مثلث بزوايا قياساتها 30° و 60° و 90°. فإن  $h = 2s$  و  $l = s\sqrt{3}$ .

التفكير المنطقي أوجد  $x$ .



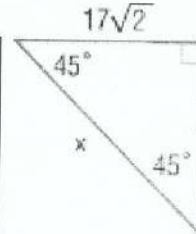
$$x = \frac{16}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = 8\sqrt{2} = 11.3$$



$$x = \frac{15}{\sqrt{2}}$$

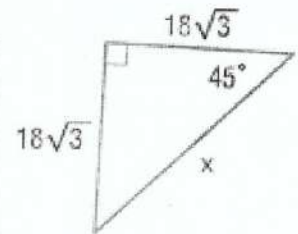
$$x = \frac{15}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{2} = 10.6$$



$$x = 17\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$$

$$= 17(2)$$

$$= 34$$



$$x = 18\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$$

$$= 18\sqrt{6}$$

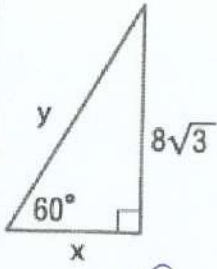
$$= 44.1$$

إذا كان مثلث بزوايا 45° و 45° و 90° به وتر بطول 9. فأوجد طول الساق.

$$\text{ساق} = \frac{9}{\sqrt{2}} = \frac{9}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{2} = 6.4$$

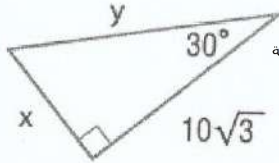


أوجد قيمة  $x$  و  $y$ .



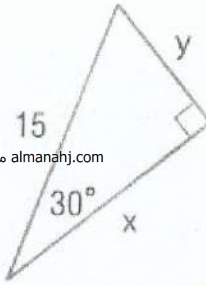
$$x = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 8$$

$$y = 8(2) = 16$$



$$x = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10$$

$$y = 10(2) = 20$$

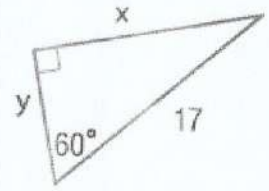


$$y = \frac{15}{2} = 7.5$$

$$x = 7.5\sqrt{3}$$

$$= \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$= 13$$



$$y = \frac{17}{2} = 8.5$$

$$x = 8.5\sqrt{3}$$

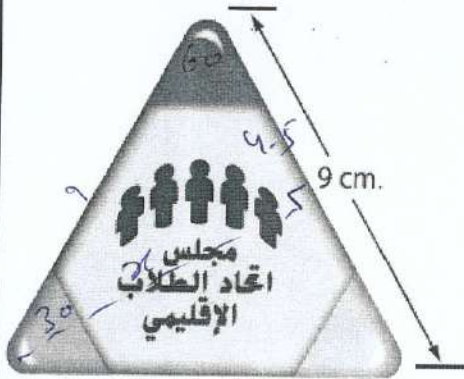
$$= \frac{17\sqrt{3}}{2}$$

$$= 14.7$$



مثلث متساوي الأضلاع طول ارتفاعه 18 قدمًا. حدد طول أحد أضلاع المثلث.

$$\text{ضلع المثلث} = 12\sqrt{3}$$



استخدام النماذج راجع بداية الدرس.

كل قلم تظليل هو عبارة عن مثلث متساوي الأضلاع بأضلاع يبلغ طولها 9 سنتيمتر. فهل سيتم استيعاب قلم التظليل في صندوق أبعاده 10 سنتيمتر في 7 سنتيمتر؟ اشرح.

$$\text{لا. لأن ارتفاع القلم} = 4.5\sqrt{3}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$= 7.8 \text{ cm}$$

وأن ارتفاع الصندوق 7 سنتيمتر.

أوجد قيمة  $x$  و  $y$ .

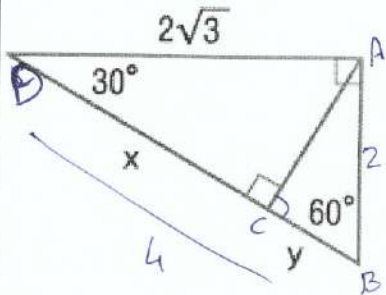
في المثلث ABC

$$AB = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$$

$$BD = 4$$

$$CB = 1 \rightarrow y$$

$$CD = 4 - 1 = 3 = x$$



نواتج التعلم

إيجاد النسب المثلثية باستخدام مثلثات قائمة الزاوية.

استخدام النسب المثلثية لإيجاد قياسات زاوية في مثلثات قائمة الزاوية.

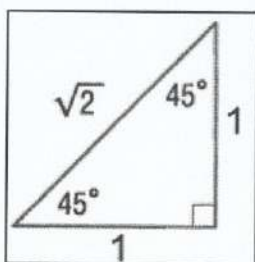
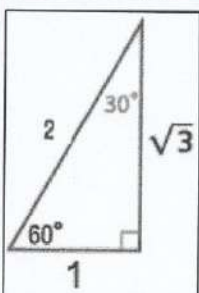
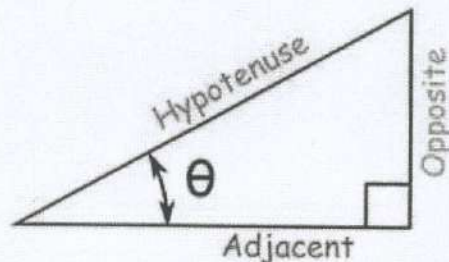
النسبة المثلثية هي نسبة أطوال ضلعين من مثلث قائم الزاوية.

Sine جيب  
Cosine جيب التمام  
Tangent ظل

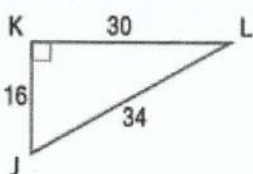
$$\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \sin \theta = \frac{\text{Opposite}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \cos \theta = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \tan \theta = \frac{\text{Opposite}}{\text{Adjacent}}$$



أوجد  $\sin J$  و  $\cos J$  و  $\tan J$  و  $\sin L$  و  $\cos L$  و  $\tan L$ . عبّر عن كل نسبة بكسر أو كسر عشري وقربه لأقرب جزء من مئة.



$$\sin J = \frac{30}{34}$$

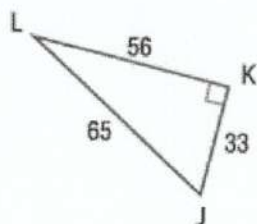
$$\cos J = \frac{16}{34}$$

$$\tan J = \frac{30}{16}$$

$$\sin L = \frac{16}{34}$$

$$\cos L = \frac{30}{34}$$

$$\tan L = \frac{16}{30}$$



$$\sin J = \frac{56}{65}$$

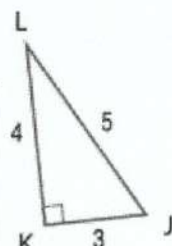
$$\cos J = \frac{33}{65}$$

$$\tan J = \frac{56}{33}$$

$$\sin L = \frac{33}{65}$$

$$\cos L = \frac{56}{65}$$

$$\tan L = \frac{33}{56}$$



$$\sin J = \frac{4}{5}$$

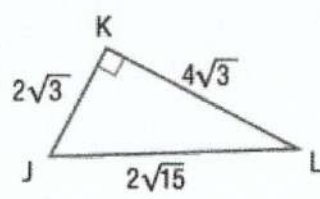
$$\cos J = \frac{3}{5}$$

$$\tan J = \frac{4}{3}$$

$$\sin L = \frac{3}{5}$$

$$\cos L = \frac{4}{5}$$

$$\tan L = \frac{3}{4}$$



$$\sin J = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = 6\sqrt{5}$$

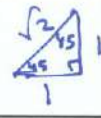
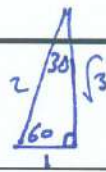
$$\cos J = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan J = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 2$$

$$\sin L = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos L = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{15}} = 6\sqrt{5}$$

$$\tan L = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$



استخدم مثلثاً قائم الزاوية للتعبير عن كل نسبة مثلثية بكسر أو كسر عشري وقربه لأقرب جزء من مئة.

$$\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

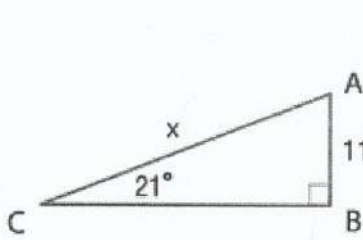
almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

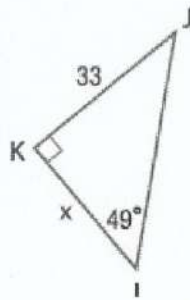
أوجد  $x$ . قرب إلى أقرب جزء من عشرة.



$$\frac{\sin 21}{1} = \frac{11}{x}$$

$$x = \frac{11}{\sin 21}$$

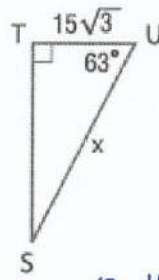
$$= 30.7$$



$$\frac{\tan 49}{1} = \frac{33}{x}$$

$$x = \frac{33}{\tan 49}$$

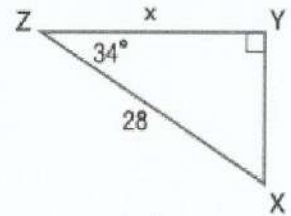
$$= 28.7$$



$$\frac{\cos 63}{1} = \frac{15\sqrt{3}}{x}$$

$$x = \frac{15\sqrt{3}}{\cos 63}$$

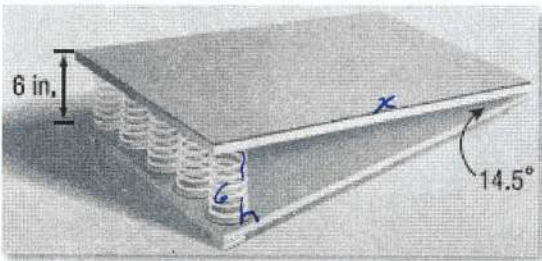
$$= 57.2$$



$$\frac{\cos 34}{1} = \frac{x}{28}$$

$$x = \frac{28 \cos 34}{1}$$

$$= 23.2$$



الجهباز منصة الوثب التي يستخدمها وليد في صف التدريب على الجهباز تتضمن ملفات طولها 6 بوصات وتشكل زاوية مقدارها  $14.5^\circ$  مع القاعدة. فما مقدار طول منصة الوثب؟

$$\frac{\sin 14.5}{1} = \frac{6}{x}$$

$$x = \frac{6}{\sin 14.5} = 23.96 \approx \boxed{24} \text{ in}$$

الأدوات استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قياس  $\angle T$  إلى أقرب جزء من عشرة.

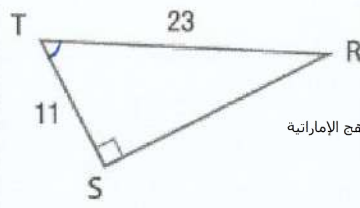


$$\sin T = \frac{8}{12}$$

$$T = \sin^{-1} \frac{8}{12}$$

$$= 41.8^\circ$$

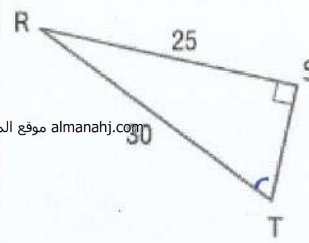
33.7



$$\cos T = \frac{11}{23}$$

$$T = \cos^{-1} \frac{11}{23}$$

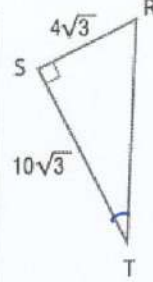
$$= 61.4^\circ$$



$$\sin T = \frac{25}{30}$$

$$T = \sin^{-1} \frac{25}{30}$$

$$= 56.4^\circ$$

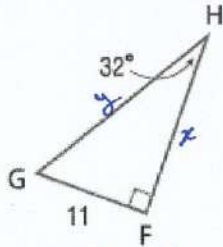


$$\tan T = \frac{4\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}$$

$$T = \tan^{-1} \frac{4\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}$$

$$= 21.8^\circ$$

حل كل مثلث قائم الزاوية. قرب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزء من العشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.



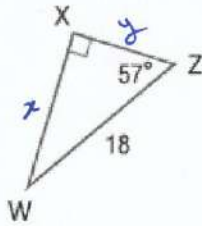
$$m \angle G = 90 - 32 = 58^\circ$$

$$\tan 32 = \frac{11}{x}$$

$$x = \frac{11}{\tan 32} = 17.6$$

$$\sin 32 = \frac{11}{y}$$

$$y = \frac{11}{\sin 32} = 20.8$$



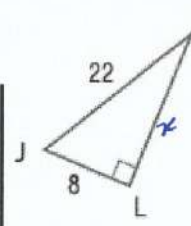
$$m \angle W = 90 - 57 = 33^\circ$$

$$\sin 57 = \frac{x}{18}$$

$$x = 18 \sin 57 = 15.1$$

$$\cos 57 = \frac{y}{18}$$

$$y = 18 \cos 57 = 9.8$$



$$\cos J = \frac{8}{22}$$

$$J = \cos^{-1} \frac{8}{22} = 68.7^\circ$$

$$\sin K = \frac{8}{22}$$

$$K = \sin^{-1} \frac{8}{22} = 21.3^\circ$$

$$x = \sqrt{22^2 - 8^2} = 2\sqrt{165}$$

$$= 20.5$$



حقاتب الظهر لدى سلطان حقيبة ظهر ذات عجلات يبلغ طولها  $3\frac{3}{4}$  قدم عند تمديد يد الحقيبة. عند سحب حقيبة الظهر، فإن يد سلطان تكون مرتفعة بمقدار 3 أقدام من الأرض. ما الزاوية التي تحدثها حقيبة مع الأرض؟ قرب إلى أقرب درجة.

$$\sin \theta = \frac{3}{3\frac{3}{4}} \Rightarrow \theta = \sin^{-1} \left( \frac{3}{3\frac{3}{4}} \right) = 53.1^\circ$$

(( مؤسسة تربوية دينية متميزة في إدارتها وأساليبها ومخرجاتها ))

الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

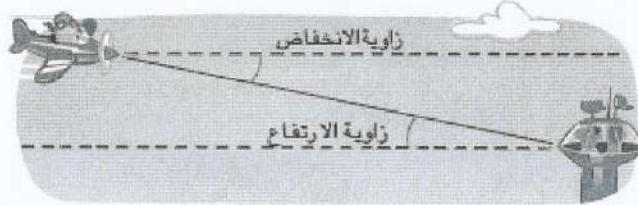
9-5 زوايا الارتفاع والانخفاض

ورقة عمل الصف العاشر

نواتج التعلم 1- حل المسائل التي تتضمن زوايا الارتفاع والانخفاض. 2- استخدام زوايا الارتفاع والانخفاض لإيجاد المسافة بين جسمين.

زاوية الارتفاع هي الزاوية التي تتكون من خط أفقي وخط (مسار) الرؤية للمراقب تجاه هدف فوق الخط الأفقي.

زاوية الانخفاض هي زاوية تتكون من خط أفقي وخط رؤية المراقب تجاه هدف أدنى من الخط الأفقي.

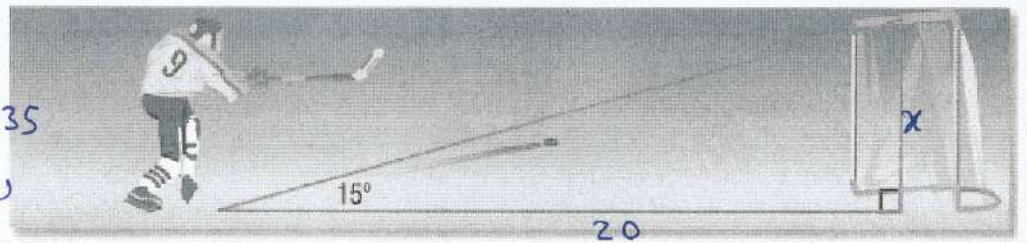


الهوكي يضرب لاعب هوكي القرص من على بُعد 20 قدمًا باتجاه مرمى بارتفاع 5 أقدام. إذا تم ضرب القرص بزاوية ارتفاع  $15^\circ$  باتجاه منتصف المرمى، فهل سيسجل اللاعب هدفًا؟

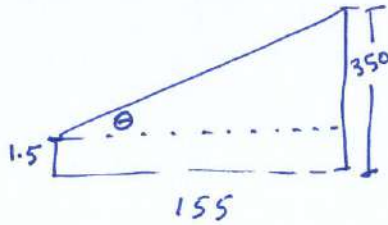
$$\tan 15 = \frac{x}{20}$$

$$x = 20 \tan 15 = 5.35$$

لن يسجل هدفًا.



الجبال أوجد زاوية ارتفاع قمة جبل يراها المشاهد من بعد 155 مترًا من الجبل إذا كان المشاهد يقف على ارتفاع 1.5 متر من الأرض علمًا بأن ارتفاع الجبل هو 350 مترًا.

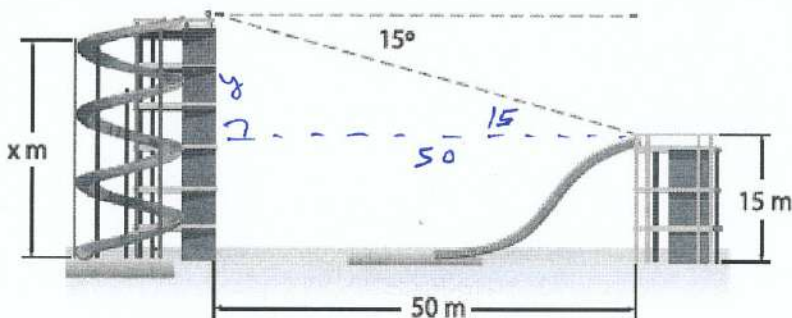


$$\tan \theta = \frac{350 - 1.5}{155} = \frac{348.5}{155}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{348.5}{155}$$

$$= 60^\circ \quad 66^\circ$$

الملاهي المائية منحدرًا تزلق مائتان يبعدان عن بعضهما 50 مترًا على مستوى الأرض. من قمة منحدر التزلق الأعلى، تستطيع رؤية قمة منحدر التزلق الأقل ارتفاعًا بزاوية انخفاض  $15^\circ$ . إذا علمت أن ارتفاع منحدر التزلق الأخرى حوالي 15 مترًا من سطح الأرض فما ارتفاعك تقريبًا من سطح الأرض؟ قَرِّب إلى أقرب عُشر متر.



$$\tan 15 = \frac{y}{50}$$

$$y = 50 \tan 15 = 13.4$$

$$x = 15 + 13.4$$

$$= \boxed{28.4} \text{ m}$$

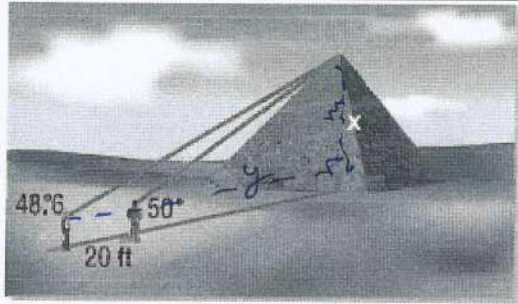
الطيران بسبب عاصفة، بطير طيار على ارتفاع 528 قدماً ولا بد من أن يهبط بالطائرة. إذا كان ما زالت لديه مسافة أفقية 2000 قدم حتى الهبوط، فبأي زاوية انخفاض يجب أن يهبط؟



$$\tan x = \frac{528}{2000}$$

موقع المناهج الإماراتية almanahj.com

$$x = \tan^{-1} \frac{528}{2000} = 14.8^\circ$$



الأهرامات يزور كل من أحمد وعلي الهرم الأكبر في مصر. بدءاً من مكان أحمد، تبلغ زاوية الارتفاع لقمّة الهرم  $48.6^\circ$ . ومن مكان علي، تبلغ زاوية الارتفاع  $50^\circ$ . فإذا كانا يقفان على بعد 20 قدماً من بعضهما، وكلاهما طوله 5 أقدام و6 بوصات، فما ارتفاع الهرم؟

$$\begin{aligned} \tan 50 &= \frac{m}{y} \rightarrow m = y \tan 50 & (y+20) \tan 48.6 &= y \tan 50 \\ \tan 48.6 &= \frac{m}{y+20} & 2 \tan 48.6 + 20 \tan 48.6 &= y \tan 50 \\ & & 20 \tan 48.6 &= y (\tan 50 - \tan 48.6) \\ & & \frac{20 \tan 48.6}{\tan 50 - \tan 48.6} &= y \\ & & 394.7 &= y \end{aligned}$$

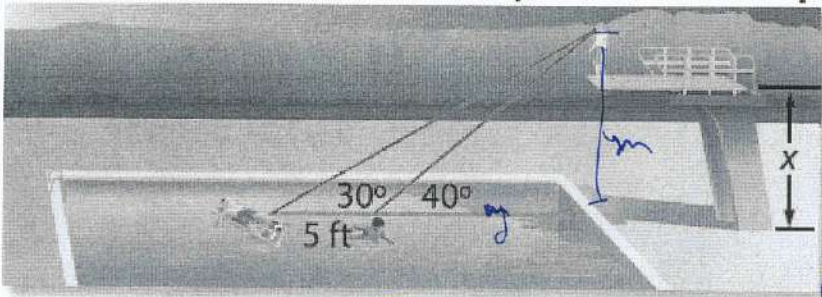
نعوض (3) في (2)

$$\tan 48.6 = \frac{y \tan 50}{y+20}$$

نعوض (3) في (1)

$$m = 394.7 \tan 50 = 470.4$$

رياضة القوس يقف محمد على لوح القفز الأعلى في حمام السباحة المحلي. وفي الماء، يوجد اثنان من أصدقائه كما هو موضح. فإذا كانت زاوية الانخفاض لأحد أصدقائه هي  $40^\circ$  وللآخر  $30^\circ$  الذي يبعد عن الأول بمسافة 5 أقدام للوراء، فما ارتفاع لوح القفز؟

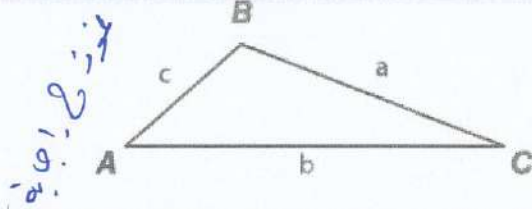


$$\begin{aligned} \tan 30 &= \frac{m}{5+y} \rightarrow m = (5+y) \tan 30 & y \tan 40 &= 5 \tan 30 + y \tan 30 \\ \tan 40 &= \frac{m}{y} & y (\tan 40 - \tan 30) &= 5 \tan 30 \\ & & y &= \frac{5 \tan 30}{\tan 40 - \tan 30} = 11 \\ & & m &= (5+11) \tan 30 = 9.3 \text{ ft} \end{aligned}$$

نعوض (3) في (2)

### النظرية 10.10 قانون الـ sine

موقع المناهج الإماراتية almanahj.com



في  $\triangle ABC$ ، إذا كان أطوال أضلاعه  $a$  و  $b$  و  $c$  تُمثل أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا  $A$  و  $B$  و  $C$ ، فإن

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

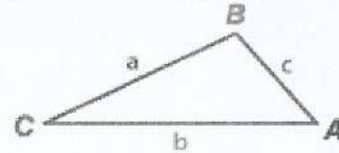
### النظرية 10.11 قانون الـ cosine

في  $\triangle ABC$ ، إذا كان أطوال أضلاعه  $a$  و  $b$  و  $c$  تُمثل أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا  $A$  و  $B$  و  $C$ ، فإن

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



### ملخص المفهوم حل المثلث

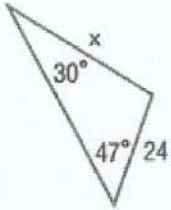
ابدأ باستخدام ...	المعطيات	لحل ...
نسبة $\tan$ الزاوية نسبة $\sin$ أو $\cosine$ الزاوية نسبة $\sin$ أو $\cosine$ الزاوية نسب $\sin$ أو $\cosine$ أو $\tan$ الزاوية	ساق-ساق (LL) وتر-ساق (HL) زاوية حادة-وتر (AH) زاوية حادة-ساق (AL)	مثلث قائم الزاوية
قانون الـ $\sin$ قانون الـ $\sin$ قانون الـ $\cosine$ قانون الـ $\cosine$	زاوية-زاوية-ضلع (AAS) زاوية-ضلع-زاوية (ASA) ضلع-زاوية-ضلع (SAS) ضلع-ضلع-ضلع (SSS)	أي مثلث

يمكنك استخدام قانون الـ  $\sin$  لحل مثلث إذا كنت تعرف قياس زاويتين وأي ضلع (AAS أو ASA).

يمكنك استخدام قانون الـ  $\cosine$  لحل مثلث إذا كنت تعرف طول الضلعين والزاوية البينية (SAS).

يمكنك أيضًا استخدام قانون الـ  $\cosine$  إذا كنت تعرف أطوال الأضلاع الثلاثة (SSS).

أوجد  $x$ . قَرِّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

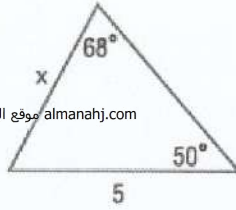


AAS

$$\frac{\sin 47}{x} = \frac{\sin 30}{24}$$

$$x = \frac{24 \sin 47}{\sin 30} = 35.1$$

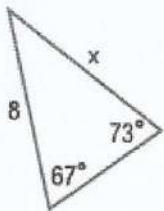
موقع المساهج الإماراتية almanahj.com



AAS

$$\frac{\sin 50}{x} = \frac{\sin 68}{5}$$

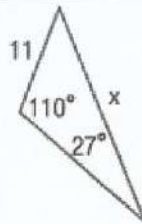
$$x = \frac{5 \sin 50}{\sin 68} = 4.1$$



AAS

$$\frac{\sin 67}{x} = \frac{\sin 73}{8}$$

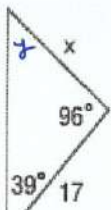
$$x = \frac{8 \sin 67}{\sin 73} = 7.7$$



AAS

$$\frac{\sin 110}{x} = \frac{\sin 27}{11}$$

$$x = \frac{11 \sin 110}{\sin 27} = 22.8$$

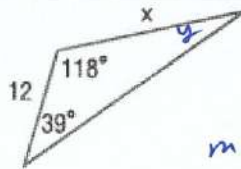


AAS

$$m\angle y = 180 - 96 - 39 = 45$$

$$\frac{\sin 39}{x} = \frac{\sin 45}{17}$$

$$x = \frac{17 \sin 39}{\sin 45} = 15.1$$

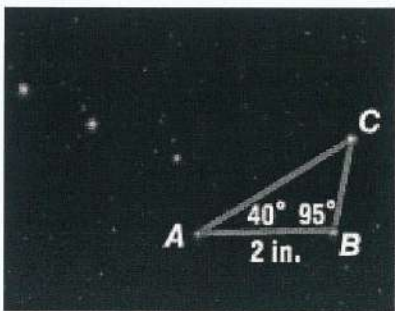


AAS

$$m\angle y = 180 - 39 - 118 = 23$$

$$\frac{\sin 39}{x} = \frac{\sin 23}{12}$$

$$x = \frac{12 \sin 39}{\sin 23} = 19.3$$



استخدام النفاذ تنظر هالة لمجموعة الدب الأكبر من التلسكوب. ويظهر لها أن مجموعة النجوم تُشكّل مثلثاً بقياسات مَوْضحة في  $m\angle C = 180 - 95 - 40 = 45$  الرسم التخطيطي على اليسار. استخدم قانون الـ sine لإيجاد المسافة بين A و C.

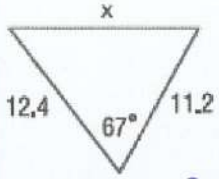
$$\frac{\sin 95}{AC} = \frac{\sin 45}{2}$$

$$AC = \frac{2 \sin 95}{\sin 45} = 2.8$$

« مؤسسة تربوية دينية متميزة في إدارتها وأساليبها ومخرجاتها »



أوجد  $x$ . قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.

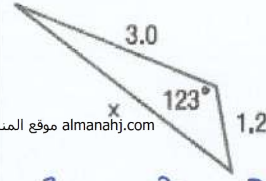


$$x^2 = 11.2^2 + 12.4^2 - 2(11.2)(12.4)\cos 67$$

$$x^2 = 170.67$$

$$x = 13.1$$

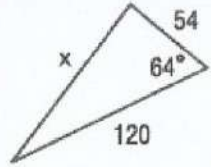
almanahj.com موقع المناهج الإماراتية



$$x^2 = 1.2^2 + 3^2 - 2(1.2)(3)\cos 123$$

$$x^2 = 14.36$$

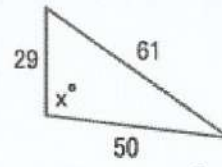
$$x = 3.8$$



$$x^2 = 54^2 + 120^2 - 2(54)(120)\cos 64$$

$$x^2 = 11634.71$$

$$x = 107.9$$



$$61^2 = 50^2 + 29^2 - 2(50)(29)\cos x$$

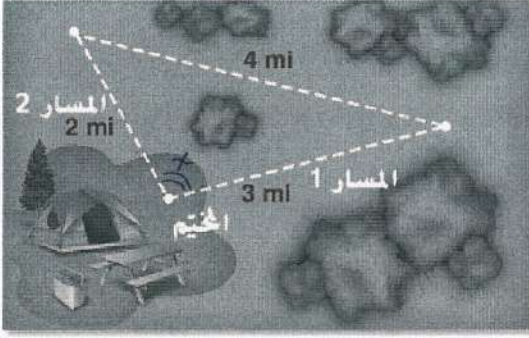
$$61^2 - 50^2 - 29^2 = -2(50)(29)\cos x$$

$$\frac{61^2 - 50^2 - 29^2}{-2(50)(29)} = \cos x$$

$$x = \cos^{-1} \left[ \frac{61^2 - 50^2 - 29^2}{-2(50)(29)} \right]$$

$$= 97.5$$

$$\approx 98^\circ$$



التجول سيرًا على الأقدام يقرر مجموعة من الأصدقاء المشاركين في رحلة تخييم أن يخرجوا للتجول سيرًا على الأقدام. طبقًا للخريطة الموضحة على اليمين، فما قياس الزاوية بين المسار 1 والمسار 2؟

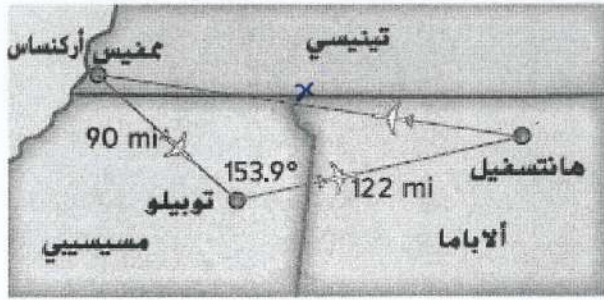
$$4^2 = 3^2 + 2^2 - 2(3)(2) \cos x$$

$$4^2 - 3^2 - 2^2 = -2(3)(2) \cos x$$

$$\frac{4^2 - 3^2 - 2^2}{-2(3)(2)} = \cos x$$

$$\cos^{-1} \left[ \frac{4^2 - 3^2 - 2^2}{-2(3)(2)} \right] = x$$

$$104.5^\circ =$$



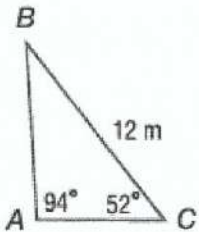
السفر يقود طيار الطائرة بسرعة 90 ميلاً من ممفيس بولاية تينيسي مروراً بتوبيلو بولاية مسيسيبي ثم هانتسفيل بولاية ألاباما وأخيرًا يعود إلى ممفيس. كم تبعد ممفيس عن هانتسفيل؟

$$x^2 = 122^2 + 90^2 - 2(122)(90) \cos 153.9$$

$$x = 206.7 \text{ mi}$$

البنية جل كل مثلث. قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.

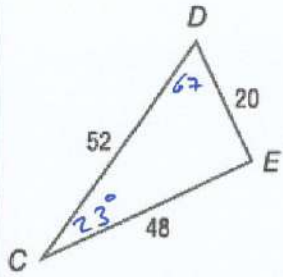
$$m \angle B = 180 - 52 - 94 = 34^\circ$$



$$\frac{\sin 94}{12} = \frac{\sin 52}{AB} \Rightarrow AB = \frac{12 \sin 52}{\sin 94} = 9.5 \text{ m}$$

$$\frac{\sin 94}{12} = \frac{\sin 34}{AC} \Rightarrow AC = \frac{12 \sin 34}{\sin 94} = 6.7 \text{ m}$$

البنية حل كل مثلث. قَرِّب قياسات الزوايا لأقرب درجة وأطوال الأضلاع لأقرب جزء من عشرة.

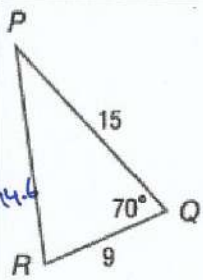


$$48^2 = 20^2 + 52^2 - 2(20)(52) \cos D$$

$$\cos D = \frac{20^2 + 52^2 - 48^2}{2(20)(52)} \Rightarrow D = \cos^{-1} \left( \frac{20^2 + 52^2 - 48^2}{2(20)(52)} \right) = 67^\circ$$

$$\frac{\sin C}{20} = \frac{\sin 67}{48} \Rightarrow \sin C = \frac{20 \sin 67}{48} \Rightarrow C = \sin^{-1} \left( \frac{20 \sin 67}{48} \right) = 23^\circ$$

$$m \angle E = 180 - 67 - 23 = 90^\circ$$



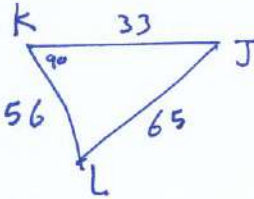
$$PR^2 = 9^2 + 15^2 - 2(9)(15) \cos 70$$

$$PR = 14.6$$

$$\frac{\sin 70}{14.6} = \frac{\sin P}{9} \Rightarrow \sin P = \frac{9 \sin 70}{14.6}$$

$$\Rightarrow P = 35^\circ$$

$$m \angle R = 180 - 70 - 35 = 75^\circ$$



حل  $\triangle JKL$  إذا كان  $JK = 33, KL = 56, LJ = 65$

$$65^2 = 33^2 + 56^2 - 2(33)(56) \cos K$$

$$65^2 - 33^2 - 56^2 = -2(33)(56) \cos K$$

$$\frac{65^2 - 33^2 - 56^2}{-2(33)(56)} = \cos K$$

$$\cos^{-1} \left[ \frac{65^2 - 33^2 - 56^2}{-2(33)(56)} \right] = K = 90^\circ$$

$$\frac{\sin 90}{65} = \frac{\sin J}{56} \Rightarrow \sin J = \frac{56 \sin 90}{65}$$

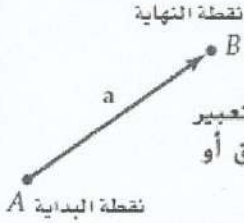
$$J = 59.5 \approx 59^\circ$$

$$m \angle L = 180 - 90 - 59 = 31^\circ$$

نواتج التعلم 1- إجراء عمليات هندسية على المتجهات. 2- إجراء عمليات على المتجه على المستوى الإحداثي.

يمكن وصف الكثير من الكميات الفيزيائية مثل الكتلة بقيمة عددية ومعها اتجاه يسمى كمية قياسية (عددية)، ويدل هذا العدد على مقدار الكمية أو قياسها. أما الكمية المتجهة فهي كمية لها مقدار واتجاه؛ فمثلاً سرعة الكرة المتجهة نحو المرمى جنوباً تمثل كلاً من: مقدار سرعة الكرة، واتجاه حركتها.

ويمكن تمثيل الكمية المتجهة بسهم يُظهر كلاً من المقدار والاتجاه ويسمى هذا التمثيل متجهًا. ويمثل الشكل المجاور المتجه الذي له نقطة البداية  $A$ ، ونقطة النهاية  $B$ . ويرمز لهذا المتجه بالرمز  $\overrightarrow{AB}$  أو  $\vec{a}$  أو  $a$ .



إن مقدار  $\overrightarrow{AB}$ ، والذي يُرمز إليه بـ  $|\overrightarrow{AB}|$ ، هو طول المتجه من نقطة بدايته إلى نقطة نهايته. يُمكن التعبير عن اتجاه المتجه في صورة زاوية يتم تكوينها مع المركبة الأفقية أو في صورة قياس بين  $0^\circ$  و  $90^\circ$  شرق أو غرب المستقيم الشمالي أو الجنوبي.

عند جمع متجهين أو أكثر يكون الناتج متجهًا، ويسمى المحصلة أو الناتج. ويكون لمتجه المحصلة التأثير نفسه الناتج عن تأثير المتجهين الأصليين عند تطبيقهما واحدًا تلو الآخر. ويمكن إيجاد المحصلة هندسيًا باستعمال قاعدة المثلث، أو قاعدة متوازي الأضلاع.

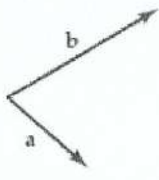
إيجاد المحصلة

مفهوم أساسي

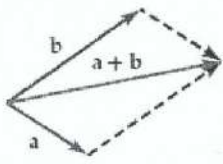
قاعدة متوازي الأضلاع



إيجاد محصلة المتجهين  $a, b$ .  
اتبع الخطوات الآتية:



الخطوة 1: أجر انسحابًا للمتجه  $b$ ، بحيث تلتقي نقطة بدايته مع نقطة بداية المتجه  $a$ .



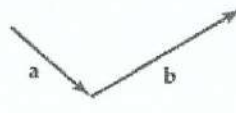
الخطوة 2: أكمل رسم متوازي الأضلاع الذي ضلعا  $a, b$ .

الخطوة 3: محصلة المتجهين هي المتجه الذي يمثله قطر متوازي الأضلاع.

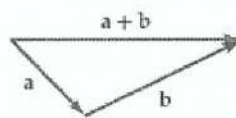
قاعدة المثلث



إيجاد محصلة المتجهين  $a, b$ .  
اتبع الخطوات الآتيتين:



الخطوة 1: أجر انسحابًا للمتجه  $b$ ، بحيث تلتقي نقطة بدايته مع نقطة نهاية المتجه  $a$ .



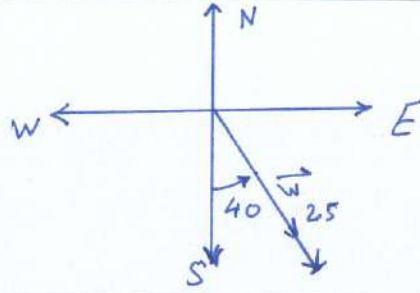
الخطوة 2: محصلة المتجهين  $a, b$  هي المتجه المرسوم من نقطة بداية  $a$  إلى نقطة نهاية  $b$ .

يكون المتجه في وضع قياسي إذا كانت نقطة بدايته عند نقطة الأصل.

لوصف متجه من أي نقطة بداية، يمكنك استخدام الصورة المركبة  $(x, y)$  التي تصف المتجه من حيث مركبه الأفقي  $x$  ومركبه الرأسية  $y$ .

لكتابة الصورة المركبة لمتجه من نقطة البداية  $(x_1, y_1)$  ونقطة النهاية  $(x_2, y_2)$  أوجد  $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ .

قانون المسافة  $|\vec{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

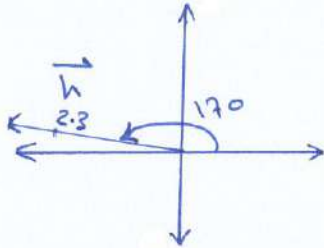


استخدم المسطرة والمنقلة؛ لرسم متجه لكل من الكميات الآتية، ثم اكتب مقياس الرسم في كل حالة.  
 $\vec{v} = 75$  ميلاً في الساعة بزاوية  $40^\circ$  باتجاه الشرق الجنوبي

المقياس  $1 \text{ cm} : 30 \text{ km/h}$

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

$x : 75$   
النون نبي الرحمة  
 $x = \frac{75}{30} = 2.5$

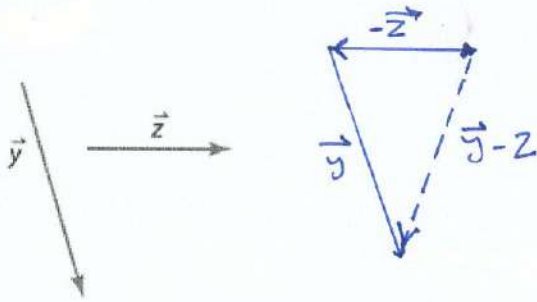


$\vec{h} = 46$  قدماً في الثانية بزاوية  $170^\circ$  إلى المركبة الأفقية

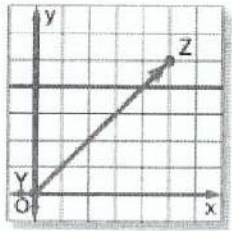
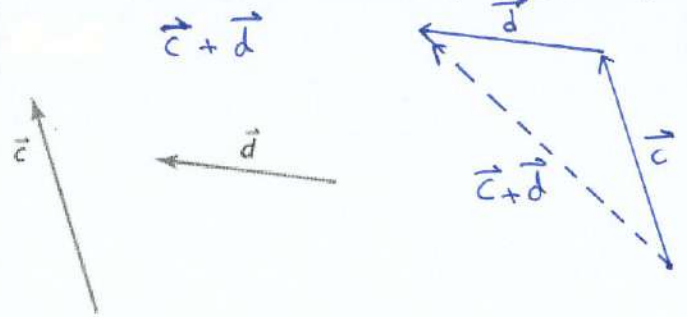
المقياس  $1 \text{ cm} = 20 \text{ ft/sec}$

$z = 46$   
النوراني الرحمة  
 $x = \frac{46}{20} = 2.3$

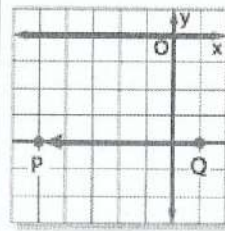
$\vec{y} - \vec{z}$



انسخ المتجهات. ثم أوجد كل مجموع أو فرق.



التجهيز النوع القياسي  
 $\langle 5, 5 \rangle$



اكتب الصورة المركبة لكل متجه.

البداية Q(1, -4)

النهاية P(-5, -4)

$\langle -5-1, -4-(-4) \rangle$   
 $\langle -6, 0 \rangle$

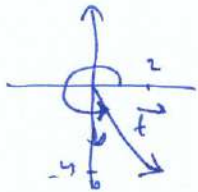
$\vec{f} = \langle 2, -4 \rangle$

$|\vec{f}| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 4.5$

$\tan \theta = \frac{4}{2}$  الزاوية

$\theta = 63.4$

$= 360 - 63.4$  الزاوية للجهة  
 $= 296.6$



مقدار 4.5 بزاوية 296.6 مع المركبة الأفقية

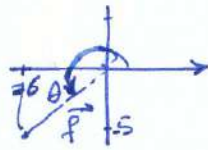
$\vec{f} = \langle -6, -5 \rangle$

$|\vec{f}| = \sqrt{(-6)^2 + (-5)^2}$

$= 7.8$

$\tan \theta = \frac{5}{6}$  الزاوية

$\theta = 39.8$



الزاوية للجهة  $= 39.8 + 180 = 219.8$

مقدار 7.8 بزاوية 219.8 مع المركبة الأفقية

أوجد كلاً مما يلي لـ  $\vec{a} = \langle -4, 1 \rangle$  و  $\vec{b} = \langle -1, -3 \rangle$  و  $\vec{c} = \langle 3, 5 \rangle$ . راجع إجاباتك بيانياً.

$$\vec{c} + \vec{a}$$

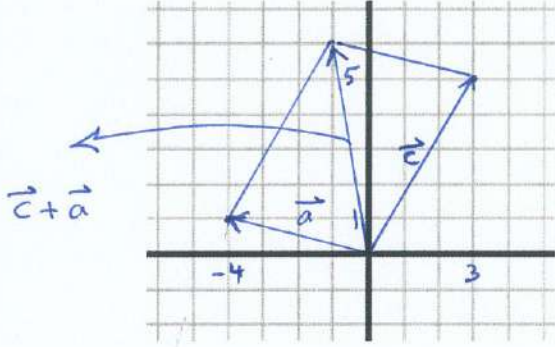
$$= \langle 3, 5 \rangle + \langle -4, 1 \rangle$$

$$= \langle 3-4, 5+1 \rangle = \langle -1, 6 \rangle$$

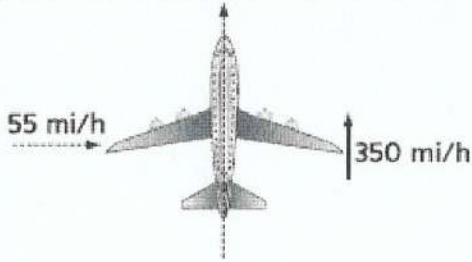
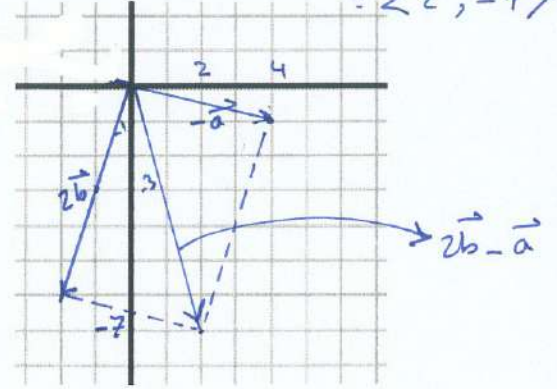
$$2\vec{b} - \vec{a}$$

$$= 2 \langle -1, -3 \rangle - \langle -4, 1 \rangle$$

$$= \langle -2, -6 \rangle - \langle -4, 1 \rangle = \langle -2-(-4), -6-1 \rangle = \langle 2, -7 \rangle$$



طريقة متوازي الأضلاع

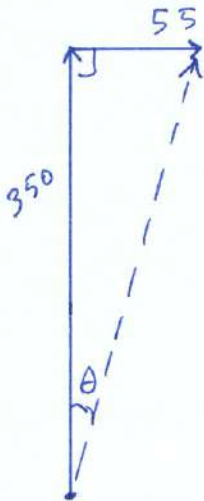


استخدام النماذج تطير طائرة باتجاه الشمال بسرعة 350 ميلاً في الساعة. إذا كانت الرياح تهب من الغرب بسرعة 55 ميلاً في الساعة، فما السرعة الناتجة والاتجاه الذي تطير فيه الطائرة؟

$$\text{السرعة} = \sqrt{350^2 + 55^2} = 354.3 \text{ mi/h}$$

$$\tan \theta = \frac{55}{350} \Rightarrow \theta = 8.9^\circ$$

الاتجاه / السرعة 354.3 باتجاه  $8.9^\circ$  شرق الشمال



(( مؤسسة تربوية دينية متميزة في إدارتها وأعمالها ومخرجاتها ))

الوحدة

العاشرة

ورقة عمل الصف العاشر 10-1 تمثيلات الأشكال ثلاثية الأبعاد الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

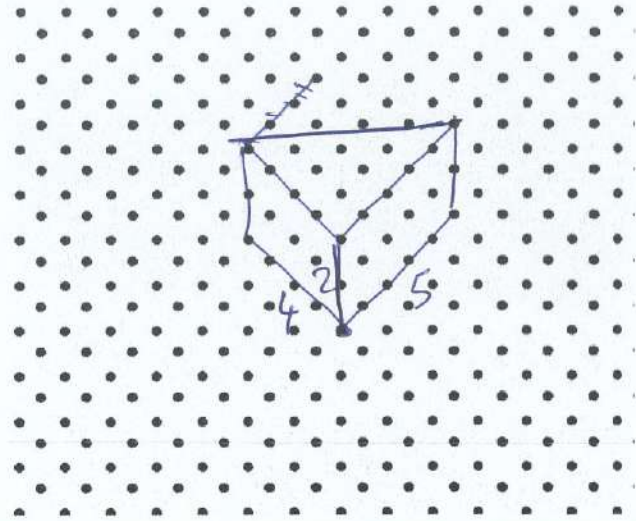
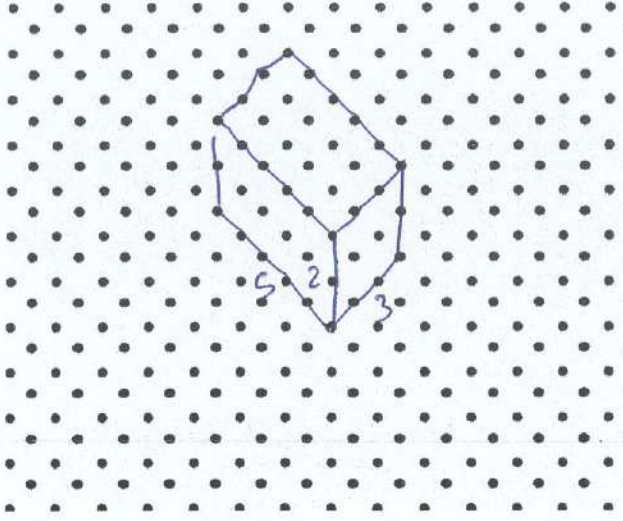
نواتج التعلم 1- رسم منظورات متماثلة للأشكال ثلاثية الأبعاد. 2 - استكشاف المقاطع العرضية للأشكال ثلاثية الأبعاد.

استخدم الورق المنقط متساوي الأبعاد لرسم كل منشور.

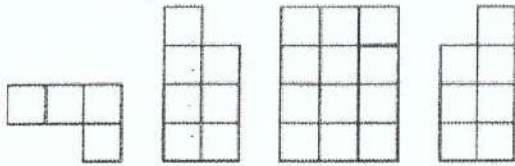
منشور مستطيل ارتفاعه وحدتان. ويبلغ عرضه 3 وحدات، وطوله 5 وحدات.

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

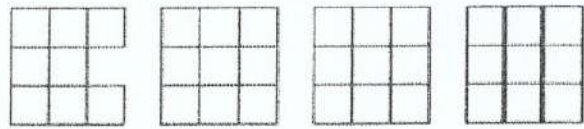
منشور ثلاثي ارتفاعه وحدتان. ويبلغ طول ضلعي قاعدته 5 وحدات و 4 وحدات.



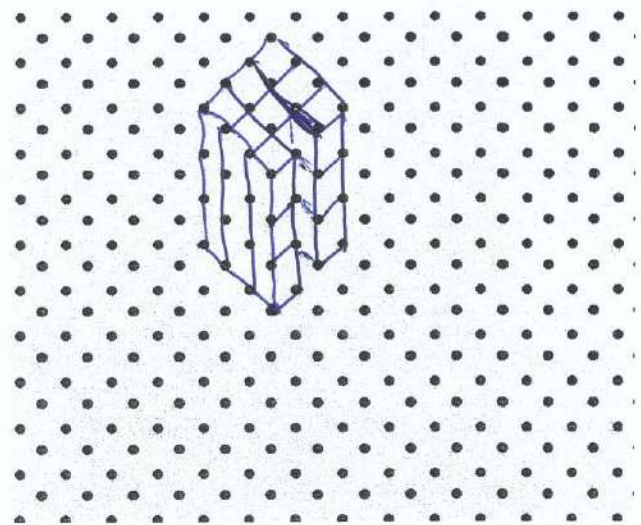
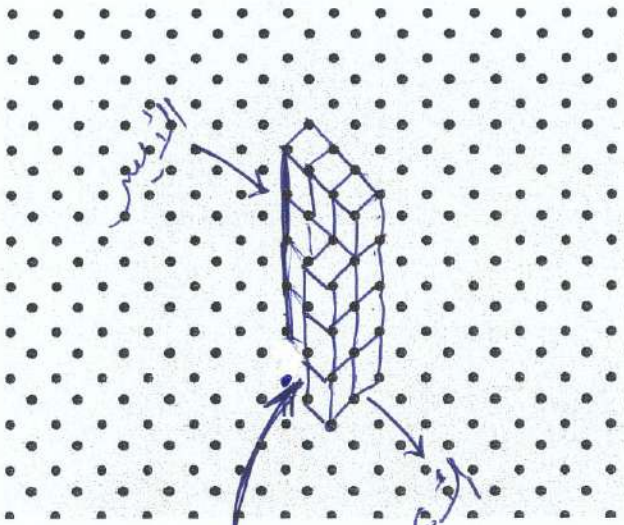
استخدم ورقة منقطة متساوية القياس وكل رسم متعامد لرسم مجسم.



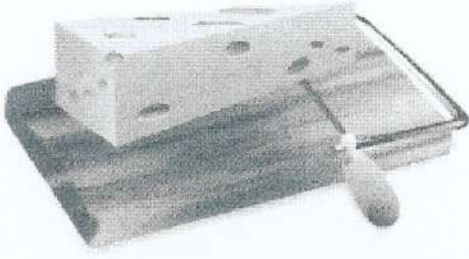
منظور علوي منظور أيسر منظور أمامي منظور أيمن



منظور علوي منظور أيسر منظور أمامي منظور أيمن





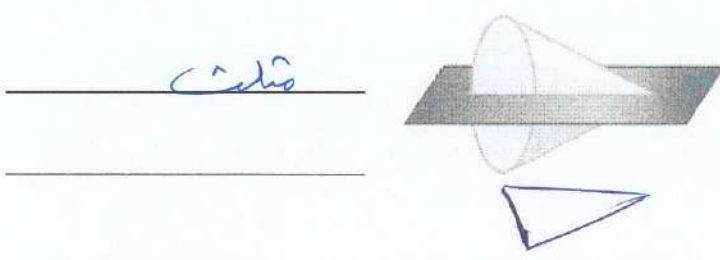


الطعام صنف كيف يمكن تقطيع قطعة الجبن الموضحة على اليسار إلى شرائح بحيث تكوّن كل شريحة كل شكل.

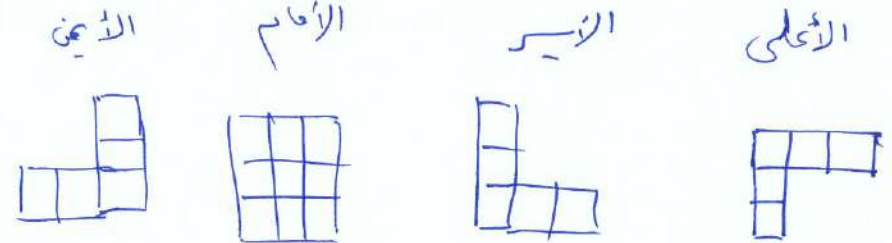
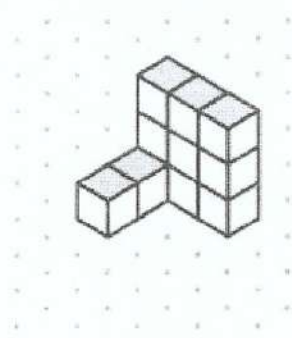
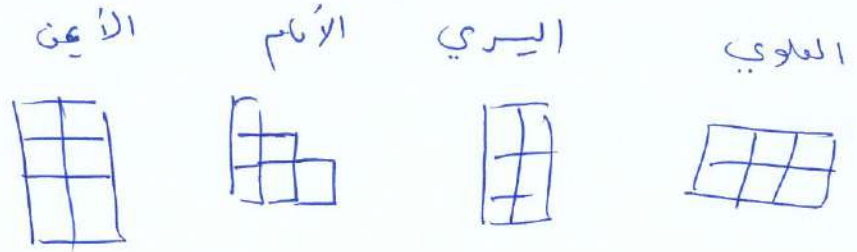
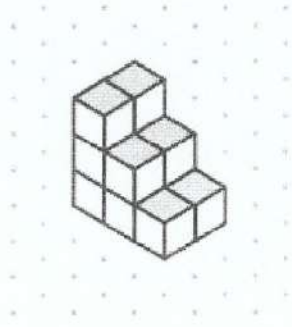
- a. مستطيل مقطع رأسي  
 b. مثلث مقطع أفقي  
 c. شبه منحرف مقطع زاوي

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

صنف كل مقطع عرضي.



ارسم المنظورات العلوية واليسرى والأمامية اليمنى لكل مجسم.



ورقة عمل الصف العاشر 2-10 مساحات سطوح المنشير والأسطوانات الاسم: الشعبة: \_\_\_\_\_

نواتج التعلّم

1- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للمنشير. 2- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للأسطوانات.

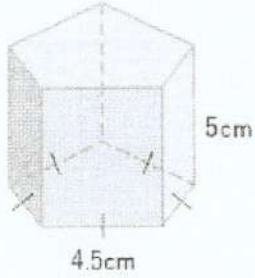
الارتفاع  $\times$  محيط القاعدة = المساحة الجانبية (المنشور أو الأسطوانة)

$$L = P \times h$$

(مساحة القاعدة)  $+ 2$  = المساحة الجانبية = مساحة السطح (المنشور أو الأسطوانة)

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

$$S = L + 2B$$

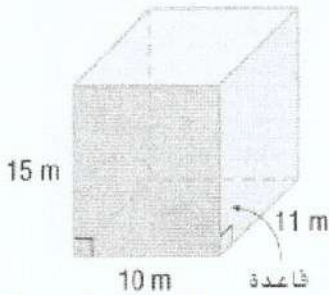


$$L = \frac{P}{(4.5)(5)} \times h$$

$$= 112.5 \text{ cm}^2$$

أوجد المساحة الجانبية للمنشور.

أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح. قُرب لأقرب جزء من العشرة.



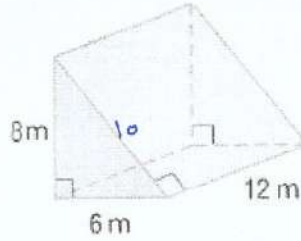
$$L = P \times h$$

$$= (10 + 10 + 11 + 11) \times 15 = 630 \text{ m}^2$$

$$S = L + 2B$$

$$= 630 + 2(10 \times 11)$$

$$= 850 \text{ m}^2$$



ملاحظة صامة

$\times$  القاعدة هي المثلث.

طول القطر في المثلث القائم

$$= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

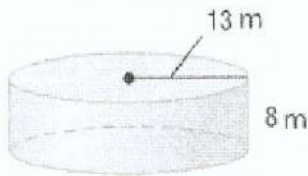
$$L = P \times h$$

$$= (6 + 8 + 10) \times 12 = 288 \text{ m}^2$$

$$S = L + 2B$$

$$= 288 + 2(6 \times 8 \div 2)$$

$$= 336 \text{ m}^2$$



$$L = P \times h$$

$$= [2(13)\pi] \times 8 = 208\pi$$

$$S = L + 2B$$

$$= 208\pi + 2(\pi(13)^2)$$

$$= 546\pi = 1715.3$$



$$L = P \times h$$

$$= (20.4\pi) \times 22 = 448.8\pi$$

$$S = L + 2B$$

$$= 448.8\pi + 2(\pi(10.2)^2)$$

$$= 469.2\pi = 1474.04$$

$$2063.6$$



3.4 cm

طعام مساحة سطح علبة الحساء الموضحة على اليسار تساوي 286.3 سنتيمتراً مربعاً. ما ارتفاع العلبة؟ قترّب لأقرب جزء من العشرة.

$$S = L + 2B$$

$$= P \times h + 2(\pi r^2)$$

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

$$S = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

$$286.3 = 2\pi(3.4)h + 2\pi(3.4)^2$$

$$\frac{286.3 - 2\pi(3.4)^2}{2\pi(3.4)} = h$$

$$\boxed{10} = h$$

مساحة سطح المكعب تساوي 294 سنتيمتراً مربعاً. أوجد طول الحافة الجانبية.

$$S = L + 2B$$

$$= P \times h + 2(s \cdot s)$$

$$= 4s \times s + 2 \times s \times s$$

$$S = 6s^2$$

$$294 = 6s^2$$

$$s^2 = \sqrt{\frac{294}{6}}$$

$$\boxed{s = 7}$$

حيث  $s$ ، مربع المرج

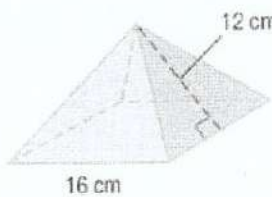
ورقة عمل الصف العاشر 3-10 مساحات أسطح الأهرامات والمخاريط الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

نواتج التعلم 1- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للأهرامات. 2- إيجاد المساحات الجانبية ومساحات الأسطح للمخاريط.

المساحة الجانبية لمخروط  $L = \pi r l$   
مساحة السطح لمخروط  $S = \pi r l + \pi r^2$   
 $l$  هو الارتفاع المائل  
 $r$  هو نصف قطر القاعدة

المساحة الجانبية للهرم المنتظم  $L = \frac{1}{2} P l$   
مساحة سطح الهرم المنتظم  $S = \frac{1}{2} P l + B$   
 $l$  هو الارتفاع المائل. و  $P$  هو محيط القاعدة.  
 $B$  هو مساحة القاعدة.

أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح لكل هرم منتظم. وقرب لأقرب جزء من العشرة إذا لزم الأمر.



$$L = \frac{1}{2} P l$$

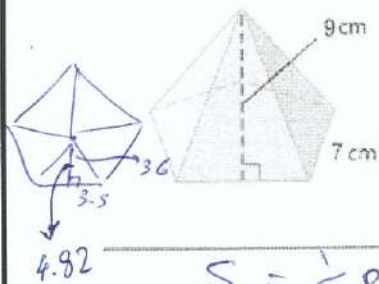
$$= \frac{1}{2} (16 \times 4) \times 12$$

$$= 384 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{1}{2} P l + B$$

$$= 384 + (16 \times 16)$$

$$= 640 \text{ cm}^2$$



$$L = \frac{1}{2} P l = \frac{1}{2} 7(5)(9) = 157.5 \text{ cm}^2$$

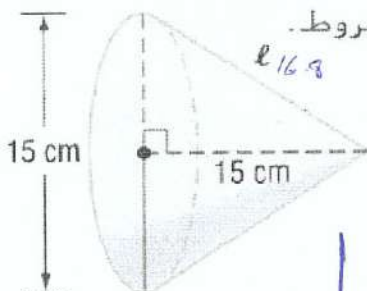
$$\text{ارتفاع المثلث} = \frac{3.5}{\tan 36} \rightarrow \text{ارتفاع المثلث} = \frac{3.5}{\tan 36} = 4.82$$

$$B = \frac{7(4.82) \times 5}{2} = 84.35$$

$$S = \frac{1}{2} P l + B$$

$$= 157.5 + 84.35 = 241.85 \text{ cm}^2$$

الاستنتاج المنطقي أوجد المساحة الجانبية ومساحة السطح لكل مخروط. قرب لأقرب جزء من العشرة.



$$L = \pi r l$$

$$= \pi (7.5) (16.8) = 395.1 \text{ cm}^2$$

$$S = \pi r l + \pi r^2$$

$$= 395.1 + \pi (7.5)^2$$

$$= 571.86$$

$$571.9 \text{ cm}^2$$

$$l = \sqrt{15^2 + 7.5^2}$$

$$= 16.8$$

2 - إيجاد أحجام الأسطوانات.

1- إيجاد أحجام المنشورات.

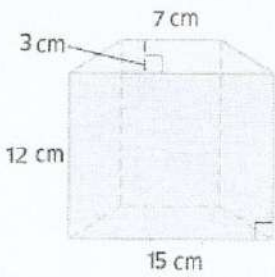
نواتج التعلم

حجم المنشور - الإسطوانة  $V = Bh$  موقع المناهج الإماراتية almanahj.com

حيث  $B$  هو مساحة القاعدة و  $h$  هو ارتفاع المنشور.

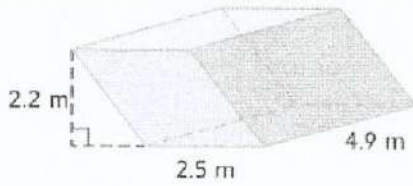
مبدأ كفاليري

إذا كان لمجسمين نفس الارتفاع  $h$  ونفس مساحة المقطع العرضي  $B$  في كل المستويات، فإن لهما نفس الحجم.



أوجد حجم كل منشور

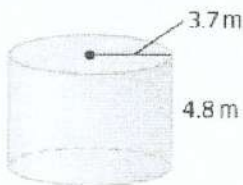
$$\begin{aligned} V &= B \times h \\ &= 12 \times \left[ \frac{15+7}{2} \times 5 \right] \\ &= 396 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$



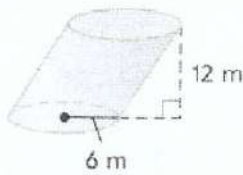
المنشور المستطيل المائل الموضح على اليسار

$$\begin{aligned} V &= B \times h \\ &= 2.2 \times (2.5 \times 4.9) \\ &= 26.95 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

أوجد حجم كل إسطوانة. قَرِّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.



$$\begin{aligned} V &= B \times h \\ &= \pi r^2 \times h \\ &= \pi (3.7)^2 \times 4.8 \\ &= 206.44 \text{ m}^3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} V &= B \times h \\ &= \pi r^2 \times h \\ &= \pi (6)^2 (12) \\ &= 1357.2 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

ورقة عمل الصف العاشر 10-5 أحجام الأشكال الهرمية والمخاريط الاسم: \_\_\_\_\_ الشعبة: \_\_\_\_\_

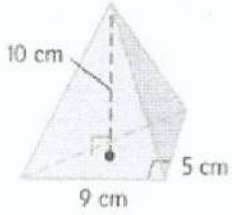
2 - إيجاد أحجام المخاريط.

1 - إيجاد أحجام الأشكال الهرمية.

نواتج التعلم

حجم الهرم - المخروط  $V = \frac{1}{3}Bh$

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

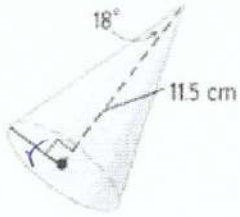


أوجد حجم

$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$= \frac{1}{3} \times \left( \frac{9 \times 9}{4} \right) \times 10$$

$$= 75 \text{ cm}^3$$



$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$= \frac{1}{3} \times (\pi r^2) \times 11.5$$

$$= \frac{1}{3} (\pi (3.74)^2) \times 11.5$$

$$= 168.449 \text{ cm}^3$$

$$\tan 18 = \frac{r}{11.5}$$

$$r = 11.5 \tan 18$$

$$= 3.74$$

ورقة عمل الصف العاشر 10-6 مساحات أسطح الأشكال الكروية وأحجامها الاسم: الشعبة:

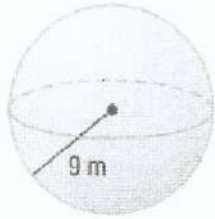
2 - إيجاد أحجام الأشكال الكروية.

1 - إيجاد مساحات أسطح الأشكال الكروية.

نواتج التعلم

مساحة سطح الشكل الكروي  $S = 4\pi r^2$   
حجم الشكل الكروي  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

الموقع الإلكتروني: almanahj.com

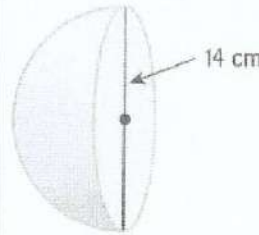


أوجد مساحة سطح كل شكل كروي أو نصف شكل كروي. قُرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

$$S = 4\pi r^2$$

$$= 4\pi (9)^2$$

$$= 1017.87 \text{ m}^2$$



$$S = \frac{4\pi r^2}{2} + \pi r^2$$

$$= \frac{4\pi (7)^2}{2} + \pi (7)^2$$

$$= 147\pi = 461.819 \text{ cm}^2$$

$$\pi r^2 = 36\pi$$

شكل كروي: مساحة الدائرة الكبرى =  $36\pi \text{ m}^2$

$$S = 4(\pi r^2) = 4(36)\pi = 452.389 \text{ m}^2$$

أوجد حجم كل شكل كروي أو نصف شكل كروي. قُرب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

نصف شكل كروي: القطر = 16 cm

$$V = \frac{4}{3}\pi (8)^3 \div 2$$

$$= \frac{1024}{3}\pi$$

$$= 1072.3 \text{ cm}^3$$

شكل كروي: نصف القطر = 10 m

$$V = \frac{4}{3}\pi (10)^3$$

$$= \frac{4000}{3}\pi$$

$$= 4188.79 \text{ m}^3$$

نصف شكل كروي: محيط الدائرة الكبرى =  $24\pi \text{ m}$

$$C = \pi d$$

$$24\pi = \pi d$$

$$d = 24$$

$$V = \frac{4}{3}\pi (12)^3 \div 2$$

$$= 1152\pi$$

$$= 3619.114 \text{ m}^3$$

نواتج التعلم

1- وضع مجموعة من النقاط على شكل كروي. 2- مقارنة وبيان الفرق بين الهندسة الإقليدية والكروية.

الهندسة الإقليدية في مستوى: يكون المستوى عبارة عن سطح منبسط يتكون من نقاط تمتد بلا نهاية في جميع الاتجاهات.

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

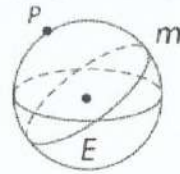
ولكن في الهندسة الكروية: يكون المستوى عبارة عن سطح شكل كروي.

يختلف تعريف المستقيم في الهندسة الكروية عن تعريفه في الهندسة الإقليدية.

الهندسة غير الإقليدية هي هندسة لا تنطبق فيها واحدة على الأقل من مسلمات الهندسة الإقليدية.

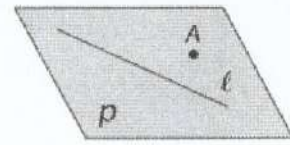
المفهوم الأساسي المستقيمات في هندسة المستويات والهندسة الفراغية

الهندسة الفراغية

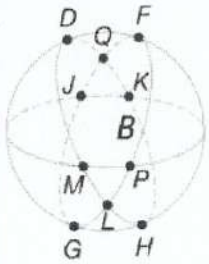


يحتوي الشكل الكروي  $E$  على دائرة كبرى  $m$  ونقطة  $P$  ليست على  $m$ . الدائرة الكبرى  $m$  مستقيم على الشكل الكروي  $E$ .

الهندسة الإقليدية في مستوى



يحتوي المستوى  $P$  على مستقيم  $l$  ونقطة  $A$  ليست على المستقيم  $l$ .



قم بتعيين كل مما يلي على الشكل الكروي  $B$ .

مستقيمان يحتويان على النقطة  $Q$   $\overleftrightarrow{FG} \subset \overleftrightarrow{DH}$

قطعة مستقيمة تحتوي على النقطة  $L$   $\overline{HM}$

مثلث  $\triangle TKQ, \triangle MPL$

قطعتان مستقيمتان على الدائرة الكبرى ذاتها  $\overleftrightarrow{LG} \subset \overleftrightarrow{FP}, \overleftrightarrow{MP}$

رياضة حدد ما إذا كان الشكل  $X$  على كل من الأشكال الكروية الموضحة هو مستقيم في الهندسة الفراغية أم لا.



لا. لأنه لا يمر عبر قطبي الشكل الكروي.



نعم. لأنه يمر عبر قطبي الشكل الكروي.

التبرير حدد ما إذا كانت المسئلة أو الخاصية التالية للهندسة الإقليدية للمستويات لها عبارة مناظرة في الهندسة الفراغية أم لا. وإذا كان الأمر كذلك، فاكتب العبارة المناظرة. وإلا، فاشرح استنتاجك.

المواضع المتعامدة (المواضع المتعامدة)

لا. تتقاطع المستقيمتان المتعامدة عند نقطة واحدة.

لا. الدائرة الكبرى، نهايتها تتقاطع عند نقطة واحدة.

تصنع المستقيمتان المتعامدة أربع زوايا  $90^\circ$ . نعم. المواضع المتعامدة تتقاطع في 8 زوايا قائمة.



نواتج التعلم

1- تحديد المجسمات المتطابقة أو المتشابهة.

2 - استخدام خواص المجسمات المتشابهة.

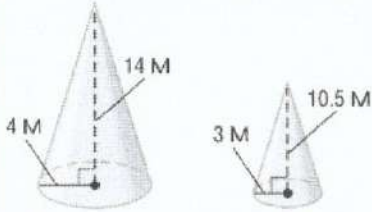
المجسمات المتشابهة لها نفس الشكل ولكن ليست بالضرورة بنفس الحجم والقياسات المتناظرة نسبتها متساوية وتسمى النسبة المشتركة عامل المقياس.

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

المجسمات المتطابقة لها نفس الشكل والحجم تمامًا وهي متشابهة وعامل مقياسها 1:1.

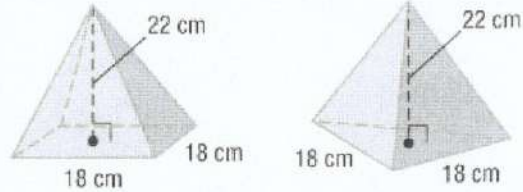
إذا كان عامل مقياس مجسمين متشابهين هو  $a : b$  فإن نسبة مساحة السطح هي  $a^2 : b^2$  ونسبة الحجم هي  $a^3 : b^3$ .

حدد هل كل زوج من المجسمات متشابه أم متطابق أم ليس أيًا مما سبق. إذا كانت المجسمات متشابهة، فاذكر عامل المقياس.



نسبة ارتفاع الأقطار  $\frac{4}{3}$   
نسبة الارتفاعات  $\frac{14}{10.5} = \frac{4}{3}$

نسبة القياس  
للتناظرية متساوية  
إذاً المبرهنتان  
متشابهتان  
وغير متطابقتان  
لأنه عامل المقياس  $\neq 1:1$



ليس زيياً مما سبق لأنه الارتفاعات مختلفتان  
عن أنه ارتفاعها صمم، راعي والثاني صمم الثاني

هناك أسطوانتان متشابهتان بنصف قطر 15 و 6 سم. ما نسبة مساحة سطح الإسطوانة الصغيرة إلى الكبيرة؟

عامل المقياس  $= \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \Rightarrow$  نسبة مساحة السطح  $= \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} = 4:25$   
إلى الأكبر!

يوجد شكلان كرويان حجمهما  $36\pi$  سم مكعب و  $288\pi$  سم مكعب. ما نسبة نصف قطر الشكل الكروي الصغير إلى الكبير؟

نسبة حجم الكرويين  $= \frac{36\pi}{288\pi} = \frac{1}{8}$

$\Rightarrow$  نسبة نصف قطر الكرويين  $= \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2} = 1:2$   
إلى نصف قطر الأكبر

كرات التمارين تباع شركة كرات تمارين بحجمين مختلفين. نسبة القطر هي 15:11. إذا علمت أن قطر الكرة الصغيرة 55 سم، فما حجم الكرة الكبيرة؟ قُرب إلى أقرب جزء من عشرة.

نسبة القطرين (عامل المقياس)  $= \frac{15}{11} = \frac{x}{55}$

$\Rightarrow$  قطر الكرة الصغيرة  $x = 75 \text{ cm} \Rightarrow r = 37.5 \text{ cm}$

$\Rightarrow$  حجم الكرة الأكبر  $= \frac{4}{3} \pi (37.5)^3 =$

$220\ 893.2 \text{ cm}^3$

(( مؤسسة تربية دينية متميزة في إدارتها وأساليبها ومخرجاتها ))

الوحدة

الحادية

عشر

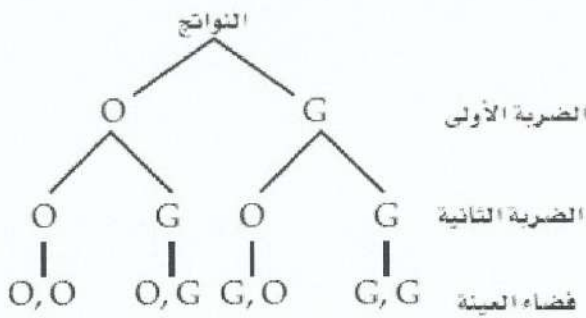
نواتج التعلم

1- استخدام القوائم والجداول والمخططات الشجرية لتمثيل الفضاء العيني. 2 - استخدام مبدأ العد الأساسي لعد النتائج.

التجربة هي موقف ينطوي على فرصة تؤدي إلى نتائج. النتيجة هي استنتاج لتجربة ما. الحدث هو نتيجة واحدة أو أكثر لتجربة معينة. الفضاء العيني هو مجموعة النتائج المحتملة لتجربة. ويمكن تمثيله باستخدام قائمة منظمة أو جدول أو مخطط شجري.

مثل فضاء العينة لكل تجربة بإعداد قائمة منظمة وجدول ومخطط شجري.

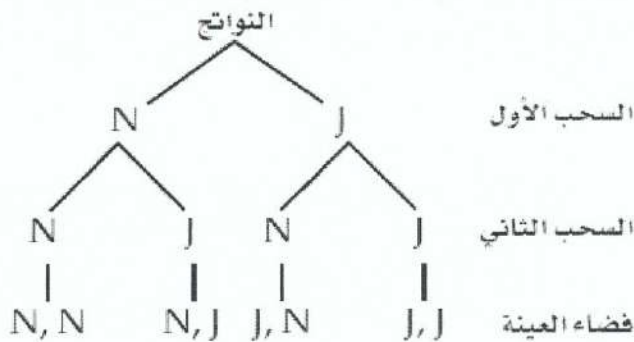
عندما يضرب اللاعب ركلة الجزاء فإنه يسجل هدفاً (O) أو لا يسجل (G). افرض أن اللاعب ضرب ركلة جزاء مرتين.



G, G O, G  
G, O O, O

النواتج	تسجيل (G)	عدم تسجيل (O)
تسجيل (G)	G, G	G, O
عدم تسجيل (O)	O, G	O, O

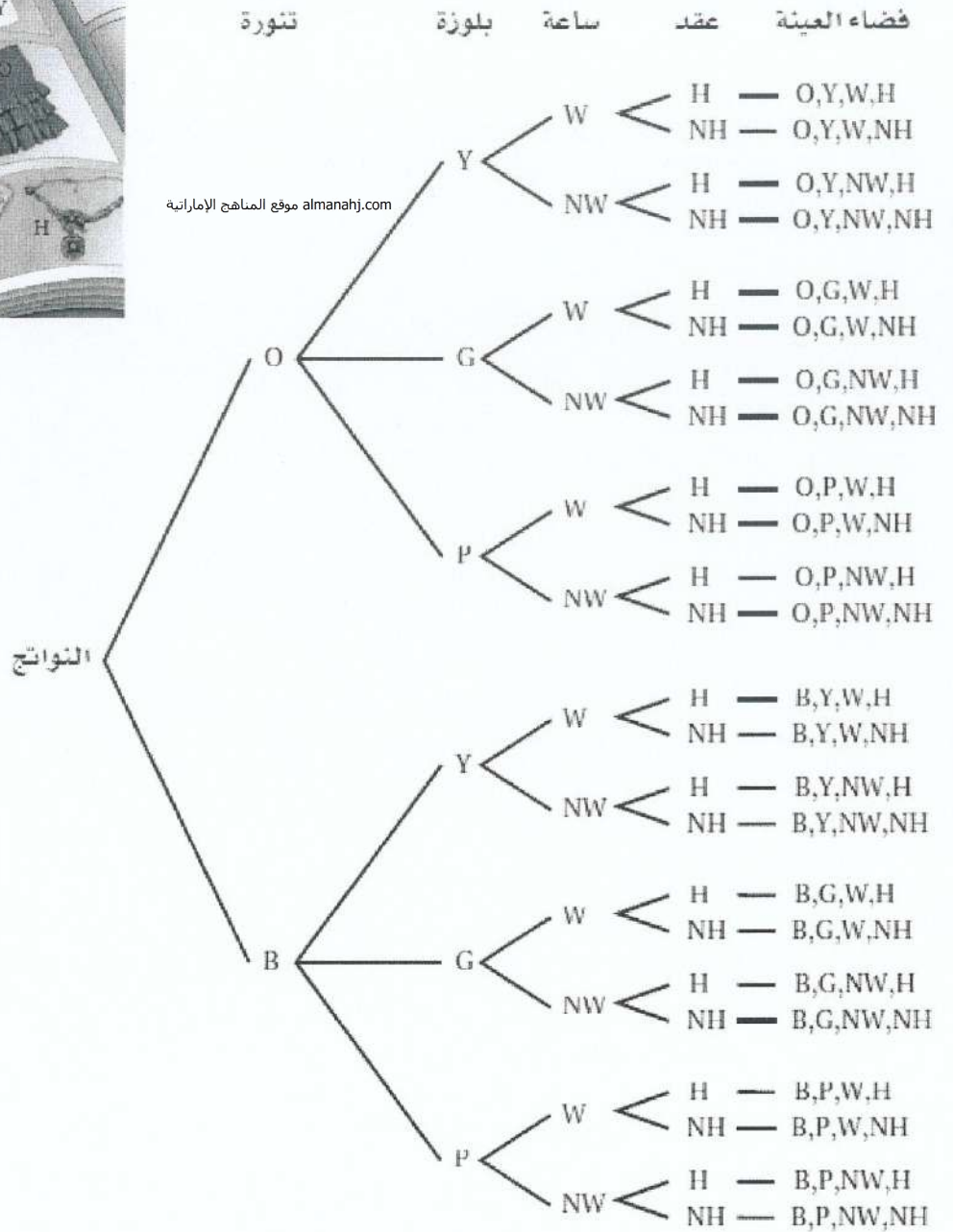
سحب سمير بطاقتين على التوالي مع الإرجاع من كيس فيه بطاقات كتب عليها:  
(عصير مجاني J) أو (دفتر ملحوظات مجاني N).



J, J N, N  
J, N N, J

النواتج	عصير (J)	دفتر (N)
عصير (J)	J, J	J, N
دفتر (N)	N, J	N, N

**ملابس :** تريد سمر حضور حفلة ، وعليها أن تختار ما ترتديه في الحفلة من القائمة المجاورة . مثل فضاء العينة في هذا الموقف بالرسم الشجري.



**مطاعم :** عرضت قائمة بالمأكولات في أحد المطاعم تتضمن الأصناف المبينة في الجدول المجاور وكل صنف منها يحتوي على عدد من الأنواع. افرض أنه يتم اختيار طبق واحد من كل صنف ونوع فما عدد النواتج الممكنة؟

عدد البدائل	قائمة المأكولات
8	المقبلات
4	الحساء
6	السلطة
12	الطبق الرئيس
9	الحلوى

عدد النتائج المحتملة = المقبلات x الحساء x السلطة x الطبق الرئيس x الحلوى

$$9 \times 12 \times 6 \times 4 \times 8 =$$

$$20736 =$$

(( مؤسسة تربوية دينية متميزة في إدارتها وأساليبها ومخرجاتها ))

ورقة عمل العاشر العام 11-2 الاحتمال باستخدام التباديل والتوافيق الاسم:-----

نواتج التعلم 1- استخدام التباديل في حساب الاحتمال. 2- استخدام التوافيق في حساب الاحتمال.

**التباديل** : تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًا.

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

يكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب  $n$  على الصورة  $n!$  ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي  $n$  .

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\frac{\text{التباديل المتبقية}}{\text{التباديل الكلية}} = \frac{\text{الاحتمال بالتباديل}}{\text{عدد نتائج الممكنة}} = \frac{\text{عدد نتائج الحدث}}{\text{الاحتمال}}$$

**التباديل مع التكرار** : عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها  $n$  عندما يتكرر عنصر منها  $r_1$  من المرات وآخر  $r_2$  من المرات وهكذا ---- فإنه يساوي :

$$= \frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

**التباديل الدائرية** : عدد التباديل المختلفة لـ  $n$  من العناصر مرتبة على دائرة يساوي :  $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

**التوافيق** : هو اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب فيها غير مهم.

$$nC_r = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

**الهندسة** : طلب من 5 طلاب أن يختاروا مزلجًا عشوائيًا من المجموعة الموضحة أدناه ويعطوه اسمًا. ما احتمال أن يختار الطالبان الأولان المثلث والشكل الرباعي. بهذا الترتيب؟



$$\text{الاحتمال} = \frac{\text{عدد تباديل الحدث}}{\text{عدد التباديل الممكنة}} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

$$\text{عدد التباديل الممكنة} = 5! = 120$$

$$\text{عدد تباديل الحدث} = 3! = 6 = (5-2)!$$

**المسرحية:** يمثل طلاب مدرسة ثانوية مسرحية A Raisin in the Sun بمشاركة كل طالب في الصف الأول الثانوي في مادة اللغة الإنجليزية من بين 18 طالبا. إذا اختير 3 من فريق العمل عشوائيا. فما احتمال اختيار إبراهيم للإضاءة . واختيار أحمد لإلقاء كلمة الشكر. واختيار إبراهيم لأداء دور إسماعيل؟

$${}_{18}P_3 = \frac{18!}{(18-3)!} = \frac{18 \times 17 \times 16 \times 15!}{15!} \leftarrow \text{عدد الترتيبات الممكنة لتباين 3 من 18}$$

$$= 4896$$

$$P(\text{إبراهيم الإضاءة، أحمد الشكر، إبراهيم أداء دور إسماعيل}) = \frac{1}{4896} \leftarrow \text{عدد ترتيبات الكتب = 1}$$

**القيادة :** ما هو احتمال أن تكون لوحة الترخيص التي تستخدم الأحرف C و F و F والأرقام 3 و 3 و 3 و 1 هي

$${}_{420} = \frac{7!}{3! \times 2!} = \text{عدد التباديل الممكنة}$$

$$\text{عدد ترتيبات الكتب = 1}$$

$$\Rightarrow P(CFF3133) = \frac{1}{420}$$

**كيمياء :** في معمل الكيمياء طلب إليك اختبار ست عينات رتب عشوائيا على منضدة دائرية.



(a) ما احتمال ظهور الترتيب المبين في الشكل المجاور؟

$$\text{عدد ترتيبات الكتب} = \frac{6!}{(6-1)!} = 5! = 120 = 1$$

$$P(\text{الترتيب المبين في الشكل}) = \frac{1}{120}$$

(b) ما احتمال أن تكون العينة 2 في المكان المشار إليه بسهم على الرسم؟

$$\text{هذا النوع أصبح يتبادل خطية / عدد التباديل الخطية} = 6! = 720$$

$$\Rightarrow P(\text{عينة 2 السهم}) = \frac{120}{720} = \frac{1}{6} = \frac{1}{(6-1)!} = 5! = 120$$

اشترك 500 طالب من بينهم أسامة وأيمن في سحب للفوز بتذكريتي مباراة كرة قدم. ما احتمال أن يفوز أسامة وأيمن بهاتين التذكريتين؟

$${}_{500}C_2 = 124,750 \leftarrow \text{عدد التوافيق الممكنة لأختي 2 من 500}$$

$$\text{عدد ترتيبات الكتب = 1}$$

$$P(\text{أسامة، أيمن}) = \frac{1}{124,750}$$

الاسم: .....

11-3 الاحتمالات الهندسية

ورقة عمل العاشر العام

2- إيجاد الاحتمالات باستخدام المساحة.

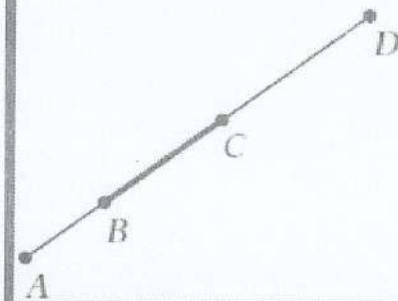
1- إيجاد الاحتمالات باستخدام الطول.

نواتج التعلم

الاحتمال الذي يتضمّن قياسًا هندسيًا مثل الطول أو المساحة يسمى **احتمالًا هندسيًا**.

الموقع المناهج الاماراتية almanahj.com

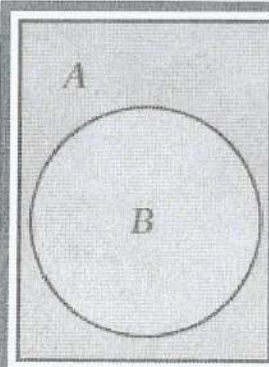
الاحتمال والأطوال



إذا اختيرت النقطة  $E$  عشوائيًا على  $\overline{AD}$ ، فإن:

$$P(E \in \overline{BC}) = \frac{BC}{AD}$$

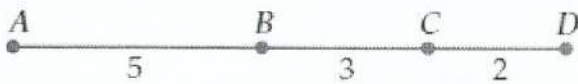
الاحتمال والمساحة



إذا اختيرت النقطة  $E$  عشوائيًا في المستطيل  $A$ ، فإن:

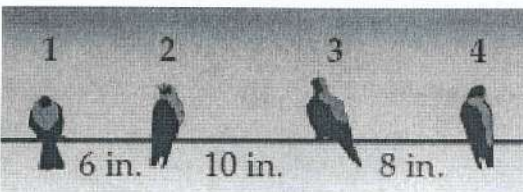
$$P(\text{وقوع النقطة } E \text{ في الدائرة } B) = \frac{\text{مساحة الدائرة } B}{\text{مساحة المستطيل } A}$$

إذا اختيرت النقطة  $X$  عشوائيًا على  $\overline{AD}$  في الشكل المجاور، فأوجد كلاً مما يأتي:



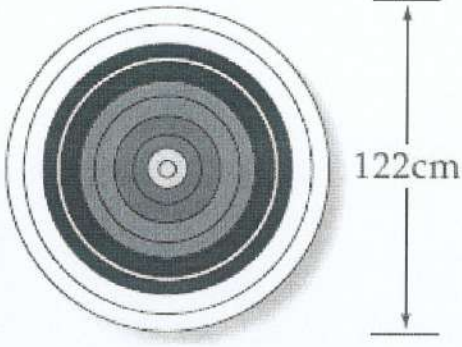
$$P(\text{أن تقع } X \text{ على } \overline{BD}) = \frac{BD}{AD} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 50\%$$

$$P(\text{أن تقع } X \text{ على } \overline{BC}) = \frac{BC}{AD} = \frac{3}{10} = 30\% = 0.3$$



طيور: تقف أربعة طيور عند نقاطٍ على سلكٍ كما في الشكل المجاور. فإذا هبط طائر خامس عشوائيًا على نقطة من نقاط السلك فما احتمال أن يقف بين الطائر رقم 3 والطائر رقم 4؟

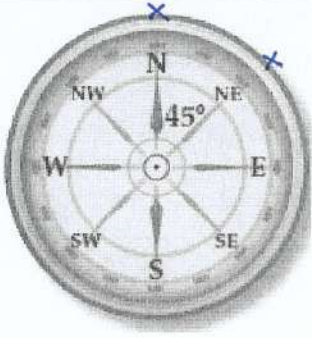
$$\frac{8}{8+10+6} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 0.33 = 33\%$$



لعبة السهام: يُسدد هدّاف سهمه نحو قرص قطره 122 cm يحتوي على 10 دوائر متحدة المركز تتناقص أقطارها بمقدار 12.2 cm كلما اقتربت من المركز. أوجد احتمال أن يصيب الهدّاف نقطة داخل الدائرة الصغرى.

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

$$\begin{aligned} \text{احتمال الدائرة الصغرى} &= \frac{\text{مساحة الدائرة الصغرى}}{\text{مساحة الدائرة الكبرى}} = \frac{\pi (6.1)^2}{\pi (61)^2} \\ &= \frac{1}{100} = 0.01 = 1\% \\ \text{نصف قطر الدائرة الصغرى} &= \frac{12.2}{2} = 6.1 \end{aligned}$$



ملاحظة: ضلّ أحد طلبة الكشافة طريقه في غابة، فوجّه بوصلته عشوائياً كما في الشكل أدناه. أوجد احتمال أن يوجه البوصلة باتجاه المنطقة المحصورة بين الشمال (N) والشمال الشرقي (NE).

$$\frac{45}{360} = \frac{1}{8} = 0.125 = 12.5\%$$



نواتج التعلم

1- تصميم نموذج المحاكاة لتقدير الاحتمال. 2- تلخيص البيانات من خلال نماذج المحاكاة.

**نموذج المحاكاة:** هو نموذج في الرياضيات يستخدم في مطابقة ظاهرة عشوائية. **المحاكاة:** هي استخدام نموذج الاحتمال في إعادة تمثيل الموقف ومرات ومرات لتقدير احتماليات النتائج المختلفة.

تصميم نموذج محاكاة

**الخطوة 1** حدد كل نتيجة محتملة واحتمالها النظري.

**الخطوة 2** اذكر أي افتراضات.

**الخطوة 3** صف نموذج الاحتمال المناسب للموقف.

**الخطوة 4** عرّف المحاولة بالنسبة إلى الموقف واذكر عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

**قيمة التوقع** = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة  $X$  والاحتمال المرتبطة بها  $P(X)$ .

$$E(X) = \sum [X \cdot P(X)]$$

**قيمة التوقع**

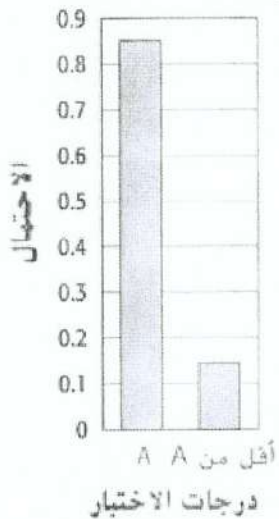
الدرجات حصلت فاطمة على درجة A في 80% من الاختبارات القصيرة لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الأول. صمم نموذج محاكاة ونفذه مستخدماً النموذج الهندسي لتقدير احتمال حصولها على الدرجة A في الاختبار القصير لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الثاني. ثم عرض النتائج مستخدماً الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

الإجابة

الإجابة النموذجية: استخدم قرصاً دواراً مقسماً إلى مقطعين أحدهما يشتمل 80% أو  $288^\circ$  والآخر 20% أو  $72^\circ$ . نقِّد 20 محاولة وسجّل النتائج في جدول تكرار.

النتيجة	التكرار
A	17
النتائج	3
الإجمالي	20

يبلغ احتمال حصول فاطمة على درجة A في الاختبار التالي لها **0.85** ويبلغ احتمال أن تحصل على درجة أخرى 1 - 0.85 أو 0.15.

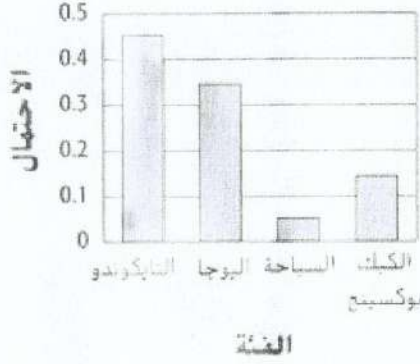


النسبة المئوية لتسجيلات %	الصف الدراسي
45%	التايكوندو
30%	اليوجا
15%	السباحة
10%	الملاكمة

**اللياقة البدنية** يبين الجدول النسبة المئوية للأعضاء المشاركين في أربع حصص في نادي اللياقة البدنية. صمم نموذج محاكاة ونفذه لتقدير احتمال مشاركة عضو جديد في النادي في كل حصة. واعرش النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

## الإجابة

الإجابة النموذجية: استخدم مولد أعداد عشوائية للحصول على أعداد صحيحة من 1 إلى 20 حيث تمثل الأعداد 1-9 التايكوندو، وتمثل الأعداد 10-15 اليوجا، وتمثل الأعداد 16-18 السباحة، وتمثل الأعداد 19-20 الملاكمة. نفذ 20 محاولة وسجل النتائج في جدول تكرار.



النتيجة	التكرار
التايكوندو	9
اليوجا	7
السباحة	1
الملاكمة	3
الإجمالي	20

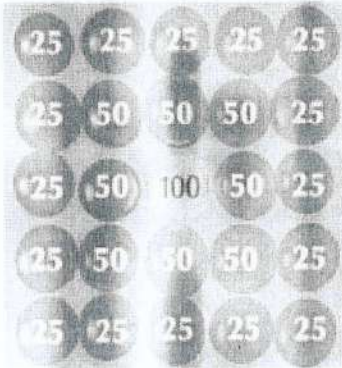
إن احتمال بدء أحد العملاء في فصول التايكوندو هي 0.45، وفصول اليوجا 0.35، والسباحة 0.05، والكريك بوكسينج 0.15.

**ألعاب المهرجانات** الهدف من اللعبة الموضحة هو جمع النقاط باستخدام سهم لفرقة البالونات. على فرض أن كل سهم سيصيب بالونًا.

a. احسب قيمة التوقع من كل رمية.

b. صمم نموذج محاكاة لتقدير متوسط القيمة لهذه اللعبة.

c. كيف تقارن قيمة التوقع بمتوسط القيمة؟



## الإجابة

$$a. \leftarrow 36 = 25 \times \frac{16}{25} + 50 \times \frac{8}{25} + 100 \times \frac{1}{25}$$

النتيجة	التكرار
25	29
50	21
100	0

متوسط القيمة هو 35.5

$$b. \leftarrow 35.5 = 25 \times \frac{29}{50} + 50 \times \frac{21}{50} + 100 \times \frac{0}{50}$$

3b. الإجابة النموذجية: استخدم مولد أعداد عشوائية للحصول على أعداد صحيحة من 1 إلى 25 حيث الأعداد 1-16 تمثل 25 نقطة والأعداد 17-24 تمثل 50 نقطة والعدد 25 يمثل 100 نقطة. نفذ 50 محاولة وسجل النتائج في جدول تكرار.

c. الإجابة النموذجية: قيمة التوقع ومتوسط القيمة متقاربان جدًا.

ورقة عمل العاشر العام 11-5 احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة الاسم: .....

نواتج التعلم 1- إيجاد احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة. 2- إيجاد احتمالات الأحداث علمًا بوقوع أحداث أخرى.

يتكون الحدث المركب من حدثين بسيطين أو أكثر. يمكن أن تكون الحوادث المركبة مستقلة أو غير مستقلة. يكون الحدثان A و B **مستقلين** إذا كان احتمال حدوث A لا يؤثر في احتمال حدوث B. يكون الحدثان A و B **غير مستقلين** إذا كان احتمال حدوث A يغيّر بطريقة ما احتمال حدوث B.

إذا كان A و B حدثان **مستقلين**:  $P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B)$

إذا كان A و B حدثان **غير مستقلين**:  $P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B|A)$

يقرأ الترميز  $P(B|A)$ : احتمال حدوث B علمًا بوقوع الحدث A بالفعل. وهذا يسمى **الاحتمال المشروط**.

**الاحتمال المشروط** لـ B إذا وقع A هو  $P(B|A) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)}$  حيث  $P(A) \neq 0$

حدوما إذا كانت الأحداث مستقلة أو غير مستقلة. فسر.

أدى عبدالرحمن اختبار SAT يوم السبت وحصل على 1350 درجة. وأدى اختبار ACT في الأسبوع التالي وحصل على 23 درجة.

مستقلة درجة اختبار ACT لم تتأثر بدرجة اختبار SAT

وصل فريق كرة السلة الذي تلعب له نبيلة إلى الدور النهائي لأربعة فرق. وإذا فازوا فسي لعبون مباراة البطولة.

غير مستقلة نتيجة مباراة الدور النهائي ستؤثر على فرصة مشاركتهم في مباراة البطولة إذا ضروا في الدور النهائي لن يلعبوا في المباراة النهائية.

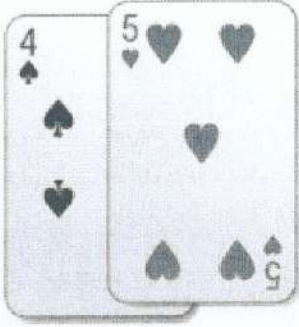
النقل: يستقل عبد الرحيم الحافلة بعد العمل. وتكلف رحلته إلى المنزل 0.50 AED. إذا كان لديه في جيبه 3 عملات معدنية من

فئة 25 فلسًا و 5 عملات معدنية من فئة 10 فلس و عملتان من فئة 5 فلس، فأوجد احتمال أن يأخذ عشوائيًا عملتين من فئة 25

غير مستقلة لأنه لن يرجع القطعة الأخرى.

فلس بشكل متتالي. على فرض أن فرصة حدوث الحدثين متساوية.

$$P(25 \text{ فلس و } 25 \text{ فلس}) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15} = 0.07 \approx 7\%$$



أوراق اللعب: اختيرت بطاقة عشوائيًا من مجموعة أوراق اللعب وعددها 52 بطاقة. (وقت إعادة) تلك البطاقة واختيار بطاقة أخرى. ما احتمال اختيار البطاقتين الموضحتين على اليسار؟

$$P(\text{البطاقتين الموضحتين}) = \frac{1}{52} \times \frac{1}{52} = \frac{1}{2704}$$

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

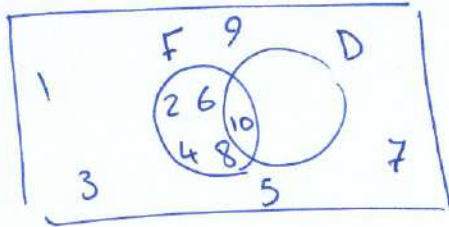
$$= 0.00037$$

$$= 3.7 \times 10^{-4}$$

أصدقاء: يلتقي 10 أصدقاء كل يوم عطلة ليلعبوا كرة قدم، وتشكيل الفريقين يتم سحب بطاقات مرقمة من 1 إلى 10 عشوائيًا، وبشكل الذين يسحبون الأعداد الفردية الفريق A والذين يسحبون الأعداد الزوجية الفريق B. ما احتمال أن يكون أحد لاعبي الفريق B قد سحب العدد 10؟

نفرض أن F حدث سحب الزوجي، D حدث سحب العدد 10

$$P(D/F) = \frac{P(D \text{ and } F)}{P(F)}$$



$$= \frac{\frac{1}{10}}{\frac{5}{10}}$$

$$= \left[ \frac{1}{5} \right] = 0.20$$

حل آخر:  
يوجد 5 أعداد زوجية في الفضاء العيني  
ويوجد 10 واحدة فقط

$$P(10/\text{زوجي}) = \left[ \frac{1}{5} \right] = 0.20$$

عند إيجاد احتمال وقوع حدث أو وقوع حدث آخر، يجب أن تعرف العلاقة بين الحدثين. فإذا لم يكن وقوع الحدثين ممكنًا في الوقت نفسه يقال إنهما **منفصلان** أي أنه لا توجد نواتج ممكنة بينهما.

إذا كان  $A$  ،  $B$  حدثان منفصلان:  $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

إذا كان  $A$  ،  $B$  حدثان غير منفصلين:  $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

عناصر الحدث المتمم لـ  $A$  تتكون من جميع نواتج فضاء العينة الغير موجودة في الحدث  $A$ .

$$P(\text{ليس } A) = 1 - P(A)$$

الكلمات الرئيسية الدالة على الاحتمال: و ← أحداث مستقلة أو غير مستقلة.

أو ← أحداث منفصلة أو غير منفصلة.

ليس ← أحداث متممة.

حدوما إذا كانت الأحداث منفصلة أو غير منفصلة. وشرح استنتاجك.

سحب بطاقة من مجموعة أوراق اللعب والحصول على ولد أو سباتي.

غير منفصلة. يمكن أن تكون البطاقة ولد و سباتي في نفس الوقت.

رعاية قطة أو حصان.

منفصلة. لا يمكن أن يكون الحصان قطة ولا يمكن أن تكون القطة حصان.

الوظائف: هيام هي موظفة الشهر المثالية. وجائزتها هي الاختيار عشوائيًا من بين 4 بطاقات هدايا و 6 أقذاح قهوة و 7 أسطوانات

DVD و 10 أسطوانات مضغوطة و 3 سلال هدايا. ما احتمال أن تحصل على بطاقة هدايا أو قذح قهوة أو أسطوانة مضغوطة؟

$$P(\text{أسطوانة مضغوطة}) + P(\text{قذح قهوة}) + P(\text{بطاقة هدايا أو قذح قهوة أو أسطوانة مضغوطة}) = P(\text{بطاقة الهدايا}) + P(\text{قذح قهوة}) + P(\text{أسطوانة مضغوطة})$$

$$= \frac{4}{30} + \frac{6}{30} + \frac{10}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \approx 67\%$$

أحداث منفصلة

السنة الأخيرة	السنة قبل الأخيرة	السنة الأولى	النادي
8	14	12	التطوعي
3	6	2	المنظرة
5	4	7	الرياضيات
13	15	11	الفرنسية
29	39	32	

النوادي: وفقاً للجدول، ما احتمال أن يكون الطالب في النادي في السنة قبل الأخيرة أو في فريق المناظرة؟

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$$

$$= \frac{39}{100} + \frac{11}{100} - \frac{6}{100} = \frac{44}{100}$$

$$= \frac{11}{25} = 44\%$$

www.almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

حدود احتمال وقوع كل حدث:

المجموع = 100

إذا كانت فرصة إسقاط الكرات في لعبة البولينج هي 2 من 10، فما احتمال أن تفوت الضربة؟

$$P(A) = \frac{2}{10}$$

$$\Rightarrow P(\text{ليس } A) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 80\%$$

إذا كانت فرصة الإقامة في مهجع بعينه هي 75%، فما احتمال الإقامة في مهجع آخر؟

$$P(\text{ليس } A) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - 75\% = 25\%$$

حفل التخرج: في صف خالد للطلاب في السنة الأخيرة الذي يضم 100 طالب. حضر 91 طالباً حفل تخرج الدفعة. إذا تم اختيار

طالبين عشوائياً من الصف بأكمله. فما احتمال عدم حضور واحد على الأقل منهم حفل التخرج؟

$$P(\text{حضور}) = \frac{91}{100}$$

$$P(\text{غياب}) = \frac{9}{100}$$

نحدد للحضور [ح] وللغياب [غ] عند اختيار طالبين هناك 4 نتائج

$$\frac{حح}{حغ} / \frac{غح}{غغ}$$

احتمال عدم حضور واحد على الأقل يعني عدم حضور واحد أو عدم حضور الاثنين.

الحدث المطلوب هو صوته للحدث (حغ)

$$P(حغ)$$

$$P(حغ) = \frac{91}{100} \times \frac{9}{99} = \frac{91}{110}$$

$$P(\text{عدم حضور واحد على الأقل}) = 1 - P(حغ) = 1 - \frac{91}{110} = \frac{19}{110} = 17.3\%$$

النتيجة