كل ما يحتاجه الطالب في جميع الصفوف من أوراق عمل واختبارات ومذكرات، يجده هنا في الروابط التالية لأفضل مواقع تعليمي إماراتي 100 %

تطبيق المناهج الإماراتية | الاجتماعيات | الرياضيات

الصفحة الرسمية على التلغرام | الاسلامية | العلوم

الصفحة الرسمية على الفيسبوك | الانجليزية

التربية الاخلاقية لجميع الصفوف | اللغة العربية

التربية الرياضية

مجموعات التلغرام.	مجموعات الفيسبوك	قنوات تلغرام	قنوات الفيسبوك
الصف الأول	الصف الأول	الصف الأول	الصف الأول
الصف الثاني	الصف الثاني	الصف الثاني	الصف الثاني
الصف الثالث	الصف الثالث	الصف الثالث	الصف الثالث
الصف الرابع	الصف الرابع	الصف الرابع	الصف الرابع
الصف الخامس	الصف الخامس	الصف الخامس	الصف الخامس
الصف السادس	الصف السادس	الصف السادس	الصف السادس
الصف السابع	الصف السابع	الصف السابع	الصف السابع
الصف الثامن	الصف الثامن	الصف الثامن	الصف الثامن
الصف التاسع عام	الصف التاسع عام	الصف التاسع عام	الصف التاسع عام
الصف التاسع متقدم	الصف التاسع متقدم	الصف التاسع متقدم	تاسع متقدم
الصف العاشر عام	الصف العاشر عام	الصف العاشر عام	عاشر عام
الصف العاشر متقدم	الصف العاشر متقدم	الصف العاشر متقدم	عاشر متقدم
الحادي عشر عام	الحادي عشر عام	الحادي عشر عام	حادي عشر عام
الحادي عشر متقدم	الحادي عشر متقدم	الحادي عشر متقدم	حادي عشر متقدم
ثاني عشر عام	الثاني عشر عام	الثاني عشر عام	الثاني عشر عام
ثاني عشر متقدم	الثاني عشر متقدم	ثاني عشر متقدم	ثاني عشر متقدم

السؤال الأساسي

- ما سبب أهمية الهندسة والقياسات في الحياة اليومية؟ الإجابة النموذجية: يمكن استخدام الهندسة لتمثيل أو وصف أجسام أو علاقات في الحياة اليومية. في حين أن القياسات، بما فيها الخطية والمربعة والمكعبة، تقدم طريقة قابلة للقياس لوصف الأجسام أو الأغراض في الحياة اليومية.

الاستعداد للوحدة

1 خيار الكتاب المدرسي

أجب عن التدريب السريع أدناه. عد إلى الجزء "مراجعة سريعة" للحصول على المساعدة.

تدريب سريع

مثّل بيانيًا كل نقطة مما يلي في المستوى الإحداثي ثم سمّها.

1. $W(5, 2)$
2. $X(0, 6)$
3. $Y(-3, -1)$
4. $Z(4, -2)$

1-4. انظر الهامش.

5. **الألعاب** تستخدم سهيلة الرسم التخطيطي لتسجيل تحركات قطع الشطرنج الخاصة بها. وتحرك قطعة الحصان بمقدار خانتين لأعلى وخانة واحدة لليسار من f3. فما موقع الحصان بعد أن تكمل سهيلة دورها؟ e5

أوجد المجموع أو الفرق لكل مما يلي.

6. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ $1\frac{1}{2}$
7. $2\frac{1}{18} + 4\frac{3}{4}$ $6\frac{29}{36}$
8. $\frac{13}{18} - \frac{5}{9}$ $\frac{1}{6}$
9. $14\frac{3}{5} - 9\frac{7}{15}$ $5\frac{2}{15}$
10. **الطعام** أكل مازن $\frac{1}{3}$ من فطيرة بيتزا على العشاء وأخذ منها $\frac{1}{6}$ لتناوله في غداء اليوم التالي. فما مقدار فطيرة البيتزا التي تركها؟ $\frac{1}{2}$

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.

11. $(-4 - 5)^2$ 81
12. $(6 - 10)^2$ 16
13. $(8 - 5)^2 + [9 - (-3)]^2$ 153

أوجد حل كل معادلة مما يلي.

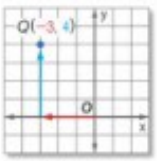
14. $6x + 5 + 2x - 11 = 90$ 12
15. $8x - 7 = 53 - 2x$ 6

مراجعة سريعة

مثال 1

مثل بيانيًا النقطة $Q(-3, 4)$ في المستوى الإحداثي ثم سمها.

ابدأ من نقطة الأصل. وحيث إن الإحداثي x سالب، تحرك 3 وحدات إلى اليسار. ثم تحرك 4 وحدات لأعلى حيث إن الإحداثي y موجب. ارسم نقطة وسمها Q.



مثال 2

أوجد ناتج $3\frac{1}{6} + 2\frac{3}{4}$.

$3\frac{1}{6} + 2\frac{3}{4} = \frac{19}{6} + \frac{11}{4}$ اكتب في صورة كسور مختلة.

$= \frac{19}{6}\left(\frac{2}{2}\right) + \frac{11}{4}\left(\frac{3}{3}\right)$ المقام المشترك الأصغر هو 12.

$= \frac{38}{12} + \frac{33}{12}$ اضرب.

$= \frac{71}{12}$ or $5\frac{11}{12}$ اجمع.

مثال 3

أوجد قيمة التعبير $[-2 - (-7)]^2 + (1 - 8)^2$.

اتبع ترتيب العمليات.

$[-2 - (-7)]^2 + (1 - 8)^2$

$= 5^2 + (-7)^2$ اطرح. $5^2 = 25, (-7)^2 = 49$

$= 25 + 49$

$= 74$ اجمع.

alManahj.com/ae

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة ©

1 التركيز

التخطيط **الرأسي**

قبل الدرس 1-10 استخدام المفاهيم والخواص الهندسية لحل المسائل.

الدرس 1-10 تحديد وتمثيل النقاط والمستقيمات والمستويات. تحديد المستقيمات والمستويات المتقاطعة.

بعد الدرس 1-10 استخدام أنماط عددية وهندسية لوضع تعميمات عن الخواص الهندسية، بما في ذلك خواص المُضلعات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

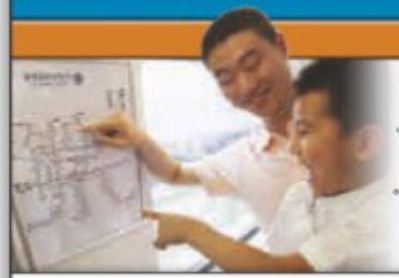
اطرح السؤال التالي:

- ما الأشياء الأخرى التي يمكن أن تُمثل نقطة ومستقيمًا ومستوًى؟ الإجابة النموذجية: يمكن تمثيل النقاط بالنجوم، والمستقيمات بالقطع المستقيمة التي تُشكل مجموعات الكواكب، والمستوى بالسماء.
- اذكر بعض الأشياء الأخرى التي يمكن من خلالها استخدام مجموعات النقاط والمستقيمات والمستويات؟ الشبكات والخرائط

(يُتبع في الصفحة التالية)

10-1 النقاط والمستقيمات والمستويات

:: السابق	:: الحالي	:: لماذا؟
• استخدمت مفاهيم وخواص هندسية أساسية لحل المسائل.	1 تحديد النقاط والمستقيمات والمستويات وتمثيلها. 2 تحديد المستقيمات والمستويات المتقاطعة.	• على خريطة مترو أنفاق، تُمثل مواقع محطات التوقف من طريق النقاط. ويمثل الطريق الذي يسلكه القطار عن طريق سلسلة من المسارات المتصلة التي تشبه المستقيمات. والسطح المستوي للخريطة التي تقع عليها هذه النقاط والمستقيمات يمثل المستوى.



المفردات الجديدة

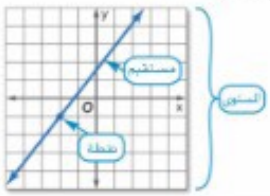
مفهوم غير مُعرّف undefined concept
نقطة point
مستقيم line
مستوى plane
على استقامة واحدة collinear
في مستوى واحد coplanar
تقاطع intersection
تعريف definition
مصطلح مُعرّف defined term
فراغ space

ممارسات في الرياضيات

استخدام نماذج الرياضيات. مراعاة الدقة.

1 النقاط والمستقيمات والمستويات

بخلاف ما تمثله من أشياء في الحياة اليومية، ليس للأشكال والنقاط والمستقيمات والمستويات أي أحجام فعلية. وفي الهندسة، تُعتبر النقطة والمستقيم والمستوى مفاهيم **غير معرّفة** لأنه لا يتم شرحها إلا باستخدام الأمثلة والأوصاف.



لا شك أنك تعرف بالفعل كلاً من مفهوم النقطة والمستقيم والمستوى من الجبر. وقد مثلت بيانيًا على مستوى إحداثي أوجدت الأزواج المرتبة التي مثلت النقاط على المستقيمات. وفي الهندسة، تحمل هذه المفاهيم معانٍ مشابهة.

يعني التعبير "واحد بالضبط" في عبارة، مثل "يوجد مستقيم واحد بالضبط بين أي نقطتين" أنه يوجد مستقيم واحد فقط.

المفهوم الأساسي مفاهيم غير معرفة

النقطة هي موقع محدد. وليس لها شكل أو حجم.

التسمية من خلال حرف كبير

مثال النقطة A

المستقيم يتكون من نقاط وليس له سُمك أو عرض. يوجد خط مستقيم واحد بالضبط بين أي نقطتين.

التسمية من خلال حرفين كبيرين يمثلان نقطتين على المستقيم أو بحرف صغير

مثال المستقيم m أو المستقيم PQ أو $\overleftrightarrow{PQ}$. المستقيم QP أو $\overleftrightarrow{QP}$

المستوى هو سطح مستوٍ يتكون من نقاط تمتد بلا نهاية في جميع الاتجاهات. يوجد مستوى واحد بالضبط بين أي ثلاث نقاط ليست على نفس المستقيم.

التسمية من خلال حرف كبير أو بالحروف التي تسمي ثلاث نقاط ليست جميعها على نفس المستقيم

مثال المستوى K، المستوى BCD، المستوى CDB، المستوى DCB، المستوى DBC، المستوى CBD، المستوى BDC

النقاط **الواقعة على استقامة واحدة** هي النقاط التي تقع على نفس المستقيم. أما النقاط غير الواقعة على استقامة واحد فلا تقع على نفس المستقيم. والنقاط **الواقعة في مستوى واحد** هي نقاط تقع في نفس المستوى. أما النقاط غير الواقعة في مستوى واحد فلا تقع في نفس المستوى.

561

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظ لصالح مؤسسة

alManahj.com/ae

- صِف نقطة ومستقيمًا ومستوًى.

هل تستطيع إعطاء تعريف واضح للمصطلحات الهندسية التالية؟ وما الفرق بين الوصف والتعريف؟

النقطة تأخذ شكل النقطة العادية المتعارف عليها، في حين أن المستقيم مثل طريق طويل يتسم بالاستقامة، والمستوى مثل سطح مكتب. ولا توجد تعريفات واضحة لهذه المصطلحات؛ فالوصف ببساطة يصف الشيء، أما التعريف فيتناول معايير محددة لازمة لتكوين شكل.

1 النقاط والمستقيمات والمستويات

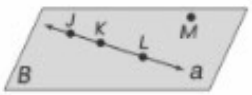
المثالان 1 و 2 يشرحان كيف يمكن تسمية وتمثيل نقاط ومستقيمات ومستويات عن طريق استخدام المفاهيم الرئيسية الواردة في هذا الدرس.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 استخدم الشكل لتسمية كلٍ مما يلي.



a. مستقيم يحتوي على النقطة K

المستقيم a. $\overleftrightarrow{JK}$ أو $\overleftrightarrow{JL}$ أو $\overleftrightarrow{KJ}$ أو $\overleftrightarrow{KL}$ أو $\overleftrightarrow{LJ}$ أو $\overleftrightarrow{LK}$

b. مستوى يحتوي على النقطة L

المستوى B. المستوى JKM والمستوى KLM والمستوى JLM. أعد ترتيب الحروف في هذه الأسماء لتكوين 15 اسمًا آخر مقبولاً.

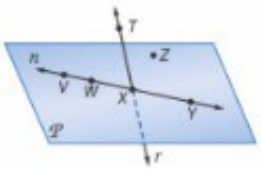
2 اذكر اسم الشكل الهندسي الذي يمثله كل من هذه الأشياء.

a. فناء 12 × 10 مستوى

b. زر على طاولة نقطة

مثال 1 تسمية المستقيمات والمستويات

استخدم الشكل لتسمية كلٍ مما يلي.



a. مستقيم يحتوي على النقطة W

يمكن تسمية المستقيم بالمستقيم n، أو يمكن استخدام أي نقطتين من النقاط الأربعة الواقعة على المستقيم لتسمية المستقيم.

$\overleftrightarrow{VW}$ $\overleftrightarrow{WV}$ $\overleftrightarrow{VX}$ $\overleftrightarrow{XV}$ $\overleftrightarrow{VY}$ $\overleftrightarrow{YV}$
$\overleftrightarrow{WX}$ $\overleftrightarrow{XW}$ $\overleftrightarrow{WY}$ $\overleftrightarrow{YW}$ $\overleftrightarrow{XY}$ $\overleftrightarrow{YX}$

b. مستوى يحتوي على النقطة X

مستوى واحد يمكن تسميته هو المستوى P. يمكنك أيضا استخدام حروف أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة لتسمية هذا المستوى.

المستوى XZY	المستوى VZW	المستوى VZX
المستوى VZY	المستوى WZX	المستوى WZY

يمكن إعادة ترتيب حروف كل من هذه الأسماء لوضع أسماء أخرى مقبولة لهذا المستوى. على سبيل المثال، المستوى XZY يمكن أن يُكتب أيضا هكذا XYZ و ZXY و ZYX و YXZ و YZX. إجمالاً، يوجد 36 اسمًا مختلفًا ثلاثي الأحرف لهذا المستوى.

نصيحة **دراسية**

مستويات إضافية رغم عدم رسمه في المثال 1b، يوجد مستوى آخر يحتوي على النقطة X. وبما أن النقاط W و T و X ليست على استقامة واحدة، فالنقطة X تقع أيضا في المستوى WTX.

تمرين **موجّه**

1A. مستوى يحتوي على النقطتين T و Z TZX **1B.** مستقيم يحتوي على النقطة T r

مثال 2 من الحياة اليومية تمثيل النقاط والمستقيمات والمستويات

لوحة النقاش اذكر أسماء المفاهيم الهندسية التي تمثلها الأشياء الموجودة في الصورة.

دبوس الدفع يمثل النقطة G.

الإطار الأحمر الداكن على البطاقة يمثل المستقيم GH.

حافة البطاقة تمثل المستقيم HI.

البطاقة بأكملها تمثل المستوى FGI.

تمرين **موجّه**

اذكر اسم المفهوم الهندسي الذي يمثله كل شيء من هذه الأشياء.

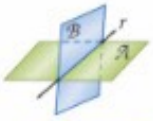
2A. أشرطة على معطف **مستقيمات** **2B.** ركن صندوق **نقطة**

مهنة **من الحياة اليومية**

الرسّام يستخدم الرسامون منظورهم لتصميم الرسومات من أجل إنشاء كل شيء بدءًا من أغلفة الأطفال وصولاً إلى الأبنية المدرسية. ويحتاج الرسامون إلى مهارات في الرياضيات واستخدام الحاسوب. ويتقنون تعليمهم في المدارس المهنية والكليات المجتمعية وبعض الكليات التي تستمر مدة دراستها أربعة أعوام. ارجع إلى التمرينين 50 و 51

2 تقاطعات المستقيمات والمستويات

يمثل **تقاطع** شكلين هندسيين أو أكثر مجموعة النقاط المشتركة بينهم. ويتقاطع المستقيمان في نقطة واحدة. ويمكن للمستقيمات أن تتقاطع مع المستويات. ويمكن للمستويات أن تتقاطع مع بعضها.



المستقيم r يمثل تقاطع المستويين A و B.

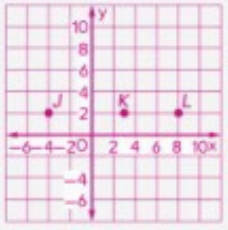
P تمثل تقاطع المستقيمين ℓ و m.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

إجابات إضافية (تمرين موجّه)

3A. الإجابة النموذجية:



3B. الإجابة النموذجية:

2 تقاطع الخطوط والمستويات

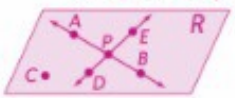
المثالان 3 و 4 يشرحان كيفية رسم وتسمية وتحديد نقاط ومستقيمات ومستويات في المساحة الفارغة.

أمثلة إضافية

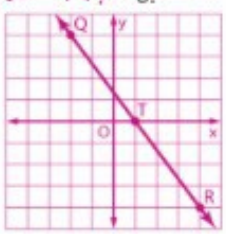
3 ارسم وسم شكلاً لكل علاقة مما يلي.

a. الجبر المستوى R يحتوي على المستقيمين $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{DE}$. واللذين يتقاطعان عند النقطة P. أضف النقطة C على المستوى R بحيث لا تكون على استقامة واحدة مع $\overleftrightarrow{AB}$ أو $\overleftrightarrow{DE}$.

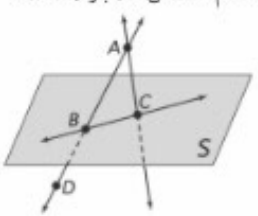
الإجابة النموذجية:



b. $\overleftrightarrow{QR}$ على مستوى إحداثي يحتوي على $Q(-2, 4)$ و $R(4, -4)$. أضف النقطة T بحيث تكون T على استقامة واحدة مع هاتين النقطتين. الإجابة النموذجية:



4 استخدم الشكل للأجزاء a-d.



a. كم عدد المستويات التي تظهر في هذا الشكل؟ اثنان

b. عيّن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة. A و B و D

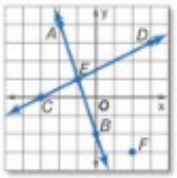
c. هل النقاط A و B و C و D في نفس المستوى؟ اشرح. النقاط A و B و C و D تقع كلها على المستوى ABC. إذًا فهي في مستوى واحد.

d. في أي نقطة يتقاطع المستقيمان $\overleftrightarrow{DB}$ و $\overleftrightarrow{CA}$؟ A

مثال 3 رسم الأشكال الهندسية

ارسم وسم شكلاً لكل علاقة مما يلي.

a. الجبر يتقاطع المستقيمان BA و DC عند النقطة E بالإحداثيات $A(-2, 4)$ و $B(0, -2)$ و $C(-3, 0)$ و $D(3, 3)$ على مستوى إحداثي. النقطة F تقع في مستوى واحد مع هذه النقاط. ولكن ليست على استقامة واحدة مع $\overleftrightarrow{AB}$ أو $\overleftrightarrow{CD}$.

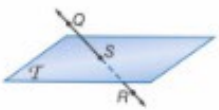


مثل بيانيًا كل نقطة وارسم $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$.

سم نقطة التقاطع بالحرف E.

يقع عدد لا نهائي من النقاط في مستوى واحد مع A و B و C و D و E ولكنها ليست على استقامة واحدة مع $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$. في التمثيل البياني. إحدى هذه النقاط هي النقطة $F(2, -3)$.

b. المستقيم RQ يتقاطع مع المستوى T عند النقطة S.



ارسم سطحًا لتمثيل المستوى T ثم سمه.

ارسم نقطة تمثل النقطة S في أي مكان على المستوى وارسم نقطة ليست على المستوى T تمثل النقطة Q.

ارسم مستقيمًا فيما بين النقطتين Q و S. ضع شُرطًا على المستقيم للإشارة إلى الجزء الذي أخفاه المستوى. ثم ارسم نقطة أخرى على المستقيم وسمها R.

تمرين موجّه 3A–3B. انظر الهامش.

3A. النقاط $R(-4, 2)$ و $K(3, 2)$ و L تقع على استقامة واحدة.

3B. المستقيم p يقع في المستوى N ويحتوي على النقطة L.

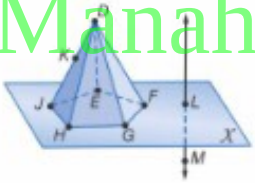
نصيحة دراسية
رسومات ثلاثية الأبعاد
نظرًا لعدم إمكانية عرض مستوى كامل في شكل ما، لنستخدم أشكال محددة مع درجات مختلفة من الألوان لتمثيل المستويات.

يتم شرح **التعريفات** أو **المفاهيم المعرّفة** باستخدام مفاهيم غير معرّفة و/أو مفاهيم معرّفة أخرى. يُعرف **الفراغ** بأنه مجموعة ثلاثية الأبعاد لا نهائية من جميع النقاط. ويمكن أن يحتوي الفراغ على مستقيمات ومستويات.

مثال 4 تفسير الرسومات

a. كم عدد المستويات التي تظهر في هذا الشكل؟

ستة: المستوى HDJ والمستوى JDE والمستوى FDE والمستوى GDE والمستوى GDH والمستوى X.



b. اذكر ثلاث نقاط على استقامة واحدة.

النقاط J و K و D على استقامة واحدة.

c. عين نقطة تقاطع المستوى GDH مع المستوى X.

المستوى GDH يتقاطع مع المستوى X في $\overleftrightarrow{HG}$.

d. في أي نقطة يتقاطع المستقيمان $\overleftrightarrow{LM}$ و $\overleftrightarrow{EF}$؟ اشرح.

لا يبدو أن هذين المستقيمين يتقاطعان. $\overleftrightarrow{EF}$ تقع في المستوى X. ولكن النقطة L فقط من $\overleftrightarrow{LM}$ المستقيم تقع في المستوى X.

تمرين موجّه

اشرح استنتاجك.

4A. هل النقاط E و D و F و G تقع في مستوى واحد؟ **4A. تقع النقاط E و F و G في المستوى X. ولكن النقطة D لا تقع في المستوى X. وبالتالي، فإنها ليست في مستوى واحد.**

4B. عند أي نقطة أو في أي مستقيم تتقاطع المستويات HDJ و EDJ و FDE؟ **4B. النقطة D هي النقطة الوحيدة المشتركة بين المستويات.**

نصيحة دراسية
البداية النقطة ليس لها بُعد. والمستقيم يوجد في بُعد واحد. ومع ذلك، تكون الدائرة ثنائية الأبعاد. والشكل الهرمي ثلاثي الأبعاد.

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

alManahj.com/ae

563

إرشاد للمعلمين الجدد

استخدام الترميز تتضمن الوحدة 10 العديد من المفردات والترميزات الهندسية الجديدة. احرص على التركيز على أهمية الاستيعاب واستخدام المفردات والترميزات الجديدة. ويُتوقع أن يستطيع الطلاب قراءة هذه المصطلحات والترميزات وفهمها واستخدامها بكفاءة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية ارسم مستوى على اللوحة. واختر بعض الطلاب وأعطهم نقاطًا ومستقيمات محددة لرسمها، سواء أكان ذلك في المستوى أم لا.

3 التمرين

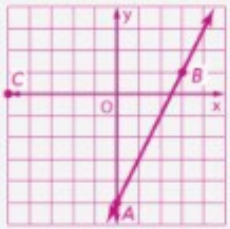
التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 12 للتحقق من استيعاب الطلاب.

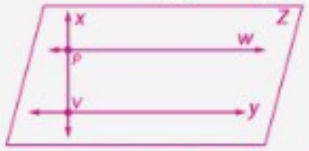
ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات ومهام للطلاب.

إجابات إضافية

6. الإجابة النموذجية:



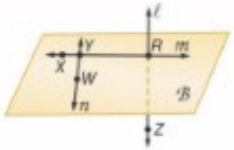
7. الإجابة النموذجية:



11. نعم؛ النقاط B و D و F تقع في المستوى BDF.

التحقق من فهمك

مثال 1 استخدم الشكل لتسمية كل مما يلي.



1. مستقيم يحتوي على النقطة X **الإجابة النموذجية: m**
2. مستقيم يحتوي على النقطة Z **الإجابة النموذجية: ℓ**
3. مستوى يحتوي على النقطتين W و R **B**

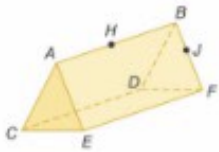
مثال 2 اذكر اسم المفهوم الهندسي الذي يمثله كل شيء من هذه الأشياء.

4. شعاع من الليزر **مستقيم**
5. أرضية **مستوى**

مثال 3 ارسم وسم شكلاً لكل علاقة مما يلي.

6. مستقيم في مستوى إحداثي يحتوي على $A(0, -5)$ و $B(3, 1)$ ونقطة C ليست على استقامة واحدة مع $\overleftrightarrow{AB}$. **انظر الهامش.**
7. المستوى Z يحتوي على المستقيمات x و y و w. المستقيمان x و y يتقاطعان عند النقطة V والمستقيمان x و w يتقاطعان عند النقطة P. **انظر الهامش.**

مثال 4 ارجع إلى الشكل.



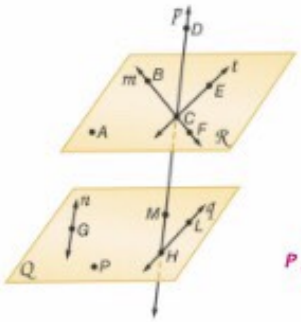
8. كم عدد المستويات الموضحة في الشكل؟ **5**
9. اذكر ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة. **الإجابة النموذجية: A و H و B**
10. هل النقاط A و H و J و D تقع في مستوى واحد؟ اشرح.
11. هل النقاط B و D و F تقع في مستوى واحد؟ اشرح. **انظر الهامش.**

12. **علم الفلك** الدب الأصغر أو الركوة الصغرى هي كوكبة تتكون من سبعة نجوم في السماء الشمالية. وتشتمل على النجم القطبي (بولاريس).
   a. ما الأشكال الهندسية التي تمثلها النجوم؟ **النقاط**
   b. هل كلّ من النجم 1 والنجم 2 والنجم 3 على استقامة واحدة على خريطة الكوكبة؟ اشرح.
   c. هل النجم القطبي والنجم 2 والنجم 6 تقع في مستوى واحد على الخريطة؟ **نعم يبدو أن جميع النقاط الثلاث تقع في نفس المستوى. ومع ذلك، من المحتمل ألا يكونوا في مستوى واحد في واقع الأمر.**

alManahj.com/ae

التمرين وحل المسائل

مثال 1 ارجع إلى الشكل. **الإجابة النموذجية: n و q**



13. اذكر المستقيمات التي تقع في المستوى Q فقط.
14. كم عدد المستويات المسماة في الشكل؟ **2**
15. اذكر المستوى الذي يحتوي على المستقيمين m و t. **R**
16. عين نقطة تقاطع المستقيمين m و t. **C**
17. عين نقطة لا تقع في مستوى واحد مع النقاط A و B و C. **P**
18. هل النقاط F و M و G و P تقع في مستوى واحد؟ اشرح.
19. عيّن النقاط غير المتضمنة في المستقيم الموضح. **النقطتان A و P**
20. اذكر اسمًا آخر للمستقيم t؟ $\overleftrightarrow{CE}$
21. هل المستقيم n يتقاطع مع المستقيم q؟ اشرح. **نعم. المستقيم n يتقاطع مع المستقيم q عند امتداد المستقيمين.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب		خيار اليومين
AL مبتدئ	13–48, 57, 58, 60–87	13–47 فردي، 62–65	14–48 زوجي، 57, 58, 60, 61, 66–87
OL أساسي	13–47 فردي، 49–58, 60–87	13–48, 62–65	49–58, 60, 61, 66–87
BL متقدم	اختياري: 49–79, 80–87		

مثال 2 اذكر المفهوم أو (المفاهيم) الهندسيةالذي يُمثله كل شيء من الأشياء التالية.

22. **النقطة**

23. **مستقيمات متقاطعة**

24. **المستوى، مستقيمات متقاطعة**

25. **مستويان متقاطعان في مستقيم**

26. بطانية **مستوى**
27. عقدة في حبل **نقطة**
28. عمود الهاتف **مستقيم**
29. حافة مكتب **مستقيم**
30. جداران متصلان **مستويات متقاطعة**
31. ملف مفتوح جزئيًا **مستويات متقاطعة**

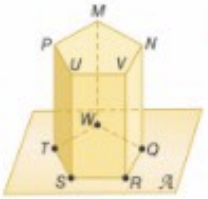
مثال 3 **ارسم شكلاً وسمه لكل علاقة. 32–39. انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

32. المستقيم m يتقاطع مع المستوى R في نقطة واحدة.
33. مستويان لا يتقاطعان.
34. النقطتان X و Y تقعان على $\overleftrightarrow{CD}$.
35. تتقاطع المستقيمات الثلاثة عند النقطة J ولكنها لا تقع جميعًا في المستوى نفسه.
36. النقاط $A(2, 3)$ و $B(2, -3)$ و C و D تقع على استقامة واحدة. ولكن النقاط A و B و C و D و F ليست كذلك.
37. المستقيمان $\overleftrightarrow{LM}$ و $\overleftrightarrow{NP}$ يقعان في مستوى واحد ولكنهما لا يتقاطعان.
38. المستقيمان $\overleftrightarrow{FG}$ و $\overleftrightarrow{JK}$ يتقاطعان في النقطة $P(4, 3)$، حيث النقطة F عند $(-2, 5)$ والنقطة J عند $(7, 9)$.
39. المستقيمان s و t يتقاطعان. والمستقيم k لا يتقاطع مع أيٍّ منهما.

مثال 4 **التمثيل** **عند تعبئة أشياء قابلة للكسر مثل الزجاج، كثيرًا ما يستخدم عُمال النقل صناديق بداخلها حواجز مثل الصندوق الموضح.**

40. كم عدد المستويات الممثلة في الصورة؟ **15**
41. ما أجزاء الصندوق التي تمثل المستقيمات؟ **الحواف**
42. ما أجزاء الصندوق التي تمثل النقاط؟ **الرؤوس**

راجع الشكل الموجود على اليسار.



43. اذكر نقطتين على استقامة واحدة. **الإجابة النموذجية: M و N**
44. كم عدد المستويات التي تظهر في الشكل؟ **7**
45. هل المستوى A والمستوى PNM يتقاطعان؟ اشرح.
لا. ليس بينهما أي مستقيمات مشتركة.
46. في أي مستقيم يتقاطع المستويان A و VRQ؟ $\overleftrightarrow{QR}$
47. هل النقاط T و S و R و Q و V تقع في مستوى واحد؟ اشرح.
لا. النقطة V لا تقع في نفس المستوى.
48. هل النقاط T و S و R و Q و W تقع في مستوى واحد؟ اشرح.
نعم. جميع النقاط تقع في المستوى TSR.

alManahj.com/ae

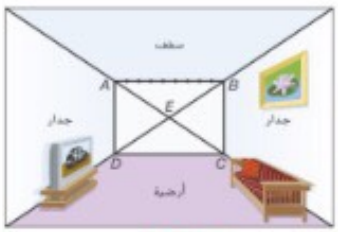
محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

49 **B** **المستويات المحدودة** المستوى المحدود هو مستوى له حدود، أو لا يمتد إلى ما لا نهاية. وتُعد لافتات الشارع الموضحة مستويات محدودة.

a. إذا كان العمود يمثل مستقيمًا، فاذكر اسم المفهوم الهندسي الذي يصف التقاطع بين اللافتات والعمود. **النقطة**

b. ما المفهوم الهندسي (أو المفاهيم) الذي يصف التقاطع بين المستويين المحدودين؟ اشرح إجابتك باستخدام رسم تخطيطي إذا لزم الأمر. **المستقيم**

50. **منظور النقطة الواحدة** تستخدم رسومات منظور النقطة الواحدة المستقيمات لنقل العمق. ويمكن تحديد المستقيمات التي تمثل المستقيمات الأفقية في الشيء الحقيقي للناظر في نقطة واحدة تُسمّى نقطة التلاشي. افترض أنك تريد رسم سقف مُبلط في الغرفة أدناه بتتبع بلاطات متقاطعة.



a. ما النقطة التي تمثل نقطة التلاشي في الرسم؟ **النقطة E**

b. استكمل الشكل. ثم ارسم مستقيمات من نقطة التلاشي تمر عبر كل نقطة من النقاط الثماني بين A و B. ثم بدة هذه المستقيمات إلى الحافة العلوية من الرسم. **انظر الهامش.**

c. كيف يمكنك تغيير الرسم لجعل جدار الغرفة الخلفي يبدو بعيدًا؟
الإجابة النموذجية: **ارسم النقاط C و D أقرب إلى نقطة التلاشي.**

51. **منظور النقطتين** تستخدم رسومات منظور النقطتين نقطتي تلاشٍ لنقل العمق.

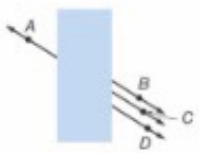
a. اكتشف كيف يمكنك استخدام نقطتي تلاشٍ لرسم مكعب مثل المكعب الموضح أعلاه. ثم ارسم مكعبًا مماثلًا. حدد عينة من المستقيمات الرأسية المستخدمة لإنشاء الرسم. **a–b. انظر الهامش.**

b. قم برسم ومد المستقيمات الأفقية لتحديد نقاط التلاشي ثم سمها.

c. ما الذي تلاحظه عن المستقيمات الرأسية عندما تقترب من نقطة التلاشي؟ **الإجابة النموذجية: إنها تقترب من بعضها.**

d. ارسم منظورًا من نقطتين لمنزل أو غرفة في منزل. **راجع عمل الطلاب.**

52. **الفرضيات** سم نقطتين على نفس المستقيم في الشكل. كيف يمكنك دعم إثباتك؟ **الإجابة النموذجية: A و C.**
استخدم مسطرة لمعرفة أي نقطة ستكون نهاية المستقيم إذا امتد.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظ لصالح مؤسسة

التدريس المتمايز BL OL AL

التوسع تحد الطلاب لإنشاء نماذج ثلاثية الأبعاد لشرح المفاهيم الهندسية الصعبة المتعلقة بالنقاط والمستقيمات والمستويات. وتشتمل بعض الأمثلة على ما يلي:

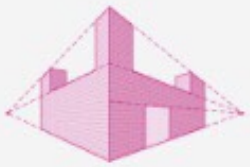
- إنشاء نموذج يوضح إمكانية عدم وجود ثلاث نقاط على استقامة واحدة.
- وضع إثبات يوضح أن النقاط الثلاث تكون في مستوى واحد، بينما النقاط الأربع يمكن ألا تكون في مستوى واحد.
- إنشاء نموذج ثلاثي الأبعاد لمستقيمات لا تكون متوازية وغير متقاطعة.

إجابات إضافية

50b.

51a. الإجابة النموذجية:

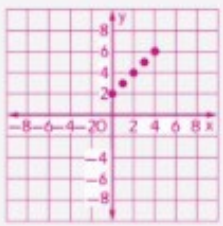
51b.



54a. الإجابة النموذجية:

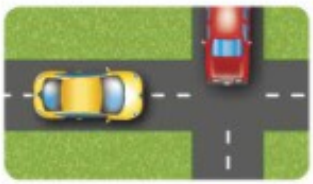
x	y
0	2
1	3
2	4
3	5
4	6

54b.



alManahj.com/ae

53. النقل عندما تدخل سيارتان في تقاطع في الوقت نفسه على مسارين متعادين، يجب على إحدى السيارتين ضبط سرعتها أو اتجاهها لتجنب الاصطدام. من ناحية ثانية، يمكن لطائرتين المرور عبر المسارات وفي الوقت نفسه نفسه في اتجاهات مختلفة بدون اصطدام. اشرح كيف يمكن هذا.



53. الإجابة النموذجية: الطائرات مختلفة في المستوى الأفقي.

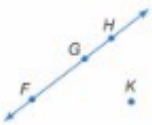
54. التمثيلات المتعددة هناك طريقة أخرى لوصف مجموعة من النقاط تُسمّى المحل الهندسي. إن **المحل الهندسي** هو مجموعة من النقاط تُحقق شرطًا معينًا. في هذه المسألة، سوف تستكشف المحل الهندسي للنقاط التي تُحقق المعادلة.

a. **جدوليًا** مثل المحل الهندسي للنقاط التي تحقق $y = x + 2$ باستخدام جدول لا يقل عن خمس قيم. **انظر الهامش.**

b. **بيانيًا** مثل نفس هذا المحل الهندسي للنقاط باستخدام تمثيل بياني. **انظر الهامش.**

c. **لفظيًا** وصف الشكل الهندسي الذي تشير إليه النقاط. **المستقيم**

55 الاحتمالات يتم اختيار ثلاث نقاط من النقاط المتساوية عشوائيًا.



a. ما احتمال وقوع النقاط المختارة على استقامة واحدة؟ $\frac{1}{4}$

b. ما احتمال وقوع النقاط المختارة في مستوى واحد؟ 1

56. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، سوف تستكشف المحل الهندسي للنقاط التي تُحقق المتباينة.

a. **جدوليًا** مثل المحل الهندسي للنقاط التي تُحقق المتباينة $y < -3x - 1$ باستخدام جدول لا يقل عن عشر قيم. **انظر الهامش.**

b. **بيانيًا** مثل نفس هذا المحل الهندسي للنقاط باستخدام تمثيل بياني. **انظر الهامش.**

c. **لفظيًا** صف الشكل الهندسي الذي تشير إليه النقاط.

جزء من المستوى الإحداثي أدنى المستقيم $y = -3x - 1$

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

57. مسألة غير محددة الإجابة ارسم رسمًا تخطيطيًا لثلاثة مستويات تتقاطع في مستقيم. **انظر الهامش.**

58. تحليل الخطأ تحاول ياسمين ووفاء تحديد أكبر عدد من المستقيمات يمكن رسمها باستخدام أي نقطتين من أربع نقاط عشوائية. مَن منهما على صواب؟ اشرح.

ياسمين	وفاء
بما أن هناك أربع نقاط، إذًا يُمكن رسم 4 مستقيمات، أو 3 أو 2 أو 1 بين النقاط.	يُمكنك رسم 3 مستقيمات، أو 2 أو 1 أو 6 بين النقاط.

58. الإجابة النموذجية: ياسمين على صواب. بعد أن تُرسم المستقيم من النقطة الأولى إلى النقاط الثلاث الأخرى، يتم رسم أحد المستقيمات من النقطة الثانية بالفعل.

59. الفرضيات ما أكبر عدد من المستويات يمكن تحديده باستخدام أي ثلاث من النقاط A و B و C و D إذا لم توجد ثلاث نقاط على استقامة واحدة؟ 4

60. التبرير هل يمكن لأي نقطتين على سطح منشور ألا تقعا على استقامة واحدة أو مستوى واحد؟ علل إجابتك.

61. الكتابة في الرياضيات راجع التمرين 49. أعطِ مثالاً من الحياة اليومية لمستوى محدود. هل يمكن الحصول على شيء من الحياة اليومية يمثل مستوى غير محدود؟ اشرح استنتاجك.

الإجابة النموذجية: يُمثل الجدول مستوى محدودًا. ولا يمكن الحصول على شيء من الحياة اليومية يمثل مستوى غير محدود لأن جميع الأشياء من الحياة اليومية يكون لها حدود.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز AL OL

المتعلمون المحبون للطبيعة اشرح كيف أن النقاط والمستقيمات والمستويات توجد في الطبيعة. فعلى سبيل المثال، يمكن تمثيل المستويات من خلال أوراق الأشجار أو ورق نبات الزنبق أو سطح بركة مياه. وتمثيل المستقيمات من خلال شبكات العنكبوت وأشعة الشمس وجذوع الأشجار وحافة مجرى نهر وعروق أوراق النباتات.

التمثيلات المتعددة

في التمرينين 54 و 56، يستخدم الطلاب جدولاً وتمثيلاً بيانيًا لاستكشاف المحل الهندسي للنقاط.

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 58، يجب على الطلاب أن يروا أنه يتم حساب المستقيم المرسوم بين نقطتين مرة واحدة فقط، بينما عَد محمد كل مستقيم مرتين: مرة من كل نقطة.

إجابات إضافية

56a. الإجابة النموذجية:

x	y
−1	−4
−2	−3
−2	2
−3	−2
−3	−7
−4	−2
−4	−7
−5	−8
−5	9
−7	0

56b.

57. الإجابة النموذجية:

الإجابة النموذجية: يوجد مستقيم واحد بالضبط يمُر عبر أي نقطتين ومستوى واحد بالضبط يمُر عبر أي ثلاث نقاط ليست على نفس المستقيم. ومن ثم، يجب أن تقع أي نقطتين على المنشور على استقامة واحدة وفي مستوى واحد.

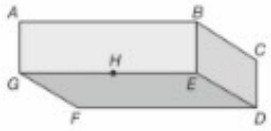
alManahj.com/ae

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات ناقش كيف أنه يمكن تمثيل النقاط والمستقيمات والمستويات من خلال الأشياء التي يراها الطلاب ويستخدمونها في حياتهم اليومية.

تمرين على الاختبار المعياري

62. أي عبارة من العبارات التالية حول الشكل أدناه ليست صحيحة؟ **D**



A النقطة H تقع في المستويين EGA و DEG.
B المستويات BAG و DFG و DEB تتقاطع في النقطة E.
C النقاط F و E و B على استقامة واحدة.
D النقاط A و H و D تقع على استقامة واحدة.

63. **الجبر** ما قيمة x إذا كانت $3x + 2 = 8$؟ **H**

F -2 G 0 H 2 J 6

64. **إجابة شبكية** يحتوي صندوق ثلج على 3 أنواع من المشروبات، 10 من عصير التفاح، و 15 من عصير العنب، و 15 زجاجة من المياه. فما احتمالية ألا يحتوي مشروب مختار عشوائيًا من صندوق الثلج على عصير فواكه؟ **3/8 أو 0.375**

65. **SAT/ACT** زادت عمليات الالتحاق بمدرسة معينة بنسبة 6% خلال هذا العام عن عمليات الالتحاق في العام الماضي. فإذا كان يلتحق بالمدرسة حاليًا 8731 طالبًا، فكم عدد الطلاب الذين التحقوا بالمدرسة في العام الماضي؟ **B**

A 1295 C 1350 E 1500
B 1300 D 1460

مراجعة شاملة

استخدم طريقة الحذف لحل كل نظام من أنظمة المعادلات.

66. $2x + y = 5$ **(2, 1)**
$3x - 2y = 4$

67. $4x - 3y = 12$ **(6, 4)**
$x + 2y = 14$

68. $2x - 3y = 2$
$5x + 4y = 28$ **(4, 2)**

69. **الصحة** ينقضي حوالي 20% من الوقت الذي تستغرقه في النوم في حركة العين السريعة (REM)، والتي ترتبط بالأحلام. فإذا نام شخص بالغ من 7 إلى 8 ساعات، فما مقدار الوقت الذي ينقضي في نوم حركة العين السريعة؟ **متضمنة ما بين 1.4 و 1.6 ساعات**

حول لأبسط صورة. افترض أن جميع المقامات لا تساوي صفرًا.

70. $\frac{a^6}{a^3}$ **a^3**

71. $\frac{4^7}{4^3}$ **16**

72. $\frac{c^3d^4}{cd^2}$ **$\frac{c^2}{d^2}$**

73. $\left(\frac{4h^{-2}g}{2g^5}\right)^0$ **1**

74. $\frac{5g^{-3}h^6}{10g^{-1}}$ **$\frac{h^{90}}{2g}$**

75. $(b^3)(m^{-3})(b^{-6})$ **$\frac{1}{m^3b^3}$**

أوجد حل كل جُملة من الجُمل المفتوحة.

76. $|y - 2| > 7$ **$\{y \mid y > 9$ أو $y < -5\}$**

77. $|z + 5| < 3$ **$\{z \mid -8 < z < -2\}$**

78. $|2b + 7| \leq -6$ **$\varnothing$**

79. $|3 - 2y| \geq 8$ **$\{y \mid y \geq 5.5$ أو $y \leq -2.5\}$**

80. $|9 - 4m| < -1$ **$\varnothing$**

81. $|5c - 2| \leq 13$ **$\{c \mid -2.2 \leq c \leq 3\}$**

مراجعة المهارات

استبدل كل ● مما يلي بالرمز $>$ أو $<$ أو $=$ لتكوين عبارة صحيحة.

82. $\frac{1}{4}$ cm ● $\frac{1}{2}$ cm **$<$**

83. $\frac{3}{4}$ cm ● $\frac{5}{8}$ cm **$>$**

84. $\frac{3}{8}$ cm ● $\frac{6}{16}$ cm **$=$**

85. 18 mm ● 2 cm **$<$**

86. 32 mm ● 3.2 cm **$=$**

87. 0.8 m ● 8 cm **$>$**

McGraw-Hill Education مؤسسة مملوكة لصالح © محفوظ الطبع والتأليف

المتابعة

يستكشف الطلاب النقاط والمستقيمات والمستويات.

اطرح السؤال التالي:

- ما المصطلحات غير المُعرفة في الهندسة، وكيف نستخدمها لتمثيل ووصف أشياء أو مواقف نتعايش معها في الحياة اليومية؟ الإجابة النموذجية: النقاط والمستقيمات والمستويات: يمكن استخدام النقاط لوصف مواقع على خريطة، ويمكن استخدام مستقيم لتمثيل مسار يمكن أن يقطعه شيء ما، ويمكن استخدام المستوى لتمثيل سطح منضدة ما.

alManahj.com/ae

10-2 القياس الخطي

السابق	الحالي	لماذا؟
• تعرفت على النقاط والمستقيمات والمستويات ومثلثها.	1 قياس القطع المستقيمة. 2 الحساب باستخدام القياسات.	• عندما وجد المصريون القدماء أن هناك حاجة لنظام قياس، فإنهم استخدموا الجسم البشري كدليل. فكانت وحدة قياس الذراع تمثل طول الذراع من المرفق إلى أطراف الأصابع. وفي النهاية وجد المصريون طول الذراع بعشرة أذرع ملكية، أي ما يعادل قصبة واحدة.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 10-2 تحديد النقاط والمستقيمات والمستويات وتمثيلها.

الدرس 10-2 قياس القطع المستقيمة، إلى جانب الحساب باستخدام القياسات.

بعد الدرس 10-2 خلق وعي لدي الطلاب بتعلق بنية نظام الرياضيات والتعريفات المترابطة والمسلمات والاستنتاج المنطقي والنظريات

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- اذكر جزءًا آخر من جسم الإنسان يُستخدم كوحدة قياس؟ المتر
- هل المتر وحدة قياس عادية أم وحدة قياس مترية؟ وحدة قياس مترية
- أي أنظمة القياس تستخدم الكسور والأعداد الصحيحة؟ الأنظمة العادية
- أي أنظمة القياس تستخدم الكسور العشرية؟ الأنظمة المترية

1 قياس القطعة المستقيمة

بخلاف المستقيم، يمكن قياس **القطعة المستقيمة** أو القطعة لأن لها نقطتي نهاية. فالقطعة المستقيمة ذات نقطتي النهاية A و B يمكن تسميتها $\overline{AB}$ أو $\overline{BA}$. ويُكتب قياس $\overline{AB}$ هكذا AB. وداخلا ما يتضمن طول قياس القطعة وحدة قياس. مثل المتر أو السنتيمتر.

إن جميع القياسات هي قيم تقريبية تعتمد على أصغر وحدة قياس متوفرة في أداة القياس.

المفردات الجديدة

- قطعة مستقيمة — line segment
- بينية النقاط — betweenness of points
- بين — between
- قطع مستقيمة متطابقة — congruent segments
- إنشاء — construction

ممارسات في الرياضيات

مراعاة الدقة.

مثال 1 الطول في الوحدات المترية

أوجد طول $\overline{AB}$ باستخدام كل مسطرة.

a.

المسطرة مدرجة بالسنتيمترات.
والنقطة B أقرب إلى علامة 4 سنتيمترات من 3 سنتيمترات.
وبالتالي، يبلغ طول $\overline{AB}$ حوالي 4 سنتيمترات.

b.

العلامات الطويلة هي السنتيمترات، والعلامات الأقصر هي المليمترات.
توجد 10 مليمترات في كل سنتيمتر.
بالتالي، يبلغ طول $\overline{AB}$ حوالي 3.7 سنتيمترات.

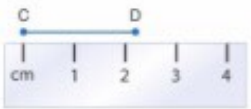
1B. الإجابة النموذجية: 170 mm

تمرين موجّه

1A. قس طول ورقة نقدية فئة 5 دراهم بالسنتيمترات. **15.6 cm**

1B. قس طول قلم رصاص بالمليمترات.

1C. أوجد طول $\overline{CD}$. **2 cm أو 20 mm**



محتوى الطبع والتأليف © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

1 قياس القطع المستقيمة

المثالان 1 و 2 يوضحان طريقة استخدام المسطرة لقياس قطعة مستقيمة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 أوجد طول $\overline{AB}$ باستخدام كل مسطرة.

a.

42 mm

b.

4.5 cm

2 استخدم مسطرة عادية لرسم كل قطعة مستقيمة.

a. $\overline{DE}$، بطول 3 سنتيمترات

راجع عمل الطلاب.

b. $\overline{FG}$، بطول $2\frac{3}{4}$ سنتيمتر

راجع عمل الطلاب.

3 أوجد $\overline{XZ}$. افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب مقياس.

$7\frac{1}{8}$ cm

نصيحة دراسية

استخدام المسطرة قد لا تكون نقطة الصفر محددة بوضوح على المسطرة. وبالنسبة لبعض المساطر، يقع الصفر في الحافة اليسرى من المسطرة. وفي البعض الآخر، قد يكون خطًا رفيعًا إضافيًا على المِحْباس. وإذا لم يكن مكان الصفر واضحًا، فضع إحدى النقاط الطرفية بمحاذاة الرقم 1 واطرح 1 من القياس عند النقطة الطرفية.

مثال 2 الطول في الوحدات القياسية

أوجد طول $\overline{CD}$ باستخدام كل مسطرة.

a.

ينقسم كل سنتيمتر إلى أرباع.

النقطة D أقرب إلى العلامة $1\frac{1}{4}$ سنتيمتر.

يبلغ طول $\overline{CD}$ حوالي $1\frac{1}{4}$ سنتيمترات.

b.

ينقسم كل سنتيمتر إلى أجزاء من ستة عشر.

النقطة D أقرب إلى العلامة $1\frac{4}{16}$ سنتيمتر.

يبلغ طول $\overline{CD}$ حوالي $1\frac{4}{16}$ أو $1\frac{1}{4}$ سنتيمترات.

تمرين موجّه

2A. قس طول ورقة نقدية فئة 5 دراهم بالسنتيمترات. $6\frac{3}{16}$ cm

2B. قس طول قلم رصاص بالسنتيمترات. **الإجابة النموذجية:** $6\frac{3}{4}$ cm

2 حساب القياسات

تذكّر أنه بالنسبة لأي عددين حقيقيين a و b، يوجد عدد حقيقي n يقع بين a و b مثل أن $a < n < b$. وتنطبق هذه العلاقة أيضًا على النقاط الواقعة على المستقيم ونُسمي **بينية النقاط**. في هذا الشكل، النقطة N تقع بين النقطتين A و B، ولكن النقطتين R و P ليستا كذلك.

إن القياسات هي أعداد حقيقية، ومن ثم يمكن استخدام جميع العمليات الحسابية معها. وأنت تعلم أن الشيء الكامل عادةً ما يساوي مجموع أجزائه. وهذا ينطبق أيضًا على القطع المستقيمة في الهندسة.

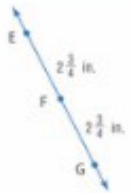
المفهوم الأساسي بينية النقاط

الشرح	استخدام النماذج
تقع النقطة M **بين** النقطتين P و Q إذا وفقط إذا كانت P، و Q، و M على استقامة واحدة، و $PM + MQ = PQ$.	

alManahj.com/ae

مثال 3 أوجد القياسات عن طريق الجمع

أوجد EG. افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب المقياس.



EG هي قياس $\overline{EG}$. والنقطة F تقع بين E و G.

أوجد EG من خلال جمع EF و FG.

$EF + FG = EG$ بينية النقاط

$2\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} = EG$ تعويض

$5\frac{1}{2}$ cm $= EG$ جمع

تمرين موجّه

3. أوجد JL. افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب مقياس.

12.3 cm

نصيحة دراسية

مقارنة القياسات تذكّر لأن القياسات هي أعداد حقيقية. فبإمكانك مقارنتها. فإذا كانت النقاط X، و Y، و Z تقع على استقامة واحدة بهذا الترتيب. إذًا فواحدة من العبارات التالية صحيحة، $XY = YZ$ أو $XY > YZ$ أو $XY < YZ$.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة محمد بن راشد آل مكتوم ©

التدريس المتمايز BL OL AL

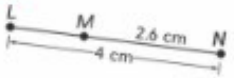
التوسع برأيك ماذا سيحدث إذا كانت التقسيمات على المسطرة غير متباعدة بشكل متساوٍ؟ هل ستكون متأكدًا أن القياسات متطابقة؟ اشرح. الإجابة النموذجية: سيكون الطول المقيس لقطعة مستقيمة مختلفًا، وذلك حسب الجزء المُستخدم من المسطرة.

2 حساب القياسات

الأمثلة 6-3 تشرح كيفية حساب القياسات باستخدام العمليات الحسابية والجبرية

أمثلة إضافية

4 أوجد LM. افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب المقياس. 1.4 cm



5 **الجبر** أوجد قيمة x و ST إذا علمتَ أن T تقع بين S و U، و $ST = 7x$، و $SU = 45$، و $TU = 5x - 3$. $x = 4$ و $ST = 28$

التركيز على محتوى الرياضيات

التطابق أعطِ أمثلة على قطع مستقيمة عليها علامة أو علامتين أو ثلاثة تشير إلى التطابق. أشرك الطلاب من خلال جعلهم يستخدمون الرمز ≅ لتصنيف القطع المستقيمة المتطابقة للصف الدراسي. ويستعرض هذا التمرين كتابة الأسماء والرموز الصحيحة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية أعط الطلاب تمارين متعددة بحيث يتم إعطاء قياسات أجزاء القطع المستقيمة في صورة متغيرات. اختر عددًا من الطلاب ليشرحوا للصف الدراسي كيف أوجدوا قيمة المتغير وكلاً من القياسات.

مثال 4 أوجد القياسات عن طريق الطرح

أوجد AB. افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب المقياس.

النقطة B تقع بين A و C.

$AB + BC = AC$	بنية النقاط
$AB + 5.8 = 13.2$	تعويض
$AB + 5.8 - 5.8 = 13.2 - 5.8$	اطرح 5.8 من كل طرف.
$AB = 7.4$ m	بسّط.

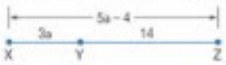
تمرين موجّه

4. أوجد QR. افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب مقياس. $7\frac{1}{8}$ m

مثال 5 اكتب وأوجد حل المعادلات لإيجاد القياسات

الجبر **أوجد قيمة a و XY إذا كانت Y تقع بين X و Z، و $XY = 3a$، و $XZ = 5a - 4$، و $YZ = 14$.**

ارسم شكلاً لتمثيل هذه المعلومات.



$XZ = XY + YZ$	بنية النقاط
$5a - 4 = 3a + 14$	تعويض
$5a - 4 - 3a = 3a + 14 - 3a$	اطرح $3a$ من كل طرف.
$2a - 4 = 14$	بسّط.
$2a - 4 + 4 = 14 + 4$	اجمع 4 على كل طرف.
$2a = 18$	بسّط.
$\frac{2a}{2} = \frac{18}{2}$	اقسم كل طرف على 2.
$a = 9$	بسّط.

الآن أوجد XY.

$XY = 3a$	التعويض
$= 3(9)$ أو 27	$a = 9$

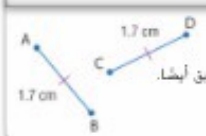
تمرين موجّه

$x = 15$, $BC = 33$

5. أوجد x و BC إذا كانت B تقع بين A و C، و $AC = 4x - 12$، و $AB = x$، و $BC = 2x + 3$.

لمسمى القطع المستقيمة التي لها نفس القياس **قطع مستقيمة متطابقة**

المفهوم الأساسي القطع المستقيمة المتطابقة



الشرح	القطع المستقيمة المتطابقة لها نفس القياس.
الرموز	$\cong$ تقرأ متطابق مع. وتشير الشُرط الحمراء على الشكل إلى التطابق أيضًا.
مثال	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$

انتبه!

التساوي مقابل التطابق الأطوال تتساوى والقطع المستقيمة تتطابق. ويصح القول إن $AB = CD$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. ولكن، لا يصح القول إن $\overline{AB} = \overline{CD}$ أو إن $AB \cong CD$.

alManahj.com/ae

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

التدريس المتمايز BL OL AL

المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية يمكن للطلاب المشاركة بشكل مادي في آليات للقياس والدقة وبينية النقاط بتكوين مجموعات من ثلاثة. والوقوف في أماكن محددة. واستخدام مقياس الياردة أو المتر لقياس المسافات بينهم، ومن ثم جمع قياسات هذه المسافات مع بعضهم البعض. واستنتاج قِيَم المسافات غير المعروفة. ويمكنهم تمثيل هذه النماذج في الكتاب أو ابتكار سيناريوهات جديدة. وإذا كانت الأرضيات أو الحوائط مبطنة بالبلاط، فيمكنهم أيضًا قياس المسافات بالبلاطة الواحدة باعتبارها تمثل وحدة قياس.

مثال إضافي

6 **الخطوط** يُستخدم خط أريال (Arial) غالبًا لسهولة قراءته. تأمل الكلمة الإنجليزية "*Time*" *(وقت باللغة العربية)* المكتوبة بخط أريال. يمكن فصل كل حرف إلى قطع مفردة. فالحرف T له قطعتان، إحداهما أفقية قصيرة، والأخرى عمودية أكثر طولاً. افترض أن كل القطع تتداخل عند التقائها. فأي القطع تكون متطابقة؟

TIME

القطع الرأسية الخمس في الحروف *T* و *I* و *M* و *E* متطابقة. والقطع الأفقية الأربع في الحرفين *T* و *E* متطابقة. والقطعتان المائلتان في الحرف *M* متطابقتان.

مثال 6 من الحياة اليومية القطع المستقيمة المتطابقة

متنزهات التزلج في التمثيل البياني التالي، افترض أن قطعة مستقيمة كانت مرسومة على طول الجزء العلوي من كل عمود. فأي المدن سيكون بها قطع مستقيمة متطابقة؟ اشرح.

ستكون القطع المستقيمة الموجودة على الأعمدة الخاصة بمدينة دبي وعجمان متطابقة لأن كليهما تمثلان العدد نفسه من متنزهات التزلج.

تمرين موجّه

6A. لنفترض أن مدينة أبو ظبي أضافت متنزه تزلج آخر. فهل ستكون القطعة المستقيمة المرسومة بطول العمود الممثل لمدينة أبو ظبي متطابقة مع أي قطعة أخرى؟ **القطعة المستقيمة الخاصة بولاية ميسيسيبي**

6B. عين القطع المستقيمة المتطابقة في اللافتة الموضحة.

$\overline{AB} \cong \overline{AG}, \overline{BC} \cong \overline{GF}, \overline{CD} \cong \overline{FE}$

الربط بالحياة اليومية

غرف أول لوح تزلج تجاري في عام 1959. وفي الوقت الحاضر، يوجد أكثر من 500 متنزه تزلج في الولايات المتحدة.

المصدر: الموسوعة البريطانية

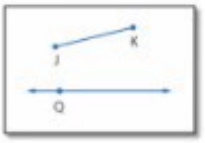
ترسم الأشكال الهندسية باستخدام أدوات قياس مثل المسطرة والمنقلة. وتعد **الإنشاءات** طريقًا لرسم هذه الأشكال بدون مساعدة أدوات القياس. وهي عملية لا تتضمن سوى [illegible] الإنشاءات. وترسم الرسومات التخطيطية بدون استخدام أي من هذه الأدوات.

ويمكنك إنشاء قطعة مستقيمة متطابقة مع قطعة مستقيمة معينة.

alManahj.com/ae

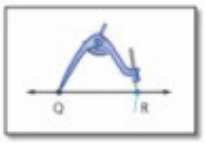
الإنشاء نسخ قطعة مستقيمة

الخطوة 1 ارسم القطعة $\overline{JK}$. في موضع آخر على الورقة، ارسم مستقيمًا ونقطة على هذا المستقيم. سم النقطة *Q*.



الخطوة 2 ضع الفرجار عند النقطة *J*، واضبط وضعية الفرجار بحيث يكون القلم الرصاص عند النقطة *K*.

الخطوة 3 باستخدام تلك الوضعية، ضع سن الفرجار عند *Q* وارسم قوسًا يقطع المستقيم. ثم سم نقطة التقاطع *R*. $\overline{JK} \cong \overline{QR}$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL AL

التوسع استفد من الحس الإبداعي لدى الطلاب من خلال جعلهم يبتكرون لعبة تتطلب القياس لتسمية فائز. ويتحدد الفائز في العديد من الألعاب والرياضات في حياتنا اليومية من خلال القياس. وتشمل الأمثلة على ذلك لعبة كرة البوتشي و رمي الرمح.

التحقق من فهمك

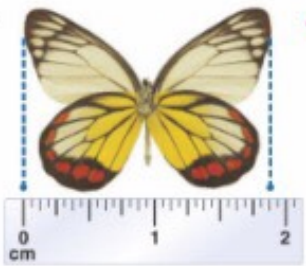
مثال 1 أوجد طول كل قطعة مستقيمة أو كائن. 1. 5.7 cm أو 57 mm

1.

2. 3.5 cm أو 35 mm

مثال 2

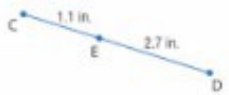
3. $1\frac{7}{8}$ cm



4. $1\frac{3}{10}$ cm

الأمثلة 3-4 أوجد قياس كل قطعة مستقيمة. افترض أن كل شكل ليس مرسومًا حسب المقياس.

5. $\overline{CD}$ 3.8 cm



6. $\overline{RS}$ 2.4 cm

alManahj.com/ae

مثال 5 أوجد قيمة x و BC إذا كانت B تقع بين C و D.

7. $CB = 2x,\ BD = 4x,\ BD = 12$ $x = 3;\ BC = 6$

8. $CB = 4x - 9,\ BD = 3x + 5,\ CD = 17$ $x = 3;\ BC = 3$

مثال 6 9. **البنية** اعتُبِد علم ولاية إنديانا في عام 1917. وقياسات القطع المستقيمة بين النجوم والشعلة موضحة على الرسم التخطيطي بالسنتيمترات. اذكر جميع القطع المستقيمة المتطابقة في الشكل.

$\overline{AG} \cong \overline{FG}, \overline{BG} \cong \overline{EG}, \overline{CG} \cong \overline{DG}$

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-2 أوجد طول كل قطعة مستقيمة.

10.

11. $1\frac{7}{16}$ cm

12. 3.8 mm

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف ©

3 التمرين

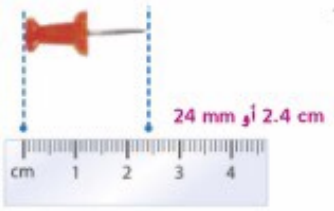
التقويم التكويني

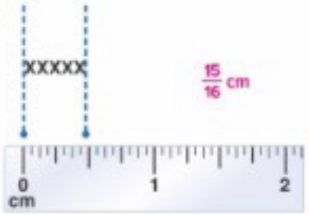
استخدم التمارين 1-9 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

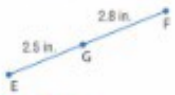
المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	10-32, 37, 38, 40-60	11-31 فردي، 42-45	10-32 زوجي، 37, 38, 40, 41, 46-60
OL أساسي	11-19 فردي، 20, 21-33 الأعداد الفردية، 34-38, 40-60	10-32, 42-45	33-38, 40, 41, 46-60
BL متقدم	34-55، (اختياري: 56-60)		

12. 

13. 

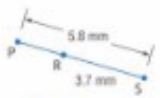
الأمثلة 3-4 أوجد قياس كل قطعة مستقيمة. افترض أن كل شكل ليس مرسومًا حسب المقياس.

14. $\overline{EF}$ 5.3 cm

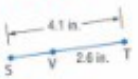


15. $\overline{JL}$ 1.1 cm

16. $\overline{PR}$ 2.1 mm

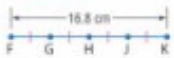


17. $\overline{SV}$ 1.5 cm



18. $\overline{WY}$ 4.4 mm

19. $\overline{FG}$ 4.2 cm



20. **التبرير المنطقي** يوضّح تمثيل الأعمدة البيانية المجتمع عددًا من المواد الغذائية المعلّبة التي تبرع بها الفتيات والفتيان في الصف الدراسي خلال ثلاثة أعوام. استخدم مفهوم بيئة النقاط لإيجاد عدد العلب التي تبرع بها الفتيان في كل عام. اشرح طريقتك.

عدد العلب التي أحضرتها الفتيات من العدد الإجمالي للعلب التي أحضرها كل من الفتيات والفتيان.
2008: 20 علبة، 2009: 35 علبة، 2010: 30 علبة، بطرح

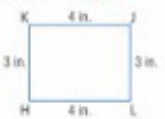
21. $c = 18$; $YZ = 72$ 22. $b = 12.5$; $YZ = 100$
23. $a = 4$; $YZ = 20$ 24. $d = 2$; $YZ = 16$
25. $n = 4\frac{1}{3}$; $YZ = 1\frac{2}{3}$ 26. $a = 6$; $YZ = 38$

مثال 5 **الجبر** أوجد قيمة المتغير و YZ إذا كانت Y تقع بين X و Z.

21. $XY = 11$, $YZ = 4c$, $XZ = 83$
22. $XY = 6b$, $YZ = 8b$, $XZ = 175$
23. $XY = 7a$, $YZ = 5a$, $XZ = 6a + 24$
24. $XY = 11d$, $YZ = 9d - 2$, $XZ = 5d + 28$
25. $XY = 4n + 3$, $YZ = 2n - 7$, $XZ = 22$
26. $XY = 3a - 4$, $YZ = 6a + 2$, $XZ = 5a + 22$

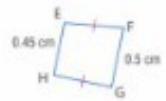
مثال 6 حدد ما إذا كان كل زوج من القطع المستقيمة متطابقًا.

27. $\overline{KJ}$, $\overline{HL}$ نعم



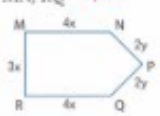
28. $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ نعم

29. $\overline{EH}$, $\overline{FG}$ لا

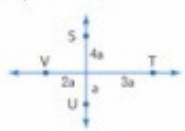


30. $\overline{VW}$, $\overline{UZ}$

31. $\overline{MN}$, $\overline{RQ}$ نعم



32. $\overline{SU}$, $\overline{VT}$ نعم



30. لا يمكن التحديد من المعطيات المتوفرة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

575

ملاحظات لحل التمرين

المسطرة يتطلب التمرينان 34 و 35 استخدام مسطرة.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 36 يستكشف الطلاب مفهوم البينية. ويجب أن يلاحظوا أن هناك نقطة أخرى توجد بين أي نقطتين على المستقيم.

إجابات إضافية

34a.

$AB = 2(XY)$

الإجابة النموذجية: قِسْتُ $\overline{XY}$ بفرجاري واستخدمتُ هذا القياس لإنشاء $\overline{XY}$ مرتين. وبما أنني استخدمت قياس القوس نفسه لإنشاء $\overline{XY}$ مرتين، فإن قياس القطعة المستقيمة هو $2(XY)$.

34b.

$AB = 6WZ - XY$

الإجابة النموذجية: قِسْتُ $\overline{WZ}$ بفرجاري وأنشأتُ 6 قطع مستقيمة مساوية لـ $\overline{WZ}$. وقستُ $\overline{XY}$ وطرحتُ هذا القياس من القطعة المستقيمة التي أنشأتها للتو. وبما أنني استخدمتُ نفس قياس القوس لإنشاء ست قطع $\overline{WZ}$ مستقيمة، فإن القطعة المستقيمة تكون $6(WZ)$. ثم استخدمت قياس القوس الخاص بـ $\overline{XY}$ للطرح من القطعة السابقة. إذًا فالقطعة المستقيمة الناتجة عن ذلك هي $6(WZ) - XY$.

33 الجمالونات إن الجمالون هو هيكل يُستخدم لدعم جثل على امتداد ما، مثل جسر أو سطح منزل.
اذكر جميع القطع المستقيمة المتطابقة في الشكل.

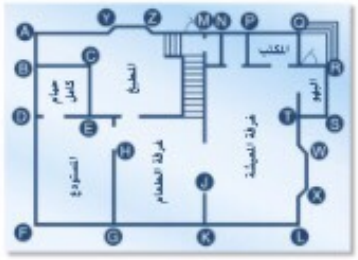
$\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DE} \cong \overline{DG} \cong \overline{BG} \cong \overline{CG}, \overline{AH} \cong \overline{HG} \cong \overline{GF} \cong \overline{FE}, \overline{BH} \cong \overline{DF}, \overline{AC} \cong \overline{EC}, \overline{AG} \cong \overline{HF} \cong \overline{GE}$

34. الإنشاء لكل تعبير:

- أنشئ قطعة مستقيمة باستخدام القياس المُعطَى.
- اشرح العملية التي استخدمتها لإنشاء القطعة المستقيمة.
- تحقق من أن قياس القطعة المستقيمة التي أنشأتها هو القياس المُعطَى.

a. $2(XY)$ **انظر الهامش.**

b. $6(WZ) - XY$ **انظر الهامش.**



35. المخططات استخدم مسطرة لتحديد ما لا يقل عن خمسة أزواج من القطع المستقيمة المتطابقة بنقاط طرفية مسماة في المخطط الموجود على اليسار.

الإجابة النموذجية:
$\overline{BD} \cong \overline{CE}; \overline{BD} \cong \overline{PO}; \overline{YZ} \cong \overline{JK}; \overline{PO} \cong \overline{RS}; \overline{GK} \cong \overline{KL}$

36. التمثيلات المتعددة تضمن بينية النقاط أن القطعة المستقيمة يمكن تقسيمها إلى عدد لا نهائي من القطع المستقيمة. **a–b. انظر الهامش.**

a. هندسيًا استخدم مسطرة لرسم قطعة مستقيمة بطول 3 سنتيمترات. سم النقطتين الطرفيتين A و D. ارسم نقطتين إضافيتين على طول القطعة المستقيمة وسمهما B و C. ارسم قطعة مستقيمة ثانية بطول 6 سنتيمترات. سم النقطتين الطرفيتين K و P. أضف أربع نقاط إضافية بطول المستقيم وسمها L و M و N و O.

b. جدوليًا استخدم مسطرة لقياس طول القطعة المستقيمة بين كل نقطة من النقاط التي رسمتها. نظم أطوال القطع المستقيمة في $\overline{AD}$ و $\overline{KP}$ في جدول. وأدرج عمودًا في الجدول لتسجيل مجموع هذه القياسات.

c. جبريًا استخدم معادلة يمكن استخدامها لإيجاد أطوال $\overline{AD}$ و $\overline{KP}$. ثم قارن الأطوال التي حددتها معادلتك بالأطوال الملاحظة.

$AD = AB + BC + CD$; $KP = KL + LM + MN + NO + OP$
يُساوي ناتج جمع أطوال كل قطعة مستقيمة طول القطعة المستقيمة كاملةً.

مسائل مهارات التفكير العليا

37. إذا كانت النقطة B تقع بين النقطتين A و C، وأنت تعلم AB و BC، فأضف AB و BC لإيجاد AC. وإذا كنت تعلم AB و AC، فاطرح AB من AC لإيجاد BC.

37. الكتابة في الرياضيات إذا كانت النقطة B تقع بين النقطتين A و C. فاشرح كيف يمكنك إيجاد AC إذا كنت تعرف AB و BC. واشرح كيف يمكنك إيجاد BC إذا كنت تعلم AB و AC.

38. مسألة غير محددة الإجابة ارسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ التي يبلغ طولها بين 2 و 3 سنتيمترات. ثم ارسم رسمًا تخطيطيًا للقطعة المستقيمة $\overline{CD}$ التي تتطابق مع $\overline{AB}$. وارسم القطعة المستقيمة $\overline{EF}$ التي تتطابق مع $\overline{AB}$. وأنشئ القطعة المستقيمة $\overline{GH}$ التي تتطابق مع $\overline{AB}$. قارن بين الطرق التي استخدمتها. **انظر الهامش.**

39. التحدي النقطة K تقع بين النقطتين J و L. فإذا كانت $JK = x^2 - 4x$ و $KL = 3x - 2$، و $JL = 28$. فاكتب معادلة وحلها لإيجاد أطوال JK و KL. **$JK = 12$, $KL = 16$**

40. التبرير حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أو غير صحيحة إطلاقًا أو صحيحة دائمًا. إذا كانت النقطة M تقع بين النقطتين C و D، فإن CD أكبر من كلٍ من CM أو MD. اشرح. **انظر الهامش.**

41. الكتابة في الرياضيات ما أهمية وجود معيار قياس؟ **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

36a. الإجابة النموذجية:

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب

الطلاب اطلب من الطلاب رسم وتسمية مستقيمات ومستويات وأشكال هندسية بسيطة. واطلب من الطلاب تسليم رسوماتهم قبل مغادرة حجرة الصف.

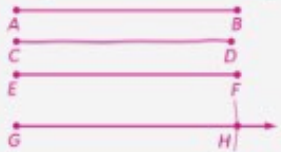
إجابات إضافية

36b. الإجابة النموذجية:

$\overline{AD}$	
القطعة	الطول (cm)
$\overline{AB}$	1.0
$\overline{BC}$	1.5
$\overline{CD}$	0.5
الإجمالي	3.0

$\overline{KP}$	
القطعة	الطول (cm)
$\overline{KL}$	0.5
$\overline{LM}$	1.3
$\overline{MN}$	1.6
$\overline{NO}$	1.9
$\overline{OP}$	0.7
الإجمالي	6.0

38.



تم إنشاء كل من $\overline{AB}$ و $\overline{EF}$ باستخدام مسطرة. بينما تم إنشاء $\overline{GH}$ باستخدام مسطرة تقويم وفرجار. وتم إنشاء $\overline{CD}$ بدون استخدام أي من هذه الأدوات. ويتمتع كل من $\overline{AB}$ و $\overline{EF}$ و $\overline{GH}$ بنفس القياس. ولكن $\overline{CD}$ ليس لها قياس مختلف فحسب. وإنما أيضًا ليست خطًا مستقيمًا.

تمرين على الاختبار المعياري

42. إجابة مختصرة قُطع شريط طوله 36 مترًا إلى ثلاث قطع. القطعة الأولى من الشريط نصف طول القطعة الثانية منه. وطول القطعة الثالثة يزيد عن ضعف طول القطعة الثانية من الشريط بمتر واحد. فما طول أطول قطعة من الشريط؟ **21 m**

43. في الشكل. النقاط A و B و C و D و E تقع على استقامة واحدة. فإذا كان $AE = 38$ و $BD = 15$. و $\overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DE}$. فما طول $\overline{AD}$؟ **D**

A 7.5
B 15
C 22.5
D 30 .5

44. SAT/ACT إذا كان $f(x) = 7x^2 - 4x$. فما قيمة $f(2)$؟ **K**

F −8
G 2
H 6
J 17
K 20

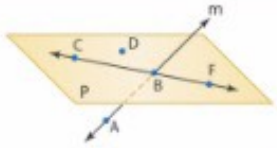
45. الجبر

حلّل لأبسط صورة $(3x^2 - 2)(2x + 4) - 2x^2 + 6x + 7$. **D**

A $4x^2 + 14x - 1$
B $4x^2 - 14x + 15$
C $6x^3 + 12x^2 + 2x - 1$
D $6x^3 + 10x^2 + 2x - 1$

مراجعة شاملة

راجع الشكل. (الدرس 1-10)



46. ما الاسمان الآخران لـ $\overleftrightarrow{AB}$؟ $\overleftrightarrow{BA}$ **أو المستقيم** m

47. أوجد اسمًا آخر للمستوى P. **الإجابة النموذجية: المستوى** CDF

48. عيّن نقطة تقاطع المستوى P و $\overleftrightarrow{AB}$. **النقطة** B

49. عيّن ثلاث نقاط على استقامة واحدة. **النقاط** C **و** B **و** F

50. عيّن مستقيمين لا يقعان في مستوى واحد. **الإجابة النموذجية: المستقيمان** A **و** D

51. الهندسة الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما 180°. وبالنسبة للزاويتين المتكاملتين في الشكل. يزيد قياس الزاوية الأكبر عن قياس الزاوية الأصغر بمقدار 24°. اكتب وحل نظامًا من المعادلات لإيجاد هذه القياسات.

$x + y = 180; x = y + 24; 102°, 78°$

أكتب معادلة بصيغة الميل والنقطة للمستقيم الذي يمر عبر كل نقطة بالميل المعطى.

52. $(2, 5), m = 3$ $y - 5 = 3(x - 2)$

53. $(-3, 6), m = -7$ $y - 6 = -7(x + 3)$

54. $(-1, -2), m = -\frac{1}{2}$ $y + 2 = -\frac{1}{2}(x + 1)$

مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $a = -7$. و $b = 4$. و $c = -3$. و $d = 5$.

55. $b - c$ 7

56. $|a - d|$ 12

57. $|d - c|$ 8

58. $\frac{b - a}{2}$ 5.5

59. $(a - c)^2$ 16

60. $\sqrt{(a - b)^2 + (c - d)^2}$ $\sqrt{185}$

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق النشر والتأليف

40. دائمًا. إذا كانت النقطة M تقع بين النقطتين C و D. فإن $CM + MD = CD$. وبما أن القياسات لا يمكن أن تكون سالبة، فإن CD. والتي تُمثل الكل. لا بد أن تكون دائمًا أكبر من أي من أطوال أجزائها CM أو MD.

41. تستخدم **وحدات القياس للتمييز بين الحجم** والمسافة وللضبط أيضًا. وتتمثل إحدى ميزات ذلك في أن معيار قياس الذراع يكون متاحًا دائمًا. بينما يكمن أحد العيوب في أن الذراع يختلف طوله على حسب اختلاف القياس من إنسان إلى آخر.

alManahj.com/ae

1 التركيز

التخطيط **الرأسي**

قبل الدرس 10-3 استخدام النقاط المُمثّلة بيانيًا على المستوى الإحداثي.

الدرس 10-3 إيجاد المسافة بين نقطتين. وإيجاد نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة.

بعد الدرس 10-3 استخدام المسافات ونقاط المنتصف في حل مسائل وكتابة براهين هندسية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- هناك خط طول 60′ في 1° وخط عرض 60′ في 1°. فما إحداثيات كل من أورلاندو وميامي بالدرجات؟ أورلاندو: 23.55° شمالي، 81.38° غربي؛ ميامي: 25.8° شمالي، 80.27° غربي
- ما طول كل ساق من المثلث الظاهر على يمين الخريطة بالدرجات؟ الساق الطويلة: 2.25°؛ والساق القصيرة: 1.11°
- استخدم نظرية فيثاغورث لإيجاد المسافة بالدرجات بين أورلاندو وميامي. ≈2.51°

(يُتبع في الصفحة التالية)

الدرس 10-3

10-3 المسافة ونقاط المنتصف

السابق
- أنشأت تمثيلا بيانيًا للنقاط على المستوى الإحداثي.

الحالي
1 إيجاد المسافة بين نقطتين.
2 إيجاد نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة.

لماذا؟
- يُحدد موقع مدينة ما على الخريطة بدرجات خطي العرض والطول ،وفيما يتعلق بالمسافات القصيرة، فإنه يمكن استخدام نظرية فيثاغورث لتقريب المسافة بين موقعين.

المفردات الجديدة
- **المسافة** distance
- **عدد غير نسبي** irrational number
- **نقطة المنتصف** midpoint
- **منصف قطعة مستقيمة** segment bisector

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 المسافة بين نقطتين **المسافة** بين نقطتين هي طول القطعة المستقيمة التي تمثل هاتان النقطتان نقطتي النهاية لها. ويمكن استخدام إحداثيي النقطتين لإيجاد هذا الطول. ولأن طول $\overline{PQ}$ هو نفس طول $\overline{QP}$، فإن الترتيب الذي تعين به نقطتي النهاية ليس ضروريًا عند حساب المسافة.

المفهوم الأساسي صيغة المسافة (على خط الأعداد)

الشرح المسافة بين نقطتين هي القيمة المطلقة للفرق بين الإحداثيات الخاصة بهما.

الرموز إذا كانت P لها الإحداثي x_1 و Q لها الإحداثي x_2، فإن $PQ = |x_2 - x_1|$ أو $|x_1 - x_2|$.

alManahj.com/ae

مثال 1 إيجاد المسافة على خط الأعداد

استخدم خط الأعداد لإيجاد BE.

إحداثيا النقطتين B و E يساويان -6 و 2.

$BE = |x_2 - x_1|$ صيغة المسافة

$= |2 - (-6)|$ $x_2 = 2$ و $x_1 = -6$

$= 8$ بسّط.

تمرين موجّه

استخدم خط الأعداد السابق لإيجاد كل قياس.

1A. AC 3 **1B.** CF 9 **1C.** FB 11

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

- لماذا يتعين قياس أطوال أضلاع المثلث والمسافة بين أورلاندو وميامي بالدرجات على وجه التحديد؟ يتعين قياس أطوال أضلاع المثلث والمسافة بين أورلاندو وميامي بالدرجات على وجه التحديد لأن الإحداثيات المستخدمة لاستنتاج الأطوال معطاة بالدرجات. ومن الضروري أن نشير إلى أنه يتم نقل المساحة الصغيرة لخريطة فلوريدا على مستوى إحداثي بحيث يمكن تطبيق حسابات الشكل الإحداثي ثنائي الأبعاد باستخدام نظرية فيثاغورث على المواقع (المشار إليها بالدرجات على خطوط الطول والعرض) التي تقع بالفعل على كرة جغرافية (الأرض).

1 المسافة بين نقطتين

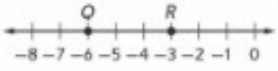
المثال 1 يوضح طريقة إيجاد المسافة بين نقطتين على خط أعداد. و**المثال 2** يُبين طريقة استخدام نظرية فيثاغورث أو صيغة المسافة لإيجاد المسافة بين نقطتين على مستوى إحداثي.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

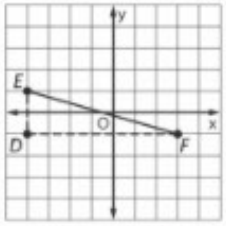
أمثلة إضافية

1 استخدم خط الأعداد لإيجاد QR.



3

2 أوجد المسافة بين $E(-4, 1)$ و $F(3, -1)$.



$\sqrt{53} \approx 7.28$

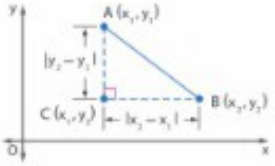
إرشاد للمعلمين الجدد

إيجاد المسافة شجع الطلاب على استخدام نظرية فيثاغورث لاستنتاج المسافة بين نقطتين عدة مرات قبل التطرق إلى صيغة المسافة. وغالبًا ما يجد الطلاب صعوبة في تذكر صيغة المسافة. ويمنحهم هذا بديلاً لإيجاد المسافة بين نقطتين.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

المدونة على مَدونة الصف الآمنة، كلف الطلاب بكتابة تدوينة لشرح وجه التشابه بين صيغة المسافة ونظرية فيثاغورث.

لإيجاد المسافة بين النقطتين A و B في المستوى الإحداثي، فإنه يمكنك إنشاء مثلث قائم الزاوية على أن يكون $\overline{AB}$ هو وتر المثلث والنقطة C هي رأسه كما هو موضح. ثم استخدم نظرية فيثاغورث لإيجاد AB.



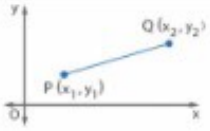
$(CB)^2 + (AC)^2 = (AB)^2$	نظرية فيثاغورث
$(\lvert x_2 - x_1 \rvert)^2 + (\lvert y_2 - y_1 \rvert)^2 = (AB)^2$	$CB = \lvert x_2 - x_1 \rvert, AC = \lvert y_2 - y_1 \rvert$
$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (AB)^2$	يكون تربيع العدد دائمًا موجبًا.
$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = AB$	خذ الجذر التربيعي الموجب لكل طرف.

هذا يعطينا صيغة مسافة للنقاط الموجودة في المستوى الإحداثي. ولأن هذه الصيغة تتضمن أخذ الجذر التربيعي لعدد حقيقي، فقد تكون المسافات غير نسبية. تذكر أن **العدد غير النسبي** هو عدد لا يمكن التعبير عنه في صورة كسر عشري منته أو متكرر.

المفهوم الأساسي صيغة المسافة (في المستوى الإحداثي)

إذا كانت النقطة P لها الإحداثيان (x_1, y_1) والنقطة Q لها الإحداثيان (x_2, y_2)، فإن

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



ترتيب الإحداثيين x و y في كل مجموعة أقواس ليس ضروريًا.

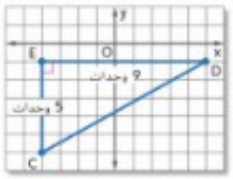
مثال 2 إيجاد المسافة على المستوى الإحداثي

أوجد المسافة بين $C(-4, -6)$ و $D(5, -1)$.

$CD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	صيغة المسافة
$= \sqrt{[5 - (-4)]^2 + [-1 - (-6)]^2}$	$(x_2, y_2) = (5, -1), (x_1, y_1) = (-4, -6)$
$= \sqrt{9^2 + 5^2}$ أو $\sqrt{106}$	اطرح.

المسافة بين C و D تساوي $\sqrt{106}$ وحدات. استخدم الحاسبة لإيجاد أن $\sqrt{106}$ وحدات تساوي تقريبًا 10.3 وحدات.

التحقق مثّل بيانيًا الأزواج المرتبة وتحقق باستخدام نظرية فيثاغورث.



$(CD)^2 \stackrel{?}{=} (EC)^2 + (ED)^2$

$(CD)^2 \stackrel{?}{=} 5^2 + 9^2$

$(CD)^2 \stackrel{?}{=} 106$

$CD = \sqrt{106}$ ✓

تمرين موجّه

أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط.

2A. $E(-5, 6)$ و $F(8, -4)$ — $\sqrt{269}$ أو حوالي 16.4 وحدة

2B. $J(4, 3)$ و $K(-3, -7)$ — $\sqrt{149}$ أو حوالي 16.4 وحدة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

2 نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة

نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة هي نقطة في منتصف المسافة بين نقطتي النهاية لهذه القطعة. وتوضح **الأمثلة 3–6** كيفية إيجاد نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة حسابيًا وجبريًا على خط أعداد وعلى مستوى إحداثي.

مثال إضافي

3 **الديكور** يضع راشد أريكة بحيث يكون طرفها عموديًا ويبعد عن الحائط بمسافة 76.2 سنتيمترًا. وعرض هذه الأريكة 228 سنتيمترًا. فكم تبعد نقطة منتصف الجزء الخلفي لهذه الأريكة عن الحائط بالمتر؟

1.91 m

إرشاد للمعلمين الجدد

صيغة نقطة المنتصف ربما ترغب في جعل الطلاب يبتكرون صيغ خاصة بهم لنقطة المنتصف عن طريق اختبار عدة أمثلة.

انتبه!

تصحيح المفاهيم الخاطئة

تكمن أحد الأخطاء الشائعة في أن يطرح الطلاب الإحداثيات في صيغة نقطة المنتصف لأن الطرح يُستخدم في صيغتي المسافة والميل. ذكّر الطلاب بأن نقطة المنتصف هي وسط كل إحداثي. ولإيجاد هذا الوسط أو المتوسط، تتم قسمة المجموع على عدد الحدود.

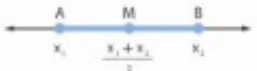
2 نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة

إن **نقطة المنتصف** للقطعة المستقيمة هي النقطة التي تقع في المنتصف بين نقطتي النهاية للقطعة المستقيمة. وإذا كانت X هي نقطة منتصف $\overline{AB}$، فإن $AX = XB$ و $\overline{AX} \cong \overline{XB}$. ويمكنك إيجاد نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة على خط الأعداد عن طريق إيجاد الوسط أو المتوسط الخاص بإحداثيات نقطتي نهايتها.

المفهوم الأساسي صيغة نقطة المنتصف (على خط الأعداد)

إذا كانت $\overline{AB}$ لها نقطتا نهاية عند x_1 و x_2 على خط الأعداد، فإن نقطة المنتصف M للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ يكون لها الإحداثي

$$\frac{x_1 + x_2}{2}$$



مثال 3 من الحياة اليومية إيجاد نقطة المنتصف على خط الأعداد

الديكور **تعلّق هناء صورة على بعد 15 سنتيمترًا من الجانب الأيسر لأحد الحوائط. فكم المسافة من حافة الحائط التي ينبغي أن تضع عندها علامة لموضع المسمار الذي سيعلق عليه الصورة إذا كانت الحافة اليمنى تبعد بمقدار 37.5 سنتيمترًا من الجانب الأيسر للحائط؟**

تبلغ إحداثيات نقطتي النهاية لإطار الصورة من الأعلى 15 سنتيمترًا و 37.5 سنتيمترًا. لنفترض أن M هي نقطة منتصف $\overline{AB}$.

$$M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$ صيغة نقطة المنتصف

$$= \frac{15 + 37.5}{2}$$ $x_1 = 15,\ x_2 = 37.5$

$$= \frac{52.5}{2} \text{ أو } 26.25$$ بتبسيط.

تقع نقطة المنتصف عند 26.25 أو $26\frac{1}{4}$ سنتيمتر من يسار حافة الحائط.

تمرين موجّه

3. **درجة الحرارة** انخفضت درجة الحرارة على مقياس فهرنهايت من درجة تبلغ 25° إلى 8°. أوجد درجة المنتصف لدرجتي الحرارة هاتين. 8.5°

نصيحة دراسية

طريقة بديلة

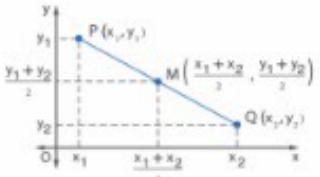
في المثال 3، من الممكن أن يكون إحداثي نقطة المنتصف قد خدد أيضًا أولاً من طريق إيجاد طول القطعة المستقيمة AB، وهو يساوي $37.5 - 15$ أو 22.5 سنتيمترًا. ويكون نصف هذا القياس هو المسافة من إحدى نقطتي النهاية إلى نقطة المنتصف بين A و B، $\frac{22.5}{2}$ أو 11.25. أضف هذه المسافة إلى مسافة النقطة A من يسار الحائط. إذًا، نقطة المنتصف بين A و B تساوي $15 + 11.25$ أو 26.25 سنتيمترًا من يسار الحائط.

يمكنك إيجاد نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة على المستوى الإحداثي عن طريق إيجاد متوسط الإحداثيين x والإحداثيين y لنقطتي النهاية.

المفهوم الأساسي صيغة نقطة المنتصف (في المستوى الإحداثي)

إذا كانت $\overline{PQ}$ لها نقطتا نهاية عند $P(x_1, y_1)$ و $Q(x_2, y_2)$ في المستوى الإحداثي، فسيكون لنقطة المنتصف M للقطعة المستقيمة $\overline{PQ}$ الإحداثيان

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$



عند إيجاد نقطة منتصف لقطعة مستقيمة، فإن ترتيب إحداثيات نقطتي النهاية لا يكون ضروريًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

التدريس المتمايز OL BL

التوسع كلف الطلاب برسم ثلاث قطع مستقيمة مختلفة بحيث تكون النقطة (0, 0) هي نقطة المنتصف لكل منها. واكتب إحداثيات نقطتي النهاية لكل منها. ماذا تلاحظ بشأن هذه الإحداثيات؟

الإجابة النموذجية: في كل زوج، تكون إحداثيات x وإحداثيات y متقابلة.

583

إرشاد للمعلمين الجدد

استخدام الرموز اشرح وبيّنْ أن قطعة مستقيمة بها النقاط A و B و C وعلامات على كل من القطعتين المشتقتين AB و BC تشير إلى أن B هي نقطة المنتصف ومُنصفة للقطعة $\overline{AC}$.

أمثلة إضافية

4 أوجد إحداثيي النقطة M، وهي نقطة منتصف القطعة GH. مع الوضع في الاعتبار أن نقطتي هذه القطعة هما $G(8, -6)$ و $H(-14, 12)$. $(-3, 3)$

5 أوجد إحداثيي النقطة D إذا علمتَ أن $E(-6, 4)$ هي نقطة منتصف $\overline{DF}$ وأن إحداثيي F هما $(-5, -3)$. $(-7, 11)$

التركيز على محتوى الرياضيات

جمع القطع المستقيمة عادة ما يتم توضيح عملية جمع القطع المستقيمة بترتيب النقاط. كما هو الحال في $AB + BC = AC$. ومع ذلك، فإنه نظرًا لأن الجمع تبادلي. فإن عملية الجمع $BC + AB = AC$ تكون صحيحة أيضًا.

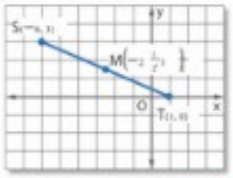
مثال 4 إيجاد نقطة المنتصف في المستوى الإحداثي

أوجد إحداثيي M، وهي نقطة منتصف للقطعة المستقيمة $\overline{ST}$، مع مراعاة $S(-6, 3)$ و $T(1, 0)$.

$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ صيغة نقطة المنتصف

$= \left(\frac{-6 + 1}{2}, \frac{3 + 0}{2}\right)$ $(x_1, y_1) = S(-6, 3), (x_2, y_2) = T(1, 0)$

$= \left(\frac{-5}{2}, \frac{3}{2}\right)$ أو $M\left(-2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}\right)$ بسّط.



التحقق مثّل بيانيًا S و T و M. المسافة من S إلى M يبدو أنها تنص المسافة من M إلى T. إذًا، إجابتنا صحيحة.

تمرين موجّه

حدّد إحداثيي نقطة المنتصف في قطعة مستقيمة باستخدام الإحداثيات المعطاة.

4A. $A(5, 12), B(-4, 8)$ $\left(\frac{1}{2}, 10\right)$

4B. $C(-8, -2), D(5, 1)$ $\left(-1\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

يمكنك أيضًا إيجاد إحداثيي نقطة النهاية لقطعة مستقيمة إذا كنت تعرف إحداثيات نقطة نهايتها الأخرى ونقطة منتصفها.

مثال 5 إيجاد إحداثيي نقطة منتصف

أوجد إحداثيي J إذا كانت $K(-1, 2)$ هي نقطة منتصف $\overline{JL}$ و L لها الإحداثيان $(3, -5)$.

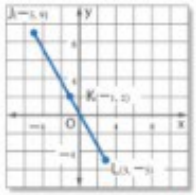
الخطوة 1 لنفترض أن J هي (x_1, y_1) و L هي (x_2, y_2) في صيغة نقطة المنتصف.

$K\left(\frac{x_1 + 3}{2}, \frac{y_1 + (-5)}{2}\right) = K(-1, 2)$ $(x_2, y_2) = (3, -5)$

الخطوة 2 اكتب معادلتين لإيجاد إحداثيي J.

$\frac{x_1 + 3}{2} = -1$	صيغة نقطة المنتصف	$\frac{y_1 + (-5)}{2} = 2$	صيغة نقطة المنتصف
$x_1 + 3 = -2$	اضرب كل طرف في 2.	$y_1 - 5 = 4$	اضرب كل طرف في 2.
$x_1 = -5$	اجمع 3 إلى كل طرف.	$y_1 = 9$	اجمع 5 إلى كل طرف.

إحداثيا J هما $(-5, 9)$.



التحقق مثل بيانيًا J و K و L. المسافة من J إلى K يبدو أنها تنص المسافة من K إلى L. إذًا، إجابتنا صحيحة.

نصيحة دراسية

التحقق من مدى صحة الحل

احرص دومًا على التمثيل البياني للمعلومات المعطاة والإحداثيات المحسوبة للنقطة الثالثة للتحقق من مدى صحة إجابتك.

تمرين موجّه

أوجد إحداثيي النقطة الطرفية الناقصة إذا كانت P هي نقطة منتصف $\overline{EG}$.

5A. $E(-8, 6), P(-5, 10)$ $G(-2, 14)$

5B. $P(-1, 3), G(5, 6)$ $E(-7, 0)$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

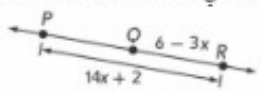
alManahj.com/ae

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني ارفع مسطرة مترية لأعلى حتى يراها الطلاب بحيث يكون الجانب المُدرج بعيدًا عنهم. واطلب من متطوع منهم أن يضع علامة على ظهرها في النقطة التي يرونها تقريبًا نقطة المنتصف. كلف متطوعًا ثانيًا بالتحقق من العلامة التي وضعها الطالب الأول أو إضافة علامة أخرى. ضع قلمًا بحيث يكون عموديًا على العلامة 50 cm بحيث يُبين تمامًا مكان نقطة منتصف العصا. وقارن ذلك بعلامتي الطالبين. اشرح كيف يمكن للأشخاص استخدام مهارات مكانية لتحديد منتصف العديد من الأشياء بشكل دقيق.

مثال إضافي

6 **الجبر** أوجد قياس $\overline{PR}$ إذا علمت أن Q هي نقطة منتصف $\overline{PR}$. 9



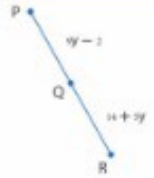
يمكن استخدام الجبر لإيجاد القياس أو القيمة المفقودة في الشكل الذي يتضمن نقطة منتصف قطعة مستقيمة.

مثال 6 استخدام الجبر لإيجاد القياسات

الجبر **أوجد قياس $\overline{PQ}$ إذا كانت Q هي نقطة منتصف $\overline{PR}$.**

الفهم تعرف أن Q هي نقطة منتصف $\overline{PR}$.
والمطلوب إيجاد قياس $\overline{PQ}$.

التخطيط نظرًا لأن Q هي نقطة المنتصف. فأنت تعرف أن $PQ = QR$. استخدم هذه المعادلة لإيجاد قيمة y.



الحل

تعريف نقطة المنتصف

$PQ = QR$

$PQ = 9y - 2,\ QR = 14 + 5y$

$9y - 2 = 14 + 5y$

اطرح $5y$ من كل طرف.

$4y - 2 = 14$

اجمع 2 إلى كل طرف.

$4y = 16$

اقسم كل طرف على 4.

$y = 4$

الآن استبدل 4 مكان y في التعبير الخاص بـ PQ.

القياس الأصلي

$PQ = 9y - 2$

$y = 4$

$= 9(4) - 2$

بسّط.

$= 36 - 2$ أو 34

قياس $\overline{PQ}$ يساوي 34.

التحقق بما أن $PQ = QR$. فإنه عند إيجاد قيمة التعبير الخاص بـ QR عند 4. فينبغي أن يساوي أيضًا 34.

القياس الأصلي

$QR = 14 + 5y$

$y = 4$

$\stackrel{?}{=} 14 + 5(4)$

بسّط.

$= 34$ ✔

تمرين موجّه

6A. أوجد قياس $\overline{YZ}$ إذا كانت Y هي نقطة منتصف $\overline{XZ}$، و $XY = 2x - 3$، و $YZ = 4x - 27$. 7

6B. أوجد قيمة x إذا كانت C هي نقطة منتصف $\overline{AB}$، و $AC = 4x + 5$، و $AB = 78$. 8.5

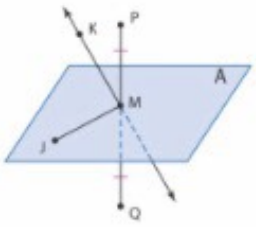
نصيحة دراسية

التبرير المنطقي والمثابرة تعد الخطة المكونة من أربع خطوات لحل المسائل أداة لفهم طبيعة أي مسألة. وعند عمل الخطة وتنفيذها، اسأل نفسك دومًا، "هل هذه الخطة منطقية؟" راقب تقدمك وقيّمه وغيّر المسار إذا لزم الأمر.

نصيحة دراسية

منصفات القطع المستقيمة قد يوجد عدد لا نهائي للمنصفات وكل منصف يجب أن يحتوي على نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة.

يطلق على أي قطعة مستقيمة أو مستقيم أو مستوى يتقاطع مع قطعة مستقيمة أخرى عند نقطة منتصفها اسم **منصف القطعة المستقيمة**. في الشكل على اليسار، تعد M هي نقطة منتصف $\overline{PQ}$. المستوى A و $\overline{MJ}$ و $\overline{KM}$ والنقطة M جميعها منصفات $\overline{PQ}$ إذا نقول إنها منصف $\overline{PQ}$.



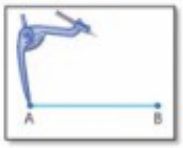
الإنشاء في الصفحة التالية يوضح طريقة إنشاء خط مستقيم ينصّف قطعة مستقيمة لإيجاد نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة محددة.

alManahj.com/ae

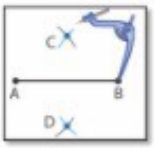
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الإنشاء تنصيف قطعة مستقيمة

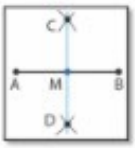
الخطوة 1 ارسم قطعة مستقيمة وسمّها $\overline{AB}$. ضع الفرجار عند النقطة A. اضبط الفرجار بحيث يكون مرحله أكبر من $\frac{1}{2}AB$. ارسم قوسين فوق $\overline{AB}$ وتحتها.



الخطوة 2 باستخدام وضعية الفرجار ذاتها، ضع الفرجار عند النقطة B وارسم قوسين فوق وتحت $\overline{AB}$ بحيث يتقاطعان مع القوسين المرسومين مسبقًا. سمِّ نقطتي تقاطع الأقواس بـ C و D.



الخطوة 3 استخدم مسطرة تقويم لرسم القطعة المستقيمة $\overline{CD}$. سمِّ النقطة التي تتقاطع عندها مع $\overline{AB}$ باسم M. وتكون النقطة M هي نقطة منتصف $\overline{AB}$، و $\overline{CD}$ هو منصف $\overline{AB}$.

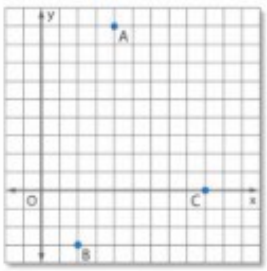


التحقق من فهمك

مثال 1 استخدم خط الأعداد في إيجاد كل قياس.

1. XY 8
2. WZ 9

مثال 2 **صندوق المحتويات الزمنية** دفنت فصول التخرج صناديق المحتويات الزمنية في حرم مدرسة إيست سايد الثانوية على مدار عشرين عامًا. وتوضح النقاط الموجودة في الرسم التخطيطي مكان ثلاثة صناديق منها. أوجد المسافة بين كل زوج من هذه الصناديق.



3. $\sqrt{148}$ أو حوالي 12.2 وحدة
4. $A(4, 9), C(9, 0)$ $\sqrt{106}$ أو حوالي 10.3 وحدات
5. $B(2, -3), C(9, 0)$ $\sqrt{58}$ أو حوالي 7.6 وحدات
6. **التبرير** أي صندوقين من صناديق المحتويات الزمنية هذه الأقرب إلى بعضهما البعض؟ وأيهما الأبعد؟ **الأقرب: B و C؛ الأبعد: A و B**

مثال 3 استخدم خط الأعداد لإيجاد إحداثي نقطة المنتصف لكل قطعة مستقيمة.

7. $\overline{AC}$ −3
8. $\overline{BD}$ 9

مثال 4 أوجد إحداثي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحددتين.

9. $J(5, -3), K(3, -8)$ (4, −5.5)
10. $M(7, 1), N(4, -1)$ (5.5, 0)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 12 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

22. 5 وحدات
23. $\sqrt{208}$ أو حوالي 14.4 وحدة
24. $\sqrt{200}$ أو حوالي 14.1 وحدة
25. $\sqrt{65}$ أو حوالي 8.1 وحدات
26. $\sqrt{20}$ أو حوالي 4.5 وحدات
27. $\sqrt{53}$ أو حوالي 7.3 وحدات
28. $\sqrt{37}$ أو حوالي 6.1 وحدات
29. $\sqrt{18}$ أو حوالي 4.2 وحدات
30. $\sqrt{29}$ أو حوالي 5.4 وحدات

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليوميين	
AL مبتدئ	13–56, 68, 69, 71–86	13–55 فردي، 73–76	14–56 زوجي، 64–69, 71, 72,, 77–86
OL أساسي	13–55 فردي، 57–60, 61–65 فردي، 66–69, 71–86	13–56, 73–76	57–69, 71, 72, 77–86
BL متقدم	57–81 (اختياري: 82–86)		

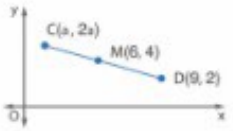
alManahj.com/ae

مثال 5

11 أوجد إحداثيي G إذا كانت $F(1, 3.5)$ هي نقطة منتصف $\overline{GJ}$ و J لها الإحداثيان $(-2, 6)$. $(-4, 9)$

مثال 6

12. **الجبر** النقطة M هي نقطة منتصف $\overline{CD}$، فما قيمة a في الشكل؟ 3



التمرين وحل المسائل

مثال 1

استخدم خط الأعداد في إيجاد كل قياس.

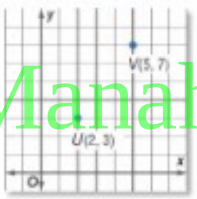
13. JL 5
14. JK 3
15. KP 9
16. NP 2
17. JP 12
18. LN 5

مثال 2

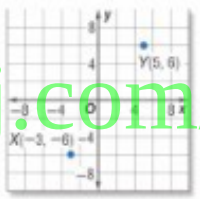
أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط. 30–22. انظر الهامش.

19. $\sqrt{89}$ أو حوالي 9.4 وحدات
20. $\sqrt{45}$ أو حوالي 6.7 وحدات
21. $\sqrt{58}$ أو حوالي 7.6 وحدات

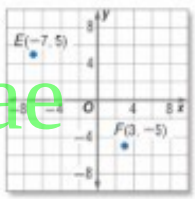
22.



23.

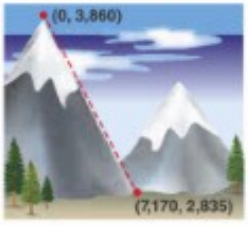


24.



25. $X(1, 2)$, $Y(5, 9)$
26. $P(3, 4)$, $Q(7, 2)$
27. $M(-3, 8)$, $N(-5, 1)$
28. $Y(-4, 9)$, $Z(-5, 3)$
29. $A(2, 4)$, $B(5, 7)$
30. $C(5, 1)$, $D(3, 6)$

31. **التبرير** تخطط هدى لأن تصعد إلى أعلى قمة جبل خلال عطلة عائلتها. وتم توضيح إحداثيات قمة الجبل وإحداثيات قاعدة المسار. فإذا كان من الممكن تقريب المسار باستخدام خط مستقيم، فقدر طول المسار. (ملاحظة: 1 km = 1000 m) 7.24 km



alManahj.com/ae

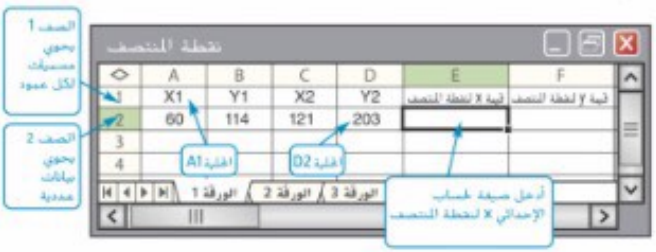
محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © الطبع والتأليف

B 57. **كرة السلة** أبعاد ملعب كرة سلة موضحة فيما يلي. افترض أن اللاعب يرمي الكرة من أحد الأركان إلى زميل له في منتصف الملعب.

a. فإذا كان منتصف الملعب يوجد عند نقطة الأصل، فأوجد الزوج المرتب الذي يمثل موقع اللاعب في الركن المقابل الأيمن. (14.3, 7.6)

b. أوجد المسافة التي تقطعها الكرة. ≈16.2 m

الأدوات يمكن استخدام أوراق بيانات لإجراء العمليات الحسابية سريعًا. ويمكن استخدام ورقة البيانات التالية لحساب المسافة بين نقطتين. وتُستخدم القيم في الصيغ عن طريق استخدام اسم معين للخلية. وتُستخدم قيمة x_1 في إحدى الصيغ باستخدام اسم خليتها، A2.



اكتب صيغة للخلية المشار إليها بحيث يمكن استخدامها لحساب القيمة المبينة باستخدام الإحداثيات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) لتكون النقطة الطرفية لقطعة مستقيمة.

58. E2: قيمة x لنقطة منتصف القطعة المستقيمة = AVERAGE(A2,C2)

59. F2: قيمة y لنقطة منتصف القطعة المستقيمة = AVERAGE(B2,D2)

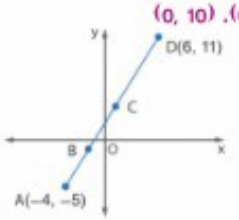
60. G2: طول القطعة المستقيمة = SQRT((C2-A2)^2+(D2-B2)^2)

ضع اسمًا للنقطة (النقاط) التي تتفق مع الحالة المعطاة.

61. النقطتان على المحور الأفقي x اللتان تساويان 10 وحدات من (1, 8) (7, 0)، (−5, 0)

62. النقطتان على المحور الرأسي y اللتان تساويان 25 وحدة من (−24, 3) (0, 10)، (0, −4)

C 63. **الهندسة الإحداثية** أوجد إحداثيي النقطة B إذا كانت B هي نقطة منتصف $\overline{AC}$ والنقطة C هي نقطة منتصف $\overline{AD}$. $\left(-1\frac{1}{2}, -1\right)$



الجبر حدد قيمة (قيم) n.

64. $J(n, n+2)$, $K(3n, n-1)$, $JK = 5$ ±2

65. $P(3n, n-7)$, $Q(4n, n+5)$, $PQ = 13$ ±5

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © حقوق الطبع والتأليف

المتابعة

استكشف الطلاب القياسات الخطية والمسافة ونقاط المنتصف.

اطرح السؤال التالي:

- كيف تُقاس وتُصنف القطع المستقيمة؟
  الإجابة النموذجية: يمكن قياس القطع المستقيمة باستخدام مسطرة في الوحدات الخطية مثل السنتيمترات، أو باستخدام صيغة المسافة إذا كانت على المستوى الإحداثي. وتكون القطع المستقيمة ذات القياس نفسه متطابقة.
- متى نستخدم صيغتي المسافة ونقطة المنتصف؟ الإجابة النموذجية: تُستخدم صيغة المسافة لإيجاد المسافة بين نقطتين. بينما تُستخدم صيغة نقطة المنتصف لإيجاد النقطة الواقعة في المنتصف بين نقطتي النهاية لقطعة مستقيمة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

ورق البيانات أخبر الطلاب بأن ورق البيانات غالبًا ما يستخدم أوامر خاصة لتنفيذ عملية معينة. فعلى سبيل المثال، ستُكتب $\sqrt{x_2 - x_1}$ في صورة SQRT(A2-C2). ولإيجاد متوسط الأعداد في مجموعة من الخلايا، استخدم الأمر AVERAGE (متوسط مجموعة من الخلايا). واستخدم الرمز ^ لرفع عدد إلى قوة أسية.

alManahj.com/ae

ملاحظات لحل التمرين

الإنترنت أم أطلس يطلب التمرين 66 استخدام الإنترنت أو أطلس.

المسطرة يتطلب التمرين 67 استخدام مسطرة.

فرجار ومسطرة تقويم يتطلب التمرين 71 استخدام فرجار ومسطرة تقويم.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 67. يستخدم الطلاب أشكالاً هندسية وجدولاً وتعابير جبرية لاستكشاف وتخمين العلاقة بين نقطة المنتصف الخاصة بالقطعة المستقيمة ونقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الموجودة بين نقطة النهاية ونقطة المنتصف.

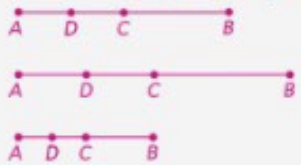
إرشاد للمعلمين الجدد

التحدي قد ترغب في استخدام إحدى مسائل "التحدي". مثل التمرين 70. ليكون بمثابة تمرين لبدء أعمال الصف في اليوم التالي لشرح الدرس. ويكون ذلك بمثابة افتتاحية لمناقشة الواجب المنزلي أو للانتقال إلى الدرس التالي، ومن ثم الإبقاء على الطلاب منتبهين أثناء القيام بأعمال "الصيانة اليومية لحجرة الصف الدراسي".

إجابات إضافية

67a. الإجابة النموذجية:

67b. الإجابة النموذجية:



67c. الإجابة النموذجية:

المستقيم	AB (cm)	AC (cm)	AD (cm)
1	4	2	1
2	6	3	1.5
3	3	1.5	0.75

66. المثابرة تقع مدينة ويلمنجتون بولاية نورث كارولينا عند (34°.3, 77°.9). وهو ما يمثل خط عرض شمالي وخط طول غربي. وتقع مدينة وينستون-سالم في الجزء الشمالي من الولاية عند (36°.1, 80°.2).

a. أوجد خط العرض وخط الطول لنقطة منتصف القطعة المستقيمة بين ويلمنجتون ووينستون-سالم. **(35°.2, 79°.1)**

b. استخدم الأطلس أو الإنترنت لإيجاد مدينة قريبة من موضع نقطة المنتصف.
الإجابة النموذجية: فايتفيل

c. إذا كانت وينستون – سالم هي نقطة منتصف القطعة المستقيمة ولها نقطة نهاية عند ويلمنجتون. فأوجد خط العرض وخط الطول لنقطة النهاية الأخرى. **(37°.9, 82°.5)**

d. استخدم الأطلس أو الإنترنت لإيجاد مدينة قريبة من موقع نقطة النهاية الأخرى.
الإجابة النموذجية: برستونسبورغ، كنتاكي

67. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، ستستكشف العلاقة بين نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة ونقطة المنتصف التي تقع بين نقطة النهاية ونقطة المنتصف. **a–c. انظر الهامش.**

a. **هندسيًا** استخدم مسطرة تقويم لرسم ثلاث قطع مستقيمة مختلفة، وسم نقاط النهاية A و B.

b. **هندسيًا** على كل قطعة مستقيمة، أوجد نقطة منتصف $\overline{AB}$ وسمها بالنقطة C، ثم أوجد نقطة منتصف $\overline{AC}$ وسمها بالنقطة D.

c. **جدوليًا** قِس وسجل قياس AB و AC و AD لكل قطعة مستقيمة، ونظّم نتائجك في جدول.

d. **جبريًا** إذا كانت $AB = x$، فاكتب تعبيرًا لقياسات AC و AD. $AC = \frac{1}{2}x, AD = \frac{1}{4}x$

e. **لفظيًا** ضع تخمينًا حول العلاقة بين AB وكل قطعة مستقيمة إذا كان عليك الاستمرار لإيجاد نقطة منتصف قطعة مستقيمة ونقطة منتصف وجدتها سابقًا. **الإجابة النموذجية: إذا تم إيجاد نقاط المنتصف n، فإن أصغر قطعة مستقيمة سيكون لها قياس يبلغ $\frac{1}{2^n}x$.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

68. الكتابة في الرياضيات اشرح العلاقة بين نظرية فيثاغورث وصيغة المسافة. **انظر الهامش.**

69. التبرير هل النقطة التي تقع في ثلث المسافة من (x_1, y_1) إلى (x_2, y_2) تمثل أحيانًا أم دائمًا أم لا تمثل مطلقًا النقطة $\left(\frac{x_1 + x_2}{3}, \frac{y_1 + y_2}{3}\right)$؟ اشرح. **الإجابة النموذجية: أحيانًا: عندما تكون النقطة (x_1, y_1) لها الإحداثيان (0, 0)**

70. التحدي تقع النقطة P على القطعة المستقيمة بين النقطة A (1, 4) والنقطة D(7, 13). المسافة من A إلى P تساوي ضعف المسافة من P إلى D. فما إحداثيا النقطة P؟ **(5, 10)**

71. مسألة غير محددة الإجابة ارسم قطعة مستقيمة وسمها $\overline{AB}$. وباستخدام فرجار ومسطرة تقويم فقط، أنشئ القطعة المستقيمة $\overline{CD}$ بحيث يكون $CD = 5\frac{1}{4}AB$. اشرح إنشاءك ثم حلله. **انظر الهامش.**

72. الكتابة في الرياضيات اذكر طريقة لإيجاد نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة لها نقطة نهاية واحدة عند (0, 0). اضرب مثالاً باستخدام طريقتك. واشرح سبب نجاح طريقتك.

alManahj.com/ae

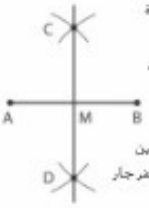
محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

72. الإجابة النموذجية: اقسم كل إحداثي للنقطة النهاية التي ليست موجودة في نقطة الأصل على 2 . على سبيل المثال، إذا كان للقطعة المستقيمة الإحداثيات (0, 0) و (6 ,10−)، فإن نقطة المنتصف تقع عند $\left(\frac{-10}{2}, \frac{6}{2}\right)$ أو (5, 3−). باستخدام صيغة نقطة المنتصف، إذا كانت نقطتا النهاية في القطعة المستقيمة هما (0, 0) و (a, b)، فإن نقطة المنتصف هي $\left(\frac{a-0}{2}, \frac{b-0}{2}\right)$ أو $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$.

68. الإجابة النموذجية: تربط نظرية فيثاغورث بين أطوال سيقان المثلث قائم الزاوية وطول وتر المثلث باستخدام الصيغة $c^2 = a^2 + b^2$. فإذا أخذت الجذر التربيعي للصيغة، فستحصل على $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. فكر في وتر المثلث باعتباره المسافة بين النقطتين، حيث قيمة a باعتبارها المسافة الأفقية $x_2 - x_1$، وقيمة b باعتبارها المسافة الرأسية $y_2 - y_1$ فإذا قمت بالتعويض، تصبح نظرية فيثاغورث هي صيغة المسافة $c = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

تمرين على الاختبار المعياري

73. أي مما يلي يعطي أفضل وصف للخطوة الأولى في تنصيف $\overline{AB}$؟ **C**



A من النقطة A، ارسم أقواسًا متساوية على $\overline{CD}$ باستخدام عرض الفرجار ذاته.

B من النقطة A، ارسم قوسين متساويين فوق وتحت $\overline{AB}$ باستخدام عرض الفرجار $\frac{1}{3}\overline{AB}$.

C من النقطة A، ارسم قوسين متساويين فوق وتحت $\overline{AB}$ باستخدام عرض للفرجار أكبر من $\frac{1}{2}\overline{AB}$.

D من النقطة A، ارسم قوسين متساويين فوق وتحت $\overline{AB}$ باستخدام عرض للفرجار أقل من $\frac{1}{2}\overline{AB}$.

74. الجبر دفعت هداية AED 74.88 مقابل 3 أزواج من سراويل الجينز. وكانت جميع الأزواج الثلاثة من الجينز بسعر واحد. فكم درهمًا تكلفه كل زوج من الجينز؟ **F**

F AED 24.96
G AED 37.44
H AED 74.88
J AED 224.64

75. SAT/ACT إذا كان $5^{2x-3}=1$ فإن $x=$ ؟ **C**

A 0.4
B 0.6
C 1.5
D 1.6
E 2

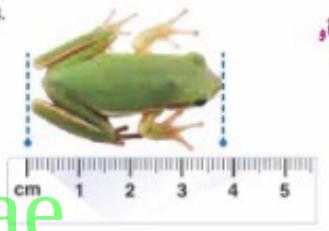
76. إجابة شبكية لإحدى النقطتين الطرفيتين للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ الإحداثيان $(5, -3)$. فإذا كان إحداثيا نقطة منتصف $\overline{AB}$ هما $(2, -6)$، فما الطول التقريبي للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$؟ **24.2**

مراجعة شاملة

أوجد طول كل كائن مما يلي. (الدرس 2-10)

77. **$2\frac{1}{8}$ cm**

78. **38 mm أو 3.8 cm**



alManahj.com/ae

ارسم شكلاً لكل علاقة وسمه. (الدرس 1-10) **79–80. انظر الهامش.**

79. $\overrightarrow{FG}$ تقع في المستوى M وتضم النقطة H.

80. يتقاطع المستقيمان r و s عند النقطة W.

مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

81. $8x-15=5x$ **5**

82. $5y-3+y=90$ **15.5**

83. $16a+21=20a-9$ **7.5**

84. $9k-7=21-3k$ $2\frac{1}{3}$

85. $11z-13=3z+17$ $3\frac{3}{4}$

86. $15+6n=4n+23$ **4**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التقويم

حصاد الأمس كلف الطلاب بكتابة فقرة تشرح فيها كيف ساعدهم درس القياس الخطي في الدرس الذي تناول صيغة المسافة ونظرية فيثاغورث وصيغة نقطة المنتصف.

إجابات إضافية

79.

80.

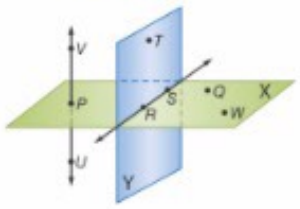
71. الإجابة النموذجية:

ارسم $\overline{AB}$. بعد ذلك، ارسم مستقيمًا إشعاعيًا وضع النقطة C عليه. ومن النقطة C، أخرج ستة أقواس بشكل متتابع بطول AB. وعلى طول $\overline{AB}$ السادس، قم بتنصيف القطعة المستقيمة مرتين لإنشاء طول يبلغ $a\frac{1}{4}AB$. سم نقطة النهاية D.

10 اختبار نصف الوحدة

الدروس من 10-1 إلى 10-4

استخدم الشكل لإكمال كل مما يلي. (الدرس 10-1)



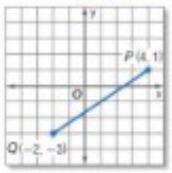
1. حدد نقطة أخرى تقع على استقامة واحدة مع النقطتين U و V. P
2. ما الاسم الآخر للمستوى Y؟ المستوى RST
3. عين مستقيمًا يقع في مستوى واحد مع النقاط P و Q و W. $\overleftrightarrow{RS}$

أوجد قيمة x و AC إذا كانت B تقع بين النقطتين A و C. (الدرس 10-2)

4. $AB = 12,\ BC = 8x - 2,\ AC = 10x$ $x = 5;\ AC = 50$
5. $AB = 5x,\ BC = 9x - 2,\ AC = 11x + 7.6$ $x = 3.2;\ AC = 42.8$
6. أوجد DC وإحداثي نقطة منتصف $\overline{CD}$. 14; −2

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف لكل قطعة مستقيمة، ثم أوجد طول كل قطعة مستقيمة. (الدرس 10-3)

7. $(1, -1);\ 2\sqrt{13} \approx 7.2$



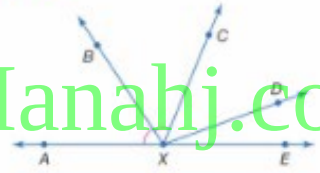
8. $\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right);\ 5\sqrt{2} \approx 7.1$

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف لكل قطعة مستقيمة، ثم أوجد طول كل قطعة مستقيمة. (الدرس 10-3)

9. $P(26, 12)$ ، $Q(8, 42)$ $(17, 27)$؛ $\sqrt{1224}$ أو 35.0
10. $M(6, -41)$ ، $N(-18, -27)$ $(-6, -34)$؛ $\sqrt{772}$ أو 27.8
11. **الخرائط** خريطة لإحدى المدن مرسومة على شبكة إحداثية. وتوجد مدرسة ثانوية عند النقطة $(3, 1)$ ويوجد مجلس المدينة عند النقطة $(-5, 7)$. (الدرس 10-3)
   a. إذا كانت المدرسة الثانوية تقع في نقطة المنتصف بين مجلس المدينة ومكتبة المدينة، فعند أي من الأزواج المرتبة ينبغي أن تجد المكتبة؟ $(11, -5)$
   b. إذا كانت وحدة واحدة على الشبكة تساوي 50 مترًا، فكم تبعد المدرسة الثانوية عن مجلس المدينة؟ 500 m
12. **الاختيار من متعدد** يوجد رأس $\angle ABC$ عند نقطة الأصل. وتوجد النقطة A عند $(5, 0)$ والنقطة C عند $(0, 2)$. كيف يمكن تصنيف $\angle ABC$؟ C

A حاد الزاوية	C قائم الزاوية
B منفرج الزاوية	D مختلف الأضلاع

في الشكل، $\overrightarrow{XA}$ ، $\overrightarrow{XE}$ عبارة عن شعاعين متقابلين، ويتم قطع $\angle AXC$ من المنتصف بواسطة $\overrightarrow{XB}$. (الدرس 10-4)



13. إذا كانت $m\angle AXC = 8x - 7$ ، $m\angle AXB = 3x + 10$، فأوجد $m\angle AXC$. 101
14. إذا كانت $m\angle CXD = 4x + 6$ ، $m\angle DXE = 3x + 1$، و $m\angle CXE = 8x - 2$. فأوجد $m\angle DXE$. 28

صنف كل زاوية على أنها حادة أم قائمة أم منفرجة. (الدرس 10-4)

15. $\angle WQY$ منفرجة
16. $\angle YQZ$ حادة

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

alManahj.com/ae

التقويم التكويني

استخدم اختبار نصف الوحدة لتقويم تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

اطلب من الطلاب مراجعة الدرس الموضح لكل مسألة تمت إجابتها بشكل غير صحيح.

المطويات منظّم الدراسة

مطويات دينا زايك®

قبل أن ينتهي الطلاب من اختبار نصف الوحدة، شجعهم على مراجعة معلومات الدروس من 10-1 إلى 10-4 المكتوبة في مطوياتهم.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 7-10 تحديد وتسمية المُضلّعات.

الدرس 7-10 كتابة براهين حول جمع القطع المستقيمة وتطابقها.

بعد الدرس 7-10 استخدام الاستدلال الاستنتاجي لإثبات العبارات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا احتاجت إيمان إلى قياس القماش بهذه الطريقة؟ الإجابة النموذجية: لأن القماش كان أطول من مسطرة القياس.
- صِف كيف أن قياس 36 سنتيمترًا ثم 3 سنتيمترات يعطي طولاً يبلغ 39 سنتيمترًا. إن جمع الطولين معًا يعطي الطول الإجمالي.
- كم مرة يجب على إيمان أن تضع علامة على القماش إذا أرادت قياس طول 120 سنتيمترًا؟ 3

alManahj.com/ae

10-7 إثبات العلاقات بين القِطع المستقيمة

السابق	الحالي	لماذا؟
• قمت بكتابة براهين جبرية وبراهين من عمودين.	1 كتابة براهين تتضمن جمع قطع مستقيمة. 2 كتابة براهين تتضمن تطابق قطع مستقيمة.	• تعمل نجلاء في متجر للأقمشة بعد المدرسة. وتقيس طول القماش بشد الطرف المستقيم للقماش مقابل مسطرة قياس. لقياس الأطوال مثل الطول 39 سنتيمترًا، والذي هو أطول من مسطرة القياس، تقوم بوضع علامة عند الطول 36 سنتيمترًا، ومن نهاية هذه العلامة، تقوم بقياس طول إضافي يبلغ 3 سنتيمترات. سيؤكد ذلك أن إجمالي طول القماش هو 3 + 36 سنتيمترات أو 39 سنتيمترًا.

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 مسلّمة المسطرة في الدرس 2-10 قمت بقياس القطع المستقيمة بمسطرة من خلال مطابقة علامة الصفر عند إحدى النقطتين الطرفيتين. ثم إيجاد العدد الموجود على المسطرة المتطابق مع النقطة الطرفية الأخرى. وهذا يوضح مسلّمة المسطرة.

المسلّمة 10.1 مسلّمة المسطرة

الشرح يمكن وضع النقاط الموجودة على أي مستقيم أو قطعة مستقيمة داخل تطابق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية.

الرموز إذا وقع نقطتان محددتان A و B على مستقيم. وإذا كانت A مكافئة لصفر، فإذًا Bستكافئ عددًا حقيقيًا موجبًا.

في الدرس 2-10 تعلمت أيضًا ماذا يعني أن تكون النقطة بين نقطتين أخريين. ويمكن التعبير عن هذه العلاقة بمسلّمة جمع القطع المستقيمة.

المسلّمة 10.2 مسلّمة جمع قطع مستقيمة

الشرح إذا كانت كل من A و B و C تقع على استقامة واحدة. فإذًا ستقع النقطة B بين A و C فقط إذا كانت $AB + BC = AC$.

الرموز

تُستخدم مسلّمة جمع القطع المستقيمة باعتبارها تمهيدًا في العديد من البراهين أو الإثباتات الهندسية.

McGraw-Hill Education © لصالح مؤسسة حقوق طبع وتأليف

1 جمع القطع المستقيمة

المثال 1 يوضّح كيفية استخدام الخواص والمسلّمات لإثبات جمع القطع المستقيمة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 برهن أنه إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، إذًا $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

البرهان:

العبارات (المبررات)

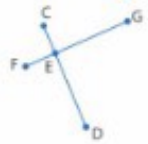
1. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (مُعطى)
2. $AB = CD$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة ≅)
3. $BC = BC$ (الخاصية العكسية في المعادلة =)
4. $AB + BC = AC$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
5. $CD + BC = AC$ (خاصية التعويض في المعادلة =)
6. $CD + BC = BD$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة.)
7. $AC = BD$ (خاصيّة التعدّي في المعادلة =)
8. $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة ≅)

انتبه!

اختتم برهانك بصورةٍ صحيحة في المثال 1، يطلب السؤال برهان أن قطعتين مستقيمتين متطابقتان. اشرح للطلاب أن السطر الأخير في البرهان مطلوبٌ لوصف علاقة القطع المستقيمة بدقةٍ وفق ما يطلب السؤال.

مثال 1 استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة

أثبت أنه إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ و $\overline{ED} \cong \overline{EG}$ فإن $\overline{CD} \cong \overline{FG}$.



المعطى: $\overline{CE} \cong \overline{FE}; \overline{ED} \cong \overline{EG}$

المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. $\overline{CE} \cong \overline{FE}; \overline{ED} \cong \overline{EG}$	1. المعطى
2. $CE = FE; ED = EG$	2. تعريف التطابق
3. $CE + ED = CD$	3. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
4. $FE + EG = CD$	4. التعويض (الخطوتان 2 ، 3)
5. $FE + EG = FG$	5. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
6. $CD = FG$	6. التعويض (الخطوتان 4 ، 5)
7. $\overline{CD} \cong \overline{FG}$	7. تعريف التطابق

قراءة في الرياضيات

خاصية التعويض إن خاصية التعويض أو الاستبدال في المعادلة غالبًا ما تُكتب "تعويض" فقط.

تمرين موجّه

انسخ البرهان مع إكماله.

1. المُعطى: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\overline{JL} \cong \overline{KM}$	a. المعطى
b. $JL = KM$	b. ? تعريف ≅
c. $JK + KL = JL + LM$	c. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
d. $JK + KL = KL + LM$	d. ? التعويض
e. $JK + KL - KL = KL + LM - KL$	e. خاصية الطرح في المعادلة
f. ? $JK = LM$	f. التعويض
g. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$	g. تعريف التطابق

alManahj.com/ae

2 تطابق القطع المستقيمة

القطع المستقيمة ذات القياس نفسه تكون متطابقة. وتطابق القطع المستقيمة له أيضًا خواص انعكاس وتماثل وتعدٍ.

النظرية 10.1 خصائص تطابق القطع المستقيمة

خاصية انعكاس التطابق		$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل في التطابق	إذا كانت	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي في التطابق	إذا كانت	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

سوف تثبت خاصيتي التماثل والانعكاس في التمرينين 6 و 7 على التوالي.

ربط المفردات

متماثل

الاستخدام اليومي متوازن أو تناسبي

استخدام الرياضيات إذا كان $a = b$ فإن $b = a$.

McGraw-Hill Education مؤسسة مناهج للنشر والتوزيع © جميع الحقوق محفوظة

التدريس المتمايز OL AL

إذا عانى الطلاب من صعوبةٍ في تحديد المعلومات المعطاة والمعلومات الضمنية في شكلٍ مُعطى.

إذا شجّع الطلاب على استخدام مهاراتهم المكانية لتحديد مواقع القطع المستقيمة المتطابقة الظاهرة والمخفية. واطلب منهم تمييز الأشكال بطريقةٍ تتيح لهم الإشارة بسهولة إلى العلاقات القائمة في الأشكال أثناء كتابتهم للبراهين.

إرشاد للمعلمين الجدد

بناء المعرفة وضح أنّه مع كلّ درسٍ جديد، يراكم الطلاب المعرفة حول المزيد من المسلّمات والنظريات التي يوسعهم استخدامها لكتابة البراهين. شجّع الطلاب على التدرّب على استخدام هذه المفاهيم قدر الإمكان قبل الانتقال إلى الدرس التالي من أجل تقوية قدرتهم على تذكّر الحقائق المهمة من أجل كتابة البراهين.

2 تطابق القطع المستقيمة

المثال 2 يوضّح كيفية استخدام الخواص والمسلّمات لبرهان تطابق القطع المستقيمة.

مثال إضافي

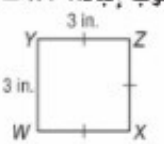
2 الشارة تصمّم مها شارة لناديها. وطول الحافة العلوية للشارة يساوي طول حافّتها اليسرى. وتطابق الحافة العلوية للشارة الحافة اليمنى لها. وتطابق الحافة اليمنى للشارة حافتها السفلية. برهن أن الحافة السفلية للشارة مطابقة لحافتها اليسرى.

المعطيات: $WY = YZ$

$\overline{YZ} \cong \overline{XZ}$

$\overline{XZ} \cong \overline{WX}$

المطلوب إثباته: $\overline{WX} \cong \overline{WY}$



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $WY = YZ$ (معطى)
2. $\overline{WY} \cong \overline{YZ}$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة≅)
3. $\overline{YZ} \cong \overline{XZ}$, $\overline{XZ} \cong \overline{WX}$ (معطى)
4. $\overline{YZ} \cong \overline{WX}$ (خاصيّة التعدّي)
5. $\overline{WX} \cong \overline{WY}$ (بالتعويض)

البرهان خاصية التعدي في التطابق

المعطى $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{EF}$

المطلوب $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

فقرة برهان:

حيث إن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$، و $\overline{AB} = \overline{CD}$ وحسب تعريف القطع المستقيمة المتطابقة. وحسب خاصية التعدي في المعادلة، فإن $\overline{AB} = \overline{EF}$ وبالتالي $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ حسب تعريف التطابق.

مثال 2 من الحياة اليومية برهان استخدام تطابق القطع

التطوع موضح في الشكل أدناه مسار سباق جري لصالح الأعمال الخيرية. وتعد نقطتا المراقبة X و Z نقطتا منتصف بين خط البداية ونقطة المراقبة Y ونقطة المراقبة Y وخط النهاية F. على التوالي. فإذا كانت نقطة المراقبة Y تقع على نفس المسافة من نقطتي المراقبة X و Z، فأثبت أن الطريق من نقطة المراقبة Z إلى خط النهاية متطابق مع الطريق من خط البداية إلى نقطة المراقبة X.

المُعطى: تعد النقطة X نقطة منتصف $\overline{SY}$ وتعد النقطة Z نقطة منتصف $\overline{YF}$. $XY = YZ$

المطلوب $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

برهان من عمودين:

العبارات	المبررات
1. تقع النقطة X في منتصف $\overline{SY}$. وتقع النقطة Z في منتصف $\overline{YF}$. $XY = YZ$	1. المعطى
2. $\overline{SX} \cong \overline{XY}$; $\overline{YZ} \cong \overline{ZF}$	2. تعريف نقطة المنتصف
3. $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$	3. تعريف التطابق
4. $\overline{SX} \cong \overline{YZ}$	4. خاصية التعدي في التطابق
5. $\overline{SX} \cong \overline{ZF}$	5. خاصية التعدي في التطابق
6. $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$	6. خاصية التماثل في التطابق

الربط بالحياة اليومية

وفقًا لاستطلاع رأي أجري حديثًا، وجد أن 70% من البراهين الذين يتطوعون بدأوا ذلك قبل إتمامهم 12عامًا. وقال آخرون إنهم قد يتطوعون إذا سنحت أمامهم مزيد من الفرص للقيام بذلك.

المصدر: مؤسسة Youth Service America

تمرين موجّه

2. **أعمال النجارة** يقطع نجار لوحًا مقاس 4" × 2" إلى الطول المطلوب. ثم، يستخدم هذا اللوح كنمط لقطع لوح ثان يتطابق مع الأول. وبالمثل، يستخدم اللوح الثاني ليقطع لوح ثالث ويستخدم اللوح الثالث ليقطع لوح رابع. أثبت أنه تم قطع آخر لوح بنفس قياس اللوح الأول.

2. المعطى $\overline{MN} \cong \overline{KL}$ و $\overline{MN} \cong \overline{PO}$, $\overline{PO} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $RS = KL$

البرهان: إذا كانت $\overline{KL} \cong \overline{MN}$ و $\overline{MN} \cong \overline{PO}$ إذًا من خلال خاصية التعدي في التطابق $\overline{KL} \cong \overline{PO}$ وإذا كانت $\overline{PO} \cong \overline{RS}$ إذ حسب خاصية التعدي في التطابق $\overline{KL} \cong \overline{RS}$ حسب خاصية التماثل في التطابق و $\overline{RS} \cong \overline{KL}$ حسب تعريف التطابق. إذًا، اللوح الأول المقطوع له نفس قياس آخر لوح مقطوع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

التركيز على محتوى الرياضيات

القطع المستقيمة من الأهمية بمكانٍ معرفة أن الأشكال والرسوم التخطيطية المرافقة للمسائل قد لا تكون على الدوام بالمقاييس الصحيحة. فقد يفترض سؤالٌ تساوي قطعتين مستقيمتين، ولكن القياس بالمسطرة يبيّن خلاف ذلك. ومن ناحيةٍ أخرى، يمكن أن تسبّب توافيق معينةٌ لمستقيماتٍ خداعًا بصريًا كما قد لا تبدو المستقيمات المتماثلة من حيث الطول كذلك.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية أكمل العديد من البراهين على اللوحة واحفظ ما قمت به. دوّن ملاحظاتك على صفحة ويب خاصة بالصف الدراسي بحيث يتاح للطلاب مرجعٌ إضافيٌ خارج الصف الدراسي.

التحقق من فهمك

مثال 1

1. انسخ البرهان مع إكماله.

المُعطى: $\overline{AB} \cong \overline{FE}, \overline{BC} \cong \overline{ED}$

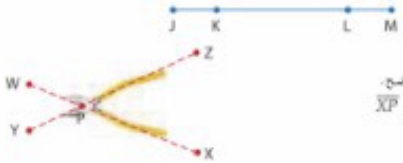
المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{FD}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\overline{AB} \cong \overline{FE}, \overline{BC} \cong \overline{ED}$	a. المُعطى
b. $AB \cong FE, BC \cong ED$	b. تعريف القطع المستقيمة المتطابقة
c. $AB + FE = BC + ED$	c. خاصية الجمع في المعادلة
d. $AB + BC = AC$ $FE + ED = FD$	d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
e. $AC = FD$	e. التعويض
f. $\overline{AC} \cong \overline{FD}$	f. تعريف التطابق

مثال 2

2. **البرهان** أثبت ما يلي. **انظر الهامش.**



المُعطى: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

المطلوب: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

3. **الكتابة** راجع الرسم التخطيطي الموضح.
$\overline{WP}$ متطابق مع $\overline{YP}$، و$\overline{ZP}$ متطابق مع $\overline{XP}$
أثبت أن $WP + ZP = YP + XP$

انظر الهامش.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

4. انسخ البرهان مع إكماله.

المُعطى: النقطة K هي نقطة منتصف $\overline{HW}$
والنقطة A هي نقطة منتصف $\overline{ME}$
$\overline{HW} \cong \overline{ME}$

المطلوب: $\overline{HK} \cong \overline{MA}$

العبارات	المبررات
a. النقطة K هي نقطة منتصف $\overline{HW}$ والنقطة A هي نقطة منتصف $\overline{ME}$ $\overline{HW} \cong \overline{ME}$	a. المُعطى
b. $HK = KW, MA = AE$	b. تعريف نقطة المنتصف
c. $HW = ME$	c. تعريف التطابق
d. $HK + KW = HW$ $MA + AE = ME$	d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
e. $HK + KW = MA + AE$	e. تعويض
f. $HK + HK = MA + MA$	f. تعويض
g. $2HK = 2MA$	g. حول لأبسط صورة.
h. $HK = MA$	h. خاصية القسمة في المعادلة
i. $\overline{HK} \cong \overline{MA}$	i. تعريف التطابق

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 3 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

2. **المُعطى:** $\overline{JK} \cong \overline{LM}$
الإثبات: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$ (مُعطى)
2. $JK = LM$ (تعريف التطابق)
3. $KL = KL$ (خاصية الانعكاس)
4. $JK + KL = KL + LM$ (خاصية الجمع في المعادلة)
5. $JK + KL = JL$
$KL + LM = KM$
(مُسلمة جمع القطع المستقيمة)
6. $JL = KM$ (التعويض)
7. $\overline{JL} \cong \overline{KM}$ (تعريف التطابق)

3. **المُعطى:** $\overline{WP} \cong \overline{YP}, \overline{ZP} \cong \overline{XP}$
الإثبات: $WP + ZP = YP + XP$
البرهان:
الجمل (المبررات)
1. $\overline{WP} \cong \overline{YP}, \overline{ZP} \cong \overline{XP}$ (مُعطى)
2. $WP = YP, ZP = XP$ (تعريف التطابق)
3. $WP + ZP = YP + XP$ (خاصية الجمع في المعادلة)

alManahj.com/ae

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	4–13, 17, 19–29	5–13 ,فردي 23–26	4–12 ,زوجي 17, 19–22, 27–29
OL أساسي	5–13 ,فردي 15–17, 19–29	4–13, 23–26	14–17, 19–22, 27–29
BL متقدم	14–29		

أثبت كل نظرية. 5, 6، انظر ملحق إجابات الوحدة 10.

5. نظرية خاصية التماثل في التطابق 10.1

6. نظرية خاصية الانعكاس في التطابق 10.1

7. **السفر** يربط طريق إنترستيت 90 السريع بين مدن كادوكا ورابيد سيتي وسايوكس فالز وألكسندريا وولاية داكوتا الجنوبية. **a, b، انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

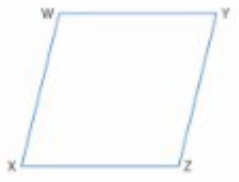
- تقع مدينة سايوكس فالز على بعد 256 كيلومترا من كادوكا و 352 كيلومترا من مدينة رابيد سيتي
- تقع رابيد سيتي على بعد 96 كيلومترا من مدينة كادوكا و 292 كيلومترا من ألكسندريا

a. ارسم رسما تخطيطيا لتمثيل مواقع المدن بالنسبة لبعضها البعض والمسافات بين كل مدينة. افترض أن طريق إنترستيت 90 مستقيم.

b. اكتب فقرة إثباتية لدعم استنتاجك.

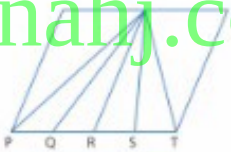
البرهان أثبت ما يلي. **8–12 انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

8. إذا كان $\overline{XW} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{YZ} \cong \overline{ZX}$ إذا $\overline{XW} \cong \overline{ZX}$.



9. إذا كانت $\overline{ED} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AC} \cong \overline{AD}$ إذا $\overline{AE} \cong \overline{AB}$

10. إذا كانت R هي نقطة منتصف $\overline{QS}$ و $\overline{PA} \cong \overline{RT}$ إذا $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$



11. إذا كانت Q هي نقطة منتصف $\overline{PR}$ و S هي نقطة منتصف $\overline{RT}$ إذا $\overline{QR} \cong \overline{RS}$، $PT = 4QR$

مثال1

12.

المُعطى: $\overline{AB} \cong \overline{FE}$، $\overline{ED} \cong \overline{HK}$، $AB + BE + ED = EF + EH + HK$

المطلوب: $\overline{BE} \cong \overline{EH}$

alManahj.com/ae

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

618 | الدرس 10-7 | إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

13. **الإنشاء** أنشئ قطعة مستقيمة يكون طولها ضعف $\overline{PQ}$.

P Q

اشرح كيف يمكن استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة لتبرير إنشائك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

14. **التمثيلات المتعددة** A هي نقطة منتصف $\overline{PQ}$ و B هي نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C هي نقطة منتصف $\overline{PB}$. **a–e. انظر ملحق إجابات الوحدة 10 .**

a. **هندسيًا** ارسم رسمًا تخطيطيًا لتمثيل هذه الحالة.

b. **جبريًا** عين العلاقة الجبرية بين PQ و PC.

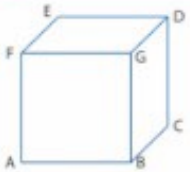
c. **هندسيًا** انسخ القطعة المستقيمة $\overline{PQ}$ من رسمك التخطيطي. ثم أنشئ النقطتين C ، B على $\overline{PQ}$ اشرح كيف يمكنك استخدام إنشائك لدعم تخمينك.

d. **عمليًا** استخدم مسطرة لرسم قطعة مستقيمة متطابقة مع $\overline{PQ}$ من رسمك التخطيطي ولرسم النقطتين B ، C على $\overline{PQ}$ استخدم رسمك لدعم تخمينك.

e. **منطقيًا** أثبت قرضيتك.

مسائل مهارات التفكير العليا

15. **تحليل الخطأ** في الرسم التخطيطي $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{DG}$ تحقق من الاستنتاجات التي أجرتها نجاة ونبيلة. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**



نجاة

حيث إن $\overline{BC} \cong \overline{DG}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ حسب خاصية الانعكاس في التطابق.

نبيلة

حيث إن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{DG}$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{DG}$ حسب خاصية التعدي في التطابق.

16. **التحدي** ABCD عبارة عن مستطيل. أثبت $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

17. **الكتابة في الرياضيات** هل توجد خاصية طرح في التطابق؟ اشرح. **انظر الهامش.**

18. **التبرير** صنف صحة أو خطأ العبارة التالية إذا كانت خطأ، فقدم مثالًا مضادًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

إذا كانت A ، B ، C ، D ، E تقع على مستقيم واحد. مع كون B هي نقطة المنتصف بين A ، C وكانت C هي نقطة المنتصف بين B ، D وكانت D هي نقطة المنتصف بين E ، C إذًا $AB = BC = DE$.

19. **مسألة غير مُحددة الإجابة** ارسم تمثيلاً لمسلّمة جمع القطع المستقيمة. حيث يكون طول القطعة المستقيمة $1\frac{1}{2}$ سنتيمتر. ويحتوي على أربع نقاط على استقامة واحدة. ولا يحتوي على قطع مستقيمة متطابقة. **انظر ملحق إجابات الوحدة 10.**

20. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبين الفرق بين المقدرات الإثباتية والبراهين المكونة من عمودين.

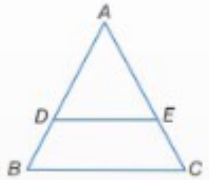
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسّع

المعطيات: $BD = EC$
$DA = AE$

المطلوب إثباته: $BA = AC$



البرهان:

العبارة (المبرّر)
1. $BD = EC;\ DA = AE$ (مُعطى)
2. $BD + DA = EC + AE$ (خاصية الجمع في المعادلة =)
3. $BD + DA = BA;\ EC + AE = AC$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
4. $BA = AC$ (بالتعويض)

ملاحظات لحل التمرين

فرجار ومسطرة تقويم يتطلب التمرين 53 أن يستخدم الطلاب فرجارًا ومسطرة تقويم.

فرجار ومسطرة يتطلب التمرين 16 أن يستخدم الطلاب فرجارًا ومسطرة.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 16. يستخدم الطلاب رسومًا هندسيةً. إضافةً إلى التخمين الجبري والقياس المباشر لاستكشاف نقاط منتصف مستقيمات.

انتبه!

تحليل الخطأ طبقت نجاة الخاصية تطبيقًا صحيحًا. ولكنها أخطأت في ذكر أن $AB \cong \overline{AF}$. وطبقت نبيلة أيضًا الخاصية تطبيقًا صحيحًا. لكنها ذكرت خاصية الانعكاس بشكل خاطئ.

إجابات إضافية

15. كلاهما خطأ. ذكرت نجاة الخاصية الصحيحة ولكنها ذكرت بشكل خاطئ أن $AB \cong \overline{DE}$. رغم أنه كان من المفترض أن تكون $AB \cong \overline{DG}$. وذكرت نبيلة التطابق الصحيح. ولكن أعطت المبرر الخاطئ.

17. ستكون إجابات الطلاب مختلفة. ولكنها تعبر عن فهمهم أنه لا توجد خاصية طرح في التطابق.

alManahj.com/ae

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات أعطِ كل طالب مسطرة لقياس طول إصبع بداية من الرأس إلى المفصل الأول. ثم أطلب من كل طالب قياس الطول من المفصل الأول إلى الثاني. وبعدها اطلب من كل طالب قياس الطول من رأس الإصبع إلى المفصل الثاني وتحديد ما إذا كانت القياسات المقابلة المأخوذة على اليد الأخرى مطابقة. واطلب منهم كتابة المسلّمات أو النظريات التي استخدموها.

إجابة إضافية

27. **المُعطى:** $AC = DF, AB = DE$

المطلوب إثباته: $BC = EF$

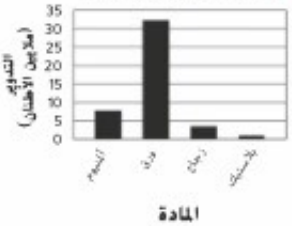
البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $AC = DF, AB = DE$ (مُعطى)
2. $AC = AB + BC; DF = DE + EF$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة.)
3. $AB + BC = DE + EF$ (بالتعويض)
4. $BC = EF$ (خاصية الطرح.)

تمرين على الاختبار المعياري

21. **الجبر** يوضح التخطط البياني الموضح أدناه عملية إعادة تدوير سنوية حسب المواد في الولايات المتحدة الأمريكية. فكم تقريبًا عدد كيلوجرامات الألمنيوم الذي يتم إعادة تدويره كل عام؟ D



A 7.5
B 15,000
C 7,500,000
D 15,000,000,000

22. **الجبر** ما التعبير المكافئ لـ $\frac{12x^{-4}}{4x^{-8}}$؟ G

F $\frac{1}{3x^4}$
G $3x^4$
H $8x^2$
J $\frac{x^4}{3}$

23. **إجابة مختصرة** إذا كان قياس زاويتين متتامتين بالنسبة 4:1. فما قياس الزاوية الأصغر؟ 18

24. **SAT/ACT** بإمكان ميسون كتابة 40 كلمة في الدقيقة. فكم دقيقة ستقضيها ميسون في كتابة 200 كلمة؟ C

A 0.5
B 2
C 5
D 10
E 12

مراجعة شاملة

25. **الهندسة** إذا كان طول ضلع مكعب هو s، ويمثل حجمه من خلال s^3.

ويمثل مساحة سطحه من خلال $6s^2$. **نعم؛ كل منها هو ناتج ضرب متغيرات و/أو عدد حقيقي.**

a. هل التعابير المستخدمة للحجم ومساحة السطح أحادية الحد؟ اشرح.

b. إذا كان قياس ضلع المكعب يساوي 3 أمتار، فأوجد الحجم ومساحة السطح. **27 m3; 54 m2**

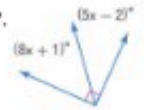
c. أوجد طول الضلع s الذي يجعل للحجم ومساحة السطح نفس القياس. **6 وحدات**

d. يمكن الحصول على حجم أسطوانة عن طريق ضرب تربيع نصف القطر في الارتفاع في π. أو $V = \pi r^2 h$. افترض أن لديك أسطوانتين، ويبلغ كل قياس في الثانية ضعف كل قياس في الأولى. إذا $V = \pi(2r)^2(2h)$، ما نسبة حجم الأسطوانة الأولى إلى الأسطوانة الثانية؟ **1:8**

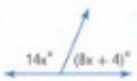
26. **تقطع الأشكال الهندسية** يمكن ترتيب قطع الأشكال الهندسية الملائمة معًا دائريًا دون ترك مسافات. تذكر أن القياس حول دائرة كاملة يبلغ 360°. حدد قياس درجة الزوايا المرقمة الموضحة أدناه. **60, 30, 90, 60, 120, 60**

مراجعة المهارات

الجبر أوجد قيمة x.

27. 

7

28. 

8

29.

15

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

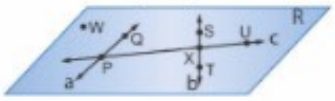
مراجعة درس بدرس

التدخل إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض الموضوعات التي تتناولها الأسئلة، فذكر الطلاب بأن الصفحات المرجعية ترشدهم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

مراجعةدرس بدرس

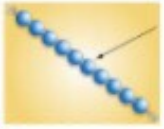
10-1 النقاط والمستقيمات والمستويات

استخدم الشكل لتكملة كل مما يلي.



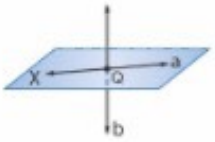
1. قم بتسمية نقطة تقاطع المستقيمين a و c. **النقطة P**
2. أعط اسمًا آخر للمستقيم b. $\overleftrightarrow{ST}$
3. أعط اسمًا للنقطة غير المشمولة في أي من المستقيمات الثلاثة a أو b أو c. **النقطة W**
4. أعط اسمًا آخر للمستوى WPX. **المستوى R**

أعط اسمًا للمفهوم الهندسي الذي تم تمثيله بأفضل صورة بواسطة كل شكل.

5. مستقيم
6.  نقطة

مثال 1

ارسم وسمِّ شكلاً للعلاقة التالية.



يشمل المستوى X المستقيم a، ويتقاطع المستقيم b مع المستقيم a عند النقطة Q، ولكن المستقيم b ليس في المستوى X.

ارسم سطحًا لتمثيل المستوى X وسمّه.

ارسم مستقيمًا في المستوى X وسمّه المستقيم a.

ارسم مستقيمًا يُسمى b ويتقاطع مع كل من المستوى والمستقيم a وسمِّ نقطة التقاطع Q.

10-2 القياس الخطي

أوجد قيمة المتغير و XP، إذا كانت X تقع بين P و Q.

7. $XQ = 13,\ XP = 5x - 3,\ PQ = 40$ **$x = 6,\ XP = 27$**
8. $XQ = 3k,\ XP = 7k - 2,\ PQ = 6k + 16$ **$k = 4.5,\ XP = 29.5$**

حدد ما إذا كان كل زوج من القطع المستقيمة متطابقًا.

9. $\overline{AB}, \overline{CD}$ **نعم**
10. $\overline{XY}, \overline{YZ}$ **لا**

11. **المسافة** تبلغ المسافة من مكان عمل فارس إلى منزله 3 مرات أكبر من المسافة من منزله إلى المدرسة. وإذا كان منزله يقع بين مكان العمل والمدرسة والمسافة من مكان عمله إلى المدرسة تساوي 6 كيلومترات، فكم يبعد منزل فارس عن المدرسة؟ **1.5 km**

مثال 2

استخدم الشكل لإيجاد قيمة المتغير وطول $\overline{YZ}$.

$XZ = XY + YZ$	بنية النقاط
$29 = 10 + 3x + 7$	تعويض
$29 = 3x + 17$	بسّط.
$12 = 3x$	اطرح 17 من كل طرف.
$4 = x$	اقسم كل طرف على 3.
$YZ = 3x + 7$	معطى
$= 3(4) + 7$ أو 19	تعويض

إذًا $x = 4$ و $YZ = 19$.

alManahj.com/ae

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة تعليم ماكجرو هيل McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

22. الإجابة النموذجية: $\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{CD}$

23. الإجابة النموذجية: الزاويتان $\angle A$ و $\angle B$ زاويتان قائمتان، والزاويتان $\angle E$ و $\angle C$ زاويتان منفرجتان، والزاوية $\angle D$ زاوية حادة.

10-3 المسافة ونقاط المنتصف

أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط.

12. $A(-3, 1)$, $B(7, 13)$ $\sqrt{244} \approx 15.6$

13. $P(2, -1)$, $Q(10, -7)$ 10

أوجد إحداثي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحددتين.

14. $L(-3, 16)$, $M(17, 4)$ $(7, 10)$

15. $C(32, -1)$, $D(0, -12)$ $(16, -6.5)$

أوجد إحداثي النقطة الطرفية الناقصة إذا كانت M هي نقطة منتصف XY.

16. $X(-11, -6)$, $M(15, 4)$ $(41, 14)$

17. $M(-4, 8)$, $Y(19, 0)$ $(-27, 16)$

18. **التجول سيرًا على الأقدام** تتجول كل من موزة ومها سيرًا على الأقدام في حديقة عامة. وقررتا اتخاذ مسارات مختلفة. وتوجد خريطة الحديقة بالأعلى على شبكة إحداثية. ويوجد موقع موزة عند النقطة $(7, 13)$ ومها عند $(3, 5)$.

a. أوجد المسافة بينهما. ≈ 8.9 وحدات

b. أوجد إحداثي النقطة الموجودة في المنتصف بين الموقعين. $(5, 9)$

مثال 3

أوجد المسافة بين $X(5, 7)$ و $Y(-7, 2)$.

افترض أن $(x_2, y_2) = (-7, 2)$ و $(x_1, y_1) = (5, 7)$.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(-7 - 5)^2 + (2 - 7)^2}$$
$$= \sqrt{(-12)^2 + (-5)^2}$$
$$= \sqrt{169} \text{ or } 13$$

المسافة من X إلى Y تبلغ 13 وحدة.

مثال 4

أوجد إحداثي نقطة المنتصف بين $P(-4, 13)$ و $Q(6, 5)$.

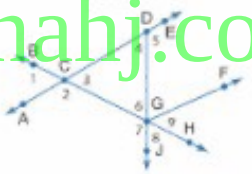
افترض أن $(x_2, y_2) = (6, 5)$ و $(x_1, y_1) = (-4, 13)$.

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-4 + 6}{2}, \frac{13 + 5}{2}\right)$$
$$= M(1, 9)$$

إحداثيا نقطة المنتصف هما $(1, 9)$.

10-4 قياس الزاوية

بالنسبة للتمارين 22–19. ارجع إلى الشكل أدناه.



19. سمِّ رأس $\angle 7$. G

20. اكتب اسمًا آخر للزاوية $\angle 4$. **الإجابة النموذجية:** $\angle CDG$

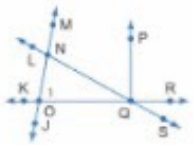
21. سمِّ أضلاع $\angle 2$. $\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{CH}$

22. سمِّ زوجًا من الأشعة المتقابلة. **انظر الهامش.**

23. **لافتات** تتخذ لافتة في إحدى المدارس الثانوية الشكل الموضح. قِس كل زاوية وصنفها ما إذا كانت قائمة أم حادة أم منفرجة. **انظر الهامش.**

مثال 5

ارجع إلى الشكل أدناه. سمِّ جميع الزوايا التي تضم Q كرأس.



$\angle QON$, $\angle NQP$, $\angle PQR$, $\angle RQS$, $\angle SQO$, $\angle QOP$, $\angle NOR$, $\angle PQS$, $\angle QOR$

مثال 6

في الشكل السابق، اذكر جميع الأسماء الأخرى للزاوية $\angle 1$.

$\angle NOQ$, $\angle QON$, $\angle MOQ$, $\angle QOM$, $\angle MOR$, $\angle ROM$, $\angle NOR$, $\angle RON$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

aManahj.com/ae

إجابة إضافية

27. الخيار 1 = 12,000 m^2؛
الخيار 2 = 12,100 m^2؛
الخيار 3 ≈ 15, 393.8 m^2؛
يوفر الخيار 3 أكبر مساحة.

28. **العبارات (المبررات)**
1. X هي نقطة منتصف $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$. (مُعطى)
2. $\overline{WX} \cong \overline{YX}$, $\overline{VX} \cong \overline{ZX}$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $WX = YX$, $VX = ZX$ (تعريف التطابق ≅)
4. $VX = VW + WX$, $ZX = ZY + YX$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
5. $VW + WX = ZY + YX$ (بالتعويض.)
6. $VW = ZY$ (خاصية الطرح)

29. **العبارات (المبررات)**
1. $AB = DC$ (مُعطى)
2. $BC = BC$ (خاصية الانعكاس)
3. $AB + BC = DC + BC$ (خاصية الجمع)
4. $AB + BC = AC$, $DC + BC = DB$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
5. $AC = DB$ (بالتعويض)

10-6 الأشكال ثنائية الأبعاد

سمِّ كل مُضلع بعدد أضلاعه. ثمّ صنفه على أنه مُحدّب أم مُقعّر ومنتظم أم غير منتظم.

24.

25.

مجسم ذو اثني عشر سطحًا؛ مُقعّر؛ غير منتظم

مثلث، مُحدب، منتظم

26. أوجد محيط الشكل رباعي الأضلاع $ABCD$ بالرؤوس $A(-3, 5)$ ، $B(0, 5)$ ، $C(2, 0)$ ، و $D(-5, 0)$.

27. **حدائق** استقبلت حديقة ويستساید سياجًا من السلاسل المتصلة بطول 136 مترًا كتبرع لبناء منطقة ألعاب مغلقة للمخطط. ويحتاج مدير الحديقة إلى تحديد الشكل الذي ينبغي أن تكون عليه المساحة. ولديهم ثلاثة خيارات: (1) مستطيل بطول 28 مترًا وعرض 40 مترًا. أو (2) مربع بأضلاع يبلغ طولها 34 مترًا. أو (3) دائرة بنصف قطر يبلغ حوالي 22 مترًا. الخيار 1 = 1,156 m^2؛
الخيار 2 = 1120 m^2؛
الخيار 3 ≈ 1519m^2 ؛
يوفر الخيار 3 أكبر مساحة

مثال 7

سمِّ المضلع بعدد أضلاعه. ثم صنفه على أنه مُحدّب أم مُقعّر ومنتظم أم غير منتظم.

توجد 6 أضلاع؛ إذًا فهذا شكل سداسي. وإذا كان اثنان من أضلاعه متجاورين لتكوين مستقيمين. فسيمران من خلال الجزء الداخلي له. وبالتالي فهذا شكل مقعّر. وبما أنه مقعّر. فلا يمكن أن يكون منتظمًا.

مثال 8

أوجد مُحيط المُضلع في الشكل أعلاه.

تعريف المُحيط $P = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6$
تعويض $= 7 + 7 + 9 + 6 + 6 + 4$
بسّط. $= 39$

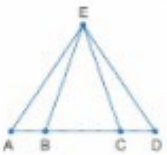
مُحيط المضلع هو 39 وحدة.

10-7 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

اكتب برهانًا من عمودين. 29 ,28. انظر الهامش.

28. **المُعطى:** X هي نقطة منتصف $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$.
الإثبات: $VW = ZY$

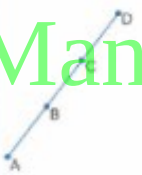
29. **المُعطى:** $AB = DC$
الإثبات: $AC = DB$



30. **جغرافيا** يخطط عيسى للقيادة من مدينة كانساس سيتي إلى مدينة مينيوبوليس على طول الطريق السريع إنترستيت 35. وتوضح الخريطة التي يستخدمها أن المسافة من كانساس سيتي إلى مدينة دي موين تساوي 194 كيلومترًا ومن دي موين إلى مينيوبوليس تساوي 243 كيلومترًا. ما الذي يتيح له استنتاج أن المسافة التي سيقطعها بالسيارة تساوي 437 كيلومترًا من كانساس سيتي إلى مينيوبوليس؟ افترض أن الطريق إنترستيت 35 يشكل خطًا مستقيمًا. مسلّمة جمع القطع المستقيمة.

مثال 9

اكتب برهانًا من عمودين.



المُعطى: B هي نقطة منتصف $\overline{AC}$
C هي نقطة منتصف $\overline{BD}$
الإثبات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. B هي نقطة منتصف $\overline{AC}$	1. المُعطى
2. $\overline{AB} \cong \overline{BC}$	2. تعريف نقطة المنتصف
3. C هي نقطة منتصف $\overline{BD}$	3. المُعطى
4. $\overline{BC} \cong \overline{CD}$	4. تعريف نقطة المنتصف
5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	5. خاصية التعدي في المعادلة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

10 تمرين على الاختبار

استخدم الشكل لتسمية كلٍ مما يلي.

1. المستقيم الذي يضم النقطتين Q و Z **المستقيم b**
2. نقطتان في مستوى واحد مع النقاط W و X و Y **النقطتان Q و Z**
3. نقطة تقاطع المستقيمين a و b **النقطة Q**

أوجد قيمة المتغير إذا كانت P تقع بين J و K.

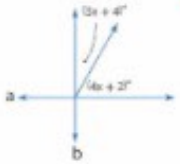
4. $JP = 2x,\ PK = 7x,\ JK = 27$ **3**
5. $JP = 3y + 1,\ PK = 12y - 4,\ JK = 75$ **5.2**
6. $JP = 8z - 17,\ PK = 5z + 37,\ JK = 17z - 4$ **6**

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحددتين.

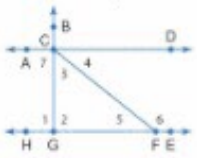
7. $(16, 5)$ و $(28, -13)$ **$(22, -4)$**
8. $(-11, 34)$ و $(47, 0)$ **$(18, 17)$**
9. $(-4, -14)$ و $(-22, 9)$ **$(-13, -2.5)$**

أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط.

10. $(43, -15)$ و $(29, -3)$ **وحدة 18.4 أو $\sqrt{340}$**
11. $(21, 5)$ و $(28, -1)$ **وحدات 9.2 أو $\sqrt{85}$**
12. $(0, -5)$ و $(18, -10)$ **وحدة 18.7 أو $\sqrt{349}$**
13. **الجبر** يبلغ قياس الزاوية $\angle X$ 18 أكثر من 3 أضعاف قياس الزاوية المتممة لها. أوجد قياس الزاوية $\angle X$. **72**
14. أوجد قيمة x التي ستجعل المستقيمين a و b متعامدين في الشكل أدناه. **12**



بالنسبة للتمارين 15–18، استخدم الشكل أدناه.



15. سمِّ رأس الزاوية $\angle 3$. **النقطة C**
16. سمِّ أضلاع الزاوية $\angle 1$. **$\overrightarrow{GB}$ و $\overrightarrow{GH}$**
17. اكتب اسمًا آخر للزاوية $\angle 6$. **$\angle EFC$ أو $\angle CFE$**
18. سمِّ زوجًا من الزوايا يشترك بالتحديد في نقطة واحدة. **$\angle 7$ و $\angle 4$**
19. **الاختبار من متعدد** إذا كانت $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فأي من العبارات التالية صحيح؟ **D**

A $\angle 2 \cong \angle 4$

B $\angle 2$ هي زاوية قائمة.

C $\ell \perp m$

D جميع ما ذكر أعلاه

أوجد محيط كل مُضلع.

20. المثلث XYZ برؤوس $X(3, 7)$ و $Y(-1, -5)$ و $Z(6, -4)$ **وحدة 31.1**
21. المستطيل $PQRS$ برؤوس $P(0, 0)$ و $Q(0, 7)$ و $R(12, 7)$ و $S(12, 0)$ **وحدة 38**
22. **السلامة** تم سماع صفارات إنذار شديدة عن الطقس في المدينة المحلية في حدود نصف قُطر يبلغ 1.3 كيلومتر. وإذا أراد عُمدة المدينة صفارة إنذار جديدة تُغطي ضعف إذا مساحة صفارة الإنذار الحديد. فما نصف القُطر الذي يجب أن تكون في حدوده صفارة الإنذار الجديدة؟ قرّب لأقرب جزء من عشرة للكيلومتر. **1.8 km**
23. **البرهان** اكتب فقرة إثباتية. **انظر الهامش.**

المُعطى: $\overline{JK} \cong \overline{CB},\ \overline{KL} \cong \overline{AB}$

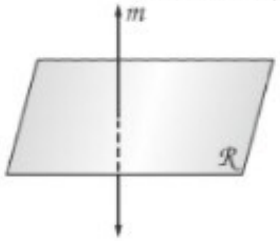
الإثبات: $\overline{JL} \cong \overline{AC}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

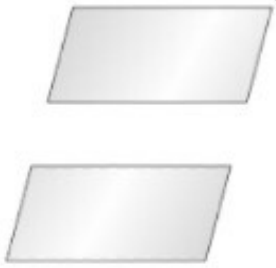
alManahj.com/ae

الدرس 10-1

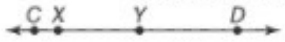
32. الإجابة النموذجية:



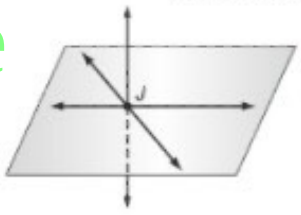
33. الإجابة النموذجية:



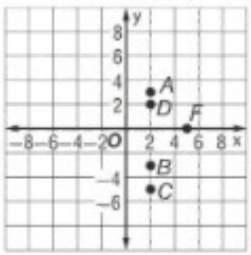
34. الإجابة النموذجية:



35. الإجابة النموذجية:

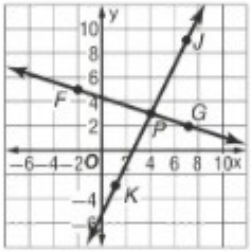


36. الإجابة النموذجية:

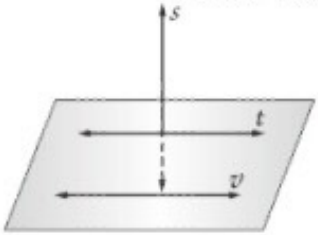


37. الإجابة النموذجية:

38.



39. الإجابة النموذجية:



التوسع الدرس 10-2

16. 22.4 m يكون مضبوطًا في نطاق أقرب إلى 0.05 m و 5.82 m يكون مضبوطًا في نطاق 0.005. إذًا 5.82 هو القياس الأكثر ضبطًا.
الخطأ النسبي للقياس 22.4 m هو $\frac{0.05\text{ m}}{22.4}$ أو حوالي 0.2%. بينما الخطأ النسبي للقياس 5.82 هو $\frac{0.005}{5.82}$ أو حوالي 0.09%. إذًا 5.82 هو أيضًا أكثر دقة.

17. كل قياس مضبوط في نطاق 0.5 إذا فليس هناك قياس أكثر ضبطًا من الآخر. والخطأ النسبي في القياس 13 هو $\frac{0.5}{25}$ أو 2%. بينما الخطأ النسبي في القياس 83 هو $\frac{0.5}{8}$ أو حوالي 6.3%؛ إذًا 8 أكثر دقة.

18. 9.2 cm يكون مضبوطًا في نطاق 0.05 cm أو 0.5 mm و 42 mm يكون مضبوطًا في نطاق 0.5 mm. لذلك فليس هناك قياس أكثر ضبطًا من الآخر. والخطأ النسبي للقياس 9.2 cm هو $\frac{0.05\text{ cm}}{9.2\text{ cm}}$ أو حوالي 0.5%. بينما الخطأ النسبي للقياس 42 mm هو $\frac{0.5\text{ mm}}{42\text{ mm}}$ أو حوالي 1.2%؛ إذًا 9.2 cm أكثر دقة.

19. $18\frac{1}{4}$ cm يكون مضبوطًا في نطاق $\frac{1}{8}$ cm و 125 m يكون مضبوطًا في نطاق 0.5؛ إذًا $18\frac{1}{4}$ هو القياس الأكثر ضبطًا. والخطأ النسبي للقياس $18\frac{1}{4}$ هو $\frac{0.125}{18.25}$ أو حوالي 0.7%. بينما الخطأ النسبي للقياس 125 هو $\frac{0.5}{125}$ أو حوالي 0.4%؛ إذًا 125 أكثر دقة.

20. إذا افترضنا أن طول شخص هو 5.5 m. وإذا كان هذا الطول مقيسًا لأقرب متر. فإن الخطأ النسبي سيكون $\frac{0.5\text{ m}}{5.5\text{ m}}$ أو حوالي 9%. وإذا كان قد تم القياس لأقرب سنتيمتر. فإن الخطأ النسبي سيكون $\frac{0.5\text{ cm}}{5.5\text{ m}} = \frac{0.5\text{ cm}}{65\text{ cm}}$ أو حوالي 0.8%. وإذا تم القياس لأقرب $\frac{1}{16}$ cm، فإن الخطأ النسبي سيكون $\frac{0.03125\text{ cm}}{65\text{ cm}}$ أو حوالي 0.05%. بينما القياس لأقرب $\frac{1}{16}$ cm هو القياس الأكثر دقة. وهذا المستوى من الدقة غير ضروري؛ فمستوى دقة يبلغ حوالي 1% يكفي. لذا فإن القياس لأقرب سنتيمتر يكون كافيًا.

alManahj.com/ae

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

21. 1 m؛ إذا افترضنا أن هناك جبلاً ارتفاعه 4000 m . وإذا كان هذا الارتفاع تم قياسه لأقرب متر، فإن الخطأ النسبي سيكون $\frac{0.5\text{ m}}{4000\text{ m}}$ أو حوالي 0.01%. أما إذا تم القياس لأقرب سنتيمتر، فسيكون الخطأ النسبي $\frac{0.5\text{ cm}}{4000\text{ m}} = \frac{0.5\text{ cm}}{48{,}000\text{ cm}}$ أو حوالي 0.001%. وإذا تم قياسه لأقرب $\frac{1}{16}$ cm، فسيكون الخطأ النسبي $\frac{0.03125\text{ cm}}{48{,}000\text{ cm}}$ أو حوالي 0.0007%. بينما القياس لأقرب $\frac{1}{16}$ cm هو الأكثر دقة. لكن هذا المستوى من الدقة غير ضروري؛ فمستوى 1% تقريبًا من الدقة يكفي، لذا فإن القياس لأقرب متر يكون كافيًا.

22. 13.5 cm؛ كل قياس يكون مضبوطًا في نطاق $\frac{1}{8}$ من السنتيمتر، لذا فإن أقل محيط هو $2\left(2\frac{1}{8}\right)\text{ cm} + 2\left(4\frac{5}{8}\right)\text{ cm}$؛ وكل قياس يكون دقيقًا في نطاق $\frac{1}{8}$ من السنتيمتر، لذا فإن أكبر محيط هو $2\left(2\frac{3}{8}\right)\text{ cm} + 2\left(4\frac{7}{8}\right)\text{ cm}$.

الدرس 10-4

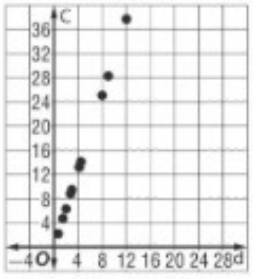
53. الإجابة النموذجية: لقياس زاوية حادة، يمكنك طي ركن ورقة بحيث تتقابل الحواف. ومن شأن هذا أن ينصف الزاوية. ليسمح لك بتحديد ما إذا كانت الزاوية بين 0° و 45° أم بين 45° و 90°. وإذا تم طي الورقة مرتين إضافيتين بنفس الطريقة وتم قطع هذا الركن من الورقة، فستشكل خطوط الطي الزيادات التدريجية للمنقلة المصنوعة في المنزل والتي تبدأ من 0° على أحد الجوانب وتزداد بزيادات تدريجية قدرها 8 ÷ 90 أو 11.25°. لتنتهي عند الجانب المجاور والذي سيشير إلى قياس الزاوية البالغ 90°. ويمكنك تقدير نصف المسافة بين كل خط طي، وهو ما سيعطيك دقة تبلغ 2 ÷ 11.25° أو حوالي 6°. ويبلغ القياس الفعلي للزاوية الموضحة 52°. وسيكون أي تقدير بين 46° و 58° مقبولاً.

الدرس 10-6

43a–b. الإجابة النموذجية:

الجسم	d (cm)	C (cm)	$\frac{C}{d}$
1	3	9.4	3.13
2	9	28.3	3.14
3	4.2	13.2	3.14
4	12	37.7	3.14
5	4.5	14.1	3.13
6	2	6.3	3.15
7	8	25.1	3.14
8	0.7	2.2	3.14
9	1.5	4.7	3.13
10	2.8	8.8	3.14

43c. الإجابة النموذجية:



43d. الإجابة النموذجية: $C = 3.14d$؛ تُمثل المعادلة صيغة لتقريب محيط الدائرة. ويمثل الميل تقريبًا للرمز باي.

47. الإجابة النموذجية: خماسي الأضلاع مُقعر، حيث إنه لا توجد نقاط للمستقيمات المرسومة على الحواف في الداخل. وخماسي الأضلاع منتظم لأن كل زواياه وأضلاعه أُنشأت بنفس القياس، مما يجعلها متطابقة مع بعضها البعض.

48. 1440 بلاطة مربعة؛ الإجابة النموذجية: عرض الحيز يبلغ 6 × 100 أو 600 سنتيمتر و 100 × 3.6 أو 360 سنتيمترًا. وسيحتل هذا الحيز بالضبط 12 cm ÷ 600/بلاطة أو 50 عمودًا من البلاط و 12 icm ÷ 360/بلاطة أو 30 صفًا من البلاط. لذا، فإن عدد البلاطات اللازمة هو 30 × 50 أو 1500 بلاطة.

49. الإجابة النموذجية: إذا كان هناك مضلع محدب متساوي الزوايا ولكنه ليس متساوي الأضلاع، فإنه لا يكون مضلعًا منتظمًا. وبالمثل، إذا كان هناك مضلع متساوي الزوايا والأضلاع، ولكنه ليس محدبًا، فإنه يكون مضلعًا منتظمًا.

الدرس 10-7

5. المُعطى: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب إثباته: $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطى)
2. AB = CD (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة ≅)
3. CD = AB (خاصية التماثل)
4. $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة ≅)

6. المُعطى: $\overline{AB}$

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB}$ (معطى)
2. AB = AB (خاصية الانعكاس)
3. $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة ≅)

7a.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae

7b. لدينا معطيات تشير إلى أن جميع النقاط على استقامة واحد. وبما أن مدينة كادوكا تبعد 96 كيلومترًا عن رابيد سيتي وسايوكس فالز تبعد 352 كيلومترًا عن رابيد سيتي، فإن كادوكا تقع بين رابيد سيتي وسايوكس فالز. وبما أن ألكسندريا تبعد 292 كيلومترًا عن رابيد سيتي وكادوكا تقع على بعد 96 كيلومترًا من رابيد سيتي، فإن كادوكا تقع بين ألكسندريا ورابيد سيتي. وبما أن سايوكس فالز تقع على بعد 352 كيلومترًا من رابيد سيتي وألكسندريا تبعد 292 كيلومترًا عن رابيد سيتي، فإن ألكسندريا تقع بين كادوكا وسايوكس فالز. لذلك، فإن ترتيب هذه المدن من الغرب إلى الشرق هو رابيد سيتي ثم كادوكا ثم ألكسندريا ثم سايوكس فالز.

8. المُعطى: $\overline{XW} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{ZX} \cong \overline{YZ}$

المطلوب إثباته: $\overline{XW} \cong \overline{ZX}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{XW} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{ZX} \cong \overline{YZ}$ (مُعطى)
2. $XW = YZ$ و $YZ = ZX$ (تعريف التطابق)
3. $XW = ZX$ (التعويض)
4. $\overline{XW} \cong \overline{ZX}$ (تعريف التطابق)

9. المُعطى: $\overline{AD} \cong \overline{AC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{ED}$

المطلوب إثباته: $\overline{AB} \cong \overline{AE}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AD} \cong \overline{AC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{ED}$ (مُعطى)
2. $AC = AD, ED = BC$ (تعريف التطابق)
3. $AE + ED = AD, AB + BC = AC$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
4. $AE + ED = AB + BC$ (التعويض)
5. $AE = AB$ (خاصية الطرح في المعادلة)
6. $\overline{AE} = \overline{AB}$ (تعريف التطابق)

10. المُعطى: R هي نقطة منتصف $\overline{QS}$ و $\overline{ST} \cong \overline{PQ}$.

المطلوب إثباته: $\overline{PR} \cong \overline{RT}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. R هي نقطة منتصف $\overline{QS}$. و $\overline{ST} \cong \overline{PQ}$. (مُعطى)
2. $QR = RS$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $PQ = ST$ (تعريف التطابق)
4. $PQ + QR = RS + ST$ (خاصية الجمع في المعادلة)
5. $PR = PQ + QR, RT = RS + ST$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
6. $PR = RT$ (التعويض)
7. $\overline{PR} \cong \overline{RT}$ (تعريف التطابق)

11. المُعطى: Q هي نقطة منتصف $\overline{PR}$. و S هي نقطة منتصف $\overline{RT}$. و $\overline{QR} \cong \overline{RS}$.

المطلوب إثباته: $PT = 4QR$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. Q هي نقطة منتصف $\overline{PR}$. و S هي نقطة منتصف $\overline{RT}$. و $\overline{QR} \cong \overline{RS}$. (مُعطى)
2. $PQ = QR$ و $RS = ST$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $QR = RS$ (تعريف التطابق)
4. $PT = PQ + QR + RS + ST$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)
5. $QR = ST$ (خاصية التعدي)
6. $PT = QR + QR + QR + QR$ (التعويض)
7. $PT = 4QR$ (بالتحويل لأبسط صورة)

12. المُعطى: $\overline{AB} \cong \overline{EF}, \overline{ED} \cong \overline{HK}, AB + BE + ED = EF + EH + HK$

المطلوب إثباته: $\overline{BE} \cong \overline{EH}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \cong \overline{EF}, \overline{ED} \cong \overline{HK}, AB + BE + ED = EF + EH + HK$ (مُعطى)
2. $AB = EF, ED = HK$ (تعريف التطابق)
3. $AB + BE + ED = AB + EH + HK$ (التعويض)
4. $AB - AB + BE + ED = AB - AB + EH + HK$ (خاصية الطرح في المعادلة)
5. $BE + ED = EH + HK$ (التحويل لأبسط صورة)
6. $BE + ED = EH + ED$ (التعويض)
7. $BE + ED - ED = EH + ED - ED$ (خاصية الطرح في المعادلة)
8. $BE = EH$ (التحويل لأبسط صورة)
9. $\overline{BE} \cong \overline{EH}$ (تعريف التطابق)

13.

الإجابة النموذجية: وضعتُ نقطة بداية باسم A على المستقيم ℓ وأنشأتُ النقطة B على المستقيم، بحيث تكون AB مساويةً لـ PQ. وباستخدام النقطة B بمثابة نقطة بداية، حدّدت نقطةً باسم C على المستقيم بحيث تكون BC مساويةً أيضًا لـ PQ. وطول القطعة المستقيمة AC بكاملها يساوي AB + BC حسب مسلّمة الجمع و AB = BC = PQ. وباستخدام التعويض، فإن AC = PQ + PQ أو AC = 2PQ. إذًا $\overline{AC}$ تساوي ضعف طول $\overline{PQ}$.

14a.

14b. 8PC = PQ

14c.

أستطيع قياس $\overline{PC}$ وتحديد القطع المستقيمة التي لها ذلك الطول على طول $\overline{PQ}$ إضافةً إلى عدّ القطع المستقيمة التي تشكلت.

14d.

8PC = PQ

14e. المُعطى: A هي نقطة منتصف $\overline{PQ}$. و B هي نقطة منتصف $\overline{PA}$. و C هي نقطة منتصف $\overline{PB}$.

المطلوب إثباته: 8PC = PQ

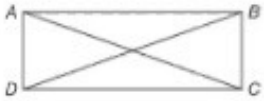
العبارات (المبررات)

1. A هي نقطة منتصف $\overline{PQ}$ و B هي نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C هي نقطة منتصف $\overline{PB}$. (معطى)
2. $PA = AQ, PB = BA, PC = CB$ (تعريف نقطة المنتصف)
3. $PC + CB = PB$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
4. $PC + PC = PB$ (التعويض)
5. $2PC = PB$ (التعويض)
6. $PB + BA = PA$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
7. $PB + PB = PA$ (التعويض)
8. $2PB = PA$ (خاصية الجمع)
9. $2(2PC) = PA$ (التعويض)
10. $4PC = PA$ (بالتعويض)
11. $PA + AQ = PQ$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
12. $PA + PA = PQ$ (بالتعويض)

alManahj.com/ae

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

13. $2PA = PQ$ (التعويض)
14. $2(4PC) = PQ$ (التعويض)
15. $8PC = PQ$ (التعويض)



16. **المُعطى:** ABCD هو مستطيل.
المطلوب إثباته: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$
العبارات (المبررات)
1. ABCD هو مستطيل (مُعطى)
2. $AB = CD, AD = BC$ (تعريف المستطيل)
3. $(AC)^2 = (AD)^2 + (DC)^2, (BD)^2 = (BC)^2 + (DC)^2$ (نظرية فيثاغورث)
4. $(AC)^2 = (BC)^2 + (DC)^2$ (التعويض)
5. $(AC)^2 = (BD)^2$ (التعويض أو التعدي)
6. $AC = \pm\sqrt{(BD)^2}$ (خاصية الجذر التربيعي)
7. $AC = \sqrt{(BD)^2}$ (حسب التعريف، يجب أن يكون الطول موجبًا.)
8. $AC = BD$ (تعريف الجذر التربيعي)
9. $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف التطابق)

18. صحيح

19.

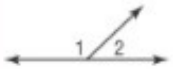
20. تستخدم فقرات البرهان والبراهين ثنائية الأعمدة الاستدلال الاستنتاجي مقدمًا بترتيب منطقي يترافق مع مسلّماتٍ ونظرياتٍ وتعريفاتٍ تُستخدم لدعم خطوات البراهين. وتكتب فقرات البرهان على هيئة فقرةٍ تذكر فيها أسباب كل خطوةٍ تم وضعها في الجمل. وتكون البراهين ثنائية الأعمدة مرقمة ومفصّلة. وتعطى كل خطوةٍ في البرهان على سطرٍ منفصلٍ مع دعم تلك الخطوة في العمود المجاور لها.

الدرس 8-10

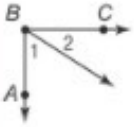
14. **المُعطى:** الزاوية ∠ABC هي زاوية مستقيمة. وتوجد D بداخل ∠ABC
المطلوب إثباته: الزاويتان ∠ABD و ∠CBD متكاملتان.
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. الزاوية ∠ABC هي زاوية مستقيمة. وتوجد D داخل الزاوية ∠ABC (مُعطى)
2. $m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$ (مسلمة جمع الزوايا)
3. $m\angle ABC = 180$ (تعريف الزاوية المستقيمة)
4. $m\angle ABD + m\angle DBC = 180$ (التعويض)
6. الزاويتان ∠ABD و ∠CBD متكاملتان. (تعريف الزاويتان المتكاملتان)

15. **المُعطى:** $\angle 7 \cong \angle 4$
المطلوب إثباته: الزاويتان 7∠ و 5∠ متكاملتان.
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\angle 7 \cong \angle 4$ (مُعطى)
2. الزاويتان 4∠ و 5∠ هما زوج خطي (تعريف الزوج الخطي)
3. الزاويتان 4∠ و 5∠ متكاملتان. (إذا كان هناك زاويتان لزوج خطي، فحينها يكونان زاويتين متكاملتين.)
4. الزاويتان 7∠ و 5∠ متكاملتان. (التعويض)

16. **المُعطى:** الزاويتان ∡ تُشكلان زوجًا خطيًا.
المطلوب إثباته: الزاويتان ∡ متكاملتان.
فقرة البرهان:
عندما تشكل زاويتان ∡ زوجًا خطيًا، فالزاوية الناتجة ∠ تكون زاوية مستقيمة ∠ قياسها 180 درجة. وحسب التعريف، تكون الزاويتان ∡ متكاملتين إذا كان مجموع قياسيهما 180 درجة. ووفقًا لمسلّمة جمع الزوايا، فإن $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$. إذًا، إذا كانت الزاويتان ∡ تشكلان زوجًا خطيًا، فحينها تكون الزاويتان متكاملتين.

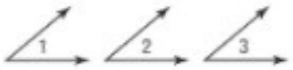


17. **المعطى:** ∠ABC زاوية قائمة.
المطلوب إثباته: 1∠ و 2∠ متتامتان∡.
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. ∠ABC زاوية قائمة. (معطى)
2. $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة ∡)
3. $m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2$ (∠ مسلّمة الجمع)
4. $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$ (التعويض)
5. 1∠ و 2∠ زاويتان متتامتان (تعريف الزوايا المتتامة ∡)



18. **المعطى:** ∠A
المطلوب إثباته: $\angle A \cong \angle A$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. ∠A زاوية قائمة. (معطى)
2. $m\angle A = m\angle A$ (خاصية الانعكاس)
3. $\angle A \cong \angle A$ (تعريف التطابق ∡ ≅)

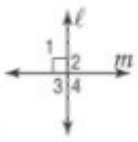
19. **المُعطى:** $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 3 \cong \angle 2$
المطلوب إثباته: $\angle 3 \cong \angle 1$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 3 \cong \angle 2$ (مُعطى)
2. $m\angle 1 = m\angle 2, m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف التطابق ∡ ≅)
3. $m\angle 1 = m\angle 3$ (خاصيّة التعدّي)
4. $\angle 3 \cong \angle 1$ (تعريف التطابق ∡ ≅)



20. الزاويتان 1 و 2 زوج خطي. والزاويتان 3 و 4 زوج خطي. وحسب التعريف، فإن أي زاويتين يشكلان زوجًا خطيًا = 180°.
360° = 180 + 180. إذًا، يكون مجموع الزوايا الأربع 360.

21. **المعطى:** $\angle 4 \cong \angle 1$
المطلوب إثباته: $\angle 3 \cong \angle 2$
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\angle 4 \cong \angle 1$ (مُعطى)
2. $\angle 4 \cong \angle 3, \angle 2 \cong \angle 1$ (الزوايا المتقابلة بالرأس تكون متطابقة.)
4. $\angle 3 \cong \angle 2$ (خاصية التعدي)

22. **المُعطى:** $\ell \perp m$
المطلوب إثباته: الزوايا 2∠ و 3∠ و 4∠ زوايا قائمة ∡
البرهان:
العبارات (المبررات)
1. $\ell \perp m$ (معطى)



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

alManahj.com/ae