

التطبيقية

الرياضيات

الميكانيكا



جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
قطاع الكتب

٢٠١٧- ٢٠١٦

كتاب الطالب

الصف الثالث الثانوي

غير مصرح بتداول هذا الكتاب خارج وزارة التربية والتعليم

..... : الاسم :

..... : الفصل :

..... : المدرسة :

تأليف

أ/ كمال يونس كبشة

أ.د/ نبيل توفيق الضبع

أ.د/ عبد الشافي فهمى عبادة

أ/ مجدى عبد الفتاح الصفتى

أ/ أسامة جابر عبد الحافظ

الطبعة الأولى ٢٠١٦/٢٠١٧

رقم الإيداع ٨٧٠٧ / ٢٠١٦

الرقم الدولي 978 - 977 - 706 - 035 - 6

المقدمة

بسم الله الرحمن الرحيم

يسعدنا ونحن نقدم هذا الكتاب أن نوضح الفلسفة التي تم في ضوئها بناء المادة التعليمية ونوجزها فيما يلي:

يشهد عالم اليوم تطوراً علمياً مستمراً ، وجيل الغد يلزمه أن يتسلح بأدوات تطور عصر الغد؛ حتى يستطيع مواكبه الانفجار الهائل في العلوم المختلفة، وانطلاقاً من هذا المبدأ سعت وزارة التربية والتعليم إلى تطوير مناهجها عن طريق وضع المتعلم في موضع المستكشف للحقيقة العلمية بالإضافة إلى تدريب الطلاب على البحث العلمي في التفكير؛ لتصبح العقول هي أدوات التفكير العلمي وليست مخازن للحقائق العلمية. ونحن نقدم هذا الكتاب « التفاضل والتكامل» للصف الثالث الثانوى؛ ليكون أداة مساعدة يستنير بها أبناؤنا على التفكير العلمي، ويحفزهم على البحث والاستكشاف .

وفى ضوء ما سبق روعى فى كتاب « الميكانيكا » مايلي :

- ★ تقسيم الكتاب إلى وحدات متكاملة ومترابطة، لكل منها مقدمة توضح مخرجات التعلم المستهدفة ومخططاً تنظيمياً لها، والمصطلحات الواردة بها باللغة العربية والإنجليزية، ومقسمة إلى دروس يوضح الهدف من تدريسها للطلاب تحت عنوان (سوف تتعلم). ويبدأ كل درس من دروس كل وحدة بالفكرة الأساسية لمحتوى الدرس، وروعى عرض المادة العلمية من السهل إلى الصعب، ويتضمن الدرس مجموعة من الأنشطة التي تربطه بالمواد الأخرى والحياة العملية، والتي تناسب القدرات المختلفة للطلاب، وتراعى الفروق الفردية من خلال بند (اكتشف الخطأ لمعالجة بعض الأخطاء الشائعة لدى الطلاب)، وتؤكد على العمل التعاوني، وتتكامل مع الموضوع، كما يتضمن الكتاب بعض القضايا المرتبطة بالبيئة المحيطة وكيفية معالجتها.
- ★ كما قُدم في كل درس أمثلة تبدأ من السهل إلى الصعب، وتشمل مستويات التفكير المتنوعة، مع تدريبات عليها تحت عنوان (حاول أن تحل)، وينتهي كل درس ببند «تمارين»، ويشمل مسائل متنوعة، تتناول المفاهيم والمهارات التي درسها الطالب في الدرس.
- ★ تنتهى كل وحدة بملخص للوحدة، يتناول المفاهيم والتعليمات الواردة بالوحدة، وتمارين عامة تشمل مسائل متنوعة على المفاهيم والمهارات التي درسها الطالب في هذه الوحدة.
- ★ تُختم وحدات الكتاب باختبار تراكمي، يقيس بعض المهارات اللازمة لتحقيق مخرجات تعلم الوحدة.
- ★ ينتهى الكتاب باختبارات عامة، تشمل بعض المفاهيم والمهارات التي درسها الطالب.

وأخيراً.. نتمنى أن نكون قد وفقنا في إنجاز هذا العمل لما فيه خير لأولادنا، ولمصرا العزيزة.

والله من وراء القصد، وهو يهتدى إلى سواء السبيل

المحتويات

اولا : الاستاتيكا

الوحدة الأولى: الاحتكاك

٤	١ - ١	اتزان جسم على مستوى أفقى خشن
١٣	٢ - ١	اتزان جسم على مستوى مائل خشن
٢٠		ملخص الوحدة
٢١		تعارين عامة

الوحدة الثانية: العزوم

٢٤	١ - ٢	عزم قوة بالنسبة لنقطة فى نظام احداثى ثنائى الابعاد
٣٣	٢ - ٢	عزم قوة بالنسبة لنقطة فى نظام احداثى ثلاثى الابعاد
٣٨		ملخص الوحدة
٣٩		تعارين عامة
٤١		اختبار تراكمى

الوحدة الثالثة: القوى المتوازية المستوية

٤٤	١ - ٣	محصلة القوى المتوازية المستوية
٥٤	٢ - ٣	اتزان مجموعة من القوى المتوازية المستوية
٦٠		ملخص الوحدة
٦١		تعارين عامة

الوحدة الرابعة: الاتزان العام

٦٤	١ - ٤	اتزان جسم جاسىء
٧٣		ملخص الوحدة
٧٤		تعارين عامة
٧٥		اختبار تراكمى

الوحدة الخامسة: الازدواجات

٨٧	١ - ٥	الازدواجات
٨٦	٢ - ٥	الازدواج المحصل
٩٦		تعارين عامة
٩٧		اختبار تراكمى

المحتويات

الوحدة السادسة: مركز الثقل

١٠٠	١ - ٦	مركز الثقل
١١٢	٢ - ٦	طريقة الكتلة السالبة
١٢١		ملخص الوحدة
١٢٣		تعارين عامة
		ثانيًا: الديناميكا

الوحدة الأولى: الحركة في خط مستقيم

١٢٨	١ - ١	تفاضل الدوال المتجهة
١٣٩	٢ - ١	تكامل الدوال المتجهة
١٤٦		تعارين عامة

الوحدة الثانية: قوانين نيوتن للحركة

١٥٠	١ - ٢	كمية الحركة
١٥٦	٢ - ٢	القانون الأول لنيوتن
١٦٣	٣ - ٢	القانون الثاني لنيوتن
١٧٤	٤ - ٢	القانون الثالث لنيوتن
١٨٢	٥ - ٢	حركة جسم على مستوى مائل أملس
١٨٧	٦ - ٢	حركة جسم على مستوى خشن
١٩٢	٧ - ٢	البكرات البسيطة
٢١٠		ملخص الوحدة
٢١٢		تعارين عامة

الوحدة الثالثة: الدفع والتصادم

٢٢٢	١ - ٣	الدفع
٢٣٠	٢ - ٣	التصادم
٢٣٨		ملخص الوحدة
٢٣٩		تعارين عامة
٢٤١		اختبار تراكمي

الوحدة الرابعة: الشغل ، القدرة ، الطاقة

٢٣٨	١ - ٤	الشغل
٢٥٠	٢ - ٤	طاقة الحركة
٢٨٩	١ - ٤	طاقة الوضع
٢٦٦	٢ - ٤	القدرة
٢٧٥		تعارين عامة

Friction



الوحدة



مقدمة الوحدة

قوة الاحتكاك قديمة منذحقب طويلة فقد اعتمد عليها المصريون القدماء وفقا للأسلوب الهندسى والعلمى المتاح لديهم ، وقد استخدم العمال القدماء مجموعة متنوعة من الأدوات لقطع الكتل الحجرية المستخدمة فى بناء الأهرامات حيث كان يتم سحبها من مكان إلى آخر على دعامات مشحمة حتى تقل قوة الاحتكاك بين الكتل وتلك الدعامات . وفى عهد انتصارات الإمبراطورية الرومانية قام المهندسون الحربيون بتزيت الآلات العسكرية أثناء الحصار وذلك لتقليل قوة الاحتكاك بين هذه الأجزاء . وأول من وضع الأسس العلمية لعلم الاحتكاك فى عصر النهضة هو العالم الإيطالى ليوناردو دافنشى Leonardo da Vinci (١٤٦٢م - ١٥١٩م) الذى عرّف مفهوم الاحتكاك كقيمة لقوة الاحتكاك، ومن التجارب العملية التي قام بها العلماء لوحظ أن قوة الاحتكاك للأجسام الساكنة أكبر من قوة الاحتكاك للأجسام المتحركة. وهذا شيء نلاحظه في حياتنا العملية حيث يحتاج الشخص إلى قوة كبيرة في بداية الأمر لتحريك صندوق خشبي على الأرض ولكن بعد أن يتحرك الصندوق نلاحظ أن القوة اللازمة أصبحت أقل من ذي قبل وهذا لأن الجسم أصبح متحركاً وبالتالي فإن قوة الاحتكاك تصبح أقل. لهذا السبب يمكن تقسيم الاحتكاك إلى نوعين هما الاحتكاك السكوني static friction والاحتكاك الحركي kinetic friction .. وسوف نتناول فى هذه الوحدة مفهوم الاحتكاك وخواصه، وشروط اتزان جسم على مستوى أفقى خشن وآخر على مستوى مائل خشن وسوف نختم هذه الوحدة ببعض التطبيقات الحياتية على الاحتكاك.

أهداف الوحدة

- بعد دراسة هذه الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن:
 - يميز بين السطوح الملساء والسطوح الخشنة .
 - يتعرف على مفهوم الاحتكاك وخواصه .
 - يتعرف قوة الاحتكاك وقوة الاحتكاك النهائى .
 - يحدد معامل الاحتكاك ، وزاوية الاحتكاك والعلاقة بينهما .
 - يحدد شروط اتزان جسم على مستوى أفقى خشن .
- يحدد شروط اتزان جسم على مستوى مائل خشن .
- يستنتج العلاقة بين قياس زاوية الاحتكاك وقياس زاوية ميل المستوى على الأفقى عند وضع جسم على مستوى مائل خشن بشرط أن يكون على وشك الانزلاق تحت تأثير وزنه فقط .
- يحلل تطبيقات حياتية على الاحتكاك .

المصطلحات الأساسية

Limiting Static Friction	قوة الاحتكاك السكوني النهائي	➤ Friction	الاحتكاك
Resultant Reaction	رد الفعل المحصل	➤ Smooth Surface	سطح أملس
Angle of Friction	زاوية الاحتكاك	➤ Rough Surface	سطح خشن
Horizontal rough plane	مستوى أفقى خشن	➤ Reaction Normal	رد الفعل العمودي
Inclined rough plane	مستوى مائل خشن	➤ Static Friction	قوة الاحتكاك السكوني
		➤ Kinetic Friction	قوة الاحتكاك الحركي

الأدوات والوسائل

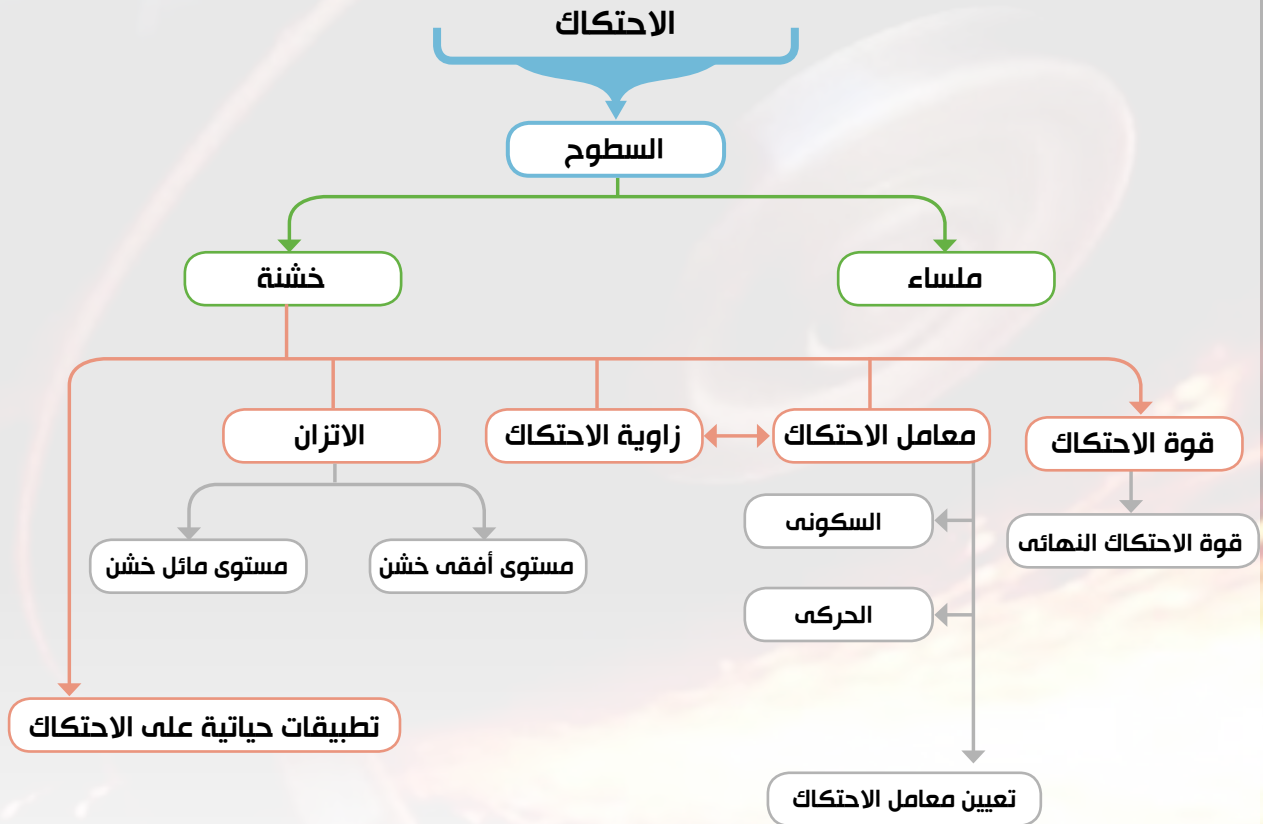
آلة حاسبة علمية .

دروس الوحدة

(٢-١): اتزان جسم على مستوى أفقى خشن.

(٢-٢): اتزان جسم على مستوى مائل خشن.

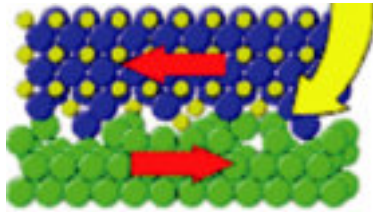
مخطط تنظيمي للوحدة



اتزان جسم على مستوى أفقى خشن

Equilibrium of a body on a horizontal rough plane

ماذا سيحدث لو أن الاحتكاك في لحظة ما قد اختفى من العالم ، إذا اختفى الاحتكاك سنجد أن السيارات والقطارات وجميع وسائل المواصلات لن تستطيع التحرك لأنها تتحرك اعتماداً على الاحتكاك بين الأرض والعجلات. وحتى لو تحركت فإنها لن تستطيع أن تتوقف، لأن الفرامل تعتمد أساساً على الاحتكاك. كما لن يستطيع الناس السير أو حتى الوقوف وقفة سليمة، وكأنهم واقفون على أرضية جليدية. ولن يستطيعوا أمسك الأشياء المختلفة لأنها ستنزلق من أيديهم. كما ستفتت الجبال ولن يبقى عليها أي غطاء من التربة. ولن تبقى أي أبنية سليمة بل ستتهدم. وستفكك الحبال المربوضة. كل هذا بسبب الانزلاق وانعدام الاحتكاك. باختصار فإن الحياة مستحيلة بدون قوى الاحتكاك. لذلك فإن للاحتكاك فوائد هامة ؛ فهو يجعل عجلات السيارة تتحرك على الطريق، ويجعل عجلات القاطرة تُمسك بقضبان السكك الحديدية. وهو يسمح للسير الناقل بأن يدير البكرة دون انزلاق. وأنت لا تستطيع السير دون الاحتكاك لتمنع حذاءك من التزحلق على الرصيف. ولهذا فمن الصعب السير على الجليد ؛ حيث أن السطح الأملس لا يسبب احتكاكاً ، وبذلك لا يسمح للحذاء بالانزلاق.

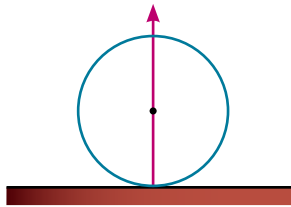


ويثبت التربة على سطح الجبال ويثبت البنائات ويجعلها قائمة. ويجعل الحبال المربوضة تبقى ثابتة. بالإضافة إلى العديد من الفوائد الأخرى .

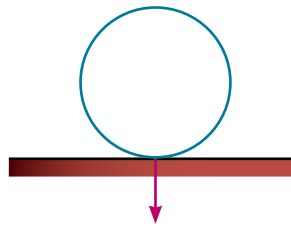
رد الفعل:

تعلمنا فيما سبق نوعاً من القوى ينشأ عند تلامس جسمين يطلق عليه اسم رد الفعل . فإذا وضعت كرة على نضد فإن النضد يؤثر على الكرة عند نقطة التماس بقوة تسمى برد فعل النضد على الكرة. كما تؤثر الكرة على النضد بقوة مضادة تسمى:

ضغط الكرة على النضد والقوتان متساويتان في المقدار ومتضادتان في الاتجاه، ينص على ذلك القانون الثالث لنيوتن من قوانين الحركة .



رد الفعل المؤثر على الكرة
شكل (٢)



الضغط المؤثر على النضد
شكل (١)

سوف تتعلم

- السطوح الملساء والسطوح الخشنة .
- مفهوم الاحتكاك
- قوة الاحتكاك السكوني
- قوة الاحتكاك الحركي
- العلاقة بين معامل الاحتكاك وظل زاوية الاحتكاك
- خواص الاحتكاك
- اتزان جسم على مستوى أفقى خشن .

المصطلحات الأساسية

- الاحتكاك Friction
- سطح أملس Smooth Surface
- سطح خشن Rough Surface
- رد الفعل العمودي
- Normal Reaction
- قوة الاحتكاك السكوني
- Static Friction
- قوة الاحتكاك الحركي
- Kinetic Friction
- قوة الاحتكاك السكوني النهائي
- Limiting Static Friction
- رد الفعل المحصل
- Resultant Reaction
- زاوية الاحتكاك
- Angle of Friction
- مستوى أفقى خشن
- Horizontal rough plane

الأدوات المستخدمة

- آلة حاسبة علمية
- Scientific calculator

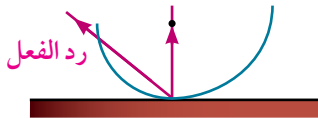
Smooth Surfaces and Rough Surfaces

السطوح الملساء والسطوح الخشنة :

يفسر العلماء منشأ قوى الاحتكاك بين الأجسام إلى وجود نتوءات وتجويفات مجهرية فى سطوح الأجسام مهما بلغت نعومتها وينتج عن تداخل هذه النتوءات والتجويفات لكل من السطحين المتلامسين ما يسمى بقوة الاحتكاك ، وبالتالي نجد مقاومة عند محاولة تحريك أحد السطحين على السطح الأخر ، ويعتبر معامل الاحتكاك مقياساً لدرجة خشونة الأسطح، فإذا ازدادت قيمة معامل الاحتكاك ازدادت الخشونة والعكس صحيح ، وإذا ساوى معامل الاحتكاك الصفر انعدمت قوى الاحتكاك تماماً .

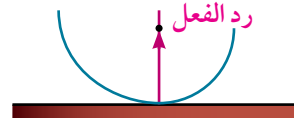
يتوقف رد الفعل على طبيعة الجسمين المتلامسين كما يتوقف على القوى المؤثرة الأخرى على الجسم، ففي حالة السطوح الملساء يكون رد الفعل عمودياً على:

سطح التماس المشترك للجسمين المتلامسين ، أما إذا كان الجسمان خشنين فيكون لرد الفعل مركبة فى اتجاه سطح التماس تسمى بالاحتكاك السكونى ، كما يكون لرد الفعل مركبة عمودية على سطح التماس تسمى برد الفعل العمودى.



رد الفعل فى حالة السطوح الخشنة

شكل (٤)

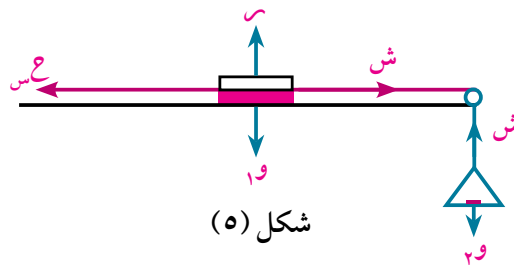


رد الفعل فى حالة السطوح الملساء

شكل (٣)

تجربة عملية :

ضع قطعة مستوية من الخشب على نضد أفقى واربطها بخيط يمر على بكرة ملساء عند حافة النضد ويتدلى الخيط رأسياً منتهياً بحامل للصنج كما بالشكل.



شكل (٥)

ضع اثقالاً مناسبة على القطعة الخشبية وضع فى حامل الصنج ثقلاً صغيراً تلاحظ أن القطعة الخشبية لا تتحرك : ومعنى ذلك أن قوة الاحتكاك التى اثرت على القطعة الخشبية كانت كافية لمنع الحركة رغم وجود الشد ش فى الخيط وكما هو معروف، فإن مقدار هذا الشد يساوى وزن الحامل ووزن الصنج الموضوعه فيه معا . زد الصنج الموضوعه على الحامل بالتدريج نلاحظ أن القطعة الخشبية تبدأ فى التحرك على النضد عندما تصل الاثقال الموضوعه فى الحامل إلى حد معين.

ويعنى هذا أن مقدار قوة الاحتكاك السكونى يتزايد كلما تزايد الشد وانه يصل إلى حد معين لايتعداه. فإذا زاد الشد عن هذا الحد لم يستطع الاحتكاك موازنته ويبدأ الجسم فى الحركة ويلاحظ انه لو زدنا الاثقال الموضوعه على القطعة الخشبية فإننا نحتاج إلى زيادة الثقل الموضوع فى حامل الصنج حتى تصبح القطعة الخشبية على وشك الحركة.

خواص قوة الاحتكاك السكوني:

- (١) تعمل قوة الاحتكاك السكوني (ع) على معاكسة الانزلاق فتكون في اتجاه مضاد للاتجاه الذي يميل الجسم إلى الانزلاق فيه.
 - (٢) تكون قوة الاحتكاك السكوني (ع) مساوية فقط للقوة المماسية التي تعمل على تحريك الجسم ولا يمكن ان تزيد عن هذه القوة.
 - (٣) تتزايد قوة الاحتكاك السكوني (ع) كلما تزايدت القوة المماسية التي تعمل على إحداث الحركة فتكون دائماً مساوية لها في المقدار مادام الجسم متزاناً.
 - (٤) تتزايد قوة الاحتكاك السكوني إلى حد لاتتعداه وعند ذلك يكون الجسم على وشك الانزلاق ويسمى الاحتكاك في هذه الحالة بالاحتكاك السكوني النهائي ويرمز له بلرمز (ع_س).
 - (٥) النسبة بين الاحتكاك السكوني النهائي ورد الفعل العمودي ثابتة وتتوقف هذه النسبة على طبيعة الجسمين المتلامسين وليس على شكلهما او كتلتهما وتسمى هذه النسبة بمعامل الاحتكاك السكوني ويرمز لها بالرمز μ_s .
أي أن $\mu_s = \frac{E_s}{R}$ حيث E_s الاحتكاك السكوني النهائي
- ويلاحظ أن** معاملات الاحتكاك السكوني في اغلب الأحيان يكون فيها $\mu_s > 0$ الصحيح إلا أنه في بعض الحالات الخاصة قد تزيد على الواحد الصحيح.

Friction Kinetic**قوة الاحتكاك الحركي**

إذا تحرك جسم على سطح خشن فإنه يخضع لقوة احتكاك حركي (ع_ح) يكون اتجاهه عكس اتجاه حركته، وتعطى قيمتها بالعلاقة: $E_h = \mu_h R$ حيث:

حيث μ_h هو معامل الاحتكاك الحركي Coefficient of Kinetic Friction ، R رد الفعل العمودي

أي أن: قوة الاحتكاك الحركي تساوي حاصل ضرب معامل الاحتكاك الحركي في قوة رد الفعل العمودية .

ومن ذلك يمكن تعريف معامل الاحتكاك الحركي على أنه النسبة بين قوة الاحتكاك الحركي وقوة رد الفعل العمودي.

$$\mu_h = \frac{E_h}{R} \text{ حيث } E_h \text{ قوة الاحتكاك الحركي}$$

Resultant Reaction**رد الفعل المحصل (ر')**

في حالة السطوح الخشنة فإن رد الفعل المحصل يكون مائلاً على سطح التماس حيث أنه يعتبر محصلة رد الفعل العمودي وقوة الاحتكاك السكوني . ويسمى رد الفعل المحصل أو رد الفعل الكلي.

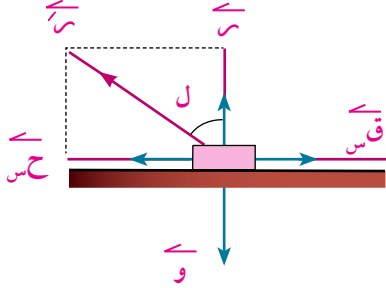
رد الفعل المحصل (ر') هو محصلة رد الفعل العمودي R وقوة الاحتكاك السكوني E_s

تعريف

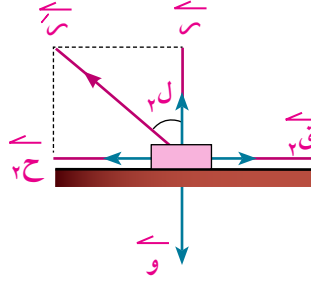
Angle of Friction

زاوية الاحتكاك

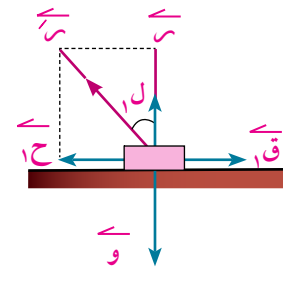
إذا كان l هو قياس الزاوية المحصورة بين رد الفعل العمودي و رد الفعل المحصل .
فأنا نلاحظ أن قيمة l تتزايد كلما تزايد مقدار قوة الاحتكاك (بفرض ثبوت مقدار قوة رد الفعل العمودي) وأن هذه القيمة تصل إلى نهايتها العظمى عندما يصبح الاحتكاك نهائياً . وتسمى الزاوية في هذه الحالة (زاوية الاحتكاك) والأشكال التالية توضح ذلك.



شكل (٨)



شكل (٧)



شكل (٦)

من شكل (١) ، شكل (٢) نجد أن: متجه رد الفعل المحصل \vec{R} هو محصلة رد الفعل العمودي \vec{W} وقوة الاحتكاك \vec{C} أي أن: $R = \sqrt{W^2 + C^2}$

ومن شكل (٣) عندما يكون الاحتكاك نهائياً:

$$\therefore R = \sqrt{W^2 + C^2} \quad \therefore C = M \mu \quad \therefore R = \sqrt{W^2 + M^2 \mu^2} \quad \therefore R = M \sqrt{\mu^2 + 1}$$

العلاقة بين معامل الاحتكاك وزاوية الاحتكاك :

في حالة الاحتكاك النهائى من شكل (٨) :

أي أن: $\mu = \tan l$

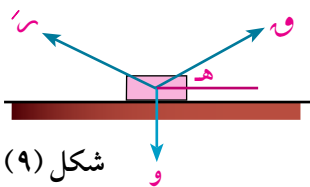
نجد أن: $\tan l = \frac{C}{W}$ ولكن $\frac{C}{W} = \mu$

أى أنه عندما يكون الاحتكاك نهائياً فإن معامل الاحتكاك يساوى ظل زاوية الاحتكاك
تفكير ناقد: قارن بين قياسى زاويتي الاحتكاك السكونى والاحتكاك الحركى.

Equilibrium of a body on a rough horizontal plane

اتزان جسم على مستوى أفقى خشن

إذا وضع جسم وزنه W على مستوى أفقى خشن وأثرت عليه قوة مقدارها Q تميل على الأفقى لأعلى بزاوية قياسها h فإن الجسم فى وضع التوازن يكون متزنًا تحت تأثير القوى :



شكل (٩)

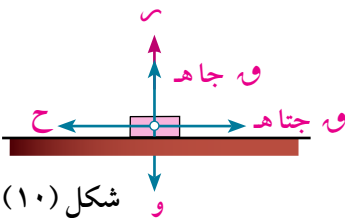
(١) قوة الوزن W رأسياً لأسفل ومقدارها W

(٢) قوة رد الفعل المحصل R ومقدارها R

(٣) القوة Q ومقدارها Q والشكل (٩) يوضح ذلك .

وبتحليل القوة Q إلى مركبتين فى الاتجاه الأفقى والاتجاه العمودى عليه فإن مقدارهما يكون $Q \sin h$ و $Q \cos h$.

وبتحليل R إلى مركبتين متعامدين هما رد الفعل العمودى $R \cos h$ ومقداره R ، وقوة الاحتكاك C ومقدارها C والشكل (١٠) يوضح ذلك .



شكل (١٠)

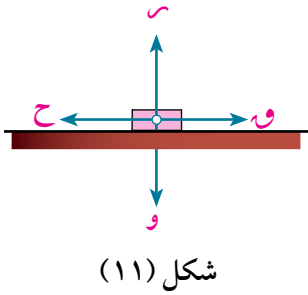
فتكون معادلتنا اتزان الجسم هما: $ح = و$ جتاها ، $س + و$ جاها = $و$

مثال

القوة المؤثرة على جسم

١ يدفع كريم صندوقا ممتلئا بالكتب إلى سيارته ، فإذا كان وزن الصندوق والكتب ١٢٤ نيوتن ومعامل الاحتكاك السكوني بين الطريق والصندوق ٠,٤٥ ، فما مقدار القوة التي يدفع بها كريم الصندوق حتى يكون على وشك الحركة.

الحل



باعتبار أن $و = ١٢٤$ نيوتن ، $س = ٠,٤٥$

من شروط اتزان جسم على مستوى أفقى فإن :

$$س = و \quad \text{أى أن : } س = ١٢٤ \quad (١)$$

ومن (١) تكون : $و = ١٢٤ \times ٠,٤٥ = ٥٥,٨$ نيوتن $س = و$

٢ حاول أن تحل

١ وضعت كتله وزنها ٣٢ نيوتن على مستوى افقى خشن وأثرت عليه قوة أفقية $و$ حتى أصبحت الكتلة على وشك الحركة

أ إذا كانت $و = ٨$ نيوتن اوجد معامل الاحتكاك السكوني بين الكتلة والمستوى

ب إذا كان $س = ٠,٤$ اوجد $و$

قوة الاحتكاك

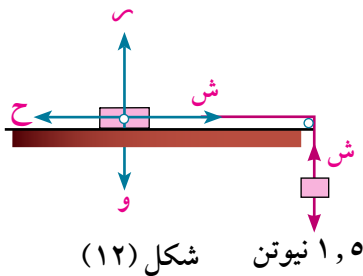
مثال

٢ وضع جسم وزنه ٨ نيوتن على نضد أفقى وربط بخيط أفقى يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة عند حافة النضد ويتدلى من طرفه ثقل مقداره ١,٥ نيوتن . فإذا كان الجسم متزنًا على النضد فأوجد قوة الاحتكاك. وإذا علم أن معامل الاحتكاك السكوني بين الكتلة والنضد يساوى $\frac{1}{4}$. هل يكون الجسم على وشك الحركة؟ فسر إجابتك.

الحل

القوة التي تعمل على تحريك الجسم على النضد هي قوة الشد في الخيط الأفقى ومقدارها ١,٥ نيوتن ، وتكون قوة الاحتكاك في الاتجاه المضاد لقوة الشد كما في الشكل المقابل .

من دراسة اتزان الجسم نجد أن :



ش = ١,٥ نيوتن ، $ح = ١,٥$ نيوتن ، $س = ٨$ نيوتن

لمعرفة ما إذا كان الجسم على وشك الحركة أم لا ، نعين أقصى قيمة ممكنة لمقدار قوة الاحتكاك السكوني

$ح = س$

$$\therefore ح = س = ٨ \times \frac{1}{4} = ٢ \text{ نيوتن.}$$

$\therefore ح > ح$ لذلك فإن الاحتكاك غير نهائى ولا يكون الجسم على وشك الحركة.

٩ حاول أن تحل

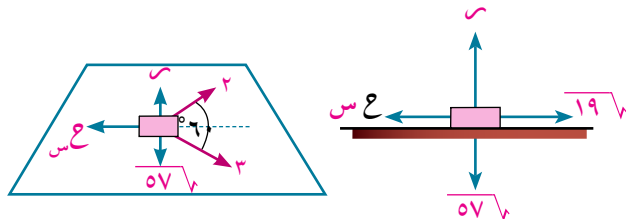
٢ وضع جسم وزنه ٢٠ نيوتن على مستوى أفقى خشن، فإذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى $\frac{1}{4}$ أوجد:

- أ مقدار القوة الأفقية التى تكفى لجعل الجسم على وشك الحركة .
 ب القوة التى تميل على المستوى بزاوية قياسها 30° وتجعل الجسم على وشك الحركة .

مثال ... زاوية الاحتكاك

٣ وضع جسم وزنه $5\sqrt{2}$ ث كجم على مستوى أفقى خشن وأثرت على الجسم قوتان مقدارهما ٢، ٣ ث كجم ويحصران بينهما زاوية قياسها 60° بحيث كانت القوتان أفقيتين واقعتين فى نفس المستوى الأفقى مع الجسم، فإذا أصبح الجسم على وشك الحركة فأوجد معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى وكذلك قياس زاوية الاحتكاك.

الحل



شكل (١٤)

شكل (١٣)

القوى المؤثرة على الجسم هى :

- (١) مقدار وزنه $5\sqrt{2}$ ث . كجم رأسياً لأسفل .
 (٢) مقدار رد الفعل $5\sqrt{2}$ العمودى على المستوى .
 (٣) قوتان مقدارهما ٢، ٣ ث كجم وتعملان فى نفس المستوى ويحصران بينهما زاوية قياسها 60° .
 (٤) قوة الاحتكاك 3 ح وتقع فى المستوى الأفقى .

∴ مجموع المركبات الجبرية للقوى فى الاتجاه العمودى على المستوى = صفر

$$\therefore 5\sqrt{2} = 3 \text{ ث كجم}$$

القوى المستوية والمتزنة ٢، ٣، ٤ ث كجم تكون 3 مساوية ومضادة لمحصلة القوتين ٢، ٣ ث كجم .

$$\therefore 3 = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \text{ ح}$$

$$\therefore 3 = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \text{ ح}$$

$$\therefore \text{الجسم متزن} \quad \therefore 3 = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ ح}$$

$$\therefore \text{وبقسمة المعادلتين:} \quad \therefore \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{ظل} = 3 \quad \therefore \frac{1}{3} = \text{ظل}$$

$$\therefore \text{ظل} = 30^\circ$$

٩ حاول أن تحل

٣ وضع جسم مقدار وزنه ٦ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت عليه فى نفس المستوى قوتان مقدارهما ٤، ٢ نيوتن تحصران بينهما زاوية قياسها 120° فظل ساكنا . أثبت أن قياس زاوية الاحتكاك (ل) بين الجسم والمستوى يجب أن لا تقل عن 30° .

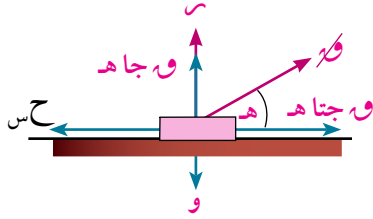
وإذا كانت $\text{ظل} = 45^\circ$ وبقي اتجاه القوتين ثابتا ، كما بقيت القوة ٤ نيوتن دون تغيير ، فعين مقدار القوة الأخرى لكى يكون الجسم على وشك أن يبدأ الحركة.

مثال

البرهنة النظرية

٤ وضع جسم وزنه و نيوتن على مستوى أفقى خشن وكان قياس زاوية الاحتكاك بين الجسم والمستوى ل . شد الجسم بقوة تميل على المستوى الأفقى بزاوية قياسها ه فأصبح الجسم على وشك الحركة . اثبت أن مقدار هذه القوة يساوى $\frac{و جال}{جتا (ل-ه)}$ ، ثم أوجد مقدار أقل قوة تكفى لتحريك الجسم والشرط اللازم لذلك.

الحل



شكل (١٥)

∴ قياس زاوية الاحتكاك = ل

∴ معامل الاحتكاك السكونى (م_س) = ظل ل = $\frac{جال}{جتال}$

∴ مقدار قوة الاحتكاك النهائى ح_س = م_س ر = $\frac{جال}{جتال} \times ر$

وبتحليل القوة $\vec{و}$ إلى مركبتين فى اتجاهين متعامدين مقدارهما $و جتا ه$ ، $و جا ه$

∴ معادلتنا الاتزان هما : $و جتا ه = م_{س} ر$

∴ $و جتا ه = ر \times \frac{جال}{جتال}$ (١) ، (لأن م_س = ظل ل) ،

ر + و جا ه = و (٢)

ومن (١) $ر = \frac{ق جتا ه جتال}{جال}$ وبالتعويض فى (٢)

∴ $\frac{ق جتا ه جتال}{جال} + ق جا ه = و$

∴ $و جتا ه جتال + و جا ه جال = و جال$

∴ ق (جتا ه جتال + جا ه جال) = و جال

∴ $و = \frac{و جال}{جتا (ل-ه)}$ وحيث أن المطلوب هو إيجاد مقدار أقل قوة فهذا يستلزم أن يكون جتا (ه - ل)

أكبر ما يمكن . أى أن جتا (ه - ل) = ١

∴ مقدار أقل قوة تكفى لجعل الجسم على وشك الحركة يساوى $و = و جال$

وذلك عندما جتا (ه - ل) = ١ أى أن : ه - ل = ٠° أى أن : ه = ل

∴ الشرط اللازم هو أن يكون قياس زاوية ميل القوة على الأفقى يساوى قياس زاوية الاحتكاك

حل آخر

∴ $ر'$ هى محصلة القوتين $ر$ ، $ح$:

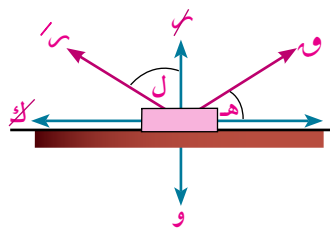
∴ الجسم متزن تحت تأثير ثلاث قوى هى : $\vec{و}$ ، $\vec{و}$ ، $\vec{ر}'$

بتطبيق قاعدة لامي :

$$\frac{و}{جتا (١٨٠ - ل)} = \frac{و}{جتا [٩٠ - (ل-ه)]}$$

$$\frac{و}{جال} = \frac{و}{جتا (ل-ه)} \quad \therefore \frac{و}{جتا (ل-ه)} = و جال$$

∴ المطلوب هو أقل قوة ، فيكون المقدار جتا (ه - ل) أكبر ما يمكن



شكل (١٦)

∴ جتا (هـ - ل) = ١ ∴ و = و جال والشرط اللازم هو :
 جتا (هـ - ل) = جتا ٠ ∴ هـ - ل = ٠ ∴ هـ = ل
 ∴ الشرط اللازم هو أن تكون قياس زاوية ميل القوة على الأفقى يساوى قياس زاوية الاحتكاك

٦ حاول أن تحل

٤ وضع جسم وزنه (و) ث كجم على مستو أفقى خشن قياس زاوية الاحتكاك بين الجسم والمستوى (ل) ، شد الجسم بقوة تصنع مع الأفقى زاوية قياسها (ل٢) لأعلى جعلت الجسم على وشك الحركة . أثبت أن مقدار هذه القوة يساوى و ظل .

تمارين ١ - ١

أولا : أكمل ما يأتى :

- ١ تسمى القوة التى تظهر عند انزلاق سطحين متلامسين خشنين بقوة
- ٢ تنعدم قوى الاحتكاك ويكون معامل الاحتكاك مساويا للصفر فى السطوح
- ٣ عندما تصل قوة الاحتكاك السكونى إلى قيمتها العظمى فإن الجسم عندها يكون
- ٤ قوة الاحتكاك الحركى تساوى حاصل ضرب معامل الاحتكاك الحركى فى قوة
- ٥ محصلة قوة رد الفعل العمودى وقوة الاحتكاك السكونى النهائى تسمى
- ٦ قوة الاحتكاك السكونى أقل من أو تساوى حاصل ضرب معامل الاحتكاك السكونى فى قوة
- ٧ إذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين كتلة مقدارها ٤٠ كجم وسطح الأرض يساوى ٠,٤٥ ، فإن مقدار القوة الأفقية التى تؤثر على الكتلة وتجعلها على وشك الحركة تساوى
- ٨ إذا وضع جسم وزنه ٦ نيوتن على مستوى أفقى خشن وكان مقدار قوة الاحتكاك السكونى ٤ نيوتن فإن معامل الاحتكاك السكونى يساوى

ثانيا : أجب عن الأسئلة الآتية :

- ٩ يدفع فتى حجرا وزنه ٥٦ نيوتن بقوة أفقية مقدارها ٤٢ نيوتن على رصيف فكان الحجر على وشك الحركة . أوجد معامل الاحتكاك السكونى بين الحجر والرصيف.
- ١٠ جسم وزنه ٢٤٠ ث كجم وضع على مستو أفقى خشن ويراد شده بحبل يميل على الأفقى لأعلى بزاوية قياسها ٣٠° ، فإذا كان معامل الاحتكاك السكونى يساوى ٠,٣ ، فأوجد مقدار الشد الذى يلزم لجعل الجسم على وشك الحركة .
- ١١ وضع جسم وزنه ٣٩ ث جم على مستوى أفقى خشن ، أثرت عليه قوتان أفقيتان مقدارهما ٧ ، ٨ ث جم وتحصران بينهما زاوية قياسها ٦٠° فأصبح الجسم على وشك الحركة . أوجد معامل الاحتكاك السكونى .
- ١٢ وضع جسم وزنه ١٢ نيوتن على نضد أفقى وربط بخيط أفقى يمر على بكره صغيرة ملساء مثبتة عند حافة النضد

ويتدلى من طرفه ثقل مقداره ٤ نيوتن. فإذا كان الجسم متزن على النضد فأوجد قوة الاحتكاك. وإذا علم أن معامل الاحتكاك السكوني بين الكتلة والنضد يساوي $\frac{1}{3}$. هل يكون الجسم على وشك الحركة؟ فسر إجابتك.

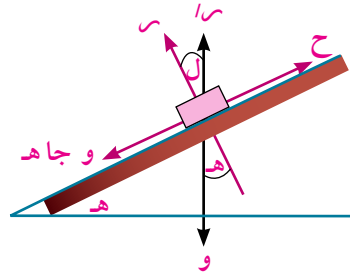
١٣) شد صندوق وزنه (و) ث كجم موضوع على مستوى أفقى خشن بواسطة حبلين الشد فيهما ٦ ، ٨ ث كجم ويحصران بينهما زاوية قياسها 90° ، فإذا كان معامل الاحتكاك السكوني بين الصندوق والمستوى يساوي $\frac{1}{4}$ فأوجد وزن الصندوق (و) إذا كان الصندوق على وشك الحركة.

١٤) وضع جسم وزنه ٣٩ نيوتن على مستو أفقى خشن وكان ظل زاوية الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى $\frac{1}{3}$ ، شد الجسم بقوة تصنع مع الأفقى زاوية جيبها $\frac{4}{5}$ جعلت الجسم على وشك الحركة. اوجد:
أولا : مقدار قوة الشد.

ثانيا : مقدار قوة الاحتكاك السكوني

سبق أن درسنا اتزان جسم وزنه (و) على مستوى أفقى خشن تحت تأثير قوة (ق) تميل على الأفقى لأعلى بزاوية هـ. وعلمنا أن الجسم فى وضع الاتزان يكون متزناً تحت تأثير القوى الآتية.

◀ قوة الوزن و
◀ القوة و
◀ قوة رد الفعل المحصل $\overleftarrow{ر}$



وفى هذا الدرس سوف ندرس اتزان جسم على مستوى مائل خشن.

نعتبر أن جسماً متزناً على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ.

يتزن الجسم على المستوى تحت تأثير قوتين :

(١) قوة وزنه و وتعمل رأسياً لأسفل وليكن مقدارها (و)

(٢) قوة رد الفعل المحصل وليكن مقدارها (ر)

ومن شروط الاتزان نجد أن :

قوة رد الفعل المحصل تعمل رأسياً لأعلى .

ويكون : $ر = و$ (١)

يمكن الان تعيين قوتى الاحتكاك ورد الفعل العمودى باعتبارهما مركبتى قوة رد الفعل المحصل فى اتجاهين أحدهما يوازى المستوى والآخر عمودى عليه كما فى الشكل المقابل .

قوة الاحتكاك .

ح = و جا هـ (٢)

وتعمل هذه القوة عكس اتجاه الحركة المحتملة ، أى أنها توازى خط أكبر ميل وتكون موجهة لأعلى المستوى .

قوة رد الفعل العمودى .

ر = و جتا هـ (٣)

العلاقة بين قياس زاوية الاحتكاك السكونى وقياس زاوية ميل المستوى على الأفقى .

إذا وضع جسم على مستوي مائل خشن وكان الجسم على وشك الحركة فإن قياس زاوية الاحتكاك السكونى يساوى قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى .

سوف نتعلم

شروط اتزان جسم على

مستوى مائل خشن

العلاقة بين قياس زاوية

الاحتكاك وقياس زاوية

ميل المستوى على الأفقى .

تعيين معامل الاحتكاك بين

سطحين متلامسين (نشاط).

المصطلحات الأساسية

مستوى مائل خشن

Inclined rough plane

رد الفعل العمودى

Normal Reaction

رد الفعل المحصل

Resultant Reaction

زاوية الاحتكاك

Angle of Friction

معامل الاحتكاك

Coefficient of Friction

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية

Scientific calculator

البرهان :

∴ الاحتكاك نهائي

∴ قوة رد الفعل المحصل تصنع مع العمودي على المستوى زاوية قياسها يساوي قياس زاوية الاحتكاك السكوني وليكن قياسها (ل).

ومن الشكل السابق نجد أن : ه = ل

كما يمكن صياغة هذه المتساوية بدلالة معامل الاحتكاك كالاتي :

$$\mu = \text{م} = \text{ظا ه}$$

أو

$$\mu = \text{ظل ل} = \text{م}$$

فمثلا :

إذا وضع جسم على مستوٍ مائل خشن وكان على وشك الحركة بتأثير وزنه فقط عندما كانت زاوية ميل المستوى على الأفقى قياسها 30° . فإن معامل الاحتكاك السكوني $\mu = \text{ظل } 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

نشاط



تعيين معامل الاحتكاك السكوني بين سطحين متلامسين

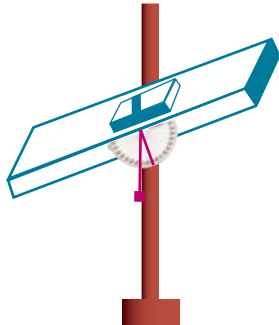
الهدف من النشاط :

تعيين معامل الاحتكاك بين سطحين متلامسين معلومين باستخدام المستوى المائل .

الأدوات المستخدمة في النشاط :

مستوى خشن - كتلة خشبية أحد أوجهها مستوى والآخر المقابل به حفرة مستطيلة الشكل - حامل كابستان بماسك - محور ارتكاز - منقلة - خيط رصاص .

خطوات إجراء النشاط :



شكل (٢)

- (١) أربط محور الارتكاز بماسك الحامل وثبت فيه المستوى .
- (٢) ثبت المنقلة في المستوى بحيث ينطبق قطرها على حافة المستوى كما في الشكل المقابل .
- (٣) علق خيط الرصاص من مسمار عند مركز المنقلة ويراعى أن يمر بمنتصف تدريج المنقلة عندها يكون المستوى أفقياً .
- (٤) أجعل المستوى في وضع أفقى وضع عليه الكتلة الخشبية بوجهها المستوى ثم ضع ثقلاً مناسباً في الحفرة .
- (٥) أمل المستوى تدريجياً حتى تبدأ الكتلة في الانزلاق عند طرقها طرقتاً خفيفاً .
- (٦) أقرأ تدريج المنقلة عند نقطة انطباق الخيط عليها ومن ذلك أوجد قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى وليكن (ي) .

- (٧) كرر الخطوتين (٥) ، (٦) السابقتين مع تغيير الثقل الموضوع في الحفرة وتعيين قياس زاوية ميل المستوى في كل مرة وسجل النتائج في كل مرة . ماذا تلاحظ عن قياسات الزوايا التي حصلت عليها في المرات السابقة .

من النشاط السابق نجد أن :

- ◀ قياسات الزوايا التي حصلنا عليها في المرات السابقة متساوية القياس على وجه التقريب .
- ◀ متوسط قياسات الزوايا هو قياس زاوية الاحتكاك .
- ◀ ظل هذه الزاوية هو معامل الاحتكاك بين السطحين المتلامسين .

مثال

١ وضع جسم وزنه ٣ نيوتن على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° ومعامل الاحتكاك السكوني بينه وبين الجسم يساوى $\frac{2}{3}$. أثرت على الجسم قوة تعمل فى خط أكبر ميل للمستوى ولأعلى ومقدارها ٢ نيوتن ، فإذا كان الجسم متزنا . عين قوة الاحتكاك عندئذ وبين ما إذا كان الجسم على وشك الحركة أم لا ؟

الحل

بتحليل وزن الجسم \vec{W} إلى مركبتين فى اتجاه المستوى والعمودى عليه .

١ المركبة المماسية فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى إلى أسفل ومقدارها $W \sin 30^\circ = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ نيوتن

٢ المركبة العمودية على المستوى ومقدارها $W \cos 30^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ نيوتن

وبالمقارنة بين مقدار المركبة المماسية للوزن $\frac{3}{2}$ نيوتن ، مقدار القوة المؤثرة على الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى $= 2$ نيوتن نجد أن : $2 < \frac{3}{2}$ و جا هـ .

لذلك فإن الجسم يميل إلى التحرك لأعلى المستوى ولذلك يجب أن تكون قوة الاحتكاك \vec{C} فى عكس الاتجاه أى فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأسفل وبذلك يكون :

$$C + W \sin 30^\circ = 2 \quad \therefore C + \frac{3}{2} = 2$$

$$\therefore C = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \text{ نيوتن}$$

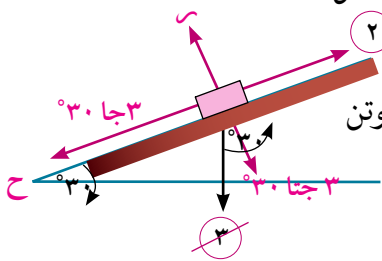
$$C = W \cos 30^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ نيوتن}$$

مقدار الاحتكاك $\frac{1}{2}$ نيوتن ويعمل فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأسفل وللتعرف على ما إذا كان الجسم على وشك الحركة أم لا

نوجد مقدار قوة الاحتكاك النهائى $C_s = \mu_s N = \frac{2}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} = 1.732$ نيوتن

فنجد أن : $C > C_s$ أى أن الاحتكاك غير نهائى

∴ الجسم لا يكون على وشك الحركة .



شكل (٣)

٤ حاول أن تحل

١ وضع جسم وزنه ٢ ث كجم على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° ومعامل الاحتكاك السكوني بينه وبين الجسم يساوى ٠,٩ . أثرت على الجسم قوة تعمل فى خط أكبر ميل للمستوى ولأعلى ومقدارها ٢,٥ نيوتن ، فإذا كان الجسم متزنا . عين قوة الاحتكاك عندئذ وبين ما إذا كان الجسم على وشك الحركة أم لا ؟

تفكير ناقد: إذا وضع جسم على مستوى مائل يميل على الأفقى بزاوية قياسها (هـ) وكان قياس زاوية الاحتكاك

السكوني بين الجسم والمستوى (ل) - ماذا تتوقع أن يحدث للجسم إذا كان :

- أ هـ $> ل$ ب هـ $< ل$

مثال

- ٢ وضع جسم وزنه ١٠ ث كجم على مستو مائل خشن تؤثر عليه قوة في اتجاه خط أكبر ميل إلى أعلى المستوى، فإذا علم أن الجسم يكون على وشك الحركة إلى أعلى المستوى عندما $q = 6$ ث كجم ويكون على وشك الحركة إلى أسفل المستوى عندما $q = 4$ ث كجم. أوجد:
- أ قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى .
- ب معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى .

الحل

عندما $q = 6$ ث كجم يكون الجسم على وشك الحركة إلى أعلى المستوى ويكون الاحتكاك السكوني نهائياً ويعمل إلى أسفل المستوى .

$$\therefore 10 = 6 + m_s \text{ جتا } \theta \quad \text{و بحذف } m_s \text{ من المعادلتين :}$$

$$\therefore 10 \text{ جا } \theta + 10 m_s = 6 \text{ جتا } \theta \quad (1)$$

عندما $q = 4$ ث كجم يكون الجسم على وشك الحركة إلى أسفل المستوى ويكون الاحتكاك السكوني نهائياً ويعمل إلى أعلى المستوى .

$$\therefore 10 = 4 + m_s \text{ جتا } \theta \quad \text{و بحذف } m_s$$

من المعادلتين :

$$\therefore 10 m_s \text{ جتا } \theta = 10 \text{ جا } \theta - 4 \quad (2)$$

من (١)، (٢) :

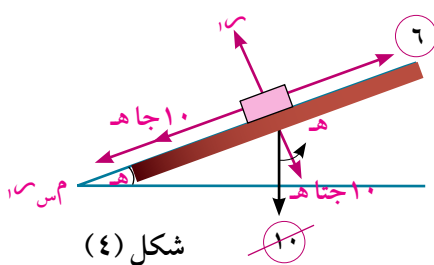
$$\therefore 10 \text{ جا } \theta + 10 m_s = 20 \text{ جا } \theta - 4$$

$$\therefore 10 m_s = 10 \text{ جا } \theta - 4$$

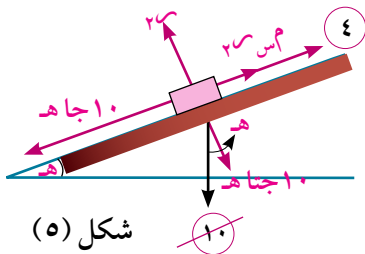
$$\text{وبالتعويض في رقم (١) : } 10 m_s \text{ جتا } \theta = 10 \text{ جا } \theta - 4$$

$$\therefore 10 m_s \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = 10 \times \frac{3\sqrt{2}}{2} - 4$$

$$\text{معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى} = \frac{3\sqrt{2}}{15}$$



شكل (٤)



شكل (٥)

٦ حاول أن تحل

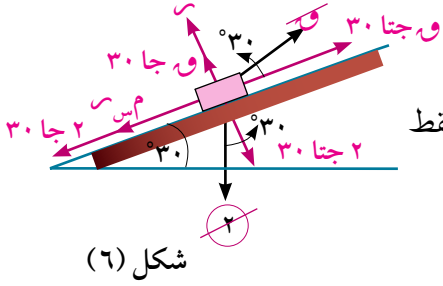
- ٢ وضع جسم مقدار وزنه ٣٠ نيوتن على مستو مائل خشن لوحظ أن الجسم يكون على وشك الانزلاق إذا كان المستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° ، فإذا أريد زيادة ميل المستوى إلى 60° فأوجد مقدار:
- أ أقل قوة تؤثر في الجسم موازية لخط أكبر ميل في المستوى وتمنعه من الانزلاق .
- ب القوة التي تؤثر في الجسم موازية لخط أكبر ميل في المستوى وتجعله على وشك الحركة إلى أعلى المستوى .

مثال

٣ وضع جسم وزنه ٢ ث كجم على مستوى افقى خشن ثم اميل المستوى تدريجيا حتى أصبح الجسم على وشك الانزلاق اسفل المستوى عندما كان قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى 30° أوجد معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى، وإذا ربط الجسم عندئذ بخيط ثم شد الخيط فى اتجاه يميل بزاوية قياسها 60° على الأفقى حتى أصبح الجسم على وشك الحركة إلى أعلى المستوى فأوجد:

أ) مقدار قوة الشد ب) مقدار قوة الاحتكاك السكونى

الحل



أولاً: الجسم على وشك الانزلاق لأسفل المستوى تحت تأثير وزنه فقط

$$\therefore \text{م} = \text{ظا } 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

ثانياً: الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى:

معادلات الاتزان هي:

$$\text{و} + \text{و} \text{ جا } 30^\circ = \text{و} \text{ جتا } 30^\circ + \text{م} \quad \therefore \text{و} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \text{و} \quad (1)$$

$$\text{و} \text{ جتا } 30^\circ = \text{و} \text{ جا } 30^\circ + \frac{1}{\sqrt{3}} + \text{م} \quad \therefore \text{و} = \frac{1}{\sqrt{3}} + \text{و} \quad (2)$$

من (١) ، (٢)

$$\therefore \text{و} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \therefore \text{و} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \therefore \text{و} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \therefore \text{و} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{وبالتعويض فى (١)} \quad \therefore \text{و} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{قوة الاحتكاك السكونى} = \text{م} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \text{ ث كجم}$$

٤ حاول أن تحل

٣ جسم وزنه ٢٠ نيوتن موضوع على مستو مائل خشن لوحظ أن الجسم يكون على وشك الانزلاق إذا كان جيب زاوية ميل المستوى على الأفقى $\frac{1}{3}$ فإذا زيد ميل المستوى بحيث كان جيب زاوية ميل المستوى على

$$\text{الأفقى} = \frac{1}{3}$$

أ) أوجد مقدار أقل قوة تؤثر على الجسم موازية لخط أكبر ميل للمستوى تمنعه من الانزلاق

ب) القوة التى تجعله على وشك الحركة لأعلى المستوى وموازية لخط أكبر ميل.

تمارين ١ - ٢

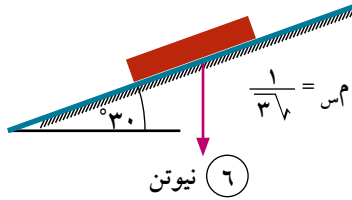
أولاً: ضع علامة (✓) أو علامة (X):

١ يتوقف معامل الاحتكاك بين جسمين على شكلهما وكتلتهما.

٢ تسمى النسبة بين مقدارى قوة الاحتكاك السكونى النهائى ورد الفعل العمودى بمعامل الاحتكاك.

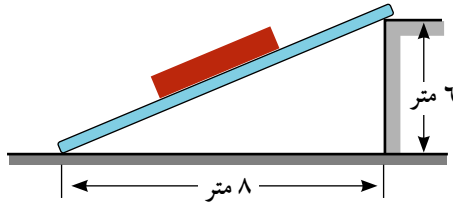
- ٣ ظل زاوية الاحتكاك السكوني يساوي النسبة بين قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل العمودي
- ٤ إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن وكان على وشك الانزلاق فإن معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى يساوي قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى.
- ٥ إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن وكان على وشك الانزلاق فإن قياس زاوية الاحتكاك يساوي قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى.
- ٦ زاوية الاحتكاك هي الزاوية المحصورة بين قوة الاحتكاك النهائي وقوة رد الفعل المحصل.

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة



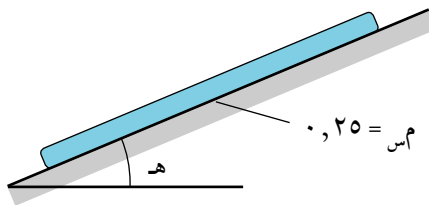
- ٧ في الشكل المقابل: إذا كان الجسم على وشك الانزلاق لأسفل فإن قوة الاحتكاك النهائي تساوي:

أ ٣
ب $3\sqrt{2}$
ج $3\sqrt{3}$
د ٩



- ٨ في الشكل المقابل: الجسم على وشك الانزلاق إلى أسفل المستوى فيكون قياس زاوية الاحتكاك السكوني يساوي:

أ $36,87^\circ$
ب $41,41^\circ$
ج $48,09^\circ$
د $53,13^\circ$



- ٩ في الشكل المقابل: الجسم على وشك الأنزلاق أسفل المستوى فيكون $(\Delta هـ) =$

أ $14,04^\circ$
ب $14,48^\circ$
ج $75,02^\circ$
د $75,87^\circ$

ثالثاً: أجب عن الأسئلة الآتية

- ١٠ وضع جسم وزنه ٣٩ نيوتن على مستوى أفقى خشن وكان ظل زاوية الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى $\frac{1}{3}$ ، شد الجسم بقوة تصنع مع الأفقى زاوية جيبها $\frac{4}{5}$ جعلت الجسم على وشك الحركة. اوجد:
- أ مقدار قوة الشد. ب مقدار قوة الاحتكاك
- ١١ جسم وزنه ٣٨ ث. كجم يكون على وشك الحركة تحت تأثير وزنه إذا وضع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها $\frac{1}{4}$ ، فإذا وضع هذا الجسم على مستوى أفقى في نفس خشونة المستوى المائل وأثرت عليه قوة شد إلى أعلى تصنع مع الأفقى زاوية ظلها $\frac{3}{4}$ وتقع في مستوى رأسى فجعلته على وشك الحركة. اوجد مقدار هذه القوة ومقدار رد الفعل العمودي.
- ١٢ وضع جسم وزنه ٤٠٠ ث. جم على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° ومعامل الاحتكاك بينه وبين الجسم يساوي $\frac{3}{4}$. أثرت على الجسم قوة مقدارها ٥٠ ث جم في خط أكبر ميل للمستوى ولأعلى. إذا كان الجسم متزنًا فعين قوة الاحتكاك وبين ما إذا كان الجسم على وشك الحركة أم لا.
- ١٣ وضع جسم كتلته ٤ كجم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° ومعامل الاحتكاك بينه

وبين المستوى $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$. بين ما إذا كان الجسم ينزلق على المستوى أو يكون على وشك الانزلاق أو أن الاحتكاك غير نهائي، واوجد مقدار واتجاه قوة الاحتكاك عندئذ. ثم اوجد مقدار القوة التي تؤثر على هذا الجسم في اتجاه خط أكبر ميل بحيث يكون الجسم على وشك الحركة إلى اعلى المستوى.

١٤ وضع جسم وزنه $3\sqrt{20}$ نيوتن على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزواوية قياسها 30° ثم شد الجسم إلى اعلى بواسطة خيط واقع في المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل وفي اتجاه يصنع زاوية قياسها 30° مع المستوى، فإذا كان معامل الاحتكاك يساوى 0.25 ، فأوجد أقل قيمة للشد في الخيط تمنع الجسم من الحركة إلى أسفل المستوى.

١٥ وضع جسم وزنه (و) على مستوى خشن يميل على الأفقى بزواوية قياسها (هـ) فوجد أن أقل قوة توازى خط أكبر ميل للمستوى وتجعل الجسم على وشك الحركة إلى أعلى المستوى تساوى ٢ و جا هـ. اثبت أن:

أ) قياس زاوية الاحتكاك = هـ ب) مقدار رد الفعل المحصل = و

١٦ وضع جسم وزنه ٢٥ ث. كجم على مستوى مائل خشن تؤثر عليه قوة ق في اتجاه خط أكبر ميل إلى أعلى المستوى. فإذا علم أن الجسم يكون على وشك الحركة إلى أعلى المستوى عندما $ق = 10$ ث. كجم ويكون على وشك الحركة إلى أسفل المستوى عندما $ق = 10$ ث. كجم فأوجد:

أ) قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى ب) معامل الاحتكاك السكونى

١٧ وضع جسم وزنه (و) نيوتن على مستو مائل خشن يميل على الأفقى بزواوية جيبها $\frac{5}{13}$ شد الجسم بقوة أفقية مقدارها ٢٢ نيوتن واقعة في المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل للمستوى جعلت الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى، فإذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى هو $\frac{1}{3}$ ، فأوجد مقدار وزن الجسم (و).

١٨ وضع جسم وزنه ٨ ث. كجم على مستوى افقى خشن ثم اميل المستوى تدريجيا حتى أصبح الجسم على وشك الانزلاق اسفل المستوى عندما كان قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى 30° . أوجد معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى، وإذا ربط الجسم عندئذ بخيط ثم شد الخيط في اتجاه يميل بزواوية قياسها 30° على المستوى حتى أصبح الجسم على وشك الحركة إلى أعلى المستوى فأوجد:

أ) مقدار قوة الشد ب) مقدار رد الفعل العمودى

١٩ وضع جسم وزنه ٣ ث كجم على مستو خشن يميل على الأفقى بزواوية قياسها 60° وكان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى $\sqrt[3]{\frac{3}{9}}$. بين مع ذكر السبب أن هذا الجسم لا يمكن أن يبقى ساكنا ثم أوجد قيمة أكبر واصغر قوة أفقية (واقعة في المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل) تؤثر في الجسم ويبقى متزنا.

٢٠ كتلتان ٣، ٥ كجم متصلان بخيط خفيف وموضوعتان على مستوى مائل خشن وكان معامل الاحتكاك السكونى بين المستوى والجسمين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{4}{6}$ على الترتيب. بين أى الجسمين يوضع أسفل الجسم الآخر حتى يتحرك الجسمان معاً، ثم أثبت أن ظل زاوية ميل المستوى على الأفقى عندما يكون الجسمان على وشك الحركة $\frac{3}{4}$

٢١ **تفكير إبداعى:** جسم وزنه (و) موضوع على مستو مائل خشن يميل على الأفقى بزواوية قياسها (هـ) وزاوية الاحتكاك بينه وبين الجسم قياسها ل. اثرت في الجسم قوة مقدارها (و) وتميل على المستوى لأعلى بزواوية قياسها (ى). اوجد اصغر مقدار للقوة (و) بحيث تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى.

لغة المختبر

السطوح الملساء: تنعدم قوى الاحتكاك فيها تماماً ويكون معامل الاحتكاك = صفراً.
السطوح الخشنة: تظهر فيها قوى الاحتكاك ويكون معامل الاحتكاك فيها يساوى عدداً حقيقياً موجبا أكبر من الصفر.

رد الفعل:

- في حالة السطوح الملساء يكون رد الفعل عمودياً على سطح التماس المشترك للجسمين المتلامسين.
- في حالة السطوح الخشنة يكون رد الفعل غير معلوم الاتجاه إذ يتوقف على طبيعة السطحين المتلامسين كما يتوقف على القوى الأخرى المؤثرة على الجسم .
- قوة الاحتكاك السكوني:** تظهر عند انزلاق سطحين متلامسين أو يكونا على وشك الحركة ويكون اتجاهها معاكساً لاتجاه القوة وتعطى قيمتها بالمتباينة $0 \leq E_s \leq M_s$ حيث M_s هو معامل الاحتكاك السكوني .
- قوة الاحتكاك السكوني النهائي:** عندما تصل قوة الاحتكاك السكوني النهائي (E_s) إلى قيمتها العظمى يكون الجسم عندها على وشك الحركة (دون أن يتحرك) ويكون الاحتكاك عندها نهائياً ويرمز له بالرمز (E_s).
وتكون: $E_s = M_s$

قوة الاحتكاك الحركي: إذا تحرك جسم على سطح خشن فإنه يخضع لقوة احتكاك حركي يكون اتجاهه عكس اتجاه حركته ، وتعطى قيمتها بالعلاقة: $E_k = M_k$ حيث M_k هو معامل الاحتكاك الحركي .

ملاحظات على معامل الاحتكاك السكوني والحركي:

- M_s ، M_k يعتمد كل منهما على طبيعة الجسم والسطح ، لكنه لا يعتمد على مساحة السطوح المتماساة أو كتلة الجسم المتحرك.
- معامل الاحتكاك السكوني (M_s) > معامل الاحتكاك الحركي (M_k)

رد الفعل المحصل: رد الفعل المحصل (M) هو محصلة رد الفعل العمودي R وقوة الاحتكاك H

زاوية الاحتكاك: الزاوية المحصورة بين رد الفعل العمودي ورد الفعل المحصل ، و تصل إلى قيمتها العظمى عندما يصبح الاحتكاك نهائياً .

العلاقة بين معامل الاحتكاك وزاوية الاحتكاك: عندما يكون الاحتكاك نهائياً فإن معامل الاحتكاك يساوى ظل زاوية الاحتكاك

العلاقة بين قياس زاوية الاحتكاك وقياس زاوية ميل المستوى على الأفقى: إذا وضع جسم على مستو مائل خشن وكان الجسم على وشك الانزلاق فإن قياس زاوية الاحتكاك يساوى قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى.

تعاريف عامة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

١ زاوية الاحتكاك هي :

- أ الزاوية المحصورة بين رد الفعل المحصل ورد الفعل العمودي في حالة الاحتكاك النهائي.
 ب الزاوية المحصورة بين رد الفعل المحصل وقوة الاحتكاك النهائي.
 ج النسبة بين رد الفعل العمودي وقوة الاحتكاك النهائي.
 د النسبة بين معامل الاحتكاك السكوني ومعامل الاحتكاك الحركي.

٢ معامل الاحتكاك يتوقف على :

- أ مساحة سطح التلامس.
 ب شكل الجسمين.
 ج طبيعة مادة الجسمين.
 د كل ماسبق.

٣ إذا كان m ، M هما معاملى الاحتكاك السكونى والحركى على الترتيب لجسمين متلامسين فإن :

- أ $m = M$ ب $m > M$ ج $m < M$ د لا توجد علاقة بينهما .

اجب عن الاسئلة الآتية :

٤ وضع جسم وزنه ١٣,٥ ث كجم على مستوى أفقى خش معامل الاحتكاك بينهما $\frac{2}{3}$ ، أثرت على الجسم قوة أفقية مقدارها ٧,٥ ث كجم. بين هل الجسم يكون على وشك الحركة ؟ فسر إجابتك .

٥ جسم وزنه ٤٥ ث كجم موضوع على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك بينه وبين الجسم يساوى $\frac{3}{4}$. أوجد:

- أ مقدار أقل قوة تكفى لتحريك الجسم على المستوى.
 ب مقدار واتجاه رد الفعل المحصل.

٦ وضع جسم وزنه ٢٦ نيوتن على مستو أفقى خشن واصبح الجسم على وشك الحركة عندما أثرت عليه قوتان أفقيتان مقدارهما ٧,٨ نيوتن وتحصران بينهما زاوية قياسها 60° . أوجد معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم والمستوى .

٧ وضع جسم وزنه ١٠ ث كجم على مستو يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° فكان الجسم على وشك الانزلاق. أوجد القوة التى تعمل فى اتجاه خط اكبر ميل للمستوى لتجعل الجسم على وشك الحركة إلى اعلى المستوى.

٨ وضع جسم وزنه ٦ نيوتن على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية جيب تمامها $\frac{4}{5}$ وكان قياس زاوية الاحتكاك بين الجسم والمستوى ٤٥ . بين أن الجسم يبقى متزنا ثم أوجد مقدار أقل قوة تؤثر على الجسم فى اتجاه خط اكبر ميل للمستوى لأسفل وتجعله على وشك الحركة .

العزوم

Moments



الوحدة

٢

مقدمة الوحدة

اعتمد الإنسان منذ القدم على فكرة الروافع لتمكنه من حمل ونقل الأشياء من مكان لآخر. والجهاز الحركي للإنسان يشبه إلى حد كبير الفكرة التي تقوم عليها الروافع. فالعظام هي الأجسام الصلبة المادية التي تؤثر عليها القوة العضلية المرتبطة بها لتدور حول نقطة ثابتة (مركز). وهذا يحتم علينا فهم التأثير الدوراني للقوة (عزم القوة). وفي هذه الوحدة سوف نلقى الضوء على مفهوم عزم قوة بالنسبة لنقطة في نظام احداثي ثنائي أو ثلاثي الابعاد.

أهداف الوحدة

- بعد دراسة هذه الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن:
 - يتعرف ويوجد عزم قوة بالنسبة لنقطة في الفراغ.
 - يوجد معيار واتجاه عزم قوة بالنسبة لنقطة.
 - يوجد عزوم القوى المستوية بالنسبة لنقطة واقعه في مستويها.
- يتعرف النظرية العامة للعزوم «إذا كانت لمجموعة من القوى المستوية المؤثرة على جسم متماسك محصلة فإن المجموع الجبري لعزوم القوى حول نقطة يساوي عزم المحصلة حول نفس النقطة».
- يحل تطبيقات متنوعة على العزوم.

المصطلحات الأساسية

Moment component	مركبة العزم	عزم
Anti clockwise	عكس اتجاه دوران عقارب الساعة	مركز العزم
Clockwise	في اتجاه دوران عقارب الساعة	محور العزم
Algebraic measure of the moment	القياس الجبري للعزم	ذراع العزم
Norm of the moment	معيار العزم	دوران
		محصلة
		Moment
		Moment centre
		Moment axis
		Moment arm
		Rotation
		Resultant

الأدوات والوسائل

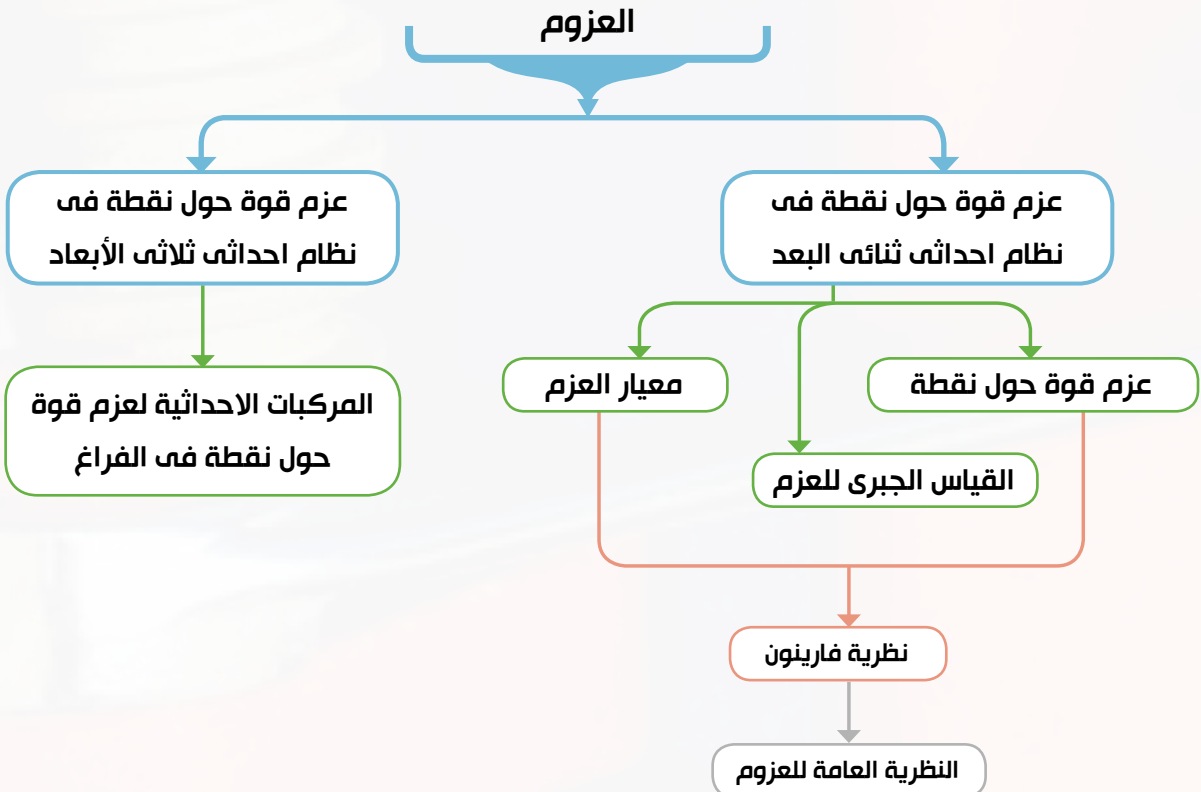
آلة حاسبة علمية - برامج رسومية للحاسوب.

دروس الوحدة

(٢-١): عزم قوة بالنسبة لنقطة في نظام احداثى ثنائى الابعاد.

(٢-٢): عزم قوة بالنسبة لنقطة في نظام احداثى ثلاثى الابعاد.

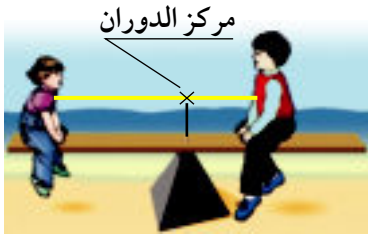
مخطط تنظيمى للوحدة



عزم قوة بالنسبة لنقطة فى نظام احداثى ثنائى الأبعاد

Moment of a force about a point in 2D-coordinate system

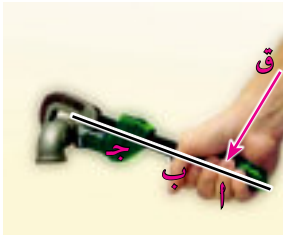
تعلمت سابقاً أن القوة قد تنتج من تأثير جسم طبيعي على جسم طبيعي آخر. وهذا التأثير ينتج عنه صور مختلفة (تأثير حركة - تأثير شكلى ...). فإذا تحرك الجسم من موضع إلى آخر فإن تأثير القوة هنا يكون تأثيراً حركياً انتقالياً. وإذا تحرك الجسم حركة دورانية حول نقطة فإن تأثير القوة فى هذه الحالة يكون تأثير حركياً دورانياً. وهنا نقول أن القوة قادرة على احداث دوران للجسم حول نقطة وهو ما يعرف بعزم القوة حول نقطة. ويعتمد هذا التأثير الدورانى للقوة (العزم) على مقدار القوة وعلى بُعد خط عمل القوة عن هذه النقطة.



فكر و ناقش

(١) الشكل المقابل يوضح طفلان على ارجوحه متزنة فى وضع أفقى. أى الطفلين (الأثقل - الأخف) يكون أقرب إلى مركز الدوران.

إذا أراد الطفل الأثقل أن يجعل الارجوحة تدور حيث يرتفع الطفل الأخف لاعلى. فما الذى يفعلها؟



(٢) الشكل المقابل ليد شخص يحاول أن يربط ماسورة. فإن انصب موضع للقوة و للاحكام الربط هو .. (أ، ب، ج)

تعلم

سوف تتعلم

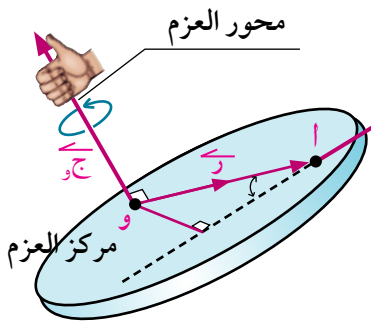
- عزم قوة بالنسبة لنقطة.
- عزوم القوى المستوية بالنسبة لنقطة فى مستويها.

المصطلحات الأساسية

Moment	عزم
Moment centre	مركز العزم
Moment axis	محور العزم
	ذراع العزم

عزم قوة حول نقطة فى نظام احداثى متعامد ثنائى الابعاد

Moment of a force about a point in 2D-coordinates system



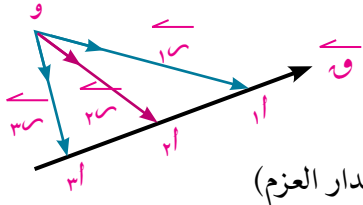
يعرف عزم القوة \vec{M} حول نقطة و بأنه مقدره القوة على احداث دوران للجسم حول نقطة و. ويمكن حساب هذا التأثير الدورانى من العلاقة $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ و

حيث \vec{r} متجه موضع نقطة أ على خط عمل القوة بالنسبة للنقطة و. تسمى النقطة (و) مركز العزوم. ويسمى المستقيم المار بالنقطة و عمودياً على المستوى الذى يحوى القوة \vec{F} والنقطة و، بمحور العزم ونلاحظ أن

الأدوات المستخدمة

- آله حاسبة علمية.

عزم القوة هو كمية متجهه. وطبقاً لقاعدة اليد اليمنى للضرب الاتجاهى يكون اتجاه عزم القوة بالنسبة لنقطة و عمودياً على المستوى الذى يحوى القوة \vec{w} والنقطة و.



تفكير ناقد: هل يتوقف عزم القوة \vec{w} بالنسبة لنقطة و على موضع النقطة أ على خط عمل القوة؟

مفاهيم أساسية (عزم قوة - معيار العزم - القياس الجبرى للعزم - وحدة قياس مقدار العزم)

(١) عزم قوة بالنسبة لنقطة

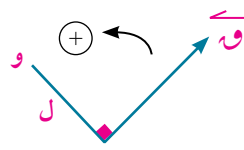
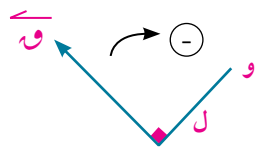
من تعريف الضرب الاتجاهى لمتجهين فإن

$$\vec{c} = (\|\vec{r}\| \|\vec{w}\| \sin \theta) \vec{y}$$

حيث \vec{y} متجه وحدة عمودى على مستوى \vec{w} ، \vec{r} بحيث يكون الدوران من \vec{r} إلى \vec{w} فى اتجاه المتجه \vec{y} θ هى قياس الزاوية بين \vec{r} ، \vec{w} وبفرض $\|\vec{w}\| = w$ ، $\|\vec{r}\| \sin \theta = l$

حيث l طول العمود الساقط من و على خط عمل القوة \vec{w} (l يسمى ذراع العزم) فإن عزم \vec{w} حول نقطة و هو $\vec{c} = (w \cdot l) \vec{y}$ (١)

(٢) القياس الجبرى للعزم



وإذا كانت القوة \vec{w} تعمل على الدوران حول و فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة كان القياس الجبرى لمتجه العزم موجباً (متجه العزم فى اتجاه المتجه \vec{y}) وإذا كانت القوة \vec{w} تعمل على الدوران حول و فى اتجاه دوران عقارب الساعة كان القياس الجبرى لمتجه العزم سالباً (متجه العزم فى اتجاه المتجه $-\vec{y}$)

(٣) معيار العزم ويكون معيار العزم هو $\|\vec{c}\| = w \cdot l$ (٢)

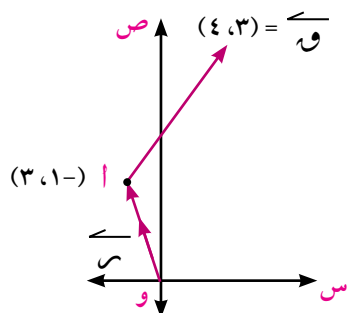
(٤) عزم قوة حول نقطة على خط عملها = صفر

(٥) وحدة قياس مقدار العزم

وحدة قياس مقدار العزم = وحدة قياس مقدار القوة × وحدة قياس الطول ومنها نيوتن.متر ، داين.كم ، ث كجم.متر ...

مثال

١) إذا كانت \vec{s} ، \vec{v} ، \vec{c} مجموعة يمينية من متجهات الوحدة وكانت القوة $\vec{w} = \vec{s} + \vec{v}$ تؤثر فى



النقطة أ (-١، ٣) من جسم أوجد:

أ عزم القوة \vec{w} بالنسبة لنقطة الأصل و (٠، ٠)

ب طول العمود الساقط من النقطة و على خط عمل القوة \vec{w}

الحل

$$\vec{r} = \vec{w} - \vec{a} = \vec{w}$$

$$= (٣، -١) - (٠، ٠) = (٣، -١)$$

$$\vec{c} \times \vec{r} = \vec{c} \times \vec{r}$$

$$\vec{c} (3 \times 3 - 4 \times 1) = (4, 3) \times (3, 1) =$$

$$13 \vec{e} =$$

معيار العزم = 13 وحدة عزم، القياس الجبري لمتجه العزم = -13 وحدة عزم

تفسير الناتج: أى أن القوة \vec{c} تحدث دوراناً للجسم حول نقطة o فى اتجاه دوران عقارب الساعة (اتجاه العزم فى اتجاه $-\vec{e}$)

ب) لإيجاد طول العمود المرسوم من o على خط عمل القوة \vec{c} :

$$\therefore \|\vec{c}\| = \|\vec{c}\| \sin \theta = \|\vec{c}\| \frac{\|\vec{c} \times \vec{r}\|}{\|\vec{c}\| \|\vec{r}\|} = \frac{\|\vec{c} \times \vec{r}\|}{\|\vec{r}\|} = \frac{13}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{13}{5} \text{ وحدة طول.}$$

٩ حاول أن تحل

١) إذا كانت \vec{s} ، \vec{v} ، \vec{c} مجموعة يمينية من متجهات الوحدة وكانت القوة $\vec{c} = \vec{s} - 2\vec{v}$ تؤثر فى النقطة $A(3, 2)$ أوجد:

أ) عزم القوة \vec{c} بالنسبة للنقطة $B(1, 2)$

ب) طول العمود الساقط من النقطة B على خط عمل القوة.

تفكير ناقد: إذا تلاشى عزم قوة حول نقطة. فماذا يعنى ذلك؟

تعلم



Principle of moments (Varignons theorem)

مبدأ العزوم (نظرية فارينون)

عزم القوة \vec{c} بالنسبة لنقطة يساوى مجموع عزوم مركبات هذه القوة بالنسبة لنفس النقطة.

بفرض القوة $\vec{c} = \vec{c}_1 + \vec{c}_2$ تؤثر فى نقطة A

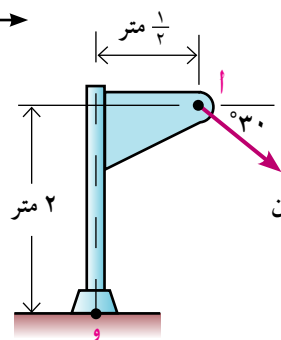
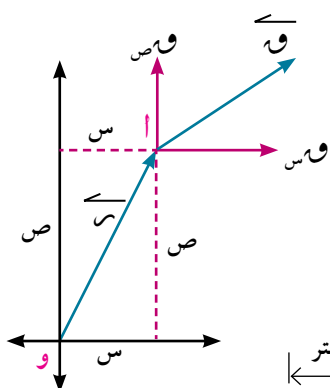
متجه موضعها بالنسبة للنقطة o هو $\vec{r} = (s, v)$ فإن

$$\vec{c} \times \vec{r} = \vec{c} \times \vec{r}$$

$$= (s, v) \times (c_1, v_1) + (s, v) \times (c_2, v_2)$$

$$= \vec{c} \times \vec{r} + \vec{c} \times \vec{r}$$

$$\text{عزم } \vec{c} \text{ حول } o + \text{عزم } \vec{c} \text{ حول } o$$



مثال

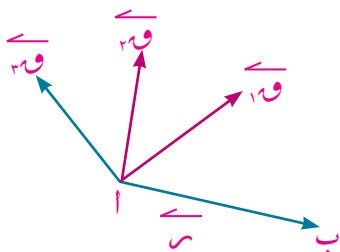
٢) فى الشكل المقابل:

أوجد القياس الجبري لعزم القوة بالنسبة لنقطة o

مثال

(عزوم القوى المستوية المتلاقية في نقطة)

٣ تؤثر القوى $\vec{r}_1 = \vec{s} + 2\vec{v}$ ، $\vec{r}_2 = \vec{w}$ ، $\vec{r}_3 = \vec{w} + \vec{s} + 4\vec{v}$ في النقطة أ (١، ٢-) أوجد مجموع عزوم هذه القوى حول نقطة ب (٢، ٠) ثم أوجد عزم محصلة هذه القوى حول نقطة ب. ماذا تلاحظ؟



الحل

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}_3 = \vec{r}$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \vec{r}_3$$

$$(2, 1) \times (1, -2) =$$

$$\vec{e}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 =$$

$$\vec{e}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 = (3, 1) \times (1, -2) = \vec{r}_2 \times \vec{r}_1 = \vec{e}_3$$

$$\vec{e}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 = (4, 4) \times (1, -2) = \vec{r}_3 \times \vec{r}_1 = \vec{e}_3$$

∴ مجموع عزوم القوى بالنسبة لنقطة ب

$$\vec{e}_3 + \vec{e}_3 + \vec{e}_3 =$$

$$\vec{e}_3 = \vec{e}_3 + \vec{e}_3 + \vec{e}_3 =$$

$$\text{محصلة القوى: } \vec{e}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = (9, 6) = (4, 4) + (3, 1) + (2, 1)$$

$$\text{∴ عزم المحصلة} = \vec{r}_1 \times \vec{e}_3$$

$$(9, 6) \times (1, -2) =$$

$$\vec{e}_3 = \vec{e}_3 (6 + 18) =$$

نلاحظ أن مجموع عزوم القوى بالنسبة لنقطة يساوي عزم محصلة القوى بالنسبة للنقطة نفسها.

النظرية العامة للعزوم

المجموع الجبري لعزوم مجموعة من القوى حول نقطة ما يساوي عزم المحصلة حول نفس النقطة.



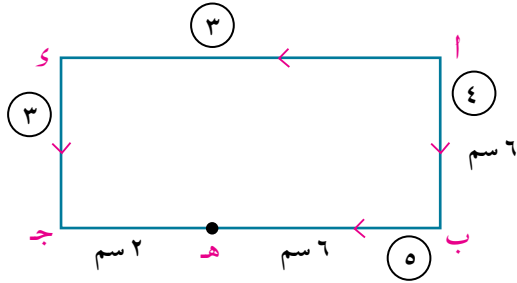
٦ حاول أن تحل

٣ تؤثر القوى $\vec{r}_1 = \vec{s} - 3\vec{v}$ ، $\vec{r}_2 = \vec{w} + 2\vec{s} - 3\vec{v}$ في النقطة أ (١، ٤-) أوجد مجموعة عزوم هذه القوى حول نقطة ب (١، ١) ثم أوجد عزم محصلة هذه القوى حول نقطة ب.

مثال

٤ أ ب ج د مستطيل فيه أ ب = ٦ سم، ب ج = ٨ سم أثرت قوى مقاديرها ٤، ٥، ٣، ٣ نيوتن في اتجاهات $\overrightarrow{اب}$ ، $\overrightarrow{ب ه}$ ، $\overrightarrow{ج د}$ ، $\overrightarrow{د ا}$ حيث $ه \in \overline{ب ج}$ ، ب ه = ٦ سم. اثبت أن محصلة هذه القوى تمر بالنقطة ه.

الحل



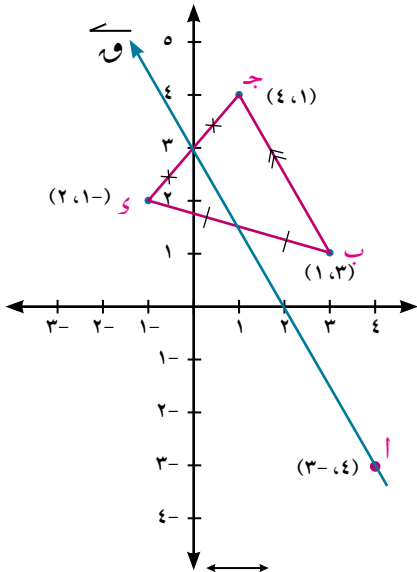
مجموع القياسات الجبرية لعزوم القوى بالنسبة لنقطة ه = $6 \times 3 + 2 \times 3 + 6 \times 4 = 60$ صفر وطبقاً لنظرية العزوم فإن عزم المحصلة بالنسبة للنقطة ه يساوى = صفر أى أن المحصلة تمر بالنقطة ه.

٩ حاول أن تحل

٤ أ ب ج د مربع طول ضلعه ٦ سم، ه $\in \overline{ب ج}$ حيث ب ه = ١ سم، أثرت قوى مقاديرها ١، ٢، ٣، ٤، ٥ نيوتن في $\overrightarrow{اب}$ ، $\overrightarrow{ب ج}$ ، $\overrightarrow{ج د}$ ، $\overrightarrow{د ا}$ ، $\overrightarrow{ا ج}$ على الترتيب. فإذا كان خط عمل المحصلة يمر بالنقطة ه أوجد قيمة ه.

مثال

٥ تؤثر القوة $\vec{و}$ = $2\vec{س} + 3\vec{ص}$ فى النقطة أ (٤، -٣). أوجد عزم $\vec{و}$ بالنسبة لكل من النقط ب (٣، ١)، ج (٤، ١) و د (٢، -١).



الحل

$$\begin{aligned} \vec{ر} &= \vec{ب أ} = \vec{أ} - \vec{ب} = (4, -3) - (3, 1) = (1, -4) \\ \therefore \vec{ج ب} &= \vec{ر} \times \vec{و} = (1, -4) \times (2, -1) = (3, -2) = (3, -2) \times (1, -3) = (8, -3) \\ \vec{س} &= \vec{ج أ} = \vec{أ} - \vec{ج} = (4, -3) - (4, 1) = (0, -4) \\ \therefore \vec{د ج} &= \vec{س} \times \vec{و} = (0, -4) \times (2, -1) = (4, -2) = (4, -2) \times (1, -3) = (14, -9) \\ \vec{ت} &= \vec{د أ} = \vec{أ} - \vec{د} = (4, -3) - (2, -1) = (2, -2) \\ \therefore \vec{ج د} &= \vec{ت} \times \vec{و} = (2, -2) \times (2, -1) = (0, 0) \end{aligned}$$

من المثال السابق نستنتج أن:

- (١) إذا كان عزم قوة حول نقطة ب = عزم هذه القوة حول نقطة ج كان خط عمل القوة // ب ج
- (٢) إذا كان عزم قوة حول نقطة ب = - عزم هذه القوة حول نقطة د كان خط عمل القوة ينصف ب د

٩ حاول أن تحل

٥ تؤثر القوة $\vec{و}$ فى النقطة أ (٣، -٢) فإذا كان عزم $\vec{و}$ حول كل من النقطتين ب (٣، ١)، ج (٤، -١) يساوى ٢٨ ع أوجد $\vec{و}$.

تعميم الاستنتاج السابق

إذا أثرت عدة قوى مستوية على جسم وكانت أ، ب نقطتين في نفس المستوى.

(١) فإذا كان مجموع عزوم القوى حول أ = مجموع عزوم القوى حول ب فإذا خط عمل المحصلة // \overrightarrow{AB} .

(٢) إذا كان مجموع عزوم القوى حول أ = - مجموع عزوم القوى حول ب فإن خط عمل المحصلة يمر بمنتصف \overline{AB} .

ملاحظة: أما إذا كان مجموع عزوم القوى حول نقطة ما ولتكن ج ينعدم فيما ج تقع على خط عمل المحصلة أ، أن المحصلة هي المتجه الصفري

مثال

٦) تؤثر القوى $\vec{r}_1 = 2\vec{s} - \vec{v}$ ، $\vec{r}_2 = 5\vec{s} + 2\vec{v}$ ، $\vec{r}_3 = -\vec{v} + 3\vec{s}$ في النقطة أ (١، ١) برهن باستخدام العزوم أن خط عمل المحصلة يوازي المستقيم المار بالنقطتين ب (١، ٢)، ج (٦، ٤)

الحل

$$\therefore \vec{c} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{v} + \vec{v} + \vec{v} + 3\vec{s} + \vec{s} + \vec{s} = 3\vec{v} + 6\vec{s}$$

$$\vec{r}_1 = \vec{v} = \vec{b} - \vec{a} = (0, -1) \quad \vec{c} = \vec{r}_1 \times \vec{r}_3 = (3, 4) \times (0, -1) = 3 - 4 = -1$$

$$\vec{r}_2 = \vec{v} = \vec{c} - \vec{a} = (3, -5) \quad \vec{c} = \vec{r}_2 \times \vec{r}_3 = (3, 4) \times (3, -5) = 3 - 20 = -17$$

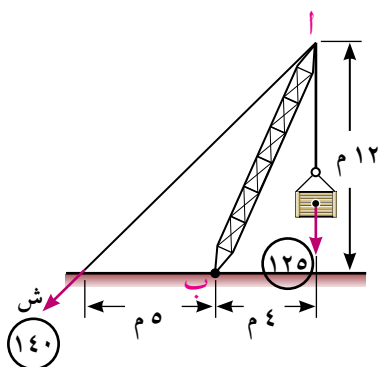
$$\therefore \vec{c} = \vec{c} = \vec{c}, \vec{c} \neq 0 \quad \therefore \text{خط عمل } \vec{c} // \vec{b} - \vec{a}$$

٦) حاول أن تحل

٦) تؤثر القوى $\vec{r}_1 = \vec{s} + 2\vec{v}$ ، $\vec{r}_2 = \vec{v} + 3\vec{s}$ في النقطة أ (٣، ٢) برهن باستخدام العزوم أن خط عمل المحصلة ينصف القطعة المستقيمة المرسومة بين النقطتين ب (٥، ١)، ج (١، ٢)

٦) حاول أن تحل

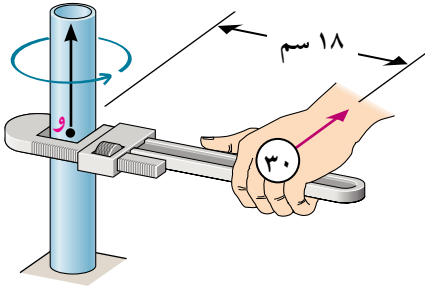
٧) في الشكل المقابل: أ ب تمثل رافعة لرفع البضائع إذا كان الشد في الخيط يساوي ١٤٠ نيوتن، ووزن الصندوق ١٢٥ نيوتن. أوجد مجموع عزمي القوتين بالنسبة للنقطة ب



تمارين ٢ - ١

أكمل ما يأتى

١ قوة مقدارها ٥٠ نيوتن وتبعد عن نقطة أ مسافة ٨ سم فإن معيار عزم القوة حول نقطة أ يساوى نيوتن . سم



٢ فى الشكل المقابل: معيار عزم القوة حول نقطة الأصل (و) يساوى

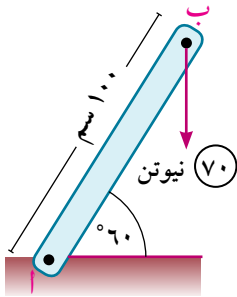
٣ قوة \vec{e} نيوتن تؤثر فى نقطة متجه موضعها بالنسبة إلى نقطة الأصل يساوى \vec{s} متر فإن عزم القوة حول نقطة الأصل يساوى

٤ إذا كان عزم قوة حول نقطة ما يساوى صفرًا فإن ذلك يعنى

٥ إذا كان عزم القوة ثابتًا فإن مقدار القوة يتناسب عكسيًا مع

٦ الشكل المقابل: قضيب مثبت بمفصل عند أ اثرت على الطرف ب

قوة رأسية لاسفل مقدارها ٧٠ نيوتن. فإن معيار عزم القوة حول نقطة أ يساوى نيوتن. متر



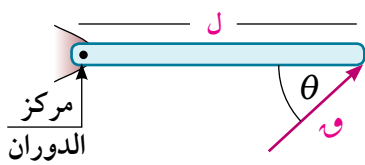
اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

٧ الشكل المقابل يمثل باب متصل بمفصل عند أ. اثرت عليه قوة \vec{w} أى من الأشكال الآتية تكون القوة \vec{w} لها أكبر عزم عند أ



٨ قضيب طول ل يمكنه الدوران بسهولة حول نقطة عند أحد نهايتيه.

اثرت على نهايته الاخرى قوة مقدارها w وتميل على القضيب بزواوية قياسها θ إذا كانت \vec{w} يجب أن تكون عمودية على القضيب فعلى أى بُعد من مركز الدوران يمكن أن تؤثر w بحيث يكون لها نفس العزم



أ ل جا θ ب ل حتا θ ج ل د ل طا θ

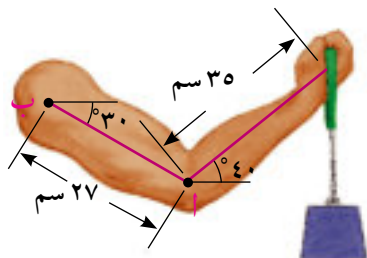
٩ إذا كان عزم قوة \vec{w} حول النقطة أ يساوى عزمها حول النقطة ب فإن

أ $\vec{w} \perp \overline{AB}$ ب \vec{w} تنصف \overline{AB} ج $\vec{w} \parallel \overline{AB}$ د لاتوجد علاقة بين \overline{AB} ، \vec{w}

أجب عن الأسئلة الآتية

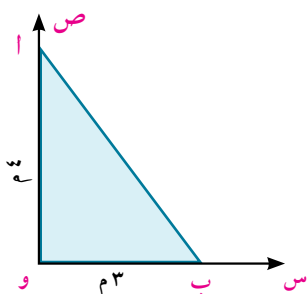
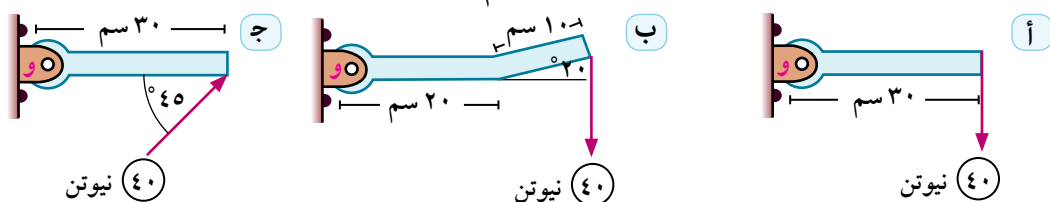
١٠ تؤثر القوتان \vec{v}_1 و \vec{v}_2 على M حيث $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}$ ، و $L = \vec{r}_1 \times \vec{v}_1 - \vec{r}_2 \times \vec{v}_2$ في النقطتين أ، ب (١، ١) ، أ، ب (١-، ٢-) على الترتيب. عين قيمة كل من الثابتين م، ل بحيث ينعدم مجموع عزمي هاتين القوتين حول نقطة الأصل وبالنسبة للنقطة ب (٢، ٣)

١١ القوى \vec{v}_1 و \vec{v}_2 و \vec{v}_3 و \vec{v}_4 و \vec{v}_5 و \vec{v}_6 و \vec{v}_7 و \vec{v}_8 و \vec{v}_9 و \vec{v}_{10} تؤثر في النقطة أ (١، ١). برهن باستخدام العزوم أن خط عمل المحصلة يوازي المستقيم المار بالنقطتين (١، ٢) ، (٤، ٦)



١٢ الشكل المقابل يمثل شخص يحمل بيده ثقل. فإذا كان معيار عزم الثقل حول نقطة أ يساوي ٨٠ نيوتن متر أوجد عزم الثقل حول نقطة أ

١٣ في كل من الأشكال الآتية أوجد القياس الجبري لعزم القوة حول النقطة و



١٤ تؤثر القوة و في المستوى س ص على المثلث أ ب. فإذا كان القياس الجبري لعزم و بالنسبة للنقطة و يساوي ٨٤ نيوتن م ، والقياس الجبري لعزمها بالنسبة للنقطة أ يساوي ١٠٠ نيوتن م ، والقياس الجبري لعزمها بالنسبة للنقطة ب يساوي صفر. عين و

عزم قوة بالنسبة لنقطة في نظام إحداثي ثلاثي الأبعاد

Moment of a force about a point in 3D- Coordinate system

تعلمت في الدرس السابق إيجاد عزم قوة بالنسبة لنقطة في مستويها. وفي هذا الدرس سوف تتعلم إيجاد عزم قوة بالنسبة لنقطة في الفراغ.

تعلم



عزم قوة حول نقطة في الفراغ

moments of a force about a point in space

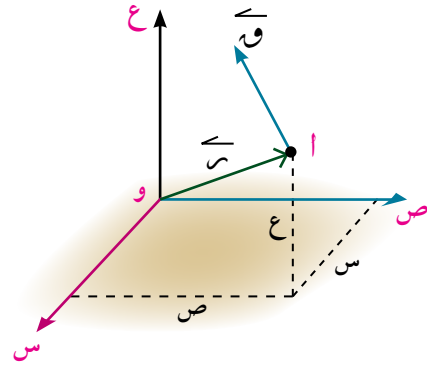
إذا كانت $\vec{r} = (r_x, r_y, r_z)$ تؤثر في النقطة $A(x, y, z)$

التي متجه موضعها بالنسبة للنقطة $(0, 0, 0)$ هو $\vec{r} = (x, y, z)$ فإن عزم القوة \vec{M}

حول نقطة ويساوي

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$$



المصطلحات الأساسية

Space	فراغ
Components	مركبات
Rotation	دوران
Axis	محور

مثال



١) تؤثر القوة $\vec{F} = 2\vec{e}_x - 3\vec{e}_y + 4\vec{e}_z$ في النقطة $A(2, 1, -3)$. أوجد عزم القوة \vec{M} حول نقطة $B(1, 2, 2)$ ثم احسب طول العمود الساقط من B على خط عمل القوة

الحل

$$\vec{r} = \vec{B} - \vec{A} = (1, 2, 2) - (2, 1, -3) = (3, 1, 5)$$

$$\vec{F} = (2, 1, -3)$$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = (3, 1, 5) \times (2, 1, -3) =$$

$$\begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} =$$

$$\vec{e}_x(1 \times (-3) - 3 \times 1) - \vec{e}_y(2 \times (-3) - 3 \times 5) + \vec{e}_z(1 \times (-3) - 1 \times 5) =$$

$$-6\vec{e}_x + 21\vec{e}_y - 8\vec{e}_z$$

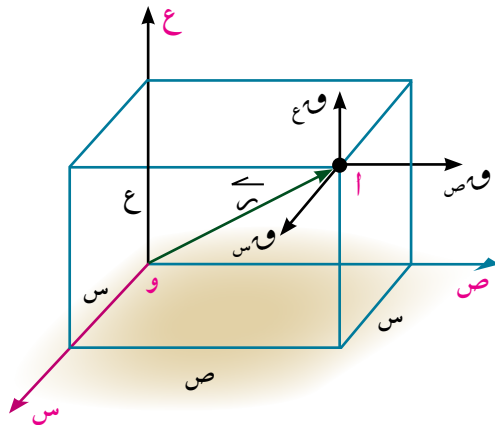
$21\vec{e}_y + 7\vec{e}_z$ وحدة عزم

$$L = \frac{\|\vec{M}\|}{\|\vec{F}\|} = \frac{\sqrt{21^2 + 7^2 + 8^2}}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2}} = \frac{\sqrt{350}}{\sqrt{14}} = 5$$

٩ حاول أن تحل

١ أوجد عزم القوة \vec{W} بالنسبة لنقطة الأصل حيث $\vec{W} = -2\vec{s} + 3\vec{v} + 5\vec{e}$ وتؤثر في نقطة أمتجه موضعها حول نقطة الأصل هو $\vec{r} = \vec{s} + \vec{v} + \vec{e}$ ثم أوجد طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل القوة \vec{W} .

المركبات الاحداثية لعزم قوة بالنسبة لنقطة



بفرض القوة $\vec{W} = W_s\vec{s} + W_v\vec{v} + W_e\vec{e}$ تؤثر في نقطة أمتجه موضعها حول نقطة الأصل $\vec{r} = (s, v, e)$ فإن عزم القوة \vec{W} حول نقطة الأصل و يساوي $\vec{r} \times \vec{W}$

$$\begin{vmatrix} \vec{s} & \vec{v} & \vec{e} \\ s & v & e \\ W_s & W_v & W_e \end{vmatrix} =$$

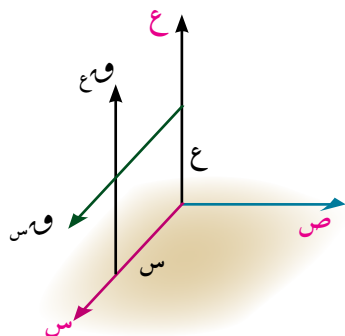
$$= (W_v e - W_e v)\vec{s} + (W_s e - W_e s)\vec{v} + (W_s v - W_v s)\vec{e}$$

أي أن عزم القوة \vec{W} له ٣ مركبات يمكن تفسير كل منهم كالآتي:

مركبة العزم في اتجاه \vec{s} يمكن حسابها بإيجاد عزم المركبات W_v ، W_e ، W_s حول محور s .
المركبة W_s ليس لها عزم دوراني حول محور s لأنها توازي المحور. بينما المركبة W_v تعمل على الدوران حول محور s في اتجاه دوران عقارب الساعة فيكون عزمها $-e \times W_v$.
بينما المركبة W_e تعمل على الدوران حول محور s في اتجاه عكس دوران عقارب الساعة فيكون عزمها $v \times W_e$.
فيكون مجموع عزوم المركبات حول محور s يساوي $W_s v - W_v e - W_e s$.
بالمثل لباقي مركبات العزم في اتجاه \vec{v} ، \vec{e} .

مثال

٢ إذا كانت القوة $\vec{W} = 4\vec{s} - \vec{v} + 2\vec{e}$ تؤثر في نقطة أمتجه موضعها بالنسبة لنقطة الأصل هو $\vec{r} = (1, 2, 2)$ وكان مركبة عزم القوة \vec{W} حول محور v يساوي ٧ وحدات عزم أوجد قيمة k ثم أوجد طول العمود المرسوم من W على خط عمل \vec{W} .



الحل

$$\vec{W} = (k, 4, -1) \leftarrow W_s = k, W_v = 4, W_e = -1$$

$$\vec{r} = (1, 2, 2) \leftarrow s = 1, v = 2, e = 2$$

مركبة عزم القوة حول محور $v = e W_s - s W_e = 2 - 2 = 0$

$$\therefore 7 = (1 - 2)k$$

$$\therefore 2\vec{k} + \vec{v} = 7\vec{i} - 3\vec{k}$$

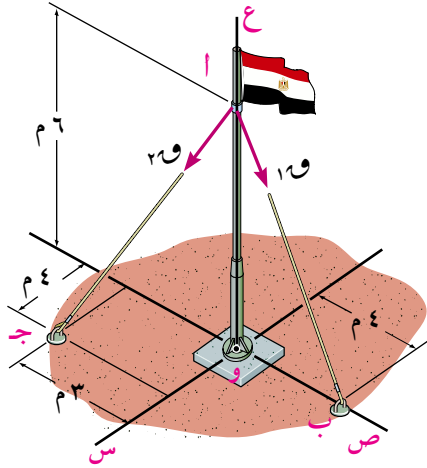
$$\therefore \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{s} & \vec{v} & \vec{e} \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 2\vec{i} - 7\vec{j} + 2\vec{k}$$

\therefore طول العمود المرسوم من و على خط عمل القوة = $\frac{\|\vec{c}\|}{\|\vec{v}\|}$

$$\text{وحدة طول} = \frac{\sqrt{442}}{26} = \frac{\sqrt{(2-)^2 + (7)^2 + (10-)^2}}{\sqrt{(1-)^2 + 2^2 + 2^2}}$$

٤ حاول أن تحل

٢ إذا كانت القوة $\vec{v} = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ تؤثر في نقطة أ متجه موضعها بالنسبة لنقطة الأصل هو $\vec{r} = (1, 1, 3)$ فإذا كانت مركبتنا عزم \vec{w} حول المحورى س، ص هما -1، -8 على الترتيب أوجد قيمة كل من ك، م



مثال

٣ تؤثر القوى $\vec{v}_1 = 6\sqrt{13}\vec{i}$ نيوتن، و $\vec{v}_2 = 6\sqrt{13}\vec{j}$ نيوتن

في اتجاهات أب، آج كما بالشكل. أوجد

أ مجموع عزوم القوى حول نقطة و

ب عزم محصلة القوتين حول نقطة و. ماذا تستنتج

الحل

من هندسة الشكل احداثيات النقط هي

أ (6, 0, 0)، ب (0, 4, 0)، ج (0, 3, 4)

$$\vec{ab} = \vec{b} - \vec{a} = (0, 4, 0) - (6, 0, 0) = (-6, 4, 0)$$

$$\vec{v}_1 = \frac{\vec{ab}}{\|\vec{ab}\|} \times 6\sqrt{13} = \frac{(-6, 4, 0)}{\sqrt{(-6)^2 + 4^2 + 0^2}} \times 6\sqrt{13} = \frac{(-6, 4, 0)}{7.21} \times 6\sqrt{13}$$

$$\therefore \vec{v}_1 = (-12, 16, 0)$$

$$\vec{aj} = \vec{j} - \vec{a} = (0, 3, 4) - (6, 0, 0) = (-6, 3, 4)$$

$$\vec{v}_2 = \frac{\vec{aj}}{\|\vec{aj}\|} \times 6\sqrt{13} = \frac{(-6, 3, 4)}{\sqrt{(-6)^2 + 3^2 + 4^2}} \times 6\sqrt{13} = \frac{(-6, 3, 4)}{7.21} \times 6\sqrt{13}$$

$$\therefore \vec{v}_2 = (-6, 3, 4)$$

عزم القوة \vec{v}_1 بالنسبة لنقطة و = $\vec{w}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{v}_1 = (6, 0, 0) \times (-12, 16, 0) = (0, 72, 0)$

$$\vec{w}_2 = \begin{vmatrix} \vec{e} & \vec{v} & \vec{s} \\ 6 & 0 & 0 \\ 18 & 12 & 0 \end{vmatrix} = 72\vec{j}$$

عزم القوة \vec{w} بالنسبة لنقطة O = $\vec{OA} \times \vec{w} = (6, 0, 0) \times (6, -3, -4) = \vec{e} - 2\vec{s} - 3\vec{v}$

$$\vec{e} - 2\vec{s} - 3\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{e} & \vec{v} & \vec{s} \\ 6 & 0 & 0 \\ 6 & -3 & -4 \end{vmatrix} =$$

أ مجموع عزوم القوى حول O = $-\vec{e} - 2\vec{s} - 3\vec{v} + \vec{e} - 2\vec{s} - 3\vec{v} = -2\vec{e} - 4\vec{s} - 6\vec{v}$ (1)

محصلة القوتين $\vec{h} = \vec{w} + \vec{w}' = (6, 0, 0) + (6, -12, 0) = (12, 0, 0)$
 وتؤثر في نقطة $A(6, -9, 4) =$

ب عزم المحصلة حول النقطة O = $\vec{OA} \times \vec{h} = (6, 0, 0) \times (12, 0, 0) = 2\vec{e} - 9\vec{s} - 4\vec{v}$

$$(2) \quad 2\vec{e} - 9\vec{s} - 4\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{e} & \vec{v} & \vec{s} \\ 6 & 0 & 0 \\ 12 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

من 1، 2 نلاحظ أن

مجموع عزوم القوى حول نقطة في الفراغ يساوي عزم محصلة هذه القوى بالنسبة للنقطة نفسها

تمارين 2-2

1 إذا كانت \vec{s} ، \vec{v} ، \vec{e} مجموعة يمينية من متجهات الوحدة. وكانت القوة $\vec{w} = 2\vec{s} + 3\vec{v} - \vec{e}$

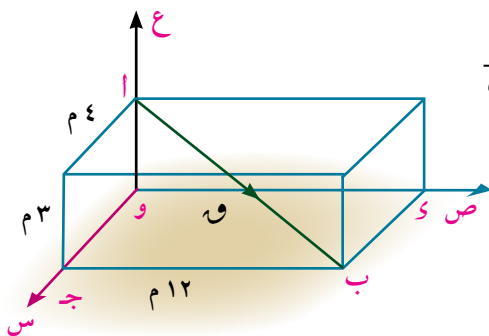
تؤثر في نقطة $A(1, -1, 4)$ أوجد

أ عزم القوة \vec{w} حول نقطة الأصل $O(0, 0, 0)$

ب عزم القوة \vec{w} حول نقطة $B(2, -3, 1)$ ثم استنتج طول العمود المرسوم من B على خط عمل القوة

2 إذا كانت $\vec{w} = 2\vec{s} + \vec{v} - \vec{e}$ تؤثر في النقطة $A(4, -2, 0)$ وكان عزم \vec{w} حول نقطة الأصل

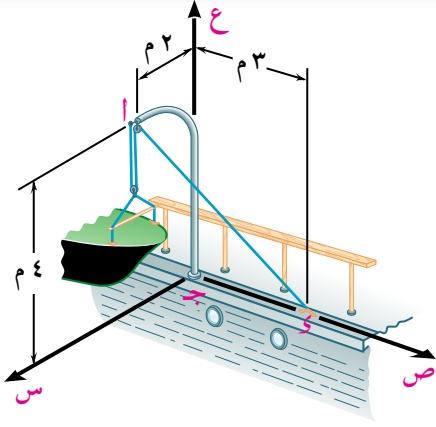
يساوي $2\vec{s} + 4\vec{v} + 16\vec{e}$ فما قيمة L .



3 في الشكل المقابل قوة مقدارها 130 نيوتن تؤثر في القطر \overline{AB}

في متوازي مستطيلات ابعاده 3م، 4م، 12م كما بالشكل

أوجد عزم القوة \vec{w} حول النقطة O



٤ في الشكل المقابل حبل مثبت في النقطة $و$ يمر على بكره ملساء عند $أ$ ويتدلى من الطرف الآخر للخييط زورق صغير. فإذا كان مقدار الشد في الحبل $وآ$ يساوى ٢٩٧١٠ نيوتن أوجد عزم الشد في الحبل حول النقطة $ج$.

٥ قوة $و$ تؤثر في النقطة $أ(٣، ١، ٢)$ فإذا كان عزم $و$ بالنسبة لنقطة الأصل يساوى ٢١ $ص$ + ٧ $ع$ أوجد $و$.

٦ إذا كانت القوة $و = ٢$ $س$ + $ب$ $ص$ + $ع$ تؤثر في النقطة

$أ(١، ٣، ٢)$ وكانت مركبة عزم $و$ حول محور $س$ يساوى ٣ وحدات عزم. أوجد قيمة $ب$. ثم أوجد طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل القوة.

٧ $أب ج د$ شبه منحرف قائم الزاوية في $ب$ ، $أد // ب ج$ ، $أب = ٨$ سم، $ب ج = ١٥$ سم، $أد = ٩$ سم. رسم $هـ$ $⊥$ مستوى شبه المنحرف حيث $هـ د = ١٢$ سم. اثرت قوة مقدارها ٧٥ نيوتن في $أهـ$. أوجد عزم القوة حول النقطة $ب$.

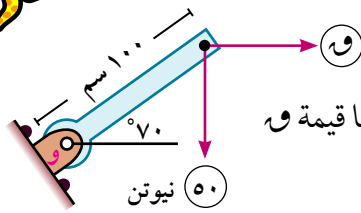
٨ إذا كان عزم القوة $و = ٢$ $س$ + ٣ $ص$ - $ع$ حول نقطة الأصل ويساوى ٥ - ٣ $ص$ - $ع$ وإذا كانت هذه القوة تمر بنقطة الاحداثى $ص$ لها يساوى ٢ . أوجد الاحداثى $س$ ، $ع$ للنقطة وكذلك أوجد طول العمود المرسوم من نقطة الاصل على خط عمل القوة.

٩ قوة $و = ١٥$ $س$ - ٢٥ $ص$ + ٤٠ $ع$ تؤثر في نقطة $أ(٣، ٣، ٢)$ أوجد مركبة عزم $و$ حول محور $ص$.

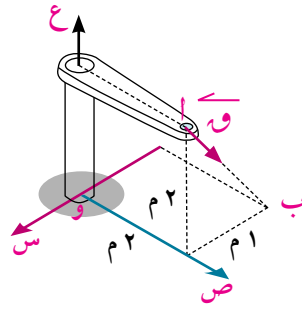
تأثير العزم

- ١ **عزم قوة بالنسبة لنقطة** يعرف عزم القوة \vec{O} المؤثرة على جسم حول النقطة O بأنه مقدرة القوة \vec{F} على إحداث دوران للجسم حول نقطة O ويحسب عزم القوة \vec{O} من العلاقة $\vec{O} = \vec{r} \times \vec{F}$ حيث \vec{r} متجه موضع نقطة على خط عمل القوة بالنسبة للنقطة O ويكون اتجاه العزم عمودى على المستوى الذى يحوى كل من \vec{O} ، \vec{r}
 - ٢ **معيار عزم قوه بالنسبة لنقطة** إذا كان \vec{O} يمثل معيار القوة \vec{F} ، l يمثل طول العمود الساقط من النقطة O على خط عمل القوة فإن معيار عزم \vec{O} حول النقطة O يحسب من العلاقة $||\vec{O}|| = l \cdot F$
 - ٣ **القياس الجبرى لعزم قوة بالنسبة لنقطة** إذا كانت القوة تعمل على دوران الجسم حول نقطة O ، فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة فإن القياس الجبرى لمتجه عزم القوة يكون موجباً وإذا كانت القوة تعمل على دوران الجسم حول نقطة O ، مع اتجاه دوران عقارب الساعة كان القياس الجبرى لمتجه العزم سالباً
 - ٤ طول العمود المرسوم من نقطة O على خط عمل القوة \vec{F} هو l حيث $l = \frac{||\vec{O}||}{||\vec{F}||}$
 - ٥ إذا تلاشى عزم قوة بالنسبة لنقطة فإن خط عمل القوة يمر بهذه النقطة
 - ٦ **مبدأ العزوم (نظرية فارينون)** عزم القوة \vec{F} بالنسبة لنقطة يساوى مجموع عزوم مركبات هذه القوة بالنسبة للنقطة نفسها
 - ٧ **نظرية مجموع عزوم عدة قوى مستوية** متلاقية فى نقطة بالنسبة لأى نقطة فى الفراغ يساوى عزم محصلة هذه القوى بالنسبة للنقطة نفسها
 - ٨ إذا كان مجموع عزوم عدة قوى مستوية حول نقطة A = مجموع عزوم هذى القوى حول نقطة B كان خط عمل المحصلة موازياً \vec{AB}
 - ٩ إذا كان مجموع عزوم عدة قوى مستوية حول نقطة A = - مجموع عزوم هذه القوى حول نقطة B كان خط عمل المحصلة ينصف \vec{AB}
 - ١٠ **عزم قوة بالنسبة لنقطة فى الفراغ** $\vec{O} = \vec{r} \times \vec{F}$
- $$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$
- حيث \vec{r} متجه موضع نقطة على خط عمل القوة بالنسبة للنقطة O
- ١١ **مركبات عزوم قوة فى اتجاه المحاور** إذا كانت $\vec{O} = (O_x, O_y, O_z)$ قوة تؤثر فى نقطة متجه موضعها بالنسبة لنقطة الأصل $\vec{r} = (r_x, r_y, r_z)$ فإن:
 - (ص O_x - ع O_y) ← مركبة عزم \vec{O} فى اتجاه محور S
 - (ع O_x - س O_y) ← مركبة عزم \vec{O} فى اتجاه محور V
 - (س O_x - ص O_y) ← مركبة عزم \vec{O} فى اتجاه محور E

تعاريف عامة



- ١ إذا كان عزم القوة الأفقية \vec{w} حول نقطة o يساوى عزم القوة الرأسية 50 نيوتن حول نقطة o فما قيمة w

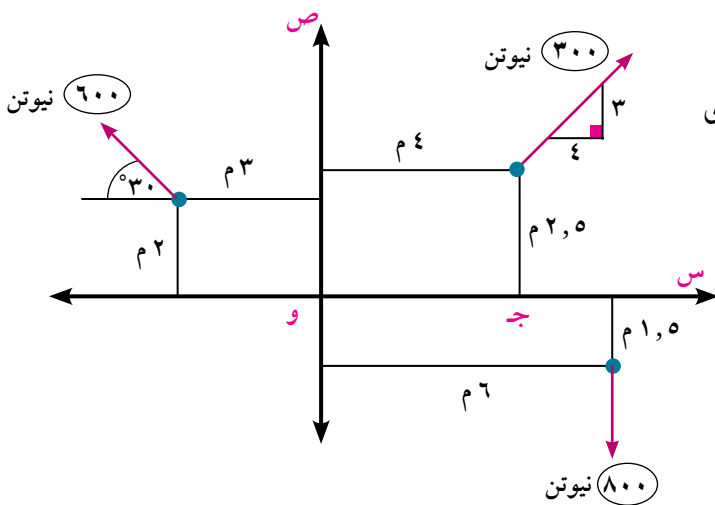


- ٢ في الشكل المقابل احسب عزم القوة $w = 5\sqrt{14}$ نيوتن حول النقطة o

- ٣ قوة $\vec{w} = 7\vec{v}$ تؤثر في النقطة $(-3, 0)$ أوجد عزم القوة بالنسبة للنقطة $(1, -2)$

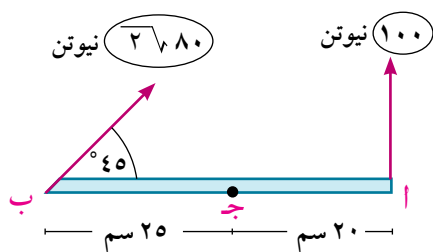
- ٤ القوة $\vec{w}_1 = 2\vec{s} + \vec{v}$ نيوتن تؤثر في نقطة متجه موضعها $2\vec{s} + 2\vec{v}$ متر وقوة اخرى $\vec{w}_2 = 5\vec{s}$ نيوتن تؤثر في نقطة متجه موضعها $2\vec{s} + \vec{v}$ متر أوجد مجموع عزوم هذه القوى حول نقطة الأصل

- ٥ إذا كانت \vec{s} ، \vec{v} ، \vec{w} مجموعة يمينية من متجهات الوحدة وكانت القوة $\vec{w} = 3\vec{s} + \vec{v} + 4\vec{w}$ تؤثر في النقطة $A(1, 0, -1)$ وكان عزم القوة \vec{w} بالنسبة للنقطة $B(2, -1, 3)$ يساوى $4\vec{s} - 8\vec{v} - 5\vec{w}$. فما قيمة k .

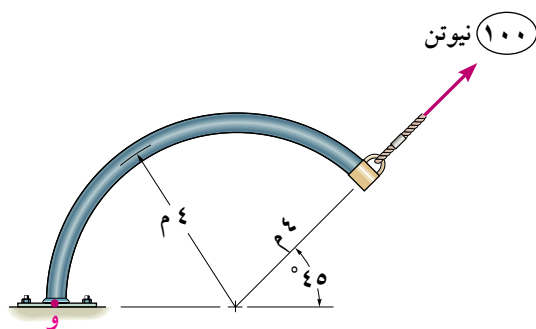


- ٦ في الشكل المقابل أوجد القياس الجبرى لمجموع عزوم القوى بالنسبة للنقطة o

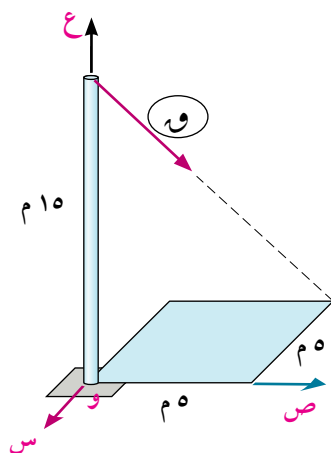
تعاريف عامة



٧ في الشكل المقابل اثبت أن محصلة القوتين ١٠٠ نيوتن، $280\sqrt{2}$ نيوتن تمر بالنقطة ج.



٨ في الشكل المقابل أوجد القياس الجبرى لعزم القوة ١٠٠ نيوتن حول نقطة و.



٩ في الشكل المقابل أوجد عزم القوة $19 = 15\sqrt{2}$ نيوتن حول نقطة و.

اختبار تراكس

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) أب ج قائم الزاوية في ب، أ ج = ١٠ سم، و (أ ب ج) = θ فإن ب ج =
 أ ١٠ جتا θ ب ١٠ جتا θ ج ١٠ ظا θ د ٥

٢) البعد بين النقطتين (١-، ٢)، (٣، ١-) يساوي
 أ ٤ ب ٥ ج $5\sqrt{2}$ د ٢

٣) جيوب تمام الاتجاه للمتجه (-٢، ٢، ١) هي:

أ ٢، -٢، -١ ب $\frac{2}{3}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{2}{3}$ ج $\frac{2}{3}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{2}{3}$ د $\frac{1}{5\sqrt{2}}$ ، $\frac{2}{5\sqrt{2}}$ ، $\frac{2}{5\sqrt{2}}$

٤) أب ج مثلث فيه أب = ٨ سم، و (أ ب ج) = 70° فإن طول العمود المرسوم من أ على ب ج يساوي:
 أ ٨ جتا 70° ب ٨ جا 70° ج ٨ ظا 70° د $8\sqrt{2}$

٥) إذا كان $\vec{A} = (٢، ١-)$ ، $\vec{B} = (٣، ٢)$ فإن $\vec{A} \cdot \vec{B} =$
 أ ٧ ب $65\sqrt{2}$ ج ٤ د ٨

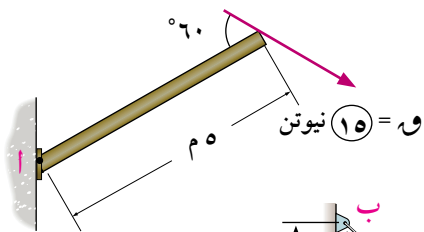
٦) إذا كان $\vec{A} = (١-، ٢، ٣)$ ، $\vec{B} = (٢، ٢، ١)$ فإن $\vec{A} \times \vec{B} =$
 أ (٤، -٧، -٦) ب (-٦، -٧، -٤) ج (-٦، -٧، -٤) د ٥

٧) إذا كان $\vec{w} = (٢، ٣-، ٤)$ ، تؤثر في النقطة (١، ١، ١) فإن مركبة عزم \vec{w} حول محاور س يساوي
 أ ٧ ب ٢- ج ٥- د ٢

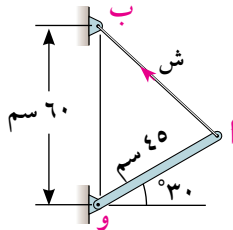
أجب عن الأسئلة الآتية:

٨) أب ج د مربع طول ضلعه ١٠ سم. اثرت قوى مقاديرها ٣، ٥، ٨، ٢٧٥ ث. كجم في اتجاهات أب، ب ج، ج د، د أ على الترتيب. أوجد القياس الجبري لمجموع عزوم القوى:

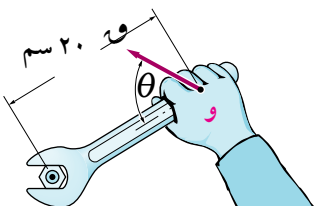
أ بالنسبة للنقطة أ ب بالنسبة للنقطة ب ج بالنسبة لمركز المربع



٩) الشكل المقابل يمثل تأثير قوة ١٥ نيوتن على ذراع مثبتة بمفصل عند أ. أوجد القياس الجبري لعزم القوة بالنسبة لنقطة أ.



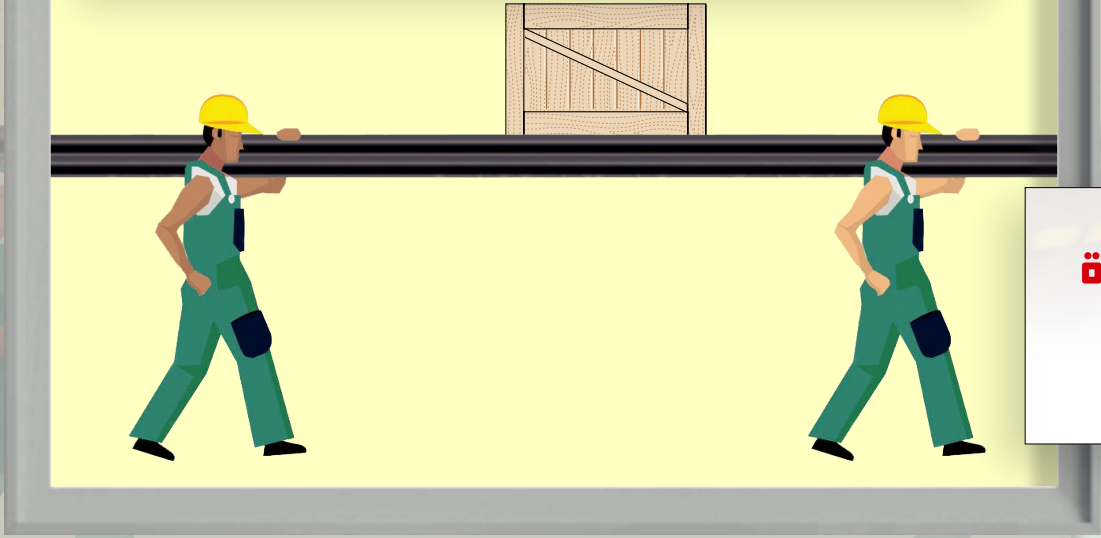
١٠) في الشكل المقابل الشد في الخيط أب مقداره ١٥٠ نيوتن. أوجد القياس الجبري لعزم قوة الشد بالنسبة للنقطة و.



١١) إذا كان العزم اللازم لدوران المسمار حول و يساوي ٤٠٠ نيوتن. سم أوجد أقل قيمة للقوة و وقيمة θ التي تحقق دوران المسمار.

القوى المتوازية المستوية

Parallel coplanar forces



الوحدة

٣

مقدمة الوحدة

في دراستنا السابقة لمجموعة القوى المستوية المؤثرة علي نقطة مادية، كانت خطوط عمل هذه القوى تتلاقى في نقطة مادية واحدة، وبالتالي فإن خط عمل محصلة هذه القوى يمر بنقطة واحدة هي نقطة التلاقى المشتركة لهذه المجموعة من القوى.

وفي هذه الوحدة سوف نتناول مجموعة القوى التي تؤثر علي جسم متماسك حيث أن خطوط عمل هذه القوى لا تتلاقى في نقطة واحدة بالضرورة ، وستقتصر دراستنا في هذه الوحدة على تلك القوى التي تتوازي خطوط عملها وتقع جميعها في مستو واحد وهو ما يطلق عليه بالقوى المتوازية المستوية ، وسوف نتناول في دراستنا لهذه الوحدة عرض القوى المتوازية المستوية عندما يطلب إيجاد محصلتها من حيث اتجاهها ومقدارها ونقطة تأثيرها.

أهداف الوحدة

بعد دراسة هذه الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن:

- ✚ يتعرف القوى المتوازية المستوية
- ✚ يعين خط عمل محصلة قوتين متوازيتين عندما تكونان في اتجاه واحد أو في اتجاهين مختلفين.
- ✚ يعين احدى قوتين متوازيتين إذا علمت القوة الأخرى والمحصلة .
- ✚ يوجد عزوم مجموعة من القوى المتوازية المستوية حول نقطة.
- ✚ يوجد محصلة مجموعة من القوى المتوازية المستوية.
- ✚ يستنتج أن مجموع عزوم عدة قوى متوازية حول نقطة يساوى عزم المحصلة حول نفس النقطة.
- ✚ يستنتج أن مجموع عزوم عدة قوة متوازية حول نقطة يساوى صفر إذا كانت محصلتهما تمر بهذه النقطة.
- ✚ يستنتج أن مجموع عزوم مجموعة من القوى المتوازية حول نقطة يساوى صفر إذا تلاشت محصلة هذه القوى.

المصطلحات الأساسية

Weight	وزن	➤ Parallel forces	➤ قوى متوازية
Parallel	متوازيان	➤ Resultant	➤ محصلة
Support	حامل (وتد)	➤ Magnitude	➤ مقدار
Beam	سقالة	➤ Norm	➤ معيار
Tension	شد	➤ Point of action	➤ نقطة تأثير
pully	يكرة	➤ Reaction	➤ رد فعل

الأدوات والوسائل

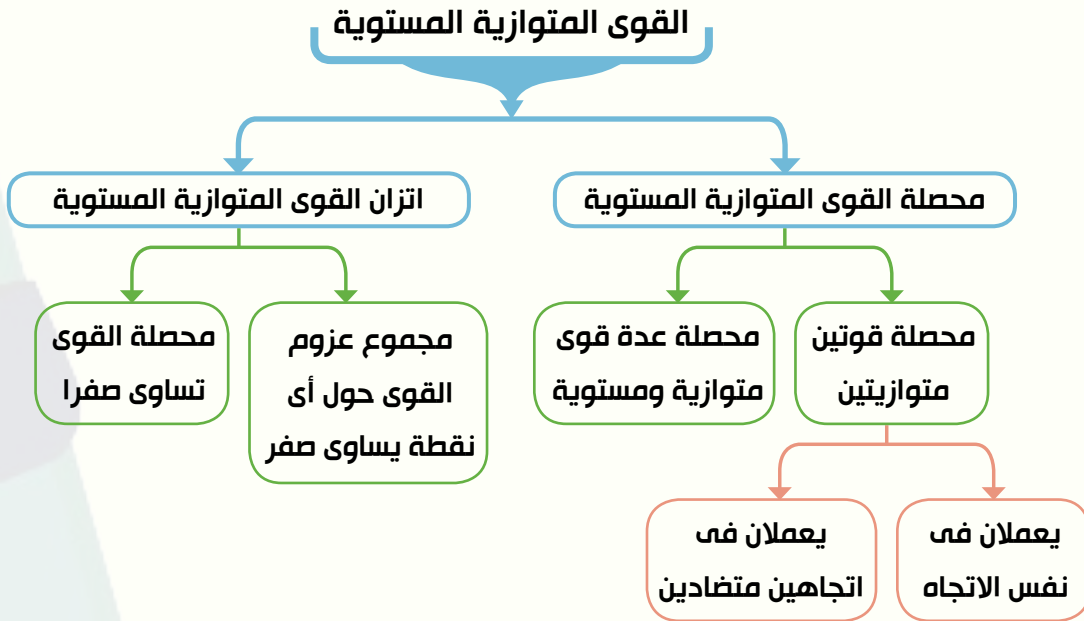
آلة حاسبة علمية .

درس الوحدة

(٣-١): محصلة القوى المتوازية المستوية.

(٢-٢): ائزان مجموعة من القوى المتوازية المستوية.

مخطط تنظيمي للوحدة



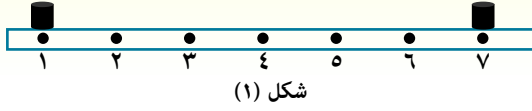
محصلة القوى المتوازية المستوية

Resultant of a parallel coplanar forces

سوف تتعلم

- محصلة قوتين متوازيتين وفي نفس الاتجاه.
- محصلة قوتين متوازيتين وفي اتجاهين متضادين.
- محصلة عدة قوى متوازية ومستوية.

عمل تعاوني

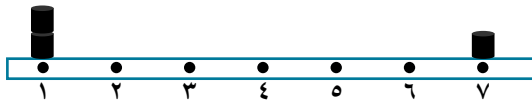


شكل (١)

شكل (١) يوضح مسطرة خشبية

مدرجة من ١ إلى ٧ موضوع عليها حجران متماثلان عند طرفي المسطرة.

(١) عين موضع نقطة على المسطرة يمكن تعليق المسطرة منها. بحيث تتزن أفقياً.



شكل (٢)

(٢) إذا وضع ثقلان عند أحد

الطرفين شكل (٢).

هل يتغير موضع نقطة التعليق؟

عين موضع نقطة التعليق الجديدة إذا تغير الموضع؟

أولاً: محصلة قوتين متوازيتين ومتحدتي الاتجاه

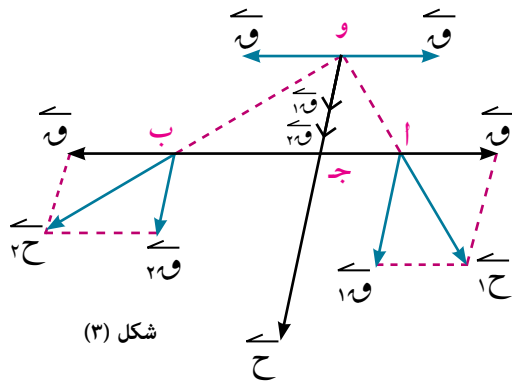
Resultant of two parallel forces having the same direction

تعلمت أن محصلة عدة قوى مستوية و \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ، ... ، و \vec{F}_n متلاقية في نقطة واحدة هو قوة \vec{H} حيث $\vec{H} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$ وتمر بنفس النقطة. وفي هذا الدرس سوف تتعلم إيجاد محصلة عدة قوى متوازية ومستوية .

نبدأ بإيجاد محصلة قوتين متوازيتين ومستويتين ولهما نفس الاتجاه.

بفرض \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 قوتان متوازيتان ويعملان في نفس الاتجاه ويؤثران في جسم متماسك في نقطتين أ، ب فتكون محصلة القوتين هي \vec{H} حيث:

$$\vec{H} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



شكل (٣)

ولتحديد موضع نقطة تأثير

المحصلة نفرض قوتان

متساويتان في المقدار

ومتضادين في الاتجاه تؤثران

عند أ، ب وهذا لن يغير من

تأثير القوتين \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 .

يمكن إيجاد محصلة القوتين \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 . عند أ والتي تمثل قطر متوازي الاضلاع

ولتكن \vec{H}_1 كذلك \vec{H}_2 محصلة القوتين \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 عند ب.

وبفرض أن خطي عمل المحصلتين \vec{H}_1 ، \vec{H}_2 يتقاطعان عند نقطة و.

المصطلحات الأساسية

Parallel	قوى متوازية
Resultant	محصلة
Magnitude	مقدار
Norm	معيار
Point of action	نقطة تأثير

الأدوات المستخدمة

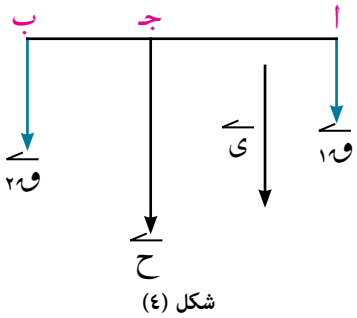
آلة حاسبة علمية

فيمكن استبدال القوة \vec{C} بمركبتها الاصليين \vec{A} ، و \vec{B} كذلك يمكن استبدال القوة \vec{C} بمركبتها الاصليين \vec{A} ، و \vec{B} .
القوى المؤثرة عند نقطة (و) هي: \vec{A} ، و \vec{B} وتعملان في اتجاه و \vec{C} (الموازي لخط عمل القوتين الاصليتين) والقوتان \vec{A} ، و \vec{B} وتعملان في اتجاهين متضادين حيث يمكن حذفهما دون حدوث أى تغير فى تأثير القوتين \vec{A} ، و \vec{B} عند نقطة (و). القوتان \vec{A} ، و \vec{B} المؤثرتان عند نقطة (و) تعملان فى اتجاه و \vec{C} يكون لهما نفس تأثير القوتين \vec{A} ، و \vec{B} المؤثرتان عند أ ، ب وبالتالي فإن محصلتهما هي $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ وتؤثر أيضًا فى اتجاه و \vec{C} وحيث أن القوى \vec{A} ، و \vec{B} ، و \vec{C} متوازية فإن

$$(1) \quad \frac{A}{C} = \frac{a}{c} \quad , \quad (2) \quad \frac{B}{C} = \frac{b}{c}$$

بقسمة (٢) على (١) فإن: $\frac{A}{C} \times \frac{C}{B} = \frac{a}{b} \times \frac{C}{C}$ أى أن $\frac{A}{B} = \frac{a}{b}$

ومن ذلك فإن: $A \times b = B \times a$



فى شكل (٤) يأخذ متجه وحدة \vec{y} فى اتجاه القوتين فإن:

$$\vec{A} = A \vec{y} \quad , \quad \vec{B} = B \vec{y}$$

∴ $\vec{C} = (A + B) \vec{y}$ مما يعنى أن المحصلة تكون فى اتجاه القوتين

ويساوى معيارها مجموع معيارى القوتين **أى أن:**

محصلة قوتين متوازيتين ومتحدتى الإتجاه هى قوة فى إتجاههما ويساوى معيارها مجموع معيارى القوتين ويقسم خط عملها المسافة بين خطى عمل القوتين بنسبة عكسية لمعياريهما.

مثال تعيين محصلة قوتين متوازيتين تعملان فى نفس الاتجاه

١ قوتان متوازيتان وفى نفس الاتجاه مقدارهما ٥ ، ٧ نيوتن تؤثران فى نقطتين أ ، ب حيث أب = ٣٦ سم أوجد محصلة القوتين

الحل

نفرض \vec{y} متجه وحدة فى اتجاه القوتين

$$\therefore \vec{A} = 5 \vec{y} \quad , \quad \vec{B} = 7 \vec{y}$$

مقدار واتجاه المحصلة:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = 5 \vec{y} + 7 \vec{y} = 12 \vec{y}$$

تعيين نقطة تأثير المحصلة

نفرض المحصلة تؤثر فى نقطة ج \exists أب

$$\therefore 5 \cdot a = 7 \cdot b - 202 = 21 \text{ سم}$$

أى أن مقدار المحصلة يساوى ١٢ نيوتن ويعمل اتجاهها فى نفس اتجاه القوتين وتؤثر فى نقطة تبعد عن أ بمقدار ٢١ سم

٩ حاول أن تحل

١ قوتان متوازيتان يعملان في نفس الاتجاه مقدارهما ٤، ٦ نيوتن تؤثران في نقطتين أ، ب حيث $أب = ٢٥$ سم. أوجد محصلة القوتين

تفكير ناقد: إذا كانت القوتان متساويتان فأين تقع نقطة تأثير المحصلة.

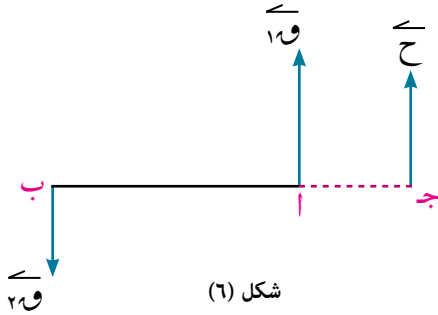
تعلم



محصلة قوتين متوازيتين ومتضادتين في الاتجاه

Resultant of two parallel forces having opposite directions

بالمثل في شكل (٦) إذا كان $و١$ ، $و٢$ قوتان متوازيتان وغير متساويتان وتعملان في اتجاهين متضادين وتؤثران في نقطتين أ، ب من جسم متماسك وكانت محصلتهما $ح$ فإن: $و١ + و٢ = ح$ وتؤثر في نقطة ج التي تقسم $أب$ من الخارج بنسبة عكسية بمعيار القوتين.



شكل (٦)

إذا كان $و١ < و٢$ فإن $ج = \frac{ا ب}{و١} = \frac{ب ج}{و٢}$ أي أن: $و١ \times ا ج = و٢ \times ب ج$

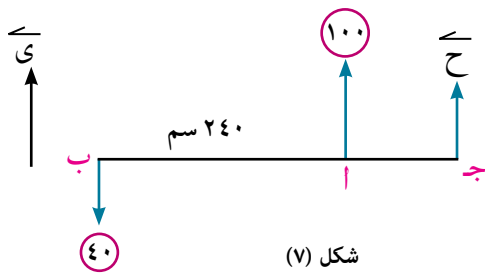
أي أن: محصلة قوتين متوازيتين ومتضادتين في الاتجاه وغير متساويتا المعيار هي قوة في اتجاه القوة الأكبر معياراً ويساوي معيارها الفرق بين معياريهما ويقسم خط عملها المسافة بين خطي عمل القوتين من الخارج من ناحية القوة الأكبر معياراً بنسبة عكسية لمعياريهما.

تعيين محصلة قوتين متوازيتين يعملان في اتجاهين مختلفين

مثال

٢ قوتان متوازيتان ومتضادان في الاتجاه مقدارهما ٤٠، ١٠٠ نيوتن والمسافة بين خطي عمليهما ٢٤٠ سم. أوجد محصلتهما.

الحل



شكل (٧)

نفرض $ك$ متجه وحدة في اتجاه القوة الكبرى

$$\therefore و١ = ١٠٠ ك، و٢ = -٤٠ ك$$

مقدار واتجاه المحصلة

$$\therefore ح = و١ + و٢ = ١٠٠ ك - ٤٠ ك = ٦٠ ك$$

تعيين نقطة تأثير المحصلة نفرض أن المحصلة تؤثر في نقطة ج \exists ب أ حيث $ج ا = \frac{٤٠}{١٠٠}$

$$\therefore \frac{٢}{٥} = \frac{ج ا}{٢٤٠ + ج ا} \quad \therefore ٥ ا ج = ٢ ا ج + ٤٨٠ \quad \therefore ا ج = ١٦٠ \text{ سم}$$

أي أن مقدار المحصلة يساوي ٦٠ نيوتن واتجاهها نفس اتجاه القوة ١٠٠ نيوتن

وتعمل في نقطة \exists ب أ وتقع خارج $أب$ وتبعد عن $أ$ مسافة ١٦٠ سم

٩ حاول أن تحل

٢ أوجد محصلة قوتان متوازيتان ومتضادان في الاتجاه مقدارهما ٧، ١٢ نيوتن تؤثران في أ، ب حيث
 $أ ب = ٢٠$ سم

تفكير ناقد: ماذا تقول عن محصلة قوتين متساويتين و متوازيتين ومتضادين في الاتجاه؟

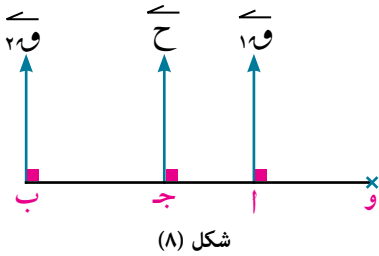
«مجموع عزوم أى عدد محدود من القوى المتوازية المستوية بالنسبة لنقطة يساوى عزم محصلة هذه القوى بالنسبة لنفس النقطة»

البرهان (لا يمتحن فيه الطالب)

نبدأ باثبات هذه النظرية في حالة خاصة عندما تكون المجموعة مكونة من قوتين فقط.

(١) إذا كانت القوتان متحدتي الاتجاه

نعتبر نقطة مثل (و) واقعة في مستوى القوتين ونقيم منها عمودًا مشتركًا على خطى عمل القوتين $١و$ ، $٢و$ فيقطعهما في النقطتين أ، ب على الترتيب ويقطع خط عمل المحصلة في نقطة ج فيكون المجموع الجبرى لعزوم القوى بالنسبة لنقطة و



شكل (٨)

$$= - ١و \times أ - ٢و \times ب = - (١و \times ج - ٢و \times ج) = (٢و - ١و) \times ج$$

(١)

$$= - ١و \times ج + ٢و \times أ - ٢و \times ب = ٢و \times أ - ١و \times ج - ٢و \times ب$$

$$\text{ولكن: } \frac{٢و}{١و} = \frac{ب}{ج} = \text{أى أن } ٢و \times أ = ١و \times ج = ٢و \times ب$$

بالتعويض في (١) $\therefore ج = ١و \times ج - ٢و \times ج = ٢و \times ج$

$$= - (١و + ٢و) \times ج$$

$$= - ج \times ح = \text{عزم المحصلة بالنسبة للنقطة و}$$

(٢) إذا كانت القوتان متضادتين في الاتجاه

بفرض $١و < ٢و$ فيكون المجموع الجبرى لعزوم القوى بالنسبة لنقطة و

$$= ١و \times أ - ٢و \times ب$$

$$= ١و (ج + أ) - ٢و (ج + ب)$$

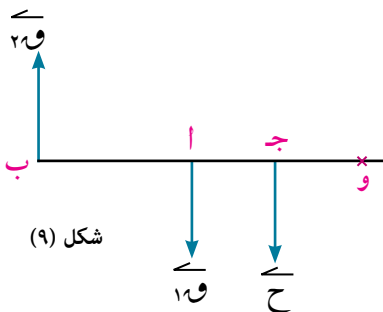
$$= ١و \times ج + ١و \times أ - ٢و \times ج - ٢و \times ب = ١و \times أ - ١و \times ج - ٢و \times ب$$

$$\text{ولكن } \frac{١و}{٢و} = \frac{ج}{أ} = \text{أى أن } ١و \times أ = ٢و \times ج = ١و \times ب$$

$$\therefore ج = ١و \times ج - ٢و \times ج = ٢و \times ج$$

$$= - (١و - ٢و) \times ج$$

$$= ج \times ح = \text{عزم المحصلة بالنسبة للنقطة و}$$



شكل (٩)

(٢)

(٣) أما إذا كانت المجموعة تتكون من أى عدد محدود من القوى (أكثر من قوتين) والتي لاتنعدم محصلتها فيمكن إثبات النظرية بتحصيل أى قوتين من قوى المجموعة على التوالى حتى يتم تحصيل كافة قوى المجموعة إلى قوتين وتطبيق النظرية عليها.

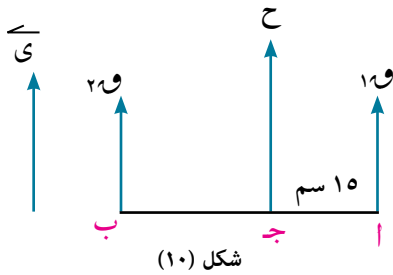
تعيين إحدى قوتين متوازيتين إذا علمت الأخرى والمحصلة

مثال

٣ قوتان متوازيتان مقدارهما ٢٠ ، و نيوتن تؤثران في نقطتين أ ، ب ومقدار محصلتهما ٣٥ نيوتن والبعد بين خطى عمل القوة المعلومة والمحصلة يساوى ١٥ سم. أوجد \vec{w} في كل من الحالتين:

أ القوة المعلومة والمحصلة في نفس الاتجاه. ب القوة المعلومة والمحصلة في عكس الاتجاه.

الحل



أ نفرض \vec{i} متجه وحدة في اتجاه المحصلة

$$\therefore \vec{C} = 35 \vec{i}, \quad \vec{B} = 20 \vec{i}$$

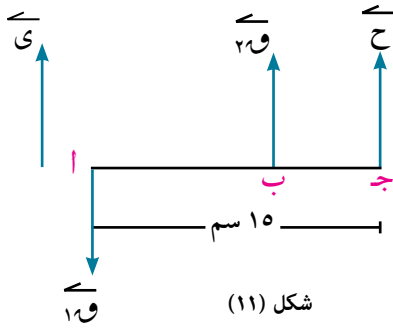
$$\therefore \vec{C} = \vec{B} + \vec{w} \text{ أى أن } 35 \vec{i} = 20 \vec{i} + \vec{w}$$

$$\therefore \vec{w} = 15 \vec{i}$$

أى أن القوة \vec{w} مقدارها ١٥ نيوتن واتجاهها نفس اتجاه القوة المعلومة والمحصلة
: مجموع عزوم القوى بالنسبة لنقطة ج يساوى عزم المحصلة بالنسبة لنقطة ج = صفر

$$\therefore 20 \times 15 - 15 \times 15 = \text{صفر}$$

: ب ج = ٢٠ سم أى أن القوة \vec{w} تؤثر في نقطة ب على بعد ٣٥ سم من أ



ب نفرض \vec{i} متجه وحدة في اتجاه المحصلة

$$\therefore \vec{C} = 35 \vec{i}, \quad \vec{B} = 20 \vec{i}$$

$$\therefore \vec{C} = \vec{B} + \vec{w} \text{ أى أن } 35 \vec{i} = 20 \vec{i} + \vec{w}$$

$$\therefore \vec{w} = 15 \vec{i}$$

أى أن القوة \vec{w} مقدارها ٥٥ نيوتن واتجاهها نفس اتجاه القوة المحصلة
: مجموع عزوم القوى بالنسبة لنقطة ج يساوى عزم المحصلة بالنسبة لنقطة ج = صفر

$$\therefore 20 \times 15 - 55 \times 15 = \text{صفر أى أن ب ج} = \frac{7}{11} \text{ سم}$$

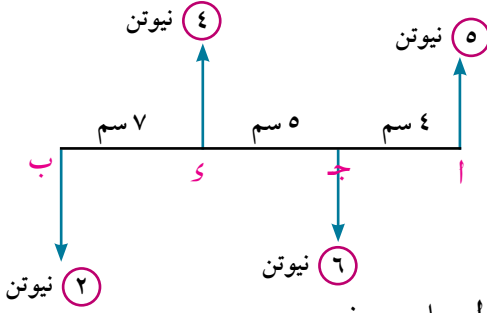
أى أن القوة \vec{w} تؤثر في نقطة ب على بعد $\frac{10}{11}$ سم من أ

٦ حاول أن تحل

٣ قوتان متوازيتان مقدار محصلتهما ٣٥٠ نيوتن ومقدار إحدى القوتين ٥٠٠ نيوتن وتعمل على بعد ٥١ سم من المحصلة. أوجد القوة الثانية والبعد بين خطى عمل القوتين إذا كانت القوة المعلومة والمحصلة تعملان **أولاً:** في اتجاه واحد **ثانياً:** في اتجاهين متضادين

عزوم مجموعة من القوى المتوازية المستوية حول نقطة

مثال



الشكل المقابل يمثل مجموعة من القوى المتوازية العمودية على \overline{AB} أو وجد القياس الجبري لمجموعة عزوم هذه القوى بالنسبة إلى

- أ نقطة أ
ب نقطة ج

الحل

القوة ٥ نيوتن تؤثر في نقطة أ فيكون عزمها بالنسبة لنقطة أ مساوي صفر وبمراعاة اتجاه دوران القوى بالنسبة لنقطة أ (مع أو عكس اتجاه دوران عقارب الساعة) فإن القياس الجبري لمجموع عزوم القوى بالنسبة لنقطة أ

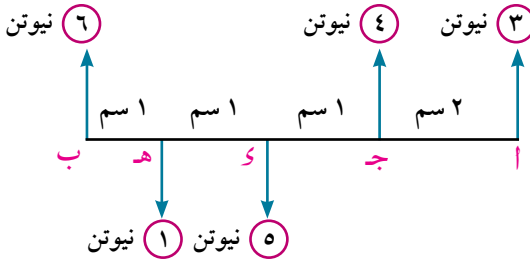
$$= 16 \times 2 + 9 \times 4 - 4 \times 6 = 20 \text{ نيوتن } \cdot \text{سم}$$

القوة ٦ نيوتن تؤثر في نقطة ج فيكون عزمها بالنسبة لنقطة ج مساوي الصفر.

ويكون القياس الجبري لمجموع عزوم القوى بالنسبة لنقطة ج

$$= 12 \times 2 + 5 \times 4 - 4 \times 5 = 24 \text{ نيوتن } \cdot \text{سم}$$

٦ حاول أن تحل



الشكل المقابل يمثل مجموعة من القوى المتوازية العمودية على \overline{AB} أو وجد القياس الجبري لمجموع عزوم هذه القوى بالنسبة إلى

- أ نقطة أ
ب نقطة منتصف \overline{AB}

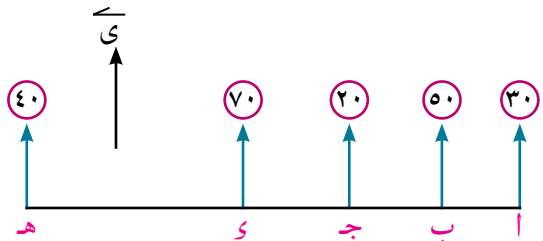
محصلة مجموعة من القوى المتوازية والمستوية

مثال

٥ أ، ب، ج، د، هـ نقط تقع على خط مستقيم واحد بحيث:

أ ب : ب ج : ج د : د هـ = ٢ : ٣ : ٤ : ٧ أثرت خمس قوى متوازية وفي نفس الاتجاه مقاديرها ٣٠، ٥٠، ٢٠، ٧٠، ٤٠ نيوتن في النقط أ، ب، ج، د، هـ على الترتيب. أو جد محصلة هذه القوى

الحل



شكل (١٢)

بفرض أ ب = ٢ سم، ب ج = ٣ سم

ج د = ٤ سم، د هـ = ٧ سم

وبفرض \vec{y} متجه وحدة في اتجاه القوى

$$\vec{C} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5$$

$$= 30\vec{y} + 50\vec{y} + 20\vec{y} + 70\vec{y} + 40\vec{y} = 210\vec{y} \text{ نيوتن}$$

أي أن مقدار المحصلة ٢١٠ نيوتن في نفس اتجاه القوى

ولإيجاد نقطة تأثير المحصلة، نفرض أن المحصلة تؤثر في نقطة و $\exists \overline{أه}$

∴ مجموع عزوم القوى حول أي ساوى عزم المحصلة حول أ

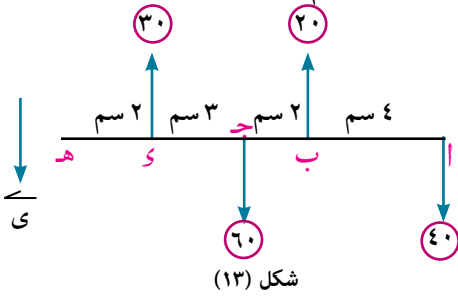
$$\therefore ٥٠ \times ٢ - ٧٠ \times ٩ - ٤٠ \times ١٦ = ٢١٠ \times أ$$

$$\frac{أ}{أه} = \frac{٧}{١٦} = \frac{٧}{١٦} \text{ أي أن المحصلة تؤثر في نقطة (و) التي تقسم } \overline{أه} \text{ من الداخل بنسبة } ٧:١٦ \text{ من جهة أ}$$

٤ حاول أن تحل

٥ إذا كانت ج، د، هـ $\exists \overline{أب}$ بحيث أ ج: د: هـ: ب = ١: ٣: ٥: ٧ أثرت قوى متوازية وفي نفس

الاتجاه ومتساوية في المقدار في النقط أ، ج، د، هـ، ب برهن أن المحصلة تقسم $\overline{أب}$ بنسبة ٣: ٥



مثال محصلة عدة قوى متوازية

٦ في الشكل المقابل (شكل ١٣) أ، ب، ج، د، هـ خمس نقط تقع

على خط مستقيم واحدا أثرت القوتان ٢٠، ٣٠ نيوتن رأسياً لأعلى

عند النقطتين ب، د واثرت القوتان ٤٠، ٦٠ نيوتن رأسياً لأسفل

عند النقطتين أ، ج. أوجد مقدار واتجاه ونقطة تأثير المحصلة.

الحل

بفرض $\vec{ك}$ متجه وحدة لأسفل كما في شكل (١٣)

$$\therefore \vec{ح} = \vec{١٩} + \vec{٢٩} + \vec{٣٩} + \vec{٤٩}$$

$$= ٣٠\vec{ك} - ٦٠\vec{ك} + ٢٠\vec{ك} - ٤٠\vec{ك} = ٥٠\vec{ك}$$

نفرض المحصلة تؤثر في نقطة على القضيب تبعد س سم من أ

∴ مجموع عزوم القوى حول أ = عزم المحصلة حول أ

$$٣٠ \times ٥٠ = ٤ \times ٢٠ - ٦ \times ٦٠ + ٩ \times ٣٠$$

$$\therefore س = ٠,٢$$

أي أن المحصلة تؤثر في نقطة على القضيب وعلى بعد ٠,٢ سم من أ

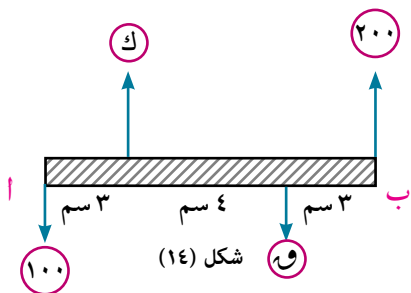
٤ حاول أن تحل

٦ الشكل المقابل يوضح قضيب خفيف $\overline{أب}$. أثرت عليه القوى

المتوازية الموضحة بالشكل فإذا كانت مقدار المحصلة ٣٠٠

نيوتن وتعمل لأعلى وتؤثر في نقطة على القضيب تبعد ٤ متر من أ.

أوجد د، ك



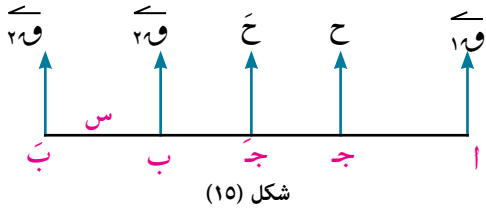
مثال البرهنة النظرية

٧ $\vec{١٩}$ ، $\vec{٢٩}$ قوتان متوازيتان ويعملان في نفس الاتجاه تؤثران في نقطتين أ، ب ومحصلتها $\vec{ح}$ إذا تحركت القوة

$\vec{٢٩}$ موازية لنفسها في اتجاه $\overline{أب}$ مسافة س سم اثبت أن محصلة القوتين تتحرك في اتجاه $\overline{أب}$ مسافة مقدارها

$$\left(\frac{٢٩}{٢٩ + ١٩} \right) س$$

الحل



في الحالة الأولى:

نفرض المحصلة تؤثر في نقطة جـ

∴ عزم المحصلة عند أ = مجموع عزوم القوى عند أ

$$\therefore \text{ح} \times \text{اج} = \text{و} \times \text{اب} \quad (1)$$

في الحالة الثانية:

إذا تحركت القوة $\vec{و}$ موازية لنفسها في اتجاه $\overleftarrow{\text{اب}}$ مسافة س سم.

نفرض المحصلة تؤثر في جـ

∴ عزم المحصلة عند أ = مجموع عزوم القوى عند أ

$$\therefore \text{ح} \times \text{اج} = \text{و} \times \text{اب} \quad (2)$$

ب طرح (١) من (٢)

$$\therefore \text{ح} (\text{اج} - \text{اب}) = \text{و} (\text{اب} - \text{اب})$$

$$\therefore \text{ح} \times \text{جج} = \text{و} \times \text{س}$$

$$\therefore \text{جج} = \frac{\text{و}}{\text{ح}} \times \text{س} = \text{س} \left(\frac{\text{و}}{\text{و} + \text{و}} \right)$$

٤ حاول أن تحل

٧ قوتان متوازيتان وفي نفس الاتجاه مقدارهما $\vec{و}$ و $\vec{٢}$ تؤثران في نقطتين أ، ب إذا تحركت القوة $\vec{٢}$ موازية نفسها في اتجاه $\overleftarrow{\text{اب}}$ مسافة س سم اثبت أن محصلة القوتين تتحرك في نفس الاتجاه مسافة قدرها $\frac{٢}{٣}$ س

مثال

٨ تؤثر القوتان $\vec{و} = ١٢$ و $\vec{٢} = ٣$ و $\vec{٣} = ٤$ و $\vec{٤} = ٦$ في النقطتين أ(٣، ١)، ب(٩، ٤) على الترتيب. أوجد محصلة القوتين ونقطة تأثيرها.

الحل

$$\vec{ح} = \vec{و} + \vec{٢} = ١٢ + ٩ = ٢١$$

نلاحظ أن $\vec{و} = ١٢$ و $\vec{٢} = ٣$ أي أن القوتين متوازيتان وفي نفس الاتجاه

نفرض المحصلة تؤثر في نقطة جـ $\exists \text{اب} \overline{\text{جـب}} = \frac{٢}{١}$

$$\text{ومن قانون نقطة التقسيم جـ} = \left(\frac{١٢ \times ٢ + ٣ \times ٩}{١٢ + ٣}, \frac{١٢ \times ٤ + ٣ \times ١}{١٢ + ٣} \right) = (٧, ٣)$$

$$\therefore \text{جـ} = \left(\frac{٣ \times ١ + ٩ \times ٢}{١ + ٢}, \frac{١ \times ٤ + ٣ \times ١}{١ + ٢} \right) = (٧, ٣)$$

٤ حاول أن تحل

٨ تؤثر القوتان $\vec{و} = ١٢$ و $\vec{٢} = ٣$ و $\vec{٣} = ٩$ و $\vec{٤} = ٣$ في النقطتين أ(٠، ١)، ب(٢، ١) على الترتيب. أوجد محصلة القوتين ونقطة تأثيرها.

تمارين ٣ - ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

- ١ قوتان متوازيتان ومتضادتين في الاتجاه مقدارهما ٧، ١٢ نيوتن فإن مقدار محصلتهما يساوي:
 أ ١٩ نيوتن ب ١٢ نيوتن ج ٧ نيوتن د ٥ نيوتن
- ٢ قوتان متوازيتان ومتحدتا الاتجاه مقدارهما ٧، ١٠ نيوتن تؤثران في النقطتين أ، ب حيث $AB = ٥١$ سم. فإذا كانت محصلتهما تؤثر في نقطة ج فإن $AB =$
 أ ٣٠ سم ب ٢٧ سم ج ٢١ سم د ١٢ سم
- ٣ قوتان متوازيتان ومتحدتا في الاتجاه مقدارهما ٥، ٧ نيوتن فإن مقدار محصلتهما تساوي
 أ ١٢ ب ٦ ج ٢ د ١

اجب عن الأسئلة الآتية:

في التمارين ٤ - ٦ قوتان \vec{a} ، \vec{b} متوازيتان وتؤثران في النقطتين أ، ب فإذا كانت محصلتهما \vec{c} تؤثر في نقطة ج $\Rightarrow AB$

٤ أوجد مقدار واتجاه المحصلة وطول \vec{c} في كل مما يأتي (القوتان في نفس الاتجاه)

- أ $a = ٩$ نيوتن، $b = ١٧$ نيوتن، $c = ١٣$ سم
 ب $a = ٢٣$ نيوتن، $b = ١٥$ نيوتن، $c = ٥٧$ سم
 ج $a = ١٦$ نيوتن، $b = ١٠$ نيوتن، $c = ٣٠$ سم

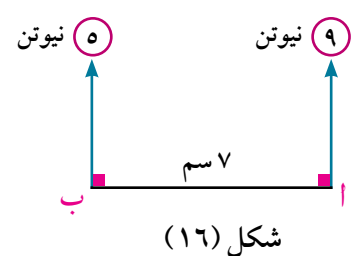
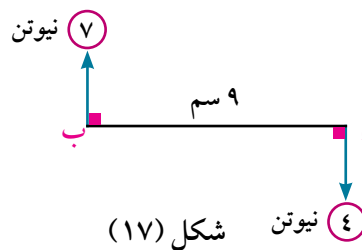
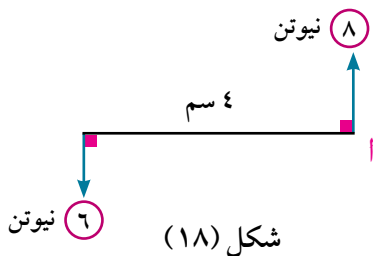
٥ إذا كانت \vec{a} ، \vec{b} في نفس الاتجاه اجب عما يأتي:

- أ $a = ٨$ نيوتن، $c = ١٣$ نيوتن، $AB = ١٠$ سم أوجد b ، c
 ب $a = ٦$ نيوتن، $AB = ٥٦$ سم أوجد b ، c
 ج $a = ٦$ نيوتن، $AB = ٩$ سم، $c = ٨$ سم أوجد b ، c

٦ إذا كانت \vec{a} ، \vec{b} متضادان في الاتجاه اجب عما يأتي:

- أ $a = ١٥$ نيوتن، $c = ٢٠$ نيوتن، $AB = ٧٠$ سم أوجد b ، c
 ب $a = ٦$ نيوتن، $AB = ٢٤$ سم، $c = ٥٦$ سم أوجد b ، c
 ج $a = ٦$ نيوتن، $AB = ٩$ سم، $c = ٨$ سم أوجد b ، c

٧ في كل مما يأتي أوجد مقدار واتجاه المحصلة وبعُد نقطة تأثيرها عن نقطة أ



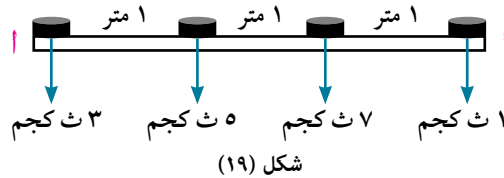
٨ قوتان متوازيتان ومتضادان في الاتجاه مقدارهما ٤، ٩ نيوتن تؤثران في نقطتين أ، ب حيث $أب = ١٥$ سم. أوجد محصلتهما.

٩ إذا كانت محصلة القوتان المتوازيتان ٧ \vec{C} ، ٥ \vec{C} نيوتن تؤثر في نقطة تبعد $\frac{٢}{٣}$ متر عن خط عمل القوة الصغرى. أوجد المسافة بين خطي عمل القوتين

١٠ قوتان متوازيتان صغراهما ٣٠ نيوتن وتؤثر في الطرف أ من قضيب خفيف $\overline{أب}$ والكبرى تؤثر في الطرف ب فإذا كان مقدار محصلتهما ١٠ نيوتن ويبعد خط عملها عن الطرف ب بمقدار ٩٠ سم، فما طول القضيب؟

١١ أ، ب، ج، د، هـ نقط تقع على خط مستقيم واحد بحيث $أب = ٤$ سم، $بج = ٦$ سم، $جـد = ٨$ سم، $دـه = ١٠$ سم. اثرت خمس قوى مقاديرها ٦٠، ٣٠، ٥٠، ٨٠، ٤٠ ث كجم في النقط أ، ج، د، هـ، ب على الترتيب وفي اتجاه عمودي على $\overrightarrow{أهـ}$ بحيث كانت القوى الثلاث الأولى متحدة الاتجاه، والقوتان الاخرتان في الاتجاه المضاد. عين محصلة المجموعة

١٢ في شكل (١٩) وضعت أربعة اثقال مقدارها ١، ٧، ٥، ٣ ث كجم على قضيب خفيف كما بالشكل. عين نقطة تعليق على القضيب بحيث يظل القضيب أفقيًا.



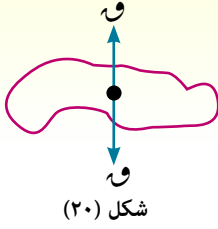
١٣ قوتان متوازيتان ومتحدتا الاتجاه مقاديرها ٥، ٨ نيوتن تؤثران في نقطتين أ، ب حيث $أب = ٣٩$ سم. إذا اضيف للقوة الأولى قوة أخرى مقدارها ٧ في نفس الاتجاه فإن المحصلة تتحرك ٨ وحدات. أوجد ٧

١٤ أ، ب، ج ثلاث نقط تقع على مستقيم أفقى حيث $أب = ١$ متر، $أج = ٣$ متر $ب \in \overline{أج}$. اثرت القوى التي مقاديرها ٢، $\frac{١}{٣}$ نيوتن رأسياً لاسفل في النقطتين أ، ج على الترتيب كما اثرت قوة مقدارها ٤ نيوتن في نقطة ب رأسياً لأعلى. أوجد مقدار واتجاه المحصلة وبعد نقطة تأثيرها عن نقطة أ

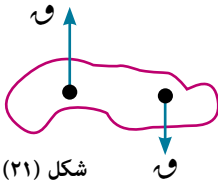
اتزان مجموعة من القوى المتوازية المستوية

Equilibrium of a system of coplanar parallel forces

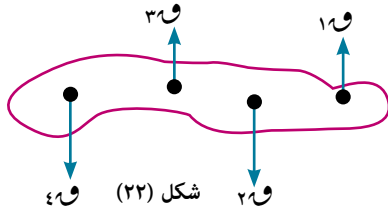
فكر و ناقش



إذا أثر على الجسم قوتان متساويتان في المقدار ومتضادان في الاتجاه وعلى نفس خط العمل . هل يتزن الجسم؟



إذا أثر على الجسم قوتان متساويتان في المقدار ومتضادان في الاتجاه وليسا على نفس خط العمل. هل يتزن الجسم؟



إذا أثر على الجسم عدة قوى متوازية ومستوية بحيث تنعدم محصلة هذه القوى. هل يتزن الجسم؟

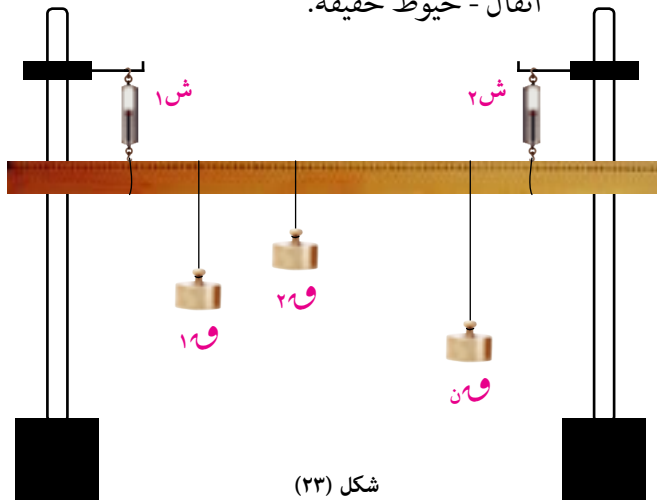
نشاط

اتزان مجموعة من القوى المتوازية المستوية

الهدف من النشاط: التحقق من أنه إذا أُنزِنَ جسم متماسك تحت تأثير مجموعة من القوى المتوازية المستوية، عددها أكثر من ثلاث، فإن:

- مجموع القياسات الجبرية لهذه القوى يساوى صفرًا.
- مجموع القياسات الجبرية لعزوم هذه القوى حول أي نقطة في مستويها يساوى صفرًا.

الأدوات المستخدمة: مسطرة خفيفة مدرجة - حاملًا كابستان - ميزانان زنبركيان - أثقال - خيوط خفيفة.



سوف تتعلم

اتزان جسم تحت تأثير مجموعة من القوى المتوازية.

المصطلحات الأساسية

Reaction	رد فعل
Weight	وزن
Parallel	متوازيان
Support	حامل (وتد)
Beam	سقالة
Tension	شد
Pulley	بكرة
Rotate	دوران

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية.
معمل ميكانيكا

تنفيذ النشاط :

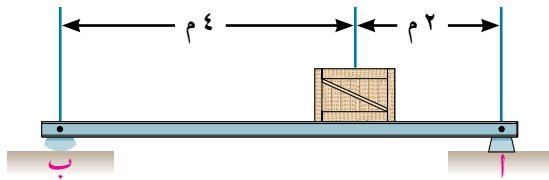
- ١ علق الميزانين الزنبركيين فى حاملى كابستان ثم علق فيهما المسطرة بواسطة خيطين واضبط الجهاز بحيث يصبح الميزانان والخيطان رأسيين كما فى شكل (٢٣).
- ٢ علق عددًا من الأثقال المناسبة فى المسطرة بواسطة خيوط وعدل فى مواضع هذه الأثقال وفى مقاديرها حتى تنزن المسطرة فى وضع أفقى. ولتكن مقادير الأثقال ١٩ ، ٢٩ ، ٣٩ ،...، ١٩٩ من (هذه القوى موجهة رأسيًا إلى أسفل)
- ٣ عين قراءة كل من الميزانين لتعيين قوتى الشد ، وليكن ش ١ ، ش ٢ معيارى الشدين (هاتان القوتان موجعتان رأسيًا إلى أعلى) نجد أن:
$$ش١ + ش٢ = ١٩ + ٢٩ + ٣٩ + \dots + ١٩٩$$
- ٤ عين أبعاد الأثقال عن نقطة من نقط المسطرة (تؤخذ عادة نقطة منتصفها)
- ٥ عين المجموع الجبرى لعزوم كافة القوى : ولتكن مقادير الأثقال ١٩ ، ٢٩ ،...، ١٩٩ ، ش ١ ، ش ٢ المؤثرة على المسطرة حول النقطة المختارة فنجد أنه يساوى صفرًا.
- ٦ كرر التجربة عدة مرات مع تغيير الأثقال ونقط تعليقها فنحصل فى كل حالة على النتيجة التالية :
إذا اتزن جسم تحت تأثير مجموعة من القوى المتوازية المستوية فإن :
١ - مجموعة القياسات الجبرية لهذه القوى = صفرًا .
٢ - مجموع القياسات الجبرية لعزوم هذه القوى حول أى نقطة فى مستويها = صفرًا أستنادًا إلى النشاط السابق يمكن صياغة القاعدة التالية :

قاعدة

- إذا اتزن جسم متماسك تحت تأثير مجموعة من القوى المتوازية المستوية فإن :
- ١ - مجموع القياسات الجبرية لهذه القوى (بالنسبة لمتجه وحدة يوازيها) يساوى صفرًا .
(المحصلة = صفر) .
 - ٢ - مجموع القياسات الجبرية لعزوم هذه القوى حول أى نقطة فى مستويها يساوى صفرًا .

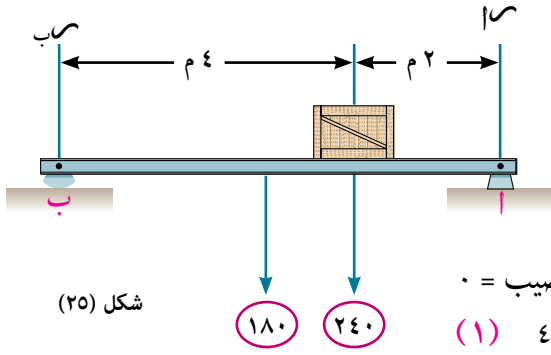
اتزان جسم تحت تأثير مجموعة من القوى المتوازية المستوية

مثال



- ١ الشكل المقابل يوضح لوح خشبى كتلته ٣٠ كجم لكل متر من طوله يرتكز فى وضع أفقى على حاملين أ ، ب ويحمل صندوق كتلته ٢٤٠ كجم. أوجد الضغط الواقع على كل حامل.

الحل



حيث أن اللوح منتظم فإن وزنه يؤثر في نقطة منتصفه

$$\text{كتلة اللوح} = 6 \times 30 = 180 \text{ كجم}$$

$$\therefore \text{وزن اللوح} = 180 \text{ ث كجم}$$

رد الفعل عند كل حامل يساوي الضغط عليه

مجموع القياسات الجبرية للقوى في الاتجاه العمودي على القضيب = ٠

$$\therefore 180 + 240 = \text{س ب} + 180 \quad (1) \quad 420 = \text{س ب} + 180$$

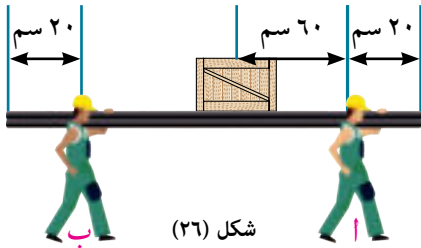
مجموع القياسات الجبرية لعزوم القوى حول نقطة ب = صفر

$$- 3 \times 180 - 6 \times 180 + 2 \times 240 = 0 \quad \therefore 250 = 180 + 3 \times 180 - 2 \times 240$$

$$\therefore \text{بالتعويض في (1) تكون س ب} = 170 \text{ ث كجم}$$

تفكير ناقد: ماذا يحدث لرد الفعل عند كل من أ، ب كلما اقترب الصندوق من نقطة أ

٦ حاول أن تحل



١ رجلان أ، ب يحملان لوح من الخشب طوله ٢ متر ووزنه

١٦ ث كجم يؤثر عند منتصفه يحمل صندوقا وزنه ٢٤ ث كجم كما

هو موضحاً في شكل (٢٦) أوجد الضغط على كتف كل رجل ثم

عين على أى نقطة من اللوح يكون موضع كتف الرجل ب حتى

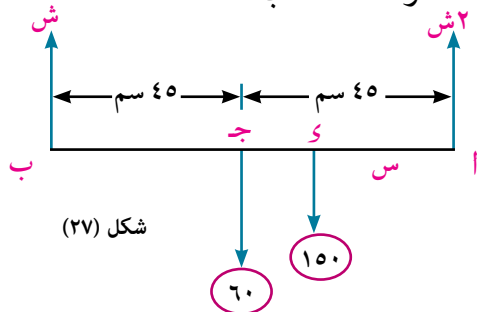
يتساوى الضغطين.

مثال

اتزان مجموعة من القوى المتوازنة المستوية

٢ أ ب قضيب منتظم طوله ٩٠ سم ووزنه ٦٠ نيوتن معلق في وضع أفقى بخرطين رأسيين من طرفيه أ، ب اين

يعلق ثقل مقداره ١٥٠ نيوتن حتى يكون مقدار الشد عند أ ضعف مقداره الشد عند ب.



الحل

نفرض أن الثقل ١٥٠ نيوتن معلق من نقطة تبعد عن أ مسافة

س سم وأن الشد عند ب = ش، الشد عند أ = ٢ ش

∴ مجموع القياسات الجبرية للقوى = صفر

$$\therefore 2 \text{ ش} + \text{ش} - 150 - 60 = 0 \quad \therefore 3 \text{ ش} = 210 \quad \therefore \text{ش} = 70 \text{ نيوتن}$$

∴ مجموع القياسات الجبرية لعزوم القوى حول أ يساوى صفر ∴ $90 \times \text{ش} - 45 \times 60 + 150 \times \text{س} = 0$

صفر

$$\therefore 90 \times 70 - 45 \times 60 + 150 \times \text{س} = 0 \quad \therefore 6300 - 2700 + 150 \text{ س} = 0 \quad \therefore 3600 = 150 \text{ س} \quad \therefore \text{س} = 24 \text{ سم}$$

وبالتعويض عن ش = ٧٠

٦ حاول أن تحل

٢ أ ب لوح خشبي منتظم كتلته ١٠ كجم وطوله ٤ متر يرتكز في وضع أفقى على حاملين أحدهما عند أ والآخر

عند نقطة تبعد ١ متر عن ب. بين على أى بُعد يقف على اللوح طفل وزنه ٥٠ ث كجم لكي يتساوى رد الفعل

على الحاملين.

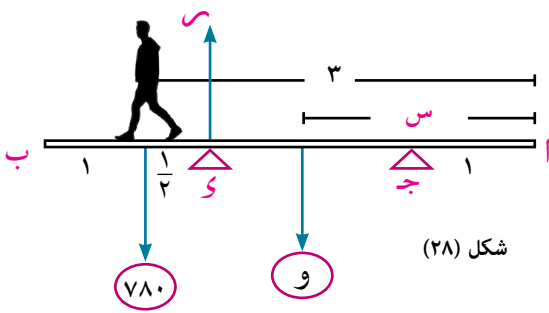
مثال

٣) \overline{AB} لوح خشبي غير منتظم طوله ٤ متر يرتكز في وضع أفقي على حاملين عند ج، و بحيث $AB = ١$ متر، $B = ١ \frac{1}{4}$ متر. فإذا كانت أقصى مسافة يستطيع أن يتحركها رجل وزنه ٧٨٠ نيوتن على اللوح من أ إلى ب دون أن يختل توازن اللوح هي ٣ متر وأقصى مسافة يستطيع أن يتحركها نفس الرجل من ب إلى أ هي $١ \frac{1}{4}$ متر. عين وزن اللوح ونقطة تأثيره.

الحل

نفرض وزن اللوح يساوي (و) نيوتن ويؤثر في نقطة تبعد عن الطرف أ مسافة س متر.

الحالة الأولى:



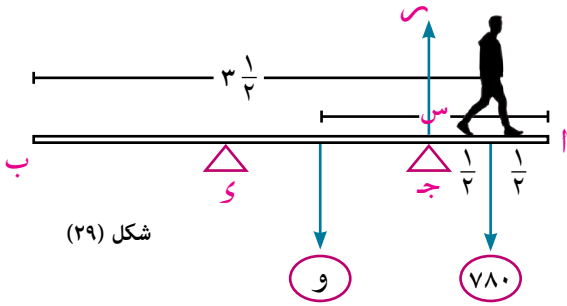
عندما يقطع الرجل أقصى مسافة ٣ متر من أ إلى ب يصبح اللوح على وشك الدوران حول س. أي أن رد فعل الحامل عند ج ينعدم.

∴ مجموع عزوم القوى حول س = صفر

$$٧٨٠ \times \frac{1}{4} - (س - ٢ \frac{1}{4}) = ٠$$

$$\therefore (س - ٢ \frac{1}{4}) = ٣٩٠ \quad (١)$$

الحالة الثانية:



عندما يقطع الرجل أقصى مسافة $١ \frac{1}{4}$ متر من ب إلى أ يصبح اللوح على وشك الدوران حول ج. أي أن رد فعل الحامل عند س = صفر

∴ مجموع عزوم القوى حول ج = صفر

$$\therefore (س - ١) - \frac{1}{4} \times ٧٨٠ = ٠$$

$$\therefore (س - ١) = ٣٩٠ \quad (٢)$$

من (١)، (٢)

$$\therefore س - ٢ \frac{1}{4} = ١ - ٣٩٠ = ١,٧٥ \text{ متر}$$

وبالتعويض في (٢) نجد أن $و = ٥٢٠$ نيوتن

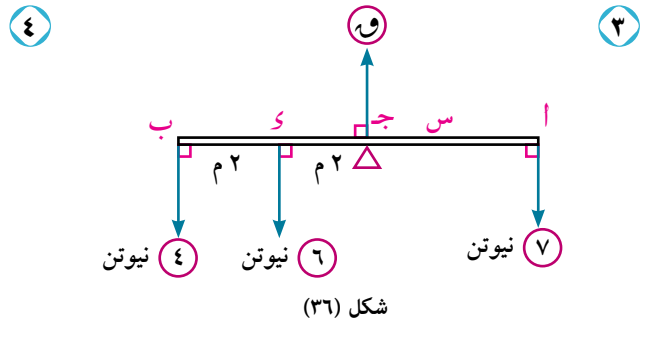
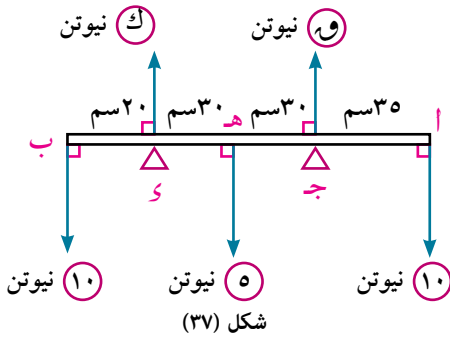
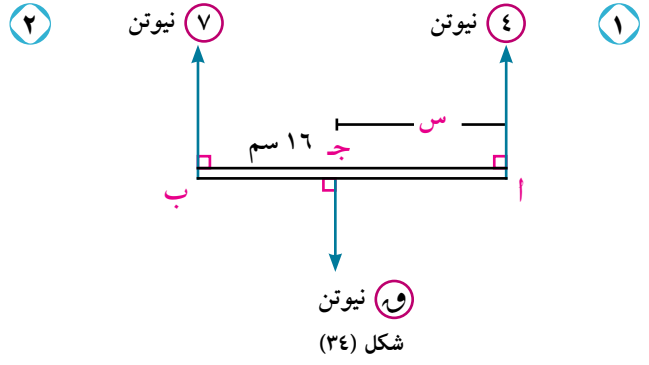
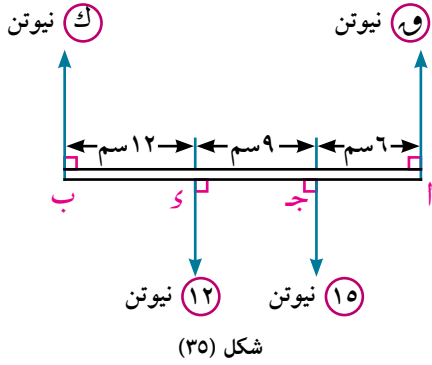
أي أن وزن اللوح يساوي ٥٢٠ نيوتن ويؤثر في نقطة تبعد عن الطرف أ مسافة ١,٧٥ متر.

٤ حاول أن تحل

٣) يرتكز قضيب \overline{AB} طوله ٩٠ سم ووزنه ٥٠ نيوتن ويؤثر في نقطة منتصفه في وضع أفقي على حاملين، أحدهما عند الطرف أ والآخر عند نقطة ج تبعد ٣٠ سم عن ب ويحمل ثقلاً مقداره ٢٠ نيوتن عند نقطة تبعد ١٥ سم عن ب عين قيمة الضغط على كل حامل. وأوجد أيضاً مقدار الثقل الذي يجب تعليقه من الطرف ب بحيث يصبح القضيب على وشك الدوران وماهي قيمة الضغط على ج عندئذ.

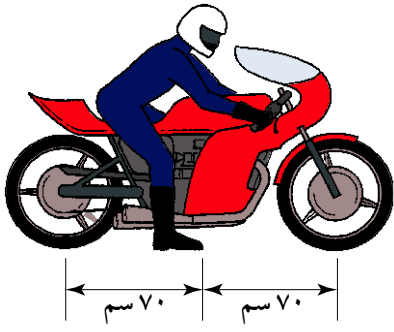
تمارين ٣ - ٢

فى كل من الأشكال الآتية . قضيب خفيف متزن أفقيًا أوجد معيار كل من القوى ق، ك، البعد س



أجب عما يأتى :

- ⑤ قضيب منتظم طوله ٢ متر وكتلته ٧٥ كجم يرتكز فى وضع أفقى على حاملين عند طرفيه. علق ثقل مقداره ١٥ ث كجم من نقطة على القضيب على بعد ٥٠ سم من احد طرفيه. أوجد رد الفعل عند كل حامل.
- ⑥ قضيب منتظم طوله ٣ متر وكتلته ٤ كجم ويحمل جسمين كتلتاهما ٥ كجم، ١,٥ كجم عند طرفيه. أوجد موضع نقطة تعليق على القضيب لكى يتزن القضيب فى وضع أفقى.
- ⑦ أ ب قضيب غير منتظم طوله ١٢٠ سم، إذا ثبت عند طرفه ب ثقل قدره ١ نيوتن وعلق من أ ثقل قدره ١٦ نيوتن فإن القضيب يتزن فى هذه الحالة عند نقطة تبعد ٣٠ سم من أ، وإذا أنقص الثقل الموجود عند أ وصار ٨ نيوتن فإن القضيب يتزن عند نقطة تبعد ٤٠ سم من أ. أوجد وزن القضيب وبعد نقطة تأثير وزنه عن أ.



شكل (٣٨)

- ٨ في شكل (٣٨) يوضح دراجة نارية كتلتها ٢٠٠ كجم ووزنها يؤثر في الخط الرأسى المار بمنتصف المسافة بين العجلتين وكانت كتلة راكب الدراجة ٨٤ كجم ووزنه يؤثر في الخط الرأسى الذى يبعد ١ متر خلف العجلة الأمامية أوجد رد فعل الأرض على كل من العجلتين فى كل من الحالات الآتية :
- أ الدراجة بدون الراكب
ب الدراجة مع وجود الراكب.

- ٩ يرتكز قضيب \overline{AB} طوله ٦٠ سم ووزنه ٤٠٠ ث جم يؤثر عند نقطة منتصفه على وتد يبعد ٢٠ سم من A حفظ القضيب أفقياً فى حالة إتران بواسطة خيط خفيف رأسى يتصل بطرفه B أوجد :
- أ مقدار كل من الشد فى الخيط ورد فعل التود.
ب مقدار الثقل الذى يلزم تعليقه من A ليجعل الشد فى الخيط على وشك أن ينعدم.

- ١٠ قضيب منتظم AB طوله ٦٠ سم ووزنه ١٠٠ ث. جم ويؤثر عند منتصفه معلق فى وضع أفقى بواسطة خيطين رأسيين أحدهما مربوط فى نقطة A والآخر مربوط فى نقطة B حيث $AB = 12$ ث. جم فى نقطة C حيث $AC = 25$ سم. فإذا كان أقصى شد يتحملة كل خيط هو ١٥ ث. جم، فأوجد القيم التى تقع بينها s ، وأوجد أيضاً أكبر وأقل قيمة للشد فى كل من الخيطين.

- ١١ AB قضيب غير منتظم طوله ١٢٠ سم، إذا ثبت عند طرفه B ثقل قدره ١ نيوتن وعلق من A ثقل قدره ١ نيوتن وعلق من A ثقل قدره ١٦ نيوتن فإن القضيب يتزن فى هذه الحالة عند نقطة تبعد ٣٠ سم من A ، وإذا أنقص الثقل الموجود عند A وصار ٨ نيوتن فإن القضيب يتزن عند نقطة تبعد ٤٠ سم من A أوجد وزنا القضيب وبعد نقطة تأثير وزنه عن A .

- ١٢ يحمل رجلان A ، B جسماً كتلته ٩٠ كجم معلق من قضيب معدنى متين وخفيف، فإذا كانت المسافة بين الرجلين ٦٠ سم وكانت نقطة تعليق الجسم تبعد ٢٠ سم من A ، فما مقدار ما يتحملة كل رجل من هذا الثقل؟ وإذا كان الرجل B لا يمكنه أن يحمل أكثر من ٥٠ ثقل كجم، فعين أكبر مسافة من A يمكن تعليق الثقل عندها حتى يتمكن الرجل B من الاستمرار فى حمل القضيب.

- ١٣ تؤثر القوى المستوية المتزنة والمتوازية \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ، \vec{F}_3 ، \vec{F}_4 فى النقط $A = (2, -1)$ ، $B = (-4, 3)$ ، $C = (3, 5)$ ، $D = (-1, 0)$ على الترتيب، فإذا كانت $\vec{F}_1 = 3\vec{s} + 4\vec{v}$ ، $\vec{F}_2 = 2\vec{v}$ ، $\vec{F}_3 = 20$ نيوتن فى نفس اتجاه \vec{v} . أوجد كلا من \vec{F}_4 ، \vec{F}_3 ، \vec{F}_2 إذا كانتا تعملان فى اتجاه مضاد لاتجاه \vec{v} .

تعاريف عامة

أكمل :

- ١ قوتان متوازيتان وفي اتجاهين متضادين مقدارهما ١٠، ١٥ نيوتن تؤثران في أ، ب على الترتيب حيث أ ب = ٣٥ سم فإن المحصلة تؤثر في نقطة ج حيث أ ج =
- ٢ مجموع عزوم عدة قوى متوازية ومستوية حول نقطة يساوى
- ٣ قوتان متوازيتان وفي نفس الاتجاه مقدارهما ق، ٢ق وتؤثران في النقطتين أ، ب بالترتيب حيث أ ب = ٣٩ سم فإن المحصلة تؤثر في نقطة ج حيث أ ج =

أجب عما يأتي :

- ٤ قوتان متوازيتان مقدار محصلتهما ٢٥٠ نيوتن ومقدار احدي القوتين ١٥٠ نيوتن وتعمل علي بعد ٤٠ سم من المحصلة. أوجد مقدار القوة الثانية والبعد بين خطي عمل القوتين إذا كانت القوة المعلومة والمحصلة تعملان: **أولاً:** في اتجاه واحد. **ثانياً:** في اتجاهين متضادين.
- ٥ أ، ب، ج، د اربع نقط تقع على خط مستقيم واحد حيث أ ب = ٣٢ سم، ب ج = ٤٠ سم، ج د = ٨ سم اثرت القوتان المتوازيتان ٨، ١٠ نيوتن في أ، ج على الترتيب واثرت القوتان ٧، ٣ نيوتن في ب، د في اتجاه مضاد للقوتين عند أ، ج. عين محصلة هذه المجموعة وبعد نقطة تأثيرها عن أ.
- ٦ وضعت الأوزان ٢، ٣، ٤، ٥ ث كجم على قضيب خفيف بحيث تبعد عن احدي طرفيه ٢، ٣، ٤، ٥ سم على الترتيب. أوجد بعد نقطة تعليق القضيب عن هذا الطرف بحيث يتزن القضيب أفقياً.
- ٧ أ ب قضيب منتظم طوله ١٠٠ سم ووزنه ١٠ نيوتن يؤثر في منتصفه يرتكز أفقياً على حاملين أحدهما عند أ والآخر عند نقطة على بعد ٢٥ سم من ب اوجد الثقل الذي يجب تعليقه من الطرف ب من القضيب ليكون قيمة رد الفعل الحامل القريب من الطرف ب مساوياً ستة امثال قيمة رد فعل الحامل عند أ. ثم أوجد رد فعل كل حامل في هذه الحالة.
- ٨ أ ب قضيب غير منتظم طوله ٨٠ سم ووزنه ٢٠ ث كجم، يرتكز في وضع أفقى على حاملين عند ج، د حيث أ ج = ب د = ١٠ سم. علق من أ ثقل قدره ٤٠ ث كجم فأصبح القضيب على وشك الدوران حول ج. أوجد بعد نقطة تأثير وزن القضيب عن أ ثم أوجد أكبر ثقل يمكن تعليقه من ب دون أن يختل التوازن مع رفع الثقل المعلق من أ.
- ٩ أ ب ج د قضيب غير منتظم يرتكز في وضع أفقى على حاملين املسين عند ب، ج بحيث أ ب = ٦ سم، ج د = ٧ سم ونقطة تأثير وزن القضيب تقسمه بنسبة ٣:٢ من جهة الطرف أ. وجد انه لو علق من الطرف أ ثقل قدره ١٢٠ ث جم او من الطرف د ثقل قدره ١٨٠ ث جم كان القضيب على وشك الدوران، اوجد وزن القضيب والبعد بين الحاملين.
- ١٠ أ ب قضيب منتظم طوله ١٢٠ سم ووزنه ٦٠ نيوتن يؤثر عند نقطة منتصفه، يرتكز القضيب في وضع أفقى على حامل عند طرفه ب، ويحفظ في حالة توازن بواسطة خيط رأسى مثبت من نقطة ويحمل ثقلاً مقداره ٢٠ نيوتن عند نقطة تبعد ٢٠ سم من أ. عين قيمة كل من الشد في الخيط والضغط على الحامل، وما هو مقدار الثقل الذي يجب تعليقه في الطرف أ حتى يصبح القضيب على وشك الانفصال عن الحامل، وما هي قيمة الشد في الخيط عندئذ.

الاتزان العام

General Equilibrium



الوحدة

٤

مقدمة الوحدة

الاتزان هو أحد فروع علم الميكانيكا؛ حيث يتناول دراسة الشروط التي يجب أن تحققها مجموعة ما من القوى ، بحيث إذا أثرت هذه القوى في نقطة مادية أو في جسم جاسئ بقيت تلك النقطة أو الجسم في حالة سكون .

ولقد اهتم الإنسان منذ القدم بموضوع الاتزان قبل غيره من فروع علم الميكانيكا الأخرى، فطلائع تطبيقات هذا العلم ترجع إلى آلاف السنين قبل الميلاد، حين استفاد البابليون والمصريون القدماء من مبادئ الاتزان وقوانين الآلات البسيطة في رفع الأثقال إلى علو شاهق في أثناء تشييد المعابد والأهرامات ، بيد أن حسب ما هو متوافر من معلومات يوضح أن بدايات ما حُطَّ في هذا الموضوع كان من قبل أرشميدس في القرن الرابع قبل الميلاد.

وقد تم صياغة هذا العلم بشكله الحالي في القرن السابع عشر الميلادي، حين تكاملت الصياغة النظرية لعلم الميكانيكا في عهد نيوتن . وقد حظي علم الميكانيكا - ولاسيما بحوث التوازن - بالاهتمام الكبير في ظل الحضارة العربية الإسلامية ، فلقد تم نقل بعض الكتب اليونانية في الميكانيكا إلى العربية، ومن هذه الكتب كتاب «الفيزياء Physics» وبعد دراسة المؤلفات المنقولة دراسة دقيقة ، تم إدخال تعديلات على بعضها، وتوسيع بعضها الآخر، وإجراء إضافات أساسية أسهمت في تطوير هذا العلم. وممن نبغ في هذا العلم ابن الهيثم وأبو سهل القوهي، والبيروني وابن سينا والخيام وغيرهم ، وقد ألفوا كتباً في مراكز الأثقال ، وفي البكرات وفي توازن المواضع. وسوف نتعرف في هذه الوحدة على شروط اتزان مجموعة من القوى مع حل بعض التطبيقات الحياتية التي تتطلب ذلك .

أهداف الوحدة

- ✚ بعد دراسة هذه الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:
 - ✚ يحدد الشروط العامة للاتزان في المستوى .
 - ✚ يحدد الشروط العامة للاتزان لجسم تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية .
- ✚ يحل تطبيقات متنوعة على اتزان سُلم أو قضيب على أرض أفقية خشنة وحائط رأسي أملس .
- ✚ يحل تطبيقات حياتية على اتزان سُلم أو قضيب على أرض أفقية خشنة وحائط رأسي خشن .

المصطلحات الأساسية

Horizontal Component	مركبة أفقية	Friction	الاحتكاك
Vertical Component	مركبة رأسية	General Equilibrium	الاتزان العام
Equilibrium of original body	اتزان جسم جاسئ	Vertical Reaction	رد فعل عمودي
triangle of force	مثلث قوى	Resultant	المحصلة
			مركبة جبرية

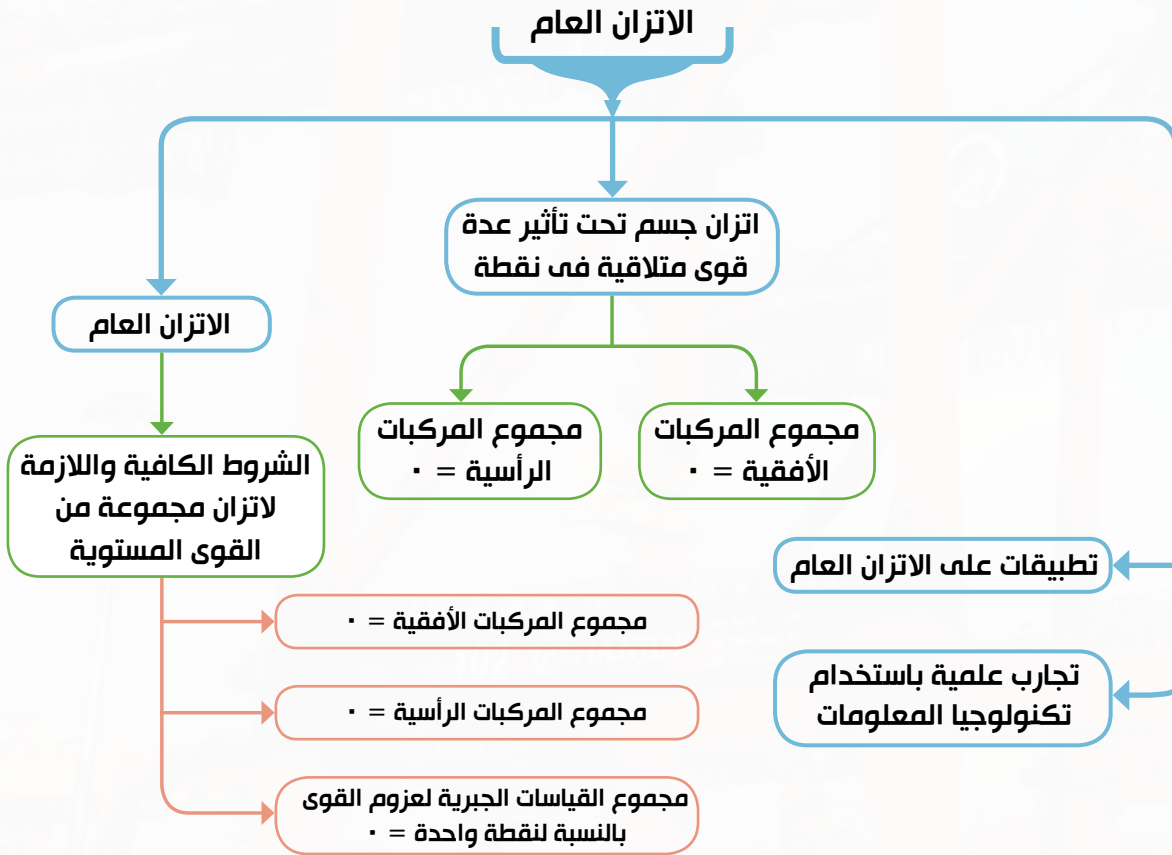
الأدوات والوسائل

آلة حاسبة علمية .

دروس الوحدة

(٤-١): الاتزان العام.

مخطط تنظيى للوحدة



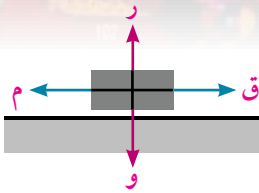
اتزان جسم جاسئ

الوحدة الرابعة

٤ - ١

Equilibrium of original body

سبق أن علمت إنه إذا أثرت قوتان، أو أكثر متلاقيتان في نقطة في جسم جاسئ ولم يتغير وضعه، قيل أن هذا الجسم متزن.



وقد سبق لك أن درست اتزان جسم جاسئ تحت تأثير قوتين ثم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية، وتعرفت على قاعدة مثلث القوى وقاعدة لامي، ثم درست اتزان جسم جاسئ تحت تأثير عدة قوى مستوية متلاقية في نقطة. يوضح الشكل المقابل مثالاً للاتزان في بعدين،

فلكى يكون الجسم ساكنًا تحت تأثير القوى الأربع الموضحة بالشكل يجب أن يكون مجموع كل من المركبات الأفقية والرأسية للقوى مساويًا للصفر. وبتطبيق شرط الاتزان وهو أن مجموع كل من المركبات الأفقية والرأسية للقوى تساوى صفر $\Sigma F_x = 0$ ، $\Sigma F_y = 0$ باعتبار أن الاتجاه الموجب إلى اليمين وإلى الأعلى.

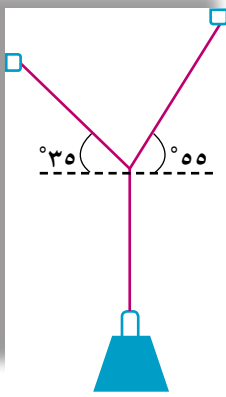
سوف تتعلم

- انعدام عزم مجموعة القوى بالنسبة لأي نقطة
- الشروط الكافية واللازمة لاتزان مجموعة من القوى المستوية.

فكر و ناقش

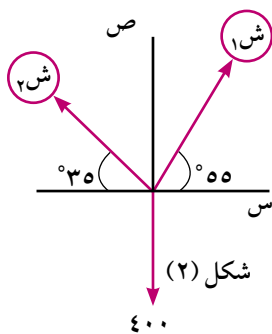


في الشكل المقابل: كيف يمكنك إيجاد مقدار قوى الشد المؤثرة على هذا الجسم؟ وزن الجسم يؤثر في الاتجاه الرأسى إلى أسفل ومقداره ٤٠٠ نيوتن، وطبقًا لتعريف الشد يجب أن يكون اتجاهها القوتين الأخرين على استقامة الحبلين، بحيث تكونا مبتعدتين عن الجسم، وبفرض أن الشد في الحبلين ش_١، ش_٢ نرسم المخطط البياني كما في شكل (٢).



٤٠٠ نيوتن

شكل (١)



شكل (٢)

٤٠٠

كيف يمكنك كتابة مركبات ش_١، ش_٢؟ نحلل كلاً من ش_١، ش_٢ إلى مركبتين في اتجاهين متعامدين، ثم نكتب معادلات الاتزان.

$$\text{ش}_1 \text{ جتا } 55^\circ = \text{ش}_2 \text{ جتا } 35^\circ$$

$$0.57 \cdot \text{ش}_1 = 0.82 \cdot \text{ش}_2 \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{ش}_1 \text{ جا } 55^\circ + \text{ش}_2 \text{ جا } 35^\circ = 400$$

$$0.82 \cdot \text{ش}_1 + 0.57 \cdot \text{ش}_2 = 400 \dots \dots (2)$$

وبحل المعادلتين نجد أن: ش_١ ≈ ٣٢٨,٨١ نيوتن، ش_٢ ≈ ٢٢٨,٥٢ نيوتن

المصطلحات الأساسية

الاتزان العام

General Equilibrium

رد فعل عمودى

reaction Vertical

مركبة أفقية

Horizontal Component

مركبة رأسية

Vertical Component

اتزان جسم جاسئ

Equilibrium of original body

مثلث قوى

triangle of force

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية

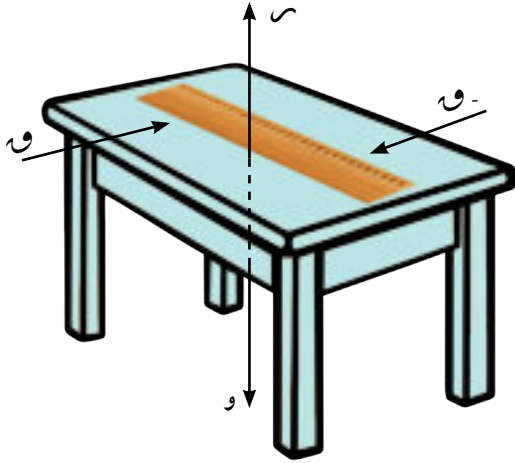
هل يمكنك التحقق من صحة النتائج التي حصلت عليها؟

يمكن استخدام قانون إيجاد محصلة القوتين W_1 و W_2 اللتين تحصران بينهما زاوية قياسها θ على النحو التالي:

$$W = \sqrt{W_1^2 + W_2^2 + 2W_1W_2\cos\theta}$$

وعلى ذلك فإن: $W = \sqrt{(328,81)^2 + (228,02)^2} \approx 400$ وهذا يتفق مع وزن الجسم.

ماذا نتوقع إذا كانت مجموعة القوى السابقة غير متلاقية في نقطة واحدة؟



شكل (٣)

في هذه الحالة يكون الشرط السابق وهو أن يكون مجموع كل من المركبات الأفقية والرأسية للقوى مساوية للصفر غير كافٍ، ومن الممكن أن يتحرك الجسم حتى إذا تحقق هذا الشرط، ذلك أن هناك شرطاً ثانياً لا بد من تحققه حتى يكون الجسم في حالة اتزان استاتيكي. ففي شكل (٣) نجد أن المسطرة متزنة تحت تأثير وزنها رأسياً لأسفل (و) ورد الفعل العمودي (ر)؛ حيث $R = W$ ، فإذا دفعت المسطرة بقوتين متساويتين في المقدار ومتضادين في الاتجاه (- و، و) فلن تبقى ساكنة إذ تبدأ في الدوران، رغم تحقق الشرط الأول. لذلك كان من الضروري البحث عن شرط آخر يتعلق بالدوران حتى يكون الجسم في حالة اتزان.

انعدام عزم مجموعة القوى بالنسبة لأي نقطة

تعريف:

توازن عزوم الدوران المؤثرة على جسم في اتجاه دوران عقارب الساعة مع عزوم الدوران في عكس اتجاه دوران عقارب الساعة حتى يكون الجسم في حالة اتزان. من ذلك نجد أن:

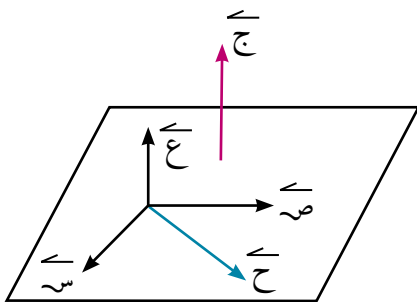
يكون الجسم الواقع تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية في حالة اتزان استاتيكي إذا تحقق الشرطان التاليان:

$$(1) \text{ أن ينعدم متجه محصلة القوى للمجموعة } (\vec{C} = \vec{0})$$

$$(2) \text{ أن ينعدم عزوم القوى بالنسبة لنقطة } (\vec{C} = \vec{0})$$

وهذه الشروط الكافية واللازمة لاتزان مجموعة من القوى المستوية

الشكل (٤): يبين مجموعة متجهات الوحدة المتعامدة (\vec{S} ، \vec{V} ، \vec{C}) بحيث تقع \vec{S} ، \vec{V} في مستوى القوى، وبالتالي يكون \vec{C} عمودياً على هذا المستوى.



شكل (٤)

وبذلك يمكن تحليل متجه المحصلة \vec{C} في اتجاهي \vec{S} ، \vec{V} ، بينما متجه العزم \vec{C} يوازي متجه الوحدة \vec{C}

$$\text{لذلك فإن: } \vec{C} = S\vec{S} + V\vec{V}, \quad \vec{C} = J\vec{C}$$

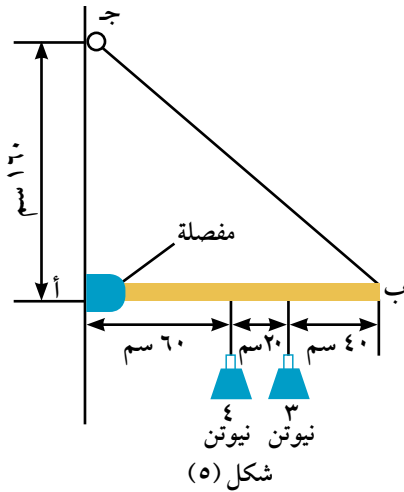
حيث: $S =$ مجموع المركبات الجبرية لقوى المجموعة في اتجاه \vec{S} ،

ص = مجموع المركبات الجبرية لقوى المجموعة في اتجاه \vec{v} ،
 ج = مجموع القياسات الجبرية لعزوم القوى المجموعة في اتجاه \vec{c} .
 ومن ذلك نجد أنه إذا كان $s = 0$ ، $v = 0$ ، $c = 0$ فإن $\vec{c} = \vec{0}$ ، $\vec{v} = \vec{0}$ ،
 وحيث إننا لم نحدد اتجاهي \vec{s} ، \vec{v} في المستوى ، فإنه يمكن التوصل إلى الصياغة التالية :
 الشروط الكافية واللازمة لاتزان جسم تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية
 لكي تتوازن مجموعة من القوى المستوية يلزم ويكفي أن تتحقق الشروط التالية :
 (١) ينعدم مجموع المركبات الجبرية للقوى في اتجاهين متعامدين واقعين في مستويهما .
 (٢) ينعدم مجموع القياسات الجبرية لعزوم القوى بالنسبة لنقطة واحدة في مستويها .
 ويمكن التعبير رياضياً عن هذه الشروط كالتالي :

$$s = \text{صفر} ، \quad v = \text{صفر} ، \quad c = \text{صفر}$$

مثال

اتزان قضيب أفقي مثبت في مفصل



١ الشكل (٥) يمثل قضيباً منتظماً طوله ١٢٠ سم ووزنه ٤ نيوتن متصلاً بحائط رأسى عن طريق مفصلة ، علق في القضيب الوزن ٣ نيوتن وربط طرفه الحر بواسطة حبل إلى نقطة على الحائط ، فإذا كان القضيب في حالة اتزان استاتيكي أفقياً ، أوجد مقدار الشد في الحبل؟ ثم أوجد مقدار واتجاه رد فعل المفصل.

الحل

شكل (٦) يمثل المخطط البياني للمثال ، القضيب متزاناً تحت تأثير أربع قوى هي :

وزن القضيب ٤ نيوتن رأسياً لأسفل .

الثقل ٣ نيوتن رأساً لأسفل .

قوة الشد في الخيط \vec{S} ويعمل في اتجاه \vec{B} ، ويصنع خط عملها مع الأفقى زاوية قياسها θ .

قوة رد فعل المفصل ، ويمثلها المركبتان المتعامدتان s_1 ، v_1 كما بالشكل .

بكتابة شروط الاتزان:

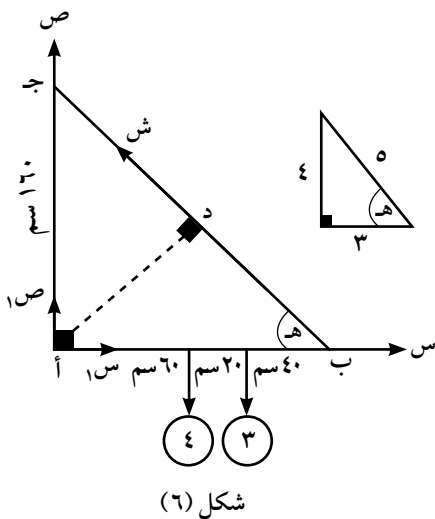
$$s = 0 ، \quad v = 0 ، \quad c = 0$$

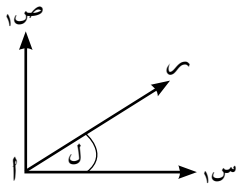
$$\therefore s_1 = \text{ش جتاه}$$

$$\therefore s_1 = \frac{3}{5} \text{ ش} \quad (١)$$

$$v_1 + \text{ش جا} = 3 + 4$$

$$\therefore v_1 + \frac{4}{5} \text{ ش} = 7 \quad (٢)$$





$$\therefore ج = ٠ \quad \therefore ش = \frac{١٦٠ \times ١٢٠}{٢٠٠} - ٦٠ \times ٤ - ٨٠ \times ٣ = ٠$$

$$\therefore ٤٨٠ = ش = ٥ = ش \text{ نيوتن}$$

وبالتعويض في (١)، (٢)

$$\therefore ص = ١ = ٥ \times \frac{٣}{٥} = ٣ \text{ نيوتن}$$

$$\therefore ص = ٣ \text{ نيوتن} \quad ٧ = ٥ \times \frac{٤}{٥} + ١$$

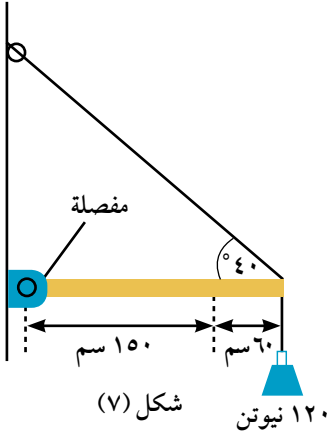
وبذلك يمكن تعيين مقدار واتجاه قوة رد فعل المفصل، وبفرض أن $س$ هو مقدار هذه القوة، ل قياس زاوية ميل خط عملها $أس$

$$\therefore ٣ = ٣ = \sqrt{٩+٩} = \sqrt{١٨} = \sqrt{٢ \times ٩} = ٣\sqrt{٢} \text{ نيوتن}$$

$$\text{ظل} = \frac{٣}{٣} = \frac{١}{١} = ١ \quad \therefore ل = ٤٥^\circ$$

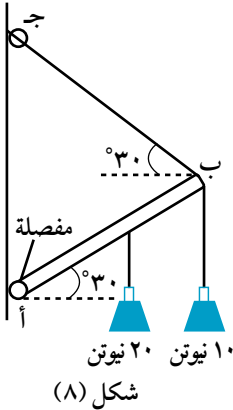
أي أن: مقدار قوة رد فعل المفصل $٣\sqrt{٢}$ نيوتن، وتصنع زاوية قياسها ٤٥° مع $أس$.

٤ حاول أن تحل



شكل (٧): يمثل قضيباً مهملاً الوزن طولها ٢١٠ سم متصلًا بحائط رأسي عن طريق مفصلة، علق في القضيب الوزن ١٢٠ نيوتن، فإذا كان القضيب في حالة اتزان استاتيكي أفقيًا أوجد مقدار الشد في الحبل؟ ثم أوجد مقدار واتجاه رد فعل المفصل.

مثال



اتزان قضيب مائل مثبت في مفصل

شكل (٨) يمثل قضيباً منتظماً $أب$ وزنه ٢٠ نيوتن، يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ، علق من طرفه $ب$ ثقل مقداره ١٠ نيوتن، وشد بحبل $بج$ يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ، فإذا كان القضيب في حالة اتزان استاتيكي، أوجد مقدار الشد في الحبل؟ ثم أوجد مقدار واتجاه رد فعل المفصل.

الحل

شكل (٩) يمثل المخطط البياني للمثال. (لاحظ أن مثلث $أبج$ متساوي الأضلاع)

القضيب متزن تحت تأثير أربع قوى هي:

وزنه ٢٠ نيوتن ويعمل رأسياً لأسفل عند منتصف القضيب

الثقل ١٠ نيوتن ويعمل رأسياً لأسفل عند طرف القضيب

الشد في الحبل $ش$ ويعمل في اتجاه $بج$

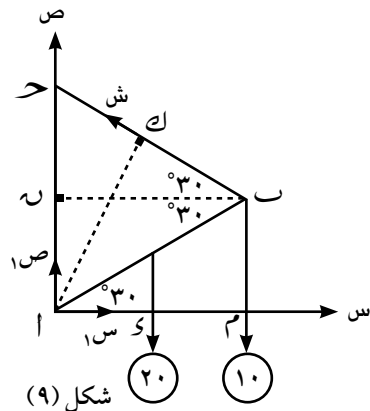
رد فعل المفصل الذي مركبته المتعامدتان $س$ ، $ص$.

وبتطبيق شروط الاتزان وهي:

$$س = ٠, \quad ج = ٠, \quad ص = ٠ \quad (\text{بفرض أن طول القضيب} = ٢)$$

$$\therefore ج = ٠ \quad \therefore ش = ١ \times ٢٠ - ١ \times ١٠ - ١ \times ١٠ = ٠$$

$$\therefore ش = ٣\sqrt{٢} \times ١٠ + ١ \times \frac{٣}{٢} \times ٢٠ = ٢٠ = ش \text{ نيوتن}$$



$$\begin{aligned} \text{س،} &= \text{ش جتا } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20 = 10\sqrt{3} \text{ نيوتن} \\ \text{ص،} &= \text{ش جا } 30^\circ = 20 - 10 = 10 \text{ نيوتن} \\ \therefore \text{س} &= \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ نيوتن} \\ \therefore \text{ظال} &= \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{6}}{3} = 1,1547 \\ \therefore \text{ل} &= 6,49 \text{ (حيث ل هي زاوية ميل رد فعل المفصل مع الأفقى)} \end{aligned}$$

٤ حاول أن تحل

٢٠ ب قضيب منتظم طوله ٦٠ سم ووزنه ٨ نيوتن، يتصل طرفه أ بمفصل مثبت في حائط رأسى، علق ثقل قدره ٦ نيوتن في نقطة من القضيب تبعد ٤٠ سم عن الطرف أ. اتزن القضيب في وضع أفقى بواسطة خيط خفيف يتصل أحد طرفيه بالطرف ب من القضيب، وثبت الطرف الآخر للخيط في نقطة على الحائط تبعد ٨٠ سم رأسياً أعلى أ. أوجد الشد في الخيط ورد فعل المفصل.



اتزان سلم على مستويين متعامدين أحدهما خشن

مثال

٢٠ سلم منتظم وزنه ٢٠ ث كجم يرتكز بأحد طرفيه على أرض أفقية خشنة وبالطرف الآخر على حائط رأسى أملس، أترن السلم في مستو رأسى، وكان قياس زاوية ميله على الأفقى 60° ، فإذا علم أن معامل الاحتكاك بين السلم والأرض يساوى $\frac{1}{\sqrt{3}}$. اثبت أن أقصى مسافة تستطيع فتاة وزنها ٦٠ ث كجم أن تصعدھا على السلم تساوى نصف طول السلم.

الحل

السلم متزن تحت تأثير القوى:

وزن السلم ٢٠ ث كجم، ويعمل رأسياً لأسفل عن منتصفه.

وزن الفتاة ٦٠ ث كجم ويعمل رأسياً لأسفل على بعد س من قاعدة السلم.

رد فعل الأرض الخشنة على الطرف أ ومركبته الرأسية س والأفقية م .

رد فعل الحائط الأملس س ويكون عمودياً على الحائط.

وبتطبيق شروط الاتزان وهى:

$$\text{س} = 0, \text{ص} = 0, \text{ج} = 0$$

وبفرض أن طول السلم = ل،

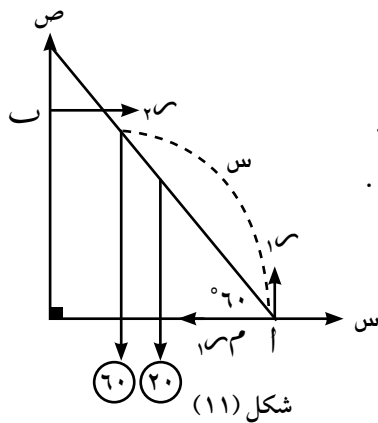
وأن أقصى مسافة تصعدھا الفتاة = س فيكون القضيب على وشك الحركة

$$\therefore \text{س} = 60 + 20 = 80 \text{ ث كجم،}$$

$$\text{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 80 = 46,188$$

$$\therefore \text{س} = 80 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 46,188 \text{ ث كجم (١)}$$

$$\therefore \text{ج} = 0$$



$$\therefore 20 \times \frac{L}{4} \times \text{جتا } 60^\circ + 60 \times \text{سجتا } 60^\circ - 30 \times L \times \text{جا } 60^\circ = 0 \dots (2)$$

من (١)، (٢)

$$\therefore 5L + 30 = 20 \times \frac{3\sqrt{3}}{4} L - \frac{40}{3\sqrt{3}} L$$

$$\therefore 30 = L - 15 \quad \therefore 30 = L \quad \therefore \text{س} = \frac{10}{3} L = \frac{1}{3} L$$

∴ المسافة القصوى التى تصعدھا الفتاة تساوى نصف طول السلم .

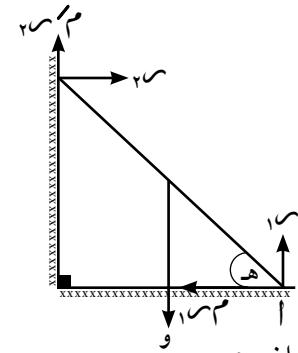
٤ حاول أن تحل

٣) أب سلم منتظم وزنه ٣٠ ث كجم، وطوله ٤ أمتار، يرتكز بطرفه أ على مستو أفقى أملس، وبطرفه الآخر ب على حائط رأسى أملس، اتزن السلم فى مستو رأسى وكان قياس زاوية ميله على الأفقى 45° بواسطة حبل أفقى يصل الطرف أ بنقطة من المستوى الأفقى، تقع رأسياً أسفل ب تماماً، فإذا صعد رجل ونه ٨٠ ث كجم على هذا السلم، فأثبت أن مقدار الشد فى الحبل يزداد كلما صعد الرجل. وإذا كان الحبل لا يتحمل شداً يزيد مقداره على ٦٧ ث كجم، فأوجد طول أكبر مسافة يمكن أن يصعدھا الرجل دون أن ينقطع الحبل.

مثال

اتزان قضيب على مستويين متعامدين خشنين

٤) قضيب منتظم يرتكز بطرفه العلوى على حائط رأسى معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوى $\frac{1}{3}$ ، وبطرفه السفلى على مستوى أفقى، معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوى $\frac{3}{4}$. أوجد ظل زاوية ميل القضيب على الأفقى عندما يكون على وشك الانزلاق.



الحل

القضيب متزن تحت تأثير القوى :

وزن القضيب (و) ويعمل رأسياً لأسفل.

رد فعل الطرف أ على المستوى الأفقى ومركبته المتعامدتان 1 م ، 1 م .

رد فعل الطرف ب على الحائط الرأسى ومركبته المتعامدتان 2 م ، 2 م .

وبفرض أن طول القضيب ل، ويميل على الأفقى بزاوية هـ وتطبيق شروط الاتزان وهى :

$$\text{س} = 0, \quad \text{ص} = 0, \quad \text{ج} = 1$$

$$\therefore 1\text{ م} = 1\text{ م} \cdot \frac{3}{4} = 1\text{ م} \cdot \frac{3}{4}, \quad 1\text{ م} + 1\text{ م} = 1\text{ م} + 1\text{ م} \cdot \frac{3}{4} = 1\text{ م} + \frac{3}{4}\text{ م} = \frac{7}{4}\text{ م}$$

$$\therefore 1\text{ م} = \frac{3}{4} (1\text{ م} - \frac{1}{3}\text{ م}) = \frac{3}{4} (\frac{2}{3}\text{ م}) = \frac{1}{2}\text{ م}$$

$$\therefore \frac{11}{8}\text{ م} = \frac{3}{4} \text{ م} \quad \text{و} \quad \frac{7}{11} = 1\text{ م} \dots (1)$$

$$\therefore \text{ج} = 0 \quad \therefore 0 = \frac{L}{4} \times \text{جتا هـ} - 30 \times L \times \text{جا هـ} - \frac{1}{3} \times L \times \text{جتا هـ} = 0 \text{ بقسمة الطرفين على ل جتا هـ ثم الضرب } \times 2$$

$$\therefore 0 = 2\text{ م} - 30\text{ م} - 20\text{ م} = 0$$

$$\therefore 2\text{ م} (2\text{ م} + 1) = 0 \dots (2)$$

من (١)، (٢)

$$\therefore \frac{7}{11} \times (2\text{ م} + 1) = 0 \quad \therefore 2\text{ م} + 1 = \frac{11}{7} \quad \therefore \text{ظا هـ} = \frac{5}{7}$$

٤٦ حاول أن تحل

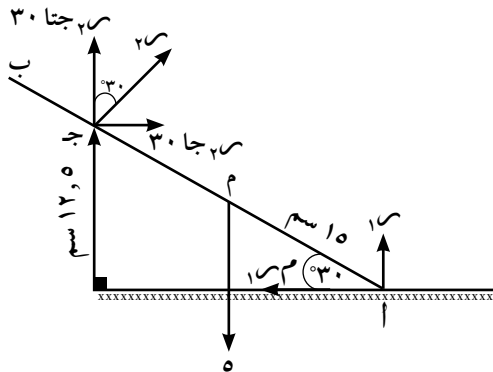
٤) أب قضيب منتظم مقدار وزنه ٤٠ نيوتن، يرتكز بطرفه أ على حائط رأسى، معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوى $\frac{1}{3}$ وبطرفه ب على أرض أفقية معامل الاحتكاك بينها وبين القضيب يساوى $\frac{1}{3}$ ، فإذا كانت أقل قوة أفقية تجعل الطرف ب للقضيب على وشك الحركة نحو الحائط تساوى ٦٠ نيوتن، فأوجد فى وضع الاتزان قياس زاوية ميل القضيب على الأفقى، علماً بأن القضيب يتزن فى مستوى رأسى.

مثال

اتزان ساق على مستوى أفقى خشن ووتد أملس

٥) أب ساق منتظمة وزنها ٥ ث كجم وطولها ٣٠ سم، ترتكز بطرفها أ على أرض أفقية خشنة، وترتكز عند إحدى نقطتها جـ على وتد أملس، يعلو عن سطح الأرض بمقدار ١٢,٥ سم، فإذا كانت الساق على وشك الانزلاق عندما كانت تميل على الأرض الأفقية بزاوية قياسها ٣٠° وتقع فى مستوى رأسى. أوجد:
أولاً: مقدار قوة رد فعل الوتد.
ثانياً: معامل الاحتكاك بين الطرف أ والأرض.

الحل



نلاحظ أن أ جـ = ٢٥ سم

الساق متزنة تحت تأثير القوى:

وزن الساق ٥ ث كجم ويعمل رأسياً لأسفل.

رد فعل الطرف أ على الأرض مركبته المتعامدتان $١,٥$ م، $٠,١$ م.

رد فعل الوتد على القضيب $٢,٥$ م، ويكون عمودياً على القضيب

عند نقطة التماس جـ.

وبتطبيق شروط الاتزان وهى: $س = ٠$ ، $ص = ٠$ ، $ج = ٠$.

$٠ = ج$

$$٠ = ١٥ \times ٥ \text{ جتا } ٣٠^\circ - ٢٥ \times ٥ \quad \therefore ٢,٥ = \frac{٣\sqrt{٣}}{٢} \quad (١)$$

ومن معادلتى الاتزان: $س = ٠$ ، $ص = ٠$.

$$٠ = ١,٥ \text{ م} - ٣٠^\circ \text{ جا} \quad \therefore ٢ = ١,٥ \text{ م} \quad \text{وبالتعويض من (١)}$$

$$٠ = ٢ \text{ م} \quad \therefore \frac{٣\sqrt{٣}}{٢} = ١,٥ \text{ م} \quad (٢) \dots\dots\dots$$

$$٠ = ١,٥ \text{ م} + ٢,٥ \text{ جتا } ٣٠^\circ \quad \therefore ٥ = ١,٥ + \frac{٣\sqrt{٣}}{٢} \quad \text{وبالتعويض من (١)}$$

$$٠ = ١,٥ \text{ م} + \frac{٣\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{٣\sqrt{٣}}{٢} \quad \therefore ٥ = ١,٥ + \frac{٩}{٤} = \frac{١١}{٤} \text{ ث كجم.}$$

وبالتعويض عن قيمة $١,٥$ فى المعادلة (٢) لإيجاد قيمة م.

$$\frac{٣\sqrt{٣}}{١١} = ٣ \quad \therefore \frac{٣\sqrt{٣}}{٤} = \frac{١١}{٤} \times م$$

٤ حاول أن تحل

- ٥ أب قضيب منتظم وزنه ٢٠ نيوتن وطوله ٦٠ سم، يرتكز بطرفه أ على مستوى أفقى خشن، ويرتكز عند إحدى نقطه ج على وتد أملس، يعلو ٢٥ سم عن المستوى الأفقى، وكان القضيب على وشك الانزلاق عندما كانت زاوية ميله على الأفقى ٣٠°. أوجد رد فعل الوتد، وكذلك معامل الاحتكاك بين القضيب والمستوى، علماً بأن الساق تقع فى مستوى رأسى.

تمارين ٤ - ١

أولاً : ضع علامة (✓) أو علامة (X):

- ١ لكى تتزن مجموعة من القوى المستوية غير المتلاقية فى نقطة يلزم ويكفى أن ينعدم متجه مجموع القوى .
- ٢ لكى تتوازن مجموعة من القوى المستوية المؤثرة على جسم ما ، يلزم ويكفى أن ينعدم مجموع المركبات الجبرية للقوى فى كل من اتجاهين متعامدين واقعين فى مستويها.
- ٣ إذا انعدم مجموع المركبات الجبرية للقوى لمجموعة ما، وانعدم عزمها بالنسبة لنقطة واحدة فى مستويها كانت هذه المجموعة متزنة .
- ٤ يتزن السلم إذا ارتكز بأحد طرفيه على أرض أفقية ملساء وبطرفه الآخر على حائط رأسى خشن .

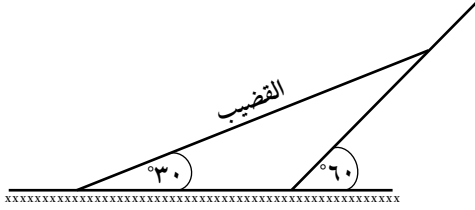
ثانياً: أكمل ماياتى:

- ٥ الشروط الكافية واللازمة لاتزان مجموعة من القوى هى
- ٦ إذا استند قضيب بإحدى نقطه على وتد أملس، فإن اتجاه رد الوتد على القضيب يكون
- ٧ إذا وضع جسم وزنه ٦ نيوتن على مستوى أفقى خشن، معامل الاحتكاك بينه وبين الجسم $\frac{1}{3}$ ، فإن مقدار القوة الأفقية التى تجعل الجسم على وشك الحركة تساوى

ثالثاً : أجب عن الأسئلة الآتية

- ٨ أب قضيب منتظم وزنه ٤ نيوتن وطوله ١٢٠ سم يتصل أحد طرفيه بمفصل مثبت عند طرفه أ، والمفصل مثبت فى حائط رأسى . علق ثقل قدره ٦ نيوتن من نقطة على القضيب تبعد ٢٠ سم عن طرفه أ ثم حفظ القضيب فى وضع أفقى بواسطة حبل رفيع ب ب مثبت طرفه ج بنقطة على الحائط تقع رأسياً فوق أ تماماً وتبعد عن أ مسافة ٩٠ سم. أوجد مقدار الشد فى الحبل ومقدار واتجاه رد فعل المفصل.
- ٩ ساق منتظمة وزنها ٤ ث كجم، يتصل طرفها أ بمفصل مثبت فى حائط رأسى، وتحمل عند طرفها الآخر ب ثقلاً قدره ٢ ث كجم . حفظت الساق فى وضع تميل فيه على الأفقى لأعلى بزاوية قياسها ٣٠° بواسطة حبل مساو لها فى الطول ويتصل أحد طرفيه بالطرف ب للساق، ويتصل طرفه الآخر بنقطة ج من الحائط تقع رأسياً أعلى أ وعلى بعد منها يساوى طول الساق . أوجد مقدار الشد فى الحبل ومقدار قوة رد فعل المفصل .
- ١٠ قضيب منتظم وزنه (و) يرتكز بطرفه العلوى على حائط رأسى، معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوى $\frac{1}{3}$ وبطرفه السفلى على مستوى أفقى معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوى $\frac{3}{4}$ ، أوجد ظل الزاوية التى يصنعها القضيب مع الأفقى عندما يكون على وشك الانزلاق .

١١ سلم منتظم وزنه ٦٤ ث كجم، يرتكز بأحد طرفيه على حائط رأسى أملس وبطرفه الآخر على مستوى أفقى أملس، وحفظ السلم فى مستوى رأسى فى وضع يميل فيه على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥° ، بواسطة حبل مثبت فى قاعدة السلم وفى نقطة من المستوى تقع رأسياً أسفل قمة السلم. وقف رجل وزنه يساوى وزن السلم على موضع من السلم يبعد $\frac{3}{4}$ طول السلم من ناحية القاعدة. عيّن قوة الشد فى الحبل وردى فعل الحائط والمستوى.



١٢ فى الشكل المقابل: يرتكز قضيب منتظم وزنه ٢٤ كجم بأحد طرفيه على أرض أفقية خشنة وبطرفه الآخر على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠° . إذا كان القضيب على وشك الانزلاق عندما كان قياس زاوية ميله على الأفقى ٣٠° ، فأوجد معامل الاحتكاك بين القضيب والأرض ورد فعل كل من المستوى والأرض.

١٣ يرتكز سلم منتظم وزنه ١٠ ث كجم بطرفه أ على مستوى أملس وبطرفه ب على حائط رأسى أملس. حفظ السلم فى مستوى رأسى فى وضع يميل فيه على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥° بواسطة حبل أفقى يصل الطرف أ بنقطة من المستوى الأفقى رأسياً أسفل ب. يصعد رجل وزنه ٨٠ ث كجم هذا السلم. أوجد: أولاً: قوة الشد فى الحبل عندما يكون الرجل قد قطع $\frac{3}{4}$ طول السلم.

ثانياً: أقصى قيمة للشد التى يتحملها الحبل علماً بأنه يكون على وشك الانقطاع عندما يصل الرجل إلى قمة السلم.

١٤ يرتكز قضيب منتظم وزنه ٤٠ نيوتن بطرفه أ على أرض أفقية خشنة وبطرفه ب على حائط رأسى أملس، بحيث يكون القضيب فى مستوى رأسى عمودى على الحائط، ويميل على الأرض الأفقية بزاوية قياسها ٤٥° . أوجد مقدار أقل قوة أفقية تؤثر عند الطرف أ للقضيب؛ لكى تجعلها على وشك الانزلاق بعيداً عن الحائط علماً بأن معامل لاحتكاك بين القضيب والأرض ٠,٧٥.

١٥ قضيب منتظم يرتكز فى مستوى رأسى بطرفه العلوى على حائط رأسى أملس، وبطرفه السفلى على مستوى خشن أفقى؛ بحيث يصنع القضيب مع الأفقى زاوية ظلها $\frac{3}{4}$ أوجد معامل الاحتكاك بين القضيب والمستوى الأفقى عندما يكون على وشك الانزلاق.

١٦ أ ب قضيب منتظم وزنه ٥٦ نيوتن يرتكز بأحد طرفه أ على حائط رأسى أملس وبطرفه ب على أرض أفقية خشنة، بحيث يقع فى مستوى رأسى ويميل على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥° . أثبت أنه فى حالة اتزان القضيب معامل الاحتكاك $\leq ٠,٥$ ، وإذا كان معامل الاحتكاك $= ٠,٧٥$ ، فعين القوة الأفقية التى تؤثر عند ب وتجعله على وشك الحركة:

أولاً: نحو الحائط
ثانياً: بعيداً عن الحائط

١٧ قضيب منتظم وزنه «و» يتصل أحد طرفيه بمفصل، ويتصل طرفه الآخر بخيط مربوط فى نقطة فى نفس المستوى الأفقى المار بالمفصل، بحيث كان قياس زاوية ميل كل من القضيب والخيط على الأفقى مساوٍ هـ. أثبت أن رد فعل المفصل يساوى $\frac{9}{4}$ هـ، $\sqrt{٩ + هـ^2}$

مناهج

إذا اتزن جسم جاسى تحت تأثير قوتين، فإنه يمكن نقل نقطة تأثير أى من القوتين إلى نقطة أخرى على خط عملها دون أن يؤثر ذلك فى اتزان الجسم.

إذا اتزنت ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة، ورسم مثلث أضلاعه توازى خطوط عمل القوى، فإن أطوال أضلاع المثلث تكون متناسبة مع مقادير القوى المناظرة.

إذا اتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية وغير متوازية، فإن خطوط عمل هذه القوى تتلاقى فى نقطة واحدة.

شروط اتزان جسم تحت تأثير عدة قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة:

⊖ المجموع الجبرى لمركبات القوى فى اتجاه و س = صفر

⊖ المجموع الجبرى لمركبات القوى فى اتجاه و ص = صفر

انعدام عزم مجموعة القوى بالنسبة لأى نقطة تتوازن عزوم الدوران المؤثرة على جسم فى اتجاه دوران عقارب الساعة مع عزوم الدوران فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة حتى يكون الجسم فى حالة اتزان.

الشروط الكافية واللازمة لاتزان مجموعة من القوى المستوية؛ لكى تتوازن مجموعة من القوى المستوية يلزم ويكتفى أن تتحقق الشروط التالية:

⊖ ينعدم مجموع المركبات الجبرية للقوى فى اتجاهين متعامدين واقعين فى مستويهما.

⊖ ينعدم مجموع القياسات الجبرية لعزوم القوى بالنسبة لنقطة واحدة فى مستويها.

⊖ ويمكن التعبير رياضياً عن هذه الشروط كالتالى: س = صفر ، ص = صفر ، ج = صفر

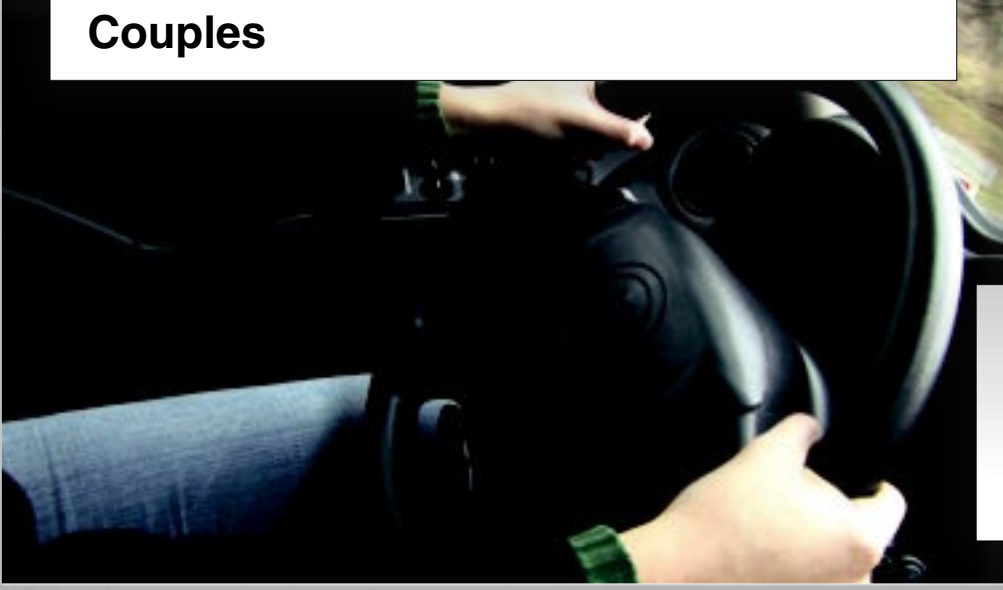
تعاريف عامة

- ١ يرتكز قضيب غير منتظم أب طوله ١٤٠ سم بطرفه ب على أرض أفقية، وبطرفه أ على حائط رأسى ، إذا كان معامل الاحتكاك بين القضيب وكل من الأرض والحائط يساوى $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ على الترتيب، وكان القضيب على وشك الانزلاق عندما كان قياس زاوية ميله على الأفقى 45° ، فأوجد بعد مركز ثقل القضيب عن الطرف ب .
- ٢ أب قضيب منتظم طوله ٢٦٠ سم ومقدار وزنه ٤٣ نيوتن يرتكز بطرفه أ على حائط رأسى وبطرفه ب على أرض أفقية وكان معامل الاحتكاك بين القضيب وكل من الحائط والأرض يساويان $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$ على الترتيب، وكان الطرف ب يبعد ١٠٠ سم عن الحائط . أوجد مقدار القوة الأفقية التى إذا اثرت فى الطرف ب جعلت القضيب على وشك الحركة نحو الحائط .
- ٣ يرتكز سلم منتظم وزنه ٤٠ ث كجم بأحد طرفيه على حائط رأسى أملس وبطرفه الآخر على أرض أفقية خشنة بحيث يقع فى مستوى رأسى عمودى على الحائط ويميل السلم على الأفقى بزاوية قياسها 45° . صعد ولد وزنه يساوى وزن السلم، فأصبح السلم على وشك الانزلاق عندما يقطع الولد مسافة $\frac{3}{4}$ طول السلم ، أوجد معامل الاحتكاك بين الأرض والسلم. وإذا أراد الولد أن يتم صعود السلم ، فأوجد أقل قوة أفقية تؤثر على الطرف السفلى للسلم حتى يتمكن الولد من ذلك .
- ٤ أب قضيب منتظم وزنه ١٥ ث كجم يرتكز بطرفه أ على أرض أفقية خشنة، وبطرفه ب على حائط رأسى أملس بحيث يقع القضيب فى مستوى رأسى عمودى على الحائط ويميل القضيب على الأفقى بزاوية قياسها 45° ، أثرت قوة أفقية W عند نقطة جـ من القضيب؛ حيث أجـ يساوى $\frac{1}{4}$ طول القضيب فأصبح الطرف أ على وشك الحركة نحو الحائط إذا كان معامل الاحتكاك بين القضيب والأرض يساوى $\frac{1}{3}$ أوجد القوة W ورد فعل الحائط.
- ٥ سلم منتظم يرتكز بأحد طرفيه على حائط رأسى خشن وبطرفه الآخر على أرض أفقية خشنة، وكان معامل الاحتكاك بين السلم وكل من الحائط والأرض يساوى $\frac{1}{3}$. فإذا اتزن السلم فى مستوى رأسى عمودى على الحائط فى وضع يميل فيه على الحائط بزاوية ظلها $\frac{3}{4}$. برهن أن رجلاً وزنه يساوى ضعف وزن السلم لايمكنه الصعود أكثر من $\frac{1}{3}$ طول السلم دون أن يختل التوازن .
- ٦ قضيب منتظم وزنه (و) يستند بأحد طرفيه على حائط رأسى خشن وبطرفه الآخر على أرض أفقية خشنة وكان معامل الاحتكاك بين القضيب والحائط يساوى $\frac{1}{4}$ ومعامل الاحتكاك بين القضيب والأرض يساوى $\frac{1}{3}$ فإذا اتزن القضيب فى مستوى رأسى عمودى على الحائط فأوجد ظل زاوية ميل القضيب على الرأسى عندما يكون القضيب على وشك الانزلاق.
- ٧ ينزن سلم منتظم فى مستوى رأسى على حائط رأسى وأرض أفقية، إذا كان قياس زاوية الأحتكاك بين السلم وكل من الحائط والأرض هى ل فأثبت أن قياس زاوية ميل السلم على الرأسى عندما يكون على وشك الأنزلاق هـ = $2L$.
- ٨ أب قضيب منتظم وزنه ١٠ ث كجم يستند بطرفه أ على أرض أفقية خشنة وبطرفه ب على حائط رأسى أملس؛ بحيث يكون القضيب فى مستوى رأسى عمودى على الحائط ويميل على الأرض الأفقية بزاوية قياسها 45° فإذا كان معامل الاحتكاك بين القضيب والأرض يساوى $\frac{3}{4}$. أوجد مقدار أقل قوة أفقية تؤثر عند الطرف أ للقضيب، وتجعله على وشك الانزلاق بعيداً عن الحائط ، ومقدار رد فعل الحائط.

- ١ ثلاث قوى مستوية مقاديرها ٤، ٥، ٦ نيوتن تؤثر في نقطة مادية، فإذا كانت المجموعة متزنة. فما قياس الزاوية بين القوتين الأخيرتين.
- ٢ أزيحت كرة بندول وزنها ٦٠٠ ث. جم حتى صار الخيط يصنع زاوية قياسها ٣٠° مع الرأسى تحت تأثير قوة على الكرة في اتجاه عمودى على الخيط، أوجد مقدار القوة ومقدار الشد في الخيط.
- ٣ علق ثقل وزنه ٢٦ نيوتن بخيطين طولهما ٢٥ سم، ٦٠ سم، وثبت الطرفان الآخران للخيطين في نقطتين من خط أفقى، البعد بينهما ٦٥ سم. أوجد الشد في كل من الخيطين.
- ٤ علق جسم وزنه (و) نيوتن بواسطة خيطين يميلان على الرأسى بزوايتين قياسيهما هـ°، ٣٠° فاتزن الجسم عندما كان الشد في الخيط الأول ١٢ نيوتن والشد في الخيط الثانى ٩ نيوتن. أوجد قيمة الوزن (و) وقياس الزاوية هـ.
- ٥ كرة مصمتة منتظمة وزنها ٣٠ ث. جم تستند بسطحها على مستويين، فإذا كانت الكرة في حالة اتزان بين مستويين أملسين أحدهما رأسى، والآخر يميل على الرأسى بزاوية قياسها ٦٠°. أوجد مقدار قوتى الضغط على كل من المستويين.
- ٦ قضيب منتظم طوله ١٠٠ سم ووزنه ٢٠ نيوتن (يؤثر في منتصفه)، علق القضيب من طرفيه بخيطين خفيفين، ثبت طرفاهما من نقطة في سقف حجرة. إذا كان الخيطان متعامدين وطول أحدهما ٦٠ سم، فأوجد مقدار الشد في كل من الخيطين عندما يكون القضيب معلقاً تعليقاً حرّاً وفي حالة توازن.
- ٧ أب قضيب منتظم (وزنه يؤثر في منتصفه) مثبت بطرفه أ فى حائط رأسى بواسطة مفصل، جذب القضيب أفقياً بقوة مقدارها ق ث كجم حتى اتزن القضيب فى وضع يصنع فيه زاوية قياسها ٣٠° مع الرأسى. أوجد ق، ورد فعل المفصل.
- ٨ قضيب منتظم يرتكز فى مستوى رأسى بطرفه العلوى على حائط رأسى أملس وبطرفه السفلى على مستوى أفقى معامل الاحتكاك بينه وبين القضيب يساوى $\frac{1}{4}$. أوجد ظل الزاوية التى يصنعها القضيب مع الأفقى عندما يكون على وشك الانزلاق.
- ٩ أب سلم منتظم وزنه ١٤ ث كجم، يرتكز بطرفه أ على أرض أفقية خشنة ويرتكز بطرفه ب على حائط رأسى خشن، وكان معامل الاحتكاك بين السلم والأرض $\frac{3}{4}$ ومعامل الاحتكاك بين السلم والحائط $\frac{1}{3}$ ، فإذا اتزن السلم فى مستوى رأسى عمودى على الحائط عندما كان يميل على الأفقى بزاوية ٤٥° فأوجد مقدار أقل قوة أفقية تؤثر عند الطرف أ من السلم لتجعله على وشك الحركة نحو الحائط.
- ١٠ أب سلم منتظم طوله ١٠ متر ووزنه ٢٠ ث كجم يستند بطرفه أ على أرض أفقية خشنة معامل الاحتكاك بينها وبين السلم $\frac{1}{4}$ ، ويرتكز بطرفه ب على حائط رأسى أملس. اثبت أن السلم لا يمكن أن يتزن عندما يكون الطرف ب على بعد ٨ متر من سطح الأرض.
- ١١ أب سلم منتظم وزنه ٩ ث كجم يستند بطرفه أ على أرض أفقية خشنة وبطرفه ب على حائط رأسى خشن، فإذا كان معامل الاحتكاك عند أ، ب هما $\frac{5}{6}$ ، $\frac{1}{3}$ على الترتيب ثم شد الطرف أ للسلم بقوة أفقية ق جعلت السلم على وشك الانزلاق بعيداً عن الحائط، وكان السلم يصنع مع الأفقى زاوية قياسها ٤٥°. أوجد مقدار القوة ق (السلم فى مستوى رأسى عمودى على الحائط).

الازدواجات

Couples



الوحدة



مقدمة الوحدة

تناولنا فى الوحدات السابقة تحصيل قوتين متوازيتين متضادتين فى الاتجاه وذلك بإبدالهما إلى قوتين تتلاقيان فى نقطة، ولاحظنا أن ذلك يكون ممكنًا ما دامت القوتان غير متساويتين، أما إذا كانت القوتان المتوازيتان متساويتين فى المقدار، فإنه لا يمكن الاستعاضة عنهما بقوتين غير متوازيتين، بل نحصل دائماً على قوتين متوازيتين متساويتين فى المقدار ومختلفتين فى الاتجاه، وبذلك لا يمكن تحصيل مثل هاتين القوتين فى قوة واحدة.

من ذلك نرى أن المجموعة المركبة من قوتين متوازيتين متساويتين فى المقدار ومتضادتين فى الاتجاه تكون مسمى جديدًا فى علم الإستاتيكا يعرف بالازدواج، وتتناول هذه الوحدة مفهوم الازدواج وتعريفه وحساب عزمه، ثم اتزان جسم متماسك تحت تأثير ازدواجين مستويين، وعزم الأزواج المحصل، وتنتهى الوحدة بدراسة مجموع أى عدد محدود من الازدواجات.

أهداف الوحدة

- بعد دراسة هذه الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن يكون قادرًا على أن:
- ✚ يتعرف مفهوم الازدواج.
 - ✚ يوجد عزم الازدواج.
 - ✚ يستنتج أن عزم الازدواج هو متجه ثابت.
 - ✚ يتعرف على تكافؤ ازدواجين واتزان ازدواجين.
 - ✚ يتعرف مفهوم اتزان جسم تحت تأثير ازدواجين مستويين.
 - ✚ يوجد محصلة عدة ازدواجات.
 - ✚ يثبت أن مجموعة من القوى تكافئ ازدواج (المحصلة = صفر، العزوم حول أى نقطة \neq صفر) أو (مجموع عزوم القوى حول ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة = مقدارًا ثابتًا \neq صفر)
 - ✚ يثبت أن مجموعة من القوى تكافئ ازدواجًا باستخدام التعريف.
 - ✚ يتعرف النظرية التى تنص على أن (مجموعة القوى المؤثرة فى أضلاع مضلع فى اتجاه دورى واحد تكافئ ازدواجًا ..)
 - ✚ يحل تطبيقات متنوعة على الازدواجات.

المصطلحات الأساسية

Rigid body

جسم متماسك (جاسء)

Couple

ازدواج

Equivalent

تكافؤ

Line of action

خط عمل

Equilibrium

اتزان

الأدوات والوسائل

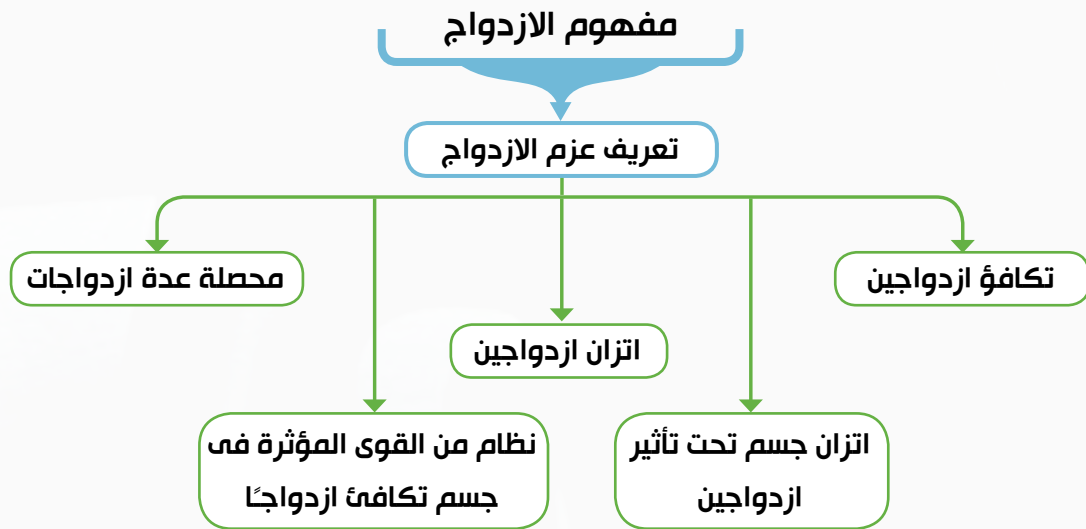
آلة حاسبة علمية.

دروس الوحدة

(١-٥): الازدواج

(٢-٥): الازدواج المحصل

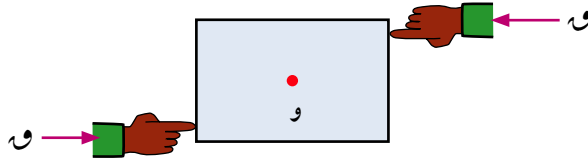
مخطط تنظيمي للوحدة



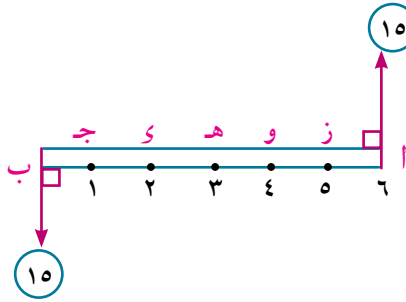
الازدواجات

COUPLES

مقدمة: قد يظن البعض أنه إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على جسم تساوى صفرًا فإن هذا الجسم يظل ساكنًا، ولكن إذا نظرت إلى الشكل المقابل تجد قوتين متساويتين في المقدار ومتضادتان في الاتجاه (محصلتهما تساوى صفر) ترى أن هذا الجسم سوف يتحرك حركة دورانية حول (و) وتعتمد سرعة الدوران على عدة أشياء يمكن أن يكتشفها الطالب من العمل التعاوني الآتي:



عمل تعاوني



الشكل المقابل يمثل مسطرة مدرجة يؤثر على طرفيها قوتان متوازيتان متضادتان في الاتجاه، مقدار كل منها ١٥ نيوتن. استعن بزملائك في إيجاد مجموع عزوم القوتين حول كل من النقط أ، ب، ج، د، هـ، و، ز و ضع النتائج في الجدول الآتي:

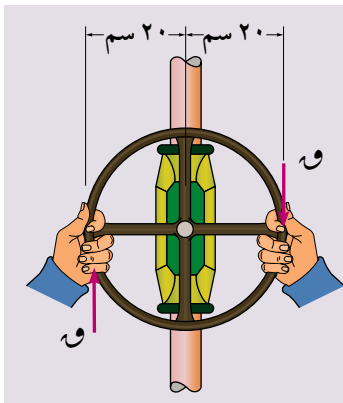
مجموع عزوم القوى	أ	ب	ج	د	هـ	و	ز

ماذا تلاحظ من نتائج الجدول؟

تعلم



couple



الازدواج

تعريف

الازدواج: هو نظام من القوى، يتكون من قوتين متساويتين في المعيار ومتضادتين في الاتجاه ولا يجمعهما خط عمل واحد.

الأدوات المستخدمة

- آلة حاسبة علمية
- معمل ميكانيكا

سوف تتعلم

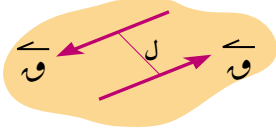
- الازدواج - عزم الازدواج
- تكافؤ ازدواجين
- اتزان جسم تحت تأثير ازدواجين أو أكثر.

المصطلحات الأساسية

- Couple ازدواج
- Line of action خط عمل
- Equilibrium اتزان
- Rigid body جسم متماسك
- Equivalence تكافؤ

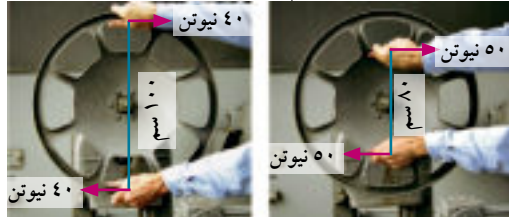
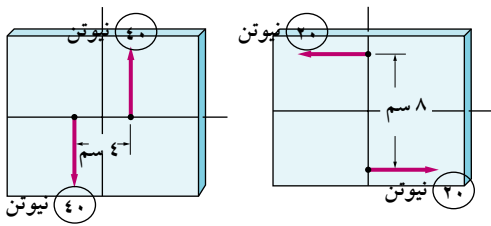
عزم الازدواج

يعرف عزم الازدواج بأنه مجموع عزوم قوتى الازدواج حول أى نقطة فى الفراغ، ومعياره يساوى حاصل ضرب معيار إحدى القوتين فى البعد بينهما، ويرمز له بالرمز \vec{C} حيث $\vec{C} = \vec{r} \times \vec{F}$ ل يسمى ذراع الازدواج



مثال

١ أوجد القياس الجبرى لعزم الازدواج فى كل من الأشكال الآتية:

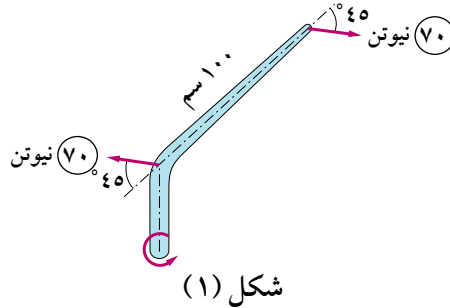


الحل

- أ القياس الجبرى لكلا العزمين فى شكل (أ) يساوى - ٤٠٠٠ نيوتن. سم
 ب القياس الجبرى لكلا العزمين فى شكل (ب) يساوى ١٦٠ نيوتن. سم لاحظ زيادة البعد بين القوتين ونقصان معيار القوتين وثبوت معيار العزم.

٩ حاول أن تحل

١ أوجد القياس الجبرى لعزم الازدواج فى الشكل الآتى:



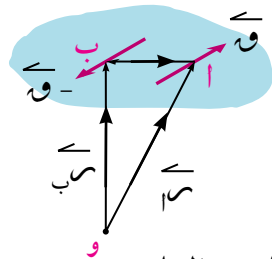
شكل (١)

عزم الازدواج هو قيمة ثابتة، لا تعتمد على النقطة التى ننسب إليها عزمى قوته.

نظريّة

البرهان (لا يمتحن فيه الطالب)

نفرض أن القوتين \vec{F}_1 ، - \vec{F}_2 تؤثران فى النقطتين أ ، ب على الترتيب، ونفرض أن نقطة و نقطة عامة فى الفراغ. نوجد مجموع عزوم القوى حول نقطة و



$$\vec{C} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$$

$$= (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F}_1$$

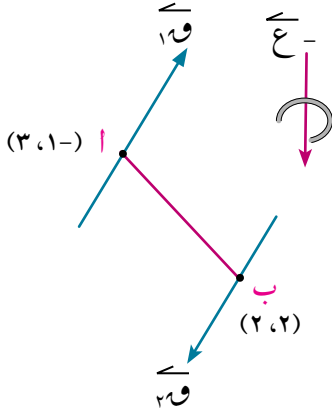
$$\therefore \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_1 = \vec{C}$$

والصورة الأخيرة للعزم توضح أن عزم الازدواج لا يعتمد على موضع نقطة و التى تنسب العزوم إليها.

مثال

٢ إذا كانت القوتان $\vec{a} = 2\vec{s} + \vec{b}$ و $\vec{c} = \vec{a} - \vec{s} = 5\vec{v}$ تكونان ازدواجًا وتؤثران في النقطتين $A(1, 3)$ ، $B(2, 2)$ على الترتيب. أوجد قيمة كل من A ، B ، ثم أوجد عزم الازدواج.

الحل



∴ القوتان تكونان ازدواجًا ∴ $\vec{a} = -\vec{c}$.

$$\therefore 2 = -1, \quad 5 = -3$$

عزم الازدواج = عزم \vec{a} حول B

$$= \vec{a} \times \vec{r}_{AB} \quad \text{حيث } \vec{r}_{AB} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$= (2, 5) \times (1, 3) =$$

$$= (2-15) \vec{e} = -13\vec{e}$$

٦ حاول أن تحل

١ إذا كان \vec{a} ، \vec{b} قوتى ازدواج بحيث $\vec{a} = -3\vec{s} + 2\vec{v}$ تؤثر في النقطة $A(1, 1)$ ، \vec{b} تؤثر في النقطة $B(1, -2)$ أوجد \vec{a} ثم أوجد عزم الازدواج وكذلك طول العمود المرسوم من أعلى خط عمل \vec{a}

اتزان جسم متماسك تحت تأثير ازدواجين مستويين أو أكثر

يقال لجسم متماسك إنه متزن تحت تأثير ازدواجين مستويين إذا كان مجموع عزيمهما هو المتجه الصفري.

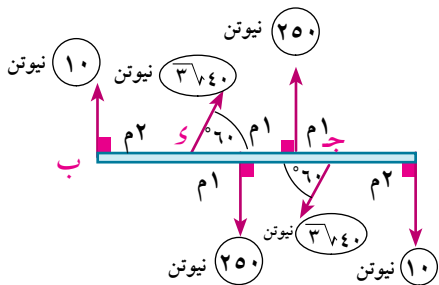
إذا كان \vec{a} ، \vec{b} عزمى الازدواجين، فإن شرط اتزان الجسم تحت تأثير الازدواجين هو $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$

وعمومًا إذا أثر على الجسم عدة ازدواجات مستوية عزومها هي \vec{a}_1 ، \vec{a}_2 ، ... ، \vec{a}_n فإن شرط توازن الجسم تحت تأثير هذه الازدواجات هو $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n = \vec{0}$

يتزن الجسم تحت تأثير ازدواجين مستويين أو أكثر إذا انعدم مجموع القياسات الجبرية لعزوم الازدواجات.

مثال

٣ أ ب قضيب خفيف تؤثر فيه القوى الموضحة بالشكل. أثبت أن القضيب متزن.



الحل

القوتان 10 ، 10 تكونان ازدواجًا

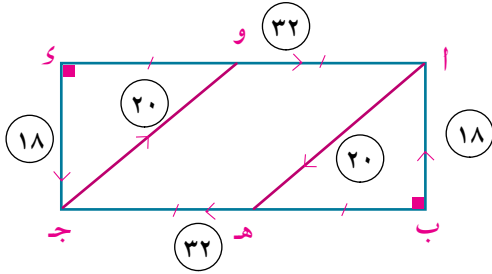
القياس الجبرى لعزمه $J = 10 \times 7 = 70$ نيوتن. متر

القوتان 374 ، 374 تكونان ازدواج القياس الجبرى لعزمه

ج_٢ = $\sqrt{3} \times 40 = 69.3$ جا $60 = 180 - 120$ نيوتن. متر
 القوتان ٢٥٠، ٢٥٠ تكونان ازدواج القياس الجبرى لعزمه
 ج_٣ = $1 \times 250 = 250$ نيوتن. متر
 ∴ ج_١ + ج_٢ + ج_٣ = $70 - 180 + 250 = 40$ صفر

∴ القضييب متزن.

٤٩ حاول أن تحل

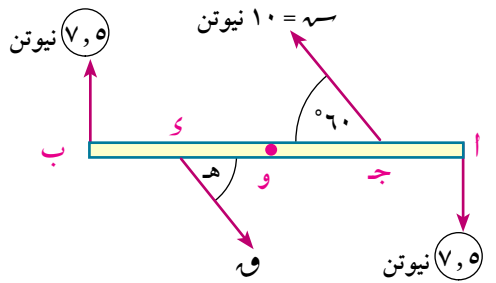


٢ في الشكل المقابل: أ ب ج د مستطيل هـ، ومنتصفات ب ج، ا د على الترتيب أ ب = ٦ سم، ب ج = ١٦ سم. فإذا كانت القوى المؤثرة بالنيوتن ومقاديرها واتجاهاتها كما بالشكل. أثبت أن المجموعة متزنة.

مثال

٤ أ ب قضييب مهمل الوزن معلق أفقيًا من مسمار في منتصفه، أثرت فيه قوتان مقدار كل منهما ٧,٥ نيوتن في طرفيه إحداهما رأسية إلى أعلى والأخرى رأسية إلى أسفل كما شُد بخيط يميل على القضييب بزاوية قياسها 60° من نقطة عليه مثل ج أو ج د مقدار واتجاه ونقطة تأثير القوة التي إذا أثرت على القضييب مع القوى السابقة حفظته في حالة توازن وهو أفقى، علمًا بأن مقدار الشد في الخيط يساوى ١٠ نيوتن وأن طول القضييب ٣٠ سم.

الحل



القوتان ٧,٥، ٧,٥ نيوتن عند أ، ب تكونان ازدواج القياس الجبرى لعزمه ج_١ = $30 \times 7,5 = 225$ نيوتن. سم
 لكى يتزن القضييب يجب أن تكون قوة الشد في الخيط والقوة الأخرى ازدواج القياس الجبرى لعزمه ٢٢٥ نيوتن. سم
 ∴ القوة الأخرى و = ش = ١٠ نيوتن، هـ = 60° ويكون
 $10 \times ج د = 60 = 225$
 ∴ ج د = $\sqrt{3} \times 15$ سم
 أى أن نقطة د تبعد عن نقطة ج مسافة $\sqrt{3} \times 15$ سم على القضييب.

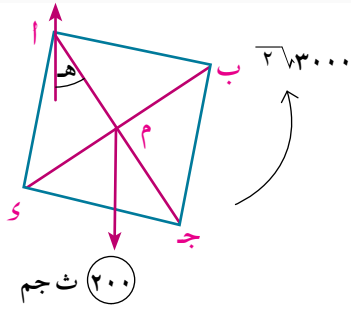
٤٩ حاول أن تحل

٣ أ ب ج د هـ و سداسى منتظم أثرت القوى ٣، ٩، ٩، ١، ٣، ٩، ٩، ٣ جم فى الاتجاهات أ ب، ب ج، ج د، د هـ، هـ و، و هـ، هـ و، أو على الترتيب أوجد قيمة كل من و، هـ لكى تتزن المجموعة.

مثال

٥ أ ب ج د صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مربع طول ضلعه ٦٠ سم ووزنها ٢٠٠ ث جم يؤثر عند نقطة تلاقى القطرين، عُلقت الصفيحة فى مسمار من ثقب صغير بالقرب من الرأس أ بحيث كان مستواها رأسياً وأثر فيه ازدواج فى مستواها معيار عزمه $\sqrt{3} \times 3000$ ث جم. سم أوجد فى وضع الاتزان قياس زاوية ميل أ ب ج د على الرأسى.

الحل



فى وضع التوازن تكون الصفيحة تحت تأثير قوتين هما وزن الصفيحة ورد فعل المسامير عند أ بالإضافة إلى الازدواج الخارجى. نفرض أن الازدواج الخارجى يعمل فى اتجاه عكس دوران عقارب الساعة (كما فى الشكل) وحيث إن الازدواج لا يتزن إلا مع ازدواج مثله. فعلى ذلك رد الفعل عند نقطة أ والوزن يُكوّنان ازدواجًا القياس الجبرى لعزمه

$$\begin{aligned} \text{ج} \times 2000 &= \text{أ} \times \text{ج} \text{ ا هـ} & \text{حيث } \text{أ} &= 2730 \\ \text{ج} + \text{ج} &= \text{صفر} & \text{صفر} &= 2730 \times 200 - \text{ج} \text{ ا هـ} \\ \frac{1}{3} &= \text{ج} \text{ ا هـ} & \text{هـ} &= 30^\circ \text{ أو } 150^\circ \end{aligned}$$

٤ حاول أن تحل

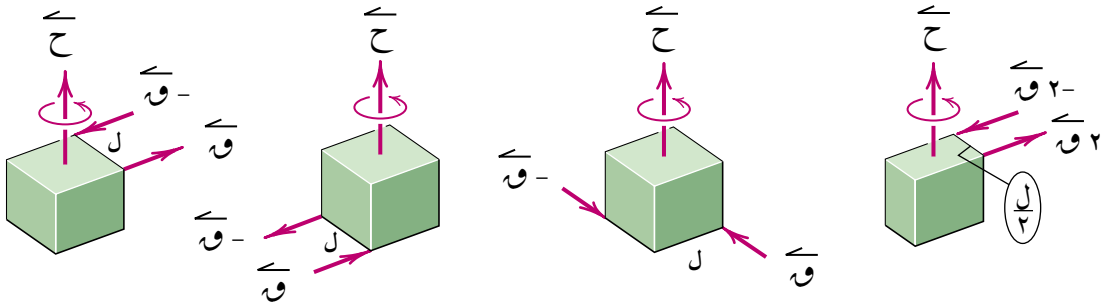
٤ قضيب طوله ٤٠ سم ووزنه ٢,٤ ث كجم يؤثر عند منتصفه، يمكنه الدوران بسهولة فى مستوى رأسى حول مفصل ثابت عند طرفه. أثر على القضيب ازدواج معيار عزمه ٢٤ ث كجم. سم واتجاهه عمودى على المستوى الرأسى الذى يمكن للقضيب الدوران فيه. عيّن مقدار واتجاه رد فعل المفصل وزاوية ميل القضيب على الرأسى فى وضع الاتزان.

Equivalent couples

تكافؤ ازدواجين

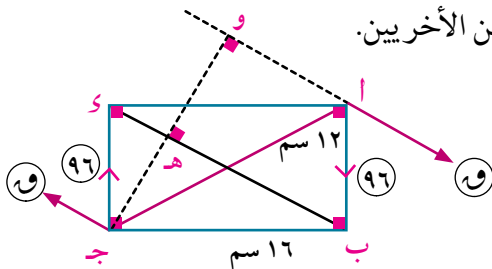
يقال لازدواجين مستويين أنهما متكافئان إذا تساوى القياسان الجبريان لمتجهى عزميهما.

تعريف



مثال

٦ أ ب ج د مستطيل، فيه أ ب = ١٢ سم، ب ج = ١٦ سم أثرت قوتان مقدار كل منهما ٩٦ نيوتن فى اتجاهات أ ب ، ج د أوجد مقدار كل من القوتين المتساويتين والمؤثرتين فى أ، ج فى اتجاه يوازى ب د بحيث يتكافأ الازدواج المكون من القوتين الأوليين والازدواج المكوّن من القوتين الأخيرين.



الحل

القوتان ٩٦، ٩٦ نيوتن تكونان ازدواجًا القياس الجبرى لعزمه

$$\text{ج} = 16 \times 96 = 1536 \text{ نيوتن. سم}$$

لكى يتكافأ الأزواج فإن القوتين عند أ، ج يعملان على الدوران

في اتجاه عقارب الساعة (كما بالشكل).

من نظرية إقليدس

$$\frac{\text{ج هـ} = \text{ج ب} \times \text{ج د}}{\text{ب د}}$$

$$\text{ج هـ} = \frac{١٢ \times ١٦}{٢٠} = ٩,٦ \text{ سم}$$

$$\text{ج و} = ٢ \text{ ج هـ}$$

$$\text{ج و} = ١٩,٢ \text{ سم}$$

∴ ج ٢ = ١٩,٢ × ١٠ = ١٩٢
 ∴ ج ١ = ١٩,٢ × ١٠ = ١٩٢
 ∴ ج ٢ = ج ١ = ١٩٢
 ∴ ج ١ = ١٩,٢ × ١٠ = ١٩٢
 ∴ ج ١ = ١٩,٢ × ١٠ = ١٩٢

٦ حاول أن تحل

٥ أ ب قضيب خفيف، طوله ٥٠ سم، تؤثر قوتان مقدار كل منهما ٣٠ نيوتن في أ، ب في اتجاهين متضادين. أثرت قوتان أخريان مقدار كل منهما ١٠٠ نيوتن في اتجاهين متضادين في نقطتين ج، د من القضيب، حيث ج د = ٣٠ سم بحيث يكونان ازدواجًا يكافئ الازدواج المكون من القوتين الأوليين. أوجد قياس زاوية ميل القوتين الآخرين على القضيب.



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ الازدواج هو:

- أ قوتان متوازيتان ومتساويتان في المقدار متحدتا الاتجاه.
 ب قوتان متعامدتان ومتساويتان في المقدار.
 ج قوتان متوازيتان ومتساويتان في المقدار وعلى خط عمل واحد.
 د قوتان متوازيتان ومتساويتان في المقدار و متضادتان في الاتجاه وليستا على خط عمل واحد.

٢ أي من الشروط الآتية لا تغير من تأثير الازدواج على الجسم:

- أ ازاحة الازدواج إلى موضع جديد في مستواه.
 ب ازاحة الازدواج إلى مستوى آخر يوازي مستواه.
 ج دوران الازدواج في نفس مستواه.
 د كل ما سبق.

٣ القوتان المؤثرتان على عجلة قيادة السيارة وتحداث دورانًا لعجلة القيادة تكونان:

- أ احتكاكًا.
 ب ازدواجًا.
 ج قوة عمودية على عجلة القيادة.
 د محصلة غير صفرية.

٤ لإحداث ازدواج من قوتين يجب أن تكون القوتان:

- أ متساويتين في المقدار.
 ب متضادتين في الاتجاه.
 ج ليسا على خط عمل واحد.
 د كل ما سبق.

٥ إذا كان ج ١، ج ٢ هما القياسان الجبريان لعزمي ازدواجين، وكان ج ١ + ج ٢ = صفر فإن:

- أ الازدواجين متكافئان
 ب الازدواجين غير متزنين
 ج الازدواجين متزنان
 د الازدواجين يكافئان قوة

٦ حاصل ضرب معيار إحدى قوتي الازدواج في ذراع الازدواج يسمى:

- أ محصلة الازدواج.
 ب عزم الازدواج.
 ج عزم إحدى قوتي الازدواج.
 د لاشيء مما سبق.

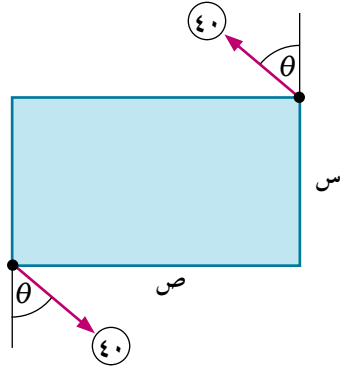
٧ إذا كان $\vec{v}_1 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ ، $\vec{v}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ ، $\vec{v}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$ ، $\vec{v}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ تكونان ازدواجًا فإن (أ، ب) =

- أ (٣، -٤) ب (٣، ٥) ج (-٣، ٥) د (-٣، ٥)

٨ إذا كان ازدواج معيار عزمه ٣٥٠ نيوتن. م ومعيار إحدى قوته ٧٠ نيوتن، فإن طول ذراع عزم الازدواج يساوي:

- أ ٥٠ مترًا ب ٥ أمتار ج ٥ سم د ٢٤٥٠٠ سم.

اجب عن الاسئلة الآتية :



٩ الشكل المقابل يوضح قوتين مقدار كل منهما ٤٠ نيوتن، تؤثران على طرفي

صفيحة مستطيلة الشكل أبعادها س، ص سم. أوجد عزم ازدواج القوتين في

كل من الحالات الآتية:

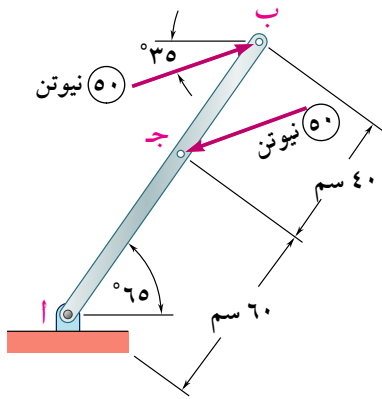
أ س = ٣ سم ، ص = ٤ سم ، $\theta = 0^\circ$

ب س = ص = ٦ سم ، $\theta = \frac{\pi}{4}$

ج س = ٠ ، ص = ٥ سم ، $\theta = 30^\circ$

د س = ٦ سم ، ص = ٠ ، $\theta = 60^\circ$

هـ س = ٥ سم ، ص = ١٢ سم ، $\theta = \frac{\pi}{12}$



١٠ الشكل المقابل يوضح قوتين معيار كل منها ٥٠ نيوتن، تؤثران على

رافعة أ ب أوجد القياس الجبري لعزم الازدواج بطريقتين:

أ باستخدام البعد العمودي بين القوتين.

ب بإيجاد مجموع عزوم القوتين بالنسبة لنقطة أ

١١ أثرت القوتان (٣ - \vec{e}_1 - \vec{e}_2) ، (٥ + \vec{e}_1 + \vec{e}_2) نيوتن في النقطتين أ، ب على الترتيب، متجهها

موضعهما (٦ + \vec{e}_1 + \vec{e}_2) ، (٤ + \vec{e}_1 + \vec{e}_2) متر برهن أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد عزمه.

١٢ أثرت القوتان (١ + \vec{e}_1 + \vec{e}_2) ، (٥ - \vec{e}_1 - \vec{e}_2) نيوتن في النقطتين ج ، د على الترتيب

حيث ج(-٢، ١)، د(١، ٣) فإذا كانت القوتان تكونان ازدواجًا. أوجد قيمة كل من أ، ب، ثم أوجد عزم

الازدواج، وأوجد أيضًا البعد العمودي بين خطي عمل القوتين.

الازدواج المحصل

الوحدة الخامسة

٢ - ٥

Resultant couple

فكر و ناقش



- ١ إذا وقع جسم تحت تأثير ازدواج. ما التأثير الحادث على هذا الجسم نتيجة ذلك الازدواج؟
- ٢ هل يتحرك الجسم الواقع تحت تأثير ازدواج حركة خطية أم حركة دائرية؟
- ٣ إذا كانت محصلة عدة قوى مستوية متلاقية في نقطة تساوى صفر. هل يمكن أن تمثل هذه القوى ازدواجًا؟
- ٤ إذا كانت محصلة عدة قوى مستوية وغير متلاقية في نقطة تساوى صفر. هل يمكن أن تمثل هذه القوى ازدواجًا؟

تعلم

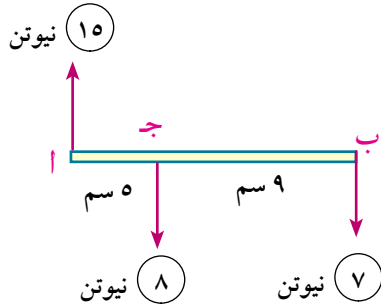


نظام القوى المستوية الذي يكافئ ازدواجًا

يقال لعدة قوى مستوية \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 ، ... ، \vec{F}_n إنها تكافئ ازدواجًا إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا:

- ١ انعدام محصلة القوى (أو مجموع المركبات الجبرية للقوى في أى اتجاه = صفر)
 - ٢ مجموع عزوم القوى حول أى نقطة لا يندم
- ملحوظة:** تحقق أحد الشرطين فقط لا يكفي لإثبات أن المجموعة تكافئ ازدواجًا فالقوى المتلاقية في نقطة إذا انعدمت محصلتها فإن المجموعة تكون متزنة ولا تكافئ ازدواجًا.

مثال



- ١ أب قضيب خفيف أثرت عليه القوى الموضحة بالشكل أثبت أن مجموعة القوى تكافئ ازدواجًا وأوجد القياس الجبرى لعزمه.

الحل

بفرض أن \vec{C} متجه وحدة في اتجاه القوة ١٥ نيوتن

$$\therefore \vec{C} = 15\vec{i} - 8\vec{j} - 7\vec{k} = \vec{0}$$

أى أن المحصلة تنعدم

∴ إما أن تكون المجموعة متزنة أو تكافئ ازدواجًا، لذلك نوجد مجموع عزوم القوى حول أى نقطة (ولتكن أ)

سوف تتعلم

- مجموع ازدواجات مستوية (الازدواج المحصل)
- شرط مجموعة من القوى المستوية تكافئ ازدواجًا.

المصطلحات الأساسية

Resultant	➤ ازدواج محصل couple
Equivalent	➤ يكافئ

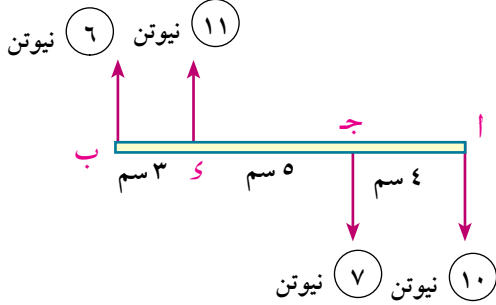
الأدوات المستخدمة

- آلة حاسبة علمية.

$$ج - ١٤ \times ٧ - ٥ \times ٨ = ١٣٨$$

∴ المجموعة تكافئ ازدواجًا، القياس الجبري لعزمه يساوي - ١٣٨ نيوتن.سم

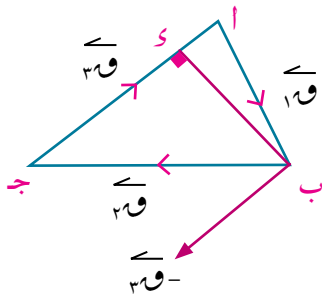
تفكير ناقد: أوجد مجموع عزوم القوى حول كل من ب، جـ ماذا تلاحظ؟



٤ حاول أن تحل

١ في الشكل المقابل أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد القياس الجبري لعزمه.

قاعدة إذا أثرت ثلاث قوى مستوية وغير متلاقية في نقطة في جسم متماسك ومثلها تمثيلًا تامًا أضلاع مثلث مأخوذة في ترتيب دوري واحد كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه يساوي حاصل ضرب ضعف مساحة سطح المثلث في مقدار القوة الممثل لوحدة الأطوال.



البرهان (غير مطلوب من الطالب)

تمثل القطع المستقيمة الموجهة \vec{AB} ، \vec{BC} ، \vec{CA} القوى الثلاث تمثيلًا تامًا، أي مقدارًا واتجاهًا وخط عمل وبفرض أن m تمثل مقدار القوة لوحدة الأطوال

$$\text{أي } m = \frac{F_1}{AB} = \frac{F_2}{BC} = \frac{F_3}{CA}$$

$$\therefore \vec{AB} = \vec{BC} + \vec{CA}$$

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\therefore \vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \vec{F}_3$$

أي أن محصلة القوتين \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 هي قوة $(-\vec{F}_3)$ وتؤثر في نقطة ب - لذلك فإن المجموعة تكافئ القوتين \vec{F}_1 وتعمل عند جـ، $(-\vec{F}_3)$ وتعمل عند ب، أي أنها تكافئ ازدواجًا.

لتعيين معيار عزم هذا الازدواج نرسم عمودًا من ب على \vec{AJ} فيقطعه في نقطة J .

$$\text{معيار عزم الازدواج} = \|\vec{F}_3\| \times BJ$$

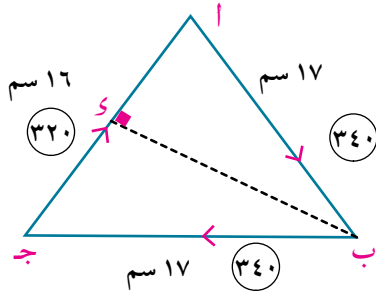
$$\text{ولكن } \|\vec{F}_3\| = AJ \times m$$

$$\text{معيار عزم الازدواج} = AJ \times m \times BJ$$

$$= (AJ \times BJ) \times m = \text{ضعف مساحة سطح المثلث } \vec{AB} \text{ جـ}$$

مثال

٢) أب ج ممثلث، فيه أب = ب ج = ١٧ سم، أ ج = ١٦ سم أثرت قوى مقاديرها ٣٤٠، ٣٤٠، ٣٢٠ نيوتن في $\vec{أب}$ ، $\vec{بج}$ ، $\vec{جأ}$ على الترتيب أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد معيار عزمه.



الحل

$$\text{حيث إن } 20 = \frac{320}{16} = \frac{340}{17} = \frac{340}{17}$$

∴ مقدار القوة الممثل لوحدة الأطوال يساوي ٢٠ نيوتن وحيث إن القوى مأخوذة في ترتيب دوري واحد ∴ المجموعة تكافئ الاطوال

معيار عزم الازدواج = ضعف مساحة Δ أب ج × مقدار القوة الممثل

لوحدة الأطوال

لإيجاد مساحة Δ نرسم $\vec{ب\gamma} \perp \vec{أج}$ فينصفه

$$\therefore ب\gamma = \sqrt{17^2 - 16^2} = 15 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{معيار عزم الازدواج} = 2 \times \frac{1}{2} \times 16 \times 15 \times 20 = 4800 \text{ نيوتن.سم}$$

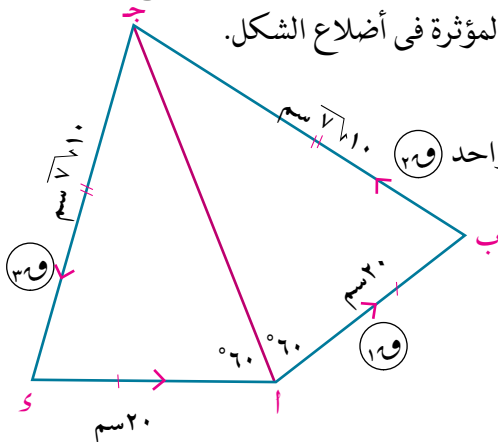
٤) حاول أن تحل

٢) أب ج ممثلث قائم الزاوية في ب فيه أب = ٣٠ سم، ب ج = ٤٠ سم أثرت قوى مقاديرها ٦، ٨، ١٠ نيوتن في $\vec{أب}$ ، $\vec{بج}$ ، $\vec{جأ}$ على الترتيب أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد معيار عزمه.

تعميم: إذا أثرت عدة قوى مستوية في جسم متماسك ومثلها تمثيلاً تاماً أضلاع مضلع مقفل مأخوذة في ترتيب دوري واحد، كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجًا معيار عزمه يساوي حاصل ضرب ضعف مساحة سطح المضلع في مقدار القوة الممثل لوحدة الأطوال.

مثال

٣) أب ج د شكل رباعي فيه أب = أ د = ٢٠ سم، ب ج = د ج = $10\sqrt{3}$ سم، $\angle أ = 120^\circ$ أثرت قوى ممثلة بالقطع المستقيمة الموجهة $\vec{أب}$ ، $\vec{بج}$ ، $\vec{ج د}$ ، $\vec{دأ}$ فإذا كانت المجموعة تؤول إلى ازدواج معيار عزمه ١٨٠ $\sqrt{3}$ نيوتن. سم في الاتجاه أب ج د أوجد مقدار القوى المؤثرة في أضلاع الشكل.



الحل

∴ القوى تؤثر في أضلاع المضلع ومأخوذة في ترتيب دوري واحد (٢٠) ∴ معيار الازدواج = ضعف مساحة الشكل × م

$$180\sqrt{3} = م \times \text{ضعف مساحة الشكل}$$

من هندسة الشكل Δ أب ج $\equiv \Delta$ أ د ج

من قانون جيب التمام في Δ أب ج

$$\begin{aligned} (ب ج)^2 &= (أ ب)^2 + (أ ج)^2 - ٢ أ ب \times أ ج \times جتا (ب أ ج) \\ \therefore (10\sqrt{3})^2 &= (20)^2 + (20)^2 - ٢ \times ٢٠ \times ٢٠ \times جتا ٦٠ \\ \therefore ٧٠٠ &= ٤٠٠ - ٢(أ ج) \times ٢٠ \\ \therefore (أ ج)^2 - ٢٠ أ ج &= ٣٠٠ \text{ صفر} \\ \therefore (أ ج + ١٠)(أ ج - ٣٠) &= ٠ \\ \text{ومنها أ ج} &= ٣٠ \\ \text{مساحة الشكل أ ب ج} &= ٢ \times \text{مساحة } \Delta أ ب ج \\ &= ٢ \times \frac{١}{٢} \times أ ب \times أ ج \times جتا ٦٠ = \\ &= ٢٠ \times ٣٠ \times جتا ٦٠ = ٣٠٠ \sqrt{٣} \text{ سم}^2 \end{aligned}$$

بالتعويض في (١)

$$\begin{aligned} \therefore ٣ &= ٢ \times \sqrt{٣} \times ٣٠٠ \times م \\ \therefore م &= \frac{١}{٢} = \frac{٢٩}{ب ج} = \frac{٢٩}{ج د} = \frac{٢٩}{أ د} \\ \therefore م &= \frac{١}{٢} = \frac{٢٩}{٧\sqrt{١٠}} = \frac{٢٩}{٧\sqrt{١٠}} = \frac{٢٩}{٢٠} \end{aligned}$$

ومنها $١ = ٦$ نيوتن ، $٢ = ٣\sqrt{٧}$ نيوتن ، $٣ = ٣\sqrt{٧}$ نيوتن ، $٤ = ٦$ نيوتن

٤ حاول أن تحل

٣) أ ب ج د شبه منحرف فيه $أ د // ب ج$ ، $أ ب \perp ب ج$ ، $أ ب = ٦$ سم ، $ب ج = ٩$ سم ، $أ د = ٣$ سم أثرت القوى ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، مثلة تمثيلاً تاماً بالقطع المستقيمة الموجهة $أ$ ، $ب$ ، $ج$ ، $د$ ، $أ ب$ على الترتيب، فإذا كانت المجموعة تكافئ ازدواجاً معيار عزمه ٣٦٠ نيوتن. سم في الاتجاه أ ب ج د فأوجد مقدار كل من ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥

إذا كان مجموع القياسات الجبرية لعزوم مجموعة من القوى المستوية بالنسبة لثلاث نقط في مستواها ليست على استقامة واحدة يساوي مقداراً ثابتاً لا يساوي الصفر، كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجاً القياس الجبري لعزمه يساوي هذا المقدار الثابت.

قاعدة

البرهان (لا يمتحن فيه الطالب)

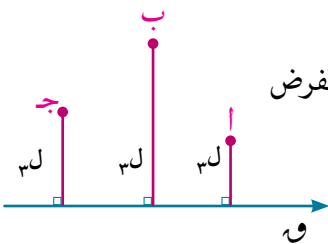
أي مجموعة من القوى إما أن تؤول إلى قوة واحدة ١ أو تؤول إلى ازدواج أو تكون متزنة. واضح أن القوى غير متزنة لأن مجموع القياسات الجبرية لعزوم القوى حول نقطة ما لا يندم، نفرض أن المجموعة تكافئ قوة واحدة مقدارها ١ وان النقط الثلاث هي أ ، ب ، ج وان ابعادها عن خط عمل القوة هي $ل١$ ، $ل٢$ ، $ل٣$ على الترتيب

$$\therefore ١ \times ل١ = ٢ \times ل٢ = ٣ \times ل٣ = \text{المقدار الثابت}$$

وبالقسمة على ١ حيث $١ \neq ٠$. $ل١ = ل٢ = ل٣$

أي أن النقط أ ، ب ، ج تقع على مستقيم واحد يوازي خط عمل ١ وهذا يتنافى مع الفرض .
مجموعة القوى لا تكافئ قوة

. . المجموعة تكافئ ازدواجاً القياس الجبري لعزمه يساوي المقدار الثابت



مثال

٤ أب ج د شبه منحرف فيه $\overline{أد} // \overline{بج}$ ، و $\angle ب = 90^\circ$ ، $أب = 12$ سم، $بج = 18$ سم، $أد = 9$ سم، أثرت القوى التي مقاديرها ٢٠٠، ٦٠٠، ٥٠٠، ١٢٠٠، ١٣٧٣٠٠ ث كجم في $\overline{أ}$ ، $\overline{ب}$ ، $\overline{ج}$ ، $\overline{د}$ على الترتيب أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد عزمه.

الحل

نحسب مجموع القياسات الجبرية لعزوم القوى بالنسبة لثلاث نقط ليست على استقامة واحدة ولتكن $أ$ ، $ب$ ، $ج$

$$ج١ = 12 \times 600 - 18 \times 500 = 7,2 \text{ أو}$$

$$\text{حيث أو } 9 \text{ جا } \theta = \frac{12}{15} \times 9 = 7,2$$

$$\therefore ج٢ = 12 \times 1200 - 18 \times 500 - 7,2 \times 500 = 10800 \text{ ث كجم. سم}$$

$$ج٣ = 12 \times 1200 - 18 \times 200 + 137300 \times ب هـ$$

$$\text{حيث ب ل } 18 \text{ جا } \theta = \frac{12}{15} \times 18 = 14,4$$

$$ب هـ = \frac{36}{137} = \frac{18 \times 12}{137,6}$$

$$\therefore ج٤ = 12 \times 1200 - 18 \times 200 + 14,4 \times 500 - \frac{36}{137} \times 137300 = 10800 \text{ ث كجم. سم}$$

$$= 10800 \text{ ث كجم. سم}$$

$$\therefore ج٥ = 12 \times 1200 - 18 \times 200 = 10800 \text{ ث كجم. سم}$$

$$= 10800 \text{ ث كجم. سم}$$

\therefore المجموعة تكافئ ازدواجًا يعمل على الدوران في اتجاه دوران عقارب الساعة، معيار عزمه ١٠٨٠٠ ث كجم. سم

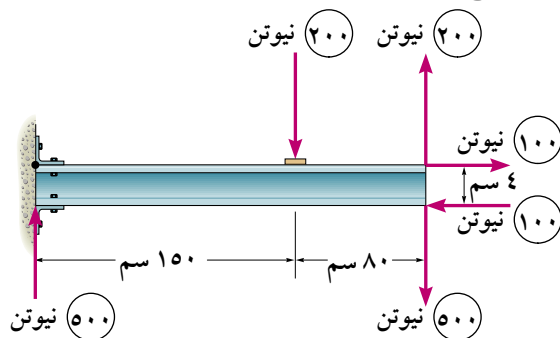
٩ حاول أن تحل

٤ أب ج د مربع طول ضلعه ١٠ سم، $هـ \in \overline{ج ب}$ ، و $و \in \overline{ج د}$ ، بحيث كان $ج هـ = ج و = ٣٠$ سم. أثرت قوى مقاديرها ٤٠، ١٠، ٢٠، ٣٠، ٢ ث كجم في $\overline{أ}$ ، $\overline{ب}$ ، $\overline{ج}$ ، $\overline{د}$ ، $\overline{هـ}$ ، $\overline{و}$ على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد عزمه.

Resultant couple

الازدواج المحصل

يعرف مجموع ازدواجين مستويين على أنه الازدواج الذي عزمه يساوي مجموع عزمي هذين الازدواجين $\overline{ج} = \overline{ج١} + \overline{ج٢}$ ويسمى مجموع ازدواجين مستويين بالازدواج المحصل (المجموعة تكافئ ازدواجًا)



مثال

٥ في الشكل المقابل أوجد القياس الجبري للازدواج المحصل

الحل

القوتان ٢٠٠ ، ٢٠٠ نيوتن تكونان ازدواجًا القياس الجبري لعزمه

$$ج١ = ٠,٨ \times ٢٠٠ = ١٦٠ \text{ نيوتن. متر}$$

القوتان ٥٠٠ ، ٥٠٠ تكونان ازدواجًا القياس الجبري لعزمه

$$ج٢ = ٢,٣ \times ٥٠٠ = ١١٥٠ \text{ نيوتن. متر}$$

القوتان ١٠٠ ، ١٠٠ تكونان ازدواجًا القياس الجبري لعزمه

$$ج٣ = ٠,٠٤ \times ١٠٠ = ٤ \text{ نيوتن. متر}$$

$$\text{الازدواج المحصل} = ج١ + ج٢ + ج٣$$

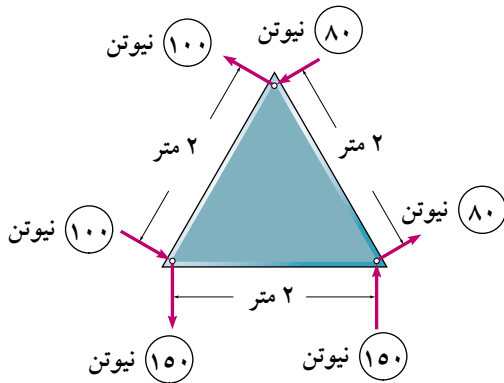
$$= ١٦٠ + (١١٥٠) + (-٤) = ٩٩٤ \text{ نيوتن. متر}$$

٦ حاول أن تحل

٥ الشكل المقابل يمثل صفيحة منتظمة على شكل مثلث

متساوي الأضلاع تؤثر عليها القوى كما بالشكل أوجد

القياس الجبري لعزم الازدواج المحصل.

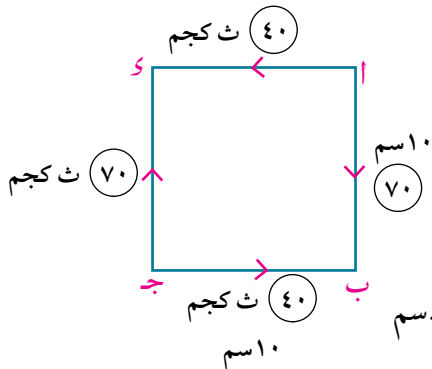


مثال

٦ أ ب ج د مربع طول ضلعه ١٠ سم، أثرت قوتان مقدار كل منهما ٤٠ ث كجم في \vec{AD} ، \vec{CB} وقوتان مقدار

كل منهما ٧٠ ث كجم في \vec{AB} ، \vec{CD} ، أوجد القياس الجبري لعزم الازدواج المحصل.

الحل



القوتان ٤٠ ، ٤٠ تُكوّنان ازدواجًا القياس الجبري لعزمه

$$ج١ = ١٠ \times ٤٠ = ٤٠٠ \text{ ث كجم. سم}$$

القوتان ٧٠ ، ٧٠ تُكوّنان ازدواج القياس الجبري لعزمه

$$ج٢ = ١٠ \times ٧٠ = ٧٠٠ \text{ ث كجم. سم}$$

$$\text{الازدواج المحصل} = ج١ + ج٢ = (٧٠٠) + ٤٠٠ = ٣٠٠ \text{ ث كجم. سم}$$

٦ حاول أن تحل

٦ أ ب ج د مستطيل، فيه $AB = ٦٠$ سم ، $BC = ١٦٠$ سم ، S ، V منتصفات BC ، AD على الترتيب،

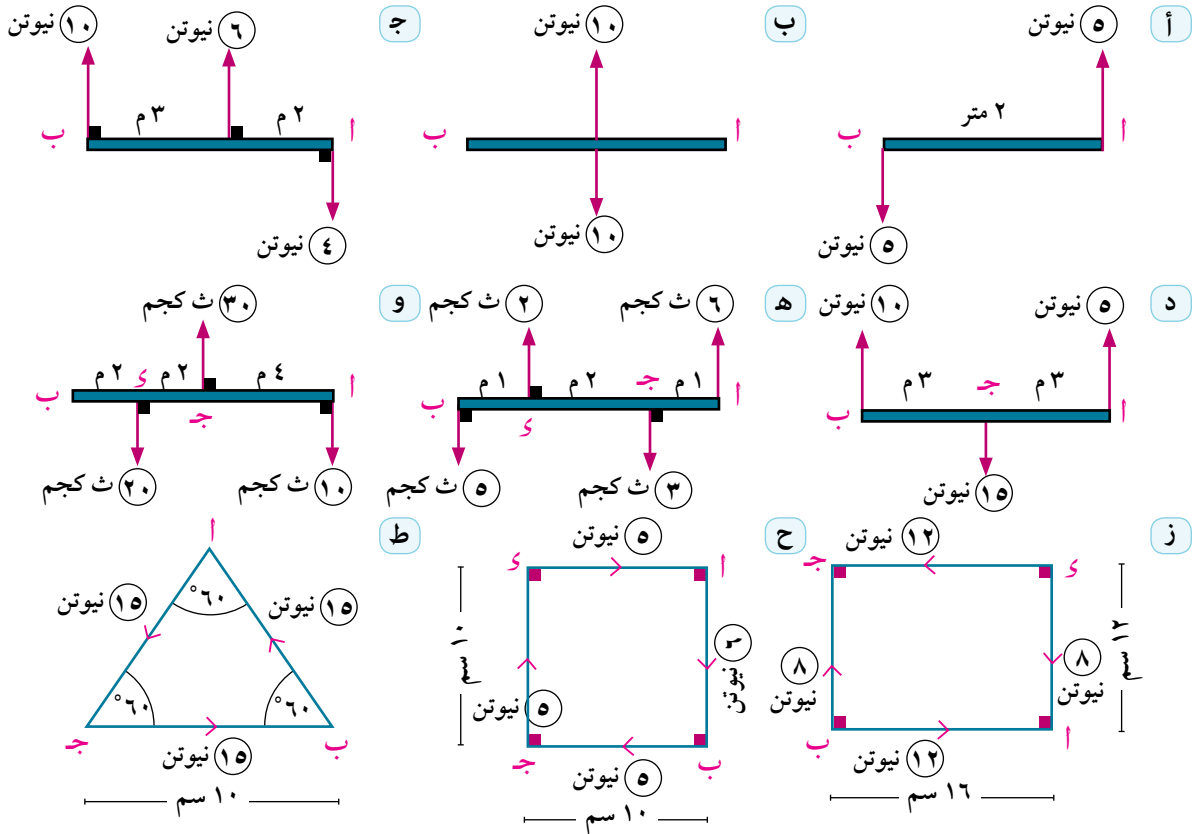
أثرت القوى التي مقاديرها ٢٠٠ ، ٢٠٠ ، ٤٠٠ ، ٤٠٠ ، ٧٠ نيوتن في الاتجاهات \vec{AB} ، \vec{CD} ، \vec{BC} ، \vec{AD} ،

\vec{AS} ، \vec{AV} ، على الترتيب، إذا كان القياس الجبري لعزم الازدواج المحصل يساوي ٦٤٠٠ نيوتن. سم.

أوجد قيمة θ .

تمارين ٥ - ٢

١ بين أي نظم القوى الآتية تكافئ ازدواجًا وأوجد القياس الجبري لعزمه:

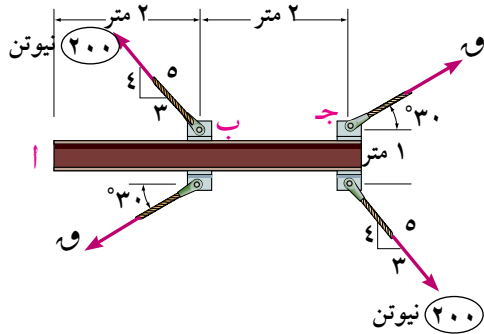


٢ أ ب ج د مربع طول ضلعه ٣ أمتار تؤثر القوى التي مقاديرها ٥، ٥، ٢ نيوتن في اتجاهات ب أ ، ب ج ، ج د ، د أ ، على الترتيب. بين أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد معيار عزمها.

٣ أ ب ج د مستطيل فيه أ ب = ٦ سم ، ب ج = ٨ سم أثرت قوى مقدار كل منها ٧ ث. كجم في كل من أ ب ، ب ج ، ج د ، د أ ، على الترتيب أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد معيار عزمه.

٤ أ ب ج د مستطيل فيه أ ب = ٣٠ سم ، ب ج = ٤٠ سم أثرت القوى التي مقاديرها ١٥، ٣٠، ١٥، ٣٠ ث. كجم في أ ب ، ب ج ، ج د ، د أ ، على الترتيب، أثبت أن هذه المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد عزمه، ثم أوجد قوتين تؤثران في أ ، ج عموديتين على أ ج ، بحيث تتزن المجموعة.

٥ أ ب ج د معين طول ضلعه ١٠ سم، و(أ ب ج) = ١٢٠° أثرت القوى التي مقاديرها ٢٠، ١٥، ٢٠، ١٥ ث كجم في أ ب ، ب ج ، ج د ، د أ ، على الترتيب، أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجًا وأوجد معيار عزمه. ثم أوجد القوتين اللتين تؤثران في ب ، د عموديتين على ب د بحيث تتزن المجموعة.



٦ الشكل المقابل يمثل قنطرة تؤثر عليها القوى الموضحة بالشكل إذا كان القياس الجبري لعزم الازدواج المحصل يساوي $200 - 3\sqrt{2}200$ نيوتن. متر أوجد و.

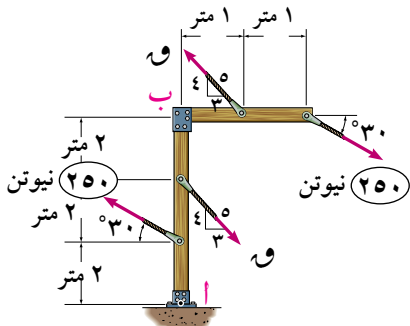
٧ أ ب ج د هـ و متساوي الساقين فيه $\overline{أ ب} \parallel \overline{أ د}$ ، $أ د = ٩$ سم، $أ ب = ١٥$ سم، $ب ج = ٣٣$ سم أثرت القوى ٤٥، ٩٩، ٤٥، ٢٧ في الاتجاهات $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب ج}$ ، $\overline{ج د}$ ، $\overline{د أ}$ على الترتيب، أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه.

٨ أ ب ج د هـ و مسدس منتظم طول ضلعه ١٥ سم، أثرت قوى مقاديرها ٤٠، ٥٠، ٣٠، ٤٠، ٥٠، ٣٠ نيوتن في $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب ج}$ ، $\overline{ج د}$ ، $\overline{د هـ}$ ، $\overline{هـ و}$ ، $\overline{و أ}$ على الترتيب. عين عزم الازدواج المحصل.

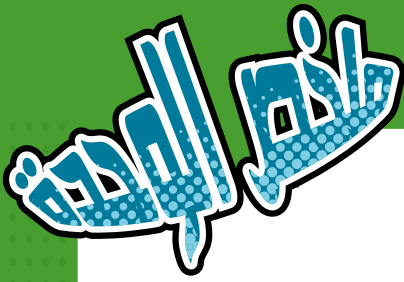
٩ أ ب ج د هـ خماسي منتظم طول ضلعه ١٥ سم. أثرت قوى مقدار كل منها ١٠ كجم في $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب ج}$ ، $\overline{ج د}$ ، $\overline{د هـ}$ ، $\overline{هـ أ}$ على الترتيب أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه.

١٠ أ ب ج د هـ مثلث فيه $أ ب = ب ج = ٦$ سم، و $(\Delta أ ب ج) = ١٢٠^\circ$ أثرت قوى مقاديرها ١٨، ١٨، ٣٦ نيوتن في $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب ج}$ ، $\overline{ج د}$ ، $\overline{د هـ}$ ، $\overline{هـ أ}$ على الترتيب، أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه.

١١ أ ب ج د هـ مربع طول ضلعه ٦٠ سم أثرت قوى مقاديرها ١٠، ٢٠، ٨٠، ٥٠ نيوتن في $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب ج}$ ، $\overline{ج د}$ ، $\overline{د هـ}$ على الترتيب واثرت قوتان مقدارهما $٣\sqrt{2}٥٠$ ، $٣\sqrt{2}٢٠$ نيوتن في $\overline{أ ج}$ ، $\overline{ب د}$ على الترتيب برهن أن المجموعة تكافئ ازدواجاً معيار عزمه ٤٨٠٠ نيوتن.سم



١٢ في الشكل المقابل أوجد و التي تجعل القياس الجبري لعزم الازدواج المحصل يساوي $١٥٠ - ٣\sqrt{2}٥٠٠$



تعريف الازدواج: هو نظام من القوى يتكون من قوتين متساويتين في المعيار ومتضادتين في الاتجاه ولا يجمعهما خط عمل واحد.

عزم الازدواج: يعرف عزم الازدواج بأنه مجموع عزمى قوتى الازدواج حول أى نقطة فى الفراغ ومعياره يساوى حاصل ضرب معيار إحدى القوتين فى البعد بينهما.

نظرية: عزم الازدواج هو متجه ثابت لا يعتمد على النقطة التى ينسب إليها عزمى قوته.

اتزان ازدواجين: يقال لازدواجين إنهما متزان إذا كان مجموع عزميهما هو المتجه الصفري.

اتزان جسم تحت تأثير عدة ازدواجات إذا أثر على الجسم عدة ازدواجات مستوية متجهات عز، \vec{J}_1 ، \vec{J}_2 ، ... ، \vec{J}_n فإن شرط اتزان الجسم تحت تأثير هذه الازدواجات هو $\vec{J}_1 + \vec{J}_2 + \dots + \vec{J}_n = \vec{0}$ ،

تكافؤ ازدواجين: يقال لازدواجين مستويين إنهما متكافئان إذا تساوى القياسان الجبريان لمتجهى عزميهما.

نظام القوى المستوية التى تكافئ ازدواج: يقال لعدة قوى مستوية \vec{O}_1 ، \vec{O}_2 ، .. \vec{O}_n إنها تكافئ ازدواجًا إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا:

$$1 - \text{محصلة القوى تساوى المتجه الصفري } (\vec{O}_1 + \vec{O}_2 + \dots + \vec{O}_n = \vec{0})$$

$$2 - \text{مجموع عزوم القوى حول أى نقطة فى الفراغ لا ينعدم.}$$

قاعدة ١: إذا أثرت ثلاث قوى مستوية وغير متلاقية فى نقطة فى جسم متماسك ومثلها تمثيلاً تاماً أضلاع مثلث مأخوذة فى ترتيب دورى واحد، كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجًا معيار عزمه يساوى حاصل ضرب ضعف مساحة سطح المثلث فى مقدار القوة الممثل لوحدة الأطوال.

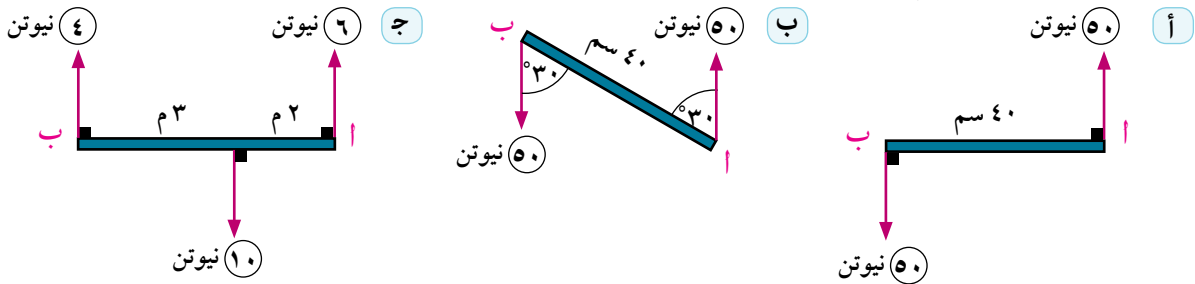
تعميم: إذا أثرت عدة قوى مستوية فى جسم متماسك ومثلها تمثيلاً تاماً أضلاع مضلع مقفل مأخوذة فى ترتيب دورى واحد، كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجًا معيار عزمه يساوى حاصل ضرب ضعف مساحة سطح المضلع فى مقدار القوة الممثل لوحدة الأطوال.

قاعدة ٢: إذا كان مجموع القياسات لعزوم مجموعة من القوى المستوية بالنسبة لثلاث نقط فى مستواها ليست على استقامة واحدة يساوى مقدارًا ثابتًا لا يساوى الصفر كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجًا القياس الجبرى لعزمه يساوى هذا المقدار الثابت.

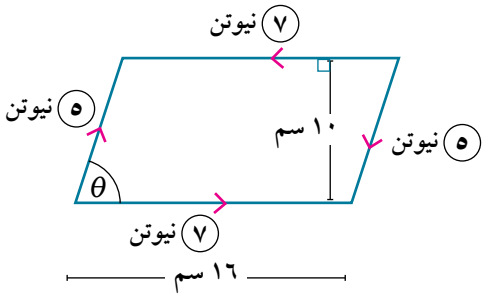
الازدواج المحصل: يعرف مجموع ازدواجين مستويين على أنه الازدواج الذى عزمه يساوى مجموع عزمى هذين الازدواجين $(\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2)$

تعاريف عامة

١ أوجد القياس الجبرى لعزم الازدواج المحصل فى كل من الأشكال الآتية:



٢ الشكل المقابل يوضح صفيحة على شكل متوازى أضلاع أثر عليها ازدواجان، أوجد:



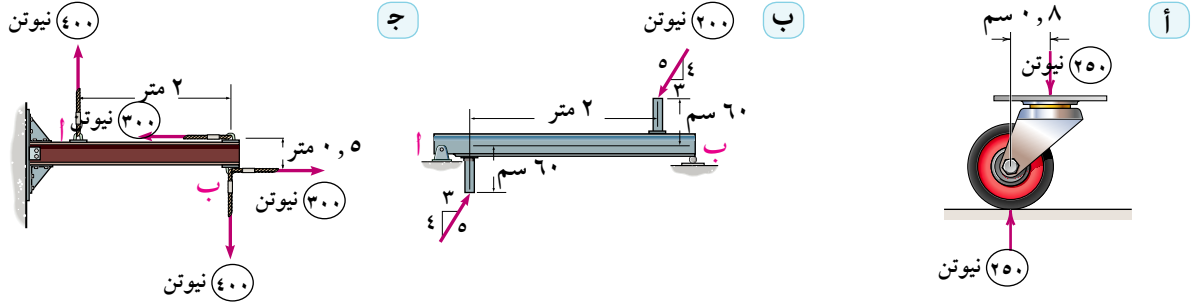
أ القياس الجبرى لعزم الازدواج المكون من القوتين ٧ ، ٧
 ب القياس الجبرى لعزم الازدواج المكون من القوتين ٥ ، ٥ نيوتن عندما $\theta = 60^\circ$.

ج إذا كان القياس الجبرى لعزم الازدواج المحصل يساوى ٣٠ نيوتن.سم فما قيمة θ ؟
 د إذا اتزنت الصفيحة فما قيمة θ ؟

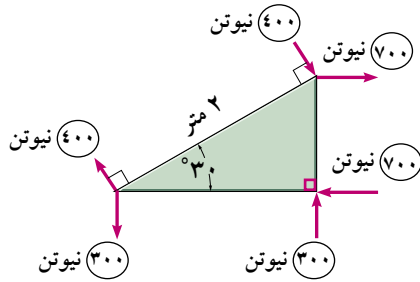
٣ أ ب قضيب منتظم طوله ٢٠ سم، يمكنه الدوران فى مستوى رأسى حول مسمار أفقى ثابت يمر بثقب صغير فى القضيب عند نقطة جـ \exists $\overline{أ ب}$ حيث $أ جـ = ٥$ سم، إذا اتزن القضيب فى وضع أفقى تحت تأثير قوتين مقدار كل منها ٥٠ نيوتن وتؤثران فى طرفيه أ ، ب فى اتجاهين متضادين وتصنعان مع القضيب زاوية قياسها 30° . أوجد وزن القضيب ومقدار رد فعل المسمار.

٤ أ ب جـ د مستطيل فيه $أ ب = ٣٠$ سم، $ب جـ = ٤٠$ سم أثرت قوى مقاديرها ١، ٢، ٤، ٦، ٥ ث. كجم فى $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ د}$ ، $\overline{د أ}$ ، $\overline{أ جـ}$ على الترتيب، برهن أن المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه.

٥ عين معيار عزم الازدواج المؤثر فى كل من الأشكال الآتية:



تعاريف عامة



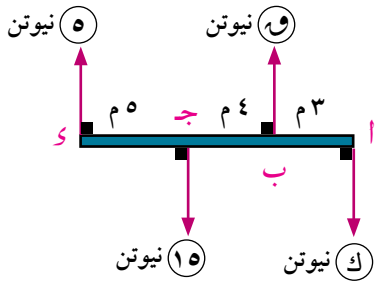
٦ في الشكل المقابل صفيحة على شكل مثلث قائم الزاوية، تؤثر عليها القوى كما بالشكل أوجد القياس الجبري لعزم الازدواج المحصل.

٧ أ ب ج د مربع طول ضلعه ٢٠ سم، أثرت القوى التي مقاديرها ٣، ٥، ٣، ٥ ث كجم في ب أ ، ب ج ، ج د ، د أ على الترتيب كما أثرت قوتان مقدار كل منها $3\sqrt{2}$ ث كجم في النقطتين أ، ج في اتجاه ب د ، د ب على الترتيب أوجد معيار الازدواج المحصل الذي يكافئ المجموعة.

٨ قوتان $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$ ، $\vec{b} = 5\vec{i} + \vec{j}$ تؤثران في النقطتين ج (٢، -١)، د (٠، -٢) على الترتيب وتكونان ازدواجًا. أوجد قيمة كل من أ، ب ثم أوجد عزم الازدواج وطول البعد العمودي بين القوتين.

٩ أثرت القوة $\vec{a} = 6\vec{i}$ في نقطة الاصل كما أثرت القوة $\vec{b} = -6\vec{i}$ في النقطة (٢، ٠) بين أن مجموع عزوم القوى بالنسبة لأي نقطة (س، ص) لا يعتمد على س، ص.

١٠ أثرت القوى $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ ، $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j}$ ، $\vec{c} = 4\vec{i} - \vec{j}$ ، $\vec{d} = 3\vec{i} - \vec{j}$ ، $\vec{e} = 7\vec{i} + \vec{j}$ في النقط أ (١، -١)، ب (٣، -٢)، ج (٠، ١) على الترتيب. برهن أن هذه المجموعة من القوى تكافئ ازدواجًا وأوجد معيار عزمه



١١ الشكل المقابل يوضح مجموعة من القوى المؤثرة على قضيب أ د تكون ازدواج القياس الجبري لعزمه يساوي -٧٥ نيوتن.م. أوجد قيمة كل من و، ك.

اختبار تراكس

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات:

١ إذا كانت قوتان مقدارهما ٤، ٨ نيوتن تؤثران في نقطة وقياس الزاوية بينهما ١٢٠ فإن مقدار محصلتهما يساوي:

- أ ١٢ ب ٤ ج $3\sqrt{4}$ د $3\sqrt{8}$

٢ إذا كانت قوتان متوازيتان ومتحدتا الاتجاه مقدارهما ٥، ٧ نيوتن تؤثران في نقطتين أ، ب فإن مقدار محصلتهما يساوي:

- أ ١٢ ب ٢ ج $7\sqrt{2}$ د $2\sqrt{2}$

٣ إذا كانت القوة $\vec{w} = 2\vec{s} - 3\vec{v}$ تؤثر في النقطة أ (١، ٢) فإن عزم \vec{w} بالنسبة للنقطة ب (-١، ٤) يساوي:

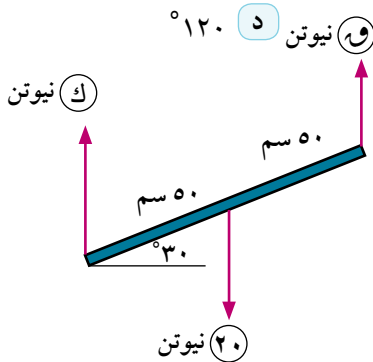
- أ $6\vec{e}$ ب $6\vec{e}$ ج $22\vec{e}$ د $22\vec{e}$

٤ إذا كانت القوة $\vec{w} = \vec{s} + 2\vec{v} - 3\vec{e}$ تؤثر في النقطة أ (٢، ١، ٣) فإن عزم \vec{w} بالنسبة لنقطة الأصل يساوي:

- أ $3\vec{s} - \vec{v} + 9\vec{e}$ ب $2\vec{s} - \vec{v} + 2\vec{e}$
ج $3\vec{s} - \vec{v} - 9\vec{e}$ د $2\vec{s} - \vec{v} - 5\vec{e}$

٥ إذا اتزنت ثلاث قوى مستوية ومتساوية في المقدار ومتلاقية في نقطة فإن قياس الزاوية بين أى قوتين فيها يساوي:

- أ ٣٠° ب ٦٠° ج ٩٠° د ١٢٠°



أجب عن الاسئلة الآتية:

٦ الشكل المقابل يوضح قضيباً منتظماً أ ب في حالة اتزان تحت تأثير القوى الموضحة أوجد ق. ك.

٧ إذا كانت $\vec{w} = \vec{l} + \vec{m} - \vec{v}$ تؤثر في النقطة أ (٣، ٢) فإذا كان عزم القوة \vec{w} بالنسبة لنقطة الأصل يساوي $3\vec{e}$ وبالنسبة للنقطة ب (-١، ٢) يساوي $8\vec{e}$ أوجد قيمة كل من ل، م.

٨ إذا كانت القوة $\vec{w} = \vec{s} + \vec{b} - \vec{v} + \vec{c}$ تؤثر في نقطة أ (٢، ١، ٢) وكانت مركبتا عزم \vec{w} بالنسبة لمحور ص، ع هما ٢، ٣ على الترتيب أوجد قيمة كل من ب، ج.

٩ أ ب ج مثلث متساوي الساقين فيه $\vec{w} = (120)^\circ$ ، أ ج = $3\sqrt{12}$ سم أثرت قوى مقاديرها ٦، ٧، $3\sqrt{8}$ نيوتن في أ ج، ج ب، أ ب على الترتيب أوجد مجموع عزوم القوى حول نقطة منتصف ج.

١٠ أ، ب، ج ثلاث نقط على استقامة واحدة حيث أ ب = ٦ سم، ب ج = ٤ سم، ج ب = ٤ سم. أثرت قوتان متوازيتان في النقطتين أ، ب مقدار محصلتهما يساوي ٢٤ نيوتن، وتؤثر في نقطة ج. أوجد مقدار كل من القوتين.

١١ تؤثر القوى المتوازية \vec{w}_1 ، \vec{w}_2 ، \vec{w}_3 ، \vec{w}_4 في النقطة أ (١، ١)، ب (٢، ١)، ج (٣، ٣)، د (-٢، ٠) على الترتيب. فإذا كانت القوى متزنة وكان $\vec{w}_1 = \vec{s} + 2\vec{v}$ ، $\|\vec{w}_2\| = 5\sqrt{2}$ نيوتن في عكس اتجاه \vec{w}_1 ، أوجد كلاً من \vec{w}_3 ، \vec{w}_4 ، \vec{w}_5 .

مركز الثقل

Center of Gravity



الوحدة

٦

مقدمة الوحدة

بالرغم من اختلاف الأجسام (التي تتكون من عدد كبير من الجزيئات) من حيث الشكل والمظهر الخارجى وإن كانت متساوية الوزن، فإنها تتأثر بقوة جذب الأرض لها والتي يعمل اتجاهها عادة رأسياً لأسفل (باتجاه مركز الأرض) ، وقد وجد العلماء أن محصلة القوى المؤثرة فى جميع الأجزاء التي يتكون منها الجسم تساوى وزن الجسم ، كما وجدوا أن محصلة هذه القوى المؤثرة فى الجسم تتمركز فى نقطة واحدة وعليه يكون مركز ثقل الجسم الجاسىء هو تلك النقطة الثابتة لهذا الجسم والتي تمر بها خط عمل محصلة قوى الجاذبية الأرضية لنقط الجسم المذكور عند أى وضع له فى الفراغ، وجدير بالذكر أن مركز الثقل هو نقطة هندسية قد تقع خارج الجسم كما فى حالة الحلقة. وأجزائه متمركزة فيها ، وقد أمكن تحديد مركز ثقل بعض الأجسام المنتظمة بسهولة حيث تكون هذه النقطة هى موقع مركزها الهندسى (كالصفائح الهندسية المنتظمة والأقراص والكرات وغيرها...). أما بالنسبة للأجسام غير المنتظمة (مثل جسم الإنسان) فإن طريقة تحديد مركز ثقلها يتم من خلال أسس علمية مختلفة، ومن الجدير بالذكر أنه تم تحديد مركز ثقل جسم الإنسان باستخدام بعض البرامج الحاسوبية التي تغذى الحاسب بمعلومات عن وزن الجسم ووزن كل جزء من أجزائه وأبعاد مراكز ثقلها فى الأنظمة الإحداثية المتعامدة.

ومن الدراسات التي اهتمت بذلك هى دراسة (براون وفيشر) التي حددت ارتفاع مركز ثقل جسم الإنسان بـ ٥٤,٨ ٪ من طوله مقاساً من أسفل القدم ، كما أشار (كروسكى) إلى أن مركز الثقل عند الرجال أعلى منه عند النساء. وتظهر أهمية دراسة مركز الثقل فى الحركة الرياضية فى مجال التحليل الحركى (الميكانيكا الحيوية الرياضى Biomechanics of sports) وسوف نتناول ذلك من خلال أنشطة هذه الوحدة. وفى هذه الوحدة سوف نتعرف مركز ثقل نظام من الجسيمات، وإيجاد مركباته فى الأنظمة الإحداثية المتعامدة مع تعيين مركز ثقل الجسم الجاسىء والصفائح المركبة ، كما سنتناول بعض التطبيقات على مركز الثقل فى مجالات حياتية مختلفة.

أهداف الوحدة

- بعد دراسة هذه الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن يكون قادراً على أن:
 - يتعرف مركز ثقل الجسم الجاسىء.
 - يتعرف العلاقة بين ثقل الجسم ومركز الثقل والاتزان والجاذبية الأرضية.
 - يتعرف مركز ثقل نظام من الجسيمات.
 - يتعرف متجه موضع مركز الثقل للجسم الجاسىء بالنسبة لنقطة الأصل.
 - يستنتج مركبات مركز الثقل فى نظام الإحداثيات الديكارية المتعامدة.
- يستنتج مركز ثقل الجسم الجاسىء المعلق تعليقاً حرّاً.
- يستنتج مركز ثقل نقطتين ماديتين بينهما مسافة ل.
- يستنتج مركز ثقل قضيب رفيع منتظم.
- يستنتج مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل متوازى أضلاع.
- يستنتج مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث.
- يتعرف طريقة الكتل السالبة لحساب مركز ثقل جسم بعد حذف جزء منه.
- يتعرف مركز ثقل بعض الأجسام التي لها خصائص تماثل.

المصطلحات الأساسية

two-dimensional system

نظام ثنائي الأبعاد > Negative Mass

> كتلة سالبة

Three-dimensional system

نظام ثلاثي الأبعاد > Symmetry

> تماثل

free suspension

تعليق حر > Center of Gravity

> مركز الثقل

Physical point

> جسيم نقطة مادية

الأدوات والوسائل

آلة حاسوبية علمية.

دروس الوحدة

(٦-١): مركز الثقل

(٦-٢): طريقة الكتلة السالبة

مخطط تنظيمي للوحدة



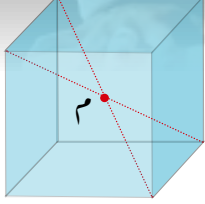
مركز الثقل

الوحدة السادسة

١-٦

Center of Gravity

تمهيد



شكل (١)

من خلال دراستك السابقة لحركة أو سكون الأجسام لاحظت أننا لم نعط حجوم أو أبعاد تلك الأجسام اهتماماً. واكتفينا بتمثيلها في أغلب الأحيان بنقطة أو دائرة صغيرة أو مستطيل على فرض أن القوة المؤثرة في الجسم تمر بنقطة واحدة تقع في منتصفه.

مركز ثقل الجسم الجاسئ:

إذا نظرنا إلى الأجسام الكبيرة التي تتحرك بشكل انتقالي فقط لوجدنا أن كل نقطة فيها تتحرك بنفس الشكل تماماً، وبالتالي فإن اعتبار هذا الجسم مكافئاً لنقطة واحدة ممكن في هذه الحالة. إلا أنه لو كان لدينا جسم كبير يتحرك عشوائياً (كانتقال ودوران) لتحركت كل نقطة منه بشكل مختلف عن غيرها، فمثلاً عند قذف مضرب كرة في الهواء، فإن حركته صعوداً وهبوطاً أكثر تعقيداً من حركة كرة فلزية ويعود ذلك إلى وجود الحركة الدورانية للمضرب أثناء حركته الانتقالية؛ أي إن كل نقطة في المضرب لها حركتها المختلفة عن غيرها من النقاط، وفي الشكل (٢) سنجد أن هناك نقطة معينة على المضرب تتحرك على المسار المعروف لدينا للجسم المقذوف؛ أي كحركة الكرة الفلزية الصغيرة عند قذفها في الهواء.

من الواضح أن هذه النقطة تتحرك كما لو أن كتلة المضرب تتركز في هذه النقطة؛ ووزن المضرب يؤثر فقط في هذه النقطة.



شكل (٢)

إن هذه النقطة المعينة تسمى مركز الثقل Center of Gravity والتي تبدو وكأن كل الجسم متجمع عندها. أي أن مركز الثقل هو نقطة افتراضية تعبر عن محصلة أثقال عناصر الجسم الجاسئ، وهي أيضاً نقطة الاتزان، كما نستطيع القول إنها النقطة التي تتوزع حولها ثقل الجسم بالتساوي من جميع الجهات.

سوف تتعلم

- مركز ثقل الجسم الجاسئ
- نقل الجسم ومركز ثقله والجاذبية الأرضية.
- مركز ثقل نقطتين ماديتين.
- متجه موضع مركز ثقل الجسم الجاسئ.
- مركز الثقل في نظام الإحداثيات المتعامدة.
- التعليق الحر للجسم الجاسئ.
- مركز ثقل قضيب رفيع منتظم.
- مركز ثقل صفيحة منتظمة على شكل متوازي أضلاع.
- مركز ثقل صفيحة منتظمة على شكل مثلث.

المصطلحات الأساسية

- مركز الثقل
- Center of Gravity
- جسيم Particle
- نقطة مادية Physical point
- نظام ثنائي الأبعاد two-dimensional system
- نظام ثلاثي الأبعاد Three-dimensional system
- تعليق حر free suspension

الأدوات المستخدمة

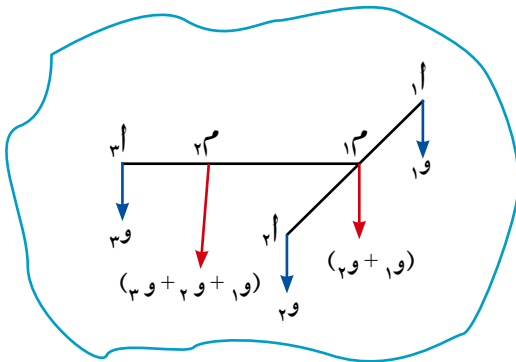
- آلة حاسبة علمية
- Scientific calculator

مركز ثقل جسم جاسئ هو نقطة ثابتة في الجسم، يمر بها خط عمل محصلة أوزان الجسيمات التي يتكون منها الجسم، ولا يتغير موضعها بالنسبة للجسم، مهما تغير وضعه بالنسبة للأرض.

ثقل الجسم ومركز ثقله والجاذبية الأرضية :

إذا اعتبرنا أن الجسم بوجه عام (غازياً أم سائلاً أم صلباً) مجموعة من النقط المادية، فإن تأثير الجاذبية الأرضية عليه بقوة وزنه تكون عند كل نقطة من هذه النقاط، وإذا اعتبرنا أن الأرض كرة متجانسة، فإن عمِل وزن كل نقطة يعمل في المستقيم الواصل بين هذه النقطة ومركز الأرض، ولما كانت الأجسام التي تقابلنا في حياتنا اليومية وتدخل في نطاق دراستنا صغيرة جداً بالنسبة للأرض ونظراً لبعدها الكبير عن مركز الأرض، فإنه يمكن اعتبار خطوط عمل أوزان النقط المادية المكونة لجسم ما متوازية. وبذلك يمكن تركيبها في قوة واحدة تساوي من حيث المقدار مجموع أوزان هذه النقاط وتعمل رأسياً إلى أسفل نحو الأرض. من الطبيعي أن الجاذبية الأرضية تؤثر في جميع أجزاء الجسم، ولكن عند أخذ العزوم تؤثر قوة الجاذبية الأرضية (وزن الجسم) في نقطة واحدة فيه تسمى بمركز ثقل الجسم.

مركز ثقل نظام من الجسيمات : Center of gravity of a system of particles



شكل (٣)

إذا اعتبرنا A_1, A_2, A_3, \dots مجموعة من الجسيمات المكونة لجسم جاسئ وأن W_1, W_2, W_3, \dots هي أوزان هذه الجسيمات على الترتيب وتؤثر رأسياً لأسفل كما في شكل (٣).

محصلة القوتين المتوازيتين W_1 و W_2 المؤثرتين عند A_1, A_2 على الترتيب وتمر بالنقطة M_3 هي $(W_1 + W_2)$ لذلك فإن: $W_1 \times A_1 = W_2 \times A_2$ مهما كان وضع الجسم بالنسبة للأرض وذلك لأن البعد بين النقطتين A_1, A_2 ثابت لأن الجسم جاسئ، وبالتالي تظل M_3 ثابتة.

محصلة القوتين المتوازيتين $(W_1 + W_2)$ و W_3 هي $(W_1 + W_2 + W_3)$ ونفرض أن نقطة تأثيرها هي نقطة M_3 . لذلك فإن: $W_3 \times A_3 = (W_1 + W_2) \times A_3$ وتظل المسافة A_3 ثابتة. وبالتالي فإن M_3 نقطة ثابتة مهما كان وضع الجسيمات عند النقاط A_1, A_2, A_3 .

بتكرار العمل السابق بالنسبة لأوزان جميع الجسيمات المكونة للجسم، نحصل على وزن الجسم، ونجد أنه يساوي مجموع أوزان الجزيئات، ويمر دائماً بنقطة ثابتة الوضع.

للحظ أن: مركز ثقل الجسم الجاسئ يتغير بتغير شكله، وذلك لتغير الأبعاد بين الجسيمات المكونة له.

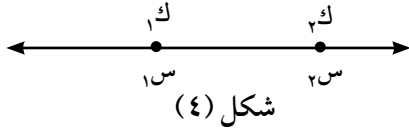
الجسم المنتظم الكثافة :

هو الجسم الذي تكون كتلته وحدة الأطوال أو المساحات أو الحجوم المأخوذة من أي جزء منه ثابتة.

Center of gravity of two points (particles)

مركز ثقل نقطتين ماديتين (جسيمين) :

إذا كانت كتلة الجسيمين هما K_1 ، K_2 في الموضعين S_1 ، S_2 على محور السينات على الترتيب بالنسبة للراصد موجود عند نقطة الأصل و كما بالشكل (٤) ، فإن مركز ثقل هذين الجسيمين بالنسبة للراصد يتحدد بالعلاقة :



$$S_M = \frac{K_1 S_1 + K_2 S_2}{K_1 + K_2}$$

(مجموع عزوم القوى المستوية المتوازية حول نقطة يساوى عزم المحصلة حول نفس النقطة)

مثال

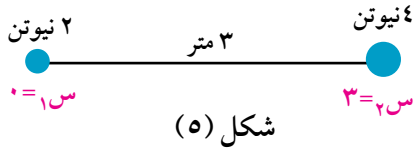
مركز ثقل نقطتين ماديتين

١ جسيمين ماديين كتلة كل منهما ٢ نيوتن ، ٤ نيوتن والمسافة بينهما ٣ أمتار. أوجد مركز ثقل الجسيمين بالنسبة للجسيم ٢ نيوتن.

الحل

باعتبار أن الخط الواصل بين الجسيمين يقع على محور السينات وباعتبار أن نقطة الأصل تقع عند الجسم ٢ نيوتن

فيكون : $S_1 = 0$ ، $S_2 = 3$ ، $K_1 = 2$ ، $K_2 = 4$



$$\text{باستخدام العلاقة : } S_M = \frac{K_1 S_1 + K_2 S_2}{K_1 + K_2}$$

$$S_M = \frac{2 \times 0 + 4 \times 3}{2 + 4} = \frac{12}{6} = 2 \text{ م}$$

فإن :

أي أن : مركز ثقل الجسيمين الماديين يقع على بعد ٢ متر من الجسم ٢ نيوتن.

٦ حاول أن تحل

١ جسيمين ماديين كتلة كل منهما ٣ نيوتن ، ٥ نيوتن والمسافة بينهما ٨ أمتار. أوجد مركز ثقل الجسيمين بالنسبة للجسيم ٣ نيوتن.

متجه موضع مركز الثقل للجسم الجاسئ بالنسبة لنقطة الأصل

إذا كانت W_1 ، W_2 ، W_3 ، ، ون أوزان الجسيمات المكونة للجسم الجاسئ ، S_1 ، S_2 ، S_3 ، ، S_n

متجهات مواضع هذه الجسيمات منسوبة إلى نقطة الأصل

فإن متجه الموضع S_M لمركز ثقل الجسم الجاسئ منسوبًا إلى نقطة الأصل يتحدد من العلاقة:

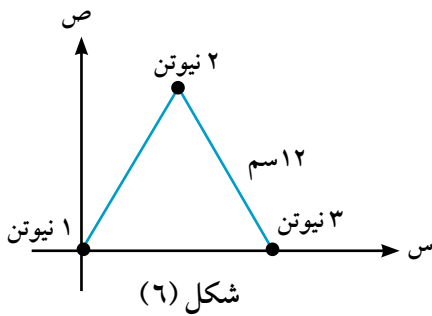
$$S_M = \frac{W_1 S_1 + W_2 S_2 + W_3 S_3 + \dots + W_n S_n}{W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n} \quad (1)$$

وبكتابة كل من الأوزان W_1 ، W_2 ، W_3 ، ، ون كحاصل ضرب الكتلة المناظرة في مقدار عجلة الجاذبية الأرضية وقسمة كل من البسط والمقام على g نحصل على العلاقة:

$$\vec{r}_m = \frac{\vec{r}_1 m_1 + \vec{r}_2 m_2 + \vec{r}_3 m_3 + \dots + \vec{r}_n m_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n} \quad (2)$$

ويمكن كتابة العلاقات الاتجاهية السابقة بدلالة المركبات في اتجاه محوري الاحداثيين المتعامدين \vec{r}_m و \vec{v}_m فنحصل على الآتى :

$$\begin{aligned} r_m &= \frac{r_1 m_1 + r_2 m_2 + r_3 m_3 + \dots + r_n m_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n} \\ v_m &= \frac{v_1 m_1 + v_2 m_2 + v_3 m_3 + \dots + v_n m_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n} \end{aligned}$$



مثال مركز ثقل نظام ثنائى الأبعاد

٢) فى شكل (٦) : أوجد موضع مركز ثقل ثلاثة أوزان مقاديرها ١، ٢، ٣ نيوتن موضوعة عند رؤوس مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٢ سم.

الحل

يمكن وضع بيانات المسألة فى جدول على النحو التالى على اعتبار المحاور المتعامدة كما بالشكل (٥):

الثقل	١ نيوتن	٢ نيوتن	٣ نيوتن
س	٠	٦	١٢
ص	٠	$\sqrt{3} \cdot 6$	٠

$$r_m = \frac{r_1 m_1 + r_2 m_2 + r_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$r_m = \frac{12 \times 3 + 6 \times 2 + 0 \times 1}{3 + 2 + 1} = 8 \text{ سم}$$

$$v_m = \frac{v_1 m_1 + v_2 m_2 + v_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$v_m = \frac{0 \times 3 + \sqrt{3} \cdot 6 \times 2 + 0 \times 1}{3 + 2 + 1} = \sqrt{3} \cdot 2$$

موضع مركز الثقل للمجموعة هو (٨، $\sqrt{3} \cdot 2$)

تفكير ناقد:

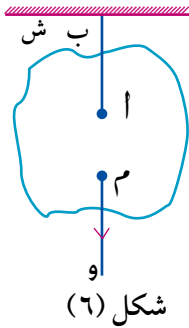
هل يتغير موضع مركز الثقل للنظام فى المثال السابق بتغير مواضع المحاور المتعامدة؟ فسر إجابتك.

٤ حاول أن تحل

٢ ا ب ج مثلث متساوي الأضلاع، طول ضلعه ٤ ديسيمترات، النقط $س$ ، $هـ$ ، و منتصفات أضلعه $ب ج$ ، $ج ا$ ، $ا ب$ على الترتيب، وضعت الأثقال ٥، ١، ٣، ٢، ٤، ٦ ث كجم عند النقط $ا$ ، $ب$ ، $ج$ ، $س$ ، $هـ$ ، و، على الترتيب. أوجد موضع مركز ثقل المجموعة من $ب$.

ملاحظة هامة: التعليق الحر للجسم الجاسئ:

إذا علق جسم جاسئ من إحدى نقطه تعليقًا حرًا فإن مركز ثقله يقع على الخط الرأسى المار بنقطة التعليق وذلك لأن الجسم فى هذه الحالة يكون متزنًا تحت تأثير القوتين المبينتين فى الشكل (٦) وهما:



شكل (٦)

(١) الشد فى الخيط، (٢) ثقل الجسم رأسياً إلى اسفل

وعلى ذلك فلا بد أن تتساوى هاتان القوتان فى المقدار وتتضادا فى الاتجاه وتتحددا فى خط العمل.

لذلك لا بد وأن يقع مركز ثقل الجسم $م$ على امتداد الخط الرأسى $ب ا$

مركز ثقل القضبان والصفائح المنتظمة:

١- مركز ثقل قضيب منتظم الكثافة عند نقطة منتصفه.

٢- مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة المحدودة على شكل متوازى الأضلاع يقع عند مركزها الهندسى (نقطة تقاطع القطرين)

٣- مركز ثقل الصفيحة المنتظمة المحدودة بمثلث يقع عند نقطة تلاقى متوسطات هذا المثلث.

٤- مركز ثقل صفيحة منتظمة الكثافة محدودة بدائرة يقع فى مركزها.

مثال

مركز ثقل قضيب منتظم

٣ ثنى قضيب منتظم $ا ج$ طوله ٢ ل من نقطة منتصفه $ب$ ، ثم علق من الطرف أ تعليقًا حرًا، فإذا كان $ب ج$ أفقيًا فى وضع الاتزان. فأثبت أن جتا ($\Delta ا ب ج$) = $\frac{1}{3}$.

الحل

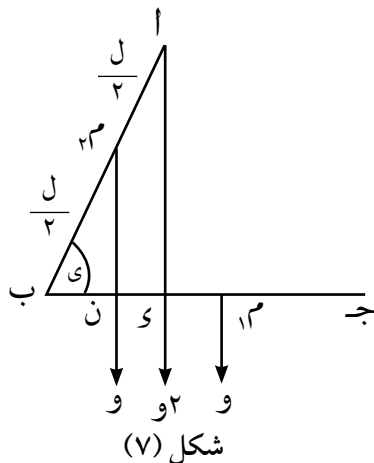
نفرض أن وزن القضيب $ا ب$ يساوى (و) يؤثر فى نقطة منتصفه $م$ ، ووزن القضيب $ب ج$ يساوى (و) ويؤثر فى منتصفه $م$

(لاحظ أن: $ا ب = ب ج$)، وأن $و = (\Delta ا ب ج) = ي$

∴ القضيب متزن وهو معلق من نقطة أ فى وضع يكون فيه $ب ج$ أفقيًا.

∴ مركز الثقل يمر بالخط $ا س$.

$$∴ و = ي \times م = و \times ن ∴ ي = م \times ن ∴ (١)$$



شكل (٧)

من هندسة الشكل :

∴ $\overline{AI} // \overline{MN}$ ، M منتصف \overline{AB} ، ∴ N منتصف \overline{BI}

∴ $NI = BN$ (٢) ومن (١) ، (٢)

$$\therefore NI = BN = \frac{1}{3} \times \frac{L}{2} = \frac{L}{6}$$

$$\therefore \text{جتاى} = \frac{NB}{BM} = \frac{L}{6} \div \frac{L}{2} = \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

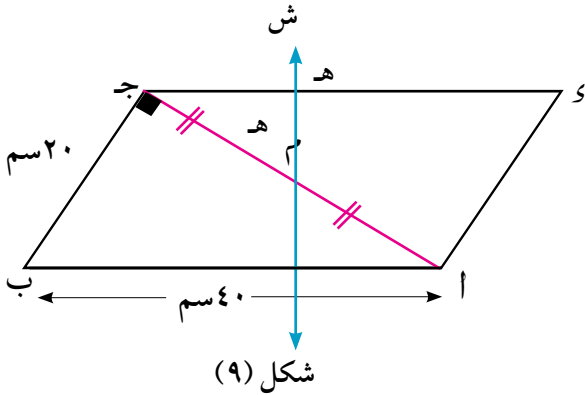
٤ حاول أن تحل

٣ سلك رفيع منتظم السمك والكثافة على شكل شبه منحرف $\triangle ABC$ فيه $AB = 15$ سم ، $BC = 12$ سم ، $AC = 10$ سم ، $\angle C = 90^\circ$. أوجد بُعد مركز ثقل هذا السلك عن الضلعين AB ، BC ،

مثال

٤ صفيحة رقيقة منتظمة على شكل متوازي أضلاع $ABCD$ فيه $AB = 40$ سم ، $BC = 20$ سم ، $\angle B = 90^\circ$. علقت الصفيحة من نقطة (H) على \overline{CD} فارتزت عندما كانت \overline{CD} أفقيًا. أوجد طول \overline{CH} .

الحل



شكل (٩)

∴ الخط الرأسى المار بنقطة التعليق لا بد وأن يمر بمركز ثقل الصفيحة

∴ \overline{HM} هو الخط الرأسى

∴ \overline{CD} أفقى ∴ $\angle CHM = 90^\circ$.

من المثلث ABH نجد أن : $\angle BAH = 90^\circ$ ، $BC = \frac{1}{2} AB$

$$\therefore \angle BAH = 30^\circ ، \text{اج} = \sqrt{3} \times 20 = 34.64$$

$$\therefore \text{م ج} = 10 \times \sqrt{3} = 17.32 ، \therefore \angle CHM = 30^\circ$$

$$\therefore \text{ج ه} = \text{م ج جتا } 30^\circ \therefore \text{ج ه} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times 17.32 = 15 \text{ سم}$$

٤ حاول أن تحل

٤ علقت صفيحة مربعة منتظمة وزنها (و) تعليقًا حرًا من الرأس أ وثبت عند الرأس ب ثقل وزنه $\frac{1}{4}$ و. أثبت أن ظل زاوية ميل القطر \overline{AC} على الرأسى فى وضع الاتزان يساوى $\frac{1}{5}$.

إيجاد قياس زاوية ميل $\overline{جأ}$ على الرأسى :

نرسم $\overline{ج م}$ فيكون هو الخط الرأسى المار بنقطة التعليق (ج) وباعتبار أن ل هي

قياس زاوية ميل $\overline{ج ب}$ على $\overline{ج م}$ ، ونرسم $\overline{م ك} \perp \overline{ج ب}$.

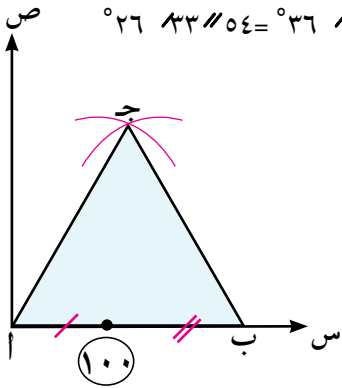
$$\therefore \text{ظل} = \frac{م ك}{ج ب} = \frac{٢,٤}{٣,٢} = ٠,٧٥ \quad \therefore \text{ل} = ٣٦ \text{ } ٥٢ \text{ } ١٢ = ٣٦$$

إيجاد قياس زاوية ميل $\overline{جأ}$ على الرأسى :

نحسب قياس زاوية $\overline{ج ب}$ ولتكن هـ حيث ظاهره $\frac{ان}{ن ج} = \frac{٦}{٣} = ٢$

$$\therefore \text{هـ} = ٦٣ \text{ } ٨٦ \text{ } ٦ = ٦٣$$

\therefore قياس زاوية ميل $\overline{جأ}$ على الرأسى $\overline{ج م} = \text{هـ} - \text{ل} = ٦٣ \text{ } ٨٦ \text{ } ٦ - ٣٦ \text{ } ٥٢ \text{ } ١٢ = ٢٦ \text{ } ٣٣ \text{ } ٥٤$



شكل (١٢)

٤ حاول أن تحل

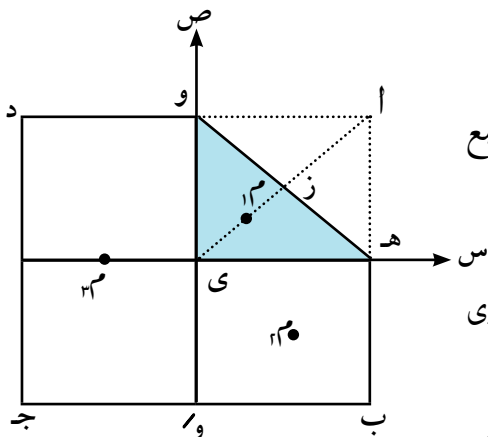
٥ في شكل (١٢) صحيفة رقيقة كتلتها ٣٠٠ جم على شكل مثلث متساوي الأضلاع $\overline{أ ب ج}$ ، طول ضلعه ١٢ سم، ألصقت كتلة ١٠٠ جم في الصحيفة عند نقطة تثليث $\overline{أ ب}$. عين مركز ثقل المجموعة بالنسبة للمحورين المتعامدين $\overline{أ ص}$ ، $\overline{أ س}$.

مثال

إيجاد مركز ثقل صحيفة على شكل مربع

٦ صحيفة رقيقة منتظمة على شكل مربع $\overline{أ ب ج د}$ طول ضلعه ل، فيها هـ، و منتصف الضلعين $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ د}$ على الترتيب. ثنى المثلث هـ و حول الضلع هـ و بحيث انطبقت أ على مركز المربع ي. عين مركز ثقل الصحيفة في وضعها الجديد.

الحل



شكل (١٣)

باعتبار أن كتلة الصحيفة (٤ك)، و منتصف الضلع $\overline{ب ج}$ في الوضع الجديد.

وباعتبار أن الصحيفة مكونة من ثلاثة أجزاء كالتالي:

١ الصحيفة المثلثة (المكونة من طبقتين) و هـ ي كتلتها تساوي ربع كتلة الصحيفة أى (ك) وليكن مركز ثقلها م١

٢ الصحيفة المربعة هـ ب و ي وكتلتها (ك)، وليكن مركز ثقلها م٢

٣ الصحيفة المستطيلة و و ج د وكتلتها (٢ك)، وليكن مركز ثقلها م٣.

وبالتالى تصبح الصحيفة فى وضعها الجديد تكافئ مجموعة مكونة من ثلاث كتل.. كتلة (ك) عند م١، وأخرى مساوية لها عند م٢ وكتلة (٢ك) عند م٣ كما هو مبين بشكل (١٦).

وباعتبار Y س، X ص اتجاهين متعامدين بحيث يمر المحور الأول بالنقطة هـ، والمحور الثاني بالنقطة و كما هو مبين بنفس الشكل نفسه. وباعتبار النقطة ز منتصف هـ و فإن:

$$ZY = \frac{1}{3} \quad \text{حيث} \quad \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$$

$$L = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$\therefore Y = \frac{2}{3} ZY = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

$$\therefore (Y, Z) = \left(\frac{2}{9}, \frac{1}{9}\right) = \left(\frac{1}{3} \text{ جتا } 45^\circ, \frac{1}{3} \text{ جا } 45^\circ\right)$$

ويقع مركز الثقل M_1 للصفحة المربعة هـ ب و Y في مركز المربع أي أن: $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}) = M_1$

ويقع مركز الثقل M_2 للصفحة المستطيلة و و ج د في مركزها أيضًا أي أن: $(\frac{1}{4}, 0) = M_2$

ولإيجاد مركز ثقل الصفحة في وضعها الجديد نستخدم المركبات الآتية:

$$\therefore S = \frac{K_1 S_1 + K_2 S_2 + K_3 S_3 + \dots + K_n S_n}{K_1 + K_2 + K_3 + \dots + K_n}$$

$$\therefore S = \frac{K \times \frac{1}{6} + \frac{L}{4} \times K + 2 \times K \left(-\frac{L}{4}\right)}{K + K + 2K} = \frac{1}{48} L$$

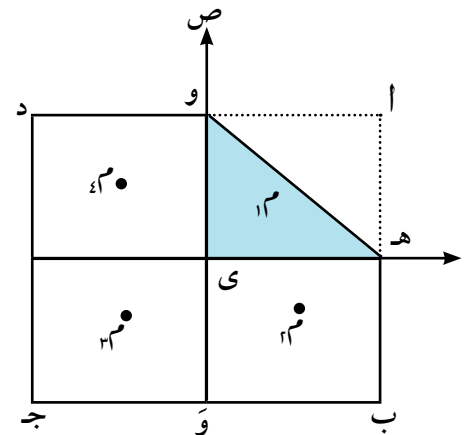
$$\therefore V = \frac{K_1 V_1 + K_2 V_2 + K_3 V_3 + \dots + K_n V_n}{K_1 + K_2 + K_3 + \dots + K_n}$$

$$\therefore V = \frac{K \times \frac{L}{6} + \left(-\frac{L}{4}\right) \times K + 2 \times K \times \text{صفر}}{K + K + 2K} = \frac{1}{48} L$$

حل آخر:

في شكل (١٤) ومن خلال جدول البيانات تحدد المركبات الآتية:

M_4	M_3	M_2	M_1	
ك	ك	ك	ك	الكتلة
$\frac{L}{4}$	$\frac{6-L}{4}$	$\frac{L}{4}$	$\frac{L}{6}$	س
$\frac{L}{4}$	$\frac{L}{4}$	$\frac{L}{4}$	$\frac{L}{6}$	ص



شكل (١٣)

$$\text{سم} = \text{ك} \times \frac{\frac{\text{ل}}{4} - \frac{\text{ل}}{4} - \frac{\text{ل}}{4} + \frac{\text{ل}}{6}}{\frac{1}{48} \text{ل}}$$

$$\text{صم} = \text{ك} \times \frac{\frac{\text{ل}}{4} + \frac{\text{ل}}{4} - \frac{\text{ل}}{4} - \frac{\text{ل}}{6}}{\frac{1}{48} \text{ل}}$$

٩ حاول أن تحل

- ٦) صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مستطيل $\overline{أب}$ جـ $\overline{جـ د}$ فيه $\overline{أب} = ٦ \text{ سم}$ ، $\overline{ب ج} = ١٠ \text{ سم}$ ، $\overline{هـ د} \parallel \overline{أ ب}$ بحيث $\overline{أ هـ} = ٦ \text{ سم}$ ، ثنى المثلث $\overline{أ ب هـ}$ حول الضلع $\overline{ب هـ}$ حتى انطبق $\overline{أ ب}$ على $\overline{ب ج}$ تمامًا عين موضع مركز ثقل الصفيحة بعد ثنيها بالنسبة إلى $\overline{ج ب}$ ، $\overline{ج د}$.

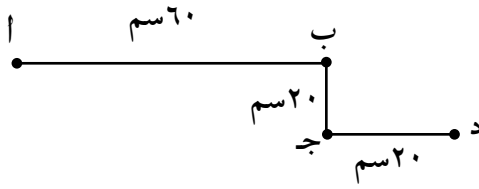
تمارين ٦ - ١

أولاً : ضع علامة (✓) أو علامة (X) لكل عبارة مما يأتي:

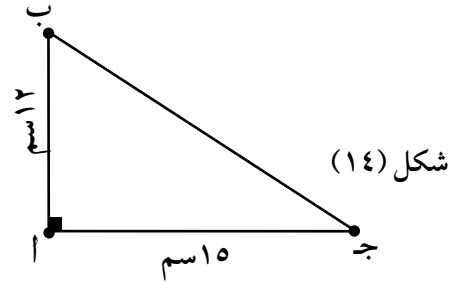
- ١) مركز ثقل الجسم الجاسئ يكون ثابتاً ولا يقع بالضرورة على أحد جسيمات هذا الجسم.
- ٢) إذا علقت صفيحة غير منتظمة ومحدودة بمثلث من أحد رؤوسها تعليقاً حرّاً فإن الخط الرأسى المار بنقطة التعليق يمر بنقطة تلاقي المستقيمتان المتوسطات للمثلث.
- ٣) إذا وُضعت ثلاث كتل متساوية عند منتصفات أضلاع مثلث متساوي الأضلاع فإن مركز ثقلها يقع على نقطة تقاطع متوسطات المثلث.
- ٤) مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة محدودة بمثلث ينطبق مع مركز ثقل ثلاث كتل متساوية موضوعة عند رؤوس هذا المثلث.
- ٥) مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة محدودة بشكل متوازي أضلاع يقع عند نقطة تقاطع قُطريه.
- ٦) إذا وُضعت أربع كتل متساوية عند رؤوس شبه منحرف متساوي الساقين فإن مركز ثقل المجموعة يؤثر عند نقطة تلاقي قُطريه.
- ٧) إذا علّق جسم جاسئ تعليقاً حرّاً فإن الخط المستقيم الرأسى المار بمركز ثقل الجسم يمر بنقطة التعليق.
- ٨) مركز ثقل نقطتين ماديتين تفصل بينهما مسافة ثابتة يقع على القطعة المستقيمة المرسومة بينهما ويقسم طولها بنسبة تساوي النسبة بين كتلتيهما.
- ٩) إذا علقت صفيحة منتظمة السمك والكثافة ومحدودة بمثلث متساوي الأضلاع من أحد رؤوسها تعليقاً حرّاً، كان الضلع المقابل لهذا الرأس أفقيّاً.
- ١٠) إذا وضعت أربع كتل متساوية عند رؤوس متوازي أضلاع فإن مركز ثقل المجموعة يؤثر عند نقطة تلاقي قطري متوازي الأضلاع.

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية:

- ١١) أوجد مركز ثقل جسيمين ماديين كتلة كل منهما ٤ نيوتن ، ٦ نيوتن والمسافة بينهما ٥ متر.
- ١٢) أين يقع مركز ثقل نظام مؤلف من ثلاث كتل موزعة على النحو التالي :
- ك_١ = ١ كجم عند الموضع م_١ (٠ ، ٠) ، ك_٢ = ١ كجم عند الموضع م_٢ (٠ ، ٣) ، ك_٣ = ٢ كجم عند الموضع م_٣ (٤ ، ٣).
- ١٣) أوجد مركز ثقل التوزيع الآتي:
- ق_١ = ٣ نيوتن عند (٤ ، ١) ، ق_٢ = ٥ نيوتن عند (٣ ، ٠) ، ق_٣ = ٤ نيوتن عند (٣ ، ٢-)
- ١٤) عين مركز ثقل كل من المجموعات الآتية حسب البيانات المعطاة في الجدول:



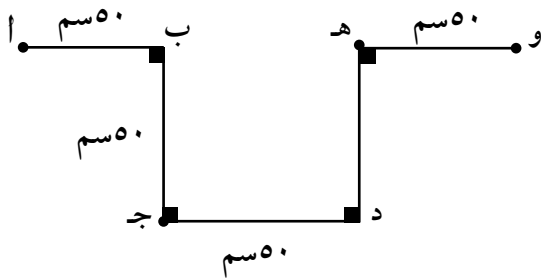
شكل (١٥)



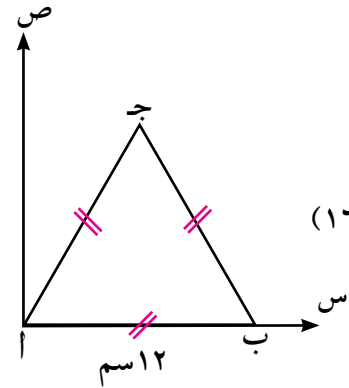
شكل (١٤)

الكتلة	ك	ك	ك	ك
الموضع	عند أ	عند ب	عند ج	عند د

الكتلة	٢٠ جم	٤٠ جم	٣٠ جم
الموضع	عند أ	عند ب	عند ج



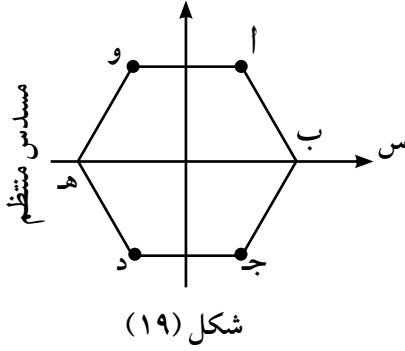
شكل (١٧)



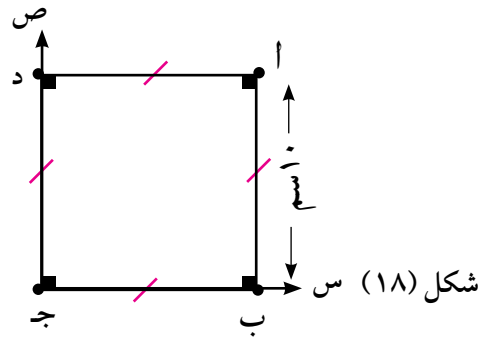
شكل (١٦)

الوزن	٨ ث جم	٣ ث جم	٢ ث جم	٢ ث جم
الموضع	عند أ	عند ب	عند ج	عند د

الكتلة	٤ جم	٥ جم	٣ جم
الموضع	عند أ	عند ب	عند ج



شكل (١٩)



الكتلة	١٠ جم	١٥ جم	٥ جم	٢٠ جم
الموضع	عند أ	عند جـ	عند د	عند و

الكتلة	٢٠ جم	٣٠ جم	١٠ جم	٤٠ جم
الموضع	عند أ	عند ب	عند جـ	عند د

ثالثا: أجب عن الأسئلة الآتية

١٥) أب قضيب منتظم، طوله ٩٠ سم وكتلته ٥ كجم، جـ، و نقطتا تثليثه من ناحية الطرف أ. وضعت كتل مقاديرها ١، ٢، ٣، ٤ كجم عند النقط أ، ب، جـ، و على الترتيب عين بعد مركز ثقل المجموعة عن الطرف أ.

١٦) أب قضيب غير منتظم طوله ٣٠ سم، وزنه ٥٠٠ ث جم. نُبِت ثقْلان مقدارهما ١٠٠، ٢٠٠ ث جم من الطرفين أ، ب للقضيب على الترتيب فاصبح مركز ثقل المجموعة في نقطة منتصف القضيب عين موضع مركز ثقل القضيب بالنسبة للطرف أ.

١٧) أب جـ صفيحة على شكل مثلث متساوي الأضلاع كتلتها ٣ كجم، م مركز ثقلها، وضعت كتل مقاديرها ٢، ٢، ١١ كجم عند الرؤوس أ، ب، جـ على الترتيب. برهن أن مركز ثقل المجموعة يقع عند نقطة منتصف م جـ.

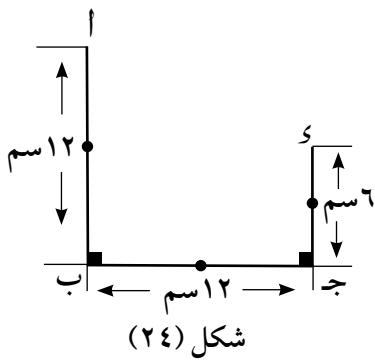
١٨) علقت صفيحة مربعة منتظمة الكثافة وزنها ٤٠ ثقل جرام تعليقًا حرًّا من الرأس أ وثبت عند الرأس ب ثقل قدره ١٠ ثقل جرام. أوجد قياس زاوية ميل القطر جـ أ على الرأسى فى وضع الاتزان.

١٩) شكل (٢٤): أب سلك رفيع منتظم الكثافة ثنى عند ب، جـ. أوجد بُعد مركز الثقل عن كل من أب، جـ ب، ثم أوجد فى وضع الاتزان قياس زاوية ميل أب على الرأسى إذا علّق السلك من أ تعليقًا حرًّا.

٢٠) أب جـ د مربع طول ضلعه ل رسم على ب جـ، مثلث متساوى الساقين ب جـ هـ بحيث يقع الرأس هـ خارج المربع. أوجد مركز ثقل الصفيحة منتظمة السمك والكثافة المحدودة بالشكل الناتج علمًا بأن طول ضلع المربع يساوى ضعف طول ارتفاع المثلث.

٢١) تتكون صفيحة منتظمة الكثافة من جزئين: مستطيل أب جـ د فيه أب = ١٢ سم، ب جـ = ١٦ سم ومثلث متساوى الساقين جـ د هـ فيه د هـ = ١٠ سم والرأس هـ خارج المستطيل. عين مركز ثقل الصفيحة.

٢٢) أب جـ د صفيحة منتظمة السمك والكثافة على شكل مستطيل فيه أب = ١٢ سم، ب جـ = ١٦ سم، هـ نقطة تقاطع قُطريه جـ د، ب و فصل المثلث هـ د وثبت فوق المثلث ب هـ جـ. أوجد مركز ثقل الصفيحة فى هذه الحالة. وإذا علقت الصفيحة تعليقًا حرًّا من نقطة جـ، فأوجد ظل زاوية ميل جـ ب على الرأسى.



طريقة الكتلة السالبة

الوحدة السادسة

٦ - ٢

Negative Mass Method

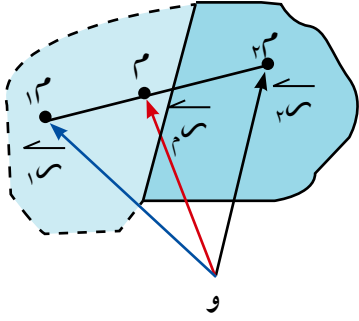
تمهيد



سبق أن علمنا أن مركز ثقل الجسم الجاسئ هو نقطة ثابتة في الجسم يمر بها خط عمل محصلة أوزان الجسيمات التي يتكون منها هذا الجسم، ثم أوجدنا مركبات مركز الثقل في نظام ثنائي الأبعاد وآخر ثلاثي الأبعاد في نظام الإحداثيات المتعامدة، ثم علمنا بأن مركز ثقل الجسم الجاسئ المعلق تعليقا حراً يقع على المستقيم الرأسى المار بنقطة التعليق.

وسوف ندرس في هذا الدرس طريقة الكتلة السالبة لحساب مركز ثقل جسم بعد انتزاع جزء منه، كما سنتعرف مركز ثقل بعض الأجسام التي لها خصائص تماثل.

طريقة الكتلة السالبة:



شكل (٢٠)

باعتبار أن جسمًا كتلته K ومركز ثقله M ، فإذا اقتطعنا منه الجزء الأيسر كما في (شكل ٢٠) وكان M_1 مركز ثقل الجزء المقتطع، M_2 مركز ثقل الجزء الأيمن المتبقى، فإذا كان M_1 ، M_2 ، M_3 متجهات موضع M_1 ، M_2 ، M_3 على الترتيب بالنسبة لنقطة الأصل (و) وباعتبار أن كتلة الجسم الأصلي (ك) والجزء المقتطع (باعتبار أن كتلته سالبة) هو $(-K_1)$ فإن كتلة الجزء المتبقى (ك - K_1) لذلك فإن M_3 تعطى بالعلاقة:

$$\vec{M}_3 = \frac{K_1 \vec{M}_1 + (K - K_1) \vec{M}_2}{K - K_1}$$

وبضرب الطرفين في $K - K_1$ فإن:

$$K \vec{M}_3 = K_1 \vec{M}_1 + (K - K_1) \vec{M}_2$$

$$\text{أى أن: } (K - K_1) \vec{M}_3 = K_1 \vec{M}_1 - K \vec{M}_2$$

$$\text{لذلك فإن: } \vec{M}_3 = \frac{K_1 \vec{M}_1 - K \vec{M}_2}{K - K_1}$$

بالتعويض عن M_3 ، M_1 بدلالة مركباتها الجبرية في اتجاه المحاور المتعامدة المتعامدة OS و OS' ، نحصل على إحداثيات الجزء المتبقى وهما:

سوف نتعلم

طريقة الكتلة السالبة.

Negative Mass Method

مركز ثقل بعض الأجسام

التي لها خصائص تماثل.

مركز الثقل في مجال

الميكانيكا الحيوية.

المصطلحات الأساسية

كتلة سالبة Negative Mass

تماثل Symmetry

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية.

برامج رسومية للحاسب.

$$\frac{ك_١ ص_١ - ك_٢ ص_٢}{ك_١ - ك_٢} = ص_٢, \quad \frac{ك_١ س_١ - ك_٢ س_٢}{ك_١ - ك_٢} = س_٢$$

حيث (س، ص) مركز ثقل الجسم الأصلي وكتلته ك، (س_١، ص_١) مركز ثقل الجسم المقتطع وكتلته ك_١ وهذه القاعدة تعني أنه عند إيجاد مركز ثقل الجسم المتبقي ينظر إليه كما لو كان مكوناً من جسمين هما:

(١) الجسم الأصلي (ك)

(٢) الجسم المقتطع باعتبار كتلته (- ك_١) لذلك سميت طريقة الكتلة السالبة.

مثال

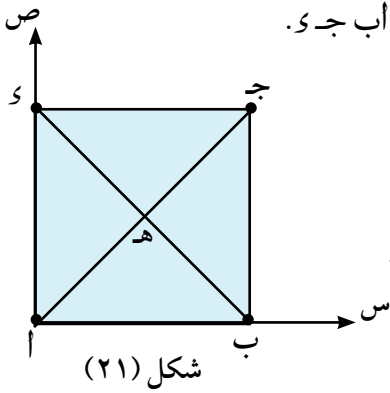
١) وضعت أربع كتل متساوية مقدار كل منها ١٠٠ جرام عند رؤوس المربع أب ج د.

أولاً: عيّن مركز ثقل المجموعة بالنسبة إلى $\vec{ا ب}$ ، $\vec{ا د}$.

ثانياً: إذا رفعت الكتلة الموجودة عند الرأس ج فعيّن مركز ثقل المجموعة المتبقية.

الحل

أولاً: بفرض أن طول ضلع المربع = ل سم وان نقطة هـ هي مركز المربع أب ج د، أ هي نقطة الأصل كما في شكل (٢١).



الكتلة	عند أ	عند ب	عند ج	عند د
س	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠
ص	٠	٠	ل	ل

$$\therefore س_٢ = \frac{ك_١ س_١ + ك_٢ س_٢ + ك_٣ س_٣ + ك_٤ س_٤}{ك_١ + ك_٢ + ك_٣ + ك_٤}$$

$$\therefore س_٢ = \frac{٠ \times ١٠٠ + ل \times ١٠٠ + ل \times ١٠٠ + ٠ \times ١٠٠}{١٠٠ + ١٠٠ + ١٠٠ + ١٠٠} = س_٢$$

$$\therefore ص_٢ = \frac{ك_١ ص_١ + ك_٢ ص_٢ + ك_٣ ص_٣ + ك_٤ ص_٤}{ك_١ + ك_٢ + ك_٣ + ك_٤}$$

$$\therefore ص_٢ = \frac{ل \times ١٠٠ + ل \times ١٠٠ + ٠ \times ١٠٠ + ٠ \times ١٠٠}{١٠٠ + ١٠٠ + ١٠٠ + ١٠٠} = ص_٢$$

احداثي مركز ثقل المجموعة هي $(\frac{ل}{٢}, \frac{ل}{٢})$ أي عند مركز المربع عند نقطة هـ

ثانياً: بعد رفع الكتلة الموجودة عند ج أي ١٠٠ جرام يكون:

مركز ثقل المجموعة الأصلية (حيث الكتلة ك = ٤٠٠ جرام) هو نقطة هـ = (س، ص) = $(\frac{ل}{٢}, \frac{ل}{٢})$

مركز ثقل الكتلة المرفوعة ك_١ = ١٠٠ جرام عند الرأس ج هي (ل، ل)

مركز ثقل الجزء المتبقى ليكون $m_2 = (s_2, v_2)$ يتعين من :

$$s_2 = \frac{ك_1 س_1 - ك_2 س_2}{ك_1 - ك_2} = \frac{ل \times 100 - \frac{ل}{3} \times 400}{100 - 400} = \frac{ل \times 100 - \frac{ل}{3} \times 400}{100 - 400}$$

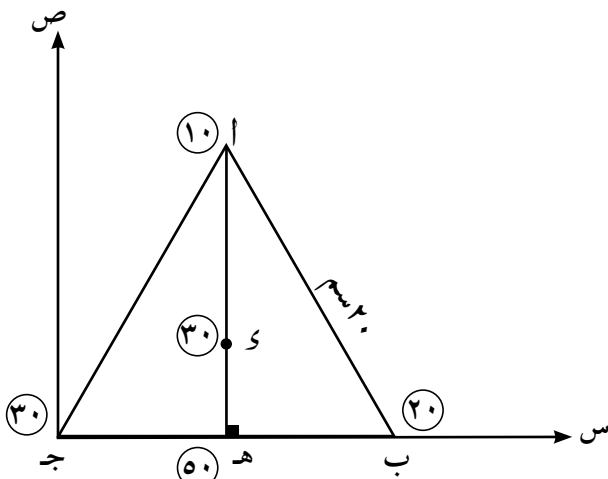
$$v_2 = \frac{ك_1 ص_1 - ك_2 ص_2}{ك_1 - ك_2} = \frac{ل \times 100 - \frac{ل}{3} \times 400}{100 - 400}$$

∴ مركز ثقل المجموعة المتبقية هو $(\frac{ل}{3}, \frac{ل}{3})$

٩ حاول أن تحل

١ هل يمكنك حل مثال (١) بطرق أخرى عرفتتها من الدرس السابق؟ وضح ذلك واكتب هذه الطرق الأخرى إن وجدت.

مثال



شكل (٢٢)

٢ في شكل (٢٢) : أ ب ج مثلث متساوي الأضلاع،

طول ضلعه ٢٠ سم، ز نقطة تقاطع متوسطاته، هـ

نقطة منتصف ب ج، ثبتت كتل مقاديرها ١٠، ٢٠،

٣٠، ٣٠، ٥٠ جم عند النقط أ، ب، ج، ز، هـ على

الترتيب. عين مركز ثقل هذه المجموعة. وإذا رفعت

الكتلة المثبتة عند ب فأين يقع مركز ثقل المجموعة

المتبقية بالنسبة للرأس ج.

الحل

تعيين مركز ثقل المجموعة:

نأخذ ج_س، ج_ص اتجاهين متعامدين باعتبار أن ج نقطة الأصل.

$$أه = 20 \text{ جا } 60^\circ = 3\sqrt{10} \text{ ، وه} = \frac{3\sqrt{10}}{3}$$

بتكوين جدول الإحداثيات الآتي:

عند ج	عند هـ	عند ب	عند أ	عند ز	
٣٠	٥٠	٢٠	١٠	٣٠	الكتلة
٠	١٠	٢٠	١٠	١٠	س
٠	٠	٠	$3\sqrt{10}$	$\frac{3\sqrt{10}}{3}$	ص

$$s_2 = \frac{10 \times 30 + 10 \times 10 + 20 \times 20 + 10 \times 50}{30 + 10 + 20 + 50 + 30} = \frac{70}{7}$$

$$v_2 = \frac{\frac{3\sqrt{10}}{3} \times 30 + 3\sqrt{10} \times 10}{30 + 10 + 20 + 50 + 30} = \frac{3\sqrt{10}}{7}$$

أي أن إحداثيي مركز الثقل هما $(\frac{70}{7}, \frac{3\sqrt{10}}{7})$ من نقطة ج.

عند رفع الكتلة الموجودة عند ب :

$$\frac{15}{2} = \frac{20 \times 20 - \frac{75}{V} \times 140}{20 - 140} = \frac{ك س م - ك س ١}{ك - ك ١} = س م . \therefore$$

$$\frac{\sqrt[3]{75}}{3} = \frac{0 \times 20 - \frac{\sqrt[3]{75}}{V} \times 140}{20 - 140} = \frac{ك ص م - ك ص ١}{ك - ك ١} = ص م$$

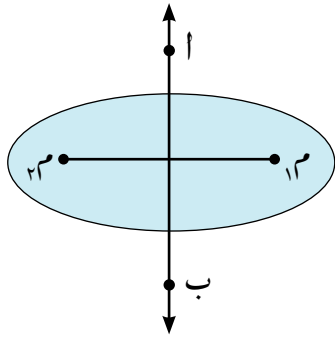
∴ مركز الثقل الجديد بعد رفع الكتلة ٢٠ عند ب هو $(\frac{15}{2}, \frac{\sqrt[3]{75}}{3})$

٤ حاول أن تحل

٢ وضعت ٥ كتل متساوية عند الرؤوس أ ، ب ، ج ، د ، هـ لمربع أ ب ج د حيث هـ ملتقى قطريه وطول ضلع المربع ١٢ سم. عين مركز ثقل المجموعة، وإذا رُفعت الكتلة الموجودة عند ب فعين مركز ثقل المجموعة المتبقية بالنسبة للمحورين أ ب ، د هـ .

Center of gravity of some symmetric bodies

مركز ثقل بعض الأجسام التي لها خصائص تماثل



شكل (٢٣)

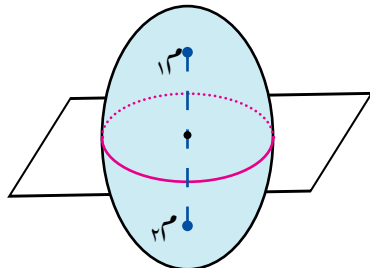
تماثل صفيحة هندسية رقيقة منتظمة الكثافة باعتبار $\overrightarrow{أ ب}$ محور تماثل للصفيحة المنتظمة لذا فهو يُقسّم الصفيحة إلى جزأين متماثلين تماماً من حيث الشكل وبالتالي من حيث الكتلة كما في شكل (٢٣).

وباعتبار أن $م ١$ ، $م ٢$ مركزي ثقل هذين الجزأين فمن الواضح أن محور التماثل يقطع القطعة $م ١ م ٢$ على التعامد من منتصفها.

وحيث أن مركز ثقل الصفيحة هو نفسه مركز ثقل كتلتين متساويتين موضوعتين عند $م ١$ ، $م ٢$ ، فإنه يقع عند نقطة منتصف $م ١ م ٢$ ، أي على محور التماثل. من ذلك نستطيع أن نستنتج الآتي:

إذا وجد محور تماثل هندسي لصفيحة رقيقة منتظمة الكثافة، فإن مركز ثقلها يقع على هذا المحور.

بعض المجسمات الهندسية المنتظمة الكثافة



شكل (٢٤)

تماثل المجسمات الهندسية يماثل تماماً تماثل الأشكال الهندسية بعد الاستعاضة عن محور التماثل بمستوى التماثل، وشكل (٢٤) يوضح ذلك.

لذلك نستطيع أن نستنتج أنه:

إذا وُجد مستوى تماثل هندسي لمجسم منتظم الكثافة، وقع مركز ثقله في هذا المستوى.

من التماثل السابق للشكل الهندسى المنتظم والمجسم الهندسى المنتظم يمكننا تحديد بعض الحالات الخاصة لمركز الثقل على النحو التالى :

- ١ - مركز ثقل سلك منتظم الكثافة على هيئة دائرة يقع فى مركز الدائرة.
- ٢ - مركز ثقل صفيحة منتظمة الكثافة على شكل دائرة يقع فى مركز الدائرة.
- ٣ - مركز ثقل قشرة كروية منتظمة الكثافة يقع فى مركز الكرة.
- ٤ - مركز ثقل كرة مصمتة منتظمة الكثافة يقع فى مركز الكرة.
- ٥ - مركز ثقل مجسم منتظم الكثافة على هيئة متوازى مستطيلات يقع فى مركزه الهندسى.
- ٦ - مركز ثقل قشرة أسطوانية دائرية قائمة منتظمة الكثافة، يقع عند نقطة منتصف محورها.
- ٧ - مركز ثقل أسطوانة دائرية قائمة مصمتة منتظمة الكثافة يقع عند نقطة منتصف محورها.
- ٨ - مركز ثقل منشور قائم منتظم يقع عند نقطة منتصف المحور الموازى لأحرفه الجانبية والمار بمركزى ثقل قاعدتيه، باعتبارهما صفيحتين رقيقتين منتظمتى الكثافة.

مثال

٣) لوح رقيق دائرى منتظم مساحته 200 سم^2 ، ثقباً دائرياً مساحته 40 سم^2 ، فإذا كان بُعد مركز الثقب عن مركز اللوح 4 سم . عين مركز ثقل الجزء المتبقى من اللوح.

الحل

الكتلة	بعد مركز الثقل عن هـ	
ك	٠	اللوح
$\frac{1}{5} ك$	٤	الثقب
$\frac{4}{5} ك$	س	الجزء المتبقى

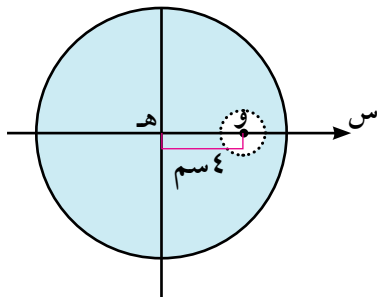
بفرض أن كتلة اللوح ك

∴ مساحة اللوح = 200 سم^2 ، مساحة سطح الثقب = 40 سم^2 .

∴ كتلة الثقب = $\frac{1}{5} ك$.

$$\therefore \frac{ك س_1 - \frac{1}{5} ك س_2}{ك - \frac{1}{5} ك} = س_3$$

$$1 = \frac{ك س - \frac{1}{5} ك \cdot 4}{ك - \frac{1}{5} ك} = \frac{ك س - \frac{4}{5} ك}{ك - \frac{1}{5} ك}$$



شكل (٢٥)

∴ مركز ثقل الجزء الباقي يبعد عن هـ بمقدار 1 سم فى اتجاه و هـ.

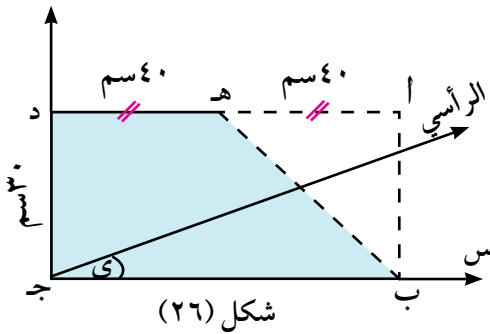
٩ حاول أن تحل

٣) صفيحة رقيقة منتظمة السمك والكثافة على شكل قرص دائري مركزه نقطة الأصل وطول نصف قطره ٦ وحدات طول، قُطع منه قرصان دائريان مركز أحدهما (١-، ٣) وطول نصف قطره وحدة طول واحدة ومركز الآخر (١، ٢) وطول نصف قطره ٣ وحدات طول. أوجد مركز ثقل الجزء الباقي من القرص الأصلي.

مثال

٤) صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مستطيل $أ ب ج د$ الذي فيه $أ ب = ٣٠$ سم، $ب ج = ٨٠$ سم، قُطع منها المثلث $أ ب هـ$ حيث $هـ$ منتصف $أ د$ ، ثم علق الجزء الباقي تعليقاً حرّاً من الرأس $ج$. عين قياس زاوية ميل الضلع $ج ب$ على الرأسى في وضع الاتزان. وإذا كانت كتلة الصفيحة هي $ك$ فما الكتلة التي يجب وضعها عند الرأس $د$ حتى يميل $ب ج$ بزاوية ٤٥° مع الرأسى في وضع التوازن؟

الحل



شكل (٢٦)

أولاً : إيجاد قياس زاوية ميل الضلع $ج ب$ على الرأسى :

$$\frac{1}{4} = \frac{\text{مساحة سطح المثلث } أ ب هـ}{\text{مساحة سطح المربع } أ ب ج د} = \frac{40 \times 30 \times \frac{1}{2}}{80 \times 30}$$

∴ كتلة المستطيل $أ ب ج د = ك$ ، كتلة $\triangle أ ب هـ = \frac{1}{4} ك$

ننشئ جدول الإحداثيات كالتالي:

المثلث	المستطيل	الكتلة
$\frac{1}{4} ك$	$ك$	
$\frac{200}{3} = \frac{40 + 80 + 80}{3}$	40	س
$20 = \frac{30 + 30 + 0}{3}$	10	ص

$$\therefore \text{س} = \frac{200 \times \frac{1}{4} ك - 40 \times ك}{\frac{1}{4} ك - ك} = \frac{200}{9}$$

$$\text{ص} = \frac{40 \times ك - 20 \times \frac{1}{4} ك - 10 \times ك}{\frac{1}{4} ك - ك} = \frac{40}{3}$$

$$\therefore \text{و} (\angle \gamma) = 23.12^\circ$$

$$\text{ظاى} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{40}{\frac{200}{9}} \div \frac{40}{3} = \frac{3}{7}$$

ثانياً : عند تعليق ثقل مقداره $و$ عند $د$ حتى يصبح ميل $ب ج$ على الرأسى بزاوية ٤٥° في وضع التوازن.

$$\therefore \text{ظا } ٤٥^\circ = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\therefore \text{ظاى} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\therefore \text{ص} = \text{س}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 1$$

$$\therefore \text{سم} = \text{صم}$$

$$\frac{15\text{ك} - 5\text{ك} + 30\text{و}}{\frac{3}{4}\text{ك} + \text{و}} = \frac{40\text{ك} - \frac{200}{12}\text{ك}}{\frac{3}{4}\text{ك} + \text{و}}$$

$$\therefore \frac{40}{3}\text{ك} = 30\text{و} \quad \therefore \frac{4}{9}\text{ك} = \text{و}$$

الكتلة	المستطيل	المثلث	الثقل عند و
ك	ك	$\frac{1}{4}\text{ك}$	و
س	٤٠	$\frac{200}{3}$	٠
ص	١٥	٢٠	٣٠

٦ حاول أن تحل

٤ صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مستطيل أ ب ج د الذي فيه أ ب = ٦ سم ، ب ج = ٨ سم ، قُطعت منها قطعة مربعة الشكل من الرأس ب طول ضلعها ٤ سم ، أوجد بُعد مركز ثقل الجزء الباقي عن كل من ج د ، ج ب ثم إذا عُلق الجزء الباقي تعليقاً حرّاً من الرأس ج فأوجد في وضع التوازن ظل زاوية ميل ج ب على الرأسى.

تمارين ٦ - ٢

أولاً : أكمل ما يأتي :

- ١ تسمى النقطة الثابتة في الجسم التي يمر بها خط عمل محصلة أوزان الجسيمات التي يتكون منها الجسم ، مهما تغير وضعه بالنسبة للأرض ب.....
- ٢ يقع مركز ثقل الجسم الجاسئ المعلق تعليقاً حرّاً على الخط المستقيم الرأسى المار ب.....
- ٣ مركز ثقل قضيب رفيع منتظم الكثافة يقع عند.....
- ٤ مركز ثقل الصفيحة المنتظمة المحدودة بشكل متوازي الأضلاع يقع عند.....
- ٥ مركز ثقل الصفيحة المنتظمة المحدودة بمثلث يقع عند نقطة تلاقي.....
- ٦ إذا وُجد محور تماثل هندسى لصفيحة رقيقة منتظمة الكثافة ، فإن مركز ثقلها يقع على.....
- ٧ إذا وُجد مستوى تماثل هندسى لمجسم منتظم الكثافة ، وقع مركز ثقله في.....
- ٨ مركز ثقل صفيحة منتظمة الكثافة محدودة بدائرة يقع في.....
- ٩ مركز ثقل كرة مصممة منتظمة الكثافة يقع في.....
- ١٠ مركز ثقل مجسم منتظم الكثافة على هيئة متوازي مستطيلات يقع في.....
- ١١ مركز ثقل قشرة أسطوانية دائرية قائمة منتظمة الكثافة ، يقع عند نقطة.....

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية :

- ١٢ وضعت ٤ كتل متساوية عند الرؤوس أ ، ب ، ج ، د لمربع طول ضلعه ٨٠ سم ثم أضيفت كتلة خامسة مساوية لها عند مركزه. عين مركز ثقل المجموعة ، وإذا رفعت الكتلة الموجودة عند أ عين مركز ثقل المجموعة باستخدام طريقة الكتلة السالبة.
- ١٣ صفيحة رقيقة منتظمة على شكل قرص دائرى طول نصف قطره ٣٠ سم. اقتطع منها جزء على شكل قرص دائرى طول نصف قطره ١٠ سم ويبعد مركزه عن مركز الصفيحة ٢٠ سم. أوجد مركز ثقل الجزء المتبقى.
- ١٤ ا ب ج مثلث متساوى الأضلاع ، طول ضلعه ١٢ سم ، م مركز ثقله. اقتطع منه المثلث م ب ج. عين مركز ثقل الجزء المتبقى.

- ١٥) صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوي الساقين $أ ب ج$ فيه $أ ب = أ ج$ ، $أ د$ هو ارتفاع المثلث وطوله ٤٥ سم. رُسم مستقيم مواز للقاعدة $ب ج$ ويمر بمركز ثقل الصفيحة فقطع $أ ب$ ، $أ ج$ في النقطتين $هـ$ ، و $و$ على الترتيب. أثبت أن مركز ثقل الشكل الرباعي $هـ ب ج و$ يقع على $أ د$ ويبعد ٧ سم عن نقطة $و$.
- ١٦) سلك منتظم طوله ١٠٠ سم ثنى على هيئة خمسة أضلاع من مسدس منتظم $أ ب ج د و هـ$. عين بعد مركز ثقله عن مركز المسدس. وإذا عُلق السلك تعليقاً حرّاً من طرفه $أ$ ، فعين قياس زاوية ميل $أ ب$ على الرأسى في وضع الاتزان.
- ١٧) صفيحة رقيقة منتظمة محدودة بالمستطيل $أ ب ج د$ حيث $أ ب = ٣٠$ سم، $ب ج = ٦٠$ سم، $هـ$ منتصف $أ د$ ، $ن$ منتصف $د ج$ ، فإذا فُصل المثلث $هـ د و$ من الصفيحة وعُلق الجزء الباقي تعليقاً حرّاً من النقطة $ب$ فأوجد في وضع التوازن ظل الزاوية التي يصنعها $ب ج$ مع الرأسى.
- ١٨) صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مربع $أ ب ج د$ طول ضلعه ٣٦ سم، تقاطع قطراه في $م$ ونصفت $د م$ في نقطة $هـ$ وفُصل منها المثلث $هـ أ د$. عين مركز ثقل الجزء الباقي من الصفيحة. وإذا عُلق الصفيحة تعليقاً خالصاً من نقطة $أ$ حتى اتزنت في مستوى رأسى فأوجد ميل $أ ب$ على الرأسى.
- ١٩) صفيحة منتظمة على شكل مربع $أ ب ج د$ طول ضلعه ٨ سم، فصل منها قرص دائرى طول نصف قطره ٢ سم ويبعد مركزه ٣ سم عن كل من $أ ب$ ، $ب ج$. عين بعد مركز ثقل الجزء الباقي عن كل من $د ج$ ، $أ د$.
- ٢٠) صفيحة رقيقة منتظمة محدودة بالمربع $أ ب ج د$ الذى طول ضلعه ٤٠ سم، ثقتب ثقباً دائرياً مساحته ١٠٠ سم^٢ ومركزه عند نقطة على القطر $ب د$ وتقسمه من الداخل بنسبة ١ : ٤ من ناحية $ب$ ، ثم عُلق الصفيحة تعليقاً حرّاً من الرأس $أ$. عين قياس زاوية ميل الضلع $أ ب$ على الرأسى في وضع الاتزان.

مركز الثقل

(١) مركز ثقل جسم جاسئ: هو نقطة ثابتة في الجسم يمر بها خط عمل محصلة أوزان الجسيمات التي يتكون منها الجسم، ولا يتغير موضعها بالنسبة للجسم، مهما تغير وضعه بالنسبة للأرض.

(٢) ملاحظات على مركز الثقل:

مركز ثقل الجسم الجاسئ يتغير بتغير شكله، وذلك لتغير الأبعاد بين الجسيمات المكونه له. الجسم المنتظم الكثافة: هو الجسم الذي تكون كتلة وحدة الأطوال أو المساحات أو الحجوم المأخوذة من أى جزء منه ثابتة.

(٣) متجه موضع مركز الثقل للجسم الجاسئ بالنسبة لنقطة الأصل:

إذا كانت K_1, K_2, K_3, \dots كتل الجسيمات المكونة للجسم الجاسئ، $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots$ متجهات مواضع هذه الجسيمات منسوبة إلى نقطة الأصل، فإن متجه الموضع \vec{r}_M لمركز ثقل الجسم الجاسئ منسوباً إلى نقطة الأصل يتحدد من العلاقة:

$$\vec{r}_M = \frac{K_1 \vec{r}_1 + K_2 \vec{r}_2 + K_3 \vec{r}_3 + \dots + K_n \vec{r}_n}{K_1 + K_2 + K_3 + \dots + K_n}$$

ويُعبّر عنها بدلالة مركبات مركز الثقل في نظام الإحداثيات الديكارتية المتعامدة كالآتي:

$$r_{Mx} = \frac{K_1 r_{1x} + K_2 r_{2x} + K_3 r_{3x} + \dots + K_n r_{nx}}{K_1 + K_2 + K_3 + \dots + K_n}$$

$$r_{My} = \frac{K_1 r_{1y} + K_2 r_{2y} + K_3 r_{3y} + \dots + K_n r_{ny}}{K_1 + K_2 + K_3 + \dots + K_n}$$

(٤) التعليق الحر للجسم الجاسئ: يقع مركز ثقل الجسم الجاسئ المعلق تعليقاً حرّاً على الخط المستقيم الرأسى المار بنقط التعليق.

(٥) مركز ثقل قضيب رفيع منتظم: مركز ثقل قضيب رفيع منتظم الكثافة يقع عند نقطة منتصفه.

(٦) مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل متوازي أضلاع: مركز ثقل الصفيحة المنتظمة المحدودة بشكل متوازي الأضلاع يقع عند مركزها الهندسى (نقطة تقاطع القطرين).

(٧) مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث: مركز ثقل الصفيحة المنتظمة المحدودة بمثلث يقع عند نقطة تلاقى متوسطات هذا المثلث.

(٨) طريقة الكتلة السالبة: وباعتبار أن كتلة الجسم الأصلي (ك) والجزء المقتطع (باعتبار أن كتلته سالبة) هو $(-K_1)$ فإن كتلة الجزء المتبقى $(K - K_1)$ لذلك فإن \vec{r}_M تُعطى بالعلاقة:

$$\vec{r}_M = \frac{K \vec{r}_M - K_1 \vec{r}_1}{K - K_1}$$

ويمكن كتابة العلاقة الاتجاهية السابقة بدلالة المركبات في اتجاه محاور الإحداثيات المتعامدة:

وس ، وص ← فنحصل على الآتى:

$$س_٢ = \frac{ك_١ س_١ - ك_٢ س_٢}{ك_١ - ك_٢} ، ص_٢ = \frac{ك_١ ص_١ - ك_٢ ص_٢}{ك_١ - ك_٢}$$

(٩) تماثل صفيحة هندسية رقيقة منتظمة الكثافة: إذا وُجد محور تماثل هندسى لصفيحة رقيقة منتظمة الكثافة ، فإن مركز ثقلها يقع على خط هذا المحور.

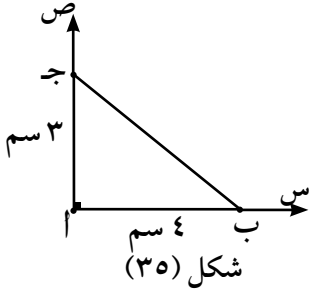
(١٠) تماثل مجسم هندسى منظم الكثافة: إذا وُجد مستوى تماثل هندسى لمجسم منتظم الكثافة ، وقع مركز ثقله فى هذا المستوى.

(١١) بعض الحالات الخاصة لمركز الثقل:

- ◀ مركز ثقل سلك منتظم الكثافة على هيئة دائرة يقع فى مركز الدائرة.
- ◀ مركز ثقل صفيحة منتظمة الكثافة محدودة بدائرة يقع فى مركز الدائرة.
- ◀ مركز ثقل قشرة كروية منتظمة الكثافة يقع فى مركز الكرة.
- ◀ مركز ثقل كرة مصمتة منتظمة الكثافة يقع فى مركز الكرة.
- ◀ مركز ثقل مجسم منتظم الكثافة على هيئة متوازى مستطيلات يقع فى مركزه الهندسى.
- ◀ مركز ثقل قشرة أسطوانية دائرية قائمة منتظمة الكثافة ، يقع عند نقطة منتصف محورها.
- ◀ مركز ثقل أسطوانة دائرية قائمة مصمتة منتظمة الكثافة يقع عند نقطة منتصف محورها.
- ◀ مركز ثقل منشور قائم منتظم يقع عند نقطة منتصف المحور الموازى لأحرفه الجانبية والمار بمركزى ثقل قاعدتيه ، باعتبارهما صفيحتين رقيقتين منتظمتي الكثافة.

تعاريف عامة

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:



١) مركز ثقل ثلاث كتل متساوية قيمة كل واحدة ٢ كجم موضوعة عند رؤوس مثلث

قائم الزاوية طول ضلعي القائمة ٣ سم ، ٤ سم هو:

أ) $(\frac{4}{3}, 1)$ ب) $(\frac{2}{3}, 2)$

ج) $(1, \frac{4}{3})$ د) $(2, \frac{3}{3})$

٢) مركز ثقل نقطتين ماديتين تفصل بينهما مسافة ثابتة يقع على القطعة المستقيمة الواصلة بينهما ويقسم طولها

بنسب:

أ) طردية. ب) عكسية. ج) عشوائية. د) ثابتة.

٣) مركز ثقل النظام التالي : ك_١ = ١ كجم عند (٣، ٢) ، ك_٢ = ٢ كجم عند (١، ٢-) ، ك_٣ = ٣ كجم عند (١، ٠) هو:

أ) $(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}-)$ ب) $(\frac{4}{3}, \frac{7}{6})$ ج) $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}-)$ د) $(1, 0)$

٤) مركز ثقل نظام مؤلف من كتلتين ٦ ، ٩ ث كجم بينهما مسافة ١٠ أمتار، يبعد عن الكتلة الأولى مسافة:

أ) ٣ متر ب) ٤ متر ج) ٥ متر د) ٦ متر

٥) بعد مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ١٢ سم عن أحد رؤوس

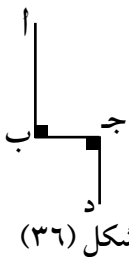
المثلث يساوي .:

أ) $3\sqrt{3}$ سم ب) $3\sqrt{4}$ سم ج) ٦ سم د) $3\sqrt{6}$ سم

٦) إذا عُلقَت صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوي الأضلاع بخيط من نقطة على أحد أحرفها تقسمه

بنسبة ١ : ٢ فإن زاوية ميل هذا الحرف على الرأسى تساوى :

أ) ٢٢,٥° ب) ٣٠° ج) ٤٥° د) ٦٠°



٧) فى الشكل المقابل : أب جـ سلك طوله ٣٢ سم فيه أب = ٢ جـ = ٢ جـ = ٢ جـ = ١٦ سم فإن بعد مركز

ثقل السلك عن كل من ب جـ ، ب أ على الترتيب هو:

أ) (٣، ٣) ب) (٤، ٤) ج) (٥، ٣) د) (٨، ٤)

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية :

٨) أ ب ج مثلث قائم الزاوية فى ب ، فيه أ ب = ٣ سم ، ب ج = ٤ سم . وضعت ثلاث كتل متساوية، مقدار كل

منها ك عند ب ، نقطة منتصف أ ب ، نقطة منتصف جـ د أو عند مركز ثقل هذه الكتل الثلاث.

- ٩٠) صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة محدودة بالمثلث $أب ج$ القائم الزاوية في $ب$ فيه $أب = ب ج = ٩$ سم. إذا فصل المثلث $أب م$ حيث $م$ مركز ثقل الصفيحة وعلق الجزء الباقي تعليقاً حرّاً من النقطة $ب$ فأوجد ظل زاوية ميل $ب ج$. على الرأسى في وضع التوازن.
- ١٠٠) $أب$ قضيب منتظم طوله ٢٤ سم وكتلته ٢ كجم. ثبتت كتلة مقدارها ٢ كجم عند نقطة $أ$ وثبتت كتلة أخرى مقدارها ٣ كجم عند نقطة $ج$ واقعة على القضيب وتبعد ٨ سم عن نقطة $ب$. أوجد بعد مركز ثقل المجموعة عن $ب$.
- ١١٠) $أب ج$ $س$ مربع طول ضلعه ٤ سم ثبتت الكتل ٦ ، ٤ ، ٣ ، ٢ جرام عند $أ$ ، $ب$ ، $ج$ ، $س$ على الترتيب، كما ثبتت كتلة مقدارها ١٠ جرام عند منتصف $أب$. عين بعد مركز ثقل المجموعة عن كل من $ج س$ ، $ج ب$.
- ١٢٠) سلك رفيع منتظم السمك والكثافة ثنى على شكل مثلث $أب ج$ قائم الزاوية في $ب$ فيه $أب = ٣$ سم، $ب ج = ٤$ سم. أوجد بعد مركز ثقل السلك عن كل من $أ ب$ ، $ب ج$ ثم أوجد بعده عن $ب$.
- ١٣٠) سلك رفيع منتظم السمك والكثافة طوله ٤٠ سم ثنى على شكل شبه منحرف $أب ج$ $س$ فيه $أب = ١٦$ سم، $ج س = ٨$ سم، $س أ = ٦$ سم، $و(س أ ب) = و(أ ج س) = ٩٠^\circ$. أوجد بعد مركز ثقل هذا السلك عن الضلعين $أ س$ ، $أ ب$ وإذا علق السلك تعليقاً حرّاً من $أ$ فأوجد ظل الزاوية التي يصنعها $أ ب$ مع الرأسى في وضع الاتزان.
- ١٤٠) صفيحة رقيقة منتظمة السمك والكثافة على شكل شبه منحرف $أب ج$ فيه $و(أ ج س) = و(س أ ب) = ٩٠^\circ$ ، $ج س = ٤٠$ سم، $س أ = ٦٠$ سم، $أ ب = ١٢٠$ سم. عين بعد مركز ثقل الصفيحة عن كل من $أ س$ ، $أ ب$.
- ١٥٠) سلك منتظم السمك والكثافة طوله ١٢٠ سم وكتلته ٦٠٠ جرام، ثنى على شكل مثلث $أب ج$ قائم الزاوية في $ب$ حيث $أب = ٣٠$ سم، إذا ثبتت كتلة $ك$ جرام عند الرأس $أ$ ، ثم علق السلك تعليقاً حرّاً من الرأس $ب$ فاتزن عندما كانت $أ ج$ أفقية فأوجد $ك$.
- ١٦٠) صفيحة رقيقة منتظمة السمك والكثافة على شكل قرص دائرى مركزه نقطة الأصل وطول نصف قطره ٢٤ سم، قُطع منه قرصان دائريان مركز أحدهما $(-٢، -١٢)$ وطول نصف قطره ٤ سم ومركز الآخر $(٦، ١٠)$ وطول نصف قطره ١٢ سم. عين مركز ثقل الجزء الباقي من القرص.
- ١٧٠) $أب ج$ صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مستطيل فيه $أب = ٤٠$ سم، $ب ج = ٦٠$ سم، تقاطع قطراه في $م$ ، قطع منها المثلث $ب ج م$ ثم علق الجزء الباقي تعليقاً حرّاً من الرأس $ج$. عين ظل زاوية ميل $ج ب$ على الرأسى في وضع الاتزان
- ١٨٠) $أب ج$ صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مربع طول ضلعه ٤٨ سم وكتلتها ٤٠ جم. النقطتان $ل$ ، $م$ منتصفا $أ ب$ ، $أ س$ على الترتيب. قطع المثلث $أ ل م$ ثم ثبتت عند كل من $ج$ ، $س$ كتلة تساوى كتلة المثلث المقطوع وثبت عند $ب$ كتلة تساوى ضعف كتلة المثلث المقطوع، فإذا عُلقت المجموعة تعليقاً حرّاً من النقطة $ج$. أوجد ظل زاوية ميل $ب ج$ على الرأسى في وضع الاتزان.

١٩) أب جـ صفيحة رقيقة منتظمة السمك والكثافة على هيئة مثلث قائم الزاوية في ب حيث $أب = ١٢$ سم ،

ب جـ = ٢٠ سم وكانت س ، ص ، ع منتصفات $أب$ ، $ب جـ$ ، $جـ أ$ على الترتيب. قطع المثلث جـ ص ع وطبق على المثلث ص ب س فإذا علقت المجموعة تعلقاً حرّاً من النقطة ب. أوجد ظل زاوية ميل $ب جـ$ على الرأسى فى وضع الاتزان.

٢٠) صفيحة رقيقة منتظمة السمك والكثافة على شكل المثلث أب جـ المتساوى الساقين حيث $أب = أجـ = ٢٦$ سم ، ب جـ = ٢٠ سم. رسم $أى$ \perp $ب جـ$ ويقطع $ب جـ$ فى $ى$ ، فإذا كانت هـ منتصف $أى$ وفصل المثلث هـ ب جـ. أوجد بعد مركز ثقل الجزء الباقي عن النقطة هـ.

٢١) صفيحة رقيقة منتظمة السمك والكثافة على شكل مربع أب جـ د طول ضلعه ٤٨ سم ، م نقطة تقاطع قطريه. قُطِع المثلث جـ م د ثم لصق على المثلث جـ م ب بحيث انطبق $م د$ على $م ب$. أوجد بعد مركز ثقل الصفيحة عن كل من $ب$ ، $أ$ ، $ب جـ$.

٢٢) صفيحة رقيقة منتظمة السمك والكثافة على شكل مستطيل أب جـ د مركزه م حيث $أب = ١٦$ سم ،

ب جـ = ٢٠ سم. أخذت النقطتان هـ ، و على $أب$ حيث $أهـ = ب و = ٣$ سم ، إذا قُطِع المثلث م هـ و فأوجد بعد مركز ثقل الجزء الباقي عن كل من $جـ د$ ، $أى$. وإذا علّق هذا الجزء تعلقاً حرّاً من $ى$ فأوجد فى وضع التوازن ظل الزاوية التى يصنعها $أى$ مع الرأسى.

٢٣) ثبتت كتل مقاديرها ١٠ ، ٢٠ ، ١٠ ، ٣٠ ، ١٠ ، ٤٠ كجم عند الرؤوس أ ، ب ، جـ ، د ، هـ ، و على الترتيب لمسدس منتظم طول ضلعه ٦٠ سم. أوجد بعد مركز ثقل هذه المجموعة عن مركز المسدس.

٢٤) صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مستطيل أب جـ د الذى فيه $أب = ٢٥$ سم ، ب جـ = ١٦ سم. فرضت نقطة هـ \exists $ب جـ$ ، و \exists $ب أ$ بحيث ب هـ = ١٠ سم ثم فصل المثلث ب هـ و ووضعت الصفيحة فى مستو رأسى بحيث انطبق حرفها جـ هـ على نضد أفقى أملس فكانت الصفيحة على وشك الدوران حول (هـ). أوجد طول ب و .

لمزيد من الأنشطة والتدريبات زيارة الموقع الإلكتروني www.sec3mathematics.com.eg

الحركة في خط مستقيم

Rectilinear Motion

ثانياً

الديناميكا

الوحدة

١



مقدمة الوحدة

في هذه الوحدة سوف ندرس الحركة الخطية لجسيم متحرك وتحليل هذه الحركة ودراسة الموضوع والإزاحة وامتجه السرعة وعجلة الحركة للجسيم، ويتم تحديدها عند أي لحظة خلال حركة الجسيم على الخط المستقيم سواء كانت الحركة منتظمة أو منتظمة التغير مستخدمين في ذلك طرق التكامل والتفاضل لاستنتاج عناصر الدراسة وسيتم تحليل الحركة الخطية بيانياً من خلال منحنيات الحركة، واستخدام ذلك في حل المسائل المختلفة، ولن تقتصر الدراسة على الجسيم المتحرك فقط ولكن سيؤخذ في الاعتبار الأجسام الأخرى المختلفة كالسيارات والقطارات والطائرات وغير ذلك.

مخرجات التعلم

بعد دراسة هذه الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن:

- ✚ يستخدم للتعبير عن السرعة إذا كانت الإزاحة دالة في الزمن
(ع = $\frac{\Delta x}{\Delta t}$)
- ✚ يستخدم للتعبير عن العجلة إذا كانت السرعة دالة في الزمن (ج = $\frac{\Delta v}{\Delta t}$)
- ✚ يعبر عن العجلة كدالة في الإزاحة إذا كانت السرعة دالة في الإزاحة (ج = $\frac{\Delta v}{\Delta x}$)
- ✚ إذا كانت كل من ف.ع. جدوالاً في الزمن فإن:
ع = $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ ⇔ $\Delta x = \text{ع} \cdot \Delta t$
- ✚ ج = $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ ⇔ $\Delta v = \text{ج} \cdot \Delta t$
- ✚ إذا كانت جدالة في الإزاحة فإن:
ج = $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ ⇔ $\Delta v = \text{ج} \cdot \Delta x$

المصطلحات الأساسية

Average Speed	السرعة المتوسطة	➤ Rectilinear Motion	الحركة في خط مستقيم
Velocity	متجه السرعة	➤ Position	موضع
Speed	السرعة	➤ Displacement	إزاحة
Average Acceleration	العجلة المتوسطة	➤ Distance	مسافة
Acceleration	العجلة	➤ Average Velocity	متجه السرعة المتوسطة

الأدوات والوسائل

➤ آلة حاسبة علمية - برامج رسومية للحاسوب.

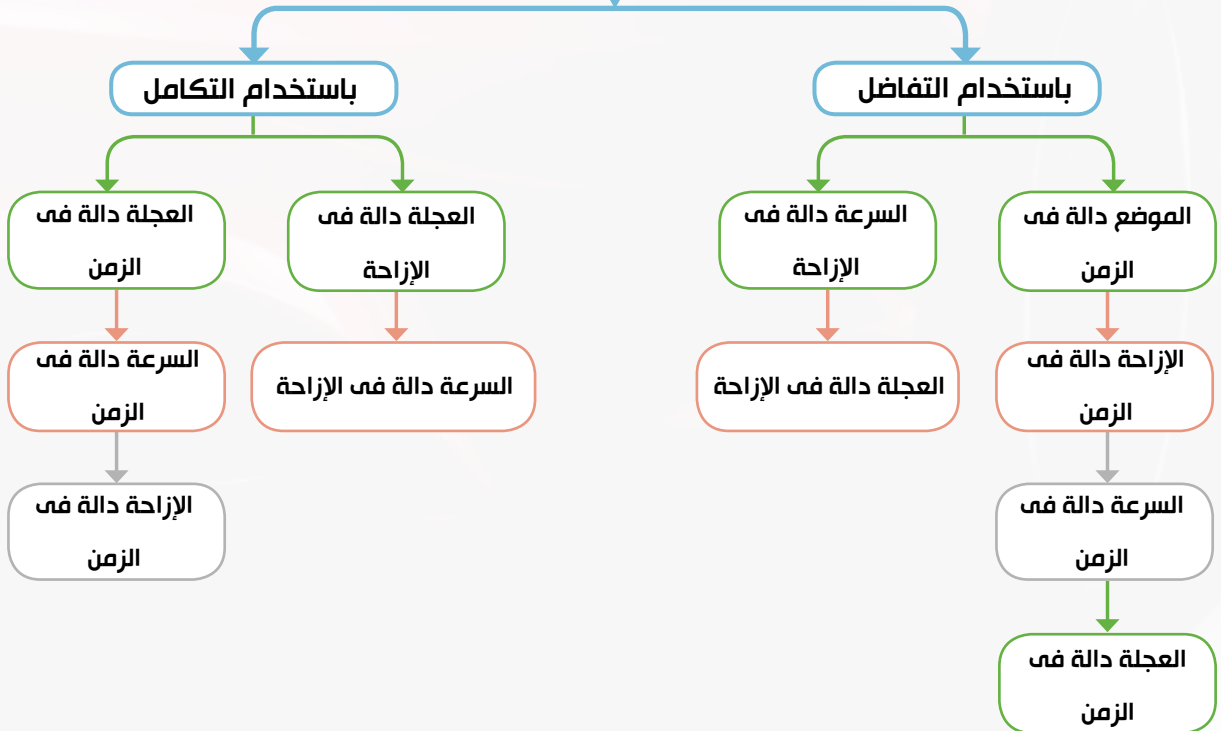
دروس الوحدة

(١-١): تفاضل الدوال المتجهة.

(١-٢): تكامل الدوال المتجهة.

مخطط تنظيمي للوحدة

الحركة في خط مستقيم



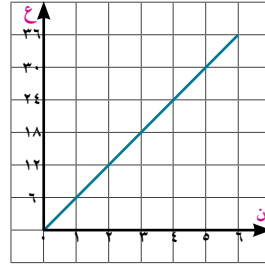
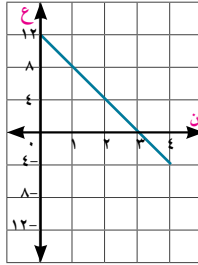
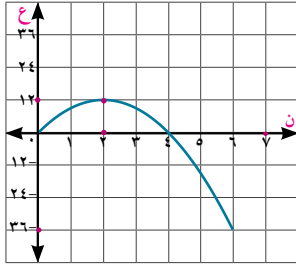
تفاضل الدوال المتجهة

Differentiation of vector functions

فكر و ناقش



كل من الأشكال البيانية الآتية تمثل منحنى السرعة- الزمن لجسيم يتحرك في خط مستقيم.



بعد دراسة هذه المنحنيات،

١ هل يمكنك تعيين سرعة الجسيم ع عند بداية الحركة ثم بعد ٢ ثانية، بعد ٤ ثوان من بدء الحركة؟

٢ كيف يمكنك حساب إزاحة الجسيم عند $n = 2$ ، $n = 4$ ؟

٣ هل يمكن تعيين عجلة الحركة للجسيم المتحرك؟

تعلم



Rectilinear motion

١- الحركة في خط مستقيم:

إذا تحرك جسيم في خط مستقيم فيقال إنه يتحرك حركة خطية.

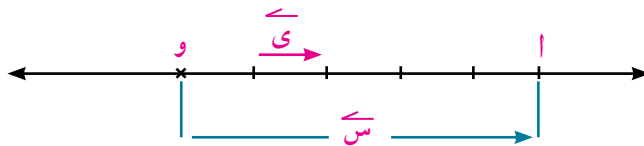
Position of the particle

٢- موضع الجسيم:

عندما يتحرك جسيم حركة خطية فإنه عند أي لحظة ن سيشغل موضع معين على الخط المستقيم، ولتعيين الموضع s لجسيم متحرك عند أي لحظة زمنية n ، نختار نقطة ثابتة "و" على الخط المستقيم كنقطة أصل ونحدد اتجاه موجب على طول الخط.

على سبيل المثال:

عندما يكون الجسيم عند الموضع (أ) على الخط المستقيم فإن $s = 0$



حيث y متجه وحدة في اتجاه $و أ$ ،

سوف تتعلم

إذا كانت f دالة في الزمن فإن:

$$\frac{df}{dt} = \dot{f}$$

إذا كانت g دالة في الزمن فإن:

$$\frac{dg}{dt} = \dot{g}$$

إذا كانت h دالة في

الإزاحة f فإن $\dot{h} = \frac{dh}{df} \dot{f}$

المصطلحات الأساسية

الحركة في خط مستقيم

Rectilinear motion

موضع الجسيم

Position of the particle

Displacement الإزاحة

Distance المسافة

Speed السرعة

Velocity متجه السرعة

متجه السرعة المتوسطة

Average velocity

متجه السرعة اللحظية

Instantaneous velocity

العجلة المتوسطة

Average acceleration

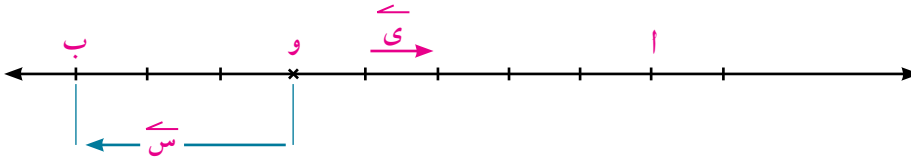
Acceleration العجلة

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية.

برامج رسومية للحاسب

بينما إذا كان الجسم عند الموضع ب على الخط المستقيم فإن $\vec{s} = -3 \vec{y}$

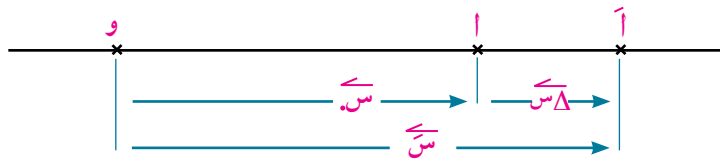


لاحظ أن موضع الجسم كمية متجهة ويمكن التعبير عنه كدالة في الزمن ن
أي أن $\vec{s} = d(n)$ ويقاس معيار \vec{s} في النظام الدولي للوحدات بالمتراً.

Displacement

٣- الإزاحة:

تعرف إزاحة الجسم \vec{f} بأنها التغير في موضعه.



إذا تحرك الجسم من الموضع أ إلى الموضع أعلى الخط المستقيم فإن:

الإزاحة $\vec{f} = \Delta \vec{s}$ حيث $\Delta \vec{s} = \vec{s} - \vec{s}_0$ ، في هذه الحالة Δs تكون موجبة حيث أن موضع الجسم النهائي أعلى الموضع الابتدائي للجسم، وإذا كان الموضع النهائي للجسم على يسار الموضع الابتدائي للجسم فإن Δs ستكون سالبة.

إزاحة الجسم \vec{f} كمية متجهة ويمكن التعبير عنها كدالة في الزمن ن أي $\vec{f}(n)$ ، والإزاحة \vec{f} تتميز عن المسافة المقطوعة بواسطة الجسم، وعلى وجه التحديد المسافة كمية قياسية موجبة تمثل طول المسار الكلي المقطوع بواسطة الجسم.

- يمكن استخدام الرموز \vec{s} ، \vec{f} للتعبير عن القياس الجبري لمتجه الموضع \vec{s} وللإزاحة \vec{f}
- إذا كان موضع الجسم عند بداية قياس الزمن عند نقطة الأصل فإن $\vec{s}_0 = \vec{0}$ ويكون $\vec{f} = \vec{s}$

Velocity

٤- متجه السرعة:

إذا كانت $\vec{f} = \Delta \vec{s}$ هي إزاحة الجسم خلال فترة زمنية Δn فإن متجه السرعة المتوسطة \vec{v} يساوي خارج

$$\text{قسمة الإزاحة على الزمن أي } \vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta n} = \frac{\vec{s} - (\vec{s} + n\Delta n)}{\Delta n}$$

ويعرف متجه السرعة اللحظية \vec{v} عند أي لحظة زمنية ن بالعلاقة:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta n} = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\vec{s} - (\vec{s} + n\Delta n)}{\Delta n}$$

ومن تعريف المشتقة يمكن استنتاج أن: $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dn}$ (ميل المماس لمنحنى الموضع - الزمن)

وحيث أن \vec{s} متجهًا ثابتًا فإن: متجه السرعة يساوي معدل تغير الإزاحة بالنسبة للزمن $\vec{v} = \frac{d\vec{f}}{dn}$ (ميل المماس لمنحنى الإزاحة - الزمن) ويحسب معيار متجه السرعة بوحدة م / ث في النظام الدولي للوحدات.

يمكن استخدام الرمز \vec{v} للتعبير عن القياس الجبري لمتجه السرعة \vec{v} .

Speed

5- السرعة:

إذا كانت \vec{v} (ن) متجه سرعة جسيم يتحرك في خط مستقيم فإن السرعة هي الكمية القياسية التي تعبر عن معيار

$$\text{متجه السرعة أي أن السرعة} = \|\vec{v}\| = \left\| \frac{\vec{r}}{t} \right\| = \left\| \frac{\vec{s}}{t} \right\| = \left\| \frac{\vec{v}}{t} \right\|$$

وإذا كان \vec{v} هو القياس الجبري لمتجه السرعة، س هو القياس الجبري للموضع فإن السرعة = $|\vec{v}| = \left| \frac{\vec{s}}{t} \right| = \left| \frac{\vec{v}}{t} \right|$

مثال

١ قذف حجر رأسياً لأعلى، وكان ارتفاعه س بعد ن ثانية من قذفه يعطى بالعلاقة $s = 4.9n - 9.8n^2$ حيث س بالمتر.

- أ أوجد أقصى ارتفاع يبلغه الجسم المقذوف.
 ب أوجد القياس الجبري لمتجه السرعة عندما يكون الحجر على ارتفاع ٧٨,٤ متراً، ثم أوجد سرعته عندئذ.
 ج ارسم كلاً من منحنى الموضع - الزمن ومنحنى السرعة - الزمن واستخدمه في تحليل الحركة.

الحل

في النظام الإحداثي للحركة في خط مستقيم نعتبر س تقيس الارتفاع (الموضع) عن نقطة القذف، \vec{v} تكون موجبة في حالة الحركة لأعلى.

$$\therefore s = 4.9n - 9.8n^2 \quad \therefore \vec{v} = \frac{ds}{dt} = 4.9 - 19.6n$$

أ يبلغ الحجر أقصى ارتفاع له عندما $\vec{v} = 0$.

$$0 = 4.9 - 19.6n \quad \therefore n = 0.25 \text{ ث}$$

$$\therefore \text{أقصى ارتفاع س} = (0.25) = 4.9 \times 0.25 - 9.8 \times (0.25)^2 = 0.6125 \text{ متر}$$

ب يكون الحجر على ارتفاع ٧٨,٤ متر عندما $s = 78.4$

$$78.4 = 4.9n - 9.8n^2 \quad \therefore 9.8n^2 - 4.9n + 78.4 = 0$$

بقسمة طرفي المعادلة على ٩,٤ نجد أن: $n^2 - 0.5n + 8 = 0$

$$\therefore (n-2)(n-8) = 0 \quad \therefore n = 2 \text{ ث أو } n = 8 \text{ ث}$$

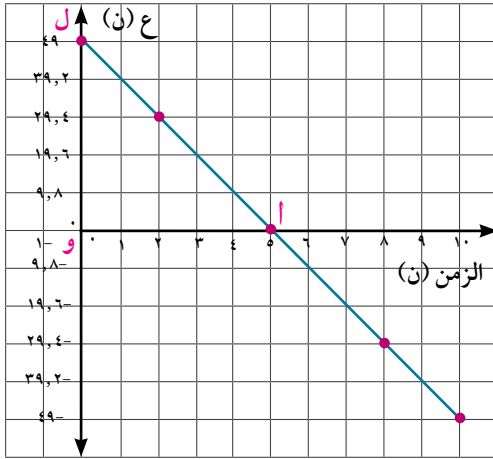
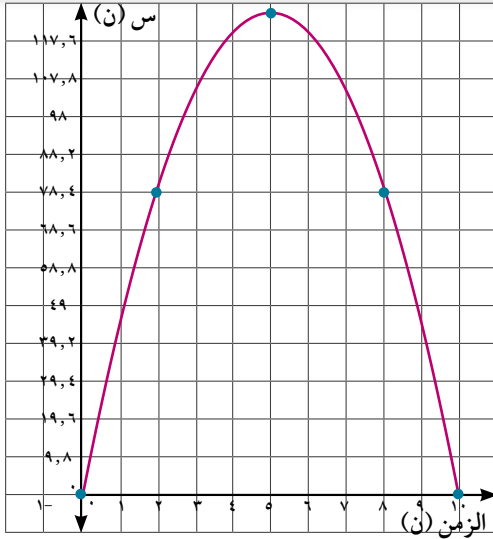
$$\therefore \vec{v} = 4.9 - 19.6n = 4.9 - 19.6 \times 2 = -38.3 \text{ م/ث}$$

$$\therefore \vec{v} = 4.9 - 19.6n = 4.9 - 19.6 \times 8 = -151.9 \text{ م/ث}$$

أي أن: الحجر يكون على ارتفاع ٧٨,٤ متر مرة صاعداً بعد ٢ ث ومرة هابطاً بعد ٨ ث

القياس الجبري لمتجه السرعة إما ٢٩,٤ - أو ٢٩,٤ -

$$\therefore \text{سرعة الحجر في الحالتين} = |29.4 \pm| = 29.4 \text{ م/ث}$$



ج من منحنى الموضع - الزمن نجد أن:

◀ الحجر يبلغ أقصى ارتفاع له ١٢٢,٥ متر عندما $n = 5$ ث
(نقطة رأس المنحنى).

◀ يعود الحجر لنقطة القذف مرة أخرى عندما $n = 10$ ث
(النقطة ب (١٠, ٠)).

◀ مرحلة الصعود استغرقت ٥ ثوان، ومرحلة الهبوط استغرقت ٥ ثوان أخرى.

◀ الحجر كان على ارتفاع ٧٨,٤ متر عندما $n = 2$ ث ،
 $n = 8$ ث

من منحنى السرعة - الزمن نجد أن:

١- السرعة الابتدائية للحجر كانت ٤٩ م / ث وأخذت في التناقص خلال الفترة الزمنية $[0, 5]$ حتى سكن لحظياً عندما $n = 5$ وبعدها وصل لأقصى ارتفاع له ثم أخذت سرعته في التزايد في الاتجاه المضاد في الفترة الزمنية $[5, 10]$ حتى عاد مرة أخرى لنقطة القذف عندما $n = 10$ ث بنفس سرعة القذف ٤٩ م / ث.

٢- يمكن حساب أقصى ارتفاع للحجر من خلال منحنى السرعة - الزمن بإحدى طريقتين:

◀ أقصى ارتفاع = مساحة Δ و $ال = \frac{1}{2} \times و$ و $\frac{1}{2} \times و = \frac{1}{2} \times 49 \times 5 = 122,5$ متر مربع
◀ بحساب التكامل وسنبحث هذه الطريقة بشكل مفصل لاحقاً.

تفكير ناقد: كيف تحسب من المنحنى السابق السرعة - الزمن في **مثال (١)** المسافة المقطوعة خلال رحلة الحجر حتى عودته إلى نقطة القذف، وكذلك إزاحته خلال هذا الزمن؟

٤ حاول أن تحل:

١) جسيم يتحرك في خط مستقيم بحيث كان موضعه s عند أى لحظة زمنية n يعطى بالعلاقة $s(n) = (n^2 - 4n + 3)$ حيث s مقاسه بالمتر، n بالثانية، \vec{v} متجه وحدة في اتجاه حركة الجسيم.

أ) أوجد إزاحة الجسيم خلال الثواني الثلاث الأولى

ب) أوجد متجه السرعة المتوسطة للجسيم عندما $n \in [0, 2]$

ج) أوجد متجه سرعة الجسيم عندما $n = 4$

د) من خلال منحنى السرعة-الزمن، منحنى الموضع - الزمن قم بتحليل حركة الجسيم، وبين متى يغير الجسيم اتجاه حركته

Acceleration

٦- العجلة:

إذا كانت $\overline{ع}$ Δ تعبر عن التغير في متجه السرعة خلال فترة زمنية Δ فإن العجلة المتوسطة $\overline{ج}$ تعطى بالعلاقة

$$\overline{ج} = \frac{\overline{ع} \Delta}{\Delta} \quad \text{أي أن } \overline{ج} = \frac{\overline{ع} - (\overline{ع} + \Delta) - (\overline{ع} - \Delta)}{\Delta} \quad (ن)$$

وتعرف العجلة اللحظية $\overline{ج}$ (العجلة اختصاراً) عند أي لحظة زمنية n

$$\overline{ج} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\overline{ع} - (\overline{ع} + \Delta) - (\overline{ع} - \Delta)}{\Delta}$$

ومن تعريف المشتقة يمكن استنتاج أن: $\overline{ج} = \frac{د \overline{ع}}{د t}$

أي أن العجلة هي معدل تغير متجه السرعة بالنسبة للزمن (ميل المماس لمنحنى السرعة - الزمن)

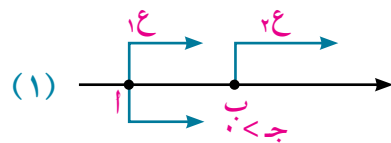
ويحسب معيار متجه العجلة بوحدة م / ث / ث (م/ث^٢) في النظام الدولي للوحدات

مما سبق نجد أن: إذا كانت $\overline{س}$ (ن) موضع الجسم وهي دالة في الزمن n ، فإن متجه السرعة $\overline{ع} = \frac{د \overline{س}}{د t}$ ، من

$$\overline{ج} = \frac{د \overline{ع}}{د t} = \frac{د^2 \overline{س}}{د t^2}$$

تنبيه: عند الإشارة إلى القياسات الجبرية لكل من الموضع ومتجه السرعة والعجلة فإننا نستخدم على الترتيب الرموز s, v, a .

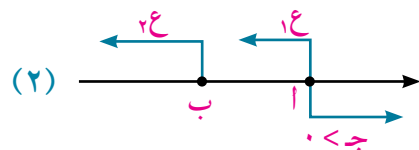
القياس الجبري لمتجه السرعة والعجلة:



١- إذا كانت $ج < 0$ فإن $ع$ تزايد، وهذا يعني أن الجسم يتحرك بشكل

أسرع في الاتجاه الموجب شكل (١) أو أن الجسم يتحرك ببطء

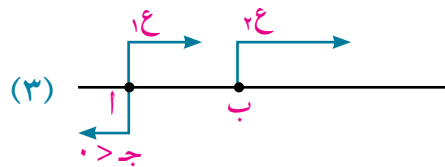
أكثر في الاتجاه السالب شكل (٢) في الحالتين $\Delta ع < 0$.



٢- إذا كانت $ج > 0$ فإن $ع$ تتناقص وهذا يعني:

أن الجسم يتحرك ببطء أكثر في الاتجاه الموجب شكل (٣) أو

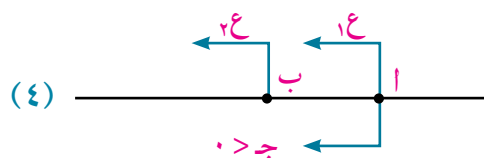
أن الجسم يتحرك بشكل أسرع في الاتجاه السالب شكل (٤).



٣- في كل من الحالتين (٢)، (٣) يقال إن الجسم يتحرك بتقصير،

بينما في كل من الحالتين (١)، (٤) يتحرك الجسم بتسارع

(بتحرك أسرع).



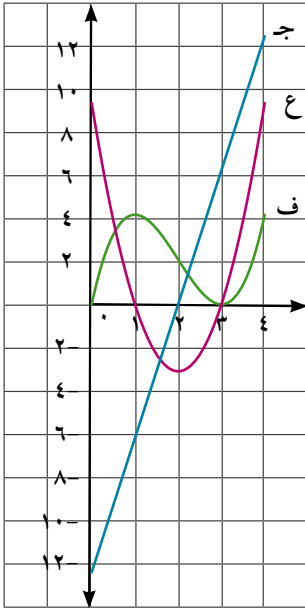
أي أن: الجسم يتحرك حركة متسارعة إذا كان $\overline{ع}$ ، $\overline{ج}$ لهما الاتجاه نفسه ($ع ج < 0$ صفر)

ويتحرك حركة تقصيرية إذا كان $\overline{ع}$ ، $\overline{ج}$ متضادين في الاتجاه ($ع ج > 0$ صفر)

مثال

٢ إذا كان القياس الجبري لإزاحة جسيم يتحرك في خط مستقيم يعطى بالعلاقة $f = 9n^2 - 6n + 9$ حيث f مقاسه بالمتري ، n بالثانية

- أ أوجد عجلة الجسيم عند انعدام السرعة
 ب أوجد سرعة الجسيم عندما تنعدم العجلة
 ج أوجد المسافة المقطوعة بواسطة الجسيم خلال الفترة من $n = 0$ إلى $n = 2$



الحل

$$\therefore f = 9n^2 - 6n + 9 \quad \therefore \frac{f}{n} = \frac{9n + 9}{n} = 9 + \frac{9}{n} = g$$

$$\therefore g = \frac{9}{n} = 12 - 6n$$

أ تنعدم سرعة الجسيم عندما $3 = 9 + \frac{9}{n} = 0$

$$\therefore 0 = 3 + \frac{9}{n}$$

$$(n - 3) = 0 \quad \text{عندما } n = 1, n = 3$$

$$g(1) = 12 - (1)6 = 6 \text{ م/ث}^2$$

$$g(3) = 12 - (3)6 = 6 \text{ م/ث}^2$$

ب تنعدم عجلة الجسيم عندما $6 = 12 - \frac{9}{n} = 0$ $\therefore n = 2$

$$\text{السرعة} = |g(2)| = |9 + \frac{9}{2} - 12 - 6 \times 2| = 3 \text{ م/ث}$$

ج من دراسة منحنى السرعة - الزمن لحركة الجسيم أو بدراسة إشارة g (ن) نجد أن الجسيم يتحرك في الاتجاه الموجب في الفترة $0 \leq n < 1$ ثم يغير اتجاه حركته ويتحرك في الاتجاه المضاد في الفترة $1 < n < 3$.

\therefore المسافة المقطوعة من $n = 0$ إلى $n = 2$ خلال الثانية الأولى والثانية

$$= |f(0) - f(1)| + |f(1) - f(2)|$$

$$= |0 - 9| + |9 - 3| = 6 \text{ أمتار}$$

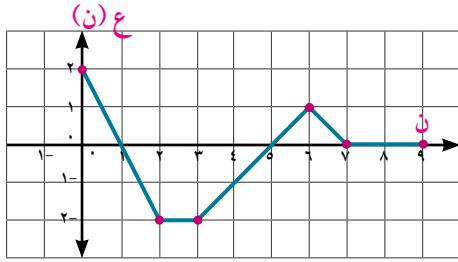
تفكير ناقد: مستعينًا بالشكل السابق بين فترات التسارع وفترات التقصير لحركة الجسيم

٩ حاول أن تحل

٢ إذا كان متجه سرعة جسيم \vec{v} يعطى كدالة في الزمن n بالعلاقة $\vec{v} = (n^2 - 6n + 5) \vec{i}$ حيث \vec{i} متجه وحدة في اتجاه حركة الجسيم.

- أ متى يغير الجسيم اتجاه حركته؟
 ب متى تزداد سرعة الجسيم، ومتى تتناقص؟
 ج أوجد عجلة حركة الجسيم عندما تنعدم سرعته

تفكير ناقد:



الشكل المرفق يبين سرعة جسيم ع = د(ن) يتحرك في خط مستقيم.

أ متى يتحرك الجسيم للأمام ومتى يتحرك للخلف؟ ومتى

تتزايد سرعته ومتى تتباطأ؟

ب متى تكون عجلة الحركة موجبة؟ ومتى تكون سالبة؟

ومتى تنعدم؟

ج متى تصل سرعة الجسيم إلى قيمتها العظمى؟

د متى يتوقف الجسيم لمدة أكثر من ثانية واحدة؟

استنتاج العجلة عندما يكون متجه السرعة دالة في الموضع:

إذا كانت ع = د(س)، س = د(ن)

فباستخدام قاعدة السلسلة يمكن استنتاج أن: $\frac{د ع}{د ن} = \frac{د س}{د ن} \cdot \frac{د ع}{د س}$

أي أن: ج = ع $\cdot \frac{د س}{د ن}$

وهي صورة أخرى للعجلة يمكن استخدامها عندما يكون متجه السرعة ع دالة في الموضع س

مثال

٣ جسيم يتحرك في خط مستقيم بحيث كان القياس الجبري لمتجه سرعته ع يعطى

بالعلاقة ع = $\frac{1}{3}(٤٠٠ - س^٢)$ حيث س تعبر عن القياس الجبري للموضع س، أوجد القياس الجبري لعجلة

الحركة ج عندما س = ١٥

الحل

$$\therefore ع = \frac{1}{3}(٤٠٠ - س^٢) \quad \therefore \frac{د ع}{د س} = \frac{د}{د س} \cdot \frac{د(٤٠٠ - س^٢)}{د س}$$

$$\therefore ج = ع \cdot \frac{د س}{د ن} = \frac{1}{3}(٤٠٠ - س^٢) \cdot (-٢س)$$

عندما س = ١٥ وحدة طول.

$$\therefore ج = \frac{1}{3} \cdot (-٢) \cdot (٤٠٠ - ٢٢٥) = -\frac{1}{3} \cdot ١٥ \cdot ١٧٥ = -٨٧٥ \text{ وحدة عجلة}$$

٩ حاول أن تحل

٣ جسيم يتحرك في خط مستقيم بحيث كانت العلاقة بين ع، س تعطى في الصورة ع = $\frac{٥}{س + ٤}$ حيث ع مقاسة

بوحددة م / ث، س مقاسة بوحددة متر. أوجد عجلة الحركة عندما س = ٢ متر.

مثال

٤ يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث كانت العلاقة بين ع ، س تعطى في الصورة $ع = ٥(٩ - س^٢)$ أوجد عجلة الحركة عند انعدام السرعة علمًا بأن السرعة مقاسة بوحدة م/ث ، س مقاسة بوحدة المتر.

الحل

$$\begin{aligned} \therefore ع = ٥(٩ - س^٢) & \quad \therefore ع = \frac{٤}{س} = ١٠ س \\ \therefore ج = ١٠ - ١٠ س & \quad \therefore ج = ٥ - ١٠ س \\ \therefore ج = ١٠ - ١٠ س & \quad \therefore ج = ٥ - ١٠ س \\ \therefore ج = ١٠ - ١٠ س & \quad \therefore ج = ٥ - ١٠ س \\ \therefore ج = ١٠ - ١٠ س & \quad \therefore ج = ٥ - ١٠ س \\ \therefore ج = ١٠ - ١٠ س & \quad \therefore ج = ٥ - ١٠ س \\ \therefore ج = ١٠ - ١٠ س & \quad \therefore ج = ٥ - ١٠ س \\ \therefore ج = ١٠ - ١٠ س & \quad \therefore ج = ٥ - ١٠ س \\ \therefore ج = ١٠ - ١٠ س & \quad \therefore ج = ٥ - ١٠ س \end{aligned}$$

٤ حاول أن تحل

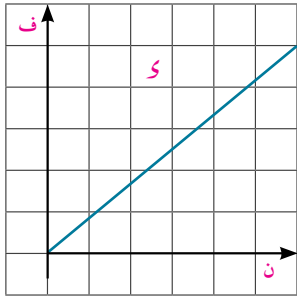
٤ يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى لمتجه سرعته ع في علاقة مع القياس الجبرى موضعه س معطاة بالصورة $ع = \frac{١}{٨(٤ - س^٢)}$ أوجد ج بدلالة س حيث ج هو القياس الجبرى لعجلة الحركة، ثم أوجد أصغر سرعة للجسيم المتحرك.

تمارين ١ - ١

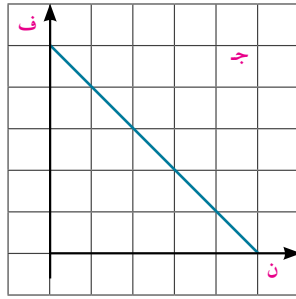
تخير الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ١ عندما يتحرك جسيم في خط مستقيم بسرعة ثابتة فإن معيار عجلته
 أ يزداد ب يتناقص ج ثابت لا يساوى الصفر د صفر
- ٢ التغير في متجه موضع جسيم يتحرك في خط مستقيم يعرف بأنه
 أ الإزاحة ب المسافة ج متجه السرعة د متجه العجلة
- ٣ جسيم يتحرك في خط مستقيم بحيث كانت $ع = ٣ - ٢٠ س$ فإن سرعته الابتدائية تساوى
 أ ٣ ب هـ ج ٣ هـ د هـ
- ٤ جسيم يتحرك في خط مستقيم، ومعادلة حركته س = طان فإن عجلة الحركة ح تساوى
 أ قان ب ٢ قان ج ٢ ع س د ع س
- ٥ جسيم يتحرك في خط مستقيم وكانت معادلة حركته س = ٢ + لو (١ + ن) فإن
 أ سرعته وعجلة الحركة تتناقصان دائمًا. ب سرعته وعجلة الحركة تتزايدان دائمًا.
 ج السرعة تتناقص وعجلة الحركة تزداد. د السرعة تتزايد وعجلة الحركة تتناقص.

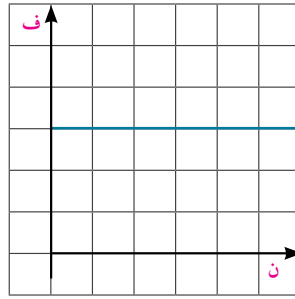
٦ أي من الأشكال التالية تمثل جسيماً تتزايد سرعته :



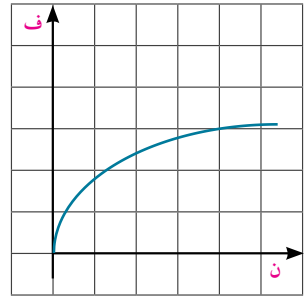
شكل د



شكل ج

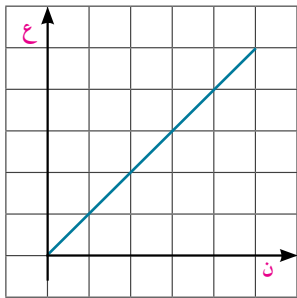


شكل ب

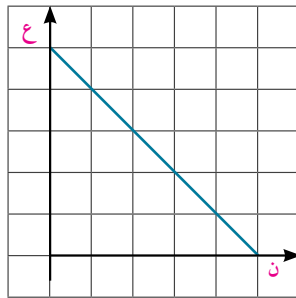


شكل أ

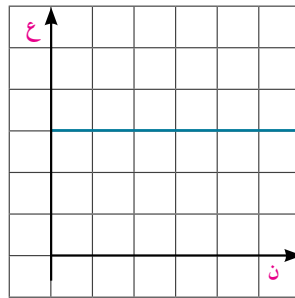
٧ أي من الأشكال التالية تمثل جسيماً يتحرك بتقصير منتظم:



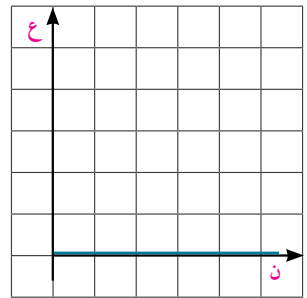
شكل د



شكل ج

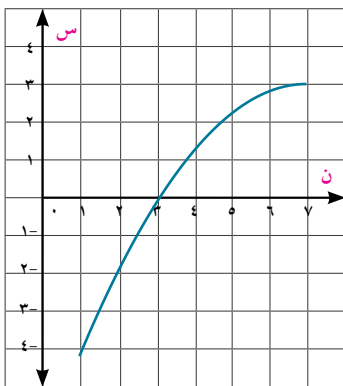


شكل ب

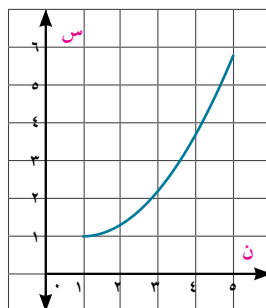


شكل أ

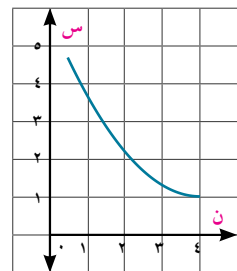
٨ في كل من المنحنيات المرسومة (منحني الموضع - الزمن) حدد إشارة القياس الجبري لمتجه السرعة، ثم عين ما إذا كان الجسيم يتحرك بتسارع أو يتباطأ (يتحرك ببطء).



شكل (٣)

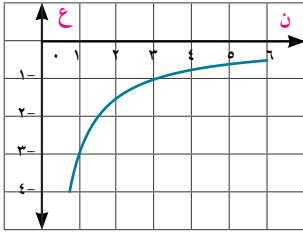


شكل (٢)

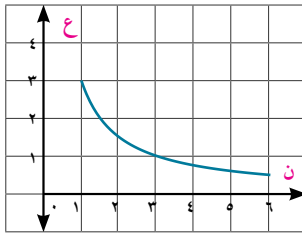


شكل (١)

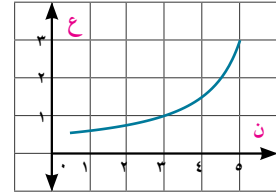
٩ في كل من المنحنيات المرسومة (منحنى السرعة - الزمن) حدد إشارة العجلة، وبين إذا كان الجسم يتحرك بتسارع أو يتحرك بتباطؤ.



شكل (٣)

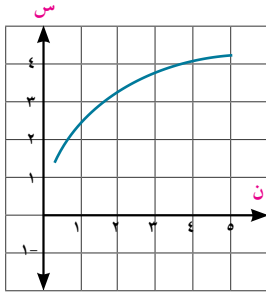


شكل (٢)

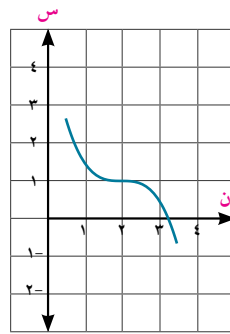


شكل (١)

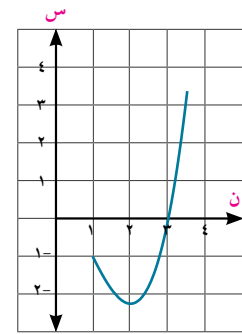
١٠ أمامك ثلاثة منحنيات (١)، (٢)، (٣) كل منها تمثل منحنى الموضع - الزمن وثلاثة منحنيات (٤)، (٥)، (٦) كل منها تمثل منحنى السرعة - الزمن. صل كل منحنى من المجموعة الأولى بالمنحنى المناظر له من المجموعة الثانية.



شكل (٣)

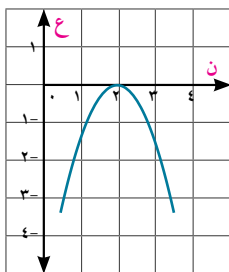


شكل (٢)

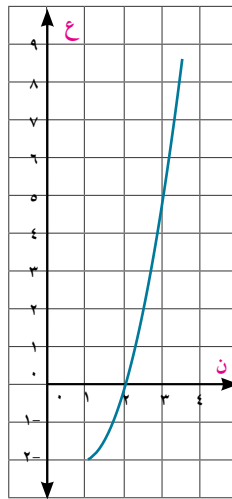


شكل (١)

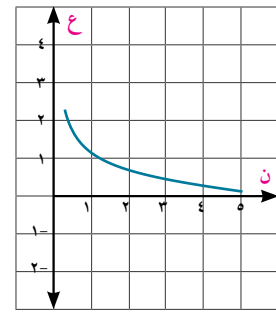
المجموعة الأولى



شكل (٦)



شكل (٥)



شكل (٤)

المجموعة الثانية

- ١١ إذا كانت $ع = ٣$ س فأوجد ج بدلالة س ثم أوجد ج عندما $س = ٢$
- ١٢ يتحرك جسيم فى خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى لمتجه السرعة $ع$ فى علاقة مع القياس الجبرى للموضع $س$ يعطى بالصورة $ع = س + \frac{١}{س}$ ، أوجد عجلة الحركة عندما $س = ٢$ حيث $س$ مقاسة بالمتر، $ع$ مقاسة بوحدة م/ث.
- ١٣ جسيم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى لسرعته $ع$ يعطى فى علاقة مع القياس الجبرى للموضع $س$ بالصورة $ع = \frac{١}{س}$ ، أوجد ج بدلالة $س$ ، ثم أوجد ج عندما $س = \frac{١}{٢}$
- ١٤ جسيم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى للسرعة $ع$ يعطى فى علاقة مع القياس الجبرى للموضع $س$ بالصورة $ع^٢ = ١٦ - ٩$ جتا $س$ ، أوجد أقصى سرعة للجسيم وعجلة الحركة عندئذ.
- ١٥ جسيم يتحرك فى خط مستقيم بحيث تكون معادلة حركته تعطى بالصورة $س(ن) = ٣$ جتا $ن + ٤$ جا $ن$ حيث $س$ مقاسة بالمتر، $ن$ مقاسة بالثانية.
- أ أوجد القياس الجبرى للإزاحة $ق$ عندما $ن = \frac{\pi}{٢}$ ، $ن = \pi$
- ب أوجد القياس الجبرى لمتجه السرعة $ع$ عندما $ن = ٠$ ، $ن = \frac{\pi}{٢}$ ، $ن = \pi$
- ج أوجد أقصى إزاحة للجسيم.
- ١٦ جسيم يتحرك فى خط مستقيم تبعاً للعلاقة $س = أ$ جاك $ن$ حيث $س$ يعبر عن القياس الجبرى للموضع، $ن$ الزمن، $أ، ك \exists ح$.
- أ أوجد العلاقة بين $ع، س$ حيث $ع$ القياس الجبرى لمتجه السرعة.
- ب أوجد $ع$ عندما $س = \frac{١}{٢}$.
- ج أوجد الزمن المستغرق حتى يكون $س = \frac{١}{٢}$ وأوجد عجلة الحركة عندئذ.

سوف تتعلم

إذا كانت كل من h ، e

دوال في الزمن فإن:

$$s = \int v \, dt$$

$$e = \int a \, dt$$

إذا كانت العجلة دالة في

الموضع فإن

$$\int a \, ds = v \, dv$$

المصطلحات الأساسية

Integration

تكامل

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية.

برامج رسومية للحاسب.

تذكر أن



الرموز h ، e ، s تستخدم لتدل على القياسات الجبرية لكل من العجلة، متجه السرعة والموضع على الترتيب.

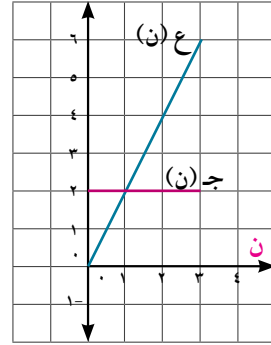
عمل تعاوني



المنحنى المرسوم يمثل منحنى السرعة- الزمن، منحنى العجلة- الزمن في شكل بياني واحد؛ بين أن المساحة تحت منحنى العجلة- الزمن خلال أي فترة زمنية $[0, n]$ يساوي سرعة الجسيم عند الزمن n



شكل (٢)



شكل (١)

يمكن استخدام المنحنيات المرسومة أو باستخدام أى برامج رسومية إنشاء منحنيات أخرى تثبت من خلالها ما هو مطلوب منك.

تعلم



١- التكامل المحدد:

$$h = \int_0^b v \, dt = \int_0^b (b-t) \, dt = \left[bt - \frac{t^2}{2} \right]_0^b = \frac{b^2}{2}$$

$$\text{فمثلاً: } \int_0^4 (4-t) \, dt = \left[4t - \frac{t^2}{2} \right]_0^4 = 16 - 8 = 8$$

$$= \left[4t - \frac{t^2}{2} \right]_0^4 = 16 - 8 = 8$$

$$= \left[4t - \frac{t^2}{2} \right]_0^4 = 16 - 8 = 8$$

وسوف يدرس التكامل المحدد في علم التفاضل

٢- استنتاج السرعة والإزاحة:

$$(i) \text{ إذا كانت } v = \frac{ds}{dt}$$

$$\text{فإن } \int v \, dt = s + C$$

$$\therefore \int v \, dt = s + C \quad (1-1)$$

ولتعيين عجلة حركة وحيدة تطابق العجلة المعطاة جـ (ن) يجب وضع الشروط الابتدائية لكل من السرعة الابتدائية ع. والموضع الابتدائي س. وذلك عند ن = ٠، ويمكن استبدال التكامل غير المحدد التكامل المحدد مع حدود التكامل المناسبة فيكون لدينا.

$$\text{ع. } \int v \, dt = \int a \, dt \quad \text{ع. } \int v \, dt = \int a \, dt \quad (2-1)$$

$$\text{ع. } \int v \, dt = \int a \, dt \quad \text{ع. } \int v \, dt = \int a \, dt \quad (3-1)$$

للحظ أن:

لا يمكن استخدام المعادلة (٣-١) إلا فى حالة العجلة الثابتة أما إذا كانت العجلة دالة فى الزمن نستخدم المعادلة (١-١) أو (٢-١) حسب معطيات المسألة.

$$\text{(ii) إذا كانت } \frac{dv}{dt} = a \text{ فإن: } \int v \, dt = \int a \, dt \quad \text{ع. } \int v \, dt = \int a \, dt \quad (1-2)$$

ومع استخدام التكامل المحدد وحدود التكامل المناسبة نجد أن:

$$\text{ع. } \int v \, dt = \int a \, dt \quad \text{ع. } \int v \, dt = \int a \, dt \quad (2-2)$$

$$\text{ع. } \int v \, dt = \int a \, dt \quad \text{ع. } \int v \, dt = \int a \, dt \quad (1-3)$$

$$\text{(iii) إذا كانت } \frac{d^2v}{dt^2} = a \text{ فإن: } \int \int v \, dt = \int \int a \, dt \quad \text{ع. } \int \int v \, dt = \int \int a \, dt \quad (1-3)$$

وباستخدام التكامل المحدد ومع حدود التكامل المناسبة نجد أن:

$$\text{ع. } \int \int v \, dt = \int \int a \, dt \quad \text{ع. } \int \int v \, dt = \int \int a \, dt \quad (2-3)$$

$$\text{ع. } \int \int v \, dt = \int \int a \, dt \quad \text{ع. } \int \int v \, dt = \int \int a \, dt \quad (3-3)$$

مثال

١) بدأ جسيم حركته في خط مستقيم من نقطة الأصل بسرعة ابتدائية قدرها ٨ م/ث وكانت عجلة الحركة بعد ٢ ثانية تعطى بالعلاقة (٣ - ن) أوجد كلاً من سرعة الجسيم وإزاحته بعد ٢ ث من بدء الحركة.

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{ج} = ٣ - ٢ & \therefore \text{ع} = \text{ل} (٣ - ٢) \text{ ون} & \therefore \text{ع} = \frac{٣}{٢} \text{ن} - ٢ + \text{ث} \\ \therefore \text{ع} = ٨ \text{ م/ث} & \therefore \text{ع} = ٨ \text{ م/ث عندما ن} = ٠ & \therefore \text{ث} = ٨ \\ \therefore \text{ع} = \frac{٣}{٢} \text{ن} - ٢ + ٨ & \therefore \text{ع} (٢) = \frac{٣}{٢} \times ٢ - ٤ + ٨ = ١٠ \text{ م/ث} & \\ \therefore \text{ع} = \frac{٣}{٢} \text{ن} - ٢ + ٨ & \therefore \text{س} = \text{ل} \left(\frac{٣}{٢} \text{ن} - ٢ + ٨ \right) \text{ ون} & \\ \therefore \text{س} = \frac{١}{٢} \text{ن}^٢ - ٢\text{ن} + ٨ + \text{ث} & & \\ \therefore \text{س} = ٠ \text{ عندما ن} = ٠ & \therefore \text{ث} = ٠ & \\ \therefore \text{س} = \frac{١}{٢} \text{ن}^٢ - ٢\text{ن} + ٨ & & \\ \text{ف} (٢) = \text{س} (٢) - \text{س} (٠) = \frac{١}{٢} (٢)^٢ - ٢(٢) - \frac{١}{٢} (٠)^٢ = ١٦ \text{ متر} & & \end{aligned}$$

حل آخر:

$$\begin{aligned} \therefore \text{ج} = ٣ - ٢ & \therefore \frac{\text{ع}}{\text{ون}} = ٣ - ٢ \\ \therefore \text{ع} = \frac{٣}{٢} \text{ن} - ٢ + ٨ & \therefore \text{ع} = \frac{٣}{٢} \text{ن} - ٢ + ٨ \\ \therefore \text{ع} = \frac{٣}{٢} \text{ن} - ٢ + ٨ & \therefore \text{ع} (٢) = \frac{٣}{٢} \times ٢ - ٤ + ٨ = ١٠ \text{ م/ث} \\ \therefore \text{ع} = \frac{٣}{٢} \text{ن} - ٢ + ٨ & \therefore \text{ف} (٢) = \frac{٣}{٢} \text{ن} - ٢ + ٨ \\ \therefore \text{ف} (٢) = \frac{١}{٢} \text{ن}^٢ - ٢\text{ن} + ٨ + \text{ث} & \therefore \text{ف} (٢) = \frac{١}{٢} [٨ + ٢\text{ن} - ٢\text{ن}^٢] = \frac{١}{٢} (٢)^٢ - ٢(٢) + ٨ = ١٦ \text{ متر} \end{aligned}$$

٤) حاول أن تحل

١) جسيم يتحرك في خط مستقيم مبتدئاً من السكون وعلى بعد ٨ أمتار من نقطة ثابتة على الخط المستقيم فإذا كانت ج = ٦ - ٤ حيث ج مقاسة بوحدة م/ث^٢ فأوجد العلاقة بين السرعة والزمن، كذلك العلاقة بين الإزاحة والزمن.

مثال

٢) جسيم يتحرك في خط مستقيم بحيث كان القياس الجبري لسرعته ع يعطى كدالة في الزمن بالعلاقة ع = ٦ - ٢٤ حيث ع مقاسة بوحدة (م/ث) أوجد متى تصل سرعة الجسيم ٧٢ م/ث، ثم أوجد مقدار عجلة الجسيم عندما تبلغ سرعته ٣٠ م/ث ثم أوجد مقدار إزاحة الجسيم خلال الفترة ن ∈ [١، ٤]

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{ع} = ٦ - ٢٤ & \\ \text{١- عندما تبلغ سرعة الجسيم ٧٢ م/ث} & \\ \therefore ٦ - ٢٤ = ٧٢ & \therefore ٦ - ٢٤ = ٧٢ \\ \therefore ٦ - ٢٤ = ٧٢ & \therefore ٦ - ٢٤ = ٧٢ \\ \therefore ٦ - ٢٤ = ٧٢ & \therefore ٦ - ٢٤ = ٧٢ \end{aligned}$$

٢- عندما تبلغ سرعة الجسيم ٣٠ م/ث

$$\therefore 26 - 24 = 2 \quad \therefore 26 = 2 \quad \therefore 26 = 2 \quad \therefore 26 = 2$$

$$\therefore \frac{v}{t} = \frac{30}{2} \quad \therefore \text{ج} = 12 \quad \therefore \text{ج} = 12 \quad \therefore \text{ج} = 12$$

٣- مقدار الإزاحة خلال الفترة الزمنية $t \in [1, 4]$

$$\text{ف} = \int_1^4 v \, dt = \int_1^4 (2t^2 - 24t + 24) \, dt = \left[\frac{2}{3}t^3 - 12t^2 + 24t \right]_1^4 = 54 \text{ مترًا}$$

٤ حاول أن تحل

٢ بدأت سيارة الحركة من السكون في خط مستقيم من نقطة ثابتة على الخط ويعطى القياس الجبري لمتجه سرعتها بعد زمن t بالعلاقة $v = 3t^2 + 2t$ ن حيث v مقاسة بوحدته م/ث، t مقاسة بالثانية. أوجد كلاً من عجلة الحركة وإزاحة السيارة عند $t = 2$

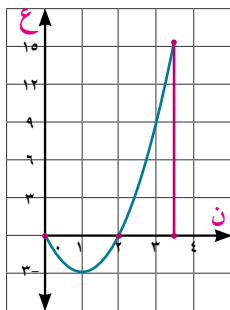
مثال

٣ بدأت سيارة حركتها من السكون في خط مستقيم من نقطة ثابتة على الخط ويعطى القياس الجبري لمتجه سرعتها بعد زمن t بالعلاقة $v = 3t^3 - 6t^2$ ن حيث v مقاسة بوحدته م/ث، t مقاسة بالثانية. أوجد كلاً من متجه السرعة المتوسطة والسرعة المتوسطة خلال الفترة الزمنية $t \geq 0$ ، $t \geq 3,5$

الحل

$$\therefore v = 3t^3 - 6t^2 \quad \therefore v = 3t^3 - 6t^2 \quad \therefore v = 3t^3 - 6t^2$$

نجد أن السيارة تغير اتجاه حركتها بعد $t = 2$ ث ويوضح ذلك بحث إشارة v (ن) أو منحني السرعة - الزمن



$$\therefore \text{ف} = \int_0^3 v \, dt = \int_0^3 (3t^3 - 6t^2) \, dt = \left[\frac{3}{4}t^4 - 2t^3 \right]_0^3 = 3,0$$

$$= \left[\frac{3}{4}(3^4) - 2(3^3) \right] - \left[\frac{3}{4}(0^4) - 2(0^3) \right] = 3,0$$

$$\therefore \text{متجه السرعة المتوسطة} = \frac{3,0}{3-0} = 1,0 \text{ م/ث}$$

حيث v متجه وحدة في اتجاه الحركة، ويكون القياس الجبري لمتجه السرعة المتوسطة يساوي ١,٧٥ م/ث

المسافة المقطوعة خلال الفترة الزمنية $t \in [0, 3, 5]$

$$= \left| \int_0^2 v \, dt \right| + \left| \int_2^{3,5} v \, dt \right| = \left| \int_0^2 (3t^3 - 6t^2) \, dt \right| + \left| \int_2^{3,5} (3t^3 - 6t^2) \, dt \right|$$

$$\therefore \text{السرعة المتوسطة} = \frac{113}{3,5-0} = 32,57 \text{ م/ث}$$

٩ حاول أن تحل

٢ بدأت سيارة حركتها من السكون في خط مستقيم من نقطة ثابتة على هذا الخط، ويعطى القياس الجبري لمتجه السرعة v بعد زمن t بالعلاقة $v = 4t - 3t^2$ حيث v مقاسة بوحدة م/ث، t مقاسة بالثانية أوجد خلال الفترة الزمنية $t \in [0, 4]$ كلاً من السرعة المتوسطة ومنتجه السرعة المتوسطة. متى تصل سرعة السيارة إلى قيمتها العظمى؟ وأوجد مقدار العجلة عندئذ.

مثال

٤ جسيم يتحرك في خط مستقيم يبدأ حركته من نقطة ثابتة على الخط المستقيم بحيث كان القياس الجبري لعجلته a يعطى بدلالة القياس الجبري لموضعه s بالعلاقة $a = 2s + 5$ علماً بأن سرعة الجسيم الابتدائية 2 م/ث فأوجد:

- أ v بدلالة s ب أوجد سرعة الجسيم عندما $s = 1$
ج أوجد s عندما $v = 4$ م/ث

الحل

$$\begin{aligned} \text{أ} \quad \therefore \text{ج} = 2s + 5 & \quad \therefore \text{أ} \quad \text{ج} = 2s + 5 \\ \therefore \text{ب} \quad \frac{1}{2} [v^2] = \int (2s + 5) ds & \quad \therefore \text{ب} \quad \text{أ} \quad \text{ج} = 2s + 5 \\ \therefore \text{ج} = 2s + 5 & \quad \therefore \text{ج} = 2s + 5 \end{aligned}$$

ب عندما $s = 1$ نجد أن:

$$\therefore \text{السرعة} = |v| = 4 \text{ م/ث} \quad \text{ع} = 16$$

ج عندما $v = 4$ م/ث نجد أن:

$$\begin{aligned} \therefore \text{ب} \quad \text{ع} = 2s + 5 & \quad \therefore \text{ب} \quad \text{ع} = 2s + 5 \\ \therefore \text{ع} = 2s + 5 & \quad \therefore \text{ع} = 2s + 5 \end{aligned}$$

٩ حاول أن تحل

٤ سيارة تتحرك في خط مستقيم بسرعة ابتدائية 12 م/ث من موضع يبعد 4 أمتار في الاتجاه الموجب من نقطة ثابتة على الخط المستقيم بحيث كانت $a = -4$ فأوجد:

- أ v بدلالة s ب أوجد سرعة السيارة عندما $s = 0$

مثال

٥ جسيم يتحرك في خط مستقيم بسرعة ابتدائية قدرها 8 م/ث من نقطة ثابتة على الخط المستقيم بحيث كانت $a = -40$ هـ-س، أوجد:

- أ v بدلالة s ب أوجد s عندما $v = 10$ م/ث
ج عين أقصى سرعة للجسيم.

الحل

أ) $\therefore ج = ٤٠ هـ س$
 $\therefore ٤٠ با س هـ س ي س = ٤٠ با س ي س$
 $\therefore ٤٠ - [هـ س] = \frac{١}{٢} [٢ ع]$
 $\therefore ٤٠ - ١٤٤ = ٢ ع - ٨٠ هـ س$

ب) عندما $ع = ١٠ م/ث$ نجد أن:
 $\therefore هـ س = \frac{٢٠}{١١}$
 $\therefore ٨٠ هـ س = ٤٤$
 $\therefore س = لو \frac{٢٠}{١١} متر$

ج) $\therefore ٢ ع = ١٤٤ - \frac{٨٠}{هـ س}$
 $\therefore \frac{٨٠}{هـ س} \leftarrow ٠ \leftarrow \text{عندما هـ س} \leftarrow \infty$
 $\therefore هـ س < ٠$ لجميع قيم س
 \therefore أقصى سرعة = $١٢ م/ث$

٦ حاول أن تحل

٥) جسيم يتحرك في خط مستقيم بسرعة ابتدائية مقدارها $٢ م/ث$ من نقطة ثابتة على الخط المستقيم بحيث كانت $ج = هـ س$ ، أوجد $ع$ بدلالة $س$ ثم أوجد $ع$ عندما $س = ٤ متر$ ، $س$ عندما $ع = ٢٠ م/ث$.

تمارين ١ - ٢

في جميع المسائل اعتبر أن الجسيم يتحرك في خط مستقيم، $س$ ، $ع$ ، $ج$ هي القياسات الجبرية لكل من الموضوع، متجه السرعة، العجلة على الترتيب:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

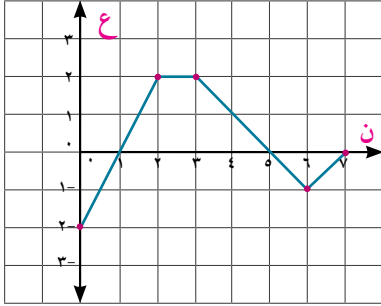
- ١) إذا كان $ع = ٣ ن - ٢$ ، وكانت $س = ١$ عندما $ن = ٠$ ، فإن:
 أ) $٢ - ٦ ن$ ب) $س = ٣ ن - ٢ + ١$ ج) $س = ٣ ن - ٢ + ١$ د) $س = ٣ ن - ٢ - ١$
- ٢) إذا كان $ع = ١ + جان$ ، وكانت $س = ٣$ عندما $ن = ٠$ ، فإن:
 أ) $س = ن + جتان$ ب) $س = ن - جتان$ ج) $س = ن - جتان + ٢$ د) $س = ن - جتان - ٢$
- ٣) إذا كان $ع = ٣ - ٢$ ، فإن ف خلال الفترة $[٠، ٢]$
 أ) وحدة طول ب) وحدة طول ج) وحدة طول د) وحدة طول
- ٤) إذا كان $ع = ٣ ن - ٢$ ، فإن المسافة المقطوعة خلال $[٠، ٢]$
 أ) $\frac{٤}{٣٧}$ وحدة طول ب) وحدة طول ج) $\frac{١١٢}{٣٧}$ وحدة طول د) $\frac{١١٦}{٣٧}$ وحدة طول
- ٥) إذا كانت $ع = ٣ ن - ٢ + ٢ ن$ ، فإن المسافة المقطوعة خلال الفترة الزمنية $[٠، ٣]$
 أ) $\frac{١}{٤}$ وحدة طول ب) $\frac{١}{٣}$ وحدة طول ج) $\frac{٩}{٤}$ وحدة طول د) $\frac{١١}{٤}$ وحدة طول

٦ إذا كانت $ح = ٣$ ، $ع = ١$ فإن ف خلال الفترة الزمنية $[٠، ٢]$.

- أ $\frac{1}{4}$ وحدة طول ب ٤ وحدة طول ج $\frac{25}{4}$ وحدة طول د $\frac{13}{3}$ وحدة طول

٧ إذا كانت $ح = ٣$ ، $ع = ١$ فإن المسافة المقطوعة خلال الفترة الزمنية $[٠، ٢]$.

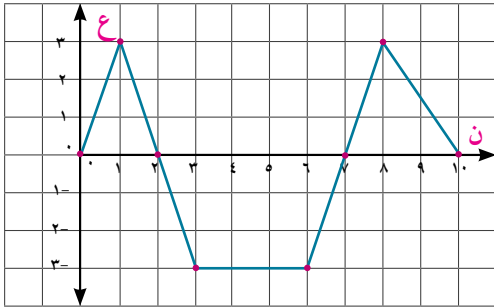
- أ $\frac{1}{4}$ وحدة طول ب ٤ وحدة طول ج $\frac{25}{4}$ وحدة طول د $\frac{13}{3}$ وحدة طول



٨ من منحنى السرعة - الزمن المقابل فإن مقدار الازاحة

- أ ٣ وحدة طول
ب ٥ وحدة طول
ج ٧ وحدة طول
د ٨ وحدة طول

٩ من منحنى السرعة - الزمن المقابل، فإن المسافة المقطوعة =



- أ ٤, ٥ وحدة طول
ب ١٠, ٥ وحدة طول
ج ١٣, ٥ وحدة طول
د ١٩, ٥ وحدة طول

١٠ قذف جسيم رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية قدرها ٥, ٦ م/ث من نقطة على ارتفاع ٢٤, ٥ متر من سطح الأرض أوجد كل من $ع$ ، $س$ بدلالة $ن$ ثم أوجد أقصى ارتفاع يصل إليه الجسيم عن سطح الأرض.

١١ جسيم يتحرك في خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٢ م/ث من نقطة ثابتة بحيث كانت $ح = ٢ - ن$ حيث $ح$ مقاسة بوحدة م/ث^٢ أوجد بدلالة $ن$ كل من $ع$ ، $س$ ثم أوجد $س$ عندما $ع = ١٨$ م/ث

١٢ جسيم يتحرك في خط مستقيم من نقطة ثابتة على المستقيم مبتدأ من السكون بحيث كانت $ح = ٨ - ٢ن$ حيث $ح$ مقاسة بوحدة م/ث^٢ أوجد أقصى سرعة للجسيم وزمن الوصول لأقصى سرعة والمسافة المقطوعة حتى هذا الزمن.

١٣ جسيم يتحرك في خط مستقيم من نقطة ثابتة على المستقيم مبتدأ من السكون بحيث كانت $ح = \frac{3}{8}س$ حيث $ح$ مقاسة بوحدة م/ث^٢، $س$ بالمتري. أوجد سرعة الجسيم عندما يكون $س = ٢$ متر، ثم أوجد موضعه عندما تكون $ع = ٨$ م/ث

١٤ جسيم يتحرك في خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٣ م/ث من نقطة ثابتة بحيث $ح = ٦س + ٤$ حيث $ح$ مقاسة بوحدة م/ث^٢، $س$ بالمتري أوجد $ع$ بدلالة $س$ ، أوجد سرعة الجسيم عندما $س = ٢$ ثم أوجد $س$ عندما $ع = ٨٧$

تعاريف عامة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١ إذا كان $s = 2t^3 + 3t^2$ فإن الجسيم يغير اتجاه حركته عندما:

- أ ن = ١، ن = ٢ ب ن = ١ ج ن = ١,٥ د ن = ٢

٢ إذا كان $s = 6t - t^2$ فإن المسافة المقطوعة خلال الفترة الزمنية $0 \leq t \leq 6$ تكون

- أ صفر ب ٩ ج ١٨ د ٣٦

٣ إذا كانت $v = 9t^2 + 8t + 5$ حيث $v = 0$ ، فإن $s = 10$ ،

- أ صفر ب ٥٣٠ ج ٥٤٠ د ٥٥٠

٤ إذا كانت $v = \frac{2}{\pi}$ جتا $\left(\frac{2t}{\pi}\right)$ ، كانت $s = (\pi)^2$ ، فإن $s = 1$

- أ $\frac{2}{\pi}$ جتا $\left(\frac{2t}{\pi}\right) + 1$ ب $\frac{2}{\pi}$ جتا $\left(\frac{2t}{\pi}\right) - 1$

- ج $1 + \left(\frac{2t}{\pi}\right)$ د $1 - \left(\frac{2t}{\pi}\right)$

٥ إذا كان $s = -4t^2 + 2t$ ، كان $v = 0$ ، $s = 2$ ، فإن $s = (\pi)$

- أ -٣ ب ٠ ج ٢ د ٣



٦ المنحنى المرسوم بالشكل المقابل يمثل موضع جسيم ومتجه سرعته وعجلته الحركة فأى الاختيارات الآتية تمثل على الترتيب منحنيات الموضع - الزمن، السرعة - الزمن، العجلة - الزمن.

- أ ١، ٢، ٣

- ب ٢، ٣، ١

- ج ٢، ١، ٣

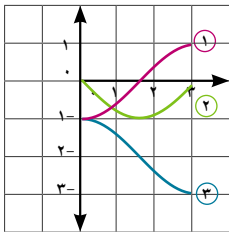
- د ٣، ٢، ١

٧ المنحنى المرسوم بالشكل المقابل يمثل موضع جسيم ومتجه سرعته وعجلته الحركة فأى الاختيارات الآتية

تمثل على الترتيب منحنيات الموضع - الزمن، السرعة - الزمن، العجلة - الزمن.

- أ ١، ٢، ٣ ب ٣، ٢، ١

- ج ١، ٣، ٢ د ٢، ١، ٣

٨ جسيم يتحرك في خط مستقيم طبقاً للعلاقة $s = 4t$ جتان حيث s مقاسةبوحدتين سنتيمتر، t بالثانية، أوجد:

- أ ع عندما $t = \frac{\pi}{4}$ ب ج عندما $t = \pi$

٩) جسيم يتحرك في خط مستقيم من نقطة ثابتة على الخط المستقيم طبقاً للعلاقة $ع = جان - جتان$ ، أوجد $س$ ($\frac{\pi}{3}$)

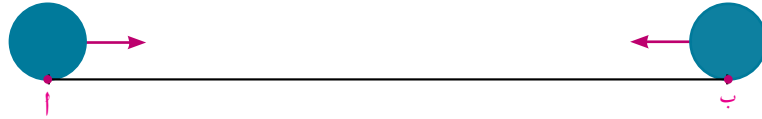
- ١٠) جسيم يتحرك في خط مستقيم بحيث كان القياس الجبري لإزاحته في يعطى كدالة في الزمن $ن$ بالعلاقة $ف = ن^٣ - ٦ن^٢ + ٩ن$ حيث $ف$ مقاسة بالمتري، $ن$ بالثانية .
- أ) أوجد عجلة الحركة عند لحظات انعدام السرعة.
- ب) أوجد سرعة الجسيم عندما تكون $ج = ٠$.
- ج) حدد متى تتزايد سرعة الجسيم ومتى تتناقص؟
- د) أوجد المسافة المقطوعة خلال الخمس ثوان الأولى .

١١) جسيم يتحرك في خط مستقيم طبقاً للعلاقة $ح (ن) = ٢ -$ بسرعة ابتدائية قدرها $٣ م/ث$ من نقطة ثابتة على الخط المستقيم أوجد كلاً من الإزاحة والمسافة المقطوعة خلال الفترة الزمنية $[١، ٤]$

- ١٢) جسيم يتحرك في خط مستقيم طبقاً للعلاقة $ف = ن^٣ - ٣ن^٢$ حيث $ف$ مقاسة بالمتري، $ن$ بالثانية أوجد كلاً من:
- أ) عجلة الحركة عندما تنعدم السرعة
- ب) سرعته المتوسطة، متجه سرعته المتوسطة خلال الفترة الزمنية $[٠، ٥]$.

١٣) جسيم يتحرك في خط مستقيم بسرعة ابتدائية قدرها $٢ م/ث$ ، ومن موضع يبعد ٣ أمتار في الاتجاه الموجب من نقطة ثابتة على الخط المستقيم بحيث كانت $ح = ٢ن + ١$ فأوجد $س$ عند لحظات انعدام السرعة.

١٤) أ، ب نقطتان على خط مستقيم واحد تحرك جسيم من السكون مبتدئاً من النقطة أ في اتجاه ب بحيث كان القياس الجبري لسرعته يعطى بالعلاقة $ع = ٤، ٠، ٩، ٠، ٩$ حيث $ع$ مقاسة بوحدتي $م/ث$ ، $ن$ بالثانية وبعد ثانيتين من تحرك الجسيم الأول تحرك جسيم آخر مبتدئاً من النقطة ب في اتجاه أ من السكون بعجلة ثابتة قدرها $٢، ٠ م/ث^٢$ فتقابل الجسمان بعد ٥ ثوان من تحرك الجسم الأول فأوجد البعد بين أ، ب



قوانين نيوتن للحركة

Newton's laws of motion



الوحدة

٢

مقدمة الوحدة

يعود الفضل في اكتشاف قانون الجذب العام إلى العالم الإنجليزي إسحق نيوتن (١٦٤٢ - ١٧٢٧) الذي يعد أحد رموز الثورة العلمية في مجال علم الميكانيكا الحديث ، ثم جاء العالم الألماني يوهان كبلر (١٥٧١ - ١٦٣٠) ومن قبله فوضع بعض القواعد الرياضية التي تحكم حركة الكواكب حول الشمس ، بناء على ارصاد العلماء المسلمين التي ترجمت واجريت خلال القرون السابقة وقد أسس العالم الإيطالي جاليليو جاليلي (١٥٦٤م - ١٦٤٢م) علم الحركة، حيث أجرى الكثير من التجارب على الأجسام الساقطة أو المقذوفة، كذلك الأجسام المتحركة أفقيًا، وقد اكتشف من خلال تجاربه الكثير من الخصائص المهمة لحركتها، ويرجع له الفضل في اكتشاف أن الأجسام التي تتحرك على سطوح أفقية بدون مقاومة تستمر في حركتها بسرعة منتظمة ، ويُعتقد أن جاليليو كان قد توصل من خلال تجاربه إلى القانون الأول والثاني من قوانين الحركة لنيوتن. ولقد جمع إسحق نيوتن مجمل أبحاثه في كتابه اسماء "برنسبيا" أي المبادئ الرياضية للفلسفة الطبيعية، ويعد هذا الكتاب من أهم الكتب العلمية التي ظهرت في العصر الحديث، وفيه صاغ نيوتن قوانينه الثلاثة. ولقد أوضح قانون الجذب العام لنيوتن مفهوم أن القوة يمكن أن تحدث تأثيرًا عن بُعد ، فالأجسام تجذب بعضها البعض ، حتى وإن لم تكن متلامسة، فعلى سبيل المثال تجذب الأرض الأجسام بقوة تسمى " قوة الوزن" .

أما بشأن الكتلة فنلاحظ أن تعريفها الاستاتيكي لا يسمح بتعيين كتل الأجسام ، ولكن فقط بمقارنة الكتل فيما بينها عن طريق مقاومة أوزانها، كما يمكن إعطاء تعريف ديناميكي للكتلة عن طريق دراسة حركة الاجسام وتتناول هذه الوحدة دراسة الكتلة، وكمية الحركة، وقوانين نيوتن للحركة، مع تطبيقات على هذه القوانين تتناول الحركة على المستوى الأملس والخشن، ودراسة حركة البكرات البسيطة.

مخرجات التعلم

بعد دراسة هذه الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن:

- ✦ يتعرف مفهوم كمية الحركة ووحدات قياسها - التغير في كمية الحركة.
- ✦ يتعرف على قوانين نيوتن (الأول - الثاني - الثالث).
- ✦ يتعرف العلاقة بين القوة والعجلة:
- ✦ إذا كانت القوة دالة في الزمن ن أي أن $W = d(N)$ فإن :
$$W = \frac{dW}{dt} \text{ أي أن } W = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dt}$$
- ✦ إذا كانت القوة دالة في الإزاحة ف أي $W = d(F)$ فإن :
$$W = \frac{dW}{df} \text{ أي أن } W = \frac{dW}{df} = \frac{dW}{df} = \frac{dW}{df}$$
- ✦ يطبق قوانين نيوتن للحركة في مواقف حياتية مثل:
- ✦ جسم موضوع داخل مصعد متحرك بعجلة منتظمة (حركة الأجسام المتصلة بخيوط أو سلاسل).
- ✦ حركة البكرات البسيطة.
- ✦ حركة جسم على مستوى أملس (أفقي - مائل).
- ✦ يتعرف الحركة على مستوى خشن (أفقي - مائل)
- ✦ حركة مجموعة مكونة من جسمين يتدليان رأسياً من طرفي خيط يمر على بكره ملساء.
- ✦ حركة مجموعة مكونة من جسمين مربوطين في طرفي خيط يتحرك أحدهما على نضد أفقي خشن والآخر رأسياً.
- ✦ حركة مجموعة مكونة من جسمين مربوطين في طرفي خيط أحدهما يتحرك على مستوى مائل أملس والآخر يتحرك رأسياً.
- ✦ حركة مجموعة مكونة من جسمين مربوطين في طرفي خيط أحدهما يتحرك على مستوى مائل خشن والآخر يتحرك رأسياً.

المصطلحات الأساسية

balance	ميزان معتاد	Newton's second law	القانون الثاني لنيوتن	Momentum	كمية الحركة
Inclined plane	مستوى مائل	Equation of motion	معادلة الحركة	linear momentum	كمية الحركة الخطية
Smooth plane	مستوى أملس	weight	الوزن	Mass	كتلة
Rough plane	مستوى خشن	Newtons third law	القانون الثالث لنيوتن	Velocity	متجه السرعة
Kinetic friction	احتكاك ديناميكي	Pressure	الضغط	Change of momentum	التغير في كمية الحركة
static friction	احتكاك استاتيكي	Reaction	رد الفعل	Newton's first law	القانون الأول لنيوتن
Pulley	بكرة ملساء	Lift motion	حركة المصاعد	Inertia	القصور الذاتي
		Spring scale	ميزان الزنبرك	Inertia principle	مبدأ القصور الذاتي
		Pressure scale	ميزان الضغط	Force	القوة

درس الوحدة

(٢ - ١): كمية الحركة.

(٢ - ٢): القانون الأول لنيوتن

(٢ - ٣): القانون الثاني لنيوتن

(٢ - ٤): القانون الثالث لنيوتن

الأدوات والوسائل

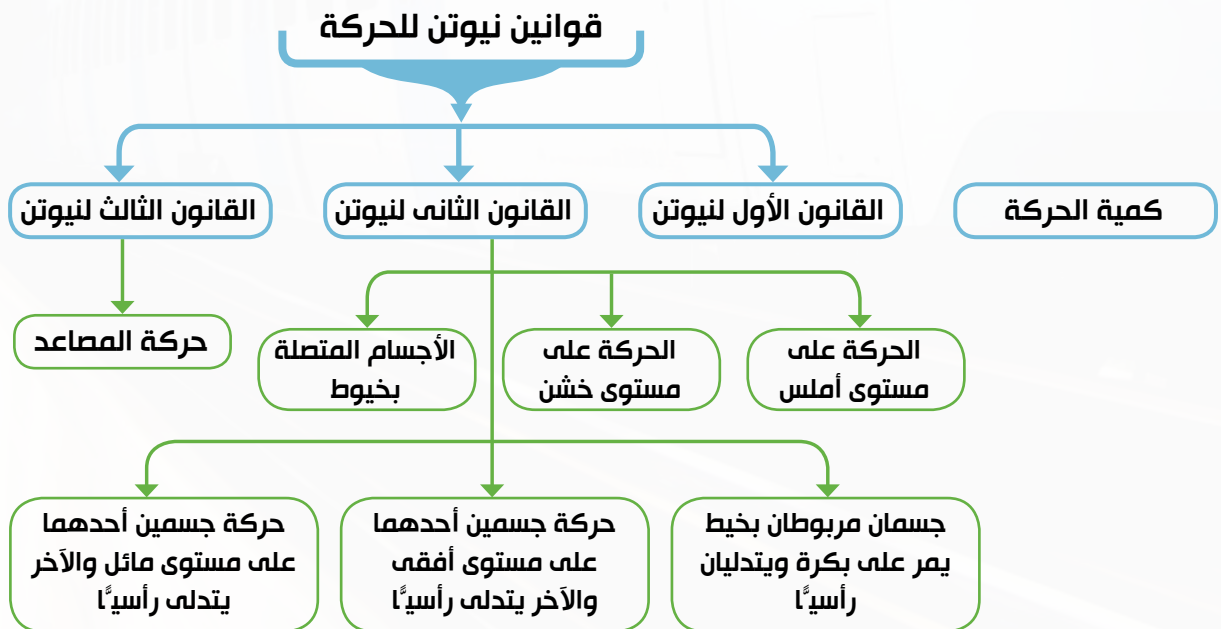
آلة حاسبة علمية - برامج رسومية للحاسوب.

(٢ - ٥): حركة جسم على مستوى مائل

(٢ - ٦): حركة جسم على مستوى خشن

(٢ - ٧): البكرات البسيطة

مخطط تنظيمي للوحدة



كمية الحركة

Momentum

فكر و ناقش



- ١ ما تأثير وضع حجر كبير على سقف منزل؟ وما تأثير انطلاق رصاصة من فوهة بندقية على هذا السطح؟
 - ٢ ما تأثير وضع حبة رمل على كف يدك؟ وما تأثير هذه الحبة من الرمل إذا تحركت في عاصفة تجاه سيارة تتحرك مسرعة نحو هذه العاصفة؟
- لاحظ من هذه الأمثلة أن:

- ١ - إطلاق الرصاصة رغم صغر كتلتها على سقف المنزل ستغوص فيه لمسافة ما لأن سرعة الرصاصة أكبر بكثير من سرعة الحجر .
- ٢ - حبة الرمل رغم صغر كتلتها يمكن أن تخدش زجاج السيارة لأنها اكتسبت كمية حركة بالنسبة للسيارة، وأن متجه كمية حركتها أصبح كبيراً جداً نتيجة كبر متجه سرعتها النسبية.

تعلم



Momentum

كمية حركة جسم متحرك هي كمية متجهة لها نفس اتجاه سرعة هذا الجسم ومقدارها عند لحظة ما يُقدر بحاصل ضرب كتلة هذا الجسم في سرعته عند هذه اللحظة ويُرمز لمتجه كمية الحركة بالرمز \vec{p} .

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

وفي حالة الحركة الخطية يكون كل من \vec{p} ، \vec{v} موازياً للخط المستقيم الذي تحدث عليه الحركة، ويمكن التعبير عن كل من \vec{p} ، \vec{v} بدلالة القياس الجبري لكل منهما:

$$p = m v$$

حيث m ، v هما القياسان الجبريان لمتجهي كمية الحركة والسرعة على الترتيب.

Units of momentum

وحدات قياس كمية الحركة

وحدة معيار كمية الحركة = وحدة كتلة × وحدة سرعة
وفي النظام الدولي للوحدات يُقاس معيار كمية الحركة بوحدة كجم.م/ث
أي أن: m (كجم.م / ث) = k (كجم) × v (م/ث).

سوف تتعلم

- ☞ مفهوم كمية الحركة.
- ☞ وحدات قياس كمية الحركة.
- ☞ التغير في كمية الحركة.

المصطلحات الأساسية

- ☞ Momentum كمية الحركة
- ☞ كمية الحركة الخطية
- ☞ linear momentum
- ☞ Mass كتلة
- ☞ Velocity متجه السرعة
- ☞ التغير في كمية الحركة
- ☞ Change of momentum

الأدوات المستخدمة

- ☞ آلة حاسبة علمية.

لاحظ أن: عند ثبوت كتلة الجسم يتناسب م مع ع وتكون العلاقة بينهما خطية؛ لذلك تسمى كمية الحركة في هذه الحالة بكمية الحركة الخطية.

مثال

تعريف كمية الحركة

١ احسب كمية حركة دراجة كتلتها ٣٥ كجم تتحرك بسرعة ثابتة قدرها ١٢ م/ث في اتجاه الشرق.

الحل

$$\therefore \text{م} = \text{ك} \times \text{ع}$$

$$\therefore \text{م} = ٣٥ \times ١٢ = ٤٢٠ \text{ كجم} \cdot \text{م/ث}$$

كمية حركة الدراجة = ٤٢٠ كجم · م/ث في اتجاه الشرق.



شكل (١)

٤ حاول أن تحل

- ١ احسب كمية حركة قطار كتلته ٤٠ طنًا يتحرك في اتجاه الشمال بسرعة ثابتة قدرها ٧٢ كم/س.
٢ احسب كمية حركة سيارة كتلتها ٨٠٠ كجم تتحرك في اتجاه الجنوب الغربي بسرعة ثابتة قدرها ١٢٦ كم/س.

مثال

استخدام المتجهات

٢ سيارة كتلتها ٢ طن تتحرك في خط مستقيم بحيث كانت $\vec{s} = (٣\hat{n} - ٤\hat{e} + \hat{i})$ حيث \vec{i} متجه وحدة اتجاه حركة السيارة، إذا كانت \vec{s} مقيسة بوحدتي المتر فأوجد مقدار كمية حركة السيارة عند بدء الحركة ثم بعد ٣ ث من بداية الحركة.

الحل

$$\therefore \vec{s} = (٣\hat{n} - ٤\hat{e} + \hat{i})$$

$$\therefore \vec{e} = \frac{\vec{s}}{|\vec{s}|} = \frac{\vec{s}}{\sqrt{١٠}} = \frac{٣\hat{n} - ٤\hat{e} + \hat{i}}{\sqrt{١٠}}$$

(١) عند بدء الحركة $\vec{v} = ٠$ ، $\therefore \vec{e} = -٤\hat{e}$

$$\therefore \vec{m} = \text{ك} \times \vec{e} \quad \therefore \vec{m} = (٢٠٠٠(-٤\hat{e})) = -٨٠٠٠\hat{e}$$

مقدار كمية الحركة = ٨٠٠٠ كجم · م/ث

(٢) عندما $\vec{v} = ٣\hat{e}$ ، فإن $\vec{e} = \frac{٣\hat{e}}{\sqrt{١٠}} = \frac{٣}{\sqrt{١٠}}\hat{e}$

$$\therefore \vec{m} = \text{ك} \times \vec{e} \quad \therefore \vec{m} = (٢٠٠٠ \cdot \frac{٣}{\sqrt{١٠}}\hat{e}) = \frac{٦٠٠٠}{\sqrt{١٠}}\hat{e}$$

مقدار كمية الحركة = ٢٨٠٠٠ كجم · م/ث.

٤ حاول أن تحل

- ٣ سيارة كتلتها ١٢٠٠ كجم تتحرك في خط مستقيم بحيث كانت $\vec{v} = ١٢\hat{n} - ٣\hat{e}$ حيث \hat{e} مقيسة بالمتر، أوجد كمية حركة السيارة بعد ٤ ث من بداية الحركة.

The change of momentum

التغير في كمية الحركة

إذا كان متجه سرعة جسم متحرك عند لحظتين زمنيتين متتاليتين t_1 ، t_2 على الترتيب هما \vec{v}_1 ، \vec{v}_2 فإن التغير في كمية حركة الجسم يتحدد بالعلاقة:

$$\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$$

حيث m كتلة الجسم المتحرك، $\Delta \vec{v}$ التغير الحادث في قيمة سرعته

$$\therefore \text{التغير في كمية حركة الجسم } \Delta \vec{p} = m (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

وإذا كانت \vec{a} (ن) هي عجلة الجسم المتحرك فإن:

$$\Delta \vec{p} = m \vec{a} \Delta t$$

مثال

التغير في كمية الحركة

٣ سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢٠٠ جم من ارتفاع ٩٠ سم على سطح أفقي فارتدت إلى ارتفاع ٤٠ سم. احسب بوحدة كجم.م/ث مقدار التغير في كمية حركة الكرة نتيجة للتصادم.

الحل

نعتبر \vec{y} متجه وحدة في اتجاه الحركة رأسياً لأسفل.

دراسة حركة الكرة في مرحلة السقوط.

$$\therefore \vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{a} t$$

$$\therefore 0 = 0 + 9.8 \times 2$$

$$\vec{v}_1 = 19.6 \text{ م/ث}$$

$$\therefore \vec{v}_1 = 19.6 \text{ م/ث}$$

دراسة حركة الكرة في مرحلة الارتداد.

$$\therefore \vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{a} t$$

$$\therefore 0 = 19.6 - 9.8 \times 2$$

$$\vec{v}_1 = 19.6 \text{ م/ث}$$

$$\therefore \vec{v}_1 = 19.6 \text{ م/ث}$$

التغير في كمية الحركة $\Delta \vec{p} = m (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$

$$= 0.2 (0 - 19.6) = -3.92 \text{ كجم.م/ث}$$

∴ مقدار التغير في كمية الحركة = ٣,٩٢ كجم.م/ث

٦ حاول أن تحل

٤ حجر كتلته ٨٠٠ جم يسقط من السكون لمدة ثانيتين ثم يصطدم بسطح بركة، ويغوص في الماء بسرعة منتظمة فيقطع ١٢ متراً في ٣ ثوانٍ، أوجد التغير في كمية حركة الحجر نتيجة لتصادمه بسطح الماء.

مثال

استخدام التكامل

٤ جسم يتحرك في خط مستقيم بحيث كانت عجلة حركته ح تُعطي كدالة في الزمن ن بالعلاقة ح = ٢ن - ٦ حيث ح مقاسة بوحدة م/ث^٢، الزمن ن بالثانية، احسب التغير في كمية حركة الجسم في الفترة الزمنية ٥ ≤ ن ≤ ٣ إذا كانت كتلة الجسم ٨ كجم.

الحل

$$\Delta: \text{م} = \int_{٣}^{٥} ٢ن - ٦ \, د ن$$

$$\Delta: \text{م} = \int_{٣}^{٥} (٢ن - ٦) \, د ن = \left[ن^٢ - ٦ن \right]_{٣}^{٥}$$

$$= (٢٥ - ٣٠) - (٩ - ١٨) = ٣٢ \text{ كجم} \cdot \text{م} / \text{ث}$$

∴ ∆ م = ٣٢ م/ث حيث م متجه وحدة في اتجاه حركة الجسم.

٥ حاول أن تحل

٥ سيارة كتلتها ١,٥ طن، تتحرك في خط مستقيم بحيث كانت ح (ن) تعطي بالعلاقة ح = ١٢ن - ٢ن^٢ حيث ح مقاسة بوحدة م/ث^٢، الزمن ن مقيس بالثانية أوجد:
 أ التغير في كمية حركة السيارة خلال الثواني الست الأولى.
 ب التغير في كمية حركة السيارة خلال الفترة الزمنية [٢، ١٤]

تفكير ناقد:



شكل (٤)

في لعبة البلياردو عندما تضرب الكرة البيضاء إحدى الكرات الأخرى نجد أن حركة كل من الكرتين تتغير، فتتباطأ حركة الكرة البيضاء وربما يتغير اتجاهها ومن ثم تتناقص كمية حركتها، بينما تبدأ الكرة الأخرى في الحركة، ومن ثم تزداد كمية حركتها. فسر ذلك.

تمارين ٢ - ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة في كل مما يأتي:

١ كمية حركة رصاصة كتلتها ١٠٠ جم تتحرك بسرعة ٢٤٠ م/ث..

أ ٢٤ × ١٠^٣ جم. م/ث

ب ٢٤ كجم. م/ث

ج ٢٤ × ١٠^٣ جم. م/ث

د ٢٤ × ١٠^٣ كجم. م/ث

٢ كمية حركة سيارة كتلتها ٢ طن تتحرك في خط مستقيم بسرعة ٥٤ كم/س.

أ ١٠٨ طن. م/ث

ب ٣٠٠٠ كجم. م/ث

ج ٣٠٠٠٠ كجم. م/ث

د ١٠٨٠٠٠ كجم. م/ث

٣ جسم كتلته ٥٠٠ جم يسقط من ارتفاع ٩, ٤ أمتار عن سطح الأرض، كمية حركة الجسم لحظة وصوله للأرض.

- أ ٢, ٤٥ كجم.م/ث ب ٤, ٩ كجم.م/ث
ج ٢٤٥٠ كجم.م/ث د ٤٩٠٠ كجم.م/ث

٤ صاروخ كتلته ٤ طن بما فيه من وقود، إنطلق بسرعة ٢٠٠ م/ث، ويقذف الوقود بمعدل ثابت قدره ١٠٠ كجم كل ثانية مع بقاء كمية الحركة ثابتة فإن سرعة الصاروخ بعد ١٠ ثوان بوحدة كم/س.

- أ $\frac{٨٠٠}{٣}$ ب ٦٠٠
ج ٨٠٠ د ٩٦٠

٥ قذيفة كتلتها ١ كجم تنطلق بسرعة ٧٢٠ كم/س نحو دبابة كتلتها ٥٠ طن تتحرك نحو المدفع بسرعة ٢٠ م/ث فإن:

(١) مقدار كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة:

- أ ٢٠٠ كجم.م/ث ب ٢٢٠ كجم.م/ث
ج ٧١٠ كجم.م/ث د ١, ١ × ٧١٠ كجم.م/ث

(٢) مقدار كمية حركة الدبابة بالنسبة للقذيفة:

- أ ٢٠٠ كجم.م/ث ب ٢٢٠ كجم.م/ث
ج ٧١٠ كجم.م/ث د ١, ١ × ٧١٠ كجم.م/ث

أجب عن الأسئلة الآتية:

٦ كرة كتلتها ٢٠٠ جم تتحرك أفقياً بسرعة ثابتة قدرها ٤٠ م/ث، اصطدمت بحائط رأسي وكان مقدار التغير في كمية حركة الكرة نتيجة التصادم ١٢ كجم.م/ث، احسب سرعة ارتداد الكرة.

٧ سقط جسم كتلته ٩٠ جم وبعد ٣ ثوانٍ من سقوطه اصطدم بسطح سائل لزج فغاص فيه بسرعة منتظمة فقطع ٢, ٢ متر في نصف ثانية احسب التغير في كمية الحركة نتيجة للتصادم.

٨ جسم من المطاط كتلته ١٠٠ جم يتحرك أفقياً بسرعة ١٢٠ سم/ث عندما اصطدم بحائط رأسي وارتد في اتجاه عمودي على الحائط بعد أن فقد ثلثي مقدار سرعته. احسب التغير في كمية حركة الجسم المطاطي نتيجة التصادم.

٩ من نقطة أسفل سقف حجرة بمسافة ٢٤٠ سم قُذفت كرة كتلتها ٤٠ جم بسرعة ٩٨٠ سم/ث رأسياً إلى أعلى فاصطدمت بالسقف وتغيرت لذلك كمية حركتها بمقدار ٤, ٠ كجم.م/ث، أوجد سرعة ارتداد الكرة.

١٠ سقطت كرة من المطاط كتلتها $\frac{١}{٣}$ كجم من ارتفاع ٨, ١ أمتار عن أرض أفقية فارتدت الكرة رأسياً لأعلى إلى ارتفاع ٣, ٦ أمتار بعد اصطدامها بالأرض. احسب التغير في كمية حركة الكرة نتيجة للتصادم بالأرض.

١١ عربة سكة حديد كتلتها ١٥ طناً تتحرك أفقياً بسرعة مقدارها ٤٠ م/ث اصطدمت بالحاجز في نهاية الخط فارتدت للخلف بسرعة ٣٠ م/ث. احسب التغير في كمية حركتها.

١٢) قذف جسم كتلته ١ كجم رأسياً لأعلى بسرعة ٨,٨ م/ث. فاحسب التغير في كمية حركته في الفترات الزمنية الآتية:

ج [١١، ٧]

ب [٨، ٤]

أ [٥، ٢]

١٣) جسم متحرك في خط مستقيم كتلته عند أي زمن n بالثانية تساوي $\frac{1}{6}(n + 5)$ كجم، وكانت إزاحته عند أي زمن n تُعطى بالصورة $\vec{r} = \frac{1}{3}(n^2 - 4n + 3)$ حيث \vec{r} متجه وحدة في اتجاه حركة الجسم، ومعيار \vec{r} يُعطى بالمتر.

أ) أوجد كمية حركة الجسم عند أي لحظة زمنية n .

ب) أوجد التغير في كمية حركة الجسم خلال الفترة الزمنية [٥، ٢]

١٤) جسم كتلته ١٢ كجم يتحرك في خط مستقيم بحيث كانت \vec{r} تُعطى كدالة في الزمن n بالعلاقة $\vec{r} = n(n - 6)$ حيث \vec{r} متجه وحدة في اتجاه الحركة، إذا كان معيار \vec{r} بوحدة المتر، n بالثانية فأوجد التغير في كمية حركة الجسم في الفترات الزمنية الآتية:

ج [٦، ٤]

ب [٥، ٢]

أ [٢، ١]

١٥) جسم يتحرك في خط مستقيم بعجلة منتظمة $a = -3$ م/ث^٢ وبسرعة ابتدائية ٥ م/ث. إذا كانت كتلة الجسم ١٨ كجم فأوجد مقدار التغير في كمية الحركة في الفترات الزمنية الآتية:

ب [٢، ١]

أ [٣، ٠]

١٦) جسم كتلته ٤٨ جم، يتحرك في خط مستقيم بحيث كانت $a = (3n - 12)$ م/ث^٢. احسب التغير في كمية الجسم خلال الفترة الزمنية الآتية:

ب [٥، ٣]

أ [٣، ١]

القانون الأول لنيوتن

Newton's first law

الوحدة الثانية

٢ - ٢

مقدمة :

نتعامل في حياتنا اليومية مع العديد من أنواع القوى المختلفة التي قد تؤثر على الأجسام المتحركة فتغير من سرعتها مثل شخص يدفع عربة أو يسحبها أو أن تؤثر القوة على الأجسام الساكنة لتبقيها ساكنة مثل الكتاب الموضوع على المكتب أو الصور المعلقة على الحائط، ويكون تأثير القوة مباشر Contact force مثل سحب زبرك أو دفع صندوق، ويمكن أن يكون تأثير القوة عن بعد Action-at-a distance مثل تنافر أو تجاذب قطبي مغناطيسي، ويُعرف الجسم الساكن بأنه في حالة اتزان equilibrium عندما تكون محصلة القوى المؤثرة عليه تساوى صفراً .
يوجد العديد من أنواع القوة الموجودة في الطبيعة وهي إما أن تكون ميكانيكية أو جاذبية أو كهربية أو مغناطيسية أو نووية، وسندرس في هذه الوحدة النوع الأول والثاني فقط.

أنواع من القوى



ولدراسة القوى الميكانيكية سنبدأ بدراسة قوانين نيوتن للحركة

Newton's first law

القانون الأول لنيوتن

وصف نيوتن من خلال هذا القانون ما الذي يحدث لجسم عندما تكون محصلة القوى المؤثرة عليه تساوى صفر.

كل جسم يحتفظ بحالته من حيث السكون أو الحركة المنتظمة في خط مستقيم ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تغير من حالته.

نلاحظ من القانون الأول لنيوتن الآتي :

- (١) الجسم الساكن يظل ساكناً ما لم تؤثر عليه قوة تحاول تحريكه، والجسم المتحرك حركة منتظمة يظل متحركاً بها ما لم تؤثر عليه قوة تغير من حركته.
- (٢) يقصد بتعبير "القوة" في صياغة القانون محصلة جميع القوى المؤثرة على الجسم، وتقاس القوة بوحدة النيوتن تخليداً لذكراه.
- (٣) يضع القانون حالى السكون والحركة المنتظمة في خط مستقيم في وضع متكافئ، وتمثل كلتاها "الحالة الطبيعية" للجسم، عندما تكون محصلة القوى المؤثر عليه مساوية للصفر.

سوف نتعلم

- القانون الأول لنيوتن.
- مبدأ القصور الذاتي.

المصطلحات الأساسية

القانون الأول لنيوتن

Newton's first law

Inertia القصور الذاتي

مبدأ القصور الذاتي

Inertia principle

Force القوة

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية.

برامج رسومية للحاسب.

(٤) يبين القانون أن الجسم الساكن أو المتحرك حركة منتظمة في خط مستقيم (أى عندما يكون في حالته الطبيعية) لا يمكنه تغيير حالته هذه تلقائياً ، بل لابد أن تؤثر عليه قوة فتخرجه من هذه الحالة . ولهذا السبب سمي القانون الأول لنيوتن " قانون القصور الذاتي " .

Inertia

القصور الذاتي

من القانون الأول لنيوتن يمكن استنتاج أن الأجسام لها ميل طبيعي للمحافظة على حالتها من حيث السكون أو الحركة المنتظمة في خط مستقيم وتعرف هذه الممانعة والمقاومة للتغيير بالقصور الذاتي.

مبدأ القصور الذاتي:

كل جسم قاصر أو عاجز بذاته عن تغيير حالته من حيث السكون أو الحركة المنتظمة في خط مستقيم.

نشاط



العلاقة بين الكتلة والقصور الذاتي



شكل (٥)

١ يبين النشاط التالي أن الكتلة هي مقياس لكمية القصور الذاتي.

٢ أحضر كرتين إحداهما كرة جولف تزن حوالي ٥٠٠ ث جم، وكرة بولينج وزنها تقريباً ٥ ث كجم.

٣ أى من الكرتين تحتاج قوة أكبر لتتحرك؟

٤ دون شك تحتاج كرة البولينج إلى قوة أكبر لتبدأ الحركة من القوة التي تحتاجها كرة الجولف.

٥ يرجع ذلك إلى ميل كرة البولينج للحفاظ على وضع السكون، أى أن قصورها الذاتي كبير نظراً لكتلتها الكبيرة التي تقدر بعشرة أضعاف كتلة كرة الجولف.

Force

القوة

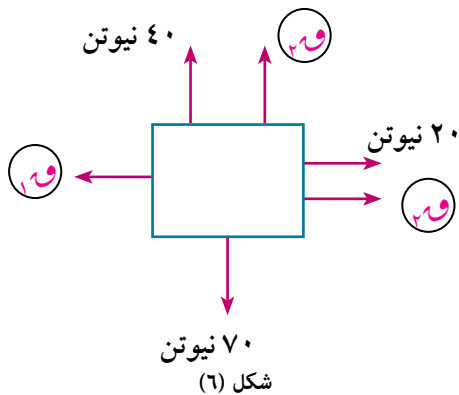
يتضمن القانون الأول لنيوتن تعريفاً للقوة بأنها المؤثر الذي يغير أو يعمل على تغيير حالة الجسم من سكون أو حركة منتظمة في خط مستقيم.

مثال

(الجسم في حالة سكون)

١ يوضح الشكل المقابل جسم ساكن تؤثر عليه مجموعة القوى. أوجد ١٩ ، ٢٩ .

الحل



شكل (٦)

∴ الجسم في حالة سكون ∴ القوى الرأسية متزنة

$$70 = 40 + 19 ∴$$

$$30 = 19 ∴$$

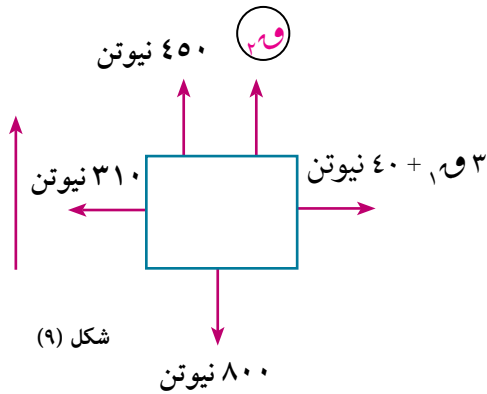
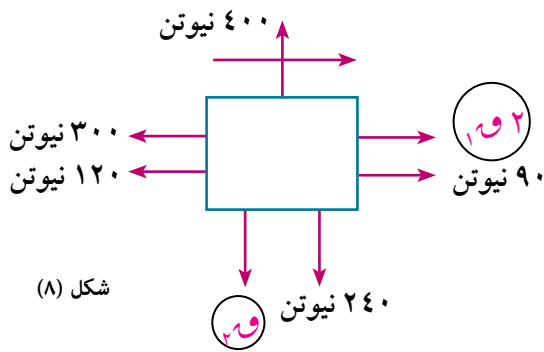
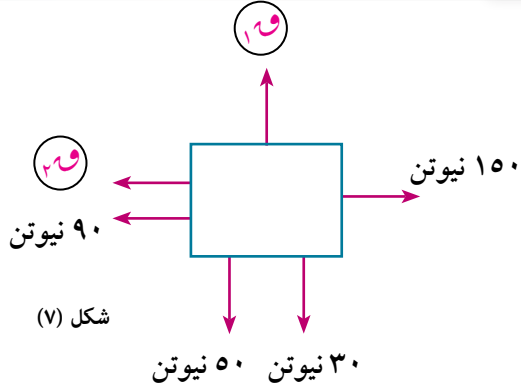
$$19 + 20 = 19 ∴$$

∴ القوى الأفقية متزنة

$$19 = 50 ∴$$

٦ حاول أن تحل

١ يوضح الشكل المقابل جسمًا ساكنًا تؤثر عليه مجموعة من القوى. أوجد ΣF_x ، ΣF_y .



معطيات

$$\begin{aligned} \text{م} &= 200 \times 9,6 \\ &= 1920 \text{ ث كجم} \\ \text{ع} &= 72 \text{ كم / س} \end{aligned}$$



شكل (١٠)

مثال

٢ يوضح الشكل المقابل جسمًا يتحرك أفقيًا في الاتجاه الموضح بسرعة ثابتة قدرها ٨ م/ث ، أوجد ΣF_x ، ΣF_y .

الحل

∴ الجسم في حالة حركة منتظمة

∴ القوى الأفقية متزنة

$$120 + 300 = 90 + 192 \therefore$$

$$165 = 19 \therefore$$

∴ القوى الرأسية متزنة

$$400 = 19 + 240 \therefore$$

$$160 = 19 \therefore$$

٦ حاول أن تحل

٢ يوضح الشكل المقابل جسمًا متحركًا رأسيًا لأعلى بسرعة ثابتة تؤثر عليه مجموعة من القوى. أوجد ΣF_x ، ΣF_y .

مثال

٣ قطار كتلته ٢٠٠ طن، يتحرك تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعته. فإذا كانت هذه المقاومة ٩,٦ ث. كجم لكل طن من كتلة القطار عندما كانت سرعة القطار ٧٢ كم / ساعة. فأوجد أقصى سرعة للقطار إذا كانت القاطرة تجره بقوة ثابتة مقدارها ٤,٣٢ ث طن.

الحل

نفرض أن المقاومة = م عندما تكون سرعة القطار $\text{ع}_١$.

المقاومة = م عندما تكون سرعة القطار $\text{ع}_٢$.

∴ المقاومة تتناسب مع مربع السرعة

$$\frac{12}{24} = \frac{12}{24} \therefore$$

يبلغ القطار أقصى سرعة له عندما تكون المقاومة مساوية تمامًا لقوة جرّ القطار
فإذا كانت ع أقصى سرعة للقطار فإن م = ٤,٣٢ ث طن م = ٢٠٠ = ٤٣٢٠ ث كجم

$$\frac{12}{24} = \frac{12}{24} \therefore \quad \frac{72 \times 72}{24} = \frac{1920}{4320} \quad \therefore \text{ع} = 10.8 \text{ كم/ساعة}$$

٦ حاول أن تحل

٢ قطار كتلته ٢٤٠ طن تجره قاطرة بقوة ثابتة مقدارها ١٢ ث طن، فإذا كانت المقاومة لحركة القطار متناسب مع مربع سرعته، وكانت المقاومة ٨ ث كجم لكل طن من الكتلة المتحركة عندما كانت سرعة القطار ٤٥ كم/س. احسب أقصى سرعة للقطار.

مثال

٤ يهبط أحد جنود المظلات رأسياً ومظلته مفتوحة، فإذا كان وزن الجندي ومعداته ٩٠ ث كجم، وكانت مقاومة الهواء متناسب مع مربع سرعته، وكانت أقصى سرعة هبوط للجندي ١٥ كيلومتر/ ساعة فأوجد مقاومة الهواء للجندي عندما كانت سرعته ١٠ كيلومتر/ ساعة.

الحل

يبلغ الجندي أقصى سرعة هبوط عندما تكون المقاومة مساوية لوزن الجندي ومعداته.

إذا كانت م هي مقاومة الهواء عندما كانت سرعة الجندي ع

$$\therefore 90 \text{ ث كجم} = \text{ع} = 15 \text{ كم/س}$$

وإذا كانت م هي مقاومة الهواء عندما كانت سرعة الجندي ع

$$\therefore م = ؟ = \text{ع} = 10 \text{ كم/س}$$

∴ المقاومة متناسب مع مربع السرعة

$$\frac{12}{24} = \frac{12}{24} \therefore \quad \frac{10 \times 10}{10 \times 10} = \frac{90}{4320} \therefore م = 40 \text{ ث كجم}$$



شكل (١١)

٦ حاول أن تحل

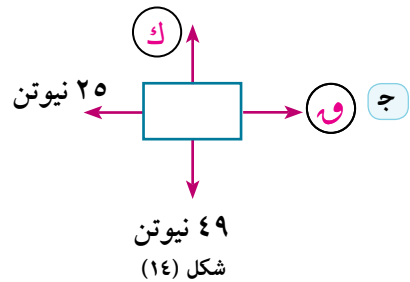
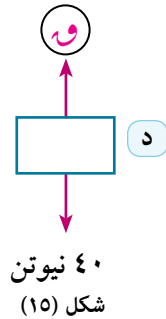
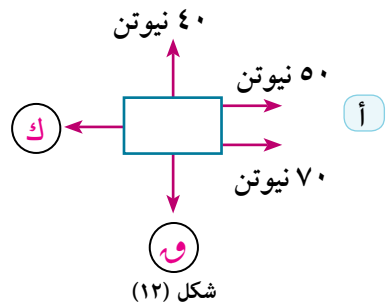
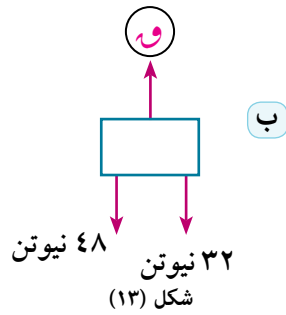
٤ رجل مربوط إلى مظلة نجاة يهبط هو والمظلة رأسياً، فإذا كانت مقاومة الهواء متناسب طردياً مع مربع سرعته ومقاومة الهواء تساوي $\frac{4}{9}$ من وزن الجندي ومعداته عندما كانت سرعته ١٢ كم/س. أوجد أقصى سرعة هبوط للجندي.

مثال

٥ يتحرك جسم في خط مستقيم تحت تأثير ثلاث قوى $\vec{F}_1 = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ ، $\vec{F}_2 = -\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 15\vec{e}_3$ ، و $\vec{F}_3 = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$ فأوجد معيار \vec{F} بحيث كان متجه إزاحته \vec{F} يُعطى كدالة في الزمن ن بالعلاقة $\vec{F} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$

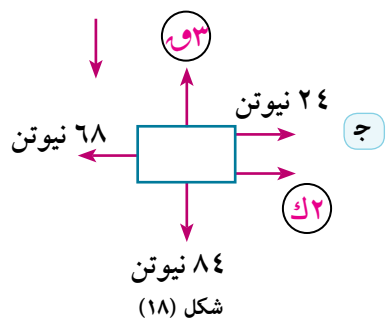
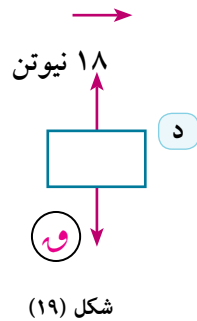
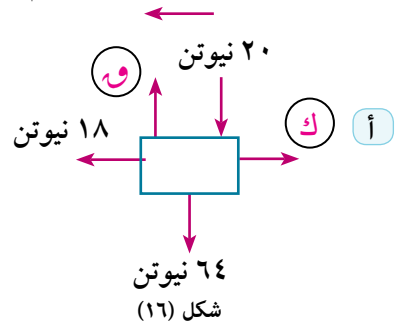
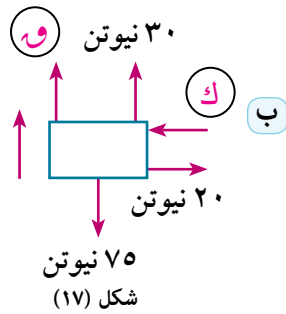
أجب عن الأسئلة الآتية:

٦ في كل من المواقف الآتية الجسم في حالة سكون تحت تأثير مجموعة من القوى.



أوجد مقدار القوة المجهولة في كل حالة.

٧ في كل من المواقف الآتية: الجسم متحرك بسرعة منتظمة ع تحت تأثير مجموعة من القوى.



أوجد مقدار القوة المجهولة في كل حالة.

٨ سيارة كتلتها ٨ أطنان تتحرك بسرعة منتظمة تحت تأثير مقاومة ثابتة مقدارها ٦ ث كجم لكل طن من كتلة السيارة. فما قوة محرك السيارة؟

- ٩) قطار كتلته ٢٤٠ طنًا يتحرك بسرعة منتظمة، وكانت قوة محرك القطار ٤ ث طن ، أوجد مقدار المقاومة لكل طن من كتلة القطار؟
- ١٠) سيارة كتلتها ٣ أطنان تتحرك تحت تأثير مقاومة تتناسب مع سرعة السيارة ، فإذا كانت هذه المقاومة ٨ ث كجم لكل طن من كتلة السيارة عندما كانت سرعتها ٣٦ كم/س ، فأوجد أقصى سرعة للسيارة إذا كانت قوة آلات جر السيارة ١٢٠ ث كجم.
- ١١) قطار كتلته ٢٠٠ طن يتحرك تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعته، فإذا كانت هذه المقاومة ٨ ث كجم لكل طن من كتلة القطار عندما كانت سرعة القطار ٧٠ كم/س. فأوجد أقصى سرعة للقطار إذا كانت القاطرة تجره بقوة ثابتة مقدارها ٦,٤ ث طن.
- ١٢) قطار كتلته ٣٠٠ طن تجره قاطرة بقوة ثابتة مقدارها ٨١٠ ث كجم تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع السرعة، فإذا كانت أقصى سرعة للقطار تساوي ٣٠ م/ث. فأوجد معدل المقاومة لكل طن من كتلة القطار عندما تكون سرعة القطار ٩٠ كم/س.
- ١٣) وزن جندي مظلات ومعداته ٨٠ ث كجم ، ومقاومة الهواء لحركته تتناسب مع مربع سرعته، فإذا كانت هذه المقاومة تساوي ٤٥ ث كجم عندما كانت سرعة الجندي ٤,٥ كم/س فأوجد أقصى سرعة يكتسبها الجندي أثناء هبوطه.
- ١٤) وزن جندي ومعداته ٩٠ ث كجم ، ومقاومة الهواء لحركته تتناسب مع مربع سرعته، فإذا كانت أقصى سرعة هبوط للجندي ١٢ كم/س، فأوجد مقاومة الهواء عندما كانت سرعته ٨ كم/س.
- ١٥) قاطرة كتلتها ٣٠ طنًا وقوة آلاتها ٥١ ثقل طن تجر عدد من عدد العربات كتلة كل منها ١٠ أطنان لتصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° بسرعة منتظمة، فإذا كانت مقاومة لحركة القاطرة والعربات ١٠ ثقل كجم لكل طن من الكتلة فما هو عدد العربات.
- ١٦) قطار كتلته ٣٠٠ طن يصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{4}$ في اتجاه خط أكبر ميل، فإذا كانت أقصى سرعة للقطار ١٠٨ كم/س وقوة آلات الجر تساوي ٣٥٠٠ ث كجم، وإذا كان مقدار المقاومة يتناسب مع مربع مقدار السرعة فأوجد المقاومة التي يلاقيها القطار عندما يتحرك بسرعة قدرها ٧٢ كم/س.

القانون الثاني لنيوتن

Newton's second law

فكر و ناقش



سوف تتعلم

- القانون الثاني لنيوتن.
- وحدات القوة.
- الوزن والكتلة.

نعلم من القانون الأول لنيوتن أن محصلة القوى المؤثرة على جسم متحرك بسرعة منتظمة تنعدم، أما إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على الجسم لا تساوى صفراً، فإن الجسم سيتحرك بعجلة.

هل توجد علاقة بين مقدار القوة المحصلة المؤثرة على الجسم ومقدار عجلة الحركة؟

هل يمكنك استنتاج هذه العلاقة؟

تعلم



Newton's second law

١ - القانون الثاني لنيوتن

معدل التغير في كمية الحركة يتناسب مع القوة المحدثة له، ويحدث في اتجاه القوة

المصطلحات الأساسية

القانون الثاني لنيوتن.

Newton's second law

معادلة الحركة

Equation of motion

force

القوة

mass

الكتلة

weight

الوزن

$$\frac{F}{m} = a \quad \text{و} \quad \frac{F}{m} = a \quad (\text{حيث } a \text{ ثابت التناسب)}$$

وعند ثبوت كتلة الجسم أثناء الحركة فإن:

$$F = ma \quad (\text{حيث } a \text{ ثابت التناسب})$$

$$F = ma$$

وإذا عرفنا وحدة القوى بأنها القوة التي إذا أثرت على جسم كتلته وحدة الكتل لأكسبته وحدة العجلات، وبالتعويض في المعادلة السابقة نجد أن:

$$1 = 1 \times 1 \times 1$$

$$1 = 1$$

ونأخذ المعادلة السابقة الصورة $F = ma$

وتسمى هذه المعادلة بمعادلة الحركة لجسم ثابت الكتلة، وتعتبر المعادلة الأساسية لعلم الديناميكا. إذ يمكن تطبيقها على جميع الأجسام المتحركة ثابتة الكتلة باعتبار هذه الأجسام نقطاً مادية.

من معادلة الحركة السابقة نجد أن كل من F ، a ، m لهما نفس الاتجاه، فإذا قيست F في اتجاه معين لزم قياس a في الاتجاه نفسه؛ لذلك من الأنسب كتابة معادلة الحركة في الصورة:

$$F = ma$$

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية.

وإذا كانت جـ، \vec{v} تعبر عن القياس الجبري لكل من \vec{a} ، \vec{v} على الترتيب، فإن معادلة الحركة لجسم ثابت الكتلة تأخذ الصورة:

$$\vec{a} = \vec{v}$$

حيث m كتلة الجسم المتحرك، \vec{a} عجلة الحركة، \vec{v} تعبر عن القياس الجبري لمحصلة مجموعة القوى المؤثرة على الجسم، أى أن:

$$\vec{a} = \vec{v}$$

أما إذا كانت كتلة الجسم m متغيرة فإن معادلة حركة الجسم تأخذ الصورة

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(\vec{v})$$

$$\therefore \vec{a} = \frac{d}{dt}(\vec{v})$$

Use of calculus to determine the equation of motion

معادلة الحركة باستخدام التفاضل

معادلة حركة جسم ثابت الكتلة m تُعطى بالصورة

$$\vec{a} = \vec{v}$$

$$\text{فإذا كانت جـ} = \frac{d}{dt}(\vec{v}) \quad \text{فإن} \vec{v} = \frac{d}{dt}(\vec{v}) \quad \therefore \int \vec{v} dt = \vec{v} + \text{ك} \quad \text{ع} \quad \text{ع}$$

$$\text{أما إذا كانت جـ} = \frac{d}{dt}(\vec{v}) \quad \text{فإن} \vec{v} = \frac{d}{dt}(\vec{v}) \quad \therefore \int \vec{v} dt = \vec{v} + \text{ك} \quad \text{ع} \quad \text{ع}$$

وتأخذ معادلة الحركة الصورة الآتية إذا كانت الكتلة متغيرة: $\vec{a} = \frac{d}{dt}(\vec{v})$ حيث كل من m ، \vec{v} دوال قابلة للاشتقاق فى t

units of force and units of mass

وحدات القوة والكتلة

عند استنتاج معادلة الحركة لجسم متحرك اخترنا وحدات محددة لكل من القوة والكتلة والعجلة، حتى يكون ثابت التناسب مساويًا للواحد الصحيح، وتصبح معادلة الحركة على الصورة $\vec{a} = \vec{v}$ ، لذلك عند استخدام معادلة الحركة، فإننا نستخدم الوحدات المطلقة للقوة مثل النيوتن، الداين

تذكر أن

١ كجم = ٩,٨ نيوتن
١ ث جم = ٩٨٠ داين

$$\vec{a} = \vec{v}$$

$$١ \text{ كجم} \times ١ \text{ م/ث}^٢ = ١ \text{ نيوتن}$$

$$١ \text{ جم} \times ١ \text{ سم/ث}^٢ = ١ \text{ داين}$$

the weight and the mass

الوزن والكتلة

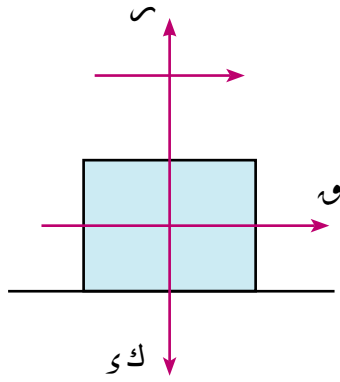
وزن الجسم هو قوة جذب الأرض للجسم، فإذا كان لدينا جسم كتلته ١ كجم، فإن وزنه طبقًا لمعادلة الحركة يساوي ٩,٨ ث كجم

$$\therefore \vec{a} = \vec{v} \quad \therefore ١ \times ٩,٨ = ٩,٨ \text{ نيوتن} = ٩,٨ \text{ ث كجم}$$

مثال

١ أثرت قوة مقدارها ١٠ نيوتن على جسم ساكن كتلته ٨ كجم، فحركته في اتجاهها بعجلة منتظمة، احسب المسافة المقطوعة بعد ١٢ ث وسرعته عندئذ.

الحل



شكل (٢٠)

$$١٠ = ١٠ \text{ نيوتن} \quad ، \quad ٠ = \text{ع.}$$

$$٨ = ٨ \text{ كجم} \quad \text{ن} = ١٢ \text{ ث}$$

معادلة حركة الجسم

$$\text{ك ج} = \text{و} \quad \therefore ٨ \text{ ج} = ١٠$$

$$\text{ج} = \frac{٥}{٤} \text{ م/ث}$$

$$\therefore \text{ع} = \text{ع.} + \text{ج ن}$$

$$\therefore \text{ف} = \text{ع. ن} + \frac{١}{٣} \text{ ج ن}^٢$$

$$\therefore \text{ع} = ١٥ \text{ م/ث} = ١٢ \times \frac{٥}{٤} + ٠$$

$$\therefore \text{ف} = ٩٠ \text{ متر} = ١٤٤ \times \frac{٥}{٤} \times \frac{١}{٣} + ٠$$

٤ حاول أن تحل



شكل (٢١)

١ فصلت العربة الأخيرة من قطار سكة حديد وكتلتها ٢٤,٥ طنًا، عندما كانت سرعتها ٥٤ كم/س، فتحررت بتقصير منتظم وتوقفت بعد ١٢٥ مترًا، أوجد مقدار المقاومة التي أثرت على العربة المنفصلة بثقل الكيلوجرام.

مثال

٢ سقط جسم كتلته ٣ كجم من ارتفاع ١٠ أمتار على أرض رملية فغاص فيها مسافة ٥ سم، أوجد مقاومة الرمل للجسم بثقل الكيلو جرام علمًا بأن الجسم تحرك بعجلة منتظمة داخل الرمل

الحل

مرحلة السقوط الحر

$$\text{ع}^٢ = \text{ع}^٢ + ٢ \text{ و ف}$$

$$\text{ع}^٢ = ٠ + ٢ \times ٩,٨ \times ١٠$$

$$\text{ع} = ١٤ \text{ م/ث}$$

مرحلة الغوص في الرمل

$$\text{ع}^٢ = \text{ع}^٢ + ٢ \text{ ج ف}$$

$$٠ = ٢(١٤)^٢ + ٢ \text{ ج} \times ٠,٠٥$$

$$\text{ج} = -١٩٦٠ \text{ م/ث}^٢$$

معادلة الحركة

$$\text{ك ج} = \text{ك ي} - \text{م}$$

$$٣ \times ١٩٦٠ = ٣ \times ٩,٨ - \text{م}$$

$$\therefore \text{م} = ٣ \times ٩,٨ + ٣ \times ١٩٦٠$$

$$\text{م} = ٥٩٠٩,٤ \text{ نيوتن}$$

$$\text{م} = ٦٠٣ \text{ ث كجم}$$

٩ حاول أن تحل

٢ صندوق كتلته ١٠٠ كجم، يُرفع رأسياً لأعلى بحبل بعجلة منتظمة قدرها ٢٥ سم/ث^٢. أوجد قوة الشد في الحبل مع إهمال المقاومة.

مثال



شكل (٢٣)

٣ قطار كتلته ٢٢٠ طن، يتحرك في طريق أفقى مستقيم بسرعة منتظمة مقدارها ٢٩,٤ م/ث، وأثناء حركته انفصلت منه العربة الأخيرة وكتلتها ٢٤ طناً، وتحركت بتقصير منتظم فوقفت بعد دقيقة واحدة من لحظة انفصالها، أوجد:

أولاً: مقدار المقاومة لكل طن من كتلة القطار بفرض ثبوته.

ثانياً: مقدار قوة آلة جر القطار.

ثالثاً: المسافة بين الجزء الباقي من القطار والعربة المنفصلة لحظة سكون العربة المنفصلة علماً بأن باقى القطار تحرك بعجلة منتظمة.

الحل

أولاً: دراسة حركة العربة المنفصلة من قوانين الحركة في خط مستقيم:

$$\begin{array}{l|l} \text{ع} = \text{ج} + \text{ع} & \text{ع} = ٢٩,٤ \text{ م/ث} \\ \text{ج} + ٢٩,٤ = ٠ & \text{ن} = ٦٠ \text{ ث} \\ \therefore \text{ج} = -٠,٤٩ \text{ م/ث}^٢ & \end{array}$$

من معادلة حركة العربة المنفصلة

$$\begin{array}{l} \text{ك} \text{ ج} = \text{م} \\ \text{م} = ١١٧٦٠ \text{ نيوتن.} \\ \therefore \text{م} = ٥٠ \text{ ث كجم/طن} \end{array}$$

المسافة التي تحركتها العربة المنفصلة خلال دقيقة واحدة بعد الانفصال

$$\begin{array}{l} \text{ف} = \text{ع} \cdot \text{ن} + \frac{١}{٢} \text{ ج} \cdot \text{ن}^٢ \\ \text{ف} = ٢٩,٤ \times ٦٠ - \frac{١}{٢} \times ٠,٤٩ \times (٦٠)^٢ \\ \text{ف} = ٨٨٢ \text{ متر} \end{array}$$

ثانياً: دراسة حركة القطار قبل الانفصال

∴ القطار كان متحركاً بسرعة منتظمة قبل الانفصال

∴ القوة المحركة = المقاومات الكلية

$$\therefore \text{و} = ٢٢٠ \times ٥٠ = ١١٠٠٠ \text{ ث كجم}$$

ثالثاً: دراسة حركة باقى القطار بعد انفصال العرببة الأخيرة

معادلة الحركة

$$\begin{aligned} \text{ك ج} = \text{و م} \\ 196 \text{ طن} = \text{ك} \\ 11000 \text{ ت كجم} = \text{و} \\ \text{المقاومة/طن} = 50 \text{ ت كجم} \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} 196 \times 1000 \text{ ج} = 9,8 \times (196 \times 50 - 11000) \\ \text{ج} = \frac{3}{50} \text{ م/ث}^2 \end{aligned} \right.$$

من قوانين الحركة

$$\begin{aligned} \text{ف} = \text{ع ن} + \frac{1}{\text{پ}} \text{ ج ن}^2 \\ = 60 \times 29,4 + \frac{1}{\frac{3}{50}} \times (60)^2 \\ \text{ف} = 1872 \text{ متر} \end{aligned}$$

المسافة بين باقى القطار والعرببة المنفصلة لحظة سكونها

$$\begin{aligned} 1872 - 882 = \\ = 990 \text{ متر} \end{aligned}$$

تفكير ناقد: ارسم منحنى يمثل المسافة بين باقى القطار والعرببة المنفصلة منذ لحظة انفصالها حتى تتوقف، ثم من خلال المنحنى أوجد:

أ) متى تكون المسافة بينهما 110 متر؟
ب) المسافة بينهما بعد 40 ثانية من انفصال العرببة.

٤ حاول أن تحل



شكل (٢٤)

٢) منطاد كتلته 105 كجم، يتحرك رأسياً لأسفل بعجلة منتظمة مقدارها 98 سم/ث². أوجد مقدار قوة رفع الهواء المؤثرة على المنطاد بثقل الكيلو جرام، وإذا سقط من منطاد جسم كتلته 35 كجم، عندما كانت سرعة المنطاد 490 سم/ث، أوجد المسافة بين المنطاد والجسم المنفصل عنه بعد $\frac{2}{3}$ ثانية من لحظة الانفصال.

مثال

٤) يتحرك جسم كتلته الوحدة تحت تأثير القوى الثلاث \vec{W} ، \vec{A} و \vec{S} ،
 $\vec{W}_1 = \vec{S} + \vec{B} + \vec{C}$ ، $\vec{W}_2 = \vec{A} + \vec{C}$ ، $\vec{W}_3 = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ ، فإذا كان متجه الإزاحة \vec{F} يعطى بالعلاقة
 $\vec{F} = n\vec{S} + (\frac{1}{p}n + 2)\vec{C} + 5\vec{A}$ فأوجد قيمة كل من n ، p ، A ، B ، C

الحل

$$\vec{W} = \vec{W}_1 + \vec{W}_2 + \vec{W}_3 = \vec{W}_1 + \vec{W}_2 + \vec{W}_3 = (\vec{S} + \vec{B} + \vec{C}) + (\vec{A} + \vec{C}) + (\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}) = \vec{S} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{A} + \vec{C} + \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{S} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{A} + \vec{C} + \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{S} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{A} + \vec{C} + \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

$$\vec{F} = n\vec{S} + (\frac{1}{p}n + 2)\vec{C} + 5\vec{A}$$

$$\vec{C} = \frac{\vec{F}}{n} = \frac{\vec{S} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{A} + \vec{C} + \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}}{n}$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{u}}{n} = \vec{c}$$

$$\begin{aligned} \therefore \vec{c} &= \vec{v} = \vec{c} \\ \therefore \vec{c} &= \vec{c} \\ \therefore \vec{c} &= \vec{c} \\ \therefore \vec{c} &= \vec{c} \end{aligned}$$

٦ حاول أن تحل

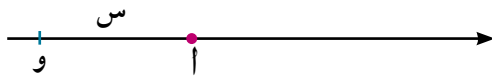
٤ يتحرك جسم كتلته ٣ كجم بتأثير ثلاث قوى مستوية هي $\vec{F}_1 = \vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{F}_2 = 2\vec{c} - \vec{a}$ ، و $\vec{F}_3 = 3\vec{c} + \vec{b}$ حيث \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} متجهها وحدة متعامدان في مستوى القوى، فإذا كان متجه الإزاحة يعطى كدالة في الزمن بالعلاقة $\vec{r} = (z^2 + 1)\vec{a} + (2z^2 + 3)\vec{b}$ ، عيّن قيمة كل من \vec{a} ، \vec{b} .

مثال

٥ أثرت قوة \vec{F} على جسم ساكن كتلته ١ كجم، يتحرك في خط مستقيم مبتدئاً من نقطة أصل "و" على الخط المستقيم، وكانت $\vec{v} = 5\text{ م} + 6\text{ حث}$ حيث \vec{v} مقيسة بالمتر، و \vec{r} بالنيوتن. أوجد:

أولاً سرعة الجسم عندما $s = 4$ متر
ثانياً إزاحة الجسم عندما تكون $s = 9$ م/ث

الحل



شكل (٢٥)

$$\begin{aligned} \therefore \vec{v} &= 5\text{ م} + 6\text{ حث} \\ \therefore \vec{c} &= 5\text{ م} + 6\text{ حث} \\ \therefore \vec{c} &= 5\text{ م} + 6\text{ حث} \end{aligned}$$

أولاً:

$$\begin{aligned} \therefore \vec{c} &= 5\text{ م} + 6\text{ حث} \\ \therefore \vec{c} &= 5\text{ م} + 6\text{ حث} \\ \therefore \vec{c} &= 5\text{ م} + 6\text{ حث} \end{aligned}$$

ثانياً:

$$\begin{aligned} \therefore \vec{c} &= 5\text{ م} + 6\text{ حث} \\ \therefore \vec{c} &= 5\text{ م} + 6\text{ حث} \\ \therefore \vec{c} &= 5\text{ م} + 6\text{ حث} \end{aligned}$$

٩ حاول أن تحل

٥ أثرت قوة \vec{w} على جسم كتلته ٣ كجم، يتحرك في خط مستقيم مبتدئاً بسرعة قدرها ٢ م/ث، وكانت $\vec{w} = \frac{3}{1 + e^{2t}}$ حيث e سرعة الجسم بعد زمن قدره n ، متى تكون سرعة الجسم ٦ م/ث.

مثال

٦ قوة تؤثر على جسم كتلته ٢٥٠ جم، يتحرك في خط مستقيم مبتدئاً من السكون من نقطة أصل "و" على الخط المستقيم، وكانت $\vec{w} = (2 - 5n) \vec{s}$ حيث \vec{s} سرعة الجسم عند n ثانية، أوجد كلاً من السرعة \vec{v} ، الإزاحة \vec{r} بدلالة الزمن n إذا كانت \vec{w} مقيسة بوحدتي النيوتن، n بالثانية، أوجد كلاً من السرعة \vec{v} ، الإزاحة \vec{r} بدلالة الزمن n

الحل

$$\vec{w} = (2 - 5n) \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{4} \text{ كجم}$$

$$\vec{w} = (2 - 5n) \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{4} \text{ كجم}$$

$$\vec{w} = (2 - 5n) \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{4} \text{ كجم}$$

$$\vec{w} = (2 - 5n) \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{4} \text{ كجم}$$

$$\vec{w} = (2 - 5n) \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{4} \text{ كجم}$$

$$\vec{w} = (2 - 5n) \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{4} \text{ كجم}$$

$$\vec{w} = (2 - 5n) \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{4} \text{ كجم}$$

$$\vec{w} = (2 - 5n) \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{حيث} \quad \vec{s} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{4} \text{ كجم}$$

٩ حاول أن تحل

٦ قوة \vec{w} تؤثر على جسم ساكن كتلته $\frac{1}{3}$ كجم مبتدئاً حركته من نقطة ثابتة "و" على خط مستقيم، وكانت $\vec{w} = (1 - 4n) \vec{s}$ حيث \vec{s} سرعة الجسم عند n ثانية، أوجد عندما $n = 2$ ثانية، سرعة الجسم، وبعده عن و.

مثال

٧ يتحرك جسم متغير الكتلة، كتلته $k = 1 + 2n$ في خط مستقيم ثابت، وكان متجه إزاحته يُعطى بالعلاقة: $\vec{r} = (\frac{1}{3}n^2 + n) \vec{s}$ حيث \vec{s} متجه وحدة مواز للخط المستقيم. أوجد كمية حركة هذا الجسم واستنتج قانون القوة المؤثرة عليه.

الحل

$$k = 1 + 2n \quad \text{متجه السرعة} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{3}n^2 + n \right) \vec{s} = \frac{2}{3}n \vec{s} + \vec{s} = \left(\frac{2}{3}n + 1 \right) \vec{s}$$

$$\begin{aligned} \text{متجه كمية الحركة } \vec{K} &= \vec{K} \vec{E} \\ \vec{K} &= (1 + 2n)(1 + n) \vec{S} = (1 + 3n + 2n^2) \vec{S} \\ \text{من القانون الثاني لنيوتن نجد أن:} \\ \vec{F} &= \frac{d\vec{K}}{dt} = \frac{d}{dt} (1 + 3n + 2n^2) \vec{S} \\ &= (3 + 4n) \vec{S} \end{aligned}$$

أي أن القوة المؤثرة على الجسم تكون في اتجاه المتجه \vec{S} ويساوي مقدارها $(4n + 3)$

٦ حاول أن تحل

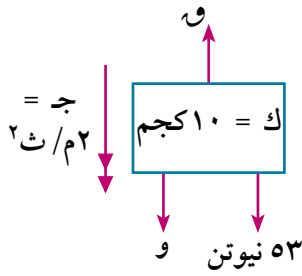
- ٧ كرة معدنية كتلتها ١٠٠ جم تحركت بسرعة منتظمة ١٠ م/ث وسط غبار يلتصق بسطحها بمعدل ثابت يساوي ٠,٦ جم في الثانية. أوجد كتلة الكرة والقوة بالدالين المؤثرة عليها عند أي لحظة.

تمارين ٢ - ٣

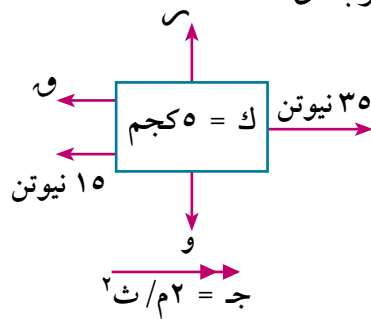
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة في كل مما يأتي:

- ١ جسم كتلته ٥ كجم يكون وزنه:
- أ) $\frac{25}{49}$ نيوتن. ب) ٥ نيوتن ج) ٤٩ نيوتن د) ٤٩ ث كجم
- ٢ جسم كتلته ٤ كجم يتحرك تحت تأثير القوة $\vec{F} = 3\vec{K} + 4\vec{S}$ ، حيث \vec{F} بالنيوتن، فإن مقدار عجلة الحركة بوحدة م/ث^٢:
- أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ٧
- ٣ جسم كتلته الوحدة يتحرك تحت تأثير القوة $\vec{F} = 5\vec{K}$ فإذا كان متجه سرعته $\vec{E} = (2\vec{B} + \vec{N}) \vec{K}$ ، فإن
- أ) ٠ ب) $\frac{5}{4}$ ج) $\frac{7}{4}$ د) ٥
- ٤ جسم كتلته ٨ كجم يتحرك رأسياً لأعلى بعجلة منتظمة جـ تحت تأثير قوة تعمل في اتجاه الحركة مقدارها ١٢ ت كجم. فإن جـ بوحدة م/ث^٢:
- أ) $\frac{1}{4}$ ب) $\frac{3}{4}$ ج) ٤,٩ د) ١٤,٧
- ٥ أطلقت رصاصة كتلتها ٧ جم أفقياً من فوهة مسدس بسرعة ٢٤٥ م/ث على حاجز رأسى من الخشب فغاصت فيه ١٢,٢٥ سم قبل أن تسكن. احسب مقاومة الخشب للرصاصة علماً بأنها تحركت بتقصير.
- أ) ١٧,١٥ نيوتن ب) ١٧٥ نيوتن ج) ١٧٥ ث كجم د) ١٧١٥ ث كجم
- ٦ إذا تحرك جسم كتلته $(2n + 3)$ كجم يتحرك في خط مستقيم، وكان متجه إزاحته كدالة في الزمن يُعطى بالعلاقة $\vec{F} = (\frac{3}{4}n^2 + 2n) \vec{K}$ ، ف مقاسه بالمتري، ن بالثانية فإن مقدار القوة المؤثرة عليه بالنيوتن هي:
- أ) $2n + 3$ ب) $12n + 3$ ج) $12n + 13$ د) $6n + 13$

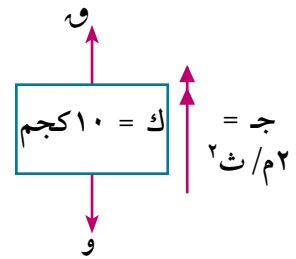
٧ في كل من الحالات الآتية، القوة \vec{F} تؤثر على الجسم الذي كتلته K كجم، وتكسبه عجلة حركة منتظمة موضحة بالشكل مقدارًا واتجاهًا، أوجد \vec{w}



شكل (٢٧)

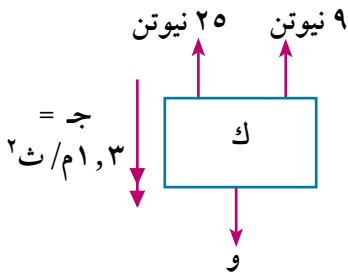


شكل (٢٨)

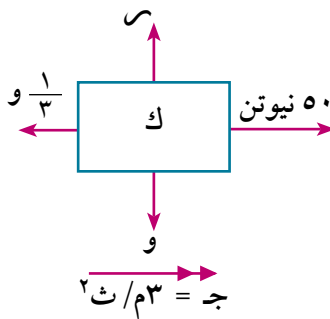


شكل (٢٩)

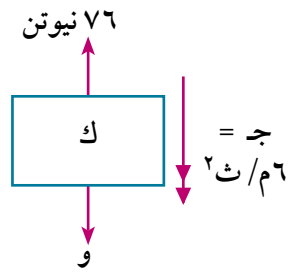
٨ في كل من الحالات الآتية القوة \vec{F} تؤثر على الجسم الذي كتلته K كجم، وتكسبه عجلة حركة منتظمة موضحة بالشكل مقدارًا واتجاهًا، أوجد \vec{w}



شكل (٣٠)

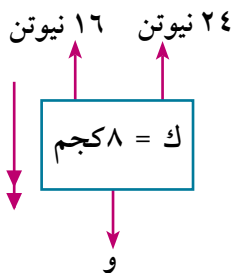


شكل (٣١)

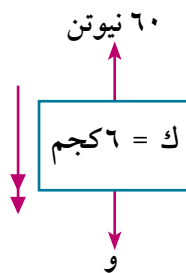


شكل (٣٢)

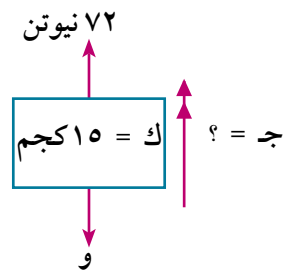
٩ في كل من الحالات الآتية، القوة \vec{F} تؤثر على الجسم الذي كتلته K كجم، وتكسبه عجلة منتظمة \vec{a} مقاسة بوحدتي $\text{م/ث}^٢$ ، أوجد \vec{w}



شكل (٣٣)



شكل (٣٤)



شكل (٣٥)

١٠ جسم كتلته ١٥٠ جم، أثرت عليه قوة مقدارها ٤٥٠٠ داین، أوجد العجلة الناتجة.

١١ كتلة مقدارها ٢٠ كجم موضوعة على مستوى أفقي أملس، أثرت عليها قوة أفقية مقدارها \vec{F} فحركتها بعجلة منتظمة مقدارها ٤٩ م/ث، أوجد \vec{F} .

١٢ سيارة ساكنة كتلتها ٩٠٤ طن، أثرت عليها قوة فأصبحت سرعتها ٢٧ كم/س خلال دقيقة واحدة، أوجد القوة التي أثرت على السيارة بثقل الكجم.

١٣) إذا كانت قوة آلة قاطرة تساوي ٢,٥ ث طن، وكانت كتلة القطار والقاطرة ٢٠٠ طن، وبدأ القطار يتحرك من السكون، أوجد سرعة القطار بعد نصف دقيقة.

١٤) أوجد قوة مقاومة الفرامل لحركة قطار مقدرته بثقل الكيلوجرام لكل طن من كتلته، إذا كانت سرعته ٧٢ كم/س وأوقفته الفرامل بعد أن قطع ٢٥٠ مترًا، أوجد الزمن اللازم لذلك.

١٥) دفع رجل سيارة ساكنة كتلتها ٩٨٠ كجم بقوة ثابتة، فأصبحت سرعتها ٤٥ سم/ث بعد ٥ ثوانٍ، أوجد بثقل الكيلوجرام القوة التي دفع بها الرجل السيارة إذا كانت المقاومة ٥٠ ث كجم.

١٦) أوجد القوة الأفقية التي تُشد بها قاطرة قطار كتلته ٢٤٥ طنًا لتزيد سرعته إلى ١٨ كم/س بعد أن قطع مسافة كيلومتر واحد على طريق أفقية إذا كانت قوة المقاومة ٤ ت كجم/طن.

١٧) أثرت قوة أفقية ثابتة مقدارها ١ ث طن على سيارة كتلتها ٤ أطنان تسير على طريق أفقي، فإذا بدأت السيارة حركتها من السكون وبلغت سرعتها ٤,٩ م/ث في ١٠ ثوانٍ، أوجد مقدار المقاومة التي أثرت على السيارة.

١٨) جسم كتلته ٢ كجم تؤثر عليه القوى $\vec{F}_1 = ٤ \vec{e}_1 + ٢ \vec{e}_2$ ، و $\vec{F}_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ حيث معيار \vec{e}_1 و \vec{e}_2 بالنيوتن، أوجب معيار \vec{F}

١٩) أثرت قوة \vec{F} على جسم كتلته ٥٠٠ جم، فأكسبته عجلة \vec{a} حيث $\vec{a} = ٥ \vec{e}_1 + ٢ \vec{e}_2$ فإذا كانت ج بوحدة م/ث^٢، فأوجد مقدار \vec{F} بوحدة نيوتن.

٢٠) أوجد متجه عجلة الحركة \vec{a} التي اكتسبها جسم كتلته ٢ كجم، إذا أثرت عليه القوى

$$\vec{F}_1 = ٢ \vec{e}_1 - ٣ \vec{e}_2 + ٤ \vec{e}_3، \vec{F}_2 = \vec{e}_1 + ٥ \vec{e}_2 + ٢ \vec{e}_3 \text{ إذا كانت } \vec{e}_1 \text{ بوحدة نيوتن.}$$

٢١) القوى $\vec{F}_1 = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ، و $\vec{F}_2 = ٢ \vec{e}_1 - ٣ \vec{e}_2 + ٤ \vec{e}_3$ أثرت على جسم كتلته ٢ كجم، فأكسبته عجلة $\vec{a} = ٤ \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ ، أوجد \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} ، إذا كانت \vec{e}_1 بوحدة نيوتن، ج بوحدة م/ث^٢.

٢٢) يتحرك جسم كتلته ٣ كجم بتأثير ثلاث قوى مستوية $\vec{F}_1 = ٢ \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3$ ، و $\vec{F}_2 = \vec{a} + \vec{e}_3$ ، و $\vec{F}_3 = \vec{e}_1 + ٢ \vec{e}_2 + ٣ \vec{e}_3$ حيث \vec{e}_1 ، \vec{e}_2 ، \vec{e}_3 متجهًا وحدة متعامدين في مستوى القوى، فإذا كان متجه الإزاحة يُعطى كدالة في الزمن بالعلاقة $\vec{r} = (١ + ٢) \vec{e}_1 + (٣ + ٢) \vec{e}_2 + (٥ - ٢) \vec{e}_3$ عين الثابتين \vec{a} ، \vec{b} .

٢٣) جسم كتلته $K = (٢ + ٥)$ كجم ومتجه موضعه $\vec{r} = (\frac{1}{٣} ٢ + ٥ - ٢) \vec{e}_1$ حيث متجه \vec{e}_1 وحدة ثابت، م مقاسة بالمتر، ن الزمن بالثانية. أوجد:

أولاً: متجهي السرعة والعجلة للجسم عند أي لحظة زمنية ن.

ثانيًا: مقدار القوة المؤثرة على الجسم عند $n = ١٠$ ثانية

- ٢٤) كرة معدنية كتلتها ١٥٠ جم تحركت بسرعة منتظمة ١٢ م/ث وسط غبار يلتصق بسطحها بمعدل ثابت ٥,٠ جم في الثانية. أوجد كتلة الكرة والقوة بالداين المؤثرة عليها عند أي لحظة زمنية ن.
- ٢٥) كرة معدنية كتلتها ١٠ جم تتحرك في خط مستقيم داخل وسط محمل بالغبار الذي يلتصق بسطحها بمعدل جرام واحد كل ثانية، فإذا كانت إزاحة هذه الكرة في نهاية فترة زمنية ن هي $F_k = (n^3 + 2n^2) \text{ سم}$ حيث \vec{s} متجه وحدة في اتجاه حركتها فأوجد القوة المؤثرة على الكرة عند أي لحظة ن واحسب معيارها عند ن = ٣ ثواني إذا علم أن معيار الإزاحة يقاس بالسنتيمتر.
- ٢٦) يتحرك جسم متغير الكتلة في خط مستقيم وكانت كتلته عند أي لحظة زمنية ن تساوي $K = (4n + 1)$ جرام وكان متجه إزاحته يعطى بالعلاقة $F_k = (n^2 + 2n) \text{ سم}$ حيث \vec{s} متجه وحدة ثابت مواز للخط المستقيم، ن الزمن بالثانية، ف المسافة بالسنتيمتر أوجد:
- ١ - متجه كمية الحركة لهذا الجسم، ٢ - معيار القوة المؤثرة على الجسم عندما ن = ٤.
- ٢٧) أثرت قوة $9 = 3n + 1$ على جسم، ساكن كتلته ٤ كجم مبتدئاً حركته من نقطة أصل "و" على خط مستقيم.
- أ) أوجد ع عندما ن = ٢ ثانية.
- ب) أوجد ف عندما ن = ٢ ثانية. ، علماً بأن 9 بوحدة نيوتن.
- ٢٨) أوجد أقل عجلة ينزلق بها رجل كتلته ٧٥ كيلوجراماً على جبل النجاة من الحريق إذا كان الجبل لا يتحمل شدة يزيد عن ٥٠ ثقل كيلوجرام، ثم أوجد سرعة الرجل بعد أن يهبط ٣٠ متراً، علماً بأن عجلة الحركة منتظمة.
- ٢٩) رصاصة كتلتها ٢٠ جراماً اصطدمت بحاجز ثابت من الخشب عندما كانت سرعتها ٧٠٠ متر/ ثانية، فغاصت فيه مسافة ٥ سم. احسب بثقل الكيلوجرام مقاومة الخشب بفرض أنها ثابتة.
- ٣٠) سقط جسم كتلته ٢ كجم من ارتفاع ١٠ أمتار نحو أرض رملية، فغاص فيها مسافة ٥ سم، احسب بثقل الكيلوجرام مقاومة الرمل بفرض ثبوتها.
- ٣١) قطار كتلته ٢٤٥ طنًا (بمافى ذلك القاطرة) يتحرك بعجلة منتظمة مقدارها ١٥ سم/ث^٢ على طريق مستقيم أفقى فإذا كانت مقاومة الهواء والاحتكاك ٧٥ ث. كجم لكل طن من كتلة القطار فأوجد بثقل الكيلو جرام قوة آلات القاطرة. وإذا انفصلت العربة الأخيرة وكتلتها ٤٩ طنًا بعد أن تحرك القطار من السكون لمدة ٩,٤ دقيقة فأوجد الزمن الذي تأخذه العربة المنفصلة حتى تقف.

القانون الثالث لنيوتن

الوحدة الثانية

٢ - ٤

Newton's Third law

عمل تعاوني



شكل (٣٦)

قم مع زميل لك بإحضار ميزان ضغط وضعه في أرضية مصعد، ثم قف على الميزان والمصعد ساكن، ودع زميلك يسجل قراءة الميزان لدى وقوفك على ميزان الضغط، واجعل المصعد يتحرك لأعلى وزميلك يسجل أى تغير يحدث في قراءة الميزان، ثم أوقف المصعد وسجل القراءة مرة أخرى، ثم اجعل المصعد يهبط لأسفل وزميلك يسجل قراءة الميزان عند حدوث أى تغير في القراءة، ثم كرر التجربة بالتبادل مع زميلك. سجل قراءة الميزان حال وقوف كل منكما على الميزان في كل مرحلة من مراحل سكون المصعد أو الحركة لأعلى أو الحركة لأسفل.

بماذا تفسر اختلاف قراءة الميزان في كل الحالات؟

تعلم

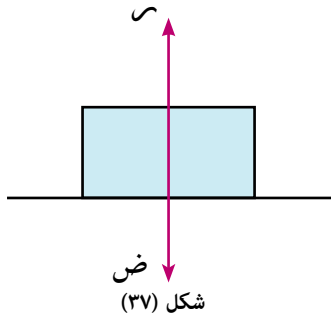


Newton's third law

١ - القانون الثالث لنيوتن:

لكل فعل رد فعل مساوٍ له في المقدار ومضاد له في الاتجاه.

pressure and reaction



شكل (٣٧)

عندما نضع جسمًا كتلته ك على مستوى أفقى ساكن، فإن الجسم يؤثر على المستوى بقوة ضغط تساوي في هذه الحالة وزن الجسم، وتنشأ عن ذلك قوة رد فعل للمستوى تؤثر على الجسم وهي تساوي تمامًا ضغط الجسم على المستوى والقوتان متضادتان في الاتجاه، ولكنهما متساويتان في المقدار تمامًا، ويتغير ضغط الجسم على المستوى كلما تحرك المستوى صعودًا أو هبوطًا، ويعرف الضغط في هذه الحالة بالوزن الظاهري.

حركة المصاعد: Lift motion

وتعتبر حركة المصاعد من أشهر تطبيقات الفعل ورد الفعل، عندما يقف شخص كتلته ك داخل مصعد كتلته ك فإن هناك مجموعة من القوى المؤثرة على كل منهما.



شكل (٣٨)

سوف تتعلم

- الضغط ورد الفعل.
- حركة المصاعد.

المصطلحات الأساسية

القانون الثالث لنيوتن

Newton's third law

الضغط pressure

رد الفعل reaction

حركة المصاعد lift motion

ميزان الزنبرك spring scale

ميزان الضغط pressure scale

ميزان معتاد balance

الأدوات المستخدمة

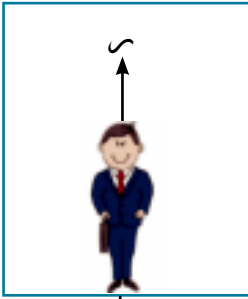
آلة حاسبة علمية.

ميزان معتاد

ميزان زنبركي

ميزان ضغط

the forces acting on the person inside the lift



شكل (٣٩)
ك ي

١ - وزن الشخص = ك ي (ويؤثر رأسياً لأسفل مهما كان اتجاه حركة المصعد)

٢ - رد فعل المصعد على الشخص = س
(ويؤثر رأسياً لأعلى مهما كان اتجاه حركة المصعد).

equation of the motion of the person

عندما يكون المصعد ساكناً أو متحركاً حركة منتظمة (سرعة ثابتة لأعلى أو لأسفل)

$$\text{فإن } ك ي = س$$

عند الحركة لأعلى بعجلة قدرها ج تكون معادلة حركة الشخص

عند الحركة لأسفل بعجلة قدرها ج تكون معادلة حركة الشخص

تفكير ناقد: ماذا نتوقع أن يكون رد فعل المصعد على الرجل إذا سقط المصعد بعجلة مساوية لعجلة الجاذبية؟

القوى المؤثرة على المصعد فقط والشخص بداخله (شكل ٤٠)

The forces acting on the lift



شكل (٤٠)
ش
ض

يؤثر على المصعد ثلاث قوى عندما يكون الشخص بداخله:

١ - وزن المصعد فقط = ك ي (ويؤثر رأسياً لأسفل مهما كان اتجاه حركة المصعد)

٢ - ضغط الشخص على أرضية المصعد = ض

(ويؤثر رأسياً لأسفل مهما كان اتجاه حركة المصعد)

٣ - الشد في الحبل الذي يحمل المصعد = ش

(ويؤثر رأسياً لأعلى مهما كان اتجاه حركة المصعد)

equation of the motion of the lift

معادلة حركة المصعد

عند الحركة لأعلى بعجلة قدرها ج تكون معادلة حركة المصعد

$$ك ي ج = ش - ض - ك ي$$

عند الحركة لأسفل بعجلة قدرها ج تكون معادلة حركة المصعد

$$ك ي ج = ش + ض - ك ي$$

القوى المؤثرة على المصعد والرجل معاً (شكل ٤١) the forces acting on the aysfem



شكل (٤١)
ك + ك ي

يؤثر على المصعد والرجل معاً قوتان:

١ - وزن المجموعة (الرجل والمصعد) = (ك + ك ي)

(ويؤثر رأسياً لأسفل مهما كان اتجاه حركة المصعد)

٢ - الشد في الحبل الذي يحمل المصعد = ش

(ويؤثر رأسياً لأعلى مهما كان اتجاه حركة المصعد)

ملحوظة:

ضغط الرجل على أرضية المصعد يساوي ويضاد رد فعل المصعد على الرجل

equation of the motion of the aysfem

معادلة حركة المجموعة:

عند الحركة لأعلى بعجلة قدرها ج تكون معادلة حركة المصعد $(ك + ك') ج = ش - (ك + ك') و$

عند الحركة لأسفل بعجلة قدرها ج تكون معادلة حركة المصعد $(ك + ك') ج = (ك + ك') و - ش$

Spring Scale



شكل (٤٢)

ميزان الزنبرك
عندما يعلق جسم كتلته ك في سلك ميزان زنبرك مثبت في سقف مصعد، فإن قراءة الميزان تعبر عن الشد الحادث في سلك الميزان.

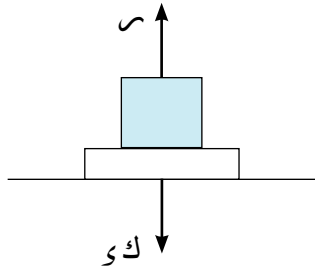
pressure (health) scale

ميزان الضغط

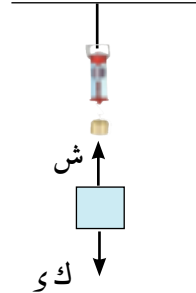
عندما يوضع جسم كتلته ك على ميزان ضغط مثبت في أرضية مصعد، فإن قراءة الميزان تعبر عن ضغط الجسم على الميزان.



شكل (٤٣)



شكل (٤٥)



شكل (٤٤)

١ - إذا كانت قراءة الميزان < الوزن الحقيقي $ش < ك و$ ، $س < ك و$

فإن المصعد يكون صاعداً لأعلى بعجلة تزايدية أو هابطاً لأسفل بعجلة تقصيرية.

٢ - إذا كانت قراءة الميزان > الوزن الحقيقي $ش > ك و$ ، $س > ك و$

فإن المصعد يكون هابطاً لأسفل بعجلة تزايدية أو صاعداً لأعلى بعجلة تقصيرية.

٣ - إذا كانت قراءة الميزان = الوزن الحقيقي $ش = ك و$ ، $س = ك و$

فإن المصعد يكون ساكناً أو متحركاً بسرعة منتظمة.

قراءة ميزان الضغط أو ميزان الزنبرك تسمى الوزن الظاهري.

للحظ أن

إذا تحرك مصعد لأعلى بعجلة منتظمة وتحرك لأسفل بالعجلة نفسها،

فإن قراءة الميزان حال الصعود + قراءة الميزان حال الهبوط = ضعف الوزن الحقيقي.

الميزان المعتاد ذى الكفتين *balance*

شكل (٤٦)

الميزان المعتاد ذى الكفتين هو الوحيد الذى يقيس الوزن الحقيقى فى كل الظروف والأجواء

مثال

١ رجل كتلته ٨٠ كجم يقف داخل مصعد، احسب بثقل الكيلوجرام ضغط الرجل على أرضية المصعد فى كل من الحالات الآتية:

- ١ - صاعدًا بعجلة منتظمة قدرها ٤٩ سم/ث^٢.
- ٢ - متحركًا بسرعة منتظمة قدرها ٨٠ سم/ث.
- ٣ - هابطًا بعجلة منتظمة قدرها ٩٨ سم/ث^٢.

الحل

ضغط الرجل على أرض المصعد يساوى فى المقدار رد فعل المصعد على الرجل

- ١ - المصعد يتحرك لأعلى بعجلة قدرها ٤٩ م/ث^٢.

$$\therefore \text{ك ج} = \text{س} - \text{ك د}$$

$$٩,٨ \times ٨٠ - \text{س} = ٠,٤٩ \times ٨٠$$

$$\therefore \text{س} = ٩,٨ \times ٨٠ + ٠,٤٩ \times ٨٠$$

$$\text{س} = ٨٢٣,٢ \text{ نيوتن} \quad \text{س} = ٨٤ \text{ ث كجم}$$

- ٢ - المصعد يتحرك بسرعة منتظمة.

$$\therefore \text{ك ج} = ٠$$

$$\therefore \text{س} = \text{ك د} \quad \text{س} = ٨٠ \text{ ث كجم}$$

- ٣ - المصعد يتحرك لأسفل بعجلة منتظمة قدرها ٩٨ م/ث^٢.

$$\text{ك ج} = \text{ك د} - \text{س}$$

$$٠,٩٨ \times ٨٠ = ٩,٨ \times ٨٠ - \text{س}$$

$$\text{س} = ٩,٨ \times ٨٠ - ٠,٩٨ \times ٨٠$$

$$\text{س} = ٧٢ \text{ كجم}$$

$$\text{س} = ٧٠٥,٦ \text{ نيوتن}$$

٤ حاول أن تحل

١ شخص كتلته ٦٠ كجم يقف داخل مصعد، احسب بثقل الكيلوجرام ضغط الرجل على أرضية المصعد فى كل من الحالات الآتية:

- ١ - إذا كان المصعد ساكنًا.

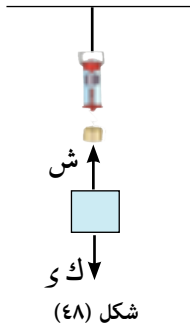
- ٢ - المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم/ث^٢.

- ٣ - المصعد يتحرك لأسفل بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم/ث^٢.

مثال

٢ علق جسم بواسطة خيط في ميزان زبركي مثبت في سقف مصعد يتحرك رأسياً، فإذا كان مقدار الشد في الخيط أثناء الصعود بعجلة تزايدية قدرها $2,45$ م/ث^٢ يساوي 50 ث كجم. أوجد كتلة الجسم، وإذا هبط المصعد بالعجلة نفسها فما مقدار الشد في الخيط؟

الحل



ك = 40 كيلو جرام

أولاً: المصعد يتحرك لأعلى بعجلة $2,45$ م/ث^٢

معادلة الحركة: ك ج - ش = ك ي

$$9,8 \times ك - 9,8 \times 50 = 2,45 \times ك$$

$$ك (9,8 + 2,45) = 9,8 \times 50$$

ثانياً: المصعد يتحرك لأسفل بعجلة $2,45$ م/ث^٢.

معادلة الحركة: ك ج - ش = ك ي

$$2,45 \times 40 = ش - 9,8 \times 40$$

$$ش = 40 (2,45 - 9,8)$$

$$ش = 30 \text{ ث كجم}$$

$$ش = 294 \text{ نيوتن}$$

٦ حاول أن تحل

٢ جسم وزنه الحقيقي 240 ث جم معلق في سلك ميزان زبركي مثبت في سقف مصعد، ووزنه الظاهري 276 ث جم كما يعينه الميزان الزبركي، بين أن عجلة الحركة للمصعد لها قيمتان، فأوجدتهما وعين اتجاه الحركة.

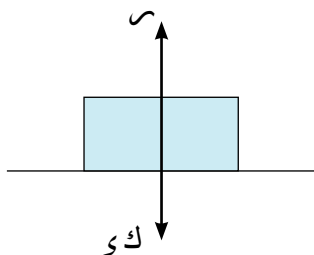
مثال

٣ مصعد يتحرك رأسياً لأعلى بعجلة منتظمة قدرها 140 سم/ث^٢.

يقف رجل بداخل المصعد، وكان ضغطه على أرضية المصعد يساوي 72 ث كجم.

احسب كتلة هذا الرجل، ثم أوجد مقدار ضغطه على أرضية المصعد حال هبوطه بنفس العجلة.

الحل



شكل (٤٩)

أولاً: المصعد يتحرك لأعلى بعجلة ج = $1,4$ م/ث^٢.

معادلة الحركة: ك ج = س - ك ي

$$9,8 \times ك - 9,8 \times 72 = 1,4 \times ك$$

$$\therefore ك = 63 \text{ كجم}$$

ثانياً: المصعد يتحرك لأسفل بعجلة ج = $1,4$ م/ث^٢.

معادلة الحركة: ك ج = س - ك ي

$$63 \times 1,4 = س - 9,8 \times 63$$

$$س = 63 (1,4 - 9,8) = 529,2 \text{ نيوتن}$$

$$س = 54 \text{ ث كجم}$$

٤٦ حاول أن تحل

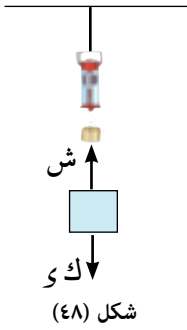
٣ رجل كتلته ٧٠ كجم يقف على أرضية مصعد كهربى كتلته ٤٢٠ كجم فإذا تحرك المصعد رأسياً لأعلى بعجلة مقدارها ٧٠ سم/ث^٢.

أوجد بثقل الكجم مقدار كل من الشد في الحبل الذى يحمل المصعد وضغط الرجل على أرضية المصعد.

مثال

٤ جسم معلق فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد، لوحظ عند تحرك المصعد إلى أعلى بعجلة جـ م/ث^٢، أن قراءة الميزان ٨ ث كجم وعندما تحرك المصعد إلى أسفل بعجلة ٢ جـ م/ث^٢ كانت قراءة الميزان ٥ ث كجم. احسب قيمة جـ، وإذا كان الحبل الصلب الذى يحمل المصعد لا يتحمل شداً أكثر من ١,٢ ث طن، فأوجد أقصى حمولة يمكن أن يحملها المصعد وهو صاعد بالعجلة جـ علماً بأن كتلة المصعد وهو فارغ تساوى ٦٠٠ كجم.

الحل



أولاً: المصعد يتحرك لأعلى بعجلة جـ

معادلة الحركة: كـ جـ = ش - كـ و

$$كـ جـ = ٩,٨ \times ٨ - ٩,٨ \times كـ$$

$$كـ جـ = ٩,٨ \times (كـ - ٨) \quad (١)$$

ثانياً: المصعد يتحرك لأسفل بعجلة ٢ جـ

معادلة الحركة كـ جـ = ش - كـ و

$$٢ كـ جـ = ٩,٨ \times ٥ - ٩,٨ \times كـ$$

$$٢ كـ جـ = ٩,٨ \times (٥ - كـ) \quad (٢)$$

من (١)، (٢) نجد أن

$$\frac{٢ كـ جـ}{كـ جـ} = \frac{٩,٨ \times (٥ - كـ)}{٩,٨ \times (كـ - ٨)}$$

$$\frac{٥ - كـ}{كـ - ٨} = \frac{٢}{١}$$

$$كـ - ١٦ = ٥ - ٢ كـ \quad ٣ كـ = ٢١$$

$$\therefore كـ = ٧ \text{ كجم}$$

من (١) نجد أن

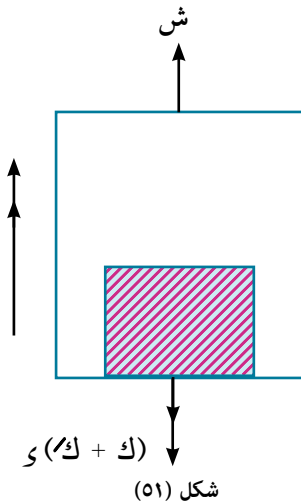
$$٧ = جـ ٩,٨$$

$$جـ = ١,٤ \text{ م/ث}^٢$$

ثالثاً:

نفترض أن أقصى حمولة يمكن أن توضع فى المصعد كتلتها كـ كجم عندئذ يكون الشد فى الحبل الذى يحمل المصعد يساوى ١٢٠٠ ث كجم

معادلة الحركة: (كـ + كـ و) جـ = ش - (كـ + كـ و)



$$\therefore 9,8 \times (600 + ك) - 9,8 \times 1200 = 1,4 \times (600 + ك)$$

$$\therefore 9,8 \times 1200 = 11,4 \times (600 + ك)$$

$$ك + 600 = 1050 \quad ك = 450 \text{ كجم}$$

٦ حاول أن تحل

- ٤ علق جسم في ميزان زنبركي مثبت في سقف مصعد، فسجل القراءة ١٧ ث كجم، عندما كان المصعد صاعداً بعجلة منتظمة ١,٥ ج م/ث^٢، وسجل القراءة ١٦ ث كجم عندما كان المصعد هابطاً بتقصير منتظم مقداره ج م/ث^٢، أوجد كتلة الجسم ومقدار جـ.

تمارين ٢ - ٤

أكمل كلاً مما يأتي:

- ١ جسم كتلته ٧٠ كجم موضوع على ميزان ضغط على أرضية مصعد متحرك بعجلة منتظمة ١,٤ م/ث^٢ للأسفل، فإن قراءة الميزان ث كجم.
- ٢ علق جسم في خطاف ميزان زنبركي معلق في سقف مصعد فسجل القراءة ٣٩٠ ث جم عندما كان صاعداً للأعلى:
إذا كانت عجلة الحركة - ٧٠ سم/ث^٢، فإن كتلة الجسم جم.
إذا كانت كتلة الجسم ٣٥٠ جم، فإن عجلة الحركة سم/ث^٢.
- ٣ شخص يقف على ميزان ضغط مثبت في أرضية مصعد، فسجل الميزان القراءة ٧٥ ث كجم، عندما كان متحركاً للأعلى بعجلة ج م/ث^٢، وسجل القراءة ٦٩ ث كجم عندما كان متحركاً للأسفل بالعجلة نفسها، فإن وزن الشخص الحقيقي ث كجم.
- ٤ يقف طفل على ميزان ضغط داخل مصعد متحرك للأسفل بعجلة ١,٤ م/ث^٢.
إذا كانت قراءة الميزان ٣٠ ث كجم، فإن وزن الطفل = ث كجم
إذا كان وزن الطفل ٤٩ ث كجم، فإن قراءة الميزان ث كجم
- أجب عن الأسئلة الآتية:

- ٥ يقف شخص كتلته ٨٠ كجم على ميزان ضغط مثبت في أرضية مصعد، أوجد قراءة الميزان في كل من الحالات الآتية:
- أ المصعد يتحرك بسرعة منتظمة.
- ب المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تقصيرية مقدارها ١,٤٤ سم/ث^٢.
- ج المصعد يتحرك للأسفل بعجلة تزايدية مقدارها ٤,٢٩ سم/ث^٢.

- ٦ جسم كتلته ك، معلق فى سلك ميزان زبركى مثبت فى سقف مصعد، أوجد ك فى كل من الحالات الآتية:
- أ المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تزايدية قدرها ٩٨ سم/ث^٢، قراءة الميزان ٤٤ ث جم
- ب المصعد يتحرك لأسفل بعجلة تزايدية قدرها ١٤٠ سم/ث^٢، قراءة الميزان ٢١٠ ث جم.
- ج المصعد ساكن وقراءة الميزان ١٠٠ ث جم.
- ٧ مصعد كهربائى يتحرك رأسياً لأعلى حركة تقصيرية بعجلة منتظمة مقدارها ج م/ث^٢، مثبت فى سقفه ميزان زبركى يحمل جسمًا كتلته ٣٥ كجم، فإذا كان الوزن الظاهرى الذى يبينه الميزان قدره ٣٠ ث كجم، فأوجد قيمة ج.
- ٨ وُضع جسم على ميزان ضغط مثبت فى أرضية مصعد، فسجل القراءة ١٤ ث كجم، عندما كان المصعد ساكنًا. أوجد بثقل الكجم قراءة الميزان عندما يتحرك رأسياً لأعلى بعجلة منتظمة قدرها ٧٠ سم/ث^٢.
- ٩ جسم كتلته ٩٤,٥ كجم وضع فى صندوق كتلته ٥٢,٥ كجم، ثم رفع رأسياً إلى أعلى بواسطة حبل متحرك بعجلة قدرها ١,٤ م/ث^٢، أوجد مقدار ضغط الجسم على قاعدة الصندوق، ومقدار الشد فى الحبل الذى يحمل الصندوق، وإذا قُطع الحبل، فأوجد ضغط الجسم على قاعدة الصندوق عندئذ
- ١٠ مصعد كهربى وزنه ٣٥٠ ث كجم يهبط رأسياً إلى أسفل بعجلة تقصيرية مقدارها ٤٩ سم/ث^٢ وبه رجل وزنه ٧٠ ث كجم. أوجد مقدار كل من ضغط الرجل على أرضية المصعد والشد فى الحبل الذى يحمل المصعد بثقل الكجم.
- ١١ علق جسم فى ميزان زبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل الميزان القراءة ٧ ث كجم عندما كان المصعد ساكنًا ثم سجل القراءة ٨ ث كجم عندما تحرك المصعد رأسياً بعجلة منتظمة. أوجد مقدار واتجاه العجلة التى يتحرك بها المصعد.
- ١٢ عُلِقَ جسم فى ميزان زبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل القراءة ١٦ ث جم، عندما كان المصعد صاعدًا بعجلة مقدارها ج سم/ث^٢، وسجل القراءة ١١ ث جم عندما كان المصعد هابطًا بعجلة مقدارها ١,٥ ج سم/ث^٢. أوجد كتلة الجسم والعجلة ج، واحسب أيضًا قراءة الميزان عندما يكون المصعد هابطًا بتقصير منتظم قدره $\frac{1}{3}$ ج سم/ث^٢.

حركة جسم على مستوى مائل أملس

الوحدة الثانية

٥ - ٢

Motion of a body on a smooth inclined plane

سوف نتعلم

حركة جسم على مستوى مائل

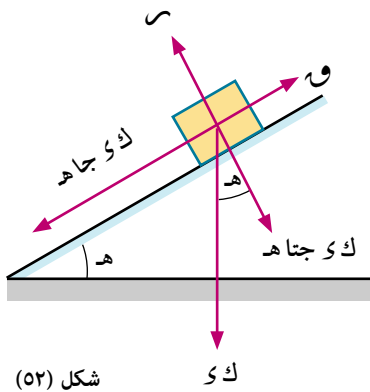
فكر و ناقش



إذا وُضع جسم كتلته K كجسم على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها h ، وأثرت عليه قوة مقدارها W نيوتن في اتجاه خط أكبر ميل لأعلى المستوى، فحدد اتجاه حركة الجسم وعلى ما يتوقف اتجاه الحركة؟

حركة جسم على مستوى مائل أملس

إذا فرضنا أن جسمًا كتلته K يتحرك على مستوى مائل يميل على الأفقى بزاوية قياسها h تحت تأثير قوة مقدارها W تعمل في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى إلى أعلى فإننا نلاحظ أن الجسم يكون واقعا تحت تأثير القوى الثلاث الآتية:



شكل (٥٢)

١ - القوة المعلومة وتؤثر في اتجاه خط أكبر

ميل للمستوى إلى أعلى ومقدارها W .

٢ - وزن الجسم ويؤثر رأسيًا إلى أسفل ومقداره K .

٣ - رد فعل المستوى ويؤثر في اتجاه عمودي على المستوى إلى أعلى ومقداره S

وبتحليل الوزن إلى مركبتين إحدهما في اتجاه المستوى لأسفل والأخرى في الاتجاه العمودي عليه.

المركبة في اتجاه المستوى = $K \sin h$

المركبة في الاتجاه العمودي على المستوى = $K \cos h$

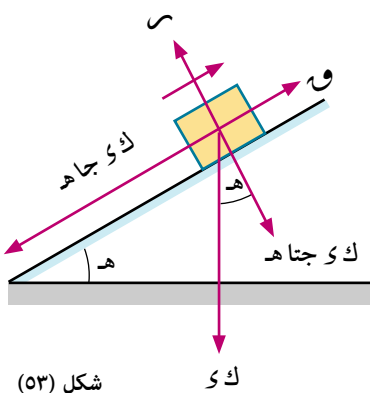
وتكون لدينا ثلاث حالات تعتمد على المقارنة بين W ، $K \sin h$ بنفس الوحدة.

الحالة الأولى: إذا كانت $W < K \sin h$

فإن الجسم يتحرك بعجلة منتظمة ج لأعلى المستوى، وتكون معادلة حركته

$K \sin h = W - K \sin h$

وإذا أبطل عمل القوة W بعد مرور زمن t من بداية الحركة فإن الجسم يتحرك لأعلى المستوى (نفس اتجاهه السابق) ولكن بعجلة تقصيرية ج' حيث $ج' = -K \sin h$



شكل (٥٣)

المصطلحات الأساسية

مستوى مائل inclined plane

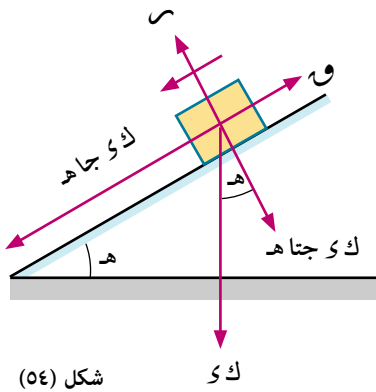
مستوى أملس Smooth plane

Smooth plane

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية

ويصل الجسم حتمًا إلى سكون لحظي ثم يغير اتجاه حركته لأسفل المستوى بعجلة تزايدية قدرها $g \sin \theta$.



شكل (٥٤)

الحالة الثانية: إذا كانت $v > 0$ و $K > 0$ و $g \sin \theta < 0$ فإن الجسم يتحرك بعجلة منتظمة جـ لأسفل المستوى، وتكون معادلة حركته

$$K - g \sin \theta = a$$

الحالة الثالثة: إذا كانت $v = 0$ و $K = 0$ و $g \sin \theta > 0$ فإن الجسم يظل محتفظًا بحالة السكون على المستوى، أما إذا أكسب الجسم

سرعة منتظمة v في اتجاه المستوى لأعلى أو لأسفل فإن الجسم يتحرك على المستوى في اتجاه v بسرعة منتظمة طبقًا للقانون الأول لنيوتن.

مثال

١ جسم كتلته ١٢ كجم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° ، أثرت قوة مقدارها ٨٨,٨ نيوتن في اتجاه خط أكبر ميل لأعلى المستوى، أوجد سرعة هذا الجسم بعد ١٤ ثانية من بدء الحركة، إذا أوقفت القوة المؤثرة على الجسم عند هذه اللحظة، أوجد المسافة التي يتحركها الجسم على المستوى بعد ذلك حتى يسكن

الحل

$$v = 0 \quad W = 88,8 \text{ نيوتن}$$

$$v = 0 \quad K = 9,8 \times 12 = \frac{1}{3}$$

$$W = 58,8 \text{ نيوتن}$$

$$v < 0 \quad K > 0$$

∴ الجسم يتحرك لأعلى المستوى بعجلة منتظمة جـ

معادلة الحركة:

$$K - W = a$$

$$12 - 88,8 = a$$

$$a = -2,5 \text{ م/ث}^2$$

$$v = 0 = a \cdot t + v_0 \Rightarrow 0 = -2,5 \cdot 14 + v_0 \Rightarrow v_0 = 35 \text{ م/ث}$$

بعد إيقاف تأثير القوة يتحرك الجسم في نفس اتجاهه السابق بتقصير منتظم جـ

معادلة الحركة:

$$K - W = a$$

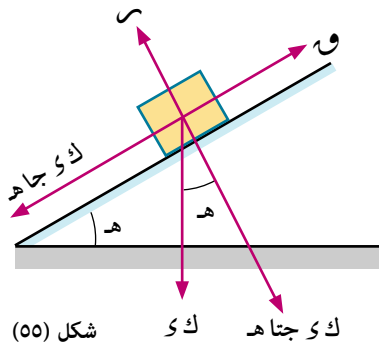
$$K - W = a \Rightarrow -9,8 = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = 4,9 \text{ م/ث}^2$$

يقطع الجسم مسافة s حتى يصل لسكون لحظي حيث

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

$$0 = 35^2 + 2(-4,9)s$$

$$s = 125 \text{ متر}$$



شكل (٥٥)

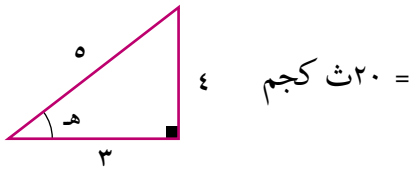
٩ حاول أن تحل

- ١ جسم كتلته ٣٢,٥ كجم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ، حيث جناهـ = $\frac{١٢}{١٣}$ ، أثرت عليه قوة مقدارها ٨٣,٥ نيوتن في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى، أوجد مقدار واتجاه عجلة الحركة، ثم أوجد سرعة الجسم بعد ٨ ثواني من بدء الحركة.

مثال

- ٢ وُضع جسم كتلته ٢٥ كجم على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ، حيث ظاهـ = $\frac{٤}{٣}$ ، أثرت عليه قوة أفقية نحو المستوى مقدارها ٣٠ ث كجم، ويقع خط عملها في المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل للمستوى. أوجد العجلة الناشئة ومقدار قوة رد فعل المستوى.

الحل



$$١٨ \text{ ث كجم} = \frac{٣}{٥} \times ٣٠ \text{ و جناه} = \frac{٤}{٥} \times ٢٥ = ٢٠ \text{ ث كجم} \quad \text{هـ}$$

$$\therefore \text{و جناه} > \text{و جناه}$$

∴ الجسم يتحرك لأسفل المستوى بعجلة منتظمة جـ حيث

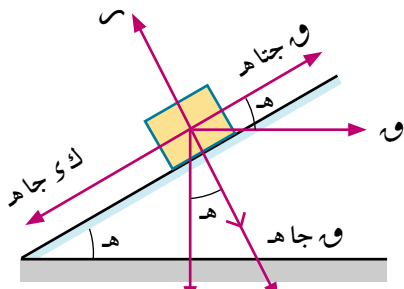
$$\text{ك ج} = \text{ك و جناه} - \text{و جناه}$$

$$٢٥ \text{ ج} = ٩,٨ \times (١٨ - ٢٠)$$

$$\text{ج} = \frac{٩٨}{١٢٥} \text{ م/ث}^٢$$

$$\text{س} = \text{و جناه} + \text{ك و جناه}$$

$$= \frac{٣}{٥} \times ٢٥ + \frac{٤}{٥} \times ٣٠ = ٣٩ \text{ ث كجم}$$



شكل (٥٦) ك و جناه ك و جناه

٩ حاول أن تحل

- ٢ يتحرك جسم كتلته ٢ كجم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية ٦٠° تحت تأثير قوة مقدارها ١ ث كجم موجهة نحو المستوى، وتصنع مع الأفقى زاوية قياسها ٣٠° لأعلى، أوجد مقدار قوة رد فعل المستوى على الجسم، وكذلك عجلة الحركة.

مثال

- ٣ يتحرك جسم كتلته ٣٠ كجم إلى أعلى مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° تحت تأثير قوة مقدارها ١٠ نيوتن في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى، أوجد العجلة التي يتحرك بها هذا الجسم على نفس المستوى تحت تأثير قوة مقدارها $\frac{١}{٣}$ وتؤثر في اتجاه خط أكبر ميل لأعلى.

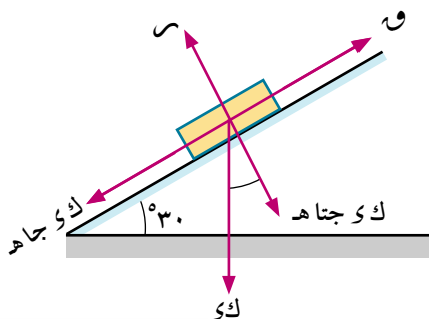
الحل

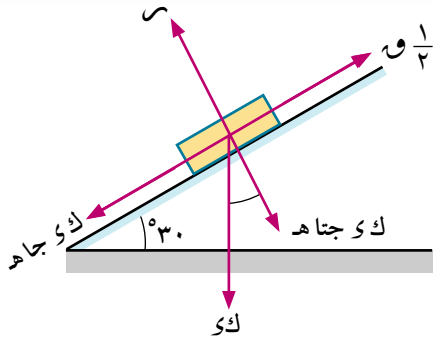
معادلة الحركة في الحالة الأولى

$$\text{ك ج} = \text{و} - \text{ك و جناه}$$

$$\therefore ١٠ - ١,٥ \times ٣٠ = ٩,٨ \times \frac{١}{٣}$$

$$\text{ومنها} \text{و} = ١٩٢ \text{ نيوتن}$$





معادلة الحركة في الحالة الثانية

$$ك ج١ = و١ - ك١ ج١$$

$$\therefore ٣٠ ج١ = ٩٦ - ٩,٨ \times ٣٠ \times \frac{١}{٣}$$

$$\therefore ١,٧ = ١/٣ م/ث^٢$$

٤ حاول أن تحل

٣

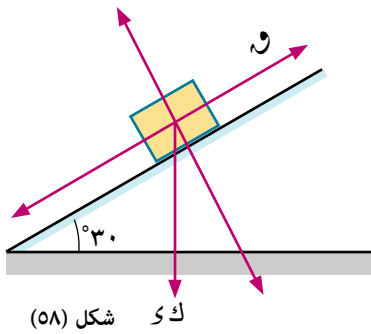
يتحرك جسم كتلته ٢٠٠ كجم اعلى مستوى مائل املس يميل

على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° تحت تأثير قوة مقدارها نيوتن

في اتجاه خط اكبر ميل لأعلى بعجلة مقدارها ٢ م/ث^٢ وإذا نقصت هذه القوة إلى النصف فإن الجسم يتحرك

لأسفل المستوى بعجلة مقدارها ٤٥ م/ث^٢ أوجد مقدار و١ .

تمارين ٢ - ٥



شكل (٥٨) ك١

أكمل كلاً مما يأتي:

١ في الشكل المرسوم: الجسم الموضوع على المستوى الأملس كتلته

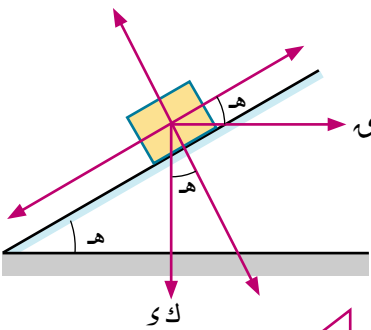
٢ كجم، بدأ حركته من السكون تحت تأثير القوة و التي مقدارها ١,٥

ث كجم

أ عجلة الحركة = م/ث^٢ واتجاهها

ب سرعة الجسم بعد ٤ ثوانٍ من بدء الحركة

ج رد فعل المستوى = ث كجم.



شكل (٥٩)

٢ في الشكل المرسوم: الجسم الموضوع على المستوى الأملس كتلته

ك = ١٢ كجم، بدأ حركته من السكون تحت تأثير القوة و التي

مقدارها ٨ ث كجم.

أ عجلة الحركة = م/ث، واتجاهها

ب المسافة التي يقطعها الجسم على المستوى في ٣ ثوانٍ من بدء

الحركة متر

ج رد فعل المستوى = ث كجم

اختر من بين الإجابات الإجابة الصحيحة :

٣ يسير راكب دراجة كتلته هو والدراجة ٨٥ كجم بعجلة منتظمة مقدارها

٥ م/ث^٢ فإن القوة التي يستخدمها لاحداث هذه العجلة هي :

أ ٤٢,٥ /ث كجم ب ٤٢,٥ نيوتن

ج ١٧٠ ث كجم د ١٧٠ نيوتن.

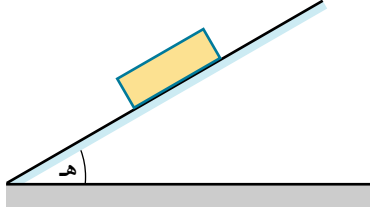


٤ تسير سيارة على طريق مهممل المقاومات بعجلة مقدارها $١,٤٧$ م/ث^٢ فإذا كانت قوة المحرك ١٥٠ ث كجم فإن كتلة السيارة تساوى :



- أ ١٠٢ كجم
ب ١٠٠ كجم
ج ١٠٠٠ كجم
د ٢٢٠,٥ كجم

٥ إذا تحرك جسم على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٥ تحت تأثير وزنه فقط فإن عجلته تساوى :



- أ ٥
ب وجتا هـ
ج وجاه
د صفر.

٦ إذا تحرك جسم على مستوى مائل أملس تحت تأثير وزنه فقط فإن عجلته تتوقف على :

- أ كتلته
ب وزنه
ج زاوية ميل المستوى
د رد فعل المستوى.

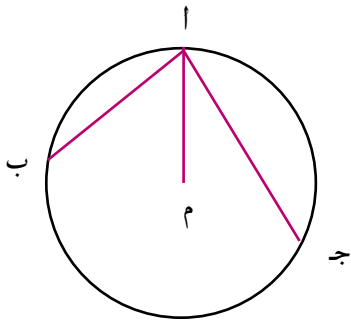
أجب عن الأسئلة الآتية:

٧ وُضع جسم كتلته ١٠ كجم على مستوى أملس، يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٣}{٥}$ ، أثرت قوة مقدارها ٨٠ نيوتن فى اتجاه خط أكبر ميل إلى أعلى. أوجد مقدار واتجاه العجلة الناشئة ومقدار رد الفعل العمودي.

٨ وضع جسم كتلته ١ كجم على مستوى أملس، يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ، أثرت عليه قوة مقدارها ١٠ نيوتن فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى، أوجد عجلة الحركة ورد فعل المستوى على الجسم.

٩ وضع جسم كتلته ١٦ كجم على مستوى أملس، يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥° ، أثرت قوة أفقية نحو المستوى ومقدارها ٢٤ نيوتن، ويقع خط عملها فى المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل للمستوى، أوجد مقدار عجلة الحركة ورد فعل المستوى.

١٠ تفكير ابداعي :



فى الشكل المقابل : \overline{AM} نصف قطر رأسى AB ، \overline{AJ} وتران يمثلان طريقتين أملسين فى الدائرة حيث $AB < AJ$ فوصلت B بعد زمن ١ والأخرى على الوتر \overline{AJ} فوصلت J بعد زمن ٢ أوجد قيمة النسبة $١:٢$.

سوف تتعلم

➤ الحركة على مستوى خشن.

المصطلحات الأساسية

➤ مستوى خشن Rough plane

➤ احتكاك ديناميكي

Kinetic friction

➤ احتكاك استاتيكي

static friction

الأدوات المستخدمة

➤ آلة حاسبة علمية.

➤ برامج رسومية للحاسب.

مقدمة:

علمت من دراستك السابقة لدرس الاحتكاك أنه عند محاولة تحريك جسم على مستوى خشن تظهر قوة الاحتكاك كقوة مقاومة، تعمل في اتجاه مضاد للاتجاه الذي يميل الجسم إلى الحركة فيه، وتظل مساوية تمامًا للقوة المماسية التي تعمل على تحريك الجسم، وكلما ازدادت القوة المماسية التي تعمل على تحريك الجسم تزداد قوة الاحتكاك حتى تظل مساوية لها، إلى أن تصل إلى حد لا تتعدها، وتصل إلى أقصى قيمة لها وعندئذ يصبح الجسم على وشك الحركة، فإذا ازدادت القوة المماسية التي تعمل على تحريك الجسم، واستطاعت تحريك الجسم تغيرت قوة الاحتكاك عندئذ، ونقصت قيمتها حال حركة الجسم، وتسمى قوة الاحتكاك عندئذ بالاحتكاك الحركي، ويكون معامل الاحتكاك في هذه الحالة هو معامل الاحتكاك الحركي.

تعلم



Motion on a rough plane

الحركة على مستوى خشن

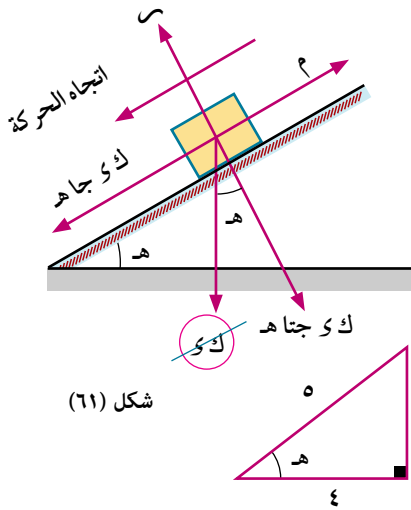
إذا كان الجسم متزنًا على مستوى خشن تحت تأثير قوة تعمل على تحريكه فإن قوة الاحتكاك هي قوة الاحتكاك السكوني، ومعامل الاحتكاك في هذه الحالة هو معامل الاحتكاك السكوني μ_s ، أما إذا تحرك الجسم على مستوى خشن، فإن قوة الاحتكاك عندئذ هي قوة الاحتكاك الحركي ومعامل الاحتكاك عندئذ هو معامل الاحتكاك الحركي μ_k .

مثال



١) مستوى مائل خشن طوله ٢٥٠ سم، وارتفاعه ١٥٠ سم، وُضع عليه جسم في حالة سكون فانزلق الجسم إلى أسفل المستوى، وكانت عجلة الحركة تساوي ١٩٦ سم/ث^٢، أوجد معامل الاحتكاك الحركي، ثم أوجد سرعة الجسم بعد أن يقطع ٢٠٠ سم على المستوى.

الحل



شكل (٦١)

$$\begin{aligned}
 & \text{س} = \text{ك} \sin 30 = \frac{\text{ك}}{2} \\
 & \therefore \text{الجسم يتحرك لأسفل بعجلة منتظمة} \\
 & \text{ك ج} = \text{ك} \cos 30 - \text{م ك س} \\
 & 196 \text{ ك} = \frac{3}{5} \text{ ك} - \text{م ك} \times \frac{\text{ك}}{5} \\
 & 196 = \frac{3}{5} - \text{م ك} \times \frac{1}{5} \\
 & \therefore \text{م ك} = \frac{1}{2} \\
 & \therefore \text{ع} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \text{ ج ف} \\
 & \text{ع} = \frac{2}{5} \times 196 \times 2 + 0 = 280 \\
 & \therefore \text{ع} = 280 \text{ سم/ث}
 \end{aligned}$$

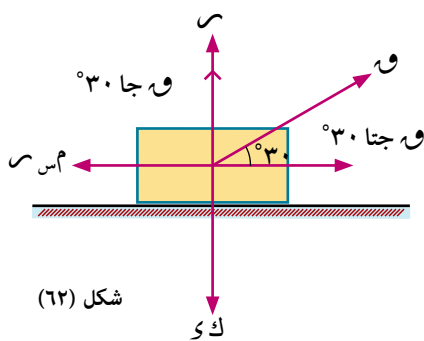
٦ حاول أن تحل

١ تنقل الصناديق في أحد المصانع بانزلاقها على مستوى مائل طوله ١٥ مترًا، وارتفاعه ٩ أمتار، أوجد سرعة الصندوق الذي بدأ حركته من السكون عند قمة المستوى، وذلك عند قاعدة المستوى إذا كان المستوى خشنًا، ومعامل الاحتكاك الحركي يساوي $\frac{1}{4}$.

مثال

٢ جسم كتلته ١٢ كجم، موضوع على مستوى أفقي خشن، معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى يساوي $\frac{3}{4}$ بينما معامل الاحتكاك الحركي يساوي $\frac{3}{4}$ احسب القوة التي تجعل الجسم على وشك الحركة، ثم أوجد القوة التي تجعله يتحرك بعجلة قدرها $\frac{49}{3}$ م/ث^٢ إذا كانت القوة تميل على الأفقي بزاوية قياسها 30° .

الحل



شكل (٦٢)

أولاً: القوة تجعل الجسم على وشك الحركة

$$\begin{aligned}
 & \text{س} = \text{و ج} 30 + \text{و} \\
 & \text{س} = (12 - \frac{1}{4} \text{و}) \text{ ث كجم} \\
 & \therefore \text{و ج} 30 = \text{م س} \\
 & \therefore \frac{3}{4} \text{و} = \text{م س} \\
 & \frac{3}{4} \text{و} = 24 - \text{و} \\
 & \text{و} = 24 \\
 & \text{و} = 6 \text{ ث كجم}
 \end{aligned}$$

ثانيًا: القوة تحرك الجسم بعجلة قدرها $\frac{3\sqrt{49}}{2}$ م/ث^٢

$$\therefore \text{س} = \text{ك} - \text{و} \quad \text{و جا } 30 \text{ أى أن } \text{س} = (12 \times 9,8 - \frac{1}{4} - \text{و}) \text{ نيوتن}$$

$$\therefore \text{ك} = \text{ج} = \text{و} \text{ جتا } 30 - \text{م} \text{ك} \text{ س}$$

$$12 \times \frac{3\sqrt{49}}{2} = \frac{3\sqrt{49}}{2} \times \text{و} - \frac{3\sqrt{49}}{2} \times \text{و} + \frac{3\sqrt{49}}{4} - 9,8 \times 12 - \frac{1}{4} - \text{و}$$

$$12 \times \frac{3\sqrt{49}}{2} = \frac{3\sqrt{49}}{2} \times \text{و} - \frac{3\sqrt{49}}{4} - 9,8 \times 3\sqrt{49}$$

$$\text{و} = 94,08 \text{ نيوتن}$$

٤ حاول أن تحل

١ في المثال السابق احسب مقدار القوة و إذا كانت القوة المؤثرة على الجسم أفقية.

مثال

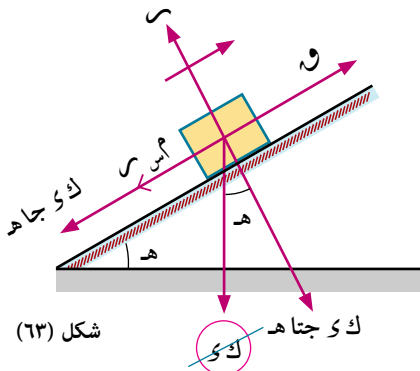
٣ جسم وزنه ٨٠٠ نيوتن، موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٥°، وكان معامل الاحتكاك السكوني بين الجسم والمستوى يساوى ٠,٣٥، ومعامل الاحتكاك الحركي يساوى ٠,٢٥، أوجد القوة ق فى كل من الحالات الآتية:

أ و تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى.

ب و أقل قوة تحرك الجسم لأعلى المستوى.

ج و تمنع الجسم من الانزلاق.

حيث و تؤثر فى اتجاه خط أكبر ميل لأعلى المستوى.



شكل (٦٣)

الحل

أ \therefore الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى

$$\text{س} = \text{ك} - \text{ج} \text{ تاه}$$

$$\text{و} = \text{م} \text{س} + \text{ك} - \text{ج} \text{ تاه}$$

$$= 0,35 \times \text{ك} - \text{ج} \text{ تاه} + \text{ك} - \text{ج} \text{ تاه}$$

$$= 0,35 \times 800 \text{ جتا } 25 + 800 - 25$$

$$= 591,86 \text{ نيوتن}$$

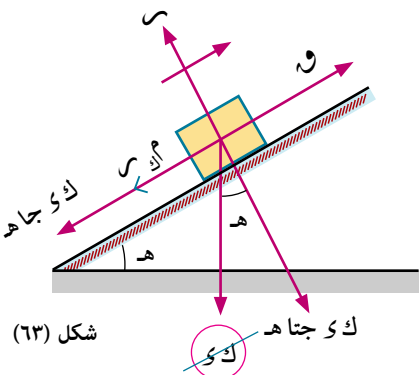
ب أقل قوة تحرك الجسم لأعلى المستوى

$$\text{و} = \text{م} \text{س} + \text{ك} - \text{ج} \text{ تاه}$$

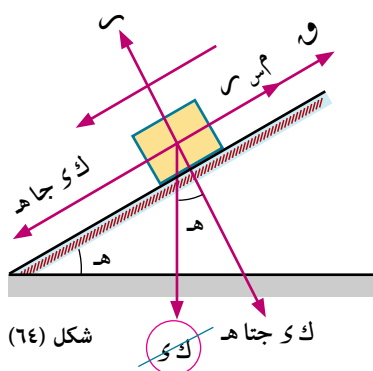
$$= 0,25 \times \text{ك} - \text{ج} \text{ تاه} + \text{ك} - \text{ج} \text{ تاه}$$

$$= 0,25 \times 800 \text{ جتا } 25 + 800 - 25$$

$$\approx 519,36 \text{ نيوتن}$$



شكل (٦٣)



شكل (٦٤)

ج) القوة و تمتع الجسم من الانزلاق

$$س = كـ و جـ تـ هـ$$

$$و = م س + كـ و جـ تـ هـ$$

$$و = ٠,٣٥ \times كـ و جـ تـ هـ = كـ و جـ تـ هـ$$

$$و = ٨٠٠ \text{ جا } ٢٥ - ٨٠٠ \times ٠,٣٥ \text{ جا } ٢٥$$

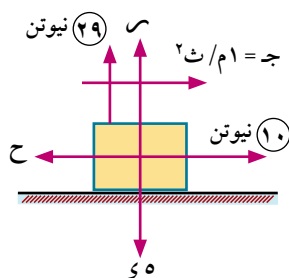
$$و = ٨٤,٣٣ \text{ نيوتن}$$

٤) حاول أن تحل

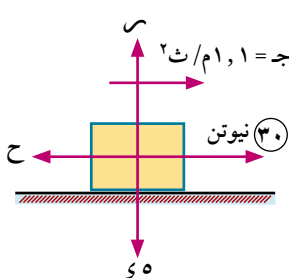
٢) في المثال السابق احسب مقدار القوة و إذا كانت أفقية في جميع الحالات.

تمارين ٢ - ٦

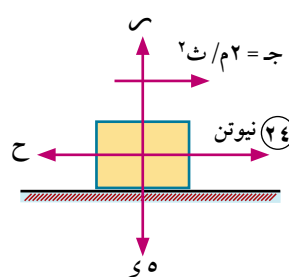
١) في كل من الأشكال الآتية جسم كتلته هـ كجم موضوع على مستوى أفقى خشن، معامل الاحتكاك الحركى بينه وبين الجسم مـ، احسب مـ في كل حالة، ح قوة الاحتكاك.



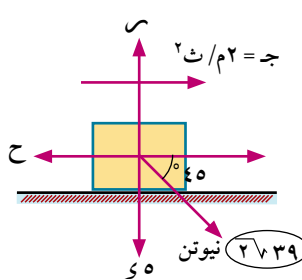
شكل (٦٧)



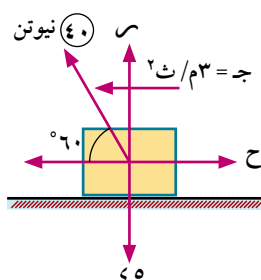
شكل (٦٦)



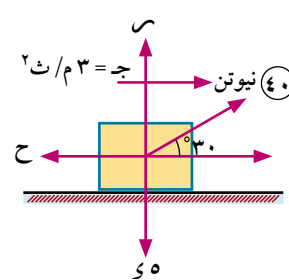
شكل (٦٥)



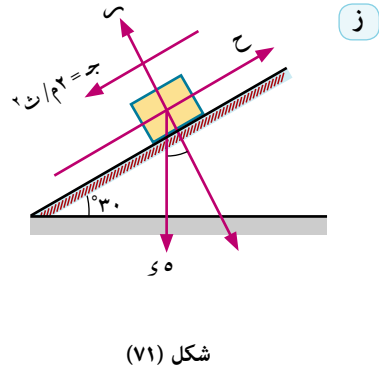
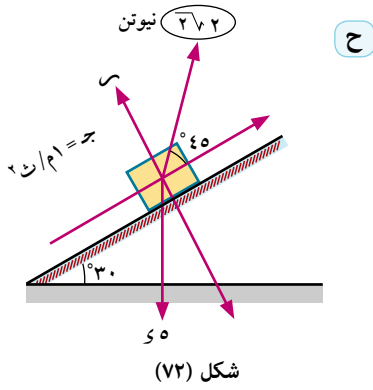
شكل (٧٠)



شكل (٦٩)



شكل (٦٨)



٢ يراد سحب جسم كتلته ١ طن على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ حيث ظاه $= \frac{3}{4}$ بواسطة قوة توازي المستوى فى اتجاه خط أكبر ميل لأعلى، أوجد معامل الاحتكاك الحركى بين الجسم والمستوى إذا كانت أقل قوة تحرك الجسم على المستوى مقدارها ١٤٠٠ ث كجم.

٣ جسم كتلته ٢ كجم موضوع على مستوى أفقى خشن، معامل الاحتكاك الحركى بين الجسم والمستوى $\frac{1}{4}$ ، أوجد القوة الأفقية التى تجعله يتحرك بعجلة منتظمة جـ حيث:

أ ج = ٥ م/ث^٢ ب ج = ١ م/ث^٢

٤ جسم وزنه ١٠ ث كجم موضوع على مستوى أفقى خشن، أثرت عليه قوة قدرها ٣٧ نيوتن، فحركته على المستوى الأفقى بعجلة منتظمة قدرها $\frac{5}{4}$ م/ث^٢، أوجد معامل الاحتكاك الحركى بين الجسم والمستوى.

٥ جسم كتلته ٢ كجم موضوع على مستوى مائل خشن، يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠°، أثرت عليه قوة أفقية مقدارها ٢٠ نيوتن نحو المستوى، فتحرك الجسم بسرعة منتظمة، أوجد معامل الاحتكاك الحركى بين الجسم والمستوى.

٦ ينزلق جسم على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥°، فإذا كان معامل الاحتكاك الحركى بين الجسم والمستوى يساوى $\frac{3}{4}$. أثبت أن الزمن الذى يقطع فيه الجسم أى مسافة يساوى ضعف الزمن الذى يقطع فيه نفس المسافة لو أن المستوى كان أملسًا، وبفرض أن الجسم بدأ الانزلاق من السكون فى الحالتين.

البكرات البسيطة

الوحدة الثانية

٧ - ٢

Simple pulley

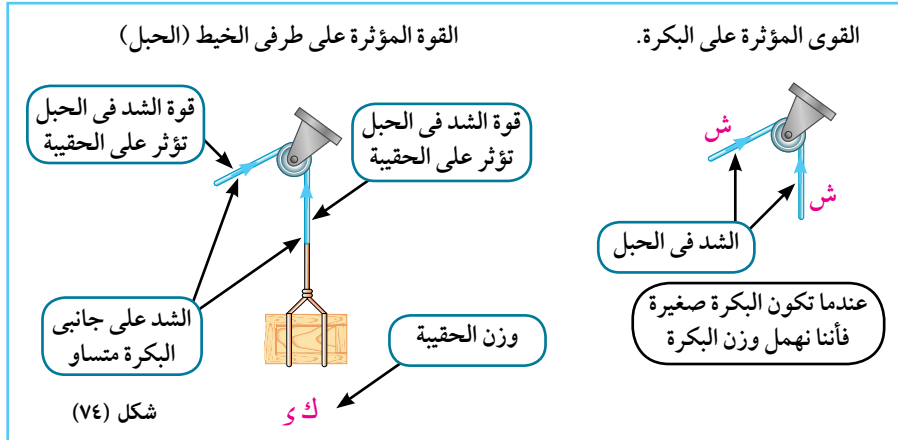


مقدمة:

تستخدم البكرات في أغراض عدة منها: تقليل القوة اللازمة لرفع جسم وتسهيل الحركة وتغيير اتجاه القوة، ومنها ما هو ثابت، ومنها ما هو متحرك، وفي هذا الدرس سنتناول نظام بكرات مكون من بكرة واحدة ثابتة.

وعندما تكون البكرة صغيرة وملساء يكون الشد على جانبي البكرة متساو.

والشكل الآتي يوضح القوى المؤثرة عند رفع حقيبة (جسم) باستخدام البكرة.



تعلم



حركة مجموعة مكونة من جسمين يتدليان رأسياً من طرفي خيط يمر على بكرة ملساء

على بكرة ملساء

Motion of system of two bodies connected by a string passing over a smooth pulley

حركة جسمين مربوطين بخيط يمر على بكرة ملساء ويتدليان رأسياً إذا رُبط جسمان كتلتاهما K_1 ، K_2 في طرفي خيط خفيف غير مرن يمر على بكرة صغيرة ملساء، ويتدليان رأسياً، وكانت $K_1 < K_2$ فإن المجموعة تبدأ الحركة من السكون بعجلة منتظمة قدرها ج.

سوف نتعلم

البكرات البسيطة.

حركة مجموعة مكونة من جسمين يتدليان رأسياً من طرفي خيط يمر على بكرة ملساء.

حركة مجموعة مكونة من جسمين يتحرك أحدهما على نضد أفقى أملس والآخر يتحرك رأسياً.

حركة مجموعة مكونة من جسمين يتحرك أحدهما على نضد أفقى خشن والآخر يتحرك رأسياً.

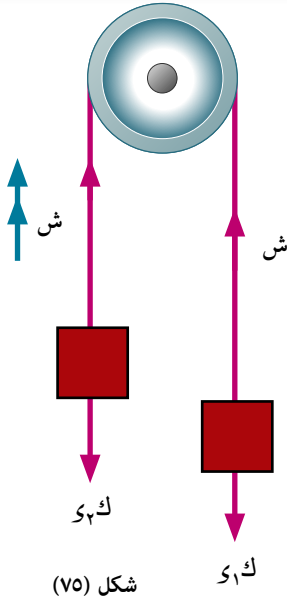
حركة مجموعة مكونة من جسمين يتحرك أحدهما على مستوى مائل أملس والآخر يتحرك رأسياً.

حركة مجموعة مكونة من جسمين يتحرك أحدهما على مستوى مائل خشن والآخر يتحرك رأسياً.

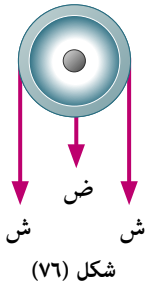
الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية.

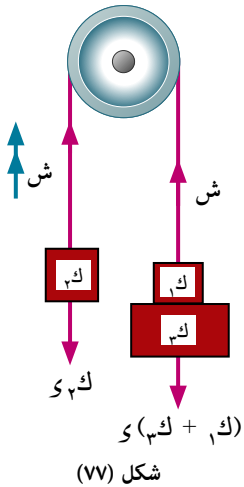
برامج رسومية للحاسب.



شكل (٧٥)



شكل (٧٦)



شكل (٧٧)

معادلات الحركة

$$ك١ ج - ك١ و - ش$$

$$ك٢ ج - ش - ك٢ و$$

بجمع المعادلتين بحذف الشد، ومن ثم يمكن حساب عجلة الحركة

$$(ك١ + ك٢) ج - (ك١ - ك٢) و$$

وبالتالي من أى من المعادلتين نوجد الشد في الخيط ش

عند قطع الخيط :

إذا قطع الخيط الواصل بين الجسمين بعد زمن ن، فإن كلاً من الجسمين يتحرك في اتجاهه السابق نفسه قبل قطع الخيط.

(١) الكتلة ك١ تتحرك لأسفل بسرعة ابتدائية ع (هى نفس السرعة لحظة قطع الخيط) وتحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية.

(٢) الكتلة ك٢ تتحرك لأعلى بسرعة ابتدائية ع (هى نفس السرعة لحظة قطع الخيط) إلى أن تصل لسكون لحظي، وذلك تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية، ثم تسقط سقوطاً حرّاً.

لاحظ أن



إذا بدأت المجموعة الحركة والكتلتين في مستوى أفقى واحد، وكانت المسافة المقطوعة بعد زمن قدره ن، تساوى ف وحدة طول، فإن المسافة الرأسية بين الكتلتين عند نفس الزمن تساوى ٢ ف وحدة طول.

الضغط على البكرة: The pressure on the pulley

عند تعليق الكتلتين من طرفي الخيط المار على البكرة يصبح الخيط مشدوداً ونتيجة للشد الحادث في الخيط تتولد قوة ضغط على محور البكرة تساوى محصلة قوتي الشد في الخيط.

$$ض = ٢ ش$$

حالات مشابهة (١)

في الحالة المرسومة

إذا كان $(ك١ + ك٢) < ك٣$ ، وكانت $ك١ > ك٢$ فإن معادلات الحركة

$$(ك١ + ك٢) ج - (ك١ + ك٢) و - ش$$

$$ك٢ ج - ش - ك٢ و$$

عند انفصال الكتلة الإضافية

وإذا انفصلت الكتلة ك٢ بعد زمن قدره ن ثانية، فإن المجموعة تتحرك في نفس اتجاهها السابق، ولكن بعجلة تقصيرية إلى أن تسكن لحظياً، ثم تغير اتجاه حركتها، ولإيجاد عجلة الحركة التقصيرية بعد انفصال الكتلة ك٢

نوجد معادلات الحركة

$$ك١ ج' - ك١ و - ش'$$

$$ك٢ ج' - ش' - ك٢ و$$

والمجموعة بعد انفصال ك_٢ الكتلة تتحرك بسرعة ابتدائية هي السرعة التي اكتسبتها لحظة الانفصال، وتصل إلى سكون لحظي، ثم تغير اتجاه حركتها، وترتد لتكون الكتلة ك_٢ هي القائدة

الشّد في الخيط بين الكتلتين: The tension of the string

في الشكل السابق إذا كانت الكتلتان ك_١، ك_٢ مربوطتين بخيط آخر، فتكون الشدود كما هي موضحة في شكل (٧٨) ومعادلات الحركة هي:

$$ك_١ ج_١ = ش - ش_١$$

$$ك_٢ ج_٢ = ش - ش_٢$$

حالات مشابهة (٢)

إذا كانت ك_١ = ك_٢ = ك شكل (٧٩)

أي أن الكتلتين متساويتان، وفي هذه الحالة لن تتحرك المجموعة، أما إذا أضيفت كتلة مقدارها ك_١ إلى إحدى الكتلتين، فإن المجموعة تتحرك في اتجاه الكتلتين

(ك + ك_١) ومعادلات الحركة

$$(ك + ك_١) ج_١ = ش - ش_١$$

$$ك_٢ ج_٢ = ش - ش_٢$$

عند انفصال الكتلة الإضافية:

وإذا فصلت الكتلة الإضافية ك_١ بعد زمن قدره ن ثانية، فإن المجموعة تتحرك في نفس اتجاهها السابق بسرعة

منتظمة، هي السرعة التي اكتسبتها خلال ن ثانية (السرعة لحظة انفصال الكتلة ك_١)

حالات مشابهة (٣) شكل (٨٠)

إذا علقت الكتلتان ك_١، ك_٢ في طرفي الخيط وكنا لانعلم أيًا من الكتلتين أكبر من الأخرى، واكسبنا الكتلة ك_١ سرعة قدرها ع لأسفل وتحركت المجموعة فإننا أمام ثلاث حالات

(١) إذا عادت المجموعة إلى موضعها الأصلي بعد زمن قدره ن، نستنتج من ذلك أن ك_١ > ك_٢، وأن المجموعة تحركت بعجلة تقصيرية إلى أن سكنت لحظيًا، ثم غيرت اتجاه حركتها، ويمكن استنتاج عجلة الحركة من البيانات المعطاة حيث

السرعة الابتدائية هي السرعة التي اكتسبتها الكتلة ك_١، السرعة النهائية = صفر، الزمن = $\frac{ن}{٢}$

(٢) أما إذا تحركت المجموعة حركة منتظمة بسرعة ثابتة هي السرعة التي اكتسبتها الكتلة ك_١ نستنتج من ذلك أن

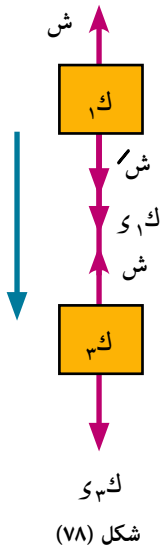
الكتلتين متساويتان ك_١ = ك_٢، وأن الحركة تتبع القانون الأول لنيوتن

(٣) وإذا تحركت المجموعة بعجلة منتظمة تزايدية، نستنتج من ذلك أن ك_١ < ك_٢، ويمكن دراسة الحركة بإيجاد

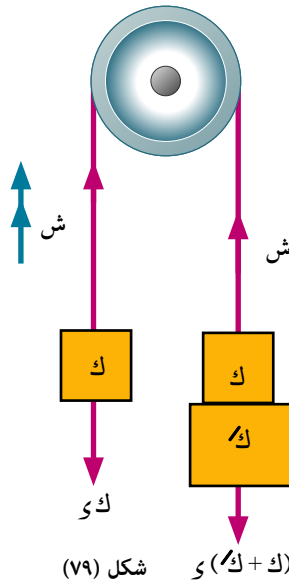
معادلات الحركة

$$ك_١ ج_١ = ش - ش_١$$

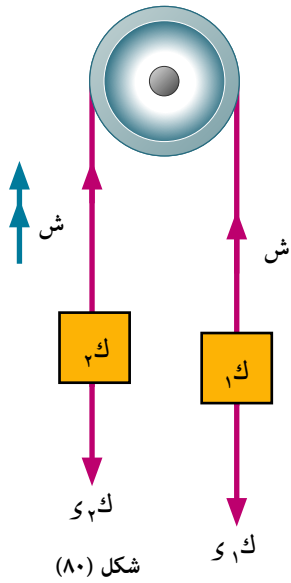
$$ك_٢ ج_٢ = ش - ش_٢$$



شكل (٧٨)



شكل (٧٩)



شكل (٨٠)

مثال

١ علق جسمان كتلتاهما $ك_١$ ، $ك_٢$ ، حيث $ك_١ < ك_٢$ في طرفي خيط يمر على بكرة ملساء، وكانا على ارتفاع واحد من سطح الأرض عند بدء الحركة، وبعد ثانية واحدة كانت المسافة الرأسية بينهما ٢٠ سم، أوجد $ك_١$: $ك_٢$

الحل

عند بدء الحركة كانا الجسمان في مستوى أفقى واحد وبعد ثانية كانت المسافة الرأسية بينهما ٢٠ سم.

$$\therefore ف = \frac{٢٠}{٢} = ١٠ \text{ سم}$$

$$\therefore ف = ع ن + \frac{١}{٢} ج ن^٢$$

$$١٠ = ١ \times ج \times \frac{١}{٢} + ٠$$

$$ج = ٢٠ \text{ سم/ث}^٢$$

معادلات الحركة

$$ك_١ ج = ك_١ س - ش$$

$$ك_٢ ج = ش - ك_٢ س$$

بالجمع نجد أن

$$(ك_١ + ك_٢) ج = (ك_١ - ك_٢) س$$

$$٢٠ (ك_١ + ك_٢) = ٩٨٠ (ك_١ - ك_٢)$$

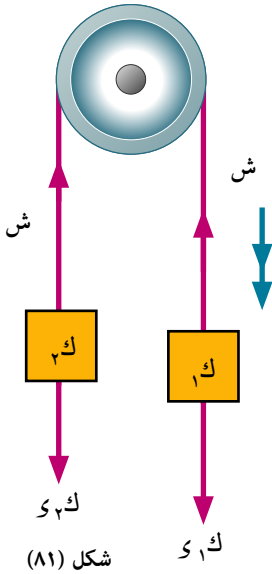
$$ك_١ + ك_٢ = ٤٩ (ك_١ - ك_٢)$$

$$ك_١ + ك_٢ = ٤٩ ك_١ - ٤٩ ك_٢$$

$$٤٨ ك_٢ = ٤٨ ك_١$$

$$\frac{٢٥}{٢٤} = \frac{ك_١}{ك_٢}$$

$$٢٤ : ٢٥ = ك_٢ : ك_١$$



شكل (٨١)

٤ حاول أن تحل

١ علق جسمان كتلتاهما ٢١ جم، ٢٨ جم من طرفي خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء، فإذا تحركت المجموعة من السكون، فأوجد عجلة المجموعة ومقدار الشد في الخيط وسرعة المجموعة بعد ثانيتين من بدء الحركة.

مثال

٢ جسمان كتلتاهما ١٠٥ جم، ٧٠ جم مربوطان في طرفي خيط خفيف ثابت الطول، يمر على بكرة صغيرة ملساء، ويتدليان رأسياً، فإذا بدأت المجموعة الحركة من السكون عندما كانت الكتلتان في مستوى أفقى واحد، فأوجد مقدار عجلة حركة المجموعة، وإذا اصطدم الجسم الأول بالأرض بعد أن قطع مسافة ٥٠ سم، فأوجد الزمن الكلى الذى يستغرقه الجسم الثانى من بدء الحركة حتى يسكن لحظياً.

الحل

معادلات الحركة:

$$١٠٥ \text{ ج} - ٩٨٠ \times ١٠٥ = \text{ش}$$

$$٧٠ \text{ ج} - \text{ش} = ٩٨٠ \times ٧٠$$

بجمع المعادلتين نجد أن

$$١٧٥ \text{ ج} = ٩٨٠ \times ٣٥$$

$$\text{ج} = ١٩٦ \text{ سم/ث}^٢$$

عند لحظة اصطدام الجسم ١٠٥ جم بالأرض يكون استغرق زمنًا ١

$$٢ \text{ ع} = ٢ \text{ ج} + ٢ \text{ ع}$$

$$٥٠ \times ١٩٦ \times ٢ + ٠ = ٢ \text{ ع}$$

$$\text{ع} = ١٤٠ \text{ سم/ث}$$

$$\text{ع} = \text{ع} + \text{ج}$$

$$١٤٠ = ٠ + ١٩٦ \text{ ن}$$

$$\text{ن} = \frac{٥}{٧} \text{ ثانية}$$

عند اصطدام الجسم ١٠٥ جم بالأرض، فإن الجسم ٧٠ جم، يتحرك رأسياً لأعلى بعجلة الجاذبية مبتدئاً بالسرعة

ع. = ١٤٠ سم/ث. فيسكن لحظياً بعد زمن ن

$$\text{ع} = \text{ع} + \text{ن}$$

$$\text{ن} = ١٤٠ - ٩٨٠$$

$$\text{ن} = \frac{١}{٧} \text{ ثانية}$$

∴ الجسم ٧٠ جم يستغرق من بدء الحركة زمنًا قدره ن حتى يصل إلى سكون لحظي

$$\text{حيث } \text{ن} = \text{ن}_١ + \text{ن}_٢ = \frac{٥}{٧} + \frac{١}{٧} = \frac{٦}{٧} \text{ ثانية}$$

٤ حاول أن تحل

٢ خيط خفيف يمر على بكرة مثبتة ملساء، ويتدلى من أحد طرفيه جسم كتلته ٩٠ جم، ومن الطرف الآخر جسم

كتلته ٧٠ جم، وبدأت المجموعة حركتها من السكون عندما كانت الكتلة ٩٠ جم على ارتفاع ٢٤٥ سم من

سطح الأرض:

أ أوجد الزمن الذي يمضي حتى تصل الكتلة ٩٠ إلى سطح الأرض.

ب أوجد الزمن الذي يمضي بعد ذلك حتى يصبح الخيط مشدوداً مرة أخرى.

مثال

٣ جسمان كتلتاهما ٥ كجم، ٣ كجم مربوطان في طرفي خيط خفيف، يمر على بكرة ملساء، بدأت المجموعة

حركتها من السكون عندما كان الجسمان في مستوى أفقي واحد على ارتفاع ٢٤٥ سم من سطح الأرض، وبعد

ثانية واحدة من بدء الحركة قُطع الخيط، أوجد عجلة الحركة وسرعة كل من الجسمين عند وصوله للأرض.

الحل

معادلات الحركة:

$$(١) \quad ج٥ = ٩,٨ \times ٥ - ش$$

$$(٢) \quad ٩,٨ \times ٣ - ش = ج٣$$

بالجمع نجد أن

$$ج٨ = ٩,٨ \times ٢$$

$$\therefore ج٨ = ٢,٤٥ \text{ م/ث}^٢$$

عند لحظة قطع الخيط

$$ع = ج٥ + ع٥$$

$$٢,٤٥ \text{ م/ث} = ١ \times ٢,٤٥ + ٠$$

$$ف = ع٥ + \frac{١}{٢} ج٥$$

$$١,٢٢٥ = ١ \times ٢,٤٥ \times \frac{١}{٢} + ٠$$

بعد قطع الخيط

الجسم ٥ كجم يتحرك رأسياً لأسفل

$$ع٥ = ٢,٤٥ \text{ م/ث}، \quad س٥ = ٩,٨ \text{ م/ث}^٢، \quad ف٥ = ١,٢٢٥ - ٢,٤٥ = -١,٢٢٥ \text{ متر}$$

$$\therefore ع٥ = ٢,٤٥ + ٠$$

$$\therefore ع٥ = ٢(٢,٤٥) + ٩,٨ \times ٢ \times ١,٢٢٥$$

$$\therefore ع٥ = \frac{٥\sqrt{٤٩}}{٢} \text{ م/ث}$$

الجسم ٣ كجم يتحرك رأسياً لأعلى حراً من نقطة على بعد ف من سطح الأرض ليصل إلى سكون لحظي ثم يعود ماراً بنقطة بدء الحركة الحرة ثم إلى سطح الأرض.

$$ع٣ = ٢,٤٥ \text{ م/ث}، \quad س٣ = -٩,٨ \text{ م/ث}^٢، \quad ف٣ = - (١,٢٢٥ + ٢,٤٥) = -٣,٦٧٥$$

$$\therefore ع٣ = ٢,٤٥ + ٠$$

$$٣,٦٧٥ - = ٢ + ٩,٨ \times ٢ + ٢(٢,٤٥)$$

$$ع٣ = \frac{١٣\sqrt{٤٩}}{٢} \text{ م/ث}$$

٤ حاول أن تحل

٢ يمر خيط خفيف ثابت الطول على بكرة صغيرة ملساء مثبتة، ويحمل من طرفيه كتلتين ١٢،٢٠ جم تتدليان رأسياً، وأوجد عجلة حركة المجموعة والشد في الخيط، وإذا كانت المجموعة قد بدأت حركتها من السكون، وقُطع الخيط بعد مرور ثانيتين من لحظة بدء الحركة، عين أقصى ارتفاع تصل إليه الكتلة ١٢ جم عن موضعها الأصلي عند بدء الحركة.

مثال

٤ خيط خفيف يمر على بكرة رأسية ملساء، علق في أحد طرفيه، جسم كتلته ٤٠ جم، وفي الطرف الآخر

جسمان كتلة كل منهما ٣٠ جم، تُركت المجموعة لتتحرك من سكون، وبعد ثانية واحدة من بدء الحركة، انفصلت إحدى الكتلتين الصغيرتين عن المجموعة، أو جد المسافة التي تصعد بها الكتلة ٤٠ جم من بدء الحركة حتى تصل لسكون لحظي.

الحل

معادلات الحركة:

$$٦٠ \text{ ج} = ٩٨٠ \times ٦٠ - \text{ش}$$

$$٤٠ \text{ ج} = \text{ش} - ٩٨٠ \times ٤٠$$

بجمع المعادلات نجد أن

$$١٠٠ \text{ ج} = ٩٨٠ \times ٢٠$$

$$\text{ج} = ١٩٦ \text{ سم/ث}^٢$$

لحظة انفصال الكتلة الصغرى

$$\text{ع} = \text{ع} + \text{ج} \text{ ن}$$

$$١٩٦ \text{ سم/ث} = ١ \times ١٩٦ + ٠ =$$

$$\text{ف} = \text{ع} \text{ ن} + \frac{١}{٣} \text{ ج} \text{ ن}^٢$$

$$٩٨ = ١ \times ١٩٦ \times \frac{١}{٣} + ٠ =$$

بعد انفصال الكتلة الصغرى معادلات الحركة

$$٤٠ \text{ ج} = \text{ش} - ٩٨٠ \times ٤٠$$

$$٣٠ \text{ ج} = ٩٨٠ \times ٣٠ - \text{ش}$$

بجمع المعادلات نجد أن

$$٧٠ \text{ ج} = ٩٨٠ \times ١٠ =$$

$$\text{ج} = ١٤٠ \text{ سم/ث}^٢$$

أى أن المجموعة تتحرك في نفس اتجاهها السابق قبل انفصال الكتلة الصغرى، ولكن بعجلة تقصيرية إلى أن تصل لسكون لحظي بعد أن تقطع مسافة ف_٢، ثم تغير اتجاه حركتها.

$$\text{ع} = \text{ع} + \text{ج} \text{ ف}$$

$$٠ = ٢(١٩٦) - ١٤٠ \times \text{ف}$$

$$\text{ف} = ٢,٢ \times ١٣٧ \text{ سم}$$

∴ الكتلة ٤٠ جم تصعد مسافة ف قبل أن تسكن لحظياً؛ حيث ف = ف_١ + ف_٢ = ٢٣٥,٢ سم

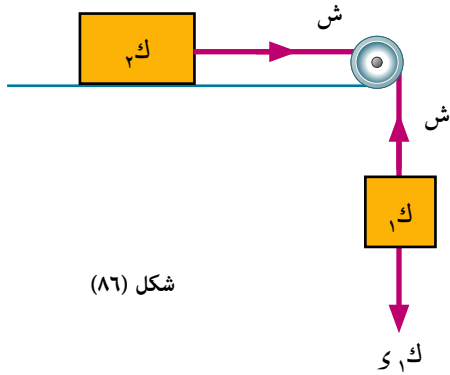
٤ حاول أن تحل

٤ خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء، ويحمل في أحد طرفيه ثقليين ٢٣٥، ٢٠ جم متصلين بخيط بحيث كان الثقل ٢٠ أسفل الثقل ٢٣٠، وفي الطرف الآخر ثقل قدره ٢٣٥ جم، احسب العجلة المشتركة إذا تحركت المجموعة من سكون. وإذا قطع الخيط الذي يحمل الثقل ٢٠ جم بعد أن قطعت المجموعة مسافة ٤٥ سم، وكان الثقل ٢٣٥ جم الهابط على مسافة ٩٠ سم من سطح الأرض عندئذ، فاحسب الزمن الذي يأخذه هذا الثقل حتى يصل إلى سطح الأرض.

حركة مجموعة مكونة من جسمين يتحرك أحدهما على نضد أفقى والآخر يتحرك رأسياً لأسفل

Motion of system of two bodies connected by a string, one of which is hanging free and the other lying on a smooth horizontal plane

إذا رُبط جسمان كتلتاهما K_1 ، K_2 فى طرفى خيط خفيف غير مرن يمر على بكرة صغيرة ملساء بحيث كان الجسم K_2 موضوع على مستوى أفقى والجسم K_1 يتدلى رأسياً.



شكل (٨٦)

أولاً: المستوى الأفقى أملس: Smooth horizontal plane:

معادلات الحركة

$$K_1 ج - K_2 ى - ش = 0$$

$$K_2 ج = ش$$

بجمع المعادلتين يحذف الشد، ومن ثم يمكن حساب عجلة الحركة

$$(K_1 + K_2) ج = K_2 ى$$

وبالتالى من أى من المعادلتين نوجد الشد فى الخيط ش.

عند قطع الخيط

إذا قُطع الخيط الواصل بين الجسمين بعد زمن n ، فإن كلا من الجسمين يتحرك فى نفس اتجاهه السابق قبل قطع الخيط.

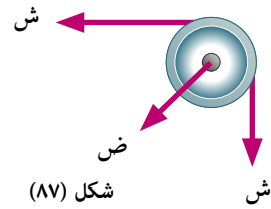
١- الكتلة K_1 تتحرك لأسفل بسرعة ابتدائية c (هى السرعة نفسها لحظة قطع الخيط)، وتحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية

٢- الكتلة K_2 تتحرك على المستوى بسرعة منتظمة c (هى السرعة نفسها لحظة قطع الخيط).

الضغط على البكرة

عند تعليق الكتلتين من طرفى الخيط المار على البكرة يصبح الخيط مشدوداً ونتيجة للشد الحادث فى الخيط تتولد قوة ضغط على محور البكرة تساوى محصلة قوتى الشد فى الخيط.

$$\text{الضغط على البكرة} = \sqrt{2} ش$$



شكل (٨٧)

ثانياً: المستوى الأفقى خشن: Rough horizontal plane

إذا كان M هو معامل الاحتكاك الحركى فإن

$$س = K_2 ى$$

معادلات الحركة

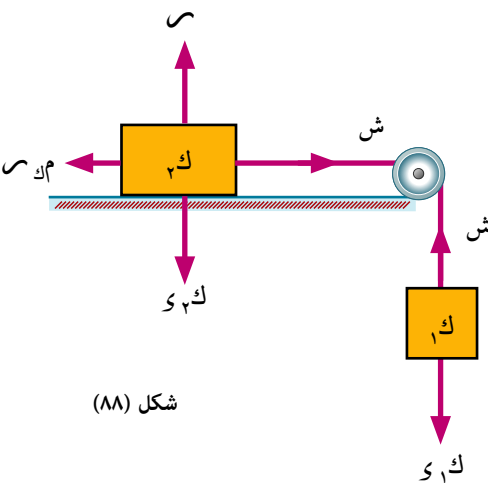
$$K_1 ج - K_2 ى - ش = 0$$

$$K_2 ج - ش - M ى = 0$$

بجمع المعادلتين يحذف الشد، ومن ثم يمكن حساب عجلة الحركة

$$(K_1 + K_2) ج - K_2 ى - M ى = 0$$

وبالتالى من أى من المعادلتين نوجد الشد فى الخيط ش



شكل (٨٨)

عند قطع الخيط.

إذا قُطع الخيط الواصل بين الجسمين بعد زمن n ، فإن كلاً من الجسمين يتحرك في نفس اتجاهه السابق قبل قطع الخيط.

- ١ الكتلة k_1 تتحرك لأسفل بسرعة ابتدائية c (هي نفس السرعة لحظة قطع الخيط) وتحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية.
 - ٢ الكتلة k_2 تتحرك على المستوى بسرعة ابتدائية c (هي نفس السرعة لحظة قطع الخيط) وبتقصير منتظم إلى أن تسكن، ويمكن استنتاج عجلة الحركة التقصيرية من معادلة الحركة.
- $$k_2 \cdot g' = -m_2 \cdot a$$

مثال

٥ جسم كتلته ٤٥ جراماً موضوع على نضد أفقى أملس، ومربوط بخيط يتصل طرفه الآخر بجسم كتلته ٤ جرامات يتدلى رأسياً، ويمر الخيط على بكره ملساء عن حافة النضد، أوجد العجلة المشتركة للمجموعة والشد في الخيط والضغط على البكرة.

الحل

معادلات الحركة

$$(1) \quad 45 - 980 \times 4 = ش$$

$$(2) \quad ش = 45$$

بجمع المعادلتين نجد أن

$$980 \times 4 = 49$$

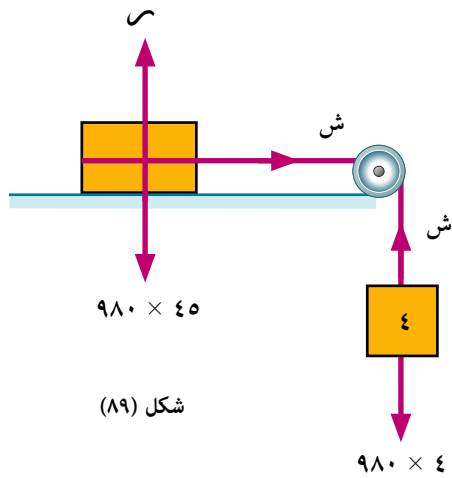
$$ج = 80 \text{ سم/ث}^2$$

$$\text{من (2) ش} = 45 \times 80 \text{ دايين}$$

$$\therefore ش = 3600 \text{ دايين}$$

$$\text{الضغط على البكرة} = 36 \text{ ش}$$

$$= 3600 \times 36 \text{ دايين}$$



شكل (٨٩)

٦ حاول أن تحل

٥ جسم كتلته ٤٠٠ جرام، موضوع على نضد أفقى أملس، ثم وصل بخيط خفيف يمر على بكره صغيرة ملساء عن حافة النضد، وحمل في طرفه جسماً آخر كتلته ٩٠ جراماً يتدلى رأسياً، أوجد العجلة المشتركة للجسمين والشد في الخيط والضغط على البكرة.

مثال

٦ جسم كتلته ٦٠ جم موضوع على مستوى أفقى خشن، ومربوط بخيط يمر على بكره ملساء عند حافة المستوى ومعلق بالطرف الخالص للخيط جسم كتلته ٣٨ جم، فإذا تحركت المجموعة من السكون وقطعت مسافة ٧٠ سم في ثانية واحدة، فاحسب معامل الاحتكاك، وإذا قُطع الخيط عندئذ، فاحسب المسافة التي تتحركها الكتلة الأولى بعد ذلك على المستوى حتى تسكن.

الحل

$$\therefore \text{ف} = \text{ع.ن} + \frac{1}{4} \text{جن}^2$$

$$\therefore 70 = \frac{1}{4} \times \text{ج} + 0$$

$$\text{ج} = 140 \text{ سم/ث}^2$$

$$\text{س} = 60 \times 980 \text{ داين}$$

معادلات الحركة

$$38 \text{ ج} = 38 \text{ س} - \text{ش}$$

$$38 \times 140 = 38 \times 980 - \text{ش} \quad (1)$$

$$60 \text{ ج} = \text{ش} - \text{م.ك.س}$$

$$60 \times 140 = \text{ش} - \text{م.ك.س} \times 980$$

من (1)، (2) بالجمع نجد أن

$$980 \times 60 \times \text{م.ك.س} - 980 \times 38 = 140 \times 980$$

$$\therefore \text{م.ك.س} = \frac{2}{5}$$

عند لحظة قطع الخيط

$$\text{ع} = \text{ع.ن} + \text{جن}$$

$$1 \times 140 + 0 =$$

$$\text{ع} = 140 \text{ سم/ث}$$

بعد قطع الخيط

الكتلة 60 جم، تتحرك بعجلة تقصيرية على المستوى الخشن حتى تسكن.

معادلة الحركة

$$\text{ك.ج.ا} = - \text{م.ك.س}$$

$$60 \text{ ج.ا} = - \frac{2}{5} \times 60 \times 980$$

$$\text{ج.ا} = - 392 \text{ سم/ث}^2$$

$$\text{ع}^2 = 2 \times \text{ج.ا} \times \text{ج.ف}$$

$$\therefore 0 = 2 \times (-392) \times \text{ج.ف} + 140^2$$

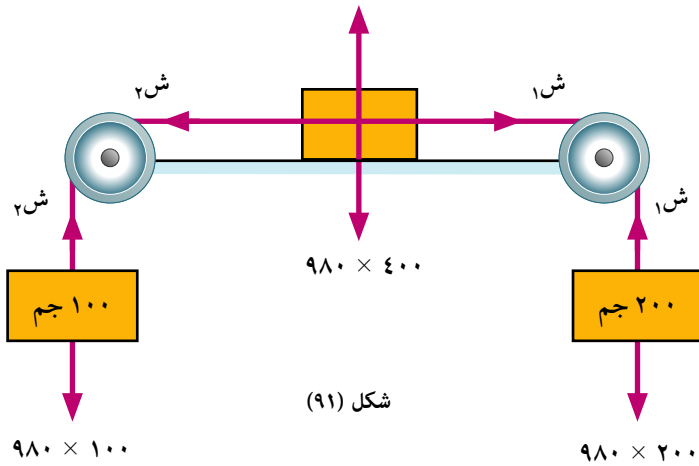
$$\therefore \text{ف} = 25 \text{ سم}$$

٤ حل أول أن تحل

٦ وضع جسم كتلته 63 جم على نضد أفقى خشن، وربط بخيط أفقى يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة عند حافة النضد وربط في الطرف الآخر للخيط جسم كتلته 35 جم على ارتفاع 280 سم من سطح الأرض، فإذا كان معامل الاحتكاك الديناميكي بين الجسم والمستوى يساوى $\frac{1}{3}$ ، فأوجد السرعة التي تصل بها الكتلة 35 جم إلى سطح الأرض والمسافة التي تتحركها الكتلة 63 جم حتى تسكن.

مثال

٧ جسم كتلته ٤٠٠ جرام موضوع على نضد أفقى أملس ومربوط من جهتيه بخيطين يمر أحدهما على بكرة ملساء مثبتة فى حافة النضد التى تبعد عن الجسم مسافة ١٥٠ سم، ويتدلى منه رأسياً جسم كتلته ١٠٠ جم، بحيث كانت البكرتان والجسم بينهما على استقامة واحدة، وبدأت المجموعة الحركة من السكون، ثم قُطع الخيط الذى يحمل الكتلة ٢٠٠ جم بعد ثانية واحدة من بدأ الحركة، فأوجد متى تصل الكتلة ٤٠٠ جم إلى حافة النضد.



الحل

معادلات الحركة

$$٢٠٠ \text{ ج} = ٩٨٠ \times ٢٠٠ = \text{ش } ١$$

$$٤٠٠ \text{ ج} = \text{ش } ١ - \text{ش } ٢$$

$$١٠٠ \text{ ج} = \text{ش } ٢ - ٩٨٠ \times ١٠٠$$

بجمع المعادلات نجد أن

$$٧٠٠ \text{ ج} = ٩٨٠ \times ١٠٠$$

$$\text{ج} = ١٤٠ \text{ سم/ث}^٢$$

عند لحظة قطع الخيط

$$\text{ع} = \text{ج} + \text{ج} \text{ ن}$$

$$١٤٠ \text{ سم/ث}^٢ = ١ \times ١٤٠ + ٠ =$$

$$\text{ف} = \text{ع} \text{ ن} + \frac{١}{٣} \text{ ج} \text{ ن}^٢$$

$$٧٠ = ١ \times ١٤٠ \times \frac{١}{٣} + ٠ =$$

أى أن الكتلة ٤٠٠ جم قد أصبحت على بعد ٧٠ - ١٥٠ = ٨٠ سم من حافة النضد.

بعد قطع الخيط تتحرك المجموعة بعجلة تقصيرية، يمكن استنتاجها من معادلات الحركة الجديدة وهي

$$٤٠٠ \text{ ج} = \text{ش } ١ - \text{ش } ٢$$

$$١٠٠ \text{ ج} = \text{ش } ٢ - ٩٨٠ \times ١٠٠$$

$$\therefore ٥٠٠ \text{ ج} = ٩٨٠ \times ١٠٠ -$$

$$\text{ج} = ١٩٦ \text{ سم/ث}^٢$$

$$\therefore \text{ع} = \text{ع} + ٢ \text{ ج} \text{ ف}$$

$$\therefore ١٩٦ = (١٤٠) - ٢ \times ١٩٦ \text{ ف}$$

$$\text{ف} = ٥٠ \text{ سم}$$

$$\text{ع} = \text{ع} + \text{ج} \text{ ن}$$

$$١٩٦ - ١٤٠ =$$

$$\text{ن} = \frac{١٤٠}{١٩٦} = \frac{٥}{٧} \text{ ثانية}$$

أى أن الكتلة ٤٠٠ جم تسكن لحظياً بعد $\frac{0}{7}$ ثانية من لحظة قطع الخيط، وهى على بعد قدره ٨٠ - ٥٠ = ٣٠ سم من الحافة وعلى بعد قدره ٨٠ + ٧٠ + ٥٠ = ٢٠٠ سم من الحافة الأخرى. والآن تغير المجموعة اتجاه حركتها وتتحرك في الاتجاه المضاد بعجلة مبتدئة من السكون.

$$\therefore \text{ف} = \text{ع} \cdot \text{ن} + \frac{1}{2} \text{ج} \cdot \text{ن}^2$$

$$\therefore 200 = 0 + \frac{1}{2} \times 196 \cdot \text{ن}^2 \quad \therefore \frac{10}{7} = \text{ن} \cdot \therefore$$

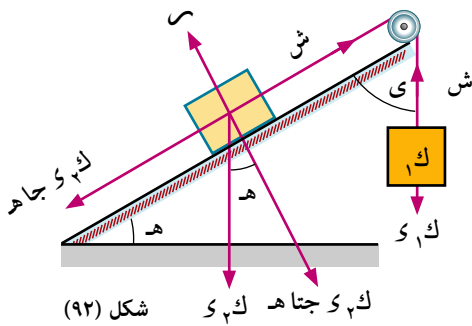
$$\therefore \text{الكتلة } 400 \text{ تصل للحافة بعد زمن قدره } 1 + \frac{0}{7} + \frac{10}{7} = \frac{22}{7} \text{ ثانية}$$

٤ حاول أن تحل

٧ جسم كتلته ١٤ كجم موضوع على مستوى أفقى خشن، معامل الاحتكاك الحركى بينهما $\frac{1}{3}$ ، رُبط الجسم من جهتيه بخيطين خفيفين، يمر أحدهما على بكرة ملساء عند حافة المستوى، ويتدلى منه رأسياً جسم كتلته ٣٥ كجم، ويمر الخيط الثانى على بكرة ملساء أخرى عند حافة المستوى المقابلة، ويتدلى منه رأسياً جسم كتلته ٢١ كجم، بحيث كانت البكرتان والجسم بينهما على استقامة واحدة، فإذا تحركت المجموعة من سكون وجميع أجزاء الخيط مشدودة عندما كانت الكتلة ٣٥ كجم على ارتفاع ٢١ سم من سطح الأرض، فأوجد سرعتها عندما تصطدم بالأرض.

حركة جسمين مربوطين بخيط يمر على بكرة ملساء أحدهما على مستو مائل والآخر يتدلى رأسياً

Motion of system of two bodies connected by a string one of which is hanging free and the other lying on inclined plane



إذا رُبط جسمان كتلتاهما K_1 ، K_2 فى طرفى خيط خفيف غير مرن، يمر على بكرة صغيرة ملساء، بحيث كان الجسم K_2 ، موضوعاً على مستوى مائل يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ ، والجسم الآخر يتدلى رأسياً، فإذا كان $K_1 < K_2$ فإن الجسم الموضوع على المستوى يتحرك لأعلى المستوى، وتكون معادلات الحركة

$$K_1 \cdot \text{ج} = K_2 \cdot \text{و} - \text{ش}$$

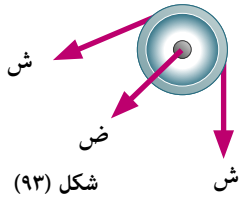
$$K_2 \cdot \text{ج} = \text{ش} - K_1 \cdot \text{و} \cdot \text{جا} \cdot \theta$$

وبجمع المعادلات يحذف الشد، ويمكن الحصول على عجلة الحركة ج ومن ثم يمكن إيجاد الشد فى الخيط. عند قطع الخيط الواصل بين الجسمين، تتحرك الكتلة K_1 رأسياً لأسفل بعجلة الجاذبية الأرضية مبتدئة بالسرعة لحظة قطع الخيط. أما الكتلة K_2 فإنها تتحرك على المستوى المائل فى نفس اتجاه حركتها السابق بعجلة تقصيرية مبتدئة بالسرعة لحظة قطع الخيط حتى تسكن لحظياً، ثم تغير اتجاه حركتها.

المسافة الرأسية بين الكتلتين:

إذا بدأت المجموعة حركتها، وكانت الكتلتان K_1 ، K_2 فى مستوى أفقى واحد، وقطعت المجموعة مسافة ف ، فإن المسافة الرأسية بين الكتلتين تساوى $\text{ف} (1 + \text{جا} \cdot \theta)$ حيث θ زاوية ميل المستوى على الأفقى

الضغط على البكرة.



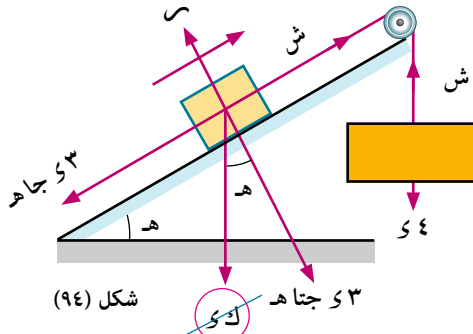
إذا كان الشد في الخيط ش، وكانت هـ قياس زاوية ميل المستوى على الأفقي، فإن الضغط على محور البكرة هو محصلة الشدين المتساويين في الخيط

$$\text{ض} = ٢ \text{ ش جتا } \frac{\pi}{٣} = ٢ \text{ ش جتا } \left(\frac{\pi - ٩٠}{٣} \right) = \sqrt{٢ + ٢} \text{ جا هـ ش}$$

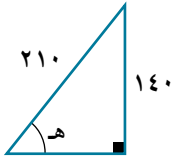
مثال

٨ جسم كتلته ٣ كجم، موضوع عند أسفل نقطة في مستوى مائل أملس، طوله ٢١٠ سم وارتفاعه ١٤٠ سم، يتصل هذا الجسم بجسم آخر كتلته ٤ كجم بواسطة خيط طوله ٢١٠ سم منطبق على خط أكبر ميل للمستوى، ويتدلى الجسم الآخر عند حافة المستوى العليا، وبدأت المجموعة حركتها من السكون حتى وصلت الكتلة الكبرى إلى الأرض، واستقرت على حالة السكون. أوجد المسافة التي تتحركها الكتلة الصغرى على المستوى قبل أن تقف بفرض أن حركتها لم تتأثر بتصادم الكتلة الكبرى مع الأرض.

الحل



شكل (٩٤)



$$٤ < ٣ \text{ جا هـ}$$

∴ اتجاه الحركة كما هو موضح على الرسم شكل (٩٤)

معادلات الحركة للمجموعة:

$$٤ \text{ جا} = ٤ - \text{ش}$$

$$٣ \text{ جا} = \text{ش} - ٣ \text{ جا هـ}$$

بجمع المعادلتين نجد أن

$$٧ \text{ جا} = \left(\frac{١٤٠}{٢١٠} \times ٣ - ٤ \right) \times ٩,٨$$

$$\text{جا} = ٢,٨ \text{ م/ث}^٢$$

نحسب سرعة وصول الجسم ٤ كجم لسطح الأرض

$$٢٤ = ٢٤ + ٢ \text{ جا ف}$$

$$١,٤ \times ٢,٨ \times ٢ + ٠ =$$

$$\text{ع} = ٢,٨ \text{ م/ث}$$

بعد وصول الجسم ٤ كجم لسطح الأرض يتحرك الجسم ٣ ك على المستوى بعجلة تقصيرية.

معادلة حركة الجسم المتحرك على المستوى المائل

$$٣ \text{ جا} = ٣ - \text{ش}$$

$$\text{∴ جا} = \frac{٩٨}{١٥} \text{ م/ث}^٢$$

نوجد المسافة التي يتحركها على المستوى حتى يسكن.

$$٢٤ = ٢٤ + ٢ \text{ جا ف}$$

$$٠ = (٢,٨)^٢ - ٢ \times \frac{٩٨}{١٥} \text{ ف}$$

$$\text{ف} = ٠,٦ \text{ متر}$$

∴ الكتلة ٣ كجم تسكن لحظياً على بعد مترين من قاعدة المستوى المائل.

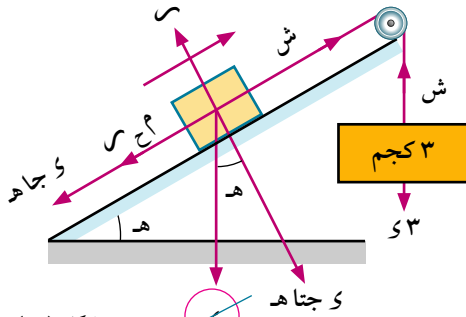
٩ حاول أن تحل

٨ مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزواوية جيبها $\frac{2}{3}$ ، وُضع عليه جسم كتلته ٢١٠ جم، ورُبط بخيط خفيف يمر على بكره صغيرة ملساء عند قمة المستوى، ويحمل فى طرفه الآخر كفة ميزان كتلتها ٧٠ جم، وعليها جسم كتلته ٢١٠ جم، إذا بدأت المجموعة حركتها من السكون، فأوجد الشد فى الخيط والضغط على الكفة مقدرين بوحده ثقل جرام، وإذا أبعده الجسم من الكفة بعد ٧ ثوانٍ من بدء الحركة، فأثبت أن المجموعة تسكن لحظياً بعد مضي ٨ ثوانٍ أخرى.

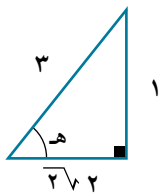
مثال

٩ وضع جسم كتلته كيلوجرام واحد على مستوى مائل خشن، يميل على الأفقى بزواوية قياسها هـ حيث جا هـ = $\frac{1}{3}$ ، ومعامل الاحتكاك الديناميكي بين الجسم والمستوى يساوى $\frac{2}{3}$ ، ربط الجسم بخيط ينطبق على خط أكبر ميل للمستوى، ويمر على بكره ملساء عند قمة المستوى، ويتدلى رأسياً حاملاً فى نهايته جسم كتلته ٣ كجم، أوجد الضغط على محور البكره، وإذا بدأت المجموعة حركتها من السكون وبعد أن قطعت الكتلة ١ كجم مسافة ١,٨ متر على المستوى فُطع الخيط الواصل بين الكتلتين. أوجد المسافة الكلية التى قطعتها الكتلة ١ كجم على المستوى قبل أن تسكن لحظياً.

الحل



شكل (٩٥)



٣:٠ < ٥ جا هـ
∴ اتجاه الحركة كما هو موضح على الرسم على شكل (٩٥)

$$\begin{aligned} \text{س} &= \text{س جا هـ} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 9,8 = \\ &= \frac{2\sqrt{2} \cdot 98}{15} \text{ نيوتن} \end{aligned}$$

معادلات الحركة

(١) ج ٣ = ٥ - ش

(٢) ج ٤ = ش - م س - ٥ جا هـ

بجمع المعادلتين نجد أن

٤ ج ٤ = ٥ - م س - ٥ جا هـ

٤ ج ٤ = $\frac{2\sqrt{2} \cdot 98}{15} - \frac{2\sqrt{2}}{3} - 9,8 \times 3 =$
ج ٤ = ٤,٩ م/ث^٢

من (١) نجد أن ش = ١٤,٧ نيوتن

ض $2\sqrt{2}$ ش $\sqrt{1 + 1}$ جا هـ = $\frac{2}{3\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2} \cdot 14,7 = \frac{2\sqrt{2} \cdot 49}{5}$ نيوتن

عند لحظة قطع الخيط

ع ٢ = ع ٢ + ٢ ج ف = $1,8 \times 4,9 \times 2 + 0 =$
ع = ٤,٢ م/ث

بعد قطع الخيط الجسم المتحرك على المستوى يتحرك بعجلة تقصيرية إلى أن يسكن لحظياً.
معادلة حركة الجسم المتحرك على المستوى المائل.

$$\begin{aligned} \text{ك ج} &= \text{م ك س} - \text{ك و جاه} \\ 1 \times \text{ج} &= \frac{\sqrt{2} \times 9,8}{10} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{3} \times 9,8 \times 1 \\ \text{ج} &= 9,8 \text{ م/ث}^2 \\ \text{ع} &= 2 \text{ ج} + 2 \text{ ج ف} \\ \therefore & \text{ع} = 2(9,8) - 2 = 19,6 \text{ م/ث}^2 \end{aligned}$$

∴ ف = 0,9 متر

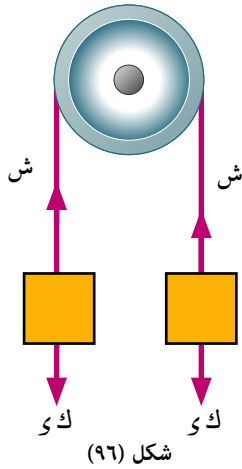
∴ الكتلة تقطع مسافة قدرها 1,8 + 0,9 = 2,7 متر حتى تسكن لحظياً

٦ حاول أن تحل

٩ جسم كتلته كيلوجرام واحد موضوع على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ، حيث جا هـ = $\frac{4}{5}$ ومربوط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء في قمة المستوى، حيث يتدلى من الطرف الآخر للخيط كفة ميزان كتلتها ٤٠٠ جرام موضوع بها كتلة مقدارها ١٠٠ جرام، فإذا كان معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى يساوي $\frac{1}{3}$ ، وتركت المجموعة للحركة من سكون والخيط منطبق على خط أكبر ميل للمستوى. فأوجد ضغط الكتلة على الكفة، وإذا وضعت بالكفة كتلة أخرى مقدارها ١٠٠ جرام بعد ثانية واحدة من بدء الحركة، فأوجد الضغط على الكفة عندئذ والمسافة التي تتحركها المجموعة في الثواني الثلاث التالية:

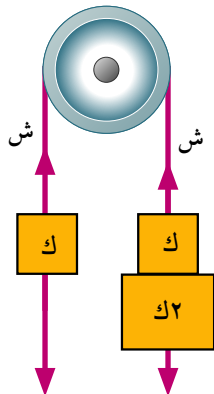
تمارين ٢ - ٧

أكمل ما يأتي :



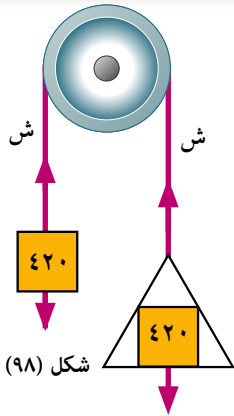
شكل (٩٦)

- ١ جسمان كتلة كل منهما ٣ كجم، مربوطان في طرفي خيط خفيف غير مرن يمر على بكرة صغيرة ملساء، إذا اكتسبت المجموعة سرعة قدرها ٢ م/ث فإن :
- أ عجلة الحركة ج = م/ث^٢
- ب الشد في الخيط س = ث / كجم
- ج المسافة التي قطعتها إحدى الكتلتين خلال ثانية واحدة من بدء الحركة متراً.



شكل (٩٧)

- ٢ في الشكل المقابل : إذا تحركت المجموعة من السكون فإن:
- أ عجلة المجموعة = م/ث^٢
- ب سرعة المجموعة بعد ٢ ث = م/ث
- ج إذا انفصلت الكتلة ٢ ك عن المجموعة بعد ٢ ثانية فإن المجموعة تتحرك بعد ذلك بعجلة =
- د المسافة التي قطعتها الكتلة ك في ٥ ثوانٍ من بداية الحركة =



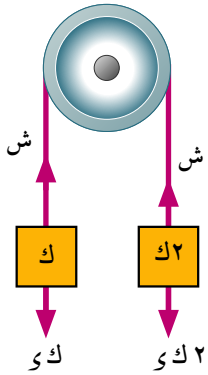
شكل (٩٨)

شكل (٩٨)

٣ كتلتان مقدار كل منهما ٤٢٠ جم إحداهما موضوعة في كفة ميزان كتلتها ١٤٠ جم. وتحركت المجموعة من السكون فان:

- أ عجلة الحركة = سم/ث^٢
 ب الشد في الخيط = ث جم
 ج الضغط على محور البكرة = ث جم
 د الضغط على كفة الميزان = ث جم

٤ في الشكل المقابل: جسمان كتلتاهما ك، ٢ ك مربوطان في طرفي خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء وتحركت المجموعة من السكون عندما كان الجسمان في مستوى أفقى واحد.

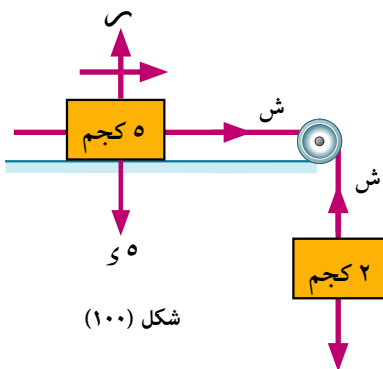


شكل (٩٩)

- أ عجلة الحركة = م/ث^٢
 ب الضغط على البكرة = ث كجم
 ج سرعة المجموعة بعد $\frac{3}{4}$ ثانية من بدء الحركة = م/ث
 د المسافة الرأسية بين الجسمين بعد $\frac{3}{4}$ ثانية من بدء الحركة = متر.
 هـ إذا قُطع الخيط بعد $\frac{3}{4}$ ثانية من بدء الحركة فإن الكتلة ك تصل للسكون اللحظى بعد زمن قدره ثانية

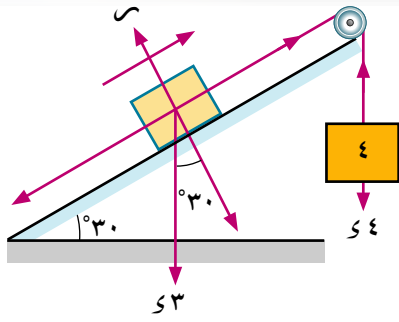
و إذا كانت المسافة بين الجسمين بعد زمن ن ثانية بعد قطع الخيط أصبحت ١٢,٢٥ متراً فإن ن = ثانية

٥ في الشكل المقابل:



شكل (١٠٠)

- أ ج = م/ث^٢
 ب ش = ث كجم
 ج الضغط على البكرة = ث كجم
 د المسافة المقطوعة بعد ٢ ثانية = متر
 هـ سرعة المجموعة بعد ٢ ثانية = م/ث



شكل (١٠١)

٦ في الشكل المقابل:

الجسم ٣ كجم موضوع على المستوى المائل ومتصل بخيط بالجسم
٤ كجم المتدلي رأسياً. أكمل:

أ عجلة المجموعة = م/ث^٢

ب الشد في الخيط = نيوتن

ج الضغط على البكرة = نيوتن

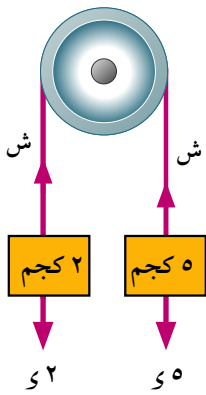
أجب عن الأسئلة الآتية:

٧ في كل من الأشكال الآتية أوجد:

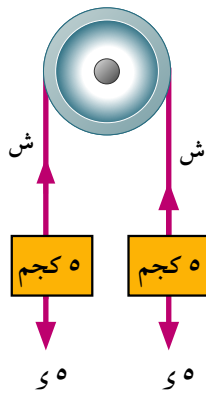
أ عجلة الحركة.

ب الشد في الخيط.

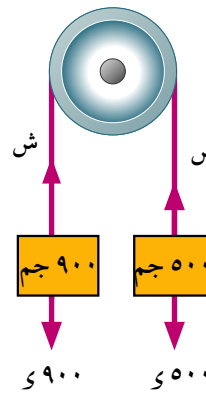
ج الضغط على البكرة.



شكل (١٠٢)



شكل (١٠٣)



شكل (١٠٤)

٨ رُبط جسمان كتلتاهما ٥ كجم، ٣ كجم في نهايتي خيط يمر فوق بكرة صغيرة ملساء، وحفظت المجموعة في حالة اتزان وجزء الخيط رأسيان إذا تركت المجموعة لتتحرك فأوجد مقدار عجلتها والضغط على البكرة، عين كذلك سرعة الجسم الذي كتلته ٥ كجم عندما يكون قد هبط ٤٠ سم.

٩ علق جسمان كتلتاهما ٤ ك، ٤ ك في طرفي خيط يمر على بكرة ملساء، إذا كانت المجموعة تتحرك بعجلة ١٩٦ سم/ث^٢ فأوجد ك: ك.

١٠ رُبطت كتلتان ٣ ك، ٤ ك جرام في نهايتي خيط خفيف يمر على بكرة ملساء، وحفظت المجموعة في حالة اتزان وجزء الخيط رأسيان، فإذا تركت المجموعة تتحرك من سكون عندما كانت المسافة الرأسية بين الكتلتين ١٦٠ سم والكتلة ٤ أسفل الكتلة ٣ ك. أوجد الزمن الذي تصبح فيه الكتلتان في مستوى أفقي واحد.

١١ عُلقت كفتا ميزان كتلة كل منهما ٢١٠ جم في طرفي خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء ويتدليان رأسياً، وضع في إحدى الكفتين جسم كتلته ٧٠٠ جم وفي الكفة الأخرى جسم كتلته ٨٤٠ جم. أوجد عجلة الحركة للمجموعة والضغط على كل من الكفتين.

١٢ رُبطت كتلتان ٥ ك، ٢ ك كجم في نهايتي خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء وحفظت المجموعة في حالة اتزان، وجزء الخيط رأسيان، فإذا تركت المجموعة تتحرك من سكون. فأوجد عجلة حركة المجموعة، وإذا كان الضغط على محور البكرة يساوي ١١٢ نيوتن، فأوجد قيمة ك.

١٣ جسمان كتلتاهما ٤٢٠ جم، ٥٦٠ جم مربوطان في طرفي خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء، بدأت المجموعة الحركة من السكون عندما كان الجسمان في مستوى أفقى واحد، وبعد مرور ثانية واحدة قُطع الخيط الواصل بينهما، فاحسب المسافة بين الكتلتين بعد مرور ثانية أخرى من قطع الخيط.

١٤ جسم كتلته ٤ كجم موضوع على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° ويتصل بخيط يمر على بكرة صغيرة ملساء عند أعلى المستوى ويتدلى من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ك، فإذا تحركت الكتلة ٤ كجم من سكون على المستوى إلى أعلى مسافة ٥٦٠ سم في ٢ ثانية. فأوجد مقدار ك علمًا بأن معامل الاحتكاك الديناميكي بين الجسم والمستوى يساوى $\frac{3}{4}$ وأيضًا أوجد مقدار الضغط على محور البكرة.

١٥ جسم كتلته ٤٠٠ جم، موضوع على نضد أفقى أملس، تم وُصل بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة في حافة النضد، ويحمل في طرفه جسمًا آخر كتلته ٩٠ جم، أوجد عجلة المجموعة والشد في الخيط والضغط على البكرة.

١٦ أ، ب جسمان كتلتاهما ٢٠٠ جم، ٤٥ جم على الترتيب، وُضع الجسم أ على نضد أفقى أملس ارتفاعه ٩٠ سم وعلى بعد ٢٧٠ سم من حافة النضد ووصل بخيط خفيف طوله ٢٧٠ سم يمر على بكرة صغيرة مثبتة عند كافة النضد ووصل الجسم ب بالطرف الآخر للخيط عند حافة النضد، فإذا أزيح الجسم ب بهدوء ليسقط من حافة النضد، فأوجد الزمن الذى يستغرقه أ بعد ذلك ليصل إلى حافة النضد.

١٧ وضع جسم كتلته ٢٠٠ جم على نضد أفقى خشن معامل الاحتكاك الديناميكي بينهما $\frac{1}{3}$ ، ثم رُبط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة عند حافة النضد ويتدلى من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٢٠٠ جم على ارتفاع متر واحد من سطح الأرض، فإذا بدأت المجموعة الحركة من سكون فاحسب:

- أ الضغط على البكرة بالنيوتن.
- ب سرعة اصطدام الكتلة المدلاة بسطح الأرض.
- ج المسافة التي تتحركها الكتلة الموضوعة على النضد حتى تسكن.

قوانين نيوتن

- ١ كمية حركة جسم عند لحظة ما هي كمية متجهة مقدارها يساوي حاصل ضرب كتلة هذا الجسم في سرعته عند هذه اللحظة واتجاهها هو اتجاه السرعة نفسه

$$\therefore \vec{p} = m \vec{v}$$
- ٢ التغير في كمية حركة جسم = $\Delta p = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$
 إذا كانت العجلة ج دالة في الزمن
- ٣ القانون الأول لنيوتن: كل جسم يحتفظ بحالته من حيث السكون أو الحركة المنتظمة في خط مستقيم ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تغير من حالته،
- ٤ مبدأ القصور الذاتي: كل جسم قاصر أو عاجز بذاته عن تغيير حالته من حيث السكون أو الحركة المنتظمة في خط مستقيم.
- ٥ القوة: القوة هي المؤثر الذي يغير أو يعمل على تغيير حالة الجسم من سكون أو حركة منتظمة في خط مستقيم.
- ٦ القانون الثاني لنيوتن: معدل التغير في كمية الحركة يتناسب مع القوة المحدثة له ويحدث في اتجاهها.
- ٧ معادلة حركة جسم كتلته m ويتحرك بعجلة منتظمة a

$$v = u + at$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$
 حيث v محصلة القوى المؤثرة على الجسم
 < إذا كانت $a = \frac{v}{t}$ فإن معادلة الحركة تأخذ الصورة:

$$v = u + at$$

 < إذا كانت $a = \frac{v^2 - u^2}{2s}$ فإن معادلة الحركة تأخذ الصورة:

$$v^2 = u^2 + 2as$$

 < إذا كانت الكتلة متغيرة فإن معادلة الحركة تأخذ الصورة:

$$v = u + \int a dt$$
- ٨ الوحدات المستخدمة مع معادلة الحركة
 m (كجم) . ج (م/ث^٢) = ق (نيوتن)
 m (جم) . ج (سم/ث^٢) = ق (داين)
- ٩ القانون الثالث لنيوتن
 لكل فعل رد فعل مساوٍ له في المقدار ومضاد له في الاتجاه.

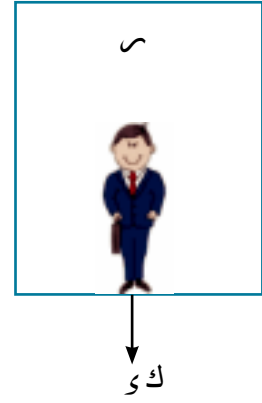
١٠ حركة المصاعد



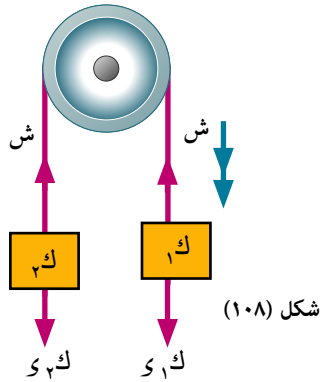
القوى المؤثرة على المصعد
والشخص معاً
شكل (١٠٧)



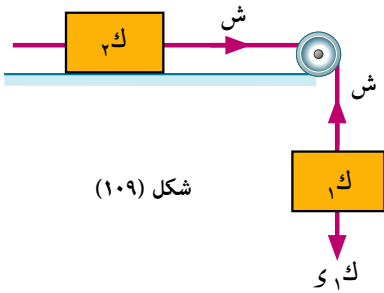
القوى المؤثرة على المصعد
والشخص بداخله
شكل (١٠٦)



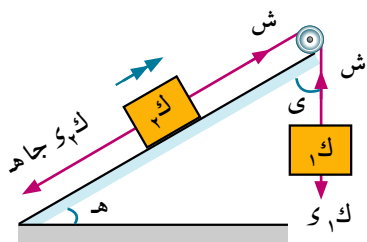
القوى المؤثرة على
الشخص داخل المصعد
شكل (١٠٥)



شكل (١٠٨)



شكل (١٠٩)



شكل (١١٠)

البكرات البسيطة:

معادلات الحركة

$$ك_١ ج = ك_٢ ي - ش$$

$$ك_٢ ج = ش - ك_١ ي$$

$$\text{الضغط على البكرة} = ٢ ش$$

معادلات الحركة

$$ك_١ ج = ك_٢ ي - ش$$

$$ك_٢ ج = ش$$

$$\text{الضغط على البكرة} = ٢ ش$$

معادلات الحركة

$$ك_١ ج = ك_٢ ي - ش$$

$$ك_٢ ج = ش - ك_١ ي \text{ جا هـ}$$

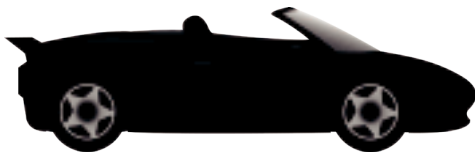
$$\text{الضغط على البكرة} = ٢ ش \text{ جتا } \frac{٢}{٣} = ش (٢ + ٢ \text{ جا هـ})$$

تعاريف عامة

أكمل ما يأتي:

- ١ جسم كتلته ٤٠ كجم يكون وزنه:
 - أ) بثقل الكيلوجرام
 - ب) بالنيوتن
- ٢ جسم يتحرك بسرعة قدرها ١٣٥ كم/س فإنه يقطع في الثانية الواحدة مترًا.
- ٣ مستوى مائل طوله ٢٠٠ سم وارتفاعه ١٥٠ سم يكون جيبًا زاوية ميله على الأفقى
- ٤ جسم كتلته ٨ أطنان يتحرك بسرعة منتظمة وكانت المقاومة التي يلاقها لكل طن من الكتلة ٤,٥ ث كجم فإن القوة المحركة بالنيوتن
- ٥ جسم كتلته ٣٥ كجم، موضوع على ميزان ضغط مثبت في أرضية مصعد يتحرك بسرعة قدرها ٤ م/ث وكانت قراءة الميزان ٣٤٣ نيوتن فإن المسافة التي يقطعها المصعد في ٧ ثوانٍ .. متر
- ٦ ١٤٧ نيوتن = ث كجم
- ٧ ١ ث كجم = نيوتن

أجب عن الأسئلة الآتية:



- ٨ كرة من المطاط كتلتها ٢٠٠ جم قُذفت أفقيًا بسرعة ٣٠ م/ث اصطدمت بحائط رأسى فارتدت بسرعة ٢٦ م/ث فأوجد التغير الحادث في كمية حركة الكرة نتيجة للتصادم بوحدة كجم. م/ث
- ٩ سيارة كتلتها ٦ أطنان تتحرك تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع السرعة فإذا كانت المقاومة ٥ ث كجم لكل طن عندما كانت سرعتها ٣٦ كم/س أوجد قوة محرك السيارة إذا كانت أقصى سرعة لهذه السيارة ٤٠ م/ث.
- ١٠ قطار كتلته ١٦٠ طنًا، بدأ من السكون من إحدى المحطات وكانت قوة المحرك تزيد بمقدار ٤ ث طن عن المقاومة الكلية لحركة القطار وعندما بلغت سرعته ٤٤,١ كم/س استمر يسير بهذه السرعة مدة من الزمن ثم ضغط على الفرامل فأكسبته تقصيرًا مقداره ١٧,٥ سم/ث^٢، ووقف القطار في المحطة التالية التي تبعد ٤٩٩٨ متر عن المحطة التي تحرك منها القطار، أوجد الزمن المستغرق في قطع المسافة بين المحطتين.
- ١١ يمر خيط خفيف على بكرة صغيرة ملساء، ويتدلى من أحد طرفيه جسم كتلته ٨٠٠ جم ومن الطرف الآخر ميزان زنبركي كتلته ٤٠٠ جم، معلق به جسم كتلته ك جم. إذا تحركت المجموعة من السكون وكانت قراءة الميزان أثناء الحركة ١٦٠ ث جم، فأوجد قيمة ك.

١٢ كتلتان ١٣٠٠، ٦٠٠ جم موضوعتان على مستوى أفقى أملس ومتصلتان بخيط مشدود بينهما طوله ٥٠ سم، ثم ربطت الكتلة ٦٠٠ جم بخيط آخر على استقامة الأول يمر على بكرة ملساء مثبتة فى حافة المستوى القريب من الكتلة الثانية وعُلق فى الطرف الآخر للخيط كتلة قدرها ١٠٠ جم تتدلى رأسياً أوجد مقدار عجلة المجموعة ومقدار الشد فى كل من الخيطين، وإذا قُطع الخيط الواصل بين الجسمين الأولين بعد ٢ ث من بدء الحركة، فما المسافة بين الجسمين بعد ١ ث من لحظة قطع الخيط؟

١٣ جسمان كتلتاهما ٣٥٠ جم، ك جم مربوطان فى طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء ويتدليان رأسياً، بدأت المجموعة الحركة من سكون عندما كانت الكتلتان فى مستوى أفقى واحد، وكان الضغط على محور البكرة ٢٠٠ ث/جم
أوجد ك والمسافة الرأسية بين الجسمين بعد ثانية واحدة من بدء الحركة.

١٤ عُلق جسمان كتلة كل منهما ك كجم من طرفى خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة رأسياً، وكان جزء الخيط يتدليان رأسياً وعند إضافة جسم كتلته ٢ كجم لأحد الجسمين أصبحت قيمة الشد فى الخيط $\frac{A}{V}$ قيمته فى الحالة الأولى، أوجد ك.

١٥ خيط خفيف ثابت الطول يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبت فى أحد طرفيه جسم كتلته ٦٠ جم وفى الطرف الآخر جسمان كتلتاهما ٤٠ جم، ٥٠ جم، إذا بدأت المجموعة الحركة من سكون فأوجد عجلة الحركة والشد فى الخيط الذى يصل الكتلتين ٤٠ جم، ٥٠ جم إذا انفصل الجسم الذى كتلته ٥٠ جم بعد ثانيتين من بدأ الحركة فأثبت أن المجموعة تسكن لحظياً بعد ثانيتين من لحظة الانفصال.

١٦ جسمان كتلتاهما ٢٦٠ جم، ٢٣٠ جم، مربوطان فى طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء ويتدليان رأسياً، بدأت المجموعة الحركة من سكون عندما كانت الكتلة الكبرى على ارتفاع ٢٧٠ سم من سطح الأرض، أوجد عجلة المجموعة والشد فى الخيط والزمن الذى يمضى حتى تصل الكتلة الكبرى للأرض.

١٧ جسمان كتلتاهما ٢٦٠ جم، ٢٣٠ جم، مربوطان فى طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء ويتدليان رأسياً فى مستوى أفقى واحد على ارتفاع ٧٠ سم من سطح الأرض، فإذا بدأت المجموعة حركتها من السكون وقطع الخيط بعد ثانية واحدة من بدء الحركة فاحسب السرعة التى يصل بها كل من الجسمين إلى سطح الأرض.

الوحدة الثالثة - الدفع والتصادم

Impulse and Collisiom



الوحدة

٣

مقدمة الوحدة

سبق أن درسنا بعض الكميات الفيزيائية التي بواسطتها نستطيع أن نصف حركة الأجسام، مثل السرعة والتسارع، الكتلة. وفي هذه الوحدة سوف نتعرف على كميات أخرى تشارك في وصف حركة الأجسام.

في بعض الأحيان، نلاحظ مثلاً أن هناك سهولة في أن نوقف حركة خرزة صغيرة تتدحرج، عن أن نوقف كرة بولينج، بالرغم من أن الجسمين يتحركان بالسرعة نفسها. فنجد أن كلا الجسمين يتحرك حركة انسحابية في خط مستقيم.

وهناك ملاحظة أخرى، وهي أن الشاحنة الكبيرة تبذل جهداً كبيراً لكي يوقف الشاحنة فجأة، بالرغم من أن سرعتها قد لا تكون كبيرة في حين يستطيع سائق السيارة الصغيرة أن يوقف سيارته خلال مسافة أقل رغم أن سرعتها قد تكون كبيرة.

من الملاحظتين السابقتين يتضح أن السرعة والكتلة مرتبطتان معاً ارتباطاً وثيقاً وهو ما يعرف بكمية الحركة، ونظراً لثبوت كتلة الجسم في معظم الحالات فإن السرعة هي التي تتغير، والتغير في السرعة يعني حدوث تسارع للحركة، والتسارع يعني أن هناك قوة محصلة عليه، فإن أي تغير في السرعة يغير كمية الحركة.

كما أن هناك عامل آخر مهم وهو الفترة الزمنية التي تؤثر خلالها القوة في الجسم المتحرك ثم أن القوة والزمن عاملان ضروريان لإحداث تغير في كمية الحركة، ويكون حاصل ضربهما هو ما يعرف بالدفع . Impulse.

ويعتبر تصادم الاجسام تطبيقاً عملياً لكمية الحركة؛ فحينما يتصادم جسمان في غياب أي مؤثر خارجي نجد أن محصلة كمية الحركة لكل من الجسمين قبل التصادم وبعده متساوية وعليه فإن محصلة كمية الحركة قبل التصادم تساوي محصلة كمية الحركة بعد التصادم.

وهناك صور عديدة للتصادم فهناك تصادم مرن وآخر غير مرن، وذلك سوف نتعرف عليه من خلال دراستنا لهذه الوحدة.

مخرجات التعلم

بعد دراسة هذه الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن:

- ✚ يتعرف مفهوم الدفع
- ✚ يستنتج العلاقة بين الدفع والتغير في كمية الحركة.
- ✚ يتعرف التصادم المرن.
- ✚ يستنتج أن مجموع كميتي الحركة لجسمين قبل التصادم يساوي مجموع كميتي الحركة لنفس الجسمين بعد التصادم

المصطلحات الأساسية

Elastic	التصادم المرن	Impulse	الدفع
Collision smooth balls	تصادم الكرات الملساء	Momentum	كمية الحركة
		Impulsive forces	القوى الدفعية

الأدوات والوسائل

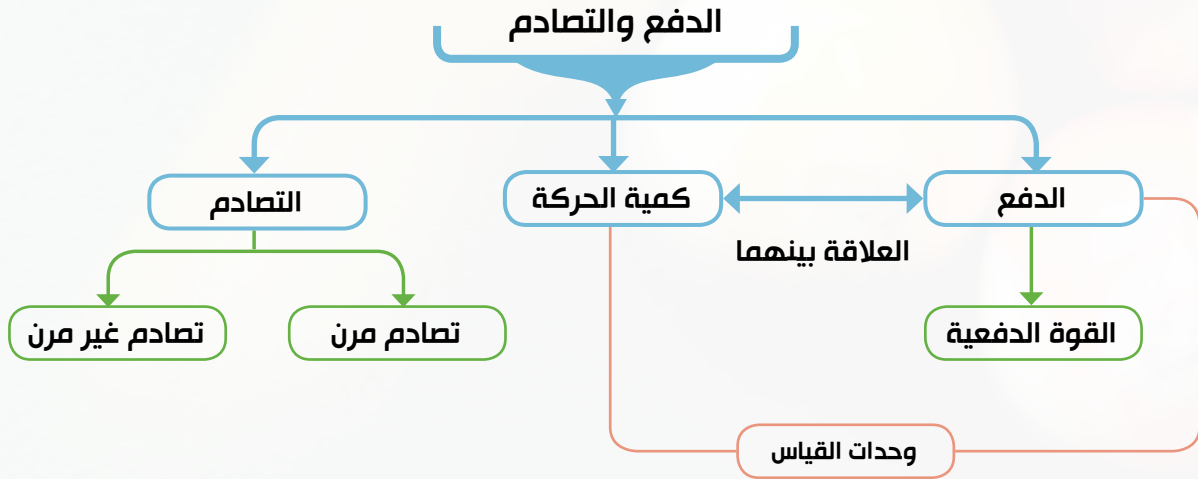
آلة حاسبة علمية .

دروس الوحدة

(١ - ٣): الدفع Impulse.

(٢ - ٣): التصادم collision

مخطط تنظيمي للوحدة



الدفع

Impulse



تمهيد: ماذا تلاحظ عند:

- قذف كرة في اتجاه حائط رأسي.
 - تصادم السيارات على الطرق السريعة.
 - تصادم عجلات الطائرات بأرض المطار أثناء الهبوط.
- في مثل هذه الحالات تكون دراسة حركة الأجسام

عملية شاقة للغاية نتيجة تشابك العوامل المؤثرة عليها ولصغر الفترات الزمنية المتناهية . وسوف ندرس في هذا الدرس بعض المعلومات الخاصة بذلك لربط حالة الجسم قبل وبعد حدوث التغير في متجه سرعته من خلال هذا النشاط.

نشاط



نوع الكرة	الارتفاع	أقصى ارتداد
كرة زجاجية	٢ متر
كرة بلياردو	٢ متر
كرة تنس	٢ متر
كرة خشبية	٢ متر
كرة جولف	٢ متر
كرة بولينج	٢ متر
كرة طاولة	٢ متر
كرة صلصال	٢ متر

الأدوات: مسطرة خشبية طويلة يزيد طولها عن متر، مجموعة من الكرات المختلفة مثل كرة جولف، كرة تنس ، كرة بلياردو، كرة من الصلصال، ...

العمل: قم بإسقاط هذه الكرات تباعاً من ارتفاع ثابت وليكن ٢ متر على أرضية غرفة من الرخام أو السيراميك وسجل الارتفاع الذي ترتد إليه كل كرة.

الملاحظة والاستنتاج: هل لاحظت أختلافاً في الارتفاعات التي ترتد إليها الكرات المختلفة؟

هل يمكنك ترتيب الكرات حسب مسافة الارتداد لكل منها ترتيباً تنازلياً؟ يرجع اختلاف مسافة الارتداد إلى عدة عوامل منها التغير في كمية حركتها نتيجة تصادم الكرة بالأرض.

ابحث في شبكة المعلومات الدولية عن كل من الدفع وكمية الحركة.

أولاً: الدفع

إذا أثرت قوة \vec{Q} ثابتة المقدار على جسم خلال فترة زمنية n فإن دفع هذه القوة، ونرمز له بالرمز \vec{D} يعرف بأنه حاصل ضرب متجه القوة في زمن تأثيرها أي أن:

$$\vec{D} = \vec{Q} \cdot n$$

سوف تتعلم

- يتعرف مفهوم الدفع
- يستنتج العلاقة بين الدفع والتغير في كمية الحركة

المصطلحات الأساسية

- الدفع Impulse
- كمية الحركة Momentum
- القوى الدفعية Impulsive forces

الأدوات المستخدمة

- آلة حاسبة علمية Scientific calculator

يتضح من هذا التعريف أن الدفع \vec{d} كمية متجهة لها نفس اتجاه متجه القوة \vec{w} ويمكن كتابة العلاقة بين القياس الجبري للدفع d والقياس الجبري للقوة w كالآتي:

$$d = w \cdot n$$

وحدات قياس مقدار الدفع:

من تعريف الدفع نجد أن:

وحدة قياس مقدار الدفع = وحدة قياس مقدار القوة \times وحدة قياس الزمن
ففي النظام الدولي للوحدات يقاس مقدار الدفع بوحدة نيوتن. ث ويمكن أيضًا أن يقاس بحاصل ضرب أي وحدة قوة في أي وحدة زمن.

كما يمكن التعبير عن وحدات قياس مقدار الدفع بطريقة أخرى بملاحظة أن:

كجم.م/ث ، جم.سم/ث ، ...

لذلك نجد أن: إذا كانت الكتلة بالكيلو جرام و السرعة متر/ثانية فإن وحدة مقدار الدفع تكون كجم.م/ث وهي نفس الوحدة نيوتن.ث

وعندما تكون الكتلة بالجرام والسرعة سم/ث فإن وحدة مقدار الدفع تكون جم.سم/ث وهي نفس الوحدة داين.ث

مثال

على تعريف الدفع

١ أثرت قوة مقدارها ٢٥ ث كجم على جسم لفترة زمنية قدرها $\frac{1}{10}$ ثانية، أوجد دفع القوة على الجسم بوحدة نيوتن. ث

الحل

$$\text{الدفع} = w \cdot n$$

$$= 25 \times 9,8 \times \frac{1}{10} = 24,5 \text{ نيوتن. ث}$$

٢ حاول أن تحل

١ أثرت قوة مقدارها 10^{-10} داين على جسم لفترة زمنية 10^{-10} ثانية، أوجد دفع القوة على الجسم بوحدة نيوتن. ث

مثال

إيجاد مقدار الدفع

٢ أثرت القوى \vec{w}_1 و \vec{w}_2 و \vec{w}_3 و \vec{w}_4 و \vec{w}_5 على جسم

لفترة زمنية قدرها ٥ ثوان ، أوجد مقدار دفع القوة إذا كان مقدار القوى يقاس بوحدة نيوتن.

الحل

$$\begin{aligned} \vec{w} &= \vec{w}_1 + \vec{w}_2 + \vec{w}_3 + \vec{w}_4 + \vec{w}_5 \\ &= (\vec{w}_1 + \vec{w}_2 + \vec{w}_3 - \vec{w}_4 - \vec{w}_5) + (\vec{w}_2 + \vec{w}_3) + (\vec{w}_4 + \vec{w}_5) \\ &= \vec{w}_1 + \vec{w}_2 + \vec{w}_3 + \vec{w}_4 + \vec{w}_5 \\ \therefore \vec{d} &= \vec{w} \times n \end{aligned}$$

$$= 5(\vec{w}_1 + \vec{w}_2 + \vec{w}_3 + \vec{w}_4 + \vec{w}_5) = 5\sqrt{10^2 + 5^2 + 25^2 + 10^2 + 5^2}$$

$$= 30,6 \text{ نيوتن. ث}$$

٩ حاول أن تحل

٢ أثرت القوى $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_3$ ، $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 - \vec{v}_3$ على جسم لمدة ثانية واحدة، أوجد مقدار دفع القوة على الجسم إذا كان معيار القوة يقاس بوحدة نيوتن.

ثانياً: الدفع وكمية الحركة

تذكر أن

$$\begin{aligned} \therefore \text{ع} &= \text{ع} + \text{ج} \text{ن} \\ \therefore \text{ع} - \text{ع} &= \text{ج} \text{ن} \end{aligned}$$

حيث أن دفع قوة ثابتة المقدار \vec{v} على جسم لفترة زمنية ن يساوي $\vec{v} \text{ن}$ ومن القانون الثاني لنيوتن نجد أن:

$$\text{الدفع} = \text{ك} \cdot \text{ج} \cdot \text{ن}$$

$$\therefore \text{الدفع} = \text{ك} (\text{ع} - \text{ع}')$$

حيث ع ، $\text{ع}'$ هما القياسان الجبريان لمتجهي السرعة الابتدائية والسرعة بعد زمن ن على الترتيب أي أن الدفع يساوي التغير في كمية الحركة. أما إذا كانت القوة متغيرة فإن الدفع يعطى بالتكامل الآتي:

$$\text{الدفع} = \int_{\text{ع}'}^{\text{ع}} \text{ك} \cdot \text{د} \text{ع}$$

$$\therefore \int_{\text{ع}'}^{\text{ع}} \text{ك} \cdot \text{د} \text{ع} = \text{ك} \cdot \int_{\text{ع}'}^{\text{ع}} \text{د} \text{ع}$$

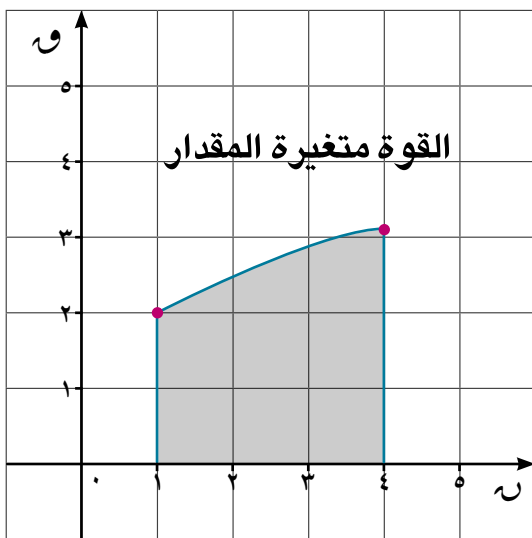
$$\int_{\text{ع}'}^{\text{ع}} \text{ك} \cdot \text{د} \text{ع} = \text{ك} \cdot \left(\frac{\text{ع}}{\text{ن}} - \frac{\text{ع}'}{\text{ن}} \right) \cdot \text{ن}$$

$$= \text{ك} \cdot \text{ك} \cdot \text{ع}$$

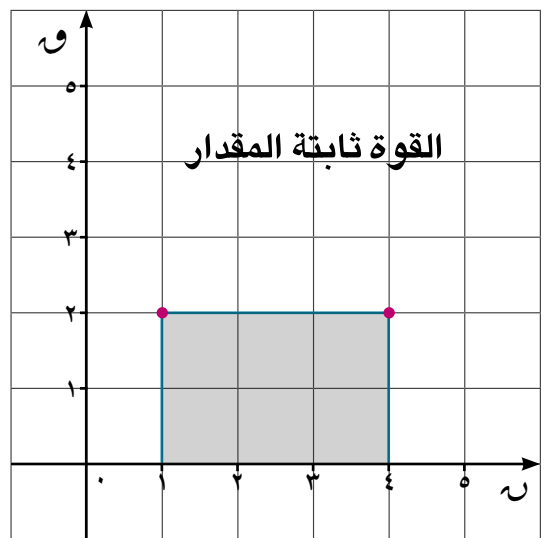
$$\int_{\text{ع}'}^{\text{ع}} \text{ك} \cdot \text{د} \text{ع} = \text{ك} [\text{ع}] \text{ن}$$

$$\int_{\text{ع}'}^{\text{ع}} \text{ك} \cdot \text{د} \text{ع} = \text{ك} (\text{ع} - \text{ع}')$$

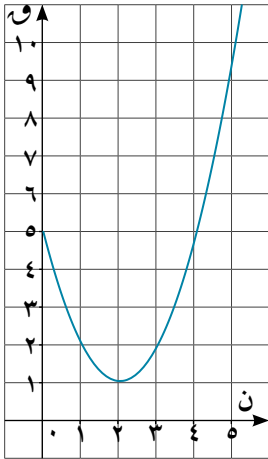
على وجه العموم الدفع يساوي التغير في كمية الحركة



$$\text{الدفع} = \int_{\text{ع}'}^{\text{ع}} \text{ك} \cdot \text{د} \text{ع}$$



$$\text{الدفع} = \int_{\text{ع}'}^{\text{ع}} \text{ك} \cdot \text{د} \text{ع}$$



مثال

٣ الشكل المقابل يمثل منحنى القوة - الزمن حيث $ق = ١ + (٢ - ن)^٢$ أوجد :

أ دفع القوة $ق$ خلال الثواني الثلاث الأولى .

ب دفع القوة $ق$ في الثانية الخامسة.

الحل

حيث مقدار القوة $ق$ بالنيوتن ، الزمن $ن$ بالثانية

$$ق = ١ + (٢ - ن)^٢$$

$$ق = ٥ - ٢ن + ن^٢$$

أ الدفع خلال الثواني الثلاث الأولى $ق١$ و $ق٢$ و $ق٣$

$$ق١ = (٥ - ٢(٠) + ٠^٢) = ٥$$

$$ق٢ = (٥ - ٢(١) + ١^٢) = ٤$$

$$ق٣ = (٥ - ٢(٢) + ٢^٢) = ٥$$

ب الدفع خلال الثانية الخامسة $ق٤$ و $ق٥$

$$ق٤ = (٥ - ٢(٤) + ٤^٢) = ٥$$

$$ق٥ = (٥ - ٢(٥) + ٥^٢) = ٥$$

$$ق٥ = \frac{٢٢}{٣} \text{ نيوتن . ث}$$

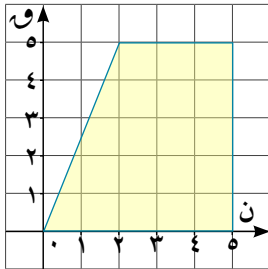
٩ حاول أن تحل

٣ الشكل المقابل يمثل منحنى القوة - الزمن أوجد مستخدماً التكامل .

أ دفع القوة $ق$ خلال الثانية الأولى

ب دفع القوة $ق$ خلال الثواني الخمسة الأولى حيث مقدار القوة $ق$ بالنيوتن ،

الزمن $ن$ بالثانية .



القوى الدفعية

القوى الدفعية هي قوة كبيرة جداً تؤثر لفترة زمنية صغيرة للغاية وتحدث تغييراً هائلاً في كمية حركة الجسم دون أن تحدث تغييراً يذكر في موضعه والحركة الناتجة عند تأثير هذه القوى تسمى حركة دفعية كمثل على ذلك كرة البيسبول عندما تُضرب فإن زمن التلامس بين المضرب والكرة صغيراً للغاية مع أن متوسط

القوة المؤثرة على الكرة كبير جداً ويكون الدفع كبيراً بما يكفي ليغير كمية حركة الكرة دون تغيير يذكر في موضع الكرة عند تأثير قوة دفعية على جسم يكون ك ع_١ + و ن = ك ع_٢ حيث ن فترة زمنية صغيرة للغاية.



الدفع و كمية الحركة

مثال

٤ جسم ساكن كتلته ٤ كجم موضوع على مستوى أفقى أملس ، أثرت عليه قوة أفقية مقدارها ٥ نيوتن لمدة ٨ ثانية. أوجد مقدار الدفع على الجسم ومقدار سرعة الجسم بعد ٨ ثانية.

الحل

$$\therefore \text{الدفع} = \text{ق. ن.}$$

$$\therefore \text{الدفع} = ٨ \times ٥ = ٤٠ \text{ نيوتن. ث}$$

$$\therefore \text{الدفع} = \text{التغير فى كمية الحركة}$$

$$٤٠ = \text{ك} (\text{ع} - \text{ع.})$$

$$٤٠ = \text{ع} (٠ - \text{ع})$$

$$\text{ع} = ١٠ \text{ م/ث}$$

٦ حاول أن تحل

٤ أثرت قوة ثابتة مقدارها ١٠ على جسم كتلته ٤ كجم لمدة ١/٤ ثانية، فغيرت سرعته من ٣ م/ث إلى ٥٤ كم/س فى اتجاه القوة، وكان دفع القوة يساوى ٤,٨ نيوتن. ث فأوجد كتلة الجسم ومقدار القوة بثقل الكجم.

مثال

التعبير عن الدفع و كمية الحركة باستخدام المتجهات

٥ أثرت قوة \vec{Q} = $٢ \vec{s} + ٧ \vec{v}$ على جسم كتلته ٥ كجم لمدة ١٠ ثانية عندما كان متجه سرعته $\vec{c} = \vec{s} - ٢ \vec{v}$ ، أوجد سرعته بعد تأثير القوة إذا كان مقدار القوة بوحدة نيوتن، السرعة بوحدة م/ث.

الحل

$$\therefore \text{الدفع} = \text{التغير فى كمية الحركة}$$

$$\therefore \vec{Q} \cdot \text{ن} = \text{ك} (\vec{c} - \vec{c.})$$

$$\therefore ١٠ (٢ \vec{s} + ٧ \vec{v}) = ٥ (\vec{c} - \vec{c.})$$

$$\therefore \vec{c} = ٢ (٢ \vec{s} + ٧ \vec{v}) + (\vec{c} - \vec{c.})$$

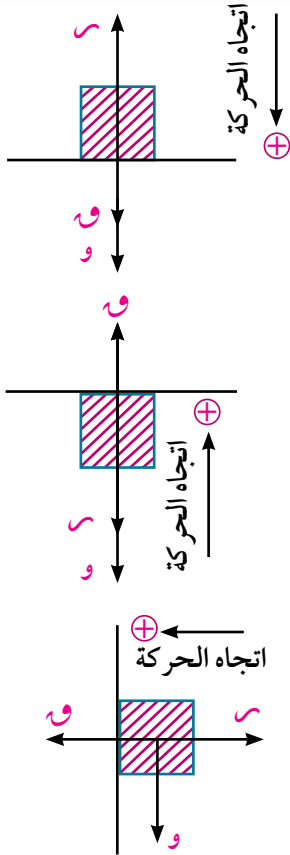
$$\therefore \vec{c} = ٤ \vec{s} + ١٤ \vec{v} + \vec{c} - \vec{c.} \therefore \vec{c} = ٤ \vec{s} + ١٢ \vec{v}$$

$$\therefore \|\vec{c}\| = \sqrt{١٤٤ + ٢٥} = ١٣ \text{ م/ث}$$

٦ حاول أن تحل

٥ جسم كتلته ٣ كجم يتحرك بسرعة $\vec{c} = ٥ \vec{s} - ٢ \vec{v}$ ، أثرت عليه قوة ثابتة لمدة زمنية ن وكان دفع القوة على الجسم يساوى $٦ \vec{s} + ٩ \vec{v}$ ، أوجد سرعة الجسم بعد تأثير القوة إذا كانت السرعة بوحدة م/ث، مقدار الدفع بوحدة نيوتن. ث.

لاحظ أن



عند سقوط جسم وزنه « و » رأسياً على سطح الأرض فإن:

ضغط الجسم على الأرض = رد فعل الأرض على الجسم = و + و

عند قذف جسم وزنه « و » رأسياً وأصطدامه بسقف حجرة فإن:

ضغط الجسم على السقف = رد فعل السقف على الجسم = و - و

عند قذف جسم وزنه « و » أفقياً وأصطدامه بحائط رأسى فإن:

ضغط الجسم على الحائط = رد فعل الحائط على الجسم = و

حيث و هو مقدار القوة الدفعية فى كل من الحالات السابقة

الحركة الرأسية

مثال

٦ سقطت كرة من المطاط كتلتها $\frac{1}{4}$ كجم من ارتفاع ١٠ متر عن سطح الأرض فارتدت بعد اصطدامها بالأرض إلى ارتفاع ٢,٥ متر، أوجد الدفع الناتج عن تصادم الكرة على الأرض وعين رد فعل الأرض على الكرة إذا كان زمن تلامس الكرة مع الأرض $\frac{1}{3}$ ثانية.

الحل

دراسة مرحلة السقوط
 $\therefore \text{ع}^2 = 2 \text{ و} + \text{ف}$
 $\therefore 10 \times 9,8 \times 2 + 0 = \text{ع}^2$
 $\therefore \text{ع} = 14 \text{ م/ث}$
وهى سرعة الكرة قبل ملامستها للأرض مباشرة.

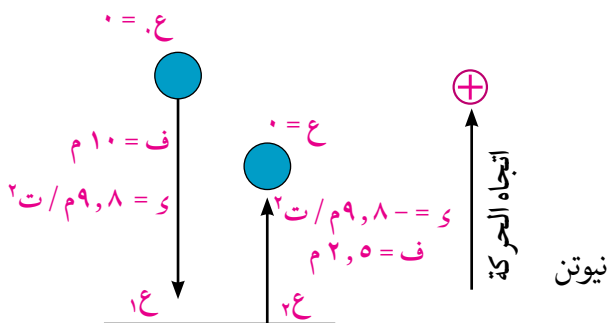
الدفع = التغير فى كمية الحركة = ك (ع - و)

$\therefore \frac{1}{4} = [(14 - 0) - 7] = 0,25 \text{ كجم} \cdot \text{م/ث}$
 $\therefore \text{الدفع} = \text{و} \cdot \text{ن} = 0,25 \times \frac{1}{3}$

$\therefore \text{و} = 0,25 \text{ نيوتن}$

رد فعل الأرض على الكرة = القوة الدفعية + وزن الكرة

$= 0,25 + 9,8 \times \frac{1}{4} = 04,95 \text{ نيوتن}$



٩ حاول أن تحل

٦ جسم كتلته ٣٠٠ جم قذف رأسياً لأعلى بسرعة ٨٤٠ سم/ث من نقطة تقع أسفل سقف حجرة بمقدار ١١٠ سم فاصطدم بالسقف وارتد إلى أرض الحجرة بعد $\frac{1}{4}$ ثانية من الارتداد. أوجد دفع السقف للجسم علماً بأن ارتفاع السقف ٥,٢٧٢ سم ، وإذا كان زمن تلامس التلامس $\frac{1}{10}$ ثانية فأوجد القوة الدفعية.

تفكير ناقذ

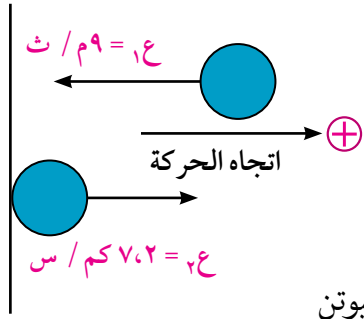
كرة من الصلصال كتلتها ١ كجم سقطت من ارتفاع ٤٠ سم على ميزان ضغط وكان زمن الصدمة $\frac{1}{10}$ ثانية فأوجد قراءة الميزان علماً بأن الكرة لم ترتد بعد الصدمة.

مثال

الحركة الأفقية

٧ كرة كتلتها ١٠٠ جم تتحرك أفقياً بسرعة ٩ م / ث. اصطدمت بحائط رأسى وارتدت بسرعة قدرها ٧,٢ كم / س فإذا كان زمن تلامس الكرة مع الحائط $\frac{1}{10}$ من الثانية فأوجد دفع الحائط للكرة ثم أوجد ضغط الكرة على الحائط.

الحل



باعتبار أن اتجاه الأرتداد هو الإتجاه الموجب للحركة
 $\therefore ١٤ - ٩ = ٥$ م / ث ، $٥ = \frac{٥}{١٨} \times ٧,٢ = ٢$ م / ث
 $\therefore د = ك (٩ - ٢)$
 $\therefore د = \frac{١}{١٠} [(٩ - ٢) - ٢] = ٠,١١$ كجم. م / ث
 $\therefore د = ٠,١١ \times ١٠٠ = ١١$ نيوتن

٩ حاول أن تحل

٧ كرة تنس كتلتها ٤٠ جم تتحرك أفقياً بسرعة ٥٠ سم / ث اصطدمت بالمضرب فارتدت في الاتجاه المضاد بسرعة ١١٠ سم/ث. أوجد مقدار دفع المضرب على الكرة. وإذا كان زمن تماس الكرة مع المضرب $\frac{1}{4}$ من الثانية فما مقدار قوة دفع المضرب على الكرة؟

تمارين ٣ - ١

أولاً : أختَر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ إذا أثرت قوة مقدارها ١٦ ث كجم على جسم لمدة ربع ثانية فإن مقدار دفع القوة على الجسم بوحدة نيوتن . ث تساوى.

- أ ٤ ب ٣٢ ج ٤٩ د ٦٤

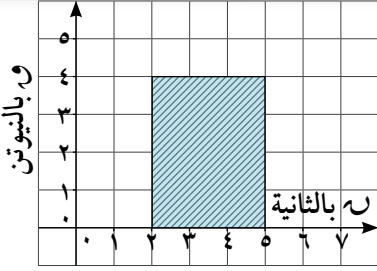
٢ إن كان مقدار دفع قوة ١٠ على جسم لمدة ١٠^{-٤} ثانية يساوى ١٠ نيوتن . ث فإن مقدار ١٠ يساوى:

- أ ٣١٠ دايين ب ١٠ دايين ج ٣١٠ نيوتن د ١٠ نيوتن

٣ إذا أثرت القوتان \vec{P} و \vec{Q} = \vec{S} + \vec{O} + \vec{V} + \vec{E} ، \vec{P} = \vec{S} + \vec{O} - \vec{V} - \vec{E} على جسم لفترة زمنية

قدرها ٢ ثانية فإن مقدار دفع القوى بوحدة نيوتن . ثانية يساوى:

- أ ٢٦٥ ب ٣٦١٠ ج ٢٦٥٠ د ٣٦١٠٠

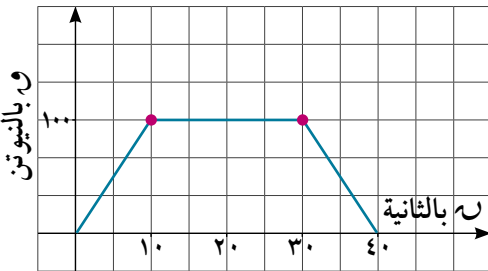


٤ إذا أثرت قوة ثانية المقدار على جسم لفترة زمنية كما هو معطى فى الشكل فإن مقدار الدفع بوحدة نيوتن . ثانية تساوى.

- أ ٨
ب ١٢
ج ٢٠
د ٥٠

٥ إذا أثرت قوة مقدارها ٩٠ نيوتن على جسم كتلته ١٠ كجم لمدة ٥ ثوان ، فإن مقدار التغير فى سرعة الجسم فى اتجاه القوة نفسه يساوى.

- أ ٤٥ م/ث
ب ٥٠ م/ث
ج ٩٠ م/ث
د ١٢٠ م/ث



٦ جسم كتلته ٢٠ كجم موضوع على مستوى أفقى أملس فإذا تحرك هذا الجسم تحت تأثير قوة اتجاهها ثابت ويتغير مقدارها مع الزمن كما هو موضح بالشكل فإن مقدار الدفع لهذه القوة بعد ٤٠ ثانية بوحدة نيوتن، ثانية يساوى:

- أ ١٠٠٠
ب ٢٠٠٠
ج ٣٠٠٠
د ٤٠٠٠

ثانيا : اجب عن الأسئلة الآتية :

٧ أطلقت رصاصة كتلتها ٢٠ جم من بندقية أفقيا، فإذا إستمر مسارها داخل البندقية لمدة ٥,٠ ثانية وكان مقدار قوة دفع البندقية عليها ٢٠ نيوتن أوجد سرعة خروج الرصاصة من فوهة البندقية.

٨ مدفع سريع الطلقات يطلق الرصاصات رأسيا لأعلى ، كتلة الواحدة منها ٥٠٠ جم فإذا كان متوسط قوة دفع الغاز فى إسطوانة المدفع على الرصاصة هو ٢٥٠ نيوتن وتؤثر على الرصاصة لمدة ٠,٢ ثانية حتى لحظة خروج الرصاصة من فوهة المدفع احسب زمن وصول الرصاصة إلى أقصى ارتفاع مستخدما العلاقة بين الدفع وكمية الحركة.

٩ سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢٠ جم من إرتفاع ٦,٤ متر من سطح الأرض فارتدت رأسياً إلى أعلى فإذا كان متوسط القوة التى تبذلها الأرض على الكرة ١٨٢ × ١٠^٤ داین وأن زمن تلامس الكرة بالأرض ٠,٠٢ من الثانية فأوجد.

- أ مقدار دفع الأرض للكرة
ب أقصى إرتفاع وصلت إليه الكرة بعد إرتدادها

١٠ تتحرك كرة ملساء كتلتها ٢٠٠ جرام فى خط مستقيم على أرض أفقية ملساء بسرعة ١٠ م/ث فإذا إصطدمت الكرة بحائط رأسى أملتس وارتدت بسرعة ٤ م/ث أوجد:

- أ مقدار دفع الحائط على الكرة

ب مقدار قوة دفع الحائط للكرة إذا كان زمن تلامس الكرة على الحائط ٠,٠٥ من الثانية.

- ١١) عربة سكة حديد كتلتها ١٠ طن تسير بسرعة ١٨ كم/س صدمت حاجز الأرصطدام وارتدت بسرعة ٩ كم/س أوجد مقدار دفع الحاجز للعربة.
- ١٢) عربة ساكنة كتلتها ١ طن دفعت في اتجاه حركتها بقوة ٢٠٠ ث كجم لمدة ٥ ثوان ثم تركت العربة وشأنها فعادت إلى حالة السكون مرة أخرى بعد ١٥ ثانية أوجد مقدار المقاومة بفرض ثبوتها في الحالتين وكذلك أقصى سرعة وصلتها العربة مستخدما العلاقة بين الدفع وكمية الحركة.
- ١٣) قذفت كرة كتلتها ١ كجم رأسيا لأعلى وباتجاه سقف يرتفع عن نقطة القذف مسافة ٣٦٠ سم بسرعة مقدارها ١٤ م / ث فإذا اصطدمت الكرة بالسقف وارتدت بسرعة ١٠ م/ث أوجد مقدار قوة دفع السقف على الكرة إذا كان زمن تلامس الكرة مع السقف ٠,٠٢ من الثانية.
- ١٤) مدفع سريع الطلقات يطلق ٦٠٠ رصاصة في الدقيقة . كتلة كل واحدة منها ٣٩,٢ جرام بسرعة ١٢٦٠ كم/س إحسب قوة رد الفعل المؤثر على المدفع بثقل الكيلو جرام.
- ١٥) كرة كتلتها ١٥٠٠ جرام سقطت من ارتفاع ٢,٥ متر على سطح سائل لزج فغاصت فيه بسرعة منتظمة وقطعت مسافة ٧٠ سم في ٠,٢ من الثانية احسب مقدار دفع السائل على الكرة.
- ١٦) أثرت القوى $\vec{F}_1 = \vec{a} - \vec{b}$ ، $\vec{F}_2 = \vec{c} + \vec{b}$ ، $\vec{F}_3 = \vec{c}$ ، $\vec{F}_4 = \vec{a} + \vec{c}$ على جسم لمدة $\frac{1}{4}$ ثانية وكان دفع هذه القوى على الجسم يعطى بالعلاقة $\vec{d} = 2\vec{c} + 4\vec{a}$ أوجد قيمة \vec{a} ، \vec{b} .
- ١٧) جسم كتلته ٢٠ جم سقط من ارتفاع ٤٠ سم عن سطح بركة من الماء فغاص في الماء وقطع مسافة ٢١٠ سم خلال ثانية واحدة بعجلة ١,٢ م / ث^٢ أوجد مقدار دفع الماء على الجسم.

التصادم

Collision

مقدمة :

يعتبر تصادم الأجسام تطبيقًا عمليًا لكمية الحركة، فحين يتصادم جسمان في غياب أى مؤثر خارجي، فإن كل جسم سيغير كمية حركة الجسم الآخر وطبقا لقانون نيوتن الثالث فإن القوتين متساويتان في المقدار ومتضادتان في الاتجاه ونتيجة لتصادمهما فإن التغير في حركة الجسمين يبقى ثابتًا وهذا ما يعرف بقانون الحفظ على كمية الحركة. وباعتبار أن التصادم لحظيًا «أى أنه استغرق وقتًا متناهياً في الصغر» فإن دفع الجسم الأول على الثاني يكون مساويًا في المقدار ومضاد في الاتجاه لدفع الجسم الثاني على الأول.

وهناك صورًا عديدة للتصادم منها التصادم المرن والآخر غير المرن.

أولاً: التصادم المرن

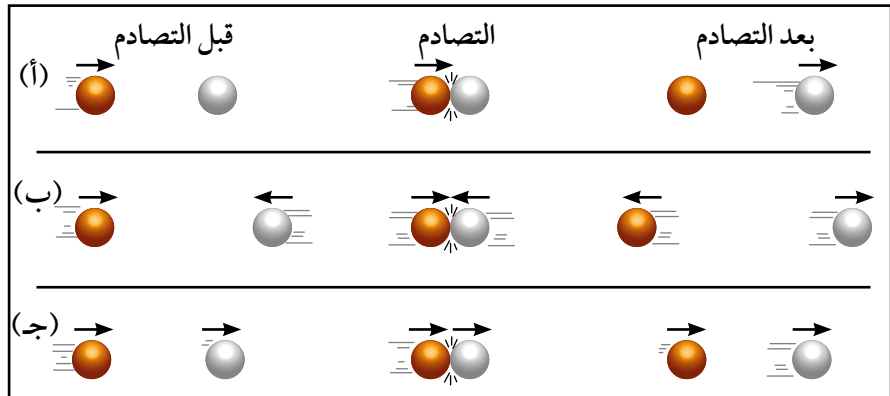
Elastic Collision

إذا لم يحدث تشوه أو توليد حرارة نتيجة تصادم جسمين (لم يحدث فقد في طاقة الحركة) ، يقال أن هذا التصادم مرن، فمثلاً عندما تصطدم كرة بلياردو متحركة بكرة ساكنة لها الكتلة نفسها نجد أن الكرة الأولى تصبح ساكنة في حين تتحرك الكرة الثانية بسرعة ابتدائية تساوي سرعة الكرة الأولى الابتدائية من هذا المثال ، نلاحظ أن كمية الحركة قد انتقلت كليًا من الكرة الأولى إلى الكرة الثانية.

تصادم الكرات الملساء :

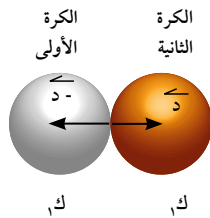
Collision smooth balls

يلاحظ أنه خلال عملية التصادم بين الأجسام ، أن المجموع الأتجاهي لكميات الحركة قبل التصادم وبعده ، يكون متساويًا.



في الشكل المقابل :

باعتبار أن كتلة الكرة الأولى K_1 وكتلة الثانية K_2 وأن \vec{d}_1 هو دفع الكرة الأولى على الثانية فيكون $-\vec{d}_2$ هو دفع الكرة الثانية على الأولى.



سوف تتعلم

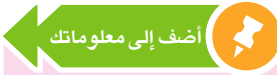
المصطلحات الأساسية

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية.

برامج رسومية للحاسب.

ونفرض أن \vec{e}_1 ، \vec{e}_2 هما متجهتا سرعة الكرتين قبل التصادم مباشرة، \vec{e}'_1 ، \vec{e}'_2 هما متجهتا سرعة الكرتين بعد التصادم مباشرة.



أضف إلى معلوماتك
التصادم المباشر تكون فيه السرعتان قبل التصادم مباشرة توازيان خط المركزين عند لحظة التصادم.

بالنسبة للكرة الأولى:

∴ التغير في كمية حركة الكرة = الدفع المؤثر عليها

$$\therefore K_1 \vec{e}'_1 - K_1 \vec{e}_1 = \vec{d}$$

∴ المتجهين \vec{e}_1 ، \vec{e}'_1 يوازيان خط المركزين

∴ المتجه \vec{e}_1 يوازي خط المركزين أيضا.

بالنسبة للكرة الثانية:

∴ التغير في كمية حركة الكرة = الدفع المؤثر عليها

$$\therefore K_2 \vec{e}'_2 - K_2 \vec{e}_2 = \vec{d}$$

∴ المتجهين \vec{e}_2 ، \vec{e}'_2 يوازيان خط المركزين

∴ المتجه \vec{e}_2 يوازي خط المركزين أيضا، بجمع (1)، (2):

$$\therefore (K_1 \vec{e}'_1 - K_1 \vec{e}_1) + (K_2 \vec{e}'_2 - K_2 \vec{e}_2) = \vec{d} + \vec{d} = \vec{0}$$

$$\therefore K_1 \vec{e}'_1 + K_2 \vec{e}'_2 = K_1 \vec{e}_1 + K_2 \vec{e}_2 \quad (3)$$

أي أن: مجموع كميتي الحركة بعد التصادم مباشرة = مجموع كميتي الحركة قبل التصادم مباشرة وبالتالي فإنه إذا تصادمت كرتان ملساوان فإن مجموع كميتي حركتهما لا يتغير نتيجة للتصادم.

استخدام القياسات الجبرية:

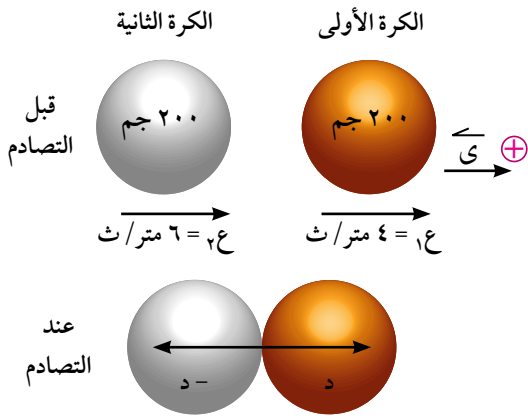
يمكن استخدام القياسات الجبرية لمتجهات السرعة والدفع وعلى ذلك فإنه يمكن إعادة صياغة العلاقات الثلاث السابقة على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} K_1 \vec{e}'_1 - K_1 \vec{e}_1 &= \vec{d} \\ K_2 \vec{e}'_2 - K_2 \vec{e}_2 &= \vec{d} \\ K_1 \vec{e}'_1 + K_2 \vec{e}'_2 &= K_1 \vec{e}_1 + K_2 \vec{e}_2 \end{aligned}$$

مثال

① تتحرك كرتان ملساوان كتلة كل منهما ٢٠٠ جم في خط مستقيم على مستو أفقي أملس الأولى بسرعة ٤ متر / ث والثانية بسرعة ٦ متر/ث في نفس اتجاه الأولى فإذا تصادمت الكرتان فعين سرعة كل منهما بعد التصادم مباشرة علما بأن مقدار دفع الكرة الثانية على الأولى يساوي ٥ × ١٠^٤ داین . ثانية.

الحل



نتخذ متجه وحدة ثابت \vec{y} في اتجاه السرعتين قبل التصادم مباشرة ونعتبره الاتجاه الموجب.

∴ دفع الكرة الثانية على الكرة الأولى يكون في الاتجاه الموجب.

$$\therefore d = 5 \times 10 \text{ داين. ث}$$

دفع الكرة الأولى على الثانية يكون في الاتجاه السالب.

$$\therefore d = -5 \times 10 \text{ داين. ث}$$

بالنسبة للكرة الأولى:

$$\therefore d = 1 \text{ ك} \cdot \left(\frac{1}{2} \text{ع} - \frac{1}{2} \text{ع} \right) \quad \therefore 5 \times 10 = 200 \left(\frac{1}{2} \text{ع} - 4 \right)$$

$$\therefore 250 = \frac{1}{2} \text{ع} - 400 \quad \therefore \frac{1}{2} \text{ع} = 650 \text{ سم / ث} = 6,5 \text{ متر / ث}$$

بالنسبة للكرة الثانية:

$$\therefore d = 2 \text{ ك} \cdot \left(\frac{1}{2} \text{ع} - \frac{1}{2} \text{ع} \right) \quad \therefore -5 \times 10 = 200 \left(\frac{1}{2} \text{ع} - 6 \right)$$

$$\therefore -250 - 600 = \frac{1}{2} \text{ع} \quad \therefore \frac{1}{2} \text{ع} = 350 \text{ سم / ث} = 3,5 \text{ متر / ث}$$

أي أن الكرتين تتحركان بعد التصادم في نفس اتجاههما: الأولى بسرعة 6,5 متر / ث والثانية بسرعة 3,5 متر / ث

٤ حاول أن تحل

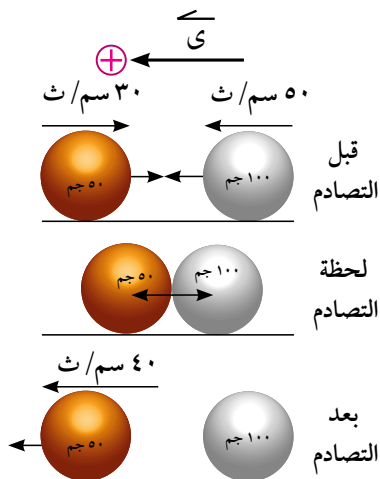
١ تتحرك كرتان ملساوان كتلة كل منهما 200 جم في خط مستقيم واحد على أرض أفقية الأولى بسرعة 5 متر / ث والثانية بسرعة 9 متر / ث في نفس اتجاه الأولى. فإذا تصادمت الكرتان فعيين سرعة كل منهما بعد التصادم مباشرة علما بأن مقدار دفع الكرة الثانية على الأولى يساوي $0,6 \times 10^3$ داين. ث

مثال (تصادم الكرات)

٢ كرتان كتلتاهما 100 جرام، 50 جرام تتحركان في خط مستقيم أفقى واحد في اتجاهين متضادين. تصادمت الكرتان عندما كانت سرعة الكرة الأولى مقدارها 50 سم / ث وسرعة الكرة الثانية مقدارها 30 سم / ث فإذا إرتدت الكرة الثانية عقب التصادم مباشرة بسرعة 40 سم / ث أوجد مقدار واتجاه سرعة الكرة الثانية بعد التصادم مباشرة ومقدار دفع أى من الكرتين على الأخرى.

الحل

أولا:



نعتبر أن اتجاه سرعة الكرة الأولى قبل التصادم في اتجاه متجه الوحدة \vec{y} ∴ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

$$\therefore 1 \text{ع} \cdot 1 + 2 \text{ع} \cdot 2 = 2 \text{ع} \cdot 2 + 1 \text{ع} \cdot 1$$

$$40 \times 50 + 100 \times 15 = 30 \times 50 - 50 \times 100$$

$$\frac{1}{2} \text{ع} = 15 \text{ سم / ث في اتجاه متجه الوحدة } \vec{y} \text{ نفسه}$$

ثانيًا:

نوجد دفع الكرة الأولى على الكرة الثانية
 دفع الكرة الأولى على الكرة الثانية = التغير في كمية حركة الكرة الثانية

$$D = K_2 - K_1$$

$$D = 50(40 - 300) = 3500 \text{ جم. سم/ث}$$

Inelastic collision

ثانيًا: التصادم غير المرن:

يقصد بالتصادم غير المرن، أن يحدث تشوه أو تولد حرارة أو تلتحم الأجسام، نتيجة لعملية التصادم (يحدث فقد في طاقة الحركة).

وبالرغم من كل هذا فإن كمية الحركة قبل التصادم وبعده، تبقى كما هي دون تغيير. وتكون معادلة الأحتفاظ بكمية الحركة على الصورة: (في حالة إلتحام الكتلتين)

(باستخدام المتجهات)
$$K_1 + K_2 = K_3$$

(باستخدام القياسات الجبرية)
$$K_1 + K_2 = K_3$$

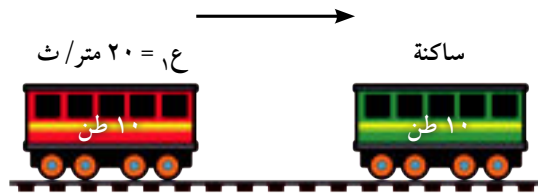
ومن الأمثلة العملية للتصادم غير المرن تصادم عربات القطار وتصادم المطرقة التي تسقط على وتد يستعمل في حفر الأساس عند البناء.

مثال

تصادم عربات القطار

٣) عربة قطار كتلتها ١٠ طن تسير بسرعة ٢٠ م/ث إصطدمت بعربة قطار أخرى ساكنة كتلتها ١٠ طن فإذا سارت العريبتان بعد التصادم مباشرة كجسم واحد إحسب سرعتهما المشتركة حينئذ

الحل



نفرض أن كتلة العربة المتحركة K_1
 فيكون $K_1 = 10 \text{ طن} = 10000 \text{ كجم}$ وسرعتها v_1
 حيث: $v_1 = 20 \text{ م/ث}$
 وكتلة العربة الساكنة K_2

$K_2 = 10 \text{ طن} = 10000 \text{ كجم}$ وسرعتها $v_2 = 0$ صفر.

نعتبر أن اتجاه سرعة الجسم الأول قبل التصادم موجبا وأن السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم مباشرة v
 ∴ مجموع كميتي الحركة قبل التصادم = مجموع كميتي الحركة بعد التصادم

$$K_1 v_1 + K_2 v_2 = (K_1 + K_2) v$$

$$10000 \times 20 + 10000 \times 0 = (10000 + 10000) \times v$$

$$200000 = 20000 \times v \quad \therefore v = 10 \text{ م/ث في إتجاه حركة العربة الأولى نفسه}$$

٤ حاول أن تحل

٢) عربة قطار كتلتها ٦ طن تسير بسرعة ٢٥ م/ث إصطدمت بعربة قطار أخرى ساكنة كتلتها ٣ طن فإذا سارت العريبتان بعد التصادم مباشرة كجسم واحد إحسب سرعتها المشتركة حينئذ.

مثال

٤ تسقط مطرقة من الحديد كتلتها ٢١٠ كجم من إرتفاع ٩٠ سم على عمود من أعمدة الأساس كتلته ١٤٠ كجم فتدفعه في الأرض مسافة ١٨ سم فإذا تحركت المطرقة والعمود كجسم واحد بعد التصادم مباشرة أوجد السرعة المشتركة لهما ثم أوجد بثقل الكيلو جرام متوسط مقاومة الأرض بفرض أنها ثابتة.

الحل

أولاً: سرعة وصول المطرقة لعمود الأساس

$$ع^2 = ع_0^2 + ٢٠٠٠$$

$$ع^2 = ٠ + ٢ \times ٩,٨ \times ٠,٩$$

$$ع = ٤,٢ \text{ م/ث}$$

ثانياً: لحظة التصادم

$$ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = (ك_١ + ك_٢) ع$$

$$٢١٠ \times ٤,٢ + ١٤٠ \times \text{صفر} = ٣٥٠ ع$$

$$ع = ٢,٥٢ \text{ م/ث}$$

ثالثاً: بعد التصادم

الجسمان يكونان جسماً واحداً يتحرك بعجلة ج مسافة ١٨ سم، سرعته الابتدائية ع = ٢,٥٢ م/ث، سرعته

$$\text{النهائية} = \text{صفر} \quad ع^2 = ع_0^2 + ٢٠٠٠ \text{ ج} \quad \therefore \text{صفر} = (٢,٥٢)^2 + ٢ \times \text{ج} \times ٠,١٨$$

$$\text{ج} = -١٧,٦٤ \text{ م/ث}^2$$

لايجاد متوسط مقاومة الأرض:

$$(ك_١ + ك_٢) ع = م - ك ج$$

$$٣٥٠ \times ١٧,٦٤ = م - ٩,٨ \times ٣٥٠$$

$$م = ١٧,٦٤ \times ٣٥٠ + ٩,٨ \times ٣٥٠$$

$$\therefore م = ٩٦٠٤ \text{ نيوتن}$$

$$\therefore م = ٩٨٠ \text{ ث كجم}$$

٩ حاول أن تحل

٣ تسقط مطرقة من الحديد كتلتها ٢,١ طن من إرتفاع ١,٦ متر على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٣٥٠ كجم فتدفعه في الأرض مسافة ١٢ سم فإذا تحركت المطرقة والعمود كجسم واحد رأسياً إلى أسفل أحسب مقدار السرعة المشتركة لهما بعد التصادم ثم إحسب مقدار مقاومة الأرض بفرض أنها ثابتة.

تمارين ٣ - ٢

أولاً: أكمل:

- ١ إذا أثرت قوة \vec{F} على جسم ثابت الكتلة خلال فترة زمنية t فإن دفع هذه القوة يساوى
- ٢ إذا أثرت قوة ثابتة على جسم لفترة زمنية متناهية في الصغر فإن التغير في كمية حركة الجسم خلال هذه الفترة يساوى
- ٣ إذا قيست الكتلة بالكيلو جرام ومقدار السرعة بالمتري/ ثانية فإن وحدة مقدار الدفع تقاس ب..... أو
- ٤ إذا تصادمت كرتان ملساوان وكانت سرعتاهما قبل التصادم مباشرة توازيان خط المركزين عند لحظة التصادم فإن هذا التصادم يسمى
- ٥ إذا تصادمت كرتان ملساوان فإن مجموع كميتي حركتهما قبل التصادم يساوى

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ٦ مقدار الدفع بوحدة (داين.ث) الذى تؤثر به قوة على جسم كتلته ٢٠ جم لتغير سرعته من ١٠ سم/ث إلى ١٨ سم/ث فى نفس الاتجاه يساوى :
 أ ٨٠ ب ١٦٠ ج ٢٨٠ د ٥٦٠
- ٧ إذا أثرت قوة مقدارها ٨ نيوتن على جسم ساكن كتلته ٤ كيلو جرام، فإن السرعة التى يكتسبها الجسم فى نهاية ٥ ثوان من بدأ الحركة يساوى:
 أ ٦,٤ م/ث ب ١٠ م/ث ج ٢٠ م/ث د ٤٠ م/ث
- ٨ إذا أثرت قوة على جسم كتلته ٧٠٠ جم فغيرت سرعته من ٣٠ سم/ث إلى ٦٥ سم/ث فى نفس الاتجاه وكان زمن تأثيرها ١٠ ثوان فإن مقدار هذه القوة بوحدة ثقل الجرام تساوى :
 أ ٢,٥ ب ٢٥ ج ١٢٢٥ د ٢٤٤٥
- ٩ جسم كتلته ٤٠٠ جم، إثرت عليه قوة فغيرت سرعته من ٢٥ سم/ث إلى ٥٥ سم/ث فى نفس الاتجاه أوجد مقدار دفع هذه القوة.
- ١٠ أثرت قوة على جسم كتلته ١٥٠ جم يتحرك بسرعة ٢٠ سم/ث فغيرت اتجاه حركته إلى ١٠ سم/ث فى عكس اتجاه حركته الأولى. أوجد مقدار دفع هذه القوة على الجسم.
- ١١ سقطت كرة كتلتها ٨٠٠ جم من ارتفاع ٢,٥ متر على سطح سائل لزج فغاصت فيه بسرعة منتظمة مقدارها ٢ م/ث. أحسب دفع السائل على الكرة.

١٢) تتحرك كرة ملساء كتلتها ٣٠٠ جم في خط مستقيم على أرض أفقية بسرعة ٨ م/ث فإذا اصطدمت هذه الكرة بحائط رأسى أملس وارتدت بسرعة ٥ م/ث. أوجد مقدار دفع الحائط على الكرة، وإذا كان زمن التلامس الكرة مع الحائط $\frac{1}{2}$ من الثانية. فما مقدار قوة دفع الحائط للكرة.

١٣) تتحرك كرتان كتلتاهما ٣٠ جرام، ٩٠ جرام في خط مستقيم على نضد أفقى وفى إتجاهين متضادتين فاصطدمت الكرتان عندما كانت سرعتاهما ٥٠ سم/ث، ٤ سم/ث على الترتيب وكونا جسما واحدا تحرك بعد التصادم مباشرة بسرعة ١٠ سم/ث فى اتجاه الكرة الكبرى احسب مقدار ع واذا كانت مقاومة الحركة للجسم الجديد هى ٣٠٠ داین أوجد المسافة التى يقطعها قبل أن يسكن

١٤) سقطت مطرقة كتلتها طن واحد من إرتفاع ٩، ٤ متر رأسيا على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٤٠٠ كجم فدكنه رأسيا فى الأرض مسافة ١٠ سم فاذا تحركت المطرقة والعمود كجسم واحد بعد التصادم مباشرة أوجد سرعتهما المشتركة ثم أوجد مقاومة الأرض بفرض ثبوتها بثقل الكيلوجرام.

١٥) اصطدمت كرتان تتحركان فى خط مستقيم أفقى فى إتجاهين متضادين الأولى كتلتها ٥ كجم وسرعتها ٤٠ سم/ث والثانية كتلتها ٦ كجم وسرعتها ٥٠ سم/ث فاذا تحركت الكرة الأولى فى عكس إتجاه حركتها بسرعة ٢٠ سم/ث فأثبت أن الكرة الثانية تسكن بعد التصادم مباشرة وما مقدار دفع الكرة الثانية على الكرة الأولى.

١٦) كرتان ملساوتان كتلة الأولى ٥٠ جرام وكتلة الثانية ٤٠ جرام وإزاحة الأولى $\vec{f}_1 = 300 \vec{s}$ وإزاحة الثانية $\vec{f}_2 = -150 \vec{s}$ حيث \vec{s} مقيسة بالسنتيمتر والزمن بالثانية فإذا تصادمت الكرتان وكونتا جسماً واحدا عقب التصادم مباشرة احسب السرعة المشتركة لهذا الجسم ثم احسب قوة التضاغط بين الكرتين إذا كان زمن التصادم $\frac{1}{2}$ من الثانية.

١٧) تتحرك كرة صغيرة كتلتها ٣٠ جرام فى خط مستقيم بسرعة منتظمة مقدارها ١٣ م/ث وبعد ٤ ثوان من مرورها بموضع معين تحركت كرة أخرى كتلتها ١٠ جرام من هذا الموضع وفى نفس إتجاه حركة الكرة الأولى بسرعة ابتدائية ٤ م/ث وبعجلة ٢ م/ث^٢ فاذا كونتا جسما واحدا بعد التصادم مباشرة احسب السرعة المشتركة للجسم واذا لاقى هذا الجسم مقاومة ثابتة على المستوى الأفقى مقدارها ٤ ثقل جرام احسب متى يسكن هذا الجسم؟

١٨) جسم كتلته ١ كجم موضوع على سطح أفقى أملس أثرت عليه قوة مقدارها ٨ نيوتن لمدة $\frac{1}{2}$ ثانية وأثناء إنقطاع تأثير القوة اصطدم هذا الجسم بجسم آخر ساكن كتلته ٢ كجم فاذا إرتد الجسم الأول بسرعة ٢ م/ث أوجد سرعة الجسم الثانى بعد التصادم مباشرة.

لغة الجاهل

١ الدفع:

إذا أثرت قوة \vec{Q} على جسم ثابت الكتلة خلال فترة زمنية n فإن دفع هذه القوة، ونرمز له بالرمز \vec{D} يعرف بأنه حاصل ضرب متجه القوة في زمن تأثيرها أي أن: $\vec{D} = \vec{Q} \cdot n$

٢ وحدات قياس مقدار الدفع:

وحدة قياس مقدار الدفع = وحدة قياس مقدار القوة \times وحدة قياس الزمن
 ففي النظام الدولي للوحدات يقاس مقدار الدفع بوحدة نيوتن . ث ويمكن أيضًا أن يقاس بأي وحدة قوة في وحدة زمن.
 الدفع وكمية الحركة: الدفع = التغير في كمية الحركة أي أن $\vec{D} = n \times \Delta \vec{p}$ (ع - ٢ع)
 منحني القوة - الزمن:
 يمكن تمثيل الدفع بالمساحة أسفل منحني القوة - الزمن ويتحدد بالعلاقة الدفع = $\int \vec{Q} \cdot n$

٣ القوى الدفعية

القوى الدفعية هي قوة كبيرة جدا تؤثر لفترة زمنية صغيرة للغاية وتحدث تغيرًا هائلًا في كمية حركة الجسم دون أن تحدث تغيرًا يذكر في موضعه والحركة الناتجة عند تأثير هذه القوى تسمى حركة دفعية كمثال على ذلك كرة البيسبول عندما تضرب فإن زمن التلامس بين المضرب والكرة صغير للغاية مع أن متوسط القوة المؤثرة على الكرة كبير جدًا ويكون الدفع كبيرًا بما يكفي ليغير كمية حركة الكرة دون تغير يذكر في موضع الكرة.

٤ التصادم المرن:

لا يحدث تشوه أو توليد حرارة نتيجة اصطدام جسمين ولا يحدث فقد في طاقة الحركة

$$K_1 + K_2 = K_1' + K_2'$$

أي أن: مجموع كميتي الحركة بعد التصادم مباشرة = مجموع كميتي الحركة قبل التصادم مباشرة وبالتالي فإنه إذا تصادمت كرتان ملساوان فإن مجموع كميتي حركتهما لا يتغير نتيجة للتصادم.
 ويمكن استخدام القياسات الجبرية علي النحو الآتي:

$$K_1 - K_2 = K_1' - K_2' \quad d = K_2' - K_2 = K_1 - K_1' \quad K_1 + K_2 = K_1' + K_2'$$

حيث d القياس الجبري لدفع الكرة الثابتة على الأولى K_1 ، K_2 القياس الجبري للسرعة قبل التصادم K_1' ، K_2' السرعة بعد التصادم.

التصادم المباشر: تكون فيه السرعتان قبل التصادم مباشرة توازيان خط المركزين لحظة التصادم.

٥ التصادم غير المرن: Inelastic collision

يقصد بالتصادم غير المرن، أن يحدث تشوه أو تولد حرارة أو تلتحم الأجسام، نتيجة لعملية التصادم ويحدث فقد في طاقة الحركة ويكون:

$$K_1 + K_2 < K_1' + K_2' \quad (\text{باستخدام المتجهات}) \quad (\text{حالة الإلتحام})$$

$$K_1 + K_2 > K_1' + K_2' \quad (\text{باستخدام القياسات الجبرية})$$

تعاريف عامة

أولاً :

- ١ عرف كلاً من الدفع وكمية الحركة واذكر العلاقة بينهما
- ٢ عرف كلاً من التصادم المرن والتصادم غير المرن وأعط مثلاً لكل منهما.
- ٣ وضح كيف يمكن بواسطة استخدام مفهوم كمية الحركة، الأقلال من حوادث المرور.

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

- ٤ إذا قيست الكتلة بالكيلوجرام والسرعة بالمتراً/ث فإن وحدة قياس الدفع تكون :
 - أ كيلو جرام.ث
 - ب نيوتن.ث
 - ج داي.ث
 - د نيوتن. متر/ث.

٥ الدفع هو:

- أ التغيير في القوة المؤثرة على الجسم
- ب فترة تأثير القوة على الجسم.
- ج التغيير في سرعة الجسم
- د التغيير في كمية حركة الجسم.

٦ تُعرف كمية الحركة بأنها حاصل ضرب كلاً من:

- أ كتلة الجسم وسرعته
- ب كتلة الجسم وعجلة حركته
- ج كتلة الجسم وزمن تأثير القوة
- د كتلة الجسم والمسافة التي قطعها.

٧ إذا أثرت قوة على جسم كتلته ٣٠٠ جم، فغيرت سرعته من ٢٠ سم/ث إلى ٤٥ سم/ث في نفس الإتجاه فإن مقدار دفع هذه القوة بالجسم جم . سم /ث يساوي:

- أ $١٠ \times ٧,٥$
- ب $١٠ \times ٧,٥$
- ج $١٠ \times ٢,٧$
- د $١٠ \times ٢,٩٤$

٨ اصطدمت كرة كتلتها ٣٠٠ جم ومتحركة على أرض أفقية بسرعة ٦٠ سم/ث تصادمًا مباشرًا بحائط رأسي فأثر عليها بدفع مقداره ٤٨٠٠٠ داي.ث . فما سرعة ارتداد الكرة من الحائط بوحدة سم/ث؟

- أ ١٠٠
- ب ١٢٠
- ج ٢٢٠
- د ٥٠٠

٩ إذا أثرت القوتان \vec{P} و \vec{Q} على جسم لفترة زمنية مقدارها $\frac{1}{4}$ ثانية فإن مقدار دفع القوي بوحدة نيوتن . ثانية يساوي:

- أ $٦ \frac{1}{4}$
- ب $٧ \frac{1}{4}$
- ج ٩
- د ١٣

ثالثاً : أجب عن الأسئلة الآتية:

١٠ كرة من المطاط كتلتها ٥٠٠ جم تتحرك أفقياً في خط مستقيم اصطدمت بحائط رأسي وارتدت بسرعة ١٥٠ سم/ث على نفس المستقيم فإذا كان متوسط القوة بينها وبين الحائط ١٠ ث كجم وزمن التلامس بينهما $\frac{1}{5}$ ثانية فأوجد سرعة الكرة قبل لحظة اصطدامها بالحائط مباشرة.

١١ سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢٠٠ جم من ارتفاع ٣,٦ متراً عن سطح الأرض فارتدت بعد الصدمة إلى ارتفاع ٢,٥ متراً. أوجد مقاومة الأرض للكرة بثقل الكيلو جرام إذا علم أن زمن الصدمة بالأرض $\frac{1}{7}$ ثانية.

تعاريف عامة

- ١٢) سقطت كرة من المطاط كتلتها ١ كيلو جرام من ارتفاع ٩,٤ متر على سطح أرض أفقية صلبة فارتدت إلى أقصى ارتفاع لها وهو ٥,٢ متر احسب مقدار التغير في كمية حركتها نتيجة اصطدامها بالأرض ، ثم أوجد مقدار رد فعل الأرض على الكرة بالنيوتن إذا كان زمن تلامسها بالأرض ١,٠ ثانية.
- ١٣) كرة كتلتها ٤٠٠ جم تتحرك بسرعة ٧٠سم/ث ، صدمت كرة أخرى ساكنة كتلتها ٨٠٠ جم، فبدأت تتحرك عقب الصدمة مباشرة بسرعة ٣٥سم/ث في نفس اتجاه حركة الأولى. أثبت أن الكرة الأولى تسكن عقب الصدمة ، ثم أوجد قوة الصدمة على أى من الكرتين مقدرة بثقل الجرام إذا كان زمن الصدمة $\frac{1}{v}$ ثانية
- ١٤) كرتان كتلتاهما ١٠٠ جم، ٥٠ جم تتحركان في خط مستقيم أفقى في اتجاهين متضادين، تصادمت الكرتان عندما كانت سرعة الكرة الأولى مقدارها ٥٠سم/ث وسرعة الكرة الثانية مقدارها ٣٠سم/ث، فإذا ارتدت الكرة الثانية عقب التصادم مباشرة بسرعة مقدارها ٤٠سم/ث. أوجد مقدار واتجاه سرعة الكرة الأولى عقب التصادم مباشرة، ثم أوجد مقدار دفع أى من الكرتين للأخرى.
- ١٥) أطلقت رصاصة كتلتها ٢٠ جم بسرعة أفقية مقدارها ٥٠,٥م/ث على قطعة خشبية كتلتها ٢ كجم موضوعة على نضد أفقى فاستقرت فيها وكوتنا جسمًا واحدًا أوجد سرعة هذا لجسم بعد التصادم مباشرة، وإذا ارتد هذا الجسم بسرعة ٢سم/ث بعد اصطدامه بحاجز ثابت على النضد وعمودى على اتجاه الحركة فوجد دفع الحاجز على الجسم علما بأن المقاومة الكلية تساوى ١,٠١ نيوتن وأن الحاجز يبعد ٢٤سم عن موضع القطعة الخشبية قبل إطلاق الرصاصة.
- ١٦) تسقط مطرقة من الحديد كتلتها ٢١٠ كجم من ارتفاع ٩٠ سم على عمود من أعمدة الأساس كتلته ١٤٠ كجم فتدفعه فى الأرض مسافة ١٨سم، فإذا تحركت المطرقة والعمود كجسم واحد بعد التصادم مباشرة فأوجد السرعة المشتركة لهما ثم أوجد بثقل الكيلو جرام متوسط مقاومة الأرض بفرض أنها ثابتة.
- ١٧) يتحرك جسم أ كتلته ١٠ جم رأسيا إلى أسفل ، صدم جسم آخر ب كتلته ٤ جم متحرك رأسيا إلى أعلى عندما كانت سرعة أ هي ٢٠٠سم/ث وسرعة ب هي ٨٠٠سم/ث، فارتد الجسم ب رأسيا إلى أسفل بسرعة ١٠٠سم/ث بينما ارتد أ رأسيا إلى أعلى وبعد $\frac{1}{v}$ ثانية اصطدم الجسم أ بجسم آخر ج كتلته ١٠٠ جم متحرك رأسيا إلى أسفل بسرعة ١٣سم/ث وكونا جسما واحدا. أوجد السرعة المشتركة للجسمين أ ، ج بعد التصادم.
- ١٨) \overline{AB} خط أكبر ميل لمستوى مائل أملس طوله ٩,٨ متر يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠°، أ هي أعلى نقطة فى المستوى ، ب أسفل نقطة فيه. وضعت كرة ملساء عند أ كتلتها ٧٠٠ جم لتتحرك من سكون على \overline{AB} فاصطدمت بحاجز رأسى عمودى أملس عند ب فأثر عليها بدفع مقدارها ١١,٧٦ نيوتن. ثانية فارتدت الكرة. احسب أقصى مسافة تصعد بها الكرة على \overline{BA} .

اختبار تراخي

- ١ إذا قذفت جسم رأسياً إلى أعلى بسرعة ٤٩ م/ث. أوجد زمن وصوله إلى أقصى ارتفاع والمسافة التي وصل إليها.
- ٢ تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٧٥ كم/س. فإذا تحركت على الطريق نفسه دراجة بخارية بسرعة ٣٥ كم/س. أوجد السرعة النسبية للدراجة بالنسبة للسيارة في كل من الحالتين.
أولاً: الدراجة تتحرك في اتجاه السيارة نفسه **ثانياً:** الدراجة تتحرك عكس اتجاه حركة السيارة.
- ٣ قطع راكب دراجة ٣٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ١٨ كم/س ثم عاد على نفس الطريق فقطع ٢٠ كم في الاتجاه المضاد بسرعة ١٥ كم/س. أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها.
- ٤ تحرك جسيم من السكون بعجلة منتظمة في اتجاه ثابت فبلغت سرعته ٣٦ كم/س في نهاية ٢٠ ثانية. أوجد مقدار عجلته بالمتر / ث^٢.
- ٥ إذا كان متجه موضع جسيم يعطى كدالة في الزمن بالعلاقة: $\vec{r} = (3 + 2t) \vec{i}$. فأوجد متجهات الإزاحة والسرعة والعجلة ثم أثبت أن الحركة تكون متسارعة عند أي لحظة زمنية $t > 0$ متى يكون معيار العجلة مساوياً ١٢ وحدة؟
- ٦ قذف جسيم رأسياً إلى أعلى بسرعة \vec{v} . أكتب القانون الذي يعطى سرعته بدلالة الزمن ثم استنتج أن معدل تغير كمية حركته بالنسبة للزمن هو متجه ثابت وأوجد معياره.
- ٧ يتحرك جسيم كتلته الوحدة تحت تأثير القوتين: $\vec{F}_1 = \vec{a} + \vec{b}$ ، $\vec{F}_2 = \vec{c} + \vec{d}$ ، حيث \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} ، \vec{d} متجهها الوحدة الأساسيان، \vec{a} ، \vec{b} ثابتان، فإذا علم أن متجه إزاحة الجسيم كدالة في الزمن هو: $\vec{r} = \vec{a}(n^2 + n) + \vec{b}$ فأوجد الثابتين \vec{a} ، \vec{b} .
- ٨ مصعد بقاعدته ميزان ضغط وقف رجل على الميزان فسجل ٧٥ ث كجم عندما كان المصعد صاعداً بعجلة منتظمة مقدارها جـ. وسجل الميزان ٦٠ ث كجم عندما كان المصعد هابطاً بعجلة منتظمة مقدارها ٢ جـ. أوجد مقدار كل من العجلة جـ ، كتلة الرجل.
- ٩ علق جسمان كتلتاهما ١٢٥ ، ١٢٠ جم على الترتيب من طرفي خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء. عين عجلة المجموعة والضغط على محور البكرة، وإذا بدأت المجموعة الحركة من سكون والجسمان في مستوى أفقي واحد، فما المسافة الرأسية بينهما بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة؟
- ١٠ مستوى مائل خشن طوله ٤,٥ متر وارتفاعه ٢,٧ متر وضع جسم عند قمة المستوى وبدأ الجسم الحركة من السكون. أحسب سرعة الجسم عند وصوله إلى قاعدة المستوى والزمن اللازم لذلك حيث معامل الاحتكاك $\mu = \frac{1}{3}$.
- ١١ سيارة أ كتلتها ٤ طن تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ٥ م/ث في خط مستقيم على مستوى أفقي أملس صدمت سيارة أخرى ب ساكنة كتلتها ٣ طن وبعد التصادم مباشرة كانت سرعة السيارة ب بالنسبة للسيارة أ هي ٢ م/ث. أوجد مقدار السرعة الفعلية لكل من السيارتين بعد التصادم.

الشغل ، القدرة ، الطاقة

Work , Power & Energy



الوحدة



مقدمة الوحدة

فى دراستنا للوحدات السابقة وجدنا أنه عندما تؤثر محصلة عدة قوى على جسم فإنه يتحرك بشكل أو بآخر، وإذا تساءلنا الآن ما الفائدة من حركة وتحريك الأجسام؟ تأتى الإجابة فى شقين؛ أولهما أن الإنسان بفضوله الدائم يسعى لتفسير الظواهر الطبيعية وأسبابها وما ينتج عنها. وثانيها أن الإنسان يريد الاستفادة مما أنعم الله عليه وسخره لنا، فهو يريد سيارة تنقله من مكان لآخر ومصابيح كهربائية لإنارة المدن والقرى وغير ذلك، وبالطبع فإن كل ذلك لن يتحقق ما لم نعرف كيف نتحكم بالأشياء ونستفيد من حركاتها سواء أكانت أجهزة كهربائية والإلكترونية أو وسائل مواصلات مختلفة أو أجسام كونية تسبب دوران الأرض وتعاقب الليل والنهار.

لذلك سوف ندرس فى هذه الوحدة حركة الأجسام فنتعرف على الشغل وكيف نستفيد من تحريك الأجسام ثم نتعرف على طاقة الحركة وطاقة الوضع ثم نربط بين هذه الكميات القياسية (غير المتجهة) وحدات قياسها المختلفة والعلاقة بينها ونتعرف بعد ذلك على القوى التى تحافظ على الطاقة وتلك التى لا تحافظ عليها وصولاً لمبدأ الشغل والطاقة ثم نتعرف على أبسط الآلات التى استخدمها الإنسان ونقارن بينها بحساب القدرة الناتجة عن كل واحدة ومردوداتها المختلفة فى الحياة اليومية.

أهداف الوحدة

- بعد دراسة هذه الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن:
- ✚ يتعرف الشغل المبذول بواسطة قوة ووحدات قياس الشغل.
- ✚ يتعرف مفهوم القدرة ووحدات قياسها.
- ✚ يتعرف طاقة حركة الجسم ووحدات قياسها.
- ✚ يتعرف مبدأ الشغل والطاقة.
- ✚ يتعرف طاقة الوضع ووحدات قياسها وتطبيقاتها.

المصطلحات الأساسية

الشغل	⇒	Work	⇒	قوة متغيرة	⇒	Variable force	⇒	مبدأ الشغل والطاقة
قوة ثابتة	⇒	Constant force	⇒	إرج	⇒	Erg	⇒	the work – energy principle
كمية قياسية	⇒	Scalar quantity	⇒	طاقة الحركة	⇒	Kinetic energy	⇒	ثبات الطاقة
متجه إزاحة	⇒	Displacement vector	⇒	طاقة لوضع	⇒	potential energy	⇒	القدرة
متجه موضع	⇒	Position vector	⇒	التغير في طاقة الوضع	⇒	change in potential energy	⇒	قوة الحصان
جول	⇒	Joule	⇒		⇒		⇒	Horse power

الأدوات والوسائل

آلة حاسبة علمية .

دروس الوحدة

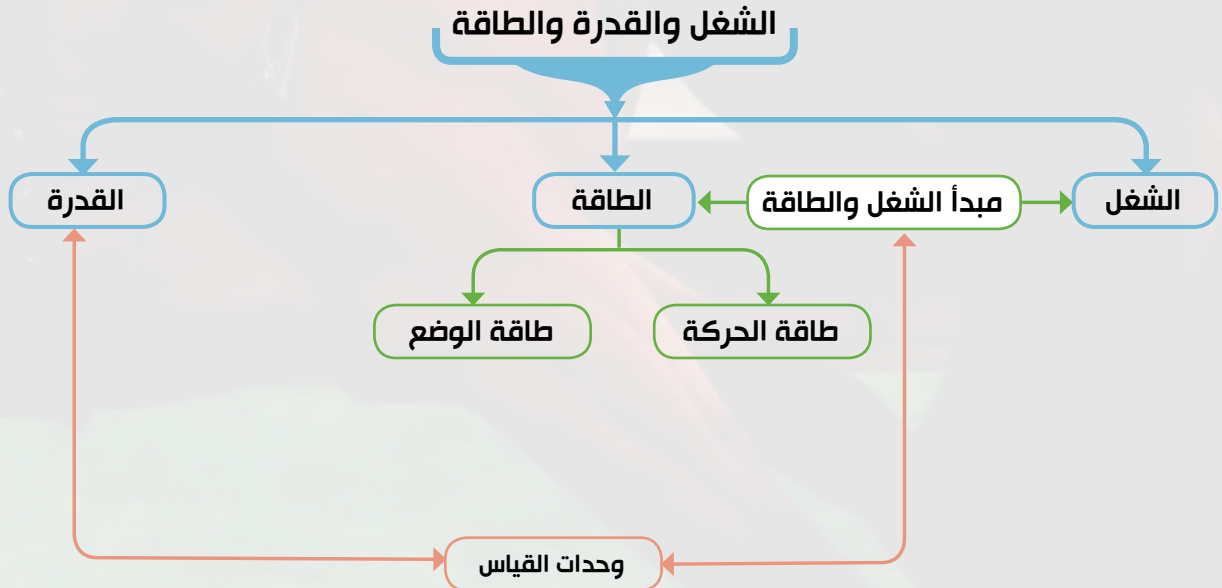
(١-٤): الشغل

(٢-٤): طاقة الحركة

(٣-٤): طاقة الوضع

(٤-٤): القدرة

مخطط تنظيمي للوحدة



Work

مقدمة:

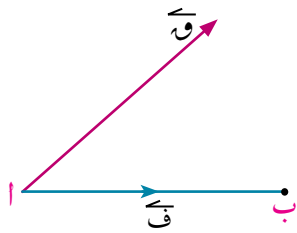
إن مفهوم الشغل من الأمور الهامة في علم الكيناتيكا (Kinetic) لأنه يعتمد على مفاهيم القوة التي وضعها نيوتن في القوانين الثلاثة، ويجدر بالذكر أن الشغل والطاقة كميات قياسية وبالتالي فإن التعامل معها سيكون أسهل من استخدام قوانين نيوتن للحركة خصوصاً عندما يكون متجه القوة متغيراً وبالتالي فإن متجه العجلة سيكون متغيراً كذلك. وفي هذا الدرس سوف نوضح مفهوم الشغل الذي هو حلقة الوصل ما بين القوة والطاقة. والشغل قد يكون ناتجاً من قوة ثابتة Constant force أو من قوة متغيرة Varying force. وسوف ندرس كلاً من النوعين في هذا الدرس.

سوف تتعلم

- الشغل المبذول من قوة ثابتة.
- بعض الحالات المختلفة لمتجهي القوة والإزاحة.
- وحدات قياس الشغل.
- الشغل المبذول من قوة متغيرة.

Work done by a constant force

أولاً: الشغل المبذول من قوة ثابتة:



شكل (١)

باعتبار أن جسماً يتحرك في خط مستقيم تحت تأثير قوة ثابتة \vec{F} وأنه أنتقل من الموضع أ إلى الموضع ب وكان متجه إزاحته $\vec{AB} = \vec{F}$ كما في شكل (١)

المصطلحات الأساسية

Work	الشغل
Constant force	قوى ثابتة
Scalar quantity	كمية قياسية
	متجه إزاحة
Displacement vector	
Position vector	متجه موضع
Joule	جول
Erg	إرج

تعريف

يعرف الشغل المبذول بواسطة القوة الثابتة \vec{F} في تحريك جسم من موضع ابتدائي إلى موضع نهائي ويرمز له بالرمز (ش) على أنه يساوي حاصل الضرب القياسي لمتجه القوة في متجه الإزاحة بين الموضعين

$$ش = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

يتضح إذاً أن الشغل هو كمية قياسية قد تكون موجبة أو سالبة أو مساوية للصفر تبعاً لاتجاه ومقدار كل من المتجهين \vec{F} ، \vec{s}

مثال

١) تحرك جسم على خط مستقيم تحت تأثير القوة $\vec{F} = 6\vec{s} + 8\vec{v}$ من النقطة أ (٣، ٤) إلى النقطة ب (٧، ٢) إحسب الشغل المبذول بواسطة هذه القوة.

الحل

$$\text{متجه الأزاحة } \vec{F} = \vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (7\vec{s} + 2\vec{v}) - (3\vec{s} - 4\vec{v}) = 4\vec{s} + 6\vec{v}$$

الأدوات المستخدمة

- آلة حاسبة علمية
- Scientific calculator

نطبق تعريف الشغل مع ملاحظة أن القوة المعطاة ثابتة

$$ش = \vec{و} \cdot \vec{ف}$$

$$ش = (\vec{س} ٦ + \vec{ص} ٨) \cdot (\vec{س} ٤ + \vec{ص} ٦) = ٦ \times ٨ + ٤ \times ٦ = ٧٢ \text{ وحدة قياس شغل}$$

٩ حاول أن تحل

- ١) تحرك جسم على خط مستقيم تحت تأثير القوة $\vec{و} = \vec{س} ٥ + \vec{ص} ٢$ من النقطة أ (٥، ٢) إلى النقطة ب (٣، ١) احسب الشغل المبذول بواسطة هذه القوة

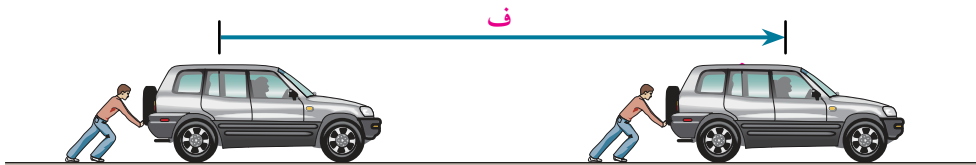
بعض الحالات المختلفة لمتجهي القوة والإزاحة

وحيث أنه يمكن إعادة كتابة معادلة تعريف الشغل $ش = \vec{و} \cdot \vec{ف}$ بصورة أخرى وهي $ش = ||\vec{و}|| \cdot ||\vec{ف}|| \cdot \cos \theta$ حيث θ قياس أصغر زاوية بين متجه القوة $\vec{و}$ ومتجه الإزاحة $\vec{ف}$ باعتبارهما خارجين من نقطة واحدة.

- أ) إذا كانت القوة ثابتة وإتجاهها مواز لإتجاه الأزاحة أى أن $\theta = 0^\circ$ = صفر عندئذ يصبح الشغل $ش = ||\vec{و}|| \cdot ||\vec{ف}||$ جتا صفر = $||\vec{و}|| \cdot ||\vec{ف}||$

ويكتب: $ش = و \times ف$

وشكل (٢) يوضح ذلك

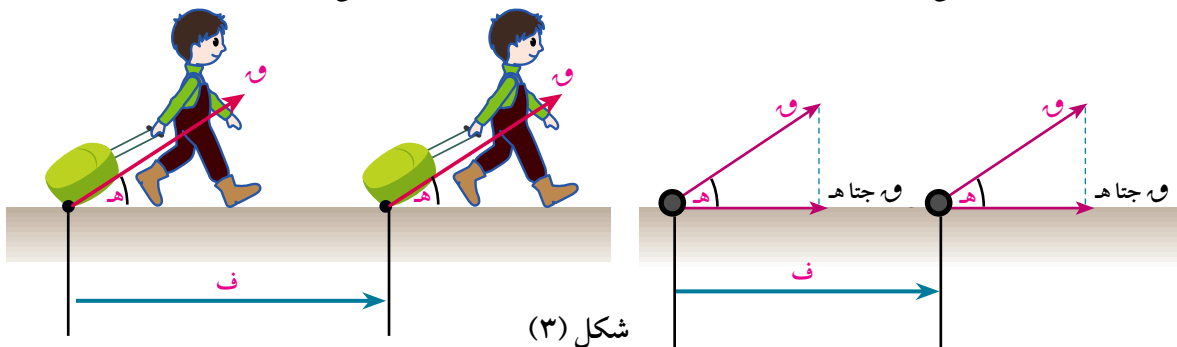


شكل (٢)

- ب) إذا كانت القوة ثابتة وإتجاهها يميل على إتجاه الأزاحة بزاوية قياسها أقل من 90° عندئذ يصبح الشغل

$$ش = ||\vec{و}|| \cdot ||\vec{ف}|| \cdot \cos \theta$$

ويكون الشغل في هذه الحالة يساوى المركبة الأفقية للقوة $و \cos \theta$ مضروباً في المسافة $ف$.

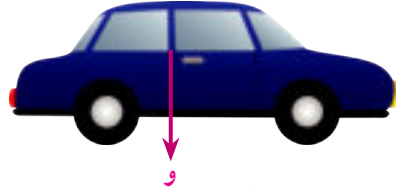


شكل (٣)

٤ إذا كانت القوة ثابتة وإتجاهها عمودي على إتجاه الأزاحة أى أن $\theta = 90^\circ$ عندئذ يصبح الشغل

$$\text{ش} = \|\vec{F}\| \|\vec{d}\| \cos 90^\circ = \text{صفر}$$

وشكل (٤) يوضح ذلك.



فالسيرة المتحركة أفقياً وزنها لا يقوم بأى شغل في مسار الحركة

٥ إذا كانت القوة ثابتة وإتجاهها يميل على إتجاه الأزاحة بزاوية قياسها أكبر من 90° عندئذ يصبح الشغل

$$\text{ش} = \|\vec{F}\| \|\vec{d}\| \cos(\theta - 180^\circ)$$

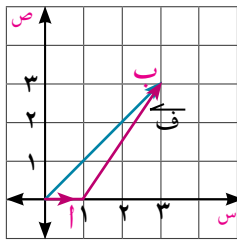
ويكون الشغل سالبا ويسمى مقاوماً ومثال ذلك الشغل الذى تبذله قوة المقاومة أو قوة الأحتكاك.

مثال

٢ تحرك جسيم على خط مستقيم تحت تأثير القوة $\vec{F} = 5\vec{s} - 3\vec{v}$ من النقطة أ (١، ٠) إلى النقطة

ب (٣، ٣) حيث ينسب التحليل إلى مجموعة محاور ديكارتية متعامدة \vec{s} ، \vec{v} . عين الشغل المبذول

الحل



شكل (٥)

يبين شكل (٥) موضع كل من النقطتين أ، ب بالنسبة للمحاور.

لحساب متجه الإزاحة \vec{F} :

$$\vec{F} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$$\therefore \vec{F} = (3-1)\vec{s} + (3-0)\vec{v}$$

$$= 2\vec{s} + 3\vec{v}$$

$$\therefore \text{ش} = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

$$= (2\vec{s} + 3\vec{v}) \cdot (2\vec{s} + 3\vec{v})$$

$$= 2 \times 2 + 3 \times 3 = 17 \text{ وحدة قياس شغل.}$$

قاعدة طرح المتجهات

تعريف الشغل

٦ حاول أن تحل

٢ يتحرك جسيم تحت تأثير القوتين $\vec{F}_1 = 2\vec{s} - 3\vec{v}$ ، $\vec{F}_2 = 5\vec{s} + \vec{v}$ من النقطة أ (٢، ١) إلى النقطة

ب (٣، ٠) حيث \vec{s} ، \vec{v} متجهي الوحدة الأساسية. احسب الشغل المبذول.

تفكير ناقد:

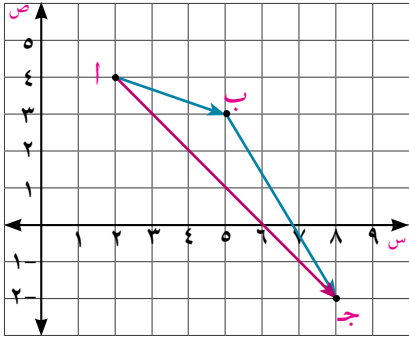
أثبت أنه إذا حدث للجسم إزاحتان متتاليتان تحت تأثير قوة ما، فإن الشغل المبذول خلال الإزاحة المحصلة يساوى مجموع الشغلين خلال كل من الإزاحتين.

مثال

٣ أثرت القوة $\vec{O} = \vec{S} + \vec{V}$ على جسم فحركته من النقطة أ (٤، ٢) على خط مستقيم إلى النقطة ب (٣، ٥) ثم إلى النقطة ج (٢، ٨) إحسب الشغل بواسطة هذه القوة خلال كل من الأزاحتين ثم حقق أن مجموع الشغلين يساوي الشغل المبذول خلال الأزاحة المحصلة.

الحل

أولاً: متجه الأزاحة الأولى $\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (١, -٣) = (٤, ٢) - (٣, ٥)$



الشغل المبذول خلال الأزاحة الأولى

$$ش_١ = \vec{O} \cdot \vec{F}_١ = (\vec{S} + \vec{V}) \cdot (\vec{S} - \vec{V})$$

$$ش_١ = ٩ - ٥ = ٤ \text{ وحدة قياس شغل}$$

$$متجه الأزاحة الثانية $\vec{BC} = \vec{C} - \vec{B} = (٥, -٣) = (٢, ٨) - (٣, ٥)$$$

الشغل المبذول خلال الأزاحة الثانية

$$ش_٢ = \vec{O} \cdot \vec{F}_٢ = (\vec{S} + \vec{V}) \cdot (\vec{S} - \vec{V})$$

$$ش_٢ = ٩ - ٢٥ = -١٦ \text{ وحدة قياس شغل}$$

الشغل المحصل = مجموع الشغلين

$$ش = ش_١ + ش_٢ = ٤ - ١٦ = -١٢ \text{ وحدة قياس شغل}$$

ثانياً: الأزاحة المحصلة $\vec{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (٦, ٦) = (٢, ٨) - (٤, ٢)$

∴ الشغل خلال الأزاحة المحصلة

$$ش = \vec{O} \cdot \vec{F} = (\vec{S} + \vec{V}) \cdot (\vec{S} - \vec{V})$$

$$ش = ٣٠ - ١٨ = ١٢ \text{ وحدة قياس الشغل}$$

٤ حاول أن تحل

٣ أثرت القوة $\vec{O} = \vec{S} - \vec{V}$ على جسم فحركته من النقطة أ (٥، ١) على خط مستقيم إلى النقطة ب (٣، ١) ثم إلى النقطة ج (٦، ٤) إحسب الشغل بواسطة هذه القوة خلال كل من الأزاحتين ثم حقق أن مجموع الشغلين يساوي الشغل المبذول خلال الأزاحة المحصلة.

تعبير شفهي: إذا تحرك جسم على خط مستقيم من موضع ما ثم عاد إلى نفس هذا الموضع تحت تأثير نفس القوة فما مقدار الشغل المبذول خلال هذا المسار؟

مثال

٤ أثرت قوة \vec{F} = $2\vec{s} + 3\vec{v}$ على جسيم فكان متجه موضع الجسيم عند لحظة زمنية n تتعين من العلاقة: $\vec{r}(n) = (n+5)\vec{s} + (n+4)\vec{v}$ حيث \vec{s} ، \vec{v} متجهي الوحدة الأساسيين، احسب الشغل المبذول من القوة من $n=1$ إلى $n=5$

الحل

الإزاحة الحادثة من $n=1$ إلى $n=5$ هي

$$\vec{F} = \vec{r}_5 - \vec{r}_1$$

$$\therefore \vec{F} = (5\vec{s} + 20\vec{v}) - (3\vec{s} + 2\vec{v}) = 2\vec{s} + 18\vec{v}$$

$$\therefore \text{ش} = \vec{F} \cdot \vec{r}$$

$$\therefore \text{ش} = (3, 2) \cdot (24, 4) = 72 + 8 = 80 \text{ وحدة شغل.}$$

٦ حاول أن تحل

٤ إذا كان متجه موضع جسيم يعطى كدالة في الزمن بالعلاقة: $\vec{r}(n) = (n+4)\vec{s} + (n+3)\vec{v}$ حيث \vec{s} ، \vec{v} متجهي الوحدة الأساسية. أثرت على الجسم قوة $\vec{F} = 3\vec{s} + 2\vec{v}$ أحسب الشغل المبذول من القوة \vec{F} من $n=1$ إلى $n=3$

وحدات قياس الشغل:

من تعريف الشغل نستنتج ان:

وحدة قياس الشغل = وحدة قياس مقدار القوة × وحدة قياس الإزاحة

ومن وحدات قياس الشغل:

الجول: يعرف الجول بأن مقدار الشغل الذي تبذله قوة مقدارها نيوتن واحد في تحريك جسم ما مسافة متر واحد.

$$\text{فإذا أخذنا } \|\vec{F}\| = 1 \text{ نيوتن ، } \|\vec{r}\| = 1 \text{ متر فإن:}$$

$$\text{الجول} = 1 \text{ نيوتن} \times 1 \text{ متر أي الجول} = \text{نيوتن} \cdot \text{متر}$$

الجول هو الوحدة الدولية لقياس الشغل

الإرج: يعرف الإرج على أنه مقدار الشغل الذي تبذله قوة مقدارها دايين واحد في تحريك جسم ما مسافة سنتيمتر واحد.

$$\text{فإذا أخذنا } \|\vec{F}\| = 1 \text{ دايين ، } \|\vec{r}\| = 1 \text{ سم فإن:}$$

$$\text{الإرج} = 1 \text{ دايين} \times 1 \text{ سم أي الإرج} = \text{داين} \cdot \text{سم}$$

لاحظ أن



لا يتوقف الشغل على المسار الذي يسلكه الجسم من الموضع أ إلى الموضع ب بل يتوقف على الإزاحة \vec{AB}

ث كجم. متر: هو مقدار الشغل الذى تبذله قوة مقدارها ١ ث كجم فى تحريك جسم ما مسافة متر واحد.

فإذا أخذنا $||\vec{v}|| = ١$ ث كجم $\cdot ||\vec{f}|| = ١$ متر فإن ث كجم. متر = ١ ث كجم \times ١ متر
ويمكن التحويل بين وحدات الشغل على النحو الآتى:

$$١ \text{ جول} = ١ \text{ نيوتن} \times ١ \text{ متر}$$

$$١٠^\circ \text{ دايين} \times ١٠٠ \text{ سم} =$$

$$١٠^\circ \text{ دايين} \times \text{سم} =$$

$$\text{جول} = ١٠^\circ \text{ إرج}$$

$$١ \text{ ث كجم. متر} = ١ \text{ ث كجم} \times ١ \text{ متر}$$

$$= ٩,٨ \text{ نيوتن. متر}$$

$$\text{ث كجم. متر} = ٩,٨ \text{ جول}$$

مثال

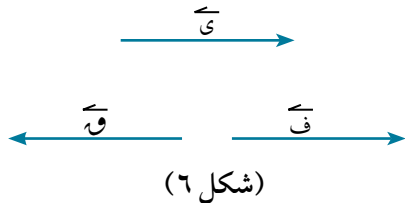
٥ يتحرك جسم على خط مستقيم وكانت تؤثر عليه قوة مقاومة تساوى فى المقدار ١٠٠ نيوتن. أحسب الشغل الذى تبذله هذه القوة خلال أزاحة معيارها ٣٠٠ متر.

الحل

بما أن القوة هى مقاومة. إذن فهى تعمل عكس اتجاه متجه الإزاحة، وإذا كان \vec{y} متجه وحدة فى اتجاه الإزاحة، فإنه يمكن التعبير عن كل من الإزاحة والقوة بالقياسات الجبرية.

$$\vec{f} = -f \vec{y}, \quad \vec{v} = v \vec{y}$$

فى حالتنا:



$$f = ٣٠٠ \text{ متر}, \quad v = ١٠٠ \text{ نيوتن}$$

من شكل (٦) ش $= -v \cdot f$

$$= (٣٠٠) \times (١٠٠) =$$

$$= -٣٠ \times ١٠ \text{ نيوتن. متر}$$

$$= -٣٠ \times ١٠ \text{ جول}$$

مثال

٦ ينزلق جسم كتلته ١٠ كجم مسافة ٦ متر على مستو خشن معامل الاحتكاك الحركى بينهما ٠,٢ ويميل هذا المستوى على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° . أوجد بوحدته ث كجم. متر الشغل الذى تبذله كلاً من:

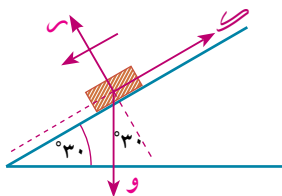
أولاً: قوة وزن الجسم ثانياً: رد فعل المستوى ثالثاً: قوة الاحتكاك

الحل

أولاً: الشغل المبذول من قوة الوزن

وزن الجسم (و) = ك و

$$\therefore \text{و} = ٩,٨ \times ١٠ = ٩٨ \text{ نيوتن}$$



∴ الزاوية المحصورة بين \vec{w} ، \vec{f} تساوى 60°

ومن تعريف الشغل:

$$\text{ش} = w \times f \text{ جتا } 60^\circ$$

$$\therefore \text{ش} = 6 \times 98 \times \frac{1}{2} = 294 \text{ جول} = 30 \text{ ث كجم. متر}$$

◀ حل آخر:

يمكن إيجاد مركبة الوزن التي تعمل في نفس اتجاه الإزاحة ويكون الشغل المبذول $\text{ش} = \text{ك} \times \text{ج} \times \text{ف}$

$$\therefore \text{ش} = 10 \times 9.8 \times \frac{1}{2} \times 6 = 294 \text{ جول} = 30 \text{ ث كجم. متر}$$

ثانياً:

∴ قوة رد فعل المستوى (س) تكون دائماً عمودية على المستوى الذى يتحرك عليه الجسم لذا تكون الزاوية

بين س ، ف مساوية 90° .

∴ شغل رد فعل المستوى $\text{ش} = \text{صفر}$.

ثالثاً: الشغل المبذول من قوة الاحتكاك:

نعلم أن قوة الاحتكاك الحركى $\text{ك} = \mu \text{ك}$ (حيث μ معامل الاحتكاك الحركى)

$$\therefore \text{ك} = 0.2 \times 10 \times 9.8 \times 30 = 376.49 \text{ نيوتن}$$

∴ الشغل المبذول من المقاومة $\text{ش} = -\text{ك} \times \text{ف}$

$$\therefore \text{ش} = -376.49 \times 6 = -2258.94 \text{ جول} = -30 \text{ ث كجم. متر}$$

٦ حاول أن تحل

٥ سيارة كتلتها ٦ طن تصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{98}$ ضد مقاومات تعادل ١٠ ث كجم لكل

طن من الكتلة فاكسبت سرعة ٥٤ كم / س خلال ٣٠ ثانية ، فإذا بدأت السيارة حركتها من السكون فأحسب

بالجول مقدار الشغل المبذول من:

أولاً: قوة محرك السيارة

ثالثاً: وزن السيارة

ثانياً: قوة المقاومة

Work done by a varying force

ثانياً: الشغل المبذول من قوة متغيرة

سبق أن استخدمنا مفهوم الشغل فى التعامل مع الحركة - عندما تكون القوة منتظمة ويمكن توضيح ذلك من خلال

المثال التالى:

مثال توضيحي:

باعتبار أن قوة ثابتة مقدارها ١٠ نيوتن تؤثر على جسم ليتحرك

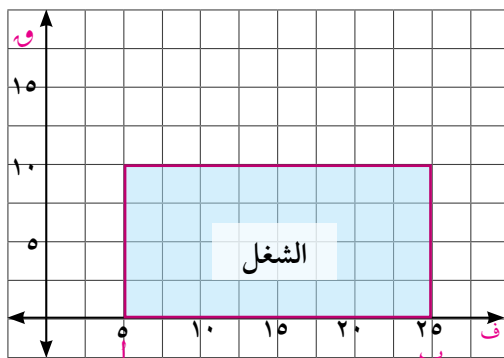
من أ إلى ب كما هو موضح فى شكل (٨)

وبالتالى تكون الازاحة من أ إلى ب = ٢٠ متر ولتمثيل ذلك

بيانياً نرسم محور القوة ومحور الإزاحة كما هو مبين فى

الشكل وبالتالى تكون القوة ممثلة على مستقيم أفقى يوازى

محور الإزاحة ف.

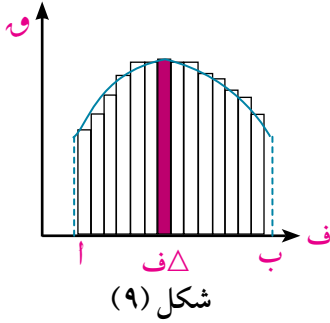


شكل (٨)

الشغل = و = ف = ١٠ (٥-٢٥) = ٢٠٠ جول

وهو عبارة عن المساحة أسفل المنحنى وتمثل بمساحة المستطيل الذي عرضه ١٠ نيوتن وطوله ٢٠ متر.

أما حالة أن تكون القوة متغيرة خلال الإزاحة كما هو موضح في شكل (٩) فتكون المساحة تحت المنحنى تتحدد من العلاقة:



$$\text{ش} = \int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{و} \, \text{د} \, \text{ف}$$

وفي هذه الحالة نأخذ إزاحة صغيرة قدرها $\Delta ف$ حتى تكون القوة المؤثرة لهذه الإزاحة منتظمة ويكون الشغل المبذول عندها يعطى بالعلاقة:

$$\Delta \text{ش} = \text{و} \, \Delta \text{ف}$$

وإذا قسمنا منحنى القوة إلى أجزاء صغيرة وحسبنا الشغل المبذول خلال كل جزء وأوجدنا مجموعهم ، فإنه يمكن التعبير عن ذلك بالعلاقة:

$$\text{ش} = \int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{و} \, \text{د} \, \text{ف}$$

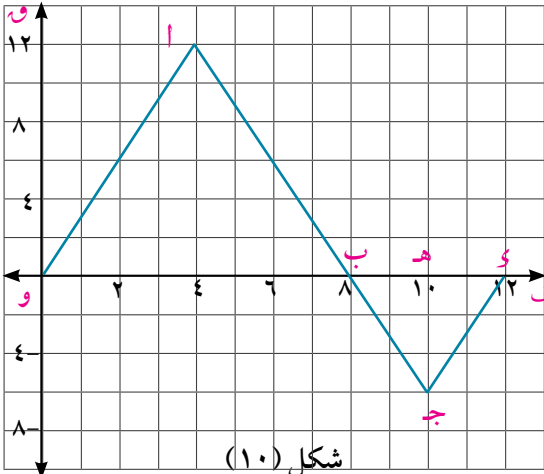
وعندما تكون الإزاحة $\Delta س$ أصغر ما يمكن (أى تؤول إلى الصفر) لكي نحصل على قيم أدق في المعادلة السابقة فإن المعادلة السابقة تتحول إلى :

$$\text{ش} = \int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{و} \, \text{د} \, \text{ف}$$

وهذه هي الصورة العامة للشغل (لاحظ أن: $\text{و} = \text{و} \, \text{ج} \, \text{ثا}$) (تمثل مركبة القوة في اتجاه الإزاحة)

$$\text{ش} = \int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{و} \, \text{د} \, \text{ف}$$

مثال



شكل (٨) يوضح تأثير قوة متغيرة على جسم احسب الشغل المبذول بالإرج بواسطة هذه القوة في الحالات الآتية:

أولاً: عندما يتحرك الجسم من $ف = ٠$ إلى $ف = ٨$

ثانياً: عندما يتحرك الجسم من $ف = ٨$ إلى $ف = ١٢$

ثالثاً: عندما يتحرك الجسم من $ف = ٠$ إلى $ف = ١٢$

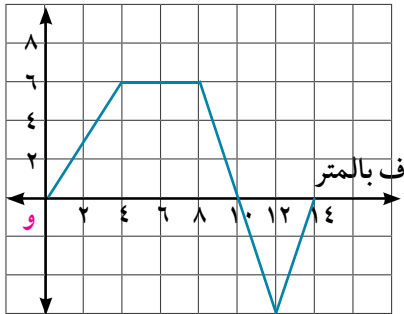
الحل

ش_١ = $\int_0^8 F \cdot dx$ و $W =$ المساحة تحت المنحنى من $F = 0$ إلى $F = 8$
 = مساحة سطح Δ و $W = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 48$ جول

ش_٢ = $\int_8^{12} F \cdot dx$ و $W =$ المساحة تحت المنحنى من $F = 8$ إلى $F = 12$
 = مساحة سطح Δ ب ج د = $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$ جول

ش_٣ = $\int_0^{14} F \cdot dx$ و $W =$ المساحة تحت المنحنى = $\int_0^8 F \cdot dx + \int_8^{12} F \cdot dx$ و $W =$
 = مساحة سطح Δ و أ ب - مساحة سطح Δ ب ج د
 = $\frac{1}{2} \times 8 \times 12 - \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 36$ جول

و بالنيوتن



شكل (١١)

٦ حاول أن تحل

٦ الشكل المقابل يوضح تأثير قوة متغيرة على جسم احسب الشغل الكلى المبذول بواسطة هذه القوة في الحالات الآتية:

أولاً: من $F = 0$ إلى $F = 10$

ثانياً: من $F = 8$ إلى $F = 14$

مثال

٨ أثرت قوة متغيرة و (مقيسة بالنيوتن) على جسم حيث $W = 3F^2 - 4$. أوجد الشغل المبذول من هذه القوة في الفترة من $F = 2$ متر إلى $F = 5$ متر؟

الحل

$$\begin{aligned} \therefore W &= 3F^2 - 4, \text{ ش } W_1 = \int_2^5 (3F^2 - 4) \cdot dF \\ \therefore \text{ ش } W_2 &= \int_5^{10} (3F^2 - 4) \cdot dF \\ \therefore \text{ ش } W_3 &= [(10 - 5) - (20 - 125)] = 105 \text{ جول} \end{aligned}$$

٦ حاول أن تحل

٧ أثرت قوة متغيرة و (مقاسة بالداين) على جسم حيث و تعطى بالعلاقة:
 $W = 4F^3 - 2F + 1$. أوجد الشغل المبذول من هذه القوة في الفترة من $F = 0$ إلى $F = 4$



تمارين ٤ - ١

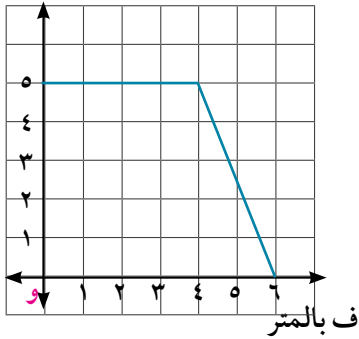


أولاً: إختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ١) إذا تحرك جسم في خط مستقيم من نقطة الأصل إلى النقطة أ (٢، ٣) تحت تأثير القوة $\vec{F} = 3\vec{s} - 5\vec{v}$ فإن الشغل المبذول بواسطة هذه القوة = وحدة شغل.
 أ- ٤ ب- ١٠ ج- صفر د- ١

- ٢) إذا تحرك جسم في خط مستقيم من النقطة أ (-٣، ٢) إلى النقطة ب (٥، -٣) تحت تأثير القوة $\vec{F} = 5\vec{s} + 8\vec{v}$ فإن الشغل المبذول بواسطة هذه القوة = وحدة شغل.
 أ- صفر ب- ٤٠ ج- ٤٠ د- ٨٠

و، بالنيوتن



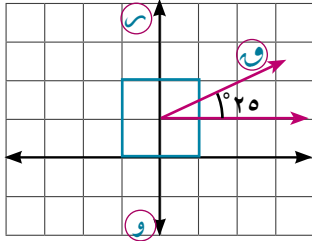
- ٣) الشكل المقابل يوضح تأثير قوة (و) على جسم يتحرك مسافة (ف) فإن الشغل المبذول بواسطة هذه القوة ليتحرك الجسم من ف = ٠ إلى ف = ٦ متر يساوى جول.
 أ- ٤ ب- ١٠ ج- ٤٠ د- ٨٠

- ٤) الشغل المبذول في رفع كتلة مقدارها ٢٠٠ جرام موضوعة على سطح الأرض مسافة ١٠ أمتار عن سطح الأرض يساوى جول.
 أ- صفر ب- ٩,٨ ج- ١٩,٦ د- ٢٩,٤

- ٥) إذا تحرك جسم في خط مستقيم وكانت تؤثر عليه قوة مقاومة تساوى في المقدار ٤٠٠ نيوتن فإن الشغل المبذول بواسطة هذه القوة خلال إزاحة \vec{F} حيث $||\vec{F}'|| = 350$ متر يساوى جول.
 أ- 14×10^4 ب- 7×10^4 ج- 7×10^4 د- 14×10^4

ثانياً: أكمل:

- ٦) رجل يتسوق في متجر (سوبر ماركت) يدفع عربة تسوق بقوة مقدارها ٣٥ نيوتن تميل هذه القوة على الأفقى بزاوية قياسها 25° لتتحرك العربة مسافة ٥٠ متر فإن الشغل المبذول بواسطة الرجل = إرج.
 ٧) الشغل المبذول في تحريك كتلة مقدارها ٦٠٠ جرام مسافة ٤ أمتار بعجلة مقدارها ٢٠ سم / ث^٢ يساوى إرج.



٨ الشكل المقابل يوضح قوة مقدارها ١٦ نيوتن تميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٥° تؤثر على جسم كتلته ٢,٥ كجم ليتحرك على نضد أفقى أملس مسافة ٢٢٠ سم فإن:

- أ الشغل المبذول بواسطة القوة = جول
 ب الشغل المبذول بواسطة رد فعل النضد = جول
 ج الشغل المبذول بواسطة وزن الجسم = جول
 د الشغل الكلى بواسطة القوى المؤثرة على الجسم = جول

ثالثا: أجب عن الأسئلة الآتية:

- ٩ تحرك جسيم فى خط مستقيم تحت تأثير القوة $\vec{F} = 6\vec{s} - 3\vec{v}$ من التعويض أ (-١، ٢) إلى النقطة ب (٣، ٤) حيث \vec{s} ، \vec{v} متجهى الوحدة الأساسيان إحسب الشغل المبذول بواسطة هذه القوة.
- ١٠ أثرت القوى $\vec{F}_1 = 4\vec{s} + 3\vec{v}$ ، $\vec{F}_2 = 2\vec{s} - 4\vec{v}$ ، $\vec{F}_3 = 3\vec{s} - \vec{v}$ على جسم فانتقل من النقطة أ (٢، ٣) إلى النقطة ب (٤، ٤) أحسب الشغل المبذول من محصلة هذه القوى خلال الأزاحة \vec{AB}
- ١١ يتحرك جسم كتلته ١ كجم و متجه إزاحته $\vec{F} = (3\vec{v}^2)\vec{s} + (3\vec{v} + 2\vec{v}^2)\vec{v}$ ما هى القوة المحركة احسب الشغل المبذول من القوة المحركة خلال ٥ ثوان من بدء الحركة علما بأن ف مقيسة بالمتر، \vec{v} بالنيوتن، ن، بالثانية.
- ١٢ متجه موضع جسيم كتلته ٣ كجم يعطى كدالة فى الزمن بالعلاقة $\vec{r} = (3\vec{v} + 2\vec{v}^2)\vec{s} + (3\vec{v} + 2\vec{v}^2)\vec{v}$ حيث \vec{s} ، \vec{v} متجهى وحدة متعامدان فى المستوى أثبت أن الجسيم يتحرك تحت تأثير قوة ثابتة ثم إحسب الشغل المبذول من هذه القوة من ن = ١ إلى ن = ٥
- ١٣ عربة ترام ساكنة شدت بحبل يصنع مع شريط الترام زاوية قياسها ٦٠° فإذا كانت قوة الشد ٥٠٠ ث. كجم وتحركت العربة بعجلة ٥ سم/ث^٢ لمدة ٣٠ ثانية احسب الشغل الذى بذلته قوة الشد.
- ١٤ عامل بناء كتلته ٧٠ كجم يحمل على كتفه كمية من الطوب صاعداً أعلى سلم إرتفاع قمته عن سطح الأرض ١٢ متر فإذا بذل شغلا قدره ١١٧٦٠ جول حتى بلوغه قمة السلم أوجد كتلة الطوب.
- ١٥ أثرت قوة على جسم ساكن كتلته ٥٠ كجم فأكسبته عجلة منتظمة ٧,٠ م/ث^٢ فإذا كان الشغل المبذول بواسطة هذه القوة يساوى ٣٥٠ ث. كجم. متر أوجد المسافة التى تحركها الجسم.
- ١٦ قذف حجر كتلته ٤ كجم رأسياً لأعلى من على سطح الأرض فإذا كان الشغل المبذول ليصل إلى أقصى إرتفاع ١١٧٦ جول أوجد أقصى إرتفاع وصل إليه الحجر.
- ١٧ أحسب بالجول مقدار الشغل اللازم بذله لرفع ٥ متر مكعب من الماء لأرتفاع ١٠ أمتار.

١٨ سيدة تدفع أمامها عربة بها طفل من حالة سكون علي طريق أفقى بقوة قدرها ٢ ثكجم وتميل على الأفقى لأسفل بزاوية قياسها 60° ضد مقاومات قدرها ٠,٩٥ ث كجم، فإذا كانت كتلة العربة والطفل ١٨ كجم فأوجد بثقل كجم. متر مقدار الشغل المبذول خلال دقيقة واحدة من:

- أ وزن العربة والطفل ب قوة السيدة ج مقاومة الطريق.

١٩ قطار كتلته ٢٠٠ طن يصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{10}$ بسرعة ثابتة فإذا كان الشغل المبذول من آلات القطار يساوى 15×10^6 ث. كجم متر حتى وصل إلى أعلى المنحدر والشغل المبذول ضد المقاومات 5×10^6 ث. كجم متر أوجد:

أولاً: طول المنحدر ثانياً: المقاومة لكل طن من كتلة القطار

٢٠ سيارة كتلتها ٤ طن تصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{10}$ ضد مقاومات تعادل ٥ ث. كجم لكل طن من كتلة القطار فاكسبت سرعة ٥٤ كم/س خلال $\frac{1}{4}$ دقيقة فإذا بدأت السيارة حركتها من السكون احسب بالجول الشغل المبذول من:

- أولاً: قوة محرك السيارة ثانياً: قوة المقاومة
ثالثاً: من وزن السيارة رابعاً: ضد وزن السيارة

٢١ جسيم يتحرك فى خط مستقيم تحت تأثير القوة \mathbf{F} (نيوتن) حيث $\mathbf{F} = 0, 4, 0$ ، ف مقاسة بالـ متر . أحسب الشغل المبذول من القوة \mathbf{F} عندما يتحرك الجسيم من:

أ $\mathbf{F} = 0$ حتى $\mathbf{F} = 10$

ب $\mathbf{F} = 1$ حتى $\mathbf{F} = 5$

٢٢ جسيم يتحرك فى خط مستقيم تحت تأثير القوة \mathbf{F} (نيوتن) حيث $\mathbf{F} = 2$ ف مقاسة بالـ متر، أحسب الشغل المبذول من القوة \mathbf{F} عندما يتحرك الجسيم من:

أ $\mathbf{F} = 0$ حتى $\mathbf{F} = \frac{\pi}{4}$

ب $\mathbf{F} = \frac{\pi}{4}$ حتى $\mathbf{F} = \frac{\pi}{2}$

ج $\mathbf{F} = \frac{\pi}{4}$ حتى $\mathbf{F} = \frac{\pi}{2}$

طاقة الحركة

Kinetic energy

تمهيد

في الدرس السابق علمنا بأن القوة هي المسبب الأساسي للحركة، وفي هذا الدرس سوف ندرس المصدر الذي تستمد منه القوة في تحريك الأجسام وهذا المصدر هو الطاقة وبالتالي يمكن تعريف الطاقة بأنها مقياس قدرة الجسم على بذل شغل. وتظهر الطاقة في حياتنا العملية في عدة صور منها الطاقة الميكانيكية والطاقة الحرارية والطاقة الكهربائية والطاقة الضوئية ... الخ وسوف ندرس من هذه الصور الطاقة الميكانيكية المتمثلة في حركة الأجسام وهي نوعان **طاقة الحركة** و**طاقة الوضع**.

Kinetic energy

طاقة الحركة

طاقة حركة جسم هي الطاقة التي يكتسبها الجسم بفضل سرعته وتقدر عند لحظة ما بنصف حاصل ضرب كتلة هذا الجسم في مربع سرعته عند هذه اللحظة ويرمز لها بالرمز ط.

فإذا كانت ك كتلة الجسم، ع متجه سرعته، ع القياس الجبري لهذا المتجه فإن:

(١)

$$ط = \frac{1}{2} ك ع^2 = \frac{1}{2} ك ع^2$$

وبما أن $ع^2 = ع \odot ع$ ، فإنه يمكن التعبير عن طاقة الحركة كالآتي:

(٢)

$$ط = \frac{1}{2} ك (ع \cdot ع)$$

يتضح من التعريف أن طاقة حركة الجسم هي كمية قياسية غير سالبة، وتندم فقط عندما يندم متجه السرعة. كما يبين التعريف أن طاقة حركة الجسم قد تتغير من لحظة زمنية لأخرى أثناء حركته تبعاً لمقدار سرعته.

وحدات قياس طاقة الحركة:

حيث أن الشغل هو صورة من صور الطاقة فإن:

وحدة قياس طاقة الحركة = وحدة قياس الشغل

فمثلاً، إذا قيست الكتلة بالكيلوجرام والسرعة بالمتري/ ثانية فإن:

$$\text{وحدة قياس طاقة الحركة} = \text{كجم} \times \frac{\text{متر}}{\text{ث}} \times \frac{\text{متر}}{\text{ث}} = \text{كجم} \frac{\text{متر}^2}{\text{ث}^2} \times \text{متر} = \text{نيوتن} \cdot \text{متر}$$

سوف تتعلم

طاقة الحركة

وحدات قياس طاقة الحركة

مبدأ الشغل والطاقة

المصطلحات الأساسية

طاقة الحركة Kinetic energy

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية

وإذا قيست الكتلة بالجرام والسرعة بالسنتيمتر / ثانية فإن:

$$\text{وحدة قياس طاقة الحركة} = \text{جم} \times \frac{\text{سم}}{\text{ث}} \times \frac{\text{سم}}{\text{ث}} = \text{جم} \times \frac{\text{سم}^2}{\text{ث}^2} = \text{داين} \times \text{سم} = \text{إرج}$$

مثال

١) يتحرك جسم كتلته ١٠٠ جم بسرعة $\vec{v} = 5\text{ سم} + 12\text{ سم}$ حيث \vec{v}_1 ، \vec{v}_2 متجهها وحدة متعامدين ومقدار السرعة مقيس بوحدة سم/ث، احسب طاقة حركة هذا الجسم **أولاً: بالأرج ثانياً: بالجول**

الحل

$$\text{نوجد معيار السرعة } \vec{v} = 5\text{ سم} + 12\text{ سم}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13\text{ سم/ث}$$

$$\therefore \|\vec{v}\| = 169$$

$$\text{أولاً: طاقة حركة الجسم} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 169 = 8450\text{ إرج}$$

$$\text{ثانياً: طاقة الحركة} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 169 = 8450\text{ جول}$$

٢) حاول أن تحل

١) يتحرك جسم كتلته ٢٠٠ جرام بسرعة $\vec{v} = 60\text{ سم} - 80\text{ سم}$ حيث \vec{v}_1 ، \vec{v}_2 متجهها وحدة متعامدين ومقدار السرعة مقيس بوحدة سم/ث احسب طاقة حركة هذا الجسم **أولاً: بالأرج ثانياً: بالجول.**

مثال

٢) قذف جسم كتلته ١ كجم رأسياً إلى أعلى بسرعة ٤٩ م/ث، أوجد

أ) طاقة حركة الجسم بعد ٦ ثانية من قذفه

ب) طاقة حركة الجسم عندما يصبح على ارتفاع ٩, ١٠٢ متر من نقطة القذف

الحل

$$\text{أ) } \therefore \text{ع} = \text{ع} + \text{و} \therefore \text{ع} = 6 \times 9,8 - 49 = 9,8\text{ م/ث}$$

$$\therefore \text{الجسم يكون هابطاً بسرعة مقدارها } 9,8\text{ م/ث} \quad \text{ط} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (9,8)^2 = 48,02\text{ جول}$$

$$\text{ب) } \therefore \text{ع} = \text{ع} + \text{و} \therefore \text{ع} = 2 - (49) = 9,8\text{ م/ث}$$

$$\therefore \text{ط} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (9,8)^2 = 48,02\text{ جول}$$

٢) حاول أن تحل

٢) سقط جسم كتلته ٥٠٠ جم رأسياً إلى أسفل من ارتفاع ٤, ٧٨ متر عن سطح الأرض، أوجد:

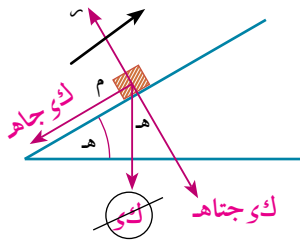
أ) طاقة حركة الجسم بعد ٢ ثانية من سقوطه

ب) طاقة حركة الجسم لحظة ملامسته لسطح الأرض.

مثال

- ٢ قذف جسم كتلته ٢٠٠ جم بسرعة ٢٨٠ سم/ث على خط أكبر ميل لمستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبيها $\frac{1}{14}$ ولأعلى المستوى ، أوجد طاقة حركة هذا الجسم بوحدة الإرج في كل ممائأتي:
 أ بعد نصف دقيقة من قذفه.
 ب عندما يكون على بعد ٢٤,٥ متر من نقطة قذفه.

الحل



معادلة حركة الجسم المتحرك

$$ك ج - = ك و جا هـ$$

$$\therefore ج - = \frac{1}{14} \times 980 = 70 \text{ سم/ث}^2$$

$$أ ع = ع + ج ن$$

$$ع = 30 \times 7 - 280 = 70 \text{ سم/ث}$$

$$ط = \frac{1}{2} ك ع^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times (70)^2 = 490000 \text{ إرج}$$

$$ب ع^2 = ع^2 + ج ف$$

$$ع^2 = (280)^2 - 2 \times 7 \times 2450 = 44100$$

$$ع = \pm 210 \text{ سم/ث}$$

$$ط = \frac{1}{2} ك ع^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times (210)^2 = 44100000 \text{ إرج}$$

٦ حاول أن تحل

- ٣ سيارة كتلتها ١ طن تصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبيها $\frac{1}{3}$ أبطل محركها ووقفت بعد أن قطعت مسافة ٢٠ مترا من لحظة إبطال المحرك فإذا كان قوة مقاومة المنحدر $\frac{1}{6}$ وزن السيارة إحسب طاقة حركة السيارة بوحدة الجول.

Principle of work and energy

مبدأ الشغل والطاقة:

إذا كانت و ثابتة :

باعتبار أن جسمًا كتلته (ك) يتحرك مسافة (ف) تحت تأثير محصلة القوى (و) بحيث تتغير سرعته من $(١ع)$ إلى $(٢ع)$ فيكون: الشغل المبذول بواسطة محصلة هذه:

$$ش = و \times ف$$

$$\therefore ع^2 = ع^2 + ج ف \text{ وباعتبار أن } ع_١, ع_٢ \text{ هما السرعتان الابتدائية والنهائية على الترتيب}$$

$$\therefore ع_٢^2 - ع_١^2 = ج ف \text{ بضرب طرفي العلاقة في } \frac{1}{2} ك$$

$$\frac{1}{2} ك (ع_٢^2 - ع_١^2) = ك ج ف$$

$$\therefore \frac{1}{3} ك (ع^2 - ع^2) = ق . ف حيث و قوة ثابتة المقدار$$

∴ التغير في طاقة الحركة يساوى الشغل المبذول
إذا كانت و قوة متغيرة ،

$$\therefore ط = \frac{1}{3} ك ع^2$$

$$\therefore \frac{س}{ن} (ط) = ك ع \frac{س}{ن} \quad \frac{س}{ن} (ط) = ك ج ع$$

$$\frac{س}{ن} (ط) = و = \frac{س}{ن} ف$$

$$\therefore ط . باط و (ط ح) = ف . باف و وف$$

∴ التغير في طاقة الحركة = الشغل المبذول

تعبّر العلاقة الأخيرة عن مبدأ الشغل والطاقة والذي ينص على الآتى :

«التغير في طاقة حركة الجسم عند انتقاله من موضع ابتدائي إلى موضع نهائي يساوى الشغل المبذول بواسطة القوة المؤثرة عليه خلال الإزاحة بين هذين الموضعين» .
ويلاحظ أنه عند استخدام العلاقات السابقة يجب أن تكون وحدات قياس طاقة الحركة هي نفسها وحدات قياس الشغل.

تفكير ناقذ:

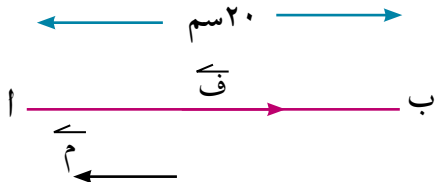
أثبت أنه إذا بدأ جسم حركته من موضع ما ثم عاد إلى نفس الموضع، فإن طاقة حركته النهائية تساوى طاقة حركته الابتدائية، ثم استنتج من ذلك أنه في حركة المقذوف الرأسى تحت تأثير الجاذبية الأرضية الثابتة تكون سرعة المقذوف أثناء مرحلة الصعود عند نقطة ما تساوى سرعته أثناء مرحلة الهبوط عند النقطة نفسها.

مثال

٤) أطلقت رصاصة كتلتها ٢٠٠ جم بسرعة ٤٠٠ متر/ث على حاجز سميك فاستقرت فيه على عمق ٢٠ سم، أوجد مقدار قوة مقاومة مادة الحاجز لحركة الرصاصة باعتبار هذه القوة ثابتة.

الحل

ليكن أ موضع دخول الرصاصة إلى داخل الحاجز ، ب الموضع الذى أستقرت فيه، م قوة المقاومة مقدرة بوحدتين لدينا أ ب = ٢٠ سم، بما أن قوة المقاومة تعمل فى عكس اتجاه الإزاحة.



فإن الشغل الذي تبذله هذه القوة يكون سالباً ويحسب كالآتى:

$$ش = -أ ب \times م = -٢٠ \times م$$

طاقة حركة الرصاصة عند الدخول إلى الحاجز :

$$ط = \frac{1}{2} \times ٢٠٠ \times (٤٠٠)^2 = ١٠ \times ١٠^6 \text{ إرج}$$

(لاحظ تحويل السرعة إلى وحدة سم/ث).

طاقة حركة الرصاصة عند الموضع ب : ط_ب = صفر لأن الرصاصة ساكنة في هذا الموضع.

التغير في طاقة حركة الرصاصة : ط_ب - ط_أ = ١,٦ × ١١٠ × ارج

$$\therefore \text{ط}_ب - \text{ط}_أ = \text{ش}$$

$$\therefore ١,٦ \times ١١٠ \times \text{م} = ٢٠ \text{م}$$

$$\therefore \text{م} = \frac{١,٦ \times ١١٠ \times ٨}{٢٠} = ٧٠ \text{ دايين}$$

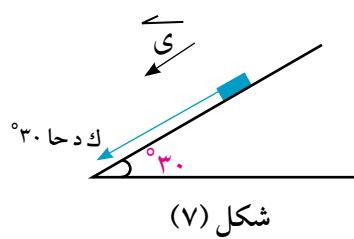
٦ حاول أن تحل

٤ أطلقت رصاصة على هدف سمكه ٩ سم وخرجت من جانبه الأخر بنصف سرعتها التي دخلت بها. فما هو أقل سمك لازم لهدف من نفس المادة حتى لا تخرج منه نفس الرصاصة لو أطلقت عليه بسرعتها السابقة نفسها.

مثال

٥ ترك جسم كتلته ٢٠ كجم ليهبط على خط أكبر ميل لمستوي يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠°. أوجد سرعة الجسم بعد أن يكون قد قطع مسافة ٥ أمتار على المستوى باستخدام مبدأ الشغل والطاقة.

الحل



شكل (٧)

القوة الوحيدة التي تبذل شغلا هي مركبة قوة الوزن الموازية لخط أكبر ميل الذي تحدث عليه الحركة، وتكون هذه القوة موجهة لأسفل المستوى ومقدارها ك_ج حيث ك كتلة الجسم، و مقدار عجلة الجاذبية الأرضية شكل (٧).

الشغل الذي تبذله هذه القوة أثناء الازاحة المعطاة:

$$\text{ش} = (\text{ك ج } ٣٠) \times \text{ف}$$

$$= ٥ \times (\frac{١}{٢} \times ٩,٨ \times ٢٠) = ٤٩٠ \text{ جول}$$

∴ التغير في طاقة الحركة = الشغل المبذول

$$\therefore \frac{١}{٢} \text{ك ج}^٢ - \text{صفر} = \text{ش}$$

$$\therefore \frac{١}{٢} \times ٢٠ \times \text{ع}^٢ = ٤٩٠$$

$$\therefore \text{ع}^٢ = ٤٩$$

∴ ع = ٧ متر / ث وهي سرعة الجسم بعد أن يكون قد قطع ٥ أمتار من موقعة الابتدائي.

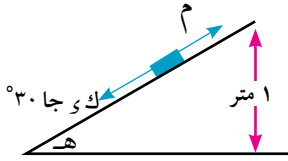
٦ حاول أن تحل

٥ قذف جسم كتلته ٢ كجم بسرعة ٣ متر/ث إلى أسفل على خط أكبر ميل لمستوي أملس طوله ١٠ أمتار وارتفاعه ٢ متر أوجد طاقة حركة هذا الجسم عند وصوله إلى قاعدة المستوى.

مثال

٦ وضع جسم كتلته ٣٠٠ جم عند قمة مستوى مائل ارتفاعه ١ متر. أحسب السرعة التي يصل بها هذا الجسم إلى قاعدة المستوى علما بأن مقدار الشغل الذي بذلته قوة مقاومة المستوى للحركة يساوي ١,٥٩ جول.

الحل



شكل (٨)

ليكن F طول المستوى مقيسًا بالمتري، هـ قياس زاوية ميله على الأفقي، تؤثر على الجسم قوتان توازيان اتجاه الحركة؛ مركبة الوزن، وتعمل في خط أكبر ميل لأسفل ومقدارها K و J هـ وقوة مقاومة المستوى لحركة الجسم عليه وتعمل في خط أكبر ميل لأعلى وليكن مقدارها M .

الشغل المبذول أثناء حركة الجسم من قمة المستوى حتى قاعدته:

$$\text{ش} = (K \text{ و } J \text{ هـ} - M) \times F$$

$$= (K \text{ و } J \text{ هـ} - M) \times \left(\frac{1}{\sin 30^\circ} \times 9,8 \times 0,3 \right) = 9,8 \times 0,3 - M \text{ ف}$$

ولكن $M \text{ ف} = 1,09$ جول هو الشغل الذي بذلته قوة المقاومة.

$$\therefore \text{ش} = 9,8 \times 0,3 - 1,09 = 1,35 \text{ جول}$$

$$\therefore \text{ط} - \text{ط} = \text{ش}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 0,3 \times \text{ع} - \text{صفر} = 1,35$$

$$\therefore \text{ع} = 9 \quad \therefore \text{ع} = 3 \text{ متر/ث}$$

٤ حاول أن تحل

٦ وضع جسم كتلته ٢٠٠ جرام عند قمة مستوى مائل إرتفاعه ٣ أمتار. إحسب السرعة التي يصل بها هذا الجسم إلى قاعدة المستوى علما بأن مقدار الشغل الذي بذلته قوة مقاومة المستوى للحركة ٤,٤٨ جول.

مثال

٧ جسم كتلته ١ كجم يتحرك بسرعة ثابتة مقدارها ١٢ م/ث، أثرت عليه قوة مقاومة في اتجاه مضاد لاتجاه حركته مقدارها ٦ س^٢ (نيوتن) حيث S المسافة التي يقطعها الجسم تحت تأثير المقاومة (بالمتر).

أ أوجد الشغل الذي تبذله المقاومة عندما $S = ٤$ ب أوجد سرعة الجسم وطاقة حركته عندما $S = ٢$

الحل

$$\text{أ} \quad \text{ش} = \text{و} \text{ و } \text{س}$$

$$= \text{و} - \text{س}^٢ = [٢ - \text{س}^٢] \times ٤$$

$$= -١٢٨ \text{ جول}$$

ب: التغير في طاقة الحركة = الشغل المبذول

$$\frac{1}{2} K \text{ و } J \text{ هـ} = \text{و} \text{ و } \text{س}$$

$$\frac{1}{2} \times (٤ - ١٤٤) = \text{و} - \text{س}^٢$$

$$\frac{1}{2} (٤ - ١٤٤) = [٢ - \text{س}^٢]$$

$$\frac{1}{2} (٤ - ١٤٤) = -١٦$$

$$\text{ع} = ١١٢$$

$$\text{ع} = \sqrt{١١٢} \text{ م/ث}$$

$$\text{ط} = \frac{1}{2} K \text{ و } J \text{ هـ} = \frac{1}{2} \times ١ \times ١١٢ = ٥٦ \text{ جول}$$

تمارين ٤ - ٢

أولاً: أكمل :

- ١) طاقة حركة قذيفة كتلتها $\frac{1}{3}$ كجم وتتحرك بسرعة ٣٠٠ متر/ث يساوى جول.
- ٢) طاقة حركة جسم كتلته ٤٠ جرام يتحرك بسرعة ٢٠ متر/ث يساوى جول
- ٣) سيارة كتلتها ١,٥ طن وطاقة حركتها ١٦٨٧٥٠ جول فإن سرعة السيارة م/ث
- ٤) جسم كتلته ٢٠٠ جرام يتحرك بسرعة $\vec{c} = ٣٠ \vec{s} + ٤٠ \vec{v}$ حيث \vec{s} ، \vec{v} متجهتا وحدة متعامدان ومقدار السرعة مقيس بوحدته سم/ث فإن طاقة حركة هذا الجسم = إرج
- ٥) جسم يتحرك بسرعة $\vec{c} = ٥٠ \vec{s} + ١٠٠ \vec{v}$ حيث \vec{c} مقيس بوحدته سم/ث ، \vec{s} ، \vec{v} متجهتا وحدة متعامدان فى إتجاهى \vec{s} ، \vec{v} وكانت طاقة حركة هذا الجسم تساوى ٣,٩ جول فإن كتلة الجسم = جرام.
- ٦) إذا ترك جسم كتلته ٣٠ جرام ليسقط من إرتفاع ١٠ أمتار من سطح الأرض فإن طاقة حركة هذا الجسم = جول عندما يكون وشك الإرتطام بالأرض.

ثانياً:

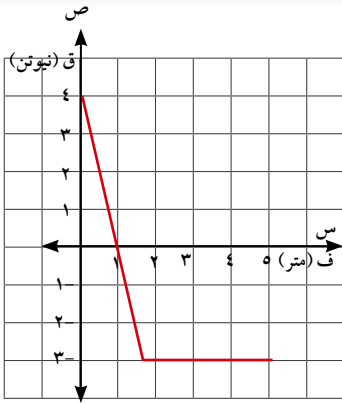
- ٧) إصطدمت رصاصة كتلتها $\frac{3}{4}$ جرام وسرعتها ٤٠٠ م/ث بقالب خشبي فسكنت بعد أن قطعت داخل القالب مسافة ٥ سم إحسب الزمن الذى تستغرقه الرصاصة داخل القالب (مستخدماً مبدأ الشغل والطاقة).
- ٨) أطلقت رصاصة كتلتها ٢٥ جم بسرعة أفقية على قطعة خشبية كتلتها ١,٣٥ كجم موضوعة على نضد أفقى خشن فاستقرت فيها وكونتا جسماً واحداً تحرك مسافة ١٠ سم نتيجة للتصادم. احسب سرعة انطلاق الرصاصة مستخدماً مبدأ الشغل والطاقة إذا كان معامل الاحتكاك الحركى بين قطعة الخشب والنضد يساوى $\frac{1}{4}$.
- ٩) قوة مقدارها ١٢ نيوتن ثابتة الأتجاه تقوم ببذل شغل على جسم تحرك فإذا كانت إزاحته تعطى بالعلاقة $\vec{F} = ٣ \vec{s} - ٤ \vec{v}$ حيث \vec{F} بالمتري إحسب قياس الزاوية بين \vec{F} ، \vec{v} إذا كان التغير فى طاقة الحركة للجسم.

أولاً: يساوى ٣٠ جول

ثانياً: يساوى ٣٠٠ جول

- ١٠) الشكل المقابل يوضح تأثير مركبة قوة فى الأتجاه الموجب إتجاه لمحور السينات على جسم كتلته ٢ كجم فإذا كانت سرعة الجسم عند $s = ٠$ يساوى ٤ م/ث

أولاً: أوجد التغير فى طاقة حركة بين $s = ٠$ ، $s = ٥$ متر.



ثانياً: احسب مقدار طاقة حركة الجسم عند $s = 3$

ثالثاً: عند أى قيمة لـ s يكون مقدار طاقة الحركة ٨ جول

١١) ترك جسم كتلته ٢٠٠ جرام ليتحرك من سكون من قمة مستوى أملس طوله ٢٥ متر ويميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{3}$. أوجد طاقة حركة هذا الجسم عندما يصل إلى قاعدة المستوى.

١٢) قذف جسيم كتلته ٥ كجم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{3}$ ، ولأعلى بسرعة ٤ متر/ث. احسب التغير الذى يطرأ على طاقة حركة هذا الجسيم بعد إنقضاء ثانية واحدة على لحظة قذفه ثم عندما يعود إلى موضع القذف.

١٣) مستوى مائل خشن طوله ٢٠ متر وإرتفاعه ٥ أمتار أوجد أصغر سرعة يقذف بها جسم من أسفل نقطة فى المستوى المائل وفى اتجاه خط أكبر للمستوى لكى يصل بالكاد إلى أعلى نقطة فى المستوى علماً بأن الجسم يلاقى مقاومات تساوى $\frac{1}{4}$ وزنه.

١٤) أطلقت قذيفة مدفع بسرعة $\vec{v} = 105 \text{ م} + 360 \text{ م}$ حيث \vec{v} متجهها وحدة متعامدان ومقدار السرعة مقاس بوحدة م/ث، فإذا كانت طاقة الحركة للقذيفة تساوى 125×10^6 جول فأوجد كتلة القذيفة بالكيلو جرام.

١٥) يتحرك جسم كتلته ٢ كجم تحت تأثير القوى $\vec{F}_1 = 2\vec{v} + \vec{v}$ ، $\vec{F}_2 = 2\vec{v} + \vec{v}$ ، $\vec{F}_3 = 3\vec{v} + 5\vec{v}$ مقدره كل منها بالنيوتن حيث \vec{v} متجهها وحدة متعامدين فإذا كان متجه الأزاحة كدالة فى الزمن يعطى بالعلاقة $\vec{r} = \frac{1}{2} \text{ ن}^2 \vec{v} - \text{ب} (\text{ن}^2 - \text{ن}) \vec{v}$ ومعيار الأزاحة بالمترا أوجد:

أولاً: قيمة كل من الثابتين أ، ب

ثانياً: الشغل المبذول من هذه القوة بعد ٢ ثانية من بدء الحركة

ثالثاً: طاقة الحركة فى نهاية زمن قدره ٢ ثانية

١٦) أطلقت رصاصة أفقيًا بسرعة ٥٤٠ كم/س على قطعة من الخشب فاستقرت فيها على عمق ٢٠ سم، فإذا أطلقت نفس الرصاصة بنفس السرعة على هدف ثابت من نفس نوع الخشب سمكه ١٥ سم، فما هى السرعة التى تخرج بها الرصاصة من الهدف بفرض ثبوت المقاومة.

١٧) هدف رأسى مكون من طبقتين من معدنين مختلفين، سمك الأول ٧ سم وسمك الثانى ١٤ سم فإذا أطلقت رصاصتان متساويتان فى الكتلة فى إتجاهين متضادين وعموديين على الهدف وبسرعة واحدة فأخترقت الرصاصة الأولى الطبقة الأولى وسكنت فى الثانية بعد أن غاصت فيها مسافة ٥ سم وأخترقت الرصاصة الثانية الطبقة الثانية وأستقرت فى الطبقة الأولى بعد أن غاصت مسافة ١ سم أوجد النسبة بين مقاومة المعدنين.

١٨ كرتان ملساويتان كتلتاهما ١٠٠ جرام، ٢٠٠ جرام تتحركان في خط مستقيم في إتجاهين متضادتان تصادمت الكرتان عندما كانت سرعتاهما ٨ م/ث، ١٢ م/ث على الترتيب فإذا ارتدت الكرة الأولى بعد التصادم مباشرة بسرعة ٢ م/ث إ حسب طاقة الحركة المفقودة نتيجة التصادم بالجول.

١٩ سقطت كرة كتلتها ١٠٠ جرام من إرتفاع ٦,٣ متر على أرض أفقية فاصطدمت بها وأرتدت رأسياً إلى أعلى فإذا بلغ النقص في طاقة حركة الكرة نتيجة إصطدامها بالأرض ١,٩٦ جول. احسب المسافة التي إرتدتها الكرة عقب تصادمها بالأرض.

٢٠ سقط جسم مطاطي من السكون من قمة برج فبلغت كمية حركته قبل التصادم مباشرة ١٠٩٢ جم. متر/ث، طاقة حركته ١٠١٤ اث جم. متر احسب كتلة هذا الجسم وارتفاع البرج وإذا إرتد الجسم بعد إصطدامه بالأرض مسافة ٩,٤ متر فأوجد مقدار دفع الأرض للجسم.

٢١ سقطت جسم (أ) كتلته ٨,١ كجم من السكون من أرتفاع ما عن سطح الأرض، وفي نفس اللحظة قذف جسم (ب) كتلته ١٤,١ كجم رأسياً من سطح الأرض لأعلى بسرعة ٤٩ م/ث ليصطدم بالجسم (أ) ويكونا معاً جسمًا واحدًا، إذا علم أن سرعة الجسم (أ) قبل التصادم مباشرة ٢٨ م/ث فاحسب:

أولاً: السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم مباشرة.

ثانياً: طاقة الحركة المفقودة بالتصادم. ثالثاً: الدفع الواقع على الجسم (أ)

٢٢ سقطت مطرقة كتلتها ٨٠٠ كجم من أرتفاع ٤,٦ متر رأسياً على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٣٢٠ كجم فتدكه رأسياً في الأرض لمسافة ١٠ سم. أوجد:

أولاً: السرعة المشتركة للمطرقة والجسم بعد التصادم مباشرة.

ثانياً: طاقة الحركة المفقودة نتيجة للتصادم.

ثالثاً: مقاومة الأرض للجسم مقدرة بثقل الكيلو جرام.

تمهيد:

لقد درست فيما سبق طاقة الجسم المرتبطة بحركته، والتي تسمى بطاقة الحركة، وفي هذا الدرس سوف ندرس طاقة وضع الجسم التي ترتبط بمكان وجوده، ويمكن تعريف عدة أنواع من طاقة الوضع بحيث يرتبط كل نوع بقوة ما، وتعد طاقة وضع جذب الأرض للأجسام من أكثر طاقات الوضع شيوعاً.

تعلم



طاقة الوضع

potential energy

عندما يتحرك جسيم على خط مستقيم تحت تأثير قوة ثابتة توازي هذا الخط فإن طاقة وضع الجسيم U عند لحظة ما هي الشغل المبذول بواسطة القوة المؤثرة لجسيم لو أنها حركته من موضعه إلى موضع آخر ثابت على الخط المستقيم AB كما في الشكل المجاور.



إذا كانت القوة \vec{Q} توازي \vec{AB} وكانت (و) هي الموضع الثابت، أ، ب وضعين مختلفين للجسم على هذا الخط فإن:

طاقة الوضع عند ص_ب = $Q \cdot \vec{AO}$ ، طاقة الوضع عند ص_ب = $Q \cdot \vec{BO}$ ، وباستخدام الرمز U للتعبير عن طاقة الوضع نجد أن:

$$\checkmark \text{ طاقة الوضع عند (و) } = 0 \text{ لأن } \text{طاقة الوضع عند و} = Q \cdot \vec{OO} = 0 = \text{صفر}$$

\checkmark باعتبار أن أ، ب هما الموضعان الابتدائي والنهائي للجسم المتحرك، ص_ب، ص_ب هما طاقتي الوضع عند أ، ب علي الترتيب فإن:

$$\text{ص}_ب - \text{ص}_أ = (Q \cdot \vec{BO}) - (Q \cdot \vec{AO})$$

$$= Q \cdot (\vec{BO} - \vec{AO}) = (Q \cdot \vec{BA})$$

$$= -Q \cdot \vec{AB} \quad \text{①}$$

من ① ②

②

ولكن: $Q \cdot \vec{AB} = \text{ش}$

$$\text{ص}_ب - \text{ص}_أ = -\text{ش}$$

سوف تتعلم

طاقة الوضع.

العلاقة بين الشغل والتغير

في طاقة الوضع.

مبدأ الشغل والطاقة - ثبات

الطاقة.

طاقة وضع جسم تؤثر عليه

قوة متغيرة.

المصطلحات الأساسية

طاقة الوضع potential energy

التغير في طاقة الوضع

change in potential energy

مبدأ الشغل والطاقة

the work - energy principle

ثبات الطاقة

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية.

برامج رسومية للحاسب.

أى أن: التغير في طاقة وضع الجسم عند إنتقاله من موضع ابتدائي إلى موضع نهائي يساوى سالب الشغل المبذول بواسطة القوة خلال الحركة.

بقاء الطاقة

إذا أنتقل جسم من موضع أ إلى موضع آخر ب دون أن يلاقى أى مقاومة فإن مجموع طاقتى الحركة والوضع عند أ يساوى مجموع طاقتى الحركة والوضع عند ب .

من مبدأ الشغل والطاقة نجد أن $ط ب - ط ا = ش$

ومن العلاقة السابقة التى تربط الشغل بطاقة الوضع نجد أن:

$$ص ب - ص ا = ش$$

$$\therefore ط ب - ط ا = [ص ب - ص ا]$$

$$\therefore ط ب + ص ب = ط ا + ص ا$$

مجموع طاقتى الحركة والوضع يظل ثابتًا أثناء الحركة

وحدات قياس طاقة الوضع: من تعريف طاقة الوضع نجد أن وحدات قياسها هى نفسها وحدات قياس الشغل وطاقة الحركة

مثال

١ أثرت القوة $ق = ٦ س + ٢ ص$ على جسم فحركته من الموضع أ إلى الموضع ب فى زمن ٢ ثانية، وكان متجه الموضع للجسم يعطى بالعلاقة: $ر = (٢٣ + ٢ س) + (١ + ٢ ص)$ احسب التغير فى طاقة الوضع للجسم حيث معيار $و$ مقيس بالنيوتن، معيار $ر$ بالمتر، ن بالثانية.

الحل

$$\therefore ف = ر - ر = (٢٣ + ٢ س) + (١ + ٢ ص) - (٢ س + ٢ ص)$$

$$= ٢٣ س + ٢ ص + ١ - ٢ ص = ٢٣ س + ١$$

$$\therefore \text{التغير فى طاقة الوضع} = ق \cdot ب - ق \cdot أ = (٢، ٦) \cdot (٢، ٢) - (١، ٢) \cdot (١، ٢)$$

$$= (٢، ٦) \cdot (٢، ٢) - (١، ٢) \cdot (١، ٢)$$

$$= (١٨ + ٢٤) - (١ + ٤) = ٢٢ - ٥ = ١٧$$

$$= ١٧ \times ٤ = ٦٨ \text{ جول}$$

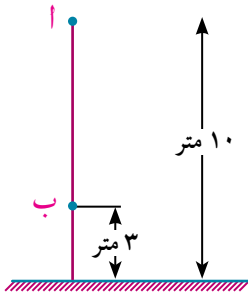
٦ حاول أن تحل

١ أثرت القوة $ق = ٤ س + ٥ ص$ على جسم فحركته من الموضع أ إلى الموضع ب فى زمن ٢ ثانية، وكان متجه الموضع للجسم يعطى كدالة فى الزمن بالعلاقة $ر = (٣ + ٢ س) + (١ + ٤ ص)$. احسب التغير فى طاقة الوضع للجسم حيث معيار $و$ مقيس بالنيوتن، معيار $ر$ بالمتر، ن بالثانية.

مثال

٢ جسم كتلته ٣٠٠ جم موضوع على ارتفاع ١٠ أمتار من سطح الأرض، أوجد طاقة وضع الجسم، وإذا سقط الجسم رأسياً فأوجد مجموع طاقتي الحركة والوضع للجسم عند أي لحظة أثناء سقوطه. ثم أوجد طاقة حركته عندما يكون علي ارتفاع ٣ متر عن سطح الأرض.

الحل



طاقة وضع الجسم عند أ:

$$\text{طاقة وضع الجسم عند أ} = \text{ك} \times \text{ل} =$$

$$= 0,3 \times 9,8 \times 10 = 29,4 \text{ جول}$$

∴ الجسم ساكن عند أ ∴ طاقة حركته = صفر

$$\text{∴ ط} + \text{ص} = 29,4 \text{ جول}$$

∴ مجموع طاقتي الحركة والوضع يظل ثابتاً أثناء الحركة

∴ مجموع طاقتي الحركة والوضع للجسم عن أي لحظة أثناء سقوطه = ٢٩,٤ جول

طاقة الحركة وطاقة الوضع عند ب:

$$\text{∴ طاقة وضع الجسم} = \text{ك} \times \text{ل} =$$

$$= 0,3 \times 9,8 \times 3 = 8,82 \text{ جول}$$

$$\text{∴ ط} + \text{ص} = 29,4 =$$

$$\text{∴ ط} + 8,82 = 29,4 \Rightarrow \text{ط} = 20,58 \text{ جول}$$

٤ حاول أن تحل

٢ سقط جسم كتلته ١٠٠ جم من ارتفاع ٤ متر عن سطح الأرض. أوجد مجموع طاقتي الحركة والوضع للجسم عند أي لحظة أثناء سقوطه، ثم أوجد طاقة حركته عندما يكون على ارتفاع متر واحد من سطح الأرض.

مثال

٢ جسم كتلته ٣ كجم موضوع عند أعلى نقطة من مستوى مائل أملس طوله ٢٠ متر ويميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠°. احسب طاقة وضع الجسم، وإذا هبط الجسم في اتجاه خط أكبر ميل للمستوى. أحسب سرعة الجسم لحظة وصوله إلى أسفل نقطة في المستوى.

الحل

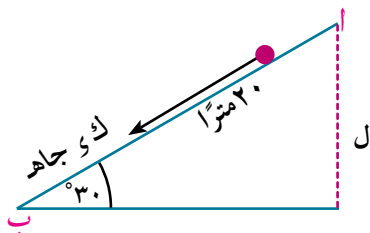
طاقة الحركة الجسم عند ب:

$$\text{ص} = \text{ك} \times \text{ل} =$$

$$= 3 \times 9,8 \times (20 \text{ جا } 30^\circ)$$

$$= 294 \text{ جول}$$

$$\text{ط} + \text{ص} = 0 + 294 = 294 \text{ جول} \quad (\text{لأن الجسم ساكن عند أ})$$



طاقة الحركة وطاقة الوضع عند ب:

$$\text{ط ب} + \text{ص ب} = 294 \text{ جول}$$

$$\frac{1}{4} \text{ ك ع} + 2 = 294$$

$$\text{ع} = \frac{2 \times 294}{3} = 196$$

$$\therefore \frac{1}{4} \times 3 \times \text{ع} = 2994$$

$$\therefore \text{ع} = 14 \text{ متر/ث}$$

٤ حاول أن تحل

٣ أ، ب نقطتان علي خط أكبر ميل في مستوى مائل خشن بحيث ب أسفل أ، بدأ جسم كتلته ٥٠٠ جم الحركة من السكون من نقطة أ، فإذا كانت المسافة الرأسية تساوي مترًا واحدًا وسرعة الجسم عندما يصل إلى ب تساوي ٤ م/ث. أوجد بالجول:

أولاً: طاقة الوضع المفقودة

ثانياً: الشغل المبذول من المقاومات

مثال

٤ بندول بسيط يتكون من قضيب خفيف طوله ٨٠ سم ويحمل في طرفه جسمًا كتلته ٤ جم يتدلى رأسيًا وبتذبذب في زاوية قياسها ١٢٠°. أوجد:

أولاً: زيادة طاقة الوضع في نهاية المسار عنها في منتصف المسار

ثانياً: سرعة الجسم عند منتصف المسار.

الحل

من هندسة الشكل:

الكتلة تتحرك في قوس دائري مركزه النقطة م ونصف قطره = ٨٠ سم.

$$\therefore \text{و} (\Delta \text{ م ج}) = 120^\circ$$

$$\therefore \text{و} (\Delta \text{ م ي}) = 60^\circ$$

$$\therefore \text{المثلث أوم ثلاثيني ستيني}$$

$$\therefore \text{م و} = 40 \text{ سم، ب و} = 40 \text{ سم}$$

زيادة طاقة الوضع عند أ عنها عن ب:

$$\text{ص ب} - \text{ص أ} = \text{ك أ} - \text{ك ب} = \text{ك أ} - (\text{ل} - \text{ل}) = \text{ك أ} \times \text{ب و}$$

$$= 40 \times 980 \times 4 = 156800 \text{ إرج}$$

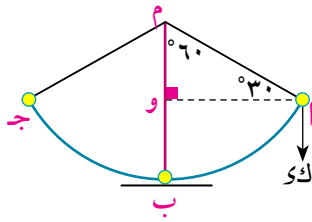
لإيجاد سرعة الجسم عند منتصف المسار:

$$\text{من مبدأ ثبات الطاقة ط ب} + \text{ص ب} = \text{ط أ} + \text{ص أ}$$

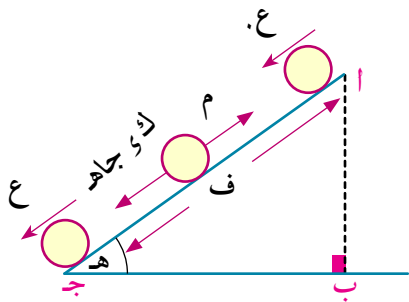
$$\therefore \frac{1}{4} \times 4 \times \text{ع}^2 + 0 = 0 + 156800$$

$$\therefore \text{ع}^2 = 78400$$

$$\therefore \text{ع} = 280 \text{ سم/ث}$$



motion on rough inclined plane



الحركة على مستوى مائل خشن

إذا هبط جسم على مستوى مائل خشن تحت تأثير وزنه فقط من الموضع أ إلى الموضع ج فإن التغير في طاقة الوضع = التغير في طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات.

الإثبات:

نفرض أن المسافة التي تحركها الجسم على المستوى (ف) فتكون المسافة الرأسية أ ب التي هبطها الجسم أ ب = ف جا ه التغير في طاقة الحركة من أ إلى ب =

الشغل المبذول بواسطة (ك و جاه - م)

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m u^2 = (K \cos \theta - mg) \times f$$

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m u^2 = K \cos \theta \times f - m \times f \times \sin \theta$$

التغير في طاقة الوضع = التغير في طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات.

لاحظ أن: يمكن تعميم القاعدة السابقة سواء كانت الحركة رأسية أو على مستوى مائل كالآتي: إذا سقط أو قذف جسم رأسياً في وسط به مقاومة أو هبط على مستوى مائل خشن فإن:

التغير في طاقة الوضع = التغير في طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات.



الحركة على مستوى خشن

مثال

٥ في الشكل المقابل مكعب من الخشب عند كتلته ٢ كيلو جرام، ينزلق على سطح (كما هو مبين بالشكل) حيث أ ب ، ج د سطحان

أملسان. السطح الأفقي ب ج خشن، طوله ٣٠ متر، معامل الاحتكاك الحركي له $\frac{1}{6}$ فإذا بدأ مكعب الخشب الحركة من سكون وهو على ارتفاع ٤ متر، على أي مسافة على ب ج يسكن مكعب الخشب؟

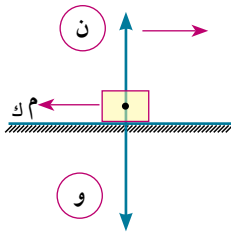
الحل

المكعب ينزلق على القوس أ ب وتبعاً لمبدأ ثبات الطاقة $ط_ب + ص_ب = ط_ا + ص_ا$

$$صفر + ط_ب = ٤ \times ٩,٨ \times ٢ + صفر$$

$$\therefore ط_ب = ٧٨,٤ \text{ جول.}$$

وحيث إن المكعب يتحرك على المستوى ب ج خشن.



$$\begin{aligned} \text{التغير في طاقة وضع الجسم} &= \text{التغير في طاقة الحركة} + \text{الشغل ضد المقاومات} \\ \text{صفر} &= (78,4 - 0) + م \times ر \times ف \\ 78,4 &= ف \times 2 \times 9,8 \times \frac{1}{2} \\ \therefore ف &= 20 \text{ متر} \end{aligned}$$

٩ حاول أن تحل

- ٤ تهبط عربة من السكون أسفل منحدر، ولما قطعت مسافة ١٨٠ متر، وجد أنها هبطت مسافة ١٠ متر، فإذا علم أن $\frac{3}{4}$ طاقة الوضع فقدت نظير التغلب على المقاومات ضد الحركة، وأن هذه المقاومات ظلت ثابتة طوال حركة العربة، فأوجد سرعة العربة بعد قطعها مسافة ١٨٠ متر السابقة.

تمارين ٤ - ٣

أولاً: أكمل:

- ١ سقط جسم كتلته ٠,٢ كجم من ارتفاع ٥ أمتار عن سطح الأرض.
 - أ طاقة وضع الجسم لحظة سقوطه = جول
 - ب طاقة حركة الجسم لحظة سقوطه = جول
 - ج مجموع طاقتي الحركة والوضع لحظة وصوله لسطح الأرض = جول
- ٢ جسم كتلته ٣٥٠ كجم على ارتفاع ٢٠ متر من سطح الأرض، فإن طاقة وضع الجسم = جول.
- ٣ طائرة عمودية وزنها ٣٥٠٠ ث كجم تهبط رأسياً لأسفل من ارتفاع ٢٥٠ متر إلى ارتفاع ١٥٠ متر من سطح الأرض فإن مقدار الفقد في طاقة وضعها = جول.
- ٤ جسم وزنه ٢ ث كجم صعد مسافة ٢٠٠ سم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها 30° ، فإن الزيادة في طاقة وضعه = جول
- ٥ وضع جسم عن قمة مستو مائل أملس ارتفاعه ٩٠ سم فإن سرعته عندما يصل إلى قاعدة المستوى = متر/ث
- ٦ يتحرك جسم من الموضع أ (٣، ٢) إلى الموضع ب (٦، ٧) تحت تأثير القوة \vec{Q} = $3\vec{S} + 4\vec{V}$ فإن التغير في طاقة وضع الجسم = جول؛ حيث ف بالسنتيمتر، \vec{Q} مقاسة بالداين.
- ٧ أثرت قوة \vec{Q} = $4\vec{S} + 5\vec{V}$ على جسم فحركته من الموضع أ إلى الموضع ب في زمن ٢ ثانية، وكان متجه الموضع للجسم يعطى كدالة في الزمن بالعلاقة $\vec{r} = (2\vec{N} + 3\vec{S}) + (4\vec{N} + 1\vec{V})$ فإن التغير في طاقة الوضع للجسم = جول؛ حيث \vec{Q} بالنيوتن، \vec{r} بالمتري، ن بالثانية

أجب عن الأسئلة الآتية:

٨ جسم كتلته ٣٠٠ جرام موضوع على ارتفاع ١٠ أمتار من سطح الأرض، أوجد طاقة وضع الجسم، وإذا سقط الجسم رأسياً، فأوجد طاقة حركته عندما يكون على ارتفاع ٣ متر من سطح الأرض.

٩ قذف جسم كتلته ١٤٠ جرام رأسياً لأعلى من قمة برج ارتفاعه ٢٥ متراً عن سطح الأرض، احسب التغير في طاقة حركة الجسم من لحظة قذفه حتى وصوله إلى سطح الأرض مقدراً بالرجول.

١٠ قذف جسم كتلته ٢ كجم رأسياً إلى أعلى بسرعة ٧٠ متر/ثانية أوجد مجموع طاقتي الحركة والوضع بعد ٥ ثوان، وإذا كانت طاقة حركته بعد زمن ما هو ٤٤, ١٢٥ جول فأوجد هذا الزمن وأوجد طاقة وضعه عندئذ.

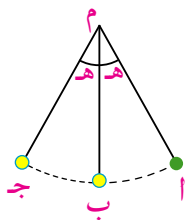
١١ جسم كتلته ١٠٠ جم سقط من ارتفاع ٥ أمتار على أرض رخوة فغاص فيها ٢٠ سم أوجد:
أولاً: مقدار ما فقد من طاقة الوضع بالرجول قبل لحظة اصطدامه بالأرض مباشرة.
ثانياً: متوسط مقاومة الأرض بثقل الكيلو جرام.

١٢ تحرك رجل كتلته ٧٢ كيلو جراماً صاعداً طريقاً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{4}$ فقطع ١٢٠ متراً. أحسب التغير في طاقة وضع الرجل

١٣ احسب السرعة التي يصل بها جسم كتلته ٣٠٠ جم موضوع عند قمة مستوٍ مائل ارتفاعه ٢ متر إلى قاعدة المستوى إذا كان مقدار الشغل المبذول ضد المقاومة يساوي ١٣, ٢ جول.

١٤ أ، ب نقطتان على خط أكبر ميل لمستوى مائل خشن بحيث ب أسفل أ، بدأ جسم كتلته ٥٠٠ جم الحركة من السكون من النقطة أ، فإذا كانت المسافة الرأسية تساوي متراً واحداً وسرعة الجسم عندما يصل إلى ب تساوي ٤م/ث. أوجد بالرجول:
أولاً: طاقة الوضع المفقودة.
ثانياً: الشغل المبذول من المقاومات.

١٥ **في الشكل المجاور:** بندول بسيط طول خيطه ١٣٠ سم، يبدأ البندول الحركة من السكون من النقطة أ ويتحرك حراً ليتذبذب في زاوية قياسها ٢ هـ حيث طاه $\frac{5}{13}$. أوجد سرعة الكرة عند منتصف المسار.



١٦ حلقة كتلتها $\frac{1}{4}$ كجم، تنزلق على عمود أسطواناني رأسي خشن، فإذا كانت سرعتها ٣, ٦ متر/ث بعد أن قطعت مسافة ٨, ٤ متر من بدء حركتها باستخدام مبدأ الشغل والطاقة، احسب الشغل المبذول من المقاومة أثناء الحركة.

القدرة

Power

سوف تتعلم

القدرة.

فكر و ناقش



إذا بذلت آلة شغلاً قدره ٢٠٠ ثقل كجم.متر في ٤ دقائق وبذلت آلة أخرى شغلاً قدره ١٠٠ ثقل كجم.متر في دقيقة واحدة.

فأي من الآلتين أقدر (أكفأ) من الأخرى؟

قد يبدو لك أن الآلة الأولى هي الأقدر من الآلة الثانية لأنها بذلت شغلاً أكثر. ولكن ما بذلته الآلة الأولى في الدقيقة الواحدة = $\frac{200}{4} = 50$ ثقل كجم.متر وما بذلته الآلة الثانية في الدقيقة الواحدة = ١٠٠ ثقل كجم.متر من ذلك نستنتج أنه لقياس قدرة آلة لابد من معرفة ما تبذله هذه الآلة من شغل في وحدة الزمن

تعريف: القدرة: هي المعدل الزمني لبذل شغل

ويصاغ هذا التعريف أيضًا كالآتي:

«القدرة هي الشغل المبذول في وحدة الزمن»

$$\text{القدرة} = \frac{\text{ش}}{\text{وزن}}$$

وحيث أن ش = $\overline{و} \cdot \overline{ف}$

$$\therefore \text{القدرة} = \frac{\text{ش}}{\text{وزن}} = (\overline{و} \cdot \overline{ف})$$

وإذا كانت القوة $\overline{و}$ ثابتة فإن

$$\text{القدرة} = \overline{و} \cdot \frac{\overline{ف}}{\text{وزن}}$$

$$= \overline{و} \cdot \overline{ع} = \overline{و} \cdot \overline{ع} \text{ جتا هـ}$$

وإذا كانت $\overline{ع}$ لها نفس اتجاه القوة $\overline{و}$ فإن القدرة = $\overline{و} \cdot \overline{ع}$

من ذلك نجد أن القدرة كمية قياسية تتعين عند كل لحظة زمنية بمعلومية $\overline{و}$ ، $\overline{ع}$ وتحدد قيمتها بالمعدل الزمني لبذل الشغل عند هذه اللحظة.

لاحظ أن القدرة تتعين لحظيًا (عند لحظة معينة) خلافًا للشغل الذي يحسب دائمًا بين لحظتين زمنتين.

المصطلحات الأساسية

Power

القدرة

Horse power

الحصان

الأدوات المستخدمة

آلة حاسبة علمية.

القدرة المتوسطة:

إذا بذلت القوة شغلاً قدرة شـ خلال فترة زمنية $\Delta n = n_2 - n_1$ فإن:

$$\frac{\text{شـ}}{n_2 - n_1} = \frac{\text{شـ}}{\Delta n} = \text{القدرة المتوسطة}$$

استخدام التكامل في إيجاد الشغل

$$\therefore \text{القدرة} = \frac{K}{\Delta n} (\text{شـ}), \quad \therefore \text{شـ} = n_2 \cdot \text{القدرة} \text{ و } n_1$$

القدرة المتغيرة وأقصى قدرة

عند ثبوت مقدار القوة و فإن مقدار القدرة يتغير طردياً مع مقدار سرعة الجسم ع ويكون و ثابت التغير حيث
القدرة = و ع
القدرة ع عند ثبوت و
وكلما تغير مقدار السرعة تغير مقدار القدرة ونحصل على أقصى قدرة عند ما تصبح السرعة أقصى ما يمكن ويطلق
على القدرة في هذه الحالة قدرة الآلة (بوجه عام)

وحدات قياس القدرة:

بما أن القدرة تساوي المعدل الزمني لبذل الشغل.

$$\therefore \text{وحدة قياس القدرة} = \frac{\text{وحدة قياس الشغل}}{\text{وحدة قياس الزمن}} = \text{وحدة قياس القوة} \times \text{وحدة قياس السرعة}$$

ومن وحدات قياس القدرة: الوات (نيوتن . م / ث)، ث كجم . م / ث - أرج / ث، الحصان

❖ النيوتن - متر/ ثانية (نيوتن . متر/ ث): يعرف النيوتن - متر/ ثانية على أنه قدرة قوة تبذل شغلاً بمعدل زمني ثابت مقداره نيوتن - متر واحد في كل ثانية.

ويطلق أيضاً على وحدة النيوتن - متر / ثانية (جول / ثانية) إسم «الوات»

❖ ثقل كيلوجرام . متر/ ثانية (ث . كجم . متر/ ث): يعرف ثقل كيلوجرام . متر/ ثانية على أنه قدرة قوة تبذل شغلاً بمعدل زمني ثابت مقداره كيلو جرام - متر واحد في كل ثانية.

❖ الإرج/ ثانية (إرج/ ث): يعرف الإرج/ ثانية على أنه قدرة قوة تبذل شغلاً بمعدل زمني ثابت مقداره إرجا واحداً في كل ثانية.

❖ الحصان: يعرف الحصان على أنه قدرة الآلة التي تبذل شغلاً قدره ٧٥ ث كجم . م كل ثانية.

فيما يلي قواعد التحويل بين مختلف وحدات القدرة.

$$\leftarrow 1 \text{ ث كجم . متر/ ث} = 9,8 \text{ نيوتن . متر/ ث}$$

$$\leftarrow 1 \text{ نيوتن . متر/ ث} = 1 \text{ وات} = 10 \text{ إرج/ ث}$$

كما أن هناك وحدات أخرى للقدرة مثل الكيلو وات والحصان.

$$1 \text{ كيلو وات} = 1000 \text{ وات} = 1000 \text{ نيوتن. متر/ث} = 10^3 \text{ إرج/ث}$$

$$1 \text{ حصان} = 75 \text{ ث كجم. متر/ث}$$

$$= 9,8 \times 75 \text{ نيوتن. متر/ث}$$

$$= 735 \text{ نيوتن. متر/ث (وات)}$$

$$= 0,735 \text{ كيلو وات}$$

مثال

١ شخص كتلته ٥٠ كجم يصعد سلم برج ارتفاع البرج ٤٤١ متر في زمن قدره ١٥ دقيقة إحصب القدرة المتوسطة له بوحدة الوات.

الحل

$$\text{القوة (و)} = \text{ك} \times \text{س} = 9,8 \times 50 = 490 \text{ نيوتن}$$

$$\text{سرعة الرجل المتوسطة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{441}{6 \times 15} = 4,9 \text{ م/ث}$$

$$\text{القدرة المتوسطة} = \text{القوة} \times \text{السرعة} = 490 \times 4,9 = 2401 \text{ وات}$$

٦ حاول أن تحل

١ محرك طائرة يعطى قوة مقدارها $32,2 \times 10^4$ نيوتن عندما تكون سرعة الطائرة ٩٠٠ كم/س إحصب قدرة المحرك بالحصان

مثال

٢ سيارة كتلتها ٢ طن تتحرك على طريق أفقى بسرعة منتظمة مقدارها ١٠٨ كم/س ضد مقاومات تعادل ١٥ ث. كجم لكل طن من الكتلة إحصب قدرة آلتها بالحصان.

الحل

الجسم يتحرك بسرعة منتظمة «تبعاً للقانون الأول لنيوتن فتكون و = م = ٢ × ١٥ = ٣٠ ثقل كيلوجرام

$$\text{سرعة السيارة} = \frac{108}{18} \times 108 = 30 \text{ م/ث}$$

$$\therefore \text{القدرة} = \text{و} \times \text{ع} = 30 \times 30 = 900 \text{ ث كجم. م/ث}$$

$$\therefore \text{القدرة} = \frac{900}{75} = 12 \text{ حصان}$$

٦ حاول أن تحل

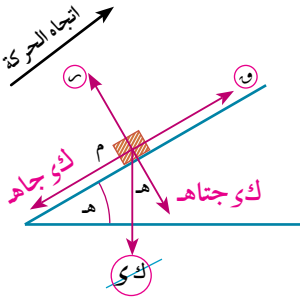
٢ شاحنة كتلتها ٦ طن تتحرك على طريق أفقى بسرعة منتظمة مقدارها ٥٤ كم/س عندما تكون قدرة محركها ٣٠ حصان ، احسب مقاومة الطريق بثقل الكيلوجرام لكل طن من الكتلة.

مثال

٢ سيارة كتلتها ٩ طن تصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{125}$ بأقصى سرعة مقدارها ٤٥ كم/س ضد مقاومات تعادل ٢٠ ثقل كيلوجرام لكل طن من الكتلة، إحصب قدرة محركها بالحصان

الحل

الحركة لأعلى المستوى



$$\text{معادلة الحركة } \text{و} = \text{م} + \text{كـ} \text{ جاهد}$$

$$\text{و} = 9,8 \times 9 \times 20 + 9,8 \times 9 \times \frac{1}{125} \text{ نيوتن}$$

$$\text{و} = 202 \text{ ث. كجم}$$

أقصى سرعة تصعد بها السيارة على المنحدر

$$\text{ع} = \frac{5}{18} \times 45 = \frac{25}{2} \text{ م/ث}$$

$$\therefore \text{أقصى قدرة للسيارة} = \text{و} \times \text{ع} = \frac{25 \times 202}{2} = 2525 \text{ حصان}$$

٤ حاول أن تحل

٢ في المثال السابق إذا هبطت السيارة بعد ذلك على نفس المستوى بعد تحميلها ببضائع كتلتها ٣ طن، إحصب أقصى سرعة للهبوط بالكم/س علما بأن المقاومة عن كل طن من الكتلة لم تتغير.

لاحظ أن: إذا كان معدل بذل الشغل منتظمًا (ثابتًا) فإن:

$$\frac{\text{القدرة}}{\text{الزمن}} = \frac{\text{الشغل}}{\text{الزمن}} = \frac{\text{القوة} \times \text{المسافة}}{\text{الزمن}}$$

مثال

٤ عامل وظيفته تحميل صناديق على شاحنة كتلة الصندوق الواحد ٣٠ كجم فإذا كان إرتفاع الشاحنة ٩ متر إحصب عدد الصناديق التي يستطيع العامل تحميلها في زمن قدره ١ دقيقة إذا كانت قدرته المتوسطة تساوي ٠,٦ حصان.

الحل

$$\frac{\text{القدرة}}{\text{الزمن}} = \frac{\text{الشغل الكلي}}{\text{الزمن}} = \frac{\text{عدد الصناديق} \times \text{الشغل اللازم لتحميل صندوق واحد}}{\text{الزمن}}$$

$$\therefore \text{عدد الصناديق اللازم تحميلها في زمن قدرة ١ دقيقة} = \frac{\text{القدرة} \times \text{الزمن}}{\text{الشغل للصندوق الواحد}}$$

$$\text{عدد الصناديق} = \frac{735 \times 0,6}{0,9 \times 9,8 \times 30} = \frac{5}{3} \text{ صندوق لكل ثانية}$$

$$\text{عدد الصناديق} = 60 \times \frac{5}{3} = 100 \text{ صندوق لكل دقيقة}$$

٩ حاول أن تحل

٤ في المثال السابق احسب عدد الصناديق اذا كانت قدرة العامل ٣٥٢,٨ وات

مثال

٥ قطار كتلته ٢٠٠ طن يصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{3}$ بسرعة منتظمة مقدارها ٢٧ كم/س ضد مقاومات للحركة موازية لاتجاه خط أكبر ميل للمستوى بمعدل ١٨ ثقل كجم لكل طن من الكتلة. فما قدرة القاطرة بالحصان؟ وإذا هبط القطار على المنحدر بنفس السرعة فكم تكون قدرة القاطرة في هذه الحالة بفرض ثبوت مقاومات الحركة في الحالتين؟

الحل

أولاً: عندما يكون القطار صاعدًا المنحدر:

نتخذ متجه وحدة \vec{u} في اتجاه الحركة أى إلى أعلى المستوى

∴ مقاومات الحركة = $18 \times 200 = 3600$ ثقل كجم

مركبة وزن القطار في اتجاه المستوى = $\frac{1}{3} \times 1000 \times 200 = 66666.67$ ثقل كجم

= ١٠٠٠ ثقل كجم

∴ القطار يصعد بسرعة منتظمة

∴ قوة المحرك = المقاومات + مركبة الوزن = $3600 + 1000 = 4600$ ثقل كجم

∴ القدرة = $P = F \cdot v$ حيث v قوة المحرك ، v السرعة

∴ القدرة = $4600 \times 27 \times \frac{5}{18} = 69000$ ثقل كجم . متر/ث

= $460 \times \frac{5}{18} \times 27 = 690$ حصان

ثانياً: عندما يكون القطار هابطاً المنحدر:

نتخذ متجه وحدة \vec{u} في اتجاه الحركة أى إلى أسفل المستوى

∴ القطار يهبط بسرعة منتظمة

∴ قوة المحرك + مركبة الوزن = المقاومات

∴ قوة المحرك = $1000 + 3600 = 4600$ ثقل كجم

∴ قوة المحرك = 2600 ثقل كجم

∴ القدرة = $P = F \cdot v$ حيث v قوة المحرك ، v السرعة (لأنها لم تتغير)

∴ القدرة = $2600 \times 27 \times \frac{5}{18} = 39000$ ثقل كجم . متر/ث = $260 \times \frac{5}{18} \times 27 = 390$ حصان

٩ حاول أن تحل

٥ قاطرة كتلتها ٢٨ طن تجر عربة كتلتها ٥٦ طن بعجلة ثابتة أسفل منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{3}$ ولما بلغت قدرة محركها ٨٤ حصان أصبحت سرعتها ٢١ م/ث احسب عجلة الحركة اذا علم أن المقاومة ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة

مثال

٦ يتحرك جسيم كتلته ١ كجم تحت تأثير القوة $\vec{F} = 3\vec{s} + 4\vec{v}$ بحيث كانت إزاحته \vec{F} كدالة في الزمن تعطى بالعلاقة $\vec{F} = 3\vec{s}^2 + 6\vec{v}$ حيث \vec{s} ، \vec{v} متجهها وحدة متعامدين أوجد الشغل المبذول من القوة ثم أوجد القدرة عندما $n = 2$ ثانية إذا كانت q مقيسة بالنيوتن، F مقيسه بالمتر، n بالثانية.

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{ش} &= \vec{F} \odot \vec{F} \\ \therefore \text{ش} &= (4, 3) \odot (3n^2, 6n) = 24n + 18n^2 \\ \therefore \text{القدرة} &= \frac{\text{ش}}{n} \\ \text{عندما } n &= 2 \text{ ثانية} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{القدرة} = 18n + 24$$

$$\text{القدرة} = 60 \text{ جول}$$

٤ حاول أن تحل

٦ أثرت قوة ثابتة \vec{F} على جسيم بحيث كان متجه إزاحته يعطى كدالة في الزمن n بالعلاقة $\vec{F} = (3n^2 + 4)\vec{s} - 4n\vec{v}$ حيث \vec{s} ، \vec{v} متجهها وحدة متعامدين. أوجد \vec{F} إذا كانت قدرة القوة \vec{F} تساوي ٧٥ إرج/ث عندما $n = 4$ ثانية، وكانت قدرة القوة \vec{F} تساوي ١٦٥ إرج/ث عندما $n = 9$ ثانية علمًا بأن F مقيسة بالسنتيمتر، v مقيسة بوحدة الإرج.

مثال

٧ إذا كانت قدرة آلة عند أي زمن n مقاسًا بالثواني يساوي $(9n^2 + 4n)$ فأوجد الشغل المبذول من الآلة خلال الثواني الثلاث الأولى ثم أوجد الشغل المبذول خلال الثانية الرابعة.

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{القدرة} &= \frac{\text{ش}}{n} \\ \therefore \text{ش} &= \int_0^n (9t^2 + 4t) dt \\ \text{الشغل المبذول خلال الثلاث الثواني الأولى} &= \int_0^3 (9t^2 + 4t) dt \\ &= [3t^3 + 2t^2]_0^3 \\ &= 99 \text{ وحدة شغل} \\ \text{الشغل المبذول خلال الثانية الرابعة} &= \int_3^4 (9t^2 + 4t) dt \\ &= [3t^3 + 2t^2]_3^4 \\ &= 125 \text{ وحدة شغل} \end{aligned}$$

مثال

٨ أوجد الزمن الذي تستغرقه سيارة كتلتها ١٢٠٠ كجم لتصل سرعتها إلى ١٢٦ كم/س من السكون إذا كانت قدرة المحرك ثابتة وتساوي ١٢٥ حصان.

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{ش} = \text{ش} \cdot \text{ل} \cdot \text{ن} \quad \therefore \text{ش} = \text{ش} \cdot \text{ل} \cdot \text{ن} \\ \text{ش} = ٧٣٥ \times ١٢٥ \text{ ن} \\ \therefore \text{الشغل} = \text{التغير في طاقة الحركة} \\ \therefore \frac{1}{2} \times ١٢٠٠ \times \left(\frac{١٢٦}{١٨} \right)^2 - ٠ = ٧٣٥ \times ١٢٥ \text{ ن} \\ \therefore ١٠٠٠ \times ٧٣٥ = ٧٣٥ \times ١٢٥ \text{ ن} \\ \therefore \text{ن} = ٨ \text{ ث} \end{aligned}$$

٤ حاول أن تحل

٧ إذا كانت قوة محرك سيارة تبذل شغلاً بمعدل يعطى خلال الفترة الزمنية $\exists [٠, ٥]$ بالعلاقة $١٤٤ \text{ ن} - ٢٦ \text{ ن}^٢$ ، وإذا كانت كتلة السيارة ٩٨٠ كجم وسرعتها في نهاية الثانية الثالثة ٩٠ كم/س فأوجد سرعتها في نهاية الثانية الرابعة.

تمارين ٤ - ٤

أكمل

- ١ جسيم يتحرك تحت تأثير قوة $\vec{F} = ٣ \vec{e}_x + ٤ \vec{e}_y$ بحيث كانت إزاحته $\vec{r} = \text{ن} \vec{e}_x + (\text{ن} + ٢) \vec{e}_y$ فإن قدرة القوة \vec{F} عند اللحظة $\text{ن} = ٣$ ثانية تساوي دابن. سم/ث حيث \vec{e}_x و \vec{e}_y بالسنتمتر.
- ٢ قطار كتلته ٣٧٥ طن وقدرة محركه ٦٢٥ حصان يتحرك على أرض أفقية بأقصى سرعة ك وقدورها ٩٠ كم/س فإن المقاومة التي يلاقيها عن كل طن من كتلة القطار = ث كجم
- ٣ تتحرك سيارة كتلتها ٤ طن وقدرة محركها ١٠ حصان في خط مستقيم على أرض أفقية فكانت أقصى سرعة لها ٧٥ كم/س فإن مقدار مقاومة الطريق لحركة السيارة = ث كجم
- ٤ قطار كتلته ١٠٨ طن يتحرك بسرعة منتظمة على طريق أفقى بسرعة ٣٠ كم/ساعة فإذا كانت المقاومات تعادل ١٠,٥ ثقل كجم لكل طن من كتلته فأوجد قدره القاطرة بالحصان عندئذ.
- ٥ قطار قدرة آتته ٥٠٤ حصان وكتلته ٢١٦ طن يتحرك على طريق أفقى بأقصى سرعة له ضد مقاومات تعادل ٥ ثقل كجم لكل طن من الكتلة، أوجد أقصى سرعة له بالكيلو متر/ساعة
- ٦ يتحرك منطاد تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعته، فإذا كانت المقاومة تعادل ٨٠٠ ثقل كجم عندما كانت سرعته ٢٠ كم/ساعة وكانت قدرة المنطاد ٢٠٠ حصان عندما يتحرك بأقصى سرعة له. فأوجد هذه السرعة بالكم/ساعة

- ٧) تتحرك سيارة كتلتها ١٥٠٠ كجم وقدرة محركها ١٢٠ حصان على طريق مستقيم أفقى بأقصى سرعة وقدورها ٧٢ كم/س. ما هي أقصى سرعة يمكن لهذه السيارة أن تصعد بها طريقاً مستقيماً منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{3}$ علمًا بأن المقاومة واحده على الطريقين؟
- ٨) سيارة كتلتها ٣ طن تسير على طريق أفقى بسرعة منتظمة قدرها ٣٧,٥ كم/ساعة وعندما وصلت إلى قمة منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{3}$ ، أوقف السائق المحرك وتحركت السيارة أسفل المنحدر بسرعتها السابقة نفسها فإذا كانت مقاومة المنحدر $\frac{2}{3}$ مقاومة الطريق الأفقى فأوجد:
أولاً: مقاومة المنحدر بثقل الكيلو جرام. **ثانياً:** قدرة محرك السيارة على الطريق الأفقى.
- ٩) تحركت سيارة كتلتها ٦ طن. بأقصى سرعة وقدورها ٢٧ كم/س صاعدة طريقاً منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{3}$ ، عادت السيارة وهبطت على الطريق نفسه بأقصى سرعة لها وقدورها ١٣٥ كم/س. عين مقدار قوة مقاومة الطريق للحركة بفرض أنه لم يتغير طوال الوقت ثم أوجد قدرة محرك السيارة.
- ١٠) طائرة قدرة محركها ١٣٥٠ حصانًا عندما تتحرك أفقيًا بسرعة ثابتة قدرها ٢٧٠ كم/س أوجد مقاومة الهواء لحركة الطائرة عندئذ. وإذا كانت مقاومة الهواء تتناسب مع مربع سرعتها، أوجد قدرة المحرك عندما يسير أفقيًا بسرعة ثابتة قدرها ١٨٠ كم/ساعة.
- ١١) تجر قاطرة قدرة آلتها ٤٠٠ حصان قطارًا بأقصى سرعة وقدورها ٧٢ كم/س على أرض أفقية. إحسب المقاومة لحركة القطار، إذا كانت كتلة القطار والقاطرة معًا ٢٠٠ طن، أوجد أقصى سرعة يصعد بها القطار طريقاً منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{3}$ على فرض أن مقاومة الطريق للحركة لم تتغير.
- ١٢) راكب دراجة كتلته مع دراجته ٨٠ كجم، وأكبر قدره له $\frac{4}{5}$ حصان فإذا كانت أقصى سرعة له على طريق أفقى هي ١٨ كم/ساعة، فاحسب مقاومة الطريق بثقل كجم، وإذا علم أنه صعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{3}{4}$ بأقصى سرعة له فاحسب هذه السرعة بالكم/ساعة.
- ١٣) عربة نقل كتلتها ٥ طن تتحرك على طريق أفقى بسرعة منتظمة قدرها ١٤٤ كم/س، عندما كانت قدرة آلتها ١٢٠ حصان. أوجد مقاومة الطريق لكل طن من الكتلة بثقل كجم، وإذا كانت المقاومة تتناسب مع السرعة، فأوجد قدرة المحرك بالحصان عندما تصعد العربة منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{3}{4}$ بسرعة منتظمة قدرها ٩٦ كم/س
- ١٤) هبطت شاحنة كتلتها ٢ طن على طريق منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{3}$ من موقع (أ) الى موقع (ب) بأقصى سرعة وقدورها ٩٠ كم/س. إحسب قدرة محرك السيارة إذا علمت أن مقاومة الطريق لحركتها تقدر بنسبة ١٣٪ من وزن السيارة، حملت السيارة عند وصولها إلى الموقع (ب) شحنة كتلتها $\frac{1}{3}$ طن ثم تحركت صاعدة الطريق الى موقع (أ) بأقصى سرعة، أوجد هذه السرعة إذا ظلت المقاومة على نفس نسبتها من الوزن.
- ١٥) قطار كتلته (ك) طن يتحرك على طريق أفقى بأقصى سرعة له وقدورها ٦٠ كم/س. فصلت منه العربة الأخيرة وكتلتها ١٥ طن، فزادت أقصى سرعة له بمقدار ٧,٥ كم/س. أوجد قدرة الآلة بالحصان. وكذلك كتلة القطار، علمًا بأن المقاومة تساوى ٩ ثقل كجم عن كل طن من الكتلة.

١٦ جسم يتحرك تحت تأثير القوة $\vec{W} = 3\vec{s} + 4\vec{v}$ وكان متجه إزاحته \vec{q} يعطى كدالة في الزمن n بالعلاقة $\vec{q} = n\vec{s} + (\frac{1}{2}n^2 + n)\vec{v}$ ، أوجد إذا كانت \vec{W} مقيسة بالنيوتن، ف بالمتر، n بالثانية.

أ الشغل المبذول خلال الثواني الثلاث الأولى (ب) متوسط القدرة خلال الثواني الثلاث الأولى

ج قدرة القوة \vec{W} عند $n = 3$ ث

١٧ يتحرك جسم كتلته الوحدة تحت تأثير قوة $\vec{W} = 2n - 1\vec{s} + 5n + 2\vec{v}$ بحيث كان متجه إزاحته يعطى كدالة في الزمن بالعلاقة $\vec{q} = (3n^2 + n)\vec{s} + 4n\vec{v}$ ، أوجد إذا كانت \vec{W} مقيسة بالنيوتن، ف بالمتر، n بالثانية.

أ الشغل المبذول خلال الثواني الثالثة والرابعة والخامسة

ب القدرة المتوسطة خلال الثواني الثالثة والرابعة والخامسة.

ج قدرة القوة عند $n = 5$ ث

١٨ جسم كتلته ٣ كجم يتحرك تحت تأثير قوة \vec{W} وكان متجه موضع الجسم عند أى لحظة زمنية n يعطى بالعلاقة $\vec{s}(n) = n^3\vec{s} + n^2\vec{v}$ حيث \vec{s} مقيسة بالمتر، \vec{v} بالنيوتن، n بالثانية . أوجد :

أ القوة المؤثرة \vec{W} بدلالة n . (ب) أوجد قدرة القوة \vec{W} بدلالة الزمن n .

ج أوجد الشغل المبذول من القوة \vec{W} خلال الفترة الزمنية $n \geq 2$

١٩ إذا كانت قدرة آلة (بالحصان) تساوى $(6n - \frac{1}{3}n^2)$ حيث n الزمن بالثواني ، $n \in [0, 120]$ أوجد :

أ قدرة الآلة عندما $n = 90$ ث. (ب) الشغل المبذول خلال الفترة الزمنية $[0, 30]$.

ج أقصى قدرة للآلة .

٢٠ جسم كتلته ٥ كجم يتحرك تحت تأثير قوة \vec{W} بحيث كان متجه موضعه عند الزمن n يعطى بالعلاقة $\vec{s}(n) = n\vec{s} + n^2\vec{v}$ إذا كانت \vec{W} مقيسة بالنيوتن، \vec{s} بالمتر . فأوجد :

- مستخدماً التكامل الشغل المبذول من القوة \vec{W} في الفترة الزمنية $[0, 2]$.

٢١ جسم كتلته ٣ كجم يتحرك تحت تأثير قوة $\vec{W} = (1 - 10\vec{v} + 2n)\vec{s}$ إذا كانت \vec{W} مقيسة بالنيوتن ، \vec{v} بوحدة م/ث فأوجد :

أ القوة \vec{W} بدلالة الزمن n . (ب) طاقة الحركة ط_ح عند الزمن n .

ج أثبت أن معدل تغير ط_ح يساوى القدرة الناتجة عن القوة \vec{W} .

- ١) قذف جسيم كتلته ٢٠٠ جم إلى أعلى مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{4}{9}$ وفى اتجاه خط اكبر ميل بسرعة ٣٠ سم/ث. أحسب التغير الذى يطرأ على طاقة وضع هذا الجسيم عندما تصبح سرعته ١٨ سم/ث.
- ٢) أثرت قوة مقدارها ٤٨ ث جم على جسم ساكن موضوع على مستوى أفقى لفترة زمنية ما، فاكتسب الجسم فى نهايتها طاقة حركة قدرها ١٨٩٠٠ ث جم. سم وبلغت كمية حركته عندئذ ١٧٦٤٠٠ جم. سم/ث، ثم رفعت القوة فعاد الجسم إلى السكون مرة أخرى بعد أن قطع مسافة ١٠,٥ متر من لحظة رفع القوة. أوجد كتلة الجسم ومقدار مقاومة المستوى لحركته بغرض ثبوتها. كذلك أوجد زمن تأثير القوة.
- ٣) سيارة كتلتها ١٨٠٠ كجم تسير على طريق أفقى بسرعة ثابتة قدرها ٥٤ كم/س، فإذا كان مقدار المقاومة لحركة السيارة يعادل ٠,٢٥ من وزن السيارة فأوجد قدرة الآلة فقى هذه الحالة بالحصان.
- ٤) تسقط مطرقة كتلتها طن واحد مسافة ٤,٩ متر رأسياً على جسم حديدي كتلته ٤٠٠ كجم فتدكه رأسياً فى الأرض لمسافة ١٠ سم عين السرعة المشتركة للمطرقة والجسم بعد الاصطدام مباشرة. عين طاقة الحركة المفقودة بالتصادم ومقدار مقاومة الأرض بفرض ثبوتها.
- ٥) مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{98}$ قذف عليه جسم كتلته ٢ كجم فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى وإلى أعلى بسرعة ١,٤ م/ث. أحسب الشغل المبذول من الوزن حتى يسكن لحظياً.
- ٦) يتحرك جسم كتلته ٢ كجم تحت تأثير قوة ثابتة \vec{Q} حيث $\vec{Q} = 4\vec{s} + 8\vec{v}$ حيث \vec{v} مقيسة بالنيوتن، فإذا بدأ الجسم حركته من السكون من نقطة متجه الموضع عندها $2\vec{s} + 5\vec{v}$ ، فأوجد متجه موضع الجسم بعد ٣ ثوان، وأوجد أيضاً مقدار الشغل الذى بذلته هذه القوة خلال هذه الفترة الزمنية، وأوجد القدرة المتولدة عندما $n = 3$ ت.
- ٧) راكب دراجة كتلته هو والدراجة ٩٨ كجم يتحرك على أرض أفقية خشنة من السكون فبلغت سرعته أقصى قيمة لها وقدرها ٧,٥ م/ث بعد زمن قدره دقيقة واحدة. وعندما أوقف حركة قدميه على بدالة الدراجة سكنت الدراجة بعد أن قطعت مسافة قدرها ١٥ متراً أحسب أقصى قدرة لهذه الرجل خلال هذه الرحلة بالحصان.
- ٨) يهبط جسم كتلته ٦٠ كجم من السكون على خط أكبر ميل لمستوى مائل طوله ٢٠ متراً وارتفاعه ١٢ متراً. فإذا بدأ الجسم الحركة من أعلى نقطة فى المستوى وكان معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى $\frac{3}{16}$ فأوجد طاقة حركة الجسم عندما يصل إلى قاعدة المستوى.
- ٩) وضع جسم كتلته ٥ كجم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها $\frac{7}{4}$ وأثرت عليه قوة فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى فحركته لأعلى المستوى بسرعة منتظمة مسافة ٧٥ سم فإذا كان معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى هو $\frac{5}{16}$ فأوجد:
- أ) مقدار الشغل المبذول ضد مقاومة المستوى.
- ب) مقدار الشغل المبذول من القوة.

- ١٠ محرك سيارة تبذل شغلاً بمعدل ثابت قدره ٥ كيلو وات وكتلة السيارة ١٢٠٠ كجم فإذا كانت السيارة تسير في طريق أفقى ضد مقاومة ثابتة مقدارها ٣٢٥ نيوتن فأوجد :
- أ مقدار عجلة حركة السيارة عندما تكون سرعتها ٨ م/ث.
- ب أقصى سرعة للسيارة.
- ١١ تتحرك سيارة كتلتها ٥ طن بسرعة منتظمة مقدارها ٣٦ كم/س صاعدة طريق منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{4}$ ضد مقاومة تعادل ٢,٥٪ من وزن السيارة. أوجد قدرة محرك السيارة عندئذ بالحصان، وإذا زادت قدرة المحرك فجأة إلى ٥٠ حصاناً فأوجد مقدار عجلة السيارة بعدها مباشرة.
- ١٢ يتحرك قطار بسرعة ثابتة قدرها ٧٢ كم/س ، فصلت العربة الأخيرة وكتلتها ١٦ طن فزادت سرعة القطار إلى ٩٦ كم/س. إذا كانت قدرة آلات القطار ثابتة فأوجد قدرة الآلة وكتلة القطار علماً بأن القطار يلاقى مقاومة ثابتة قدرها ٦ ث كجم لكل طن من الكتلة المتحركة.
- ١٣ جسيم يتحرك فى خط مستقيم تحت تأثير قوة متغيرة W حيث $W = \frac{1}{6} S$ (نيوتن) حيث S بالمتر هو بعد الجسيم عن نقطة أصل ثابتة على خط المستقيم ، أوجد الشغل المبذول من W فى كل من الحالات الآتية :
- أ عندما يتحرك الجسيم من $S = 0$ حتى $S = 10$.
- ب عندما يتحرك الجسيم من $S = 1$ حتى $S = 5$.
- ١٤ سقط جسم كتلته ١ كجم من السكون رأسياً إلى أسفل تحت تأثير عجلة الجاذبية ضد مقاومات قدرها $\frac{24}{5}$ س (نيوتن) حيث S بعد الجسم عن نقطة السقوط بالمتر عند أى لحظة . أوجد الشغل المبذول من الجسم ضد المقاومة منذ لحظة السقوط حتى يقطع مسافة ١٠ متر أسفل نقطة السقوط وأوجد سرعته عند هذه اللحظة.
- ١٥ قوة ثابتة مقدارها Q تميل على الأفقى بزاوية ظلها تجر سيارة معطلة كتلتها ١٤٠٠ كجم بسرعة منتظمة قدرها ٢٢,٥ م/ث على طريق أفقى خشن معامل الاحتكاك بين الطريق والسيارة ٠,٣، أوجد :
- أ قدرة القوة فى هذه الحالة.
- ب الشغل المبذول من القوة لتحريك السيارة لمدة دقيقة واحدة.

أولاً: الاستاتيكا

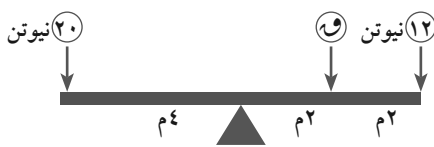
الاختبار الأول

اجب عن السؤال الآتي:

السؤال الأول: اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١) إذا كانت θ هي قياس الزاوية بين قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل المحصل فإن معامل الاحتكاك السكوني يساوي:

- أ) ظا θ ب) جا θ ج) جتا θ د) ظلنا θ



٢) الشكل المقابل يمثل قضيب في حالة اتزان فإن $\theta =$

- أ) ٢٨ نيوتن ب) ١٦ نيوتن
ج) ٢ نيوتن د) ٤ نيوتن

٣) قوة $\vec{w} = 3\vec{s} - 5\vec{v}$ تؤثر في النقطة أ (١، -١) فإن عزم القوة \vec{w} بالنسبة لنقطة الاصل يساوي:

- أ) ٢-ع ب) ٢ع ج) ٨ع د) ٨-ع

٤) قوتان تكونان ازدواج، مقدار احدهما ١٥ نيوتن وعزم الازدواج المحصل منهما ٤٥ نيوتن. سم فإن البعد العمودي بينهما يساوي

- أ) ٦٧٥ سم ب) ٦٠ سم ج) ٣ سم د) ٣٠ سم

٥) اذا اتزنت مجموعة من القوى المستوية فإن مجموع عزومها حول أى نقطة في المستوى يساوي:

- أ) ثابت غير صفري ب) صفر ج) محصلة هذه القوى د) الواحد الصحيح

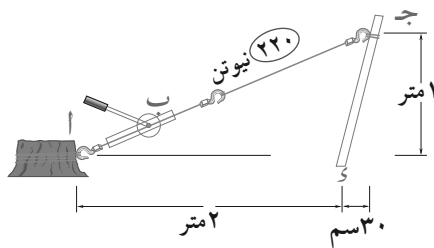
٦) مركز ثقل جسمين ماديين كتلة كل منهما ٣ نيوتن، ٦ نيوتن والمسافة بينهما ١٥ سم يبعد عن الجسم ٣ نيوتن مسافة سم

- أ) ٥ ب) ١٠ ج) ٧,٥ د) ٩

ثانياً: اجب عن ثلاثة أسئلة مما يأتي:

السؤال الثاني

١) الشكل المقابل يوضح شداد أ ب يؤثر على عمود مائل ج د . اوجد معيار عزم قوة الشد بالنسبة للنقطة د



٢) وضع جسم وزنه (و) على مستوى خشن يميل على الافقى بزاوية

قياسها (هـ) فإذا كان قياس زاوية الاحتكاك هو (ل) فاوجد مقدار واتجاه القوة تجعل الجسم على وشك الحركة الى اعلى.

السؤال الثالث

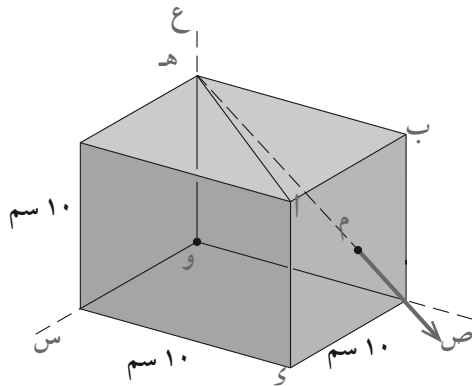
١ قوتان متوازيتان وفي نفس الاتجاه مقدارهما ١٠، ١٥ نيوتن تؤثران في نقطتين أ، ب حيث $أب = ٧٥$ سم. اوجد محصلة القوتين.

٢ أب جـ مثلث متساوي الساقين فيه $أب = أ جـ = ١٣$ سم، ب جـ = ١٠ سم اثرت قوى مقاديرها ٦٥، ٩، ٦٥ نيوتن في أب، ب جـ، جـ أ على الترتيب فإذا كانت مجموعة القوى تكافئ ازدواج فما قيمة $و$ وميعار عزم الازدواج

السؤال الرابع

١ أب قضيب رفيع خفيف طوله ٢ ل معلق في مستوى رأسى من طرفيه أ، ب بخطين يميلان على الرأسى بزوايتين ٣٠° ، ٦٠° على الترتيب. علق في القضيب الثقلان ٢، ٨ نيوتن على بعد من أ يساوى $\frac{١}{٥} ل$ ، $\frac{٦}{٥} ل$. اوجد في وضع التوازن مقدار الشد في الخيطين وقياس زاوية ميل القضيب على الأفقى.

٢ أب جـ مثلث متساوى الاضلاع طول ضلعه ١٠ سم اثرت الاوزان ٣، ٦، ٩ نيوتن في رؤوسه. عين موضع مركز ثقل المجموعة.



السؤال الخامس

١ في الشكل المقابل

قوة ٦٢٥ نيوتن تؤثر في هـ م. اوجد مركبات عزم القوة بالنسبة لمحاور الاحداثيات.

٢ صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مستطيل أب جـ د فيه $أب = ٥$ سم، ب جـ = ١٢ سم، هـ د \parallel أ د بحيث $أهـ = ٥$ سم. ثنى المثلث أب هـ حول الضلع ب هـ حتى انطبق $أب$ على ب جـ تماماً. عين موضع مركز ثقل الصفيحة بعد ثنيها بالنسبة الى جـ ب، جـ د

الاختبار الثانى

أولاً: اجب عن السؤال الآتى:

السؤال الأول: اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة

١ يؤثر على الجسم ازدواجان، الأول مقدار احدى قوتيها ٢٠ ث كجم وذراع العزم $\frac{١}{٣}$ متر واتجاه دورانه فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة والثانى مقدار احدى قوتيها ٣٠ ث كجم وذراع العزم ١ متر واتجاه دورانه فى اتجاه دوران عقارب الساعة فإن الازدواج المحصل يساوى:

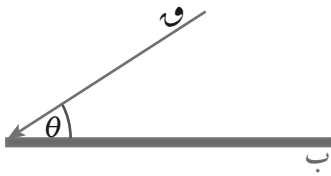
أ ٢٠ ث كجم. م واتجاه دورانه فى اتجاه دوران عقارب الساعة

ب ٢٠ كجم. م واتجاه دورانه فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة

- ج ٤٠ كجم.م واتجاه دورانه فى اتجاه دوران عقارب الساعة.
د ٤٠ كجم.م واتجاه دورانه فى اتجاه عكس دوران عقارب الساعة.

٢ زاوية الاحتكاك هي:

- أ الزاوية المحصورة بين رد الفعل العمودى ورد الفعل المحصل.
ب النسبة بين قوة الاحتكاك النهائى ورد الفعل العمودى.
ج النسبة بين معامل الاحتكاك السكونى ومعامل الاحتكاك الحركى.
د الزاوية المحصورة بين قوة الاحتكاك النهائى ورد الفعل المحصل.



٣ الشكل المقابل يوضح تأثير قوة مقدارها 'و' على طرف قضيب. قياس

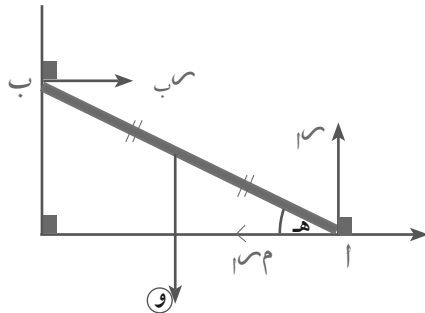
الزاوية θ التى تولد اكبر عزم حول نقطة ب هو:

- أ ٠°
ب ٩٠°
ج ٤٥°
د ٣٠°

٤ قوتان متوازيتان ومتضادان فى الاتجاه مقدار احدهما ٧ نيوتن ومقدار محصلتهما ١٠ نيوتن فإن مقدار القوة

الاخري يساوى.

- أ ٣ نيوتن
ب ١٧ نيوتن
ج ٢٧ نيوتن
د ٦ نيوتن



٥ فى الشكل المقابل:

إذا كانت ل هي زاوية الاحتكاك بين الارض والقضيب

فإن ظاه. ظل ل =

- أ ٢
ب $\frac{1}{2}$
ج ١
د ٣

٦ تؤثر الكتلة ٥ كجم فى النقطة (٢، ١) وتؤثر الكتلة ٧ كجم فى

النقطة (٢، ١) فإن مركز ثقل الكتلتين يؤثر فى النقطة....

- أ (٩، ١٧)
ب $(\frac{3}{4}, \frac{17}{12})$
ج (١٣، ١٩)
د $(\frac{1}{4}, \frac{19}{12})$

ثانياً : أجب عن ثلاثة اسئلة ممايأتى :

السؤال الثانى

١ إذا كانت القوة $\vec{و} = \vec{س} - \vec{ص} + \vec{ع}$ تؤثر فى نقطة أ (١، ٢، ١) اوجد:

أولاً: عزم القوة $\vec{و}$ بالنسبة لنقطة الاصل.

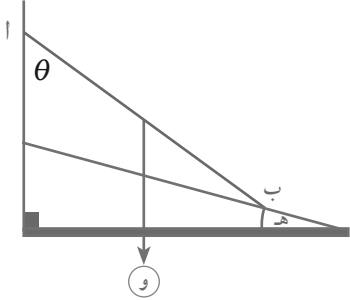
ثانياً: طول العمود المرسوم من نقطة الاصل على خط عمل $\vec{و}$.

٢ برهن أن: اذا وضع جسم على مستوى مائل خشن وكان الجسم على وشك الانزلاق فإن قياس زاوية الاحتكاك

يساوى قياس زاوية ميل المستوى على الافقى.

السؤال الثالث

- ١ وضعت ثلاثة اجسام أوزانها ٥ ، ٧ ، ١١ ث كجم على قضيب خفيف كما بالشكل. عين نقطة تعليق على القضيب بحيث يظل القضيب أفقيًا.
- ٢ أ ب ج د مستطيل فيه أ ب = ٦ سم، ب ج = ٨ سم، هـ د ب ج ، و ∃ أ د بحيث ب هـ = د و = ٦ سم اثرت قوى مقاديرها ٥ ، ٥ ، ٧ ، ٧ ، ٧ ، ٧ ، ٧ ، ٧ ث كجم في اتجاهات أ ب ، ج د ، ب ج ، د أ ، هـ أ ، و ج ، على الترتيب فإذا كانت المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه ١٠ ث كجم. سم في اتجاه ج ب أ د اوجد و.



السؤال الرابع

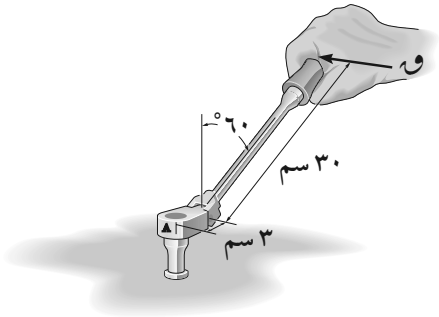
- ١ في الشكل المقابل ترتكز احدى نهايتي سلم منتظم وزنه (و) على حائط رأسى أملس وترتكز النهاية الاخرى على أرض خشنة تميل على الأفقى بزاوية قياسها (هـ) لأعلى فإذا كان السلم على وشك الانزلاق وهو فى مستوى رأسى عمودى على خط تقاطع الحائط مع الارض. اثبت أن السلم يميل على الرأسى بزاوية قياسها ف حيث ظا $\theta = 2\theta$ (ى - هـ) حيث ى زاوية الاحتكاك

- ٢ ثنى قضيب منتظم أ ب طوله ١٥ ل من نقطة ب حيث أ ب = ٥ ل بحيث و (∆ أ ب ج) = ٩٠° وعلق القضيب من الطرف أ تعليقًا حرًا. فإثبت أن ب ج يميل على الأفقى بزاوية θ حيث ظا $\frac{4}{5} = \theta$

السؤال الخامس

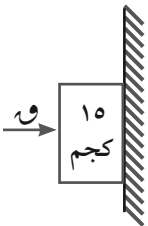
- ١ في الشكل المقابل:

إذا كان عزم القوة و العمودية على ذراع الدوران بالنسبة لنقطة أ يساوى ٦٢٠ نيوتن. سم. اوجد و



- ٢ أ ب ج مثلث متساوى الاضلاع طول ضلعه ٢٠ سم، م نقطة تقاطع متوسطاته و نقطة منتصف ب ج ، ثبت كتل مقاديرها ١٥ ، ٣٠ ، ٧٥ ، ٤٥ ، ٤٥ فى النقط أ ، ب ، و ، ج ، م على الترتيب . عين مركز ثقل هذه المجموعة . واذا رفعت الكتلة الموجودة عند ب فأين يقع مركز ثقل المجموعة المتبقية

الاختبار الثالث



أولاً: اجب عن السؤال الآتى:

السؤال الأول: اكمل ما يأتى

- ١ مقدار اقل قوة افقية و لازمة لاتزان جسم كتلته ١٥ ث كجم على حائط رأسى خشن معامل الاحتكاك السكونى بينه وبين الجسم يساوى $\frac{1}{5}$ يساوى..... ث كجم

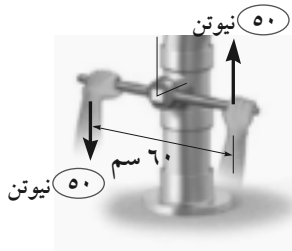
٢) قوة مقدارها ٧٠ نيوتن تؤثر في \vec{AB} حيث AB جـ $\sqrt{5}$ مربع طول ضلعه ١٠ سم فإن معيار عزم القوة بالنسبة لمركز المربع يساوي

٣) إذا كانت $\vec{AB} // \vec{CD}$ ، $\vec{AB} = \vec{CD}$ ، $\vec{AC} = \vec{BD}$ ، $\vec{AD} = \vec{BC}$ ، $\vec{AB} = \vec{CD}$ ، $\vec{AC} = \vec{BD}$ ، $\vec{AD} = \vec{BC}$ وحدة فإن $\vec{AB} = \vec{CD}$

٤) في الشكل المقابل: عزم الازدواج الناتج من القوتين ٥٠ ، ٥٠ يساوي

٥) عندما يوضع قضيب داخل إناء كروي أملس فإنه يتزن عندما يمر خط عمل الوزن

٦) مركز ثقل الصفيحة المنتظمة المثلثة الشكل يقع عند

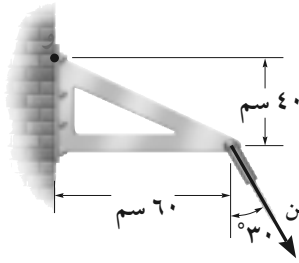


ثانياً: أجب عن ثلاثة أسئلة مما يأتي :

السؤال الثاني

١) وضع جسم وزنه ٦٤ نيوتن على مستوى افقى خشن معامل الاحتكاك بينهما يساوي $\frac{3}{4}$. اثرت على الجسم قوة مقدارها ٤٠ نيوتن وتميل على الأفقى بزواوية قياسها θ . فإذا كان الجسم على وشك الحركة فما قيمة θ

٢) في الشكل المقابل اوجد عزم القوة ٢٠٠ نيوتن بالنسبة لنقطة و



السؤال الثالث

١) أ ب قضيب غير منتظم طوله ١ متر يرتكز في وضع افقى على

حاملين عند ج ، د حيث $AB = 10$ سم ، $BC = 20$ سم ، $CD = 10$ سم . إذا كان

اكبر ثقل يمكن تعليقه من نقطة أ أو من نقطة ب دون أن يختل

توازن القضيب هو ٥ ، ٤ ث كجم على الترتيب . اوجد وزن القضيب ونقطة تأثيره .

٢) أ ب جـ د هـ و مسدس منتظم طول ضلعه ١٠ سم . اثرت قوى مقاديرها ٢ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ١ ، ٣ نيوتن في أ ب ، جـ د ،

جـ د ، هـ د ، هـ و ، أو على الترتيب . اوجد مقدار واتجاه القوة التي يجب أن تؤثر في مركز المسدس حتى

تؤول المجموعة الى ازدواج ثم عين عزمه

السؤال الرابع

١) أ ب قضيب منتظم وزنه (و) يرتكز بأحدى طرفيه أ على أرض أفقية ملساء وبطرفه الآخر ب على مستوى أملس

يميل على الأفقى بزواوية قياسها يساوي ضعف قياس زاوية ميل القضيب على الأفقى في وضع الاتزان . حفظ

توازن القضيب بواسطة خيط مربوط بإحدى طرفيه في طرف القضيب المستند على الأرض الأفقية والطرف

الآخر للخيط في نقطة على خط تقاطع المستوى المائل مع المستوى الأفقى اوجد مقدار الشد في الخيط وردى

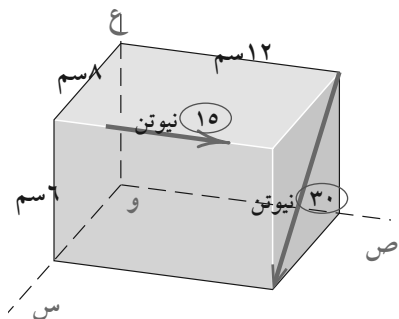
الفعل عند طرفي القضيب عندما يميل القضيب على الأفقى بزواوية قياسها 30° .

٢) صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مربع ضلعه ل . هـ ، و . ن منتصفات الاضلاع أ ب ، ا د ، ب جـ على

الترتيب ثنى المثلث أ هـ و حول الضلع هـ و بحيث انطبقت أ على مركز المربع ي . وثنى المثلث ب هـ ن

على الضلع هـ ن بحيث انطبق الرأس ب على مركز المربع ي . عين مركز ثقل الصفيحة في وضعها الجديد .

السؤال الخامس



١ في الشكل المقابل اوجد مجموع عزوم القوى بالنسبة للنقطة و

٢ اوجد مركز ثقل التوزيع الآتي:

١ و ٢٠ نيوتن يؤثر في (٢، ١)، و ٣ و ١٥ نيوتن

يؤثر في (٣، ١) و ٣ و ٢٥ نيوتن يؤثر في (١، ١)

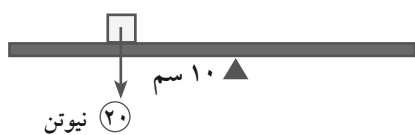
الاختبار الرابع

أولاً: أجب عن السؤال الآتي:

السؤال الأول: اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة

١ معامل الاحتكاك يتوقف على:

- أ مساحة سطح التلامس بين الجسمين
ب شكل الجسمين
ج طبيعة السطحين
د كل ما سبق



٢ الشكل المقابل يمثل قضيب منتظم يرتكز على حامل عند منتصفه. وضع

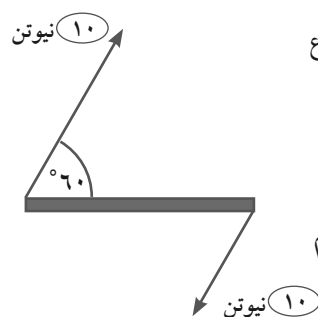
عليه جسم كما بالشكل أى من القوى الآتية تحدث توازن للقضيب

- أ قوة مقدارها ١٠ نيوتن لاعلى تؤثر على بعد ٢٠ سم على يمين منتصف القضيب
ب قوة مقدارها ١٠ نيوتن لاسفل تؤثر على بعد ٢٠ سم على يمين منتصف القضيب
ج قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لاعلى تؤثر على بعد ٥ سم على يسار منتصف القضيب
د قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لاسفل تؤثر على بعد ٥ سم على يسار منتصف القضيب

٣ اثرت قوة $\vec{Q} = \vec{S} + \vec{V} + \vec{E}$ فى نقطة أ متجة موضعها بالنسبة لنقطة الاصل هو

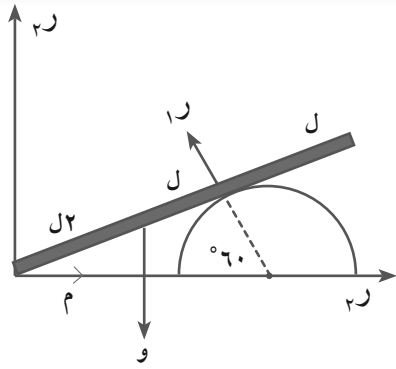
$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ فإنه مركبة عزم \vec{Q} حول محور س هي:

- أ $\vec{S} \times \vec{A} - \vec{V} \times \vec{B}$
ب $\vec{V} \times \vec{A} + \vec{E} \times \vec{B}$
ج $\vec{S} \times \vec{A} + \vec{V} \times \vec{B}$
د $\vec{V} \times \vec{A} + \vec{E} \times \vec{B}$



٤ عزم الازدواج المقابل يساوى:

- أ ٨٠٠ نيوتن . سم
ب ٨٠٠ نيوتن . سم
ج $3\sqrt{4} \times 400$ نيوتن . سم
د $3\sqrt{4} \times 400$ نيوتن . سم

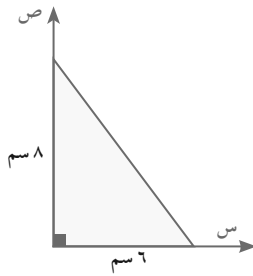


- ب) $\frac{1}{2}$ و $\frac{3\sqrt{3}}{3}$
د) $\frac{3\sqrt{3}}{3}$ و $\frac{1}{2}$

٥) في الشكل المقابل

إذا كان القضيب على وشك الانزلاق فإن

- = R_1 = R_2
أ) و ج) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ و
ب) و د) $\frac{3\sqrt{3}}{3}$ و $\frac{1}{2}$



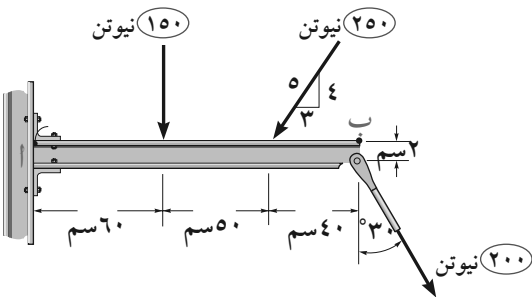
٦) مركز ثقل الصفيحة المظلمة في الشكل المقابل هو:

- أ) (٤، ٣) ب) (٣، ٤) ج) (٨، ٦) د) (٦، ٨)

ثانياً: أجب عن ثلاثة أسئلة ممايتى :

السؤال الثاني:

١) وضع جسم وزنه ١٦ كجم على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها 30° ومعامل الاحتكاك بينه وبين الجسم يساوي $\frac{1}{3}$ ، اثرت على الجسم قوة تعمل فى خط اكبر ميل للمستوى ولاعلى مقدارها ١٠ نيوتن فإذا كان الجسم متزنًا عين قوة الأحتكاك وبين ما اذا كان الجسم على وشك الحركة أم لا؟



٢) فى الشكل المقابل: ثلاث قوى مستوية تؤثر فى

قضيب \overline{AB} . اوجد القياسات الجبرية لمجموع عزوم القوى بالنسبة لكل من النقطتين أ، ب

السؤال الثالث:

١) قضيب منتظم طوله ٤ متر يرتكز على نقطة ارتكاز عند منتصفه علق ثقلان ٤، ٣ ث كجم فى احدى نصفيه وعلى بعد ١، ٥، ١ متر من منتصفه على الترتيب وعلق ثقلان ٥، و فى النصف الآخر وعلى بعد $\frac{1}{3}$ ، ٢ متر من منتصفه على الترتيب. فإذا اتزن القضيب فما قيمة و.

٢) أ ب ج صفيحة منتظمة على شكل مثلث متساوى الاضلاع طول ضلعه $3\sqrt{3}$ سم ووزنها ٥٠ ث جم. علقث الصفيحة من مسمار افقى من ثقب بالقرب من الرأس أ فاتزنت رأسياً. اثر على الصفيحة ازدواج عمودى على مستوى الصفيحة فاتزنت الصفيحة فى وضع يكون فيه \overline{AB} أفقياً. اوجد عزم الازدواج المؤثر ورد فعل المسمار.

السؤال الرابع:

١) أ ب قضيب منتظم طرفه أ مثبت في مفصل في حائط رأسى وطرفه الآخر ب مربوط بأحد طرفى خيط وربط الطرف الآخر للخيط في نقطة في المستوى الأفقى المار بالمفصل بحيث يميل كل من القضيب والخيط على الأفقى بنفس الزاوية θ فإذا كان (و) وزن القضيب . بين أن رد فعل المفصل عند أ يساوى $\frac{2}{3}\sqrt{8+8\cos^2\theta}$.

٢) أ ب ج د مربع طول ضلعه ٢٠ سم ، وضعت أربع كتل متساوية في المقدار عند رؤوسه:

أولاً: عين مركز ثقل المجموعة

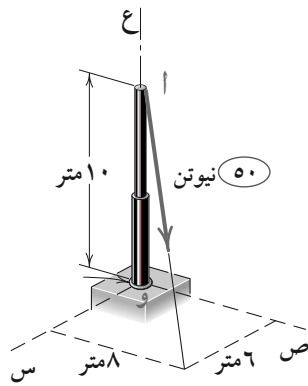
ثانياً: اذا رفعت الكتلة الموجودة عند أحد رؤوسه فاين يقع مركز ثقل المجموعة المتبقية

السؤال الخامس:

١) أ ب ج صفيحة مثلثة الشكل متساوية الاضلاع كتلتها ٣ كجم، م مركز ثقلها

وضعت كتل مقاديرها ٢، ٢، ١١ كجم الرؤس أ، ب، ج على الترتيب برهن أن مركز ثقل المجموعة يقع عند نقطة منتصف م ج

٢) فى الشكل المقابل تؤثر قوة مقدارها ٥٠ نيوتن فى نقطة أ اوجد عزم القوة بالنسبة للنقطة و.



الاختبار الخامس

أولاً: اجب عن السؤال الآتى

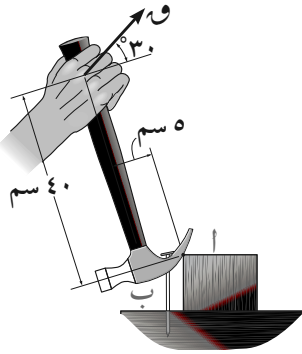
السؤال الأول: اكمل ما يأتى:

- ١) معامل الاحتكاك السكونى هو النسبة بين
- ٢) اذا اثرت القوة $\vec{Q} = 2\vec{S} - \vec{V} + 5\vec{E}$ فى النقطة أ، متجه موضعها $\vec{S} - 3\vec{E}$ فإن عزم \vec{Q} بالنسبة للنقطة ب، متجه موضعها $\vec{V} + 3\vec{E}$ يساوى
- ٣) قوتان متوازيتان متحدتا الاتجاه مقدار احدهما ضعف مقدار الاخرى ومقدار محصلتهما ٣١ نيوتن فإن مقدار اصغرهما يساوى
- ٤) اذا كونت القوتان $\vec{Q} = \vec{A} + \vec{S} + 5\vec{V}$ ، و $\vec{P} = 3\vec{S} - \vec{B} - \vec{V}$ ازدواج فإن $\vec{A} + \vec{B} =$
- ٥) الشرط اللازم والكافى لاتزان مجموعة من القوى المستوية هو
- ٦) يقع مركز ثقل الجسم الجاسئ المعلق تعليقاً حرّاً على الخط المستقيم الرأسى المار بـ

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة مما يأتي :

السؤال الثاني :

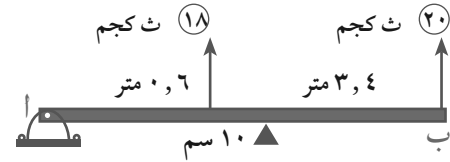
- ① وضع جسم وزنه ٥٠ نيوتن على مستوى مائل خشن يميل على الافقى بزاوية قياسها θ فإذا كان اقل واكبر قوة موازية لخط اكبر ميل وتجعل الجسم متزناً على المستوى هما ١٠ ، ٤٠ نيوتن على الترتيب. اوجد معامل الاحتكاك وقياس زاوية ميل المستوى على الافقى



- ② الشكل المقابل يوضح القوة و اللازمة لنزع مسمار عند ب . اذا كان معيار عزم القوة حول نقطة أ اللازمة لنزع المسمار يساوي ٢٠٠ نيوتن. سم اوجد معيار القوة و.

السؤال الثالث

- ① اذا كانت محصلة ثلاث قوى تؤثر على القضيب أ ب مهمل الوزن في الشكل المقابل هي ١٣,٦ ث كجم وتؤثر لأعلى في نقطة تبعد ٣ متر على يمين أ . اوجد مقدار واتجاه ونقطة تأثير القوة الثالثة .



- ② أ ب ج د مستطيل فيه أ ب = ١٢ سم، ب ج = ٩ سم، م ∩ ب ج بحيث ب م = ٤ سم. اثرت قوى مقاديرها ١٠، ١٠، ٢٦، ١٨، ١٠ نيوتن في الاتجاهات ب أ ، أ م ، م د ، د ج ، ج أ على الترتيب فإذا كانت مجموعة القوى متزنة فاوجد قيمتي ١٠ ، ١٠.

السؤال الرابع

- ① أ ب سلم منتظم طوله ٥ متر ووزنه ٢٠ ث كجم. يستند بطرفه أ على حائط رأسى املس وبطرفه ب على ارض افقية خشنة معامل الاحتكاك بينهما $\frac{1}{4}$ وكان الطرف ب على بعد ٣ متر من الحائط. اثبت أن السلم لا يمكن أن يتزن في هذه الحالة. ثم اوجد اصغر وزن لجسم معامل الاحتكاك بينه وبين الارض $\frac{1}{6}$ بحيث اذا وضع عند الطرف ب للسلم يمنعه من الانزلاق.
- ② سلك منتظم طوله ١٠٠ سم ثنى على هيئة خمسة اضلاع من مسدس منتظم أ ب ج د ه و بدأ من نقطة أ . عين بعد مركز ثقله عن مركز المسدس. واذا علق السلك تعليقاً حرّاً من طرفه أ . فعين قياس زاوية ميل أ ب على الرأس في وضع الاتزان.

السؤال الخامس

- ① أ ب قضيب منتظم طوله ٢ متر ووزنه ٥ نيوتن، ج ، د نقطتي تثليثه من جهة أ علق اوزان مقدارها ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ نيوتن في النقط أ ، ج ، د ، ب على الترتيب عين مركز ثقل المجموعة.
- ② قوتان $\vec{F}_1 = 2\vec{s}$ ، $\vec{F}_2 = \vec{v}$ ، $\vec{F}_3 = \vec{v}$ ، $\vec{F}_4 = 2\vec{s}$ تؤثران في النقطتين أ (١، ١) ، ب (٠، -٤) على الترتيب أوجد عزم المجموعة حول أى نقطة في المستوى .

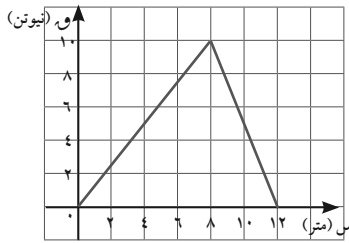
ثانياً: الديناميكا

الاختبار السادس

أولاً: اجب عن السؤال الآتى

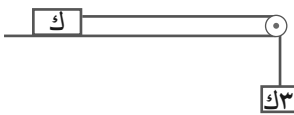
السؤال الأول: اكمل ما يأتى:

- ١) كمية حركة جسم كتلته ٧٠٠ جرام يتحرك فى خط مستقيم مبتدئاً بسرعة مقدارها ١٥ م/ث وبعجلة منتظمة ٢ م/ث فى نفس اتجاه سرعته الابتدائية بعد مرور ١٢ ث من بدء الحركة يساوى كجم. م/ث
- ٢) جسم كتلته الوحدة يتحرك تحت تأثير القوة $\vec{Q} = (1 + 3)\vec{s} + \vec{b}$ فإذا كان متجه إزاحته $\vec{r} = 2\vec{s} + \frac{1}{4}\vec{v}^2$ فإن $a = \dots$ ، $b = \dots$
- ٣) إذا وقف طفل كتلته ٣٥ كيلو جرام على ميزان ضغط فى داخل مصعد متحرك لأسفل بعجلة مقدارها ٤ م/ث^٢ فإن قراءة الميزان = ث. كجم



- ٤) الشكل المقابل يوضح العلاقة بين القوة \vec{Q} التى يؤثر بها طفل أفقياً على صندوق كتلته ١٠ كجم ليتحرك على سطح أملس مع مركبة المسافة التى يقطعها الصندوق فى اتجاه س، فإن الشغل المبذول بواسطة \vec{Q} على الصندوق من س = ١٠ إلى س = ٨ يساوى الشغل المبذول بواسطة \vec{Q} على الصندوق من س = ٨ إلى س = ١٢.

- ٥) قذف جسم أفقياً بسرعة ٨ م/ث على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك بينه وبين الجسم $\frac{1}{3}$ فإن المسافة التى يقطعها الجسم على المستوى قبل أن يسكن يساوى متر
- ٦) فى الشكل المقابل البكرة صغيرة ملساء والمستوى أملس فإذا تحركت المجموعة من السكون فإن مقدار عجلة حركة المجموعة = م/ث^٢



ثانياً: اجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى

السؤال الثانى:

- ١) قاطرة كتلتها ٣٠ طن بدأت الحركة من السكون على مستوى أفقى بعجلة منتظمة ضد مقاومات $\frac{1}{3}$ من وزنها وعندما بلغت سرعتها ٩٠ كم/س أصبحت قدرتها ٤٤١ كيلو وات. أوجد:
- أ) قوة آلات القاطرة بثقل الكيلو جرام.
- ب) مقدار العجلة المنتظمة
- ٢) أثرت قوة مقدارها ٢٠ نيوتن ويصنع إتجاهها زاوية حادة جيبها $\frac{3}{5}$ مع الرأسى إلى أسفل على جسم كتلته ٢ كجم موضوع على نضد أفقى أملس أوجد عجلة الجسم الناشئة عن هذا التأثير وكذلك مقدار رد الفعل العمودى للنضد.

السؤال الثالث:

- ١) جسمان كتلتاهما ٤٠ جرام، ٦٠ جرام يتحركان في خط مستقيم واحد على نضد أفقى سرعة كل منهما ٥٠سم/ث، ٣٠سم.ث على الترتيب فإذا تحرك الجسمان بعد التصادم مباشرة كجسم واحد أوجد سرعتهم المشتركة حينئذ إذا كان الجسمان يسيران في اتجاهين متضادين ثم إحسب مقدار قوة التضاغظ بين الجسمين بثقل الجرام إذا كان زمن التصادم $\frac{1}{9}$ من الثانية
- ٢) صخرة كتلتها ٢٠ كجم تتحرك على مستوي أفقى خشن بسرعة ٨ م/ث وتوقفت نتيجة الاحتكاك وكان معامل الاحتكاك الحركى بين الصخرة والسطح $\frac{1}{6}$ إحسب الشغل الناتج عن الاحتكاك حتى تتوقف الصخرة.

السؤال الرابع:

- ١) خيط خفيف غير مرن يمر على بكرة ملساء ويتدلى من أحد طرفيه ميزان زبركى كتلته ١٥٠ جرام ومعلق به جسما كتلته ٢٥٠ جرام ويتدلى من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٦٠٠ جرام فإذا بدأت المجموعة الحركة من السكون أوجد الشد في الخيط بثقل الجرام وقراءة الميزان بثقل الجرام
- ٢) حقيبة كتلتها ٥ كجم تنزلق على مستوى يميل على الأفقى بزاوية ٢٤° لأسفل مسافة ١,٥ متر فإذا كان معامل الاحتكاك $\frac{31}{100}$ إحسب الشغل المبذول بواسطة كل من الاحتكاك، الوزن، رد الفعل وإذا كانت سرعة الحقيبة ٢,٢ م/ث إحسب سرعتها بعد مسافة ١,٥ متر.

السؤال الخامس:

- ١) وضع جسم عند قمة مستوى مائل أملس طوله ٤٠ مترا وارتفاعه ١٠ أمتار أوجد سرعته عند قاعدة المستوى. وإذا كان المستوى خشنا وكانت المقاومة لحركته $\frac{1}{6}$ وزن الجسم أوجد سرعته عند قاعدة المستوى «مستخدماً مبدأ ثبات الطاقة»
- ٢) جسم كتلته ١٦ كجم يتحرك في خط مستقيم بحيث كانت $\vec{J} = (3\hat{i} - 8\hat{j})$ حيث \vec{i} متجه الوحدة في اتجاه الحركة إذا كان معيار \vec{F} بوحدة المتر، ن بالثانية أوجد التغير في كمية الحركة للجسم في فترات الازمنة الآتية:
- أولاً: [٢ و ٤] ثانياً: [٥ و ٨]

الاختبار السابع

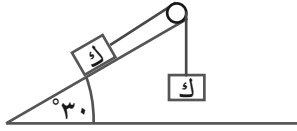
أولاً: اجب عن السؤال الآتى

السؤال الأول: اكمل ما يأتى:

- ١) إذا تحرك جسم كتلته الوحدة في خط مستقيم بحيث كانت عجلة حركة الجسم تعطى بالعلاقة $J = 2t + 4$ حيث مقاسة بوحدة م/ث^٢، ن بالثانية فان التغير في كمية حركة الجسم في الفترة الزمنية [٢، ٦] يساوى كجم م/ث

٢) قذف جسم كتلته ٥٠٠ جرام رأسياً لأعلى من نقطة على سطح الأرض، سرعته ١٤,٧ م/ث فإن طاقة وضعه بعد مرور ثانية واحدة من قذيفة = جول

٣) يتحرك جسم بسرعة منتظمة في خط مستقيم تحت تأثير القوة $\vec{Q} = 2\vec{a} - 3\vec{v} + 6\vec{b}$ ، $\vec{Q} = 3\vec{a} + 5\vec{v}$ فإن $\vec{a} =$ ، $\vec{b} =$



٤) في الشكل المقابل المستوى أملس والبكرة ملساء، عند تحريك هذه المجموعة فإن عجلة المجموعة = م/ث^٢

٥) إذا كان الشغل المبذول من القوة $\vec{Q} = 3\vec{m} + \vec{v}$ خلال إزاحة نقطة تأثيرها

$\vec{F} = 3\vec{v} + (1+\vec{m})\vec{v}$ يساوي ٠,٠٥ جول، $\|\vec{F}\|$ بالسلم حيث \vec{m} ثابت فإن قيمة $\vec{m} =$

٦) علق جسم في خطاف ميزان زنبركي مثبت بسقف وصعد يتحرك رأسياً إلى أعلى فكان الوزن الظاهري للجسم ضعف الوزن الحقيقي فإن عجلة الحركة ج = م/ث^٢

أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

السؤال الثاني:

١) صعد رجل وزنه ٧٢ ث. كجم طريقاً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{4}$ فقطع ١٠٠ متر إحسب التغير في طاقة وضع الرجل

٢) قاطرة كتلتها ٣٠ طن وقوة آلاتها ٥٦ ثقل طن تجر عددًا من العربات التي كتلة كل منها ١٠ طن لتصعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° بعجلة منتظمة ٤٩ سم/ث^٢ فإذا كانت المقاومة لحركة القاطرة والعربات ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة المتحركة فما هو عدد العربات؟

السؤال الثالث:

١) عامل بمصنع يدفع صندوق كتلته ٣٠ كجم مسافة قدرها ٤,٥ متر بسرعة ثابتة على سطح أفقى فإذا كان معامل الاحتكاك بين الصندوق والسطح $\frac{1}{4}$ إحسب الشغل المبذول بواسطة العامل على الصندوق ثم احسب الشغل المبذول بواسطة رد الفعل.

٢) وضع جسم كتلته ٣٥ جرام على نضد أفقى أملس وربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة في حافة النضد ويحمل طرفه الآخر جسماً كتلته ١٤ جرام رأسياً أوجد

أولاً: العجلة المشتركة للمجموعة والشد في الخيط وكذلك الضغط على محور البكرة بوحدة الثقل جرام
ثانياً: إذا قطع الخيط بعد $\frac{1}{3}$ ثانية من بدء الحركة أوجد المسافة التي قطعها كل من الجسمين بعد $\frac{1}{3}$ ثانية من لحظة قطع الخيط

السؤال الرابع:

١ هبطت عربة سكة حديد كتلتها ٢٠ طن من السكون على منحدر يصنع مع الأفقي زاوية جيبها $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ضد مقاومات مقدارها ١٤ ث كجم لكل طن من الكتلة فوصلت إلى أسفل المنحدر بعد أن قطعت مسافة ٣٥٠ متر عليه وعند أسفل المنحدر اصطدمت بعربة أخرى ساكنة ومساوية لها في الكتلة فسارت العربتان معا كجسم واحد على طريق أفقي فإذا سكنت العربتان بعد دقيقة واحدة من لحظة تصادمهما أوجد المسافة الأفقية التي تحركتها العربتان معا.

٢ يتحرك منطاد رأسيا لأعلى وعندما كان على ارتفاع ٤,٤٠ مترا عن سطح الأرض سقط منه جسم كتلته ٥ كجم فإذا كانت طاقة حركة الجسم لحظة اصطدامه بالأرض تساوي ٢٩٤٠ جول وبفرض إهمال مقاومة الهواء إحسب أولا: سرعة المنطاد لحظة سقوط الجسم
ثانيا: المسافة التي قطعها الجسم من لحظة سقوطه حتى لحظة انتظامه

السؤال الخامس:

١ تحركت سيارة كتلتها ٣ طن بأقصى سرعة ومقدارها ٢٧ كم/س صاعدة من منحدرًا يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{1}{3}$ ثم عادت السيارة وهبطت على نفس المنحدر بأقصى سرعة وقدرها ٧٢ كم/س أوجه المقاومة بغرض ثبوتها ثم إحسب قدرة السيارة بالحصان

٢ بندول بسيط مكون من خيط طوله $\frac{1}{4}$ متر ثبت طرفه العلوي وحمل طرفه الأسفل جسما كتلته ٥٠٠ جرام ويتدلى رأسيا فإذا شد الجسم بقوة أفقية إلى أن أصبح مائلا على الرأس بزاوية ٦٠° أوجد:
أولا: التغير في طاقة وضع الجسم بالجول
ثالثا: سرعة الجسم عند منتصف المسار إذا أزيلت القوة الأفقية وترك الجسم ليتذبذب.

الاختبار الثامن

أولاً: اجب عن السؤال الآتي

السؤال الأول: اكمل ما يأتي:

١ في لحظة ما كانت كمية حركة جسم ١١٢ كجم.م/ث وطاقة حركته ٨٠ ث كجم.م فإن كتلة الجسم = كجم، سرعته = م/ث عندئذ

٢ جسم كتلته ٣٠٠ جرام يتحرك في خط مستقيم متجه إزاحته $(n^2 + n + 1)$ م حيث t في الثانية
بالسم، ن بالثانية فان معيار القوة المؤثرة عليه = داین

٣ جسم وزنه الحقيقي ٢٨ نيوتن، وزنه الظاهري ٣٢ نيوتن كما يعينه ميزان زنبركي داخل مصعد، يتحرك بتقصير منتظم، فإن اتجاه الحركة يكون واتجاه العجلة يكون

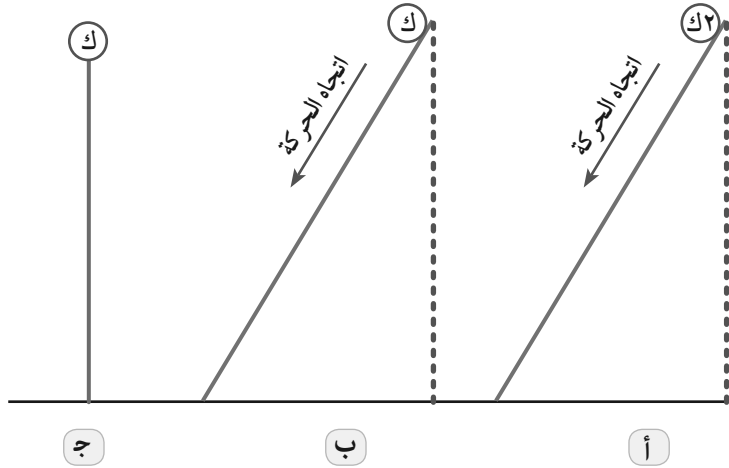
٤ المسافة الرأسية بين جسمين مربوطين في نهاية خيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة ويتدليان رأسيا هي ١٠٠ سم بعد ٢ ثانية من بدء الحركة فإن سرعة كل منهما حينئذ = سم/ث

٥ في الشكل المقابل مستوى مائل أملس طوله ٢٠ متر وارتفاعه ٢,٥ متر وضع

جسم عند قمة المستوي وترك يهبط على المستوي فإنه يصل إلى قاعدة المستوي بسرعة = م/ث^٢

- ٦) قذف جسم كتلته ٢٠٠ جرام رأسياً إلى أعلى بسرعة ٤٩ متر/ث فإن طاقة وضعه عند أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم = جول

ثانياً: أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي



السؤال الثاني:

- ١) الشكل المقابل ثلاث كتل ك، ك٣، ك٢ تتحرك من أعلى لأسفل من السكون (بفرض أهمل مقاومة الهواء والاحتكاك) أولاً: أى من الكتل الثلاث تصل للأرض بأكبر سرعة. ثانياً: أى من الكتل الثلاث تبذل شغلاً أكثر للوصول إلى الأرض.

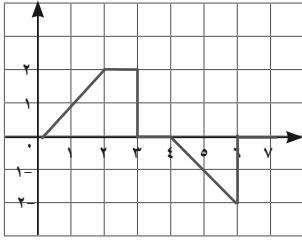
- ٢) أثرت قوة ٥ هـ. كجم فى كتلة ١٩٦ كجم متحركة فى خط مستقيم أفقى فى اتجاه القوة فقطعت مسافة ٢,٨ متر احسب مقدار زيادة طاقة الحركة للجسم بالجول، وإذا كانت طاقة حركة الجسم فى نهاية المسافة ١٢,١٤١ جول احسب السرعة الابتدائية للجسم.

السؤال الثالث:

- ١) جسم كتلته ١٧٠ جرام موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{\sqrt{17}}$ ثم ربط بخيط يمر على بكرة ملساء عند قمة المستوي ويتدلى من الطرف الخالص للخيط ثقل ما، فإذا كان أقل ثقل يلزم تعليقه من هذا الطرف للخيط لحفظ توازن الجسم على المستوي هو ٧٠ ثقل جرام أوجد مقاومة المستوي بثقل الجرام وإذا علق من الطرف الخالص للخيط ثقل قدرة ١٩٤ جرام أوجد عجلة المجموعة بفرض ثبوت المقاومة فى الحالتين
- ٢) سيارة قدرة آلاتها ثابتة وأقصى سرعة لها عند صعودها منحدر ما هي ٥٤ كم/س وأقصى سرعة لها عند هبوطها نفس المنحدر هي ١٠٨ كم/س أوجد أقصى سرعة تتحرك بها على مستوي أفقى علماً بأن مقاومة الطريقة لحركة السيارة ثابتة فى الحالات الثلاث

السؤال الرابع:

- ١) كرة كتلتها ٢٠٠ جرام تتحرك سرعة ٧ م/ث اصطدمت بكرة ساكنة كتلتها ٣٠٠ جرام وتحركتا معاً كجسم واحد
- أ) أوجد السرعة المشتركة لها بعد التصادم مباشرة ب) طاقة الحركة المفقودة بالتصادم ج) المسافة التى يسكن بعدها الجسم اذا لاقى مقاومة ٢٠٠ ث. جرام



٢ الشكل المقابل \vec{v} تؤثر على سيارة أطفال كتلتها ٢ كجم تسير في خط مستقيم موازى لمحور السينات مركبة س تتغير بتغير القوة كما فى الشكل احسب الشغل المبذول بواسطة القوة عند:

- أ س = ٠ إلى س = ٣ متر
 ب س = ٣ متر إلى س = ٤ متر
 ج س = ٤ متر إلى س = ٧ متر
 د س = ٧ متر إلى س = ٢ متر

السؤال الخامس:

١ يتحرك جسم متغير الكتلة فى خط مستقيم وكانت كتلته عند أى لحظة زمنية ن هى $K = (١ + ٤n)$ جرام وكان متجه ازاحته يعطى بالعلاقة $\vec{f} = (٢n - ٢) \vec{y}$ ، ن بالثانية، $\|\vec{f}\|$ بالسنتيمتر أوجد كمية حركته فى الفترة الزمنية $[٣, ٥]$

٢ لتعيين مقدار عجلة الجاذبية فى مكان ما علق جسم كتلته ١,٥ كجم فى خطاف ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجلت قراءة الميزان ١٦ نيوتن عندما كان صاعدا بعجلة $٢ \text{ م/ث}^٢$ وسجل ١٢,٧٥ نيوتن عندما كان هابطا بعجلة $٢ \text{ م/ث}^٢$ احسب عجلة الجاذبية فى ذلك المكان وكذلك عجلة حركة المصعد.

الاختبار التاسع

أولاً: اجب عن السؤال الآتى

السؤال الأول: اكمل ما يأتى:

١ يتحرك جسم كتلته ٥ وحدات كتلة تحت تأثير قوة $\vec{v} = (١ + ١) \vec{s} + (٢ - ١) \vec{v}$ وكان متجه إزاحته عند أى لحظة يعطى بالعلاقة $\vec{f} = ٢ \vec{s} + (\frac{١}{٢} ٢ن + ٣) \vec{v}$ فإن $A = \dots$ ، $B = \dots$



٢ فى الشكل المقابل مستوى أفقى أملس فإن الضغط على البكرة = ث. جم

٣ رصاصة كتلتها ٩٨ جرام تتحرك أفقياً بسرعة ٧٢٠ كم/س غاصت فى حاجز رأسى مسافة ١٠ سم قبل أن تسكن، فإن متوسط مقاومة الحاجز = ث كجم

٤ سفينة كتلتها ٤٤١ طن تتحرك بسرعة ٧٢ كم/س فإن طاقة حركتها = كيلوات . ساعة

٥ آلة تبذل شغلا قدرة ١٥٠٠٠ كيلوجرامتر خلال ١٠ ثوان يساوى فإن قدرة الآلة بالحصان تساوى

٦ قوة مقدارها ٨٠ نيوتن تعمل فى إتجاه ٣٠° شمال الشرق فإن الشغل المبذول بواسطة القوة خلال إزاحة معيارها ٤٠ متر نحو الشمال يساوى جول

ثانياً: اجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى

السؤال الثانى:

١ يتحرك راكب دراجة على طريق أفقى خشن بعجلة منتظمة فتغيرت طاقة حركته بمقدار ١٠٧٨٠٠ جول خلال $\frac{١}{٢}$ كيلومتر ثم أوقف الراكب حركة ساقيه فقطع ١٠٠ متر فقدت خلالها طاقة الحركة بمقدار ٧٨٤٠ جول أوجد بثقل الكيلوجرام كلا من المقاومات والقوة.

٢) كفتا ميزان كتلة كل منهما ٣٥ جم متصلتان بخيط خفيف غير مرن يمر على بكرة صغيرة ملساء وضع في إحدى الكفتين جسم كتلته ٢٨٠ جرام وفي الكفة الثانية جسم كتلته ٢٨٠ جرام فإذا هبطت الكفة التي بها الكتلة ٢٨٠ جرام مسافة ٥٦٠ سم من السكون في ٢ ثانية أوجد:

أولاً: عجلة حركة المجموعة
ثانياً: الشد في الخيط وكذلك قيمة ك
ثالثاً: الضغط على كل من الكفتين

السؤال الثالث:

١) قذفت كرة كتلتها ٢٠٠ جرام بسرعة ٢١ متر/ث على مستوى أفقى ضد مقاومات تعادل $\frac{1}{4}$ من وزنها وبعد ١٠ ثوان صدمت كرة أخرى مساوية لها في الكتلة تتحرك بسرعة ٧ متر/ث فى الاتجاه المضاد فإذا تحركت الكرتان معا كجسم واحد بعد التصادم احسب
أولاً: السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم
ثانياً: دفع كل من الكرتين على الأخرى
ثالثاً: طاقة الحركة المفقودة بالتصادم

٢) تنتقل الصناديق فى أحد المصانع بانزلاقها على مستوى مائل ينتهى بمستوي أفقى فإذا كان طول المستوي المائل ٤٠ متر وزاوية ميله على الأفقى ٣٠° والمقاومة لكل من المستويين تعادل $\frac{1}{6}$ وزن الجسم أوجد سرعة الصندوق عند نهاية المسار بفرض أن سرعته لا تتغير بانتقاله إلى المستوى الأفقى اذا كان طول الجزء الأفقى ١٠ أمتار

السؤال الرابع:

١) أثرت قوة قدرها ١٢,٦ نيوتن على جسم ساكن موضوع على مستوي أفقى لفترة زمنية فاكتسب الجسم فى نهايتها طاقة حركة قدرها ٩ ث كجم. متر، بلغت كمية حركته عندئذ ٤٢ كجم. متر/ث ثم رفعت القوة فعاد الجسم إلى السكون مرة أخرى بعد أن قطع مسافة ٢١ متر من لحظة رفع القوة أوجد كتلة الجسم ومقاومة المستوى لحركة الجسم بالنيوتن بفرض ثبوتها ثم أوجد زمن تأثير القوة.

٢) علق جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل القراءة ٨٠ ث. كجم عندما كان المصعد صاعداً بعجلة منتظمة جـ متر/ث^٢ وسجل القراءة ٦٠ ث. كجم عندما كان المصعد صاعداً بتقصير منتظم مقدار جـ متر/ث^٢ أوجد كتلة الجسم وقيمة جـ.

السؤال الخامس:

١) قاطرة قدرة محركها ١٠٨٠ حصانا وكتلتها ٥٠ طن تجر قطار كتلة ١٣٠ طن على مستوي أفقى خشن بعجلة ٤٩ سم/ث^٢ فإذا كانت مقاومة الهواء والاحتكاك تعادل ١٠ ث. كجم عن كل طن من الكتلة احسب أقصى سرعة يقطعها القطار بالكيلومتر/ ساعة.

٢) عامل يدفع عربة كتلتها ٢٠ كجم لتصعد مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٥° لأعلى بقوة مقدارها ١٤٠ نيوتن فإذا كان معامل الاحتكاك بين المستوي والعربة $\frac{3}{4}$ والعربة تتحرك مسافة ٣,٨ متر احسب الشغل الكلى المبذول على العربة، إذا تحركت العربة أسفل المستوى من سكون احسب سرعة العربة عندما تكون على مسافة ٣,٨ على المستوى

السؤال الثالث:

- ١) تتحرك قاطرة أفقيا تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعتها وكانت هذه المقاومة تساوى ٤٥٠ ث. كجم عندما كانت سرعة القاطرة ٣٠ كم/س إحسب أقصى سرعة للقاطرة اذا كانت قدرة محركها ٤٠٠ حصان
- ٢) درع وقائي مصنوع من طبقتين ملتصقتين منتزمتي السمك من الحديد والنحاس فإذا كان سمك الحديد ١ سم وسمك النحاس ٣ سم وكان الدرع فى مستوى رأسى عندما أطلقت عليه رصاصتان متساويتين فى الكتلة فى إتجاهين متضادتين وعموديين على مستوى الدرع وبسرعة واحدة فأخترقت الأولى الحديد وسكنت بعد أن دخلت فى النحاس $\frac{9}{8}$ سم، بينما أخترقت الثانية النحاس وسكنت بعد أن دخلت فى الحديد $\frac{3}{4}$ سم أثبت أن مقاومة الحديد = ٧ أمثال مقاومة النحاس.

السؤال الرابع:

- ١) عند عمل أساس احدى العمارات استخدمت مطرقة كتلتها ٤٨٠ كيلو جرام لستقط رأسيا من ارتفاع ٢,٥ متر على عمود أساس خرسانى كتلته ١٢٠ كيلو جرام فيكونان جسما واحدا يغوص فى الأرض مسافة ٢٤ سم أوجد أولا: السرعة المشتركة للمطرقة والعمود بعد التصادم مباشرة.
- ثانيا: دفع المطرقة للأسطوانة
- ثالثا: متوسط مقاومة سطح الأرض للمطرقة والعمود
- ٢) جسم موضوع عند أعلى نقطة من منحدر ارتفاعه ١٢٥ سم ويميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° تحرك الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأسفل ضد مقاومة ثابتة تقدر بربع وزنه إحسب سرعة وصول الجسم إلى أسفل نقطة للمستوى وما هى السرعة التى يقذف بها الجسم من أسفل نقطة فى الاتجاه المضاد حتى يصل بالكاد إلى قمته.

السؤال الخامس:

- ١) جسم كتلته ٤٢ جرام موضوع على مستوى خشن شد بحبل يميل على الأفقى بزاوية جا^{-١} $\frac{4}{5}$ فإذا كانت قوة الشد فى الحبل ١٠ ث جرام قد بذلت شغلا قدرة ٨٤ ث. جم. سم خلال ٢ ثانية من بدء الحركة أوجد أولا: عجلة حركة الجسم ثانيا: النسبة بين مقاومة المستوى ورد الفعل العمودى
- ٢) وقف طفل على ميزان ضغط داخل مصعد متحركا لأعلى بعجلة ٩٦,٩ م/ث^٢ فسجل الميزان ٢٤ ث. كجم. أوجد وزن الطفل، واذا هبط المصعد لأسفل بنفس العجلة أوجد قراءة الميزان فى هذه الحالة.

أولاً: الاستاتيكا: الوحدة الأولى : الاحتكاك

إجابات تمارين (١ - ١)

- ١) الأحتكاك ٢) الملساء
 ٣) على وشك الحركة ٤) رد الفعل العمودية
 ٥) رد الفعل المحصل ٦) رد الفعل العمودي
 ٧) ١٨ ث كجم ٨) $\frac{2}{3}$
 ٩) ر = ٥٦ ، م = ٠,٧٥ ١٠) ٧٠,٨٦ ث كجم
 ١١) و = ١٣ ث كجم ، م = $\frac{1}{3}$
 ١٢) الجسم يكون على وشك الحركة
 ١٣) ر = وزن الصندوق = ٤٠ ث كجم
 ١٤) و = ١٥ نيوتن ، ك = ٩ نيوتن

إجابات تمارين (٢ - ١)

- ١) × ٢) ✓ ٣) ✓ ٤) ×
 ٥) ✓ ٦) × ٧) | ٨) |
 ٩) | ١٠) ٩ نيوتن ١١) ٣٢ نيوتن
 ١٢) الجسم على وشك الحركة
 ١٣) الاحتكاك غير نهائي ، ٥ ث كجم
 ١٤) ٢٥,٠٤٥٣ نيوتن ١٥) هـ = ل ، ر = و
 ١٦) هـ = ٣٠ ، م = $\frac{3}{10}$ ١٧) ١٩ ث كجم
 ١٨) $\frac{1}{3}$ ، و = $3\sqrt{4}$ ث كجم ، $3\sqrt{2}$ ث كجم
 ١٩) $3\sqrt{\frac{5}{3}}$ ث كجم ، $3\sqrt{\frac{4}{3}}$ ث كجم
 ٢٠) ظا = $\frac{3}{4}$ ٢١) و = و × جا (هـ + ل)

إجابات التمارين العامة

- ١) ا ٢) ب ٣) ج
 ٤) الجسم لا يكون على وشك الحركة.
 ٥) ا ١٥ $3\sqrt{15}$ ث كجم ب ر = $3\sqrt{30}$ ث كجم
 ٦) $\frac{1}{2}$ ٧) ١٠ ث كجم
 ٨) ح < مركبة الوزن يكون الجسم متزن
 و = ١,٢ نيوتن

الوحدة الثانية : (العزوم)

إجابات تمارين (٢ - ١)

- ١) ٤٠٠ ٢) ٥٤٠ ٣) ٢٠ ع
 ٤) القوة تمر بهذه النقطة
 ٥) بعد النقطة عن خط عمل القوة
 ٦) ٣٥ ٧) ب ٨) ا ل جا θ
 ٩) و // ا ب ١٠) ل = $\frac{7}{9}$ ، م = $\frac{13}{9}$
 ١١) خط عمل المحصلة يوازي المستقيم المار
 بالنقطتين (١,٢) ، (٤,٦)
 ١٢) ١٤٩,٧٦٨٩ نيوتن. متر
 ١٣) ا ١٢٠٠٠ نيوتن. سم ب -١١٧٥,٨٧٧ نيوتن. سم
 ج $2\sqrt{600}$ نيوتن. سم
 ١٤) (٢٨, ٤٦-) نيوتن

إجابات تمارين (٢ - ٢)

- ١) ا ١١- س + ٩- ص + ٥- ع
 ب ١١- س + ٥- ص - ٧- ع ، ٣,٧٣
 ٢) ل = ٣ ٣) ١٢٠ ص + ٤٨٠ ع
 ٤) ١٢٠- س + ٦٠- ع ٥) ٧ = و
 ٦) ب = -٣ ، طول العمود = $\frac{27\sqrt{14}}{14}$
 ٧) ٤٨٠ ص + ٣٦٠- ع ٨) ع = ١ ، س = ١
 ٩) ١٥٠ ١٠) ١٣٢٨,٤٣

إجابات التمارين العامة

- ١) ١٨,١٩٩ نيوتن
 ٢) ٥٦- س - ٢٨ ص + ٢٨ ع
 ٣) ١١ نيوتن ٤) ٢٨- ع
 ٥) ٧- ع ٦) ك = ٢
 ٧) ٣٢٦٠,٧٧ نيوتن. م
 ٨) محصلة القوة تمر بالنقطة ج
 ٩) $2\sqrt{200}$ نيوتن. م

إجابات الاختبار التراكمي

- ٦ ١ متر
٧ س = ٥٦ سم و = ١٥ نيوتن
٨ أ ١٠٠ ث كجم ب ١٠٠ ث كجم
٩ أولاً: ش = ١٠٠ ث جم
ر = ٣٠٠ ث جم
ثانياً: و = ٢٠٠ ث جم
١٠ س تقع بين ٤٠ سم، ٦٠ سم
أكبر قيمة للشد عند $\lambda = ١٢$ ث. جم
وأقل قيمة = ٧ ث. جم
أكبر قيمة للشد عند $\lambda = ١٥$ ث. جم
وأقل قيمة = ١٠ ث. جم
١١ ١٥ نيوتن يبعد عن أ ٥٦ سم
١٢ أكبر مسافة من أ هي ٣٣ كم ورد الفعل عند أ، ب
علي الترتيب ٦٠ ث. كجم / ٤٠ ث. كجم
١٣ $\vec{v}_1 = 9\vec{e}_1 - 12\vec{e}_2$
 $\vec{v}_2 = 6\vec{e}_1 - 8\vec{e}_2$
- ١ ١٠ جتا θ
٢ $(\frac{\pi}{3}, 2)$
٥ ٨ جا ٧٠
٧ $(-٤, ٧, -٦)$
٨ أ ١٣٠- ب ٣٠٠- ج ٨٠٠-
٩ $\sqrt[3]{٧٥٠}$ نيوتن م. ١٩، ٦٤٨٥ نيوتن سم
١١ أقل قيمة للقوة و يكون عند $\sigma = ٩٠$ هي ٢٠ نيوتن
الوحدة الثالثة: القوى المتوازنة
تمارين إجابات (٣-١)
١ د ٢ أ ٣ أ
٤ أ ٢٦ نيوتن ب ٣٨ نيوتن ج ٢٦ نيوتن د ٨ نيوتن
٥ أ ٨ نيوتن ب ١٢، ٧٥ نيوتن ج ٣٥ نيوتن د ١٩ و = ٢٠ نيوتن
٧ أ ١٤ نيوتن ب ٢، ٥ سم عند أ ج ٢١ سم د ١٢ سم
٨ أ ٢٧ سم ب ٣ نيوتن ج ٢ نيوتن د ٢٧ سم
١٠ أ ٣٠ سم ب ٢١ سم ج ١٢ سم د ٤ متر
١٢ أ $\frac{٥}{٨}$ متر ب ٢٠ نيوتن ج ٦، ٥ نيوتن د ١٢ سم
١٤ مقدار المحصلة = $\frac{٣}{٤}$ نيوتن وتعمل رأسياً لأعلى
 $\frac{٥}{٣}$ متر من نقطة أ
- إجابات تمارين عامة
١ ١٠٥ سم
٢ عزم المحصلة حول نفس النقطة
٣ ٢٦ سم
٤ أولاً: ١٠٠ نيوتن والبعد بين خط عمل النيوتن ١٠٠ سم
ثانياً: ٤٠٠ نيوتن والبعد عن خط عمل النيوتن ٢٥ سم
٥ ٨ نيوتن ٣٢ سم
٦ $3\frac{1}{7}$ سم
٧ ١٢، ٢، ٤
٨ أولاً: ٣٠ سم عن أ
ثانياً: و = ٨٠ ث. كجم
٩ وزن القضيب = ٩٠ ث جم والبعد بين الحاملين ٢٢ سم
١٠ أولاً: ١٠ نيوتن ٧٠ نيوتن
ثانياً: ١٠٠ نيوتن
- إجابات تمارين (٣-٢)
١ ١١ نيوتن ،
٢ ك = ١٠ نيوتن
٣ س = ٤ سم
٤ ك = ١٠ نيوتن
٥ ر = ١٤، ٢٥ كجم
س = ٢٨ سم
و = ١٧ نيوتن
و = ١٥ نيوتن
ر = ٤٨، ٧٥ كجم

- ④ هـ = ٢٢° و = ٩، ١٨ نيوتن
 ⑤ ر = ١٠، ٣٦ جم، ش = ٢٠، ٣٦ جم
 ⑥ ش = ١٢ نيوتن، ش = ١٦ نيوتن
 ⑦ و = $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ و ⑧ ظاه = ٢
 ⑨ و = ١٨ ث. كجم
 ⑩ إثبات
 ⑪ و = $\frac{13}{4}$ ث. كجم ر = ٣ ث. كجم
 ر = $\frac{15}{4}$ ث. كجم

الوحدة الخامسة: الازدواج

إجابات تمارين (١ - ٥)

- ① د ② د ③ ب ④ د
 ⑤ ج ⑥ ب ⑦ د ⑧ ب
 ⑨ ا ١٦٠ نيوتن. سم ب ٢٤٠، ٢٦ نيوتن. سم
 ج ٣٦٠ نيوتن. سم
 د ٣٦٠ نيوتن. سم
 هـ ٥٢٠ نيوتن. سم
 ⑩ ا ١٠٠ نيوتن سم ب ١٠٠ نيوتن. سم
 ⑪ ١٠ وحدات عزم
 ⑫ ا = ٥، ب = ٢، ل = $\frac{10}{29}$
 ⑬ ٦، ٦ راسين القوتان هما ٦، ٦
 ⑭ و = ٤٠ نيوتن
 ⑮ ش = ١٢، ٣٦ نيوتن ر = ١٢، ٣٦ نيوتن
 ⑯ ٣٠°، أ، ١٥٠°
 ⑰ القوتان ٣٠، ٣٠، نيوتن أحدهما تعمل في اتجاه ب[←] والأخرى في اتجاه د[→]

إجابات تمارين (٢ - ٥)

- ① ا تكافىء ازدواج ١٠ نيوتن ٠ متر
 ب لا تكافىء ازدواج
 ج لا تكافىء ازدواج
 د المجموعة تكافىء ازدواج ١٥- نيوتن ٠ م
 هـ تكافىء ازدواج ١٧ ث. كجم. متر

الوحدة الرابعة: الاتزان العام

تمارين إجابات (١ - ٤)

- ① × ② × ③ ✓ ④ ×
 ⑤ ينعدم متجه مجموع القوى
 ينعدم عزم المجموعة بالنسبة لنقطة واحدة
 ⑥ عمودياً على القضيب
 ⑦ ٢ نيوتن
 ⑧ ش = ٥ نيوتن ر = $\sqrt{6}$
 ل = ١٩، ١٥، ٦٠°
 ⑨ ش = ٤ نيوتن ر = $\sqrt{7}$
 ⑩ $\frac{5}{12}$
 ⑪ ش = ٨٠، ر = ١٢٨، م = ٨٠
 ⑫ ر = ١٢، م = $\frac{3}{2}$ ، رد فعل الأرض ١٢، ٣٦
 ⑬ أولاً: ش = ٦٥ ث كجم
 ثانياً: ش = ٨٥ ث كجم
 ⑭ ١٠ نيوتن ⑮ م = $\frac{1}{3}$
 ⑯ أولاً: ٧٠ نيوتن ثانياً: ١٤ نيوتن
 ⑰ إثبات

تمارين عامة

- ① ٨٠ سم من الطرف ب
 ② ٣٤ نيوتن
 ③ م = $\frac{5}{8}$
 ④ و = ٢٠ ث كجم ر = ١٢، ٥ ث كجم
 ⑤ إثبات
 ⑥ $\frac{8}{11}$ ⑦ هـ = ٢٢
 ⑧ ر = ٥ ث كجم
 و = ٢، ٥ ث كجم

حل الاختبار التراكمي

- ① س = ٢٦، ٣٥، ١٣٨°
 ② ش = ٣٠، ٣٠ ف جم و = ٣٠٠ ث جم
 ③ ش = ٢٤ نيوتن ش = ١٠ نيوتن

٩- ١٢ ع ١٠ $\vec{a} = \vec{b} = \vec{c} = \vec{d} = \vec{e} = \vec{f} = \vec{g} = \vec{h} = \vec{i}$
 ١١ $10 = 15$ نيوتن، ك = ٥ نيوتن

إجابة اختبار تراكمي

١ ج ٢ أ ٣ ب
 ٤ أ ٥ د

٦ $10 = 10$ نيوتن ك = ١٠ نيوتن
 ٧ م = ٤، ل = ٦ ٨ ج = ٠ ب = ١

٩ -٥٤ نيوتن سم
 ١٠ $8 = 19$ نيوتن
 ١١ ك = ٢، ل = ٣

الوحدة السادسة استاتيكا (مركز الثقل)

إجابات تمارين (٦ - ١)

١ ✓ ٢ × ٣ ✓ ٤ ✓
 ٥ ✓ ٦ × ٧ ✓ ٨ ×
 ٩ ✓ ١٠ ✓

١١ ٣ سم من أ (٢، $\frac{9}{4}$) ١٢

١٣ (٢، $\frac{1}{3}$) ١٤ ($\frac{5}{6}$ ، $\frac{37}{6}$ ، $\frac{1}{6}$)

١٥ أ (٥، $\frac{17}{3}$) ب (٦، ٤٤)

ج ($\frac{13}{4}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{13}{4}$) د (١٠، $\frac{130}{3}$) هـ (٦، ٥)

و (صفر، $\frac{3\sqrt{2}}{5}$) ل

باعتبار أن طول ضلع المسدس = ٢ ل

١٦ ٤٩ سم عن طرف أ

١٧ ١٢ سم عن أ

١٨ مركز ثقل المجموعة يقع عند منتصف م ج

١٩ ١١ ١٩

٢٠ مركز الثقل هو (٣، ٤، ٨)، $\frac{4}{28}^\circ$

٢١ ($\frac{19}{3}$ ل، $\frac{1}{3}$ ل) ٢٢ ($\frac{152}{15}$ ، ٦)

إجابات تمارين (٦ - ٢)

١ مركز الثقل ٢ نقطة التعليق

٣ نقطة منتصفه

٤ مركزها الهندسي (نقطة تقاطع القطرين)

٩ لا تكافئ ازدواج

١٠ تكافئ ازدواج ١٦ نيوتن سم

١١ لا تكافئ ازدواج

١٢ المجموعة تكافئ ازدواج = $3\sqrt{2} \times 75$ نيوتن سم

١٣ ٩ نيوتن سم

١٤ ٩٨ ث . كجم سم

١٥ معيار عزم الأزواج = ٣٠٠ ث جم سم ويعمل في

الاتجاه أ ب ج د

القوتان هما ٦، ٦ ث جم

١٦ $3\sqrt{2} \times 175$ ث كجم سم

القوتان هما ٥، ١٧، ٥، ١٧ ث كجم تؤثران عند ب، د

١٧ ٤٠٠ نيوتن

١٨ $3\sqrt{2} \times 300$ نيوتن سم

١٩ ٥١٦ ث كجم سم

٢٠ $3\sqrt{2} \times 54$ ث جم سم

٢١ ٤٨٠٠ نيوتن سم

٢٢ $19 = 200$ نيوتن

إجابات تمارين عامة

١ أ ٢٠٠٠ نيوتن سم

ب ١٠٠٠ نيوتن سم ج صفر

٢ أ ٧٠ نيوتن سم

ب $3\sqrt{2} \times 40$ نيوتن سم

ج $\theta = 30^\circ$ د $\theta = 3^\circ 61'$

٣ وزن القضيب = ١٠٠ نيوتن لأسفل

رد فعل المسامير = ١٠٠ نيوتن لأعلى

٤ ج = أ = ج = ج = ٢٢٠ ث جم سم

٥ أ ٢٠٠ نيوتن سم ب ١٧٦ نيوتن سم

ج ٦٥٠ نيوتن

٦ ٨٠٠٠ نيوتن سم

٧ ٧٠٠٠ نيوتن سم

٨ $300 = (5 - 3\sqrt{2})$ نيوتن سم

٩ ١٢٠ ث كجم متر

١٠ أ = ٥، ب = ٣ $||\vec{c}|| = 11$ وحدة جرام

١١ البعد العمودي بين القوتين = $\frac{11}{3\sqrt{2}}$ وحدة طول

٢٣ ط ١٠ $\frac{5}{8}$ ٢٤ سم

ثانياً الديناميكا

الوحدة الأولى : الدوال المتجهه

تمارين الدرس (١ - ١)

١ د ٢ أ ٣ ج ٤ ج

٥ د ٦ د ٧ ج

٨ (١) ← (٥) (٢) ← (٦)

(٣) ← (٤)

٩ (١) سالبة - الجسم يتباطأ

(٢) موجبة - الجسم يتحرك يتسارع

(٣) موجبة - الجسم يتباطأ

١٠ (١) موجبة - الجسم يتحرك يتسارع

(٢) سالبة - الجسم يتحرك بتباطؤ

(٣) موجبة - الجسم يتحرك يتسارع

١١ ا ١ - ، ٦ -

ب ٤ ، ٣ - ، ٤ -

ج $\therefore \simeq$ ف $\exists [-٨, ٢]$

١٢ ا $\pm = \sqrt[3]{٢١ - س^٢}$

ب $\pm \frac{٣\sqrt{٦}}{٢} ك$

ج $١ = \pi م^٢ + \frac{\pi-}{٤} = \frac{١}{ك} \times$

ن $٢ = \pi م^٢ + \frac{\pi\sqrt{٧}}{٦} = \frac{١}{ك} \times$

ج $\frac{٢}{٣} = \frac{ك}{٢}$

١٣ $\frac{١٥}{٨} م/ث$

١٤ ± ٥ ، صفر

١٥ ا $\frac{٢-}{٥} س$ ب ٦٤ وحدة عجلة

١٦ ٩ س ، ١٨ وحدة عجلة

تمارين الدرس (١ - ٢)

١ ج ٢ د ٣ ب ٤ د

٥ د ٦ ب ٧ د ٨ أ

٩ د ١٠ ٢٦,١ متر

٥ متوسطات المثلث

٦ خط هذا المحور

٧ هذا المستوى

٨ مركز الدائرة

٩ مركز الكرة

١٠ مركزها الهندسي

١١ منتصف محورها

١٢ أولاً: يقع في مركز المربع

ثانياً: يقع عند (٥٠، ٥٠) من أ

١٣ $٣٠ - ٢٧,٥ = ٢,٥$ سم من مركز ثقل القرص الأصلي

١٤ مركز ثقل الجزء المتبقى هو $(٦, \frac{٣\sqrt{١٨}}{٣})$

١٥ يبعد ٧ سم عند د

١٦ أولاً: ويبعد عن مركز المسدس مسافة $٣\sqrt{٢}$ سم

ثانياً: ١١ °٥٤

١٧ $\frac{١}{٣}$

١٨ $(\frac{١٤١}{٧}, \frac{١٢٣}{٧})$ ، طاه $= \frac{٤١}{٤٧}$

١٩ (٣, ٧٦, ٣, ٧٦)

٢٠ $\frac{١٣}{١٢}$

٢١ $\frac{١٣}{١٢}$

٢٢ $\frac{١٣}{١٢}$

٢٣ $\frac{١٣}{١٢}$

٢٤ $\frac{١٣}{١٢}$

٢٥ $\frac{١٣}{١٢}$

٢٦ $\frac{١٣}{١٢}$

٢٧ $\frac{١٣}{١٢}$

٢٨ $\frac{١٣}{١٢}$

٢٩ $\frac{١٣}{١٢}$

٣٠ $\frac{١٣}{١٢}$

٣١ $\frac{١٣}{١٢}$

٣٢ $\frac{١٣}{١٢}$

٣٣ $\frac{١٣}{١٢}$

٣٤ $\frac{١٣}{١٢}$

٣٥ $\frac{١٣}{١٢}$

٣٦ $\frac{١٣}{١٢}$

٣٧ $\frac{١٣}{١٢}$

٣٨ $\frac{١٣}{١٢}$

٣٩ $\frac{١٣}{١٢}$

إجابات تمارين عامة

١ ج ٢ ب ٣ ا ٤ د

٥ ا ٦ د ٧ ا ٨ س م $\frac{٢}{٣} =$ ص م = ١ سم

٩ ٢ سم، ٣ سم، ٠,٨ سم

١٠ $\frac{١٣}{٧}$ سم عن نقطة ب

١١ $\sqrt{٧}$ سم

١٢ $(\frac{٧}{٨}, \frac{٩}{١٤})$ ، $\frac{٣٣٧}{١٤}$

١٣ ٧ سم

١٤ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

١٥ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

١٦ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

١٧ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

١٨ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

١٩ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

٢٠ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

٢١ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

٢٢ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

٢٣ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

٢٤ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

٢٥ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

٢٦ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

٢٧ $\frac{١٢}{٣٥}$ ، طاه = $\frac{١٢}{٣٥}$

$$11) \text{ع.} = 6 - 2 + 2 = 6$$

$$\text{ع.} = \frac{1}{3} \times 3 - 2 + 2 = 8 \text{ س} , \frac{17}{3}$$

$$12) \text{ن} = 2 , \text{ اقصي سرعة} = \frac{22}{3} \text{ م/ث}$$

$$13) \text{ع} = \pm 2 \sqrt{6} \text{ م/ث}$$

$$\text{س} = \pm 2 \sqrt{6} \text{ متر}$$

$$14) \text{ع} = \pm 7 \text{ م/ث}$$

$$\text{س} = \frac{13}{3} \text{ م أو س} = 4 \text{ م}$$

تمارين عامة

$$1) \text{د} \quad 2) \text{ج} \quad 3) \text{د} \quad 4) \text{ج}$$

$$5) \text{أ} \quad 6) \text{ج} \quad 7) \text{أ}$$

$$8) -4 \text{ سم/ث} , 4 \text{ كم/ث}^2$$

$$9) \text{س} = \left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$10) \text{أ} \quad 6 \text{ م/ث} , 6 \text{ م/ث}^2$$

$$\text{ج.} : \text{ع تتزايد في الفترة } [2, \infty)$$

$$\text{ع تتناقص في الفترة } [0, 2]$$

$$5) 28 \text{ متر}$$

$$11) 6 \text{ م/ث} , \frac{27}{4} \text{ متر}$$

$$12) \text{ج} (0) = 6 \text{ م/ث}^2$$

$$\text{ج} (2) = 6 \text{ م/ث}^2 , 10 \text{ م/ث}$$

$$13) \text{س} (1) = \frac{11}{3} \text{ متر}$$

$$14) 4, 43 \text{ متر}$$

الوحدة الثانية : قوانين نيوتن للحركة

إجابات تمارين (1-2)

$$1) \text{ب} \quad 2) \text{ج} \quad 3) \text{ب} \quad 4) \text{د}$$

$$5) \text{ب} , \text{د}$$

$$6) 20 \text{ م/ث} \quad 7) 30.42 \text{ جم.م/ث}$$

$$8) 160000 \text{ جم.سم/ث}$$

$$9) 9, 3 \text{ م/ث} \quad 10) 10, 5 \text{ كجم.م/ث}$$

$$11) 10 \times 10 \text{ كجم.م/ث}$$

$$12) \text{أ} \quad 29, 4 \text{ كجم.م/ث}$$

$$\text{ب} \quad 39, 2 \text{ كجم.م/ث}$$

$$\text{ج} \quad 39, 2 \text{ كجم.م/ث}$$

$$12) 6 \text{ كجم.م/ث}$$

$$14) \text{أ} \quad 24 \text{ كجم.م/ث}$$

$$\text{ب} \quad 72 \text{ كجم.م/ث}$$

$$\text{ج} \quad 48 \text{ كم.م/ث}$$

$$15) \text{أ} \quad 162 \text{ كجم.م/ث}$$

$$\text{ب} \quad 54 \text{ جم.م/ث}$$

$$16) \text{أ} \quad 576 \text{ جم.م/ث}$$

$$\text{ب} \quad \text{صفر}$$

إجابات تمارين (2-2)

$$1) \text{ب} \quad 2) \text{أ} \quad 3) \text{ب} \quad 4) \text{ج}$$

$$5) \text{ج}$$

$$6) \text{أ} \quad 40 = 9 \text{ نيوتن} \quad \text{ك} = 120 \text{ نيوتن}$$

$$\text{ب} \quad 80 = 9 \text{ نيوتن}$$

$$\text{ج} \quad 25 = 9 \text{ نيوتن} , \quad \text{ك} = 49 \text{ نيوتن}$$

$$\text{د} \quad 40 = 9 \text{ نيوتن}$$

$$7) \text{أ} \quad 84 \text{ نيوتن} \quad \text{ب} \quad 45 \text{ نيوتن}$$

$$\text{ج} \quad 28 \text{ نيوتن} , \quad 22 \text{ نيوتن}$$

$$\text{د} \quad 18 = 9 \text{ نيوتن}$$

$$8) 48 \text{ ث. كجم} \quad 9) 16 \frac{2}{3} \text{ ث كجم}$$

$$10) 180 \text{ كم/س} \quad 11) 140 \text{ كم/س}$$

$$12) 1, 875 \text{ اث كم} \quad 13) 6 \text{ كم/س}$$

$$14) \text{م.} : 40 = 2 \text{ ث كجم} \quad 15) 7 \text{ عربات}$$

$$16) 1000 \text{ اث كجم}$$

إجابات تمارين (2-3)

$$1) \text{ج} \quad 2) \text{ج} \quad 3) \text{د} \quad 4) \text{د}$$

$$5) \text{ج} \quad 6) \text{ج}$$

$$7) \text{شكل (27) و} = 118 \text{ نيوتن}$$

$$\text{شكل (28) و} = 10 \text{ نيوتن}$$

$$\text{شكل (29) } 131 \text{ نيوتن} \quad \text{شكل (30) } 20 \text{ كجم}$$

$$\text{شكل (31) } 8 \text{ كجم} \quad \text{شكل (32) } 4 \text{ كجم}$$

$$9) \text{شكل (33) } - 5 \text{ م/ث}^2 , \quad \text{شكل (34) } - \frac{1}{5} \text{ م/ث}^2$$

$$\text{شكل (35) } 4, 8 \text{ م/ث}^2$$

$$10) \text{ج} = 30 \text{ سم/ث}^2 \quad 11) 980 \text{ نيوتن}$$

٨ ج = ١ م/ث^٢ ، $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ث. كجم

٩ - ٨,٣ $\times \frac{1}{2}$ م/ث^٢

٩,٢ $\sqrt{3}$ ث. كجم

١٠ $\frac{1}{2}$ ن = ١ ن

تمارين (٦-٢)

١ ا $\frac{2}{7}$ ، ب $\frac{1}{2}$ ، ج $\frac{1}{4}$

د ≈ 7 ، هـ ≈ 35 ، و ≈ 33

ز ≈ 27 ، ح ٨,٦ كجم

٢ م = ١

٣ ا ٩,٨ نيوتن ، ب ١١,٨ نيوتن

٤ $\frac{1}{4}$ ، ٥ ١,٠٨

تمارين (٧-٢)

الاكمال

١ ا صفر ، ب ٣ ، ج ٢

٢ ا ٤,٩ ، ب ٩,٨ ، ج صفر ٣٩,٢ ، د ٥

٣ ا ١٤٠ ، ب ٤٨٠ ، ج ٩٦٠ ، د ٣٦٠

٤ ا $\frac{1}{3}$ د ، ب $\frac{1}{3}$ ك ، ج ٤,٩ ، د ٧,٣٥

هـ $\frac{1}{2}$ ، و ١,٢٥

٥ ا $\frac{5}{4}$ ، ب $\frac{1}{7}$ ، ج $\frac{10}{7\sqrt{2}}$

د $\frac{5}{4}$ ، هـ $\frac{4}{5}$

٦ ا ٣,٥ ، ب ٢٥,٢ ، ج $3\sqrt{2}, 2, 2$

٧ ا ٢٨٠ سم/ث

٨ ا ٢,٤٥ م/ث^٢ ، ٧٣,٥ نيوتن ، ١,٩٦ متر

٩ $\frac{3}{2}$ ، ١٠ ن = $\frac{4}{5}$ ث

١١ ٧٠ سم/ن^٢ ، ٧٨٠ ث جم

١٢ ٤,٢ م/ث ، ١٩,٦ كجم ، ١٣ ٤٢٠ كم

١٤ ٢٢,٦٨ كجم ، ٢٧٤,٩٨ نيوتن

١٥ ١٨٠ سم/ث^٢

١٦ ٧٢٠٠٠ دايين ، $3\sqrt{2}, 72, 000$ دايين

١٧ $3\sqrt{2}, 1, 47$ نيوتن ، ٢ ث

١٠٠,٧٠ سم/ث ، ٥٠ سم

١٢ ٦٢,٥ ث كجم ، ١٣ ٣٦٧,٥ سم/ث

١٤ ٨٠٠ = نيوتن لكل طن من الكتلة ، ن = ٢٥ ث

١٥ ٥٩ ث كجم ، ١٦ ١٢٩٢,٥ ث. كجم

١٧ ٠,٨ ثقل طن ، ١٨ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ م/ث^٢

١٩ $\frac{29\sqrt{2}}{4}$ نيوتن ، ٢٠ $\frac{1}{4}(6\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2})$

٢١ أ = ٦ ، ب = ٣ ، ج = ١

٢٢ أ = ١ ، ب = ٩

٢٣ أولاً: ١ ي ثانياً: ٤٧ نيوتن

٢٤ ٦٠٠ دايين ، ٢٥ ١٧٠ دايين

٢٦ م = $(2n + 10n + 2)$ ي

٢٧ ع (٢) = ٢ م/ث ، ب (٢) = ١,٥ م

٢٨ ج $\leq \frac{4}{15}$ ، ٢٩ ١٠٠ ث كجم

٢٩ ١٦٠ دايين

٣٠ ٤٠٢ ث كجم

تمارين (٤-٢)

١ ٦٠ ، ٢ ١١٢,٤٢٠ ، ٣ ٧٢

٤ ٤٢,٣٥

٥ ا ٨٠ ث. كجم ، ب ٧٦,٤ ث. كجم

ج ٧٧,٦ ث. كجم

٦ ا ٤٠ جرام ، ب ٢٤٥ جرام

ج ١٠٠ جم

٧ ١,٤ م/ث^٢ ، ٨ ١٥ ث. كجم

٩ ١٠٨ ث كجم ، صفر

١٠ ك = ١٤ جم ، ر = ١٥ جم

١١ ١,٤ م/ن لأعلى

تمارين (٥-٢)

١ ا ٢,٤٥ ولأعلى ، ب ٩,٨ م/ث

ج $3\sqrt{2}$

٢ ا $\frac{49}{70}$ ولأسفل ، ب ٢,٩٤ ، ج ١٤,٤

٣ أ ٤ ، ج ٥ ، ج ٦

٧ ١٢,١٢ م/ث^٢ ، ٨ ث. كجم

تمارين عامة

- ٨ ٢,٥ ث. جرام
 ٩ 12×10^2 جرام. سم/ث
 ١٠ ٤٥٠٠ جرام. سم/ث - ١١ 4×10^2 داين. ثانية
 ١٢ ٧٨ نيوتن
 ١٣ $\frac{1}{3}$ في اتجاه مضاد لحركتها ، $\frac{2}{9}$ سم
 ١٤ ٧ م/ث «السرعة المشتركة» ، م = ٣٦٤٠٠ ث. كجم
 ١٥ ٣ كجم. م/ث ١٦ ١٠٠ سم/ث ، ٦٠٠٠٠ نيوتن
 ١٧ $\frac{79}{4}$ م/ث ، ن = ١٧,٦ ثانية
 ١٨ ٣ م/ث

إجابات التمارين العامة

- ٤ ب ٥ د ٦ أ ٧ ب
 ٨ أ ٩ أ
 ١٠ ٢٤٢ سم / ث في اتجاه مضاد
 ١١ ٤,١٦ ث. كجم
 ١٢ ١٦,٨ كجم. م/ث ، ١٧٧,٨ نيوتن
 ١٣ ١٠٠ ث. جرام
 ١٤ ١٥ سم/ث في نفس الاتجاه ، ٣٥٠٠ جرام. سم/ث
 ١٥ $\frac{1}{3}$ م/ث ، ٤,٢٤٢ نيوتن. ث
 ١٦ ٩٨٠ ث. كجم ١٧ ١٠ سم/ث
 ١٨ ف = ٥ متر

إجابات الاختبار التراكمي

- ٧ أ = ٢ ، ب = ١
 ٨ $\frac{7}{11}$ م/ث ، ٧٠ كجم
 ١٠ ٤,٢ م/ث ، ن = $2\frac{1}{3}$
 ١١ $\frac{1}{4}$ م/ث في الاتجاه المضاد

الوحدة الرابعة : الشغل

إجابات تمارين (٤ - ١)

- ١ ب ٢ أ ٣ د ٤ ج
 ٥ أ ٦ ١٥٨٦ إرج ٧ 48×10^3 إرج
 ٨ أ ٣١,٩ جول ب صفر ج صفر
 ٩ ١٨ وحدة شغل د ٣١,٩ جول
 ١٠ ١٦ وحدة شغل

اسئلة الاكمال

- ١ أ ٤٠ ب $\frac{200}{49}$
 ٢ ٣٧,٥ ٣ $\frac{3}{4}$ ٤ ٣٥٢,٨
 ٥ ٢٨ ٦ ١٥ ٧ ٩,٨
 ٨ ١١,٢ كجم م/ث ٩ ٨٠ ث كجم
 ١٠ ٤٦٨ ١١ $\frac{400}{3}$ جم
 ١٢ ٤٩ م/ث ، ٩٣١ نيوتن
 ١٣ ٦٣٧ نيوتن ، ٧٠ سم
 ١٤ ٦ كجم $\frac{170}{3}$ جم ، ٧ م
 ١٥ ج = ٩٦ م / ث ، ن = ٢ ث
 ١٦ ٦ م/ث ، ٣٩٢ نيوتن
 ن = ٣ ث
 ١٧ ع = $\frac{499}{5}$ ، ع = $\frac{41}{5}$

الوحدة الثالثة : الدفع والتصادم

إجابات تمارين (٣ - ١)

- ١ أ ٢ ج ٣ ب ٤ ب
 ٥ أ ٦ ج ٧ ٥٠٠ م/ث
 ٨ $\frac{500}{49}$ ثانية ٩ ٢٥٠ سم
 ١٠ ٢,٨ كم. م/ث ، ٥٦ نيوتن
 ١١ $10^3 \times 75$ نيوتن
 ١٢ م = ٥٠ ث كجم ، ع = ٧,٣٥ م/ث
 ١٣ ١٠٦٠ ث. كجم ١٤ ١١,٧٥ ث. كجم
 ١٥ - ١٠ 520×10^2 جرام. سم/ث
 ١٦ أ = $\frac{1}{3}$ ، ب = ٧

إجابات تمارين (٣ - ٢)

- ١ د = و × ن ٢ دفع هذه القوة على الجسم.
 ٣ كيلو جرام. م / ث أو نيوتن × ثانية
 ٤ التصادم المباشر
 ٥ مجموع كمية حركتهما بعد التصادم
 ٦ ١٦٠ وداين. ث ٧ ١٠ م/ث

إجابات تمارين (٤ - ٣)

- ١) أ ٩,٨ جول ب صفر ج ٩,٨ جول
 ٢) ٦٨٦ ٣) ٦٠ × ٣,٤ ٤) ١٩,٦
 ٥) ٤,٢ ٦) ٢٧ إرج ٧) ٧٢
 ٨) ٢٠,٥٨ جول ٩) ٣٤,٣ جول
 ١٠) ٤٩٠٠ جول ٦ ثوان ٤٧٧٤,٥٦ جول
 ١١) ٤,٩ جول ٢,٦ ث. كجم
 ١٢) ١٤١١٢ جول ١٣) ٥ م/ث
 ١٤) ٤ جول ٠,٩ جول ١٥) ١٤٠ سم/ث
 ١٦) ١٣,٥٩٧٥ جول

إجابات تمارين (٤ - ٤)

- ١) ٣١ داي. سم/ث ٢) ٥ ث كجم
 ٣) ٣٦ ث كجم ٤) ١٢٦ حصان
 ٥) ١٢٦ كم/س ٦) ٣٠ كم/س
 ٧) ٥٤ كم/س ٨) ١٨٧,٥ حصان
 ٩) م = ٩٠٠ ث كجم القدرة ١٥٠ حصان
 ١٠) القدرة = ٤٠٠ حصان ١١) ٤٣,٢ م/ث
 ١٢) ١٢ كم/س ١٣) ٨٠ حصان
 ١٤) ٨٠ حصان $\frac{٤٣٢}{٧}$ كم/س
 ١٥) ٢٧٠ حصان
 ١٦) أ ٣٩ جول ب ١٣ وات
 ج ١٩ وات
 ١٧) أ ١١٢٢ جول ب ٣٧٤ وات
 ج القدرة = ٦٤٧ وات
 ١٨) أ ١٨ ن س ٦ + س ب ٥٤ ن ١٢ + ن
 ج ٢٤٠ وات
 ١٩) أ ١٣٥ حصان ب ٢٢٥٠ ث كجم. م
 ج ١٨٠ حصان
 ٢٠) ٤٠٠ جول
 ٢١) أ $٦ - \sqrt{٦}$ (جتا ٢ ن، جا ٢ ن)
 ب $٣ - \frac{٩}{٢}$ (جتا ٢ ن + جا ٢ ن)
 ج $٦ - (جتا ٢ ن - جا ٢ ن)$

١١) $\sqrt{٤٨١} \times ٣٠$ جول

- ١٢) $\sqrt{١٨} + \sqrt{٢٤}$ ، ٣٦٠٠ وحدة قياس شغل
 ١٣) ٥٥١٢٥ جول ١٤) ٣٠ كجم
 ١٥) ف = ٩٨ متر ١٦) ٣٠ متر
 ١٧) ١٠×٤٩ جول
 ١٨) (١) صفر (٢) ٤٨٠,٢ جول (٣) ٤٥٦,١٩ جول
 ١٩) م + ٢٠٠٠ ث. كجم ٥٠٠ متر
 = ٥ ث. كجم
 ٢٠) ٥٨٢٣٠٠ جول ٤٤١٠٠٠ جول ٨٨٢٠٠٠ جول
 ٨٨٢٠٠٠ جول

٢١) أ ١٢٦٠٠ وحدة شغل ب $\frac{١}{٣} ٢٨٣٣٣$ وحدة شغل

- ٢٢) ٥٣ جول ٢٣) ك و س وحدة شغل
 إجابات تمارين (٤ - ٢)
 ١) ١٥٠٠٠ ٢) ٨ ٣) ١٥ ٤) $١٠ \times ٢,٥$
 ٥) ٦٢٤٠ ٦) ٢,٩٤
 ٧) $\frac{١}{٤ \dots}$ ثانية ٨) ٧٠ سم/ث
 ٩) أ = ٦٠ ب = ١٢٠
 ١٠) ٨,٨٧٥ جول ١٣,١٢٥ جول س = $\frac{١١٣}{٢٤}$
 ١١) ٤,٩ جول ١٢) ١٧,١٩٩ جول صفر
 ١٣) ١٤ م/ث ١٤) ك = ١٦ كجم
 ١٥) أولاً: أ = $\frac{٣}{٢}$ ، ب = ٢ - ثانياً: ٦٨ جول
 ثالثاً: ٧٢ جول

١٦) ع = ٧٥ م/ث ١٧) $\frac{٣}{٢}$

- ١٨) طاقة الحركة المفقودة = ١٧,٦ - ١ - ٥ = ١٢,٥ جول
 ١٩) ١,٦ متر
 ٢٠) ٠,٠٦ كجم ١٦,٩ متر ١,٦٨ كجم. متر/ث
 ٢١) أولاً: ع = ٢ متر/ث
 ثانياً: ٨٣٧,٩ جول ثالثاً: ٣٤,٢ كجم. متر/ث
 ٢٢) أولاً: ٨ م/ث
 ثانياً: ١٤٣٣٦ جول ثالثاً: $\frac{٣}{٧} ٣٧٦٩١$ ث كجم

إجابات تمارين عامة على الوحدة الرابعة

الاختبار الثاني

السؤال الأول

- ١ أ ٢ أ ٣ ب ٤ ب
٥ ب ٦ ب

السؤال الثاني

$$١ \quad ٧\sqrt{٨} + \sqrt{٩} - \sqrt{٤}$$

$$\frac{١٩٤\sqrt{٦}}{٣٥\sqrt{٦}}$$

السؤال الثالث

- ١ سم ٢ ٣٦٤٦ ث. كجم

السؤال الرابع

- ٢ ب ج يميل على الأفقى بزاوية ظلها $\frac{٤}{٥}$

السؤال الخامس

١ أولاً: $\frac{٦٥}{٧}$ ثانياً: $\frac{١٥}{٢}$ ثالثاً: $\frac{٣\sqrt{١٠}}{٧}$ رابعاً: $\frac{٥}{٣}$

الاختبار الثالث

السؤال الأول

- ١ ٧٥ ٢ ٣٥٠ نيوتن. سم
٣ ± ٤ (١، ٢) ٤ ٣٠٠٠ نيوتن. سم

٥ بمركز الكرة

٦ نقطة تقاطع المتوسطات

السؤال الثاني

- ١ ٦١، ٢٠ ٢ ٣، ٦٣٩٢

السؤال الثالث

- ١ ٧٠ سم و ٢ نيوتن ٢ ٣٥ نيوتن. سم

السؤال الرابع

١ ر = $\frac{٣}{٤}$ و س = $\frac{٣\sqrt{٦}}{٤}$

السؤال الخامس

- ٢ مركز الثقل هو $(\frac{١}{٣}, \frac{١}{٣})$

الاختبار الرابع

السؤال الأول

- ١ ج ٢ ب ٣ ب ٤ د
٥ د ٦ أ

السؤال الثاني

١) ليس على وشك الحركة

(٣٠٨٠٠٠ - ٣١٥٠٠٠) نيوتن. سم

٢١٧٠٠ نيوتن. سم

السؤال الثالث

١) ٣ ث كجم

٢) ٣١٧٥٠ ث جم. سم

السؤال الرابع

١) (١٠، ١٠)

مركز الثقل هو $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$

السؤال الخامس

٢) $\sqrt{200} + \sqrt{150}$

الاختبار الخامس

السؤال الأول

١) قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل العمودي

٢) $11 - \sqrt{17} + \sqrt{e}$

٣) ١٣

٤) ٢

٥) أ) يندم متجه مجموع القوى

ب) يندم عزم المجموعة بالنسبة لنقطة واحدة

٦) بنقطة التعليق

السؤال الثاني

١) $\frac{3\sqrt{e}}{5}$

٢) ٥,٤ نيوتن

السؤال الثالث

١) المؤثرة لاسفل مقدارها ٣٢ ث كجم ٢,٥ تقريبا

٢) $24 = \sqrt{e}$

السؤال الرابع

١) ١٢,٥ ث كجم

٢) ٥٥,٧°

السؤال الخامس

١) مركز الثقل هو (٨، ٠)

٢) $11 - \sqrt{e}$

الاختبار السادس

السؤال الأول

١) ٢١

٢) $1 - \sqrt{e}$

٣) ٣٠ ث كجم

٥) ٣٩,٢ متر

ب = ١

٤) ٢٠ جول

٦) ٧,٣٥ م/ث^٢

السؤال الثاني

١) ١٨٠٠ ث. كجم

ج = ٤٩ م/ث^٢

٢) ٦ م/ث^٢

٦,٣٥ نيوتن

السؤال الثالث

١) ٢ سم/ث

و = ٩٦ ث. جرام

٢) ٦٤٠٠ جول

السؤال الرابع

١) ٤٨٠ ث جرام،

٣٠٠ ث. جرام

٢) ٢٠,٨ جول

٣٠ جول

، صفر

ع = ٨,٤٤ م/ث

السؤال الخامس

١) $e = 14$ م/ث

٢) ٥٦,٢,٨ م/ث

م = ١٢٨ كجم. م/ث، م = ٣٦٩٦ كجم. م/ث

الاختبار السابع

السؤال الأول

١) ٦٤ كجم. م/ث

٢) ٢٤,٠١ جول

٣) $20 = \sqrt{e}$

ب = ٢٠

٤) ٢,٤٥ م/ث^٢

٥) م = ١

٦) ٩,٨ م/ث^٢

السؤال الثاني

١) ١٧٦٤٠ جول

٢) ٧ عربات

السؤال الثالث

١) صفر

٢) أولاً: صه = $\sqrt[3]{10}$ ث. جم ثانياً: ف = ٣٣٢,٥ سم

السؤال الرابع

١) المسافة المطلوبة = $19,6 \times 2 + 40 = 79,6$ متر

السؤال الخامس

١) ٣٢ حصان

٢) أولاً: ٣٦,٧٥ جول ثانياً: ١١,٠٢٥ جول

ثالثاً: $\sqrt[3]{70}$ سم/ث

الاختبار الثامن

السؤال الأول

١) ك = ٨ كجم

٢) ٦٠٠ داين

٣) لأسفل ، لأعلى

٤) ٥٠ سم/ث

٥) ٧ م/ث

٦) ٢٤٠,١ جول

السؤال الثاني

١) ك تصل للأرض بأكثر سرعة

ك العمودية تبذل شغلاً أكثر

٢) ١٣٧,٢ جول ، $\frac{1}{5}$ م/ث

السؤال الثالث

١) ١٠ ث. جرام

٢٨٠ سم/ث

٢) ٢٠ م/ث

السؤال الرابع

١) i) ٢٨٠ سم/ث

f) ١٠٠ سم

٢) i) ٤ جول

b) صفر

c) ٢٠ جول

d) صفر

السؤال الخامس

١) ٦٨ جرام. سم/ث

٢) z = ٩,٧٥ م/ث^٢ج = ١,٢٥ م/ث^٢

الاختبار التاسع

السؤال الأول

١) أ = ٩

ب = ٧

٢) ١٦٠ ث. جرام

٣) م = ٢٠٠٠ ث. كجم

٤) ٢٤,٥ كيلوات/ساعة

٥) ٢٠ حصان

٦) $\frac{1}{15}$ حصان

السؤال الثاني

١) م = ٨ ث كجم

و = ٨ + ٢٢ = ٣٠ ث. كجم

٢) ٢٨٠ سم/ث^٢ ش = ٢٢٥ ث. جرام

ك = ١٤٠ جرام

الهابطة ر = ٢٠٠ ث. جرام

الصاعدة ر = ١٨٠ ث. جرام

السؤال الثالث

١) أولاً: ١٤ م/ث

ثانياً: $\frac{21}{1}$ كجم. م/ث

٢) ع = ١٤ م/ث

السؤال الرابع

١) ع = $\frac{21}{5}$ م/ث

م = ٤,٢ نيوتن

ن = ٥ ثانية

٢) ج = ٤ م/ث^٢

ك = ٧٠ كجم

السؤال الخامس

١) ع = ٢٧ كم/س

٢) الشغل الكلي = ١٤,٧ جول

ع = ٣,٣٥ م/ث

الاختبار العاشر

السؤال الأول

- ١) 3750 ث. كجم ٢) 3 م/ث
 ٣) 280 سم/ث ٤) 3600 جول
 ٥) 4 حصان
 ٦) 120000 جم.سم/ث

السؤال الثاني

- ١) أولاً: ب = ٣ أ = ١

ثانياً: 960 جول

- ٢) ج = 70 سم/ث^٢ ، المسافة الرأسية = 35 سم

السؤال الثالث

- ١) 39 كم/س ٢)

السؤال الرابع

- ١) $5,6$ م/ث ، م = 4600 ث/كجم
 ٢) $12,25$ م/ث

السؤال الخامس

- ١) أ) ج = 7 سم/ث^٢ ب) $\frac{57}{34}$
 ٢) ك = 20 كجم ، ر = 16 ث. كجم