كثيرات الحدود

$$x^2 + 2x + 5 = 0$$

$$3x + 1 = 2x + 6$$

الصفحة الرئيسية

كثيرات الحدود

المعادلات الحدودية

تعريف

المعادلة الحدودية هي كل معادلة من الشكل :

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots\cdots + a_1 x + a_0 = 0$$

ونحدد درجة المعادلة باعلى قوة فيها فاذا كانت اعلى قوة هي 2 كانت من الدرجة الثانية و 3 من الدرجة الثالثة , وهكذا . و الهدف هو ايجاد قيم المجهول .

محتويات

الصفحة الرئيسية

كثيرات الحدود

طرق حل المعادلات كثيرات

الحدود

طريقة حل معادله الدرجة الاولى

الصيغة العامة للمعادلات من الدرجة الأولى هي

$$ax + b = cx + d$$

لحلها نقوم ب:

$$b = cx - ax + d$$

$$cx - ax = b - d$$

$$x = \frac{b - d}{a - c}$$

مثال

$$3x + 1 = 4x - 1$$

$$1 = 4x - 3x - 1$$

$$2 = 4x - 3x$$

$$2 = x$$

الصفحة الرئيسية

كثيرات الحدود

طريقة حل معادلة الدرجة الثانية و برهانها

$$ax^2 + bx + c = 0$$

أولا:طريقة الحل

علينا حساب العدد

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

أما الحلول فهي

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

ثانيا:البرهان

أما للحصول على برهانها نقوم بما يلي

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + bx + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

الصفحة الرئيسية

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{\Delta}{4a^2}$$

$$x+\frac{b}{2a}=\frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \lor x+\frac{b}{2a}=-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \lor x=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

كيزرات الحدود

الصفحة الرئيسية

طريقة حل معادلة الدرجة الثالثة

الصيغة العامة للمعادلات من الدرجة الثالثة هي

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

لحلها نضع المجهول

$$y = x - \frac{b}{3a}$$

ثم نحسب العددين

$$k = \frac{-b}{3} + \frac{c}{a}$$

$$m = \frac{2b^3}{27a} - \frac{bc}{3} + \frac{d}{a}$$

لنحصل على المعادلة

$$y^2 + ky + m = 0$$

ثم نضع

$$y = f + g$$

ثم نحسب

$$\Delta = m^2 - \frac{4k^3}{27}$$

فنجد

$$f^3 = \frac{-m + \sqrt{\Delta}}{2} ; g^3 = \frac{-m - \sqrt{\Delta}}{2}$$

مما يكافئ

الصفحة الرئيسية

كيزرات الحدود

$$f_1 = \sqrt[3]{\frac{-m-\sqrt{\Delta}}{2}}$$

$$g_1 = \sqrt[3]{\frac{-m-\sqrt{\Delta}}{2}}$$

$$f_2 = wf_1$$

$$g_2 = wg_1$$

$$f_3 = w^2 f_1$$

$$g_3 = w^2 g_1$$

حيث

$$w = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$$

$$w^2 = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$$

ثم نحسب

$$y_1 = f_1 + g_1$$

$$y_2 = f_2 + g_3$$

$$y_3 = f_3 + g_2$$

وللحصول على حلول المعادلة نحسب

$$x_1 = y_1 - \frac{b}{3a}$$

$$x_2 = y_2 - \frac{b}{3a}$$

$$x_3 = y_3 - \frac{b}{3a}$$

كثيرات الحدود

الصفحة الرئيسية

مثال

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

$$m = -16 + 22 - 6$$

$$m = 0$$

$$k = -4$$

$$y^3 - 4 = 0$$

$$z^2 + \frac{64}{27} = 0$$

$$\Delta = -\frac{256}{27}$$

$$f^3 = \frac{8i}{3\sqrt{3}} \Longrightarrow f_1 = -\frac{2i}{\sqrt{3}} \wedge f_2 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}i \wedge f_3 = -1 - \frac{\sqrt{3}}{3}i$$

$$g^3 = -\frac{8i}{3\sqrt{3}} \Longrightarrow g_1 = \frac{2i}{\sqrt{3}} \wedge g_2 = -1 + \frac{\sqrt{3}}{3}i \wedge g_3 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}i$$

$$y_1 = 0$$

$$y_2 = 1$$

$$y_3 = -1$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 3$$

$$x_3 = 1$$

كثيرات الحدود

الصفحة الرئيسية

التحقق

$$2^3 - 6(2^2) + 11(2) - 6 = 0$$

$$8 - 24 + 22 - 6 = 0$$

$$-16 + 16 = 0$$

$$0 = 0$$

$$3^3 - 6(3^2) + 11(3) - 6 = 0$$

$$27 - 54 + 33 - 6 = 0$$

$$-27 + 27 = 0$$

$$0 = 0$$

$$1^3 - 6(1^2) + 11(1) - 6 = 0$$

$$1 - 6 + 11 - 6 = 0$$

$$-5 + 5 = 0$$

$$0 = 0$$

كثيرات الحدود

طريقة حل معادلة الدرجة الرابعة

الصيغة العامة للمعادلات من الدرجة الرابعة هي

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

بعد القسمة على الحد الأول و تبديل المتغير

$$x = y - \frac{b}{4a}$$

تصبح من الشكل

$$y^4 + py^2 + qy + r = 0$$

حيث

$$p = \frac{-3b^2}{8a^2} + \frac{c}{a}$$

$$q = \frac{-b^3}{64a^3} - \frac{bc}{2a^2} + \frac{d}{a}$$

$$r = -\frac{db}{4a^2} - \frac{5b^4}{256a^4} + \frac{c(b^2)}{16a^3} + \frac{e}{a}$$

ثم نحسب

$$y_1 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{z_1} + \sqrt{z_2} + \sqrt{z_3}\right)$$

$$y_2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} - \sqrt{z_3}\right)$$

$$y_1 = \frac{1}{2}\left(-\sqrt{z_1} + \sqrt{z_2} - \sqrt{z_3}\right)$$

$$y_1 = \frac{1}{2}\left(-\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} + \sqrt{z_3}\right)$$

خبرات الحدود

الصفحة الرئيسية

حيث الأعداد

$$z_1; z_2; z_3$$

هي حلول المعادلة

$$z^3 + 2pz^2 + (p^2 - 4r)z - q^2 = 0$$

ويتم تحديد هذه الحلول الثلاثة باستخدام طريقة كاردان

أما حلول المعادلة هي

$$x_1 = y_1 - \frac{b}{4a}$$

$$x_2 = y_2 - \frac{b}{4a}$$

$$x_3 = y_3 - \frac{b}{4a}$$

$$x_4 = y_4 - \frac{b}{4a}$$

خيرات الحدود

الصفحة الرئيسية