8:28 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

الدرس 1-11 المسلَّمات والبراهين الحرة

السابق:
- استخدمت التبرير الاستدلالي عبر تطبيق قانون الفصل المنطقي وقانون القياس المنطقي.

الحالي:
1 تحديد المسلَّمات الأساسية حول النقاط والمستقيمات والمستويات واستخدامها.
2 كتابة براهين حرة.

لماذا؟
- إذا سقطت ريشة وتفاحة من الارتفاع نفسه في غرفة فارغة، فسيسقط الجسمان بالمعدل نفسه. يوضح هذا أحد قوانين السير إسحاق نيوتن للجاذبية والقصور. هذه القوانين مسلم بصحتها كحقائق أساسية لعلم الفيزياء. يجب افتراض أو التسليم بأن بعض القوانين في الهندسة صحيحة.

المفردات الجديدة
- مسلَّمة postulate
- بديهية axiom
- برهان proof
- نظرية theorem
- قرضية الاستنتاج deductive argument
- برهان حر paragraph proof
- برهان غير شكلي informal proof

ممارسات في الرياضيات
2 التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 النقاط والمستقيمات والمستويات المسلَّمة أو البديهية هي عبارة تقبل صحتها دون برهان. يمكن الإشارة إلى الأفكار الأساسية حول النقاط والمستقيمات والمستويات على أنها مسلَّمات.

المسلَّمات النقاط والمستقيمات والمستويات

	التعبير اللفظي	مثال
11.1	أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.	المستقيم n هو المستقيم الوحيد المار بالنقطتين P و R.
11.2	أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.	المستوى K هو المستوى الوحيد المار بالنقاط A و B و C التي ليست على استقامة واحدة.
11.3	يحتوي المستقيم على نقطتين على الأقل.	يحتوي المستقيم n على النقاط P و Q و R.
11.4	يحتوي المستوى على ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.	يحتوي المستوى K على النقاط L و E و C و B التي ليست على استقامة واحدة.
11.5	إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع كليًا في ذلك المستوى.	تقع النقطتان A و B في المستوى K. ويحتوي المستقيم m على النقطتين A و B. لذلك يقع المستقيم m في المستوى K.

المفهوم الأساسي تقاطعات المستقيمات والمستويات

	التعبير اللفظي	مثال
11.6	إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة فقط.	يتقاطع المستقيمان s و t عند النقطة P.
11.7	إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم.	يتقاطع المستويان F و G في المستقيم W.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

1 محور التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 1-11 إجراء عمليات باستخدام معادلات جذرية.

الدرس 1-11 إنشاء عبارات عن الأشكال الهندسية باستخدام المسلَّمات الأساسية والبراهين الحرة وتبريرها.

بعد الدرس 1-11 استخدام التبرير الاستدلالي لإثبات عبارة ما. كتابة براهين من عمودين.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال:
- لماذا لا تسقط تفاحة وريشة بالمعدل نفسه عادة؟
  تسبب مقاومة الهواء سقوط الريشة بشكل أبطأ.
- برأيك، ما الفرق بين القانون والنظرية؟
  نموذج الإجابة: تقبل صحة القوانين، بينما تثبت النظريات.

8:28 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

1 النقاط والمستقيمات والمستويات

يوضح **المثالان 1 و2** كيفية التعرف على المسلّمات ومقارنتها. يجب على الطلاب أن يكونوا قادرين على إثبات التخمينات باستخدام المسلّمات والنظريات.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 الهندسة المعمارية اشرح كيف توضح الصورة الواردة في المثال 1 أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر المسلّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.

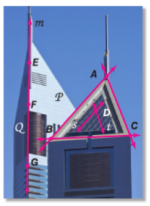
a. تقع النقطتان F وG في المستوى Q وعلى المستقيم m. يقع المستقيم m بالكامل في المستوى Q. تقع النقطتان F وG على المستقيم m. ويقع المستقيم في المستوى Q. توضح المسلّمة 11.5، التي تنص على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على نقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى. أن هذا صحيح.

b. تحدد النقطتان A وC أحد المستويات. تقع النقطتان A وC على طول حافة ما، وهي المستقيم الذي تحددانه. تثبت المسلّمة 11.1، التي تنص على أنه في ما بين أي نقطتين يوجد مستقيم واحد بالتحديد. أنّ هذا صحيح.

تشكل هذه المسلّمات الإضافية أساسا للبراهين والتبريرات المتعلقة النقاط والمستقيمات والمستويات.

مثال من الحياة اليومية 1 تحديد المسلّمات

الهندسة المعمارية اشرح كيف توضح الصورة أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر المسلّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.



a. يحتوي المستقيم m على النقطتين F وG. ويمكن أن تكون النقطة E المستقيم m أيضا.

وحافة المبنى عبارة عن خط مستقيم m. تقع النقاط E وF وG على طول هذه الحافة. لذا فهي تقع على طول المستقيم m. توضح المسلّمة 11.3، التي تنص على أن المستقيم يحتوي على نقطتين على الأقل. أن هذا صحيح.

b. يتقاطع المستويان s وt عند النقطة D.

تشكل الشبكة الموجودة على نافذة المبنى مستقيمات متقاطعة. يتقاطع المستقيمان s وt من هذه الشبكة في موقع واحد فقط. وهو النقطة D. توضح المسلّمة 11.6، التي تنص على أنه إذا تقاطع مستقيمان فإن تقاطعهما يكون عند نقطة واحدة بالتحديد. أن هذا صحيح.

تمرين موجه

1A. تحدد النقاط A وB وC أحد المستويات

1B. يتقاطع المستويان P وQ في المستقيم m

1A. تشكل النقاط A وB وC الرؤوس الثلاثة للسقف. تنص المسلّمة 11.2 على أنّ أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

1B. تتقاطع حواف جوانب السقف. يتقاطع المستويان P وQ لهذا السقف مرة واحدة في المستقيم m. المسلّمة 11.7: إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم.

يمكنك استخدام المسلّمات لشرح تبريرك عند تحليل العبارات.

مثال 2 تحليل العبارات باستخدام الفرضيات

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائما*، أم أحيانًا، أم غير صحيحة *على الإطلاق*. اشرح تبريرك.

a. إذا تقاطع مستقيمان في المستوى نفسه، فإن نقطة تقاطعهما تقع في المستوى نفسه الذي يقع فيه المستقيمان.

دائما: تنص المسلّمة 11.5 على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى. إذًا، طالما أن كلتا النقطتين تقع في المستوى، فإن أي نقطة على هذه المستقيمات، بما في ذلك نقطة تقاطعهما، تقع أيضا في المستوى.

b. أربع نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

أحيانا: تنص المسلّمة 11.3 على أن المستقيم يحتوي على الأقل على نقطتين. يعني هذا أن المستقيم يمكن أن يحتوي على نقطتين *أو أكثر*. إذا، يمكن لأربع نقاط ألا تكون على استقامة واحدة، مثل A وE وC وD. أو على استقامة واحدة مثل النقاط A وB وC وD.

تمرين موجه

2A. يحدد مستقيمان متقاطعان أحد المستويات

2B. تتقاطع ثلاثة مستقيمات في نقطتين

2A. دائمًا: بين أي مستقيمين متقاطعين، توجد دائمًا ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة، وتنص المسلّمة 11.2 على أنّ أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة، يمر بها مستوى واحد فقط.

2B. غير صحيحة على الإطلاق؛ من أجل أن تتقاطع ثلاثة مستقيمات في نقطتين، يجب أن يكون مستقيمان من الثلاثة متماثلين.

نصيحة دراسية

النظام البديهي النظام البديهي عبارة عن مجموعة من القواعد البديهية التي يمكن استخدام بعضها أو استخدامها جميعا للاستنتاج المنطقي للنظريات.

2 البراهين الحرة لإثبات فرضية. فأنت تستخدم التبرير الاستنتاجي للانتقال من الفرضية إلى الخلاصة الخاصة بالتخمين الذي تحاول إثباته. ويتم هذا عن طريق كتابة **برهان**. وهو فرضية منطقية تدعم فيها أي عبارة تقولها بعبارة صحتها مقبولة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصائح للمعلمين الجدد

البراهين الشكلية ذكر الطلاب أنه بالرغم من أن المسلّمات لم تثبت شكلا. فإنه تقبل صحتها وتستخدم لإثبات عبارات ونظريات أخرى.

8:28 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

مثال إضافي

2 حدّد هل عبارة مما يلي صحيحة دائمًا، أم أحيانًا، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح.

a. إذا كان المستوي T يحتوي على $\overleftrightarrow{EF}$ و $\overleftrightarrow{EF_3}$ يحتوي على النقطة G، فإن المستوى T يحتوي على النقطة G. دائمًا؛ تنص المسلّمة 11.5 على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في المستوى.

b $\overleftrightarrow{GH}$ يحتوي على ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة. غير صحيحة على الإطلاق؛ لا تقع النقاط التي ليست على استقامة واحدة على المستقيم نفسه حسب تعريفها.

2 البراهين الحرة

يوضح **المثال 3** طريقة كتابة برهان حر عندما تعطى عبارة صحتها مقبولة.

مثال إضافي

3 بافتراض أنّ $\overleftrightarrow{AC}$ يتقاطع مع $\overleftrightarrow{CD}$، اكتب برهانًا حرًا لإثبات أن A، و C، و D تحدد أحد المستويات.

$\overleftrightarrow{AC}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ يجب أن يتقاطعا عند C لأنه إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون عند نقطة واحدة فقط. النقطة A تقع على $\overleftrightarrow{AC}$ والنقطة D تقع على $\overleftrightarrow{CD}$. النقاط A، و C، و D ليست على استقامة واحدة. لذلك فإن ACD عبارة عن مستوى لأنه يحتوي على ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

التركيز على محتوى الرياضيات

المسلّمات والبراهين أبرز وجه الاختلاف بين المسلّمات والبراهين. المسلّمات هي عبارات صحتها مقبولة دون برهان، بينما البراهين عبارة عن فرضيات منطقية مدعومة بمسلّمات ونظريات.

بمجرد إثبات عبارة أو تخمين، يطلق عليها **نظرية**. ويمكن استخدامها كسبب لتبرير العبارات في البراهين الأخرى.

المفهوم الأساسي عملية البرهان

الخطوة 1 اسرد المعلومات المعطاة وصمم. إن أمكن، رسمًا تخطيطيًا لتوضيح هذه المعلومات.

الخطوة 2 اذكر النظرية أو التخمين المطلوب إثباته.

الخطوة 3 أنشئ **فرضية استنتاج** من خلال صياغة سلسلة منطقية من العبارات التي تربط المعطيات بما تحاول إثباته.

الخطوة 4 برّر كل عبارة بسبب، تتضمن الأسباب تعريفات وخواص جبرية ومسلّمات ونظريات.

الخطوة 5 اذكر ما قد أثبته.

نصيحة دراسية التناسب *التناسب* هو عبارة تنص على إثبات إما أن يكون خطأ أو صوابًا. في الرياضيات، يستخدم التناسب عادة ليعني إثباتًا صحيحًا. ويمكن أن يكون مرادفًا للنظرية.

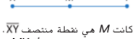
تتضمن إحدى وسائل إثبات العبارات والتخمينات، وهي **البرهان الحر**، كتابة فقرة لشرح سبب صحة تخمين لأحد المواقف. تسمى البراهين الحرة أيضًا **البراهين غير الشكلية**، على الرغم من أن كلمة غير شكلي لا يقصد بها الإيحاء بأن هذه الصيغة من البراهين أقل صحة من أي نوع آخر من البراهين.

مثال 3 كتابة برهان حر

بفرض أنّ M هي نقطة منتصف $\overline{XY}$. اكتب برهانًا حرًا لإثبات أنّ $\overline{XM} \cong \overline{MY}$.

المعطيات: M هي نقطة منتصف $\overline{XY}$.

المطلوب إثباته: $\overline{XM} \cong \overline{MY}$



الخطوتان 1 و2

إذا كانت M هي نقطة منتصف $\overline{XY}$، فمن تعريف نقطة منتصف القطعة المستقيمة، نعرف أن $XM = MY$. يعني هذا أنّ $\overline{XM}$ و $\overline{MY}$ لهما الطول نفسه. بتعريف التطابق، إذا كان لقطعتين مستقيمتين الطول نفسه، فإنهما متطابقتان.

الخطوتان 3 و4

ومن ثمّ، $\overline{XM} \cong \overline{MY}$.

الخطوة 5

نصيحة لحل المسائل الحل بترتيب عكسي من استراتيجيات كتابة البرهان أن تحل بترتيب عكسي، ابدأ بما تحاول إثباته. وحل بترتيب عكسي خطوة بخطوة حتى تصل إلى المعلومات المعطاة.

تمرين موجه

3. بفرض أنّ C تقع بين A و B، و $\overline{AC} \cong \overline{CB}$. اكتب برهانًا حرًا لإثبات أنّ C هي نقطة منتصف $\overline{AB}$. **انظر الهامش.**

بمجرد إثبات صحة تخمين ما، يمكن ذكره كنظرية واستخدامه في البراهين الأخرى. يعرف التخمين الوارد في المثال 3 باسم نظرية نقطة المنتصف.

النظرية 11.1 نظرية نقطة المنتصف

إذا كانت M هي نقطة منتصف $\overline{AB}$، فإن $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية (تمرين موجه)

3. *المعطيات:* C توجد بين A و B، و $\overline{AC} \cong \overline{CB}$.

المطلوب إثباته: C نقطة منتصف $\overline{AB}$.

البرهان: إذا كانت C توجد بين النقطتين A و B، فإنه بتعريف كلمة بين، تقع A، و B، و C على استقامة واحدة و $AC + CB = AB$. إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{CB}$، فإنه بتعريف التطابق، يكون لهما القياس نفسه، يعني ذلك أن $AC = CB$. ومن تعريف نقطة منتصف قطعة مستقيمة، إذا كانت C بين النقطتين A و B، وكان $AC = CB$، فإن C هي نقطة منتصف $\overline{AB}$.

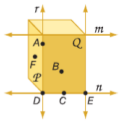
319 / 35

8:28 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

تحقق من فهمك

مثال 1

اشرح كيف يوضح الشكل أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر الفرضية التي يمكن استخدامها لإثبات أن كل عبارة صحيحة. 2-6. انظر الهامش.



1. يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم r.
2. يتقاطع المستقيمان r و n عند النقطة D.
3. يحتوي المستقيم n على النقاط C و D و E.
4. يحتوي المستوى P على النقاط A و F و D.
5. يقع المستقيم n في المستوى Q.
6. المستقيم r هو المستقيم المار بين A و D.

1. الضلع الأيسر والضلع الأمامي لهما خط حافة مشترك r. يتقاطع المستويان P و Q فقط على طول المستقيم r. المسلّمة 11.7، التي تنص على أنه إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم.

مثال 2

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائما*، أم *أحيانًا*، أم غير صحيحة *على الإطلاق*. اشرح تبريرك.

7. يكون تقاطع المستويات الثلاثة في صورة مستقيم.

أحيانًا؛ إذا تقاطعت ثلاثة مستويات، فإن تقاطعها يمكن أن يكون في صورة مستقيم أو نقطة.

8. يحتوي المستقيم r على النقطة P فقط.

غير صحيحة على الإطلاق؛ تنص المسلّمة 11.3 على أن المستقيم يحتوي على نقطتين على الأقل.

9. أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

دائمًا؛ تنص المسلّمة 11.1 على أنّ أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

في الشكل، يوجد $\overrightarrow{AK}$ في المستوى $\mathcal{P}$ وتوجد M على $\overrightarrow{NE}$. اذكر المسلّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أن كل عبارة صحيحة.

10. M و K و N هي نقاط تقع في المستوى نفسه.

المسلّمة 11.2؛ أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

11. $\overrightarrow{NE}$ يحتوي على النقطتين N و M.

المسلّمة 11.3؛ يحتوي المستقيم على نقطتين على الأقل.

12. N و K تقعان على استقامة واحدة.

المسلّمة 11.1؛ أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

13. تقع النقاط N و K و A في المستوى نفسه.

المسلّمة 11.4؛ يحتوي المستوى على ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.

14. **رياضة** تنظم مدرسة رنا في كل عام مسابقة بين الطلاب والمدرسين في كرة السلة لجمع الأموال للجمعيات الخيرية. يشترك هذا العام في المسابقة ثمانية فرق. خلال الجولة الأولى، يلاعب كل فريق الفرق الأخرى كلها. a–c. انظر الهامش.

   a. كم عدد المباريات التي ستقام في الجولة الأولى؟

   b. صمم رسما تخطيطيا لنمذجة عدد مباريات الجولة الأولى. ما الفرضية التي يمكن استخدامها لتعليل رسمك التخطيطي؟

   c. جـــد وسيلة عددية يمكنك استخدامها. بغض النظر عن عدد الفرق المشاركة في المسابقة، لحساب عدد مباريات الجولة الأولى.

مثال 3

15. **فرضيات** في الشكل الموجود على اليسار، $\overline{AE} \cong \overline{DB}$ و C هي نقطة منتصف $\overline{AE}$ و $\overline{DB}$. اكتب برهانا حرا لإثبات أن $AC = CB$.

انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
مبتدئ ق م	16–31, 45, 46, 48–73	17–31 فردي, 51–54	16–30 زوجي, 45, 46, 48–50, 55–73
أساسي ض م	17–31 فردي, 32–46, 48–73	16–32, 51–54	33–46, 48–50, 55–73
متقدم أ م	33–62. (اختياري: 63–73)		

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-15 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

2. تشكل حواف الشكل مستقيمات متقاطعة. يتقاطع المستقيمان r و n عند موقع واحد فقط، وهو النقطة D. المسلّمة 11.6، التي تنص على أنه إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة فقط.

3. الحافة السفلية الأمامية للشكل عبارة عن المستقيم n الذي يحتوي على النقاط D و C و E. المسلّمة 11.3، التي تنص على أن المستقيم يحتوي على نقطتين على الأقل.

4. يحتوي الجانب الأيسر من الشكل أو المستوى P على النقاط A و F و D. المسلّمة 11.4، التي تنص على أن المستوى يحتوي على ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.

5. تقع النقطتان D و E، اللتان تقعان على المستقيم n، في المستوى Q. المسلّمة 11.5، التي تنص على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى.

6. يحتوي المستقيم r على النقطتين A و D. المسلّمة 11.1، التي تنص على أنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بين نقطتين.

14a. 28 مباراة

14b.

المسلّمة 11.1

14c. نموذج الإجابة: إذا كان يوجد عدد n من الفرق في المسابقة، فيكون عدد المباريات في الجولة الأولى هو $(n-1) + (n-2) + \ldots + 1$.

8:28 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

16. تشكل الحواف العليا للطبقة السفلية مستقيمات متقاطعة. يتقاطع المستقيمان n وℓ في هذه الكعكة مرة واحدة فقط عند النقطة K. المسلَّمة 11.6. إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة فقط.

17. تتقاطع حواف جوانب الطبقة السفلى من الكعكة. يتقاطع المستويان P وQ في هذه الكعكة مرة واحدة في المستقيم m. المسلَّمة 11.7: إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم.

18. يكون الجزء السفلي الأيسر من الكعكة عبارة عن جانب. يحتوي هذا الجانب على النقاط D وK وH. ويشكل مستوى. المسلَّمة 11.2: أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

19. الحافة العلوية من الطبقة السفلية للكعكة عبارة عن الخط المستقيم n. تقع النقاط C وD وK على طول هذه الحافة. لذا فهي تقع على طول المستقيم n. المسلَّمة 11.3: يحتوي المستقيم على نقطتين على الأقل.

20. يمكن رسم مستقيم واحد بين النقطتين D وH. المسلَّمة 11.1: أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

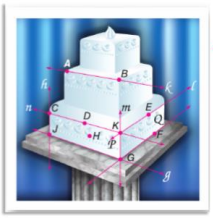
21. يكون الجزء السفلي الأيمن من الكعكة عبارة عن جانب. يحتوي الجانب على النقاط K وF وG. ويشكل مستوى. المسلَّمة 11.2: أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

22. يكون الجزء السفلي من الكعكة عبارة عن جانب. يشكل توصيل النقطتين E وF مستقيما يحتويه هذا الجانب. المسلَّمة 11.5: إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى.

23. تشكل الحواف العليا للطبقة السفلية مستقيمات متقاطعة. يتقاطع المستقيمان h وg في هذه الكعكة مرة واحدة فقط عند النقطة J. المسلَّمة 11.6. إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة فقط.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **الكعك** اشرح كيف توضح الصورة أن كل عبارة صحيحة، ثم اذكر المسلَّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.



16. يتقاطع المستقيمان n وℓ عند النقطة K.

17. يتقاطع المستويان P وQ في المستقيم m.

18. تحدد النقاط D وK وH أحد المستويات.

19. تقع النقطة D أيضا على المستقيم n وتمر بين النقطتين C وK.

20. تقع النقطتان D وH على استقامة واحدة.

21 تقع النقاط E وF وG في المستوى نفسه.

22. $\overline{EF}$ يقع في المستوى Q.

23. يتقاطع المستقيمان h وg عند النقطة J.

مثال 2 **حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائما، أم أحيانًا، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح.**

24. يوجد مستوى واحد فقط يحتوي على نقاط ليست على استقامة واحدة وهي A وB وC.

25. يوجد ثلاثة مستقيمات على الأقل تمر بالنقطتين J وK. **24-29. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

26. إذا كانت النقاط M وN وP تقع في المستوى X، فإنها تقع على استقامة واحدة.

27. توجد النقطتان X وY في المستوى Z. أي نقطة على استقامة واحدة مع X وY توجد في المستوى Z.

28. يمكن لتقاطع مستويين أن يكون في صورة نقطة.

29. تحدد النقاط A وB وC أحد المستويات.

مثال 3 **30. البرهان** النقطة Y هي نقطة منتصف $\overline{YW}$. Z هي نقطة منتصف $\overline{XZ}$. أثبت أنّ $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$.

31. البرهان النقطة L هي نقطة منتصف $\overline{JK}$. $\overline{JK}$ يتقاطع مع $\overline{MK}$ عند K. إذا كان $\overline{JL} \cong \overline{MK}$. فأثبت أنّ $\overline{LK} \cong \overline{MK}$. **30-31. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

32. فرضيات في عطلة نهاية الأسبوع الماضي، قضى إبراهيم وأصدقاؤه ظهيرة يوم السبت في الحديقة، وكان ثمة العديد من الأشخاص بالدراجات وألواح التزلج. بلغ إجمالي الدراجات وألواح التزلج 11 بإجمالي 36 عجلة. استخدم برهانًا حرًا لتوضيح عدد الدراجات وعدد ألواح التزلج التي كانت في الحديقة. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

B **33. القيادة** تنتقل خديجة من النقطة A إلى النقطة B. ويظهر طريقان محتملان على الخريطة. افترض أن حد السرعة في الطريق الجنوبية هو 55 km/h وأن حد السرعة في I-295 هو 70 km/h.

a. أي الطريقين يغطي المسافة الأقصر؟ اشرح تبريرك.

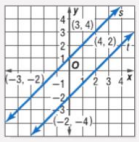
b. إذا كانت المسافة من النقطة A إلى النقطة B على طول الطريق الجنوبية تبلغ 10.5 كيلومترات والمسافة على طول I-295 تبلغ 11.6 km. فأي الطريقين أسرع بافتراض أن خديجة تقود بحد السرعة؟ **I-295**

33a. الجادة الجنوبية: نموذج الإجابة: طالما أنه ثمة مستقيم يمر بين أي نقطتين، وأن الجادة الجنوبية هي المستقيم بين النقطتين A وB، فإنها هي الطريق الأقصر بينهما.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز ض م أ م

توسع جـــد ميل كل مستقيم.

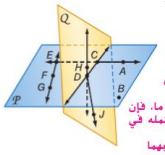


ميل المستقيم s: $m = \frac{4-(-2)}{3-(-3)}$ أو 1 ميل المستقيم t: $m = \frac{2-(-4)}{4-(-2)}$ أو 1

ضع تخمينًا حول ميل هذه المستقيمات ومظهرها.
يكون للمستقيمات المتوازية الميل نفسه.

8:28 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

في الشكل الموجود على اليسار، $\overleftrightarrow{CD}$ و $\overleftrightarrow{CE}$ يقعان في المستوى P و $\overleftrightarrow{DH}$ و $\overleftrightarrow{DJ}$ يقعان في المستوى Q. اذكر المسلّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.



34. تقع النقطتان C و B على استقامة واحدة. **المسلّمة 11.1: أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.**

35. $\overleftrightarrow{EG}$ يحتوي على النقاط E و F و G. **المسلّمة 11.3: يحتوي المستقيم على نقطتين على الأقل.**

36. $\overleftrightarrow{DA}$ يقع في المستوى P. **المسلّمة 11.5: إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى.**

37. تقع النقطتان D و F على استقامة واحدة. **المسلّمة 11.1: أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.**

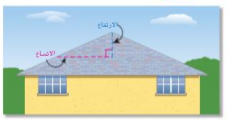
38. تقع النقاط C و D و B في المستوى نفسه. **المسلّمة 11.2: أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.**

39. يحتوي المستوى Q على النقاط C و H و D و J. **39-41. انظر الهامش.**

40. $\overleftrightarrow{AC}$ و $\overleftrightarrow{FG}$ يتقاطعان عند النقطة E.

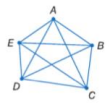
41. يتقاطع المستوى P والمستوى Q عند $\overleftrightarrow{CD}$.

42. **فرضيات** تصمم الأسقف بناءً على المواد المستخدمة لضمان عدم تسرب الماء إلى المباني التي تغطيها. تبنى بعض الأسقف من مواد مقاومة للماء، وتبنى الأسقف الأخرى لصرف الماء أو التخلص منه بتأثير الجاذبية. درجة ميل السقف عبارة عن الارتفاع من اتساع السقف، وهي تقاس عامة بالارتفاع لكل متر من الاتساع. استخدم العبارات أدناه لكتابة برهان حر يعلل العبارات التالية: إن درجة ميل السقف في تصميم منزل ليست منحدرة بالشكل الكافي. **انظر الهامش.**



- يجب أن يكون للأسقف المقاومة للماء حد أدنى من الميلان يساوي $\frac{1}{4}$ cm لكل 1 m.
- يجب أن يكون لأسقف صرف الماء حد أدنى من الميلان يساوي 4 cm لكل 1 m.
- تصميم منزل منزلا بسقف لصرف الماء.
- درجة الميل في تصميم منزل هي 2 cm لكل 1 m.

43. **شبكات** يقوم عامر بإنشاء شبكة من عدة أجهزة كمبيوتر بحيث يتصل كل جهاز كمبيوتر بجميع الأجهزة الأخرى. يوضح الرسم التخطيطي الوارد على اليسار هذه الشبكة إذا كان لدى عامر 5 أجهزة كمبيوتر.



a. صمم رسوما تخطيطية للشبكات إذا كان لدى عامر 2 أو 3 أو 4 أو 6 من أجهزة الكمبيوتر. **a. b. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

b. أنشئ جدولا يعدد أجهزة الكمبيوتر وعدد التوصيلات للرسوم التخطيطية التي صممتها.

c. إذا كان ثمة عدد n من أجهزة الكمبيوتر، فاكتب تعبيرا عن عدد أجهزة الكمبيوتر الذي يتصل بها كل جهاز. $n - 1$

d. إذا كان ثمة عدد n من أجهزة الكمبيوتر، فاكتب تعبيرا عن عدد الوصلات الموجودة. $\frac{n(n-1)}{2}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

39. المسلّمة 11.4: يحتوي المستوى على ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.

40. المسلّمة 11.6: إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة فقط.

41. المسلّمة 11.7: إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم.

613

8:28 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

44b. نموذج الإجابة: المسافة من مركز الدائرة إلى أي نقطة على الدائرة متساوية. وأي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط. يعني ذلك أنه يوجد مستقيم بين المركز وكل المخارج. وأنها جميعا بالطول نفسه.

44. التفكير المنطقي الصورة لمبنى مستدير في في مبنى البرلمان. وعادة يكون هذا المبنى المستدير مغطى بقبة

a. إذا كنت تقف في منتصف المبنى المستدير، فأي مخرج مقوس يكون الأقرب إليك؟ **تقع كل المخارج على المسافة نفسها من المركز.**

b. ما المعلومات التي استخدمتها لصياغة إجابتك؟

c. ما المصطلح الذي يشير إلى المسافة الأقصر بين مركز الدائرة ونقطة على الدائرة؟ **نصف القطر**

مهارات التفكير العليا. مسائل استخدام مهارات التفكير العليا

45. تحليل الخطأ كان عبيد وعلي يعملان على برهان حرفيات أنه إذا كان $\overline{AB}$ يطابق $\overline{BD}$ وكانت النقاط A و B و D على استقامة واحدة، فإن B هي نقطة منتصف $\overline{AD}$. بدأ كل طالب برهانه بشكل مختلف. هل أي منهما صحيح؟ اشرح تبريرك.

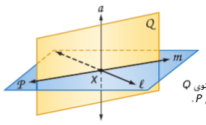
عبيد	علي
إذا كانت B هي نقطة منتصف $\overline{AB}$. فإن B تقسم $\overline{AD}$ إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.	$\overline{AB}$ يطابق $\overline{BD}$ و A و B و D على استقامة واحدة.

45. علي إجابته صحيحة. نموذج الإجابة: يجب أن يبدأ البرهان بالمعطيات، الذي هو أن $\overline{AB}$ متطابق مع $\overline{BD}$ وأن A و B و D على استقامة واحدة. ولذلك، يبدأ علي البرهان بشكل صحيح.

46. مسألة غير محددة الإجابة ارسم شكلا يعبر عن خمس من الفرضيات السبع التي تعلمتها. اشرح المسلّمات التي اخترتها والطريقة التي يعبر بها الشكل الخاص بك عن كل مسلّمة. **انظر الهامش.**

47. تحفيز استخدم العبارات الصحيحة التالية والتعريفات والمسلّمات التي قد تعلمتها للإجابة عن كل سؤال.

يتعامد مستويان إذا وفقط إذا احتوى أحد المستويين على مستقيم عمودي على المستوى الثاني



a. يمر مستوى واحد فقط عمودي على مستقيم بنقطة ما. إذا كان المستوى Q عموديًا على المستقيم ℓ عند النقطة X ويقع المستقيم ℓ في المستوى P. فما الذي يجب أن يكون صحيحًا أيضًا؟

b. يمر مستقيم واحد فقط عمودي على مستوى بنقطة ما. إذا كان المستوى Q عموديًا على المستوى P عند النقطة X ويقع المستقيم a في المستوى Q. فما الذي يجب أن يكون صحيحًا أيضًا؟

a. المستوى Q يتعامد على المستوى P.

b. المستقيم a يتعامد على المستوى P.

التبرير حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *أحيانًا*، أم دائمًا، أم غير صحيحة على *الإطلاق*. اشرح تبريرك أو قدم مثالا مضادًا. **48. 49. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

48. أي ثلاث نقاط يمر بها مستوى واحد فقط.

49. أي ثلاثة مستقيمات في المستوى نفسه تقطعا تقاطع.

50. الكتابة في الرياضيات كيف تتطلب كتابة برهان تفكيرًا منطقيًا؟ **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

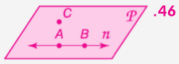
انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 45. وضح للطلاب أن ما قام به عمري لم يكن عدم بدء برهانه بالمعطيات فحسب، بل إن العبارة التي استخدمها كانت خاطئة. إذا كانت B هي نقطة المنتصف، فإن B تقسم $\overline{AB}$ (لا $\overline{AD}$) إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

إجابات إضافية

42. نموذج الإجابة: طالما أن منال تصمم سقف صرف للماء، يجب أن تكون درجة ميل السقف بحد أدنى 4 cm/m. وتبلغ درجة ميل السقف في تصميم منال 2 cm/m. وهو ما يقل عن 4 cm/m. لذلك فإن درجة ميل السقف في تصميم منال ليست منحدرة بالشكل الكافي.

46.



نموذج الإجابة: يحقق هذا المسلّمتين 11.1 و11.3 لأن النقطتين A وB تقعان على المستقيم n. كما يحقق هذا المسلّمتين 11.2 و11.4 لأن 3 نقاط تقع في المستوى. ويحقق المسلّمة 11.5 لأن النقطتين A وB تقعان في المستوى P. لذلك فإن المستقيم n يقع أيضا في المستوى P.

50. يمكن استخدام المصطلحات غير المعرفة، والتعريفات، والمسلّمات والنظريات في البراهين. وتكون النظريات فقط هي القابلة للإثبات. تشرح المصطلحات غير المعرفة من خلال الأمثلة والوصف، وتشرح المصطلحات المعرفة باستخدام المصطلحات غير المعرفة أو مصطلحات معرفة أخرى. والمسلّمات هي عبارات صحتها مقبولة.

التدريس المتمايز ق م ض م

إذا كان الطلاب يجدون صعوبة في تذكّر المسلّمات الجديدة التي قد تعلموها.

يمكن أن تطلب منهم رسم أمثلة متنوعة تمثل كل مسلّمة من هذا الدرس.

319 / 39

8:28 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

تدريب على الاختبار المعياري

51. الجبر أي مما يلي يمثل أحد حلول المعادلة $3x^2 - 5x + 1 = 0$؟ A

A $\frac{5+\sqrt{13}}{6}$
B $\frac{-5-\sqrt{13}}{6}$
C $\frac{5}{6}-\sqrt{13}$
D $-\frac{5}{6}+\sqrt{13}$

52. إجابة شبكية لدى سلطان 20 كرة زجاجية في حقيبة. جميعها بالحجم والشكل أنفسهما. توجد 8 من الكرات الحمراء، و 2 من الكرات الزرقاء، و 10 من الكرات الصفراء في الحقيبة. وسيختار كرة زجاجية من الحقيبة بشكل عشوائي. فما احتمال أن تكون الكرة الزجاجية التي سيختارها سلطان صفراء؟ 0.5 أو 1/2

53. أي العبارات لا يمكن أن تكون صحيحة؟ H

F تحدد ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة أحد المستويات.

G يتقاطع مستقيمان في نقطة واحدة فقط.

H يمكن لمستقيمين على الأقل أن يحتويا على النقطتين أنفسهما.

J تقسم نقطة المنتصف القطعة المستقيمة إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

54. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول ما أكبر عدد من المناطق يمكن تكوينها إذا تقاطعت 3 مستقيمات متمايزة مع دائرة؟ E

A 3
B 4
C 5
D 6
E 7

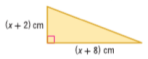
مراجعة شاملة

حلّ كل معادلة بإكمال المربع. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

55. $x^2 + 4x - 8 = 5$ $-6.1, 2.1$

56. $3x^2 + 5x = 18$ $-3.4, 1.8$

57. جـــد قيمة x في الشكل إذا كانت المساحة 36 cm^2. 4



حلّل كل من كثيرات الحدود إلى عواملها.

58. $\frac{1}{2}t^2 - 162$

59. $25d^2 - 49d$

58-63. انظر الهامش.

60. $196t^2u^3 - 144u^3$

61. $169a^4b^6 - 121c^8$

62. $4g^2 - 1296h^2$

63. $18a^3 + 27a^2 - 50a - 75$

64. **علم الأحياء** أثناء تجربة ما، يمكن التعبير عن عدد ذرات أحد الفيروسات باستخدام الصيغة $f(t) = 2^{t-2}$ حيث تمثل t الزمن بالأيام و $f(t)$ عدد الخلايا. حدّد عدد الأيام التي قد مرت إذا كان ثمة 64 خلية فيروس. 8 أيام

حلّ كل معادلة باستخدام التحليل إلى العوامل.

65. $2x^2 + x - 10 = 0$ $-\frac{5}{2}, 2$

66. $2x^2 + x = 28$ $-4, \frac{7}{2}$

بسط.

67. $(10 + 3i) + (3 - 7i)$ $13 - 4i$

68. $(2 + i)(2 - i)$ 5

69. $\frac{5}{1+3i}$ $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

70. **الارتفاع** يبلغ طول مازن 172.7 cm. كم يبلغ طول مازن بالبوصة؟

مراجعة المهارات

الجبر جـــد حل كل معادلة.

71. $4x - 3 = 19$ 5.5

72. $\frac{1}{3}x + 6 = 14$ 24

73. $5(x^2 + 2) = 30$ $2, -2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب ذكر كيف ستساعدهم كتابة برهان حر بينما يبدؤون تعلم البرهان الجبري والبرهان من عمودين.

إجابات إضافية

58. $\frac{1}{2}(t - 18)(t + 18)$
59. d(5d - 7)(5d + 7)
60. $4u^3(7t - 6)(7t + 6)$
61. $(13a^2b^3 - 11c^4)(13a^2b^3 + 11c^4)$
62. (2g - 36h)(2g + 36h)
63. (3a + 5)(3a - 5)(2a + 3)

المتابعة

استكشف الطلاب التبرير الاستقرائي والاستدلالي، والمسلَّمات، والبراهين.

اطرح السؤال:

- ما وجه الاختلاف بين التبرير الاستقرائي والاستدلالي، وكيف يستخدم كل نوع من التبرير في الهندسة؟ نموذج الإجابة: يستخدم التبرير الاستقرائي عدة أمثلة محددة للوصول إلى تخمين. ويمكننا استخدام التبرير الاستقرائي لوضع تخمينات بناءً على أنماط هندسية ملحوظة. بينما يستخدم التبرير الاستدلالي حقائق أو قواعد أو تعريفات أو مسلَّمات أو نظريات معروفة للوصول إلى خلاصات منطقية. ويستخدم التبرير الاستدلالي في كتابة براهين هندسية.

8:28 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

1 محور التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-11 استخدام الفرضيات حول النقاط والمستقيمات والمستويات لكتابة براهين حرة.

الدرس 2-11 استخدام علم الجبر لكتابة براهين من عمودين واستخدام خواص المساواة لكتابة براهين هندسية.

بعد الدرس 2-11 إنشاء عبارات عن الأشكال الهندسية وخواصها وتبريرها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اطرح السؤال:

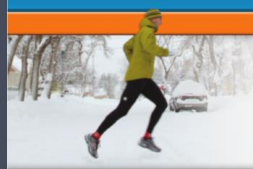
- هل نظام فهرنهايت أم النظام المئوي يمثلك وحدات أكبر للدرجات؟ المئوي
- كيف يمكن لمعادلتين مختلفتين تمثيل العلاقة نفسها؟ نموذج الإجابة: يمكن إعادة كتابتها بنقل حدود المعادلة.

الدرس 11-2 البرهان الجبري

السابق: استخدمت المسلّمات حول النقاط والمستقيمات والمستويات لكتابة براهين حرة.

الحالي:
1 استخدام علم الجبر لكتابة براهين من عمودين.
2 استخدام خواص المساواة لكتابة براهين هندسية.

لماذا؟
- يحدد مقياس فهرنهايت درجات التجمد والغليان للماء عند 32° و212°. على التوالي. بينما يحددهما المقياس المئوي عند 0° و100°. يمكنك استخدام برهان جبري لإثبات أنه إذا كانت هذه المقاييس مرتبطة ببعضها بالصيغة $C = \frac{5}{9}(F - 32)$. فإنها أيضا مرتبطة ببعضها بالصيغة $F = \frac{9}{5}C + 32$.



المفردات الجديدة
برهان جبري algebraic proof
برهان من عمودين two-column proof
برهان شكلي formal proof

ممارسات في الرياضيات
3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 البرهان الجبري الجبر عبارة عن نظام مكوّن من مجموعات من الأعداد والعمليات والخواص التي تسمح لك بإجراء عمليات جبرية. يلخص الجدول التالي عدة خواص للأعداد الحقيقية التي درستها في الجبر.

المفهوم الأساسي خواص الأعداد الحقيقية

تعتبر الخواص التالية صحيحة لأي من الأعداد الحقيقية a و b و c.

خاصية الجمع في المعادلة	إذا كان $a = b$، فإن $a + c = b + c$.
خاصية الطرح في المعادلة	إذا كان $a = b$، فإن $a - c = b - c$.
خاصية الضرب في المعادلة	إذا كان $a = b$، فإن $a \cdot c = b \cdot c$.
خاصية القسمة في المعادلة	إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
خاصية الانعكاس في المعادلة	$a = a$
خاصية التماثل في المعادلة	إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.
خاصية التعدي في المعادلة	إذا كان $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$.
خاصية التعويض في المعادلة	إذا كان $a = b$، فإن a يمكن أن تستبدلها b في أي معادلة أو تعبير.
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$

البرهان الجبري عبارة عن برهان يتكون من سلسلة من العبارات الجبرية. وتبرر خواص المساواة الكثير من العبارات المستخدمة في البراهين الجبرية.

مثال 1 تبرير كل خطوة عند حل معادلة ما

أثبت أنه إذا كان $-5(x + 4) = 70$، فإن $x = -18$. واكتب تبريرًا لكل خطوة.

$-5(x + 4) = 70$	المعادلة الأصلية أو المعطى
$-5x + (-5)4 = 70$	خاصية التوزيع
$-5x - 20 = 70$	خاصية التعويض في المعادلة
$-5x - 20 + 20 = 70 + 20$	خاصية الجمع في المعادلة
$-5x = 90$	خاصية التعويض في المعادلة
$\frac{-5x}{-5} = \frac{90}{-5}$	خاصية القسمة في المعادلة
$x = -18$	خاصية التعويض في المعادلة

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:28 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

1 البرهان الجبري

يوضح **المثال 1** طريقة حل معادلة جبرية باستخدام خواص المساواة. يوضح **المثال 2** طريقة التحقق من تكافؤ معادلتين بتبرير كل خطوة بخاصية جبرية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 قم بحل $2(5 - 3a) - 4(a + 7) = 92$. واكتب تبريرًا لكل خطوة.

$2(5 - 3a) - 4(a + 7) = 92$ (المعادلة الأصلية)

$10 - 6a - 4a - 28 = 92$ (خاصية التوزيع)

$-18 - 10a = 92$ (خاصية التعويض)

$-18 - 10a + 18 = 92 + 18$ (خاصية الجمع)

$-10a = 110$ (خاصية التعويض)

$\frac{-10a}{-10} = \frac{110}{-10}$ (خاصية القسمة.)

$a = -11$ (خاصية التعويض)

2 **العلوم** إذا كانت المسافة d التي يقطعها جسم ما تعطى بواسطة الصيغة $d = 20t + 5$ ويعطى الزمن t الذي يستغرقه الجسم بواسطة الصيغة $t = \frac{d - 5}{20}$. اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من هذا التخمين.

العبارات (المبررات)

1. $d = 20t + 5$ (معطى)
2. $d - 5 = 20t$ (خاصية الجمع)
3. $t = \frac{d - 5}{20}$ (خاصية القسمة)

1C. $2x - 13 = -5$ (معطى)
$2x - 13 + 13 = 2x$ (خاصية الجمع)
$-5 + 13 = 2x$ (التعويض)
$8 = 2x$ (خاصية القسمة)
$x = 4$

تمرين موجه

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

1A. إذا كان $-1 = -5 + 4$، فإن $x - 1 = x + 4 + (-5)$ خاصية الجمع

1B. إذا كان $y = 5$، فإن $y = 5$. خاصية التماثل

1C. أثبت أنه إذا كان $2x - 13 = -5$، فإن $x = 4$. واكتب تبريرًا لكل خطوة.

المثال 1 عبارة عن برهان للعبارة الشرطية *إذا كان* $5(x + 4) = 70$، *فإن* $x = 18$. لاحظ أن العمود الموجود على اليمين عبارة عن عملية مفصلة خطوة بخطوة تقود إلى النتيجة. ويحوي العمود الموجود على اليسار تبرير كل عبارة.

نصيحة دراسية

برهان الخوارزمية عبارة عن سلسلة من الخطوات لتنفيذ إجراء ما أو حل مسألة. يمكن اعتبار البراهين نوعا من الخوارزميات لأنها تسير خطوة بخطوة.

في الهندسة، تستخدم صيغة مشابهة لإثبات التخمينات والنظريات. يحتوي **البرهان ثنائي الأعمدة** أو **البرهان الشكلي** على *عبارات* و*مبررات* منظمة في عمودين.

مثال من الحياة اليومية 2 كتابة برهان جبري

العلوم **إذا كانت صيغة تحويل درجة الحرارة من فهرنهايت إلى مئوية هي $C = \frac{5}{9}(F - 32)$، فإن صيغة تحويل درجة الحرارة من مئوية إلى فهرنهايت هي $F = \frac{9}{5}C + 32$. اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من هذا التخمين.**

ابدأ بذكر ما هو معطى وما ستثبته.

المعطيات: $C = \frac{5}{9}(F - 32)$

المطلوب إثباته: $F = \frac{9}{5}C + 32$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. $C = \frac{5}{9}(F - 32)$	1. المعطيات
2. $\frac{9}{5}C = \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{9}(F - 32)$	2. خاصية الضرب في المعادلة
3. $\frac{9}{5}C = F - 32$	3. خاصية التعويض في المعادلة
4. $\frac{9}{5}C + 32 = F - 32 + 32$	4. خاصية الجمع في المعادلة
5. $\frac{9}{5}C + 32 = F$	5. خاصية التعويض في المعادلة
6. $F = \frac{9}{5}C + 32$	6. خاصية التماثل في المعادلة

نصيحة دراسية

الرياضيات الذهنية إذا سمح لك معلمك بالقيام بذلك، فيمكن تجاوز بعض الخطوات عن طريق القيام بالحسابات الذهنية. على سبيل المثال، يمكن حذف الخطوتين 2 و4 في المثال 2. عندئذ سيكون سبب العبارة رقم 3 خاصية الضرب في المعادلة وسيكون سبب العبارة رقم 5 خاصية الجمع في المعادلة.

تمرين موجه

اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من صحة كل تخمين.

2A. إذا كان $\frac{5x + 1}{2} - 8 = 0$، فإن $x = 3$. **انظر الهامش.**

2B. **الفيزياء** إذا كانت المسافة d التي يقطعها جسم بسرعة متجهة ابتدائية u وسرعة متجهة نهائية v في زمن t تعطى بالصيغة $d = t \cdot \frac{u + v}{2}$، فإن $u = \frac{2d}{t} - v$. **انظر الملحق إجابات الوحدة 11.**

حقوق الطبع والنشر © مجموعة ماكجرو هيل التعليمية McGraw-Hill Education

إجابة إضافية (تمرين موجه)

2A. **المعطيات:** $\frac{5x + 1}{2} - 8 = 0$
المطلوب إثباته: $x = 3$
البرهان:
العبارات (المبررات)

1. $\frac{5x + 1}{2} - 8 = 0$ (معطى)
2. $\frac{5x + 1}{2} = 8$ (خاصية الجمع)
3. $2\left(\frac{5x + 1}{2}\right) = 2(8)$ (خاصية الضرب)
4. $5x + 1 = 16$ (التعويض)
5. $5x = 15$ (خاصية الطرح)
6. $x = 3$ (خاصية القسمة)

319 / 42

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

2 البرهان الهندسي

يوضح **المثال 3** طريقة استخدام الخواص لكتابة براهين هندسية.

مثال إضافي

3 إذا كان $\angle A \cong \angle B$، $m\angle C = 2m\angle B$، و $m\angle C = 45$، فإن $m\angle A = 90$.
اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من هذا التخمين.

العبارات	المبررات
1. $\angle A \cong \angle B$؛ $m\angle C = 2m\angle B$	1. المعطيات
2. $m\angle C = 45$	2. (معطى)
3. $m\angle A = m\angle B$	3. (تعريف $\cong$ الزوايا)
4. $m\angle A = 2m\angle C$	4. (خاصية التعدي في $=$)
5. $m\angle A = 2(45)$	5. (التعويض)
6. $m\angle A = 90$	6. (التعويض)

انتبه!

الكلمة النهائية ذكر الطلاب بأن يتحققوا من أن السطر النهائي في برهانهم يتوافق مع ما طلب في السؤال. على سبيل المثال، يمكن أن يتضمن البرهان الحل لمتغير، لكن السؤال يتطلب حل تعبير جبري بالمتغير.

نصائح للمعلمين الجدد

البرهان الجبري في البرهان من عمودين، لا تحتاج كل عبارة إلى أن تنتج مباشرة عن العبارة السابقة، لكن يجب أن تنتج عن العبارات أعلاها.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو اطلب من الطلاب العمل في مجموعات لإنشاء فيديو يوضح طريقة كتابة برهان جبري من عمودين. احرص على تقديم تبريرات لتبرير كل خطوة. شارك الفيديو الخاص بكل مجموعة مع الصف الدراسي.

2 البرهان الهندسي

بما أن الهندسة تستخدم المتغيرات والأعداد والعمليات أيضا، فإن الكثير من خواص المساواة المستخدمة في الجبر صحيحة أيضا في الهندسة. على سبيل المثال، قياسات القطع المستقيمة والزوايا عبارة عن أعداد حقيقية. لذا يمكن استخدام الخواص المستخدمة في الجبر لمناقشة علاقاتها كما هو مبيّن في الجدول أدناه.

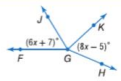
الخاصية	القطع المستقيمة	الزوايا
الانعكاس	$AB = AB$	$m\angle 1 = m\angle 1$
التماثل	إذا كان $AB = CD$، فإن $CD = AB$.	إذا كان $m\angle 2 = m\angle 1$، فإن $m\angle 1 = m\angle 2$.
التعدي	إذا كان $AB = CD$ و $CD = EF$، فإن $AB = EF$.	إذا كان $m\angle 2 = m\angle 1$ و $m\angle 3 = m\angle 2$، فإن $m\angle 3 = m\angle 1$.

نصيحة دراسية
خاصيتا التبديل والتجميع
سنفترض في هذا الكتاب أنه إذا كان a و b و c أعدادًا حقيقية، فإن الخواص التالية صحيحة.
خاصية التبديل في الجمع
$a + b = b + a$
خاصية التبديل في الضرب
$a \cdot b = b \cdot a$
خاصية التجميع في الجمع
$(a + b) + c = a + (b + c)$
خاصية التجميع في الضرب
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

يمكن استخدام هذه الخواص لكتابة براهين هندسية.

مثال 3 كتابة برهان هندسي

إذا كان $\angle JGK \cong \angle KGH$ و $\angle FGJ \cong \angle KGH$، فإن $x = 6$.
اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من هذا التخمين.



المعطيات: $\angle FGJ \cong \angle JGK$، $\angle JGK \cong \angle KGH$
$m\angle FGJ = 6x + 7$، $m\angle KGH = 8x - 5$

المطلوب إثباته: $x = 6$

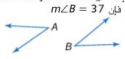
البرهان:

العبارات	المبررات
1. $m\angle FGH = 6x + 7$، $m\angle KGH = 8x - 5$؛ $\angle FGJ \cong \angle JGK$؛ $\angle JGK \cong \angle KGH$	1. المعطيات
2. $m\angle FGJ = m\angle JGK$؛ $m\angle JGK = m\angle KGH$	2. تعريف الزوايا المتطابقة
3. $m\angle FGJ = m\angle KGH$	3. خاصية التعدي
4. $6x + 7 = 8x - 5$	4. خاصية التعويض
5. $6x + 7 + 5 = 8x - 5 + 5$	5. خاصية الجمع
6. $6x + 12 = 8x$	6. خاصية التعويض
7. $6x + 12 - 6x = 8x - 6x$	7. خاصية الطرح
8. $12 = 2x$	8. خاصية التعويض
9. $\frac{12}{2} = \frac{2x}{2}$	9. خاصية القسمة
10. $6 = x$	10. خاصية التعويض
11. $x = 6$	11. خاصية التماثل

تمرين موجه

اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من كل تخمين.

3A. إذا كان $\angle A \cong \angle B$، و $m\angle A = 37$، فإن $m\angle B = 37$.



3B. إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$، فإن $y = 8$.

3A. المعطيات: $\angle A \cong \angle B$، $m\angle A = 37$
المطلوب إثباته: $m\angle B = 37$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\angle A \cong \angle B$ (معطى)
2. $m\angle A = m\angle B$ (تعريف $\cong$ الزوايا)
3. $37 = m\angle B$ (التعويض.)
4. $m\angle B = 37$ (خاصية التماثل)

3B. المعطيات: $\overline{CD} \cong \overline{EF}$، $CD = 3y - 9$، $EF = 15$
المطلوب إثباته: $y = 8$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ (معطى)
2. $CD = EF$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة)
3. $3y - 9 = 15$ (التعويض)
4. $3y = 24$ (خاصية الجمع)
5. $y = 8$ (خاصية القسمة)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التركيز على محتوى الرياضيات

كتابة البراهين ذكر الطلاب بأن التبريرات تذكر مع خطوات البرهان لجعلها دقيقة ولإضافة الوضوح للقارئ. إذا كان الطلاب يواجهون صعوبة في كتابة برهان شكلي، فيمكنهم كتابة الخطوات التي يعتقدون أنها تؤدي إلى الحل، ثم يعودون لإضافة التبريرات لكل خطوة. ستساعدهم هذه الطريقة على معرفة ما إذا كانوا قد أغفلوا أي خطوات وستساعدهم على فهم طريقة وصولهم إلى الحل.

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

تحقق من فهمك

مثال 1 **اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.**

1. إذا كان $m\angle 2 = m\angle 3$، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$. خاصية التعدي
2. $XY = XY$ خاصية الانعكاس
3. إذا كان $x = 5$، فإن $x = 5$. خاصية التماثل
4. إذا كان $2x + 5 = 11$، فإن $2x = 6$. خاصية الطرح

مثال 2

5. أكمل البرهان التالي:

المعطيات: $\frac{y+2}{3} = 3$

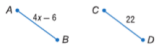
المطلوب إثباته: $y = 7$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. ؟ $\frac{y+2}{3} = 3$	a. معطى
b. $3\left(\frac{y+2}{3}\right) = 3(3)$	b. ؟ خاصية الضرب
c. ؟ $y + 2 = 9$	c. ؟ التعويض
d. $y = 7$	d. خاصية الطرح

الأمثلة 2–3 **البرهان** **اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من كل تخمين.**

6. إذا كان $-4(x-3) + 5x = 24$، فإن $x = 12$.
7. إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، فإن $x = 7$.



8. **فرضيات** تقيس مها معدل ضربات قلبها في أي وقت تمارس فيه التمارين الرياضية وتحاول أن تتأكد من بقائها في نطاق معدل ضربات القلب الذي تستهدفه. تقترح جمعية القلب الأمريكية صيغة لمعدل ضربات القلب المستهدف هي $T = 0.75(220 - a)$، حيث تمثل T معدل ضربات القلب الذي يستهدفه الشخص وa هي عمره.

a. أثبت أنه بمعلومية معدل ضربات القلب الذي يستهدفه شخص ما، يمكنك حساب عمره باستخدام الصيغة $a = 220 - \frac{T}{0.75}$. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

b. إذا كان معدل ضربات القلب الذي تستهدفه مها هو 153. فكم عمرها؟ ما الخاصية التي تبرر حسابك؟
انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.**

9. إذا كان $a + 10 = 20$، فإن $a = 10$. خاصية الطرح
10. إذا كان $\frac{x}{3} = -15$، فإن $x = -45$. خاصية الضرب
11. إذا كان $4x - 5 = x + 12$، فإن $4x = x + 17$. خاصية الجمع
12. إذا كان $\frac{1}{5}BC = \frac{1}{5}DE$، فإن $BC = DE$. خاصية الضرب أو القسمة

6. $-4(x-3) + 5x = 24$ المعطيات:
المطلوب إثباته: $x = 12$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $-4(x-3) + 5x = 24$ (معطى)
2. $-4x + 12 + 5x = 24$ (خاصية التوزيع)
3. $x + 12 = 24$ (التعويض)
4. $x = 12$ (خاصية الطرح)

7. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ المعطيات:
المطلوب إثباته: $x = 7$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطى)
2. $AB = CD$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة)
3. $4x - 6 = 22$ (خاصية التعويض)
4. $4x = 28$ (خاصية الجمع)
5. $x = 7$ (خاصية القسمة)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-8 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

19. **المعطيات:** $-\frac{1}{3}n = 12$
المطلوب إثباته: $n = -36$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $-\frac{1}{3}n = 12$ (معطى)
2. $-3\left(-\frac{1}{3}n\right) = -3(12)$ (خاصية الضرب)
3. $n = -36$ (التعويض)

20. **المعطيات:** $-3r + \frac{1}{2} = 4$
المطلوب إثباته: $r = -\frac{7}{6}$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $-3r + \frac{1}{2} = 4$ (معطى)
2. $2\left(-3r + \frac{1}{2}\right) = 2(4)$ (خاصية الضرب)
3. $-6r + 1 = 8$ (التعويض)
4. $-6r = 7$ (خاصية الطرح)
5. $r = -\frac{7}{6}$ (خاصية القسمة)

21a. **المعطيات:** $d = vt + \frac{1}{2}at^2$
المطلوب إثباته: $a = \frac{2d - 2vt}{t^2}$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $d = vt + \frac{1}{2}at^2$ (معطى)
2. $d - vt = vt - vt + \frac{1}{2}at^2$ (خاصية الطرح)
3. $d - vt = \frac{1}{2}at^2$ (التعويض)
4. $2(d - vt) = 2\left(\frac{1}{2}at^2\right)$ (خاصية الضرب)
5. $2(d - vt) = at^2$ (التعويض)
6. $2d - 2vt = at^2$ (خاصية التوزيع)
7. $\frac{2d - 2vt}{t^2} = \frac{at^2}{t^2}$ (خاصية القسمة)
8. $\frac{2d - 2vt}{t^2} = a$
9. $a = \frac{2d - 2vt}{t^2}$ (خاصية التماثل)

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

13. إذا كان $5(x + 7) = -3$ فإن $5x + 35 = -3$. **خاصية التوزيع**
14. إذا كان $m\angle 1 = 25$ و $m\angle 2 = 25$، فإن $m\angle 1 = m\angle 2$. **التعويض**
15. إذا كان $AB = BC$ و $BC = CD$، فإن $AB = CD$. **خاصية التعدي**
16. إذا كان $3\left(x - \frac{2}{3}\right) = 4$ فإن $3x - 2 = 4$. **خاصية التوزيع**

مثال 2

فرضيات أكمل كل برهان.

17. **المعطيات:** $\frac{8 - 3x}{4} = 32$
المطلوب إثباته: $x = -40$
البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\frac{8 - 3x}{4} = 32 = 32$	a. معطى
b. $4\left(\frac{8 - 3x}{4}\right) = 4(32)$	b. ؟ **خاصية الضرب**
c. $8 - 3x = 128$	c. ؟ **التعويض**
d. ؟ $= 120$	d. خاصية الطرح
e. $x = -40$	e. ؟ **خاصية القسمة**

18. **المعطيات:** $x\ \frac{1}{5} + 3 = 2x - 24$
المطلوب إثباته: $x = 15$
البرهان:

العبارات	المبررات
a. ؟ $\frac{1}{5}x + 3 = 2x - 24$	a. معطى
b. ؟ $5\left(\frac{1}{5}x + 3\right) = 5(2x - 24)$	b. خاصية الضرب
c. $x + 15 = 10x - 120$	c. ؟ **التعويض**
d. ؟ $15 = 9x - 120$	d. خاصية الطرح
e. $135 = 9x$	e. ؟ **خاصية الجمع**
f. ؟ $15 = x$	f. خاصية القسمة
g. ؟ $x = 15$	g. خاصية التماثل

مثال 3

البرهان اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من كل تخمين. 19. انظر الهامش.

19. إذا كان $-\frac{1}{3}n = 12$ فإن $n = -36$.

20. إذا كان $-3r + \frac{1}{2} = 4$، فإن $r = -\frac{7}{6}$.

21. **العلوم** العجلة a المقيسة بالمتر لكل ثانية مربعة. والمسافة المقطوعة d المقيسة بالمتر، والسرعة المتجهة v المقيسة بالمتر لكل ثانية، والزمن t المقيس بالثانية جميعها مرتبطة في الصيغة $d = vt + \frac{1}{2}at^2$.

a. أثبت أنه إذا علمت قيم المسافة والسرعة المتجهة والزمن، فإنه يمكن حساب عجلة جسم ما باستخدام الصيغة $a = \frac{2d - 2vt}{t^2}$. **انظر الهامش.**

b. إذا قطع جسم مسافة 2850 m في 30 s بسرعة متجهة ابتدائية مقدارها 50 m/s، فكم يبلغ تسارع الجسم؟ ما الخاصية التي تبرر حسابك؟ **3 m/s²؛ التعويض**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لشركة ماكجرو-هيل للتعليم

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب		خيار اليومين
ف م مبتدئ	9-26, 36, 38, 39, 41-61	9-25 فردي، 42-45	10-26 زوجي، 36, 38, 39, 41, 46-61
ض م أساسي	9-25 فردي، 26-36, 38, 39, 41-61	9-27, 42-45	28-36, 38, 39, 41, 46-61
أ م متقدم	28-55, (اختياري: 56-61)		

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

التمثيلات المتعددة
في التمرين 28. يستخدم الطلاب نماذج وجدولا ووصفًا لفظيًا ومعادلات جبرية لاستكشاف حجم مكعب ما.

إجابات إضافية

23. **المعطيات:** $\overline{DF} \cong \overline{EG}$
المطلوب إثباته: $x = 10$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\overline{DF} \cong \overline{EG}$ (معطى)
2. $DF = EG$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة)
3. $11 = 2x - 9$ (التعويض)
4. $20 = 2x$ (خاصية الجمع)
5. $10 = x$ (خاصية القسمة)
6. $x = 10$ (خاصية التماثل)

24. **المعطيات:** $\overline{AB} \cong \overline{AC}$
المطلوب إثباته: $x = 4$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ (معطى)
2. $AB = AC$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة)
3. $3x + 15 = 5x + 7$ (التعويض)
4. $8 = 2x$ (الطرح)
5. $4 = x$ (خاصية القسمة)
6. $x = 4$ (خاصية التماثل)

25. **المعطيات:** $\angle Y \cong \angle Z$
المطلوب إثباته: $x = 100$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\angle Y \cong \angle Z$ (معطى)
2. $m\angle Y = m\angle Z$ (تعريف $\cong \angle$s)
3. $x + 10 = 2x - 90$ (التعويض)
4. $10 = x - 90$ (خاصية الطرح)
5. $100 = x$ (خاصية الجمع)
6. $x = 100$ (خاصية التماثل)

22a. **البرهان:**
العبارات (المبررات)
1. $PV = nRT$ (معطى)
2. $\frac{PV}{nR} = \frac{nRT}{nR}$ (خاصية القسمة)
3. $\frac{PV}{nR} = T$ (خاصية القسمة)

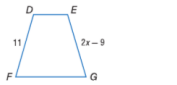
22. **فرضيات** يعطى قانون الغاز المثالي بالصيغة $PV = nRT$. حيث P = الضغط مقيسا بالضغط الجوي. و V = الحجم باللترات. و n = كمية الغاز بالمولات. و R قيمة ثابتة. و T = درجة الحرارة بالكلفن.

a. أثبت أنه إذا عرف الضغط والحجم وكمية الغاز. فإن الصيغة $T = \frac{PV}{nR}$ تعطي درجة حرارة الغاز.

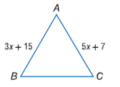
b. إذا كان لديك مول واحد من الأكسجين يحجم 25 L عند ضغط 1 ضغط جوي. فما درجة حرارة الغاز؟ قيمة R تساوي 0.0821. ما الخاصية التي تبرر حسابك؟ **305 كلفن؛ التعويض.**

انظر الهامش. 23-25. **البرهان اكتب برهانا من عمودين.**

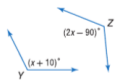
23. إذا كان $\overline{DF} \cong \overline{EG}$ فإن x.



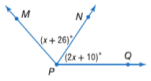
24. إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AC}$. فإن $x = 4$.



25 إذا كان $\angle Y \cong \angle Z$. فإن $x = 100$.



26. إذا كان $\angle OPN \cong \angle MPN$. فإن $x = 16$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**



27. **الكهرباء** يمكن حساب الجهد V لدائرة كهربائية ما باستخدام الصيغة $V = \frac{P}{I}$. حيث تمثل P القدرة و I شدة التيار المار في الدائرة.

a. اكتب برهانا لإثبات أنه عندما تكون القدرة ثابتة. ينخفض الجهد إلى النصف عند مضاعفة التيار. **a, b. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

b. اكتب برهانا لإثبات أنه عندما يكون التيار ثابتًا. يزيد الجهد إلى الضعف عند مضاعفة القدرة.

28. **التمثيلات المتعددة** افترض أن مكعبًا طول ضلعه s. **a، و c، و e. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

a. **حسيًا** ارسم أو أنشئ نموذجا لمكعبات أطوال أضلاعها 2 و 4 و 8 و 16 وحدة.

b. **جدوليًا** جد حجم كل مكعب. نظم نتائجك في جدول مثل المبيّن.

طول الضلع (s)	الحجم (V)
2	8
4	64
8	512
16	4096

c. **لفظيًا** استخدم جدولك للوصول إلى تخمين حول التغير في الحجم عند مضاعفة طول ضلع المكعب. عبر عن تخمينك بالكلمات.

d. **تحليليًا** اكتب تخمينك في صورة معادلة جبرية. $V = (2s)^3$

e. **منطقيًا** اكتب برهانًا لتخمينك. تأكد من كتابة عبارات *المعطيات والمطلوب إثباته* في بداية برهانك.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين شخصي قدّم للطلاب براهين جبرية وهندسية تفتقد تبريرات كل خطوة. ويجب أن يحتوي برهان واحد على الأقل على أخطاء. اطلب من الطلاب ملء التبريرات وشرح الأخطاء.

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

29. المعطيات: $c^2 = a^2 + b^2$

المطلوب إثباته: $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $a^2 + b^2 = c^2$ (معطى)
2. $a^2 + b^2 - b^2 = c^2 - b^2$ (خاصية الطرح)
3. $a^2 = c^2 - b^2$ (التعويض)
4. $a = \pm\sqrt{c^2 - b^2}$ (خاصية الجذر التربيعي)
5. $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ (لا يمكن أن يكون الطول سالبًا)

30. تعتبر علاقة "له عيد الميلاد نفسه مثل." علاقة تكافؤ لأنها تحقق الخواص الثلاث. نموذج الإجابة: يمكن أن يكون لك عيد الميلاد نفسه مثلك (الانعكاس)؛ إذا كان لك عيد الميلاد نفسه مثل صديقك، فإن لصديقك عيد الميلاد نفسه مثلك (التماثل)؛ إذا كان لك عيد الميلاد نفسه مثل ناصر ولناصر عيد الميلاد نفسه مثل صالح، فإن لك عيد الميلاد نفسه مثل صالح (التعدي).

31. لا تعدّ علاقة "أطول من." علاقة تكافؤ لأنها لا تحقق خواص الانعكاس والتماثل. لا يمكنك أن تكون أطول من نفسك (الانعكاس)؛ وإذا كنت أطول من صديقك، فإن ذلك لا يتضمن أن يكون صديقك أطول منك (التماثل).

32. لا تعتبر علاقة "أكثر زرقة من" علاقة تكافؤ لأنها لا تحقق خاصية الانعكاس. فلا يمكن أن يكون لون ما أكثر زرقة من نفسه.

33. العلاقة "$\neq$" ليست علاقة تكافؤ لأنها لا تحقق خاصية الانعكاس، لأن $a \neq a$ ليست صحيحة.

34. العلاقة "$\geq$" ليست علاقة تكافؤ لأنها لا تحقق خاصية التماثل، لأن $3 \geq 2$ لا تستلزم $2 \geq 3$.

35. العلاقة "$\approx$" ليست علاقة تكافؤ لأنها لا تحقق خاصية الانعكاس، لأن $a \approx a$ ليست صحيحة.

29. نظرية فيثاغورس تنص نظرية فيثاغورس على أنه في أي مثلث قائم الزاوية ABC، يكون مجموع مربع طول الضلعين a وb مساويًا لمربع طول الوتر c. أو $a^2 + b^2 = c^2$ اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن $a = \sqrt{c^2 - b^2}$. استخدم خاصية الجذر التربيعي في المعادلة، التي تنص على أنه إذا كان $a^2 = b^2$، فإن $a = \pm\sqrt{b^2}$. **انظر الهامش.**

C **علاقة *التكافؤ* عبارة عن أي علاقة تحقق خاصية الانعكاس والتماثل والتعدي. في الأعداد الحقيقية، تعتبر المساواة أحد أنواع علاقة التكافؤ. حدّد ما إذا كانت كل علاقة هي علاقة تكافؤ. اشرح تبريرك.**

30. "له عيد الميلاد نفسه مثل." بالنسبة إلى مجموعة كل البشر **35–30. انظر الهامش.**

31 "أطول من." بالنسبة إلى مجموعة كل البشر

32. "أكثر زُرقة من" بالنسبة إلى كل ألوان الدهان التي تحتوي على الأزرق

33. $\neq$، بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

34. $\geq$، بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

35. $\approx$، بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

مسائل مهارات التفكير العليا: استخدام مهارات التفكير العليا

39. **أحيانًا؛ نموذج الإجابة: إذا كان $a^2 = 1$ و $a = 1$، فإن $b = \sqrt{1}$ أو 1. تكون العبارة صحيحة أيضًا إذا كان $a = -1$ و $b = -1$. إذا كان $b = 1$، فإن $\sqrt{b} = 1$ بما أنّ الجذر التربيعي لعدد ما ليس سالبًا، ولهذا تكون العبارة صحيحة أحيانًا.**

36. مسألة غير محددة الإجابة اذكر مثالًا واحدًا من *الحياة اليومية* ومثالًا مغايرًا من *الحياة اليومية* لخواص التماثل والتعدي والتعويض. **انظر الهامش.**

37. التفكير المنطقي تقع النقطة P على $\overline{AB}$ طول $\overline{AP}$ يساوي $2x + 3$، وطول $\overline{PB}$ يساوي $\frac{3x + 1}{2}$، وطول القطعة المستقيمة AB يبلغ 10.5 وحدات. صمم رسمًا تخطيطيًا لهذا الموقف، وأثبت أنّ النقطة P تقع عند ثلثي المسافة بين النقطة A والنقطة B. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

التبرير **صنّف كل عبارة أدناه إلى *صحيحة أحيانًا*، *أو دائمًا*، *أو غير صحيحة على الإطلاق*. اشرح تبريرك.**

38. إذا كان a و b عددين حقيقيين وكان $a + b = 0$، فإن $a = -b$. **دائمًا؛ نموذج الإجابة: إذا كان $a + b = 0$، فإن $a + b - b = 0 - b$ (خاصية الطرح) و $a = -b$ (التعويض)، ولهذا تكون العبارة صحيحة دائمًا.**

39. إذا كان a و b عددين حقيقيين و $a^2 = b$، فإن $a = \sqrt{b}$.

40. تحفيز وضعت علياء تخمينًا ينص على أنّ مجموع أي عددين صحيحين فرديين يكون عددًا صحيحًا زوجيًا.

a. اذكر المعلومات التي تدعم هذا التخمين، ثم اشرح السبب في أن المعلومات التي ذكرتها لا تثبت أن هذا التخمين صحيح. **a–d. انظر الهامش.**

b. يمكن تمثيل العددين الصحيحين الفرديين بالتعبيرين $2n - 1$ و $2m - 1$. حيث n، m، عددان صحيحان. اذكر معلومات تدعم هذه العبارة.

c. إذا كان عدد ما زوجيًا، فإنه يكون من مضاعفات أي عدد؟ اشرح بالكلمات كيف يمكنك استخدام التعبيرات الواردة في الجزء **a** وإجابتك عن الجزء **b** لإثبات تخمين علياء.

d. اكتب برهانًا جبريًا لإثبات أن مجموع أي عددين صحيحين فرديين يكون عددًا صحيحًا زوجيًا.

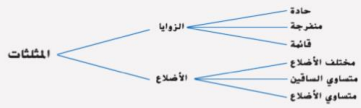
41. الكتابة في الرياضيات لماذا من المفيد أن يكون لديك صيغ مختلفة يمكنك استخدامها عند كتابة برهان؟ **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز ض م أم

توسع ما الزوايا التي توجد في شجرة المثلثات ولها علاقات انعكاسية أو متعدية أو تماثلية؟

نموذج الإجابة: الزاوية الحادة لها علاقة متعدية مع الزوايا والمثلثات.



8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

أخبار الأمس اطلب من الطلاب كتابة كل برهان من الأمثلة في صورة برهان حر. واطلب منهم شرح كيف تساعد كتابة البرهان الحر في تنظيم برهان شكلي.

إجابات إضافية

36. نموذج الإجابة: مثال على التماثل: سهيلة هي أخت عبير، وعبير هي أخت سهيلة. مثال غير دال على التماثل: إذا كانت موزة أقصر من سيباستيان، فإن سيباستيان أطول من موزة. مثال على التعويض: عندما يغادر لاعب الملعب في مباراة كرة سلة ليستريح، فإن المدرب يعوضه بلاعب آخر. مثال غير دال على التعويض: يمكن لشخص ما فصيلة دمه O سالب أن يمنح دما لشخص ما من أي فصيلة دم، لكن يمكنه أن يستقبل الدم من فصيلة O سالب فقط.

40a. نموذج الإجابة: $3 + 3 = 6$, $5 + 7 = 12$, $7 + 9 = 16$. لا تمثل المعلومات المذكورة كل عدد صحيح فردي وإنما عينة من الأعداد الفردية فقط. لا توضح العينة أن التخمين صحيح لكل عدد فردي.

40b. نموذج الإجابة: $3 = 2(2) - 1$, $5 = 2(3) - 1$, $7 = 2(4) - 1$

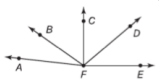
40c. 2؛ نموذج الإجابة: كنت سأضع التعبيرات في الجزء b وأثبت أنّ المجموع عبارة عن مضاعف العدد 2.

40d. افترض أن عددين صحيحين فرديين يمثلان بالصيغتين $2n - 1$ و $2m - 1$. المجموع $(2n - 1) + (2m - 1)$ يساوي $2n + 2m - 2$. يحتوي كل حد على العدد اثنين كعامل لذلك بالتحليل إلى العامل 2 نحصل على $2(n + m - 1)$. وبما أن التعبير عبارة عن مضاعف العدد 2 فإنه عدد زوجي. ومن ثمّ، فإن مجموع عددين صحيحين فرديين يكون عددًا صحيحا زوجيًا.

46. أحيانًا؛ بما أن المستوى يجب أن يتكون من 3 نقاط على الأقل، يمكن أن تقع النقطة الرابعة في المستوى نفسه أو في مستوى مختلف.

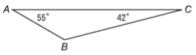
تدريب على الاختبار المعياري

42. في الرسم التخطيطي، $m\angle CFE = 90$. $\angle AFB \cong \angle CFD$. أي من العبارات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟ **B**



A $m\angle BFD = m\angle BFD$
B $\overline{BF}$ ينصف الزاوية $\angle AFD$
C $m\angle CFD = m\angle AFB$
D $\angle CFE$ زاوية قائمة

43. إجابة قصيرة جسد قياس $\angle B$ عندما تكون $m\angle C = 42$، $m\angle A = 55$. **83**



44. الجبر تعيد رعاة خولة في ماراثون المشي بدفع AED 30 زائد AED 7.50 عن كل كيلومتر تمشيه. بينما تعهد رعاة ماريسة بدفع AED 45 زائد AED 3.75 عن كل كيلومتر تمشيه. بعد كم من الكيلومترات ستكون كل من خولة وماريسة قد جمعتا المبلغ المالي نفسه؟ **J**

F 10
G 8
H 5
J 4

45. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول عند إضافة 17 إلى $4m$، تكون النتيجة $15z$. أي من المعادلات التالية تمثل العبارة أعلاه؟ **E**

A $17 + 15z = 4m$
B $(4m)(15z) = 17$
C $4m - 15z = 17$
D $17(4m) = 15z$
E $4m + 17 = 15z$

مراجعة شاملة

حدد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة *دائمًا*، أم *أحيانًا*، أم غير صحيحة *على الإطلاق*.

اشرح. (الدرس 1-1) **46–48. انظر الهامش.**

46. أي أربع نقاط تقع في مستوى واحد.

47. الزاويتان المتعرجتان متكاملتان.

48. يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m. يقع المستقيم m في كلا المستويين P و Q.

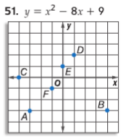
جسد احداثيات الرأس ومحور التماثل ومعادلته، ونقاط التقاطع مع المحور y للتمثيل البياني لكل معادلة. انظر الهامش. 49-52.

49. $y = 4x^2 + 8x - 5$

50. $y = -2x^2 + 8x + 5$

51. $y = x^2 - 8x + 9$

52. $y = 4x^2 + 16x - 6$



اكتب الزوج المرتّب لكل نقطة مبينة.

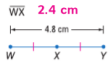
53. A $(-3, -3)$
54. B $(4, -3)$
55. C $(-4, 0)$
56. D $(1, 2)$
57. E $(0, 1)$
58. F $(-1, -1)$

مراجعة المهارات

جسد قياس كل قطعة مستقيمة. افترض أن كل شكل ليس مرسومًا بمقياس.

59. $\overline{ST}$ **2.8 cm**

60. $\overline{WX}$ **2.4 cm**



61. $\overline{BC}$ **$1\frac{1}{4}$ cm**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

47. غير صحيحة على الإطلاق؛ مجموع زاويتين متكاملتين يساوي $180°$. لذلك فلا يمكن لزاويتين حادتين أن تكونا متكاملتين أبدًا.

48. دائمًا؛ بما أنّ المستقيم عبارة عن تقاطع مستويين، فإن المستقيم يقع في كلا المستويين.

49. $(-1, -9)$; $x = -1$; -5

50. $(2, 13)$; $x = 2$; 5

51. $(4, -7)$; $x = 4$; 9

52. $(-2, -22)$; $x = -2$; -6

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

الدرس 3-11 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

السابق	الحالي	لماذا؟
• كتبت براهين جبرية وبراهين من عمودين.	1 كتابة براهين تتضمن جمع القطع المستقيمة. 2 كتابة براهين تتضمن تطابق القطع المستقيمة.	• تعمل عبير في محل أقمشة بعد المدرسة. تقيس طول القماش عن طريق الإمساك بالحافة المستقيمة للقماش مع عصا طولها 1 yd. لقياس أطوال مثل 39 in، تقوم بتحديد طول 36 in. ومن نهاية هذا التحديد، تقيس طولًا إضافيًا يبلغ 3 in. يضمن هذا أن يكون الطول الإجمالي للقماش يساوي 3 + 36 أو 39 in.

1 مسلمة المسطرة

المسلّمة 11.8 مسلّمة المسطرة

التعبير اللفظي يمكن وضع النقاط الموجودة على أي مستقيم أو قطعة مستقيمة داخل تطابق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية.

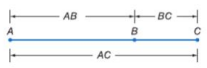
الرموز بافتراض أي نقطتين A و B على مستقيم. إذا تطابقت A مع الصفر، فإن B تتطابق مع عدد حقيقي موجب.

في ما يلي مسلّمة جمع القطع المستقيمة.

المسلّمة 11.9 مسلّمة جمع القطع المستقيمة

التعبير اللفظي إذا كانت A و B و C على استقامة واحدة، فإن النقطة B تقع بين A و C إذا كان $AB + BC = AC$.

الرموز



تستخدم مسلّمة جمع القطع المستقيمة كثيرًا في الكثير من البراهين الهندسية.

ممارسات في الرياضيات
2 التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 محور التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 3-11 كتابة براهين جبرية وهندسية في صورة براهين حرة وبراهين من عمودين.

الدرس 3-11 كتابة براهين تتضمن جمع القطع المستقيمة وتطابق القطع المستقيمة.

بعد الدرس 3-11 استخدام التبرير الاستدلالي لإثبات عبارة ما.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال:

- لماذا احتاجت عبير إلى قياس القماش بهذه الطريقة؟ الإجابة: كان القماش أطول من العصا.
- صف كيف أن قياس 36 ثم 3 in يعطي طولًا يساوي 39 in. يساوي الطولان بعد جمعهما معا الطول الإجمالي.
- كم مرة ستقوم عبير بوضع علامة على القماش إذا أرادت أن تقيس 120 in؟ 3

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

1 جمع القطع المستقيمة

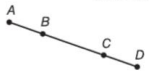
يوضح **المثال 1** طريقة استخدام الخواص والمسلّمات لإثبات جمع القطع المستقيمة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 أثبت أنه إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، فإن $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.



البرهان:

العبارات	المبررات
1. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	1. معطى
2. $AB = CD$	2. تعريف ≅ القطع المستقيمة
3. $BC = BC$	3. خاصية الانعكاس في =
4. $AB + BC = AC$	4. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
5. $CD + BC = AC$	5. خاصية التعويض في =
6. $CD + BC = BD$	6. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
7. $AC = BD$	7. خاصية التعدي في =
8. $\overline{AC} \cong \overline{BD}$	8. تعريف ≅ القطع المستقيمة

انتبه!

نهاية صحيحة في المثال 1.

يطلب السؤال إثبات أن قطعتين مستقيمتين متطابقتان. اشرح للطلاب أن السطر الأخير في البرهان يتطلب أن يصف بشكل دقيق العلاقة بين القطعتين المستقيمتين كما يطلب السؤال.

مثال 1 استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة

أثبت أنه إذا كان $\overline{CE} \cong \overline{FE}$ و $\overline{ED} \cong \overline{EG}$، فإن $\overline{CD} \cong \overline{FG}$.

المعطيات: $\overline{ED} \cong \overline{EG}$ $\overline{CE} \cong \overline{FE}$

المطلوب إثباته: $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. $\overline{CE} \cong \overline{FE}$; $\overline{ED} \cong \overline{EG}$	1. المعطيات
2. $CE = FE$; $ED = EG$	2. تعريف التطابق
3. $CE + ED = CD$	3. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
4. $FE + EG = CD$	4. التعويض (الخطوتان 2 و 3)
5. $FE + EG = FG$	5. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
6. $CD = FG$	6. التعويض (الخطوتان 4 و 5)
7. $\overline{CD} \cong \overline{FG}$	7. تعريف التطابق

قراءة في الرياضيات

خاصية التعويض عادةً ما تكتب خاصية التعويض في المعادلة في صورة تعويض.

تمرين موجه

انسخ البرهان وأكمله.

1. المعطيات: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب إثباته: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\overline{JL} \cong \overline{KM}$	a. معطى
b. $JL = KM$	b. ؟ تعريف ≅
c. $JK + KL = \underline{?}$; $KL + LM = \underline{?}$	c. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
d. $JK + KL = KL + LM$	d. ؟ التعويض
e. $JK + KL - KL = KL + LM - KL$	e. خاصية الطرح في المعادلة
f. $\underline{?} = LM$	f. التعويض
g. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$	g. تعريف التطابق

الربط بالمفردات

متماثل

الاستخدام اليومي متوازن أو متناسب

الاستخدام الرياضي إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.

2 تطابق القطع المستقيمة

رأيت سابقًا أن قياسات القطع المستقيمة متعكسة ومتماثلة ومتعدية. وبما أن القطع المستقيمة ذات القياس نفسه متطابقة، فإن تطابق القطع المستقيمة أيضًا انعكاسي ومتماثل ومتعد أيضًا.

النظرية 11.2 خواص تطابق القطع المستقيمة

خاصية الانعكاس في التطابق	$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل في التطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي في التطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

سوف تثبت خواص التماثل والانعكاس في التمارين 6 و7 على التوالي.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز ف م ض م

إذا كان الطلاب يجدون صعوبة في التعرف على المعلومات المعطاة والمعلومات المتضمنة في شكل معطى.

فيمكن أن تشجعهم على استخدام مهاراتهم المكانية لتحديد أماكن القطع المستقيمة المتطابقة الواضحة والمخفية. اطلب من الطلاب وضع علامات على الأشكال حتى يتمكنوا من الإشارة إلى العلاقات الموجودة في الأشكال بسهولة أثناء كتابتهم للبراهين.

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

نصائح للمعلمين الجدد

بناء المعرفة وضح أنه مع كل درس جديد، يجمع الطلاب المعرفة بالمزيد من المسلَّمات والنظريات التي يمكنهم استخدامها في كتابة البراهين. شجع الطلاب على ممارسة استخدام هذه المفاهيم بقدر الإمكان قبل الانتقال إلى الدرس التالي لتقوية قدرتهم على تذكر الحقائق المهمة من أجل كتابة البراهين.

2 تطابق القطع المستقيمة

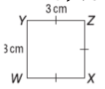
يوضح **المثال 2** طريقة استخدام الخواص والمسلَّمات لإثبات تطابق القطع المستقيمة.

مثال إضافي

2 شارة يصمم جمال شارة للنادي الخاص به. يساوي طول الحافة العلوية للشارة طول حافتها اليسرى. تتطابق الحافة العلوية للشارة مع الحافة اليمنى لها. وتتطابق الحافة اليمنى للشارة مع الحافة السفلية لها. أثبت أن الحافة السفلية للشارة تتطابق مع حافتها اليسرى.

المعطيات: $WY = YZ$، $\overline{YZ} \cong \overline{XZ}$، $\overline{XZ} \cong \overline{WX}$

المطلوب إثباته: $\overline{WX} \cong \overline{WY}$



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $WY = YZ$ (معطى)
2. $\overline{WY} \cong \overline{YZ}$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة)
3. $\overline{YZ} \cong \overline{XZ}$، $\overline{XZ} \cong \overline{WX}$ (معطى)
4. $\overline{YZ} \cong \overline{WX}$ (خاصية التعدي)
5. $\overline{WX} \cong \overline{WY}$ (التعويض)

البرهان خاصية التعدي في التطابق

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، $\overline{CD} \cong \overline{EF}$

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

البرهان الحر:

بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$، $AB = CD$ و $CD = EF$ بتعريف القطع المستقيمة المتطابقة. وبخاصية التعدي في المعادلة، $AB = EF$، ومن ثَمَّ، $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ بتعريف التطابق.

مثال من الحياة اليومية 2 البرهان باستخدام تطابق القطع المستقيمة

التطوع توضح الخريطة مسار سباق ركض خيري. تقطع النقطتان X و Z عند المنتصف بين خط البداية والنقطة Y وبين النقطة Y وخط النهاية F على التوالي. إذا كان بعدا النقطة Y عن النقطتين X و Z متساويين، فأثبت أن الطريق من النقطة Z إلى خط النهاية يتطابق مع لطريق من خط البداية إلى النقطة X.

المعطيات: X نقطة منتصف $\overline{SY}$، Z نقطة منتصف $\overline{YF}$، $XY = YZ$

المطلوب إثباته: $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

برهان من عمودين:

العبارات	المبررات
1. X نقطة منتصف $\overline{SY}$، Z نقطة منتصف $\overline{YF}$؛ $XY = YZ$	1. المعطيات
2. $\overline{SX} \cong \overline{XY}$؛ $\overline{YZ} \cong \overline{ZF}$	2. تعريف نقطة المنتصف
3. $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$	3. تعريف التطابق
4. $\overline{SX} \cong \overline{YZ}$	4. خاصية التعدي في التطابق
5. $\overline{SX} \cong \overline{ZF}$	5. خاصية التعدي في التطابق
6. $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$	6. خاصية التماثل في التطابق

تمرين موجه

2. النجارة يقطع نجار لوحا خشبيًا أبعاده 20 cm في 40 cm بالطول المرغوب. ثم يستخدم هذا اللوح كنموذج لقطع لوح آخر مطابق للأول. وبالمثل، يستخدم اللوح الثاني لقطع لوح ثالث واللوح الثالث لقطع لوح رابع.
أثبت أن آخر لوح مقطوع له قياسات اللوح الأول نفسها.

الربط بالحياة اليومية

وفقًا لاستطلاع أجري مؤخرًا يبدأ 70% من البراهين التطوع قبل سن 12 عامًا. وقال آخرون إنهم كانوا سيتطوعون إذا توافر لهم المزيد من الفرص للقيام بذلك.

المصدر: Youth Service America

2. المعطيات: $\overline{KL} \cong \overline{MN}$، $\overline{MN} \cong \overline{PO}$، $\overline{PO} \cong \overline{RS}$
أثبت أن: $RS = KL$
البرهان: إذا كان $\overline{KL} \cong \overline{MN}$ و $\overline{MN} \cong \overline{PO}$، فإنه، بخاصية التعدي في التطابق، $\overline{KL} \cong \overline{PO}$. إذا كان $\overline{PO} \cong \overline{RS}$، فإن $\overline{KL} \cong \overline{RS}$ بخاصية التعدي في التطابق، $\overline{RS} \cong \overline{KL}$ بخاصية التماثل في التطابق و $RS = KL$ بتعريف التطابق. لذا، يكون للوح الأول المقطوع القياس نفسه لآخر لوح مقطوع.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء اكتب عدة براهين على اللوحة واحفظ عملك. انشر ملاحظاتك على صفحة ويب خاصة بالصف الدراسي بحيث تكون للطلاب مرجعا إضافيًا خارج الصف الدراسي.

التركيز على محتوى الرياضيات

القطع المستقيمة من المهم معرفة أنّ الرسوم التخطيطية والأشكال المرفقة بالمسائل قد لا تكون دائما حسب المقياس. يمكن افتراض تطابق قطعتين مستقيمتين في سؤال، لكن يمكن أن تكونا مختلفتين إذا جرى قياسهما بالمسطرة. من ناحية أخرى، يمكن أن تنشئ توافيق معينة من المستقيمات خداعا بصريًا ويمكن ألا تظهر المستقيمات المتماثلة كذلك.

319 / 51

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

تحقق من فهمك

مثال 1

1. **فرضيات** انسخ البرهان وأكمله.

المعطيات: $\overline{LK} \cong \overline{NM}$, $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$

المطلوب إثباته: $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$

البرهان:

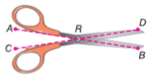
العبارات	المبررات
a. $\overline{LK} \cong \overline{NM}$, $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$	a. المعطيات
b. $LK = NM$, $KJ = MJ$	b. تعريف القطع المستقيمة المتطابقة
c. $LK + KJ = NM + MJ$	c. خاصية الجمع
d. $LJ = LK + KJ$; $NJ = NM + MJ$	d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
e. $LJ = NJ$	e. التعويض
f. $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$	f. ؟ تعريف ≅ القطع المستقيمة.

مثال 2

2. **البرهان** أثبت ما يلي. **انظر الهامش.**

المعطيات: $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$

المطلوب إثباته: $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$



3 **المقص** ارجع إلى الرسم التخطيطي المبيّن. $\overline{AR}$ يتطابق مع $\overline{DR}$ و $\overline{CR}$ يتطابق مع $\overline{BR}$ أثبت أن $AR + DR = CR + BR$.

انظر الهامش.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

4. **فرضيات** انسخ البرهان وأكمله.

المعطيات: C هي نقطة منتصف $\overline{AE}$

و C هي نقطة منتصف $\overline{BD}$

$\overline{AE} \cong \overline{BD}$

المطلوب إثباته: $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. ؟	a. معطى
b. $AC = CE$, $BC = CD$	b. ؟ تعريف نقطة المنتصف
c. $AE = BD$	c. ؟ تعريف ≅ القطع المستقيمة.
d. ؟ $AE = AC + CE$, $BD = BC + CD$	d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
e. $AC + CE = BC + CD$	e. ؟ التعويض
f. $AC + AC = CD + CD$	f. ؟ التعويض
g. ؟ $2AC = 2CD$	g. بسط.
h. ؟ $2AC = 2CD$	h. خاصية القسمة
i. $\overline{AC} \cong \overline{CD}$	i. ؟ تعريف ≅ القطع المستقيمة.

4a. C نقطة منتصف $\overline{AE}$. C نقطة منتصف $\overline{BD}$. $\overline{AE} \cong \overline{BD}$

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

627

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 3-1 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

2. **المعطيات:** $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$

المطلوب إثباته: $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$ (معطى)
2. $WX = YZ$ (تعريف ≅ القطع المستقيمة)
3. $XY = XY$ (خاصية الانعكاس)
4. $WX + XY = XY + YZ$ (خاصية الجمع)
5. $WY = WX + XY$; $XZ = XY + YZ$ (خاصية جمع القطع المستقيمة)
6. $WY = XZ$ (التعويض)
7. $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ (تعريف ≅ القطع المستقيمة)

3. **المعطيات:** $\overline{AR} \cong \overline{CR}$; $\overline{DR} \cong \overline{BR}$

المطلوب إثباته: $AR + DR = CR + BR$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AR} \cong \overline{CR}$; $\overline{DR} \cong \overline{BR}$ (معطى)
2. $AR = CR$, $DR = BR$ (تعريف ≅ القطع المستقيمة)
3. $AR + DR = CR + DR$ (خاصية الجمع)
4. $AR + DR = CR + BR$ (التعويض)

627

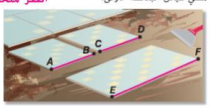
خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
ف م مبتدئ	4-13, 17, 19-36	5-13 فردي، 23-26	4-12 زوجي، 17, 19-22, 27-36
ض م أساسي	5-13 فردي، 15-17, 19-36	4-13, 23-26	14-17, 19-22, 27-36
أ م متقدم	14-33. (اختياري: 34-36)		

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

مثال 2

5. التبليط يقطع المبلط قطعة بلاط بالطول المرغوب. ثم يستخدمها كنموذج لقطع بلاطة ثانية مطابقة للأولى. ويستخدم هاتين البلاطتين لقطع بلاطة ثالثة يبلغ طولها مجموع طولي البلاطتين الأوليين. أثبت أن قياس البلاطة الثالثة يساوي مثلي قياس البلاطة الأولى. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**



فرضيات أثبت كل نظرية. **6، 7. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

6. خاصية التماثل في التطابق (النظرية 11.2)

7. خاصية الانعكاس في التطابق (النظرية 11.2)

8. السفر يربط الطريق السريع 90 بين أربع مدن: المدينة A والمدينة B والمدينة C والمدينة D. وتقع المدينة A في أقصى الغرب. **a، b. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

- تقع المدينة C على بعد 126 km من المدينة D وعلى بعد 263 km من المدينة A.
- تقع المدينة A على بعد 137 km من المدينة D وعلى بعد 184 km من المدينة B.

a. صمم رسما تخطيطيا لتمثيل مواقع المدن نسبة إلى بعضها بعضا والمسافات بينها. افترض أن الطريق 90 مستقيم.

b. اكتب برهانا حرا لدعم خلاصتك.

البرهان أثبت ما يلي. **9-12. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

9. إذا كان $\overline{HR} \cong \overline{AB}$ و $\overline{SC} \cong \overline{HR}$ فإن $\overline{SC} \cong \overline{AB}$.

10. إذا كان $\overline{VY} \cong \overline{VZ}$ و $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ فإن $\overline{VW} \cong \overline{VX}$.

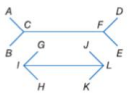
11. إذا كانت E نقطة منتصف $\overline{DF}$ و $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ فإن $\overline{CE} \cong \overline{EG}$.

12. إذا كانت B نقطة منتصف $\overline{AC}$، و D نقطة منتصف $\overline{CE}$، و $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ فإن $AE = AB$.

13. خداع بصري $\overline{AC} \cong \overline{GI}$ و $\overline{FE} \cong \overline{LK}$ و $AC + CF + FE = GI + IL + LK$.

a. أثبت أن $\overline{CF} \cong \overline{IL}$.

b. برر برهانك باستخدام القياس. اشرح طريقتك. **a، b. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

628 | الدرس 3-11 | إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

14. **منشآت** أنشئ قطعة مستقيمة بضعف طول $\overline{PQ}$.
اشرح كيف يمكن استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة لتبرير ما أنشأته. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

15. **البيسبول** استخدم الرسم التخطيطي لملعب البيسبول الموضح.

a. على الرسم التخطيطي، $\overline{SH} \cong \overline{TF}$ بنقطة منتصف P و $\overline{SP} \cong \overline{TP}$. باستخدام برهان من عمودين. أثبت أنّ
انظر الهامش.

b. تبلغ المسافة من القاعدة الرئيسية إلى القاعدة الثانية 38.8 مترًا. احسب المسافة من القاعدة الأولى إلى القاعدة الثانية؟ 27.4 m

16. **التمثيلات المتعددة** A نقطة منتصف $\overline{PA}$ و B نقطة منتصف $\overline{PB}$ و C نقطة منتصف $\overline{PC}$.
a–e. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

a. **هندسيًا** أنشئ رسمًا لتمثيل هذا الموقف.

b. **جبريًا** ضع تخمينًا للعلاقة الجبرية بين PC و PQ.

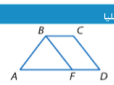
c. **هندسيًا** انسخ القطعة المستقيمة $\overline{PQ}$ من رسمك. ثم أنشئ النقطتين B و C على $\overline{PQ}$. اشرح كيف يمكنك استخدام ما أنشأته لدعم تخمينك.

d. **حسيًا** استخدم مسطرة لرسم قطعة مستقيمة منطابقة مع $\overline{PQ}$ من رسمك ولرسم النقطتين B و C على $\overline{PQ}$ استخدم رسمك لدعم تخمينك.

e. **منطقيًا** أثبت تخمينك.

مهارات التفكير العليا: مسائل استخدام مهارات التفكير العليا

17. **النقد** في الرسم التخطيطي، $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BF}$.
افحص النتائج التي توصلت إليها كل من لمياء وسالي.
هل أي منهما صحيح؟ انظر الهامش.



لمياء
بما أنّ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BF}$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{AF}$ بخاصية التعدي في التطابق

سالي
بما أنّ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BF}$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BF}$ بخاصية الانعكاس في التطابق.

18. **تحفيز** $ABCD$ عبارة عن مربع. أثبت أنّ $\overline{AC} \cong \overline{BD}$. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

19. **الكتابة في الرياضيات** هل توجد خاصية جمع في التطابق؟ اشرح. انظر الهامش.

20. **التبرير** صنّف العبارات التالية إلى صواب أو خطأ، وإذا كانت خطأ، فاذكر مثالًا مضادًا. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

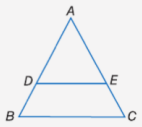
إذا كانت النقاط A و B و C و D و E تقع على استقامة واحدة وكانت B بين A و C، و C بين B و D، و D بين C و E، وكانت $AC = BD = CE$، فإن $AB = BC = DE$.

21. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم تمثيلًا لمسلّمة جمع القطع المستقيمة تكون فيه القطعة المستقيمة بطول سنتيمترين، وتحتوي على أربع نقاط على استقامة واحدة، ولا تحتوي على قطع مستقيمة متطابقة.
انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

22. **الكتابة في الرياضيات** قارن وقابل بين البراهين الحرة والبراهين ذات العمودين.
انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

التدريس المتمايز ض م أ م

توسع معطى: $BD = EC$، $DA = AE$
المطلوب إثباته: $BA = AC$



البرهان:
العبارة (المبرر)
1. $BD = EC$; $DA = AE$ (معطى)
2. $BD + DA = EC + AE$ (خاصية الجمع في =)
3. $BD + DA = BA$; $EC + AE = AC$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
4. $BA = AC$ (التعويض)

ملاحظات لحل التمرين

فرجار ومسطرة مستقيمة يتطلب التمرين 14 استخدام الطلاب للفرجار والمسطرة المستقيمة.

فرجار ومسطرة يتطلب التمرين 16 استخدام الطلاب للفرجار والمسطرة.

التمثيلات المتعددة
في التمرين 16. سيستخدم الطلاب رسومات هندسية، وتخمينًا جبريًا، وقياسًا مباشرًا لاستكشاف نقاط منتصف مستقيم ما.

انتبه!
تحليل الخطأ طبقت ليلى الخاصية بشكل صحيح لكنها ذكرت بشكل غير $\overline{AB} \cong \overline{CE}$. طبّقت غاية أيضا الخاصية بشكل صحيح لكنها ذكرت خاصيّة الانعكاس على نحو خاطئ.

إجابات إضافية

15a. **المعطيات:** P، $\overline{SH} \cong \overline{TF}$، P نقطة منتصف $\overline{SH}$ و $\overline{TF}$.
المطلوب إثباته: $\overline{SP} \cong \overline{TP}$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. P، $\overline{SH} \cong \overline{TF}$، P نقطة منتصف $\overline{SH}$، و P نقطة منتصف $\overline{TF}$. (معطى)
2. $SH = TF$ (تعريف ≅ القطع المستقيمة)
3. $SP = PH$, $TP = PF$ (تعريف نقطة المنتصف)
4. $SH = SP + PH$, $TF = TP + PF$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
5. $SP + PH = TP + PF$ (التعويض)
6. $SP + SP = TP + TP$ (التعويض)
7. $2SP = 2TP$ (التعويض)
8. $SP = TP$ (خاصية القسمة)
9. $\overline{SP} \cong \overline{TP}$ (تعريف ≅ القطع المستقيمة)

17. لا هذا ولا ذاك، بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، $\overline{CD} \cong \overline{BF}$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BF}$ حسب خاصية التعدي في التطابق.

19. لا، يشير التطابق إلى القطع المستقيمة. لا يمكن جمع القطع المستقيمة، وإنما قياسات القطع المستقيمة فقط.

319 / 54

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات امنح كل طالب مسطرة لقياس إصبع ما من الأصابع حتى المفصل الأول. ثم اطلب من كل طالب القياس من المفصل الأول إلى الثاني. اطلب من الطلاب إيجاد الطول من أنملة الإصبع إلى المفصل الثاني وتحديد ما إذا كانت القياسات المأخوذة عن الإصبع المناظر في اليد الأخرى مطابقة أم لا. اطلب منهم كتابة المسلّمات أو النظريات التي استخدموها.

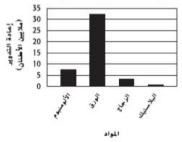
إجابة إضافية

27. **المعطيات:** $AC = DF, AB = DE$
المطلوب إثباته: $BC = EF$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $AC = DF, AB = DE$ (معطى)
2. $AC = AB + BC; DF = DE + EF$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
3. $AB + BC = DE + EF$ (التعويض)
4. $BC = EF$ (خاصية الطرح)

تدريب على الاختبارات المعيارية

23. الجبر يوضح المخطط أدناه عملية إعادة التدوير السنوية حسب المواد في دولة ما. حوالي كم كيلوجرام من الألومنيوم تجري إعادة تدويره في كل عام؟ D

إعادة التدوير السنوية



A 7.5
B 15,000
C 7,500,000
D 15,000,000,000

24. الجبر ما التعبير الذي يكافئ $\frac{12x^{-4}}{4x^{-8}}$؟ G

F $\frac{1}{3x^4}$
G $3x^4$
H $8x^2$
J $\frac{x^4}{3}$

25. إجابة قصيرة النسبة بين قياسي زاويتين متتامتين هي 4:1. ما قياس الزاوية الأصغر؟ 18

26. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول تستطيع هالة طباعة 40 كلمة في الدقيقة على لوحة المفاتيح. كم عدد الدقائق التي ستستغرقها هالة لطباعة 200 كلمة؟ C

A 0.5
B 2
C 5
D 10
E 12

مراجعة شاملة

27. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين. (الدرس 2-11)
المعطيات: $AC = DF$, $AB = DE$
المطلوب إثباته: $BC = EF$ انظر الهامش.

28. **النماذج** يستخدم برايان ستة مربعات من الورق المقوى لتشكيل منشور مستطيل. ما الشكل الهندسي الذي تمثله قطع الورق المقوى، وكم عدد المستقيمات التي ستتكون بتقاطعها؟ المستويات؛ 12

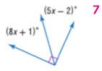
29. **المصباح** سقط مصباح مسافة 25 ft من مبنى ما. يمكن استخدام الصيغة $h = -16t^2 + 25$ لتقدير عدد الثواني التي سيستغرقها المصباح ليصطدم بالأرض.
a. ما المدة التي سيستغرقها المصباح ليصطدم بالأرض؟ 1.25 ثانية
b. إذا التقطه عند 4 ft. فما مدة سقوط المصباح؟ حوالي 1.14 ثانية

بسط.

30. $\sqrt{48}$ $4\sqrt{3}$
31. $\sqrt{162}$ $9\sqrt{2}$
32. $\sqrt{25a^6b^4}$ $5|a^3|b^2$
33. $\sqrt{45xy^8}$ $3y^4\sqrt{5x}$

مراجعة المهارات

الجبر جد x.

34. 

7

35.

8

36.

15

مقوق الطبع وتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

630 | الدرس 3-11 | إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

8:29 AM Fri 27 Mar
72%
elib.moe.gov.ae

1 محور التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 4-11 استخدام التبرير المنطقي لإثبات صحة العبارات. والتعرف على أزواج خاصة من الزوايا.

الدرس 4-11 كتابة براهين تتضمن زوايا متكاملة وزوايا متتامة. وكتابة براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.
استخدام التبرير الاستدلالي لإثبات عبارة ما.

بعد الدرس 4-11 استخدام التبرير الاستدلالي لإثبات عبارة ما.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اطرح السؤال:

- ما أوجه الشبه بين زوايا المستطيلات والمربعات؟ يبلغ قياس زواياها °90.
- إذا كان المربع والمستطيل متجاورين، فما مجموع قياس أي زاويتين متجاورتين؟ °180
- إذا اصطفت 5 مربعات و5 مستطيلات على خط واحد، فكم عدد الأزواج الخطية التي تتكون؟ 8

11-4 الدرس
إثبات العلاقات بين الزوايا

السابق
- تعرّفت على أزواج خاصة من الزوايا واستخدمتها.

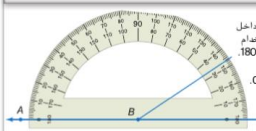
الحالي
1 كتابة براهين تتضمن زوايا متكاملة وزوايا متتامة.
2 كتابة براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.

لماذا؟
- تبني مدرسة جمال رصيفًا يحتوي على قراميد بها أسماء المتخرجين من كل فصل. وبما أن كل القراميد مستطيلة الشكل، ستكوّن الزوايا أزواجًا خطية عند وضع القراميد.

1 الزوايا المتكاملة والمتتامة

توضح مسلّمة المنقلة العلاقة بين قياسات الزوايا والأعداد الحقيقية.

المسلّمة 11.10 مسلّمة المنقلة

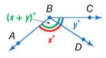


التعبير اللفظي يمكن وضع قياس أي زاوية داخل تطابق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية من 0 حتى 180.

مثال إذا وضع $\overrightarrow{BA}$ على المنقلة عند الزاوية °0، فعندئذ سيقابل قياس الزاوية $\angle ABC$ عددًا حقيقيًا موجبًا.

تعلمت سابقًا مسلّمة جمع القطع المستقيمة. توجد علاقة مشابهة بين قياسات الزوايا.

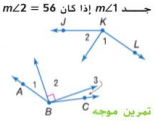
المسلّمة 11.11 مسلّمة جمع الزوايا



تقع D داخل $\angle ABC$ فقط في حالة $m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$.

مثال 1 استخدام مسلّمة جمع الزوايا

جد $m\angle 1$ إذا كان $m\angle 2 = 56$ و $m\angle JKL = 145$.



$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle JKL$	مسلّمة جمع الزوايا
$m\angle 1 + 56 = 145$	$m\angle 2 = 56$ $m\angle JKL = 145$
$m\angle 1 + 56 - 145 = 56 - 56$	خاصية الطرح في المعادلة
$m\angle 1 = 89$	التعويض

تمرين موجه

1. إذا كان $m\angle 1 = 23$ و $m\angle ABC = 131$. فجد قياس $\angle 3$، بزر كل خطوة. انظر الهامش.

ممارسات في الرياضيات

3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

6 مراعاة الدقة

Copyright © McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:30 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

1 الزوايا المتكاملة والزوايا المتتامة

يوضح **المثالان 1 و2** طريقة استخدام نظريتي الزوايا المتكاملة والزوايا المتتامة لإيجاد قياسات الزوايا المجهولة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 منشآت يستخدم عامل البناء المنقلة لقياس الزاوية التي تصنعها العارضة الخشبية مع السقف والتي تساوي 42°. ما قياس الزاوية التي صنعتها العارضة الخشبية مع الحائط؟ 48°

2 الوقت الزاوية المتكوّنة بين عقرب الساعات وعقرب الدقائق عند الساعة 4 تبلغ 120°. عندما ينصف عقرب الثواني الزاوية بين عقربي الساعات والدقائق، ماذا ستكون قياسات الزاويتين بين عقربي الدقائق والثواني وبين عقربي الثواني والساعات؟ يساوي قياس كليهما 60° بحسب تعريف مُنصف الزاوية ومسلّمة جمع الزوايا.

نصائح للمعلمين الجدد

الزوايا المتطابقة ذكر الطلاب بأنه يمكن أن تكون الزوايا متطابقة وقياساتها متساوية. لكي نقول إنّ زاويتين متساويتان، فإن هذا يعني أنهما الشيء نفسه في الشكل.

يمكن استخدام مسلّمة جمع الزوايا مع العلاقات الأخرى بين الزوايا لتوفر نظريات إضافية تتعلق بالزوايا.

النظريات

11.3 نظرية الزاويتين المتكاملتين إذا كوّنت زاويتان زوجا خطيا، فإنهما زاويتان متكاملتان.

مثال $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$

11.4 نظرية الزاويتين المتتامتين إذا شكل الضلعان غير المشتركين لزاويتين متجاورتين زاوية قائمة فإن الزاويتين تكونان متتامتين.

مثال $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$

سوف تثبت النظريتين 11.3 و 11.4 من خلال التمرينين 16 و 17 على التوالي.

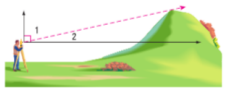
نصيحة دراسية

نظرية الزوج الخطي تعرف نظرية الزاويتين المتكاملتين أيضا باسم نظرية الزوج الخطي.

مثال من الحياة اليومية 2 استخدام الزوايا المتكاملة والمتتامة

مسح الأراضي استخدم المساح مزواة لقياس الزاوية بين مستوى نظره وقمة التلة وكانت حوالي 73°. ما قياس الزاوية بين قمة التلة والمستوى الأفقي؟ برّر كل خطوة.

الفهم أنشئ رسما للموقف. يقيس المساح الزاوية بين خط نظره والمستوى الرأسي. ارسم شعاعا رأسيا وآخر أفقيا من النقطة التي يشاهد فيها المساح التلة، ثم سمّ الزوايا الناتجة. تعرف أن الشعاعين الرأسي والأفقي يكونان زاوية قائمة.



التخطيط بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ يكونان زاوية قائمة. فيمكنك استخدام نظرية الزاويتين المتتامتين.

الحل

$m\angle 2 + m\angle 1 = 90$	نظرية الزاويتين المتتامتين
$73 + m\angle 1 = 90$	$m\angle 1 = 73$
$73 + m\angle 1 - 73 = 90 - 73$	خاصية الطرح في المعادلة
$m\angle 1 = 17$	التعويض

تكوّن قمة التل زاوية 17° مع المستوى الأفقي.

التحقق بما أننا نعرف أن مجموع الزوايا يجب أن يساوي 90، فيمكنك أن تحقق من حساباتك. إن مجموع 17 و 73 يساوي 90. ✓

مراجعة المفردات

الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 180

الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 90

الزوج الخطي عبارة عن زوج من الزوايا المتجاورة بحيث يكون ضلعاهما غير المشتركين شعاعين متقابلين

تمرين موجه

2. تكوّن الزاويتان $\angle 6$ و $\angle 7$ زوجا خطيا. إذا كان $m\angle 6 = 3x + 32$ و $m\angle 7 = 5x + 12$. فجد x و $m\angle 6$ و $m\angle 7$.

برّر كل خطوة. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية (الدرس 4-11، تمرين موجه)

1. $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = m\angle ABC$ (مسلّمة جمع الزوايا)
$23 + 90 + m\angle 3 = 131$ $(m\angle 2 = 90)$
$113 + m\angle 3 = 131$ (التعويض)
$113 + m\angle 3 - 113 = 131 - 113$ (خاصية الطرح)
$m\angle 3 = 18$ (التعويض)

632 | الدرس 4-11 | إثبات العلاقات بين الزوايا

8:30 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو أنشئ مقطع فيديو للأمثلة التي تشرحها في الصف. ثم انشر الفيديو على موقع ويب لمشاركة الفيديوهات حتى يتمكن الطلاب من مشاهدته خارج الصف.

التركيز على محتوى الرياضيات

كتابة البراهين تستخدم خاصة التماثل في البراهين غالبًا لتقليل عدد الخطوات في البرهان. تترك دقة البرهان للمعلم، ولكن سيتناول هذا الكتاب المدرسي عبارات خاصة التماثل في الوحدات المستقبلية.

2 الزوايا المتطابقة والزوايا القائمة

يوضح **المثالان 3 و4** للطلاب طريقة إثبات التطابق وإيجاد قياسات الزوايا المجهولة.

2 الزوايا المتطابقة

إن خواص الجبر التي تنطبق على تطابق القطع المستقيمة وتساوي قياساتها تنطبق أيضا على تطابق الزوايا وتساوي قياساتها.

النظرية 11.5 خواص تطابق الزاوية

خاصية الانعكاس في التطابق

$\angle 1 \cong \angle 1$

خاصية التماثل في التطابق

إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.

خاصية التعدي في التطابق

إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 3 \cong \angle 2$، فإن $\angle 3 \cong \angle 1$.

سوف تثبت خواص الانعكاس والتعدي في التطابق من خلال التمرينين 18 و19 على التوالي.

البرهان خاصية التماثل في التطابق

المعطيات: $\angle A \cong \angle B$

المطلوب إثباته: $\angle B \cong \angle A$

البرهان الحر:

يفرض أن $\angle A \cong \angle B$. وبتعريف الزوايا المتطابقة، فإن $m\angle A = m\angle B$. وباستخدام خاصية التماثل في المعادلة، فإن $m\angle B = m\angle A$. إذا، فإن $\angle B \cong \angle A$ وفقا لتعريف الزوايا المتطابقة.

يمكن تطبيق الخواص الجبرية لإثبات النظريات الخاصة بعلاقات التطابق التي تشمل على الزوايا المتكاملة والمتتامة.

النظريات

11.6 نظرية تطابق الزوايا المتكاملة الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

الاختصار إن $\measuredangle$ المكملة للزاوية $\angle$ نفسها أو $\measuredangle \cong$ تكون $\cong$.

مثال إذا كان $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$ و $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$. فإن $\angle 3 \cong \angle 1$.

11.7 نظرية تطابق الزوايا المتتامة الزاويتان المتتامتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

الاختصار إن $\measuredangle$ المتممة للزاوية $\angle$ نفسها أو $\measuredangle \cong$ تكون $\cong$.

مثال إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 90$ و $m\angle 6 + m\angle 5 = 90$. فإن $\angle 6 \cong \angle 4$.

سوف تثبت إحدى حالات النظرية 11.6 في التمرين 6.

قراءة في الرياضيات
اختصارات ورموز
الرمز $\measuredangle$ يعني الزوايا

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية (الدرس 4-11، تمرين موجه)

2. $m\angle 6 + m\angle 7 = 180$ (نظرية ≅ الزاويتين المتكاملتين)
$3x + 32 + 5x + 12 = 180$ (التعويض)
$8x + 44 = 180$ (التعويض)
$8x + 44 - 44 = 180 - 44$ (خاصية الطرح)
$8x = 136$ (التعويض)
$\frac{8x}{8} = \frac{136}{8}$ (خاصية القسمة)
$x = 17$ (التعويض)

$m\angle 6 = 3x + 32$ (معطى)
$= 3(17) + 32$ أو 83 (التعويض)
$m\angle 7 = 5x + 12$ (معطى)
$= 5(17) + 12$ أو 97 (التعويض)

633

8:30 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

البرهان إحدى حالات نظرية تطابق الزوايا المتكاملة

المعطيات: الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.
الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان.
المطلوب إثباته: $\angle 3 \cong \angle 1$
البرهان:

العبارات	المبررات
1. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان.	1. المعطيات
2. $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$; $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$	2. تعريف الزوايا المتكاملة
3. $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$	3. التعويض
4. $m\angle 2 = m\angle 2$	4. خاصية الانعكاس
5. $m\angle 1 = m\angle 3$	5. خاصية الطرح
6. $\angle 1 \cong \angle 3$	6. تعريف الزوايا المتطابقة

مثال 3 براهين باستخدام نظرية تطابق الزوايا المتتامة أو نظرية تطابق الزوايا المتكاملة

أثبت أن الزاويتين المتقابلتين بالرأس 2 و 4 في الصورة في جهة اليمين متطابقتان.

المعطيات: الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس.
المطلوب إثباته: $\angle 4 \cong \angle 2$
البرهان:

العبارات	المبررات
1. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس.	1. المعطيات
2. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ غير متجاورتين تكونتا بواسطة مستقيمات متقاطعة.	2. تعريف الزوايا المتقابلة بالرأس
3. تكوّن الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ زاوية مستقيمة.	3. تعريف الزاوية المستقيمة
تكوّن الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ زاوية مستقيمة.	4. نظرية الزاويتين المتكاملتين
4. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان. الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.	5. إنّ $\triangle$ المكملة للزاوية $\angle$ نفسها أو $\triangle$ $\cong$ تكون $\cong$.
5. $\angle 4 \cong \angle 2$	

تمرين موجه

3. في الشكل، الزاويتان $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان. أثبت أنّ الزاوية $\angle EBC \cong \angle ABD$. **انظر الهامش.**

الربط بالحياة اليومية

يستخدم مبنى جون هانكوك المكون من 100 طابق دعامات على شكل حرف X في تصميمه. وتتصل هذه الأقطار بالأعمدة الخارجية. مما يجعل انتقال قوى الرياح الشديدة إلى الأعمدة الخارجية بعيدًا عن الدعامات وعودتها ممكنًا.

المصدر: PBS

مراجعة المفردات

الزاويتان المتقابلتان بالرأس زاويتان غير متجاورتين تكونتا بواسطة مستقيمات متقاطعة

لاحظ أنه في المثال 3، الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متقابلتان بالرأس. تدعم الخلاصة الواردة في المثال نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس.

النظرية 11.8 نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس

إذا كانت الزاويتان متقابلتين بالرأس، فهما متطابقتان.

الاختصار *الزوايا المتقابلة بالرأس* $\triangle$ تكون $\cong$.

مثال $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$

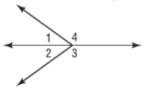
سوف تثبت النظرية 11.8 في التمرين 28.

انتبه!

الإجابة عن السؤال أرشد الطلاب إلى قراءة المسائل بعناية ليتأكدوا من تقديم المعلومات المطلوبة. في أسئلة التمرين الموجه للمثالين 2 و4، وضح أنه ينبغي على الطلاب إيجاد قياس الزاوية لا قيمة المتغير فقط. ومع ذلك، يجب عليهم استخدام قيمة المتغير للتوصل إلى الإجابة الصحيحة.

مثال إضافي

3 في الشكل، تكون $\angle 1$ و$\angle 4$ زاوية مستقيمة، و$m\angle 1 + m\angle 3 = 180$. أثبت أنّ $\angle 3$ و$\angle 4$ متطابقتان.



العبارات (المبررات)

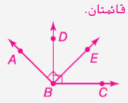
1. $m\angle 1 + m\angle 3 = 180$، تكون $\angle 1$ و$\angle 4$ زاوية مستقيمة. (معطى)
2. الزاويتان $\angle 1$ و$\angle 4$ متكاملتان. (أزواج الزوايا الخطية متكاملة)
3. الزاويتان $\angle 3$ و$\angle 1$ متكاملتان. (تعريف $\triangle$ المتكاملة)
4. $\angle 4 \cong \angle 3$ (الزاويتان المكملتان لـ $\angle$ نفسها تكونان $\cong$).

نصائح للمعلمين الجدد

الأمثلة اطلب من الطلاب التفكير في قياسات محتملة للزوايا يمكن استخدامها في نظرية تكامل الزوايا المتطابقة لتحفيزها بمثال محدد، وذلك قبل أن تشرح البرهان الشكلي.

إجابة إضافية (تمرين موجه)

3. **المعطيات:** الزاويتان $\angle ABE$ و$\angle DBC$ قائمتان.



المطلوب إثباته: $\angle ABD \cong \angle EBC$

البرهان:
العبارات (المبررات)
1. الزاويتان $\angle ABE$ و$\angle DBC$ قائمتان. (معطى)
2. $m\angle ABE = 90$; $m\angle DBC = 90$ (تعريف $\angle$ القائمة)
3. الزاويتان $\angle ABD$ و$\angle DBE$ متتامتان؛ والزاويتان $\angle DBE$ و$\angle EBC$ متتامتان. (نظرية $\cong$ الزوايا المتتامة)
4. $\angle ABD \cong \angle EBC$ (إنّ $\triangle$ المتممتين لـ $\angle$ نفسها أو $\cong$ $\triangle$ تكونان $\cong$).

319 / 59

8:30 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

مثال إضافي

4 إذا كانت الزاويتان $\angle 1$ و$\angle 2$ متقابلتين بالرأس و$m\angle 1 = d - 32$ و$m\angle 2 = 175 - 2d$. فجد $m\angle 1$ و$m\angle 2$. برّر كل خطوة.

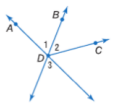
37; 37

العبارات (المبررات)

1. الزاويتان $\angle 1$ و$\angle 2$ متقابلتان بالرأس. (معطى)
2. $\angle 2 \cong \angle 1$ (إن $\measuredangle$ المتقابلتين بالرأس متطابقتان).
3. $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف التطابق)
4. $d - 32 = 175 - 2d$ (خاصية التعويض في المعادلة)
5. $3d = 207$ (خاصية الجمع في المعادلة)
6. $d = 69$ (خاصية القسمة في المعادلة)
7. $m\angle 1 = 37$ (خاصية التعويض في المعادلة)
8. $m\angle 2 = 37$ (خاصية التعويض في المعادلة)

مثال 4 استخدام الزوايا المتقابلة بالرأس

أثبت أنه إذا كان $\overrightarrow{DB}$ ينصف الزاوية $\angle ADC$، فإن $\angle 3 \cong \angle 2$.



المعطيات: ينصف $\overrightarrow{DB}$ الزاوية $\angle ADC$.

المطلوب إثباته: $\angle 3 \cong \angle 2$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. ينصف $\overrightarrow{DB}$ الزاوية $\angle ADC$.	1. المعطيات
2. $\angle 2 \cong \angle 1$	2. تعريف منصف الزوايا
3. الزاويتان $\angle 1$ و$\angle 3$ متقابلتان بالرأس.	3. تعريف الزوايا المتقابلة بالرأس
4. $\angle 1 \cong \angle 3$	4. الزوايا المتقابلة بالرأس $\measuredangle$ تكون $\cong$.
5. $\angle 3 \cong \angle 2$	5. خاصية التعدي في التطابق
6. $\angle 2 \cong \angle 3$	6. خاصية التماثل في التطابق

تمرين موجه

4. إذا كانت الزاويتان $\angle 3$ و$\angle 4$ متقابلتين بالرأس. $m\angle 3 = 6x + 2$ و $m\angle 4 = 8x - 14$. فجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$. برّر كل خطوة.

$m\angle 3 = m\angle 4$ .4 (نظرية $\measuredangle$ المتقابلة بالرأس)

$6x + 2 = 8x - 14$ (التعويض)

$6x + 2 + 14 = 8x - 14 + 14$ (خاصية الجمع)

$6x + 16 = 8x$ (التعويض)

$6x + 16 - 6x = 8x - 6x$ (خاصية الطرح)

$16 = 2x$ (التعويض)

$\frac{16}{2} = \frac{2x}{2}$ (خاصية القسمة)

$8 = x$ (التعويض)

$m\angle 3 = 6x + 2$ (معطى)

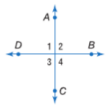
$m\angle 3 = 6(8) + 2$ أو 50 (التعويض)

$m\angle 4 = m\angle 3$ (نظرية $\measuredangle$ المتقابلة بالرأس)

$m\angle 4 = 50$ (التعويض)

يمكن استخدام النظريات الواردة في هذا الدرس لإثبات نظريات الزاوية القائمة التالية.

النظريات نظريات الزاوية القائمة

النظرية	مثال
11.9 يتقاطع المستقيمان المتعامدان ليكونا أربع زوايا قائمة. **مثال** إذا كان $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$. فإن $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ $\measuredangle$ قائمة.	
11.10 كل الزوايا القائمة متطابقة. **مثال** إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ $\measuredangle$ قائمة. فإن $\angle 4 \cong \angle 3 \cong \angle 2 \cong \angle 1$.	
11.11 المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة. **مثال** إذا كان $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$. فإن $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 4 \cong \angle 3$ و $\angle 3 \cong \angle 1$.	
11.12 إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين، فإنهما قائمتان. **مثال** إذا كانت $\angle 6 \cong \angle 5$ و $\angle 5$ مكملة للزاوية $\angle 6$، فإن $\angle 5$ و $\angle 6$ $\measuredangle$ قائمتان.	
11.13 إذا كوّنت زاويتان متطابقتان زاوية مستقيمة، فإنهما قائمتان. **مثال** إذا كوّنت $\angle 7$ و $\angle 8$ زاوية مستقيمة، فإن $\angle 7$ و $\angle 8$ $\measuredangle$ قائمتان.	

سوف تثبت النظريات من 11.9 إلى 11.13 في التمارين من 22 إلى 26.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز ق م ض م

إذا كان الطلاب يجدون صعوبة في تذكر الفرق بين الزوايا المتتامة والزوايا المتكاملة،

يمكن أن تطلب منهم كتابة قصيدة قصيرة أو نشيد إيقاعي لمساعدتهم على تذكر التعريفات.

319 / 60

8:30 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

تحقق من فهمك

مثال 1

جـــد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات التي تبرر عملك.

1-4. انظر الهامش.

1) $m\angle 2 = 26$

2. $m\angle 2 = x,\ m\angle 3 = x - 16$

3. $m\angle 4 = 3(x - 1),\ m\angle 5 = x + 7$

4. $m\angle 4 = 2x,\ m\angle 5 = x + 9$

مثال 2

5. **ركن السيارات** راجع الرسم التخطيطي لساحة السيارات الموجود في جهة اليسار. إذا علمت أن $\angle 6 \cong \angle 2$، فأثبت أن $\angle 8 \cong \angle 4$. **انظر الهامش.**

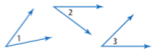
مثال 3

6. **البرهان** انسخ برهان حالة واحدة من النظرية 11.6 وأكمله.

المعطيات: الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.

المطلوب إثباته: $\angle 2 \cong \angle 1$

البرهان:



العبارات	المبررات
a. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.	a. ____؟____ المعطيات
b. $m\angle 1 + m\angle 3 = 90$; $m\angle 2 + m\angle 3 = 90$	b. ____؟____ المتتامتان تعريف $\measuredangle$
c. $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 3$	c. ____؟____ التعويض
d. $m\angle 3 = m\angle 3$	d. ____؟____ خاصية الانعكاس
e. $m\angle 1 = m\angle 2$	e. ____؟____ خاصية الطرح
f. $\angle 1 \cong \angle 2$	f. ____؟____ تعريف $\measuredangle \cong$

مثال 4

7. **فرضيات** اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\angle 7 \cong \angle 4$

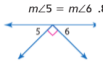
المطلوب إثباته: $\angle 6 \cong \angle 5$ **انظر الهامش.**

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3

جـــد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات المستخدمة التي تبرر عملك.

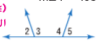
8. $m\angle 5 = m\angle 6$



$m\angle 5 = m\angle 6 = 45$ (≅ نظرية الزاويتين المتكاملتين)

9. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان. $\angle 4 \cong \angle 1$ و $m\angle 2 = 28$

10. الزاويا $\angle 2$ و $\angle 4$ و $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملة. $m\angle 4 = 105$



$m\angle 2 = 75$ و $m\angle 3 = 105$ و $m\angle 5 = 75$ (≅ نظرية الزاويتين المتكاملتين)

$m\angle 3 = 62$ و $m\angle 4 = 45$ و $m\angle 1 = 62$ (≅ نظرية الزاويتين المتتامتين والمتكاملتين)

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
ك م مبتدئ	8-15, 31, 32, 34-53	9-15 فردي، 36-39	8-14 زوجي، 31, 32, 34, 35, 40-53
ض م أساسي	9-15 فردي، 16-32, 34-53	8-15, 36-39	16-32, 34, 35, 40-53
أ م متقدم	16-48. (اختياري 49-53)		

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-7 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

1. $m\angle 1 = 90,\ m\angle 3 = 64$؛ نظرية الزاويتين المتتامتين
2. $m\angle 2 = 53,\ m\angle 3 = 37$؛ نظرية الزاويتين المتتامتين
3. $m\angle 4 = 114,\ m\angle 5 = 66$؛ نظرية الزاويتين المتكاملتين
4. $m\angle 4 = 129,\ m\angle 5 = 51$؛ نظرية الزاويتين المتكاملتين
5. **المعطيات:** $\angle 6 \cong \angle 2$
   المطلوب إثباته: $\angle 8 \cong \angle 4$
   البرهان:
   العبارات (المبررات)
   1. $\angle 6 \cong \angle 2$ (معطى)
   2. $m\angle 2 + m\angle 4 = 180$, $m\angle 6 + m\angle 8 = 180$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)
   3. $m\angle 2 + m\angle 8 = 180$ (التعويض)
   4. $m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 4 = 180 - m\angle 2,\ m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 8 = 180 - m\angle 2$ (خاصية الطرح)
   5. $m\angle 4 = 180 - m\angle 2$, $m\angle 8 = 180 - m\angle 2$ (خاصية الطرح)
   6. $m\angle 4 = m\angle 8$ (التعويض)
   7. $\angle 8 \cong \angle 4$ (تعريف $\measuredangle \cong$)
7. **المعطيات:** $\angle 7 \cong \angle 4$
   المطلوب إثباته: $\angle 6 \cong \angle 5$
   البرهان:
   العبارات (المبررات)
   1. $\angle 7 \cong \angle 4$ (معطى)
   2. $\angle 5 \cong \angle 4$ و $\angle 7 \cong \angle 6$ (نظرية $\measuredangle$ المتقابلة بالرأس)
   3. $\angle 5 \cong \angle 7$ (التعويض)
   4. $\angle 6 \cong \angle 5$ (التعويض)

319 / 61

8:30 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

جـــد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات المستخدمة التي تبرر عملك.

11. $m\angle 9 = 3x + 12$, $m\angle 10 = x - 24$

12. $m\angle 3 = 2x + 23$, $m\angle 4 = 5x - 112$

13. $m\angle 6 = 2x - 21$, $m\angle 7 = 3x - 34$

$m\angle 9 = 156$ .11
و $m\angle 10 = 24$
(≅ نظرية الزاويتين المتكاملتين)
$m\angle 3 = 113$ .12
و $m\angle 4 = 113$
(نظرية ∡ المتقابلة بالرأس)
$m\angle 6 = 73$ .13
و $m\angle 7 = 107$
و $m\angle 8 = 73$
(≅ نظرية الزاويتين المتكاملتين ونظرية ∡ المتقابلة بالرأس)

مثال 4

البرهان اكتب برهانا من عمودين. 14، 15. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

14. **المعطيات:** $\angle ABC$ زاوية قائمة.
المطلوب إثباته: الزاويتان $\angle ABD$ و $\angle CBD$ متتامتان.

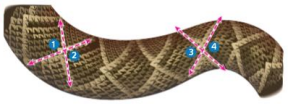
15. **المعطيات:** $\angle 6 \cong \angle 5$
أثبت أن: الزاويتان $\angle 4$ و $\angle 6$ متكاملتان.

B **اكتب برهانا لكل نظرية.** 16-19. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

16. نظرية الزاويتين المتكاملتين
17. نظرية الزاويتين المتتامتين
18. خاصية الانعكاس في تطابق الزوايا
19. خاصية التعدي في تطابق الزوايا

20. **الأعلام** انظر إلى العلم الموجود على اليسار. أثبت أن مجموع قياسات الزوايا الأربع يساوي 360. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

21. **فرضيات** الأفعى المجلجلة ذات الظهر ماسي الشكل أفعى سامة تتميز بنمط ماسي الشكل على ظهرها. يوجد تكبير لجزء من جلدها موضحا أدناه. إذا كانت $\angle 4 \cong \angle 1$. فأثبت أن $\angle 3 \cong \angle 2$. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.



البرهان استخدم الشكل لكتابة برهان كل نظرية. 22-26. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

22. النظرية 11.9
23. النظرية 11.10
24. النظرية 11.11
25. النظرية 11.12
26. النظرية 11.13

حقوق الطبع والتأليف © لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

637

8:30 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

التمثيلات المتعددة

في التمرين 30. سيستخدم الطلاب رسومات هندسية، ووصفًا لفظيًا، وبرهانًا لاستكشاف الزوايا في مثلث.

ملاحظات لحل التمرين

فرجار ومنقلة ومسطرة مستقيمة يتطلب التمرينان 30 و31 أن يستخدم الطلاب فرجارًا ومنقلة ومسطرة مستقيمة.

إجابات إضافية

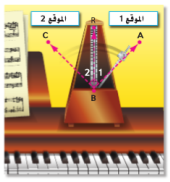
27. بما أنّ مسار البندول يصنع زاوية قائمة، فإنّ $\angle ABC$ زاوية قائمة أو يبلغ قياسها 90. وبما أنّ $\overline{BR}$ يقسم $\angle ABC$ إلى $\angle ABR$ و$\angle CBR$. وحسب مسلّمة جمع الزوايا، فإنّ $m\angle ABR + m\angle CBR = m\angle ABC$. وباستخدام التعويض $m\angle ABR + m\angle CBR = 90$. وبالتعويض مرة أخرى، $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$. سنحصل على $m\angle 1$ يساوي 45. وبالتعويض، $45 + m\angle 2 = 90$. وباستخدام خاصية الطرح، $45 - 45 + m\angle 2 = 90 - 45$، أو $m\angle 2 = 45$. وبما أنّ $m\angle 1$ و$m\angle 2$ متساويتان، يكون $\overline{BR}$ منصف $\angle ABC$ وذلك حسب تعريف منصف الزاوية.

28. المعطيات: الزاويتان $\angle 1$ و$\angle 3$ متقابلتان بالرأس.

المطلوب إثباته: $\angle 3 \cong \angle 1$

البرهان: بما أنّ الزاويتين $\angle 1$ و$\angle 3$ متقابلتان بالرأس، فهذا يعني أنهما تكوّنتا بواسطة مستقيمين متقاطعين. ثم نعرف أنّ $\angle 1$ و$\angle 2$ تشكلان زاوية مستقيمة وكذلك أنّ $\angle 2$ و$\angle 3$ تشكلان زاوية مستقيمة. وحسب النظرية 11.3، فإن الزاويتين $\angle 1$ و$\angle 2$ متكاملتان وكذلك $\angle 2$ وكذلك الزاويتان $\angle 3$ متكاملتان. وحسب خاصية التعدي في التطابق، فإنّ $\angle 3 \cong \angle 1$.

35. نموذج الإجابة: بما أنّ المنطقة تحتوي على مقياس كل من الزاوية الحادة والمنفرجة في الأعلى، فإنّ الزاوية المكمّلة تساوي قياس الزاوية المعلومة على المقياس الآخر.



27. **فرضيات** لتحديد إيقاع معين، تم تعديل وزن بندول الساعة بحيث يتأرجح بمعدل معين. افترض أنّ زاوية $\angle ABC$ الواردة في الصورة قائمة. وإذا كان $m\angle 1 = 45$، فاكتب برهانًا حرًا لإثبات أنّ $\overline{BR}$ ينصف $\angle ABC$. **انظر الهامش.**

28. **البرهان** اكتب برهانًا للنظرية 11.8. **انظر الهامش.**

29 **الجغرافيا** تشترك يوتا وكولورادو وأريزونا ونيومكسيكو في نقطة مشتركة على حدودها تسمى الزوايا الأربع. هذا هو المكان الوحيد الذي تلتقي فيه أربع ولايات في نقطة واحدة. إذا كانت $\angle 2$ زاوية قائمة، فأثبت أن المستقيمين ℓ وm متعامدان. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

30. **التمثيلات المتعددة** سنستكشف في هذه المسألة العلاقات بين الزوايا.

a. هندسيًا ارسم الزاوية القائمة ABC. ضع النقطة D داخل هذه الزاوية. وارسم $\overrightarrow{BD}$. ثم ارسم $\overline{KL}$ وأنشئ $\angle JKL$ مطابقة للزاوية $\angle ABD$.

b. لفظيًا ضع تخمينًا للعلاقة بين $\angle JKL$ و$\angle DBC$.

c. منطقيًا أثبت تخمينك. **a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

مسائل مهارات التفكير العليا: استخدام مهارات التفكير العليا

31. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم الزاوية WXZ حيث يكون $m\angle WXZ = 45$، ثم أنشئ $\angle YXZ$ مطابقة لـ $\angle WXZ$. ضع تخمينًا حول قياس $\angle WXY$. أثبت تخمينك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

32. **الكتابة في الرياضيات** اكتب الخطوات التي ستستخدمها لإكمال البرهان أدناه.

المعطيات: $AB = \frac{1}{2}BD$، $\overline{BC} \cong \overline{CD}$

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

نموذج الإجابة: أولا، أثبت أن $BC = CD$ و $BC + CD = BD$. ثم استخدم التعويض لتثبت أن $CD + CD = BD$

33. **تحفيز** تم إثبات حالة واحدة من حالات نظرية تطابق الزوايا المتكاملة في هذا الدرس. وقد أثبت في التمرين 6 الحالة نفسها لنظرية تطابق الزوايا المتتامة. اشرح سبب وجود حالة أخرى لكل نظرية من هاتين النظريتين. ثم اكتب برهانًا للحالة الثانية من كل نظرية. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.** **وأن $2CD = BD$.**

34. **التبرير** حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم لا تصح أبدًا. اشرح تبريرك.

إذا كانت إحدى الزوايا المتكونة من خلال مستقيمين متقاطعين حادة، فإن الزوايا الثلاثة الأخرى المتكونة تكون حادة أيضًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

استخدم القسمة لتثبت أن $CD = \frac{1}{2}BD$، وهكذا $AB = CD$. وهذا يعني أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

35. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف يمكنك استخدام المنقلة لإيجاد قياس الزاوية المكملة لزاوية أخرى بطريقة سريعة. **انظر الهامش.**

التدريس المتمايز

توسع جـــد $m\angle C$ إذا كانت $\angle A \cong \angle C$ و$m\angle A = 3x$ و$m\angle B = x + 20$. و$\angle A$ و$\angle B$ متكاملتين. تحقق من إجابتك.

1. $m\angle A + m\angle B = 180$ (تعريف $\measuredangle$ المتكاملتين)
2. $3x + x + 20 = 180$ (التعويض)
3. $x = 40$ (التعويض)
4. $m\angle A = m\angle C$ (تعريف $\cong$ $\measuredangle$)
5. $m\angle C = 3x$ (التعويض)
6. $m\angle C = 3(40)$ (التعويض)
7. $m\angle C = 120$ (التعويض)

319 / 63

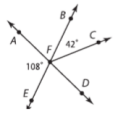
8:30 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

تدريب على الاختبار المعياري

36. إجابة شبكية ما منوال هذه مجموعة البيانات هذه؟ **4**

4 ,1 ,0 ,4 , 1 ,2− ,3 ,4

37. جـــد قياس $\angle CFD$. **A**



A 66° C 108°
B 72° D 138°

38. الجبر بسط. **H**

$$4(3x - 2)(2x + 4) + 3x^2 + 5x - 6$$

F $9x^2 + 3x - 14$
G $9x^2 + 13x - 14$
H $27x^2 + 37x - 38$
J $27x^2 + 27x - 26$

39. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول يقع منزل وفاء عند (3, 0) بينما يقع مجمع تجاري عند النقطة (0, 4)، وذلك على شبكة إحداثيات تمثل كل وحدة فيها كيلومترًا واحدًا. فما المسافة بين منزل وفاء والمجمع التجاري؟ **B**

A 3 km D 13 km
B 5 km E 25 km
C 12 km

مراجعة شاملة

40. الخرائط يوجد في الخريطة مقياسا يوضح الكيلومترات بالأعلى والأميال بالأسفل.

افترض أن $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ قطعتان مستقيمتان. إذا كان $AB = 100$ كيلومتر و $CD = 62$ كيلو متر. فهل $\overline{AB} \cong \overline{CD}$؟ اشرح. (الدرس 3-11) **انظر الهامش.**

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة. (الدرس 4-11)

41. إذا كان $y = -2$، فإن $5 + 7 = y$. **خاصية الطرح**

42. إذا كان $MN = PQ$، فإن $PQ = MN$. **خاصية التماثل**

43. إذا كان $a - b = x$ و $b = 3$، فإن $a - 3 = x$. **التعويض**

44. إذا كان $x(y + z) = 4$، فإن $xy + xz = 4$. **خاصية التوزيع**

مثل كل دالة بيانيًا. حدّد المجال والمدى.

45-46. انظر ملحق الإجابات

45. $f(x) = 3(4)^x$

46. $f(x) = 2^{3x} - 3$

حل كل من المعادلات التالية.

47. $2^{x-1} = 8^{x+3}$ **−5**

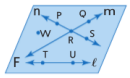
48. $5^{2x+12} = 25^{10x-12}$ **2**

D = {كل الأعداد الحقيقية}؛
R = {$f(x)$ | $f(x) > 0$}

D = {كل الأعداد الحقيقية}؛
R = {$f(x)$ | $f(x) > -3$}

مراجعة المهارات

ارجع إلى الشكل.



49. سمّ مستقيما يحتوي على النقطة P. **المستقيم n**

50. سمّ تقاطع المستقيمين n و m. **النقطة R**

51. سمّ نقطة لا تقع على أي من المستقيمات ℓ أو m أو n. **النقطة W**

52. ما الاسم الآخر للمستقيم n؟ **نموذج الإجابة: $\overleftrightarrow{PR}$**

53. هل يتقاطع المستقيم ℓ مع المستقيم m أو المستقيم n؟ اشرح. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب

الطلاب زوّد الطلاب بقائمة بالنظريات الواردة في هذه الوحدة. واطلب من كل طالب اختيار نظرية وكتابة ملخص عنها بدون استخدام كتبهم. ثم اطلب منهم تسليم ملخصاتهم أثناء مغادرتهم لغرفة الصف.

إجابات إضافية

40. نعم؛ فوفقًا للمقياس، فإن 100 km و 62 mi متساويان في الطول. مما يعني أنّ $AB = CD$. وحسب تعريف التطابق، فإنّ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

53. نعم؛ إنه يقطع كلا المستقيمين m و n عندما تمتد المستقيمات الثلاثة.

319 / 64

8:30 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

مراجعة درس بدرس

التدخل التقويمي اليومي إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض الموضوعات التي تتناولها الأسئلة، فذكر الطلاب بأن مراجعة الصفحات ترشدهم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

خيار اليومين اطلب من الطلاب إكمال مراجعة درس بدرس، ثم يمكنك استخدامها لتخصيص ورقة عمل مراجعة أخرى تتناول كل أهداف هذه الوحدة أو الأهداف التي يحتاج فيها طلابك إلى المزيد من المساعدة فقط.

إجابات إضافية

5. غير صحيحة على الإطلاق؛ إذا تقاطع مستويان، فإنهما يكوّنان مستقيما.
6. أحيانًا؛ إذا كانت النقاط الثلاثة على استقامة واحدة، فستقع في عدة مستويات، لكن إذا لم تكن على استقامة واحدة، فستقع في مستوى واحد فقط.
7. دائمًا؛ إذا احتوى مستوى على مستقيم، فإن كل نقطة من هذا المستقيم تقع في المستوى.
8. أحيانًا، إذا كانت الزوايا متجاورة، فستكوّن زاوية قائمة، لكنها إذا كانت غير متجاورة، فلن تكوّن زاوية قائمة.
9. 15 مصافحة؛

16. **العبارات (المبررات)**
    1. $PQ = RS,\ PQ = 5x + 9,\ RS = x - 31$ (معطى)
    2. $5x + 9 = x - 31$ (خاصية التعويض)
    3. $4x + 9 = -31$ (خاصية الطرح)
    4. $4x = -40$ (خاصية الطرح)
    5. $x = -10$ (خاصية القسمة)

11-1 المسلّمات والبراهين الحرة

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائمًا*، أم أحيانًا، أم غير صحيحة *على الإطلاق*. اشرح. 5-9. انظر الهامش.

5. يتقاطع المستويان في نقطة واحدة.
6. تقع ثلاث نقاط في أكثر من مستوى واحد.
7. إذا كان المستقيم m يقع في المستوى X ويمر المستقيم m بالنقطة Q، فإن النقطة Q تقع في المستوى X.
8. إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإنهما تشكلان زاوية قائمة.
9. **التواصل** جرى تقديم ستة أشخاص في مؤتمر عمل. فإذا صافح كل شخص بقية الأشخاص، فما عدد المصافحات التي تبادلها هؤلاء الأشخاص؟ ضمن نموذجا يدعم تبريرك.

مثال 1

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائمًا*، أم أحيانًا، أم *غير صحيحة على الإطلاق*. اشرح.

a. *إذا وقعت النقاط X و Y و Z في المستوى R، فإن هذه النقاط لا تقع على استقامة واحدة.*

أحيانًا. حقيقة أنّ النقاط X و Y و Z تقع في المستوى R لا تتضمن ما إذا كانت هذه النقاط تقع على استقامة واحدة أم لا.

b. يمر مستقيم واحد فقط بالنقطتين *A* و*B*.

دائمًا؛ حسب المسلّمة 1-11. يوجد مستقيم واحد فقط يمر بنقطتين.

11-2 البرهان الجبري

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.

10. إذا كان $7(x - 3) = 35$، فإن $35 = 7(x - 3)$. خاصية التماثل
11. إذا كان $2x + 19 = 27$، فإن $2x = 8$. خاصية الطرح
12. $5(3x + 1) = 15x + 5$ خاصية التوزيع
13. $7x - 2 = 7x - 2$ خاصية الانعكاس
14. إذا كان $2x + 8 = 12$ و $2x + 8 = 3y$، فإن $3y = 12$. خاصية التعدي
15. اتبع البرهان التالي وأكمله.

المعطيات: $6(x - 4) = 42$

المطلوب إثباته: $x = 11$

العبارات	المبررات
a. $6(x - 4) = 42$	a. ؟ المعطيات
b. $6x - 24 = 42$	b. ؟ خاصية التوزيع
c. $6x = 66$	c. ؟ خاصية الجمع
d. $x = 11$	d. ؟ خاصية القسمة

16. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أنه إذا كان $PQ = RS$، و $PQ = 5x + 9$، و $RS = x - 31$، فإن $x = -10$. انظر الهامش.
17. **درجات الطلاب** حصل فالح في اختبارات هذا الربع على درجة مساوية لخليفة. وحصل خليفة في اختبارات هذا الربع على درجة مساوية لحمد. ما الخاصية التي تثبت أن فالح وحمد حصلا على درجات متساوية؟ خاصية التعدي

مثال 2

اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\frac{5x - 3}{6} = 2x + 1$

المطلوب إثباته: $x = -\frac{9}{7}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. $\frac{5x - 3}{6} = 2x + 1$	1. المعطيات
2. $5x - 3 = 6(2x + 1)$	2. خاصية الضرب في المعادلة
3. $5x - 3 = 12x + 6$	3. خاصية التوزيع في المعادلة
4. $-3 = 7x + 6$	4. خاصية الطرح في المعادلة
5. $-9 = 7x$	5. خاصية الطرح في المعادلة
6. $-\frac{9}{7} = x$	6. خاصية القسمة في المعادلة
7. $x = -\frac{9}{7}$	7. خاصية التماثل في المعادلة

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لشركة ماكجروهيل للتعليم
McGraw-Hill Education

8:30 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

18. العبارات (المبررات)
1. X نقطة منتصف $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$. (معطى)
2. $\overline{WX} \cong \overline{YX}$, $\overline{VX} \cong \overline{ZX}$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $WX = YX$, $VX = ZX$ (تعريف $\cong$)
4. $VX = VW + WX$, $ZX = ZY + YX$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
5. $VW + WX = ZY + YX$ (التعويض)
6. $VW = ZY$ (خاصية الطرح)

19. العبارات (المبررات)
1. $AB = DC$ (معطى)
2. $BC = BC$ (خاصية الانعكاس)
3. $AB + BC = DC + BC$ (خاصية الجمع)
4. $AB + BC = AC$, $DC + BC = DB$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
5. $AC = DB$ (التعويض)

24. العبارات (المبررات)
1. $\angle 1 \cong \angle 4$, $\angle 2 \cong \angle 3$ (معطى)
2. $m\angle 1 = m\angle 4$, $m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف $\cong$)
3. $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 3 + m\angle 4$ (خاصية الجمع)
4. $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle AFC$, $m\angle 3 + m\angle 4 = m\angle EFC$ (مسلّمة جمع $\angle$)
5. $m\angle AFC = m\angle EFC$ (التعويض)
6. $\angle AFC \cong \angle EFC$ (تعريف $\cong$)

11-3 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

مثال 3

اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: B نقطة منتصف $\overline{AC}$.
C نقطة منتصف $\overline{BD}$.

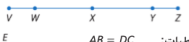
المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

البرهان:

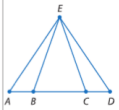
العبارات	المبررات
1. B نقطة منتصف $\overline{AC}$.	1. المعطيات
2. $\overline{AB} \cong \overline{BC}$	2. تعريف نقطة المنتصف
3. C نقطة منتصف $\overline{BD}$.	3. المعطيات
4. $\overline{BC} \cong \overline{CD}$	4. تعريف نقطة المنتصف
5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	5. خاصية التعدي في المعادلة

اكتب برهانًا من عمودين. 18. 19. انظر الهامش

18. **المعطيات:** X نقطة منتصف $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$.
المطلوب إثباته: $VW = ZY$



19. **المعطيات:** $AB = DC$
المطلوب إثباته: $AC = DB$



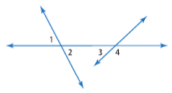
20. **الجغرافيا** يخطط فهد إلى القيادة من منزله إلى منزل جدته عبر الطريق السريع 35. تقدّر الخريطة التي يستخدمها المسافة من منزله حتى موقع آخر بـ 194 km ومن ذلك الموقع حتى منزل جدته بـ 243 km. ماذا سمح له باستنتاج أن المسافة التي سيقودها ستبلغ 437 km من منزله حتى منزل جدته؟ افترض أن الطريق السريع 35 يشكل مستقيمًا.

مسلّمة جمع القطع المستقيمة

11-4 إثبات العلاقات بين الزوايا

مثال 4

جد قياس كل زاوية مرقمة إذا كان $m\angle 1 = 72$ و $m\angle 3 = 26$.



$m\angle 2 = 72$. بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

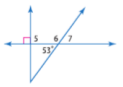
شكل $\angle 3$ و $\angle 4$ زوجا خطيا وينبغي أن تكونا زاويتين متكاملتين.

$26 + m\angle 4 = 180$ تعريف الزوايا المتكاملة

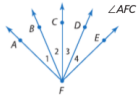
$m\angle 4 = 154$ اطرح 26 من كل طرف

جد قياس كل زاوية.

21. $\angle 5$ 90
22. $\angle 6$ 127
23. $\angle 7$ 53



24. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين. انظر الهامش
المعطيات: $\angle 3 \cong \angle 4$, $\angle 2 \cong \angle 1$
المطلوب إثباته: $\angle AFC \cong \angle EFC$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:30 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

التقويم الختامي

استخدم اختبارات الوحدة البديلة ذات المستويات المتعددة لتمييز التقويم لطلابك.

إجابات إضافية

5. $m\angle 1 = 48$, $m\angle 2 = 42$, نظرية الزاويتين المتتامتين؛ $\cong$ $m\angle 3 = 90$، معطى.
6. $m\angle 7 = 81$, $m\angle 8 = 99$, نظرية الزاويتين المتكاملتين؛ $\cong$ $m\angle 5 = 81$, $m\angle 6 = 99$ نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس
7. إذا كانت زاوية ما حادة، فإن قياسها يكون أقل من 90.
8. إذا كان مستقيمان متعامدين، فإنهما يكونان زوايا قائمة.

إجابات إضافية (تدريب على الاختبار)

14. 84؛ نظرية الزوايا الداخلية المتتالية
15. 138؛ نظرية الزاويتين المتكاملتين
16. 42؛ نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة
18. $j \parallel k$؛ عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين.
19. لا يمكن إثبات $\parallel$ أي مستقيمين.
20. $p \parallel q$؛ عكس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة

تدريب على الاختبار

1. **البرهان** انسخ البرهان التالي وأكمله.
المعطيات: $3(x - 4) = 2x + 7$
المطلوب إثباته: $x = 19$
البرهان:

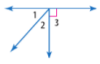
العبارات	المبررات
a. $3(x - 4) = 2x + 7$	a. معطى
b. $3x - 12 = 2x + 7$	b. ____؟____ خاصية التوزيع
c. ____؟____ $x - 12 = 7$	c. خاصية الطرح
d. $x = 19$	d. ____؟____ خاصية الجمع

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائما*، أم أحيانًا، أم غير صحيحة على *الإطلاق*.

2. تكوّن الزاويتان المتكاملتان زوجا خطيًا. أحيانًا
3. إذا وقعت النقطة B بين النقطتين A و C، فإن $AC + AB = BC$. أبدًا
4. إذا تقاطع مستقيمان وكوّنا زوايا متجاورة متطابقة، فإن المستقيمين متعامدان. دائمًا

جد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات التي تبرر عملك.

5. $m\angle 1 = x$, $m\angle 2 = x - 6$



6. $m\angle 7 = 7x + 15$, $m\angle 8 = 8x$

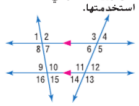
اكتب كل عبارة في صورة "إذا، فإن".

7. قياس الزاوية الحادة أقل من 90. 7. انظر الهامش.
8. يتقاطع المستقيمان المتعامدان ليكوّنا زوايا قائمة. 8. انظر الهامش.
9. **الاختيار من متعدد** إذا احتوى المثلث على زاوية منفرجة واحدة، فإنه مثلث منفرج الزاوية.
أي العبارات التالية هي المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية أعلاه؟ C
A إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.
B إذا لم يحتو المثلث على زاوية منفرجة واحدة، فإنه ليس مثلثًا منفرج الزاوية.
C إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه لا يحتوي على أي زاوية منفرجة.
D إذا كان المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

حدّد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المعطاة.

10. $G(8, 1)$, $H(8, -6)$ غير معرف
11. $A(0, 6)$, $B(4, 0)$ $-\frac{3}{2}$
12. $E(6, 3)$, $F(-6, 3)$ 0
13. $E(5, 4)$, $F(8, 1)$ -1

في الشكل . $m\angle 8 = 96$ و $m\angle 12 = 42$. جد قياس كل زاوية . اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.



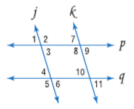
14. $\angle 9$
15. $\angle 11$
16. $\angle 6$

14-16. انظر الهامش.

17. جد قيمة x في الشكل أدناه.

حدّد أي مستقيمين، إن وجدا، متوازيين بناءً على المعلومات التالية. واذكر المسلّمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

18. $\angle 4 \cong \angle 10$
19. $\angle 9 \cong \angle 6$
20. $\angle 7 \cong \angle 11$



18-20. انظر الهامش.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح ماكجرو هيل للتعليم

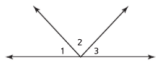
8:31 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

الوحدة 11 تدريب على الاختبارات المعيارية

الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. في الرسم التخطيطي أدناه، $\angle 3 \cong \angle 1$. F



أي من الخلاصات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟

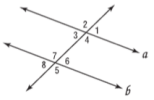
F $m\angle 1 - m\angle 2 + m\angle 3 = 90$

G $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 180 = 3$

H $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$

J $m\angle 2 - m\angle 1 = m\angle 2 - m\angle 3$

2. إذا كان $a \parallel b$ في الرسم التخطيطي أدناه. فأي الاستنتاجات التالية صحته ليست مؤكدة؟ D



A $\angle 1 \cong \angle 3$

B $\angle 4 \cong \angle 7$

C $\angle 2 \cong \angle 5$

D $\angle 8 \cong \angle 2$

3. في الرسم التخطيطي. يتقاطع $\overline{BD}$ مع $\overline{AE}$ في النقطة C. أي من الخلاصات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟ D

A $\angle ACB \cong \angle ECD$

B تكون $\angle ACB$ و $\angle ACD$ زوجا خطيا.

C $\angle BCE$ و $\angle ACD$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

D $\angle BCE$ و $\angle ECD$ زاويتان متتامتان.

4. ما التأثير في التمثيل البياني للمعادلة $y = x^2 + 4$ عندما تتغير إلى $y = x^2 - 3$؟ H

F يتغير ميل التمثيل البياني.

G يزيد عرض التمثيل البياني.

H لا يتغير شكل التمثيل البياني. وتنتقل رأسه إلى الأسفل.

J لا يتغير شكل التمثيل البياني. وتنتقل رأسه إلى اليسار.

5. ما المعادلة التي تنتج أضيق قطع مكافئ عند تمثيلها بيانيا؟ C

A $y = 3x^2$

B $y = \frac{3}{4}x^2$

C $y = 6 - x^2$

D $y = -\frac{3}{4}x^2$

6. ما التأثير في التمثيل البياني للمعادلة $y = 3x^2$ عندما تتغير إلى $y = 2x^2$؟ J

F التمثيل البياني لـ $y = 2x^2$ انعكاس للتمثيل البياني لـ $y = 3x^2$ عبر المحور y.

G يدور التمثيل البياني بمقدار 90 درجة حول نقطة الأصل.

H يقل عرض التمثيل البياني.

J يزيد عرض التمثيل البياني.

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 3 *المثال المضاد* هو مثال يستخدم لإثبات أن العبارة المعطاة ليست صحيحة دائما.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

319 / 73

8:31 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 1-12 استخدام العلاقات بين القطعة المستقيمة والزاوية لإثبات النظريات.

الدرس 1-12 تحديد العلاقة بين مستقيمَين أو مستويَين. ذكر أزواج الزوايا الناتجة عن المستقيمات المتوازية والقواطع.

بعد الدرس 1-12 استخدام ميول معادلات المستقيمات لاستكشاف العلاقات الهندسية، بما في ذلك المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

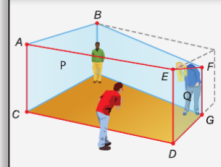
كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- هل تظهر الأشياء أكبر من حجمها الحقيقي في مقدمة غرفة إيمان أم في جزئها الخلفي؟ في المقدمة
- كيف تظهر المستقيمات المائلةُ الأشياءَ أكبرَ أو أصغر من حجمها الحقيقي؟ الإجابة النموذجية: تنفير المسافة بين المستقيمات. فعندما تقترب المستقيمات من بعضها، تظهر الأشياء الواقعةُ بينها بحجم أكبر. وعندما تبتعد عن بعضها، تظهر الأشياء بحجم أصغر.

12-1 المستقيمات المتوازية والمتقاطعة

السابق	الحالي	لماذا؟
• استخدمت العلاقات بين الزوايا والقطع المستقيمة لإثبات النظريات.	1 تحديد العلاقات بين مستقيمين أو مستويين. 2 تعيين أزواج الزوايا المتكونة من المستقيمات المتوازية والمتقاطعة.	• في غرفة إيمان، يخيّل أن هناك شخصا يقف في الركن الأيمن أكبر حجما بكثير من شخص يقف في الركن الأيسر. من خلال ثقب أمامي ينظر منه، يظهر الجداران الأمامي والخلفي متوازيين، بينما هما في الحقيقة مائلان. ويظهر السقف والأرضية أفقيّين، بينما هما في الحقيقة مائلان.



المفردات الجديدة

- مستقيمات متوازية parallel lines
- مستقيمات متخالفة skew lines
- مستويات متوازية parallel planes
- قاطع transversal
- زوايا داخلية interior angles
- زوايا خارجية exterior angles
- زوايا داخلية متتالية consecutive interior angles
- زوايا داخلية متبادلة alternate interior angles
- زوايا خارجية متبادلة alternate exterior angles
- زوايا متناظرة corresponding angles

ممارسات في الرياضيات

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها. بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 العلاقات بين المستقيمات والمستويات

في تصميم غرفة إيمان المذكورة أعلاه، يتم استخدام مستقيمات متقاطعة ومتوازية ومتخالفة، إضافة إلى مستويات متقاطعة ومتوازية، لعمل خدعة بصرية.

المفاهيم الأساسية التوازي والتخالف

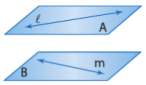
المستقيمات المتوازية هي مستقيمات متحدة المستوى غير متقاطعة.

مثال $\overline{JK} \parallel \overline{LM}$

يتم استخدام الأسهم لتبين أن المستقيمين متوازيان.

المستقيمات المتخالفة هي مستقيمات غير متقاطعة وليست متحدة المستوى.

مثال المستقيمان m، ℓ مستقيمان متخالفان.



المستويات المتوازية هي مستويات غير متقاطعة.

مثال المستويان B، A مستويان متوازيان.

$\overline{JK} \parallel \overline{LM}$ يقرأ كما يلي: المستقيم JK يوازي المستقيم LM.

فإذا كانت القطع المستقيمة أو الشعاعات متضمنة في المستقيمات المتوازية أو المتخالفة، تكون القطع المستقيمة أو الشعاعات متوازية أو متخالفة.

مثال 1 من الحياة اليومية تحديد العلاقات المتوازية والمتخالفة

حدد كلاً مما يلي باستخدام قطعة الجين أدناه.

a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{JP}$

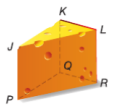
$\overline{LR}$ و $\overline{KQ}$

b. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{KL}$

$\overline{JP}$ أو $\overline{PR}$ أو $\overline{PQ}$

c. مستوى متوازٍ مع المستوى PQR

المستوى JKL هو المستوى الوحيد المتوازي مع المستوى PQR.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:31 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

1 العلاقات بين المستقيمات والمستويات

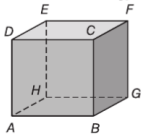
المثال 1 يوضح طريقة تحديد العلاقات بين المستويات المتوازية. وعلى الطلاب أن يكونوا قادرين على تحديد المستوى في الرسم وكذا كل المستويات الموازية له.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 حدد كلاً مما يلي باستخدام الصندوق أدناه.



a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع القطعة المستقيمة $\overline{BC}$ $\overline{AD}$ و $\overline{EH}$ و $\overline{FG}$.

b. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{EH}$ $\overline{AB}$ أو $\overline{CD}$ أو $\overline{BG}$ أو $\overline{CF}$

c. مستوى متواز مع المستوى ABG المستوى CDE

2 العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة

المثال 2 يوضح طريقة تحديد العلاقات بين الزوايا من خلال مجموعة من المستقيمات المتوازية التي يقطعها مستقيم قاطع. ويوضح **المثال 3** طريقة تحديد مجموعات من المستقيمات يقطع كلا منها قاطعٌ معلوم.

انتبه!

القطع المستقيمة عندما تريد أن تقرر ما إذا كانت القطع المستقيمة متقاطعة، لا تمدد المستقيمات لتقرر إذا ما كانت ستتقاطع إذا استمرت لمسافة أكبر. فالقطع المستقيمة أطوالها ثابتة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة التفاعلية البيضاء ارسم شكلا ثلاثي الأبعاد على اللوحة (مثل منشور مستطيل أو هرم مربع). اختر بعض الطلاب للتوجه إلى اللوحة ومن ثم وضع علامات مميّزة على الحواف الموازية لبعضها البعض.

تمرين موجه

حدد كلا مما يلي باستخدام المكعب الموضح.

1A. كل القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overleftrightarrow{BC}$ $\overline{AF}, \overline{DE}, \overline{FG}, \overline{HE}$

1B. قطعة مستقيمة متوازية مع $\overline{FG}$ أو $\overline{AB}, \overline{CD}, \overline{EH}$

1C. كل المستويات المتوازية مع المستوى DCH المستوى ABG

انتبه!

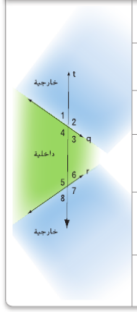
المتوازي مقابل المتخالف

في سؤال التحقق من تقدمك 1A، $\overline{FE}$ ليس متخالفا مع $\overline{BC}$. بدلا من ذلك، هذان المستقيمان متوازيان في المستوى BCF

2 العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة

القاطع المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر على مستوى واحد عند نقطتين مختلفتين يسمى **قاطعا** في الرسم التخطيطي أدناه، المستقيم t يعتبر قاطعا للمستقيمين q و r. لاحظ أن المستقيم t يكون ثماني زوايا مع المستقيمين q و r. وهذه الزوايا وأزواج محددة منها يتم تسميتها بأسماء خاصة.

المفهوم الأساسي العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة



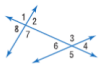
أربع **زوايا داخلية** تقع في المنطقة بين المستقيمين q و r.	$\angle 3$ و $\angle 5$. $\angle 4$ و $\angle 6$
أربع **زوايا خارجية** تقع في المنطقتين اللتين ليستا بين المستقيمين q و r.	$\angle 1$ و $\angle 7$. $\angle 2$ و $\angle 8$
الزوايا الداخلية المتتالية هي الزوايا الداخلية التي تقع على نفس الضلع من القاطع t.	$\angle 4$ و $\angle 3$. $\angle 5$ و $\angle 6$
الزوايا الداخلية المتبادلة هي الزوايا الداخلية غير المتجاورة التي تقع على جهتين مختلفتين للقاطع t.	$\angle 3$ و $\angle 5$. $\angle 4$ و $\angle 6$
الزوايا الخارجية المتبادلة هي الزوايا الخارجية غير المتجاورة التي تقع على جهتين مختلفتين للقاطع t.	$\angle 1$ و $\angle 7$. $\angle 2$ و $\angle 8$
الزوايا المتناظرة تقع على نفس الضلع للقاطع t وعلى نفس الضلع للمستقيمين q و t.	$\angle 1$ و $\angle 5$. $\angle 2$ و $\angle 6$. $\angle 3$ و $\angle 7$. $\angle 4$ و $\angle 8$

قراءة في الرياضيات

الزوايا الداخلية لنفس الضلع الزوايا الداخلية المتتالية تسمى أيضا الزوايا الداخلية لنفس الضلع.

مثال 2 تصنيف العلاقات بين أزواج الزوايا

ارجع إلى الشكل أدناه. صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها *زوايا داخلية متبادلة* أو *زوايا خارجية متبادلة* أو *زوايا متناظرة* أو *زوايا داخلية متتالية*.



a. $\angle 1$ و $\angle 5$ خارجية متبادلة

b. $\angle 7$ و $\angle 6$ داخلية متتالية

c. $\angle 2$ و $\angle 4$ متناظرة

d. $\angle 2$ و $\angle 6$ داخلية متبادلة

تمرين موجه

2A. $\angle 3$ و $\angle 7$ **2B.** $\angle 5$ و $\angle 7$ **2C.** $\angle 4$ و $\angle 8$ **2D.** $\angle 2$ و $\angle 3$

2A. داخلية متبادلة
2B. متناظرة
2C. خارجية متبادلة
2D. داخلية متتالية

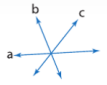
McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

8:31 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

عندما يمكن أن يكون أكثر من مستقيم واحد قاطع حدد أولا القاطع لزوج معطى من الزوايا من خلال تحديد موقع المستقيم الواصل بين رؤوس الزوايا.

نصيحة دراسية

مثال خارج عن التعريف في الشكل أدناه، المستقيم c ليس قاطعا للمستقيمين a و b، حيث إن المستقيم c يقطع المستقيمين a و b في نقطة واحدة فقط.



مثال 3 تحديد المتقاطعات وتصنيف أزواج الزوايا

حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا في الصورة، ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.

a. $\angle 1$ و $\angle 3$

القاطع الواصل بين $\angle 1$ و $\angle 3$ هو المستقيم h.
هذه زوايا خارجية متبادلة.

b. $\angle 5$ و $\angle 6$

القاطع الواصل بين $\angle 5$ و $\angle 6$ هو المستقيم k.
هذه زوايا داخلية متبالية.

c. $\angle 2$ و $\angle 6$

القاطع الواصل بين $\angle 2$ و $\angle 6$ هو المستقيم ℓ.
هذه زوايا متناظرة.

تمرين موجه

3A. $\angle 3$ و $\angle 5$

3B. $\angle 2$ و $\angle 8$

3C. $\angle 5$ و $\angle 7$

3D. $\angle 2$ و $\angle 9$

3A. المستقيم j؛ خارجية متبادلة
3B. المستقيم ℓ؛ داخلية متبادلة
3C. المستقيم k؛ متناظرة
3D. المستقيم ℓ؛ داخلية متناظرة

التحقق من فهمك

مثال 1

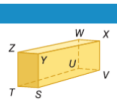
4a. المستوى $ABCD \parallel$ المستوى $FGHE$؛ المستوى $ADEF \parallel$ المستوى $BCHG$؛ المستوى $DCHE \parallel$ المستوى $ABGF$

4b. $\overline{CH}$ و $\overline{BG}$ و $\overline{AF}$

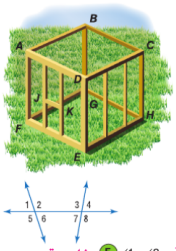
4c. الإجابة النموذجية: $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$

4d. الإجابة النموذجية: $\overline{JK}$ و $\overline{BG}$؛ $\overline{JK}$ و $\overline{CH}$

ارجع إلى الشكل في اليسار لتحديد كلّ مما يلي.



1. مستوى متوازٍ مع المستوى ZWX TUV
2. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{TS}$ التي تضم النقطة W $\overline{WU}$ و $\overline{WZ}$
3. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{SV}$ $\overline{YX}$ و $\overline{TU}$ و $\overline{ZW}$
4. **أشكال وتصميمات** استخدم الرسم التخطيطي لسقيفة التخزين المؤطرة جزئيًا الموضحة لتحديد كلّ مما يلي.



a. عيّن ثلاثة أزواج من المستويات المتوازية.
b. عيّن ثلاث قطع مستقيمة متوازية مع $\overline{DE}$.
c. عيّن قطعتين مستقيمتين متوازيتين مع $\overline{FE}$.
d. عيّن زوجين من القطع المستقيمة المتخالفة.

مثال 2

صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها *زوايا داخلية متبادلة* أو *زوايا خارجية متبادلة* أو *زوايا متناظرة* أو *زوايا داخلية متتالية*.

5 $\angle 8$ و $\angle 1$ داخلية متبادلة

6. $\angle 4$ و $\angle 2$ متناظرة

7. $\angle 6$ و $\angle 3$ خارجية متبادلة

8. $\angle 7$ و $\angle 6$ داخلية متتالية

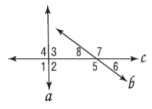
حقوق الطبع والنشر © McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL AL

طريقة التواصل نظم الطلاب للعمل في مجموعات صغيرة. وأعطهم أشكالا تمثّل مستقيمات وقواطع واطلب منهم أن يلعبوا لعبة التخمين. إذ يفكر أحد الطلاب في زاوية ما ويعطي لزملائه مفاتيح حل عن علاقة الزاوية بالزوايا الأخرى مستخدما مفردات الدرس. ويستخدم الطلاب الآخرون مفاتيح الحل لتخمين الزاوية.

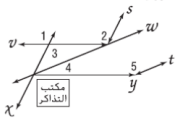
أمثلة إضافية

2 ارجع إلى الشكل أدناه. وصنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا على أنها إما *داخلية متبادلة* أو *خارجية متبادلة* أو *متناظرة* أو *زوايا داخلية متتالية*.



a. $\angle 2$ و $\angle 6$ متناظرتان
b. $\angle 1$ و $\angle 7$ خارجيتان متبادلتان
c. $\angle 3$ و $\angle 8$ داخليتان متتاليتان
d. $\angle 3$ و $\angle 5$ داخليتان متبادلتان

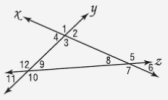
3 محطة الحافلات الشكل الموضح أمامك هو ممرات محطة حافلات. حدد القاطع الذي يربط بين كل زوج من الزوايا في هذا الشكل. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.



a. $\angle 1$ و $\angle 2$؛ متناظرتان
b. $\angle 2$ و $\angle 3$؛ داخليتان متبادلتان
c. $\angle 4$ و $\angle 5$؛ داخليتان متتاليتان

إرشاد للمعلمين الجدد

القواطع لمساعدة الطلاب في تحديد القواطع، ارسم الشكل المبيّن أدناه. ذكر الطلاب أنّ أيّ واحد من هذه المستقيمات الثلاثة يمكن أن يكون قاطعا لأن كل واحد منهم يقطع المستقيمين الآخرين. وضح هذا المفهوم من خلال تحديد العلاقات المتنوعة بين الزوايا.



319 / 96

8:31 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 12 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

التركيز على محتوى الرياضيات

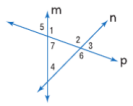
التواطع عند تصنيف الزوايا، من الأهمية بمكان تحديد أي مستقيم هو المستقيم القاطع. فالعلاقة بين زاوية وأخرى تعتمد على هذا القاطع.

إجابات إضافية

21. المستقيم s؛ متناظرة
22. المستقيم r؛ داخلية متتالية
23. المستقيم t؛ داخلية متبادلة
24. المستقيم v؛ متناظرة
25. المستقيم t؛ خارجية متبادلة
26. المستقيم s؛ داخلية متبادلة
27. المستقيم t؛ داخلية متتالية
28. المستقيم v؛ خارجية متبادلة
29. المستقيم s؛ خارجية متبادلة
30. المستقيم v؛ داخلية متبادلة
31. المستقيم b؛ رأسية
32. المستقيم a؛ داخلية متتالية
33. المستقيم c؛ داخلية متبادلة
34. المستقيم d؛ زاوية مستقيمة
35. المستقيم f؛ متناظرة
36. المستقيم a؛ داخلية متبادلة

37a. الإجابة النموذجية: بما أن المستقيمات تقع في مستوى واحد ولا يمكن أن تتلامس، إذًا فهي متوازية.

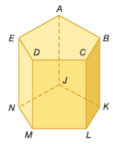
مثال 3 حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.



9. المستقيم n: متناظرة — $\angle 6$ و $\angle 5$ — 10. $\angle 7$ و $\angle 2$ — 12. المستقيم p: خارجية متبادلة
10. المستقيم p: داخلية متبادلة — $\angle 4$ و $\angle 2$ — 11. $\angle 7$ و $\angle 4$ — المستقيم m: داخلية متتالية

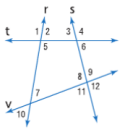
التمرين وحل المسائل

مثال 1 ارجع إلى الشكل لتحديد كلٍّ مما يلي.



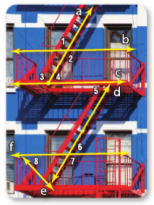
13. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{DM}$ — $\overline{CL}$ و $\overline{EN}$ و $\overline{BK}$ و $\overline{AJ}$
14. مستوى متوازٍ مع المستوى ACD — JLM
15. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{BC}$ — $\overline{EN}$ أو $\overline{AJ}$ أو $\overline{DM}$ أو $\overline{NM}$ أو $\overline{NJ}$ أو $\overline{JK}$ أو $\overline{ML}$
16. كل المستويات المتقاطعة مع المستوى EDM — DCL و NML و AED و AEN
17. كل القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overline{AE}$ — $\overline{KL}$ و $\overline{CL}$ و $\overline{BK}$ و $\overline{ML}$ و $\overline{DM}$ و $\overline{NM}$ و $\overline{KJ}$
18. قطعة مستقيمة متوازية مع $\overline{EN}$ — $\overline{AJ}$ أو $\overline{BK}$ أو $\overline{CL}$ أو $\overline{DM}$
19. قطعة مستقيمة متوازية مع $\overline{AB}$ من خلال النقطة J — $\overline{JK}$
20. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{CL}$ من خلال النقطة E — $\overline{ED}$ و $\overline{AE}$

المثالان 2-3 **الدقة** حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية. 21–30. انظر الهامش.



21. $\angle 4$ و $\angle 9$ — 22. $\angle 5$ و $\angle 7$
23. $\angle 3$ و $\angle 5$ — 24. $\angle 10$ و $\angle 11$
25. $\angle 1$ و $\angle 6$ — 26. $\angle 6$ و $\angle 8$
27. $\angle 2$ و $\angle 3$ — 28. $\angle 9$ و $\angle 10$
29. $\angle 4$ و $\angle 11$ — 30. $\angle 7$ و $\angle 11$

مثال 3 **السلامة** حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا في صورة الهروب من الحريق الموضحة. ثم صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا. 31–36. انظر الهامش.



31. $\angle 1$ و $\angle 2$ — 32. $\angle 2$ و $\angle 4$
33. $\angle 4$ و $\angle 5$ — 34. $\angle 6$ و $\angle 7$
35. $\angle 7$ و $\angle 8$ — 36. $\angle 2$ و $\angle 3$

37. **الكهرباء** لا يسمح بالتقاطع بين خطوط الكهرباء.

a. ما العلاقة التي يجب أن تكون بين خطي الكهرباء p و m؟ اشرح استنتاجك. انظر الهامش.

b. ما العلاقة بين المستقيم q و المستقيمين p و m؟ المستقيم q قاطع للمستقيمين p و m.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	13-37, 46, 48-61	13-37 فردي, 51-54	14-36 زوجي, 46, 48-50, 55-61
OL أساسي	13-34 فردي, 45, 46, 48, 61	13-37, 51-54	38-46, 48-50, 55-61
BL متقدم	38-61		

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

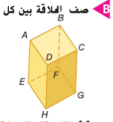
8:31 AM Fri 27 Mar
71%
elib.moe.gov.ae

إجابة إضافية

44a. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$؛ المسافة بين القطعتين المستقيمتين واحدة من أي مكان على القطعة المستقيمة.

B صف العلاقة بين كل زوج من القطع المستقيمة باعتبارها علاقة *توازٍ* أو *تخالف* أو *تقاطع*.

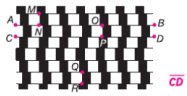
38. $\overline{FG}$ و $\overline{BC}$ متوازيان
39. $\overline{AB}$ و $\overline{CG}$ متخالفان
40. $\overline{DH}$ و $\overline{HG}$ متقاطعان
41. $\overline{DH}$ و $\overline{BF}$ متوازيان
42. $\overline{EF}$ و $\overline{BC}$ متخالفان
43. $\overline{CD}$ و $\overline{AD}$ متقاطعان



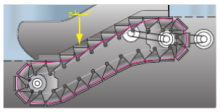
44. **الاستنتاج المنطقي** الشكل التخيلي الموضح على اليسار ناتج عن استخدام مربعات وخطوط مستقيمة.

a. ما العلاقة بين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$؟ برّر استنتاجك. **انظر الهامش.**

b. ما العلاقة بين $\overline{MN}$ و $\overline{QR}$؟ والعلاقة بين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ و $\overline{OP}$؟ **$\overline{MN} \parallel \overline{QR}$؛ $\overline{OP}$ قاطع بين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$**



C 45. **السلالم المتحركة** تتكون السلالم الكهربائية المتحركة من درجات على حلقة دوارة يتم تحريكها باستخدام موتور. تنبسط الدرجات عند أعلى وأسفل منصة السلم لتوفير سطح مستوٍ للدخول للسلم والخروج منه.



a. ما العلاقة بين سطح درجات الصاعدة؟ **متوازية**

b. ما العلاقة بين سطح الدرجتين عند قمة الجزء المنحدر؟ **متحدة المستوى**

c. ما العلاقة بين سطح الدرجات في الجزء المنحدر من السلم المتحرك وسطح الدرجات عند أسفل السلم المتحرك؟ **متخالفة**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

46. **مسألة غير محددة الإجابة** المستوى P يحتوي على المستقيمين a و b. المستقيم c يقطع المستوى P عند النقطة J. المستقيمان a و b متوازيان. والمستقيمان a و c متخالفان. والمستقيمان b و c غير متخالفين. ارسم شكلا مستندا إلى هذا الوصف. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

47. **تحدٍّ** افترض أن النقاط A و B و C موجودة بالمستوى P. وأن النقاط D و E و F موجودة بالمستوى Q يضم المستقيم m النقطتين D و F ولا يتقاطع مع المستوى P. المستقيم n يضم النقطتين A و E. **a. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

a. صمم رسما تخطيطيا يمثل هذه الحالة.

b. ما العلاقة بين المستويين P و Q؟ **متوازيان**

c. ما العلاقة بين المستقيمين m و n؟ **متخالفان**

48. **أحيانًا؛ $\overleftrightarrow{AB}$ إما متخالف أو متوازٍ مع $\overleftrightarrow{CD}$ لأن المستقيمات لن تتقاطع أبدًا وغير متحدة المستوى.**

التبرير المستوى X والمستوى Y متوازيان، والمستوى Z يتقاطع مع المستوى X. المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ موجود في المستوى X والمستقيم $\overleftrightarrow{CD}$ موجود في المستوى Y. والمستقيم $\overleftrightarrow{EF}$ موجود في المستوى Z. حدد إذا كانت كل عبارة صحيحة *دائمًا* أم *أحيانًا* أم ليست صحيحة مطلقًا. اشرح.

48. $\overleftrightarrow{AB}$ متخالف مع $\overleftrightarrow{CD}$.

49. $\overleftrightarrow{AB}$ متقاطع مع $\overleftrightarrow{EF}$. **49. أحيانًا؛ $\overleftrightarrow{AB}$ يتقاطع مع $\overleftrightarrow{EF}$ استنادًا إلى موقع تقاطع المستويات. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

50. **الكتابة في الرياضيات** هل يمكن وصف زوج من المستويات بأنهما متخالفان؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

657

8:31 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب أثناء مغادرة الطلاب لحجرة الصف، اطلب منهم أن يحددوا المستقيمات المتقاطعة في الصف، ويصنفوا أزواج الزوايا الناتجة عن تقاطع مستقيم قاطع مع مستقيمين آخرين.

إجابة إضافية

58. المعطيات: $\overline{ZX} \cong \overline{WY}$
A هي نقطة منتصف $\overline{WY}$.
A هي نقطة منتصف $\overline{ZX}$.

المطلوب إثباته: $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$

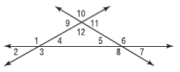
البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{WY} \cong \overline{ZX}$ (معطيات)
A هي نقطة منتصف $\overline{WY}$. A هي نقطة منتصف $\overline{ZX}$.
2. $WY = ZX$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة)
3. $WA = AY$, $ZA = AX$ (تعريف نقطة المنتصف)
4. $WY = WA + AY$, $ZX = ZA + AX$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
5. $WA + AY = ZA + AX$ (بالتعويض)
6. $WA + WA = ZA + ZA$ (بالتعويض)
7. $2WA = 2ZA$ (بالتعويض)
8. $WA = ZA$ (خاصية القسمة)
9. $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة)

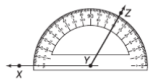
تدريب على الاختبارات المعيارية

51. أيّ من أزواج الزوايا التالية تعتبر زوايا خارجية متبادلة؟ **B**



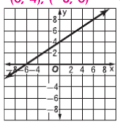
A ∠1 و ∠5
B ∠2 و ∠6
C ∠2 و ∠10
D ∠5 و ∠9

52. ما قياس $\angle XYZ$؟ **H**



F 30°
G 60°
H 120°
J 150°

53. إجابة قصيرة عيّن إحداثيات النقاط التي تمثل نقطتي التقاطع x و y في التمثيل البياني الموضح أدناه. **(0, 4), (−6, 0)**



54. SAT/ACT فيما يلي، الخيار الذي لا يساوي 485 هو: **C**

A (3 × 100) + (4 × 10) + 145
B (3 × 100) + (18 × 10) + 5
C (4 × 100) + (8 × 10) + 15
D (4 × 100) + (6 × 10) + 25
E (4 × 100) + (5 × 10) + 35

مراجعة شاملة

جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

55. $m\angle 9 = 2x - 4$, $m\angle 10 = 2x + 4$

$m\angle 9 = 86$, $m\angle 10 = 94$

56. $m\angle 11 = 4x$, $m\angle 12 = 2x - 6$

$m\angle 11 = 124$, $m\angle 12 = 56$

57. $m\angle 19 = 100 + 20x$, $m\angle 20 = 20x$

$m\angle 19 = 140$, $m\angle 20 = 40$

58. البرهان أثبت ما يلي. **انظر الهامش.**

المعطيات: $\overline{WY} \cong \overline{ZX}$
A هي نقطة منتصف $\overline{WY}$
A هي نقطة منتصف $\overline{ZX}$

المطلوب: $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$

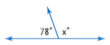
مراجعة المهارات

جـــد x.

59.

90

60.



102

61.

45

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL

التوسع قدّم للطلاب رسما مثل الرسم الموجود على اليسار. اطلب منهم تسمية كل زاوية وتحديد أزواج الزوايا الداخلية المتبادلة، والزوايا المتناظرة، وهكذا. أخبرهم، أثناء استعدادهم للبدء في دراسة موضوع حول البراهين، أنه من المهم أن يفهموا المفاهيم الأساسية المقدّمة في هذا الدرس فهما جيدًا.

658 | الدرس 1-12 | المستقيمات المتوازية والمتقاطعة

8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 12-2 تحديد العلاقات بين مستقيمين أو مستويين. تسمية أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمات متوازية وقواطع.

الدرس 12-2 استخدام النظريات في تحديد العلاقات بين أزواج محددة من الزوايا. استخدام الجبر لإيجاد قياسات الزوايا.

بعد الدرس 12-2 استخدام ميول المستقيمات لاستكشاف العلاقات الهندسية، بما في ذلك المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما الأشكال التي تكونها السقّالة؟ مثلثات ومستطيلات
- هل المنصات تكون متوازية أم متعامدة على بعضها البعض؟ متوازية
- كم عدد القواطع الموجودة في مستوى واحد من السقالة؟ 6

12-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

السابق | **الحالي** | **لماذا؟**

- تعلمت كيفية تسمية أزواج الزوايا المتكونة من المستقيمات المتوازية مع القواطع.

1 استخدام النظريات لتحديد العلاقات بين أزواج معينة من الزوايا.

2 استخدام الجبر لإيجاد قياسات الزوايا.

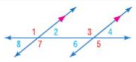
- يستخدم عمال الإنشاءات والصيانة مادة سقالة للصعود. يوفر هذا الهيكل الدعم والوصول إلى المناطق المرتفعة. القاطع t الموضح يوفر دعماً هيكلياً لمنطقتي العمل المتوازيتين.

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 المستقيمات المتوازية وأزواج الزوايا في الصورة، المستقيم t قاطع للمستقيمين a و b. وتعد ∠1 و ∠2 زاويتين متناظرتين. بما أن المستقيمين a و b متوازيان، فهناك علاقة خاصة بين أزواج الزوايا المتناظرة.

المسلّمة 12.1 مسلّمة الزوايا المتناظرة

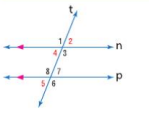
إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، يكون كل زوج من الزوايا المتناظرة متطابقاً.



أمثلة ∠3 ≅ ∠1، ∠4 ≅ ∠2، ∠7 ≅ ∠5، ∠8 ≅ ∠6

مثال 1 استخدام مسلّمة الزوايا المتناظرة

في الشكل، $m\angle 5 = 72$ جد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.



a. ∠4

∠4 ≅ ∠5	مسلّمة الزوايا المتناظرة
$m\angle 4 = m\angle 5$	تحديد الزوايا المتطابقة
$m\angle 4 = 72$	تعويض

b. ∠2

∠2 ≅ ∠4	نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس
∠4 ≅ ∠5	مسلّمة الزوايا المتناظرة
∠2 ≅ ∠5	خاصية التعدي في التطابق
$m\angle 2 = m\angle 5$	تحديد الزوايا المتطابقة
$m\angle 2 = 72$	تعويض

تمرين موجّه 1A–1C. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

في الشكل، افترض أن $m\angle 8 = 105$ جد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظرية) استخدمتها.

1A. ∠1 1B. ∠2 1C. ∠3

في المثال1 . إن 2∠ و 5∠ زاويتان خارجتان متبادلتان متطابقتان. يقترح هذا المثال وغيره من الأمثلة النظريات التالية عن أزواج الزوايا الأخرى المتكونة من مستقيمين متوازيين يقطعهما قاطع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

1 المستقيمات المتوازية وأزواج الزوايا

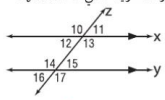
المثالان 1 و 2 يوضحان طريقة تحديد قياس زاوية عند تقديم مستقيمين متوازيين يقطعهما قاطع وقياس زاوية واحدة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 في الشكل الموضح، $m\angle 11 = 51$. جد قياس كل زاوية. اذكر المسلّمة (أو النظرية) التي استخدمتها.



a. $m\angle 15 = 51$؛ مسلّمة الزوايا المتناظرة

b. $m\angle 16 = 51$؛ نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس، ومسلّمة الزوايا المتناظرة

التدريس باستخدام التكنولوجيا

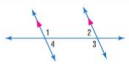
نظام إجابة الطلاب اعرض أمام الطلاب رسما تخطيطيًا لمستقيمين متوازيين وقاطع لهما. رقّم الزوايا من 1 إلى 8. اختر إحدى الزوايا واطلب من الطلاب تحديد رقم إحدى الزوايا الداخلية المتبادلة. كرّر هذا النشاط واطلب من الطلاب تحديد الزوايا الخارجية المتبادلة، والزوايا المتقابلة بالرأس، والزوايا المتكاملة.

نظريات المستقيمات المتوازية وأزواج الزوايا

12.1 نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإذا يكون كل زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقًا.

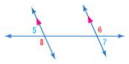
أمثلة $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$

12.2 نظرية الزوايا الداخلية المتتالية إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإذا يكون كل زوج من الزوايا المتتالية متكاملاً.



أمثلة $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.
$\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.

12.3 نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإذا، يكون كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقًا.



أمثلة $\angle 8 \cong \angle 6$ و $\angle 7 \cong \angle 5$

نصيحة دراسية

العلاقات بين الزوايا تعمم هذه النظريات العلاقات بين أزواج معينة من الزوايا. إذا اختلطت عليك هذه العلاقات، يمكنك التحقق منها بالأساليب المستخدمة في المثال 1. باستخدام الزوايا المتناظرة والزوايا المتقابلة بالرأس والزوايا المتكاملة فقط.

سوف تقوم بإثبات النظريتين 12.2 و 12.3 من خلال التمرينين 30 و 35 على الترتيب.

نظرًا لأنه يتم قبول بعض المسلّمات دون إثبات، يمكنك استخدام مسلّمة الزوايا المتناظرة لإثبات كلٍّ من النظريات أعلاه.

إثبات نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة

المعطيات: $a \parallel b$؛ t يمثّل قاطعا لكل من a و b.

المطلوب: $\angle 5 \cong \angle 4$ و $\angle 6 \cong \angle 3$

فقرة الإثبات: نعلم أن $a \parallel b$ قطعهما القاطع t. وحسب مسلمة الزوايا المتناظرة، تكون الزوايا المتناظرة متطابقة. لذلك، $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 8 \cong \angle 6$. كذلك، $\angle 2 \cong \angle 5$ و $\angle 3 \cong \angle 8$ لأن الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة. وبالتالي، $\angle 4 \cong \angle 5$ و $\angle 6 \cong \angle 3$ حيث إن تطابق الزوايا متعدٍّ.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام النظريات مع المستقيمات المتوازية

التخطيط المجتمعي ممر رصيفٍ وطريق جدول كريك المائي هما شارعان متوازيان يتقاطعان مع طريق المنتزه على طول الجانب الغربي لمنتزه ونديل. إذا كان $m\angle 1 = 118$، فجد $m\angle 2$.

مسلّمة الزوايا الداخلية المتبادلة	$\angle 2 \cong \angle 1$
تحديد الزوايا المتطابقة	$m\angle 2 = m\angle 1$
التعويض	$m\angle 2 = 118$

تمرين موجّه **2A.** 80°؛ نظرية المتكاملات، الزوايا الخارجية المتبادلة **2B.** 70°؛ الزوايا الخارجية المتبادلة

التخطيط المجتمعي ارجع إلى الرسم التخطيطي أعلاه لإيجاد قياس كل زاوية.

اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

2A. إذا كان $m\angle 1 = 100$ فجد $m\angle 4$. **2B.** إذا كان $m\angle 3 = 70$ فجد $m\angle 4$.

الربط بالحياة اليومية

تحتاج بعض المدن إلى أن تتقاطع شوارعها في تقسيمات التخطيط الجديدة بزاوية لا تقل عن 60°.

التدريس المتمايز BL OL AL

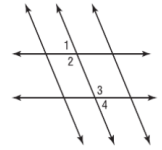
المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية استخدم شريطا لاصقًا لإنشاء مستقيمين متوازيين وقاطع لهما على الأرض. واطلب من كل اثنين من الطلاب أن يقفا في الزاويتين المتطابقتين أو المتكاملتين. واطلب منهما توضيح ما إذا كانت الزاويتان متبادلتين داخليتين، أم متبادلتين خارجيتين، أم متناظرتين، أم متتاليتين داخليتين.

319 / 102

8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

مثال إضافي

2 بلاط الأرضية يمثل الرسم التخطيطي التالي بلاط الأرضية في منزل هالة. وإذا علمت أن $m\angle 2 = 125$. فجـــد $m\angle 3$.



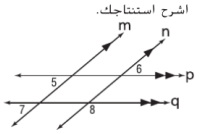
$m\angle 3 = 125$

2 الجبر وقياسات الزوايا

المثال 3 يستخدم تعبيرًا جبريًا ليمثل قياس الزاوية. فعلى الطلاب أن يكون لديهم القدرة على إيجاد حل المتغير جبريًّا. ثم تعويض الحل بالمتغير في التعبير الجبري لإيجاد قياس الزاوية بعد ذلك.

مثال إضافي

3 الجبر استخدم الشكل الموضح أدناه لإيجاد المتغير المشار إليه. اشرح استنتاجك.



a. إذا علمت أن $m\angle 5 = 2x - 10$ و $m\angle 7 = x + 15$. فجـــد x. 25، مسلّمة الزوايا المتناظرة

b. جـــد y. إذا علمت أن $m\angle 6 = 4(y - 25)$ و $m\angle 8 = 4y$. 35؛ نظرية الزوايا المتبادلة الخارجية، ونظرية الزوايا المتكاملة.

انتبه!

قياسات الزوايا انظر بتمعن إلى المعلومات المتاحة أمامك لتحديد ما إذا كانت الزوايا متطابقة أم متكاملة.

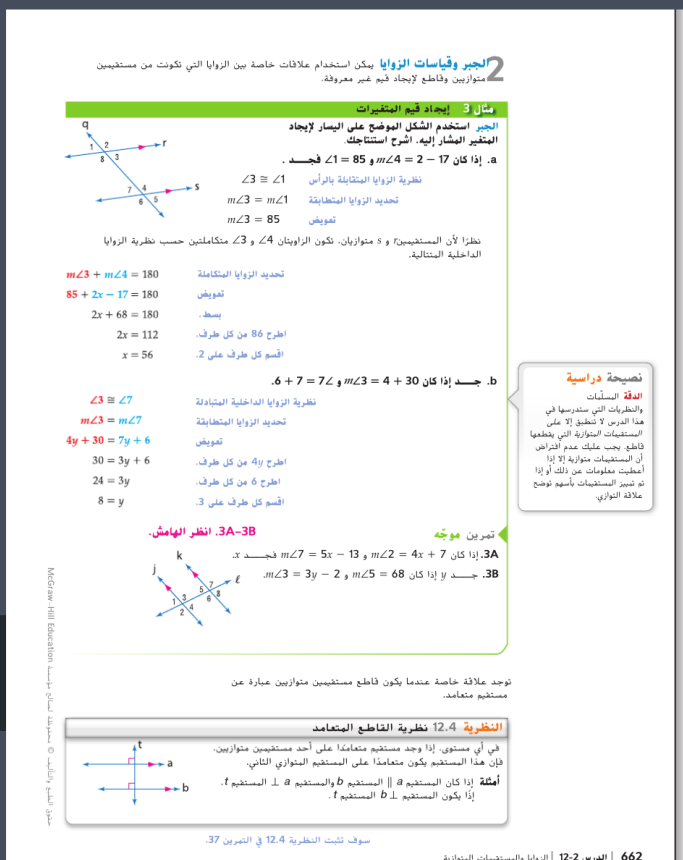
إجابات إضافية (تمرين موجه)

3A. بما أن المستقيمين j و k متوازيين، فإن الزاويتين ∠2 و ∠7 متطابقتان حسب نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

تعريف التطابق	$m\angle 2 = m\angle 7$
بالتعويض	$4x + 7 = 5x - 13$
بإضافة 13 إلى الطرفين.	$4x + 20 = 5x$
بطرح $4x$ من الطرفين.	$20 = x$

3B. بما أن المستقيمين j و k متوازيان، فإن الزاويتين ∠3 و ∠5 متكاملتان حسب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

تعريف الزوايا المتكاملة	$m\angle 5 + m\angle 3 = 180$
بالتعويض	$68 + 3y - 2 = 180$
بالتحويل لأبسط صورة.	$3y + 66 = 180$
بطرح 64 من الطرفين.	$3y = 114$
بقسمة كل طرف على 3.	$x = 38$



2 الجبر وقياسات الزوايا

يمكن استخدام علاقات خاصة بين الزوايا التي تكونت من مستقيمين متوازيين وقاطع لإيجاد قيم غير معروفة.

مثال 3 إيجاد قيم المتغيرات

الجبر **استخدم الشكل الموضح على اليسار لإيجاد المتغير المشار إليه. اشرح استنتاجك.**

a. إذا كان $m\angle 4 = 2 - 17$ و $\angle 1 = 85$ فجـــد $\angle 3$.

نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس	$\angle 3 \cong \angle 1$
تحديد الزوايا المتطابقة	$m\angle 3 = m\angle 1$
تعويض	$m\angle 3 = 85$

نظرًا لأن المستقيمين r و s متوازيان. تكون الزاويتان ∠4 و ∠3 متكاملتين حسب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

تحديد الزوايا المتكاملة	$m\angle 3 + m\angle 4 = 180$
تعويض	$85 + 2x - 17 = 180$
بسط.	$2x + 68 = 180$
اطرح 86 من كل طرف.	$2x = 112$
اقسم كل طرف على 2.	$x = 56$

b. جـــد إذا كان $m\angle 3 = 4 + 30$ و $\angle 7 = 7 + 6$.

نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة	$\angle 3 \cong \angle 7$
تحديد الزوايا المتطابقة	$m\angle 3 = m\angle 7$
تعويض	$4y + 30 = 7y + 6$
اطرح $4y$ من كل طرف.	$30 = 3y + 6$
اطرح 6 من كل طرف.	$24 = 3y$
اقسم كل طرف على 3.	$8 = y$

نصيحة دراسية

الدقة المسلّمات والنظريات التي ستدرسها في هذا الدرس لا تنطبق إلا على المستقيمات المتوازية التي يقطعها قاطع يجب عليك عدم افتراض أن المستقيمات متوازية إلا إذا أعطيت معلومات عن ذلك أو إذا تم تمييز المستقيمات بأسهم توضح علاقة التوازي.

تمرين موجّه

3A-3B. انظر الهامش.

3A. إذا كان $m\angle 2 = 4x + 7$ و $m\angle 7 = 5x - 13$ فجـــد x.

3B. جـــد y إذا كان $m\angle 5 = 68$ و $m\angle 3 = 3y - 2$.

توجد علاقة خاصة عندما يكون قاطع مستقيمين متوازيين عبارة عن مستقيم متعامد.

النظرية 12.4 نظرية القاطع المتعامد

في أي مستوى، إذا وجد مستقيم متعامدًا على أحد مستقيمين متوازيين، فإن هذا المستقيم يكون متعامدًا على المستقيم المتوازي الثاني.

أمثلة إذا كان المستقيم $a \parallel$ المستقيم b والمستقيم $a \perp$ المستقيم t، إذا يكون المستقيم $b \perp$ المستقيم t.

سوف تثبت النظرية 12.4 في التمرين 37.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

مثال 1 في الشكل، $m\angle 2 = 85$. جد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها. **1–3. انظر الهامش.**

1. $\angle 4$ 2. $\angle 6$ 3. $\angle 7$

مثال 2 في الشكل، $m\angle 6 = 110$. جد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها. **4–6. انظر الهامش.**

4. $\angle 4$ 5. $\angle 3$ 6. $\angle 1$

مثال 3 جد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك. **7–9. انظر الهامش.**

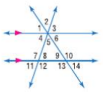
7.

8.

9.

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 في الشكل، $m\angle 11 = 62$ و $m\angle 14 = 38$. جد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها. **10–18. انظر الهامش.**



10. $\angle 4$	11. $\angle 3$	12. $\angle 12$
13. $\angle 8$	14. $\angle 6$	15. $\angle 2$
16. $\angle 10$	17. $\angle 5$	18. $\angle 1$

مثال 3 **جهاز استقبال إشارات القمر الصناعي** تجه الأطباق اللاقطة لإشارات التليفزيون الإشارة عن طريق توجيه الإشعاع القادم من القمر الصناعي إلى جهاز استقبال موضوع في بؤرة الطبق اللاقط للإشارة. افترض أن أشعة الإشعاع القادم من القمر الصناعي متوازية. حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا واشرح استنتاجك.

19. $\angle 1$ و $\angle 2$ 20. $\angle 1$ و $\angle 3$ 21. $\angle 2$ و $\angle 4$ 22. $\angle 1$ و $\angle 4$

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو-هيل للتعليم

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	11–26, 42–44, 46–58	11–25 فردي, 47–50	12–26 زوجي, 42–44, 46, 51–58
OL أساسي	11–29 فردي, 30–44, 46, 58	11–26, 47–50	27–44, 46, 51–58
BL متقدم	(اختياري: 27–55, (56–58		

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1–10 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

1. $m\angle 4 = 85$ الزوايا المتناظرة متطابقة.
2. $m\angle 6 = 85$ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.
3. $m\angle 7 = 95$ الزاويتان 2 و 7 زاويتان متكاملتان.
4. $m\angle 4 = 110$ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.
5. $m\angle 3 = 70$ الزاويتان الداخليتان الواقعتان على نفس جهة القاطع متكاملتان.
6. $m\angle 1 = 70$ الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.
7. $x = 115$ زاويتان متكاملتان؛ $y = 115$ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.
8. $x = 108$ الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة.
9. $x = 55$ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.
10. $m\angle 4 = 23$ الزوايا المتناظرة متطابقة.
11. $m\angle 3 = 23$ الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.
12. $m\angle 12 = 157$ زاويتان متكاملتان
13. $m\angle 8 = 23$ الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.
14. $m\angle 6 = 17$ الزوايا المتناظرة متطابقة.
15. $m\angle 2 = 140$ الزوايا 1 و 2 و 3 تكوّن زاوية مستقيمة.
16. $m\angle 10 = 163$ زاويتان متكاملتان
17. $m\angle 5 = 140$ الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.
18. $m\angle 1 = 17$ الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.
19. الزاويتان 1 و 2 متطابقتان لأن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة.
20. الزاويتان 1 و 3 متطابقتان لأن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة.
21. الزاويتان 2 و 4 متكاملتان لأنهما تكوّنان زوجا خطيًا
22. انظر الهامش.

8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

23–28. انظر ملحق إجابات الوحدة 12 للاطلاع على التوضيحات.

23. $x = 51,\ y = 117$

24. $x = 39,\ y = 41$

25. $x = 42$

26. $x = 43,\ y = 18$

27. $x = 60,\ y = 14$

28. $x = 70,\ y = 33$

30. الزاويتان 2 و 7 متطابقتان. الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة.

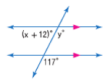
31. الزاويتان 3 و 7 متطابقتان. الزوايا المتناظرة تكون متطابقة.

32. الزاويتان 4 و 5 متطابقتان. الزوايا المتقابلة بالرأس تكون متطابقة.

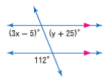
33. الزاويتان 5 و 6 متتامتان. الزاويتان اللتان تكوّنان زاوية قائمة تكونان متتامتين.

جـــد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك.

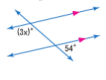
23.



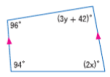
24.



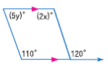
25.



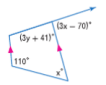
26.



27.



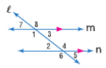
28.



29. البرهان انسخ وأكمل إثبات النظرية 12.2.

المعطيات: $m \parallel n$، و ℓ يمثل قاطعا.

المطلوب: الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان، والزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.



البرهان: $a.\ m \parallel n$؛ و ℓ يمثل قاطعا.

العبارات	المبررات
a. ؟	a. معطيات
b. $\angle 1$ و $\angle 3$ تكونان زاوية مستقيمة	b. ؟
c. ؟	c. إذا شكّلت زاويتان زاوية مستقيمة، إذا كون هاتان الزاويتان متكاملتين
d. $\angle 1 \cong \angle 4,\ \angle 2 \cong \angle 3$	d. ؟
e. $m\angle 1 = m\angle 4,\ m\angle 2 = m\angle 3$	e. تحديد التطابق
f. ؟	f. ؟

29c. $\angle 3$ و $\angle 1$ متكاملتان، $\angle 4$ و $\angle 2$ متكاملتان.

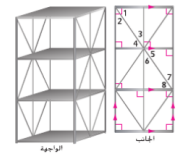
تحديد الزاوية المستقيمة

نظرية ∡ الزوايا الداخلية المتبادلة

التعويض

f. $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان

التخزين عند الحاجة إلى الوصول للرفوف الصناعية من أي جانب، يتم توفير دعم إضافي على الجانب



بأجزاء متقاطعة . حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا واشرح استنتاجك.

30. $\angle 2$ و $\angle 7$

31. $\angle 3$ و $\angle 7$

32. $\angle 4$ و $\angle 5$

33. $\angle 5$ و $\angle 6$

34. الإثبات اكتب إثباتًا من عمودين لنظرية الزوايا الخارجية المتبادلة. (النظرية 12.3)

انظر ملحق إجابات الوحدة 12

35. الجسور راجع الرسم التخطيطي الموضح على اليسار لهيكل جسر. الدعامتان الأفقيتان للجسر متوازيتان. **a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 12**

a. اكتب تخمينًا عن الزوايا زوجية الترقيم. اشرح استنتاجك.

b. اكتب تخمينًا عن الزوايا فردية الترقيم. اشرح استنتاجك.

c. اكتب تخمينًا عن أي زوج من الزوايا تكون إحدى زاويتيه فردية الترقيم والأخرى زوجية الترقيم. اشرح استنتاجك.

McGraw-Hill Education © محفوظ لصالح مؤسسة تعليم والتأليف

664 | الدرس 12-2 | الزوايا والمستقيمات المتوازية

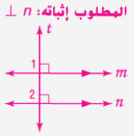
319 / 105

8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

36. المعطيات: $m \parallel n,\ t \perp m$

المطلوب إثباته: $t \perp n$

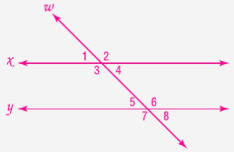


البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $m \parallel n,\ t \perp m$ (معطيات)
2. $\angle 1$ زاوية قائمة (تعريف التعامد $\perp$)
3. $m\angle 1 = 90$ (تعريف الزاوية القائمة $\measuredangle$)
4. $\angle 1 \cong \angle 2$ (مسلّمة الزوايا المتناظرة $\measuredangle$)
5. $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف $\cong \measuredangle$)
6. $m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)
7. $\angle 2$ زاوية قائمة (تعريف الزاوية القائمة $\measuredangle$)
8. $t \perp n$ (تعريف تعامد $\perp$ المستقيمات)

39. هذه الصورة مثال على الصورة التي من الممكن أن يرسمها الطلاب.



39a. 2 و 4؛ 4 و 6؛ 2 و 8؛ 6 و 8؛ متكاملتان 2 و 6؛ 4 و 8؛ متطابقتان

39b. 1 و 3؛ 1 و 7؛ 3 و 5؛ 5 و 7؛ متكاملتان 1 و 5؛ 3 و 7؛ متطابقتان

39c. 28

39d. متطابقتان أو متكاملتان

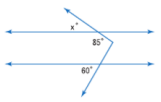
39e. 12 من $\frac{3}{7} = 28$

39f. 16 من $\frac{4}{7} = 28$

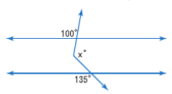
36. الإثبات في مستوى ما، أثبت أنه إذا كان هناك مستقيم متعامد على أحد مستقيمين متوازيين، إذًا يكون متعامدًا على المستقيم الآخر. (النظرية 12.4) **انظر الهامش.**

الأدوات جـــد x. (*إرشاد*: ارسم خطًا مساعدًا.)

37. $x = 25$



38. $x = 125$



39. ارسم زوجًا من المستقيمات المتوازية. x و y. ارسم مستقيمًا، w، يمثل قاطعًا يقطع المستقيمين x و y. ثم بترقيم الزوايا بحيث تكون الزوايا ذات الأرقام الفردية في جانب واحد من القاطع، وتكون الزوايا ذات الأرقام الزوجية في الجانب الآخر من القاطع.

a. سمِّ كل أزواج الزوايا المحتملة بالنسبة للزوايا زوجية الترقيم. اذكر العلاقة بين كل زوج. **a–f. انظر الهامش.**

b. سمِّ كل أزواج الزوايا المحتملة بالنسبة للزوايا فردية الترقيم. اذكر العلاقة بين كل زوج.

c. إذا كان عليك تحديد زاويتين عشوائيًا، فكم يكون عدد أزواج الزوايا المحتملة؟

d. ما العلاقة (العلاقات) المحتملة بين أزواج الزوايا؟

e. ما احتمال تحديد زوج من الزوايا المتطابقة؟

f. ما احتمال تحديد زوج من الزوايا المتكاملة؟

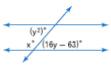
مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

40. الكتابة في الرياضيات إذا كان المستقيم a متوازيًا مع المستقيم b و $\angle 6 \cong \angle 5$، فصف العلاقة بين المستقيمين a و c. اشرح استنتاجك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12. 40–42**

41. الكتابة في الرياضيات قارن وبيّن الفرق بين نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة ونظرية الزوايا الخارجية المتتالية.

42. مسألة غير محددة الإجابة ارسم زوجًا من المستقيمات المتوازية يقطعهما قاطع وقِس الزاويتين الخارجيتين على نفس الجانب من القاطع. حدد قياساتك على الرسم. اعتمادًا على النموذج الذي رأيته لتسمية أزواج زوايا أخرى، ماذا تعتقد أن يكون اسم زوج الزوايا الذي قستَه؟

43. تحدَّ جـــد x و y.



$y = 7$ و $x = 131$
أو $y = 9$ و $x = 99$

التبرير حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *أحيانًا* أم صحيحة *دائمًا* أم غير صحيحة على *الإطلاق*. اشرح استنتاجك.

44. إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين وعرف قياس إحدى الزوايا، فإنه يمكن معرفة قياس جميع الزوايا الأخرى أيضًا.

صحيحة دائمًا. بمجرد معرفة قياس إحدى الزوايا، تكون باقي الزوايا إما متطابقة أو متكاملة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسع تذكر من الجبر أن ميل المستقيم يساوي الارتفاع على الامتداد الأفقي، أو $\frac{\text{الارتفاع}}{\text{الامتداد الأفقي}}$. على مستوى إحداثي، ارسم مستقيمين متوازيين عند $y = 6$ و $y = 1$. والآن ارسم قاطعًا بزاويةٍ ما عبر هذين المستقيمين. جـــد ميل المستقيم القاطع. ستختلف الإجابات. ما ميول المستقيمات المتوازية؟ صفر

8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

حصاد الأمس من خلال العمل في مجموعات صغيرة، اطلب من الطلاب تناوب الأدوار في وصف كيف ساعدهم درس المستقيمات المتوازية والقواطع في التعرف على العلاقات بين الزوايا، بحيث يقدم كل طالب هذا الوصف لمجموعته.

تدريب على الاختبارات المعيارية

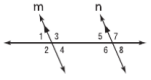
45. افترض أن $\angle 4$ و $\angle 5$ تكوّنان زوجاً خطياً. إذا كان $m\angle 1 = 2x$ و $m\angle 2 = 3x - 20$، و $m\angle 3 = x - 4$. فما هو $m\angle 3$؟ **C**

A 26°
B 28°
C 30°
D 32°

46. SAT/ACT يربي مزارع دجاجاً وأغناماً. فإذا كان إجمالي رؤوس الطيور والحيوانات لديه 120 رأساً في إجمالي 300 m. فكم يكون عدد الدجاج لدى المزارع؟ **J**

F 60
G 70
H 80
J 90

47. إجابة مختصرة إذا كان $m \parallel n$ إذا أي العبارات التالية لا بد من أن تكون صحيحة؟ **I و II**



I. $\angle 3$ و $\angle 6$ زاويتان داخليتان متبادلتان.
II. $\angle 4$ و $\angle 6$ زاويتان داخليتان متتاليتان.
III. $\angle 1$ و $\angle 7$ زاويتان خارجيتان متبادلتان.

48. الجبر إذا كان $x = -6 + -2$، إذا $-17 - x$؟ **A**

A −13
B −4
C 9
D 13
E 21

مراجعة شاملة

49. الطيران تم تعيين مستوى ارتفاع الطائرات اعتماداً على اتجاه طيرانها. فإذا كانت طائرة تطير تجاه الشمال الغربي عند ارتفاع 10,500 m وتطير طائرة أخرى تجاه الشرق عند ارتفاع 7,500 m. فصف نوع المستقيمات المتكونة بمسارات الطائرتين. اشرح استنتاجك.

مستقيمات متخالفة: تَطير الطائرتان في اتجاهين مختلفين وعلى ارتفاعين مختلفين.

استخدم العبارة المعطاة لإيجاد قياس كل زاوية مرقمة.

50. $\angle 1$ و $\angle 2$ تكونان زوجاً خطياً، و $m\angle 2 = 67$.

$m\angle 1 = 113$

51. $\angle 6$ و $\angle 8$ زاويتان متتامتان، $m\angle 8 = 47$.

$m\angle 6 = 43$ و $m\angle 7 = 90$

52. $m\angle 4 = 32$

$m\angle 3 = 90$، $m\angle 5 = 58$

مراجعة المهارات

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

53. $\frac{6-5}{4-2}$ $\frac{1}{2}$

54. $\frac{-5-2}{4-7}$ $\frac{7}{3}$

55. $\frac{-11-4}{12-(-9)}$ $-\frac{5}{7}$

56. $\frac{16-12}{15-11}$ 1

57. $\frac{10-22}{8-17}$ $\frac{4}{3}$

58. $\frac{8-17}{12-(-3)}$ $-\frac{3}{5}$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 12-3 استخدام خواص المستقيمات المتوازية لتحديد الزوايا المتطابقة.

الدرس 12-3 إيجاد ميول المستقيمات. استخدام الميل لتحديد المستقيمات المتوازية والمتعامدة.

بعد الدرس 12-3 وضع صياغة للتخمينات المتعلقة بخواص المضلعات وسماتها وأجزائها المكونة واختبارها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما مستوى صعوبة ميل بدرجة 13%؟ هو الأسهل
- إذا كان هناك مسار له ميل بدرجة 20%. فكم مترًا ينخفض هذا المسار لكل 100 m يقطعها؟ 20 m
- هل يمكن لميل مسار التزلج أن يكون بدرجة 90%؟ الإجابة النموذجية: لا؛ فهذا سيكون شديد الانحدار.

1 ميول المستقيمات

المثال 1 يوضح طريقة استخدام النسبة بين الارتفاع الرأسي والامتداد الأفقي لإيجاد ميل المستقيم. فالجزءان c و d يمثلان مستقيمات ميلها يساوي صفرًا ومستقيمات لها ميل غير مُحدد.

12-3 ميل الخط المستقيم

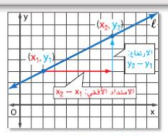
السابق	الحالي	لماذا؟
• استخدمت خواص الخطوط المستقيمة المتوازية لتحديد الزوايا المتطابقة.	1 تصنيف ميول الخطوط المستقيمة. 2 استخدام الميل لتحديد الخطوط المستقيمة المتوازية والمتعامدة.	• تعيّن منحدرات للمنزلج تقييمات لمسارات التزلج الخاصة بها وفقًا لمدى صعوبتها. ومن العوامل الأساسية في تحديد هذا التقييم انحدار المسار أو درجة ميله. ينخفض المسار الذي له درجة ميل بقيمة 6% أو $\frac{6}{100}$ بمقدار 6 m رأسيًا لكل 100 m يتم قطعها رأسيًا خلال التزلج. والمسارات الأسهل، المميزة بعلامة ●، لها ميول تتراوح ما بين 6% و 25%. بينما المسارات الأصعب، المميزة بعلامة ◆ أو ◆◆، فلها ميول بمقدار 40% أو أكثر.

1 ميل المستقيم يتم توضيح انحدار أو ميل هضبة بنسبة ارتفاع الهضبة الرأسي إلى امتدادها الأفقي. وفي الجبر، تعلمت أن ميل المستقيم في المستوى الإحداثي يمكن حسابه باستخدام أي نقطتين على المستقيم.

المفردات الجديدة
- ميل slope
- معدل التغير rate of change

ممارسات في الرياضيات
استخدام نماذج الرياضيات. محاولة إيجاد البنية واستخدامها. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعميم من ذلك.

المفهوم الأساسي ميل المستقيم



في المستوى الإحداثي، **ميل** المستقيم هو نسبة التغير بطول المحور y إلى التغير بطول المحور x بين أي نقطتين على المستقيم.

الميل m للمستقيم الذي يحتوي على نقطتين لهما الإحداثيات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) محدد من خلال القاعدة

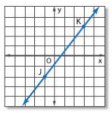
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ حيث إن $x_1 \neq x_2$.

$$m = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الامتداد الأفقي}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال 1 إيجاد ميل المستقيم

جـــد ميل كل مستقيم.

a.



عوّض $(-1, -2)$ عن (x_1, y_1) و $(3, 3)$ عن (x_2, y_2).

قانون الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

تعويض

$$= \frac{3 - (-2)}{3 - (-1)}$$

بسط.

$$= \frac{5}{4}$$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

319 / 109

8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

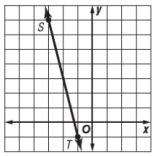
التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

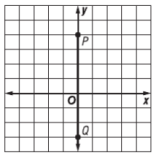
1 جـــد ميل كل مستقيم.

.a



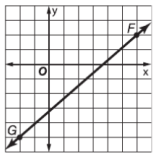
$-\frac{8}{2}$ أو -4

.b



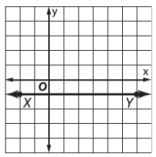
$-\frac{7}{0}$ أو غير محدد

.c



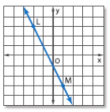
$\frac{7}{8}$

.d



$\frac{0}{8}$ أو 0

.b



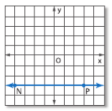
عوّض $(-2, 3)$ عن (x_1, y_1) و $(1, -3)$ عن (x_2, y_2).

قانون الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

التعويض $= \frac{-3 - 3}{1 - (-2)}$

بسط. $= -2$

.c



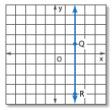
عوّض $(-4, -3)$ عن (x_1, y_1) و $(3, -3)$ عن (x_2, y_2).

قانون الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

تعويض $= \frac{-3 - (-3)}{3 - (-4)}$

بسط. $= \frac{0}{7} = 0$

.d



عوّض $(2, 1)$ عن (x_1, y_1) و $(2, -4)$ عن (x_2, y_2).

قانون الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

تعويض $= \frac{-4 - 1}{2 - 2}$

بسط. $= \frac{-5}{0}$

هذا الميل **غير محدد**.

تمرين موجّه 1A: $\frac{1}{3}$ 1B: $-\frac{1}{14}$

1A. المستقيم المار بالنقطتين $(6, -2)$ و $(-3, -5)$

1B. المستقيم المار بالنقطتين $(-3, 8)$ و $(-6, -2)$

1C. المستقيم المار بالنقطتين $(2, 4)$ و $(4, -3)$ **غير محدد**

1D. المستقيم المار بالنقطتين $(-3, 3)$ و $(4, 3)$ 0

نصيحة دراسية

القسمة على 0 $\frac{-5}{0}$ محدد لأنه لا يوجد عدد يمكنك ضربه في 0 وتحصل على النتيجة -5. وبما أن هذا صحيح مع أي عدد، فإن جميع الأعداد المقسومة على 0 سيكون لها ميل غير محدد. وكذلك، جميع الخطوط المستقيمة الرأسية لها ميول غير محددة.

يوضح المثال 1 مختلف الأنواع الأربعة للميول.

ملخص المفهوم تصنيف الميول

الميل الموجب	الميل السالب	الميل الصفري	الميل غير المحدد

يمكن تفسير الميل على أنه **معدل التغير** إذ أنه يصف كيفية تغير كمية y لكل كمية x. ويمكن استخدام ميل المستقيم لتحديد إحداثيات أي نقطة على المستقيم.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة شركات مؤسسة McGraw-Hill Education

التركيز على محتوى الرياضيات

صيغة الميل طالما يتم وضع الإحداثيات المأخوذة من زوج مرتّب واحد في صيغة الميل بنفس الترتيب، فإنّ قيمة الميل لن تتغير. في المثال 1b، اطلب من الطلاب أن يتثبّتوا من أنّ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{LM}$ لن يتغير إذا استخدموا الأزواج المرتّبة في ترتيب معكوس.

ميل المستقيم $\overleftrightarrow{LM}$، $m = \frac{3 - (-3)}{-2 - 1} = -\frac{6}{3} = -2$

8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام الميل في صورة معدل التغير

السفر طيار يطير بطائرة من أبوظبي إلى مدينة الكويت. بعد 0.5 h ، تصل الطائرة إلى ارتفاع مناسب للطيران وهي على بعد 620 km من مدينة الكويت. بعد نصف ساعة، تصبح الطائرة على بعد 450 km من مدينة الكويت. فكم كانت تبعد الطائرة عن مدينة الكويت بعد 1.25 h من الإقلاع؟

الفهم

استخدم البيانات المعطاة لعمل تمثيل بياني للمستقيم الذي يمثل المسافة من مدينة الكويت لا بوحدة الكيلومترات في صورة دالة لإيجاد الزمن x بالساعات.

افترض أن السرعة ثابتة.

حدد النقطتين (0.5, 620) و (1.0, 450). وارسم خط مستقيما يمر بهما.

تريد أن تجد المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 h

من التمثيل البياني، يمكننا تقدير أنه بعد 1.25 h ، كانت المسافة أقل من 400 km.

التخطيط

جـــد ميل المستقيم الممثل بيانيا. استخدم معدل التغير هذا في مسافة ابتعاد الطائرة عن مدينة الكويت في الساعة لإيجاد المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 h

الحل

استخدم قانون الميل لإيجاد ميل المستقيم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(450 - 620)\,\text{km}}{(1.0 - 0.5\,\text{h})} = \frac{-170\ \text{km}}{0.5\ \text{h}} \text{ أو } \frac{-340\ \text{km}}{1\ \text{h}}$$

طارت الطائرة بمتوسط سرعة 340 km/h

تدل علامة السالب على تناقص في المسافة بمرور الوقت.

استخدم ميل المستقيم ونقطة واحدة معلومة على المستقيم لحساب المسافة لا عندما يكون الوقت x هو 1.25.

قانون الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = -340, x_1 = 0.5, y_1 = 620, x_2 = 1.25$

$-340 = \frac{y_2 - 620}{1.25 - 0.5}$

بسط. $-340 = \frac{y_2 - 620}{0.75}$

اضرب كل طرف في 0.75. $-255 = y_2 - 620$

اجمع 620 إلى كل طرف. $365 = y_2$

وبذلك، فإن المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 h تساوي 365 km.

التحقق بما أن 365 قريبة إلى التقدير، فإن إجابتنا منطقية. ✓

تمرين موجه **2B.** 150؛ تبلغ زيادة عدد الأغاني التي يتم تنزيلها بطريقة قانونية 150 مليون أغنية في العام.

2تنزيلات الوسائط عبر الإنترنت في عام 2006، تم تنزيل 500 مليون أغنية بطريقة قانونية من الإنترنت. وفي عام 2004، تم تنزيل 200 مليون أغنية بطريقة قانونية.

A. استخدم البيانات المعطاة لعمل تمثيل بياني للمستقيم الذي يمثل عدد الأغاني التي تم تنزيلها بطريقة قانونية لا في صورة دالة للوقت x بوحدة الأعوام. **انظر الهامش.**

B. جـــد ميل المستقيم. وفسر معناه.

C. إذا استمر هذا الاتجاه بالمعدل ذاته، فكم عدد الأغاني التي سيتم تنزيلها بطريقة قانونية في عام 2020؟ 2.6 مليار أغنية

مهنة من الحياة اليومية

المضيف الجوي يتحقق المضيف الجوي من التذاكر ويساعد الركاب في الجلوس في مقاعدهم وحمل أمتعتهم وتوضيح كيفية استخدام معدات الطوارئ وإجراءاتها. يلزم الحصول على شهادة التعليم الثانوي، ولكن شركات الطيران دائمًا ما تفضل المرشحين الذين يحملون لغتين أو أكثر ممن يحملون شهادات جامعية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

2 الترفيه في عام 2000، وصلت المبيعات السنوية لأحد منتجي معدات التخييم إلى 48.9 مليون AED. وفي عام 2005، وصل إجمالي المبيعات إلى 85.9 مليون AED. فإذا زادت المبيعات بنفس المعدّل، فما إجمالي المبيعات في 2015؟ حوالي 159.9 مليون AED

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج المنطقي كلّف الطلاب برسم مستقيم على ورقة تمثيل بياني (عبر نقطتين) له ميل موجب، وميل سالب، وميل يساوي صفرًا، وميل غير محدد. ثم اطلب منهم إيجاد ميل كل مستقيم. ثم اطلب منهم بعد ذلك أن يشرحوا طريقة التحديد البصري لميل مستقيم. وما إذا كان موجبًا أم سالبًا أم يساوي صفرًا أم غير محدد.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

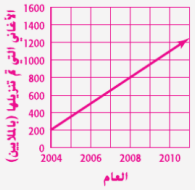
المدونة اطلب من الطلاب كتابة تدوينة تشرح طريقة إيجاد ميل مستقيم. اطلب منهم وصف كيف يساعد الميل في وصف مظهر المستقيم.

انتبه!

إحداثيات سالبة أخبرْ الطلاب أن ينتبهوا عند حساب ميل النقاط التي تحتوي على إحداثيات سالبة. وعليهم كتابة صيغة الميل كاملة، والتعويض عن الإحداثيات، ثم التحويل لأبسط صورة.

إجابات إضافية (تمرين موجه)

2A.



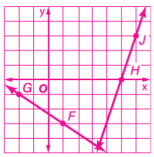
8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

2 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

المثال 3 يوضح طريقة تحديد ما إذا كانت المستقيمات متوازية أم متعامدة أم لا شيء مما سبق. ويوضح **المثال 4** طريقة استخدام الميل في تمثيل المستقيم بيانيًا.

مثال إضافي

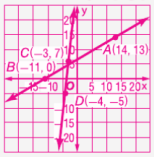
3 حدّدْ ما إذا كان $\overleftrightarrow{FG}$ و $\overleftrightarrow{HJ}$ مستقيمين متوازيين أم متعامدين أم *ليس أيًا منهما* بالنسبة للمعطيات: $F(1, -3)$ و $G(-2, -1)$ و $H(5, 0)$ و $J(6, 3)$. مثّلْ كلّ مستقيم بيانيًا لإثبات صحة إجابتك.



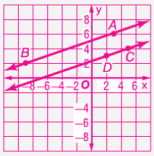
ليس أيًا منهما

إجابات إضافية (تمرين موجه)

3A. ليس أيًا منهما



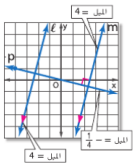
3B. متوازيان



2 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

يمكنك استخدام ميل مستقيمين لتحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين. المستقيمان ذوا الميل الواحد متوازيان.

المسلّمات المستقيمات المتوازية والمتعامدة



12.2 ميول المستقيمات المتوازية لا يكون لمستقيمين غير رأسيين الميل ذاته إلا في حالة أن يكونا متوازيين. فجميع المستقيمات الرأسية متوازية.

مثال المستقيمان المتوازيان ℓ لهما الميل ذاته، 4.

12.3 ميول المستقيمات المتعامدة لا يتعامد مستقيمان غير رأسيين إلا إذا كان ناتج ضرب ميليهما يساوي -1—المستقيم الرأسي والمستقيم الأفقي متعامدان.

مثال المستقيم $m \perp$ المستقيم p
ناتج ضرب الميلين $= -\frac{1}{4} \cdot 4$ أو -1

مثال 3 تحديد العلاقة بين المستقيمات

اذكر ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ *متوازيين أم متعامدين، أم ليس أي منهما* بالنسبة لـ $A(1, 1)$ و $D(6, 1)$ و $C(3, 2)$ و $B(-1, -5)$. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من إجابتك.

الخطوة 1 جـــد الميل لكل مستقيم.

ميل $\overleftrightarrow{AB} = \frac{-5-1}{-1-1} = \frac{-6}{-2}$ أو 3 ميل

ميل $\overleftrightarrow{CD} = \frac{1-2}{6-3}$ أو $\frac{-1}{3}$

الخطوة 2 ذكر العلاقة. إن وجدت، بين المستقيمين.

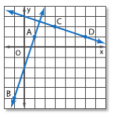
المستقيمان ليس لهما ميل واحد، إذًا فهما غير متوازيين. ولتحديد ما إذا كان المستقيمان متعامدين أم لا، جـــد ناتج ضرب ميليهما.

ناتج ضرب ميل $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$

$$3\left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

بما أن ناتج ضرب ميليهما يساوي -1، فإن المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ متعامد على المستقيم $\overleftrightarrow{CD}$.

التحقق عندما نمثّل المستقيمان بيانيًا، يبدو أنهما يتقاطعان ويشكلان أربع زوايا قائمة. ✓



ذهنية دراسية

ميول المستقيمات المتعامدة
إذا كان للمستقيم ℓ ميل يقيمة $\frac{a}{b}$، فإن ميل المستقيم المتعامد على المستقيم ℓ يساوي المعكوس الضربي، $-\frac{b}{a}$، إذ أن $\frac{a}{b}\left(-\frac{b}{a}\right) = -1$.

تمرين موجّه

اذكر ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيين *أم متعامدين، أم ليس أي منهما*. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من إجابتك.

3A. $A(14, 13)$, $B(-11, 0)$, $C(-3, 7)$, $D(-4, -5)$ **انظر الهامش 3A–3B.**

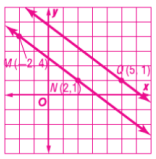
3B. $A(3, 6)$, $B(-9, 2)$, $C(5, 4)$, $D(2, 3)$

© مجموعة لمعان ماكجروهيل التعليمية McGraw-Hill Education

8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

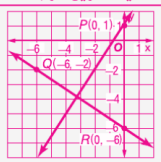
مثال إضافي

4 مثّل بيانيًا المستقيم الذي يحتوي على $Q(5, 1)$ ويوازي المستقيم $\overleftrightarrow{MN}$ المار بالنقطة $M(-2, 4)$ و $N(2, 1)$.



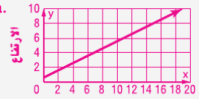
إجابة إضافية (تمرين موجه)

4.



إجابات إضافية

4a.



5–8. انظر ملحق إجابات الوحدة 12 للاطلاع على التمثيلات البيانية.

5. متعامدان

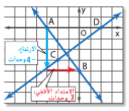
6. ليس أيًا منهما

7. متوازيان

8. متعامدان

مثال 4 استخدام الميل لتمثيل المستقيم بيانيًا

ارسم تمثيلًا بيانيًا للمستقيم الذي يمر بالنقطة $A(-3, 0)$ ويتعامد على $\overleftrightarrow{CD}$ مع $C(-2, -3)$ و $D(2, 0)$.



ميل $\overleftrightarrow{CD}$ يساوي $\frac{0-(-3)}{2-(-2)}$ أو $\frac{3}{4}$.

بما أن $\frac{3}{4}\left(\frac{4}{-3}\right) = -1$ فإن ميل المستقيم المتعامد على $\overleftrightarrow{CD}$ بالنقطة A يساوي $\frac{-4}{3}$ أو $-\frac{4}{3}$.

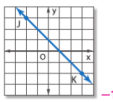
لتمثيل المستقيم بيانيًا، ابدأ عند النقطة A. انتقل إلى الأسفل 4 وحدات ثم إلى اليمين 3 وحدات. حدد النقطة B وارسم $\overleftrightarrow{AB}$.

تمرين موجّه

4. ارسم تمثيلًا بيانيًا للمستقيم الذي يتضمن $P(0, 1)$ ويتعامد على $\overleftrightarrow{QR}$ مع $Q(-6, -2)$ و $R(0, -6)$. **انظر الهامش.**

التحقق من فهمك

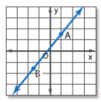
مثال 1 **جـــد ميل كل مستقيم.**

1. 

−1

2.

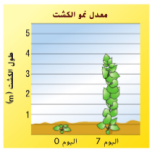
غير محدد

3. 

$\frac{6}{5}$

مثال 2

4. علم النباتات نبات الكشت عبارة عن كرمة سريعة النمو توجد في جنوب الولايات المتحدة، يبلغ الطول البدئي لكرمة الكشت 0.5 m وبعد سبعة أيام، يصبح طول النبات 4 m.



a. مثّل بيانيًا المستقيم الذي يمثل طول النبات بمرور الوقت. **انظر الهامش.**

b. ما الميل في تمثيلك البياني؟ ما الذي يمثله؟
$\frac{1}{2}$؛ ينمو النبات 0.5 m في اليوم.

c. باقتراض أن معدل النمو للنبات مستمر، فكم سيكون طول النبات بعد 15 يومًا؟ **8 m**

مثال 3 **اذكر ما إذا كان $\overleftrightarrow{WX}$ و $\overleftrightarrow{YZ}$ متوازيين أم متعامدين أم ليس أي منهما. مثّل كل خط بيانيًا للتحقق من إجابتك. 5–8. انظر الهامش.**

5. $W(2, 4), X(4, 5), Y(4, 1), Z(8, -7)$
6. $W(1, 3), X(-2, -5), Y(-6, -2), Z(8, 3)$
7. $W(-7, 6), X(-6, 9), Y(6, 3), Z(3, -6)$
8. $W(1, -3), X(0, 2), Y(-2, 0), Z(8, 2)$

مثال 4 **مثّل بيانيًا المستقيم الذي يتوافق مع كل حالة. 9–11. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

9. يمر بالنقطة $A(3, -4)$، ويوازي $\overleftrightarrow{BC}$ المار بالنقطتين $C(5, 6)$ و $B(2, 4)$

10. الميل $= 3$، ويمر بالنقطة $A(-1, 4)$

11. يمر بالنقطة $P(7, 3)$، العمودي على $\overleftrightarrow{LM}$ المار بالنقطتين $L(-2, -3)$ و $M(-1, 5)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL AL

إذا واجه الطلاب صعوبةً في تذكر معاني قيم الميول.

إذا فاطلب منهم أداء أغنية بسيطة عن المستقيمات المختلفة التي لها ميل موجب أو سالب أو صفري أو غير محدد.

8:32 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

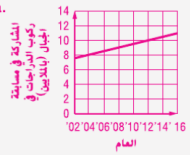
3 تمرين

التقويم التكويني

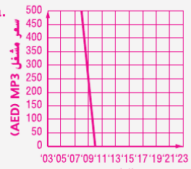
استخدم التمارين من 1 إلى 11 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

26a.



27a.



28–33. انظر ملحق إجابات الوحدة 12 للاطلاع على التمثيلات البيانية.

28. متوازيان

29. متوازيان

30. ليس أيًا منهما

31. متعامدان

32. متعامدان

33. ليس أيًا منهما

التمرين وحل المسائل

مثال 1 جـــد ميل كل مستقيم.

12. $\frac{6}{7}$

13. $-\frac{3}{7}$

14. 0

15. غير محدد

16. $-\frac{4}{5}$

17. 8

حدد ميل المستقيم الذي يمر بالنقاط المعطاة.

18. $C(3, 1), D(-2, 1)$ 0

19. $E(5, -1), F(2, -4)$ 1

20. $G(-4, 3), H(-4, 7)$ غير محدد

21. $J(7, -3), K(-8, -3)$ 0

22. $L(8, -3), M(-4, -12)$ $\frac{3}{4}$

23. $P(-3, -5), Q(-3, -1)$ غير محدد

24. $R(2, -6), S(-6, 5)$ $-\frac{11}{8}$

25. $T(-6, -11), V(-12, -10)$ $-\frac{1}{6}$

مثال 2

26. تمثيل النماذج في عام 2004، شارك 8 ملايين أمريكي فوق سن 7 سنوات في مسابقة ركوب الدراجات في الجبال. وفي عام2006، شارك 8.5 ملايين.

a. ارسم تمثيلا بيانيًا لتوضيح عدد المشاركين في مسابقة ركوب الدراجات في الجبال بناء على التغيير في المشاركة من عام 2004 إلى 2006. **انظر الهامش.**

b. حسب البيانات، ما معدل الزيادة كل عام للرياضة؟ **250,000 فرد في العام**

c. إذا استمرت المشاركة بالمعدل ذاته، فكم ستكون المشاركة في عام 2013 بالتقريب إلى أقرب 10,000؟ **10,250,000**

27. المعرفة المالية افترض أن مشغل MP3 يتكلف 499 AED في عام 2003 و 249.99 AED في عام 2009.

a. مثّل بيانيًا اتجاه المستقيم لتوقع سعر مشغل MP3 من عام 2003 حتى 2009. **انظر الهامش.**

b. حسب البيانات، كم سينخفض السعر في العام؟ **41.50 AED**

c. إذا استمر الاتجاه، فكم ستكون تكلفة مشغل MP3 في عام 2013؟ **84 AED**

مثال 3 **حدد ما إذا كان $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك. مثّل كل خط بيانيًا للتحقق من إجابتك.** **28–33. انظر الهامش.**

28. $A(1, 5), B(4, 4), C(9, -10), D(-6, -5)$

29. $A(-6, -9), B(8, 19), C(0, -4), D(2, 0)$

30. $A(4, 2), B(-3, 1), C(6, 0), D(-10, 8)$

31. $A(8, -2), B(4, -1), C(3, 11), D(-2, -9)$

32. $A(8, 4), B(4, 3), C(4, -9), D(2, -1)$

33. $A(4, -2), B(-2, -8), C(4, 6), D(8, 5)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	12-39, 52-55, 57-72	13-39 فردي, 58-61	12-38 زوجي, 52-55, 57, 62-72
OL أساسي	13-49 فردي, 50-55, 57-72	12-39, 58-61	40-55, 57, 26-27
BL متقدم	40-72		

8:33 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 53. يجب أن يراجع الطلاب ترتيب الأزواج المرتّبة. وموقع *x* و *y* في البسط والمقام، واشارات العمليات في الصيغة.

مثال 4

مثّل بيانيًا المستقيم الذي يتوافق مع كل حالة. 39–34. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

34. يمر بالنقطة $A(2, -5)$، ويوازي $\overleftrightarrow{BC}$ المار بالنقطتين $B(1, 3)$ و $C(4, 5)$

35. الميل -2 ويمر بالنقطة $H(-2, -4)$

36. يمر بالنقطة $K(3, 7)$، وعمودي على $\overleftrightarrow{LM}$ المار بالنقطتين $L(-1, -2)$ و $M(-4, 8)$

37. يمر بالنقطة $X(1, -4)$، ويوازي المستقيم $\overleftrightarrow{YZ}$ المار بالنقطتين $Y(5, 2)$ و $Z(-3, 5)$

38. الميل $= \frac{2}{3}$، ويمر بالنقطة $J(-5, 4)$

39. يمر بالنقطة $D(-5, -6)$، وعمودي على $\overleftrightarrow{FG}$ المار بالنقطتين $F(-2, -9)$ و $G(1, -5)$

40. **الإستادات** قبل هدم استاد آر سي إيه دوم، كان المقر الرئيس لفريق إنديانابوليس كولتس، في عام 2001. بلغ عدد الحاضرين 450,746 مشجعا وفي عام 2005 بلغ الحاضرون 457,373 مشجعا.

a. ما معدل التغير التقريبي في عدد الحضور من عام 2001 وحتى عام 2005؟ **1657**

b. إذا استمر معدل التغير هذا، فتوقع عدد بعدد الحضور لعام 2012. **468,973**

c. هل سيستمر عدد الحضور في الزيادة بمعدل غير محدد؟ اشرح.

d. بنى مسؤولو فريق كولتس إستادًا جديدًا الآن وأكبر مساحة .فهل تعتقد أن قرارهم كان منطقيًا؟ لماذا أو لماذا لا؟

40c. لا: قد لا يستمر عدد الحضور في الزيادة حتى تصل القدرة الاستيعابية للاستاد إلى ذروتها.

40d. الإجابة النموذجية :نعم! نظرًا لتزايد عدد الحضور باستمرار، فسوف يتيح لهم الاستاد الجديد استقبال مزيد من المشجعين.

حدد أي مستقيم يمر بالنقاط المحددة له ميل أكثر انحدارًا.

41. المستقيم 1: $(0, 5)$ و $(6, 1)$ **المستقيم 2**
المستقيم 2: $(4, 10)$ و $(-5, 8)$

42. المستقيم 1: $(-4, 0)$ و $(2, 2)$ **المستقيم 1**
المستقيم 2: $(-4, 0)$ و $(4, 5)$

43. المستقيم 1: $(-4, -9)$ و $(0, 7)$ **المستقيم 2**
المستقيم 2: $(1, 0)$ و $(4, 7)$

44. المستقيم 1: $(7, -6)$ و $(-3, -9)$ **المستقيم 1**
المستقيم 2: $(9, -9)$ و $(5, 3)$

45. **تمثيل النماذج** تعد ولاية ميتشيجان مأوى لنوعين مهددين بالانقراض من الأحياء البرية وهما. النسر الأقرع و الذئب الرمادي. يوضح التمثيل البياني تعداد كل نوع في ولاية ميتشيجان في عام 1992 وعام 2006 .

a. أي نوع منهما كان له معدل تغير أكبر في التعداد؟ **النسر الأقرع**

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا خطيًا يوضح نمو كلا التعدادين. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

c. إذا استمر النوعان في النمو بمعدلاتهما الخاصة، فكم يبلغ تعداد كل نوع في 2012؟ **1189 نسرًا أقرع؛ 494 ذئبًا رماديًا**

جـــد قيمة x أو y التي تتوافق مع الحالات المعطاة. ثم مثّل المستقيم بيانيًا. 49–46. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

46. المستقيم المار بالنقطتين $(-1, 4)$ و $(x, -6)$ له ميل يساوي $-\frac{5}{2}$.

47. المستقيم المار بالنقطتين $(9, -4)$ و $(3, 4)$ يوازي المستقيم المار بالنقطتين $(1, -8)$ و $(4, y)$.

48. المستقيم المار بالنقطتين $(8, 7)$ و $(-6, 7)$ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(4, 2)$ و $(x, 3)$.

49. المستقيم المار بالنقطتين $(-3, 1)$ و $(3, y)$ يوازي المستقيم المار بالنقطتين $(-6, 5)$ و $(9, y)$.

50. **المدارس** في عام 2000. كان في مدرسة جيفرسون الثانوية 1125 طالبًا. وفي عام 2006. زاد عدد الطلاب ليصبح 1425 طالبًا، عندما بنيت مدرسة فيرفيو الثانوية في عام 2001. كان لديها 5721 طالبًا .فكم طالبًا التحق بمدرسة فيرفيو الثانوية في عام 2006 إذا زاد عدد الطلاب بالمعدل ذاته مثل مدرسة جيفرسون الثانوية؟ **1525طالبًا**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

674 | الدرس 3-12 | ميل الخط المستقيم

8:33 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

51 **الموسيقى** تريد أماني ومنى أن تذهبا إلى متجر الموسيقى القريب من منزل أماني بعد المدرسة، ويمكنهما المشي 3.5 km/h أو قيادة الدراجة بسرعة 10 km/h . **انظر الهامش.** 51a–b

a. ارسم جدولا لتوضيح المسافة التي يمكن أن تمشيها أماني ومنى أو تقطعاها إذا ركبا الدراجة. أدرج المسافات المقطوعة في 0 و 1 و 2 و 3 و 4 ساعات.

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا لتوضيح المسافة التي يمكن أن تقطعها أماني ومنى بناءً على زمن كل من المشي وركوب الدراجة. احرص على وضع علامات لمحاور تمثيلك البياني.

c. ما الذي يمثله الميل في تمثيلك البياني؟ **سرعتهما**

d. تقول والدة أماني إنه لا يمكنهما الذهاب إلا إذا كان بإمكانهما الذهاب إلى متجر الموسيقى والعودة منه في أقل من ساعتين. إذا أرادتا قضاء 30 min على الأقل في متجر الموسيقى وهو يبعد عنهما بمسافة 4 km فهل يمكنهما ذلك؟ فهل ينبغي لهما المشي أم ركوب دراجتيهما؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

52. **كتابة سؤال** يقول زميل في الصف إن جميع الخطوط المستقيمة لها ميل موجب أو سالب. اكتب سؤالا يمكن من خلاله التحقق من تخمينه. **الإجابة النموذجية: ماذا عن الخطوط المستقيمة الرأسية؟**

53. **تحليل الخطأ** احتسب كل من أحمد وخالد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $R(-2, 2)$ و $Q(3, 5)$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

أحمد: طرح خالد إحداثيات x بالترتيب الخطأ.

خالد

$m_R = \frac{5-2}{-2-3} = -\frac{3}{5}$

أحمد

$m = \frac{5-2}{3-(-2)} = \frac{3}{5}$

54. **التبرير** ارسم المربع $ABCD$ على أن تكون الرؤوس المتقابلة عند النقطتين $C(10, 4)$ و $A(2, -4)$.

a. جد رأسين آخرين للمربع وسمهما بالنقطتين B و D.

b. وضح أن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ و $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. **انظر الهامش.** a–b

c. وضح أن قياس كل زاوية داخل المربع تساوي 90.

54c الإجابة النموذجية: بما أن ميل المستقيم $\overline{AB}$ غير محدد وميل المستقيم $\overline{BC}$ صفري، فإن المستقيمين متعامدان على بعضهما البعض. وبالتالي، فإن المستقيمان يكوّنان زوايا قائمة بمقياس 90°. وينطبق المنطق ذاته على جميع الأضلاع.

55. **الكتابة في الرياضيات** أوضح ميل برج خليفة وبرج بيزا المائل.

55. برج خليفة له ميل رأسي أو غير محدد وبرج بيزا المائل له ميل موجب.

56. **تحدٍّ** سنتعلم في هذا الدرس أن $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ استخدم البرهان الجبري لتوضيح أن الميل يمكن حسابه باستخدام المعادلة $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.

56–57. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

برج خليفة

البرج المائل

57. **الكتابة في الرياضيات** جد نقطتين إضافيتين تقعان بطول المستقيم ذاته مثل $(7, -1)$ و $(3, -1)$. أوضح طريقة عامة يمكنك استخدامها لإيجاد مزيد من النقاط على المستقيم من أي نقطة محددة.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL AL

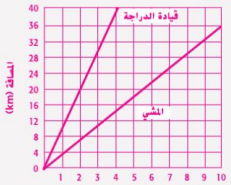
التوسع كلّف الطلاب بالتمثيل البياني للنقطة $y = x^2$ على مستوى إحداثي. ويمكنهم استخدام حاسبة التمثيل البياني لإنشاء التمثيل البياني. اشرح لهم أنّ خط المماس يتقاطع مع التمثيل البياني في موقع واحد. اطلب منهم التنبؤ بموقع خط المماس الخاص بدالتهم. واطلب منهم أن يرسموا المستقيم ويتوقعوا ميله. اشرح لهم أنهم سيتعلمون المزيد عن خطوط مماس الدوال عندما يبدأون في دراسة حساب التفاضل والتكامل.

إجابات إضافية

51a.

الزمن (بالساعة)	مسافة السير (km)	مسافة ركوب الدرّاجات (km)
0	0	0
1	3.5	10
2	7	20
3	10.5	30
4	14	40

51b.



51d. الإجابة النموذجية: نعم. يمكنهم القيام بذلك إذا ركبوا درّاجاتهم. أما إذا ساروا، فسيستغرقون ما يزيد عن الساعتين للسير مسافة 8 km. إذًا فلن يصلوا إلى البيت في الموعد المناسب ولن يقضوا أي زمن في المتجر. أما إذا ركبوا درّاجاتهم، فسيصلون إلى هناك في 24 دقيقة. إذا قضوا 30 دقيقة في المتجر و 24 دقيقة في طريقهم إلى المنزل، عندها يكون إجمالي الزمن الذي يستهلكونه يساوي $78 = 24 + 30 + 24$ دقيقة. وهذا يساوي ساعة واحدة و 18 دقيقة.

54a. الإجابة النموذجية، $B(2, 4)$ و $D(10, -4)$

54b. الإجابة النموذجية، ميول المستقيمين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ غير محددة، ولذا فالمستقيمان متوازيان. وميول المستقيمين $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ تساوي 0. إذًا فهما متوازيان.

8:33 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 12-4 التمثيل البياني لمعادلات المستقيمات وكتابتها في ظل خصائص معطاة مثل نقطتين، أو نقطة وميل، أو ميل وتقاطع مع المحور الرأسي y.

الدرس 12-4 كتابة معادلة عن مستقيم في ظل معلومات معطاة عن التمثيل البياني. وحل المسائل من خلال كتابة معادلات.

بعد الدرس 12-4 تحديد ورسم الدوال الأصلية، بما فيها الدوال الخطية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- كم يبلغ سعر تذكرة سفر لمسافة 80 km/h؟ AED 52.50
- ما النقطتان الموجودتان على التمثيل البياني للمعادلة؟ الإجابة النموذجية: (10, 42.5), (15, 52.5)
- ما ميل المستقيم؟ 2

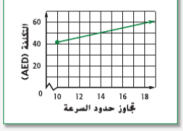
12-4 معادلات المستقيم

السابق ● إيجاد ميل المستقيم.

الحالي 1 كتابة معادلة لمستقيم بناءً على معلومات عن التمثيل البياني.
2 حل المسائل عن طريق كتابة المعادلات.

لماذا؟ ● على طريق ضيق بالقرب من مدينة هانا، تبلغ الغرامة الأدنى على تجاوز حد السرعة المقدر بسرعة 65 km بالساعة أقل بالساعة AED 42.50، وهناك رسم إضافي بقيمة AED 2 عن كل كيلو متر بالساعة زائد عن الكيلو مترات العشرة الأولى بالساعة. ويمكن تمثيل التكلفة الإجمالية، دون حساب تكاليف المحكمة، بواسطة المعادلة $C = 42.5 + 2m$.

غرامة السرعة



المفردات الجديدة
- صيغة الميل والمقطع slope-intercept form
- صيغة النقطة والميل point-slope form

ممارسات في الرياضيات
استخدام نماذج الرياضيات.
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

1 كتابة معادلات للمستقيمات

ربما تتذكر من الجبر أن معادلة مستقيم غير رأسي يمكن كتابتها بصيغ مختلفة ولكنها متساوية.

المفهوم الأساسي معادلات المستقيم غير الرأسي

صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية هي، $y = mx + b$ حيث m هو ميل الخط و b هو طول والمقطع من المحور y.

الميل: m — التقاطع من المحور الرأسي y: b — مثال: $y = 3x + 8$

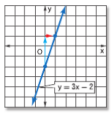
صيغة النقطة والميل لمعادلة خطية هي $y - y_1 = m(x - x_1)$ حيث (x_1, y_1) تمثل أي نقطة على المستقيم و m هو ميل المستقيم.

النقطة على المستقيم $(3, 5)$ — الميل -2 — مثال: $y - 5 = -2(x - 3)$

عند عليك بالميل بالإضافة إلى العلم بالمقطع من المحور y أو بنقطة على مستقيم، يمكنك استخدام تلك الصيغ لكتابة معادلة المستقيم.

مثال 1 الميل والمقطع من المحور y

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل 3 والمقطع من المحور y يساوي 2 − ثم مثّل المستقيم بيانيًا.



صيغة الميل والمقطع: $y = mx + b$
$m = 3$، $b = -2$: $y = 3x + (-2)$
بسط: $y = 3x - 2$

طول المقطع من المحور y. −2. استخدم الميل بقيمة 3 أو $\frac{3}{1}$ لإيجاد نقطة أخرى على بعد 3 وحدات لأعلى وعلى بُعد وحدة واحدة إلى اليمين من التقاطع مع المحور y. ثم ارسم المستقيم المار بهاتين النقطتين.

تمرين موجّه

1. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي ميله $-\frac{1}{2}$ ومقطعه من المحور y يساوي 8. ثم مثّل المستقيم بيانيًا. انظر ملحق إجابات الوحدة 12

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:33 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

1 كتابة معادلة لمستقيمات

الأمثلة 1–4 توضح طريقة كتابة معادلة خطية باستخدام صيغة الميل والمقطع أو صيغة الميل والنقطة لمستقيم. ويتعين أن يكون الطلاب قادرين على استخدام القيم المعطاة لكتابة معادلة خطية إما بصيغة الميل والمقطع أو بصيغة الميل والنقطة. **المثال 5** يوضح طريقة إيجاد مستقيم عمودي على مستقيم مُعطى عبر نقطة معطاة.

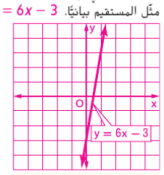
التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

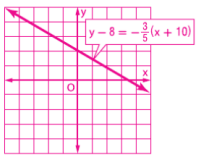
1 اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يبلغ ميله 6 ويتقاطع مع المحور الرأسي y عند -3. بعد ذلك، مثّل المستقيم بيانيًا.

$y = 6x - 3$



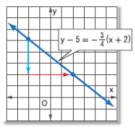
2 اكتب معادلة بصيغة الميل والنقطة للمستقيم بميل يبلغ $-\frac{3}{5}$ ويتضمن النقطة $(-10, 8)$. ثم مثّل المستقيم بيانيًا.

$y - 8 = -\frac{3}{5}(x + 10)$



مثال 2 نقطة وميل على المستقيم

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل $-\frac{3}{4}$ والمار بالنقطة $(-2, 5)$. ثم مثّل المستقيم بيانيًا.



$y - y_1 = m(x - x_1)$ صيغة النقطة والميل

$y - 5 = -\frac{3}{4}[x - (-2)]$ $m = -\frac{3}{4}$, $(x_1, y_1) = (-2, 5)$

$y - 5 = -\frac{3}{4}(x + 2)$ بسّط.

مثّل بيانيًا النقطة المعطاة $(-2, 5)$. استخدم الميل $-\frac{3}{4}$ أو $\frac{-3}{4}$ لإيجاد نقطة أخرى على بعد 3 وحدات للأسفل و 4 وحدات إلى اليمين. ثم ارسم المستقيم بحيث يمر بهاتين النقطتين.

انتبه!
استبدال الإحداثيات السالبة عند استبدال إحداثيات سالبة، استخدم الأقواس لتجنب إحداث أخطاء في العلامات.

تمرين موجّه

2. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل 4 الذي يمر بالنقطة $(-3, -6)$، ثم مثّل المستقيم بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12**

عندما يكون ميل المستقيم غير معروف، فاستخدم نقطتين على المستقيم لحساب قيمة الميل. ثم استخدم صيغة النقطة والميل أو صيغة الميل والمقطع لكتابة معادلة للمستقيم.

مثال 3 نقطتان

اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.

a. $(0, 3)$ و $(-2, -1)$

الخطوة 1 جِد ميل المستقيم المار بالنقاط.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{-2 - 0} = \frac{-4}{-2}$ أو 2 استخدم قانون الميل.

الخطوة 2 اكتب معادلة للمستقيم.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = 2x + 3$ $m = 2$؛ يمثل التقاطع مع المحور y: $(0, 3)$

b. $(-7, 4)$ و $(-4, 4)$

الخطوة 3 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 4}{9 - (-7)} = \frac{-8}{16}$ أو $-\frac{1}{2}$ قانون الميل.

الخطوة 4

$y - y_1 = m(x - x_1)$ صيغة النقطة والميل

$y - 4 = -\frac{1}{2}[x - (-7)]$ $m = -\frac{1}{2}$, $(x_1, y_1) = (-7, 4)$

$y - 4 = -\frac{1}{2}(x + 7)$ بسّط.

$y - 4 = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$ حل باستخدام خاصية التوزيع.

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ اجمع 4 لكل طرف

$\frac{7}{2} + 4 = -\frac{7}{2} + \frac{8}{2}$

$= \frac{1}{2}$

نصيحة دراسية
المقاطعة في المثال 3b، يمكنك أيضا استخدام صيغة الميل والمقطع ونقطة واحدة لإيجاد المقطع من المحور y وكتابة المعادلة.

$y = mx + b$

$4 = -\frac{1}{2}(-7) + b$

$4 = \frac{7}{2} + b$

$4 - \frac{7}{2} = b$

$b = \frac{1}{2}$

إذًا، $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

تمرين موجّه

3A. $(-2, 4)$ و $(8, 10)$ $y = \frac{3}{5}x + \frac{26}{5}$

3B. $(-1, 3)$ و $(7, 3)$ $y = 3$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إرشاد للمعلمين الجدد

استخدام التمثيلات البيانية يواجه بعض الطلاب صعوبة في كتابة المعادلات الخطية باستخدام صيغة الميل والنقطة من المسائل الكلامية. فيجب عليهم تصميم تمثيل بياني به كل محور يمثل متغيرات القيم المعطاة. وتسمح هذه الطريقة للطلاب أن يستعيضوا عن قيم الميل والمقطع.

319 / 120

8:33 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

أمثلة إضافية

3 اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.

a. (4, 9) و (0, −2)
$y = \frac{3}{2}x + 3$

b. (−3, −7) و (3, −1)
$y = 5x + 8$

4 اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين (−2, 5) و (0, −2) باستخدام صيغة الميل والمقطع. $y = -2$

5 اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم عمودي على المستقيم $y = \frac{1}{5}x + 2$ المار بالنقطة (0, 2).
$y = -5x + 10$

انتبه!
معادلات المستقيمات عند تحويل معادلة مستقيم مكتوبة بصيغة الميل والنقطة إلى صيغة الميل والمقطع، تذكر أن يتم التوزيع عبر الأقواس.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية اسحب شبكة إحداثية على اللوحة. ارسم مستقيما على الشبكة. واطلب من الطلاب كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع. ثمّ اسحب المستقيم إلى موقع آخر على اللوحة وكرر العملية. ناقش مع الطلاب أوجه تشابه واختلاف المعادلتين.

مثال 4 مستقيم أفقي

اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين (−2, 6) و (5, 6) بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة 1 هذا مستقيم أفقي. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 6}{5 - (-2)} = \frac{0}{7}$ أو 0

الخطوة 2

$y - y_1 = m(x - x_1)$	صيغة النقط والميل
$y - 6 = 0[x - (-2)]$	$m = -\frac{1}{2}, (x_1, y_1) = (-2, 6)$
$y - 6 = 0$	بسط.
$y = 6$	اجمع 6 لكل طرف.

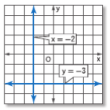
تمرين موجّه $y = 0$

4. اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين (0, 5) و (0, −1) بصيغة الميل والمقطع.

الربط بتاريخ الرياضيات
غاسبار مونج (1746–1818) قدّم مونج صيغة الميل والنقطة لمعادلة لمستقيم في ورقة بحثية نشرت في 1784.

معادلات المستقيمات الأفقية والرأسية لا تحتوي إلا على متغير واحد.

المفاهيم الأساسية معادلات المستقيمات الأفقية والرأسية



معادلة المستقيم الأفقي $y = b$، حيث b هو المقطع من المحور y للمستقيم.
مثال $y = -3$

معادلة المستقيم الرأسي $x = a$، حيث a هو المقطع من المحور x للمستقيم.
مثال $x = -2$

يكون للمستقيمات المتوازية غير الرأسية ميول متساوية. ويكون المستقيمين غير الرأسيين عموديان إذا كان ناتج ضرب ميليهما هو −1. المستقيمات الرأسية والأفقية متعامدة دائما على بعضها البعض.

مثال 5 كتابة معادلات للمستقيمات المتوازية أو العمودية

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم العمودي على $y = -3x + 2$ حيث يمر بالنقطة (4, 0).

ميل $y = -3x + 2$ هو −3، بحيث يكون ميل مستقيم عمودي عليه هو $\frac{1}{3}$.

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$0 = \frac{1}{3}(4) + b$	$m = \frac{1}{3}, (x, y) = (4, 0)$
$0 = \frac{4}{3} + b$	بسط.
$-\frac{4}{3} = b$	اطرح $\frac{4}{3}$ من كل طرف.

إذا، فالمعادلة هي $y = \frac{1}{3}x + \left(-\frac{4}{3}\right)$ أو $y = \frac{1}{3}x - 1\frac{1}{3}$.

تمرين موجّه

5. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم متواز مع $y = -\frac{3}{4}x + 3$ ويحتوي على (−3, 6). $y = -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL AL

النمط المنطقي اشرح للطلاب أنهم عندما يجدون معادلة تمثيل بياني، فعليهم مراجعة عملهم دائما. ومن خلال العمل المستقل، اطلب من الطلاب النظر إلى الأمثلة الواردة في هذا الدرس والتعويض عن النقاط الموجودة على المستقيم في المعادلة النهائية. ويجب عليهم أن يتحققوا من نتائج التعويض في معادلة حقيقية.

8:33 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

2 كتابة المعادلات لحل المسائل

المثال 6 يوضح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية باستخدام معادلة خطية.

مثال إضافي

6 تكاليف الإيجار يفرض مجمع شقق سكنية مبلغا قدره AED 525 في الشهر بالإضافة إلى AED 750 كرسوم للصيانة السنوية.

a. اكتب معادلة تمثّل إجمالي تكاليف العام الأول المُمثَّلة بالحرف A لعدد r من شهور الإيجار.

$A = 525r + 750$

b. قارن تكلفة الإيجار السابقة بمجمع آخر يفرض رسما يبلغ AED 200 كمصاريف للصيانة السنوية بخلاف رسم إيجار شهري يبلغ AED 600. وإذا كان أحد الأشخاص يتوقع أن يقيم في شقّة سكنية لمدة عام واحد، فأي المجمعين يقدّم سعرًا أفضل؟ المجمع الأول هو الذي يقدّم سعرًا أفضل؛ تبلغ تكلفة العام الواحد AED 7050 مقابل AED 7400 للمجمع الثاني.

التركيز على محتوى الرياضيات

معادلات المستقيمات يمكن كتابة معادلة مستقيم بطرق عديدة مختلفة. فيمكن كتابة صيغة الميل والنقطة من خلال أي نقطة يمر بها المستقيم، أو يمكن استخدام صيغة الميل والمقطع. وتكون هذه المعادلات متكافئة باستخدام الخواص الجبرية للتساوي.

2 كتابة معادلات لحل المسائل

يمكن تمثيل الكثير من مواقف الحياة اليومية باستخدام معادلة خطية.

قراءة في الرياضيات
خطي كلمة "خطي" تشير إلى شكل مستقيم والتمثيل البياني لمعادلة خطية يأخذ شكل مستقيم

مثال 6 من الحياة اليومية كتابة معادلات خطية

المعرفة المالية تبلغ تكلفة عرض الهاتف اللاسلكي الحالية الخاصة بمازن، العرض X، مبلغ AED 39.95 لكل شهر نظير إجراء مكالمات غير محدودة و AED 0.05 لكل رسالة نصية. ويفكر مازن في التغيير إلى العرض Y الذي يكلّف AED 35 لكل شهر نظير إجراء مكالمات غير محدودة بالإضافة إلى مبلغ AED 0.10 لكل رسالة نصية. فأي عرض يقدم له السعر الأفضل؟

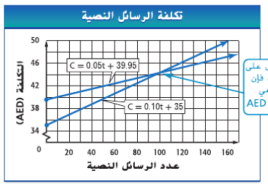
الفهم العرض X يكلف AED 39.95 لكل شهر بالإضافة إلى AED 0.05 لكل رسالة نصية. والعرض Y يكلف AED 35 لكل شهر بالإضافة إلى AED 0.10 لكل رسالة نصية. تحتاج إلى مقارنة العرضين لتحديد متى تكون تكلفة أحد العرضين أقل من الآخر.

التخطيط اكتب معادلة لتمثيل التكلفة الشهرية الإجمالية C لكل خطة مقابل t الرسائل النصية المرسلة أو المستقبلة. ثم مثّل المعادلات بيانيًا لمقارنة العرضين.

الحل تبلغ معدلات الزيادة، أو الميل m، في التكاليف الإجمالية AED 0.05 للعرض X و AED 0.10 للعرض Y. وعندما يكون عدد الرسائل النصية هو 0، فإن التكلفة الإجمالية هي مجرد الرسوم الشهرية. إذًا، قطول المقطع من المحور y هو b 39.95 للعرض X و 35 للعرض Y.

العرض X		العرض Y
$C = mt + b$	صيغة الميل والمقطع	$C = mt + b$
$C = 0.05t + 39.95$	عوض عن m و b.	$C = 0.10t + 35$

مثّل المعادلتين بيانيًا على المستوى الإحداثي نفسه.



يتضح أنه للحصول على 100 رسالة نصية، فإن تكلفة كل عرض هي ذاتها، أي نحو AED 44.

من التمثيل البياني، يبدو أنه إذا أرسل مازن أو استقبل أقل من حوالي 100 رسالة نصية، فالعرض Y يقدم السعر الأقل. ولأكثر من 100 رسالة، فإن العرض X هو الأقل.

التحقق تحقق من تقييمك. مقابل 100 رسالة نصية. فالعرض X يكلف 0.05(100) + 39.95 أو 44.95، والعرض Y يكلف 35 + 0.1(100) أو 45. وبتعديل تقييمنا، نجد أنه حين يصل عدد الرسائل إلى 99، فإن كلتي الخطتين تكلف AED 44.90. ✓

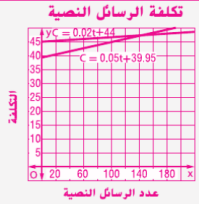
تمرين موجّه

6. لنفترض أن السعر للعرض Y كان AED 44 في الشهر و AED 0.02 للرسالة النصية. فأي عرض سيقدم لمازن السعر الأفضل؟ علل إجابتك. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية (تمرين موجه)

6. $C = 0.05t + 39.95$, $C = 0.02t + 44$، بالنسبة لعدد 135 رسالة، الأسعار متساوية. أما بالنسبة لأقل من 135 رسالة، فعرض مازن الحالي يقدم السعر الأدنى. وبالنسبة لعدد أكبر من 135 رسالة، فالعرض البديل يقدم السعر الأدنى.



8:33 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

50. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم يمر بالنقطة (4, 2) ويوازي مع المستقيم $y - 2 = 3(x + 7)$. $y = 3x - 10$

51. اكتب معادلة لمستقيم يمر بالنقطة (−8, 12) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (−7, 2) و (3, 2). $x = -8$

52. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم مار بالنقطة (5, 3) ويوازي مع المستقيم $y + 11 = \frac{1}{2}(4x + 6)$. $y = 2x - 7$

53. **صناعة الفخار** يقدم مركز اجتماعي فصولًا لتعليم صناعة الفخار. ويفرض رسم الاشتراك بقيمة AED 40 اللوازم والخامات، بما فيها كيس واحد من الطين، وتكلف أكياس الطين الإضافية مبلغ AED 15 لكل كيس. فاكتب معادلة لتمثيل تكلفة الفصل وعدد x من أكياس الطين. $C = 15x + 25$ أو $C = 15(x - 1) + 40$

54. **التمثيلات المتعددة** في الجبر 1، تعلمت أن حل نظام من معادلتين خطيتين يتمثل في زوج مرتب يعتبر حلاً لكلتا المعادلتين. لاحظ المستقيمات q وr وs وt مع مراعاة المعادلات المعطاة. **a–d. انظر الهامش.**

المستقيم q: $y = 3x + 2$ المستقيم r: $y = 0.5x - 3$ المستقيم s: $2y = x - 6$
المستقيم t: $y = 3x - 3$

a. التمثيل الجدولي ارسم جدول قيم لكل معادلة لـ $x = -3$ و -2 و -1 و 0 و 1 و 2 و 3. أي أزواج من المستقيمات يبدو أنه يمثل نظام معادلات له حل واحد؟ ليس له حل؟ له حلول كثيرة بقدر لا محدود؟ استخدم جداولك لتشرح استنتاجك.

b. التمثيل البياني مثّل بيانيًا المعادلات على المستوى الإحداثي نفسه. صف العلاقة الهندسية بين كل زوج من المستقيمات، بما فيها نقاط التقاطع.

c. التمثيل التحليلي كيف أمكنك تحديد إجاباتك عن الجزء *a* بمجرد استخدام معادلات المستقيمات؟

d. التمثيل اللفظي اشرح كيفية تحديد ما إذا كان نظام معطى لمعادلتين خطيتين لهما حل واحد، أو ليس لهما حل، أو لهما حلول كثيرة بقدر لا محدود باستخدام جدول، أو تمثيل بياني، أو معادلات للمستقيمات.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

95. الإجابة النموذجية: عندما تعطى الميل والمقطع مع المحور *y*، فصيغة الميل والمقطع تكون أسهل في الاستخدام. وعندما تعطى نقطتين، فصيغة النقطة والميل تكون أسهل في الاستخدام. وعندما تعطى الميل ونقطة، فصيغة النقطة والميل تكون أسهل في الاستخدام.

55. **التحدي** جد قيمة n بحيث يكون المستقيم العمودي على المستقيم ذي المعادلة $8 + 4 = 6x - 2y$ مارًا بالنقطتين $(n, -4)$ و $(8, -2)$. **14**

56. **التبرير** حدد ما إذا كانت النقاط (−2, 2) و (5, 2) و (8, 6) تقع على مستقيم واحد أم لا. برر إجابتك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

57. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلات لزوجين مختلفين من المستقيمات المتعامدة التي تتقاطع عند النقطة (−3, −7). **الإجابة النموذجية:** $y = 2x - 1$، $y = -\frac{1}{2}x - \frac{17}{2}$

58. **التفكير النقدي** كتبت أماني وميساء معادلة لمستقيم ذي ميل بقيمة 5− ويمر بالنقطة (−2, 4). هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

أماني	ميساء
$y - 4 = -5(x - (-2))$	$y - 4 = -5(x - (-2))$
$y - 4 = -5(x + 2)$	$y - 4 = -5(x + 2)$
$y - 4 = -5x - 10$	
$y = -5x - 6$	

كتبت أماني المعادلة بصيغة الميل والمقطع وكتبت ميساء المعادلة بصيغة النقطة والميل.

59. **الكتابة في الرياضيات** متى يكون من الأسهل استخدام صيغة النقطة والميل لكتابة معادلة لمستقيم ومتى يكون من الأسهل استخدام صيغة الميل والمقطع؟

McGraw-Hill Education © محفوظ لصالح مؤسسة تعليم وتأليف

التمثيلات المتعددة

في التمرين 54. يستخدم الطلاب جدولاً ومعادلةً جبرية وتمثيلاً بيانيًا ووصفًا لفظيًا لاستكشاف مسائل من الحياة اليومية يمكن تمثيلها بمعادلة خطية.

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 58. يتعين على الطلاب أن يدركوا أنه في حالة كتابة ميساء لمعادلتها في أبسط صورة، فإنها ستكون مطابقة لإجابة أماني. ذكر الطلاب بأنّ صيغة الميل والمقطع وصيغة الميل والنقطة ينتج عنهما صيغ متكافئة لمعادلة المستقيم.

إجابات إضافية

54a.

المستقيم q $y = 3x + 2$	
x	y
−3	−7
−2	−4
−1	−1
0	2
1	5
2	8
3	11

المستقيم r $y = 0.5x - 3$	
x	y
−3	−4.5
−2	−4
−1	−3.5
0	−3
1	−2.5
2	−2
3	−1.5

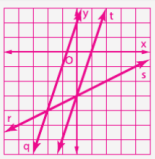
المستقيم s $2y = x - 6$	
x	y
−3	−4.5
−2	−4
−1	−3.5
0	−3
1	−2.5
2	−2
3	−1.5

المستقيم t $y = 3x - 3$	
x	y
−3	−12
−2	−9
−1	−6
0	−3
1	0
2	3
3	6

الإجابة النموذجية: يبدو أن نظام المعادلات الممثل بالمستقيمين q و r والمستقيمين q و s له حل واحد، بما أن كل زوج من الجداول يشترك في الزوج المرتب (−2, −4). يبدو أن نظام المعادلات الممثل بالمستقيمين r و t والمستقيمين s و t له حل واحد، بما أن كل زوج من الجداول يشترك في الزوج المرتب (0, −3).

يبدو أن نظام المعادلات الممثل بالمستقيمين q و t ليس له حل، بما أن قيم y للأزواج المرتبة بنفس قيم x ستظل مختلفة بمقدار 5. ويبدو أن نظام المعادلات الممثل بالمستقيمين r و s له عدد لا نهائي من الحلول، بما أن زوج الجداول يحتوي على كل الأزواج المرتبة المشتركة.

54b.



الإجابة النموذجية: يتوازى المستقيمان q و t. ويتطابق المستقيمان r و s. ويتقاطع المستقيمان q و r عند النقطة (−4, −2). ويتقاطع المستقيمان r و t عند النقطة (0, −3).

8:33 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

تدريب على الاختبارات المعيارية

60. أي تمثيل بياني هو أفضل تمثيل للمستقيم المار بالنقطة $(-2, -3)$؟ **C**

A

C

B

D

61. أي معادلة تصف المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-2, 1)$ وعمودي على المستقيم $y = \frac{1}{3}x + 5$؟ **H**

F $y = 3x + 7$

G $y = \frac{1}{3}x + 7$

H $y = -3x - 5$

J $y = -\frac{1}{3}x - 5$

62. إجابة شبكية في إحدى الكليات، يمتلك 80% من الطلاب هواتف خلوية. ومن بين الطلاب الذين يمتلكون هواتف خلوية، يمتلك 70% منهم أجهزة كمبيوتر. فما نسبة الطلاب في الكلية الذين يمتلكون هاتفًا خلويًا وجهاز كمبيوتر على حدٍّ سواء؟ **56**

63. أي تعبير SAT/ACT مساوٍ مع $4(x - 6) - \frac{1}{2}(x^2 + 8)$؟ **E**

A $4x^2 + 4x - 28$

B $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 20$

C $-\frac{1}{2}x^2 + 6x - 24$

D $3x - 20$

E $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 28$

مراجعة شاملة

حدد ميل المستقيم الذي يمر بالنقاط التالية.

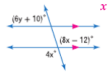
64. $J(4, 3)$, $K(5, -2)$ **−5**

65. $X(0, 2)$, $Y(-3, -4)$ **2**

66. $A(2, 5)$, $B(5, 1)$ $-\frac{4}{3} \approx -1.3$

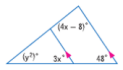
جـــد x و y في كل شكل.

67.



$x = 3$, $y \approx 26.33$

68.



$x = 16$, $y = 8.7$

69. القيادة يقع منزل وفاء، في منتصف المسافة بين محطة الغاز "نيومان" ومحطة الغاز "أو راما". "وتقع محطة الغاز "نيومان" على بعد ربع كيلو متر من منزل وفاء. فكم تبعد محطة الغاز "أو راما" عن منزل وفاء؟ وكم تبعد محطتا الغاز عن بعضهما؟

محطة غاز "أو راما" تقع أيضًا على بعد ربع كيلو متر من منزل وفاء؛ وتبعد المحطتان مسافة نصف كيلو متر عن بعضهما.

مراجعة المهارات

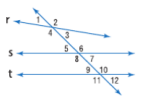
حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا.

70. $\angle 1$ و $\angle 12$ **خارجية متبادلة**

71. $\angle 7$ و $\angle 10$ **داخلية متتالية**

72. $\angle 4$ و $\angle 8$ **متناظرة**

73. $\angle 2$ و $\angle 11$ **خارجية متبادلة**



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسع كلّف الطلاب بتحديد موقف به معادلة ربح ومعادلة إنفاق، وتمثيل كل معادلة بيانيًا على نفس الشبكة. وتسمى نقطة تقاطع المستقيمين باسم "نقطة التعادل". فعلى سبيل المثال، في محل عصير عمر، يربح عمر 0.25 AED لكل كوب يباع من عصير الليمون، وتبلغ نفقاته 2.50 AED للإبريق و 0.05 AED لكل كوب عصير يصنعه. مثّل بيانيًا المعادلتين $y = 0.25x$ و $y = 0.05x + 2.5$، وتشير نقطة التقاطع (12.5, 3.125) إلى أنه يتعين على عمر أن يبيع ما لا يقل عن 13 كوبًا من عصير الليمون لكل إبريق لكي يحقّق ربحًا.

4 التقويم

حصاد الأمس كلّف الطلاب بكتابة كيف ساعدهم درس الأمس عن ميول المستقيمات في تعلم كتابة معادلات مستقيمات. وعليهم أن يعطوا ما لا يقل عن مثالين يدعمان استنتاجاتهم.

إجابات إضافية

54c. الإجابة النموذجية: قارن بين ميول المستقيمات ونقاط تقاطعها مع المحور الرأسي y. فالمستقيم q له ميل بمقدار 3 وتقاطع مع المحور الرأسي y عند 2، والمستقيم r له ميل يبلغ 0.5 وتقاطع مع المحور الرأسي y عند −3، والمستقيم s له ميل يبلغ 0.5 وتقاطع مع المحور الرأسي y عند −3، والمستقيم t له ميل قيمته 3 وتقاطع مع المحور الرأسي y عند −3. وبما أن المستقيمين q و r لهما درجة ميل مختلفة والمستقيمين r و t لهما درجة ميل مختلفة، وكل زوج من المستقيمات يتقاطعان، إذًا فكل نظام معادلات ذي صلة يكون له حل واحد. وبما أن المستقيمين q و t لهما نفس درجة الميل ولكنهما مختلفان في تقاطعهما مع المحور الرأسي y، والمستقيمان متوازيان، إذًا فإن نظام المعادلات ذا الصلة لا يوجد له حلول. وبما أن المستقيمين r و s لهما نفس درجة الميل ونفس التقاطع مع المحور الرأسي y، والمستقيمان متطابقان، إذًا فإن نظام المعادلات ذا الصلة له حلول لا نهاية لها.

54d. الإجابة النموذجية: نظام المعادلات ذو الحل الواحد سيكون له زوج مرتّب واحد فقط مشترك في كل جدول من جداول القيم. وتمثيل بياني للمستقيمات المتقاطعة. ومعادلات ذات ميول مختلفة. أما نظام المعادلات الذي ليس له حلول فلن يكون له أي أزواج مرتبة مشتركة في كل جدول من جداول القيم. وتمثيل بياني للمستقيمات المتوازية. ومعادلات ذات ميل واحدة، ولكنها تختلف في تقاطعها مع المحور الرأسي y. أما نظام المعادلات ذو الحلول اللانهائية سيكون له جداول قيم متطابقة. وتمثيل بياني للمستقيمات المتطابقة. ومعادلات لها نفس الميول ونفس التقاطع مع المحور الرأسي y.

8:33 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

الهدف استكشاف الأشكال على مستوى إحداثي.

المواد الخاصة لكل مجموعة

- ورق مربعات

وسائل تعليمية يدوية سهلة التشكيل

قوالب تدريس الهندسة بواسطة الوسائل التعليمية اليدوية الخاصة بـ:

- ورق تمثيل بياني

2 التدريس

العمل بصورةٍ مستقلة

يستطيع الطلاب العمل على هذا النشاط بشكلٍ فردي أو في مجموعات ثنائية ذات قدرات متنوعة. اطلب منهم القراءة عبر النشاط.

بعد قراءتهم للنشاط، ناقش معهم الخطوات المطلوبة لإيجاد المنصف العمودي. اسألهم عن سبب ضرورة إيجاد نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة المعطاة وكذلك ميلها. اجعلهم يقرروا ما إذا كان ترتيب الخطوتين 1 و 2 مهما أم لا.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 1 إلى 7.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 7 لتقويم مدى استيعاب الطلاب لطريقة كتابة معادلة والتمثيل البياني لمستقيم يعد منصفًا عموديًا.

من العملي إلى النظري

أخبِرْ الطلاب أن يكتبوا عن هذا النشاط مستخدمين كلماتهم وأمثلتهم الخاصة. اطلب منهم تحديد المنصف العمودي وشرح الخطوات، مع رسومات تخطيطية، لطريقة كتابة معادلة ورسم تمثيل بياني لمنصف عمودي.

مختبر الهندسة

12-4 معادلات المُنصِّفات العمودية

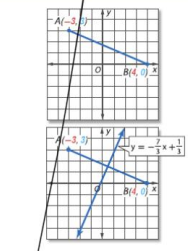
يمكنك تطبيق ما تعلمته عن الميل ومعادلات المستقيمات على الأشكال الهندسية على أحد المستويات.

النشاط

جـــد معادلة مستقيم يكون المنصف العمودي على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ ذات النقطتين الطرفيتين $A(-3, 3)$ و $B(4, 0)$.

الخطوة 1 منصف قطعة مستقيمة يحتوي على نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة. استخدم قانون نقطة المنتصف لإيجاد نقطة المنتصف M في $\overline{AB}$.

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-3+4}{2}, \frac{3+0}{2}\right)$$
$$= M\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$



الخطوة 2 منصف عمودي متعامد على القطعة المستقيمة بنقطة المنتصف. ومن أجل إيجاد ميل المنصف، جـــد أولا ميل $\overline{AB}$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{قانون الميل}$$
$$= \frac{0-3}{4-(-3)} \quad x_1 = -3, x_2 = 4, y_1 = 3, y_2 = 0$$
$$= -\frac{3}{7} \quad \text{بسط.}$$

الخطوة 3 الآن، استخدم صيغة النقطة والميل لكتابة معادلة المستقيم. ميل المنصف هو $\frac{7}{3}$ حيث إن $-\frac{3}{7}\left(\frac{7}{3}\right) = -1$.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{صيغة النقطة والميل}$$
$$y - \frac{3}{2} = \frac{7}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right) \quad = m = \frac{7}{3}, \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) = (x_1, y_1)$$
$$y - \frac{3}{2} = \frac{7}{3}x - \frac{7}{6} \quad \text{خاصية التوزيع}$$
$$y = \frac{7}{3}x + \frac{1}{3} \quad \text{اجمع } \frac{3}{2} \text{ على كل طرف.}$$

تمارين

جـــد معادلة مستقيم يكون المنصف العمودي $\overline{PQ}$ بالنسبة للنقاط الطرفية المعطاة.

1. $P(5, 2), Q(7, 4)$ $y = -x + 9$
2. $P(-3, 9), Q(-1, 5)$ $y = \frac{1}{2}x + 8$
3. $P(-6, -1), Q(8, 7)$ $y = -\frac{7}{4}x + \frac{19}{4}$
4. $P(-2, 1), Q(0, -3)$ $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$
5. $P(0, 1.6), Q(0.5, 2.1)$ $y = -x + 2.1$
6. $P(-7, 3), Q(5, 3)$ $x = -1$
7. **تحدَّ** جـــد معادلات المستقيمات التي تحتوي على أضلاع $\triangle XYZ$ و الرؤوس $X(-2, 0)$ و $Y(1, 3)$ و $Z(3, -1)$. $y = x + 2; y = -2x + 5; y = -\frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:33 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

الدرس 5-12 استخدام ميول المستقيمات لتحديد المستقيمات المتوازية والمتعامدة.

الدرس 5-12 التعرف على العلاقات بين الزوايا الناتجة عن قطع مستقيمين متوازيين من خلال قاطع. استخدام العلاقات بين الزوايا لإثبات توازي المستقيمات.

بعد الدرس 5-12 إيجاد المسافة بين مستقيمَين متوازيين والمسافة بين مستقيمٍ ونقطة.

2 التدريس

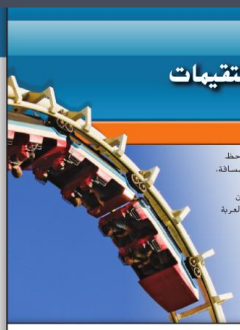
الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا تم إنشاء جانبي المسار متوازيَين عند جميع النقاط؟ الإجابة النموذجية: لن تتمكن السيارات من التحرّك بأمان على المسار إذا لم يكن الجانبان متوازيين.
- إذا كان أحد القضبان الداعمة التي تربط جانبي المسار عموديًا على أحد جانبي المسار. فما قياس الزاوية المتكوّنة من هذا القضيب والجانب الآخر من المسار؟ 90°

12-5 إثبات توازي المستقيمات



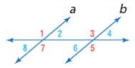
السابق	الحالي	لماذا؟
• استخدمت الميول لتحديد المستقيمات المتوازية والمتعامدة.	1 التعرف على أزواج الزوايا التي تتكوّن مع المستقيمات المتوازية. 2 إثبات أن مستقيمين متوازيان.	• عندما ترى قضبان لعبة الأفعوانية تلاحظ أن طرفي القضبان دائمًا على نفس المسافة. وهذا بالرغم من أن القضبان تنحرف وتنعطف. فالقضبان مبنية بعناية لتكون متوازية على كل النقاط بحيث تكون العربة ثابتة على القضبان.

1 تحديد المستقيمات المتوازية

طرقا قضبان لعبة الأفعوانية متوازيان.
وكل الدعامات على طول القضبان هي أيضًا متوازية. وكل زاوية من الزوايا المتشكلة بين القضبان والدعامات هي زاوية متناظرة. وقد عرفنا أن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة عندما تكون المستقيمات متوازية. ومعكوس هذه العلاقة صحيح أيضًا.

المسلمة 12.4 مسلمة معكوس الزوايا المتناظرة

إذا قُطع مستقيمان بواسطة قاطع بحيث تكون الزوايا المتناظرة متطابقة، إذا فالمستقيمان متوازيان.

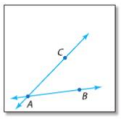


أمثلة إذا كان $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 7 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 6$، فإن $a \parallel b$.

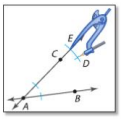
معكوس مسلمة الزوايا المتناظرة يمكن استخدامها لإنشاء مستقيمات متوازية.

إنشاء مستقيم متوازٍ عن طريق نقطة ليست موجودة على المستقيم

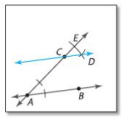
الخطوة 1 استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overleftrightarrow{AB}$ وارسم النقطة C بحيث لا تكون على $\overleftrightarrow{AB}$ وارسم $\overleftrightarrow{CA}$.



الخطوة 2 انسخ $\angle CAB$ بحيث تكون C هي رأس الزاوية الجديدة. وسع نقاط التقاطع بالحرفين D و E.



الخطوة 3 ارسم $\overleftrightarrow{CD}$. وأن $\angle ECD \cong \angle CAB$ حسب معطيات الشكل وهما زاويتان متناظرتان، فإن $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$.



ممارسات في الرياضيات

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة تعليم ماكجرو-هيل

8:33 AM Fri 27 Mar
70%
elib.moe.gov.ae

1 تحديد المستقيمات المتوازية

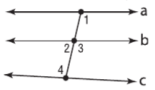
المثالان 1 و 2 يوضحان طريقة تحديد توازي المستقيمات. ويتعين على الطلاب أن يكونوا قادرين على استخدام النظريات والمسلّمات المعروفة لتحديد المستقيمات المتوازية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 بعد إعطائك المعلومات التالية. هل من الممكن إثبات أنّ أيًّا من المستقيمات الموضحة متوازية؟ وإذا كان الأمر كذلك، فحدّدْ المسلّمة أو النظرية التي تثبت صحة إجابتك.



a. $\angle 1 \cong \angle 3$ حسب $a \parallel b$ معكوس نظرية الزوايا المتناظرة

b. $m\angle 1 = 103$ و $m\angle 4 = 100$ a ليس متوازيًا مع c حسب معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة

نصيحة دراسية

مسلمات إقليدس أدرك إقليدس، أبو الهندسة الحديثة، (حوالي 300 ق.م.) أنه لا يلزم سوى القليل من المسلمات لإثبات النظريات في أيامه. والمسلمة 12.5 هي إحدى مسلمات إقليدس الأصلية الخمسة.

يثبت الشكل أن هناك مستقيم واحد على *الأقل* يمر بالنقطة C ومتوازٍ مع $\overleftrightarrow{AB}$ وتؤكد المسلمة التالية أن هذا المستقيم هو المستقيم *الوحيد*.

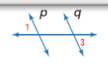
المسلمة 12.5 مسلمة المتوازيات

لديك مستقيم ونقطة ليست على هذا المستقيم. إذًا هناك بالضبط مستقيم واحد يمر بالنقطة وموازٍ للمستقيم المعطى.

المستقيمان المتوازيان اللذان يقطعهما قاطع يشكلان أزواجًا متعددة من الزوايا المتطابقة. ويمكن استخدام هذه الزوايا الخاصة أيضا من أجل إثبات أن زوجًا من المستقيمات متوازٍ.

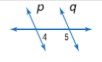
نظريات إثبات توازي المستقيمات

12.5 معكوس الزوايا الخارجية المتبادلة
إذا قطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا المتبادلة الخارجية متطابقًا، فإن المستقيمين متوازيان.



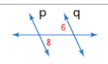
إذا كان $\angle 3 \cong \angle 1$، فإن $p \parallel q$.

12.6 معكوس الزوايا الداخلية المتتالية
إذا قطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكاملا، فإن المستقيمين متوازيان.



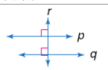
إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$، فإن $p \parallel q$.

12.7 معكوس الزوايا الداخلية المتبادلة
إذا قطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقًا، فإن المستقيمين متوازيان.



إذا كان $\angle 8 \cong \angle 6$، فإن $p \parallel q$.

12.8 معكوس القاطع العمودي
في مستوى، إذا كان مستقيمان عموديين على المستقيم نفسه، فإنهما متوازيان.

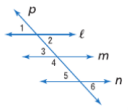


إذا كان $p \perp r$ و $q \perp r$، فإن $p \parallel q$.

سنثبت النظريات 12.5 و 12.6 و 12.7 و 12.8 في التمارين 6 و 23 و 31 و 30 على الترتيب.

مثال 1 تحديد المستقيمات المتوازية

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلّمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.



a. $\angle 1 \cong \angle 6$

$\angle 1$ و $\angle 6$ هما زاويتان خارجيتان متبادلتان على المستقيمين ℓ و n. بما أن $\angle 6 \cong \angle 1$، فإن $\ell \parallel n$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

b. $\angle 2 \cong \angle 3$

$\angle 2$ و $\angle 3$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمين ℓ و m. بما أن $\angle 3 \cong \angle 2$، فإن $\ell \parallel m$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج شجّعْ الطلاب على تكوين روابط مع المفاهيم السابقة من خلال مقارنة النظريات والمسلّمات الواردة في هذا الدرس بتلك الموجودة في الدرس 12-2. اطلب من الطلاب أن يشرحوا أي روابط في المنطق الذي يجدونه.

319 / 129

8:33 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

1A. $a \parallel b$؛ معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة

1B. $\ell \parallel m$؛ معكوس مسلمة الزوايا المتناظرة

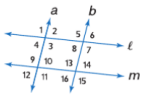
1C. $a \parallel b$؛ معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة

1D. غير ممكن

1E. $\ell \parallel m$؛ معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتتالية

1F. غير ممكن

تمرين موجّه



1A. $\angle 2 \cong \angle 8$ **1B.** $\angle 3 \cong \angle 11$

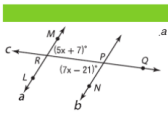
1C. $\angle 12 \cong \angle 14$ **1D.** $\angle 1 \cong \angle 15$

1E. $m\angle 8 + m\angle 13 = 180$ **1F.** $\angle 8 \cong \angle 6$

يمكن استخدام علاقات الزوايا من أجل حل المسائل التي تشمل قيما مجهولة.

مثال 2 على الاختبار المعياري استخدام علاقات الزوايا

مسألة غير محددة الإجابة جِد $m\angle MRQ$ بحيث يكون $a \parallel b$. اكتب الحل هنا.



قراءة فقرة الاختبار

من الشكل، تعرف أن $m\angle MRQ = 5x + 7$ وأن $m\angle RPN = 7x - 21$. والمطلوب منك هو إيجاد قياس $\angle MRQ$.

حل فقرة الاختبار

$\angle MRQ$ و $\angle RPN$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان. وليكون المستقيمان a متوازيين، ينبغي أن تكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة. لذا $\angle MRQ \cong \angle RPN$. وبحسب تعريف التطابق، فإن $m\angle MRQ = m\angle RPN$. أدرج قياسات الزوايا المعطاة في هذه المعادلة وجد قيمة x.

$m\angle MRQ = m\angle RPN$	الزوايا الداخلية المتبادلة
$5x + 7 = 7x - 21$	التعويض
$7 = 2x - 21$	اطرح $5x$ من كل طرف.
$28 = 2x$	اجمع 12 على كل طرف
$14 = x$	اقسم كل طرف على 2.

والآن، استخدم قيمة x لإيجاد $m\angle MRQ$.

$m\angle MRQ = 5x + 7$	التعويض
$= 5(14) + 7$	$x = 14$
$= 77$	بسط.

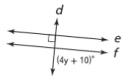
التحقق راجع إجابتك باستخدام قيمة x لإيجاد $m\angle RPN$.

$m\angle RPN = 7x - 21$
$= 7(14) - 21 = 77$ ✓

✓ بما أن $m\angle MRQ = m\angle RPN$ و $\angle MRQ \cong \angle RPN$ فإن $a \parallel b$.

تمرين موجّه

2. جِد y بحيث يكون $e \parallel f$. اكتب الحل هنا.



20

نصيحة دراسية

إيجاد ما هو مطلوب

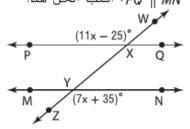
تأكد من إعادة قراءة أسئلة الاختبار بعناية لتتأكد من إجابتك على السؤال المطروح. وفي المثال 2، قد يكون من الأخطاء الشائعة التوقف بعد أن وجدت قيمة x والقول بأن حل المسألة هو 14.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

2 تدريب على الاختبارات المعيارية

جِد $m\angle ZYN$ حيث إنّ $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{MN}$. اكتب الحل هنا.



$x = 15$, $m\angle ZYN = 140$

التركيز على محتوى الرياضيات

الاستنتاج يعتقد العديد من الطلاب أنّ المسلّمات والنظريات الموجودة في هذا الدرس هي نفسها الموجودة في الدرس 12-2. ساعدهم في التركيز على الاختلاف الموجود؛ ففي هذا الدرس **سيستنتجون** أنّ المستقيمات متوازية (العبارة **إذًا**). بينما كانوا في الدرس 12-2 **يبدؤون** بتوازي المستقيمات (العبارة **إذا كان**).

التدريس باستخدام التكنولوجيا

كاميرا المستندات اعرض على الطلاب متوازي أضلاع على مستوى إحداثي. وحدّدْ اتجاهه بحيث لا يكون أي ضلع من الأضلاع عبارة عن قطعة مستقيمة أفقيّة أو رأسيّة. أخبر الطلاب أن عليهم إثبات توازي الأضلاع المتقابلة في الشكل. اختر أربعة طلاب. واطلب من كل واحد منهم إيجاد ميل أحد أضلاع الشكل ثم اختر طالبًا آخر ليشرح كيف تثبت هذه الميول توازي الأضلاع المتقابلة.

التدريس المتمايز BL OL AL

أصحاب النمط المنطقي كلّف الطلاب بأن يرسموا مستقيمَين يقطعهما قاطع بمعايير معينة معطاة لقياس الزاوية. ويمكن للطلاب أن يعملوا معا في مجموعات صغيرة من 3 أو 4 لمناقشة مدى ضرورة أن يكون المستقيمان متوازيَين. أدِرْ النقاش بحيث يميّز الطلاب حقيقة إمكانية وجود قياسات زوايا عند توازي المستقيمين تفوق تلك التي تنشأ عندما لا يكون هناك توازٍ.

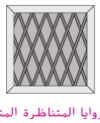
8:34 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

2 إثبات توازي المستقيمات

المثال 3 يصف كيف يتم إثبات توازي المستقيمات باستخدام مثال من الحياة اليومية.

مثال إضافي

3 الإنشاء في النافذة الموضحة، تم إنشاء نموذج الشبكة الماسية يدويًا. فهل من الممكن التأكد من أن القطع الخشبية التي تسير في نفس الاتجاه متوازية؟ إذا كان الأمر كذلك، فاشرح طريقة عمل ذلك. وإذا لم يكن كذلك، فاشرح السبب.



قس الزوايا المتناظرة المتكونة من خلال خطين شبكيين متتاليين والخط الشبكي القاطع المار في الاتجاه المقابل. وإذا كانت هذه الزوايا متطابقة، فإن خطوط الشبكة التي تسير في نفس الاتجاه تكون متوازية حسب معكوس مسلّمة الزوايا المتناظرة.

إجابة إضافية (تمرين موجه)

3. من غير الممكن؛ فالزوايا الخارجية المتبادلة، أو الزوايا الداخلية المتبادلة، أو الزوايا المتناظرة ليست متطابقة، إذًا المستقيمات ليست متوازية. والزوايا الداخلية المتتالية لا تكون متكاملة، ولذا فالمستقيمات ليست متوازية.

إجابات إضافية

1. $m \parallel \ell$؛ الزوايا المتناظرة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

2. $m \parallel \ell$؛ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

3. $k \parallel j$؛ الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

4. $k \parallel j$؛ الزوايا الداخلية الموجودة على نفس الجانب من القاطع متكاملة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

نصيحة دراسية
إثبات توازي المستقيمات عندما يقطع مستقيمان متوازيان بواسطة قاطع، فأزواج الزوايا المتكونة هي إما متطابقة أو متكاملة. وعندما يكون زوج من المستقيمات زوايا لا تفي بهذا المعيار، فليس من المحتمل أن تكون المستقيمات متوازية.

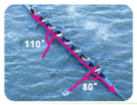
2 إثبات توازي المستقيمات يمكن استخدام علاقات أزواج الزوايا المتكونة بواسطة قاطع لإثبات أن مستقيمين متوازيان.

مثال 3 من الحياة اليومية إثبات توازي المستقيمات

الأثاث المنزلي في السلم الموضح، كل درجة عمودية على قضيبي الدرابزين. فهل من الممكن إثبات أن قضيبي الدرابزين متوازيان وأن كل الدرجات متوازية؟ إذا كان الأمر كذلك، فاشرح الكيفية. وإن لم يكن، فاشرح السبب في هذا.

بما أن كلا قضيبي الدرابزين عمودي على كل درجة، فإن القضيبين متوازيان استنادًا إلى معكوس نظرية القاطع العمودي. وبما أن أي زوج من الدرجات عمودي على قضيبي الدرابزين، فإنهما متوازيان أيضًا.

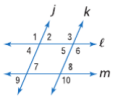
تمرين موجّه



3. التحديث من أجل الحركة في خط مستقيم بفعالية قصوى، ينبغي أن تكون مجاديف التجذيف متوازية. ارجع إلى الصورة على اليسار. هل من الممكن إثبات أن أيا من المجاديف متوازٍ؟ إذا كان الأمر كذلك، فاشرح الكيفية. و إن لم يكن، فاشرح السبب في هذا. **انظر الهامش.**

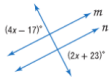
التحقق من فهمك

مثال 1 **بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك. 4-1. انظر الهامش.**



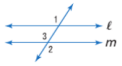
1. $\angle 6 \cong \angle 10$
2. $\angle 4 \cong \angle 7$
3. $\angle 1 \cong \angle 6$
4. $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$

مثال 2



5. إجابة مختصرة جد x بحيث يكون $m \parallel n$. اكتب الحل هنا. $x = 20$

مثال 3



6. الإثبات انسخ وأكمل إثبات النظرية 12.5.

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $\ell \parallel m$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\angle 1 \cong \angle 2$	a. المعطيات
b. $\angle 2 \cong \angle 3$	b. ____؟____ رأسي ∠ هي ≅.
c. $\angle 1 \cong \angle 3$	c. خاصية التعدي
d. ____؟____ $\ell \parallel m$	d. ____؟____ إذا كانت الزوايا المتناظرة ∠ ≅، فإن المستقيمين ∥

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL

التوسع كلّف الطلاب بإعادة تشكيل بعض البراهين المأخوذة من هذا الدرس. ويمكنهم إنشاء البرهان من المثال 3 على شكل فقرة برهانية أو برهان متسلسل.

8:34 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

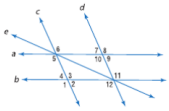
7. **الإنشاء** هل من الممكن إثبات أن المقاعد على طاولة الرحلات هذه موازية لبعضها البعض؟ فإذا كان الأمر كذلك، فاشرح. وإن لم يكن، فاشرح لم لا.

نعم، هذا ممكن. وقد يكون أحد التفسيرات المحتملة هو قياس الزوايا المتكونة بواسطة الإطار والمقعد. فإذا كانت بالقياس نفسه (90°) على كلا الجانبين، فإن المقاعد متوازية.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.

8–15. انظر الهامش.



8. $\angle 8 \cong \angle 11$
9. $\angle 8 \cong \angle 12$
10. $\angle 3 \cong \angle 5$
11. $m\angle 2 + m\angle 12 = 180$
12. $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$
13. $\angle 6 \cong \angle 10$
14. $\angle 1 \cong \angle 9$
15. $\angle 6 \cong \angle 8$

مثال 2 جد x بحيث يكون $m \parallel n$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها. **16–21. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

16. $(3x - 25)°$, $(2x + 17)°$, m, n

17. $(5x + 15)°$, m, n

18. $(23 + 2x)°$, $(x + 95)°$, m, n

19. $(7x + 4)°$, $(16 - 3x)°$, m, n

20. $(2x - 9)°$, $(5x)°$, m, n

21. $(6x - 91)°$, $(2x + 53)°$, m, n

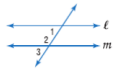
22. **إطارات خشبية** غالبًا ما يتم تصنيع إطارات الأبواب الخشبية باستخدام صندوق أو منشار مخصص لعمل أسطح مشطوبة زاوية. وهناك الأداتان تسمحان لك بالقطع بزاوية ذات قياس محدد. فإذا كانت كل قطعة من القطع الثلاث من مواد التأطير قد قطعت بزاوية بقياس 45°. فهل سيكون جانبا إطار الباب متوازيين؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

مثال 3 23. **الإثبات** انسخ وأكمل إثبات النظرية 12.6.

المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

المطلوب: $\ell \parallel m$

البرهان:



العبارات	المبررات
a. _____؟	a. المعطيات
b. $\angle 2$ و $\angle 3$ يكونان زوجا خطيا.	b. _____؟ **تحديد الزوج الخطي.**
c. _____؟	c. _____؟ **نظرية التكامل.**
d. $\angle 1 \cong \angle 3$	d. _____؟ **≅ نظرية التكامل.**
e. $\ell \parallel m$	e. _____؟

23a $\angle 1$ و $\angle 2$ **متكاملتان.**
23c $\angle 2$ و $\angle 3$ **متكاملتان.**
23e ممكوس مسلمة الزوايا ∡ المتناظرة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1–7 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

8. $a \parallel b$؛ الزوايا المتناظرة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
9. $a \parallel b$؛ الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
10. $a \parallel b$؛ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
11. $j \parallel k$؛ الزوايا الداخلية الموجودة على نفس الجانب من القاطع متكاملة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
12. $a \parallel b$؛ الزوايا الداخلية الموجودة على نفس الجانب من القاطع متكاملة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
13. $c \parallel d$؛ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
14. معلومات غير كافية لإثبات وجود أي مستقيمات متوازية.
15. $c \parallel d$؛ الزوايا المتناظرة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
22. جوانب إطار الباب ستكون متوازية. والزوايا المتكوّنة بواسطة هذه الجوانب مع الحافة العلوية ستساوي 90°. وإذا كان المستقيمان متعامدين على نفس المستقيم، فحينها سيكونان متوازيين.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	8–30, 37–40, 42–55	9–29 ,فردي, 44–47	8–30 ,زوجي, 37–40, 42, 43, 48–55
OL أساسي	9–35 ,فردي, 36–40, 42–55	8–30, 47–44	13–40, 42, 43, 55–48
BL متقدم	13–55		

8:34 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

إجابة إضافية

29. المثلثان متوازيان لبعضهما. وإذا كان المستقيمان متعامدين على المستقيم نفسه، فحينها يكونان متوازيين.

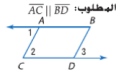
24. قياس الزاوية القائمة 90° وبما أن كل زاوية بقياس 45°، فيوضع زاويتين معًا لعمل ركن من أركان الإطار يؤدي إلى مجموع بقيمة 90°. إذا كان المستقيمان عموديين على نفس المستقيم، إذا فهما موازيان لبعضهما.

24. تصنع هالة إطارًا لملصقها المفضل. فاشترت طقم إطار مقطعي. وبينما تجمع الإطار، لاحظت أن الأركان مقطوعة بزوايا قياسها 45°. فكيف ستعرف أن الأركان هي زوايا قائمة وأن كل زوج من الأضلاع المتقابلة متوازٍ؟

الإثبات اكتب إثباتًا من عمودين لكلٍّ مما يلي.

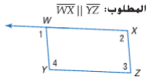
25. المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 3$
$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

المطلوب: $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$



26. المعطيات: $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$
$\angle 2 \cong \angle 4$

المطلوب: $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$



27. المعطيات: $\angle TQR \cong \angle TSR$
$m\angle R + m\angle TSR = 180$

المطلوب: $\overline{QT} \parallel \overline{RS}$

28. المعطيات: $\angle DAB \cong \angle DCB$
$\overline{AD} \perp \overline{AB}$

المطلوب: $\overline{DC} \perp \overline{BC}$

25–28. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

29 التخزين القطع الصغيرة غالبًا ما تحفظ في أدراج لجعل العثور على المفاس الصحيح أسهل. وفي صندوق التخزين المبين. إطار كل درج عمودي على كل ضلع من الأضلاع. فيما الذي يمكنك استنتاجه بشأن الأدراج؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

30. الإثبات اكتب فقرة إثبات للنظرية 12.8.

30–31. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

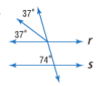
31. إثبات اكتب إثباتًا من عمودين للنظرية 12.7.

32. درجات السلم بناءً على المعلومات المعطاة في صورة السلم على اليسار. ما العلاقة بين كل درجة؟ اشرح استنتاجك.

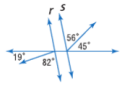
الدرجتان p موازيتان لبعضهما. والدرجتان عموديتان على المستقيم نفسه، إذا فهما موازيتان لبعضهما.

حدد ما إذا كان المستقيمان r متوازيين. علل إجابتك.

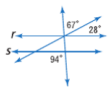
33.



34.



35.



33–35. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

692 | الدرس 5-12 | إثبات توازي المستقيمات

8:34 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

36. **تحليل الخطأ** مثال ومهما أخبرتا أنه في الشكل على اليسار $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.
ومثال تقول إن هذا لا يصح إلا في حالة $\angle 4 \cong \angle 1$. ومهما تختلف معها وتقول إن هذا لا يكون صحيحًا إلا في حالة $\angle 3 \cong \angle 2$. فهل أيّ منهما على صواب؟ اشرح.

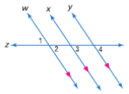
مثال محتمل لأن لزاويتين 1 و 4 هما زاويتان داخليتان متبادلتان في المستقيمين $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ حيث يكون $\overline{DB}$ هو القاطع.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

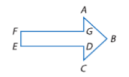
37. **تحدٍّ** المسافة من مستقيم إلى نقطة هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم البادئ من هذه النقطة. المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة بين أي نقطة على أحد المستقيمين والمستقيم الآخر. فجد المسافة بين المستقيمين $y = 2x + 5$ و $y = 2x - 1$. إرشاد: استخدم قانون المسافة.
انظر ملحق إجابات الوحدة 12.

38. **التبرير** هل النظرية 12.8 لا تزال صحيحة إذا كان المستقيمان ليسا متحدي المستوى؟ ارسم الشكل لتبرير إجابتك. **انظر الهامش.**

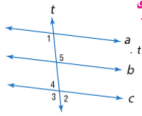
39. **تحدٍّ** استخدم الشكل على اليسار لإثبات أن المستقيمين المتوازيين لمستقيم ثالث متوازيان لبعضهما البعض.
انظر ملحق إجابات الوحدة 12.



40. انسخ الشكل على اليسار إلى ورقتك. **انظر الهامش.**
   a. ارسم مستقيمًا متوازيًا مع $\overline{FG}$ بالنقطة A.
   b. استخدم القياس لتبرير أن المستقيم الذي رسمته متوازٍ مع $\overline{FG}$.
   c. ارسم مستقيمًا متوازيًا مع $\overline{FG}$ بالنقطة C.
   d. خمن فرضية بشأن العلاقة بين المستقيمين الذين رسمتهما. اشرح.



41. **تحدٍّ** ارجع إلى الشكل على اليسار. **41–43. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**
   a. إذا كان $m\angle 2 = 180 - m\angle 5$، فأثبت أن $a \parallel b$.
   b. باقتراض أن $a \parallel b$، وإذا كان $m\angle 1 + m\angle 5 = 180$، فأثبت أن $t \perp b$.



42. **الكتابة في الرياضيات** لخص الطرق الخمس المستخدمة في هذا الدرس لإثبات أن المستقيمين متوازيان.

43. **التبرير** حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم مطلقًا. اشرح استنتاجك.
الزاويتان اللتان تشكلان زاوية مستقيمة مكاملتان ومتطابقتان .

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

التمثيلات المتعددة

في التمرين 36. يستخدم الطلاب رسومات هندسية وجدولاً ووصفًا كلاميًا لاستكشاف أقصر مسافة بين مستقيمين متوازيين.

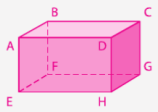
انتبه!
تحليل الخطأ في التمرين 37 . على الطلاب إدراك أن $\overline{WZ}$ يمكن أن يكون قاطعا للمستقيمات $\overline{WY}$ و $\overline{XZ}$ بالإضافة إلى $\overline{WX}$ و $\overline{YZ}$. وفي كلتا الحالتين، فإن الزاويتين $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان داخليتان متبادلتان متطابقتان. إذا $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$ و $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$. إذًا، إجابتا إيمان ومريم صحيحتان.

ملاحظات لحل التمرين

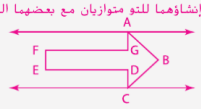
فرجار ومسطرة تقويم يتطلب التمرين 40 استخدام فرجار ومسطرة تقويم.

إجابات إضافية

38. لا؛ الإجابة النموذجية: في الشكل الموضح، $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ و $\overline{BC} \perp \overline{GC}$، لكن $\overline{AB} \perp \overline{GC}$.



40. يجب أن يرسم الطلاب صورة مشابهة لهذه الصورة؛ وعليهم أن يستخدموا مسطرة لقياس المسافة بين المستقيم الأحمر و المستقيم FG. والمستقيمان اللذان تم إنشاؤهما للتو متوازيان مع بعضهما البعض.



319 / 134

8:34 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب

أثناء مغادرة الطلاب لغرفة الصف، اطلب منهم أن يكتبوا على ورقة خطوات إنشاء مستقيم يوازي مستقيمًا مُعطى آخر من خلال نقطة لا تنتمي للمستقيم.

إجابات إضافية

52.

53.

تدريب على الاختبارات المعيارية

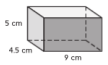
44. أي من الحقائق التالية ستكون كافية لإثبات أن المستقيم d متوازٍ مع $\overline{XZ}$؟ **B**

A $\angle 1 \cong \angle 3$
B $\angle 3 \cong \angle Z$
C $\angle 1 \cong \angle Z$
D $\angle 2 \cong \angle X$

45. **الجبر** التعبير $\sqrt{52} + \sqrt{117}$ مساوٍ لـ **G**

F 13
G $5\sqrt{13}$
H $6\sqrt{13}$
J $13\sqrt{13}$

46. ما مساحة السطح التقريبية للشكل؟ **D**



A 101.3 cm^2
B 108 cm^2
C 202.5 cm^2
D 216 cm^2

47. **SAT/ACT** إذا كان $x^2 = 25^2$ و $y^2 = 9$، فما هي أكبر قيمة محتملة لـ $(x - y)^2$؟ **J**

F 4
G 16
H 58
J 64
K 70

مراجعة شاملة

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي له الميل المعطى ونقطة تقاطعه مع المحور y.

48. m: 2.5, (0, 0.5) $y = 2.5x + 0.5$
49. m: $\frac{4}{5}$, (0, −9) $y = \frac{4}{5}x - 9$
50. m: $-\frac{7}{8}$, $\left(0, -\frac{5}{6}\right)$ $y = -\frac{7}{8}x - \frac{5}{6}$

51. **رحلة على الطريق** تقطع ميسون بسيارتها مسافة 600 km لزيارة شلالات نياجرا، وتبكنت من قطع أول 150 كيلومترًا من رحلتها في ساعتين. فإذا استمرت على هذا المعدل، فكم من الزمن ستستغرق لكي تقطع المسافة المتبقية؟ 6 h

جـــد محيط ومساحة كل شكل. قرّب لأقرب جزء من عشرة.

52.

≈25.1 cm; ≈50.3 cm^2

53.

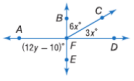
8.6 m; ≈3.5 m^2

54.

16 cm; 12 cm^2

مراجعة المهارات

55. جـــد x بحيث يكون $\overline{BE}$ و $\overline{AD}$ متعامدين. 8.3



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:34 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-12 استخدام العلاقات بين الزوايا لإثبات توازي مستقيمَين.

الدرس 6-12 إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم. وإيجاد المسافة بين مستقيمين متوازيَين.

بعد الدرس 6-12 وضع تخمينات حول المستقيمات وتحديد مدى صحة هذه التخمينات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما المهن الأخرى التي قد تستخدم الشاقول؟ يستخدم الشاقول بواسطة النجار والمساح.
- لماذا من المهم استخدام أداة تضمن دقة التخطيط الرأسي الصحيح لأي مبنى؟ تكون المباني أكثر استقرارًا وثباتًا ودقة من الناحية الهيكلية عندما تتم المحاذاة الرأسية والأفقية بشكل صحيح.
- ما الأداة المكافئة للشاقول التي تمكننا من التأكد من المحاذاة الأفقية الصحيحة للمبنى؟ ميزان البناء

12-6 المتعامدات والمسافة

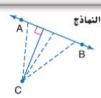
السابق	الحالي	لماذا؟
• أثبتت أن مستقيمين متوازيان باستخدام العلاقات بين الزوايا.	1 إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم. 2 إيجاد المسافة بين المستقيمات المتوازية.	• الشاقول (*ثقل العادل*) مصنوع من خيط موصل به ثقل مصمم خصيصا. وعندما يعلّق الثقل ويسمح له بالتأرجح بحرية، فطرف الثقل سيكون بالضبط أسفل الطرف الذي ثُبّت عليه الخيط. الشاقول مفيد في تعيين الخط الرأسي أو العمودي الحقيقي عند بناء جدار أو عند تعليق ورق حائط.

1 المسافة من نقطة إلى مستقيم يشير الشاقول كذلك إلى أقصر مسافة بين النقطة التي علّق عليها في السقف والأرض المستوية أسفلها. وهذه المسافة العمودية بين نقطة ومستقيم هي الأقصر في كل الحالات.

المفهوم الأساسي المسافة بين نقطة ومستقيم

الشرح المسافة بين مستقيم ونقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة.

استخدام النماذج

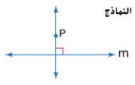


من خلال إنشاء مستقيم عمودي على مستقيم موجود بالفعل بنقطة ليست على المستقيم الموجود كما هو موضح. يتم إثبات أنه هناك على الأقل مستقيم واحد يمر بنقطة P وهو عمودي على مستقيم AB. والبسلمة التالية توضح أن هذا المستقيم هو المستقيم الوحيد المار بالنقطة P والعمودي على $\overleftrightarrow{AB}$.

المسلمة 12.6 مسلمة التعامد

الشرح إذا أعطيت مستقيما ونقطة ليست على هذا المستقيم. فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بالنقطة ويكون عموديًا على المستقيم المعطى.

استخدام النماذج



المفردات الجديدة

مسافة متساوية equidistant

ممارسات في الرياضيات

التفكير بطريقة تجريدية وكمية. استخدام نماذج الرياضيات.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل تعليم McGraw-Hill Education

8:34 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

1 المسافة من نقطة إلى مستقيم

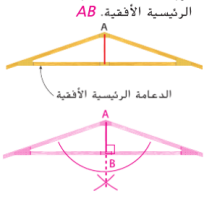
المثال 1 يوضح طريقة تحديد المسافة بين مستقيم ونقطة لا تنتمي إليه بإنشاء قطعة مستقيمة عمودية على المستقيم الأصلي. **المثال 2** يوضح طريقة استخدام هندسة الإحداثيات لإيجاد المسافة من مستقيم إلى نقطة لا تنتمي إليه.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

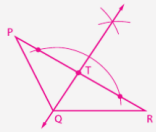
مثال إضافي

1 الإنشاء تم تصميم جمالون حديدي لسقف ما بحيث يمتد العمود المركزي من قمة السقف (النقطة A) إلى الدعامة الرئيسية الأفقية. قم بإنشاء وتسمية القطعة المستقيمة التي يمثّل طولها أقصر طول للقطعة الخشبية المطلوبة لربط قمة السقف بالدعامة الرئيسية الأفقية $\overline{AB}$.



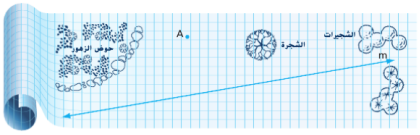
إجابة إضافية (تمرين موجه)

1. $\overline{QT}$ يمثل المسافة من Q إلى $\overleftrightarrow{PR}$.

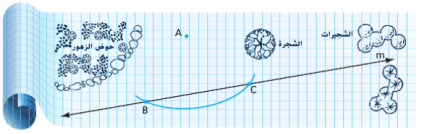


مثال 1 من الحياة اليومية إنشاء مسافة من نقطة إلى مستقيم

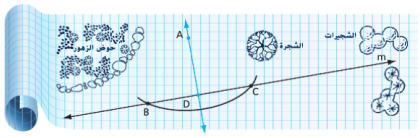
تنسيق الحدائق لاحظ مهندسة تنسيق حدائق أن أحد أجزاء قطعة بطول متر من المواسير لا يصرّف المياه على نحو جيد. وترغب المهندسة في الاستفادة من ماسورة موجودة بالفعل تحت الأرض تمثلة بالمستقيم m فأنشأ وسمّ القطعة المستقيمة ذات الطول الذي يمثل أقصر مقاس من المواسير ستحتاج المهندسة إلى وضعها لتوصيل ماسورة الصرف هذه إلى النقطة A.



المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة. حدد مكان النقطتين B و C على المستقيم m الواقعتين على مسافة واحدة من النقطة A.



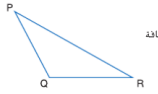
حدد مكان نقطة ثالثة على المستقيم m بحيث تكون واقعة على مسافة واحدة من النقطة B والنقطة C. سمِّ هذه النقطة D. ثم ارسم $\overline{AD}$ بحيث يكون $\overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{BC}$.



قياس $\overline{AD}$ يمثل أقصر مقاس من المواسير ستحتاج المهندسة لوضعه لتوصيل ماسورة الصرف إلى النقطة A.

تمرين موجّه

1. انسخ الشكل. ثم أنشئ وسمّ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة من Q إلى $\overleftrightarrow{PR}$. **انظر الهامش.**



مهنة من الحياة اليومية

مهندس تنسيق الحدائق

يستمتع مهندسو تنسيق الحدائق بالعمل بأيديهم ويمتلكون مهارات تحليلية قوية. كما أن الرؤية الإبداعية والنوهبة الفنية من الصفات المطلوبة في هذه المهنة. وفي المعتاد، يطلب من مهندسي تنسيق الحدائق الحصول على درجة البكالوريوس. ولكن قد تكون درجة الماجستير مطلوبة من أجل تخصصات مثل تصميم ملاعب الجولف.

نصيحة دراسية

رسم أقصر مسافة يمكنك استخدام أدوات مثل زاوية قطعة ورق لمساعدتك على رسم قطعة مستقيمة عمودية من نقطة إلى مستقيم. ولكن لا يمكن استخدام سوى فرجار ومسطرة عدلة لإنشاء هذه القطعة المستقيمة.

McGraw-Hill Education © محفوظ لصالح مؤسسة

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية حدد بعض الأمثلة على مستقيمات متوازية في حجرة الصف. مثل الخطوط الأسمنتية في بلاط الأرضية أو إطار اللوحة. اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لقياس المسافة من نقاط عديدة على طول أحد المستقيمات إلى نقطة ثابتة على مستقيم آخر. كلّف الطلاب بمناقشة النتائج التي حصلوا عليها. وأدِرْ المناقشات بحيث يتمكن الطلاب من ملاحظة علاقات القطع المستقيمة والمسافات بين المستقيمات المتوازية.

319 / 137

8:34 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

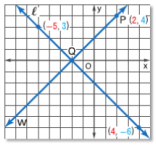
نصيحة دراسية

المسافة إلى المحاور لاحظ أن المسافة من نقطة إلى المحور الأفقي x يمكن تحديدها عن طريق النظر إلى الإحداثي y. والمسافة من نقطة إلى المحور الرأسي y يمكن تحديدها من طريق النظر إلى الإحداثي x.

مثال 2 المسافة من نقطة إلى مستقيم على المستوى الإحداثي

الهندسة الإحداثية المستقيم ℓ يمر بالنقطتين $(-5, 3)$ و $(4, -6)$. جد المسافة بين المستقيم ℓ والنقطة $P(2, 4)$.

الخطوة 1 جد معادلة هذا المستقيم ℓ.



ابدأ بإيجاد ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-5, 3)$ و $(4, -6)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 3}{4 - (-5)} = \frac{-9}{9} = -1$$

ثم اكتب معادلة هذا المستقيم باستخدام النقطة $(4, -6)$ الموجودة على هذا المستقيم.

$y = mx + b$	صيغة الميل و المقطع
$-6 = -1(4) + b$	$m = -1$ و $(x, y) = (4, -6)$
$-6 = -4 + b$	بسط.
$-2 = b$	اجمع 4 لكل طرف.

معادلة المستقيم ℓ هي $y = -x + (-2)$ أو $y = -x - 2$.

الخطوة 2 اكتب معادلة المستقيم w العمودي على المستقيم ℓ المار بالنقطة $P(2, 4)$.

بما أن ميل المستقيم ℓ هو -1 وميل المستقيم p هو 1. فاكتب معادلة المستقيم w المار بالنقطة $P(2, 4)$ بميل قيمته 1.

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$4 = 1(2) + b$	$m = -1$ و $(x, y) = (2, 4)$
$4 = 2 + b$	بسط.
$2 = b$	اطرح 2 من كل طرف.

معادلة المستقيم w هي $y = x + 2$.

الخطوة 3 حل نظام المعادلات لتحديد نقطة التقاطع.

$y = -x - 2$	المستقيم ℓ،
$(+)\ y = x + 2$	المستقيم w،
$2y = 0$	اجمع المعادلتين.
$y = 0$	اقسم كل طرف على 2.

جد حل x.

$0 = x + 2$	عوّض 0 عن y في المعادلة الثانية.
$-2 = x$	اطرح 2 من كل طرف.

نقطة التقاطع هي $(-2, 0)$. لنفترض أن هذه النقطة هي Q.

الخطوة 4 استخدم قانون المسافة لتحديد المسافة بين $P(2, 4)$ و $Q(-2, 0)$.

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	قانون المسافة
$= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (0 - 4)^2}$	$x_1 = 2$ و $x_2 = -2$ و $y_1 = 4$ و $y_2 = 0$
$= \sqrt{32}$	بسط.

المسافة بين النقطة والمستقيم هي $\sqrt{32}$ أو حوالي 5.66 وحدة.

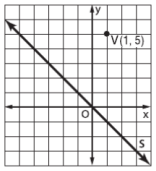
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التركيز على محتوى الرياضيات

الزوايا الناتجة عن المستقيمات المتعامدة حسب التعريف، فإن المستقيمات المتعامدة تكوّن زوايا قائمة. وبسبب تطابق الزوايا القائمة، فإن الزوايا الناتجة عن المستقيمات المتعامدة تكون متطابقة ومتجاورة. وفي المقابل، إذا نتج عن المستقيمين زوايا متطابقة ومتجاورة، فحينها يكون المستقيمان متعامدين.

مثال إضافي

2 **الهندسة الإحداثية** يحتوي المستقيم S على نقطتين عند $(0, 0)$ و $(-5, 5)$. جد المسافة بين المستقيم S والنقطة $V(1, 5)$.



الإجابة النموذجية: $d = \sqrt{18}$ أو حوالي 4.24 وحدات

التدريس باستخدام التكنولوجيا

التسجيل الصوتي كلّف الطلاب باستخدام تعبيراتهم الخاصة لشرح السبب وراء اعتبار المسافة من نقطة إلى مستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية التي تمتد من النقطة حتى هذا المستقيم. ثم ارفع الملفات الصوتية على موقع الويب الخاص بالصف الدراسي.

8:34 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

2 المسافة بين المستقيمات المتوازية

يعني التعبير "على نفس المسافة" أن المسافة المقيسة بين مستقيمين بطول أي مستقيم عمودي على كلا المستقيمين تكون واحدة دائما. في **المثال 3**، سيعمل الطلاب على إيجاد المسافة بين مستقيمات متوازية جبريًا.

مثال إضافي

3 جـــد المسافة بين المستقيمين المتوازيين a و b باستخدام المعادلتين $y = 2x + 3$ و $y = 2x - 1$، بالترتيب.

حوالي 1.79 وحدة

إرشاد للمعلمين الجدد

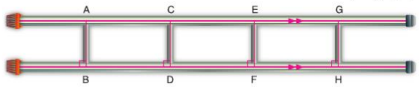
روابط من الحياة اليومية كلّف الطلاب بتحديد طريق مستقيم داخل حديقة أو ملعب أو حقل. ويجب عليهم تصوّر أي نقطة في الحديقة لا تقع على الطريق. وافتراض ذهابهم من هذه النقطة مباشرةً إلى الطريق. ثمّ عليهم إثبات أنّ انتقالهم إلى الطريق تمّ بشكلٍ عمودي عليه.

تمرين موجّه

2. المستقيم ℓ يحتوي على نقطتين في (1, 2) و (5, 4). فأنشئ خطا عموديًا على ℓ ويمر بالنقطة $P(1, 7)$. ثم جـــد المسافة من P إلى ℓ. $\sqrt{20} \approx 4.47$

2 المسافة بين المستقيمات المتوازية

حسب التعريف، فالمستقيمات المتوازية لا تتقاطع. ويذكر التعريف بديل أن مستقيمين في مستوى يكونان متوازيين إذا كانا على **مسافة واحدة من بعضهما البعض من كل مكان**، وعلى مسافة واحدة تعني أن المسافة بين مستقيمين مقيسه بامتداد مستقيم عمودي على المستقيمين هي نفسها دائما.

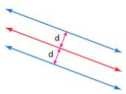


$AB = CD = EF = GH$

وهذا يؤدي إلى تعريف المسافة بين مستقيمين متوازيين.

المفهوم الأساسي المسافة بين المستقيمات المتوازية

المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.



أن *المحل الهندسي* هو مجموع كل النقاط التي تحقق شرط معطى. والمستقيمات المتوازية يمكن وصفها على أنها المحل الهندسي لنقاط في مستوى على مسافة واحدة من مستقيم معطى.

النظرية 12.9 مستقيمان على مسافة واحدة من مستقيم ثالث

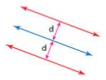
في مستوى، إذا كان مستقيمان على مسافة واحدة من مستقيم ثالث، فإن المستقيمين متوازيان.

سوف تثبت النظرية 12.9 في التمرين 30.

نصيحة دراسية

المحل الهندسي للنقاط على مسافة واحدة من مستقيمين متوازيين

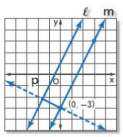
على العكس، المحل الهندسي للنقاط في مستوى وعلى مسافة واحدة من مستقيمين متوازيين هو مستقيم ثالث متواز مع المستقيمين المتوازيين ومتمركز بينهما.



مثال 3 المسافة بين المستقيمات المتوازية

جـــد المسافة بين المستقيمين المتوازيين ℓ و m باستخدام المعادلتين $y = 2x + 1$ و $y = 2x - 3$ على الترتيب.

ستحتاج إلى حل نظام معادلات لإيجاد النقطتين الطرفيتين لقطعة مستقيمة عمودية على كل من ℓ و m. ومن معادلتيهما، نعرف أن ميل المستقيم ℓ والمستقيم m هو 2.



ارسم المستقيم p المار بالتقاطع مع المحور y للمستقيم $(0, -3)$ m والعمودي على المستقيمين m و ℓ.

محفوظ للناشر © مكجرو هيل للتعليم

8:34 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

الخطوة 1 اكتب معادلة للمستقيم p. مع العلم أن ميل p هو المعكوس الضربي المقابل لـ 2، أو $-\frac{1}{2}$. استخدم طول المقطع من المحور y للمستقيم m، والنقطة $(0, -3)$، بوصفها إحدى النقطتين الطرفيتين للقطعة المستقيمة العمودية.

$(y - y_1) = m(x - x_1)$ صيغة النقطة والميل

$[y - (-3)] = -\frac{1}{2}(x - 0)$ $x_1 = 0$ و $y_1 = -3$ و $m = -\frac{1}{2}$

$y + 3 = -\frac{1}{2}x$ بسّط.

$y = -\frac{1}{2}x - 3$ اطرح 3 من كل طرف.

الخطوة 2 استخدم نظام معادلات لتحديد نقطة تقاطع المستقيمين ℓ و p.

ℓ: $y = 2x + 1$

p: $y = -\frac{1}{2}x - 3$

$2x + 1 = -\frac{1}{2}x - 3$ عوّض $2x + 1$ عن y في المعادلة الثانية.

$2x + \frac{1}{2}x = -3 - 1$ اجمع الحدود المتشابهة في كل طرف.

$\frac{5}{2}x = -4$ بسّط.

$x = -\frac{8}{5}$ اضرب كل طرف في $\frac{2}{5}$.

$y = -\frac{1}{2}\left(-\frac{8}{5}\right) - 3$ عوّض $-\frac{8}{5}$ عن x في معادلة p.

$= -\frac{11}{5}$ بسّط.

نقطة التقاطع هي $\left(-\frac{8}{5}, -\frac{11}{5}\right)$ أو $(-1.6, -2.2)$.

الخطوة 3 استخدم قانون المسافة لتحديد المسافة بين $(0, -3)$ و $(-1.6, -2.2)$.

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ قانون المسافة

$= \sqrt{(-1.6 - 0)^2 + [-2.2 - (-3)]^2}$ $x_2 = -1.6$ و $x_1 = 0$ و $y_2 = -2.2$ و $y_1 = -3$

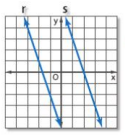
≈ 1.8 بسّط باستخدام حاسبة.

المسافة بين المستقيمين تبلغ حوالي 1.8 وحدة.

تمرين **موجّه**

3A. جد المسافة بين المستقيمين المتوازيين r و s اللذين معادلتاهما $y = -3x + 6$ و $y = -3x - 5$ على الترتيب. $\sqrt{12.1} \approx 3.48$

3B. جد المسافة بين المستقيمين المتوازيين a و b اللذين معادلتاهما $x + 3y = -14$ و $x + 3y = 6$ على الترتيب. $\sqrt{40} \approx 6.32$



محفوظة لصالح مؤسسة تعليم © McGraw-Hill Education

699

8:35 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-8 للتحقق من استيعاب الطلاب.

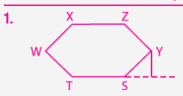
استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

ملاحظات لحل التمرين

فرجار ومسطرة تقويم تتطلب التمارين من 9 إلى 12 استخدام فرجار ومسطرة تقويم. بالإضافة إلى ذلك، قد يحتاج الطلاب إلى استخدام ورق صغير الحجم أو ورق شفاف لنسخ الأشكال الموجودة في هذه التمارين.

إجابات إضافية

1.



2.

30. **المعطيات:** ℓ على نفس المسافة من m، و n على نفس المسافة من m.

المطلوب: إثبات أنّ $n \parallel \ell$

البرهان:

العبارات (المبررات)

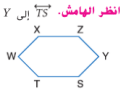
1. ℓ على نفس المسافة من m، و n على نفس المسافة من m. (مُعطى)
2. $m \parallel n$ و $\ell \parallel m$ (تعريف المسافة المتساوية)
3. ميل m = ميل ℓ (تعريف توازي المستقيمات $\parallel$)
   ميل m = ميل n
4. ميل ℓ = ميل n (بالتعويض)
5. $n \parallel \ell$ (تعريف توازي المستقيمات $\parallel$)

34. تستطيع نجاة قياس المسافة العمودية بين الملصقات في مكانين مختلفين كما هو موضح. وإذا كانت هذه المسافات متساوية، فحينها ستكون الملصقات متوازية.

التحقق من فهمك

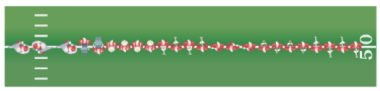
مثال 1 انسخ كل شكل. أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها.

1. Y إلى $\overleftrightarrow{TS}$. **انظر الهامش.**



2. C إلى $\overleftrightarrow{AB}$. **انظر الهامش.**

3. **البنية** بعد تكوين صف، يستدير كل عضو يحمل عددًا زوجيًا من فرقة موسيقية ليواجه الطرف الأيمن من الملعب ويسير 5 خطوات للأمام مباشرة. وفي الوقت نفسه، يستدير كل عضو يحمل عددًا فرديًا نحو الاتجاه المقابل ويسير 5 خطوات للأمام مباشرة. وبفرض أن كل عضو في الفرقة يغطي المسافة نفسها، فأي شكل سينتج؟ برر إجابتك.



مثال 2 **الهندسة الإحداثية** جد المسافة من P إلى ℓ.

4. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين (4, 3) و (−2, 0)، والنقطة $P(3, 10)$ — **وحدات** $3\sqrt{5}$

5. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين (−6, 1) و (−4, 9)، والنقطة $P(4, 1)$ — **وحدات** $\sqrt{10}$

6. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين (4, 18) و (−2, 9)، والنقطة $P(-9, 5)$ — **وحدات** $\sqrt{13}$

مثال 3 جد المسافة بين كل زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام المعادلات المعطاة.

7. $y = -2x + 4$، $y = -2x + 14$ — **وحدات** $2\sqrt{5}$

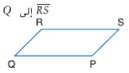
8. $y = 7$، $y = -3$ — **وحدات** 10

3. يجب أن يكون الشكل عبارة عن مستقيمين متوازيين، ومتوازيين أيضا مع خط منتصف الملعب؛ شكل أعضاء الفرقة مستقيمين على مسافة واحدة من خط منتصف الملعب، إذًا حسب النظرية 3.9، سيكون المستقيمان المُتكوّنان متوازيين.

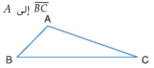
التمرين وحل المسائل

مثال 1 انسخ كل شكل. أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها. **9–12 انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

9. Q إلى $\overline{RS}$



10. A إلى $\overline{BC}$



11. H إلى $\overline{FG}$

12. K إلى $\overline{LM}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

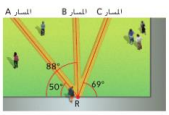
المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	9-29, 41, 42, 44-64	9-29, فردي, 48-51	10-28 زوجي, 41, 42, 47-44, 64-52
OL أساسي	9-33 فردي, 34-42, 44-64	9-29, 48-51	30-42, 44-47, 52-64
BL متقدم	30-59, (60-64 اختياري)		

8:35 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

13. **ممرات السيارات** في الرسم التخطيطي على اليسار، هل ممر السيارات الموضح هو أقصر ممر محتمل من المنزل إلى الطريق ؟ اشرح لماذا أو لماذا لا.

لا؛ ممر السيارات العمودي على الطريق سيكون الأقصر. والزاوية التي يشكلها ممر السيارات مع الطريق أقل من 90°. لذا فهو ليس أقصر ممر سيارات محتمل.

14. **تمثيل النماذج** تعبّر نسرين الفناء الموجود أمام مدرستها. وثمة ثلاثة ممرات موضحة في الرسم التخطيطي على اليسار. فأيّ من الممرات الثلاثة الموضحة هو الأقصر؟ اشرح استنتاجك.



المسار B؛ ستكون أقصر مسافة محتملة هي المسافة العمودية من أحد طرفي الفناء إلى الطرف الآخر. وبما أن المسار B هو الأقرب للزاوية 90°. فهو الأقصر بين المسارات الثلاثة الموضحة.

مثال 2 **الهندسة الإحداثية** **جـــد المسافة من P إلى ℓ.**

15. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين (0, −3) و (7, 4)، والنقطة P(4, 3) — **وحدتان √2**
16. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين (−1, 11) و (−3, −11)، والنقطة P(-1, 1) — **وحدة √74**
17. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين (−2, 1) و (4, 1)، والنقطة P(5, 7) — **6 وحدات**
18. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين (−4, −1) و (4, 9)، والنقطة P(1, 6) — **3 وحدات**
19. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين (1, 5) و (−4, 4)، والنقطة P(-1, 1) — **وحدات √10**
20. المستقيم ℓ يمر بالنقطتين (−8, 1) و (3, 1)، والنقطة P(-2, 4) — **3 وحدات**

مثال 3 **جـــد المسافة بين كل زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام المعادلات المعطاة.**

21. $y = -2$, $y = 4$ — **6 وحدات**
22. $x = 3$, $x = 7$ — **4 وحدات**
23. $y = 5x - 22$, $y = 5x + 4$ — **وحدة √26**
24. $y = \frac{1}{3}x - 3$, $y = \frac{1}{3}x + 2$ — **وحدات 1.5√10**
25. $x = 8.5$, $x = -12.5$ — **21 وحدة**
26. $y = 15$, $y = -4$ — **19 وحدة**
27. $y = \frac{1}{4}x + 2$, $4y - x = -60$ — **وحدة 4√17**
28. $3x + y = 3$, $y + 17 = -3x$ — **2√10 وحدات**
29. $y = -\frac{5}{4}x + 3.5$, $4y + 10.6 = -5x$ — **وحدات √14.76**

30. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين للنظرية 12.9. **انظر الهامش.**

جـــد المسافة من المستقيم إلى النقطة المعطاة.

31. $y = -3$, (5, 2) — **5 وحدات**
32. $y = \frac{1}{6}x + 6$, (−6, 5) — **0 وحدات**
33. $x = 4$, (−2, 5) — **6 وحدات**

34. **مُلصقات** تعلّق نجاة ملصقين على الحائط في غرفتها كما هو موضح. فكيف يمكن لنجاة استخدام المسافات العمودية لتأكيد أن الملصقين متوازيان؟ **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:35 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

التمثيلات المتعددة

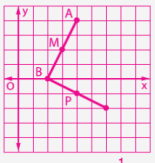
في التمرين 39. يستخدم الطلاب رسما هندسيًا ووصفًا لفظيًا لاستكشاف مساحة المثلثات الناتجة عن النقاط الواقعة على مستقيمات متوازية.

إجابات إضافية

35. يستطيع أن يستنتج أنّ الضلعين الأيمن والأيسر للوحة الإعلانات غير متوازيين. لأنّ المسافة العمودية بين أحد المستقيمات وأي نقطة على المستقيم الآخر لا بد أن تكون متساوية وتكون واحدة من أي مكان على المستقيمين حتى يكون المستقيمان متوازيين.

36. المستقيمان متعامدان، وميل ℓ يساوي -1 وميل $\overleftrightarrow{PQ}$ يساوي 1. وبما أنّ الميول هي معكوسات ضربية سالبة، فالمستقيمان متعامدان.

38a.

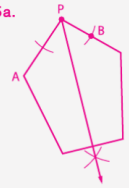


43. $a = \pm 1; y = \frac{1}{2}x + 6$ و

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ أو $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

و $y = -\frac{1}{2}x + 6$

45a.



35. روح الدعم بالمدارس يزين عيسى لوحة إعلانات في رواق المدرسة لعرض صور لطلاب يظهرون روح الدعم بالمدرسة. ويخطط طولا واحدًا من الطرف ليتوافق مع عرض الطرف العلوي من اللوحة، ثم يستخدم هذا الشريط المقطوع كقالب لقطع شريط ثان مطابق الطول من أجل الطرف السفلي.

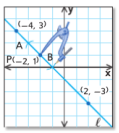
وعند تدبيس الطرف السفلي في مكانه، لاحظ أن الشريط الذي قطعه أقصر بقرابة نصف سنتيمتر. فصف ما الذي يمكنه استنتاجه بشأن لوحة الإعلانات. اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

الإنشاء المستقيم ℓ يمر بالنقطتين عند $(3, -4)$ و $(-3, 2)$. وتقع النقطة $P(-2, 1)$ على المستقيم ℓ. أكمل الشكل التالي.

الخطوة 1

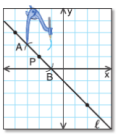
مثّل بيانيًا المستقيم ℓ والنقطة P.

ضع النظلة عند النقطة P. وباستخدام وضعية الفرجار نفسها، ارسم أقواسا على يسار ويمين النقطة P. وسمّ هاتين النقطتين A و B.



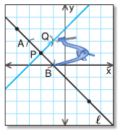
الخطوة 2

افتح الفرجار على وضعية أكبر من AP. وضع الفرجار عند النقطة A وارسم قوسا فوق المستقيم ℓ.



الخطوة 3

باستخدام وضعية الفرجار نفسها، ضع الفرجار عند النقطة B وارسم قوسا فوق المستقيم ℓ. وسمّ نقطة التقاطع Q. ثم ارسم $\overleftrightarrow{PQ}$.



36. ما العلاقة بين المستقيم ℓ و $\overleftrightarrow{PQ}$؟ تحقق من تخمينك باستخدام ميل المستقيمين. **انظر الهامش.**

37. كرر الشكل أعلاه باستخدام مستقيم مختلف ونقطة على ذلك المستقيم. **راجع عمل الطلاب.**

38. الاستنتاج النقطة M هي منتصف $\overline{AB}$ لها ميل يساوي 2 ونقطة منتصف $M(3, 2)$. والقطعة المستقيمة العمودية على $\overline{AB}$ لها نقطة منتصف $P(4, -1)$ وتشترك في نقطة طرفية B مع $\overline{AB}$

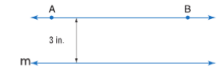
a. مثّل بيانيًا القطعتين المستقيمتين. **انظر الهامش.**

b. جد إحداثيات النقطة A والنقطة B. $A(4, 4), B(2, 0)$

39. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف مساحات المثلثات المتشكلة بواسطة نقاط على مستقيمات متوازية.

a. هندسيًا ارسم مستقيمين متوازيين وسمهما كما هو موضح. **راجع عمل الطلاب.**

39b. ضع النقطة C في أي مكان على المستقيم m فمساحة المثلث هي $\frac{1}{2}$ ارتفاع المثلث مضروبًا في طول قاعدته. تظل الأعداد ثابتة بغض النظر عن مكان النقطة C على المستقيم m.



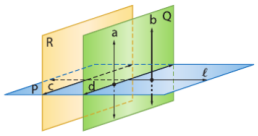
b. لفظيًا أين ستضع النقطة C على المستقيم m لضمان أن المثلث ABC ستكون له أكبر مساحة؟ اشرح استنتاجك.

c. تحليليًا إذا كان $AB = 11$ سنتيمترا، فما المساحة القصوى للمثلث $\triangle ABC$؟ **16.5 سم²**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:35 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

40. التعامدية والمستويات اصنع نسخة من الرسم التخطيطي أدناه للإجابة عن كل سؤال. مع وضع علامات على الرسم التخطيطي باستخدام المعلومات المعطاة.



a. إذا كان مستقيمان عموديين على المستوى نفسه. فإنهما يقعان في مستوى واحد أي متحدا المستوى. وإذا كان كلّ من المستقيم a و المستقيم b عموديين على المستوى P. فماذا ينبغي أن يكون صحيحا أيضا؟ **المستقيمان a و b متحدا المستوى.**

b. إذا قطع مستوى مستويين متوازيين. فإن التقاطعات تشكل مستقيمين متوازيين. وإذا كان المستويان R و Q متوازيين وقطعا المستوى P. فماذا ينبغي أن يكون صحيحا أيضا؟ **$c \parallel d$**

c. إذا كان مستويان عموديين على المستقيم ذاته. فهما إذًا متوازيان. وإذا كان كلا المستويين Q و R عموديين على المستقيم ℓ. فماذا ينبغي أن يكون صحيحا أيضا؟ **$R \parallel Q$**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

41. حسام؛ المسافة بين النقطتين A و C هي 1.2 cm. والمسافة بين النقطتين B و D هي 1.35 cm. وبما أن المستقيمين ليسا على مسافة واحدة من بعضهما البعض من كل مكان، فسوف يتقاطع المستقيمان في النهاية إذا تم تمديدهما.

41 **تحليل الخطأ** يرسم عدنان القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ الموضحتين أدناه باستخدام مسطرة عدلة. ويزعم أن هذين المستقيمين، إذا تم تمديدهما، فلن يتقاطعا أبدًا. ويزعم حسام أنهما سيتقاطعان. فهل أيّ منهما مُحِقّ؟ برر إجابتك.

42. تحدٍّ صف الحل الهندسي للنقاط التي على مسافة واحدة من مستقيمين متقاطعين. وارسم مثالا. **انظر ملحق إجابات الوحدة12.**

43. تحدٍّ لنفترض أن مستقيما عموديًا على زوج من المستقيمات المتوازية يقطع المستقيمين عند النقطتين $(4, a)$ و $(0, 6)$. فإذا كانت المسافة بين المستقيمين المتوازيين هي $\sqrt{5}$ فجد قيمة a ومعادلات المستقيمين المتوازيين. **انظر الهامش.**

44. التبرير حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *أحيانًا* أم *دائمًا* أم غير صحيحة *مطلقًا*. اشرح. يمكن إيجاد المسافة بين مستقيم ومستوى. **أحيانًا؛ لا يمكن إيجاد المسافة إلا في حالة ما إذا كان المستقيم متوازيًا مع المستوى.**

45. مسألة غير محددة الإجابة ارسم مخطط خماسيًا غير منتظم باستخدام مسطرة عدلة. **a–c. انظر الهامش.**

a. استخدم فرجارًا ومسطرة عدلة لإنشاء مستقيم بين رأس وضلع مقابل لهذه الرأس.

b. استخدم القياس لتبرير أن المستقيم المُنشأ عموديٌ على الضلع المختار.

c. استخدم صحّ الرياضيات لتبرير هذا الاستنتاج.

46. الاستنتاج المنطقي أعد كتابة النظرية 12.9 بدلالة أن مستويين يقعان على مسافة واحدة من مستوى ثالث. وارسم مثالا. **انظر الهامش.**

47. الكتابة في الرياضيات لخص الخطوات اللازمة لإيجاد المسافة بين زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام معادلات المستقيمين المعطاة. **انظر الهامش.**

محفوظ الطبع والتأليف © McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL

المتعلمون أصحاب النمط المنطقي كلّف الطلاب بإثبات أنه إذا تقاطع مستويان متوازيان مع مستوى ثالث، فإنّ المستقيمات القاطعة تكون متوازية. واطلب منهم الرجوع إلى الرسم التوضيحي في التمرين 40. وعلى الطلاب أن يدركوا أن المستوى الثالث يتقاطع مع المستويين المتوازيين في مستقيم. ولأن المعطيات تقول إنّ المستويين متوازيان، فأي زوج من المستقيمات الناشئة عن تقاطع مستوى ثالث سنكون متوازية أيضا.

انتبه!

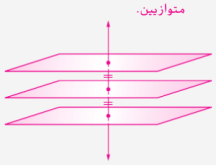
تحليل الخطأ في التمرين 41، يجب أن يدرك الطلاب أنّ المستقيمين لا يتوازيان إلا في حالة تحقيق مسلّمة المسافة بين مستقيمَيْن متوازيَيْن. كلّف الطلاب بقياس المسافة العمودية بين المستقيمين من عدة مواضع. وتختلف هذه القياسات قليلاً. ولذا فالمستقيمان غير متوازيين. إذًا، حسام على صواب.

إجابات إضافية

45b. الإجابة النموذجية: باستخدام المنقلة، سنجد أنّ قياس الزاوية الناتجة يساوي 90. إذًا، المستقيم المُنشأ من الرأس P عمودي على الضلع غير المتجاور المُختار.

45c. الإجابة النموذجية: تمّ استخدام نفس وضعية الفرجار لإنشاء النقطتَيْن A و B. بعد ذلك، تمّ استخدام نفس وضعية الفرجار لإنشاء المستقيم العمودي على الضلع المُختار. ولأن وضعية الفرجار كانت على نفس المسافة في كلتا الخطوتَيْن، تمّ إنشاء مستقيم عمودي.

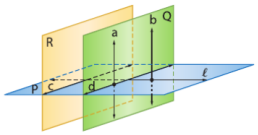
46. إذا كان كل مستوى من مستويين على مسافة واحدة من مستوى ثالث، فحينها يكون المستويان متوازيين.



47. الإجابة النموذجية: أولاً يتم إيجاد المستقيم العمودي على المستقيمَيْن المتوازيين. بعد ذلك، يتم إيجاد نقطة التقاطع بين المستقيم العمودي والمستقيم الذي لم يستخدم في الخطوة الأولى. وأخيرًا، يتم استخدام صيغة المسافة لتحديد المسافة بين نقطتي التقاطع. وهذه القيمة تساوي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

8:35 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

40. **التعامدية والمستويات** اصنع نسخة من الرسم التخطيطي أدناه للإجابة عن كل سؤال. مع وضع علامات على الرسم التخطيطي باستخدام المعلومات المعطاة.



a. إذا كان مستقيمان عموديين على المستوى نفسه. فإنهما يقعان في مستوى واحد أي متحدا المستوى. وإذا كان كلّ من المستقيم a و المستقيم b عموديين على المستوى P. فماذا ينبغي أن يكون صحيحا أيضا؟ **المستقيمان a و b متحدا المستوى.**

b. إذا قطع مستوى مستويين متوازيين. فإن التقاطعات تشكل مستقيمين متوازيين. وإذا كان المستويان R و Q متوازيين وقطعا المستوى P. فماذا ينبغي أن يكون صحيحا أيضا؟ **$c \parallel d$**

c. إذا كان مستويان عموديين على المستقيم ذاته. فهما إذًا متوازيان. وإذا كان كلا المستويين Q و R عموديين على المستقيم ℓ. فماذا ينبغي أن يكون صحيحا أيضا؟ **$R \parallel Q$**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

41. **حسام؛ المسافة بين النقطتين A و C هي 1.2 cm. والمسافة بين النقطتين B و D هي 1.35 cm. وبما أن المستقيمين ليسا على مسافة واحدة من بعضهما البعض من كل مكان، فسوف يتقاطع المستقيمان في النهاية إذا تم تمديدهما.**

41 **تحليل الخطأ** يرسم عدنان القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ الموضحتين أدناه باستخدام مسطرة عدلة. ويزعم أن هذين المستقيمين، إذا تم تمديدهما، فلن يتقاطعا أبدًا. ويزعم حسام أنهما سيتقاطعان. فهل أيّ منهما مُحِقّ؟ برر إجابتك.

42. **تحدٍّ** صف الحل الهندسي للنقاط التي على مسافة واحدة من مستقيمين متقاطعين. وارسم مثالا. **انظر ملحق إجابات الوحدة12.**

43. **تحدٍّ** لنفترض أن مستقيمًا عموديًا على زوج من المستقيمات المتوازية يقطع المستقيمين عند النقطتين $(4, a)$ و $(0, 6)$. فإذا كانت المسافة بين المستقيمين المتوازيين هي $\sqrt{5}$ فجد قيمة a ومعادلات المستقيمين المتوازيين. **انظر الهامش.**

44. **التبرير** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *أحيانًا* أم *دائمًا* أم غير صحيحة *مطلقًا*. اشرح. **أحيانًا؛ لا يمكن إيجاد المسافة إلا في حالة ما إذا كان المستقيم متوازيًا مع المستوى.**

يمكن إيجاد المسافة بين مستقيم ومستوى.

45. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم مخطط خماسيًا غير منتظم باستخدام مسطرة عدلة. **a–c. انظر الهامش.**

a. استخدم فرجارًا ومسطرة عدلة لإنشاء مستقيم بين رأس وضلع مقابل لهذه الرأس.

b. استخدم القياس لتبرير أن المستقيم المُنشأ عموديٌ على الضلع المختار.

c. استخدم صيغ الرياضيات لتبرير هذا الاستنتاج.

46. **الاستنتاج المنطقي** أعد كتابة النظرية 12.9 بدلالة أن مستويين يقعان على مسافة واحدة من مستوى ثالث. ارسم مثالا. **انظر الهامش.**

47. **الكتابة في الرياضيات** لخص الخطوات اللازمة لإيجاد المسافة بين زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام معادلات المستقيمين المعطاة. **انظر الهامش.**

محفوظ الطبع والتأليف © McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL

المتعلمون أصحاب النمط المنطقي كلّف الطلاب بإثبات أنه إذا تقاطع مستويان متوازيان مع مستوى ثالث، فإنّ المستقيمات القاطعة تكون متوازية. واطلب منهم الرجوع إلى الرسم التوضيحي في التمرين 40. وعلى الطلاب أن يدركوا أن المستوى الثالث يتقاطع مع المستويين المتوازيين في مستقيم. ولأن المعطيات تقول إنّ المستويين متوازيان، فأي زوج من المستقيمات الناشئة عن تقاطع مستوى ثالث سنكون متوازية أيضا.

انتبه!

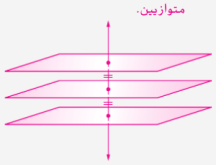
تحليل الخطأ في التمرين 41، يجب أن يدرك الطلاب أنّ المستقيمين لا يتوازيان إلا في حالة تحقيق مسلّمة المسافة بين مستقيمَيْن متوازيَيْن. كلّف الطلاب بقياس المسافة العمودية بين المستقيمين من عدة مواضع. وتختلف هذه القياسات قليلاً. ولذا فالمستقيمان غير متوازيين. إذًا، حسام على صواب.

إجابات إضافية

45b. الإجابة النموذجية: باستخدام المنقلة، ستجد أنّ قياس الزاوية الناتجة يساوي 90. إذًا، المستقيم المُنشأ من الرأس P عمودي على الضلع غير المتجاور المُختار.

45c. الإجابة النموذجية: تمّ استخدام نفس وضعية الفرجار لإنشاء النقطتين A و B. بعد ذلك، تمّ استخدام نفس وضعية الفرجار لإنشاء المستقيم العمودي على الضلع المُختار. ولأن وضعية الفرجار كانت على نفس المسافة في كلتا الخطوتين، تمّ إنشاء مستقيم عمودي.

46. إذا كان كل مستوى من مستويين على مسافة واحدة من مستوى ثالث، فحينها يكون المستويان متوازيين.



47. الإجابة النموذجية: أولاً يتم إيجاد المستقيم العمودي على المستقيمَيْن المتوازيين. بعد ذلك، يتم إيجاد نقطة التقاطع بين المستقيم العمودي والمستقيم الذي لم يستخدم في الخطوة الأولى. وأخيرًا، يتم استخدام صيغة المسافة لتحديد المسافة بين نقطتي التقاطع. وهذه القيمة تساوي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

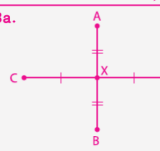
8:35 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات يجب على كل طالب أن يعيّن نقطةً على ورقة ويضع مسطرة على نفس الورقة لكي ثمثّل مستقيمًا. ثم عليهم بعد ذلك أن يكتبوا تعليمات خاصة بطريقة إيجاد المسافة من النقطة إلى المستقيم (المسطرة). ويجب على الطلاب قياس المسافة وتعليل إجاباتهم.

إجابات إضافية

48a.



52. ميل a: $m = \frac{(-4-2)}{(1+3)} = -\frac{3}{2}$،
ميل b: $m = \frac{(-1-2)}{(5-3)} = -\frac{3}{2}$،
وبما أن الميول متساوية، إذًا $a \parallel b$.

57. **المعطيات:** $AB = BC$
المطلوب إثباته: $AC = 2BC$
العبارات (المبررات)
1. $AB = BC$ (مُعطى)
2. $AC = AB + BC$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
3. $AC = BC + BC$ (بالتعويض)
4. $AC = 2BC$ (بالتعويض)

58. **المعطيات:** $\overline{JK} \cong \overline{KL}$، $\overline{KL} \cong \overline{HJ}$، $\overline{GH} \cong \overline{HJ}$
المطلوب إثباته: $\overline{JK} \cong \overline{GH}$
العبارات (المبررات)
1. $\overline{JK} \cong \overline{KL}$، $\overline{KL} \cong \overline{HJ}$ (مُعطى)
2. $\overline{JK} \cong \overline{HJ}$ (خاصية التعدي في التطابق)
3. $\overline{GH} \cong \overline{HJ}$ (مُعطى)
4. $\overline{GH} \cong \overline{JK}$ (خاصية التعدي في التطابق)
5. $\overline{JK} \cong \overline{GH}$ (خاصية التماثل في التطابق)

تدريب على الاختبارات المعيارية

48. **إجابة موسعة** القطعة المستقيمة AB عمودية على القطعة المستقيمة CD. والقطعة المستقيمة AB والقطعة المستقيمة CD يتصفان بعضهما عند النقطة X.
a. ارسم شكلًا لتمثيل المسألة. **انظر الهامش.**
b. جـــد $\overline{BD}$ إذا كان $AB = 12$ و $CD = 16$. **10**
c. جـــد $\overline{BD}$ إذا كان $AB = 24$ و $CD = 18$. **51**

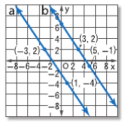
49. متنزه المدينة مربع الشكل ومساحته 81,000 m². فأيّ مما يلي هو الأقرب لطول أحد أضلاع شكل المتنزه؟ **C**
A 100 m
B 200 m
C 300 m
D 400 m

50. **الجبر** اشترى حسن كنزة صوفية كان عليها تخفيض بنسبة 25% من السعر الأصلي وتخفيض آخر بنسبة 40% من السعر المخفّض. فإذا كانت الكنزة تكلف في الأصل AED 48، فما كان السعر النهائي للكنزة؟ **G**
F AED 14.40
G AED 21.60
H AED 31.20
J AED 36.00

51. **SAT/ACT** بعد تقسيم عدد N من قطع البسكويت بالتساوي بين 8 أطفال، يتبقى 3 قطع. فكم سيكون عدد القطع المتبقية إذا قُسم عدد $(N + 6)$ من قطع البسكويت بالتساوي بين الأطفال الثمانية؟ **B**
A 0
B 1
C 2
D 4
E 6

مراجعة شاملة

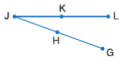
52. ارجع إلى الشكل على اليسار. وحدد ما إذا كان $a \parallel b$ برر إجابتك. **انظر الهامش.**



اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يمر بالنقطة المعطاة.
53. $m: \frac{1}{4}$، $(3, -1)$ $y + 1 = \frac{1}{4}(x - 3)$
54. $m: 0$، $(-2, 6)$ $y - 6 = 0$
55. $m: -1$، $(-2, 3)$ $y - 3 = -(x + 2)$
56. $m: -2$، $(-6, -7)$ $y + 7 = -2(x + 6)$

أثبت ما يلي.
57. إذا كان $AB = BC$ فإن $AC = 2BC$. **انظر الهامش.**

58. المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{KL}$، $\overline{HJ} \cong \overline{GH}$، $\overline{KL} \cong \overline{HJ}$
المطلوب: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$ **انظر الهامش.**



مراجعة المهارات

استخدم قانون المسافة لإيجاد المسافة بين كل زوج من النقاط.
59. $A(0, 0)$، $B(15, 20)$ **25**
60. $O(-12, 0)$، $P(-8, 3)$ **5**
61. $C(11, -12)$، $D(6, 2)$ $\sqrt{221} \approx 14.9$
62. $R(-2, 3)$، $S(3, 15)$ **13**
63. $M(1, -2)$، $N(9, 13)$ **17**
64. $Q(-12, 2)$، $T(-9, 6)$ **5**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:35 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

التقويم التكويني

المفردات الأساسية إذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن التمارين من 1 إلى 8، فذكرهم بأنهم يمكنهم مراجعة الدروس لإنعاش ذاكراتهم بشأن المفردات.

مطويات® منظّم الدراسة

مطويات دينا زايك®

اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا بعض الأمثلة إلى كل جزء أو تبويب في مطوياتهم. واقترح عليهم إبقاء مطوياتهم بجانبهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة. وضح أن المطويات تعدّ بمثابة أداة مراجعة سريعة من أجل المذاكرة لاختبار الوحدة.

الوحدة 12 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

القواطع (الدرس 1-12)

- عندما يقطع قاطع مستقيمين، فتتكون الأنواع التالية من الزوايا: خارجية، وداخلية، داخلية متبادلة، وخارجية متبادلة، ومتناظرة.
- إذا قُطع مستقيمان متوازيان بواسطة قاطع، فإن:
  - كل زوج من الزوايا المتناظرة يكون متطابقًا
  - كل زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة يكون متطابقًا
  - كل زوج من الزوايا الداخلية المتتالية يكون متكاملاً
  - كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة يكون متطابقًا

الميل (الدرس 3-12)

- الميل m الخاص بمستقيم يحتوي على نقطتين بإحداثيات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) هو $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$، حيث $x_1 \neq x_2$.

إثبات توازي المستقيمات (الدرس 5-12)

- إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون أيّ مما يلي صحيحاً، فإن المستقيمين متوازيان:
  - زوج من الزوايا المتناظرة متطابق، أو
  - زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابق، أو
  - زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابق، أو
  - زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكامل
- في مستوى، إذا تعامد مستقيمان على المستقيم نفسه، فإنهما متوازيان.

المسافة (الدرس 6-12)

- المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة.
- المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

المطويات منظم الدراسة

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدرجة في المطوية.

المفردات الأساسية

زوايا خارجية متبادلة alternate exterior angles

زوايا داخلية متبادلة alternate interior angles

زوايا داخلية متتالية consecutive interior angles

زوايا متناظرة corresponding angles

مسافة متساوية equidistant

مستقيمات متوازية parallel lines

مستويات متوازية parallel planes

صيغة النقطة والميل point-slope form

معدل التغير rate of change

مستقيمات متخالفة skew lines

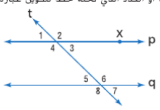
ميل slope

صيغة الميل والمقطع slope-intercept form

قاطع transversal

مراجعة المفردات

اذكر إذا ما كانت كل عبارة صحيحة أم *خاطئة*، فإذا كانت *خاطئة*، فاستبدل الكلمة أو العدد الذي تحته خط لتكوين عبارة صحيحة.



1. إذا كان $\angle 5 \cong \angle 1$، فإن المستقيمين p و q متخالفان. **خاطئة؛ متوازيان**
2. الزاويتان 4 و 6 زاويتان داخليتان متبادلتان. **صواب**
3. الزاويتان 1 و 7 زاويتان خارجيتان متبادلتان. **صواب**
4. إذا كان المستقيمان p و q متوازيين، فإن الزاويتين 3 و 6 متطابقتان. **خاطئة؛ متكاملتان**
5. المسافة من النقطة X إلى المستقيم q هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم q من X. **صواب**
6. المستقيم t يعتبر قاطع المستقيمين p و q. **صواب**
7. إذا كان $p \parallel q$، فإن $\angle 2$ و $\angle 8$ متكاملتان. **خاطئة؛ متطابقتان**
8. الزاويتان 4 و 8 زاويتان متناظرتان. **صواب**

محفوظ الطبع والتأليف © لمجموعة ماكجرو هيل التعليمية McGraw-Hill Education

8:35 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

مراجعة درس بدرس

التدخل التقويمي اليومي إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض الموضوعات التي تتناولها الأسئلة، فذكر الطلاب بأن مراجع الدروس ترشدهم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

إجابات إضافية

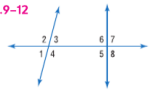
9. متناظرة
10. داخلية متبادلة
11. خارجية متبادلة
12. داخلية متتالية
14. 123؛ نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة
15. 57 ;∠13 ≅ ∠5 حسب مسلّمة الزوايا المتناظرة. والزاويتان ∠13 و ∠14 تكوّنان زاوية مستقيمة.
16. 57 ;∠14 ≅ ∠16 حسب مسلّمة الزوايا المتناظرة. والزاويتان ∠9 و ∠16 تكوّنان زاوية مستقيمة.
17. 123 ;∠11 ≅ ∠5 حسب نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة. و ∠1 ≅ ∠5 حسب نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.
18. 57 ;∠1 ≅ ∠5 حسب نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة. والزاويتان ∠4 و ∠5 تكوّنان زاوية مستقيمة.
19. 57 ;∠1 ≅ ∠3 حسب مسلّمة الزوايا المتناظرة. والزاويتان ∠3 و ∠6 تكوّنان زاوية مستقيمة.

مراجعة درس بدرس

12-1 المستقيمات المتوازية والمتقاطعة

صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره *زوايا داخلية متبادلة* أو *خارجية متبادلة* أو *متناظرة* أو *زوايا داخلية متتالية*.

9–12. انظر الهامش.

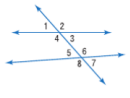


9. ∠1 و ∠5
10. ∠4 و ∠6
11. ∠2 و ∠8
12. ∠4 و ∠5

13. **الجسور** يمتد جسر روبلينج المعلق فوق نهر أوهايو رابطا مدينة سينسيناتي في ولاية أوهايو بمدينة كوفينجتون بولاية كنتاكي. فصف نوع المستقيمات المتشكلة بواسطة الجسر والنهر. **مستقيمات متخالفة**

مثال 1

ارجع إلى الشكل أدناه. صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره *زوج زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو زوايا داخلية متتالية*.

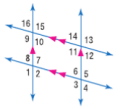


a. ∠3 و ∠6 متتالية داخلية
b. ∠2 و ∠6 متناظرة
c. ∠1 و ∠7 متبادلة خارجية
d. ∠3 و ∠5 متبادلة داخلية

12-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

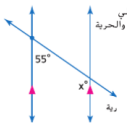
في الشكل، $m\angle 1 = 123$. جـــد قياس كل زاوية. واذكر أي مسلّمة(مسلمات) أو نظرية (نظريات) قد استخدمتها.

14–19. انظر الهامش.



14. ∠5
15. ∠14
16. ∠16
17. ∠11
18. ∠4
19. ∠6

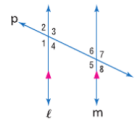
20. **الخرائط** يوضح الرسم التخطيطي تخطيط الشوارع النصر والسلام والحرية فجـــد قيمة x. **125**



ربة

مثال 2

الجبر إذا كان $m\angle 5 = 7x - 5$ وكان $m\angle 4 = 2x + 23$ فجـــد x. اشرح استدلالك.



$m\angle 4 + m\angle 5 = 180$	تعريف تكامل الزوايا.
$(2x + 23) + (7x - 5) = 180$	التعويض.
$9x + 18 = 180$	بسّط.
$9x = 162$	اطرح.
$x = 18$	اقسم.

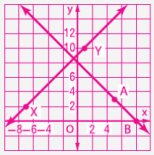
بما أن المستقيمين ℓ و m متوازيان والزاويتين ∠4 و ∠5 متكاملتان باستخدام نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

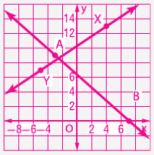
8:35 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

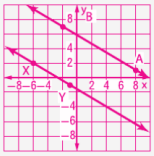
21. متعامدان



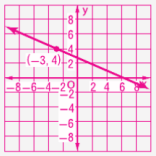
22. ليس أيًا منهما



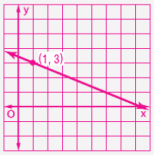
23. متوازيان



24.



25.



12-3 ميول الخطوط المستقيمة

حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{XY}$ متوازيين أم متعامدين أم ليس أيًا منهما مثل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من صحة إجابتك. انظر الهامش 21–23.

21. $A(5, 3)$, $B(8, 0)$, $X(-7, 2)$, $Y(1, 10)$
22. $A(-3, 9)$, $B(0, 7)$, $X(4, 13)$, $Y(-5, 7)$
23. $A(8, 1)$, $B(-2, 7)$, $X(-6, 2)$, $Y(-1, -1)$

مثل المستقيم الذي يستوفي كل الشروط بيانيًا.

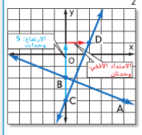
24. يمر بالنقطة $(-3, 4)$ ومتواز مع $\overleftrightarrow{AB}$ بالإحداثي $A(2, 5)$ و $B(9, 2)$. انظر الهامش 24–25.
25. يمر بالنقطة $(1, 3)$ وعمودي على $\overleftrightarrow{PQ}$ بالإحداثي $P(4, -6)$ و $Q(6, -1)$.
26. **الطائرات** تطير طائرتا خطوط جوية عابرة للمحيطات على الارتفاع نفسه. وباستخدام صور الأقمار الصناعية، يمكن تحديد موضع الطائرة على مستوى إحداثي. وحددت الرحلة رقم 815 على النقطة (23, 17) والنقطة (5, 11) بينما حددت الرحلة رقم 44 على النقطة (3, 15) والنقطة (9, 17). فحدد ما إذا كان مسارهما متوازيين أم متعامدين أم ليس أيًا منهما. **متوازيان**

مثال 3

مثل بيانيًا المستقيم الذي يمر بالنقطة $C(0, -4)$ وعمودي على $\overleftrightarrow{AB}$ المار بالنقطتين $A(5, -4)$ و $B(0, -2)$.

ميل $\overleftrightarrow{AB}$ هو $\frac{-2-(-4)}{0-5}$ أو $-\frac{2}{5}$.

بما أن $-\frac{2}{5}\left(\frac{5}{2}\right) = -1$، فإن ميل المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{AB}$ الذي يمر بالنقطة C هو $\frac{5}{2}$.



لتمثيل المستقيم بيانيًا، ابدأ عند النقطة C انتقل لأعلى بمقدار 5 وحدات ثم لليمين بمقدار وحدتين. وسمِّ النقطة D وارسم $\overleftrightarrow{CD}$.

12-4 معادلات الخط المستقيم

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يمر بالنقطة المعطاة.

27. $m = 2$, $(4, -9)$ $\quad y + 9 = 2(x - 4)$
28. $m = -\frac{3}{4}$, $(8, -1)$ $\quad y + 1 = -\frac{3}{4}(x - 8)$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والتقاطع مع المحور y.

29. $y = 5x - 3$ ؛ m: 5 ؛ التقاطع مع المحور y: -3
30. $y = \frac{1}{2}x + 4$ ؛ m: $\frac{1}{2}$ ؛ التقاطع مع المحور y: 4

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم.

31. $(-3, 12)$ و $(15, 0)$ $\quad y = -\frac{2}{3}x + 10$
32. $(-7, 2)$ و $(5, 8)$ $\quad y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$
33. **تنظيف النوافذ** تكلف شركة "إيس لخدمة تنظيف النوافذ" مبلغ AED 50 مقابل طلب الحصول على الخدمة و AED 20 مقابل كل ساعة يخصونها في العمل. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع تمثل التكلفة الإجمالية C من حيث عدد الساعات h.
$C = 20h + 50$

مثال 4

اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين $(2, 5)$ و $(6, 3)$ بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة 1 جد ميل المستقيم المار بالنقطتين.

قانون الميل $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

بسط. $\quad = \frac{3-5}{6-2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$x_1 = 2$ و $y_1 = 5$ و $x_2 = 6$ و $y_2 = 3$

الخطوة 2 اكتب معادلة للمستقيم.

صيغة النقطة والميل $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$

$m = -\frac{1}{2}$ و $(x_1, y_1) = (2, 5)$ $\quad y - 5 = -\frac{1}{2}[x - (2)]$

بسط. $\quad y - 5 = -\frac{1}{2}x + 1$

اجمع 5 لكل طرف. $\quad y = -\frac{1}{2}x + 6$

محفوظ الطبع والتأليف © لمجموعة نماذج ماكجرو هيل للتعليم
McGraw-Hill Education

8:35 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

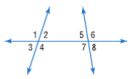
22. $j \parallel k$؛ معكوس مسلّمة الزوايا المتناظرة
23. لا يمكن إثبات توازي $\parallel$ أي من المستقيمات.
24. $p \parallel q$؛ معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة
25. $y = 10x + 82.5$، حيث x = عدد ساعات العمل

الوحدة 12

تدريب على الاختبار

صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره *زوايا داخلية متبادلة* أو *خارجية متبادلة* أو *متناظرة* أو *داخلية متتالية*.

1. $\angle 6$ و $\angle 3$ خارجية متبادلة
2. $\angle 4$ و $\angle 7$
3. $\angle 5$ و $\angle 4$



2. داخلية متتالية
3. داخلية متبادلة

حدد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المعطاة. 4. غير محدد

4. $G(8, 1)$, $H(8, -6)$
5. $A(0, 6)$, $B(4, 0)$ $-\frac{3}{2}$
6. $E(6, 3)$, $F(-6, 3)$ 0
7. $E(5, 4)$, $F(8, 1)$ -1

في الشكل، $m\angle 8 = 96$ و $m\angle 12 = 42$. جد قياس كل زاوية. واذكر أي مسلمة (مسلمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

8. $\angle 9$
9. $\angle 11$
10. $\angle 6$

انظر الهامش. 8-10.

11. جد قيمة x في الشكل أدناه. 128

12. **اللياقة البدنية** ترغب في الالتحاق بمركز لياقة بدنية. ويكلف مركز "فيت آن تريم" AED 80 لكل شهر. ويكلف مركز "فيت فور لايف" رسم عضوية لمرة واحدة بقيمة AED 75 و AED 55 لكل شهر. انظر الهامش. a–c.
   a. اكتب وظّف بيانيًا معادلتين بصيغة الميل والمقطع لتمثيل التكلفة y للحضور في كل مركز لياقة بدنية في فترة x شهر/شهور.
   b. هل المستقيمات التي مثلتها بيانيًا في الجزء a متوازية؟ اشرح لماذا أو لماذا لا.
   c. أي مركز لياقة بدنية يقدم السعر الأفضل؟ اشرح.

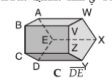
اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موصوف.

13. يمر بالنقطة $(-8, 1)$، وعمودي على المستقيم $y = 2x - 17$ $y = -\frac{1}{2}x - 3$
14. يمر بالنقطة $(0, 7)$ وبوازي المستقيم $y = 4x - 19$ $y = 4x + 7$
15. يمر بالنقطة $(-12, 3)$، وعمودي على المستقيم $y = -\frac{2}{3}x - 11$ $y = \frac{3}{2}x + 21$

جد المسافة بين كل زوج من الخطوط المتوازية ذات المعادلات المعطاة.

16. $y = x - 11$, $y = x - 7$ $\sqrt{8} \approx 2.8$
17. $y = -2x + 1$, $y = -2x + 16$ $\sqrt{45} \approx 6.7$

18. **الاختبار من متعدد** أي قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{CD}$؟ D



A $\overline{ZY}$
C $\overline{DE}$
B $\overline{AB}$
D $\overline{VZ}$

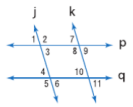
19. جد قيمة x بحيث يكون $a \parallel b$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها. 14؛ معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتتالية

الهندسة الإحداثية جد المسافة من P إلى ℓ.

20. المستقيم ℓ المار بالنقطتين $(2, -4)$ و $(3, -5)$، النقطة $P(1, 2)$ $\frac{5\sqrt{2}}{2} \approx 3.5$
21. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(5, 6)$ و $(2, 3)$، النقطة $P(2, 6)$ $\frac{6\sqrt{5}}{5} \approx 2.7$

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.
انظر الهامش. 22-24.

22. $\angle 4 \cong \angle 10$
23. $\angle 9 \cong \angle 6$
24. $\angle 7 \cong \angle 11$



25. **الوظائف** يعمل محمود في متجر للهدايا، وأجره AED 10 لكل ساعة بالإضافة إلى عمولة بنسبة 15% على البضاعة التي يبيعها. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع بحيث تمثل ما يكسبه خلال أسبوع إذا باع بضاعة بقيمة AED 550. انظر الهامش.

McGraw-Hill Education جميع الحقوق محفوظة لصالح مؤسسة ©

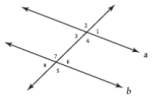
8:36 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

الوحدة 12 تدريب على الاختبارات المعيارية

الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو في ورقة أخرى.

1. إذا كان $a \parallel b$ في الرسم التخطيطي أدناه. فأيّ مما يلي قد لا يكون صحيحا؟ D



A $\angle 1 \cong \angle 3$
B $\angle 4 \cong \angle 7$
C $\angle 2 \cong \angle 5$
D $\angle 8 \cong \angle 2$

2. في المتحف، تبلغ تكلفة دخول كل طفل AED 5.75 وكل شخص بالغ AED 8.25. فكم تبلغ تكلفة دخول أسرة تتألف من فردين بالغين و 4 أطفال؟ B

A AED 34.50
B AED 39.50
C AED 44.50
D AED 49.50

3. ما ميل المستقيم؟ A

A $-\frac{2}{3}$
B $-\frac{1}{2}$
C $-\frac{2}{5}$
D $-\frac{1}{6}$

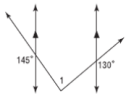
4. المستقيم k يمر بالنقطتين (4, 1) و (−5, −5). جـــد المسافة بين المستقيم k والنقطة $F(-4, 0)$. G

F 3.3 وحدات
G 3.6 وحدات
H 4.0 وحدات
J 4.2 وحدات

5. ما التمثيل البياني لأي من المعادلات المستقيم المار بالنقطتين النقطتين (−3, −1)و (3, −2)؟ F

F $y = -6x - 9$
G $y = -\frac{1}{4}x + 3$
H $y = 4x - 5$
J $y = \frac{2}{3}x + 1$

6. ما قيمة $m\angle 1$ في الشكل أدناه؟ F



F 85
G 90
H 95
J 100

7. يدخر راشد المال لشراء جهاز إستيريو سيارة. وقد ادخر مبلغ AED 45. ويمكنه ادخار مبلغ AED 15 كل أسبوع. فإذا كان جهاز الإستيريو الذي يريده بسعر AED 210. فكم أسبوعا سيستغرق راشد لشراء جهاز الإستيريو؟ B

A 10
B 11
C 12
D 13

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 6 ارسم رسما تخطيطيا) يمكنك الاستعانة به في حل المسائل. ارسم مستقيما موازيا ثالثا يمر برأس الزاوية 1. ثم استخدم خصائص المستقيمات المتوازية والقواطع لحل المسألة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

712 | الوحدة 12 | تدريب على الاختبارات المعيارية

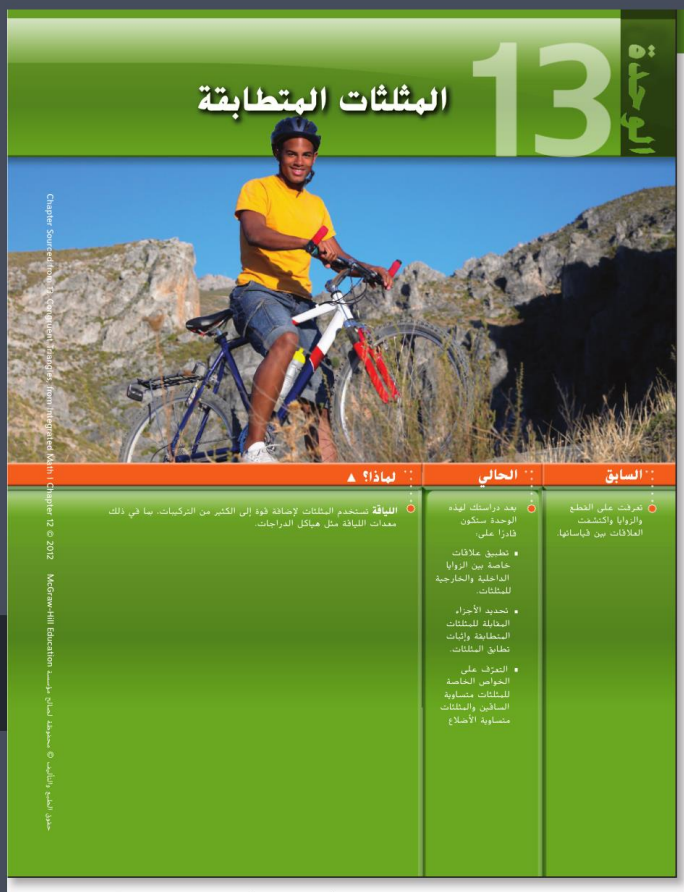
8:36 AM Fri 27 Mar
69%
elib.moe.gov.ae

مشروع الوحدة

تصنيف المثلثات

يستخدم الطلاب ما تعلموه بشأن المثلثات لتصنيف العديد من الأنواع المختلفة المستخدمة في الأجهزة الرياضية وأجهزة اللياقة البدنية.

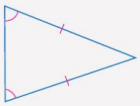
- اجعل الطلاب يبحثوا عن أمثلة عن استخدام المثلثات في الأجهزة الرياضية وأجهزة اللياقة البدنية مثل إطارات الدراجات والمرمى الخاص بكرة القدم والأرجوحات المعلقة وما شابه ذلك. وما أنواع المثلثات النموذجية؟ وكيف يتم استخدام هذه الأشكال؟ وما تصاميم المثلثات التي تساعد في عملها؟
- اطبع أكبر قدر ممكن من الأمثلة وتتبع أشكال المثلثات الموجودة في التصاميم على قطعة من الورق. ناقش كيف تم استخدام المثلثات في كل جهاز من الأجهزة.
- في النهاية، صنّف كل مثلث طبقًا لأضلاعه وزواياه واعرض نتائجك أمام الصف الدراسي بأكمله.



المفردات الأساسية قدّم المفردات الأساسية في الوحدة باستخدام الطريقة التالية.

تعريف: المثلث متساوي الساقين هو المثلث الذي به ضلعان متطابقان على الأقل.

مثال:



اسأل: هل تعتقد أن الزاوية الثالثة تكون الأصغر دائمًا؟ الإجابة النموذجية: لا؛ فمن الممكن أن يكون مجموع قياسات الزوايا المقابلة للضلعين المتطابقين أقل من 90. فتصبح الزاوية الثالثة زاوية منفرجة مما يعني أنها أكبر زاوية في المثلث.

الإجابات الإضافية

7. ≈10.8
8. ≈6.7
9. ≈18.0
10. ≈7.8

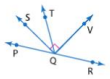
319 / 171

8:36 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

الاستعداد للوحدة

تدريب سريع

ضع تصنيفًا لكل زاوية باعتبارها قائمة، أو حادة أو منفرجة.



1. $m\angle VOS$ قائمة 2. $m\angle TOV$ حادة 3. $m\angle POV$ منفرجة

4. **أوريغامي** يتضمن فن طي الأوريغامي طي قطعة ورقية بحيث تشكل الحافة السفلية للقطعة زاوية قائمة مع نفسها. ضع تصنيفًا لكل زاوية باعتبارها قائمة أو حادة أو منفرجة.

∠1، قائمة؛ ∠2، حادة؛ ∠3، منفرجة

الجبر استخدم الشكل لإيجاد المتغير المتغيرات المشار إليه. اشرح تبريرك.

5. جد قيمة x إذا كانت $m\angle 3 = x - 12$ و $m\angle 6 = 72$. 84°؛ زوايا خارجية متبادلة

6. إذا كانت $m\angle 4 = 2y + 32$ و $m\angle 5 = 3y - 3$، فجد قيمة y. 35°؛ زوايا داخلية متبادلة

جد المسافة بين كل زوجين من النقاط 7–10 انظر الهامش.

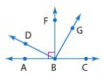
7. $F(3, 6), G(7, -4)$
8. $X(-2, 5), Y(1, 11)$
9. $R(8, 0), S(-9, 6)$
10. $A(14, -3), B(9, -9)$

11. **الخرائط** وضعت إيمان شبكة إحداثية على خريطة إمارة بحيث تمثل كل وحدة 10 km. إذا علمت أن مدينتها تقع عند $(-8, -12)$ وعاصمة الإمارة تقع عند $(0, 0)$. فجد المسافة من مدينتها لعاصمة الإمارة مع التقريب لأقرب جزء من عشرة من الكيلومتر. 144.2 كيلومترًا

مراجعة سريعة

مثال 1 (مستخدم في الدرس 1-13)

ضع تصنيفًا لكل زاوية باعتبارها مستقيمة، أو حادة، أو منفرجة.

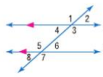


a. $m\angle ABG$
تقع النقطة G في الزاوية $\angle ABG$ على الزاوية العاشة $\angle ABF$ من الخارج؛ ولذلك فإن $\angle ABG$ هي زاوية منفرجة.

b. $m\angle DBA$
تقع النقطة D في الزاوية $\angle DBA$ على الزاوية العاشة $\angle FBA$ من الداخل؛ ولذلك فإن $\angle DBA$ هي زاوية حادة.

مثال 2 (مستخدم في الدروس من 2-13 إلى 5-13)

في الشكل، $m\angle 4 = 42$. جد $m\angle 7$



∠7 و ∠1 زاويتان داخليتان متبادلتان. إذا هما متطابقتان. ∠1 و ∠4 زوج خطي. إذا هما متكاملتان. إذا، ∠7 تكمل ∠1. قياس ∠7 هو $42 - 180$ أو 138.

مثال 3 (مستخدم في الدروس 4-13 و 7-13 و 8-13)

جد المسافة بين $J(5, 2)$ و $K(11, -7)$.

صيغة المسافة $JK = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

عوّض. $= \sqrt{(11 - 5)^2 + [(-7) - 2]^2}$

اطرح. $= \sqrt{6^2 + (-9)^2}$

بسط. $= \sqrt{36 + 81} = \sqrt{117}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الأسئلة الأساسية

- كيف يمكنك أن تثبت أن المثلثين متطابقان؟ الإجابة النموذجية: من خلال إثبات أن جميع الأجزاء المتقابلة من المثلث متطابقة. أو بإثبات أن الأجزاء الثلاثة المتقابلة متطابقة.
- ما تحويل التطابق؟ الإجابة النموذجية: هو التحويل الذي تكون فيه الصورة والصورة الأصلية متطابقتين.

8:36 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 1-13 قياس الخطوط والزوايا وتصنيفها.

الدرس 1-13 تعريف وتصنيف المثلثات بقياسات الزوايا وقياسات الأضلاع.

بعد الدرس 1-13 استخدام تحويلات التطابق لتخمين وتبرير خواص الأشكال الهندسية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

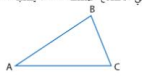
- ما الذي يبدو صحيحا عن أطوال أقواس الأبراج الثلاثة التي تشكلّ مثلثًا؟ أطوال الأقواس متماثلة.
- يبدو أن الزوايا الثلاث في هذه المثلثات التي نشأت عن الأقواس متطابقة. ولو كان هذا صحيحا، فما قياس كل زاوية؟ 60°
- لو نشأ عن الأقواس زوايا غير متطابقة، فهل كان من الممكن أن تظل الأقواس متطابقة؟ بالطبع لا. فالمثلث متساوي الأضلاع يجب أن تكون زواياه الثلاث أيضا متطابقة.

13-1 تصنيف المثلثات

السابق	الحالي	لماذا؟
• لقد قست الزوايا وصنفتها.	1 تحديد المثلثات وتصنيفها حسب قياس الزوايا. 2 تحديد المثلثات وتصنيفها حسب قياس الأضلاع.	• تم تصميم أبراج البث اللاسلكي لتدعم الهوائيات لبث إشارات المذياع أو التلفاز. يكشف هيكل البرج المعروض عن نمط للدعامات المثلثة.

1 تصنيف المثلثات حسب الزوايا

نذكر أن المثلث شكل ثلاثي الأضلاع المثلث ABC. يكتب $\triangle ABC$. له أجزاء مسماة باستخدام الأحرف A و B و C.



أضلاع $\triangle ABC$ هي $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$ و $\overline{CA}$.

الرؤوس هي النقاط A و B و C.

الزوايا هي $\angle BAC$ أو $\angle A$ و $\angle ABC$ أو $\angle B$ و $\angle BCA$ أو $\angle C$.

يمكن تصنيف المثلثات بطريقتين – حسب زواياها أو حسب أضلاعها. تحتوي كل المثلثات على زاويتين حادتين على الأقل. لكن الزاوية الثالثة تستخدم في تصنيف المثلث.

المفردات الجديدة

- مثلث حاد — acute triangle
- مثلث متساوي الزوايا — equiangular triangle
- مثلث منفرج الزاوية — obtuse triangle
- مثلث قائم الزاوية — right triangle
- مثلث متساوي الأضلاع — equilateral triangle
- مثلث متساوي الساقين — isosceles triangle
- مثلث مختلف الأضلاع — scalene triangle

المفهوم الأساسي تصنيفات المثلثات حسب الزوايا

مثلث حاد	مثلث متساوي الزوايا	مثلث منفرج الزاوية	مثلث قائم الزاوية
3 زوايا حادة	3 زوايا حادة متطابقة	1 زاوية منفرجة	1 زاوية قائمة

المثلث متساوي الزوايا هو نوع خاص من المثلث حاد الزاوية.

عند تصنيف المثلثات، كن دقيقًا قدر الإمكان. فبينما المثلث الذي يضم ثلاث زوايا حادة متطابقة يعتبر مثلثًا حاد الزاوية. من الأدق تصنيفه على أنه مثلث متساوي الزوايا.

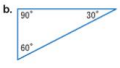
مثال 1 تصنيف المثلثات حسب الزوايا

ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.

a.

يحتوي المثلث على ثلاث زوايا حادة غير متساوية.

b.



يبلغ قياس إحدى زوايا المثلث 90، ولذلك فهي زاوية قائمة. بما أن المثلث يحتوي على زاوية قائمة، فهو مثلث قائم الزاوية.

تصميم إنشاءات هندسية للأشكال باستخدام مختلف الأدوات والطرق (الفرجار والمسطرة والخيط والأدوات العاكسة والورق القابل للطي وبرنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

مراعاة الدقة.

حقوق الطبع والتأليف © تعود ملكيتها لشركة McGraw-Hill Education

8:37 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

1 تصنيف المثلثات حسب الزوايا

يبيّن **المثالان 1 و 2** طريقة تصنيف المثلثات حسب قياس الزوايا.

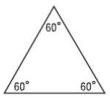
التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

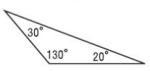
1 ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية*، أو *متساوي الزوايا*، أو *منفرج الزاوية*، أو *قائم الزاوية*.

a.



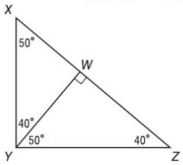
بما أن المثلث يحتوي على ثلاث زوايا متطابقة، فهو مثلث متساوي الزوايا.

b.



إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث يساوي 130 درجة فهذا المثلث منفرج الزاوية. إذا كان بالمثلث زاوية منفرجة، فهذا المثلث منفرج الزاوية.

2 ضع تصنيفًا للمثلث XYZ△ باعتباره *حاد الزاوية*، *متساوي الزوايا*، *منفرج الزاوية*، أو *قائم الزاوية*. اشرح تبريرك.



النقطة W تقع داخل ∠XYZ. إذًا باستخدام مسلمة جمع الزوايا $m\angle XYW + m\angle WYZ = m\angle XYZ$. بالتعويض، $m\angle XYZ = 40 + 50$ أو 90. بما أن XYZ△ به زاوية قائمة، إذًا فهو مثلث قائم الزاوية.

مراجعة المفردات

الزاوية الحادة زاوية بقياس درجة أقل من 90

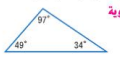
الزاوية القائمة زاوية بقياس درجة يبلغ 90

الزاوية المنفرجة زاوية بقياس درجة أكبر من 90

تمرين موجّه

ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية* أو *متساوي الزوايا* أو *منفرج الزاوية* أو *قائم الزاوية*.

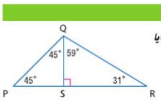
1A. **منفرج الزاوية**



1B. **متساوي الزوايا**

مثال 2 تصنيف المثلثات حسب الزوايا داخل الأشكال

ضع تصنيفًا للمثلث POR△ باعتباره *حاد الزاوية* أو *متساوي الزوايا* أو *منفرج الزاوية* أو *قائم الزاوية*. اشرح تبريرك.



النقطة S تقع في الزاوية الداخلية لـ ∠POR. إذا حسب مسلّمة جمع الزوايا، $m\angle PQR = m\angle PQS + m\angle SQR$. بالتعويض، $m\angle PQR = 45 + 59$ أو 104.

بما أن POR△ يحتوي على زاوية منفرجة، فهو مثلث منفرج.

تمرين موجّه

2. استخدم الرسم التخطيطي لتصنيف PQS△ باعتباره حاد الزاوية، أو متساوي الزوايا، أو منفرج الزاوية، أو قائم الزاوية. اشرح تبريرك. **قائم الزاوية؛ PQS△ به زاوية قائمة واحدة.**

2 تصنيف المثلثات حسب الأضلاع

يمكن أيضًا تصنيف المثلثات وفقًا لعدد الأضلاع المتطابقة فيها. توضيح أن أضلاع المثلث متطابقة، يتم رسم عدد متساوٍ من علامات التجزئة على الأضلاع المتناظرة.

المفهوم الأساسي تصنيفات المثلثات حسب الأضلاع

مثلث متساوي الأضلاع	مثلث متساوي الساقين	مثلث مختلف الأضلاع
الأضلاع الثلاثة متطابقة	ضلعان متطابقان على الأقل	لا توجد أضلاع متطابقة

المثلث متساوي الأضلاع نوع خاص من المثلث متساوي الساقين.

مثال 3 من الحياة اليومية تصنيف المثلثات حسب الأضلاع

الموسيقى ضع تصنيفًا لصندوق أصوات العزف الروسي أدناه باعتباره *متساوي الأضلاع* أو *متساوي الساقين* أو *مختلف الأضلاع*.

ضلعان لهما القياس نفسه وهو 40 cm. إذًا، المثلث له ضلعان متطابقان. المثلث متساوي الساقين.

تمرين موجّه

3. **سلامة القيادة** ضع تصنيفًا للزر في الصورة على اليمين حسب أضلاعه. **متساوي الأضلاع**

الربط بالحياة اليومية

في الكثير من السيارات، تعمل مصابيح الخطر بالضغط على زر صغير يوجد بالقرب من عمود القيادة. يخدّ الضغط في العادة شكلًا مألوفًا يشبه المثلث متساوي الأضلاع.

المصدر: جنرال موتورز

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التدريس المتمايز BL OL AL

طريقة التواصل يعمل الطلاب في مجموعات من 2 إلى 3 أشخاص لاستكشاف تصنيف المثلثات. اطلب من الطلاب أن يستكشفوا ويناقشوا الأسئلة التالية: هل تستطيع رسمَ مثلث متساوي الزوايا به زاوية °90؟ هل تستطيع رسم مثلث قائم الزاوية وبه زاوية منفرجة؟ قم بتسهيل المناقشة ليكتشف الطلاب أيًا من تصنيفات المثلث متنافية وأيّها غير متنافية.

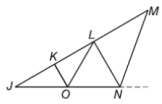
8:37 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

2 تصنيف المثلثات حسب الأضلاع

الأمثلة 3–5 توضح كيف يمكن تصنيف المثلثات باستخدام عدد الأضلاع المتطابقة.

أمثلة إضافية

3 **الهندسة المعمارية** تم وضع الهيكل مثلث الشكل الموضح بالأسفل لبناء من الصلب. صنّف كل من $\triangle JMN$، $\triangle JKO$، و $\triangle OLN$ باعتباره *حادًا*، *أو متساويًا*، *أو منفرجًا*، *أو قائم الزاوية*.

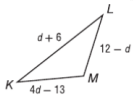


$\triangle JKO$ منفرج الزاوية. $\triangle JMN$ مثلث قائم الزاوية. $\triangle OLN$ متساوي الزوايا.

4 إذا كانت النقطة Y هي نقطة منتصف الضلع $\overline{VX}$، و $WY = 3.0$ وحدات، صنّف $\triangle VWY$ باعتباره *متساوي الأضلاع*، *أو متساوي الساقين*، *أو مختلف الأضلاع*. اشرح تبريرك.

مختلف الأضلاع؛ لأن الأضلاع الثلاثة لها أطوال مختلفة.

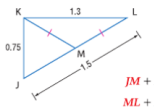
5 **الجبر** جـــد قياسات أضلاع المثلث متساوي الساقين KLM الذي قاعدته $\overline{KL}$.



$KM = LM = 7$, $KL = 11$

مثال 4 تصنيف المثلثات حسب الأضلاع داخل الأشكال

إذا كانت النقطة M هي نقطة المنتصف في $\overline{JL}$، فضع تصنيفا للمثلث $\triangle JKM$ باعتباره *متساوي الأضلاع*، *أو متساوي الساقين*، *أو مختلف الأضلاع*. اشرح تبريرك.



حسب تعريف نقطة المنتصف، $JM = ML$.

$JM + ML = JL$	مُسلّمة جمع القطع المستقيمة
$ML + ML = 1.5$	تعويض
$2ML = 1.5$	بسط.
$ML = 0.75$	اقسم الطرفين على 2.

$JM = ML$ أو 0.75. بما أن $KM = ML$ و $\overline{KM} \cong \overline{ML}$ أو 0.75.

بما أن $KJ = JM = KM = 0.75$ يضم المثلث ثلاثة أضلاع بالقياس نفسه. ولهذا، يضم المثلث ثلاثة أضلاع متطابقة. ولهذا فهو متساوي الأضلاع.

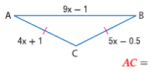
تمرين موجّه **4. متساوية الساقين؛ ضلعان في المثلث متطابقان.**

4. صنّف $\triangle KML$ باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع. اشرح تبريرك.

يمكنك أيضًا استخدام خواص المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع لإيجاد القيم المفقودة.

مثال 5 إيجاد القيم المفقودة

الجبر جـــد قياسات أضلاع المثلث متساوي الساقين ABC



الخطوة 1 جـــد قيمة x.

$AC = CB$	معطى
$4x + 1 = 5x - 0.5$	التعويض
$1 = x - 0.5$	اطرح $4x$ من كل ضلع.
$1.5 = x$	بجمع 0.5 إلى كل طرف.

الخطوة 2 قم بالتعويض لإيجاد طول كل ضلع.

$AC = 4x + 1$	معطى
$= 4(1.5) + 1 = 7$	$x = 1.5$
$CB = AC$	معطى
$= 7$	$AC = 7$
$AB = 9x - 1$	معطى
$= 9(1.5) - 1$	$x = 1.5$
$= 12.5$	بسط.

تمرين موجّه

5. جـــد قياس أضلاع المثلث متساوي الأضلاع FGH.

$FG = GH = HF = 21$

نصيحة دراسية

المتابعة في المثال 5. للتحقق من إجابتك، قم بإجراء اختبار لترى ما إذا كان $CB = AC$ عند وضع 1.5 مكان x في التعبير $CB = 5x - 0.5$. $CB = 5x - 0.5$

$= 5(1.5) - 0.5 = 7$ ✓

McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL

التوسع اطلب من الطلاب الرجوع إلى صورة الأقواس المثلثة في أعلى صفحة 712 ومقارنة المثلثات المتكوّنة. هل الأضلاع متطابقة؟ هل الزوايا متطابقة؟ هل المثلثات متطابقة؟ اطلب منهم عمل تخمينات عن الزوايا والأضلاع المشتركة في المثلّثَين. الأضلاع المتناظرة متطابقة. والمثلثات متطابقة.

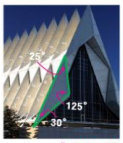
8:37 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

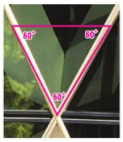
مثال 1 **الهندسة المعمارية** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية*.

1.

قائم

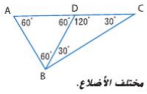
2. 

منفرج الزاوية

3. 

متساوي الزوايا

مثال 2 ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية*. اشرح تبريرك.



4. $\triangle ABD$ متساوي الزوايا؛ فالزوايا الثلاث جميعًا قياسها 60°.
5. $\triangle BDC$ منفرج الزاوية؛ $\angle BDC > 90°$
6. $\triangle ABC$ قائم الزاوية؛ $\angle ABC = 90°$

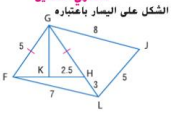
مثال 3 **الدقة** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *متساوي الأضلاع*، أو *متساوي الساقين*، أو *مختلف الأضلاع*.

7.
متساوي الساقين

8.

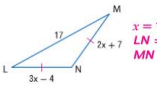
مختلف الأضلاع

مثال 4 إذا كانت النقطة K هي نقطة المنتصف في $\overline{FH}$، فضع تصنيفًا لكل مثلث في الشكل على اليسار باعتباره *متساوي الأضلاع*، أو *متساوي الساقين*، أو *مختلف الأضلاع*.

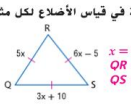


9. $\triangle FGH$ متساوي الأضلاع
10. $\triangle GJL$ متساوي الساقين
11. $\triangle FHL$ مختلف الأضلاع

مثال 5 **الجبر** جد قيمة x المجهولة في قياس الأضلاع لكل مثلث.

12. 

$x = 11$، $LN = 29$، $MN = 29$

13. 

$x = 5$، $QR = RS = QS = 25$

14. **مجوهرات** افترض أنك تطوي سلكًا من الصلب الذي لا يصدأ لعمل القرط المعروض. الجزء المثلث من القرط عبارة عن مثلث متساوي الساقين. إذا كان محلولنا 1.5 cm لعمل جزء تعليق القرط. فكم عدد الأقراط التي يمكن عملها من 45 cm من السلك؟ اشرح تبريرك.

4. القدر الإجمالي من السلك المطلوب، بما في ذلك جزء التعليق هو $1.5 + 3.2 + 3.2 + 2.1$ أو $10\ cm$. $45\ cm \div 10\ cm$ للقرط $= 4.5$ أقراط. لا يوجد سلك كاف لعمل 5 أقراط. يمكن عمل 4 فقط باستخدام $45\ cm$ من السلك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انتبه!

الاستمرار! ذكر الطلاب أنه في التمرينين 12 و 13، حتى يتمكنوا من الإجابة عن الأسئلة كاملةً فعليهم أن يقدموا أكثر من حلٍّ للمتغير x. عند إيجاد قيمة x، يتم التعويض بها في كل تعبيرٍ خاص بطول كل ضلع.

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج المنطقي ذكر الطلاب بأنّ المثلث الحاد لا بدّ أن يكون به ثلاث زوايا حادة. ولذا، عند تصنيف مثلث، إذا كان المثلث به *زاوية* واحدة ليست حادة، فلا بدّ أن يكون المثلث قائما أو منفرجا.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-14 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

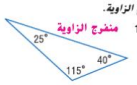
المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	15-37, 56-59, 61-81	15-37, فردي, 65-68	16-36, زوجي, 56-59, 61-64, 69-81
OL أساسي	15-53, فردي, 54-59, 61-81	15-37, 65-68	38-59, 61-64, 69-81
BL متقدم	38-81		

8:37 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

التمرين وحل المسائل

مثال 1 ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.

15. منفرج الزاوية

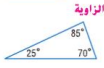


16. حاد الزاوية

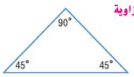
17. قائم الزاوية

18. متساوي الزوايا

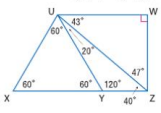
19. حاد الزاوية

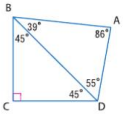


20. قائم الزاوية



مثال 2 **الدقة** ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره حاد الزاوية أو متساوي الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.





21. منفرج الزاوية $\triangle UYZ$
22. قائم الزاوية $\triangle BCD$
23. حاد الزاوية $\triangle ADB$
24. حاد الزاوية $\triangle UXZ$
25. قائم الزاوية $\triangle UWZ$
26. متساوي الزوايا $\triangle UXY$

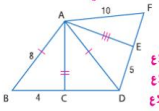
مثال 3 ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.

27. متساوي الأضلاع

28. متساوي الساقين

29. مختلف الأضلاع

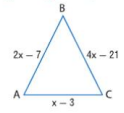
مثال 4 إذا كانت النقطة C هي نقطة الوسط في $\overline{BD}$ والنقطة E هي نقطة الوسط في $\overline{DF}$، فضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره متساوي الأضلاع، أو متساوي الساقين، أو مختلف الأضلاع.



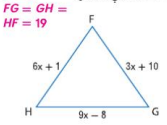
30. مختلف الأضلاع $\triangle ABC$
31. مختلف الأضلاع $\triangle AEF$
32. متساوي الساقين $\triangle ADF$
33. مختلف الأضلاع $\triangle ACD$
34. مختلف الأضلاع $\triangle AED$
35. متساوي الأضلاع $\triangle ABD$

مثال 5

36. **الجبر** جد قيمة x وطول كل ضلع إذا كان $\triangle ABC$ متساوي الساقين حيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$.
$x = 7,\ AB = 7,\ BC = 7,\ CA = 4$



37. **الجبر** جد قيمة x وطول كل ضلع إذا كان $\triangle FGH$ متساوي الأضلاع.
$x = 3;$
$FG = GH = HF = 19$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:37 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

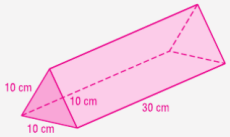
ملاحظات لحل التمرين

فرجار ومسطرة تقويم يتطلب التمرين 53 استخدام فرجار ومسطرة تقويم.

إجابات إضافية

38. 1∠: مختلف الأضلاع قائم الزاوية.
2∠: مختلف الأضلاع قائم الزاوية.
3∠: مختلف الأضلاع منفرج الزاوية.
4∠: مختلف الأضلاع حاد الزاوية.
5∠: مختلف الأضلاع قائم الزاوية.
6∠: مختلف الأضلاع منفرج الزاوية

39. لأن قاعدة المنشور المتكونة عبارة عن مثلث متساوي الأضلاع، فيجب تقطيع البلاطة المربعة إلى ثلاث شرائح متطابقة في العرض. وبما أن البلاطة الأصلية عبارة عن مربع 40 cm، فيكون طول كل شريحة 12 cm في 3 ÷ 12 أو 4 cm عرضا.



43. مختلف الأضلاع؛ $XZ = 3\sqrt{5}$، $XY = \sqrt{113}$، $YZ = 2\sqrt{26}$

44. متساوي الساقين؛ $XZ = \sqrt{29}$، $XY = \sqrt{29}$، $YZ = 4$

45. متساوي الساقين؛ $XZ = 2$، $XY = 2\sqrt{2}$، $YZ = 2\sqrt{2}$

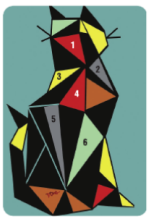
46. مختلف الأضلاع؛ $XZ = 8$، $XY = \sqrt{82}$، $YZ = \sqrt{130}$

47. **المعطيات:** $m\angle ADC = 120$، $\triangle DBC$ مثلث حاد الزاوية.

المطلوب: $\triangle DBC$ هو مثلث حاد الزاوية.

البرهان: $\angle ADC$ و $\angle BDC$ تكوّنان زاوية مستقيمة. $\angle ADC$ و $\angle BDC$ متكاملتان لأنه، إذا كانت زاويتان تكوّنان زاوية مستقيمة، فإنهما متكاملتان. إذًا $m\angle ADC + m\angle BDC = 180$.
نحن نعرف أنّ $m\angle ADC = 120$.
وبالتعويض، $120 + m\angle BDC = 180$.
باستخدام الطرح نجد أنّ $m\angle BDC = 60$. نحن بالفعل نعرف أنّ $\angle B$ هي زاوية حادة لأن $\triangle ABC$ هو مثلث حاد. $\angle BCD$ يجب أيضا أن تكون حادة لأنّ $\angle C$ حادة و $m\angle C = m\angle ACD + m\angle BCD$. $\triangle DBC$ هو مثلث حاد طبقًا للتعريف.

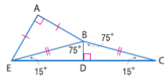
38. **فن الرسم** راجع الرسم المعروض. صنّف كل مثلث مرقّم في شكل الطائرة الورقية Kat حسب زواياه وأضلاعه. استخدم ركن صفحة الدفتر لتصنيف قياس الزاوية واستخدم مسطرة لقياس الأضلاع. **انظر الهامش.**



Kat, 2002, by Diana Ong, computer graphic

39. **كليدوسكوب** يبني إبراهيم كليدوسكوبًا مختلف الألوان باستخدام أنبوب بلاستيكي وورق مقوى وقطع من الورق الملون وبلاطة عاكسة $30\ cm^2$. سيتم تقطيع البلاطة المربعة إلى شرائح وترتيبها لتشكيل منشور مفتوح بقاعدة تشبه قاعدة مثلث متساوي الأضلاع. اصنع رسمًا للمنشور مع تحديد أبعاده. اشرح تبريرك. **انظر الهامش.**

الدقة ضع تصنيفًا لكل مثلث في الشكل حسب زواياه وأضلاعه.



40. $\triangle ABE$ **متساوي الساقين قائم الزاوية**

41. $\triangle EBC$ **متساوي الساقين منفرج الزاوية**

42. $\triangle BDC$ **مختلف الأضلاع قائم الزاوية**

هندسة الإحداثيات جـــد قياس أضلاع $\triangle XYZ$ وضع تصنيفًا لكل مثلث حسب أضلاعه. **انظر الهامش.** 43–46

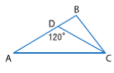
43. $X(-5, 9)$, $Y(2, 1)$, $Z(-8, 3)$

44. $X(7, 6)$, $Y(5, 1)$, $Z(9, 1)$

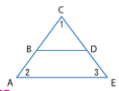
45. $X(3, -2)$, $Y(1, -4)$, $Z(3, -4)$

46. $X(-4, -2)$, $Y(-3, 7)$, $Z(4, -2)$

47. **البرهان** اكتب برهانا حرًا لإثبات أن $\triangle DBC$ حاد الزاوية إذا كان $m\angle ADC = 120$ و $\triangle ABC$ حاد الزاوية **انظر الهامش.**



48. **البرهان** اكتب برهانا من عمودين لإثبات أن $\triangle BCD$ متساوي الزوايا إذا كان $\triangle ACE$ متساوي الزوايا و $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13**



الجبر لكل مثلث، جـــد x وقياس كل ضلع.

49. $\triangle FGH$ مثلث متساوي الأضلاع حيث $FG = 3x - 10$ و $GH = 2x + 5$ و $HF = x + 20$. $x = 15$; $FG = 35$, $GH = 35$, $HF = 35$

50. $\triangle JKL$ مثلث متساوي الساقين حيث $\overline{JK} \cong \overline{KL}$ و $JK = 4x - 1$ و $KL = 2x + 5$ و $LJ = 2x - 1$. $x = 3$; $JK = 11$, $KL = 11$, $LJ = 5$

51. $\triangle MNP$ مثلث متساوي الساقين حيث $\overline{MN} \cong \overline{NP}$ أقل باثنين من خمسة مضروبة في x و NP أكثر بسبعة من اثنين مضروبة في x و PM أكثر باثنين من ثلاثة مضروبة في x. $x = 3$; $MN = 13$, $NP = 13$, $PM = 11$

52. $\triangle RST$ مثلث متساوي الأضلاع. RS أكثر بثلاثة من أربعة مضروبة في x و ST أكثر بسبعة من اثنين مضروبة في x و TR أكثر بواحد من خمسة مضروبة في x. $x = 2$; $RS = ST = TR = 11$

53. **الإنشاء** قم بإنشاء مثلث متساوي الأضلاع. تحقق من إنشائك باستخدام القياس وعلله باستخدام الرياضيات. (تلميح: استخدم الإنشاء في نسخ قطعة مستقيمة). **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

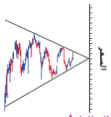
التدريس المتمايز BL OL

التوسع اجعل الطلاب يحاولوا رسم كل توافيق المثلث المعطاة في هذا المخطط. يجب أن يقدم الطلاب مثالا على كل نوع من أنواع المثلثات. أو توضيحا للسبب وراء اعتقادهم أن هذه التوافيق غير ممكنة.

	حاد الزوايا	منفرج الزاوية	قائم الزاوية	متساوي الزوايا
مختلف الأضلاع				
متساوي الساقين				
متساوي الأضلاع				

8:37 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

54 ا **الأسهم** يستخدم المحللون الفنيون مخططات بيانية لتحديد الأنماط التي يمكن أن تشير إلى نشاط مستقبلي في أسعار الأسهم. تحقق مخططات المثلثات المتناظرة الفائدة لأكثر عندما يقل التقلب في سعر سهم مع الوقت.



a. ضع تصنيفًا حسب الأضلاع والزوايا للمثلث الذي يتشكل إذا تم رسم خط رأسي عند أية نقطة على التمثيل البياني. مثلث **متساوي الساقين؛ حاد الزاوية**

b. كيف يجب أن يتقلب السعر لكي تشكل البيانات مثلثًا منفرج الزاوية؟ ارسم مثالًا لدعم تبريرك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

55 **التمثيلات** المتعددة في الرسم التخطيطي، الرأس *المقابلة* للضلع $\overline{BC}$ هي $\angle A$. **انظر الهامش الزمن a–d.**

a. **هندسيًا** ارسم أربعة مثلثات متساوية الساقين، بما فيها مثلث حاد الزاوية ومثلث قائم الزاوية ومثلث منفرج الزاوية. واكتب على الرأسين المقابلين للضلعين المتطابقين الحرفين A و C وميّز الرأس المتبقية بالحرف Bثم قس زوايا كل مثلث واكتب كل زاوية مع قياسها.

b. **جدوليًا** قس جميع زوايا كل مثلث. ضع القياسات بالترتيب لكل مثلث في جدول. وأضف عمودًا إلى جدولك لتسجيل مجموع هذه القياسات.

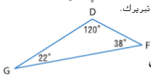
c. **لفظيًا** ضع تخمينًا لقياسات الزوايا المقابلة للأضلاع المتطابقة لمثلث متساوي الساقين. ثم ضع تخمينًا لمجموع قياسات الزوايا لمثلث متساوي الساقين.

d. **جبريا** إذا كانت x هي قياس إحدى الزوايا المقابلة لأحد الأضلاع المتطابقة في مثلث متساوي الساقين. فاكتب تعابير لقياسات كل من الزاويتين الأخريين في المثلث. اشرح.

56. الإجابة النموذجية: أسماء، تحتوي كل المثلثات على زاويتين حادتين على الأقل، ولذلك، وباستخدام تبرير أماني، سيتم تصنيف كل المثلثات بأنها حادة. يتم تصنيف المثلثات بدلا من ذلك حسب زاويتها الثالثة. إذا كانت الزاوية الثالثة حادة أيضا، فالمثلث حاد الزاوية. إذا كانت الزاوية الثالثة منفرجة، كما في المثلث الظاهر، فالمثلث مصنف بأنه منفرج الزاوية.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

56. **تحليل الخطأ** تقول أسماء إن $\triangle DFG$ منفرج الزاوية. تختلف معها أماني، وتشرح أن المثلث يحتوي على زوايا حادة أكثر من الزوايا المنفرجة. فلا بد أنه حاد الزاوية. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تبريرك.



الدقة حدد ما إذا كانت العبارات أدناه صحيحة *أحيانًا*، أم *دائما*، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك. **57–60. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

57. المثلثات متساوية الزوايا تعتبر أيضا مثلثات قائمة الزاوية.

58. المثلثات متساوية الأضلاع تعتبر متساوية الساقين.

59. المثلثات قائمة الزاوية تعتبر متساوية الأضلاع.

60**تحدٍ** إذا كان قياس أضلاع مثلث متساوي الأضلاع $5x + 3$ وحدات و $7x - 5$ وحدات. فما محيط المثلث؟ اشرح.

مسألة غير محددة الإجابة ارسم مثالًا لكل نوع من المثلثات أدناه باستخدام منقلة ومسطرة. اكتب قياس أضلاع وزوايا كل مثلث. وإن كان ذلك غير ممكن، فاشرح السبب. **61–64. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

61. مختلف الأضلاع قائم الزاوية

62. متساوي الساقين منفرج الزاوية

63. متساوي الأضلاع منفرج الزاوية

64. **الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أن تصنيف مثلث متساوي الزوايا باعتباره مثلثًا حادًا متساوي الزوايا غير ضروري.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لمعان ماكجرو هيل للتعليم
McGraw-Hill Education

التمثيلات المتعددة

في التمرين 55. يستكشف الطلاب زوايا مثلث متساوي الساقين باستخدام أدوات الرسم. ومنضدة. والوصف اللفظي. والوصف الجبري.

انتبه!

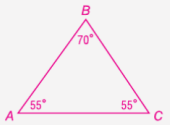
تحليل الخطأ بالنسبة للتمرين 56. على الطلاب أن يفهموا أن أسماء مُحقّة. ناقش أن المثلث يمكن أن يوجد به زاوية منفرجة واحدة فقط ولذا فكل مثلث منفرج به زاويتان حادتان. في الحقيقة. كل مثلث به زاويتان حادتان على الأقل؛ ولذا. فمنطق أماني خطأ.

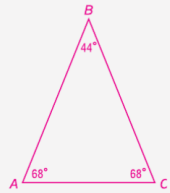
ملاحظات لحل التمرين

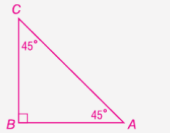
المنقلة والمسطرة تتطلب التمارين 61–63 استخدام منقلة ومسطرة.

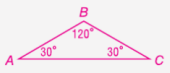
إجابات إضافية

55a. الإجابة النموذجية:









55b.

$m\angle A$	$m\angle C$	$m\angle B$	مجموع قياسات الزوايا
55	55	70	180
68	68	44	180
45	45	90	180
30	30	120	180

55c. الإجابة النموذجية: في المثلث متساوي الساقين. تتساوى الزوايا المقابلة للأضلاع المتطابقة في القياس. مجموع قياس زوايا المثلث متساوي الساقين هو 180.

55d. x و $180 - 2x$؛ إذا كانت الزوايا المقابلة للضلعين المتطابقين في المثلث متساوي الساقين لها نفس القياس. فإذا كانت إحداهما تساوي x. فإن الأخرى أيضا تساوي x. مجموع قياس زوايا المثلث متساوي الساقين هو 180. إذا فقياس الزاوية الثالثة يساوي $180 - 2x$.

319 / 180

8:37 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب أن يكتبوا عن استخدام المعلومات التي تعلموها عن تصنيف المثلثات في إيجاد قياسات زوايا المثلث باستخدام الرموز >، <، أو =. على سبيل المثال، المثلث المنفرج به زاوية أكبر من 90°.

المتابعة

استكشف الطلاب تصنيفات المثلثات.

اطرح السؤال التالي:

- كيف يتم تصنيف المثلثات؟

الإجابة النموذجية: متساوي الأضلاع، متساوي الساقين، مختلف الأضلاع، أو طبقًا للزوايا: متساوي الزوايا، منفرج الزاوية، قائم الزاوية، حاد الزاوية

إجابات إضافية

75. المستوى AEB يتقاطع مع المستوى N في $\overline{AB}$.

77. تقع النقاط D، C، و B في المستوى N. ولكن النقطة E لا تقع في المستوى N. وبالتالي، فإنها ليست في مستوى واحد.

تدريب على الاختبارات المعيارية

65. ما نوع المثلث الذي يمكن أن يقدم مثالا مضادًا على الفرضية أدناه؟ **A**

> إذا كانت زاويتا مثلث حادتين، فإن قياس الزاوية الثالثة يجب أن يكون أكبر من 90 أو يساويها.

A متساوي الأضلاع
B منفرج الزاوية
C قائم الزاوية
D مختلف الأضلاع

66. الجبر يتكلف قفاز كرة البيسبول في الأصل AED 84.50. اشتراه إسماعيل بخصم 40%. فكم كان مقدار الخصم من السعر الأصلي؟ **H**

F AED 50.70
G AED 44.50
H AED 33.80
J AED 32.62

67. الإجابة الشبكية يتدرب أسامة لخوض سباق 20 km. ويركض 7 km أيام الاثنين والثلاثاء والجمعة، و 12 km يومي الأربعاء والسبت. بعد 6 أسابيع من التدريب، كم عدد السباقات التي تساوي ما يفترض أن يكون أسامة قد ركضه حينها؟ **13.5**

68. SAT/ACT ما ميل المستقيم الذي تحدده المعادلة $2x + y = 5$؟ **B**

A $-\frac{5}{2}$
B -2
C -1
D 2
E $\frac{5}{2}$

مراجعة شاملة

جـــد المسافة بين كل زوج من الخطوط المتوازية بمراعاة المعادلات المعطاة.

69. $x = -2$ **7**
$x = 5$

70. $y = -6$ **7**
$y = 1$

71. $y = 2x + 3$ **$2\sqrt{5}$**
$y = 2x - 7$

72. $y = x + 2$ **$3\sqrt{2}$**
$y = x - 4$

73. كرة القدم عند تخطيط طملعب التدريب على كرة القدم، رسم السيد أيمن الخطوط الجانبية أولا. ثم وضع علامات لزيادات بمقدار 10 أمتار على أحد خطوط الجانب. ثم وضع خطوط عمودية على الخطوط الجانبية عند كل علامة على مسافة 10 m. لماذا يضمن هذا توازي خطوط الـ 10 m؟

الخطان اللذان يقعان على مستوى واحد ومتعامدان على خط واحد يكونان متوازيين.

راجع الشكل الموجود على اليسار.

74. كم عدد المستويات التي تظهر في هذا الشكل؟ **5**

75. اذكر اسم تقاطع المستوى AEB مع المستوى N. **انظر الهامش.**

76. عيّن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة. **E و F و C**

77 هل النقاط D، E، و C، و B على مستوى واحد؟ **انظر الهامش.**

مراجعة المهارات

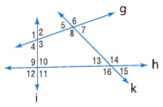
حدد كل زوج من الزوايا باعتباره *زوايا داخلية متبادلة*، أو *زوايا خارجية متبادلة*، أو *زوايا متناظرة*، أو *زوايا داخلية متتالية*.

78. $\angle 5$ و $\angle 3$ **زوايا داخلية متبادلة.**

79. $\angle 9$ و $\angle 4$ **زوايا داخلية متتالية.**

80. $\angle 11$ و $\angle 13$ **زوايا داخلية متبادلة.**

81. $\angle 1$ و $\angle 11$ **زوايا خارجية متبادلة.**



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:37 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

2-13 زوايا المثلثات

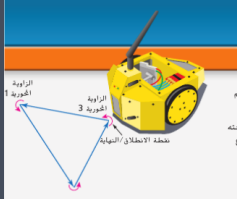
السابق | **الحالي** | **لماذا؟**

- لقد صنفت المثلثات حسب أطوال أضلاعها أو قياس زواياها.

1 تطبيق نظرية مجموع زوايا المثلث.
2 تطبيق نظرية الزاوية الخارجية.

- يرعى معهد ماساتشوستس للتقنية (MIT) المسابقة السنوية للتصميم 2.007 التي يصمم فيها الطلاب إنسانا آليا ويصنعونه.

من بين اختبارات حركات الإنسان الآلي برمجته على التحرك في مسار مثلث. سيظل مجموع قياس الزوايا المحورية التي يجب أن يدور الإنسان الآلي عبرها ثابتا دائما.



1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-13 تصنيف المثلثات حسب أطوال الأضلاع وقياس الزوايا.

الدرس 2-13 تطبيق نظرية مجموع زوايا المثلث و نظرية الزاوية الخارجية.

بعد الدرس 2-13 استخدام تحويلات التطابق لتخمين وتبرير خواص الأشكال الهندسية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

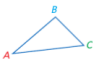
- ما القياس، بخلاف الزاوية المحورية، الذي يجب برمجته لكي يتمكن الروبوت من التحرك في مسار مثلث الشكل؟ المسافة التي سيقطعها الروبوت قبل الدوران حول المحور.
- جميع الزوايا المحورية المبينة في الصورة زوايا حادة. فهل يجب أن تكون كل زاوية محورية حادة؟ لا. فالزاوية المحورية يمكن أن تكون قائمة أو منفرجة.
- تنص الطريقة على أن مجموع قياسات الزوايا المحورية يجب أن يكون نفس المجموع. فما المجموع؟ 180؛ مجموع قياس الزوايا الداخلية للمثلث هو 180 دائما.

1 نظرية مجموع زوايا المثلث تحدد نظرية مجموع زوايا المثلث العلاقة بين قياس الزوايا الداخلية في أي مثلث.

النظرية 13.1 نظرية مجموع زوايا المثلث

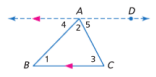
الشرح يبلغ مجموع قياس زوايا المثلث 180.

مثال $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$



تتطلب برهنة نظرية مجموع زوايا المثلث استخدام خط مساعد. **الخط المساعد** خط إضافي أو قطعة إضافية مرسومة في شكل للمساعدة في تحليل العلاقات الهندسية. كما يحدث مع أي عبارة في برهان، يجب عليك أن تعلل أي خواص لخط مساعد رسمته.

البرهان نظرية مجموع زوايا المثلث



المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180$

البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. $\triangle ABC$	1. المعطيات
2. ارسم $\overleftrightarrow{AD}$ عبر A بحيث يكون موازيا لـ $\overline{BC}$	2. مسلمة التوازي
3. $\angle 4$ و $\angle BAD$ تشكلان زاوية مستقيمة.	3. تعريف الزاوية المستقيمة
4. $\angle 4$ و $\angle BAD$ متكاملتان.	4. إذا كان $\angle 2$ و $\angle$ تشكلان زاوية مستقيمة، فهما متكاملتان.
5. $m\angle 4 + m\angle BAD = 180$	5. تعريف نظرية التكامل
6. $m\angle BAD = m\angle 2 + m\angle 5$	6. مسلّمة جمع الزوايا
7. $m\angle 4 + m\angle 2 + m\angle 5 = 180$	7. التعويض
8. $\angle 4 \cong \angle 1, \angle 5 \cong \angle 3$	8. نظرية $\triangle$ الداخلية المتبادلة
9. $m\angle 4 = m\angle 1, m\angle 5 = m\angle 3$	9. تعريف $\cong$
10. $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180$	10. التعويض

المفردات الجديدة

- **خط مساعد** auxiliary line
- **زاوية خارجية** exterior angle
- **زوايا داخلية غير مجاورة** remote interior angles
- **البرهان التسلسلي** flow proof
- **نتيجة** corollary

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها. بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:37 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

1 نظرية مجموع زوايا المثلث

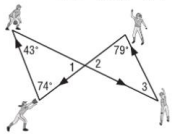
المثال 1 يوضح طريقة حساب قياس الزاوية المجهولة باستخدام النظريات التي سبق تعلمها ونظرية مجموع زوايا المثلث.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 كرة البيسبول يوضح الرسم التخطيطي مسار الكرة في تدريب لأربعة لاعبين. جـــد قياس كل زاوية مرقَّمة.



$m\angle 1 = 63,\ m\angle 2 = 63,$
$m\angle 3 = 38$

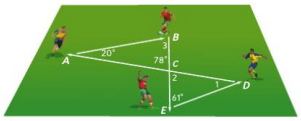
التركيز على محتوى الرياضيات

المعرفة السابقة في الوحدة 11.
استخدم الطلاب العلاقات بين الزوايا لإيجاد قياس الزوايا. وفي هذا الدرس سيطبق الطلاب معرفتهم بالزوايا الرأسية، والزاويتان المتكاملتان، والزاويتان المتتامتان، إلى جانب نظرية مجموع زوايا المثلث ونظرية الزاوية الخارجية لإيجاد قياس الزوايا المجهولة.

يمكن استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لتحديد قياس الزاوية الثالثة لمثلث عند معرفة قياسي الزاويتين الأخريين.

مثال 1 من الحياة اليومية استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث

كرة القدم يوضح الرسم التخطيطي مسار الكرة في تدريب على التمرير لأربعة أصدقاء. جـــد قياس كل زاوية مرقَّمة.



الفهم افحص المعلومات المذكورة في الرسم التخطيطي. أنت تعرف قياسي زاويتين في مثلث واحد وقياس زاوية واحدة فقط في مثلث آخر. أنت تعرف أيضا أن $\angle ACB$ و $\angle 2$ زاويتان رأسيتان.

التخطيط جـــد $m\angle 3$ باستخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لأن قياسي زاويتي $\angle ABC$ معلوم. استخدم نظرية الزوايا الرأسية لإيجاد $m\angle 2$. ثم ستكون لديك معلومات كافية لإيجاد قياس $\angle 1$ في $\triangle CDE$.

الحل

$m\angle 3 + m\angle BAC + m\angle ACB = 180$	نظرية مجموع زوايا المثلث
$m\angle 3 + 20 + 78 = 180$	تعويض
$m\angle 3 + 98 = 180$	بسط.
$m\angle 3 = 82$	اطرح 98 من كل طرف.

$\angle ACB$ و $\angle 2$ زاويتان رأسيتان متطابقتان. إذا، $m\angle 2 = 78$.

استخدم $m\angle 2$ و $\angle CED$ في $\triangle CDE$ لإيجاد قيمة $m\angle 1$.

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle CED = 180$	نظرية مجموع زوايا المثلث
$m\angle 1 + 78 + 61 = 180$	تعويض
$m\angle 1 + 139 = 180$	بسط.
$m\angle 1 = 41$	اطرح 139 من كل طرف.

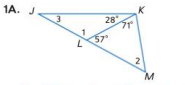
التحقق ينبغي أن يبلغ مجموع قياس زوايا $\triangle ABC$ و $\triangle CDE$ 180.

$\triangle ABC$: $m\angle 3 + m\angle BAC + m\angle ACB = 82 + 20 + 78 = 180$ ✓
$\triangle CDE$: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle CED = 41 + 78 + 61 = 180$ ✓

تمرين موجّه 1B. $m\angle 4 = 56,\ m\angle 5 = 57,\ m\angle 6 = 123,$ $m\angle 7 = 57,\ m\angle 8 = m\angle 9 = 28.5$

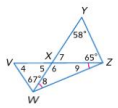
جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

1A.



$m\angle 1 = 123,\ m\angle 2 = 52,\ m\angle 3 = 29$

1B.



الربط بالحياة اليومية
يتضمن تدريب التمرير والتحرك في كرة القدم عدة جوانب أساسية للتمرير. تأخذ كل التمريرات في هذا التدريب شكل مثلث، وهو أساس كل حركات الكرة. كما أن اللاعبين ملزمون بالتحرك بمجرد تمرير الكرة.

نصيحة في حل المسائل
الاستنتاج المنطقي هالتا ما يمكن حل المسألة المعقدة بسهولة أكثر إذا حللتها أولا إلى أجزاء أسهل في التعامل معها. في المثال 1، قبل أن تتمكن من إيجاد قيمة $m\angle 1$ يجب أولا أن تجد قيمة $m\angle 2$.

حقوق الطبع والنشر © لصالح شركة McGraw-Hill Education

727

التدريس باستخدام التكنولوجيا

جهاز العرض المتصل بالحاسوب استخدم برنامجا من البرامج الهندسية لترسم عدة مثلثات. ثم أنشئ زوايا المثلثات. رتّب الزوايا معا لتوضيح العلاقات بينها.

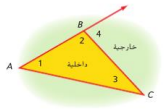
8:37 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

إرشاد للمعلمين الجدد

الزوايا الخارجية اطلب من طلابك أن يكتشفوا النظرية 13.2 بإعطائهم أمثلة متعددة بها الزوايا الداخلية غير المتجاورة معروفة القيمة. واطلب منهم إيجاد قياس الزاوية الخارجية.

2 نظرية الزوايا الخارجية

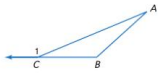
بالإضافة إلى الزوايا الداخلية الثلاث في المثلث، يمكن أن تتشكل **زاوية خارجية** من أحد أضلاع المثلث وامتداد الضلع المجاور. يوجد لكل زاوية خارجية في المثلث **زاويتان داخليتان غير مجاورتين**، أي أنهما لا تتجاوران الزاوية الخارجية.



$\angle 4$ هي زاوية خارجية للمثلث $\triangle ABC$، وزاويتاها الداخليتان غير المجاورتين هما $\angle 1$ و $\angle 3$.

النظرية 13.2 نظرية الزوايا الخارجية

قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياس الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين.

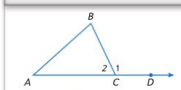


مثال $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

قراءة في الرياضيات
برهان المخطط التسلسلي يسمى البرهان التسلسلي أحيانًا برهان *المخطط التسلسلي*

يستخدم **البرهان التسلسلي** عبارات مكتوبة بمربعات وأسهم لإظهار التسلسل المنطقي للفرضية. السبب المبرر لكل عبارة مكتوب تحت المربع. يمكنك استخدام البرهان التسلسلي في إثبات نظرية الزوايا الخارجية.

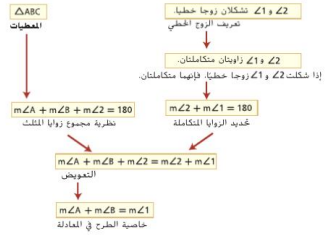
البرهان نظرية الزوايا الخارجية



المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

البرهان التسلسلي:



نصيحة دراسية
البراهين التسلسلية يمكن كتابة البراهين التسلسلية رأسيًا أو أفقيًا.

يمكن أيضًا استخدام نظرية الزوايا الخارجية في إيجاد القياسات الناقصة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني أخبر طلابك أنّ كلا من نظرية مجموع زوايا المثلث ونظرية الزوايا الخارجية قائم على الفكرة التي تقول إنّ قياس الزاوية المستقيمة يساوي 180°. ووضح لهم أنهم لو قاموا بتقطيع زوايا أيّ مثلث ووضعوها بجوار بعضها، لحصلوا على خطٍّ مستقيم. وهذا يوضح بصريًّا السبب في أنّ مجموع قياس الزوايا الداخلية للمثلث يساوي 180 درجة.

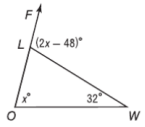
8:38 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

2 نظرية الزاوية الخارجية

المثال 2 يوضح طريقة حساب قياس الزاوية المجهولة باستخدام النظريات التي سبق تعلمها ونظرية الزوايا الخارجية.
المثال 3 يستخدم نتيجة لإيجاد قياس زاوية.

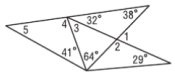
أمثلة إضافية

2 **علم البستنة** جـــد قياس $\angle FLW$ في حديقة الأزهار المَسورة المَبنيّة أمامك.



$m\angle FLW = 112$

3 جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.



$m\angle 2 = 110$ و $m\angle 1 = 70$
$m\angle 4 = 102$ و $m\angle 3 = 46$
و $m\angle 5 = 37$

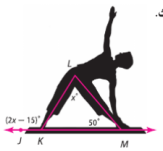
إرشاد للمعلمين الجدد

الزوايا المُرقَّمة قد لا تستطيع إيجاد قياس بعض الزوايا المرقمة بنفس ترتيب ترقيمها. شجع طلابك لإيجاد قياس الزاوية المجهولة بترتيب منطقيّ ومساعد لهم.

انتبه!
نظرية مجموع زوايا المثلث
عند إيجاد القياسات المجهولة لمثلثٍ ما، تحقق من صحة الحل عن طريق التأكد من أن مجموع قياس زوايا المثلث يساوي 180.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام نظرية الزوايا الخارجية

اللياقة جـــد قياس $\angle JKL$ في الوضعية الممروضة التي على شكل مثلث.

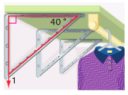


$m\angle KLM + m\angle LMK = m\angle JKL$ نظرية الزوايا الخارجية
$x + 50 = 2x - 15$ تعويض
$50 = x - 15$ بطرح x من كل طرف.
$65 = x$ بجمع 15 إلى كل طرف.

إذا، $m\angle JKL = 2(65) - 15$ أو 115.

تمرين موجّه

2. ترتيب الخزانة ثبتت بثبتة ذراع الرف الظاهر في جدار خزانتها. ما قياس $\angle 1$، وهي الزاوية التي يشكلها الذراع مع الجدار؟ **130**



مهنة من الحياة اليومية
المدرب الشخصي يعمل المدربون الشخصيون على توجيه الأفراد وتحفيزهم في نشاطات التمارين. يشرحون عدة تمارين ويساعدون العملاء على تحسين أساليب التدريب لديهم. ويجب أن يحصل المدربون الشخصيون على اعتماد في مجال اللياقة.

النتيجة نظرية لها برهان تأتي كنتيجة مباشرة لنظرية أخرى. كما هو الحال مع النظرية، يمكن استخدام النتيجة كسبب في برهان. تنتج اللوازم أدناه بشكل مباشر عن نظرية مجموع زوايا المثلث.

اللوازم نتائج مجموعة زوايا المثلث

13.1 الزاويتان الحادتان في المثلث القائم الزاوية هما زاويتان متممتان.

الاختصار: $\triangle$ القائمة في $\triangle$ متممة.
مثال: إذا كانت $\angle C$ زاوية قائمة، فإن $\angle A$ و $\angle B$ متممتان.

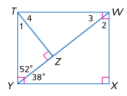
13.2 يمكن أن توجد زاوية واحدة قائمة أو منفرجة بحد أقصى في المثلث.

مثال: إذا كانت $\angle L$ زاوية قائمة أو منفرجة، فإن $\angle J$ و $\angle K$ يجب أن تكونا زاويتين حادتين.

ستبرهن النتيجتين 13.1 و 13.2 في التمرينين 34 و 35.

مثال 3 إيجاد قياس الزوايا في المثلثات قائمة الزاوية

جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.



$m\angle 1 + m\angle TYZ = 90$ $\triangle$ الزوايا الحادة في $\triangle$ القائمة متممة.
$m\angle 1 + 52 = 90$ التعويض
$m\angle 1 = 38$ اطرح 52 من كل طرف.

تمرين موجّه

3A. $\angle 2$ **52** 3B. $\angle 3$ **38** 3C. $\angle 4$ **52**

نصيحة دراسية
التحقق من مدى صحة الحل عندما تعمل على إيجاد قياس زاوية أو أكثر في مثلث، تحقق دائما للتأكد من أن مجموع قياسات الزوايا يبلغ 180.

حقوق النشر © محفوظة لشركة ماكجرو هيل للتعليم

8:38 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

مثال 1 جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

1. $m\angle 1 = 61°$

2. $m\angle 1 = 40°$; $m\angle 2 = 50°$; $m\angle 3 = 40°$

مثال 2 جـــد قياس كل مما يلي.

3. $m\angle 2$ 85°

4. $m\angle MPQ$ 119

المقعد تشكل دعامة مقعد الاسترخاء هذا مثلثًا مع بقية هيكل المقعد كما هو ظاهر. إذا علمتَ أن $m\angle 1 = 105$ و $m\angle 3 = 48$، فجـــد كل قياس.

5. $m\angle 4$ 57°
6. $m\angle 6$ 132°
7. $m\angle 2$ 75°
8. $m\angle 5$ 123

مثال 3 الانتظام جـــد قياس كل مما يلي.

9. $m\angle 1$ 58°
10. $m\angle 3$ 20°
11. $m\angle 2$ 148°

التمرين وحل المسائل

مثال 1 جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

12. $m\angle 1 = 60°$

13. $m\angle 4 = 20°$

14. $m\angle 1 = 39°$; $m\angle 2 = 39°$; $m\angle 3 = 137°$

15. $m\angle 1 = 55°$; $m\angle 2 = 55°$; $m\angle 3 = 107°$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 11 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	12-29, 46-48, 50-64	13-29 ,فردي 52-55	12-28 ,زوجي 46-48, 50, 51, 56-64
OL أساسي	12-37, 38-48, 50-64	12-29, 52-55	30-48, 50, 51, 56-64
BL متقدم	30-62		

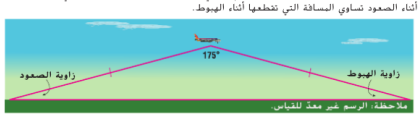
8:38 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

21. $x = 51$; $m\angle CAB = 102°$; $m\angle ABC = 41°$

22. $x = 29$; $m\angle J = 31°$; $m\angle K = 69°$

16. الطائرات يمكن تمثيل مسار طائرة باستخدام ضلعي مثلث كما هو ظاهر. المسافة التي تقطعها الطائرة أثناء الصعود تساوي المسافة التي تقطعها أثناء الهبوط.



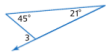
a. ضع تصميمًا للنموذج باستخدام أضلاعه وزواياه. **مثلث منفرج متساوي الساقين**

b. زاويتا الصعود والهبوط متطابقتان. جـــد قياسيهما. **الزاويتان $2\frac{1}{2}°$ أو $2.5°$**

مثال 2 **جـــد قياس كل مما يلي.**

17. $m\angle 1$ **79°**

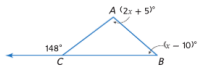
18. $m\angle 3$ **66°**



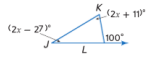
19. $m\angle 2$ **23°**

20. $m\angle 4$ **46°**

21. $m\angle ABC$ **انظر الهامش**



22. $m\angle JKL$ **انظر الهامش**



مثال 3

23. منحدر الكرسي المتحرك افترض أن منحدر الكرسي المتحرك الظاهر يشكل زاوية تبلغ $12°$ مع الأرض. فما قياس الزاوية التي يشكلها المنحدر مع باب السيارة؟ **60°**

الانتظام **جـــد قياس كل مما يلي.**

24. $m\angle 1$ **60°**

25. $m\angle 2$ **35°**

26. $m\angle 3$ **31°**

27. $m\angle 4$ **57°**

28. $m\angle 5$ **57°**

29. $m\angle 6$ **33°**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

731

8:38 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

34. المعطيات: $\triangle RST$

$\angle R$ زاوية قائمة.

المطلوب: $\angle S$ و $\angle T$ زاويتان متتامتان.

البرهان:

$\angle R$ هي زاوية قائمة — المعطيات

$m\angle R = 90$ — تعريف الزاوية القائمة

$m\angle R + m\angle S + m\angle T = 180$ — نظرية مجموع الزوايا

$90 + m\angle S + m\angle T = 180$ — التعويض

$m\angle S + m\angle T = 90$ — خاصية الطرح

$\angle S$ و $\angle T$ زاويتان متتامتان — تعريف المثلث متتام الزوايا

35. المعطيات: $\triangle MNO$

$\angle M$ زاوية قائمة.

المطلوب: يمكن أن توجد زاوية واحدة قائمة بحد أقصى في المثلث.

البرهان: في $\triangle MNO$، M زاوية قائمة.

$m\angle M + m\angle N + m\angle O = 180$

$m\angle M = 90$. إذا كانت

$m\angle N + \angle O = 90$.

N زاوية قائمة. إذًا $m\angle O = 0$.

ولكنّ هذا مستحيلٌ. وإذًا لا يمكن للمثلث أن يوجد به زاويتان قائمتان.

المعطيات: $\triangle PQR$

$\angle P$ زاوية منفرجة.

المطلوب: يمكن أن يوجد زاوية واحدة منفرجة بحد أقصى في المثلث.

البرهان: في $\triangle PQR$، $\angle P$ زاوية منفرجة. إذًا $m\angle P > 90$.

$m\angle P + m\angle Q + m\angle R = 180$.

إذا، لا بد أن $m\angle Q + m\angle R < 90$.

إذا، $\angle Q$ و $\angle R$ لا بد أن يكون كل منهما زاوية حادة.

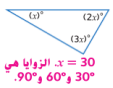
40. هذه عبارة خاطئة. والمثلث يجب أن يكون مثلثًا منفرج الزاوية.

41. $z < 28$؛ الإجابة النموذجية، بما أن مجموع قياس زوايا المثلث يساوي 180، $m\angle X = 152$ و $m\angle Y + m\angle Z = 180 - 152$.

إذًا $m\angle Y + m\angle Z = 28$. إذا كان $m\angle Y = 0$، فإن $m\angle Z = 28$. لكن قياس الزاوية يجب أن يكون أكبر من 0. إذًا $m\angle Z$ لا بد وأن يكون أقل من 28. إذًا $z < 28$.

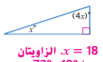
B **الجبر** جـــد قيمة x. ثم جـــد قياس كل زاوية.

30.



$x = 30$. **الزوايا هي 30° و60° و90°.**

31.



$x = 18$. **الزاويتان هما 18° و72°.**

32.

$x = 20$. **الزاويتان هما 124° و87°.**

33. البستنة قرر أحد مهندسي المناظر الطبيعية ضم دفيئة زراعية مثلثة الشكل إلى حديقة. الشكل هو مثلث متساوي الساقين زاويته الرأسية ربع زاوية القاعدة. ماذا ينبغي أن يكون قياس كل زاوية؟

كل زاوية قاعدة 80° والزاوية الرأسية 20°.

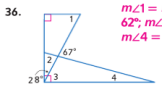
البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين. 35-34. انظر الهامش.

34. البرهان التسلسلي للنتيجة 13.1

35. فقرة برهان للنتيجة 13.2

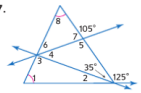
الانتظام جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

36.

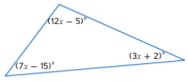


$m\angle 1 = m\angle 3 = 62°$; $m\angle 2 = 85°$; $m\angle 4 = 5°$

37.



$m\angle 1 = 62.5°$; $m\angle 2 = 20°$; $m\angle 3 = 97.5°$; $m\angle 4 = 40°$; $m\angle 5 = 105°$; $m\angle 6 = 42.5°$; $m\angle 7 = 75°$; $m\angle 8 = 62.5°$



38. الزوايا هي 29° و48° و103°. هذا مثلث منفرج الزاوية.

38. الجبر صنّف المثلث الموضح حسب زواياه. اشرح تبريرك.

39. الجبر يقل قياس الزاوية الحادة الأكبر في المثلث القائم الزاوية بمقدار 12 درجة عن ناتج ضرب أربعة في قياس الزاوية الحادة الأصغر. جـــد قياس كل زاوية. **الزاويتان هما 21° و69°.**

40. حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أم خاطئة. إذا كانت خاطئة فقدم مثالا مضادًا. وإذا كانت صحيحة، فاذكر فرضية تدعم استنتاجك. **انظر الهامش.**

إذا كان مجموع زاويتين حادتين في مثلث أكبر من 90، فالمثلث حاد الزاوية.

41. الجبر في $\triangle XYZ$، $m\angle X = 152$ و $m\angle Z = z$ و $m\angle Y = Y$. اكتب متباينة لوصف القياسات المحتملة للزاوية $\angle Z$. اشرح تبريرك. **انظر الهامش.**

42. السيارات راجع الصورة الموجودة على اليسار.

a. جـــد $m\angle 1$ و $m\angle 2$. **$m\angle 1 = 135°$; $m\angle 2 = 45°$**

b. إذا كان داعم الغطاء أطول من الداعم المعروض، فما التغير الذي سيحدث في $m\angle 1$؟ اشرح. **انظر الهامش.**

c. إذا كان داعم الغطاء أطول من الداعم المعروض، فما التغير الذي سيحدث في $m\angle 2$؟ اشرح. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL

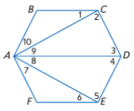
التوسع اطلب من الطلاب اختيار رأس زاوية في شكل سداسي واطلب منهم رسم خطوط مستقيمة داخلية من هذا الرأس إلى رؤوس أخرى ليس لها خطوط مستقيمة موجودة بالفعل. اسألهم عن عدد المثلثات الناتجة. كم عدد المثلثات الناتجة عن استخدام شكل سباعي؟ اكتب المعادلة الجبرية التي تصلح مع n أضلاع و t مثلثات.

$4; 5; t = n - 2$

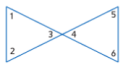
8:38 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

البرهان اكتب نوع البرهان المحدد.

43. برهان من عمودين **انظر الهامش.**
المعطيات: $ABCDEF$ شكل خماسي الأضلاع.
المطلوب: $m\angle B + m\angle BCD + m\angle CDE + m\angle DEF + m\angle F + m\angle FAB = 720$

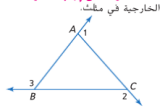


44. برهان حرّ **انظر الهامش.**
المعطيات: الصورة على اليسار
المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 5 + m\angle 6$



a–e انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

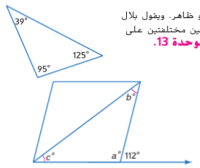
45. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستتعرف على مجموع قياس الزوايا الخارجية في مثلث.



a. **هندسيًا** ارسم خمسة مثلثات مختلفة مع تمديد الأضلاع وتسمية الزوايا كما يظهر. احرص على إدراج مثلث منفرج الزاوية ومثلث قائم الزاوية ومثلث حاد الزوايا واحدًا من كل نوع على الأقل.
b. **جدوليًا** قِس الزوايا الخارجية في كل مثلث. وسجل قياسات كل مثلث ومجموع هذه القياسات في جدول.
c. **لفظيًا** قم بتخمين مجموع الزوايا الخارجية في مثلث. واكتب تخمينك بكلمات.
d. **جبريًا** ضع صياغة جبرية للتخمين الذي كتبته في الجزء c.
e. **تحليليًا** اكتب برهانًا حرًا لتخمينك.

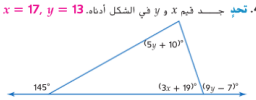
مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

46. **تحليل الخطأ** قاس بدر زوايا المثلث وأسماها كما هو ظاهر. ويقول بلال إن قياسًا واحدًا على الأقل غير صحيح. اشرح بطريقتين مختلفتين على الأقل كيف عرف بلال ذلك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**



47. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف ستتوصل إلى القياسات الناقصة في الشكل الظاهر. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

48. **تحدٍ** جد قيم x و y في الشكل أدناه. $x = 17,\ y = 13$



49. **التبرير** إذا كانت الزاوية الخارجية المجاورة للزاوية $\angle A$ زاوية منفرجة، فهل $\triangle ABC$ حاد الزاوية أم قائم الزاوية أم منفرج الزاوية أم لا يمكن تحديد تصنيفه؟ اشرح تبريرك. **لا يمكن تحديد التصنيف.**

50. **الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أن المثلث لا يمكن أن يحتوي على زوايا داخلية منفرجة وحادة وقائمة. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إرشاد للمعلمين الجدد

قياس الزوايا ذكِّر الطلاب بأنه عند قياس الزوايا، يجب عليهم أولاً على أن يضعوا الزاوية 0 على جانبي المنقلة جانب الزاوية. إذا كانت الزاوية 0 على المقياس الخارجي، فسوف يحتاجون إلى قراءة العدد الموجود على المقياس الخارجي حيث يتقاطع الجانب الآخر من الزاوية مع المنقلة.

4. $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle BCD$
$m\angle 3 + m\angle 4 = m\angle CDE$
$m\angle 5 + m\angle 6 = m\angle DEF$
$m\angle 7 + m\angle 8 + m\angle 9 + m\angle 10 = m\angle FAB$ (جمع الزوايا)
5. $m\angle B + m\angle BCD + m\angle CDE + m\angle DEF + m\angle F + m\angle FAB = 720$ (التعويض)

44. طبقًا لنظرية مجموع زوايا المثلث $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180$ و $m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 180$. تكون هاتان الزاويتان مساويتين لبعضهما البعض $m\angle 6$. ونظرًا لتطابق الزوايا الرأسية، $\angle 4 \cong \angle 3$. طبقًا لتعريف الزوايا المتطابقة، $m\angle 3 = m\angle 4$. باستخدام خاصية الطرح، $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 5 + m\angle 6$.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 45. يستكشف الطلاب مجموع قياس الزوايا الخارجية للمثلث مستخدمين الرسومات الهندسية، ومنضدة، ووصفًا لفظيًا، وإثبات حرّ.

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 46. يستطيع بلال أن يبرّر ادعاءه بتوضيح أنّ مجموع الزوايا الداخلية للمثلث يساوي $260 = 130 + 93 + 37$. وهذا لا يمكن أن يكون صحيحا لأن مجموع الزوايا الداخلية للمثلث يساوي 180. كما أنّ المثلث لا يمكن أن يوجد به أكثر من زاوية منفرجة واحدة. ولذلك، لا يمكن أن يوجد بالمثلث زاويتان يصل قياسهما إلى 93° و 103°.

إجابات إضافية

42b. الإجابة النموذجية: قياس $\angle 1$ سيصبح أصغر لو كانت الدعامة أطول لأنّ الغطاء سيكون أبعد من ساق المثلث الموجودة على طول ممتص صدمات السيارة.

42c. الإجابة النموذجية: قياس $\angle 2$ ستصبح أكبر إذا كانت الدعامة أطول لأن $\angle 1$ ستصبح أصغر وهما عبارة عن زاوية مستقيمة.

43. **البرهان: العبارات (المبررات)**
1. $ABCDEF$ شكل خماسي الأضلاع. (معطيات)
2. $m\angle B + m\angle 1 + m\angle 10 = 180$
$m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 9 = 180$
$m\angle 8 + m\angle 4 + m\angle 5 = 180$
$m\angle F + m\angle 6 + m\angle 7 = 180$
(نظرية مجموع زوايا المثلث)
3. $m\angle B + m\angle 1 + m\angle 10 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 9 + m\angle 8 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle F + m\angle 6 + m\angle 7 = 720$ (خاصية الجمع)

319 / 190

8:38 AM Fri 27 Mar
68%
elib.moe.gov.ae

1 التطابق والأجزاء المتناظرة

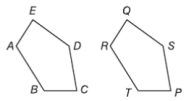
المثال 1 يوضح أنه إذا كانت الأجزاء المتناظرة في مثلثين متطابقة. فالمثلثان متطابقان. **المثال 2** يستخدم التطابق في إيجاد القيم المجهولة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

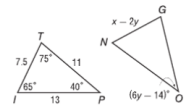
1 وضح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد كل الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب جملة التطابق.



$\angle A \cong \angle R, \angle B \cong \angle T, \angle C \cong \angle P, \angle D \cong \angle S, \angle E \cong \angle Q$
$\overline{AB} \cong \overline{RT}, \overline{BC} \cong \overline{TP}, \overline{CD} \cong \overline{PS}, \overline{DE} \cong \overline{SQ}, \overline{EA} \cong \overline{QR}$

كل الأجزاء المتناظرة في المضلعين متطابقة. ولذلك، $ABCDE \cong RTPSQ$.

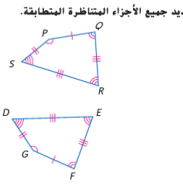
2 في الرسم التخطيطي، $\triangle ITP \cong \triangle NGO$. جد قيمة x و y.



$x = 25.5, y = 9$

مثال 1 تحديد الأجزاء المتطابقة المتناظرة

وضح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب جملة التطابق.



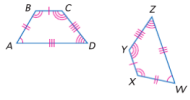
الزوايا: $\angle P \cong \angle G, \angle Q \cong \angle F, \angle R \cong \angle E, \angle S \cong \angle D$

الأضلاع: $\overline{PQ} \cong \overline{GF}, \overline{QR} \cong \overline{FE}, \overline{RS} \cong \overline{ED}, \overline{SP} \cong \overline{DG}$

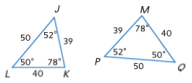
جميع الأجزاء المتناظرة في المضلعين متطابقة. ولذلك، المضلع PQRS ≅ المضلع GFED.

تمرين موجه 1A–1B. انظر الهامش.

1A.



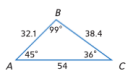
1B.



تعني عبارة "فقط إذا" في تعريف المضلع المتطابق أن كلاً من الشرط وعكسه صحيحان. وعلى هذا، فإذا كان المضلعان متطابقين، فإن أجزاءهما المتناظرة تكون متطابقة. بالنسبة للمثلثات، تقول إن الأجزاء المتناظرة في المثلثات المتطابقة تكون متطابقة.

مثال 2 استخدام الأجزاء المتناظرة في مثلثين متطابقين

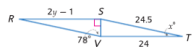
في الرسم التخطيطي، $\triangle DFE \cong \triangle ABC$. جد قيمة x و y.



$\angle F \cong \angle B$	خاصية الانعكاس في التطابق
$m\angle F = m\angle B$	تعريف التطابق
$8y - 5 = 99$	تعويض
$8y = 104$	اجمع 5 إلى كل طرف.
$y = 13$	اقسم الطرفين على 8.
$\overline{FE} \cong \overline{BC}$	خاصية الانعكاس في التطابق
$FE = BC$	تعريف التطابق
$2y + x = 38.4$	تعويض
$2(13) + x = 38.4$	تعويض
$26 + x = 38.4$	بسط.
$x = 12.4$	اطرح 26 من كل طرف.

تمرين موجه

2. في الرسم التخطيطي، $\triangle RSV \cong \triangle TVS$. جد قيمة x و y. $x = 12; y = 12.5$



نصيحة دراسية

استخدام عبارة تطابق يمكنك استخدام عبارة تطابق لتساعدك على تحديد الأضلاع المتناظرة بشكل صحيح.

$\triangle ABC \cong \triangle DFE$

$\overline{BC} \cong \overline{FE}$

الربط بتاريخ الرياضيات

يوهان كارل فريدريش غاوس (1777–1855) ابتكر غاوس رمز التطابق ليوضح أن طرفي المعادلة متشابهان وإن لم يكونا متساويين. وتوصل إلى الكثير من التطورات في الرياضيات والفيزياء، بما في ذلك برهان النظرية الأساسية في الجبر.

المصدر: The Granger Collection, New York

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL AL

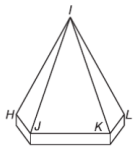
المتعلمون أصحاب النمط السمعي / الموسيقي اشرح للطلاب أن التطابق من الممكن أن يلفت السمع والبصر. وضح لهم أنهم إذا استخدموا الضربات الإيقاعية لوضع نموذج لمثلثين متساويين الأضلاع ومتطابقين. فيمكنهم استخدام ثلاث ضربات بالطبلة على فترات زمنية متساوية في المرة الأولى ثمّ تكرار نفس الإيقاع في المرة الثانية. ومن الممكن أن يتكون إيقاع المثلث متساوي الساقين من ضربتين سريعتين وواحدة بطيئة أو العكس. أخبر الطلاب أن الإيقاع المتطابق في الموسيقى يستخدم في الأغاني. ومن الأمثلة المشهورة أغنية "Louie, Louie".

8:38 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

2 إثبات تطابق المثلثات

أمثلة إضافية

3 **الهندسة المعمارية** مخطط لسطح برج مكوَّن من مثلثات متطابقة تتقارب كلُّها عند نقطةٍ في الأعلى. إذا كان $\angle J \cong \angle K$ و $m\angle J = 72$، فجد $m\angle JIH$.

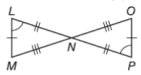


$m\angle JIH = 36$

4 اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\angle L \cong \angle P$, $\overline{LM} \cong \overline{PO}$, $\overline{LN} \cong \overline{PN}$, $\overline{MN} \cong \overline{OP}$

المطلوب: $\triangle LMN \cong \triangle PON$



البرهان:

العبارات (المبرِّرات)

1. $\angle L \cong \angle P$, $\overline{LM} \cong \overline{PO}$, $\overline{LN} \cong \overline{PN}$, $\overline{MN} \cong \overline{OP}$ (معطيات)
2. $\angle LNM \cong \angle PNO$ (نظرية رأس ∡)
3. $\angle M \cong \angle O$ (نظرية الزاوية الثالثة ∡)
4. $\triangle LMN \cong \triangle PON$ (CPCTC المبرهنة)

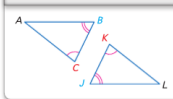
إجابات إضافية (تمرين موجّه)

1A. $\angle A \cong \angle W$, $\angle B \cong \angle X$, $\angle C \cong \angle Y$, $\angle D \cong \angle Z$; $\overline{AB} \cong \overline{WX}$, $\overline{BC} \cong \overline{XY}$, $\overline{CD} \cong \overline{YZ}$, $\overline{DA} \cong \overline{ZW}$; المضلع $ABCD \cong WXYZ$ المضلع

1B. $\angle J \cong \angle P$, $\angle K \cong \angle M$, $\angle L \cong \angle Q$; $\overline{JK} \cong \overline{PM}$, $\overline{KL} \cong \overline{MQ}$, $\overline{LJ} \cong \overline{QP}$; $\triangle JKL \cong \triangle PMQ$

2 البرهنة على تطابق المثلثات تؤدي نظرية مجموع زوايا المثلث إلى نظرية أخرى حول الزوايا في مثلثين.

النظرية 13.3 نظرية الزاوية الثالثة

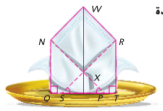


الشرح: إذا كانت زاويتان في مثلث متطابقتين مع زاويتين في مثلث آخر، فعندئذٍ تتطابق الزاوية الثالثة في المثلثين.

مثال: إذا كانت $\angle K \cong \angle C$ و $\angle J \cong \angle B$، إذا $\angle L \cong \angle A$.

سنبرهن على هذه النظرية في التمرين 21.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام نظرية الزاوية الثالثة



تنظيم حمل قرر مخططو المائدة الكبرى طي مناديل المائدة على شكل طي الجيب المثلث كي يتمكنوا من وضع هدية صغيرة في الجيب. إذا علمت أن $\angle NPQ \cong \angle RST$ و $m\angle NPQ = 40$، فجد $m\angle SRT$.

$\angle NPQ \cong \angle RST$. وبما أن جميع الزوايا القائمة متطابقة.

$\angle NQP \cong \angle RTS$. وحسب نظرية الزاوية الثالثة $\angle QNP \cong \angle SRT$.

$m\angle QNP = m\angle TRS$. ووفقًا لتعريف التطابق.

$m\angle QNP + m\angle NPQ = 90$ الزاويتان الحادتان في المثلث القائم الزاوية متتامتان.

$m\angle QNP + 40 = 90$ التعويض

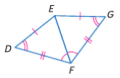
$m\angle QNP = 50$ بطرح 40 من كل طرف.

$m\angle SRT = m\angle QNP$، بالتعويض. أو 50.

تمرين موجّه

3. في الرسم التخطيطي أعلاه. إذا كانت $\angle WNX \cong \angle WRX$ و $\overline{WX}$ تنصف $\angle NXR$ و $m\angle WNX = 88$ و $m\angle NXW = 49$، فجد $m\angle NWR$. اشرح تبريرك.

مثال 4 البرهنة على أن الزاويتين متطابقتان



اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\overline{DE} \cong \overline{GE}$, $\overline{DF} \cong \overline{GF}$, $\angle D \cong \angle G$, $\angle DFE \cong \angle GFE$

المطلوب: $\triangle DEF \cong \triangle GEF$

البرهان:

العبارات	المبرِّرات
1. $\overline{DE} \cong \overline{GE}$, $\overline{DF} \cong \overline{GF}$	1. المعطيات
2. $\overline{EF} \cong \overline{EF}$	2. خاصية الانعكاس في التطابق
3. $\angle D \cong \angle G$, $\angle DFE \cong \angle GFE$	3. التعطى
4. $\angle DEF \cong \angle GEF$	4. نظرية الزوايا الثالثة
5. $\triangle DEF \cong \triangle GEF$	5. تعريف المضلعات المتطابقة

الربط بالحياة اليومية استخدام بعض المهارات الأساسية في طي المناديل يمكن أن يضيف لمسة أنيقة على أي حفل. الكثير من الطيات تستخدم المثلثات.

3. $m\angle WNX \cong m\angle WRX$ و $m\angle NXW \cong m\angle RWX$ و $m\angle NWX \cong m\angle RWX$ و $m\angle NWX = 180 - 88 - 49 = 43°$ إذا $m\angle NWR$ تساوي $43°$ أو $2 \times 43°$ أو 86.

نصيحة دراسية **خاصية الانعكاس** عندما يشترك مثلثان في ضلع، استخدم خاصية انعكاس التطابق لإثبات أن الضلع المشترك متطابق مع نفسه.

حقوق الطبع والنشر © مجموعة ماكجرو-هيل التعليمية McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL

التوسع اطلب من طلابك أن يرسموا $\triangle ABC$ به الرؤوس $A(-8, 8)$ و $B(-2, 5)$ و $C(-8, 2)$. بعد ذلك، اطلب منهم أن يرسموا $\triangle PTS$ الذي رؤوسه $P(8, 8)$ و $T(2, 5)$ و $S(8, 2)$. اسألهم كيف يمكنهم التحقق من تطابق الأضلاع المتناظرة في المثلثين. بالإضافة إلى ذلك، يسرّ لهم النقاش حول ما إذا كانت الزوايا المتناظرة في $\triangle ABC$ و $\triangle PTS$ متطابقة. يمكن للطلاب استخدام قانون المسافة لإثبات أن الأضلاع المتناظرة متطابقة. قد تحتوي المناقشات الأخرى الخاصة بالزوايا على اقتراحات بأن المثلثين متماثلان تمامًا لأن أحدهما هو انعكاس للآخر، أو أنّ أطول الأضلاع المتساوية تتطلب زوايا متساوية.

8:38 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية اعرض مثلثين متطابقين على اللوحة. اسحب واحدًا منهما لتوضح لطلابك أنه يتناسب تمامًا أعلى المثلث الآخر. استخدم هذه الوسيلة المرئية لتوضح أي أجزاء المثلث تتطابق مع بعضها البعض.

انتبه!

التطابق مقابل التشابه. لإثبات أن مضلعا متطابقًا، فمن الضروري أن تبيّن أنّ كل الأضلاع والزوايا متساوية القياس. إذا تبين أن الزوايا فقط هي المتطابقة، فهذا يثبت فقط أنّ المضلعات متشابهة.

إرشاد للمعلمين الجدد

التطابق البصري يستطيع الطلاب استخدام العلامات لمساعدتهم في تنظيم الأجزاء المتناظرة للمثلثات المتطابقة بصريًا.

التركيز على محتوى الرياضيات

مفاهيم خاطئة شائعة وضح للطلاب أن وضع العلامات على الأشكال لا يتم بصورة دائمة وأنّ الأمر متروك لهم ليستخدموا معرفتهم بالمفاهيم الهندسية لإثبات التطابق. أكد على أهمية استخدام المعطيات فقط ولا يتم استخدام أي فرضيات يفترضها الطلاب بناءً على المظهر الخارجي للشكلَيْن المرسومَيْن.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 8 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

4. البرهان: العبارات (المبرّرات)
1. $\angle J \cong \angle P$، $\overline{JK} \cong \overline{PM}$، $\overline{JL} \cong \overline{PL}$، و L تنصف $\overline{KM}$. (معطى)
2. $\angle JLK \cong \angle PLM$ (الزوايا المتقابلة بالرأس تكون ≅)
3. $\overline{LK} \cong \overline{LM}$ (تعريف منصف القطعة)
4. $\angle K \cong \angle M$ (نظرية الزوايا الثالثة)
5. $\triangle JLK \cong \triangle PLM$ (CPCTC)

تمرين موجّه

4. اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\angle J \cong \angle P$، $\overline{JK} \cong \overline{PM}$، $\overline{JL} \cong \overline{PL}$، و L تنصف $\overline{KM}$.

المطلوب: $\triangle JLK \cong \triangle PLM$

مثل تطابق القطع والزوايا. تطابق المثلثات يتمتع بخواص الانعكاس والتناظر والتعدي.

النظرية 13.4 خصائص تطابق المثلث

خاصية انعكاس تطابق المثلث

$\triangle ABC \cong \triangle ABC$

خاصية تناظر تطابق المثلث

إذا كان $\triangle EFG \cong \triangle ABC$، فإن $\triangle ABC \cong \triangle EFG$.

خاصية تعدي تطابق المثلث

إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle JKL$ و $\triangle EFG \cong \triangle JKL$، فإن $\triangle ABC \cong \triangle EFG$.

1. المضلع $ABCG \cong$ المضلع $FEDG$؛ $\angle A \cong \angle F$; $\angle B \cong \angle E$; $\angle C \cong \angle D$; $\angle CGA \cong \angle DGF$; $\overline{AG} \cong \overline{FG}$; $\overline{AB} \cong \overline{FE}$; $\overline{BC} \cong \overline{ED}$; $\overline{CG} \cong \overline{DG}$
2. $\angle Z \cong \angle W$; $\angle V \cong \angle X$; $\angle ZYV \cong \angle WYX$; $\overline{XW} \cong \overline{VZ}$; $\overline{XY} \cong \overline{VZ}$; $\overline{WY} \cong \overline{ZY}$; $\triangle XYW \cong \triangle VYZ$

التحقق من فهمك

مثال 1 وضح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب عبارة التطابق.

مثال 2 في الشكل، $\triangle LMN \cong \triangle QRS$.

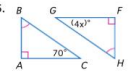
3. x ⟵ 22
4. y ⟵ 46

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

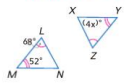
8:38 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

مثال 3 **الانتظام** جـــد x. اشرح تبريرك.5-6. انظر الهامش.

5.



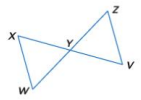
6.



مثال 4 7. **البرهان** اكتب برهانًا حرًّا.

المعطيات: Y هي نقطة منتصف $\overline{XV}$ و $\overline{WZ}$.
$\overline{WX} \parallel \overline{ZV}$, $\overline{WX} \cong \overline{ZV}$

المطلوب: $\triangle WYX \cong \triangle ZYV$ **انظر الهامش.**

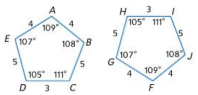


التمرين وحل المسائل

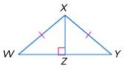
مثال 1 وضح أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب عبارة التطابق.

9. $\angle W \cong \angle Y$; $\angle XZW \cong \angle XZY$; $\angle WXZ \cong \angle YXZ$; $\overline{XZ} \cong \overline{XZ}$; $\overline{XW} \cong \overline{XY}$; $\overline{WZ} \cong \overline{YZ}$; $\triangle XWZ \cong \triangle XYZ$

8.

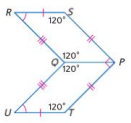


9.



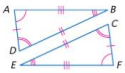
8. $\angle A \cong \angle F$, $\angle B \cong \angle J$, $\angle C \cong \angle I$, $\angle D \cong \angle H$, $\angle E \cong \angle G$, $\overline{AB} \cong \overline{FJ}$, $\overline{BC} \cong \overline{JI}$, $\overline{CD} \cong \overline{IH}$, $\overline{DE} \cong \overline{HG}$, $\overline{AE} \cong \overline{FG}$; المضلع $ABCDE \cong$ المضلع $FJIHG$

10.



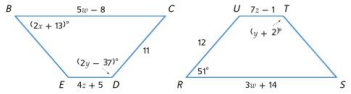
10. $\angle R \cong \angle U$; $\angle S \cong \angle T$; $\angle SPQ \cong \angle TPQ$; $\angle RQP \cong \angle UQP$; $\overline{RS} \cong \overline{UT}$; $\overline{TP} \cong \overline{SP}$; $\overline{RQ} \cong \overline{UQ}$; $\overline{PQ} \cong \overline{PQ}$; المضلع $RSPQ \cong$ المضلع $TPQU$

11.



11. $\overline{AB} \cong \overline{FE}$; $\overline{BD} \cong \overline{EC}$; $\overline{AD} \cong \overline{FC}$; $\angle A \cong \angle F$; $\angle B \cong \angle E$; $\angle D \cong \angle C$; $\triangle ABD \cong \triangle FEC$

مثال 2 المضلع $BCDE \cong$ المضلع $RSTU$. جـــد قيمة كل مما يلي.



12. x 18 13. y 39 14. z 2 15. w 11

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

5. $x = 17.5$ CPCTC

6. $x = 15$

7. لأن Y هي نقطة المنتصف في $\overline{XV}$ و $\overline{WZ}$. إذًا $\overline{WY} \cong \overline{ZY}$ و $\overline{XY} \cong \overline{VY}$. هناك خطان متوازيان يقطعهما خط مستعرض لهما زوايا داخلية متبادلة متطابقة. ومن ثم، $\angle V \cong \angle X$، $\angle Z \cong \angle W$. لأن الزوايا $\angle XYW \cong \angle VYZ$ الرأسية متطابقة. بما أنّ جميع الزوايا والأضلاع المتناظرة متطابقة. فإن $\triangle WYX \cong \triangle ZYV$.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	9–27, 36–38, 40–58	9–27, فردي 43–47	10–26 زوجي, 36–38, 40, 41, 48–52
OL أساسي	9–31 فردي, 32–38, 40, 41, 43–52	9–27, 44–47	28–38, 40–43, 48–52
BL متقدم	28–52		

319 / 196

8:38 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

مثال 3 جـــد قيمة x و y.

16. $(5x)^\circ$, y°, 35°

$x = 14.5,\ y = 35$

17. 140°, 23°, $(2x + y)^\circ$, $(3x - y)^\circ$

$x = 8,\ y = 1$

18. $(3x + 8)^\circ$, 48°, $(6x - 14y)^\circ$

$x = 11.2,\ y = 1.8$

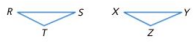
مثال 4

19. **البرهان** اكتب برهانا حرًا للنظرية 13.3. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

20. **البرهان** ضع العبارات المستخدمة في برهنة العبارة أدناه بالترتيب الصحيح. واذكر مبرّرات كل عبارة.

انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

تطابق المثلثات يكون متناظرا. (النظرية 13.4)



المعطيات: $\triangle RST \cong \triangle XYZ$

المطلوب: $\triangle XYZ \cong \triangle RST$

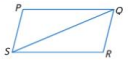
البرهان:

$\angle X \cong \angle R,\ \angle Y \cong \angle S,\ \angle Z \cong \angle T,\ \overline{XY} \cong \overline{RS},\ \overline{YZ} \cong \overline{ST},\ \overline{XZ} \cong \overline{RT}$	$\angle R \cong \angle X,\ \angle S \cong \angle Y,\ \angle T \cong \angle Z,\ \overline{RS} \cong \overline{XY},\ \overline{ST} \cong \overline{YZ},\ \overline{RT} \cong \overline{XZ}$	$\triangle RST \cong \triangle XYZ$	$\triangle XYZ \cong \triangle RST$
?	?	?	?

البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

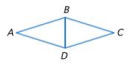
21. **المعطيات:** متوازي الأضلاع $PQRS$

المطلوب: $\triangle PQS \cong \triangle RSQ$ **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**



22. **المعطيات:** $\angle A \cong \angle C;\ \angle ABD \cong \angle CBD;\ \angle ADB \cong \angle CDB$
$\overline{AB} \cong \overline{CB};\ \overline{CD} \cong \overline{AD}$ **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

المطلوب: $\triangle ABD \cong \triangle CBD$



23. **طباعة القمصان** تعشق حصة مادة الرياضيات وأرادت الطباعة على القمصان من أجل صديقاتها. وقد ذهبت إلى شركة تطبع على القمصان حسب الطلب. تصميمها موضح على اليسار. ما الخاصية التي تضمن تطابق التصميمات المطبوعة؟

23. الإجابة النموذجية: جميع القمصان ستكون متطابقة نظرًا لطباعتها باستخدام الرسم المطبوع ذاته. وفقًا لخاصية التعدي في التطابق، ستكون الصور مطابقة لبعضها البعض.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

740 | الدرس 3-13 | المثلثات المتطابقة

8:38 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

البرهان اكتب النوع المحدد من برهان الجزء المشار إليه في النظرية 13.4.

24. تطابق المثلثات يتسم بالتعدي. (برهان حرّ) **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

25. تطابق المثلثات يتسم بالانعكاس. (برهان تسلسلي) **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

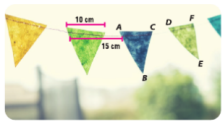
B الجبر ارسم شكلا وسمّه لتمثيل المثلثات المتطابقة. ثم جـــد قيمة x و y. **انظر الهامش.** 26–28

26. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $AB = 11$, $AC = 17 + x$, $DF = 2x + 13$, $DE = 3y + 2$

27. $\triangle LMN \cong \triangle RST$, $m\angle L = 51$, $m\angle M = 9y$, $m\angle S = 72$, $m\angle T = 4x + 15$

28. $\triangle JKL \cong \triangle MNP$, $JK = 12$, $LJ = 7$, $PM = 3x - 2$, $m\angle L = 67$, $m\angle K = y + 9$, $m\angle N = 2y - 4$

29. **الأشكال المثلثة** يتولى حسن مسؤولية تطويق منطقة بحيل وتبلغ مساحتها 9 أمتار مربعة لكي تستخدمها الفرقة الموسيقية أثناء تجمع طلابي. ويستخدم سلسلة من المثلثات المتطابقة متساوية الساقين.



a. اذكر سبعة أزواج من القطع المتطابقة في الصورة.

b. إذا كانت المساحة التي يطوقها بحيل مربعة. فما الطول المطلوب لحبل المثلثات؟ 12 m

c. كم عدد المثلثات التي ستكون في الحبل؟ 80

30. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة. ستتعرف على عبارة محيطيات *المثلثات المتطابقة* متساوية. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.** a–d

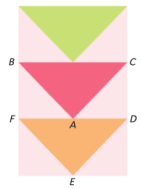
a. **لفظيًا** اكتب عبارة شرطية لتمثيل العلاقة بين محيطي زوج من المثلثات المتطابقة.

b. **لفظيًا** اكتب عبارة عكسية لعبارتك الشرطية. هل العكس صحيح أم خطأ؟ اشرح تبريرك.

c. **هندسيًا** ارسم مثلثين لهما المحيط ذاته لكنهما غير متطابقين إذا كان ذلك ممكنا. وإن كان ذلك غير ممكن. فاشرح السبب.

d. **هندسيًا** ارسم مستطيلين لهما المحيط ذاته لكنهما غير متطابقين إذا كان ذلك ممكنا. وإن كان ذلك غير ممكن. فاشرح السبب.

C 31. **الأنماط** الإوز الطائر قالب يستخدم كثيرًا في صناعة الأحذية.



a. ما المضلعان المستخدمان لإنشاء النمط؟ a–e. **انظر الهامش.**

b. اذكر اسم زوج من المثلثات المتطابقة.

c. اذكر اسم زوج من الزوايا المتناظرة.

d. إذا كانت $BC = 4$. فما FD؟ اشرح.

e. ما قياس الزاوية $\angle E$؟ اشرح.

32. **الموسيقى** يمكن استخدام أطواق طبلة صوت الباص لإصلاحها. ويجب أن تكون الأطواق بالحجم ذاته. أي قياس ستستخدم لإثبات أن الأطواق متطابقة. اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL

التوسع تسهّلُ ورقة التمثيل البياني إنشاء أنواع مختلفة من المثلثات المتطابقة. اطلب من طلابك إنشاء تصميم يحتوي على ما لا يقل عن 10 أزواج مختلفة من المثلثات المتطابقة. ضع التحدي أمام الطلاب في شرح كيف يتعرفون على تطابق كل زوجين من المثلثات وفي مقارنة إنشاءاتهم من المثلثات المتطابقة على ورقة التمثيل البياني لإيجاد ميل الخط المستقيم.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 30. يستخدم الطلاب الوصف اللفظي والرسومات الهندسية لاستكشاف مساحات المثلثات المتطابقة.

إجابات إضافية

26. $x = 4$, $y = 3$

27. $x = 13$, $y = 8$

28. $x = 3$, $y = 13$

31a. مثلثان مختلفان في الحجم.

31b. الإجابة النموذجية:
$\triangle ABC \cong \triangle EFD$ أو
$\triangle ABF \cong \triangle ACD$

31b. الإجابة النموذجية:
$\triangle ABF \cong \triangle ACD$ أو
$\triangle BAC \cong \triangle FED$

31d. $FD = 4$ لأن الأجزاء المتناظرة من المثلثات المتطابقة متطابقة.

31e. $m\angle E = 90$؛ المثلثات عبارة عن مثلثات متساوية الساقين. الزوايا المقابلة لهذين الساقين تكون متطابقة. في هذه الحالة، سيكون قياس كل منهما 45°، وهذا ما يجعل $\angle E$ زاوية قائمة.

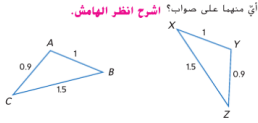
32. القطر، أو نصف القطر، أو محيط الدائرة؛ الإجابة النموذجية: تكون الدائرتان متساويتين في الحجم إذا كان لهما نفس طول القطر. أو نصف القطر، أو المحيط، ولذلك فهي تستطيع أن تحدد إذا كانت الأطواق متطابقة بقياس أيّ منها.

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

33. الكتابة في الرياضيات اشرح سبب أهمية ترتيب الرؤوس عند تسمية المثلثات المتطابقة. اذكر مثالا لدعم إجابتك. **انظر الهامش.**

34. تحليل الخطأ يحدد حمادة ووليد قيل للأشكال المتطابقة أدناه. يقول حمادة $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ ويقول وليد $\triangle CAB \cong \triangle XYZ$. فهل أيّ منهما على صواب؟ **اشرح انظر الهامش.**



الكتابة في الرياضيات حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحةً دائمًا أم أحيانًا أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك. 35-38. انظر الهامش

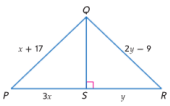
35. *المثلثات متساوية الزوايا متطابقة.*

36. *المثلثان اللذان يتطابق بهما زوجان من الأضلاع المتناظرة وزوج من الزوايا المتناظرة يكونان متطابقين.*

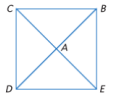
37. *المثلثان اللذان يتطابق بهما ثلاثة أزواج من الأضلاع المتناظرة يكونان متطابقين.*

38. *المثلثان القائمان اللذان يتطابق بهما زوجان من السيقان المتناظرة يكونان متطابقين.*

39. تحدٍ جـــد قيمة x و y إذا كان $\triangle PQS \cong \triangle RQS$ **انظر الهامش.**



40. تحدٍ اكتب برهانا حرًا لإثبات أن المثلثات الأربعة الناتجة بواسطة أقطار مربع تكون متطابقة. **انظر الهامش.**



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

إجابات إضافية

33. الإجابة النموذجية: عندما نذكر مثلثات متطابقةً، فمن المهم أن نذكر الرؤوس المتناظرة في نفس موقعها بالنسبة لكلا المثلثَين لأن الموقع يشير إلى التطابق. على سبيل المثال إذا كان $\triangle ABC$ متطابقًا مع $\triangle DEF$، إذًا $\angle A$ تتطابق مع $\angle D$، $\angle B$ تتطابق مع $\angle E$، و $\angle C$ تتطابق مع $\angle F$.

34. حمادة على صواب. فقد جعل الأجزاء متطابقة.

35. في بعض الأحيان، تكون هذه العبارة صحيحة إذا كانت أضلاع المثلثات متشابهة.

36. في بعض الأحيان، تكون هذه العبارة صحيحة إذا كانت الزاوية المتطابقة هي تلك التي تشكلت من تقاطع الضلعين المتطابقين.

37. دائما ما يكون هناك طريقة واحدة فقط يمكن أن يتم من خلالها رسم المثلث من خلال ثلاث قطع مستقيمة معطاة.

38. لا يكون هناك دائما مثال مضاد يمكن أن يتم رسمه.

39. $x = 5.2,\ y = 15.6$

40. لأن الشكل عبارة عن مربع، فإن جوانبه الأربعة تكون متطابقة، ويكون الجانبان المتقابلان متوازيين. وتتقاطع أقطاره في نقطة المنتصف. كل هذا يساهم في جعل الزوايا الموجودة في المنتصف متطابقة لأن الزوايا الرأسية تكون متطابقة. وتكون الزوايا الأصغر متطابقة لأن الخطين المتوازيين يقطعهما خط مستعرض، وتكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة. ومن ثَم، تكون جميع الأجزاء المتناظرة للمثلثات الأربعة متطابقة. وهذا ما يجعل جميع المثلثات متطابقة. $\triangle ABE \cong \triangle AED \cong \triangle ADC \cong \triangle ACB$

319 / 199

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

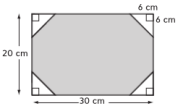
الكرة البلورية اطلب من الطلاب أن يتوقعوا كيف يمكن لتحديد الأجزاء المتناظرة المتطابقة في مثلث أن يساعدهم في إثبات أن المثلثَيْن متطابقان. في أثناء مغادرة الطلاب لغرفة الصف، دعهم يتبادلوا الأدوار عند ذكر إجاباتهم.

إجابات إضافية

48. $JK = 2\sqrt{146}$, $KL = \sqrt{290}$, $JL = \sqrt{146}$; مختلف الأضلاع
49. $JK = \sqrt{34}$, $KL = 2\sqrt{17}$, $JL = \sqrt{34}$; متساوي الأضلاع
50. $JK = 5$, $KL = 5\sqrt{2}$, $JL = 5$; متساوي الأضلاع
51. $JK = \sqrt{145}$, $KL = 4\sqrt{34}$, $JL = 35$; مختلف الأضلاع

تدريب على الاختبارات المعيارية

41. قطع حسن أربعة مثلثات متطابقة من أركان مستطيل ليصنع شكلا ثمانيا كما هو ظاهر بالأدنى. فما مساحة الشكل الثماني؟ B



A 456 cm²
B 528 cm²
C 552 cm²
D 564 cm²

42. **الإجابة الشبكية** المثلث ABC متطابق مع $\triangle HIJ$. رؤوس $\triangle ABC$ هي $A(-1, 2)$ و $B(0, 3)$ و $C(2, -2)$. فما قياس $\overline{HJ}$؟ 5

43. **الجبر** أي مما يلي عامل من عوامل التعبير $x^2 + 19x - 42$؟ H

F $x + 14$
G $x + 2$
H $x - 2$
J $x - 14$

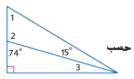
44. **SAT/ACT** يقطع حمد مسافة معينة بسرعة 20 km في الساعة ويعود على نفس الطريق بسرعة 65 km/h. فما متوسط سرعته بالكيلومتر في الساعة طوال الرحلة؟ C

A 32.5
B 35.0
C 41.0
D 47.5
E 55.3

مراجعة شاملة

جـــد كل قياس في المثلث الذي على اليسار.

45. $m\angle 2$ 106
46. $m\angle 1$ 59
47. $m\angle 3$ 16



هندسة الإحداثيات جـــد قياسات أضلاع $\triangle JKL$ وضع تصنيفًا لكل مثلث حسب قياسات أضلاعه. 48-51. انظر الهامش.

48. $J(-7, 10)$, $K(15, 0)$, $L(-2, -1)$
49. $J(9, 9)$, $K(12, 14)$, $L(14, 6)$
50. $J(4, 6)$, $K(4, 11)$, $L(9, 6)$
51. $J(16, 14)$, $K(7, 6)$, $L(-5, -14)$

مراجعة المهارات

52. انسخ البرهان مع إكماله.

المعطيات: $\overline{MN} \cong \overline{PQ}$, $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$
المطلوب: $\overline{MN} \cong \overline{RS}$
البرهان:

العبارات	المبرّرات
a. ؟ $\overline{MN} \cong \overline{PQ}$, $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$	a. المعطى
b. $MN = PQ$, $PQ = RS$	b. ؟ تعريف القطع ≅
c. ؟ $MN = RS$	c. ؟ خاصية التعدي (=)
d. $\overline{MN} \cong \overline{RS}$	d. تعريف القطع المتطابقة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

13-4 إثبات تطابق المثلثات – تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS)

السابق	الحالي	لماذا؟
• لقد برهنت على تطابق المثلثات باستخدام تعريف التطابق.	1 استخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) لاختبار تطابق المثلثين. 2 استخدام مسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (SAS) لاختبار تطابق المثلثين.	• اللوح المزدوج بهيكل على شكل A يعتبر طريقة مريحة لعرض المعلومات. ولا تقتصر مزاياه على الطي بشكل مسطح للتخزين بسهولة، لكن عند تثبيت الذراع الجانبية في مكانها، يصبح الهيكل قويًا جدًا. وعندما يكون الذراعان الجانبيان بالطول نفسه وعلى المسافة نفسها من أعلى على أي من الجانبين، يشكل الهيكل المفتوح مثلثين متطابقين.

المفردات الجديدة

زاوية محصورة
included angle

إثبات نظريات حول المثلثات. استخدام معايير التقارب والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل التماثل، وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية. بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

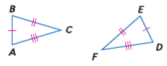
1 مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة SSS

في الدرس 3-13، برهنت على أن المثلثين كانا متطابقين بتوضيح أن كل الأزواج الستة من الأجزاء المتناظرة كانت متطابقة. من الممكن البرهنة على تطابق المثلثين باستخدام أزواج أقل.

يوضح اللوح المزدوج أنه إذا كان المثلثان بنفس أطوال الأضلاع الثلاثة، فهما متطابقان. ويظهر هذا في المسلّمة أدناه.

المسلّمة 13.1 تطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)

إذا كانت ثلاثة أضلاع في مثلث متطابقة مع ثلاثة أضلاع في مثلث آخر، فالمثلثان متطابقان.



مثال إذا كان الضلع $\overline{AB} \cong \overline{DE}$
الضلع $\overline{BC} \cong \overline{EF}$
والضلع $\overline{AC} \cong \overline{DF}$
إذًا $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

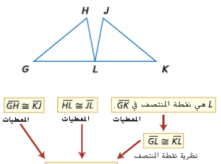
مثال 1 استخدام تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) للبرهنة على أن المثلثين متطابقان

اكتب برهانًا تسلسليًا.

المعطيات: $\overline{GH} \cong \overline{KJ}$ و $\overline{HL} \cong \overline{JL}$، L نقطة المنتصف في $\overline{GK}$

المطلوب: $\triangle GHL \cong \triangle KJL$

البرهان التسلسلي:



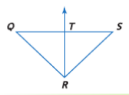
$\overline{GH} \cong \overline{KJ}$	$\overline{HL} \cong \overline{JL}$	L هي نقطة المنتصف في $\overline{GK}$
المعطيات	المعطيات	المعطيات
		$\overline{GL} \cong \overline{KL}$
		نظرية نقطة المنتصف
$\triangle GHL \cong \triangle KJL$		
مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة		

تمرين موجّه

1. **اكتب برهانًا تسلسليًا. انظر ملحق إجابات الوحدة 13**

المعطيات: $\triangle QRS$ متساوي الساقين حيث $\overline{QR} \cong \overline{SR}$
$\overline{RT}$ ينصف $\overline{QS}$ عند النقطة T.

المطلوب: $\triangle QRT \cong \triangle SRT$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

744 | الدرس 13-4

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 13-4 إثبات تطابق المثلثات باستخدام تعريف التطابق.

الدرس 13-4 استخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) ومسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (SAS) لاختبار تطابق المثلث.

بعد الدرس 13-4 وضع صياغة للتخمينات المتعلقة بخواص المضلعات وسماتها واختبارها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

- كيف يمكن أن تتأثر اللوحة إذا كانت الأذرع الجانبية ليست على مسافة واحدة من أعلى اللوحة؟ يؤدي هذا إلى تمايل اللوحة.
- ما الذي يجب أن يكون صحيحا إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$؟ من المفترض تطابق جميع الأضلاع الثلاثة المتناظرة والزوايا الثلاث المتناظرة.
- كيف يتأثر تطابق المثلثات المذكورة إذا كانت الأذرع الجانبية غير موضوعة على نفس المسافة من أعلى اللوحة؟ المثلثات الناتجة لن تكون متطابقة.

744 | الدرس 13-4 | إثبات تطابق المثلثات—تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS)

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

1 مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)

المثالان 1 و 2 يوضحان طريقة إثبات تطابق مثلثيْن باستخدام المسلّمة 13.1.

التقويم التكويني

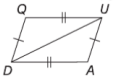
استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 اكتب برهانا تسلسليا.

المعطيات: $\overline{QU} \cong \overline{AD}, \overline{QD} \cong \overline{AU}$

المطلوب: $\triangle QUD \cong \triangle ADU$



البرهان التسلسلي:

$\overline{QU} \cong \overline{AD}$ — المعطيات

$\overline{DU} \cong \overline{DU}$ — خاصية الانعكاس

$\overline{QD} \cong \overline{AU}$ — المعطيات

$\triangle QUD \cong \triangle ADU$ — مسلّمة الأضلاع الثلاثة

مثال 2 على الاختبار تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) على المستوى الإحداثي

إجابة موسعة المثلث ABC رؤوسه $A(1, 1)$ و $B(0, 3)$ و $C(2, 5)$. والمثلث EFG رؤوسه $E(1, -1)$ و $F(2, -5)$ و $G(4, -4)$.

a. ارسم كلا المثلثين على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

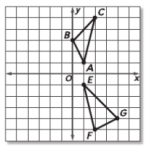
c. اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم التخمين الذي توصلت إليه في الجزء b.

قراءة فقرة الاختبار

مطلوب منك ثلاثة أشياء في هذه المسألة. في الجزء a، عليك تصميم تمثيل بياني لكل من $\triangle ABC$ و $\triangle EFG$ على المستوى الإحداثي ذاته. في الجزء b، عليك تخمين أن $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ أو $\triangle ABC \ncong \triangle EFG$ بناءً على التمثيل البياني وأخيرًا في الجزء c، مطلوب منك إثبات التخمين.

حل فقرة الاختبار

a.



b. يبدو من التمثيل البياني أن المثلثين ليسا بالشكل نفسه. إذًا يمكننا تخمين أنهما ليسا متطابقين.

c. استخدم قانون المسافة لبيان عدم تساوي قياس كل الأضلاع المتناظرة.

$$AB = \sqrt{(0-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$EF = \sqrt{(2-1)^2 + [-5-(-1)]^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$FG = \sqrt{(4-2)^2 + [-4-(-5)]^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(2-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$EG = \sqrt{(4-1)^2 + [-4-(-1)]^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

بينما $AB = FG$ و $AC = EF$، $BC \neq EG$ نظرًا لعدم التطابق بتساوي الأضلاع الثلاثة. $\triangle ABC \ncong \triangle EFG$.

تمرين موجّه

2. المثلث JKL رؤوسه $J(2, 5)$ و $K(1, 1)$ و $L(5, 2)$. والمثلث NPQ رؤوسه $N(-3, 0)$ و $P(-7, 1)$ و $Q(-4, 4)$. **2a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

a. مثّل المثلثين بيانيًا على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

c. اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم التخمين الذي توصلت إليه في الجزء b.

نصيحة عند حل الاختبار

الأدوات عندما تحل المسائل باستخدام المستوى الإحداثي، تذكر أن تستخدم أدوات مثل قوانين المسافة ونقطة المنتصف والميل لحل المسائل والتحقق من حلولك.

قراءة في الرياضيات

الرموز $\triangle ABC \ncong \triangle EFG$ تقرأ المثلث ABC ليس مطابقًا للمثلث EFG.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

المتعلمون أصحاب النمط المنطقي/الرياضي يمكن للطلاب أن يستخدموا طريقة نظامية لكتابة براهين المسائل والأمثلة الواردة في هذا الدرس. اطلب من طلابك أن يبدؤوا بالبحث عن طرق البرهان الممكنة باستخدام SSS أو SAS. وعليهم أن يفحصوا المسألة لتحديد كمّ المعلومات الضرورية المتاحة وطريقة إيجاد أي معلومات أخرى مطلوبة للبرهان. وأخيرًا، يمكنهم الاستفادة من معرفتهم السابقة بنقاط المنتصف، والمسافات، وعلاقات الزوايا، وغيرها، لاستخلاص أي معلومات ضرورية أخرى ودمج الحقائق معًا للوصول إلى البرهان النهائي.

319 / 202

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

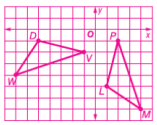
مثال إضافي

2 **الإجابة الموسعة** المثلث DVW به الرؤوس $D(-5, -1)$ و $V(-1, -2)$ و $W(-7, -4)$. المثلث LPM به الرؤوس $L(1, -5)$ و $P(2, -1)$ و $M(4, -7)$.

a. ارسم كلا المثلثين على مستوى إحداثي واحد.

b. استخدم رسمك لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.

c. اكتب فرضية منطقية تستخدم هندسة الإحداثيات لدعم التخمين الذي توصلت إليه في الجزء b.



$DV = LP$ و $WD = ML$ و $VW = PM$. حسب تعريف القطع المستقيمة المتطابقة. كل القطع المستقيمة المتناظرة متطابقة. ولذلك، $\triangle WDV \cong \triangle MLP$ حسب مسلّمة SSS.

التركيز على محتوى الرياضيات

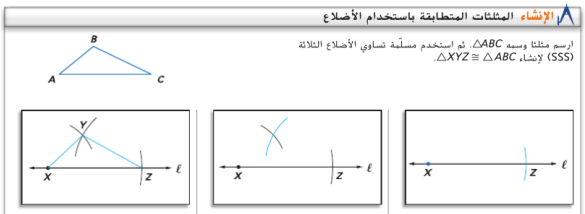
تسمية المثلثات وضح لطلابك أنه عند ذكر المثلثات المتطابقة، فمن المهم سرد تطابق المثلثات بنفس ترتيب الأجزاء المتناظرة المتطابقة. إذا كان $\triangle JKL \cong \triangle PKR$ يستخدم ترتيبًا مناسبًا لتوضيح الأضلاع المتناظرة والزوايا المتطابقة في كلا المثلثين. فمن الخطأ أن نكتب $\triangle JKL \cong \triangle PRK$.

انتبه!

حصر الزاوية يمكن استخدام مسلّمة التشابه SAS فقط عند وجود الزاوية بين ضلعَين متجاورَين.

الإنشاء المثلثات المتطابقة باستخدام الأضلاع

ارسم مثلثا وسمه $\triangle ABC$. ثم استخدم مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) لإنشاء $\triangle XYZ \cong \triangle ABC$.



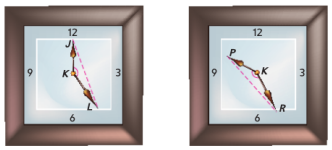
الخطوة 1 ارسم النقطة X على المستقيم ℓ. ثم قم بإنشاء $\overline{XZ} \cong \overline{AC}$ على المستقيم ℓ.

الخطوة 2 قم بإنشاء قوس بنصف القطر AB ومركزه عند النقطة X وقوس آخر بنصف القطر BC ومركزه عند النقطة Z.

الخطوة 3 اكتب على نقطة تقاطع القوسين Y. ارسم $\overline{XY}$ و $\overline{ZY}$ لتكوين $\triangle XYZ$.

2 مسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (SAS)

زاوية محصورة فكر في الزاوية المحصورة JKL التي تشكلها العقارب على الساعة الأولى الظاهرة أدناه. في أي وقت تشكل العقارب زاوية بالقياس نفسه، ستكون المسافة بين طرفي العقربين $\overline{JL}$ و $\overline{PR}$ واحدة.

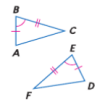


$\triangle PKR \cong \triangle JKL$

أي مثلثين يتشكلان باستخدام نفس أطوال الأضلاع والزاوية المحصورة سيتطابقان. وهذا يوضح المسلّمة التالية.

المسلّمة 13.2 التطابق بتساوي ضلعين وزاوية (SAS)

الشرح عند تطابق ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في مثلث مع ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في مثلث آخر، فيكون المثلثان متطابقين.



مثال إذا كان الضلع $\overline{AB} \cong \overline{DE}$، والزاوية $\angle B \cong \angle E$، والضلع $\overline{BC} \cong \overline{EF}$، فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

نصيحة دراسية

مسلمة تساوي ضلعين وزاوية لا يكفي قياس الضلعين والزاوية غير المحصورة للبرهنة على تطابق مثلثين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

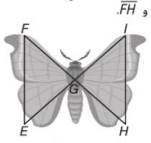
8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

2 مسلّمة SAS

المثالان 3 و 4 يوضحان طريقة إثبات أنّ المثلثيْن يتطابقان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحد المثلثيْن مع نظائرها في المثلث الآخر.

مثال إضافي

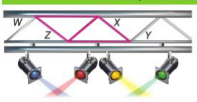
3 **علم الحشرات** يشكل جناحي أحد أنواع حشرة العثّة مثلثيْن. اكتب برهانا من عمودين لإثبات أنّ $\triangle FEG \cong \triangle HIG$ إذا كان $\overline{EI} \cong \overline{FH}$ و G هي نقطة المنتصف $\overline{EI}$ و $\overline{FH}$.



العبارات (المبرّرات)

1. $\overline{EI} \cong \overline{FH}$، G هي نقطة المنتصف للقطعة $\overline{EI}$، G هي نقطة المنتصف للقطعة $\overline{FH}$. (معطيات)
2. $\overline{EG} \cong \overline{IG}$، $\overline{FG} \cong \overline{HG}$ (نظرية نقطة المنتصف)
3. $\angle FGE \cong \angle HGI$ (نظرية الزوايا الرأسية)
4. $\triangle FEG \cong \triangle HIG$ (مسلّمة SAS)

مثال 3 من الحياة اليومية استخدم مسلّمة ضلعين وزاوية لإثبات



الإضاءة تبدو سقالات إضاءة المسرح الموضحة أنها مكونة من مثلثات متطابقة. إذا كان $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$، فاكتب برهانا من عمودين لإثبات أن $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$.

البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$	1. المعطيات
2. $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$	2. المعطيات
3. $\angle WXZ \cong \angle XZY$	3. نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة
4. $\overline{XZ} \cong \overline{ZX}$	4. خاصية الانعكاس في التطابق
5. $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$	5. مسلمة تساوي ضلعين وزاوية

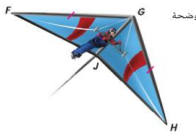
مهنة من الحياة اليومية

فنيو الإضاءة في مجال تصوير الأفلام، يضع الفنيون أو فنيو الإضاءة ما يتطلبه الفيلم من إضاءة. يتأكد الفنيون أن الزوايا التي تشكلها المصابيح في الأوضاع الصحيحة. قد يكونون حاصلين على درجات علمية جامعية أو من المدارس الفنية أو ربما يكونون قد استكملوا برنامجا تدريبيا رسميا.

تمرين موجّه

3. الرياضات الخطرة تبدو أجنحة الطيران الشراعي الموضحة كمثلثات متطابقة. إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{GH}$ و $\overline{JG}$ تنصف $\angle FGH$. فاثبت أن $\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$.

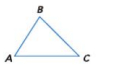
انظر الهامش.

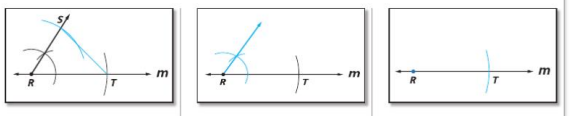


يمكنك أيضا إنشاء مثلثين متطابقين على أساس ضلعين والزاوية المحصورة بينهما.

الإنشاء مثلثان متطابقان باستخدام ضلعين والزاوية المحصورة

ارسم مثلثا وسمه $\triangle ABC$.
ثم استخدم مسلمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SAS) لإنشاء $\triangle RST \cong \triangle ABC$.





الخطوة 1 ارسم النقطة R على المستقيم m. ثم قم بإنشاء $\overline{RT} \cong \overline{AC}$ على المستقيم m.

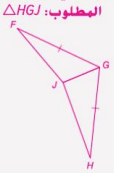
الخطوة 2 أنشئ $\angle R \cong \angle A$ باستخدام $\overline{RT}$ كضلع للزاوية والنقطة R.

الخطوة 3 أنشئ $\overline{RS} \cong \overline{AB}$، ثم ارسم $\overline{ST}$ لتكوين $\triangle RST$.

McGraw-Hill Education محفوظ الطبع والتأليف © مجموعة لساكن مؤسسة

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

3. **المعطيات:** $\overline{FG} \cong \overline{GH}$، $\overline{JG}$ ينصف $\angle FGH$.
المطلوب: $\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$



البرهان:

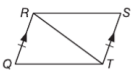
العبارات (المبررات)

1. $\overline{FG} \cong \overline{GH}$، $\overline{JG}$ ينصف $\angle FGH$. (معطيات)
2. $\angle FGJ \cong \angle HGJ$ (تعريف منصف الزاوية)
3. $\overline{GJ} \cong \overline{GJ}$ (خاصية الانعكاس ≅)
4. $\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$ (مسلّمة SAS)

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

مثال إضافي

4 اكتب برهانًا حرًّا.



المعطيات: $\overline{RQ} \parallel \overline{TS}$

$\overline{RQ} \cong \overline{TS}$

المطلوب: $\angle Q \cong \angle S$

لأنّ $\overline{RQ} \parallel \overline{TS}$. الزاويتين الداخليتين المتبادلتين $\angle QRT$ و $\angle STR$. متطابقتان. بمعنى أن $\angle QRT \cong \angle STR$. $\overline{RQ} \cong \overline{TS}$ و $\overline{RT} \cong \overline{RT}$ حسب خاصية الانعكاس. ولذلك، $\triangle QRT \cong \triangle STR$ حسب المسلّمة SAS. وحسب النظرية CPCTC فإن $\angle Q \cong \angle S$.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 4 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

4. اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\overline{MN} \cong \overline{PN}, \overline{LM} \cong \overline{LP}$

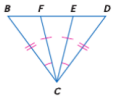
المطلوب: $\angle LNM \cong \angle LNP$

العبارات (المبررات)

1. $\overline{MN} \cong \overline{PN}, \overline{LM} \cong \overline{LP}$ (معطيات)
2. $\overline{LN} \cong \overline{LN}$ (خاصية انعكاس التطابق)
3. $\triangle LNM \cong \triangle LNP$ (مسلّمة SSS)
4. $\angle LNM \cong \angle LNP$ (بناءً على النظرية CPCTC)

مثال 4 تساوي ضلعين وزاوية (SAS) أو تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)

اكتب برهانًا حرًّا.



المعطيات: $\overline{BC} \cong \overline{DC}, \angle BCF \cong \angle DCE, \overline{FC} \cong \overline{EC}$

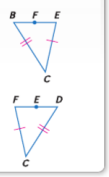
المطلوب: $\angle CFD \cong \angle CEB$

البرهان:

بما أن $\overline{BC} \cong \overline{DC}$ و $\angle BCF \cong \angle DCE$ و $\overline{FC} \cong \overline{EC}$ إذًا $\triangle BCF \cong \triangle DCE$ وفقًا لمسلمة SAS. حسب CPCTC، $\angle CFB \cong \angle CED$. $\angle CFD$ تشكل زوجًا خطيًا مع $\angle CFB$. و $\angle CEB$ تشكل زوجًا خطيًا مع $\angle CED$. وفقًا لمسلمة نظرية تطابق الزوايا المتكاملة، $\angle CFD$ تكمل $\angle CFB$ و $\angle CEB$ تكمل $\angle CED$. بما أن الزوايا المتكاملة مع زاوية واحدة أو متكاملة مع زوايا متطابقة تكون متطابقة، فإن $\angle CFD \cong \angle CEB$.

نصيحة دراسية

الأشكال المتداخلة عندما تتداخل المثلثات. قد يكون من المفيد رسم كل مثلث بشكل منفصل وتسمية الأجزاء المتطابقة. في المثال 4، كان يمكن فصل الشكل كما هو ظاهر.



تمرين موجّه

4. **اكتب برهانًا من عمودين. انظر الهامش.**

المعطيات: $\overline{MN} \cong \overline{PN}, \overline{LM} \cong \overline{LP}$

المطلوب: $\angle LNM \cong \angle LNP$

التحقق من فهمك

مثال 1

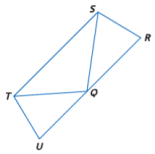
1. **الهندسة المعمارية** المثلثات شائعة الاستخدام في الهندسة المعمارية لأنها أشكال "ثابتة". كيف تفسر خاصية تطابق المثلثات هذه الخاصية؟ بخلاف الأسقف، اذكر مثالًا واحدًا على الأقل لتطابق المثلثات في منزلك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

مثال 2

2. **إجابة موسعة** المثلث ABC رؤوسه $A(-4, 1)$ و $B(-1, 1)$ و $C(-1, 5)$. والمثلث XYZ رؤوسه $X(-4, 1)$ و $Y(1, 1)$ و $Z(1, -5)$. **a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**
   a. ارسم كلا المثلثين على مستوى إحداثي واحد.
   b. استخدم التمثيل البياني لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا. اشرح تبريرك.
   c. اكتب فرضية منطقية باستخدام هندسة الإحداثيات لدعم تخمينك.

مثال 3

3. في الرسم التخطيطي، $\triangle TQR$ متساوي الأضلاع. و $\angle RSQ \cong \angle UTQ$. و $\overline{SR} \cong \overline{TU}$. اكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن $\triangle RSQ \cong \triangle UTQ$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**



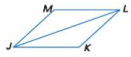
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليوميين	
AL مبتدئ	5–15, 30–47	34–37, فردي 5–15	6–14, زوجي, 30–33, 38–47
OL أساسي	5–27, فردي, 30–47	5–15, 34–37	16–28, 30–33, 38–47
BL متقدم	16–45, (اختياري: 46–47)		

319 / 205

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae



مثال 4

4. اكتب برهانًا من عمودين. **انظر الهامش.**

المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$; $\angle KJL \cong \angle MLJ$

المطلوب: $\overline{JM} \cong \overline{LK}$

التمرين وحل المسائل

مثال 1

البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين. **5-6. انظر الهامش.**

5. برهان حرّ

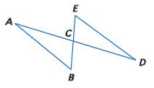
المعطيات: $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$, $\overline{XW} \cong \overline{ZY}$

المطلوب: $\triangle XYZ \cong \triangle ZWX$

6. برهان من عمودين

المعطيات: C نقطة منتصف كل من $\overline{AD}$, $\overline{BE}$

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle DCE$



7. الجسور يوجد الجسر المعلق أدناه في بوشانغ في مقاطعة خوبي في الصين. والجسر مدعوم باستخدام كابلات من الصلب معلقة من دعامتين خرسانيتين. إذا كانت الدعامتان بالارتفاع نفسه فوق الطريق وعموديتين على الطريق وتلتقي أعلى الكابلات عند نقطة في المنتصف بين الدعامتين. فبرهن على أن المثلثين الظاهرين في الصورة متطابقان. **انظر الهامش.**

الاستنتاج المنطقي حدد ما إذا كان $\triangle MNO \cong \triangle QRS$. اشرح. **8-11. انظر الهامش.**

8. $M(2, 5), N(5, 2), O(1, 1), Q(-4, -4), R(-7, -1), S(-3, 0)$

9. $M(0, -1), N(-1, -4), O(-4, -3), Q(-3, 3), R(-4, 4), S(-3, 7)$

10. $M(0, -3), N(0, 2), O(-3, 1), Q(4, -1), R(6, 1), S(9, -1)$

11. $M(4, 7), N(5, 4), O(2, 3), Q(2, 3), R(3, 0), S(0, -1)$

مثال 3

البرهان اكتب النوع المحدّد من البراهين. **13-14. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

12. برهان من عمودين

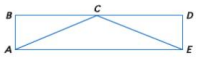
المعطيات: $\overline{KG}$ منصف عمودي لـ $\overline{FH}$

المطلوب: $\triangle KGH \cong \triangle KGF$

13. برهان حرّ

المعطيات: المستطيل $ABDE$، C نقطة منتصف $\overline{BD}$

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle EDC$



10. استخدم صيغة حساب المسافات. $MN = 5$، $QR = 2\sqrt{2}$، المثلثات ليست متطابقة.

11. استخدم صيغة حساب المسافات. $MN = QR = NO = RS = \sqrt{10}$، $MO = QS = 2\sqrt{5}$، المثلثات ليست متطابقة وفقًا لمسلّمة SSS.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

4. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$، $\angle KJL \cong \angle MLJ$ (معطيات)
2. $\overline{JL} \cong \overline{JL}$ (خاصية الانعكاس)
3. $\triangle JKL \cong \triangle LMJ$ (مسلّمة SAS)
4. $\overline{JM} \cong \overline{LK}$ (النظرية CPCTC)

5. طبقًا لخاصية الانعكاس. $\overline{XZ} \cong \overline{XZ}$.
وبناءً عليه، $\triangle XYZ \cong \triangle ZWX$ طبقًا لمسلّمة SSS.

6. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. C هي نقطة منتصف كل من $\overline{AD}$ و $\overline{BE}$ (معطيات)
2. $AC = DC$ و $BC = EC$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $\overline{AC} \cong \overline{DC}$، $\overline{BC} \cong \overline{EC}$ (تعريف التطابق)
4. $\angle ACB \cong \angle DCE$ (الزوايا الرأسية متطابقة)
5. $\triangle ABC \cong \triangle DCE$ (مسلّمة SAS)

7. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. C هي نقطة منتصف $\overline{BD}$، $\overline{AB} \perp \overline{BD}$، $\overline{ED} \perp \overline{BD}$، $AB = ED$ (معطيات)
2. $BC = DC$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $\overline{AB} \cong \overline{ED}$، $\overline{BC} \cong \overline{DC}$ (تعريف التطابق)
4. $\angle ABC$ و $\angle EDC$ زاويتان قائمتان. (تعريف المنصف العمودي)
5. $\angle ABC \cong \angle EDC$ (جميع الزوايا القائمة متطابقة)
6. $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ (حسب مسلّمة SAS)

8. استخدم صيغة حساب المسافات. $MN = QR = 3\sqrt{2}$، $NO = RS = MO = QS = \sqrt{17}$، المثلثات متطابقة وفقًا لمسلّمة SSS.

9. استخدم صيغة حساب المسافات. $QS = 4$، $MO = 2\sqrt{5}$ المثلثات ليست متطابقة.

319 / 206

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية خصص عدة تمارين للصف الدراسي. ثم اختر عدة طلاب ليعرضوا عملهم ويوضحوا كيف استخدموا مسلّمة SSS أو مسلّمة SAS لإثبات تطابق المثلثين.

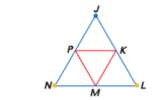
مثال 4

البرهان اكتب النوع المحدّد من البراهين. 15-14. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

14. برهان من عمودين

المعطيات: K نقطة منتصف $\overline{JL}$، P نقطة منتصف $\overline{JN}$، M نقطة منتصف $\overline{NL}$، $\triangle JLN$ متساوي الأضلاع

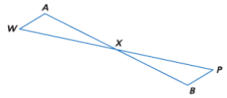
المطلوب: $\triangle NPM \cong \triangle LKM$



15. برهان حرّ

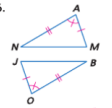
المعطيات: $\overline{AB}$ و $\overline{WP}$ ينصف كل منهما الآخر

المطلوب: $\angle A \cong \angle B$



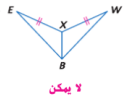
فرضيات حدد المسلّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أن المثلثين متطابقان. وإذا لم يكن ممكنًا إثبات التطابق، فاكتب لا يمكن.

16.



مسلّمة ضلعين وزاوية

17.



لا يمكن

18.

مسلّمة ضلعين وزاوية

19.

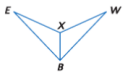
لا يمكن

20. **الموسيقى** لتحديد وتيرة معيّنة، يتم ضبط الوزن على بندول الإيقاع (المسرع) بحيث يتأرجح بمعدل محدد. أثبت أن المثلثات المتشكلة نتيجة حركة البندول متطابقة. أي أثبت أن $\triangle ABR \cong \triangle CBR$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

البرهان اكتب برهانًا من عمودين. 22-21. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

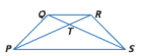
21. **المعطيات:** $\overline{XB}$ ينصف $\angle EBW$، $\overline{EB} \cong \overline{WB}$

المطلوب: $\angle E \cong \angle W$

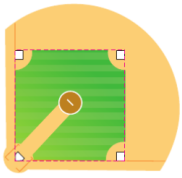


22. **المعطيات:** شبه منحرف متساوي الساقين $PQRS$

المطلوب: $\triangle PQR \cong \triangle SRQ$



23. **البيسبول** استخدم الرسم التخطيطي الموضح لملعب البيسبول.



انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

a. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن المسافة من القاعدة الأولى إلى القاعدة الثالثة هي نفسها المسافة من اللوح الأصلي إلى القاعدة الثانية.

b. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن الزاوية التي تتشكل من القاعدة الثانية واللوح الأصلي والقاعدة الثالثة هي نفسها الزاوية التي تتشكل من القاعدة الثانية واللوح الأصلي والقاعدة الأولى.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

عيّن مصطلح الرياضيات اطلب من طلابك أن يكتبوا بتعبيراتهم الخاصة كيف يستطيعون استخدام SSS و SAS في إثبات تطابق المثلثات.

إجابات إضافية

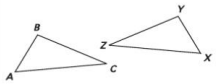
36. $\frac{3}{20}$؛ أولاً يجب عليك إيجاد عدد الطلاب في الصف الدراسي. يوجد لديك $14 + 3 + 2 + 1$ أو 20. بعد ذلك الاحتمال العشوائي لاختيار طالب ذي عين زرقاء هو عدد الطلاب ذوي العيون الزرقاء مقسوما على 20. ونظرًا لوجود 3 طلاب عيونهم زرقاء، فالاحتمال هو $\frac{3}{20}$.

تدريب على الاختبارات المعيارية

34. الجبر قطعت عائلة خالد مسافة 300 km بالسيارة لزيارة الجد والجدة. وقام السيد خالد بقيادة السيارة بسرعة 70 km/h لمسافة تعادل 65% من الرحلة و 35 km/h أو أقل لمسافة تعادل 20% من الرحلة المتبقية. باقتراض أن السيد خالد لم يقم بزيادة السرعة مطلقاً عن 70 km/h فكم عدد الكيلومترات التي قطعها بين 35 km/h و 70 km/h؟ B

A 195
B 84
C 21
D 18

35. في الشكل، $\angle Z \cong \angle C$ و $\overline{AC} \cong \overline{XZ}$.



ما المعلومات الإضافية التي يمكن استخدامها للبرهنة على أن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$؟ F

F $\overline{BC} \cong \overline{YZ}$
G $\overline{AB} \cong \overline{XY}$
H $\overline{BC} \cong \overline{XZ}$
J $\overline{XZ} \cong \overline{XY}$

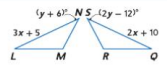
36. إجابة موسعة يوضح التمثيل البياني أدناه ألوان عيون كل الطلاب في صف دراسي. ما احتمال أن يكون الطالب المختار عشوائيًا من هذا الصف بعينين زرقاوين؟ اشرح تبريرك. **انظر الهامش.**

37. SAT/ACT إذا كان $4a + 6b = 6$ ، $-2a + b = -7$. فما قيمة a؟ D

A -2
B -1
C 2
D 3
E 4

مراجعة شاملة

في الرسم التخطيطي، $\triangle LMN \cong \triangle QRS$.



38. جد x. 5
39. جد y. 18

40. الفلك مجموعة الدبة الكبرى جزء من كوكبة الدب الأكبر. تشكل ثلاثة من النجوم الأكثر سطوعا في الكوكبة $\triangle RSA$. إذا كان $m\angle R = 41$ و $m\angle S = 109$، فجد $m\angle A$. 30

اكتب معادلةً وفق صيغة الميل والمقطع لكل خط.

41. $(-5, -3)$ و $(10, -6)$ $y = -\frac{1}{5}x - 4$
42. $(4, -1)$ و $(-2, -1)$ $y = -1$
43. $(-4, -1)$ و $(-8, -5)$ $y = x + 3$

مراجعة المهارات

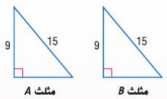
اذكر الخاصية التي تمثل كل عبارة.

44. $AB = AB$ **خاصية الانعكاس**
45. إذا كان $EF = GH$ و $GH = JK$، إذا $EF = JK$. **خاصية التعدي**
46. إذا كان $a^2 = b^2 - c^2$، إذا $b^2 - c^2 = a^2$. **خاصية التناظر**
47. إذا كان $XY + 20 = YW$ و $XY + 20 = DT$، إذا $YW = DT$. **خاصية التعويض**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسع المثلثان A و B كلاهما قائم الزاوية وكلّ منهما له ساق بطول 9 وطول وتره 15. أثبت أن المثلث A متطابق مع المثلث B، واشرح تبريرك. استخدم نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الساق المجهولة. 12. المثلثان متطابقان تبعا للمسلّمة SSS.



8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

التوسع 13-4
مختبر الهندسة
برهنة الإنشاءات

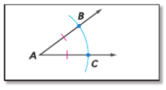
عندما ترسم الإنشاء باستخدام المسطرة والفرجار، فإنك تفترض تطابق القطع التي يتم إنشاؤها باستخدام ضبط واحد للفرجار. يمكنك استخدام هذه المعلومات إلى جانب التعريفات والمسلّمات والنظريات للبرهنة على الإنشاءات.

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدماً مختلف الأدوات والطرق (فرجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات ماكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك). استخدام معايير التقارب والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية.

النشاط

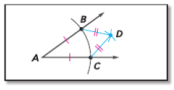
اتبع الخطوات أدناه لتنصيف زاوية. ثم برهن على الإنشاء.

الخطوة 1



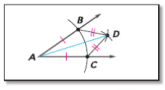
ارسم زاوية بالرأس A. ضع نقطة الفرجار عند A وارسم قوسًا يتقاطع مع كلا ضلعي $\angle A$. قم بتسمية النقطتين B وC. ضع علامة على القطع المتطابقة.

الخطوة 2



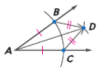
ضع نقطة الفرجار عند B، وارسم قوسًا في $\angle A$. باستخدام نصف القطر نفسه، ارسم قوسًا من C يتقاطع مع القوس الأول عند D. ارسم القطعتين $\overline{CD}$ و$\overline{BD}$. ضع علامة على القطع المتطابقة.

الخطوة 3



ارسم $\overline{AD}$.

المعطيات: وصف الخطوات والرسم التخطيطي للإنشاء



المطلوب: $\overline{AD}$ ينصف $\angle BAC$

البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. $\overline{AB} \cong \overline{AC}$	1. تم استخدام إعداد واحد للفرجار من النقطة A لإنشاء النقطتين B وC.
2. $\overline{BD} \cong \overline{CD}$	2. تم استخدام إعداد واحد للفرجار من النقطتين B وC لإنشاء النقطة D.
3. $\overline{AD} \cong \overline{AD}$	3. خاصية الانعكاس
4. $\triangle ABD \cong \triangle ACD$	4. مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة
5. $\angle BAD \cong \angle CAD$	5. مسلمة تطابق الأجزاء المتطابقة في المثلثات المتطابقة
6. $\overline{AD}$ ينصف $\angle BAC$.	6. تعريف منصف الزاوية

التمارين

1. قم بإنشاء مستقيم يوازي خط معين ويمر بنقطة معينة على المستقيم، واكتب برهانًا من عمودين لإنشائك.
2. قم بإنشاء مثلث متساوي الأضلاع، واكتب برهانًا حرًا لإنشائك. **3-1. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**
3. **تحدٍ** أنشئ منصف قطعة يكون عموديًا أيضًا على القطعة واكتب برهانًا من عمودين لإنشائك. (تلميح: ستحتاج إلى استخدام أكثر من زوج من المثلثات المتطابقة).

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف برهنة الإنشاءات باستخدام القياسات المتطابقة.

المواد الخاصة لكل مجموعة

- فرجار
- مسطرة تقويم

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

نظم الطلاب في مجموعات متنوعة القدرات كل منها من طالبَيْن. اطلب منهم بعد ذلك إكمال النشاط.

اطرح الأسئلة التالية:

- كيف تعرف أن أيا من هذه القطع المستقيمة متطابقة في الخطوة 1؟ $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ لأن تلك القطع المستقيمة تم إنشاؤها باستخدام وضعية الفرجار نفسها. وهذا يؤكد أن هذه القطع المستقيمة لها نفس الطول.
- كيف تتأكد أنّ $\overline{BD}$ و$\overline{CD}$ قطعتان متطابقتان؟ لا بد من الحذر التام للحفاظ على نفس وضعية الفرجار لضمان قياسات متساوية من قطعة لأخرى.
- هل $\overline{AB}$ و$\overline{AC}$ و$\overline{BD}$ و$\overline{CD}$ قطعٌ متطابقةٌ؟ ما الذي يجب أن يحدث حتى تتطابق جميع هذه القطع مع بعضها؟ ليس بالضرورة؛ تتساوى أطوال هذه القطع الأربع فقط إذا حافظنا على وضعية الفرجار نفسها في القياسات الأربعة كلها.
- خطأ شائع في برهان إثبات أنّ $\triangle DBC \cong \triangle ABC$. ما الخطأ؟ الخطأ في أن نذكر الأجزاء المتطابقة في كل مثلث بمفرده بدلا من أن نكون في الأجزاء المتناظرة في مثلّثَيْن مختلفَيْن.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 1 إلى 3.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمارين 2-1 للتأكد من فهم الطلاب لطريقة برهنة الإنشاءات.

من العملي إلى النظري

استخدم معرفتك عن الزوايا التي تمت مناقشتها في المعمل لتوضيح أنّ $\overline{AD}$ ينصف $\angle BAC$ جبريًا. نظرًا لأنّ $\angle CAD \cong \angle BAD$، فإن $m\angle BAD = m\angle CAD$. وأيضا، $m\angle BAD + m\angle CAD = m\angle BAC$. باستخدام التعويض، $m\angle BAD + m\angle BAD = m\angle BAC$، $2m\angle BAD = m\angle BAC$، $m\angle BAD = \frac{m\angle BAC}{2}$، $m\angle CAD = \frac{m\angle BAC}{2}$. إذًا، $\overline{AD}$ ينصف $\angle BAC$.

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

التقويم التكويني

استخدم اختبار منتصف الوحدة لتقويم تقدم الطلاب في الجزء الأول من الوحدة.

بالنسبة للمسائل المجاب عنها بشكل خاطئ، كلّف الطلاب بمراجعة الدروس المشار إليها بين الأقواس.

المطويات® منظّم الدراسة

المطويات® دينا زايك

قبل أن ينتهي الطلاب من اختبار منتصف الوحدة، شجعهم على مراجعة معلومات الدروس من 1-13 إلى 4-13 المكتوبة في مطوياتهم.

إجابات إضافية

20. العبارات (المبررات)

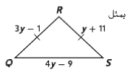
1. $\triangle LMN$ مثلث متساوي الساقين. حيث $\overline{LM} \cong \overline{NM}$. (معطيات)
2. $\overline{MO}$ ينصف $\angle LMN$. (معطيات)
3. $\angle 2 \cong \angle 1$ (تعريف منصف الزاوية)
4. $\overline{MO} \cong \overline{MO}$ (خاصية الانعكاس)
5. $\triangle MLO \cong \triangle MNO$ (مسلّمة SAS)

13 اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 1-13 إلى 4-13

1. هندسة الإحداثيات حدد تصنيف $\triangle ABC$ بالرؤوس $A(-2, -1)$ و $B(-1, 3)$ و $C(2, 0)$ باعتباره مختلف الأضلاع، أو متساوي الأضلاع أو متساوي الساقين. **متساوي الساقين**

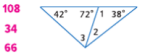
2. الاختبار من متعدد أي مما يلي يمثل قياسات أضلاع مثلث متساوي الساقين $\triangle QRS$؟ **A**



A 17, 17, 15
B 15, 15, 16
C 14, 15, 14
D 14, 14, 16

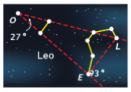
3. الجبر جد قيمة x وطول كل ضلع إذا علمت أن $\triangle WXY$ مثلث متساوي الأضلاع أضلاعه $\overline{WX} = 6x - 12$، $\overline{XY} = 2x + 10$ و $\overline{WY} = 4x - 1$. **$x = 5.5$; $WX = XY = WY = 21$**

جد قياس جميع الزوايا المشار إليها.

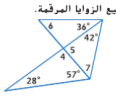


4. $m\angle 1$ **108**
5. $m\angle 2$ **34**
6. $m\angle 3$ **66**

7. فلك ليو هي عبارة عن كوكبة على شكل أسد. تشكل ثلاثة من النجوم الأكثر سطوعا في الكوكبة $\triangle LEO$. إذا كانت الزوايا بالقياسات الموضحة في الشكل. فجد $m\angle OLE$ **66**

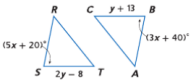


جد قياس جميع الزوايا المرقمة.



8. $m\angle 4$ **95**
9. $m\angle 5$ **85**
10. $m\angle 6$ **49**
11. $m\angle 7$ **53**

في الرسم التخطيطي، $\triangle ABC \cong \triangle RST$.



12. جد x **10**
13. جد y **21**

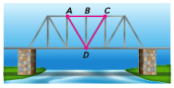
14. الهندسة المعمارية يوضح الرسم التخطيطي منزلا بهيكل على شكل A وبه عدة نقاط لها أسماء. افترض أن القطع والزوايا التي تبدو متطابقة في الرسم التخطيطي متطابقة. أوضح أي المثلثات متطابقة.

انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

15. الاختبار من متعدد حدد العبارة الصحيحة إذا علمت أن $\triangle CBX \cong \triangle SML$. **J**

F $\overline{MO} \cong \overline{SL}$
G $\overline{XC} \cong \overline{ML}$
H $\angle X \cong \angle S$
J $\angle XCB \cong \angle LSM$

16. الجسور ذ ظهر أطواق حديدية لجسر في الرسم التخطيطي أدناه. حيث $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ و B نقطة منتصف $\overline{AC}$. ما الطريقة التي يمكن استخدامها لإثبات أن $\triangle ABD \cong \triangle CBD$؟ **مسلّمة تساوي ضلعين وزاوية**



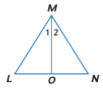
حدد ما إذا كان $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$

17. $P(3, -5)$, $Q(11, 0)$, $R(1, 6)$, $X(5, 1)$, $Y(13, 6)$, $Z(3, 12)$ **نعم**
18. $P(-3, -3)$, $Q(-5, 1)$, $R(-2, 6)$, $X(2, -6)$, $Y(3, 3)$, $Z(5, -1)$ **لا**
19. $P(8, 1)$, $Q(-7, -15)$, $R(9, -6)$, $X(5, 11)$, $Y(-10, -5)$, $Z(6, 4)$ **نعم**

20. اكتب برهانا من عمودين. **انظر الهامش.**

المعطيات: $\triangle LMN$ مثلث متساوي الساقين. حيث $\overline{LM} \cong \overline{NM}$ و $\overline{MO}$ ينصف $\angle LMN$.

المطلوب: $\triangle MLO \cong \triangle MNO$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 5-13 إثبات تطابق المثلثات باستخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، ومسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (SAS).

الدرس 5-13 استخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (ASA) ومسلّمة تساوي ضلعين وزاوية (AAS) لاختبار تطابق المثلث.

بعد الدرس 5-13 استخدام مسلّمات تطابق المثلثات لتخمين وتبرير خواص الأشكال الهندسية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

- في الفقرة، هناك ادّعاءٌ يقول إنه يمكن قياس مسار السباق بطريقة غير مباشرة. فإلى أيّ سطحٍ ستحوّل طول المسار؟ الأرض أو الشاطئ
- لتقدير المسافة من الشاطئ حتى نقطة بداية السباق، قف عن نقطة تكون عمودية على خط بداية السباق وانظر مباشرة إلى نقطة البداية. اجعل عينيك ثابتتين ورقبتك كذلك، وقم بلف جسمك لتصبح على نفس الخط البصري للنقطة على الأرض. قِس بعد ذلك المسافة من مكان وقوفك إلى النقطة التي أنشأتها على الأرض. لقد أنشأت ثوًّا مثلثَيْن متطابقيْن؛ كيف تثبت ذلك؟ لأنك قائمٌ عموديا على الأرض. فتكوّن من ذلك زاويتان قائمتا الزاوية متطابقتان. الزوايا الناتجة من الخط البصري متساوية وكذلك ارتفاعك عن الأرض متساوٍ في كلا المثلثين. ولذلك، فالمثلثان المتكونان متطابقان حسب المسلّمة ASA؛ وكذلك حسب النظرية CPCTC؛ فإنّ المسافات متساوية.

13-5 إثبات تطابق المثلثات – تساوي زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) وتساوي زاويتين وضلع (AAS)

السابق
- لقد برهنت على تطابق مثلثين باستخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS) وتساوي ضلعين وزاوية (SAS).

الحالي
1. استخدام مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) لاختبار التطابق.
2. استخدام نظرية تساوي زاويتين وضلع (AAS) لاختبار التطابق.

لماذا؟
- تتضمن رياضة التجديف بالتشيط، وتسمى أيضا *الطافر*، شخصين أو أكثر يجلسون بمواجهة مؤخرة القارب ويسحب كل مجدف مجدافًا واحدًا في مسابقات المدرسة الثانوية. يتطلب السباق الذي يسمى *ريفاتا* في العادة مسطحا مائيا يزيد طوله على 1500 متر. يمكن استخدام المثلثات المتطابقة لقياس المسافات التي لا يمكن قياسها مباشرة بسهولة، مثل طول مسار الريفاتا.

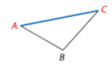
المفردات الجديدة
ضلع محصور
included side

إثبات نظريات حول المثلثات باستخدام معايير التقارب والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين باستخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

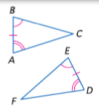
1 مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)

الضلع المحصور هو الضلع الموجود بين زاويتين متتاليتين في مضلع. في $\triangle ABC$ على اليسار، $\overline{AC}$ هو الضلع المحصور بين $\angle A$ و $\angle C$.



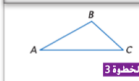
المسلّمة 13.3 تطابق زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)

عند تطابق زاويتين والضلع المحصور بينهما في مثلث مع زاويتين والضلع المحصور بينهما في مثلث آخر، يكون المثلثان متطابقان.



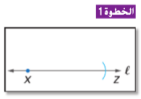
مثال إذا كانت الزاوية $\angle D \cong \angle A$،
والضلع $\overline{AB} \cong \overline{DE}$،
الزاوية $\angle E \cong \angle B$،
فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

الإنشاء مثلثان متطابقان باستخدام زاويتين والضلع المحصور بينهما



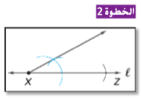
ارسم مثلثا وسمه $\triangle ABC$. ثم استخدم مسلّمة تساوي زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) لإنشاء $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$.

الخطوة 1



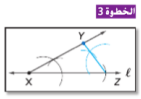
ارسم المستقيم ℓ وحدد النقطة X وقم بإنشاء $\overline{XZ} \cong \overline{AC}$ بحيث $\overline{XZ}$ على ℓ.

الخطوة 2



أنشئ زاوية متطابقة مع $\angle A$ عند X باستخدام $\overline{XZ}$ كضلع للزاوية.

الخطوة 3



أنشئ زاوية متطابقة مع $\angle C$ عند Z باستخدام $\overline{XZ}$ كضلع للزاوية. ضع اسما للنقطة التي يلتقي عندها الضلعان الجديدان للزوايا Y.

McGraw-Hill Education محفوظ وثابت © مجموعة ماكجرو هيل للتعليم

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

1 مسلّمة تساوي زاويتين وضلع محصور بينهما (ASA)

المثال 1 يوضح طريقة استخدام مسلّمة ASA في البرهان.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: L هي نقطة المنتصف للقطعة $\overline{WE}$.
$\overline{WR} \parallel \overline{ED}$

المطلوب: $\triangle WRL \cong \triangle EDL$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. L هي نقطة المنتصف للقطعة $\overline{WE}$ (معطيات)
2. $\overline{WL} \cong \overline{LE}$ (نظرية نقطة المنتصف)
3. $\overline{WR} \parallel \overline{ED}$ (معطيات)
4. $\angle W \cong \angle E$ (نظرية الزوايا الداخلية)
5. $\angle WLR \cong \angle ELD$ (نظرية الزوايا الرأسية)
6. $\triangle WRL \cong \triangle EDL$ (مسلّمة ASA)

مثال 1 استخدام مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA) لإثبات أن المثلثين متطابقان

اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\overline{QS}$ ينصف $\angle PQR$
$\angle PSQ \cong \angle RSQ$

المطلوب: $\triangle PQS \cong \triangle RQS$

البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. $\overline{QS}$ ينصف $\angle PQR$، $\angle PSQ \cong \angle RSQ$	1. المعطيات
2. $\angle PQS \cong \angle RQS$	2. تعريف منصف الزاوية
3. $\overline{QS} \cong \overline{QS}$	3. خاصية الانعكاس في التطابق
4. $\triangle PQS \cong \triangle RQS$	4. مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)

تمرين موجّه

1. اكتب برهانًا تسلسليًا. **انظر الهامش.**

المعطيات: $\overline{ZX}$ ينصف $\angle WZY$، $\overline{XZ}$ ينصف $\angle YXW$

المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle XZY$

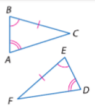
2 نظرية تساوي زاويتين وضلع

تطابق زاويتين وضلع غير محصور كاف أيضا للبرهنة على تطابق مثلثين. تمثل علاقة التطابق هذه نظرية لأنها يمكن البرهنة عليها باستخدام نظرية الزوايا الثالثة.

النظرية 13.5 تطابق بتساوي زاويتين وضلع (AAS)

عند تطابق زاويتين والضلع غير المحصور بينهما في مثلث مع زاويتين وضلع مناظرين في مثلث آخر، فالمثلثان متطابقان.

مثال إذا كانت الزاوية $\angle D \cong \angle A$،
الزاوية $\angle E \cong \angle B$،
و الضلع $\overline{BC} \cong \overline{EF}$
فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

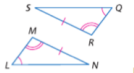


إثبات نظرية زاويتين وضلع

المعطيات: $\angle L \cong \angle Q$، $\angle M \cong \angle R$، $\overline{MN} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $\triangle LMN \cong \triangle QRS$

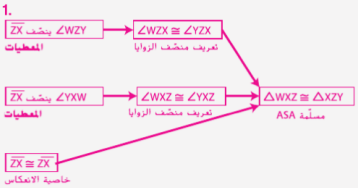
البرهان:



McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

1.



التركيز على محتوى الرياضيات

التدخل التقويمي قد يسأل الطالب عن إثبات التطابق باستخدام المسلّمة SSA. وضح أن المثلثين اللّذين بهما تطابق زوجان من الأضلاع والزوايا غير المحصورة لا يكونان بالضرورة متطابقين. فموقع الزوايا بالنسبة إلى أضلاع المثلث هو أمرٌ حاسمٌ وأساسيٌّ لإثبات التطابق.

319 / 213

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

2 نظرية تطابق زاويتين وضلع (AAS)

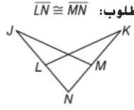
المثال 2 يوضح طريقة إثبات تطابق مثلثين باستخدام النظرية 13.5.
المثال 3 يوضح طريقة استخدام المثلثات المتطابقة في قياس المسافات بطريقةٍ غير مباشرةٍ.

أمثلة إضافية

2 اكتب برهانًا حرًّا.

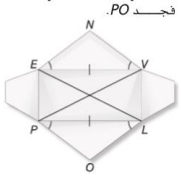
المعطيات: $\angle NKL \cong \angle NJM$, $\overline{KL} \cong \overline{JM}$

المطلوب: $\overline{LN} \cong \overline{MN}$



البرهان:
$\angle NKL \cong \angle NJM$, $\overline{KL} \cong \overline{MN}$ و $\angle N \cong \angle N$ طبقًا لخاصية الانعكاس. ومن ثم، $\triangle JNM \cong \triangle KNL$ طبقًا لمسلّمة AAS. وفقًا للنظرية CPCTC، $\overline{LN} \cong \overline{MN}$.

3 **التصنيع** تصمِّم ميساء قالبًا ورقيًّا لمظروف معين. قامت بتصميم اللسان العلوي واللسان السفلي على هيئة مثلثين متساويي الساقين بهما قاعدتان متطابقتان وزوايا قاعدة متطابقة. إذا كان $EV = 8$ cm وارتفاع المثلث المتساوي الساقين يساوي 3 cm، فجد PO.

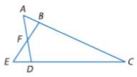


$PO = 5$ cm

انتبه!
أين الضلع؟ يمكن استخدام المسلّمة AAS فقط عند عدم وجود الضلع بين الزاويتين.

مثال 2 استخدام مسلّمة زاويتين وضلع لإثبات أن المثلثين متطابقان

اكتب برهانًا من عمودين.



المعطيات: $\angle DAC \cong \angle BEC$, $\overline{DC} \cong \overline{BC}$

المطلوب: $\triangle ACD \cong \triangle ECB$

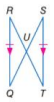
البرهان: نعلم أن $\angle BEC \cong \angle DAC$ و $\overline{DC} \cong \overline{BC}$، $\angle C \cong \angle C$ حسب خاصية الانعكاس. حسب مسلّمة ضلعين وزاوية، $\triangle ACD \cong \triangle ECB$.

تمرين موجه انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

2. اكتب برهانًا تسلسليًا.

المعطيات: $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$، $\overline{RQ} \parallel \overline{ST}$

المطلوب: $\triangle RUQ \cong \triangle TUS$



يمكنك استخدام المثلثات المتطابقة لقياس المسافات التي من الصعب قياسها مباشرة.

مثال 3 من الحياة اليومية تطبيق تطابق المثلثات

الخدمة المجتمعية يعمل نادٍ ضمن مجموعة للخدمة المجتمعية لبناء جسر يعبر قناة في حديقة محلية. سيغطي الجسر القناة بين النقطتين C و B. حدد خلف النقطة الثابتة D لاستخدامها كنقطة مرجعية بحيث يُكون بين القطع المستقيمة الموضحة. A نقطة منتصف $\overline{CD}$ و DE تساوي 5 أمتار. ما الطول المطلوب للجسر؟

لتحديد طول $\overline{CD}$ يجب أن نبرهن أولا على أن المثلثين اللذين صنعهما خلف متطابقان.

- بما أن $\overline{CB}$ متعامد على كل من $\overline{DE}$ و $\overline{CB}$ تشكل القطع مثلثات قائمة الزاوية كما يظهر على الرسم التخطيطي.
- كل الزوايا القائمة متطابقة. إذا $\angle BCA \cong \angle EDA$.
- النقطة A هي نقطة المنتصف في $\overline{CD}$. إذا $\overline{CA} \cong \overline{AD}$.
- $\angle BAC$ و $\angle EAD$ زاويتان متطابقتان بالرأس. ولذلك فهما متطابقتان.

وإذا، وبموجب مسلّمة زاويتين وضلع محصور بينهما، فإن $\triangle BAC \cong \triangle EAD$.

بما أن $\overline{CB} \cong \overline{DE}$. حسب CPCTC $\triangle BAC \cong \triangle EAD$. بما أن قياس $\overline{DE}$ هو 5 m. إذا قياس $\overline{CB}$ كذلك 5 m. إذا، الطول المطلوب للجسر هو 5 m.

نصيحة دراسية **تطابق الزوايا الثلاث** في المثال 3، $\angle B$ و $\angle E$ متطابقتان حسب نظرية الزوايا الثالثة. إلا أن تطابق الزوايا المتناظرة الثلاثة جميعًا لا يكفي للبرهنة على أن المثلثين متطابقان.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مجموعة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL

تمرين شخصي اطلب من الطلاب دراسة براهين الأمثلة الموجودة في هذا الدرس وملاحظة الخواص المتكررة، مثل خواص انعكاس الزوايا، والقطع المستقيمة، والمنصفات، ونقاط المنتصف، وغيرها. يستطيع الطلاب أن يبدؤوا بمشاهدة بعض الأشياء أثناء عملهم على البراهين والتي يمكن أن تتضمن الخواص المتكررة، والنظريات، والصيغ، والطرق التي يمكنهم الرجوع إليها في الدروس اللاحقة. كما يمكنهم النظر إلى ترتيب الخطوات في البراهين الحرّة، والبراهين التسلسلية، والبراهين ذات العمودين من أجل معرفة التشابهات والاختلافات.

8:39 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو اجعل الطلاب يعملوا في مجموعات موضحين كيفية إثبات أن المثلثين متطابقان مستخدمين مسلّمة ASA و/أو مسلّمة AAS. وانشر مقاطع الفيديو على موقع ويب لمشاركة مواقع الفيديو واجعل كل مجموعة تشاهد مقاطع فيديو المجموعات الأخرى.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-5 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

3. لدينا في المعطيات $\overline{BC} \perp \overline{AC}$, $\overline{DE} \perp \overline{CE}$, $\angle BAC \cong \angle DCE$, و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. بما أن $\overline{BC} \perp \overline{AC}$ و $\overline{DE} \perp \overline{CE}$ و $\angle BCA$ و $\angle DEC$ عبارة عن زوايا قائمة. $\angle BCA \cong \angle DEC$ وهذا لأن جميع الزوايا القائمة تكون متطابقة. بعد ذلك، وطبقًا لمسلّمة AAS، $\triangle BAC \cong \triangle DCE$. ومن ثم، $\overline{BC} \cong \overline{DE}$ وفقًا للنظرية CPCTC.

إجابات إضافية

1.

2. البرهان:

العبارات (المبررات)

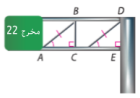
1. $\overline{WT} \parallel \overline{NE}$; $\overline{TO} \cong \overline{EO}$ (معطيات)
2. $\angle OTW \cong \angle OEN$, $\angle OWT \cong \angle ONE$ (الخطوط المتوازية يقطعها خط مستعرض، الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة)
3. $\triangle WOT \cong \triangle NOE$ (مسلّمة AAS)
3. إذا قطع خط مستعرض خطين متوازيين، فإن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة. ومن ثم، $\angle 2 \cong \angle 3$; $\angle 1 \cong \angle 4$. $\overline{RW} \cong \overline{RW}$ طبقًا لخاصية الانعكاس. $\triangle RWV \cong \triangle WRT$ وفقًا لخاصية التطابق للمسلّمة ASA.
4. **البرهان:**

العبارات (المبررات)

1. $\overline{XB}$ ينصف $\angle EBW$ و $\angle EXW$ (معطيات)
2. $\angle EXB \cong \angle WXB$; $\angle EBX \cong \angle WBX$ (تعريف منصف الزاوية)
3. $\triangle EXB \cong \triangle WXB$ (مسلّمة AAS)

تمرين موجه

3. في سقالة اللافتة الظاهرة على اليسار، $\overline{BC} \perp \overline{AC}$ و $\overline{DE} \perp \overline{CE}$. $\angle BAC \cong \angle DCE$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. واكتب برهان حرّ لإثبات أن $\overline{BC} \cong \overline{DE}$. **انظر الهامش.**



لقد تعلمت عدة طرق للبرهنة على تطابق المثلثات.

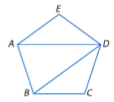
ملخص المفهوم البرهنة على تطابق المثلثات

ضلع-ضلع-ضلع	ضلع-زاوية-ضلع	زاوية-ضلع-زاوية	ضلع-ضلع-زاوية
تطابق ثلاثة أزواج من الأضلاع المتناظرة.	تطابق زوجين من الأضلاع المتناظرة والزاويتين المحصورتين بينهما.	تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة والضلعين المحصورين بينهما.	تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة والضلعين المتناظرين غير المحصورين.

التحقق من فهمك

مثال 1 **البرهان** اكتب النوع المحدد من البراهين. **4-1. انظر الهامش.**

1. برهان تسلسلي
المعطيات: خماسي منتظم $ABCDE$
المطلوب: $\overline{AD} \cong \overline{DB}$

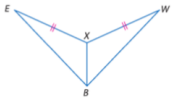


2. برهان من عمودين
المعطيات: $\overline{WT} \parallel \overline{NE}$, $\overline{TO} \cong \overline{EO}$
المطلوب: $\triangle WOT \cong \triangle NOE$

مثال 2

3. برهان حرّ
المعطيات: $\overline{RV} \parallel \overline{TW}$; $\overline{RT} \parallel \overline{VW}$
المطلوب: $\triangle RWV \cong \triangle WRT$

4. برهان من عمودين
المعطيات: $\overline{XB} \perp \overline{EX}$, $\overline{WX}$ ينصف $\angle EXW$ و $\angle EBW$
المطلوب: $\triangle EXB \cong \triangle WXB$



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

8:40 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

مثال 3

5. **بناء الجسور** تحتاج مهندسة مسح إلى إيجاد المسافة من النقطة A إلى النقطة B عبر أحد الأودية. وضعت وتدًا عند A، ووضع زميل لها وتدًا عند B على الجانب الآخر من الوادي ثم حددت مهندسة المسح النقطة C على نفس الجانب من الوادي الموجود عليه A بحيث $\overline{CA} \perp \overline{AB}$ ثم وضع وتد رابع عند E نقطة منتصف $\overline{CA}$. وأخيرًا، ثم وضع وتد عند D بحيث إن $\overline{CD} \perp \overline{CA}$ وتقع D و E، و B على الخط نفسه.

a. اشرح كيف تستطيع مهندسة المسح استخدام المثلثات التي تشكلت لإيجاد AB. **انظر الهامش.**

b. إذا كان $AC = 1500$ m، و $DC = 690$ m، و $DE = 973.5$ m. فما قياس $\angle B$؟ اشرح تبريرك.

690 m، بما أن $DC = 690$ m و $\overline{DC} \cong \overline{AB}$، فحسب تعريف التطابق، يكون $AB = 690$ m.

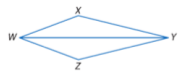
التمرين وحل المسائل

مثال 1

البرهان اكتب برهانًا حرًا. **6–7. انظر الهامش.**

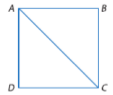
6. **المعطيات:** $\overline{WY}$ ينصف $\angle XWZ$ و $\angle XYZ$

المطلوب: $\triangle WYX \cong \triangle YWZ$



7. **المعطيات:** $\overline{AB} \perp \overline{BC}$، $\overline{AB} \perp \overline{AD}$

المطلوب: $\triangle ACD \cong \triangle CAB$



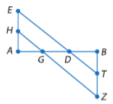
8. **الألعاب** الصورة على اليسار توضح بيت بطاقات. بيت البطاقات هو هيكل ناتج عن تكديس بطاقات اللعب فوق بعضها. اشرح كيف تساعد الخطوط المتوازية والمثلثات المتطابقة من يحاول بناء بيت بطاقات. **انظر الهامش.**

مثال 2

البرهان اكتب برهانًا من عمودين. **9–10. انظر ملحق إجابات الوحدة 12.**

9. **المعطيات:** $\overline{AC} \cong \overline{BD}$؛ $\angle A \cong \angle B$

المطلوب: $\triangle ADE \cong \triangle BGZ$



10. **المعطيات:** $\overline{HZ} \parallel \overline{ET}$؛ $\overline{EH} \cong \overline{ZT}$

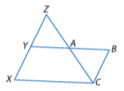
المطلوب: $\triangle CDB \cong \triangle CDA$

11. **فرضيات** اكتب برهانًا تسلسليًا.

المعطيات: $\overline{AY} \cong \overline{BA}$؛ $\overline{ZX} \parallel \overline{BC}$

المطلوب: $\overline{YZ} \cong \overline{BC}$

انظر ملحق إجابات الوحدة 13.



حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل للتعليم
McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	6–13, 22–24, 26–36	7–13, 27–30, فردي	6–12, 22–24, 26, 31–36, زوجي
OL أساسي	7–15, 16, 17–21, فردي 21–24, 26–36, فردي	6–13, 27–30	14–24, 26, 31–36
BL متقدم	14–36		

إجابات إضافية

5a. نحن نعلم أن $\angle BAE$ و $\angle DCE$ متطابقتان لأنهما زاويتان قائمتان. $\overline{AE}$ متطابق مع $\overline{EC}$ حسب نظرية نقطة المنتصف. وحسب نظرية الزوايا المتقابلة الرأسية، $\angle DEC \cong \angle BEA$. حسب المسلّمة ASA، فإن المساح يعرف أن $\triangle BAE \cong \triangle DCE$. وفقًا للنظرية $CPCTC$، $\overline{DC} \cong \overline{AB}$. إذًا، يستطيع المساح قياس $\overline{DC}$ ويعرف المسافة بين A و B.

6. البرهان: وفقًا لتعريف منصف الزاوية، $\angle ZWY \cong \angle XWY$ و $\angle ZYW \cong \angle XYW$. يتشارك المثلثان في الضلع $\overline{WY}$. وفقًا لخاصية الانعكاس، $\overline{YW} \cong \overline{WY}$. وفقًا للمسلّمة ASA، $\triangle WYX \cong \triangle YWZ$.

7. البرهان: يوجد خطان متعامدان على الخط نفسه، وهما موازيان لبعضهما البعض. ومن ثم، $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$. عندما يقطع خط مستعرض خطوطا متوازية، فإن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة، $\angle BCA \cong \angle DAC$، $\angle BAC \cong \angle DCA$. يتشارك المثلثان في الضلع $\overline{AC}$. ومن ثم، تعرفنا خاصية الانعكاس أن $\overline{AC} \cong \overline{AC}$. وفقًا للمسلّمة ASA، $\triangle CAB \cong \triangle ACD$.

8. البرهان: البطاقات متساوية في الحجم. وهذا ما يجعل الضلعان متطابقين. إذا تم وضع البطاقات بالزاوية نفسها، فإن المثلثات ستكون متطابقة وفقًا لمسلّمة SAS. والبطاقات الأفقية التي تشكل الأرضيات تشبه الخطوط المتوازية. والبطاقات التي تشكل جوانب المنزل تشبه الخطوط المستعرضة. ومن ثم، تكون الزوايا الداخلية المتبادلة والمتناظرة متطابقة. باستخدام تلك الخصائص، نحصل على منزل ثابت من البطاقات.

319 / 216

8:40 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

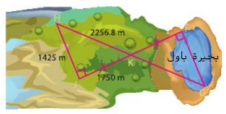
12. البرهان اكتب برهانا تسلسليا.

المعطيات: $\overline{XZ}$ هو المنصف العمودي لـ $\overline{WY}$

المطلوب: $\angle Y \cong \angle W$ **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

مثال 3

13. تمثيل النماذج تريد مدرسة ثانوية أن تقيم سباق تجديف طوله 1500 m على بحيرة باول لكنها غير متأكدة مما إذا كانت البحيرة طويلة بما يكفي. لقياس المسافة عبر البحيرة، يحدد أعضاء الطاقم رؤوس المثلثات أدناه ويتوصلون إلى قياس أطوال $\triangle HJK$ كما يظهر أدناه.

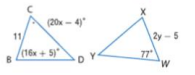


a. اشرح كيف يستطيع فريق الطاقم استخدام المثلثات التي تتشكل لتقدير مسافة FG عبر البحيرة. **انظر الهامش.**

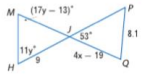
b. باستخدام القياسات المعطاة، هل البحيرة طويلة بما يكفي لكي يستخدمها الفريق كموقع لسباقهم؟ **اشرح تبريرك. لا؛ $HJ = 1425$ m، إذًا $FG = 1425$ m. إذا كان السباق سيبلغ 1500 m، فالبحيرة ليست طويلة بما يكفي، بما أن $1425 < 1500$.**

B الجبر جـــد قيمة المتغير الذي يعطي مثلثات متطابقة.

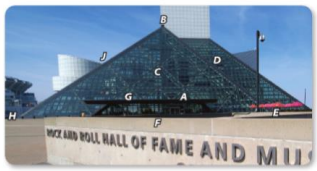
14. $\triangle BCD \cong \triangle WXY$ $x = 4.5$; $y = 8$



15. $\triangle MHJ \cong \triangle PQJ$ $x = 7$, $y = 5$



16. تصميم المسرح تبدوالأطواق الحديدية لسقف المسرح المكشوف الظاهر أدناه مكونة من عدة أزواج مختلفة من المثلثاتالمتطابقة. افترض أن الأطواق الحديدية التي يبدو أنها تقع على خط واحد تقع فعليًا على خط واحد. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13. 16a–c**



a. إذا كان $\overline{AB}$ ينصف $\angle CBD$ و $\angle CAD$. فبرهن على أن $\triangle ABD \cong \triangle ABC$.

b. إذا كان $\triangle ABD \cong \triangle ABC$ و $\angle EDA \cong \angle FCA$. فبرهن على أن $\triangle DAE \cong \triangle CAF$.

c. إذا كان $\angle BEA \cong \angle BHG$ و $\overline{HB} \cong \overline{EB}$، و $\angle HGJ \cong \angle EAD$، و $\angle JGB \cong \angle DAB$. فبرهن على أن $\triangle BEA \cong \triangle BHG$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية

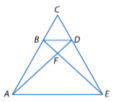
13a. $\angle HJK \cong \angle GFK$ بما أن جميع الزوايا الثائمة متطابقة. وتقول المعطيات إن $\angle HKJ \cong \angle FKG$ و $JK \cong KF$ زاويتان متقابلتان بالرأس. إذا $\angle HKJ \cong \angle FKG$ بناءً على نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس. وبناءً على مسلّمة ASA، يكون $\triangle HJK \cong \triangle GFK$، إذا $\overline{HJ} \cong \overline{FG}$ بناءً على نظرية CPCTC.

8:40 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

البرهان اكتب برهانا حرًا. **17–18. انظر الهامش.**

17. **المعطيات:** $\overleftrightarrow{RS}$ ينصف $\angle CSA$ و $\angle CHA$
المطلوب: $\triangle AHS \cong \triangle CHS$

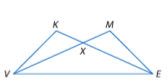
18. **المعطيات:** $\triangle BDF$ متساوي الأضلاع؛ $\angle DEB \cong \angle BAD$
المطلوب: $\triangle DEB \cong \triangle BAD$



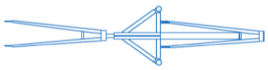
البرهان اكتب برهانا من عمودين. **19–20. انظر الهامش.**

19. **المعطيات:** $\angle CFD \cong \angle CED$ $\overline{CD}$ ينصف $\angle ECF$
المطلوب: $\triangle CED \cong \triangle CFD$

20. **المعطيات:** $\overline{VK} \perp \overline{KX}; \overline{EM} \perp \overline{MX}; \overline{KX} \cong \overline{MX}$
المطلوب: $\angle E \cong \angle V$



21. **الدراجة الثلاثية** يصور الرسم أدناه هيكل دراجة ثلاثية يتم النظر إليها من الجو.



a. خمن نوعين من المثلثات المستخدمة لعمل الهيكل الأساسي **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

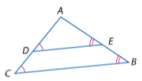
b. ما المعلومات المطلوبة لإثبات تطابق المثلثات؟ **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

23. **خليفة على صواب. لا يمكن أن يكون المثلثان متطابقين. بالرغم من أن جميع الزوايا المتناظرة متطابقة، لكن الأضلاع غير متطابقة. إذًا، المثلثان غير متطابقين.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

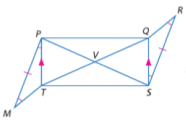
22. **الكتابة في الرياضيات** باستخدام مستطيل، اشرح طريقتين على الأقل لإثبات أن القطر يقسم المستطيل إلى مثلثين متطابقين. **انظر الهامش.**

23. **تحليل الخطأ** يقول خليفة إنه من الممكن إثبات أن $\triangle ACB \cong \triangle ADE$ ولكن خميس يختلف معه. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تبريرك.



24. **التبرير** حدد ما إذا كان يمكن استخدام مسلمة ضلعين وزاوية (SSA) لإثبات تطابق مثلثين. اشرح تبريرك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

25. **تحد** باستخدام المعلومات المذكورة في الرسم التخطيطي، اكتب برهانا تسلسليا يثبت أن $\triangle PVT \cong \triangle SVQ$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**



26. **الكتابة في الرياضيات** كيف تعرف الطريقة (مسلّمة الأضلاع الثلاثة ومسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما، إلخ) التي يتم استخدامها عند البرهنة على تطابق المثلثات؟ استخدم مخططا لشرح تبريرك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

McGraw-Hill Education © مجموعة لصالح مؤسسة حمدان للتعليم والتأليف

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 23، خليفة محق. لقد وضح خليفة أن كل الأزواج الثلاثة من الزوايا المتناظرة للمثلثين المتطابقين متطابقة. ولكن هذا لم يثبت أنّ $\triangle ACB \cong \triangle ADE$. في الحقيقة، قد يكون بالمثلثين زوايا متناظرة ومتطابقة، ولكن قد تختلف أطوال أضلاعها.

إجابات إضافية

17. **البرهان:**
العبارات (المبررات)
1. $\overleftrightarrow{RS}$ ينصف $\angle CSA$ و $\angle CHA$ (معطيات)
2. $\overline{SH} \cong \overline{SH}$ (خاصية الانعكاس)
3. $\angle SHC \cong \angle SHA; \angle CSH \cong \angle ASH$ (تعريف منصف الزاوية)
4. $\triangle CHS \cong \triangle AHS$ (مسلّمة ASA)

18. **البرهان:**
العبارات (المبررات)
1. $\triangle BDF$ متساوي الأضلاع. ($\angle DEB \cong \angle BAD$ (معطيات
2. $\overline{BD} \cong \overline{BD}$ (خاصية الانعكاس)
3. $\angle FBD \cong \angle FDB$ (المثلثات متساوية الأضلاع تكون متساوية الزوايا.)
4. $\triangle BAD \cong \triangle DEB$ (مسلّمة AAS)

19. **البرهان:**
العبارات (المبررات)
1. $\overline{CD}$ ينصف $\angle ECF$، $\angle CED \cong \angle CFD$ (معطيات)
2. $\angle ECD \cong \angle FCD$ (تعريف منصف الزاوية)
3. $\overline{CD} \cong \overline{CD}$ (خاصية الانعكاس)
4. $\triangle CED \cong \triangle CFD$ (مسلّمة AAS)

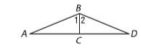
20. **البرهان:**
العبارات (المبررات)
1. $\overline{VK} \perp \overline{KX}; \overline{EM} \perp \overline{MX}; \overline{KX} \cong \overline{MX}$ (معطيات)
2. $\angle VKX$ and $\angle EMX$ هي زوايا قائمة (الخطوط المتعامدة تكوّن زوايا قائمة.)
3. $\angle VKX \cong \angle EMX$ (جميع الزوايا القائمة متطابقة)
4. $\angle KXV \cong \angle MXE$ (الزوايا الرأسية متطابقة)
5. $\triangle VKX \cong \triangle EMX$ (مسلّمة ASA)
6. $\angle V \cong \angle E$ (النظرية CPCTC)

22. الإجابة النموذجية: الطريقة 1. استخدام المسلّمة SSS لأن الأضلاع المقابلة للمستطيل تكون متطابقة. والمثلثات سوف تتشارك ضلعا واحدًا. الطريقة 2. استخدام مسلّمة SAS لأن الأضلاع المقابلة من المستطيل تكون متطابقة. والزوايا المقابلة تكون متطابقة.

8:40 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

تدريب على الاختبارات المعيارية

27. المعطيات: $\overline{BC}$ متعامد على $\overline{AD}$، $\angle 2 \cong \angle 1$.



ما النظرية أو المسلّمة التي يمكن استخدامها للبرهنة على أن $\triangle ABC \cong \triangle DBC$؟ **B**

A AAS
B ASA
C SAS
D SSS

28. الإجابة القصيرة اكتب تعبيرًا يمكن استخدامه لإيجاد قيم $s(n)$ في الجدول.

n	−8	−4	−1	0	1
$s(n)$	1.00	2.00	2.75	3.00	3.25

$\frac{1}{4}n + 3$

29. الجبر إذا كان -7 مضروبًا في عدد أكبر من 1، فأي مما يلي يصف النتيجة؟ **J**

F عدد أكبر من 7
G عدد يتراوح بين -7 و 7
H عدد أكبر من -7
J عدد أقل من -7

30. SAT/ACT $\sqrt{121 + 104} = ?$ **A**

A 15
B 21
C 25
D 125
E 225

مراجعة شاملة

حدد ما إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$. اشرح. 32–31. انظر الهامش.

31. $A(6, 4), B(1, -6), C(-9, 5), X(0, 7), Y(5, -3), Z(15, 8)$

32. $A(0, 5), B(0, 0), C(-2, 0), X(4, 8), Y(4, 3), Z(6, 3)$

33. الجبر إذا كان $\triangle RST \cong \triangle JKL$، و $RS = 7$، و $ST = 5$، و $RT = 9 + x$، و $JL = 2x - 10$، و $JK = 4y - 5$ فارسم شكلاً يمثل المثلثات المتطابقة وحدد له اسما. ثم جد x و y. **انظر الهامش.**

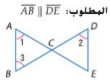
34. المعرفة المالية يتقاضى رشيد 5 AED على طلاء صندوق البريد و 4 AED في الساعة لجز أعشاب حديقة. اكتب معادلة تمثل مقدار المال الذي يستطيع رشيد أن يكسبه من مالك منزل يطلي صندوق بريده ويجز أعشاب حديقته. $y = 4x + 5$

مراجعة المهارات

البرهان اكتب برهانًا من عمودين لكلٍ مما يلي. 36-35. انظر الهامش.

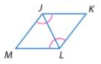
35. المعطيات: $\angle 2 \cong \angle 1$، $\angle 3 \cong \angle 1$

المطلوب: $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$



36. المعطيات: $\angle MJK \cong \angle KLM$، $\angle LMJ$ و $\angle KLM$ متكاملتان.

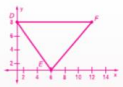
المطلوب: $\overline{KJ} \parallel \overline{LM}$

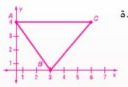


McGraw-Hill Education © محفوظ وتأليف. حقوق النشر محفوظة لصالح مؤسسة تعليم

التدريس المتمايز OL BL

التوسع اطلب من الطلاب إيجاد أمثلة مضادة لأنواع البراهين التالية: SSA و AAA.





الإجابة النموذجية المسلمة AAA: $\angle D \cong \angle A$ و $\angle F \cong \angle B$ و $\angle C \cong \angle E$. بما أن $AC = 6$ و $DF = 12$. إذا $\overline{AC} \not\cong \overline{DF}$؛ ومن ثم $\triangle ABC \not\cong \triangle DEF$.

4 التقويم

حصاد الأمس اطلب من الطلاب ملاحظة ودراسة المفاهيم الأساسية. اجعلهم يكتبوا استنتاجا عن أوجه التشابه والاختلاف بين مفاهيم الأمس للمسلّمات SSS و SAS، ومفاهيم اليوم للمسلّمات ASA و AAS.

إجابات إضافية

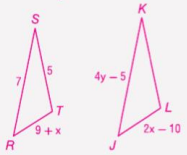
31. $AB = \sqrt{125}, BC = \sqrt{221}, AC = \sqrt{226}, XY = \sqrt{125}, YZ = \sqrt{221}, XZ = \sqrt{226}$

الأضلاع المتناظرة لها القياس نفسه وتكون متطابقة. $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ طبقًا لمسلّمة SSS.

32. $AB = 5, BC = 2, AC = \sqrt{29}, XY = 5, YZ = 2, XZ = \sqrt{29}$,

الأضلاع المتناظرة متساوية في القياس ومتطابقة. $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ حسب مسلّمة SSS.

33. $x = 19; y = 3$



35. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle 3 \cong \angle 1, \angle 1 \cong \angle 2$ (معطى)
2. $\angle 3 \cong \angle 2$ (خاصية التعدي)
3. $AB \parallel DE$ (إذا كانت الزوايا الداخلية ∡ المتبادلة ≅ فتكون الخطوط مستقيمة)

36. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle MJK \cong \angle KLM$, $\angle LMJ$ و $\angle KLM$ زاويتان متكاملتان. (معطيات)
2. $m\angle MJK = m\angle KLM$ (تعريف ≅ ∡)
3. $m\angle LMJ + m\angle KLM = 180$ (تعريف ≅ التكامل ∡)
4. $m\angle LMJ + m\angle MJK = 180$ (بالتعويض.)
5. $\angle LMJ$ and $\angle MJK$ متكاملتان. (تعريف التكامل ∡)
6. $\overline{KJ} \parallel \overline{LM}$ (إذا كانت الزوايا الداخلية المتتالية ∡ متكاملة، فتكون الخطوط المستقيمة)

8:40 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

الهدف استكشاف التطابق في المثلثات قائمة الزاوية.

المواد
- مساطر
- منقلة

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

نظم الطلاب في مجموعات من 3 أو 4. متنوعة القدرات. ثم اطلب منهم إكمال التمارين 3–1. والنشاط. والتمارين 6–4.

اطرح الأسئلة التالية:

- كيف يتم تمييز المثلثات القائمة بطريقة مختلفة عن المثلثات الأخرى؟ لوجود رمز المثلث القائم بها.
- ما الخصائص الفريدة الأخرى التي تميز المثلثات القائمة؟ الأضلاع المجاورة للزاوية القائمة تسمى الساقين. والضلع المقابل للزاوية القائمة يسمى الوتر.
- هل يوجد نوع آخر من المثلثات تسمى أجزاؤه بأسماء خاصة؟ المثلث متساوي الساقين

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 7 إلى 15.

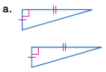
التوسع 5-13
مختبر الهندسة
التطابق في المثلثات قائمة الزاوية

في الدرسين 4-13 و 5-13. تعلمت نظريات ومسلّمات تبرهن على تطابق المثلثات. كيف يتم تطبيق هذه النظريات والمسلّمات على المثلثات القائمة؟

استخدام معايير التطابق والتشابه بالنسبة للمثلثات لحل المسائل وإثبات العلاقات في الأشكال الهندسية.

ادرس كل زوج من المثلثات قائمة الزاوية.

a.



b.

c.

التحليل

1. هل يتطابق كل زوج من المثلثات؟ إذا كان الأمر كذلك. فما نظرية أو مسلّمة التطابق المستخدمة؟ a. نعم. ضلعين وزاوية (SAS)، b. زاويتين وضلع (AAS)، c. زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)
2. أعد صياغة قواعد التطابق المأخوذة من التمرين 1 باستخدام الساق (L)، أو الوتر (H)، الذي يحل محل الضلع. احذف A لأية زاوية قائمة بما أننا نعلم أن كل المثلثات القائمة الزاوية تحتوي على زاوية قائمة وكل الزوايا القائمة متطابقة. a. LL, b. HA, c. LA
3. **التخمين** إذا كنت تعلم أن الساقين المتناظرتين في مثلثين قائمي الزاوية متطابقتان. فما المعلومات الأخرى التي تحتاج إليها لإثبات تطابق المثلثين؟ أشرح. لا شيء؛ يكفي زوجان متطابقان من السيقان للبرهنة على تطابق المثلثات قائمة الزاوية.

في الدرس 5-13. تعلمت أن SSA ليست اختبارًا صالحًا لتحديد تطابق المثلثات. هل يمكن استخدام SSA في إثبات تطابق المثلثين قائمي الزاوية؟

النشاط مسلّمة ضلعين وزاوية (SSA) والمثلثات قائمة الزاوية

الخطوة 1	الخطوة 2	الخطوة 3	الخطوة 4
ارسم $\overline{AB}$ بحيث $AB = 6$ سنتيمترات.	استخدم منقلة لرسم شعاع من B متعامد على $\overline{AB}$.	سمّ التقاطع C وارسم $\overline{AC}$ لاستكمال $\triangle ABC$.	افتح المرجار بعرض 8 سم. ضع النقطة عند A وارسم قوسًا يتقاطع مع الشعاع.

التحليل

4. هل يقدم النموذج مثلثًا متفردًا؟ نعم
5. هل يمكنك استخدام طول الوتر وطول الساق لإثبات تطابق المثلثين قائمي الزاوية؟ نعم
6. التخمين بخصوص حالة SSA التي تنطبق على المثلثات قائمة الزاوية. SSA اختبار صالح لتطابق المثلثات قائمة الزاوية.

(يتبع في الصفحة التالية)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المتابعة

استكشف الطلاب مسلّمات ونظريات تطابق المثلثات.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا تعد مسلّمات تطابق المثلثات مفيدة؟ الإجابة النموذجية: تسمح لك المسلّمات والنظريات بإثبات تطابق المثلثات من خلال استخدام ثلاثة فقط من أجزاء المثلث المتطابق.

8:40 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمارين 13–10 للتأكد من فهم الطلاب لطريقة كتابة برهان حرّ. استخدم التمارين 15–14 للتأكد من فهم الطلاب متى يستخدمون نظريات تطابق المثلثات القائمة في البرهان.

من العملي إلى النظري

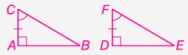
اطلب من الطلاب كتابة معادلة جبرية للمثلث القائم تثبت أنّ مجموع الزوايا الأخرى يساوي 90. إذا كان $m\angle C = 90$ و $m\angle A$ $m\angle C + m\angle B + m\angle C = 180$ حسب نظرية مجموع الزوايا، إذًا $m\angle A + m\angle B = 90$.

إجابات إضافية

12. الحالة 1:

المعطيات: $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ مثلثان قائما الزاوية، $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, $\angle C \cong \angle F$

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



البرهان: من المعطيات $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ قائما الزاوية $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, $\angle C \cong \angle F$ حسب تعريف المثلثات القائمة. $\angle A$ و $\angle D$ زوايا قائمة. إذًا، $\angle A \cong \angle D$ نظرًا لأن كل الزوايا القائمة متطابقة. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ حسب المسلّمة ASA.

الحالة 2:

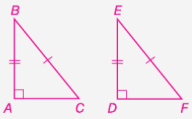
المعطيات: $\triangle ABC$ و $\triangle EFD$ مثلثان قائما الزاوية. $\overline{CB} \cong \overline{DF}$, $\angle B \cong \angle F$

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle EFD$

البرهان: من المعطيات $\triangle ABC$ و $\triangle EFD$ قائما الزاوية $\overline{CB} \cong \overline{DF}$, $\angle B \cong \angle F$ حسب تعريف المثلثات القائمة الزاوية. $\angle A$ و $\angle E$ زوايا قائمة. إذًا، $\angle A \cong \angle E$ نظرًا لأن كل الزوايا القائمة متطابقة. $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ حسب المسلّمة AAS.

13. المعطيات: $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ مثلثان قائما الزاوية. $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\overline{AB} \cong \overline{DE}$

المطلوب: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



البرهان: العبارات (المبررات)

1. $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ مثلثان قائما الزاوية، $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ (معطيات)
2. $AB = DE, BC = EF$ (تعريف التطابق)
3. $(AB)^2 + (CA)^2 = (BC)^2, (DE)^2 + (FD)^2 = (EF)^2$ (نظرية فيثاغورس.)
4. $(AB)^2 + (CA)^2 = (DE)^2 + (FD)^2$ (خاصية التعويض.)
5. $(AB)^2 + (CA)^2 = (AB)^2 + (FD)^2$ (خاصية التعويض.)
6. $(CA)^2 = (FD)^2$ (خاصية الطرح.)
7. $CA = FD$ (خواص الجذور التربيعية)
8. $\overline{CA} \cong \overline{FD}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)
9. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (مسلّمة SSS)

مختبر الهندسة
التطابق في المثلثات قائمة الزاوية تابع

يوفر عملك في الصفحة السابقة دليلاً على أربع طرق لإثبات تطابق المثلثات قائمة الزاوية.

النظرية تطابق المثلثات قائمة الزاوية

النظرية 13.6 تطابق بتساوي ساقين
إذا كانت ساقا مثلث قائم الزاوية متطابقتين مع الساقين المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان.
الاختصار *LL* يرمز إلى تساوي ساقين

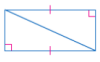
النظرية 13.7 تطابق وتر وزاوية
إذا كان الوتر وزاوية حادة في مثلث قائم الزاوية متطابقين مع الوتر والزاوية الحادة المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان.
الاختصار *HA* يرمز إلى وتر وزاوية

النظرية 13.8 تطابق ساق وزاوية
إذا كانت ساق واحدة وزاوية حادة في مثلث قائم الزاوية متطابقتين مع الساق والزاوية الحادة المناظرتين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان.
الاختصار *LA* يرمز إلى ساق وزاوية

النظرية 13.9 تطابق وتر وساق
إذا كان الوتر وساق في مثلث قائم الزاوية متطابقان مع الوتر والساق المناظرين في مثلث آخر قائم الزاوية، فالمثلثان متطابقان.
الاختصار *HL* يرمز إلى وتر وساق

التمارين

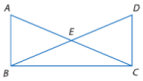
حدد ما إذا كان كل زوجين من المثلثات متطابقين. إذا كان الأمر كذلك، فحدد المسلّمة أو النظرية المستخدمة.

7. نعم، LA
8. لا
9.  نعم، HL

البرهان اكتب برهانًا لكلٍ مما يلي. 11–10. انظر ملحق إجابات الوحدة 13. 13–14. انظر الهامش.

10. النظرية 13.6
11. النظرية 13.7
12. النظرية 13.8 (تلميح: هناك حالتان محتملتان.)
13. النظرية 13.9 (تلميح استخدم نظرية فيثاغورس)

استخدم الشكل على اليسار. 15–14. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.



14. **المعطيات:** $\overline{AB} \perp \overline{BC}, \overline{DC} \perp \overline{BC}$, $\overline{AC} \cong \overline{BD}$
المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{DC}$

15. **المعطيات:** $\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AB} \perp \overline{BC}$, E نقطة منتصف $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$
المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{DB}$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق النشر والتأليف

319 / 221

8:40 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-13 تحديد المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع.

الدرس 6-13 استخدام خواص المثلثات متساوية الأضلاع ومتساوية الساقين.

بعد الدرس 6-13 استخدام تحويلات التطابق لتخمين وتبرير خواص الأشكال الهندسية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

- لماذا المثلثات متساوية الساقين؟ لأن كل مثلث يوجد به ضلعان متطابقان.
- ما الذي يبدو صحيحا عن الزوايا المقابلة للأضلاع المتساوية؟ تبدو الزوايا متطابقة.
- ما نوع المثلث الناتج إذا كان الضلع الثالث للمثلث مطابقًا للضلعين الآخرين؟ مثلث متساوي الأضلاع
- ما الذي تعتقد أنه صحيح بخصوص الزوايا الثلاث إذا كانت الأضلاع الثلاثة متطابقة؟ تكون الزوايا أيضا متطابقة. وقياس كل زاوية منها 60.

الدرس 6-13

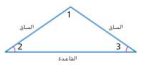
المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع

السابق	الحالي	لماذا؟
تعرفت على المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع.	1 استخدام خواص المثلثات متساوية الساقين. 2 استخدام خواص المثلثات متساوية الأضلاع.	تحتوي قضبان قطارات الملاهي على دعامات مثلثة بين القضبان للدعم والتثبيت. الدعامات المثلثة التي في الصورة مثلثات متساوية الساقين.

1 خواص المثلثات متساوية الساقين

تذكر أن المثلثات متساوية الساقين تحتوي على ضلعين متطابقين على الأقل. أجزاء المثلث متساوي الساقين لها أسماء خاصة.

يسمى الضلعان المتطابقان **ساقي المثلث متساوي الساقين** والزاوية المحصورة بين الضلعين اللذين يمثلان الساقين تسمى **زاوية الرأس**. ضلع المثلث المقابل لزاوية الرأس يسمى *القاعدة*. الزاويتان المتكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تسميان **زاويتا القاعدة**.



∠1 هي زاوية الرأس.

∠2 و ∠3 زاويتا القاعدة.

المفردات الجديدة

ساقا المثلث متساوي الساقين legs of an isosceles

زاوية الرأس vertex angle

زاويا القاعدة base angles

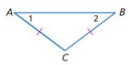
إثبات نظريات حول المثلثات.

عمل رسومات هندسية للأشكال مستخدما مختلف الأدوات والتطبق (الزجار ومسطرة تقويم، خيط، أدوات ماكسة، ورق قابل للطي، برنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

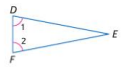
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

النظريات المثلث متساوي الساقين



13.10 نظرية المثلث متساوي الساقين إذا كان ضلعان في المثلث متطابقين، فالزاويتان المقابلتان لهذين الضلعين متطابقتان.

مثال إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{BC}$، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.

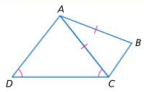


13.11 معكوس نظرية المثلث متساوي الساقين إذا كانت زاويتان في المثلث متطابقتين، فالضلعان المتقابلان لهاتين الزاويتين متطابقان.

مثال إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$، فإن $\overline{FE} \cong \overline{DE}$.

سوف تثبت النظرية 13.11 في التمرين 37.

مثال 1 القطع المتطابقة والزوايا المتطابقة



a. اذكر اسم زاويتين متطابقتين ليست عليهما علامة.

$\angle ACB$ تقابل $\overline{AB}$ و $\angle B$ تقابل $\overline{AC}$.

إذا $\angle B \cong \angle ACB$.

b. اذكر اسم قطعتين متطابقتين ليست عليهما علامة.

$\overline{AD}$ يقابل $\angle ACD$ و $\overline{AC}$ يقابل $\angle D$.

إذا $\overline{AD} \cong \overline{AC}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:40 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

1 خواص المثلثات متساوية الساقين

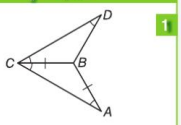
المثال 1 يوضح طريقة استخدام نظرية المثلث متساوي الساقين في تحديد الأضلاع المتطابقة والزوايا المتطابقة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1



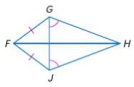
a. اذكر اسم زاويتين متطابقتين ليست عليهما علامة.
$\angle A$ و $\angle BCA$

b. اذكر اسم قطعتين مستقيمتين متطابقتين ليست عليهما علامة.
$\overline{BD} \cong \overline{BC}$

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو اجعل الطلاب يعملوا في مجموعات ليسجلوا مقاطع فيديو توضح كيفية إثبات أن المثلثات إما متساوية الساقين أو متساوية الأضلاع. شارك مقطع الفيديو الخاص بكل مجموعة مع الصف الدراسي.

تمرين موجه



1A. اذكر اسم زاويتين متطابقتين ليست عليهما علامة.

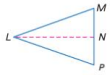
1B. اذكر اسم قطعتين متطابقتين ليست عليهما علامة.

1A. $\angle FGJ$, $\angle FJG$

1B. $\overline{GH}$, $\overline{JH}$

للبرهنة على نظرية المثلث متساوي الساقين. ارسم خطا مستقيما مساعدا واستخدم المثلثين المتكونين.

البرهان نظرية المثلث متساوي الساقين



المعطيات: $\overline{LM} \cong \overline{LP}$, $\triangle LMP$

المطلوب: $\angle M \cong \angle P$

البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. افترض أن N نقطة منتصف $\overline{MP}$	1. كل قطعة لها نقطة منتصف واحدة فقط.
2. ارسم قطعة مساعدة $\overline{LN}$	2. حدد نقطتان مستقيما.
3. $\overline{MN} \cong \overline{PN}$	3. نظرية نقطة المنتصف
4. $\overline{LN} \cong \overline{LN}$	4. خاصية الانعكاس في التطابق
5. $\overline{LM} \cong \overline{LP}$	5. المعطيات
6. $\triangle LMN \cong \triangle LPN$	6. مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)
7. $\angle M \cong \angle P$	7. خاصية الانعكاس في التطابق CPCTC

2 خواص المثلثات متساوية الأضلاع

تقود نظرية المثلث متساوي الساقين إلى لازمتين بخصوص زوايا المثلث متساوي الأضلاع.

اللازمات المثلث متساوي الأضلاع

مراجعة المفردات
المثلث متساوي الأضلاع مثلث بثلاثة أضلاع متطابقة

13.3 يكون المثلث متساوي الأضلاع فقط إذا كان متساوي الزوايا.

مثال إذا كانت $\angle C \cong \angle B \cong \angle A$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$

13.4 يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع 60 درجة.

مثال إذا كان $\overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FE}$، فإن $m\angle A = m\angle B = m\angle C = 60$.

سنبرهن النتيجتين 13.3 و 13.4 في التمرينين 35 و 36.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إرشاد للمعلمين الجدد

اختلاف الاتجاهات لأن أجزاء المثلثات متساوية الساقين لها أسماء خاصة، فدائما ما يقع الطلاب في خطأ عند تصنيف المثلثات متساوية الساقين. فاحرص على أن تعرض المثلثات متساوية الساقين باتجاهات مختلفة بحيث يتمكن الطلاب من تحديد الأضلاع المتطابقة وزاويتي القاعدة.

إرشاد للمعلمين الجدد

تطابق الزوايا استخدم ورقة صغيرة الحجم لتوضيح العلاقة بين زاويتي القاعدة في المثلث متساوي الساقين. ارسم الشكل وقم بطي الورقة من المنتصف.

319 / 223

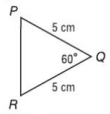
8:40 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

2 خواص المثلثات متساوية الأضلاع

المثالان 2 و 3 يوضحان طريقة استخدام خواص المثلثات متساوية الأضلاع في إيجاد القياسات والقيم المجهولة.
المثال 4 يوضح كيفية تطبيق خواص تطابق المثلثات لإثبات أن المثلث متساوي الأضلاع.

أمثلة إضافية

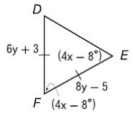
2 جـــد قياس كل مما يلي.



a. $m\angle R$ 60

b. PR 5 cm

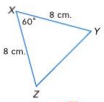
3 **الجبر** جـــد قيمة كل متغير.



$x = 17,\ y = 4$

مثال 2 إيجاد القياسات المجهولة

جـــد قياس كل مما يلي.



a. $m\angle Y$

بما أن $\overline{XY} \cong \overline{XZ}$, $XY = XZ$ حسب نظرية المثلث متساوي الساقين. زاويتا القاعدة Y و Z متطابقتان. $m\angle Z = m\angle Y$. ولذلك استخدم نظرية مجموع المثلث لكتابة معادلة وحلها لإيجاد $m\angle Y$.

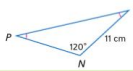
$m\angle X + m\angle Y + m\angle Z = 180$	نظرية مجموع المثلث
$60 + m\angle Y + m\angle Y = 180$	$m\angle X = 60,\ m\angle Z = m\angle Y$
$60 + 2(m\angle Y) = 180$	بسط.
$2(m\angle Y) = 120$	اطرح 60 من كل طرف.
$m\angle Y = 60$	اقسم كل طرف على 2.

b. YZ

$m\angle Z = m\angle Y$. إذا $m\angle Z = 60$ بالتعويض. بما أن $m\angle X = 60$. وقياس الزوايا الثلاث جميعها يبلغ 60. إذا فالمثلث متساوي الزوايا. بما أن المثلث متساوي الزوايا يكون متساوي الأضلاع أيضا. $XY = XZ = ZY$. بما أن $XY = 8$ سم. $YZ = 8$ سم بالتعويض.

نصيحة دراسية
المثلثات متساوية الساقين
كما اكتشفت في المثال 2، أي مثلث متساوي الساقين له زاوية واحدة بقياس 60° يجب أن يكون مثلثا متساوي الأضلاع.

تمرين موجّه



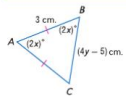
2A. $m\angle M$ 30

2B. PN 11 cm

يمكنك استخدام خواص المثلثات متساوية الأضلاع والجبر لإيجاد القيم المجهولة.

مثال 3 إيجاد القيم المجهولة

الجبر **جـــد قيمة كل متغير.**

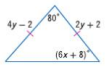


بما أن $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ وفقا لعكس نظرية المثلث متساوي الساقين. كل أضلاع المثلث متطابقة. إذا فالمثلث متساوي الأضلاع. $\angle B = \angle A$. يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع 60 درجة. إذا $2x = 60$ و $x = 30$.

المثلث متساوي الأضلاع. إذا فكل الأضلاع متطابقة وأطوال كل الأضلاع متساوية.

$AB = BC$	تعريف المثلث متساوي الأضلاع
$3 = 4y - 5$	تعويض
$8 = 4y$	اجمع 5 على كل طرف.
$2 = y$	اقسم كل طرف على 4.

تمرين موجّه



3. جـــد قيمة كل متغير.
$x = 7,\ y = 2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

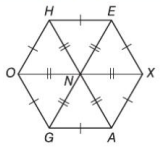
التدريس المتمايز OL AL

طريقة التواصل اطلب من مجموعات الطلاب الاجتهاد في حل التمارين 1-3 في "تمرين موجه". وشجع المجموعات لمناقشة خواص المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع وهم يتوصلون إلى البراهين.

8:40 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

مثال إضافي

4



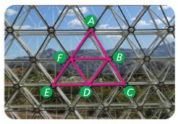
المعطيات: $HEXAGO$ عبارة عن مضلع منتظم. $\triangle ONG$ مثلث متساوي الأضلاع، و N هي نقطة منتصف $\overline{GE}$، و $\overline{EX} \parallel \overline{OG}$.

المطلوب: $\triangle ENX$ متساوي الأضلاع.

البرهان:

العبارات (المبرّرات)
1. $HEXAGO$ مضلع منتظم. (معطيات)
2. $\triangle ONG$ متساوي الأضلاع. (معطيات)
3. $\overline{EX} \cong \overline{XA} \cong \overline{AG} \cong \overline{GO} \cong \overline{OH} \cong \overline{HE}$ (تعريف الشكل السداسي المنتظم)
4. N هي نقطة منتصف $\overline{GE}$. (معطيات)
5. $\overline{NG} \cong \overline{NE}$ (نظرية نقطة المنتصف)
6. $\overline{EX} \parallel \overline{OG}$ (المعطيات)
7. $\angle NEX \cong \angle NGO$ (نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة)
8. $\triangle ONG \cong \triangle ENX$ (مسلّمة SAS)
9. $\overline{OG} \cong \overline{NO} \cong \overline{GN}$ (تعريف المثلث متساوي الأضلاع)
10. $\overline{NO} \cong \overline{NX}$, $\overline{GN} \cong \overline{EN}$ (النظرية $CPCTC$)
11. $\overline{XE} \cong \overline{NX} \cong \overline{EN}$ (التعويض)
12. $\triangle ENX$ متساوي الأضلاع. (تعريف المثلث متساوي الأضلاع)

مثال 4 من الحياة اليومية تطبيق تطابق المثلثات



البيّنة راجع صورة المحيط الحيوي على اليسار.
$\triangle ACE$ مثّث متساوي الأضلاع، F نقطة منتصف $\overline{AE}$، و D نقطة منتصف $\overline{EC}$، و B نقطة منتصف $\overline{CA}$ أثبت أن $\triangle FBD$ أيضا متساوي الأضلاع.

المعطيات: $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع، F نقطة منتصف $\overline{AE}$، و D نقطة منتصف $\overline{EC}$، و B نقطة منتصف $\overline{CA}$.

المطلوب: $\triangle FBD$ متساوي الأضلاع.

البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع.	1. المعطيات
2. F نقطة منتصف $\overline{AE}$، و D نقطة منتصف $\overline{EC}$، و B نقطة منتصف $\overline{CA}$.	2. المعطيات
3. $m\angle A = 60, m\angle C = 60, m\angle E = 60$	3. يبلغ قياس كل زاوية في المثلث متساوي الأضلاع 60 درجة.
4. $\angle A \cong \angle C \cong \angle E$	4. تعريف التطابق والتعويض
5. $\overline{AE} \cong \overline{EC} \cong \overline{CA}$	5. تعريف المثلث متساوي الأضلاع
6. $AE = EC = CA$	6. تعريف التطابق
7. $\overline{AF} \cong \overline{FE}, \overline{ED} \cong \overline{DC}, \overline{CB} \cong \overline{BA}$	7. نظرية نقطة المنتصف
8. $AF = FE, ED = DC, CB = BA$	8. تعريف التطابق
9. $AF + FE = AE, ED + DC = EC, CB + BA = CA$	9. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
10. $AF + AF = AE, FE + FE = AE, ED + ED = EC, DC + DC = EC, CB + CB = CA, BA + BA = CA$	10. التعويض
11. $2AF = AE, 2FE = AE, 2ED = EC, 2DC = EC, 2CB = CA, 2BA = CA$	11. خاصية الجمع
12. $2AF = AE, 2FE = AE, 2ED = AE, 2DC = AE, 2CB = AE, 2BA = AE$	12. خاصية التعويض
13. $2AF = 2ED = 2CB, 2FE = 2DC = 2BA$	13. خاصية التعدي
14. $AF = ED = CB, FE = DC = BA$	14. خاصية القسمة
15. $\overline{AF} \cong \overline{ED} \cong \overline{CB}, \overline{FE} \cong \overline{DC} \cong \overline{BA}$	15. تعريف التطابق
16. $\triangle AFB \cong \triangle EDF \cong \triangle CBD$	16. مسلّمة ضلعين وزاوية (SAS)
17. $\overline{DF} \cong \overline{FB} \cong \overline{BD}$	17. CPCTC خاصية الانعكاس في التطابق
18. $\triangle FBD$ متساوي الأضلاع.	18. تعريف المثلث متساوي الأضلاع

الربط **بالحياة اليومية**
المحيط الحيوي 2 هو أكبر نظام بيئي مغلق تماما ثم تشييده على الإطلاق. ويغطي مساحة 0.0127 كم مربع في مدينة أوراكل في أريزونا. يبلغ ارتفاع أعلى نقطة في المنشأة البيئية الخاضعة للتحكم 27.3 مترا. وتضم 6500 نافذة تحيط بمساحة حجمها 194.400 مترا مكعب.
المصدر: جامعة أريزونا

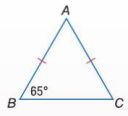
تمرين موجّه

4. إذا علمت أن $\triangle ACE$ متساوي الأضلاع، و $\overline{FB} \parallel \overline{EC}$، و $\overline{FD} \parallel \overline{BC}$، و $\overline{BD} \parallel \overline{EF}$، و D نقطة منتصف $\overline{EC}$، فأثبت أن $\triangle FED \cong \triangle BDC$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسع جـــد قياس زاوية الرأس A. اشرح.



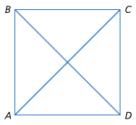
بما أن $\overline{AB} \cong \overline{AC}$، فإن $\triangle ABC$ متساوي الساقين. وتنص نظرية الزوايا في المثلث متساوي الساقين على أنه إذا كان في المثلث ضلعان متطابقان، فإن الزاويتين المقابلتين لهذين الضلعين تكونان أيضا متطابقتين. إذا، $m\angle C = 65$. وتنص نظرية مجموع زوايا المثلث على أن مجموع قياسات الزوايا في المثلث تساوي 180. إذا، $m\angle A = 180 - 65 - 50 = 65$.

319 / 225

8:40 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

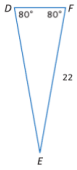
مثال 1 راجع الشكل الموجود على اليسار.



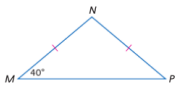
1. إذا كانت $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ فاذكر اسم زاويتين متطابقتين. $\angle ABD \cong \angle ADB$
2. إذا كانت $\angle CAD \cong \angle ACD$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{AD} \cong \overline{CD}$

مثال 2 جـــد قياس كل مما يلي.

3. DE 22

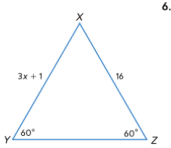


4. $m\angle MPN$ 40°

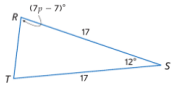


مثال 3 الجبر جـــد قيمة كل متغير.

5. $x = 5$



6. $p = 13$

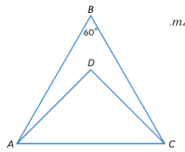


مثال 4 7. البرهان اكتب برهانا من عمودين.

المعطيات: $m\angle ABC = 60$, $\overline{DA} \cong \overline{DC}$, $\angle BAD \cong \angle BCD$

المطلوب: $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع.

انظر ملحق إجابات الوحدة 13.



3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 8 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	9-24, 46-60	9-23 ,فردي 52-55	24 ,زوجي 46-51, 56-60
OL أساسي	9-23 ,فردي 25-29, 31-43 ,فردي 44, 46-60	9-24, 52-55	25-29, 31-43, 46-51, 56-60
BL متقدم	25-60		

محفوظة لصالح مؤسسة تعليم © McGraw-Hill Education

8:40 AM Fri 27 Mar
67%
elib.moe.gov.ae

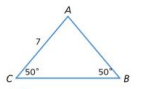
التمرين وحل المسائل

مثال 1 راجع الشكل الموجود على اليسار.

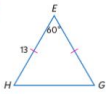
8. إذا كانت $\angle DAE \cong \angle ADE$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{AE} \cong \overline{DE}$
9. إذا كانت $\angle BAF \cong \angle ABF$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{AF} \cong \overline{FB}$
10. إذا كانت $\overline{CE} \cong \overline{BE}$، فاذكر اسم زاويتين متطابقتين. $\angle EBC \cong \angle ECB$
11. إذا كانت $\angle CDE \cong \angle DCE$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{ED} \cong \overline{EC}$
12. إذا كانت $\overline{AE} \cong \overline{DE}$، فاذكر اسم زاويتين متطابقتين. $\angle DAE \cong \angle ADE$
13. إذا كانت $\overline{DH} \cong \overline{CH}$، فاذكر اسم زاويتين متطابقتين. $\angle HCD \cong \angle HDC$

مثال 2 جـــد قياس كل مما يلي.

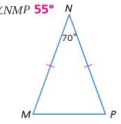
14. AB **7**



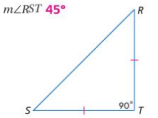
15. HG **13**



16. $m\angle NMP$ **55°**



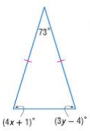
17. $m\angle RST$ **45°**



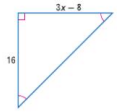
مثال 3 الجبر جـــد قيمة كل متغير.

18. $x = 1,\ y = 2$

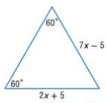
19. $x = 4,\ y = 7$



20. $x = 8$



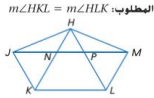
21. $x = 2$



مثال 4 البرهان اكتب برهانًا حرًّا. 22–23. انظر الهامش.

22. **المعطيات:** $\overline{DE}$ يوازي $\overline{BC}$، $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع. $\triangle DEH$ متساوي الأضلاع.
المطلوب: $\triangle DBH$ متساوي الأضلاع.

23. **المعطيات:** $\triangle HNJ \cong \triangle HMP,\ \triangle JNK \cong$
المطلوب: $m\angle HKL = m\angle HLK$



McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

إجابات إضافية

22. البرهان: مذكور في المعطيات لدينا أن $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع. ومن ثم، $m\angle BAC = 60,\ m\angle ABC = 60$. وفي المعطيات كذلك أن $\triangle DEH$ متساوي الأضلاع. ومن ثم، $m\angle EDH = 60,\ m\angle DEH = 60,\ m\angle DHE = 60$. بما أننا نعلم أن $\overline{DE}$ يوازي $\overline{BC}$، لأنهما زاويتان داخليتان متبادلتان. ومن ثم، $m\angle EDH = m\angle DHB$ بالتعويض. وبما أن $m\angle DHB = 60$ عبارة عن مثلث متساوي الساقين تبلغ زوايا القاعدة به 60. فطبقًا لنظرية مجموع زوايا المثلث، فإن $m\angle BDH = 60$. إذا، $\triangle DBH$ مثلث متساوي الزوايا وبالتالي متساوي الأضلاع.

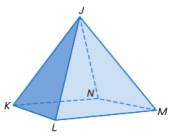
23. البرهان: يوجد لدينا معطيات تقول إن $\triangle HMP \cong \triangle HNJ$ و $\triangle JNK \cong \triangle MPL$. ومن ثم فإننا نعلم أن $\overline{HN} = \overline{HP}$ و $\overline{NK} = \overline{PL}$ وهذا لأنها أجزاء متناظرة لزوايا متطابقة. $\overline{HN} + \overline{NK} = \overline{HP} + \overline{PL}$ طبقًا لمسلّمة جمع القطع المستقيمة. كذلك، $\overline{HN} + \overline{NK} = \overline{HK}$ و $\overline{HP} + \overline{PL} = \overline{HL}$. بعد ذلك، ومن خلال التعويض، $\overline{HK} = \overline{HL}$. بناءً عليه، فإن $\triangle HKL$ مثلث متساوي الساقين. وطبقًا لنظرية المثلث متساوي الساقين، $m\angle HKL = m\angle HLK$.

الإجابة النموذجية:

26. التخمين: منصف الزاوية ينصف الضلع المقابل.
البرهان. بما أن $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع، فإن $m\angle ABD = m\angle ADB = m\angle BAD = 60$. $\overline{AC}$ هو منصف الزاوية $\angle BAD$. ومن ثم، فإن $m\angle CAD = m\angle BAC = 30$. $\overline{AC} = \overline{AC}$ طبقًا لخاصية الانعكاس. لذا، وطبقًا لمسلّمة AAS، فإن $\triangle ACD \cong \triangle ACB$. إذا، $\overline{BC} = \overline{CD}$ حسب النظرية $CPCTC$. ومن ثم، فإن $\overline{AC}$ ينصف $\overline{BD}$.

8:40 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

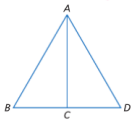
24. الأهرامات يتكون الهرم الموضح من 4 مثلثات. إذا كان $\triangle JKL$، و $\triangle JLM$، و $\triangle JMN$، مثلثات متساوية الساقين. فأثبت أن $\triangle JKN$، أيضاً متساوي الساقين.



انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

25. الإنشاء أنشئ ثلاثة مثلثات مختلفة متساوية الأضلاع. اشرح الطريقة المستخدمة. ثم تحقق من إنشائك باستخدام القياس والرياضيات. ثم أنشئ منصفات زوايا لزاوية من كل مثلث. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

26. البرهان استنادًا إلى الإنشاء الوارد في التمرين 27. خمن وأثبت العلاقة بين منصف الزاوية وضلع المثلث الذي يقطعه. **انظر الهامش.**



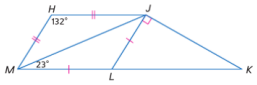
جـــد قياس كل مما يلي.

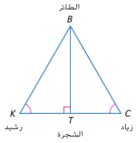
27. $m\angle JLM$ **134°**

28. $m\angle HJM$ **24°**

29. $m\angle JKL$ **67°**

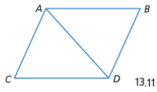
30. $m\angle JLK$ **23°**





31. مراقبة الطيور يراقب رشيد وزياد أحد الطيور أثناء بناء عش على شجرة. إذا كان عليهما استخدام زاوية الارتفاع ذاتها للتمكن من رؤية الطائر، فأثبت أن الشجرة تقع في منتصف المسافة بينهما.

انظر ملحق إجابات الوحدة 13.



32. المعطيات: $\triangle ACD$ و $\triangle ABD$ متساويا الساقين و $\overline{CD}$ يوازي $\overline{AB}$

المطلوب: $\angle BAC$ و $\angle ABD$ متكاملتان.

انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

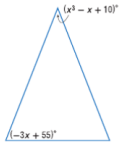
البرهان اكتب برهانًا من عمودين لكل نتيجة أو نظرية.

33. نتيجة 13.3 **34.** نتيجة 13.4 **35.** نظرية 13.11

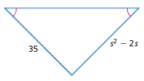
35–33. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

جـــد قيمة كل متغير.

36. $x = 12$



37. $s = 7$



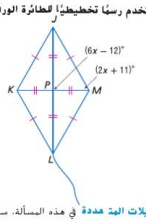
محفوظ الطبع والتأليف © مجموعة تصنيع مؤسسة McGraw-Hill Education

771

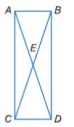
8:40 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

الألعاب استخدم رسمًا تخطيطيًا للطائرة الورقية الموضحة لإيجاد كل قياس

38. $m\angle JMP$ **45°**
39. $m\angle MJK$ **90°**
40. $m\angle MKL$ **45°**
41. $m\angle KLM$ **90°**



التمثيلات المتعددة 42. في هذه المسألة. سوف تستكشف المثلثات الناشئة من قطري مستطيل.



a. **هندسيًا** استخدم ممسطرة ومنقلة لرسم ثلاثة مستطيلات مختلفة وأقطارها. ضع تسميات كما هو موضح. **انظر الهامش.**

b. **جدوليًا** استخدم منقلة لقياس وتسجيل $m\angle CAE$ و $m\angle ACE$. استخدم هذه القياسات لإيجاد $m\angle AEC$ و $m\angle AEB$ و $m\angle BAE$ و $m\angle ABE$. رتب النتائج في جدول. **انظر الهامش.**

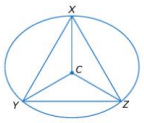
c. **لفظيًا** اشرح كيفية استخدام $m\angle CAE$ و $m\angle ACE$ لإيجاد $m\angle AEC$ و $m\angle AEB$ و $m\angle BAE$ و $m\angle ABE$. **انظر الهامش.**

d. **جبريا** إذا علمت أن $m\angle CAE = x$. فاكتب تعبيرًا لقياس $m\angle AEC$ و $m\angle AEB$ و $m\angle BAE$ و $m\angle ABE$.

$m\angle AEC = x, m\angle AEB = 180 - x, m\angle BAE = 90 - x, m\angle ABE = 90 - x$

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

43. **تحد** ΔXYZ محاط بدائرة مركزها C كما هو موضح. إذا علمت أن $m\angle YCZ = 120$ و $\overline{CZ}$ ينصف $\angle XZY$. فأثبت أن ΔXYZ متساوي الأضلاع. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**



التبرير حدد ما إذا كانت العبارات التالية تصح *أحيانًا أم دائمًا* أم لا تصح أبدًا. اشرح.

44. إذا كان قياس زاوية الرأس في مثلث متساوي الساقين عددًا صحيحًا فإن قياس كل زاوية قاعدة عدد زوجي. **أحيانًا**

45. إذا كان قياسا زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الساقين عددين زوجيين. فإن قياس زاوية رأسه عدد فردي. **على الإطلاق**

46. **تحليل الخطأ** يحاول سالم وسعيد إيجاد قيمة x في الشكل المجاور. يقول سالم إن $x = 5$. بينما يقول سعيد إن $x = 8$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح تبريرك.

كلاهما خطأ. نظرا لأنه مثلث متساوي الساقين. يتساوى طول الضلعين. إذا $5x + 8 = 6x + 1$ و $x = 7$

47. **التبرير** إذا كان لديك رسم تخطيطي لمثلث متساوي الساقين. فكم عدد الزوايا التي يجب أن تكون معلومة لإيجاد قياس كل زاوية؟ اشرح تبريرك **انظر الهامش.**

48. **الكتابة في الرياضيات** أين ترى التناظر في المثلثات متساوية الساقين والأضلاع؟ **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

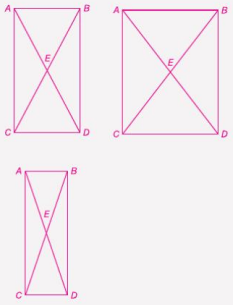
التمثيلات المتعددة

في التمرين 42. يستخدم الطلاب كراسات رسم هندسي وطاولة ووصفًا لفظيًا وتعابير جبرية لاستكشاف القياسات الممكنة للزوايا الداخلية للمثلث متساوي الساقين عندما يكون لديهم قياس واحدة من الزوايا الخارجية.

إجابات إضافية

الإجابة النموذجية:

42a.



42b. الإجابة النموذجية:

	مستطيل 1	مستطيل 2	مستطيل 3
$m\angle CAE$	45	30	50
$m\angle ACE$	45	30	50
$m\angle AEC$	90	120	80
$m\angle AEB$	90	60	100
$m\angle BAE$	45	60	40
$m\angle ABE$	45	60	40

42c. حالما يكون لدينا $m\angle CAE$ و $m\angle ACE$ نستطيع استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لحساب $m\angle AEC$. بعد ذلك. بما أن $\angle AEC$ و $\angle AEB$ يشكلان زاوية مستقيمة. فبإمكاننا أن نستخدم الصيغة $180 - \angle AEC$ لحساب $\angle AEB$. بما أن $\angle BAE$ و $\angle CAE$ يشكلان زاوية قائمة. فبإمكاننا استخدام الصيغة $90 - \angle CAE$ لحساب $\angle BAE$. بعدها. يمكننا استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لحساب $\angle ABE$.

319 / 229

8:40 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

تدريب على الاختبارات المعيارية

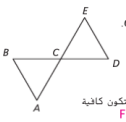
49. الجبر ما الكمية التي ينبغي إضافتها إلى كلا طرفي هذه المعادلة لاستكمال المربع؟ **D**

$$x^2 - 10x = 3$$

A -25 C 5
B -5 D 25

50. الإجابة القصيرة في مدرسة تضم 375 طالبًا. يمارس 150 طالبًا الرياضة ويشارك 70 طالبًا في نادي الخدمة الاجتماعية. يمارس 30 طالبًا الرياضة ويشاركون أيضًا في نادي الخدمة الاجتماعية. كم عدد الطلاب غير المشتركين في أي من الرياضة أو نادي الخدمة الاجتماعية؟ **185**

51. في الشكل $\overline{AE}$ و $\overline{BD}$ ينصفان بعضهما عند النقطة C.



ما المعلومات الإضافية التي ستكون كافية للبرهنة على أن $\overline{DE} \cong \overline{DC}$؟ **F**

F $\angle A \cong \angle BCA$ H $\angle ACB \cong \angle EDC$
G $\angle B \cong \angle D$ J $\angle A \cong \angle B$

52. SAT/ACT إذا كان $x = -3$، فإن $4x^2 - 7x + 5 =$ ؟ **E**

A 2 C 20 E 62
B 14 D 42

53. $\triangle ADC \cong \triangle ABC$؛ بما أن $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ إذًا المثلثان متطابقان حسب AAS.

مراجعة شاملة

53. إذا كانت $m\angle ADC = 35$، و $m\angle ABC = 35$، و $m\angle DAC = 26$، و $m\angle BAC = 26$، **فحدد ما إذا كان** $\triangle ADC \cong \triangle ABC$.

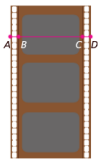
حدد ما إذا كان $\triangle XYZ \cong \triangle STU$. **اشرح.**

54–55. انظر الهامش.

54. $S(0, 5)$, $T(0, 0)$, $U(1, 1)$, $X(4, 8)$, $Y(4, 3)$, $Z(6, 3)$
55. $S(2, 2)$, $T(4, 6)$, $U(3, 1)$, $X(-2, -2)$, $Y(-4, 6)$, $Z(-3, 1)$

56. التصوير يتم إدخال الفيلم عبر الكاميرا التقليدية عن طريق الترسين اللذين يمسكان الثقوب في الفيلم. المسافة من A إلى C تساوي المسافة من B إلى D. أثبت أن الشريطين المثقوبين لهما نفس العرض.

انظر الهامش.

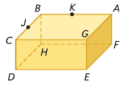


راجع الشكل الموجود على اليسار.

57. كم عدد المستويات التي تظهر في هذا الشكل؟ **6**

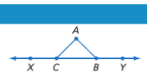
58. عيّن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة. **B, J, C أو A, K, B**

59. هل النقاط A، و C، و D، و J على مستوى إحدائي واحد؟ **لا؛ تقع النقاط A، و C، و J في المستوى ABC، لكن D لا تقع في هذا المستوى.**



مراجعة المهارات

60. البرهان إذا كانت $\angle ACB \cong \angle ABC$، فإن $\angle XCA \cong \angle YBA$. **انظر الهامش.**



47. إنك بحاجة فقط إلى أن تحصل على قياس زاوية واحدة. إذا ما حصلت على قياس واحدة من زوايا القاعدة، فسوف تعلم أن زاوية القاعدة الأخرى سيكون لها نفس القياس. وستتمكن بعدها من استخدام نظرية مجموع زوايا المثلث لحساب زاوية الرأس. إذا ما حصلت على قياس زاوية الرأس، فسوف تتمكن من قسمة 180 ناقص تلك القيمة على 2 لتحسب قياس كل زاوية من زاويتي القاعدة.

48. المثلث متساوي الساقين يكون متناظرًا في ارتفاعه. والمثلث متساوي الأضلاع يكون متناظرًا في أي من ارتفاعاته.

4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب أن يتوقعوا كيف أن أساليب البرهان التي تعلموها حتى الآن في تلك الوحدة ستساعدهم في الدرس التالي.

إجابات إضافية

54. $SU = \sqrt{17}, TU = \sqrt{2}, ST = 5, XZ = \sqrt{29}, YZ = 2, XY = 5$. الأضلاع المتناظرة ليست متطابقة؛ والمثلثات ليست متطابقة.

55. $SU = \sqrt{2}, TU = \sqrt{26}, ST = \sqrt{20}, XZ = \sqrt{10}, YZ = \sqrt{26}, XY = \sqrt{68}$؛ الأضلاع المتناظرة ليست متطابقة؛ المثلثات ليست متطابقة.

56. المعطيات: $AC = BD$

المطلوب إثباته: $AB = CD$

البرهان:

العبارة (المبررات)

1. $AC = BD$ (المعطيات)
2. $AC = AB + BC$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة.)
3. $AB + BC = BC + CD$ (التعويض.)
4. $\overline{BC} \cong \overline{BC}$ (خاصية الانعكاس)
5. $BC = BC$ (تعريف ≅ القطع المستقيمة.)
6. $AB = CD$ (خاصية الطرح.)

60. البرهان:

العبارة (المبررات)

1. $\angle ACB \cong \angle ABC$ (المعطيات)
2. $\angle XCA$ و $\angle ACB$ عبارة عن زاوية مستقيمة. $\angle ABC$ و $\angle ABY$ عبارة عن زاوية مستقيمة. (تعريف الزاوية المستقيمة)
3. $\angle ABC$, $\angle ABY$ و $\angle XCA$ زوايا متكاملة (نظرية التكامل)
4. $\angle XCA \cong \angle YBA$ (الزوايا المكملة لزوايا متطابقة ≅ تكون متطابقة)

319 / 230

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

تخطيط المعايير

قبل الدرس 7-13 البرهنة على تطابق المثلثات.

الدرس 7-13 تحديد حالات تحويلات التطابق: الانعكاس والإزاحة والدوران. والتحقق من تطابق الأشكال بعد إجراء تحويلات التطابق.

بعد الدرس 7-13 استخدام هندسة الإحداثيات لإثبات تطابق المثلثات جبريًا والتحقق من تطابقها.

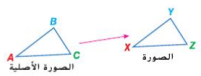
13-7 تحويلات التطابق

السابق	الحالي	لماذا؟
• لقد برهنت على تطابق مثلثين.	1 تحديد الانعكاس والإزاحة والدوران. 2 التحقق من التطابق بعد تحويل تطابق.	• كثيرًا ما تستخدم صناعة الملابس مطبوعات تعرض أنماطا. يتم إنشاء الكثير من هذه الأنماط عن طريق أخذ شكل وتحريكه لإنشاء شكل آخر في موقع مختلف أو قلب الشكل لإنشاء صورة معكوسة أو دوران الشكل الأصلي لإنشاء شكل جديد.

1 تحديد تحويلات التطابق **التحويل** هو عملية تخطط شكلا هندسيا أصلا. **أي الصورة الأصلية** إلى شكل جديد يطلق عليه **الصورة**. ويستطيع التحويل أن يغير الموضع أو الحجم أو الشكل.

يمكن توضيح التحويل باستخدام سهم.

تبين لك عبارة التحويل $\triangle ABC \rightarrow \triangle XYZ$ أن A تتحول إلى X و B تتحول إلى Y و C تتحول إلى Z.



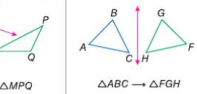
أما **تحويل التطابق**، الذي يسمى أيضا *التحويل الثابت* أو **تساوي الأبعاد**، هو التحويل الذي قد يختلف موضع الصورة فيه عن موضع الصورة الأصلية لكن يظل الشكلان متطابقين. والأنواع الرئيسية الثلاثة لتحويلات التطابق ظاهرة بالأسفل.

المفهوم الأساسي الانعكاس والإزاحة والدوران

الانعكاس

يعتبر **الانعكاس** أو *القلب* تحويلاً على خط يسمى خط الانعكاس. وتقع كل نقطة في الصورة الأصلية وصورتها على مسافة واحدة من خط الانعكاس.

مثال



$\triangle ABC \rightarrow \triangle FGH$

الإزاحة

تعتبر **الإزاحة** أو *التحريك* تحويلاً يؤدي إلى تحريك كل نقاط الشكل الأصلي للمسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.

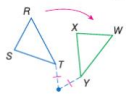
مثال

$\triangle JKL \rightarrow \triangle MPQ$

الدوران

يعتبر **الدوران** أو *الاستدارة* تحويلاً حول نقطة ثابتة تسمى مركز *الدوران* بزاوية معينة وفي اتجاه معين. وتقع كل نقطة في الشكل الأصلي وصورته نفع على مسافة واحدة من المركز.

مثال



$\triangle RST \rightarrow \triangle WXY$

المفردات الجديدة

التحويل transformation
الصورة الأصلية preimage
الصورة image
تحول التطابق congruence transformation
تساوي الأبعاد isometry
الانعكاس reflection
إزاحة translation
دوران rotation

استخدام الوصف الهندسي للحركات الصلبة لتحويل الأشكال هندسيا وتوقع تأثير الحركة الصلبة المعلومة على الشكل المعطى؛ وبافتراض وجود شكلين. استخدام تعريف التطابق بدلالة الحركات الصلبة لتحديد ما إذا كان الشكلان متطابقين.

استخدام تعريف التطابق بدلالة الحركات الصلبة لتوضيح أن المثلثين يكونان متطابقين إذا وفقط إذا كانت أزواج الأضلاع المتناظرة متطابقة وأزواج الزوايا المتناظرة متطابقة.

فهم طبيعة البساط والمثابرة في حلها.

محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

1 تحديد تحويلات التطابق

يوضح **المثالان 1 و 2** طريقة تحديد نوع تحويلات التطابق المرسوم.

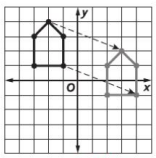
التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

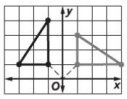
1 حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره *انعكاسا*، أو *إزاحة*، أو *دورانا*.

a.



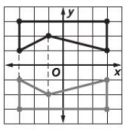
هذه إزاحة.

b.



هذا دوران.

c.



هذا انعكاس على المحور *X*.

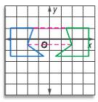
مثال 1 تحديد تحويلات التطابق

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره *انعكاسا* أو *إزاحة* أو *دورانا*.

a.

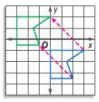
يقع كل رأس وصورته على مسافة واحدة من نقطة الأصل. والزوايا المتكونة من كل زوج من النقاط المتناظرة ونقطة الأصل تكون متطابقة. هذا دوران.

b.



يقع كل رأس وصورته على مسافة واحدة من المحور الرأسي لـ. هذا انعكاس.

c.



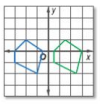
يقع كل رأس وصورته في الموضع نفسه، لكن بعد 3 وحدات إلى اليسار و 3 وحدات لأعلى. هذه إزاحة.

تصيحة دراسية

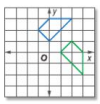
التحويلات لا تحافظ كل التحويلات على التطابق. والتحويلات التي لا تغير حجم الشكل أو شكله هي فقط التي تعتبر تحويلات تطابق.

تمرين موجه **إزاحة 1C.** **دوران 1B.** **انعكاس 1A.**

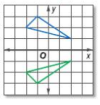
1A.



1B.



1C.



يمكن تمثيل بعض الحركات أو الأجسام في الحياة اليومية بالتحويلات.

مثال 2 من الحياة اليومية تحديد تحويل في الحياة اليومية

الألعاب راجع المعلومات المبينة في الجانب الأيسر. **حدد نوع تحويل التطابق الظاهر في الرسم التخطيطي باعتباره *انعكاسا* أو *إزاحة* أو *دورانا*.**

يعطي موضع الوزن في أوقات مختلفة مثالا على الدوران. ومركز الدوران هو كاحل الشخص.

تمرين موجه **انعكاس 2B.** **إزاحة 2A.**

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره *انعكاسا* أو *إزاحة* أو *دورانا*.

2A.

2B.

الربط بالحياة اليومية

تتضمن اللعبة الظاهرة أعلاه ربط وزن بحلقة تستطيع وضعها حول كاحلك. وعندما يمر الحبل من أمام قدمك الأخرى، تقفز فوقه.

محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

التدريس المتمايز BL OL AL

النمط الطبيعي اطلب من الطلاب تصوير أو رسم تمثيلات لتحويلات التطابق الموجودة في الطبيعة. وينبغي أن تتضمن الصورة أو الرسم وصفًا للتحويل المرسوم.

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

مثال إضافي

2 **الجسور** انظر إلى الصورة التالية. وحدد نوع تحويل التطابق الذي توضحه صورة الجسر على النهر على أنه *انعكاس*، أو *تحويل*، أو *دوران*.

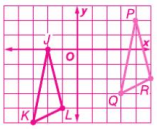
التحويل في الصورة انعكاس؛ الخط الذي يتقابل فيه الجسر مع الماء هو خط الانعكاس.

التحقق من التطابق

المثال 3 يوضح طريقة استخدام هندسة الإحداثيات للتحقق من تطابق المثلثات بعد تحويل التطابق.

مثال إضافي

3 المثلث PQR الذي له الرؤوس $P(4, 2)$، و $Q(3, -3)$، و $R(5, -2)$ عبارة عن تحويل للمثلث $\triangle JKL$ الذي له الرؤوس $J(-2, 0)$، و $K(-3, -5)$، و $L(-1, -4)$. مثّل الشكل الأصلي وصورته بيانيًا. وحدد التحويل وتحقق من أنه تحويل تطابق.



المثلث $\triangle PQR$ عبارة عن إزاحة للمثلث $\triangle JKL$.

بأن $PQ = JK = \sqrt{26}$.

$PR = KL = \sqrt{5}$، و $QR = KL = \sqrt{17}$، $PQ \cong JK$، $QR \cong KL$، و $\overline{PR} \cong \overline{JL}$. $\triangle PQR \cong \triangle JKL$ بناءً على تساوي الأضلاع الثلاثة SSS.

التركيز على محتوى الرياضيات

الجبر استخرج العلاقة بين الجبر والهندسة في المثال 3. يستخدم الجبر للتحقق من أن تحويل التطابق الهندسي يؤدي إلى أشكال متطابقة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

برنامج تعديل الصور قدّم للطلاب عدة صور رقمية للمثلثات. اجعلهم يستخدموا أحد برامج تعديل الصور لدوران وقلب وتغيير موضع الصور على الشاشة. وضح لهم أن عمليات التحويل تلك لا تؤثر على حجم أو شكل المثلث.

2 **التحقق من التطابق** يمكنك التحقق من أن الانعكاس والإزاحة والدوران للمثلثات تنتج مثلثات متطابقة باستخدام مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS).

مثال 3 التحقق من التطابق بعد التحويل

المثلث XZY بالرؤوس $X(2, -8)$ و $Z(6, -7)$ و $Y(4, -2)$ تحويل للمثلث $\triangle ABC$ بالرؤوس $A(2, 8)$ و $B(6, 7)$ و $C(4, 2)$ مثّل الشكل الأصلي وصورته بيانيًا. وحدد التحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق.

الفهم مطلوب منك أن تحدد نوع التحويل – انعكاس أو إزاحة أو دوران. ثم عليك إثبات أن الشكلين متطابقين.

التخطيط استخدم صيغة المسافة لإيجاد قياس كل ضلع. ثم أثبت أن المثلثين متطابقان بموجب SSS.

الحل مثّل بيانيًا كل شكل. التحويل يبدو انعكاسًا على المحور الرأسي x جـــد قياس أضلاع كل مثلث.

$$AB = \sqrt{(6-2)^2 + (7-8)^2} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{(6-4)^2 + (7-2)^2} = \sqrt{29}$$

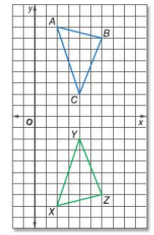
$$AC = \sqrt{(4-2)^2 + (2-8)^2} = \sqrt{40}$$

$$XZ = \sqrt{(6-2)^2 + [-7-(-8)]^2} = \sqrt{17}$$

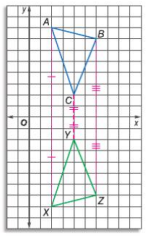
$$ZY = \sqrt{(6-4)^2 + [-7-(-2)]^2} = \sqrt{29}$$

$$XY = \sqrt{(2-4)^2 + [-8-(-2)]^2} = \sqrt{40}$$

بما أن $AB = XZ$ و $BC = ZY$ و $AC = XY$. إذًا $\overline{AB} \cong \overline{XZ}$ و $\overline{BC} \cong \overline{ZY}$ و $\overline{AC} \cong \overline{XY}$. حسب مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، $\triangle ABC \cong \triangle XZY$.



التحقق استخدم تعريف الانعكاس. استخدم مسطرة لقياس ومقارنة القطع التي ترتبط كل رأس وصورته بخط التناظر. هذه القطع متطابقة. إذًا فالمثلثات متطابقة. ✔



نصيحة دراسية

تساوي الأبعاد كما يحافظ التماثل على التطابق، يحافظ تساوي الأبعاد المباشر أيضًا على اتجاه الأحرف أو ترتيبها. يؤدي تساوي الأبعاد غير المباشر أو العكسي إلى تغيير هذا الترتيب، مثل تغييره من الحركة في اتجاه عقارب الساعة إلى الحركة عكس اتجاه عقارب الساعة.

تمرين موجّه

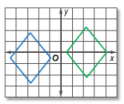
3. المثلث JKL بالرؤوس $J(-2, 2)$ و $K(-8, 5)$ و $L(-4, 6)$ تحويل للمثلث $\triangle PQR$ بالرؤوس $P(2, -2)$ و $Q(8, -5)$ و $R(4, -6)$ مثّل الشكل الأصلي وصورته بيانيًا. وحدد التحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق. **انظر الهامش.**

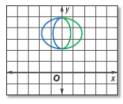
McGraw-Hill Education © محفوظ لصالح مؤسسة تمكين

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

التحقق من فهمك

مثال 1 حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاسًا أو إزاحة أو دورانًا.

1. 
إزاحة

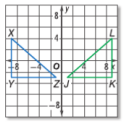
2. 
انعكاس

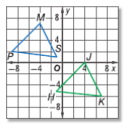
مثال 2

3.
انعكاس

4.
دوران

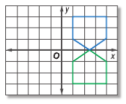
مثال 3 الهندسة الإحداثية حدد كل تحويل، وتحقق من أنه تحويل تطابق.

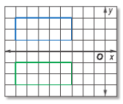
5. 
انظر الهامش

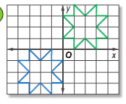
6. 
انظر الهامش

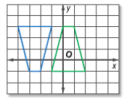
التمرين وحل المسائل

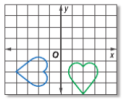
مثال 1 البنية حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره انعكاسًا أو إزاحة أو دورانًا.

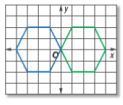
7. 
7. انعكاس
8. إزاحة أو انعكاس

8. 

9. 
إزاحة أو انعكاس أو دوران

10. 
10. دوران
11. دوران

11. 

12. 
انعكاس أو دوران أو إزاحة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	7–20, 32-50	7–19 ,فردي, 37–40	8–20 ,زوجي, 32–36, 41–50
OL أساسي	7–19 ,فردي, 21, 27 28–30, 32–50 ,فردي	7–20, 37–40	21–30, 32–36, 41–50
BL متقدم	21–45. (اختياري) 46–50		

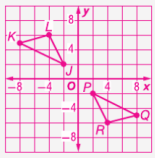
3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1–6 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

3. 

$\triangle JKL$ عبارة عن دوران للمثلث $\triangle PQR$. $PQ = \sqrt{45}$, $QR = \sqrt{17}$, $PR = \sqrt{20}$, $JK = \sqrt{45}$, $KL = \sqrt{17}$, $JL = \sqrt{20}$. بما أن $PQ = JL$, $QR = KL$ و $PR = JK$, $\overline{PQ} \cong \overline{JL}$, $\overline{QR} \cong \overline{KL}$, و $\overline{PR} \cong \overline{JK}$. $\triangle PQR \cong \triangle JKL$.

إجابات إضافية

5. $\triangle LKJ$ عبارة عن انعكاس للمثلث $\triangle XYZ$. $XY = 7$, $YZ = 8$, $XZ = \sqrt{113}$, $KJ = 8$, $LJ = \sqrt{113}$, و $LK = 7$. $\triangle XYZ \cong \triangle LKJ$ بناءً على تساوي الأضلاع الثلاثة SSS.

6. $\triangle JHK$ عبارة عن إزاحة للمثلث $\triangle MPS$. $MP = \sqrt{50}$, $PS = \sqrt{65}$, $SM = \sqrt{45}$, $JH = \sqrt{50}$, $HK = \sqrt{65}$, و $JK = \sqrt{45}$. $\triangle JHK \cong \triangle MPS$ بناءً على تساوي الأضلاع الثلاثة SSS.

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

مثال 2 حدد نوع تحويل التطابق الظاهر في كل صورة باعتباره *انعكاسًا أو إزاحة أو دورانًا*.

13.
إزاحة

14.
انعكاس

15.
دوران

16.
إزاحة

مثال 3 **الهندسة الإحداثية** مثل بيانيًا كل زوج من المثلثات بالرؤوس المعطاة. ثم حدد التحويل الهندسي وتحقق من أنه عبارة عن تحويل هندسي متطابق. **20–17. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

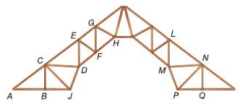
17. $M(-7, -1), P(-7, -7), R(-1, -4);$ $T(7, -1), V(7, -7), S(1, -4)$

18. $A(3, 9), B(3, 7), C(7, 7);$ $S(3, 5), T(3, 3), R(7, 3)$

19. $A(-4, 5), B(0, 2), C(-4, 2);$ $X(-5, -4), Y(-2, 0), Z(-2, -4)$

20. $A(2, 2), B(4, 7), C(6, 2);$ $D(2, -2), F(4, -7), G(6, -2)$

B **الإنشاء** حدد نوع تحويل التطابق الذي تم على كل مثلث محدد لإنشاء المثلث الآخر في الطوق الحديدي بالضلعين المماثلين الأيسر والأيمن الظاهرين أدناه.



21. $\triangle NMP$ إلى $\triangle CJD$
دوران

22. $\triangle EFD$ إلى $\triangle GHF$
إزاحة

23. $\triangle CBJ$ إلى $\triangle NQP$
انعكاس

الأنماط الترقيمية حدد نوع تحويل التطابق الظاهر في كل صورة باعتباره *انعكاسًا أو إزاحة أو دورانًا*.

24.

25.

26.

24. دوران
25. دوران
26. إزاحة

27. دوران؛ المنبض هو مركز الدوران.

27. **المدرسة** حدد التحويلات المستخدمة لفتح قفل توفيري على خزانة. حدد خط التناظر أو مركز الدوران إذا كان ذلك ملائمًا.

C 28. **البنية** حدد الحروف الكبيرة في الأبجدية الإنجليزية التي لها خطوط انعكاس رأسية و/أو أفقية.

28. رأسي: A, H, I, M, O, T, U, V, W, X, Y؛ أفقي: B, C, D, E, H, I, K, O, X

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

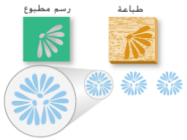
780 | الدرس 7-13 | تحويلات التطابق

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

29 **الديكور** تعيد غاية ترتيب ديكورات غرفة نومها. تستطيع استخدام رسوم مطبوعة أو طباعة لإنشاء التصميم المعروض.

a. إذا استخدمت غاية الرسم المطبوع، فما نوع التحويل المستخدم لإنتاج كل زهرة في التصميم؟ **انعكاس أو دوران**

b. ما نوع التحويل المستخدم إذا استخدمت الطباعة لإنتاج كل زهرة في التصميم؟ **دوران**



30. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف العلاقة بين الأزواج المرتبة لشكل وصورته بعد الإزاحة.

a. **هندسيًا** ارسم المستطيلين المتطابقين $ABCD$ و $WXYZ$ على مستوى إحداثي. **انظر الهامش.**

b. **لفظيًا** كيف تصل من رأس على $ABCD$ إلى الرأس المناظرة على $WXYZ$ باستخدام حركة أفقية ورأسية فقط؟

c. **جدوليًا** انسخ الجدول الموضح. استخدم مستطيلك لتملأ الإحداثيات الأفقية والإحداثيات الرأسية والقيمة المجهولة في عمود «التحويل». **انظر الهامش.**

المستطيل $ABCD$	التحويل	المستطيل $WXYZ$
$A(?, ?)$	$(x_1 + ?, y_1 + ?)$	$W(?, ?)$
$B(?, ?)$	$(x_1 + ?, y_1 + ?)$	$X(?, ?)$
$C(?, ?)$	$(x_1 + ?, y_1 + ?)$	$Y(?, ?)$
$D(?, ?)$	$(x_1 + ?, y_1 + ?)$	$Z(?, ?)$

d. **جبريًا** رمز الدالة $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ حيث a و b عددان حقيقيان، يمثل تحولًا من مجموعة إحداثيات إلى مجموعة أخرى. استكمل الرمز التالي الذي يمثل قاعدة الإزاحة $ABCD \rightarrow WXYZ$: $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$

الإجابة النموذجية: $(x, y) \rightarrow (x + 5, y + 3)$

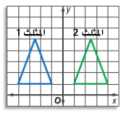
30b. **الإجابة النموذجية:** أنت تنتقل من رأس في $ABCD$ إلى الرأس المناظرة في $WXYZ$ عن طريق التحرك 5 وحدات إلى اليمين و 3 وحدات لأعلى.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

31. **تحدٍ** استخدم الرسم التخطيطي إلى اليسار.

a. حدد تحويلين للمثلث 1 يمكن أن يؤديا إلى المثلث 2. **الإزاحة، الانعكاس**

b. ما الذي يجب أن يكون صحيحًا في المثلثين لكي يؤدي أكثر من تحويل واحد على الصورة الأصلية إلى الصورة نفسها؟ اشرح تبريرك.



31b. **الإجابة النموذجية:** يجب أن تكون المثلثات إما متساوية الساقين أو متساوية الأضلاع، وعندما تكون المثلثات متساوية الساقين أو متساوية الأضلاع، فإن لها خط تناظر، وإذا تؤدي الانعكاسات إلى الشكل نفسه.

32. **التبرير** التمدد نوع آخر من التحويل. في الرسم التخطيطي، تم تمديد قصاصة ورقية صغيرة لتنتج قصاصة ورقية أكبر. اشرح السبب في أن التمديدات ليست تحويل تطابق.

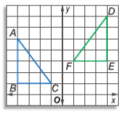
الصور الناتجة ليست مطابقة للصورة الأصلية.

مسألة غير محددة الإجابة اذكر مثالًا من الحياة اليومية لكل مما يلي، بخلاف الأمثلة المذكورة في هذا الدرس.

33. الانعكاس 34. الإزاحة 35. الدوران

33. **الإجابة النموذجية:** يرى الشخص الذي ينظر في المرآة انعكاسا لنفسه.

36. **الكتابة في الرياضيات** في الرسم التخطيطي إلى اليسار $\triangle DEF$ يسمى الانعكاس الانزلاقي للمثلث $\triangle ABC$ بناء على الرسم التخطيطي. عرف الانعكاس الانزلاقي. هل يعتبر الانعكاس الانزلاقي تحويل تطابق؟ ضع تعريفًا لتحويل التطابق في إجابتك. اشرح تبريرك. **انظر الهامش.**



34. **الإجابة النموذجية:** تتحرك فرقة العزف عبر الميدان في تشكيل.

35. **الإجابة النموذجية:** يدور مقبض الصنبور عندما تبدأ تشغيل المياه.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

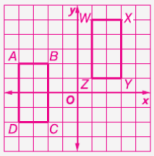
التوسع يستخدم الدوران والانعكاس والإزاحة لإنشاء العديد من الأعمال الفنية. اطلب من الطلاب استكشاف استخدام تلك التحويلات لابتكار أنماط. ينبغي أن يبدأ الطلاب بشكل واحد في المستوى الإحداثي واستخدام العديد من التحويلات لتحويل الشكل إلى نمط فني. وينبغي أن يسجل الطلاب كل نمط مستخدم حتى يمكن تكرار التصميم.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 30. يستخدم الطلاب الرسوم الهندسية والأوصاف اللفظية وجدولًا وتعابير جبرية لاستكشاف العلاقة بين الأزواج المرتبة للشكل وصورته المنقولة منه.

إجابات إضافية

30a. الإجابة النموذجية:



30c. الإجابة النموذجية:

المستطيل $ABCD$	التحويل	المستطيل $WXYZ$
$A(-4, 2)$	$(-4 + 5, 2 + 3)$	$W(1, 5)$
$B(-2, 2)$	$(-2 + 5, 2 + 3)$	$X(3, 5)$
$C(-2, -2)$	$(-2 + 5, -2 + 3)$	$Y(3, 1)$
$D(-4, -2)$	$(-4 + 5, -2 + 3)$	$Z(1, 1)$

36. الإجابة النموذجية: الانعكاس الانزلاقي عبارة عن انعكاس فوق خط ثم إزاحة في اتجاه يوازي خط الانعكاس. في تحويل التطابق، تتطابق الصورة الأصلية مع الصورة. نعم؛ الانعكاس الانزلاقي هو أحد تحويلات التطابق. في الرسم التخطيطي، $AB = DE$, $BC = EF$, و $AC = DF$، إذا $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, و $\overline{AC} \cong \overline{DF}$، إذا $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

319 / 238

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

حصاد الأمس اطلب من الطلاب كتابة كيف أن ما تعلموه من الدروس السابقة في الوحدة 13 ساعدهم في استيعاب المفاهيم الواردة في الدرس 7-13.

المتابعة

لقد استكشف الطلاب تحويلات التطابق.

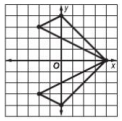
اطرح السؤال التالي:

- ما تحويلات التطابق، وأين تراها في الحياة اليومية؟ الإجابة النموذجية: الإزاحة والانعكاس. عمليات الدوران. دحرجة قطعة من الورق على الطاولة دون أن تنحول إلى إزاحة. صورة شخص ما في المرآة عبارة عن انعكاس. تحريك قطع اللغز عبارة عن دوران.

تدريب على الاختبارات المعيارية

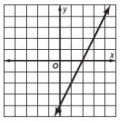
37. الإجابة القصيرة تتسوق علياء لشراء كرسي مكتب جديد من متجر يقدم تخفيضا يبلغ 50% على كراسي المكتب. ومعها أيضا إيصال بخصم 50% على أي شيء. تعتقد علياء أنها تستطيع الآن أن تحصل على كرسي المكتب مجانًا. هل هذا صحيح؟ إذا لم يكن كذلك، فماذا ستكون النسبة المئوية للخصم الذي ستحصل عليه في وجود كل من التخفيض والإيصال؟
لا؛ 75%

38. حدد تحويل التطابق الظاهر. **C**



A تمدد
B انعكاس
C دوران
D إزاحة

39. انظر إلى التمثيل البياني أدناه. ما ميل الخط المبين؟ **J**



F −2
G −1
H 1
J 2

40. SAT/ACT ما تقاطع المحور الرأسي لا مع الخط الذي تحدده المعادلة $3x - 4 = 12y - 3$؟ **A**

A −12
B $-\frac{1}{12}$
C $\frac{1}{12}$
D $\frac{1}{4}$
E 12

مراجعة شاملة

جـــد قياس كل مما يلي.

41. YZ **4**

42. $m\angle JLK$ **40**

43. AB **10**

44. البرهان اكتب فقرة برهانا حرًا.
المعطيات: $\angle XZW \cong \angle YWZ$, $\angle XWZ \cong \angle YZW$
المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle ZYW$

إذا علمت أن $\angle XZW \cong \angle YWZ$ و $\angle XWZ \cong \angle YZW$. حسب خاصية الانعكاس $\overline{WZ} \cong \overline{WZ}$. إذًا $\triangle WXZ \cong \triangle ZYW$ حسب مسلّمة زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA).

مراجعة المهارات

حدّد إحداثيات نقطة المنتصف في قطعة بالنقاط النهائية المعطاة.

45. $A(10, -12), C(5, -6)$ **(7.5, −9)**
46. $A(13, 14), C(3, 5)$ **(8, 9.5)**
47. $A(-28, 8), C(-10, 2)$ **(−19, 5)**
48. $A(-12, 2), C(-3, 5)$ **(−7.5, 3.5)**
49. $A(0, 0), C(3, -4)$ **(1.5, −2)**
50. $A(2, 14), C(0, 5)$ **(1, 9.5)**

التدريس المتمايز OL BL

التوسع اطلب من الطلاب رسم مثلث في الربع الأول. ثم اطلب منهم تطبيق كل من تحويلات التطابق الثلاثة بحيث يحتوي كل من الربع الثاني والربع الثالث والربع الرابع على مثلث متطابق مع المثلث الأصلي.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 13-8 استخدام هندسة الإحداثيات لإثبات تطابق المثلثات.

الدرس 13-8 تحديد موقع المثلثات وتسميتها لاستخدامها في البراهين الإحداثية. كتابة البراهين الإحداثية.

بعد الدرس 13-8 حساب محيط ومساحة متوازي الأضلاع والمثلث.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

- ما وجه التشابه بين النظام الإحداثي الذي يستخدمه نظام تحديد المواقع العالمي والنظام الإحداثي الهندسي؟ المحور x هو خط العرض والمحور y هو خط الطول.
- كيف تظن أن القمر الصناعي يحدد موقعك على الأرض؟ تقبل جميع الإجابات المنطقية.
- ما الذي تريد معرفته لإيجاد المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي؟ ينبغي معرفة الإحداثيات لكل نقطة.

13-8 المثلثات والبرهان الإحداثي

السابق	الحالي	لماذا؟
• لقد استخدمت الهندسة الإحداثية لإثبات تطابق المثلثات.	1 تحديد موقع المثلثات وكتابة أسمائها للاستخدام في البراهين الإحداثية. 2 كتابة البراهين الإحداثية.	• يتلقى النظام العالمي لتحديد المواقع (GPS) بثًا من الأقمار الصناعية يسمح بتحديد الموقع الدقيق لسيارة. ويمكن استخدام المعلومات مع برنامج ملاحة لتقديم اتجاهات القيادة.

1 تحديد موقع المثلثات وكتابة أسمائها

كما هو الحال مع نظم تحديد المواقع العالمية، تتيح معرفة إحداثيات الشكل في مستوى إحداثي إمكانية أن تتعرف على خصائصه وتتوصل إلى استنتاجات بشأنه. **البراهين الإحداثية** تستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات المفاهيم الهندسية. والخطوة الأولى في برهان إحداثي هي وضع الشكل على المستوى الإحداثي.

المفردات الجديدة

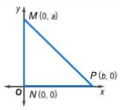
البرهان الإحداثي
coordinate proof

إثبات نظريات حول المثلثات. استخدام الإحداثيات لإثبات النظريات الهندسية البسيطة جبريًا.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

مثال 1 تحديد موقع مثلث وتسميته

حدد موقع المثلث القائم الزاوية MNP واسمه على المستوى الإحداثي بحيث يصل طول الساق $\overline{MN}$ إلى a من الوحدات وطول الساق $\overline{NP}$ إلى b من الوحدات.



- سيكون طول (أطوال) الضلع (الأضلاع) الموازي للمحاور أسهل في التحديد من طول (أطوال) الضلع (الأضلاع) الذي ليس موازيًا لمحور. بما أن هذا مثلث قائم الزاوية، يمكن تحديد موقع ضلعين على محور.
- سيتيح وضع الزاوية القائمة للمثلث، $\angle N$، عند نقطة الأصل إمكانية وضع الساقين بمحاذاة المحورين الأفقي x والرأسي y.
- ضع المثلث في الربع الأول.
- بما أن M على المحور y، فإحداثي x لها هو 0. وإحداثي y هو a لأن طول الساق a وحدات.
- بما أن P على المحور x، فإحداثي y هو 0. وإحداثي x هو b لأن طول الساق b وحدات.

تمرين موجّه انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

1. ضع موقع المثلث متساوي الساقين JKL واسمه على المستوى الإحداثي بحيث يصل طول قاعدته $\overline{JL}$ إلى a وحدات وتقع رأسه K على المحور الرأسي y وبلغ ارتفاع المثلث b وحدات.

المفهوم الأساسي وضع المثلثات على المستوى الإحداثي

الخطوة 1 استخدم نقطة الأصل كرأس أو مركز للمثلث.

الخطوة 2 ضع ضلعًا واحدًا على الأقل في المثلث على محور.

الخطوة 3 حافظ على المثلث داخل الربع الأول إذا كان ذلك ممكنًا.

الخطوة 4 استخدم الإحداثيات التي تجعل الحسابات بسيطة قدر الإمكان.

محتوى الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

1 تحديد مواقع المثلثات وتسميتها

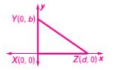
يوضح **المثالان 1 و 2** كيفية استخدام البراهين الإحداثية لإثبات المفاهيم الهندسية.

التقويم التكويني

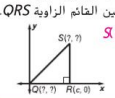
استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حدد مواقع واسم المثلث قائم الزاوية XYZ على أن يبلغ طول الساق d $\overline{XZ}$ من الوحدات على المستوى الإحداثي.



2 عيّن الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين القائم الزاوية QRS. $S(c, c)$ و $Q(0, 0)$.

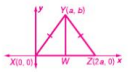


2 كتابة البراهين الإحداثية

يوضح **المثالان 3 و 4** للطلاب كيفية استخدام الخواص والنظريات في كتابة البراهين الإحداثية.

مثال إضافي

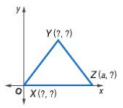
3 اكتب البرهان الإحداثي لإثبات أن القطعة المستقيمة التي تصل بين زاوية الرأس في المثلث متساوي الساقين ونقطة منتصف قاعدته عمودية على القاعدة.



نقطة منتصف $\overline{XZ}$ تساوي $(a, 0)$. وميل $\overline{YW}$ غير معرّف، وميل $\overline{XZ}$ يساوي 0. إذا، $\overline{XZ} \perp \overline{YW}$.

مثال 2 تحديد الإحداثيات المجهولة

عيّن الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين XYZ



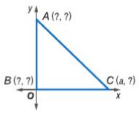
يقع الرأس X عند نقطة الأصل؛ وإحداثياته هي $(0, 0)$.

يقع الرأس Z على المحور X إذا إحداثي y هو 0. إحداثيات الرأس Z هي $(a, 0)$.

$\triangle XYZ$ متساوي الساقين. إذا باستخدام قطعة رأسية من Y إلى المحور X ونظرية الوتر–الساق تثبت أن إحداثي X لـ Y في منصف المسافة بين 0 و a أو $\frac{a}{2}$ لا يمكننا كتابة إحداثي Y بدلالة a. إذا نسميها b. إحداثيات النقطة Y هي $\left(\frac{a}{2}, b\right)$.

تمرين موجّه

2. عيّن الإحداثيات المجهولة للمثلث متساوي الساقين القائم الزاوية ABC $A(0, a)$, $B(0, 0)$, $C(a, 0)$

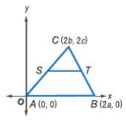


نصيحة دراسية

الزاوية القائمة تقاطع المحورين الأفقي x والرأسي y يشكل زاوية قائمة، ولهذا فهو مكان مناسب لتحديد موقع الزاوية القائمة في شكل مثل المثلث قائم الزاوية.

مثال 3 كتابة برهان إحداثي

اكتب برهانًا إحداثيًا لتوضيح أن القطعة المستقيمة الموصلة بين نقطتي المنتصف في ضلعين لمثلث تتوازى مع الضلع الثالث.



ضع رأسًا عند نقطة الأصل واكتب عليها A استخدم إحداثيات تمثل مضاعفات العدد 2 لأن قانون نقطة المنتصف يتضمن قسمة مجموع الإحداثيات على 2.

المعطيات: $\triangle ABC$
S نقطة منتصف $\overline{AC}$
T نقطة منتصف $\overline{BC}$

المطلوب: $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$

البرهان:

حسب قانون نقطة المنتصف، إحداثيات S هي $\frac{2b+0}{2}$ و $\frac{2c+0}{2}$ أو (b, c) وإحداثيات T هي $\frac{2a+2b}{2}$ و $\frac{0+2c}{2}$ أو $(a+b, c)$.

حسب قانون الميل، فإن ميل $\overline{ST}$ هو $\frac{c-c}{a+b-b}$ و 0 وميل $\overline{AB}$ هو $\frac{0-0}{2a-0}$ أو 0.

بما أن $\overline{ST}$ و $\overline{AB}$ لهما الميل نفسه. فإن $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$.

نصيحة دراسية

البرهان الإحداثي تسري الإرشادات والأساليب المستخدمة في هذا الدرس على كل الأشكال المضلعة. وليس المثلثات فقط.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

4. لنفترض أن O تمثل أوديسا، و A تمثل ألباني و S تمثل سان أنجلو.

$\overline{OA} = \sqrt{(31.9 - 32.7)^2 + (102.3 - 99.3)^2} \approx 3.10$;
$\overline{AS} = \sqrt{(32.7 - 31.4)^2 + (99.3 - 100.5)^2} \approx 1.77$;
$\overline{OS} = \sqrt{(31.9 - 31.4)^2 + (102.3 - 100.5)^2} \approx 1.87$; $AS \approx OS$, $\triangle OAS$

متساوي الساقين تقريبًا. وبالتالي مثلث غرب تكساس متساوي الساقين تقريبًا.

319 / 241

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

التدريس باستخدام التكنولوجيا

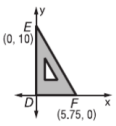
اللوحة البيضاء التفاعلية اعرض مثلثًا على اللوحة وارسم مستوى إحداثيًا بحيث يتم وضع واحدة من نقاط التقاطع عند النقاط (a, b) في الربع الأول. ثم أعد رسم المستوى الإحداثي بحيث تصبح نقطة التقاطع عند النقطة $(0, 0)$. وضح لطلابك أن ذلك من شأنه أن يساعد في تبسيط العمليات الحسابية.

إرشاد للمعلمين الجدد

التبرير بما أن البراهين الإحداثية تجمع بين الهندسة والجبر، ذكر الطلاب بأنهم سيحتاجون إلى استخدام قوانين المسافة والميل ونقطة المنتصف، وكذلك المسلّمات والنظريات. انصح الطلاب بالبحث عن المفردات الأساسية مثل "الطول" أو "التوازي" في المسائل الكلامية، مما قد يشير إلى إمكانية استخدام قانون معين لحل المسألة.

مثال إضافي

4 **الرسم** اكتب برهانا إحداثيًا لإثبات أن أداة الرسام هذه تشبه المثلث قائم الزاوية. طول أحد الأضلاع يساوي 25 cm وطول الضلع الآخر يساوي 14.375 cm.

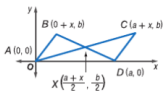


ميل $\overline{ED}$ غير معرّف. وميل $\overline{DF}$ يساوي 0. $\overline{DF} \perp \overline{ED}$. إذا $\triangle DEF$ قائم الزاوية. وشكل أداة الرسام يشبه المثلث قائم الزاوية.

التركيز على محتوى الرياضيات

الإحداثي العددي أولا انصح الطلاب بأنهم قد يحتاجون إلى تحديد مكان الشكل باستخدام الإحداثيات العددية أولاً ثم تحويلها إلى الإحداثيات المتغيرة لكتابة براهينها.

تمرين موجّه

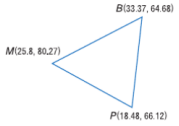


3. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن $\triangle ABX \cong \triangle CDX$.
انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

الأساليب المستخدمة مع البراهين الإحداثية يمكن استخدامها في حل مسائل من الحياة اليومية.

مثال 4 من الحياة اليومية تصنيف المثلثات

الجغرافيا مثلث برمودا منطقة يحيط بها ميامي وفلوريدا وسان خوان وبورتوريكو وبرمودا. **الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي 80.27°W و 25.8°N و 66.12°W و 18.48°N و 64.68°W و 33.37°N. اكتب برهانا إحداثيًا لإثبات أن مثلث برمودا مختلف الأضلاع.**



الخطوة الأولى هي تعيين إحداثيات كل موقع. افترض أن M تمثل ميامي و B تمثل برمودا و P تمثل بورتوريكو.

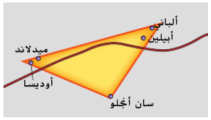
إذا لم يكن أي ضلعين في $\triangle MPB$ متطابقين، فإن مثلث برمودا مختلف الأضلاع. استخدم قانون المسافة وحاسبة لإيجاد المسافة بين كل موقع.

$$MB = \sqrt{(33.37 - 25.8)^2 + (64.68 - 80.27)^2}$$
$$\approx 17.33$$
$$MP = \sqrt{(25.8 - 18.48)^2 + (80.27 - 66.12)^2}$$
$$\approx 15.93$$
$$PB = \sqrt{(33.37 - 18.48)^2 + (64.68 - 66.12)^2}$$
$$\approx 14.96$$

بما أن كل ضلع له طول مختلف، فإن $\triangle MPB$ مختلف الأضلاع. ولهذا، مثلث برمودا مختلف الأضلاع.

تمرين موجّه

4. **الجغرافيا** في عام 2006، تعاونت مجموعة من متاحف الفن لتشكيل مثلث تكساس الغربي (West Texas Triangle) للترويج إلى مجموعاتهم الفنية. تشكلت هذه المنطقة من مدن أوديسا وسان أنجلو. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي 102.3°W و 31.9°N و 99.3°W و 32.7°N و 100.5°W و 31.4°N. اكتب برهانا إحداثيًا لإثبات أن مثلث تكساس الغربي متساوي الساقين تقريبًا. انظر الهامش.



الربط بالحياة اليومية

اختفت أكثر من 50 سفينة و 20 طائرة بشكل غامض في قطاع من شمال المحيط الأطلنطي أمام ساحل أمريكا الشمالية والمعروف باسم مثلث برمودا.

المصدر: موسوعة بريتانيكا

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL AL

النمط البصري/المكاني زوّد الطلاب بنسخة خريطة شفافة. واطلب من الطلاب اختيار ثلاث وجهات واستخدام تلك الرؤوس لرسم مثلث. بعد ذلك، يضع الطلاب الخريطة الشفافة على المستوى الإحداثي. شجع الطلاب على التجربة باستخدام هذا الموقع. وفي النهاية اطلب من الطلاب استخدام البرهان الإحداثي لتصنيف المثلث.

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-6 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

5. المطلوب: طبقًا لقانون حساب المسافات، فإن طول

$\overline{WX} = \sqrt{(0-0)^2 + (5b-0)^2} = 5b,$

$\overline{TX} = \sqrt{(0-0)^2 + (10b-0)^2} = 10b,$

$\overline{XP} = \sqrt{(0-12a)^2 + (0-0)^2} = 12a,$

$\overline{XN} = \sqrt{(0-24a)^2 + (0-0)^2} = 24a.$

ومن ثم، فإن نسبة $\overline{WX}$ إلى $\overline{TX}$ تكون $\frac{1}{2}$ و نسبة $\overline{XP}$ إلى $\overline{XN}$ تكون $\frac{1}{2}$، $\angle TXN \cong \angle WXN$، إذًا وطبقًا لمسلّمة SAS، فإن $\triangle TXZ$ يماثل $\triangle WXY$.

التحقق من فهمك

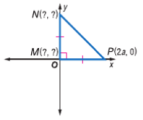
مثال 1 **ضع كل نقطة مما يلي على المستوى الإحداثي ثم سمّها.**

2. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

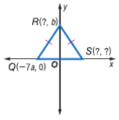
1. المثلث متساوي الساقين $\triangle ABC$ بقاعدة $\overline{BC}$ طولها $4a$ وحدات.
2. المثلث قائم الزاوية $\triangle FGH$ بساقين $\overline{FG}$ و $\overline{GH}$ بحيث طول الساق $\overline{FG}$ هو $3a$ وحدات وطول الساق $\overline{GH}$ هو $5b$ وحدات

مثال 2 **عيّن الإحداثي (الإحداثيات) المجهول لكل مثلث.**

3. **M(0, 0), N(0, 2a)**



4. **R(0, b), S(7a, 0)**



مثال 3

5. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن $\triangle TXZ$ يشبه $\triangle WXY$. **انظر الهامش.**

مثال 4

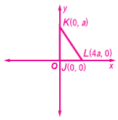
6. **الدورة الأولمبية** خلال رحلة الشعلة الأولمبية من أولمبيا في اليونان إلى دورة الألعاب الشتوية 2010. مرت الشعلة بمدينة لندن في إنجلترا وشلالات نياغرا وأونتاريو وانتهى بها المطاف في فانكوفر في كولومبيا البريطانية. الإحداثيات التقريبية لكل موقع بالترتيب هي 42.9°N و 81.2°W و 43.1°N و 79.1°W و 49.3°N و 123.1°W. قم كتابة برهان إحداثي لإثبات أن هذه النقاط الثلاث الواقعة في مسار الشعلة تشكل مثلثًا مختلف الأضلاع. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **ضع كل نقطة مما يلي على المستوى الإحداثي ثم سمّها.**

7. متساوي الأضلاع $\triangle ABC$ بطول أضلاع $5a$ وحدات.
انظر ملحق إجابات الوحدة 13.
8. متساوي الأضلاع قائم الزاوية $\triangle RST$ طول وتره $\overline{RS}$ يساوي $4d$ وحدات.
الحل:

9. قائم الزاوية $\triangle JKL$ بالساقين $\overline{JK}$ و $\overline{JL}$، بحيث طول $\overline{JK}$ يبلغ a وحدات وطول $\overline{JL}$ 4 أضعاف طول $\overline{JK}$.



10. متساوي الأضلاع $\triangle XYZ$ بأضلاع طولها $\frac{1}{4}c$ وحدات. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

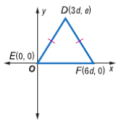
خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	7–24, 30. 34, 36–43	7–21 فردي, 38–41	8–24 زوجي, 30, 34, 36, 37, 42–43
OL أساسي	7–23 فردي, 25–30, 34, 36–43	7–24, 38–41	25–30, 34, 36, 37, 42–43
BL متقدم	25–43		

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

11. متساوي الساقين ΔDEF بساقين $\overline{DE}$ و $\overline{DF}$ مع قاعدة طولها $6d$ وحدات.

الحل:

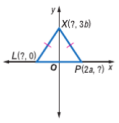


12. قائم الزاوية ΔMNP بوتر $\overline{MN}$ طول $\overline{MP}$ يبلغ $2a$ وحدات وطول $\overline{NP}$ يبلغ $4b$ وحدات.

انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

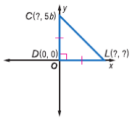
مثال 2 **عيّن الإحداثي (الإحداثيات) المجهول لكل مثلث.**

13.



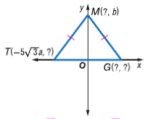
X(0, 3b), L(−2a, 0), P(2a, 0)

14.



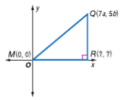
C(0, 5b), L(5b, 0)

15.



T(−5√3a, 0), G(5√3a, 0), M(0, b)

16.

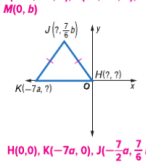


R(7a, 0)

17.

A(0,0), S(3a, 8/3 b), V(6a, 0)

18.

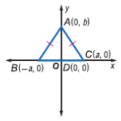


H(0,0), K(−7a, 0), J(−7/2 a, 7/6 b)

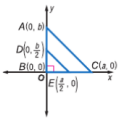
مثال 3 **البرهان اكتب برهانًا إحداثيًّا لكل عبارة.**

19. عند رسم الارتفاع في مثلث متساوي الساقين، ينكون مثلثين متطابقين.

20-19. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.



20. القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتي منتصف ساقي مثلث قائم الزاوية توازي الوتر.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

787

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

25. ميل $XY = \frac{3b}{2a}$

ميل $YZ = -\frac{a}{b}$

ميل $XZ = \frac{2b}{3a}$

المثلث ليس مثلثًا قائم الزاوية نظرًا لعدم تعامد اثنين من الخطوط به.

26. ميل $XY = \frac{3}{7c}$

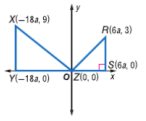
ميل $YZ = -\frac{7c^2 - 3}{10c}$

ميل $XZ = -\frac{7c}{3}$

هذا المثلث عبارة عن مثلث قائم الزاوية نظرًا لأن XY عمودي على XZ.

مثال 4 **البرهان** اكتب برهانًا إحداثيًا لكل عبارة.

21. ΔXYZ يشبه ΔRSZ.



البرهان:

$ZS = \sqrt{(0 - 6a)^2 + (0 - 0)^2} = 6a$ **22-24. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

$ZR = \sqrt{(0 - 6a)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{36a^2 + 9}$

$RS = \sqrt{(6a - 6a)^2 + (0 - 3)^2} = 3$

$ZY = \sqrt{(0 - -18a)^2 + (0 - 0)^2} = 18a$

$XY = \sqrt{(-18a - -18a)^2 + (9 - 0)^2} = 9$

$XZ = \sqrt{(-18a - 0)^2 + (9 - 0)^2} = 3\sqrt{36a^2 + 9}$

بما أن $\frac{ZS}{ZY} = 3$ و $\frac{ZR}{XZ} = 3$ و $\frac{RS}{XY} = 3$ إذًا ΔRSZ يشبه ΔXYZ

22. **كرة القدم** فريق ولاية أوهايو في كولومبوس. أوهايو وفريق ولاية بنسلفانيا في يونيفرسيتي بارك. بنسلفانيا وفرق نوتردام وبيسترن في إيفانستون. إلينوي هم جميعًا جزء من مجموعة العشرة الكبار. الإحداثيات التقريبية لكل موقع الترتيب هي 39.98°N و 82.98°W و 40.39°N 77.86°W و 79°N 87.62°W و 41.88°N. ما نوع المثلث المتشكل بهذه المدن الثلاث؟

23. **كرة الطلاء** سلطان وجمال وصالح جميعًا في فريق واحد في لعبة كرة الطلاء. يقف جمال عند نقطة الأصل و سلطان عند (4, 3) وصالح عند (0, 5). قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن المثلث المكون بواسطة فريق كرة الطلاء متساوي الأضلاع.

ارسم ΔXYZ **وجد ميل كل ضلع في المثلث. حدد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا. اشرح.**

24-26. انظر الهامش.

25. $X(0, 0), Y(2a, 3b), Z(3a, 2b)$

26. $X(0, 0), Y(7c, 3), Z(-3c, 7c^2)$

27. **الملاهي** طارق في مدينة الملاهي ويريدركوب الأ فعوانة ودوامة الخيول وسيارات التصادم. إذا علمت أن الأفعوانية تقع عند (2, −1) ودوامة الخيول تقع عند (3, 3) وسيارات التصادم تقع عند (2, 0−). قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن الشكل المكون بالأذهاب الثلاث قائم الزاوية.

28. **البرهان** قم بكتابة برهان إحداثي لإثبت أن ΔABC مثلث مختلف الأضلاع إذا علمت أن الرؤوس هي $A(0, 0)$ و $B(3a, 5a)$ و $C(-2a, 8a)$.

29. **الماراثون الثلاثي** تشارك فتحية في ماراثون ثلاثي. تقع نقطة البداية عند نقطة الأصل. خلال الشوط الأول من الماراثون الثلاثي، تركض فتحية لمسافة 10 km باتجاه الشرق ثم تركب الدراجة لمسافة 40 km باتجاه الشمال وفي الشوط الأخير تسبح لمسافة 1.5 km باتجاه الشمال. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن المثلث الممكون من نقطة البداية وبداية ركوب الدراجة ونهاية السباحة هو مثلث مختلف الأضلاع.

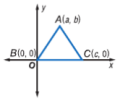
انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

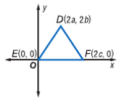
مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

30. **التبرير** إذا علمت أن نقطة الأصل هي نقطة منتصف وتر مثلث قائم الزاوية رأساه عند (−4, 2) و (4, 2). فجد الرأس الثالثة. **(4, −2)**

31. **تحد** قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أنه في حالة ضرب كل إحداثي من إحداثيات x وإحداثيات y في 2. فإن الشكل الناتج يشبه المثلث الأصلي.

انظر ملحق إجابات الوحدة 13.





32. 4؛ **إحداثيات** C **يمكن أن تكون:** $C(0, 4)$, $C(0, -4)$, $C(4, 4)$, $C(4, -4)$

32. **التبرير** إذا علمت أن ΔABC مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية والإحداثيات هي $A(0, 0)$ و $B(4, 0)$. فكم عدد النقاط المختلفة التي يمكن أن تقع C عندها على المستوى الإحداثي؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

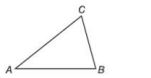
8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

عيّن مصطلح الرياضيات اطلب من الطلاب ذكر كيف يمكنهم تحديد موقع أشكال معينة في المستوى الإحداثي وكيف يحددون أسماء الرؤوس. وقد يناقش الطلاب أفكارًا متنوعة حول تحديد الموقع وحول كيفية تبسيط البراهين الإحداثية عن طريق استخدام الأساليب الأصلية والبسيطة في تحديد الأسماء.

تدريب على الاختبارات المعيارية

33. الإجابة الشبكية في الشكل أدناه، $m\angle B = 76$. قياس $\angle A$ نصف قياس $\angle B$. ما قياس $\angle C$؟ **66**

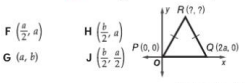


34. الجبر ما الإحداثي الأفقي x لحل نظام المعادلات الظاهر أدناه؟ **D**

$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ -4x + 2y = -18 \end{cases}$$

A -6
B -3
C 3
D 6

35. ما إحداثيات النقطة R في المثلث؟ **G**



F $\left(\frac{a}{2}, a\right)$
G (a, b)
H $\left(\frac{b}{2}, a\right)$
J $\left(\frac{b}{2}, \frac{a}{2}\right)$

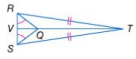
SAT/ACT 36. بالنسبة لكل x.

$17x^5 + 3x^2 + 2 - (-4x^5 + 3x^3 - 2) =$ **C**

A $13x^5 + 3x^3 + 3x^2$
B $13x^5 + 6x^2 + 4$
C $21x^5 - 3x^3 + 3x^2 + 4$
D $21x^5 + 3x^2 + 3x^3$
E $21x^5 + 3x^3 + 3x^2 + 4$

مراجعة شاملة

راجع الشكل الموجود على اليسار.



37. اذكر اسم زاويتين متطابقتين. $\angle TSR \cong \angle TRS$

38. اذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{RQ} \cong \overline{QS}$

39. اذكر اسم زوج من المثلثات المتطابقة. $\triangle ROV \cong \triangle SOV$

39–37. تقدم الإجابة النموذجية.

40. المنحدرات يتطلب القانون الأمريكي لذوي الإعاقة أن تمتد منحدرات الكراسي المتحركة لمسافة 30 cm على الأقل لكل ارتفاع بمقدار 2.5 cm. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

a. حدد الميل المثيل في هذا المطلب. $\frac{1}{12}$

b. أقصى طول يسمح به القانون لمنحدر هو 9m. كم يبلغ ارتفاع أعلى نقطة في هذا المنحدر بالسنتيمتر؟ **75 cm**

مراجعة المهارات

جـــد المسافة بين كل زوج من النقاط. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

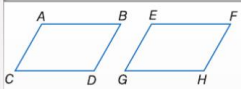
41. $X(5, 4)$ ، $Y(2, 1)$ **4.2**
42. $A(1, 5)$ ، $B(-2, -3)$ **8.5**
43. $J(-2, 6)$ ، $K(1, 4)$ **3.6**

محفوظ الحقوق والتأليف © McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL

التوسع اكتب دليلاً لتثبت أن $\overline{ACDB} \cong \overline{EGHF}$.

المعطيات: $\overline{AC} \cong \overline{EG}, \overline{BD} \cong \overline{FH}, \overline{AB} \cong \overline{EF}, \overline{CD} \cong \overline{GH}, \angle A \cong \angle E,$



المطلوب: ارسم القطر $\overline{CB}$ و $\overline{GF}$. $\triangle ABC \cong \triangle EFG$، و $\triangle FGH$ (SAS) $\cong \triangle BCD$. وباستخدام CPCTC ونظرية جمع الزوايا، يمكن أن نثبت أن $\angle F \cong \angle B$ و $\angle G \cong \angle C$. بما أن الأضلاع والزوايا المتناظرة تكون متطابقة، فإن الشكل الرباعي $ACDB \cong$ الشكل الرباعي $EGHF$.

8:41 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 9-13 كتابة البراهين الإحدائية.

الدرس 9-13 حساب محيط ومساحة متوازي الأضلاع والمثلث.

الدرس 9-13 التعرف على خواص متوازي الأضلاع وتطبيقها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

- ما الأشكال التي يمكن عملها من هذا اللغز؟ الإجابة النموذجية: أرنب، قطة وبطة.
- وضح السبب وراء تطابق مساحات الشكل الثاني والشكل الرابع. لأن مساحة القطع التي تشكل كلا منهما متشابهة.
- ما الطريقة السهلة التي يمكن من خلالها حساب مساحة أحد تلك الأشكال؟ الإجابة النموذجية: من خلال حساب مساحة المربع.

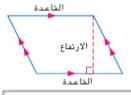
13-9 مساحة متوازي الأضلاع والمثلث

السابق
- لقد أوجدت مساحات المستطيلات والمربعات.

الحالي
1 إيجاد محيط ومساحة متوازي الأضلاع.
2 إيجاد محيط ومساحة المثلث.

لماذا؟
- لغز تانجرام هو لغز صيني قديم يمكن إعادة ترتيبه لتكوين صور مختلفة مثل الحيوانات الموضحة. تبقى مساحة اللغز ثابتة قبل الترتيب وبعده. وهي مجموع مساحات القطع.

1 مساحة متوازي الأضلاع متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. وأي ضلع في متوازي الأضلاع يمكن تسميته **قاعدة متوازي الأضلاع**. **ارتفاع متوازي الأضلاع** هو المسافة العمودية بين أي قاعدتين متوازيتين.



يمكنك استخدام المسلمة التالية لوضع صيغة لمساحة متوازي الأضلاع.

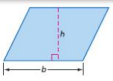
المسلّمة 13.4 مسلّمة جمع المساحات

مساحة منطقة هي مجموع مساحات الأجزاء غير المتداخلة بها.

في الشكل أدناه، تم قص مثلث قائم الزاوية من أحد أضلاع متوازي أضلاع وإزاحته إلى الضلع الآخر كما هو موضح لتكوين مستطيل بنفس القاعدة والارتفاع.

تذكر من السابق أن مساحة المستطيل هي ناتج ضرب القاعدة في الارتفاع. وحسب مسلمة جمع المساحات، متوازي أضلاع قاعدته b وارتفاعه h له نفس مساحة مستطيل قاعدته b وارتفاعه h.

المفهوم الأساسي مساحة متوازي الأضلاع



الشرح المساحة A لمتوازي الأضلاع هي ناتج ضرب القاعدة b في الارتفاع المناظر لها h.

الرموز $A = bh$

المفردات الجديدة

قاعدة متوازي الأضلاع base of a parallelogram
ارتفاع متوازي الأضلاع height of a parallelogram
قاعدة المثلث base of a triangle
ارتفاع المثلث height of a triangle

استخدام الإحداثيات لحساب محيطات المضلعات ومساحات المثلثات والمستطيلات مثل استخدام قانون المسافة.
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8:42 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

1 مساحة متوازي الأضلاع

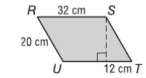
يوضح **المثالان 1 و 2** كيفية حساب مساحة متوازي الأضلاع.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

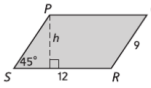
أمثلة إضافية

1 جـــد محيط ومساحة $\square RSTU$.



المحيط = 104 cm.
المساحة = $512\ cm^2$

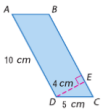
2 احسب مساحة $\square PQRS$.



$76.3\ cm^2$

مثال 1 محيط ومساحة متوازي الأضلاع

جـــد محيط ومساحة $\square ABCD$.



المحيط

بما أن الأضلاع المتقابلة متطابقة في متوازي الأضلاع.
إذا $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$
$AB = 5$ cm ، $BC = 10$ cm.

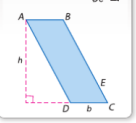
محيط $\square ABCD = AB + BC + DC + AD$
$5 + 10 + 5 + 10 = 30$ cm

المساحة

الارتفاع المذكور، DE هو 4 cm. $\overline{BC}$ هي القاعدة وتبلغ 10 cm.

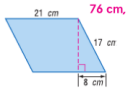
مساحة متوازي الأضلاع
$A = bh$
$= (10)(4) = 40\ cm^2$ $b = 10$ و $h = 4$

نصيحة دراسية
ارتفاعات الأشكال يمكن حساب ارتفاع شكل عن طريق مد قاعدة. في المثال 1، يمكن قياس ارتفاع $\square ABCD$ المتناظر للقاعدة $\overline{DC}$ من خلال مد $\overline{DC}$.



تمرين موجّه

جـــد محيط كل متوازي أضلاع ومساحته.

1A. 

76 cm, $315\ cm^2$

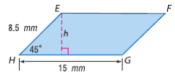
1B.

96 m, $552\ m^2$

يمكنك استخدام حساب المثلثات لحساب مساحة متوازي الأضلاع.

مثال 2 مساحة متوازي الأضلاع

جـــد مساحة $\square EFGH$.



الخطوة 1 استخدم المثلث الذي يبلغ قياس زاويته 45°–90° لإيجاد الارتفاع h لمتوازي الأضلاع.

تذكر أنه إذا كان قياس الساق المقابلة للزاوية 45° هو h فإن قياس الوتر هو $h\sqrt{2}$

$h\sqrt{2} = 8.5$ استبدل 8.5 بقياس الوتر.
$h = \frac{8.5}{\sqrt{2}} = 6$ mm تقريبًا اقسم كل طرف على $\sqrt{2}$.

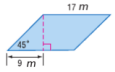
الخطوة 2 جـــد المساحة.

مساحة متوازي الأضلاع
$A = bh$
$\approx (15)(6) = 90\ mm^2$ $b = 15$ و $h \approx 6$

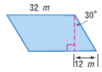
انتبه!
الدقة تذكر أنه يتم قياس المحيط باستخدام الوحدات الخطية مثل البوصة والسنتيمتر، ولكن يتم قياس المساحة باستخدام الوحدات المربعة مثل القدم المربع والملّيمتر المربع.

تمرين موجّه

جسد مساحة كل متوازي أضلاع. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

2A. 

$153\ m^2$

2B. 

$665.1\ m^2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انتبه!
تعريف الارتفاع ارتفاع متوازي الأضلاع هو المسافة العمودية بين ضلعين متوازيين.
وبما أن لمتوازي الأضلاع زوجين من الأضلاع المتوازية، فإن به ارتفاعين. وحسب اتجاه متوازي الأضلاع، لا يجب أن يكون الارتفاع عبارة عن مسافة رأسية.

319 / 251

8:42 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

مراجعة المفردات

ارتفاع المثلث قطعة مستقيمة ممتدة من أحد الرؤوس إلى المستقيم المحتوي على الضلع المقابل. كما أنها عمودية على المستقيم المحتوي على هذا الضلع

2 مساحة المثلث

كما هو الحال مع قاعدة متوازي الأضلاع. **قاعدة المثلث** يمكن أن تكون أي ضلع. **ارتفاع المثلث** هو طول ارتفاع مرسوم من قاعدة معينة.

يمكنك استخدام المسلمة التالية لوضع صيغة لمساحة المثلث.

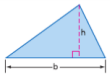
المسلّمة 13.5 مسلّمة تطابق المساحات

إذا كوّن شكلان متطابقتين. فسيكون لهما المساحة ذاتها.

في الشكل أدناه، تم قص متوازي أضلاع إلى نصفين بطول القطر لتكوين مثلثين متطابقين بنفس القاعدة والارتفاع.

حسب مسلّمة تطابق المساحات، المثلثان المتطابقان لهما نفس المساحة. إذاً، مثلث قاعدته b وارتفاعه h تبلغ مساحته نصف مساحة متوازي أضلاع قاعدته b وارتفاعه h.

المفهوم الأساسي مساحة المثلث

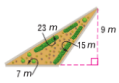


الشرح المساحة A للمثلث هي نصف ناتج ضرب القاعدة b في الارتفاع المناظر h.

الرموز $A = \frac{bh}{2}$ أو $A = \frac{1}{2}bh$

مثال 3 من الحياة اليومية محيط ومساحة المثلث

البستنة أمير يحتاج كمية كافية من النشارة لتغطية الحديقة المثلثةالموضحة وكمية كافية من حجارة الممشى لعمل حدود لها. إذا علمت أن كيسا واحدا من النشارة يغطي $12\ m^2$ وكل حجر من أحجار الممشييغطي $10\ cm$ من الحد، فكم عدد أكياس النشارة وأحجار الممشى التي يجب عليه شراؤها؟



الخطوة 1 جـــد محيط الحديقة.

محيط الحديقة $= 45\ m$ $23 + 15 + 7$

الخطوة 2 جـــد مساحة الحديقة.

$A = \frac{1}{2}bh$ مساحة المثلث

$= \frac{1}{2}(7)(9) = 31.5\ m^2$ $b = 7$ و $h = 9$

الخطوة 3 استخدم تحليل الوحدات لتحديد المطلوب من كل عنصر.

أكياس النشارة

$31.5\ m^2 \cdot \frac{1\ bag}{12\ m^2} \approx 2.625$ ← ن الأكياس

أحجار الممشى

$45\ m \cdot \frac{100\ cm}{1\ m} \cdot \frac{1\ stone}{10\ cm} = 450$ حجرًا

قرّب عدد الأكياس للأعلى بحيث تكون هناك كمية كافية من النشارة. سوف يحتاج إلى 3 أكياس من النشارة و 135 من أحجار الممشى.

الربط بالحياة اليومية

يمكن للحدائق المظلة أن تشكل بؤرة في المناظر الطبيعية أو تتبع ببساطة من تقاطع الممرات.

Macmillan/McGraw-Hill Education حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح شركة

التدريس المتمايز BL OL AL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني اجعل الطلاب يقطعوا اثنين من متوازيات الأضلاع بحجمين مختلفين. أولاً، اجعلهم يقطعوا مثلث قائم الزاوية من نهاية واحد من متوازيي الأضلاع ويعيدوا ترتيب القطع ليشكلوا مستطيلاً. بعدها، اطلب منهم حساب مساحة المستطيل. ثم اجعلهم يقطعوا متوازي الأضلاع الثاني نصفين بشكل قطري ويحددوا مساحة المثلثات الناتجة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

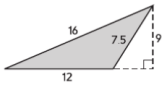
اللوحة البيضاء التفاعلية اعرض متوازي أضلاع على اللوحة وارسم قطرًا من أقطاره. تتبع متوازي الأضلاع لترسم مثلثين. اسحبهما بعيدًا وأرجعهما معا لتوضح للطلاب أن مساحة متوازي الأضلاع عبارة عن مجموع مساحتي هذين المثلثين.

مساحة المثلث

يوضح **المثالان 3 و 4** كيفية استخدام مساحة المثلثات في حساب القيم المجهولة.

مثال إضافي

3 صندوق الرمال ستحتاج إلى شراء ما يكفي من اللوحات لتصنع إطارًا لصندوق الرمال المثلث الموضح وما يكفي من الرمال لملئه. إذا كانت اللوحة الواحدة طولها $3\ m$ وحقيبة الرمال الواحدة تملأ $9\ m^2$ من صندوق الرمال، فكم عدد اللوحات والحقائب التي سوف تحتاج إلى شرائها؟



12 لوحة و 6 حقائب

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج المنطقي تستطيع أن تجعل الطلاب يكوّنوا أشكالاً عدة على ورق التمثيل البياني ليتحققوا من معادلات حساب المساحة لمتوازي الأضلاع والمثلث.

319 / 252

8:42 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

مثال إضافي

4 **الجبر** ارتفاع المثلث يزيد بمقدار 7 cm عن قاعدته. مساحة المثلث تبلغ $60\ cm^2$. احسب القاعدة والارتفاع.

القاعدة = 8 cm.

والارتفاع = 15 cm.

التركيز على محتوى الرياضيات

المساحة وضح أنه من الممكن أن يتم رسم العديد من مختلف متوازيات الأضلاع بالارتفاع نفسه ومع كون قواعدها متطابقة، ومن ثم بالمساحة نفسها. استخدم لوحة جغرافية أو جهاز تصميم مماثلا لتوضح مختلف متوازيات الأضلاع التي لها نفس الطول والقاعدة. اطلب من الطلاب أن يوضحوا مدى اختلاف متوازيات الأضلاع تلك.

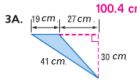
إرشاد للمعلمين الجدد

تمثيل النماذج ساعد الطلاب على فهم العلاقة بين مساحة المثلث ومساحة متوازي الأضلاع أو المستطيل من خلال عرض نموذج أمامهم. اقطع قطعة من الورق حجمها 21 cm × 27.5 cm نصفين على امتداد القطر لتوضح أن مساحة المثلث تبلغ نصف مساحة المستطيل الذي له نفس القاعدة والارتفاع. ثم اقطع مثلثًا قائم الزاوية من طرف ورقة أخرى حجمها 21 cm × 27.5 cm بحيث يكون لها نفس ارتفاع الورقة الأصلية. شكل متوازي أضلاع من الورقة عن طريق وضعها على الطرف الآخر من الورقة. ثم اقطعها نصفين على امتداد القطر. مساحة المثلث تبلغ نصف مساحة متوازي الأضلاع المناظر هذا.

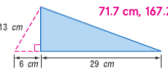
تمرين موجّه

جـــد محيط كل مثلث ومساحته.

3A. 100.4 cm, 285 cm²



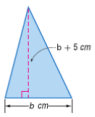
3B. 71.7 cm, 167.2 cm²



يمكنك استخدام الجبر للحل لإيجاد القياسات غير المعلومة في متوازيات الأضلاع والمثلثات.

مثال 4 استخدام المساحة لإيجاد القياسات المجهولة

الجبر ارتفاع مثلث يزيد عن قاعدته بمقدار 5 cm. ومساحة المثلث $52\ cm^2$.
جـــد القاعدة والارتفاع.



الخطوة 1 اكتب تعابير لتمثيل كل قياس.

افترض أن b تمثل قاعدة المثلث. إذًا، الارتفاع يساوي $b + 5$.

الخطوة 2 استخدم صيغة مساحة المثلث لإيجاد b.

$A = \frac{1}{2}bh$ مساحة المثلث

$52 = \frac{1}{2}b(b + 5)$ استبدل A بـ 25 و h بـ $b + 5$.

$104 = b(b + 5)$ اضرب كل طرف في 2.

$104 = b^2 + 5b$ خاصية التوزيع

$0 = b^2 + 5b - 104$ اطرح 104 من كل طرف.

$0 = (b + 13)(b - 8)$ حلل إلى العوامل.

$b + 13 = 0$ أو $b - 8 = 0$ خاصية ناتج الضرب الصفري

$b = -13$ $\quad b = 8$ حل لإيجاد b.

نصيحة دراسية
خاصية ناتج الضرب الصفري إذا كان ناتج ضرب عاملين يساوي 0، فأحدهما على الأقل يجب أن يساوي 0.

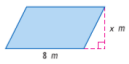
الخطوة 3 استخدم التعابير من الخطوة 1 لإيجاد كل قياس.

بما أن الطول لا يمكن أن يكون بالسالب. إذًا قياس القاعدة 8 cm وقياس الارتفاع $8 + 5$ أو 13 cm.

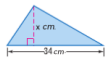
تمرين موجّه

الجبر جـــد قيمة x.

4A. $A = 148\ m^2$ 18.5 m



4B. $A = 357\ cm^2$ 21 cm



4C. **الجبر** قاعدة متوازي أضلاع ضعف ارتفاعه. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع $72\ cm^2$. فجـــد القاعدة والارتفاع. $b = 12\ m, h = 6\ m$

McGraw-Hill Education © محفوظ لصالح مؤسسة تعليم وتأليف

8:42 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 9-1 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

التحقق من فهمك

الأمثلة 3-1 جـــد محيط ومساحة كل متوازي أضلاع أو مثلث. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

1. 56 cm 180 cm²
2. 76 cm, 288 cm²
3. 64 cm, 207.8 cm²
4. 60.1 m, 115 m²
5. 43.5 cm, 20 cm²
6. 80 mm, 240 mm²
7. **الحرف اليدوية** يصنع عبد الرحمن وعبد الرحيم المراوح الورقية. كل مروحة مكونة من 4 مثلثات بالأبعاد الموضحة. جـــد محيط ومساحة كل مثلث. 28.5 , 33.8 cm²

مثال 4 جـــد قيمة x.

8. $A = 153$ cm² — 17 cm
9. $A = 165$ cm² — 11 cm

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 3-1 **البنية** جـــد محيط ومساحة كل متوازي أضلاع أو مثلث. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

10. 96 cm, 528 cm²
11. 76 m, 315 m²
12. 80 mm, 137.5 mm²
13. 69.9 m, 129.9 m²
14. 170 cm, 1440 cm²
15. 174.4 m, 1520 m²
16. **ألغاز تانجرام** مساحة لغز تانجرام الموضح 4 cm².
   a. جـــد محيط ومساحة المثلث الأرجواني. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة. 9.7 cm; 4 cm²
   b. جـــد محيط ومساحة متوازي الأضلاع الأزرق. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة. 6.8 cm; 2 cm²

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	10-27, 38-58	11-27 ,فردي, 42-45	10-26 ,زوجي, 38-41, 46-58
OL أساسي	11-27 ,فردي, 28, 29-35 ,فردي, 36, 38-58	10-27, 42-45	28-36, 38-41, 46-58
BL متقدم	28-53, (اختياري: 54-58)		

8:42 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

35a. 10.9 وحدات²

35b. $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \stackrel{?}{=} \frac{1}{2}bh$

$\sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)}$

$\stackrel{?}{=} \frac{1}{2}(5)(12)$

$\sqrt{15(10)(3)(2)} \stackrel{?}{=} 30$

$\sqrt{900} \stackrel{?}{=} 30$

$30 = 30$

مثال 2 **البنية** جـــد مساحة كل متوازي أضلاع. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

17. 30 cm, 30°, 28 cm — 727.5 m²

18. 14 mm, 60°, 7 mm — 169.7 mm²

19. 33.5 cm, 45°, 10.1 cm — 338.4 cm²

20. 45°, 6.4 cm, 12.8 cm — 57.9 cm²

21. 37°, 24 m, 20 m — 480 m²

22. 22 cm, 40°, 18 cm — 471.9 cm²

23 **تطلّس** كثيرًا ما يتم عرض مناطق ترقب الأعاصير على خرائط الطقس باستخدام متوازيات أضلاع. ما مساحة المنطقة المتأثرة بإعلان ترقب الأعاصير الموضح؟ قرّب إلى أقرب كيلومتر مربع. **55,948 km²**

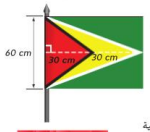
مثال 4 24. ارتفاع متوازي أضلاع يزيد عن قاعدته بمقدار 4 mm. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع 221 mm مربعا. فجـــد القاعدة والارتفاع. **$b = 13$ mm; $h = 17$ mm**

25. ارتفاع متوازي أضلاع يساوي ربع قاعدته. إذا علمت أن مساحة متوازي الأضلاع 36 cm² فجـــد القاعدة والارتفاع. **$b = 12$ cm; $h = 3$ cm**

26. قاعدة مثلث تفي ارتفاعه. إذا علمت أن مساحة المثلث 49 m² فجـــد القاعدة والارتفاع. **$b = 14$ m; $h = 7$ m**

27. ارتفاع مثلث أقصر من قاعدته بمقدار 3 m. إذا علمت أن مساحة المثلث 44 m² فجـــد القاعدة والارتفاع. **$b = 11$ m; $h = 8$ m**

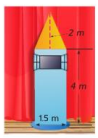
B 28. **الأعلام** يريد عمر صنع نسخة مطابقة للعلم الوطني لغينيا.



a. ما مساحة قطعة القماش المطلوبة للمنطقة الحمراء؟ والصفراء؟ **900 cm²; 900 cm²**

b. إذا علمت أن تكلفة القماش AED 3.99 للمتر المربع لكل لون وقد اشترى كمية القماش المطلوبة بالضبط. فكم سيتكلف العلم؟ **AED 1.43**

29. **دراما** ليلى مسؤولة عن تصميم الديكور للأداء الفني لمسرحية روميو وجولييت في مدرستها. يغطي لتر واحد من الطلاء 7 m². فكم عدد اللترات المطلوبة من كل لون إذا علمت أن السقف والبرج يتطلب كل منهما 3 طبقات من الطلاء؟ **لتر من الأصفر، و 3 لترات من الأزرق**



جـــد محيط ومساحة كل شكل. قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

30. $2\sqrt{2}$ m — 8 m; 4 m²

31. 3 cm, 62° — 9.19 cm; 4.79 cm²

32. 35°, 4 m, 12 m — 37.95 cm; 68.55 m²

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة تعليم والتأليف

8:42 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

الهندسة الإحداثية جـــد مساحة كل شكل. واشرح الطريقة المستخدمة.

33. $\square ABCD$ به الرؤوس $A(4, 7)$ و $B(2, 1)$ و $C(8, 1)$ و $D(10, 7)$

34. $\triangle RST$ به الرؤوس $R(-8, -2)$ و $S(-2, -2)$ و $T(-3, -7)$

35. **صيغة هيرون** ترتبط صيغة هيرون أطوال أضلاع مثلث بمساحته. والصيغة هي $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$، حيث s هو نصف محيط المثلث وa وb وc أطوال الأضلاع. **a–b. انظر الهامش.**

a. استخدم صيغة هيرون لإيجاد مساحة مثلث أطوال أضلاعه 7 و10 و4.

b. أثبت أن المساحة التي تم إيجادها للمثلث قائم الزاوية 13-12-5 هي ذاتها باستخدام صيغة هيرون وباستخدام صيغة مساحة المثلث التي تعلمت سابقًا في هذا الدرس.

36 **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف العلاقة بين مساحة مثلث ومحيطه. **a–e. انظر الهامش.**

a. **جبريًا** مستطيل محيطه 12 وحدة. إذا كان طوله x وعرضه y، فاكتب معادلتين لمحيطه ومساحته.

b. **جدوليًا** ضع في جدول جميع القيم المحتملة من الأعداد الكلية لطول المستطيل وعرضه وجـــد مساحة كل زوج.

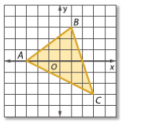
c. **بيانيًا** مثّل بيانيًا مساحة المستطيل بالنسبة إلى طوله.

d. **لفظيًا** صف كيفية تغير مساحة المستطيل بتغير طوله.

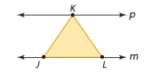
e. **تحليليًا** لأي قيم الطول والعرض من الأعداد الكلية ستكون المساحة أكبر ما يكون؟ أقل ما يكون؟ اشرح تبريرك.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

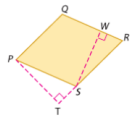
37. **تحدٍ** جـــد مساحة $\triangle ABC$ الممثل بيانيًا على اليسار. اشرح طريقتك. **انظر الهامش.**



38. **فرضيات** هل سيكون محيط متوازي الأضلاع غير المستطيل *دائمًا* أم *أحيانًا* أم *لن* يكون *مطلقًا* أكبر من محيط مستطيل بنفس المساحة والارتفاع؟ اشرح. **انظر الهامش.**



39. **الكتابة في الرياضيات** تقع النقطتان J وL على المستقيم m. وتقع النقطة K على المستقيم p. إذا علمت أن المستقيمين m و p متوازيان. فصف كيفية تغير مساحة $\triangle JKL$ بينما تتحرك K على طول المستقيم p.



40. **مسألة غير محددة الإجابة** مساحة مضلع 35 وحدة مربعة. الارتفاع 7 وحدات. ارسم ثلاثة مثلثات وثلاثة متوازيات أضلاع مختلفة تحقق المتطلبات. واذكر القاعدة والارتفاع لكل منها.

41. **الكتابة في الرياضيات** صف طريقتين مختلفتين لاستخدام القياس لإيجاد مساحة متوازي أضلاع $PQRS$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمثيلات المتعددة

يستخدم الطلاب في التمرين 36 معادلات جبرية وجدولاً إضافةً إلى تمثيل بياني لاستكشاف العلاقة القائمة بين محيط ومساحة المستطيل.

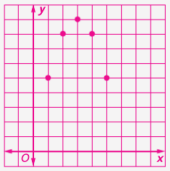
إجابات إضافية

36a. $P = 2x + 2y$, $A = xy$

36b.

الطول، x	العرض، y	المساحة
1	5	5
2	4	8
3	3	9
4	2	8
5	1	5

36c.



36d. الإجابة النموذجية: تزيد المساحة بزيادة الطول من 1 إلى 3، وتكون في أعلى قيمها عند 3، ثم تتناقص بزيادة الطول إلى 5.

36e. الإجابة النموذجية: يصل التمثيل البياني لأعلى نقطة عندما $x = 3$. ومن ثم ستكون مساحة المستطيل الأكبر عندما يكون الطول 3. ويصل التمثيل البياني لأصغر نقاطه عندما $x = 1$ و 5. ومن ثم ستكون مساحة المستطيل الأصغر عندما يكون الطول 1 أو 5.

37. 15 وحدة^2، الإجابة النموذجية: رسمت المثلث داخل مربع 6 في 6. وحسبت مساحة المربع وطرحت مساحات المثلثات الثلاثة قائمة الزاوية الموجودة داخل المربع والتي تم وضعها حول المثلث المعطى. ومساحة المثلث المعطي هو الفرق، أو 15 وحدة مربعة.

38. دائمًا. الإجابة النموذجية: إذا كانت المساحات متساوية، فإن محيط متوازي الأضلاع غير المستطيل سيكون دائمًا أكبر لأن الضلع غير العمودي على الارتفاع يشكل مثلثًا قائم الزاوية مع الارتفاع. والارتفاع هو ساق المثلث وضلع متوازي الأضلاع هو وتر المثلث. بما أن الوتر دائمًا يكون الضلع الأطول في المثلث قائم الزاوية، فإن الضلع غير العمودي في متوازي الأضلاع يكون دائمًا أكبر من الارتفاع. كما أن قواعد الأشكال رباعية الأضلاع لا بد وأن تكون متشابهة لأن المساحات والارتفاعات تكون متشابهة. وبما أن القواعد متشابهة وارتفاع المستطيل كذلك هو طول الضلع، فإن محيط متوازي الأضلاع سيكون دائمًا أكبر.

319 / 256

8:42 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

4 التقويم

عيّن مصطلح الرياضيات اجعل الطلاب يشرحوا كيفية حساب مساحة المثلث.

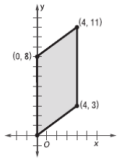
إجابات إضافية

46. العينة: عينة منتظمة من 250 ضيفًا؛ المجتمع الإحصائي: كل الضيوف؛ إحصاء العينة: المبلغ المالي الوسيط المنفق على الوجبات الخفيفة من قبل الضيوف ضمن العينة؛ معلّمة المجتمع الإحصائي: المبلغ المالي الوسيط المنفق على الوجبات الخفيفة من قبل كل الضيوف

47. العينة: عينة عشوائية من 100 طالب في الصف الثاني عشر؛ المجتمع الإحصائي: جميع طلاب الصف الثاني عشر في مدرسة البراء بن عازب الثانوية؛ إحصاء العينة: متوسط المبلغ المالي المنفق على حفل التخرج؛ معلّمة المجتمع الإحصائي: متوسط المبلغ المالي الذي ينفقه طلاب الصف الثاني عشر في مدرسة البراء بن عازب الثانوية على حفل التخرج

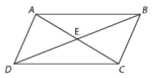
تدريب على الاختبارات المعيارية

42. ما المساحة بالوحدات المربعة لمتوازي الأضلاع الموضح؟ **C**

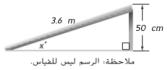


A 12
B 20
C 32
D 40

43. **الإجابة الشبكية** في متوازي الأضلاع $ABCD$، $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ يتقاطعان عند E إذا علمت أن $AE = 9$ و $BE = 3x - 7$ و $DE = x + 5$. فجد x.
6



44. تم إنشاء منحدر للكراسي المتحركة بارتفاع 50 سم وطول 3.6 أمتار كما هو موضح. ما قياس الزاوية x التي يصنعها المنحدر مع الأرض، إلى أقرب درجة؟ **F**



ملاحظة: الرسم ليس للقياس.

F 8
G 16
H 37
J 53

45. **SAT/ACT** صيغة تحويل الدرجة المئوية إلى درجة فهرنهايت هي $F = \frac{9}{5}C + 32$، حيث تمثل F درجة فهرنهايت و C الدرجة المئوية. أي مما يلي الدرجة المئوية المكافئة لدرجة 86° فهرنهايت؟ **B**

A 15.7° C
B 30° C
C 65.5° C
D 122.8° C
E 186.8° C

مراجعة شاملة

حدد العينة والمجتمع الإحصائي لكل حالة. ثم صف إحصاء العينة ومعلّمة المجتمع الإحصائي.

46. الهلالي تم سؤال عينة منتظمة من 250 ضيفًا عن مقدار المال الذي تم إنفاقه في أكشاك بيع الوجبات الخفيفة داخل الملاهي. وتم حساب متوسط المبلغ. **انظر الهامش**

47. حفل التخرج تم إجراء استطلاع مع عينة عشوائية من 100 طالب في الصف الثاني عشر بمدرسة البراء بن عازب الثانوية. وحساب المتوسط الحسابي للمبلغ الذي تم إنفاقه على حفل التخرج لكل طالب. **انظر الهامش**

جد معكوس كل دالة مما يلي.

48. $f(x) = 2x - 14$ $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + 7$
49. $f(x) = 17 - 5x$ $f^{-1}(x) = -\frac{1}{5}x + \frac{17}{5}$
50. $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$ $f^{-1}(x) = 4x - 12$
51. $f(x) = -\frac{1}{7}x - 1$ $f^{-1}(x) = -7x - 7$
52. $f(x) = \frac{2}{3}x + 6$ $f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x - 9$
53. $f(x) = 12 - \frac{3}{5}x$ $f^{-1}(x) = -\frac{5}{3}x + 20$

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 2$ و $b = 6$ و $c = 3$.

54. $\frac{1}{2}ac$ **3**
55. $\frac{1}{2}cb$ **9**
56. $\frac{1}{2}b(2a + c)$ **21**
57. $\frac{1}{2}c(b + a)$ **12**
58. $\frac{1}{2}a(2c + b)$ **12**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL

التوسع وضح للطلاب أن كل متوازي أضلاع له ارتفاعان. اطلب من كل طالب أن يكتب فقرة تشرح سبب عدم استخدامك لكلا الارتفاعين في حساب مساحة متوازي الأضلاع. راجع عمل الطلاب.

8:42 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

13 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

تصنيف المثلثات (الدرس 1-13)

- يمكن تصنيف المثلثات حسب زواياها بأنها حادة أو منفرجة أو قائمة وحسب أضلاعها بأنها مختلفة الأضلاع أو متساوية الساقين أو متساوية الأضلاع.

زوايا المثلثات (الدرس 2-13)

- قياس الزاوية الخارجية يساوي مجموع قياس الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين.

المثلثات المتطابقة (الدروس 3-13 و 4-13 و 5-13)

- SSS، إذا كانت كل الأضلاع المتناظرة في مثلثين متطابقة، فالمثلثان متطابقان.
- SAS، عند تطابق زوجين من الأضلاع المتناظرة في مثلثين والزاويتين المحصورتين بينهما، فالمثلثان متطابقان.
- ASA، عند تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة في مثلثين والضلعين المحصورين بينهما، فالمثلثان متطابقان.
- AAS، عند تطابق زوجين من الزوايا المتناظرة في مثلثين وزوج مناظر من الأضلاع غير المحصورة، فالمثلثان متطابقان.

المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع (الدرس 6-13)

- زوايا قاعدة المثلث متساوي الساقين متطابقة ويكون المثلث متساوي الأضلاع إذا كان متساوي الزوايا.

التحويلات والبراهين الإحداثية (الدرسان 7-13 و 8-13)

- في تحويل التطابق، قد يختلف موضع الصورة عن الصورة الأصلية، لكن الشكلين يظلان متطابقين.
- البراهين الإحداثية تستخدم الجبر لإثبات المفاهيم الهندسية.

المطويات منظم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.

المفردات الأساسية

مثلث حاد acute triangle	البرهان التسلسلي flow proof
خط مساعد auxiliary line	ارتفاع متوازي الأضلاع height of a parallelogram
زوايا القاعدة base angles	ارتفاع المثلث height of a triangle
قاعدة متوازي الأضلاع base of a parallelogram	زاوية محصورة included angle
قاعدة المثلث base of a triangle	ضلع محصور included side
تحويل التطابق congruence transformation	مثلث متساوي الساقين isosceles triangle
مضلعات متطابقة congruent polygons	مثلث منفرج الزاوية obtuse triangle
البرهان الإحداثي coordinate proof	الانعكاس reflection
نتيجة corollary	زوايا داخلية غير مجاورة remote interior angles
أجزاء متناظرة corresponding parts	مثلث قائم الزاوية right triangle
مثلث متساوي الزوايا equiangular triangle	الدوران rotation
مثلث متساوي الأضلاع equilateral triangle	مثلث مختلف الأضلاع scalene triangle
زاوية خارجية exterior angle	إزاحة translation
	زاوية الرأس vertex angle

مراجعة المفردات

حدّد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. إن كانت خاطئة، فاستبدل الكلمة أو العبارة التي تحتها خط لجعل الجملة صحيحة.

1. المثلث متساوي الزوايا مثال أيضا على المثلث حاد الزاوية. **صحيحة**
2. المثلث الذي يحتوي على زاوية قياسها أكبر من 90° مثلث قائم الزاوية. **خاطئة؛ منفرج الزاوية**
3. المثلث متساوي الأضلاع دائما ما يكون متساوي الزوايا. **صحيحة**
4. يحتوي المثلث مختلف الأضلاع على ضلعين متطابقين على الأقل. **خاطئة؛ المثلث متساوي الساقين**
5. زوايا الرأس في المثلث متساوي الساقين تكون متطابقة. **خاطئة؛ القاعدة**
6. الضلع المحصور هو الضلع الموجود بين زاويتين متتاليتين في مضلع **صحيحة**
7. الأنواع الثلاثة من تحويلات التطابق هي الدوران والانعكاس والإزاحة **صحيحة**
8. يؤدي الدوران إلى تحريك كل نقاط شكل ما للمسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه. **خاطئة؛ الإزاحة**
9. البرهان التسلسلي يستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات المفاهيم الهندسية. **خاطئة؛ البرهان الإحداثي**
10. قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسات زاويتيه الداخليتين غير المجاورتين. **صحيحة**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المطويات منظّم الدراسة

المطويات® دينا زايك

اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا بعض الأمثلة في مطوياتهم لكل درس في الوحدة. اقترح عليهم إبقاء مطوياتهم بجانبهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة، مشيرًا إلى أن هذه المطويات تعدّ بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة لاختبار الوحدة.

319 / 258
الرياضيات - المسار العام -

8:43 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

مراجعة درس بدرس

التدخل التقويمي إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض المواضيع التي تتناولها الأسئلة، فذكر الطلاب بأن الصفحات المرجعية تخبرهم أين يجب مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

الوحدة 13 دليل الدراسة والمراجعة تابع

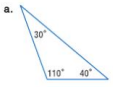
مراجعة درس بدرس

13-1 تصنيف المثلثات

مثال 1

ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية*، أو *متساوي الزوايا*، أو *منفرج الزاوية*، أو *قائم الزاوية*.

a.

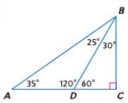


بما أن المثلث يحتوي على زاوية منفرجة، فهو مثلث منفرج.

b.

يحتوي المثلث على ثلاث زوايا حادة تتساوى جميعها، إنه مثلث متساوي الزوايا.

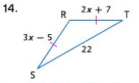
ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية*، أو *متساوي الزوايا*، أو *منفرج الزاوية*، أو *قائم الزاوية*.



11. $\triangle ADB$ **منفرج الزاوية**
12. $\triangle BCD$ **قائم الزاوية**
13. $\triangle ABC$ **قائم الزاوية**

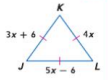
الجبر جـــد قيمة x وقياس الأضلاع المجهولة لكل مثلث.

14.



$x = 12$, $RS = RT = 31$

15.



$x = 6$, $JK = KL = JL = 24$

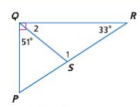
16. **اخترط** المسافة من شيكاغو إلى كليفلاند إلى سينسيناتي ثم العودة إلى شيكاغو تبلغ 1,440 km. تزيد المسافة من شيكاغو إلى كليفلاند 80km على المسافة من سينسيناتي إلى شيكاغو. وتقل المسافة من كليفلاند إلى سينسيناتي 80 km عن المسافة من سينسيناتي إلى شيكاغو. جـــد كل مسافة وضع تصنيفًا للمثلث المتشكل من المدن الثلاث.

سينسيناتي إلى شيكاغو = 480 كم، وسينسيناتي إلى كليفلاند = 400 كم، وشيكاغو إلى كليفلاند = 560 كم؛ مختلف الأضلاع

13-2 زوايا المثلثات

مثال 2

جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.



$m\angle 2 + m\angle PQS = 90$

$m\angle 2 + 51 = 90$ تعويض

$m\angle 2 = 39$ اطرح 51 من كل طرف.

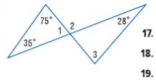
$m\angle 1 + m\angle 2 + 33 = 180$ نظرية مجموع المثلث

$m\angle 1 + 39 + 33 = 180$ تعويض

$m\angle 1 + 72 = 180$ بسط.

$m\angle 1 = 108$ اطرح.

جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.



17. $\angle 1$ **70**
18. $\angle 2$ **110**
19. $\angle 3$ **82**

20. **المنازل** دعامة السقف في منزل عبد الكريم على شكل مثلث متساوي الساقين برأوسي قاعدة بالقياس 38°. جـــد x.

104

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الرياضيات - المسار العام -

8:43 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

21. $\angle D \cong \angle J$, $\angle A \cong \angle F$, $\angle C \cong \angle H$, $\angle B \cong \angle G$, $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\overline{BC} \cong \overline{HG}$, $\overline{DC} \cong \overline{JH}$, $\overline{DA} \cong \overline{JF}$, المضلع $ABCD \cong$ المضلع $FGHJ$

22. $\angle X \cong \angle J$, $\angle Y \cong \angle K$, $\angle Z \cong \angle L$, $\overline{XY} \cong \overline{JK}$, $\overline{YZ} \cong \overline{KL}$, $\overline{XZ} \cong \overline{JL}$; $\triangle XYZ \cong \triangle JKL$

23. $\triangle BFG \cong \triangle CGH \cong \triangle DHE \cong \triangle AEF$, $\triangle EFG \cong \triangle FGH \cong \triangle GHE \cong \triangle HEF$

24. **العبارات (المبررات)**

1. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ (المعطيات)
2. $\angle A \cong \angle DCE$ (نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.)
3. $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (المعطيات)
4. $\angle ABE \cong \angle D$ (نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.)
5. $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ (مسلّمة ASA)

25. **العبارات (المبررات)**

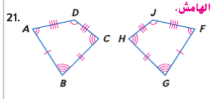
1. $\overline{WY}$ تنصف كلاً من $\angle XWZ$ و $\angle XWZ$. (المعطيات)
2. $\angle XWY \cong \angle ZWY$ (تعريف منصف الزاوية)
3. $\overline{WY} \cong \overline{WY}$ (خاصية الانعكاس)
4. $\angle XYW \cong \angle ZYW$ (تعريف منصف الزاوية)
5. $\angle WXY \cong \angle WZY$ (مسلّمة ASA)

13-3 المثلثات المتطابقة

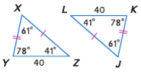
أثبت أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب جملة التطابق.

21-23. انظر الهامش.

21.



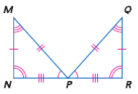
22.



23. **تركيب البلاط.** موضح هنا جزء من تركيبة بلاط. عين المثلثات التي تبدو متطابقة.

مثال 3

أثبت أن الشكلين المضلعين متطابقان عن طريق تحديد جميع الأجزاء المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب جملة التطابق.



الزوايا: $\angle N \cong \angle R$, $\angle M \cong \angle Q$, $\angle MPN \cong \angle QPR$

الأضلاع: $\overline{MN} \cong \overline{QR}$, $\overline{MP} \cong \overline{QP}$, $\overline{NP} \cong \overline{RP}$

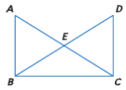
كل الأجزاء المتناظرة في المثلثين متطابقة. ولذلك، $\triangle MNP \cong \triangle QRP$.

13-4 إثبات تطابق المثلثات — تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS)

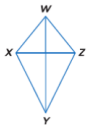
اكتب برهانًا من عمودين. **24-25. انظر الهامش.**

24. المعطيات: $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} \cong \overline{DC}$

المطلوب: $\triangle ABE \cong \triangle CDE$



25. الطائرات الورقية طائرة عبد الله الورقية موضحة في الشكل على اليسار. إذا علمت أن $\overline{WY}$ ينصف $\angle XWZ$ و $\angle XYZ$. فأثبت أن $\triangle WXY \cong \triangle WZY$.



مثال 4

اكتب برهانا تسلسليًا.

المعطيات: $\overline{PQ}$ ينصف $\angle RPS$. $\angle R \cong \angle S$

المطلوب: $\triangle RPQ \cong \triangle SPQ$

البرهان التسلسلي:

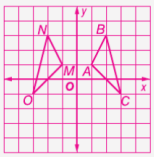
حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل تعليم
McGraw-Hill Education

الرياضيات - المسار العام -

8:43 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

إجابات إضافية

33.



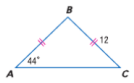
الوحدة 13

دليل الدراسة والمراجعة تابع

13-6 المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع

مثال 5

جـــد قياس كل مما يلي.



a. $m\angle B$

بما أن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$، $AB = BC$. حسب نظرية المثلث متساوي الساقين. زاويتا القاعدة A و C متطابقتان. إذا $m\angle A = m\angle C$ استخدم نظرية مجموع المثلث لكتابة معادلة وحلها لإيجاد $m\angle B$.

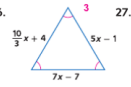
$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$	نظرية مجموع المثلث
$44 + m\angle B + 44 = 180$	$m\angle A = m\angle C = 44$
$88 + m\angle B = 180$	بسط.
$m\angle B = 92$	اطرح.

b. AB

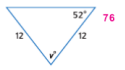
$\triangle ABC$ إذا $AB = BC$ متساوي الساقين. بما أن $BC = 12$. إذا $AB = 12$ بالتعويض.

جـــد قيمة كل متغير.

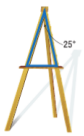
26.



27.



28. **الرسم** ترسم فوزية باستخدام حامل رسم خشبي. يشكل قضيب الدعم في الحامل مع الدعامتين الأماميتين مثلثا متساوي الساقين. وفقا للشكل أدناه، ما قياسا زاويتي القاعدة في المثلث؟ **77.5**



13-7 تحويلات التطابق

مثال 6

المثلث RST بالرؤوس $R(4, 1)$ و $S(2, 5)$ و $T(-1, 0)$ تحويل للمثلث $\triangle CDF$ بالرؤوس $C(1, -3)$ و $D(-1, 1)$ و $F(-4, -4)$. حدد التحويل. وتحقق من أنه تحويل تطابق.

مثل بيانيا كل شكل. التحويل يبدو إزاحة. جـــد أطوال أضلاع كل مثلث.

$RS = \sqrt{(4-2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{20}$

$TS = \sqrt{(-1-2)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{34}$

$RT = \sqrt{(-1-4)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{26}$

$CD = \sqrt{(-1-1)^2 + [1-(-3)]^2} = \sqrt{20}$

$DF = \sqrt{[-4-(-1)]^2 + (-4-1)^2} = \sqrt{34}$

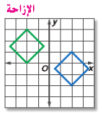
$CF = \sqrt{(-4-1)^2 + [-4-(-3)]^2} = \sqrt{26}$

بما أن كل رأس في $\triangle CDF$ قد تعرض لتحويل بمقدار 3 وحدات للبمين و 4 وحدات لأعلى، فهذه إزاحة.

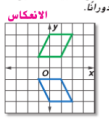
بما أن $RT = CF$، $TS = DF$، $RS = CD$ إذا $\overline{RS} \cong \overline{CD}$، $\overline{TS} \cong \overline{DF}$، $\overline{RT} \cong \overline{CF}$ حسب مسلمة تطابق الأضلاع الثلاثة (SSS). $\triangle RST \cong \triangle CDF$

حدد نوع تحويل التطابق الظاهر باعتباره *انعكاسا*، أو تحويلا، أو *دورانا*.

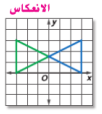
29. **الإزاحة**



30. **الانعكاس**



31. **الانعكاس**



32. **التدوير**

33. المثلث ABC بالرؤوس $A(1, 1)$ و $B(2, 3)$ و $C(3, -1)$ هو تحويل للمثلث $\triangle MNO$ بالرؤوس $M(-1, 1)$ و $N(-2, 3)$ و $O(-3, -1)$. مثل الشكل الأصلي وصورته بيانيا. وحدد التحويل. وتحقق من أنه تحويل تطابق.

انعكاس؛ انظر الهامش للاطلاع على التمثيل البياني.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

319 / 261
الرياضيات - المسار العام -

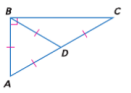
8:43 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

التقويم الختامي

استخدم اختبارات الوحدة ذات المستويات المختلفة لمفاضلة التقويمات من أجل طلابك.

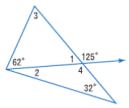
الوحدة 13 تدريب على الاختبار

ضع تصنيفًا لكل مثلث باعتباره *حاد الزاوية*، أو *متساوي الأضلاع*، أو *منفرج الزاوية*، أو *قائم الزاوية*.



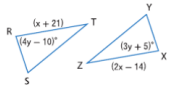
1. $\triangle ABD$ متساوي الزوايا
2. $\triangle ABC$ متساوي قائمة
3. $\triangle BDC$ متساوي منفرجة

جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.



4. $\angle 1$ 55
5. $\angle 2$ 23
6. $\angle 3$ 63
7. $\angle 4$ 125

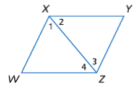
في الرسم التخطيطي، $\triangle RST \cong \triangle XYZ$.



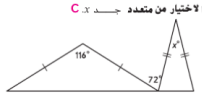
8. جـــد x. 35
9. جـــد y. 15
10. **البرهان** اكتب برهانا تسلسليا.

المعطيات: $\overline{XY} \parallel \overline{WZ}$ and $\overline{XW} \parallel \overline{YZ}$ انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

المطلوب: $\triangle XWZ \cong \triangle ZYX$



11. **الاختبار من متعدد** جـــد x. C



A 36
C 28
B 32
D 22

12. حدد ما إذا كان $\triangle TJD \cong \triangle SEK$ إذا علمت $T(-4, -2)$, $J(0, 5)$, $D(1, -1)$, $S(-1, 3)$, $E(3, 10)$, $K(4, 4)$. اشرح. نعم، حسب مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS).

حدد المسلّمة التي يمكن استخدامها لإثبات تطابق كل زوج من المثلثات. وإذا لم يكن ممكنًا إثبات التطابق، فاكتب لا يمكن.

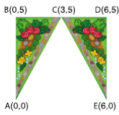
13.
مسلّمة زاويتين وضلع

14.
مسلّمة تساوي الأضلاع الثلاثة

15.
لا يمكن

16.
مسلّمة ضلعين وزاوية محصورة بينهما

17. **المناظر الطبيعية** وضعت موزة تصميما لحديقة تتكون من منطقتين مثلثتين ثم عرضها أدناه. الحامد هي $A(0, 0)$, $B(0, 5)$, $C(3, 5)$ و $D(6, 5)$ و $E(6, 0)$ عيّن نوع تحويل التطابق للصورة الأصلية $\triangle ABC$ إلى $\triangle EDC$. انعكاس



جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.

18. $\angle 1$ 66
19. $\angle 2$ 243

20. **البرهان** $\triangle ABC$ مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية بالوتر $\overline{AB}$. M نقطة منتصف $\overline{AB}$. قم بكتابة برهان إحداثي لإثبات أن $\overline{CM}$ متعامد على $\overline{AB}$. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

805

الرياضيات - المسار العام -

8:43 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

1 التركيز

الهدف فهم ما تتكون منه الأسئلة ذات الإجابات القصيرة وتطوير أساليب لحلها.

2 التدريس

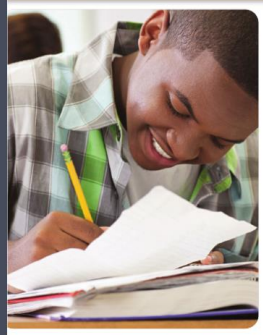
الأسئلة الداعمة

اطرح الأسئلة التالية:

- اذكر بعض الطرق التي يختلف فيها حل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة عن حل أسئلة الاختيار من متعدد. وما أوجه الشبه بينهما؟ الإجابة النموذجية: يجب أن تكتب الحل في الأسئلة ذات الإجابات القصيرة. وهذا ليس ضروريًا في أسئلة الاختيار من متعدد. تحسب الأسئلة ذات الإجابات القصيرة باستخدام معايير رصد الدرجات. وبالتالي يمكن منح جزء من الدرجة. أما في أسئلة الاختيار من متعدد، فالإجابة إما صحيحة أو خطأ. وكلا النوعين من الأسئلة يحتاج إلى القراءة المتأنية.
- ما أهمية شرح التبرير في الأسئلة ذات الإجابات القصيرة؟ الإجابة النموذجية: لا تمنح الدرجة كاملة إلا على الإجابات الصحيحة المدعومة بالشرح الوافي الصحيح.
- ما أهمية التحقق من الإجابة؟ الإجابة النموذجية: ستؤدي أخطاء السهو إلى الحصول على جزء من الدرجة أو عدم الحصول عليها.

الوحدة 13

التحضير للاختبارات المعيارية



الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

تتطلب منك الأسئلة ذات الإجابات القصيرة أن تقدم حلاً للمسألة إلى جانب الطريقة و/أو التفسير و/أو التعليل المستخدم للوصول إلى الحل.

يتم تقويم الأسئلة ذات الإجابات القصيرة في العادة باستخدام **معيار** أو دليل رصد الدرجات.

فيما يلي مثال على معيار رصد درجات سؤال قصير الإجابة.

معايير رصد الدرجات		
النقاط	المعايير	
2	الإجابة صحيحة ويتوفر تفسير كامل يوضح كل خطوة.	**الدرجة الكاملة**
1	• الإجابة صحيحة ولكن التفسير غير كامل.	**درجة جزئية**
1	• الإجابة غير صحيحة ولكن التفسير صحيح.	
0	إما أن الإجابة غير مذكورة أو غير منطقية.	**بدون درجة**

إستراتيجيات حل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

الخطوة 1

اقرأ المسألة لتصل إلى فهم ما تحاول حله.

- حدد الحقائق ذات الصلة.
- ابحث عن الكلمات الأساسية ومصطلحات الرياضيات.

الخطوة 2

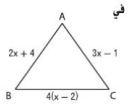
ضع خطة وجـــد حل المسألة.

- اشرح تبريرك أو اذكر أسلوبك لحل المسألة.
- اعرض كل عملك أو خطواتك.
- تحقق من إجابتك إذا سمح الوقت.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحلّ هنا.

المثلث ABC متساوي الساقين وقاعدته هي $\overline{BC}$. ما محيط المثلث؟



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الرياضيات - المسار العام -

8:43 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

اقرأ المسألة بعناية. علمت أن المثلث $\triangle ABC$ متساوي الساقين وقاعدته هي $\overline{BC}$ مطلوب منك إيجاد محيط المثلث.

ضع خطة وحـــل حل المسألة.

ساقا المثلث متساوي الساقين متطابقان.
إذا $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ أو $AB = AC$ حل لإيجاد x.

$$AB = AC$$
$$2x + 4 = 3x - 1$$
$$2x - 3x = -1 - 4$$
$$-x = -5$$
$$x = 5$$

ثم جـــد طول كل ضلع.

وحدة $BA = 2(5) + 4 + 1 = 41$
وحدة $AC = 3(5) - 1 = 14$
وحدة $BC = 4(5 - 2) = 12$

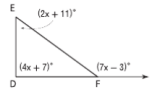
محيط $\triangle ABC$ يساوي وحدة $40 = 12 + 14 + 14$.

تم بوضوح ذكر الخطوات والحسابات والتبرير. وقد توصل الطالب أيضا إلى الإجابة الصحيحة. إذا، نستحق هذه الإجابة النقطتين بالكامل.

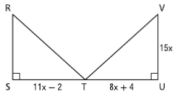
التمارين

اقرأ كل مسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحلّ هنا.

1. صنّف $\triangle DEF$ وفقا لقياسات زواياه. **منفرج الزاوية**

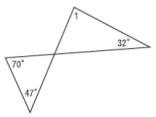


2. في الشكل أدناه، $\triangle RST \cong \triangle VUT$. ما مساحة $\triangle RST$؟ **300 وحدة مربعة**



3. يريد مزارع تجهيز حظيرة للدجاج على شكل مستطيل مساحته 6 m². ويريد أن يوفر المال بشراء أقل قدر ممكن من السياج لإحاطة المساحة. فما الأبعاد بأعداد كلية والتي ستتطلب أقل كمية من السياج؟ **3 m × 2 m**

4. ما قياس $m\angle 1$ بالدرجات؟ **85°**

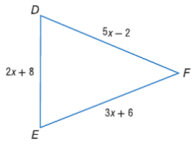


5. اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (2, 4) و (0, −2). $y = 3x - 2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

المثلث DEF متساوي الساقين وقاعدته هي $\overline{DE}$. ما محيط المثلث؟



الساقان في المثلث متساوي الساقين متطابقان. وبالتالي $\overline{DF} \cong \overline{EF}$. أو $DF = EF$.

إيجاد حل x.

$$5x - 2 = 3x + 6$$
$$2x = 8$$
$$x = 4$$

وبالتالي فإن أطوال الأضلاع هي $DF = 18$، و $EF = 18$، و $DE = 16$.

محيط $\triangle DEF$ يساوي وحدة $52 = 16 + 18 + 18$.

3 التقويم

استخدم التمارين 1-5 لتقويم استيعاب الطلاب.

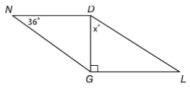
319 / 264
الرياضيات - المسار العام -

8:43 AM Fri 27 Mar
66%
elib.moe.gov.ae

الإجابة القصيرة/الإجابة الشبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

8. **الإجابة الشبكية** في الشكل أدناه، $\triangle NDG \cong \triangle LGD$. ما قيمة x؟ **54**



9. **الإجابة الشبكية** افترض أن المستقيم ℓ يحتوي على النقاط A و B و C. إذا علمت أن $AB = 7$ سم و $AC = 32$ سم، والنقطة B بين النقطتين A و C فما طول $\overline{BC}$؟ اكتب الإجابة بالسنتيمتر. **25**

10. استخدم الشكل والمعلومات المذكورة أدناه.

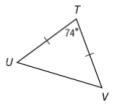
المعطيات: $\overline{JT} \perp \overline{AP}$، $\angle 1 \cong \angle 2$

بما أن $\overline{JT} \perp \overline{AP}$، $\angle JTP$ و $\angle JTA$ قائمتان. $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\overline{JT} \cong \overline{JT}$. إذاً، $\triangle ATJ \cong \triangle PTJ$ حسب مسلمة زاويتين وضلع (AAS).

ما نظرية التطابق التي يمكنك استخدامها لإثبات أن $\triangle PTJ \cong \triangle ATJ$ فقط باستخدام المعطيات؟ اشرح.

11. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع تمثل المستقيم المار بالنقطتين $(3, 0)$ و $(4, -5)$. $y = -2x + 3$

12. **الإجابة الشبكية** جد $m\angle TUV$ في الشكل. **53**



13. افترض أن ضلعين في المثلث ABC متطابقان مع ضلعين في المثلث MNO. افترض أيضا أن إحدى الزوايا غير المحصورة في $\triangle ABC$ متطابقة مع إحدى الزوايا غير المحصورة في $\triangle MNO$. هل المثلثان متطابقان؟ إذا كانا كذلك، فاكتب برهانا حرًا يوضح التطابق. وإذا لم يكونا كذلك، فارسم مثالا مضادًا.

انظر الهامش.

الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. واكتب الحل هنا.

14. استخدم شبكة إحداثيات لكتابة برهان إحدائي للعبارة التالية.

إذا كانت رؤوس المثلث هي $A(0, 0)$ و $B(2a, b)$ و $C(4a, 0)$، فإن المثلث متساوي الساقين.

a. ارسم الرؤوس على شبكة إحداثيات لتمثيل المسألة.
انظر الهامش.

b. استخدم قانون المسافة لكتابة تعبير AB.
$AB = \sqrt{4a^2 + b^2}$

c. استخدم قانون المسافة لكتابة تعبير BC.
$BC = \sqrt{4a^2 + b^2}$

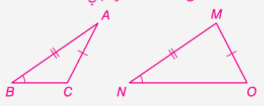
d. استخدم النتائج من الجزأين b و c لوضع استنتاج بشأن $\triangle ABC$.

بما أن $AB = BC$، إذًا، $\overline{AB} \cong \overline{BC}$. إذًا، $\triangle ABC$ متساوي الساقين.

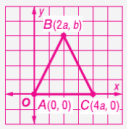
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

13. لا؛ المثال المضاد النموذجي:



14a.



809