# ملخص تقوية..

# معادلات تفاضلية

لجنة الميكانيك

Polytechnic

0789434018

Mech.MuslimEngineer.Net

MechFet

FB.com/Groups/Mid.Group

# Differential Equ.

* The order ( درجة ) of the Diff equ is the order of the highst dervitive apper in the eqn.

Ex:- 1- $y'' + y' = e^2 \longrightarrow$ 2nd order

3- $y^{(4)} - y = 6 \longrightarrow$ 4th order

→ linear and non linear equ.

* تكون المعادلة linear إذا :-

1) Only dervitive and y power one exist.
2) No product of $y, y', y'' \ldots y^{(n)}$ Exist
3) No $F(y) \rightarrow \sin y, \cos y' \ldots$ . Exist

* غير ذلك تكون Non linear .

Ex:- 1) $y''^2 + y' = e^x \longrightarrow$ Non linear

2) $y' + y^3 = \sin x \longrightarrow$ Non linear

3) $\frac{y''}{y} - 5 = 0 \longrightarrow y'' - 5y = 0 \longrightarrow$ linear

→ Homogeneous & Non Homogeneous :-

$$A_n y^{n} + A_{n-1} y^{(n-1)} + \cdots + A_{n+} y' + A_n y = R(x)$$

1) IF $A_n + A_{n-1}$ --- $A_n$ Are constant
2) IF $R(x) \neq 0$ Non Homo
3) IF $R(x) = 0$ Homo

Ex: $xy' + 1 = 0 \longrightarrow xy' = -1$ (N.H)

$y'' = y + y' \longrightarrow y'' - y' - y = 0$ (H)

* يوجد طريقة أخرى سيتم شرحها في موضوع الـ Hom.equ

* حل المعادلة التفاضلية هو إيجاد قيمة (قيم y) التي تحققها.

ex:- $y'' + y = 0$

$y = \sin x \quad y' = \cos x$

$y'' = -\sin x$

$y'' + y = 0 \longrightarrow -\sin x + \sin x = 0$ ✓

$y = \sin x$ هو حل المعادلة

* First Order D.eq.

Linear D.equ.

الصيغة العامة → $(1)\underline{\underline{\frac{dy}{dx}}}_{(y')} + P(x)y = g(x)$

* $P(x)$, $g(x)$ are Function's of $x$ only

* طريقة الحل :-

(*) General Sol

$$y(x) = \frac{1}{\mu(x)}\left[\int \mu(x)\, g(x)\, dx + c\right]$$

*1 * أول شيء بنرتب المعادلة على الصيغة العامة.

*2 * نستخرج $g(x)$ & $P(x)$ من المعادلة.

* نحسب $\mu(x)$ من القانون

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$$

* نعوض بال General sol.

← بعض الأسئلة يكون في Initial Condition $y(x_0) = y_0$

هاي المعادلات تسمى Initial value prop.

← يعطي ال I.V.P لإيجاد $\underline{\underline{c}}$.

← معامل $y'$ لازم يكون 1

Ex:- Find general Solution for :-

$y' - 2xy = x$

sol:- $g(x) = x \quad , p(x) = -2x$

$\mu(x) = e^{\int p x\, dx} = e^{\int 2x\, dx} = e^{-x^2}$

$y(x) = \frac{1}{e^{-x^2}}\left[\int e^{-x^2} x\, dx + c\right]$

$= \frac{1}{e^{-x^2}} * \left[\frac{-e^{-x^2}}{2} + c\right]$

$= -\frac{1}{2} + c e^{x^2}$

$\int e^{-x^2} x\, dx =$

$a = -x^2$

$da = 2x\, dx$

$dx = \frac{da}{-2x}$

$\int e^{a} x \frac{da}{-2x}$

$= -\frac{1}{2} \int e^{a}\, da$

$= \frac{e^{a}}{-2} = -\frac{e^{-x^2}}{2}$

Ex:- Solve $y' - 2xy = x \quad , y(0) = 2$

sol:- $g(x) = x \quad , P(x) = -2x$

$\Rightarrow -\frac{1}{2} + c e^{x^2}$

$y(0) = 2 \rightarrow -\frac{1}{2} + c * e^{(0)^2} = 2$

$c = 3/2$

## (2) Bernolli equ.

* إذا كانت المعادلة غير خطية Nonlinear ولكن يمكن تحويلها الى linear باستخدام التعويض

$$\left(\left(u = y^{1-n}\right)\right)$$ لو $n \neq 0, 1$

نحل بطريقة برنولي .

* المعادلة الرئيسية التي تطبق بعد التعويض " $u = y^{1-n}$ "

$$u' + (1-n)\,p(x)\,u = (1-n)\,g(x)$$

Ex:- $t^2 y' + 2ty - y^3 = 0$

sol:- * المعادلة Nonlinear $(y^3)$

$$u = y^{1-n} = y^{1-3} = y^{-2}$$

$$y' + \frac{2}{t}y - \frac{1}{t^2}y^3 = 0$$

$$y' + \frac{2}{t}y = \frac{1}{t^2}y^3$$

$$P(x) = \frac{2}{t}$$

$$g(x) = \frac{1}{t^2}$$

~~u' + (1-n~~

$$u' + (1-n)\,p(x)\,u = (1-n)\,g(x)$$

$$u' + (-2)\frac{2}{t}u = \frac{-2}{t^2}$$

$$P(x) = \frac{-4}{t} \longrightarrow \mu(x) = e^{\int -\frac{4}{t}dx} = t^{-4}$$

$$g(x) = \frac{-2}{t^2}$$

$$u(t) = \frac{1}{t^{-4}}\left[\int t^{-4} * \frac{-2}{t^2}\, dt + c\right]$$

$$= \frac{1}{t^{-4}} * \frac{-2}{-5}\, t^{-5} + \frac{c}{t^{-4}}$$

$$= \frac{-2}{-2} * \frac{1}{t} + c t^4$$

ex:- $y' = y - \frac{1}{y}$ ?!

## $\boxed{3}$ Separable D.eq

* إذا كنا بنقدر نكتب ~~[illegible]~~ ال x وال y اللي بالمعادلة لحالهم. بكون حل المعادلة هي تكامل الـ x مع الـ dx وال y مع الـ dy.

Ex:- $\frac{dy}{dx} = 3xy^3$

sol: $\frac{dy}{y^3} = 3x\,d \rightarrow y^{-3}dy = 3x\,dx$

$$\int y^{-3} dy = \int 3x\, dx$$

$$-\frac{1}{2} y^{-2} = \frac{3}{2}x^2 + c$$

## (4) Homogeneous D. eq

* لمعرفة إذا كان الإقتران Homogeneous او Non Homo نقوم بضرب $x, y, z$ بـ $t$ .

• إذا كان الناتج $F(tx,ty)=t^n F(x,y)$ يكون الإقتران Homo degree n

Ex:- $F(x,y) = x^2 - \frac{x}{y}$

sol:- $F(tx,ty) = (tx)^2 - \frac{tx}{ty}$

$$= t^2x^2 - \frac{x}{y} \quad // \text{ Non-Homo}$$

Ex:- $F(x,y) = x^2 - xy$

sol:- $F(tx,ty) = t^2x^2 - tx\,ty$

$$= t^2x^2 - t^2xy$$

$$= t^2\underbrace{(x^2 - xy)}_{F(x,y)} \quad // \text{ Homo 2nd degree}$$

* يستخدم لحل المعادلات التي صيغتها ^-^

$$M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$$

* لمعرفة إذا كانت المعادلة السابقة Homo او Non نقوم بتعويض $(tx,ty)$ ولازم يكون الإقترانين من نفس الدرجة

ex: $x^2dx + xy\,dy = 0$

sol: $t^2x^2dx + t^2xy\,dy = 0 \longrightarrow$ Homo 2nd degree

- طريقة الحل :-

[1] نتأكد من أن المعادلة Homo.

[2] نفرض $y = vx$ فتتحول المعادلة إلى separ.

[3] نحل المعادلة separ.

* في حال وجود Initial con نوجد قيمة $c$ لا من الفرض.

Ex :- $2xy\,dx - (x^2 - y^2)\,dy = 0$

sol :- Step (1) $2txty\,dx - (t^2x^2 - t^2y^2)\,dy = 0$

$t^2 2xy\,dx - t^2(x^2 - y^2)\,dy = 0$, Homo 2nd degree

Step (2)

| | |
|---|---|
| $2xy\,dx - (x^2 - y^2)\,dy = 0$ | $y = vx$ |
| $2x^2v\,dx - (x^2 - x^2v^2)(v\,dx + x\,dv) = 0$ | $dy = v\,dx + x\,dv$ |
| $\left[2x^2v\,dx - v(x^2 - x^2v^2)\,dx\right] - x(x^2 - v^2x^2)\,dv = 0$ | |
| $(2x^2v - v(x^2 - x^2v^2))\,dx - x(x^2 - v^2x^2)\,dv = 0$ | |

$(2x^2v - vx^2 + x^2v^3)\,dx - (x^3 - v^2x^3)\,dv = 0$

$(x^2v + x^2v^3)\,dx - (x^3 - v^2x^3)\,dv = 0$

$x^2(v + v^3)\,dx - x^3(1 - v^2)\,dv = 0$ $\quad \div (v + v^3)(x^3)$

$\frac{x^2}{x^3}\,dx - \frac{(1 - v^2)}{(v + v^3)}\,dv = 0 \rightarrow$ Partial Fraction

→* Separable : $\frac{dx}{x} - \underbrace{\frac{1-v^2}{v+v^3}}_{P.F} dv = 0$

$$\frac{1-v^2}{v+v^3} = \frac{1-v^2}{v(1+v^2)}$$

$$\rightarrow \frac{1-v^2}{v(1+v^2)} = \frac{A}{v} + \frac{Bv+c}{1+v^2}$$

$$\frac{1-v^2}{\cancel{v(1+v^2)}} = \frac{(1+v^2)A + (Bv+c)v}{\cancel{v(1+v^2)}}$$

$$1-v^2 = (1+v^2)A + (Bv+c)v$$

to find A → $v=0$

$$1 = A + 0 \rightarrow \boxed{A=1}$$

to find B, C → $v = 1, -1$

$v=1 \rightarrow \quad 0 = (2)(1) + (\cancel{B+2c})\ (B+c)$

$v=-1 \rightarrow \quad 0 = (2)(1) + (B-c) \quad +$

$0 = 4 + 2B \rightarrow \boxed{B=-2}$

$\boxed{c=0}$

$$\int \frac{dx}{x} - \int \frac{1}{v} dv + \int \frac{-2v}{1+v^2} = 0$$

$$\ln x - \ln v + (-) \ln(v^2+1) = c$$

$$\ln x - \ln \frac{y}{x} - \ln\left(\frac{y^2}{x^2}+1\right) = c$$

الحل
٦-٨

Ex: $(x-y)\,dy = (y-x)\,dx$ ?!

Sol: $(x-y)\,dy - (y-x)\,dx = 0$ ⟶ الصيغة الأساسية

Step(1) $(tx-ty)\,dy - (ty-tx)\,dx = 0$ ⟶ Homo $1^{st}$ degree

Step(2) $(x-y)\,dy - (y-x)\,dx = 0$

$y = vx$

$dy = v\,dx + x\,dv$

$(x-vx)(v\,dx + x\,dv) - (vx-x)\,dx = 0$

$vx(x-vx)\,dx + x(x-vx)\,dv - (vx-x)\,dx = 0$

$v(x-vx)\,dx - (vx-x)\,dx + x(x-vx)\,dv = 0$

$[v(x-vx) - (vx-x)]\,dx + x(x-vx)\,dv = 0$

$(v+1)(x-vx)\,dx + x^2(1-v)\,dv = 0$

$(v+1)(1-v)x\,dx + x^2(1-v)\,dv = 0$

$x(-v^2+1)\,dx + x^2(1-v)\,dv = 0$ $\quad \div (-v^2+1)(x^2)$

$$\frac{dx}{x} + \frac{(1-v)}{(1-v^2)}\,dv = 0$$

$$\frac{dx}{x} + \frac{1}{1+v}\,dv = 0 \dashrightarrow \text{Sparable}$$

$$\int \frac{dx}{x} + \int \frac{1}{1+v}\,dv = 0$$

$\ln|x| + \ln|1+v| = c \quad \to v = \frac{y}{x}$

$\ln(x) + \ln\left(1+\frac{y}{x}\right) = c$

5) Exact D equ.

* نستخدم لحل المعادلات على صيغة

$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$

* تكون المعادلة Exact إذا كان

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$$

$$"M_y = N_x"$$

ex: $\underbrace{2xy}_{M(x,y)}dx + \underbrace{(1+x^2)}_{N(x,y)}dy = 0$

sol: $M_y = 2x \quad , N_x = 2x$

$M_y = N_x$ Exact

* طريقة الحل :-

1) let $u(x,y) = \int M(x,y)\,dx + H(y)$

2) Find $H(y)$ from $\frac{\partial u(x,y)}{\partial y} = N(x,y)$

3) The Solution $u(x,y) = c$ , c is constant

Ex :- $\underbrace{2xy}_{M(x,y)}\,dx + \underbrace{(1+x^2)}_{N(x,y)}\,dy = 0$

step (1) exact ?! ✓

step (2) $u(x,y) = \int M(x,y)\,dx + H(y)$

$= \int 2xy\,dx + H(y)$

$= x^2y + H(y)$

$= x^2y + y$

$H(y) \Rightarrow$

$\frac{\partial u(x,y)}{\partial y} = N(x,y)$

$x^2 + H'(y) = (1+x^2)$

$\int H'(y) = \int 1\,dy$

$H(y) = y$

step (3) Solution is

$x^2y + y = c$

Ex :- $\underbrace{(3xy^4 + x)}_{M(x,y)}\,dx + \underbrace{(6x^2y^3 - 2y^2 + 7)}_{N(x,y)}\,dy = 0$

sol :- ① $M_y = 12xy^3$ , $N_x = 12xy^3$ (Exact)

② $u(x,y) = \int M(x,y)\,dx + H(y)$

$= \int (3xy^4 + x)\,dx + H(y)$

$= \frac{3}{2}x^2y^4 + \frac{x^2}{2} + H(y)$

$\frac{\partial u(x,y)}{\partial y} = N(x,y)$

$6x^2y^3 + H'(y) = N(x,y)$

$H'(y) = \cancel{-6x^2y^3} + (\cancel{6x^2y^3} - 2y^2 + 7)$

$H(y) = -\frac{2}{3}y^3 + 7y$

③ $\frac{3}{2}x^2y^4 + \frac{x^2}{2} - \frac{2}{3}y^3 + 7y = c$

6) Equation of the Form

$y' = G(ax+by+c)$

ex: $y' = \sin(x-y)$

$y' = (3x+4y-2)^5$

⊙ طريقة الحل :

١- $y' \longrightarrow \frac{dy}{dx}$ ، ينقل الـ $dx$ على الجهة الثانية

٢- إفرض $Z = ax+by+c$ .

٣- حل المعادلة separable .

Ex: $y' = (x-y+3)^2$

Sol: $\frac{dy}{dx} = (x-y+3)^2$

$dy = (x-y+3)^2 \cdot dx$

$dx - dz = z^2\, dx$

$z = x-y+3$

$dz = dx - dy$

~~$dy = dx - dz$~~

$dy = dx - dz$

$dx - z^2 dx - dz = 0$

$(1-z^2)\,dx - dz = 0 \quad \div (1+z^2)$

$dx - \frac{1}{1-z^2} dz = 0$ (P.F)

$\frac{1}{1-z^2} = \frac{A}{(1+z)} + \frac{B}{(1-z)} \longrightarrow 1 = A(1-z) + B(1+z)$

$z = -1 \longrightarrow \frac{1}{2}$

$z = 1 \longrightarrow \frac{1}{2}$

$\cancel{x} \; x - \int \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+z} dz + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-z} dz = 0$

$x - \frac{1}{2} \ln|1+z| + \frac{1}{2} \ln|1-z| = c \longrightarrow$ عوض عن z

13

Ex:- $y' = \sin(x-y+3)$

Sol:- $dy = \sin(x-y+3)\,dx$

$z = x-y+3$

$dy = dx - dz$

$dx - dz = \sin z\,dx$

$(1-\sin z)\,dx - dz = 0$

$$dx - \frac{dz}{1-\sin z} = 0$$

مرافق

$$\frac{1}{1-\sin z} \times \frac{1+\sin z}{1+\sin z}\,dz = \frac{1+\sin z}{1-\sin^2 z}\,dz = \frac{1}{\cos^2 z} \times (1+\sin z)$$

$= \int \sec^2 z + \tan z \sec z = \tan z + \sec z$

$\longrightarrow x - \tan(x-y+3) + \sec(x-y+3) = c$

# [7] Eq. with linear Coefficient

$$\underbrace{(a_1x+b_1y+c_1)}_{\text{معادلة خط مستقيم}}dx+\underbrace{(a_2x+b_2y+c_2)}_{\text{معادلة خط مستقيم}}dy=0$$

* معادلة الخط المستقيم "$a_1x+b_1y+c_1$"

$$L_1 \Rightarrow a_1x+b_1y+c_1=0$$
$$L_2 \Rightarrow a_2x+b_2y+c_2=0$$

**IF ε. (1)** $c_1=c_2$ then

$$(a_1x+b_1y)dx+(a_2x+b_2y)dy=0$$

Homog. Dequ.

$y=Vx$

$\boxed{2}$ $a_1b_2=a_2b_1$ then $L_1 // L_2$

* علشان يكون $L_2 // L_1$ ← $L_1=KL_2$

$$a_1x+b_1y=K(a_2x+b_2y)$$

* لازم تخلي الخط الثاني زي الخط الأول بس مضروب برقم

* افرض $Z=a_2x+b_2y$

* حل المعادلة Separable

first 2013

ex:- $\underbrace{(x+y+3)}_{L_1}dx+\underbrace{(2x+2y+4)}_{L_2}dy=0$

Sol:- $c_1=c_2 \longrightarrow X$ $\quad a_1=1\ ,\ b_1=1$

$a_1b_2=a_2b_1$ $\quad a_2=2\ ,\ b_2=2$

$1*2=2*1$

$2=2$ ✓

$z=x+y \longrightarrow dz=dx+dy$

$dy=dz-dx$

$(z+3)dx+(2(z)+4)dz-dx=0$

$(z+3)dx-(2z+4)dx+(2z+4)dz=0$

$(z+3-2z-4)dx+(2z+4)dz=0$

$(-z-1)dx+(2z+4)dz=0 \quad \div(-z-1)$

$dx-\frac{(2z+4)}{z+1}dz=0$

$dx-\frac{2z+2+2}{z+1}dz=0$

$dx-\left(\frac{2(z+1)}{z+1}+\frac{2}{z+1}\right)dz=0$ "كامل"

$x-2z+2\ln|z+1|=c$ عوض محل

$z=x+y$

3) If the lines

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$
$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

* إذا كان الخطين (متقاطعين) في نقطة معينة $(m, n)$

يكون الفرض $x = u + m$

الحل $y = v + n$

* يكون الخطين متقاطعين لما $a_1b_2 \neq a_2b_1$

* نجد النقطة $(m, n)$ عن طريق حل المعادلتين.

ex:- $(x+2y-4)dx - (2x+y-5)dy = 0$

sol:- $c_1 = c_2$ X , $a_1b_2 = a_2b_1$ ?!

$1 \times 1 \neq 2 \times 2$

* الخطين متقاطعين

* نجد $(m, n)$

$-2\times \quad x + 2y - 4 = 0$

$2x + y - 5 = 0$

$-3y + 3 = 0$

$y = 1$

$x = 2$

$(2, 1)$

* $x = u + m = u + 2 , dx = du$

$y = v + n = v + 1 , dy = dv$

$((u+2) + 2(v+1) - 4)dx -$

$(2(u+2) + (v+1) - 5)dy = 0$

$((u + 2v)du - (2u + v)dv = 0)$

Homo D.eq.

$v = tu \rightarrow dv = t\,du + u\,dt$

أكمل الحل

separable

## ⑧ Non Exact D.equ.

* المطلوب إيجاد معامل نضربه بالمعادلة الرئيسية عشان تتحول إلى Exact.

**Case I :-** $M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$

$$\text{IF } \frac{M_y - N_x}{N(x,y)} = f(x) \rightarrow \text{Function of } x \text{ only}$$

$$\Rightarrow \mu(x) = e^{\int f(x)\cdot dx}$$

* نقوم بضرب $\mu(x)$ بالمعادلة الرئيسية فتتحول الى Exact
* تذكر إذا كان $M_y = N_x$ تكون المعادلة Exact.

**طريقة الحل :-**

١- نتأكد أن المعادلة Exact او Non-Exact

٢- نطبق المعادلة $f(x) = \frac{M_y - N_x}{N}$

٣- نوجد $\mu(x) = e^{\int f(x)\cdot dx}$

٤- نحل المعادلة Exact.

**Ex :-** $(2x^2+y)\,dx + (x^2y - x)\,dy = 0$

**Sol :-**

**Step 1 :-** $M_y \overset{?!}{=} N_x \longrightarrow 1 \neq 2xy - 1 \rightarrow$ Non.

**Step 2 :-** $\frac{M_y - N_x}{N(x,y)} = \frac{1 - 2xy + 1}{x^2y - x} = \frac{2 - 2xy}{x^2y - x}$

$$= \frac{2\cancel{(1-xy)}}{x\cancel{(xy-1)}} = \frac{-2}{x}$$

**Step 3 :-** $\mu(x) = e^{\int -\frac{2}{x}dx} = x^{-2}$

**Step 4 :-** $\mu(x) \times (2x^2+y)\,dx + (x^2y - x)\,dy = 0$

$$(2 + yx^{-2})\,dx + (y - x^{-1})\,dy = 0$$

$M_y = x^{-2}$ , $N_x = x^{-2} \longrightarrow$ Exact "اكمل الحل على exact"

Case II :-  $M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$

IF

$$\frac{M_y - N_x}{M} = g(y)$$

Then $\mu(y) = e^{-\int g(y)\,dy}$

Ex:- $(3x^2y^4 + 2xy)\,dx + (2x^3y^3 - x^2)\,dy = 0$

Sol:- step 1 :- $M_y \overset{?}{=} N_x \longrightarrow 12x^2y^3 + 2x \neq 6x^2y^3 - 2x$

step 2 :- $\dfrac{12x^2y^3 + 2x - 6x^2y^3 + 2x}{3x^2y^4 + 2xy}$

$$= \frac{2(3x^2y^3 + 2x)}{y(3x^2y^3 + 2x)} = \frac{2}{y} \longrightarrow g(y)$$

step 3 :- $\mu(y) = e^{-\int \frac{2}{y}\,dy} = y^{-2}$

step 4 :- $y^{-2} * ((3x^2y^4 + 2xy)\,dx + (2x^3y^3 - x^2)\,dy = 0)$

$(3x^2y^2 + 2xy^{-1})\,dx + (2x^3y - x^2y^{-2})\,dy = 0$

Exact ✓

Case III :- $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$

if it Homo but not exact

then

$$\mu = \frac{1}{xM + yN} \quad ; \quad xM + yN \neq 0$$

Ex :- $(x^4 + y^4)dx - xy^3 dy = 0$

sol :- Homo $4^{th}$ degree.

$M_y = 4y^3$ , $N_x = -y^3 \longrightarrow$ Not exact

$$\therefore \mu = \frac{1}{(x^5 + xy^4) + (-(xy^4))} = \frac{1}{x^5} = x^{-5}$$

$$\longrightarrow x^{-5}\left((x^4 + y^4)dx - xy^3 dy\right) = 0$$

$$x^{-1} + x^{-5}y^4 dx - x^{-4}y^3 dy = 0$$

$\hookrightarrow$ Exact

Case IV :- $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$

IF it can be written as

$y\,f(x,y)dx + x\,g(x,y)dy = 0$

Then $\mu = \dfrac{1}{xM - yN} \longrightarrow$ but $M = y\,f(x,y)$ , $N = x\,g(x,y)$

$\longrightarrow xyf - xyg$

$xy(f - g)$

$$= \frac{1}{xy(f - g)}$$

Ex:- $(2xy^2+y)\,dx + (x+2x^2y-x^4y^3)\,dy = 0$

Sol:- $y(2xy+1)\,dx + x(1+2xy-x^3y^3)\,dy = 0$

$f(x,y) = 2xy+1 \quad , \quad g(x,y) = 1+2xy-x^3y^3 \longrightarrow f \neq g$

$\therefore \mu = \dfrac{1}{xy[(\cancel{2xy}+\cancel{1})-(\cancel{1}+\cancel{2xy}-x^3y^3)]} = \dfrac{1}{x^4y^4} = x^{-4}y^{-4}$

$\longrightarrow x^{-4}y^{-4} * [(2xy^2+y)\,dx + (x+2x^2y-x^4y^3)\,dy = 0]$

$(2x^{-3}y^{-2} + x^{-4}y^{-3})\,dx + (x^{-3}y^{-4} + 2x^{-2}y^{-3} - y^{-1})\,dy = 0$

$\longrightarrow M_y = -3x^{-3}y^{-3} - x^{-4}y^{-4}$

$N_x = -3x^{-3}y^{-3} - x^{-4}y^{-4}$ $\longrightarrow$ Exact

* بالتوفيق للجميع.

* موضوع الـ Orthognal مش مشروح ^^ وهو داخل بالإمتحان.