دولة ليبيا
وزارة التربية والتعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الفيزياء

الجزء الثاني (الميكانيكا)

للسنة الثالثة
بمرحلة التعليم الثانوي
(القسم العلمي)

1435 - 1436 هـ
2014 - 2015 م

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرس

الفصل الأول: تحليل القــوى

1.1 التحليل أفقياً ورأسياً 9
2.1 القوى المائلة 10
تمارين A-1 14
3.1 بعض العلاقات المثلثية المفيدة 17
4.1 التحليل في اتجاهات أخرى 18
تمارين B-1 22
تمارين متنوعة 25

الفصل الثاني: الاحتكاك

1.2 الخواص الأساسية لقوة الاحتكاك 29
2.2 حد الاحتكاك 32
3.2 بعض التجارب 36
4.2 الحركة والاحتكاك 38
تمارين A-2 39
5.2 مسائل تحتوي الاحتكاك 40
تمارين B-2 45

الفصل الثالث: الحركة بفعل الجاذبية

1.3 الأجسام الساقطة من ارتفاع 47
تمارين A-3 49
2.3 الأجسام المقذوفة إلى أعلى 50
تمارين B-3 52
3.3 الحركة على مستوى مائل 57
4.3 الحركة الراسية بالمقاومة الهوائية 60
تمارين C-3 63

الفصل الرابع: قانون نيوتن الثالث

1.4 أزواج القوى 67
قوى الاتصال العمودية 68
قوى الاحتكاك 69
قوى الجاذبية 70
2.4 استخدام قانون نيوتن الثالث في الحسابات 70
تمارين A-4 74
3.4 الخيوط والحبال والسلاسل والكبلات 76
4.4 الأوتاد والبكرات 78
5.4 طرق تبسيط الحسابات 82
تمارين B-4 83
6.4 القوى الداخلية والخارجية 84
تمارين C-4 88

الفصل الخامس: الشغل والطاقة والقدرة

1.5 معادلة الشغل – الطاقة 89
2.5 بعض التعميمات 91
3.5 الحركة في خط منحن 92
تمارين A-5 93
4.5 القدرة 94
5.5 القدرة والقوة والسرعة 96
تمارين B-5 97

الفصل السادس: طاقة الوضع

1.6 تعبير آخر للشغل 99
2.6 ثلاث مسائل وجواب واحد 101
3.6 القوى المحافظة والقوى غير المحافظة 102
4.6 بقاء الطاقة 103
تمارين A-6 106
5.6 تطبيقات على الأنظمة المرتبطة مع بعضها البعض 107
6.6 تضمين القوى غير المحافظة في المعادلة 108
تمارين B-6 109

الفصل السابع: القوة ككمية متجهة

1.7 توحيد القوى هندسياً 111
2.7 تحليل القوة إلى مركبات 113
تمارين 7-A 114
3.7 توحيد القوى بواسطة المركبات المتعامدة 116
4.7 تحليل القوى جبرياً 118
تمارين 7-B 118
5.7 الاتزان 119
تمارين 7-C 123

الفصل الثامن: الحركة العامة في خط مستقيم

1.8 السرعة والعجلة 127
2.8 الإزاحة والسرعة 128
تمارين 8-A 130
3.8 المسألة العكسية 132
4.8 قانون العجلة الثابتة 132
تمارين 8-B 133

الملاحق: إجابات التمارين الواردة في الكتاب

أولاً: إجابات الفصل الأول: تحليل القوى 135
ثانياً: إجابات الفصل الثاني: الاحتكاك 137
ثالثاً: إجابات الفصل الثالث: الحركة بفعل الجاذبية 137
رابعاً: إجابات الفصل الرابع: قانون نيوتن الثالث 138
خامساً: إجابات الفصل الخامس: الشغل والطاقة والقدرة 140
سادساً: إجابات الفصل السادس: طاقة الوضع 140
سابعاً: إجابات الفصل السابع: القوة ككمية متجهة 141
ثامناً: إجابات الفصل الثامن: الحركة العامة في خط مستقيم 142

1 Resolving forces

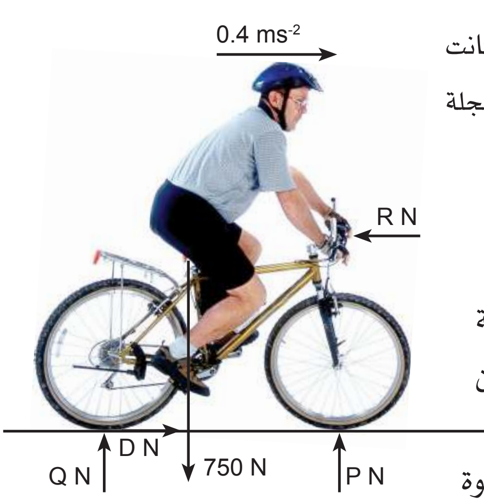
الفصل الأول:

تحليل القوى

يتناول هذا الفصل تأثير جميع القوى على الجسم، والتي تتضمن القوى التي لا تكون أفقية ولا عمودية، وعند الانتهاء من دراسته يجب أن:

- تفهم فكرة تحليل القوى في أي اتجاه.
- تعرف كيف تجد الجزء المحلل من القوى في الاتجاه المعطى.
- تكون قادراً على حل مسائل من خلال التحليل في اتجاهات مختلفة.

1.1 التحليل أفقياً ورأسياً (Resolving horizontally and vertically)



الشكل (1.1)

افرض أن راكب دراجة بدأ الحركة من سكون وتسارع بمعدل ($0.4m/s^2$) وكانت الكتلة الكلية للدراجة وراكبها تساوي (75kg)، وحيث أن راكب الدراجة والدراجة تحركا بعجلة واحدة فيمكن اعتبارهما جسم واحد.

فما هي القوى المؤثرة على هذا الجسم ؟

بشكل واضح هناك قوة تقود الدراجة إلى الأمام والتي نتجت بقبضة العجلة الخلفية على الطريق ولنرمز لها بـ(D)، لربما هناك بعض المقاومة للهواء (R) وهي التي ستكون صغيرة بالمقارنة بالقوة الدافعة، وفي نموذج مُبسط ربما تقرر إهمالها.

وهناك أيضاً الوزن الكلي للدراجة وراكبها وهي (750 N) والتي تكون عكس قوة الاتصال العمودية المؤثرة على العجلتين الأمامية والخلفية (p)و(Q) على التوالي.

ويوضح الشكل (1.1) جميع هذه القوى والعجلة في رسم تخطيطي واحد.

عندما تتعرض إلى مسألة تتضمن قوى وعجلة يلزم البدء برسم تخطيطي لكل القوى والعجلة ويمكن الحصول على معادلتين للقوى، واحدة تستخدم قانون نيوتن الثاني للحركة في الاتجاه الأفقي والآخرى تنص على أن القوى الرأسية في اتزان، وهاتين المعادلتين هما:

$$D - R = 75 \times 0.4 \longrightarrow 1$$

$$P + Q - 750 = 0 \longrightarrow 2$$

كتابة المعادلات بهذه الصورة يُسمى تحليل، حيث المعادلة الأولى هي تحليل في الاتجاه الأفقي والثانية تحليل في الاتجاه الرأسي، وهناك طريقة مختصرة للكتابة هي R (→)، R (↑) وعليه يمكنك كتابة معادلتي الدراج (سائق الدراجة) كالتالي:

$$R(\rightarrow) \quad D - R = 75 \times 0.4$$

$$R(\uparrow) \quad P + Q - 750 = 0$$

عندما تكتب معادلة تحليلية، يجب عليك توضيح ذلك إما بالكلام أو باستخدام طريقة الاختزال R (→) والتي تبين الاتجاه المختار.

ويمكنك كتابة معادلة الاتزان R (↑) على الصورة

$$P + Q - 750 = 0$$

أو

$$P + Q = 750$$

والاصطلاح هو أن نرسم السهم الذي يمثل الاتجاه في الجانب الأيسر للمعادلة، أما إذا كنت تستخدم قانون نيوتن الثاني فمن الأفضل أن تضع كل القوى في الطرف الأيسر وتضع (ma) بمفردها في الطرف الأيمن.

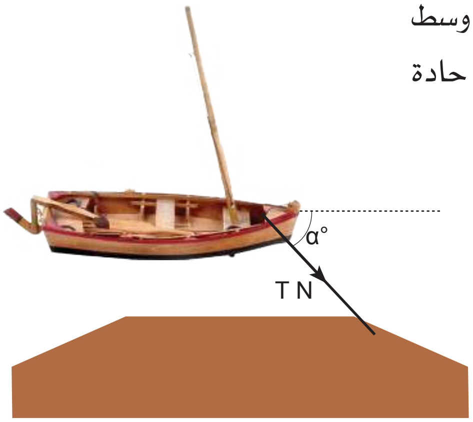
2.1 القوى المائلة (Forces at an angle)

حتى الآن تعاملنا مع القوى الأفقية أو العمودية ولكن في بعض الأحيان تؤثر القوى على الأجسام بزاوية.

افترض أنك كنت في قارب نزهة مع صديقك وعندما توجه القارب إلى رصيف الميناء وتوقف محرك القارب قفز صديقك إلى الرصيف وجذب القارب بحبل، والشكل (2.1) يوضح صورة جوية للحالة، افترض أن الشد في الحبل أفقياً ومقداره (T).

ولأسباب واضحة لا يمكن توجيه الحبل على استقامة القارب، وحيث أن الشد في

الحبل يحرك القارب إلى الأمام فلا يمكن أن يكون في اتجاه عمودي على خط وسط القارب (الخط المتقطع في الشكل 2.1). وعليه يكون اتجاه الشد يصنع زاوية حادة $(\alpha°)$ مع خط وسط القارب.



الشكل (2.1)

والآن كم يكون تأثير الشد في الاتجاه الأمامي؟

الإجابة تعتمد على قيمة كل من الشد (T) والزاوية (α). فإذا كانت قيمة $(\alpha=0°)$ كان التأثير الأمامي يساوي قيمة الشد (T) أما إذا كانت قيمة $(\alpha=90°)$ كان التأثير الأمامي يساوي صفراً، لذلك عندما تكون قيم (α) بين (0) و(°90) يكون التأثير الأمامي (rT) حيث تكون قيمة (r) بين (1) و(0) ومقدارها يعتمد على قيمة الزاوية.

ويمكن توضيح العلاقة بين (r) و(α) من خلال بعض التجارب والتي تبين أن

$$r = \cos\alpha$$

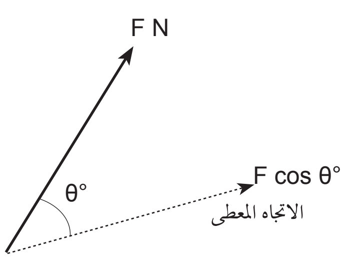
ويمكنك ملاحظة هذه العلاقة مع ما تم تناوله في الجزء ما قبل الأخير عندما $\alpha=0°$ يكون التأثير الأمامي:

$$(\cos 0°) \times (T) = 1 \times (T) = T\ N$$

أما عند $\alpha = 90°$ يكون التأثير الأمامي $(\cos 90°)\times(T) = 0$

بين (°0) و (°90) تكون قيمة $(\cos\ \alpha)$ بين (1) و(0)

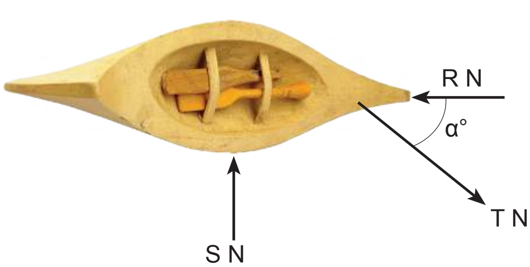
يمكنك وضع هذا في قاعدة عامة وهي موضحة في الشكل (3.1).



الشكل (3.1)

إذا صنعت قوة (F) زاوية $(\theta°)$ مع اتجاه معين يكون تأثيرها في هذا الاتجاه مساوياً لـ $(F \times \cos\theta)$ ويسمى هذا الجزء المحلل للقوة في الاتجاه المعين (مركبة القوة).

ويمكن الآن كتابة معادلات الحركة للقارب بفرض أن القارب تحرك بسرعة ثابتة موازياً للمرسى، هناك مقاومة من الماء للحركة الأمامية (R) وقوة (S) لمنع القارب من الحركة الجانبية ويوضح الشكل (4.1) القوى الثلاث المؤثرة على القارب.



الشكل (4.1)

ويمكن الآن تحليل القوى في الاتجاه الموازي والاتجاه العمودي لخط القارب.

الشكل (5.1)

R (∥ لخط القارب)

$$T \cos \alpha° - R = 0$$

يصنع الحبل زاوية $(90 - \alpha°)$ مع الاتجاه الجانبي عليه (خط القارب ⊥) R.

$$T \cos (90 - \alpha)° - S = 0$$

لاحظ أن هناك قوة رأسية تؤثر على القارب، وهي وزنه إلى أسفل

وقوة الطفو إلى أعلى والتي يمكن توضيحها في رسم منفصل شكل (5.1).

مثال 1.2.1

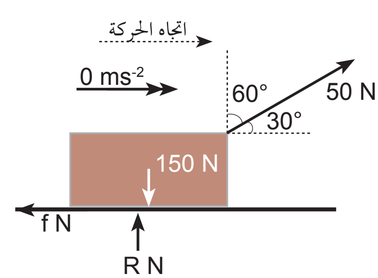
سُحب صندوق كتلته (15 kg) على أرضية بسرعة ثابتة (1.2m/s) بواسطة حبل يصنع زاوية قدرها (30°) مع الاتجاه الأفقي وكان الشد في الحبل (50 N). احسب قوة الاحتكاك المقاومة للحركة وقوة الاتصال العمودية من الأرضية.

يوضح الشكل (6.1) القوى الأربع المؤثرة على الصندوق قوة الاحتكاك (f) ووزن الصندوق (150 N)، والشد الذي يصنع زاوية (30°) مع الأفقي و(60°) مع الرأسي، ورد فعل الأرض R (قوة الاتصال العمودية).

حيث إن الصندوق يتحرك بسرعة ثابتة فلا نحتاج إلى رسم السرعة لأن العجلة = 0

$$R(\rightarrow) \quad 50 \cos 30° - f = 15 \times 0 \quad \longrightarrow \quad (1)$$

$$R(\uparrow) \quad R + 50 \cos 60° - 150 = 0 \quad \longrightarrow \quad (2)$$



الشكل (6.1)

من المعادلة رقم (1)

$$f = 50 \cos 30° = 43.3\ N$$

ومن المعادلة رقم (2)

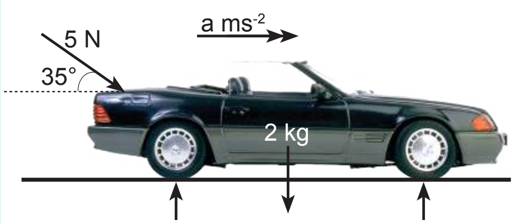
$$R = 150 - 50 \cos 60° = 125\ N$$

وعليه تكون قوة الاحتكاك تساوي (43 N) تقريباً وقوة الاتصال العمودية (125 N).

لاحظ هنا أن قوة الاتصال العمودية أقل من وزن الصندوق لأن الشد في الحبل يساعد في دعم الوزن.

مثال 2.2.1

يدفع طفل عربة صغيرة كتلتها (2 kg) على الأرض بقوة مقدارها (5 N) تصنع زاوية (35°) مع الأفقي وبإهمال القوى المقاومة أوجد عجلة العربة.



الشكل (7.1)

يوضح الشكل (7.1) جميع القوى والعجلة (a)

$$R\ (\rightarrow) \qquad 5\cos 35^\circ = 2a$$

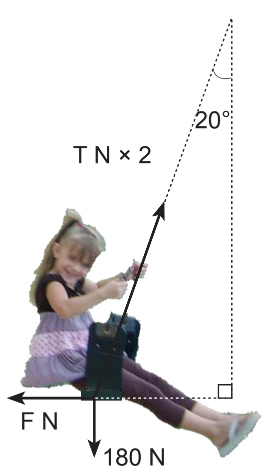
$$\therefore \quad a = \frac{5\cos 35^\circ}{2} = 2.04\ m/s^2$$

أي أن عجلة العربة ($2\ m/s^2$) تقريباً.

مثال 3.2.1

رُبِطت طفلة صغيرة في مقعد أرجوحة مدعومة بواسطة حبلين ولكي تبدأ الحركة جذبها والدها إلى الخلف قليلاً بقوة أفقية بحيث صنع الحبلان زاوية قدرها (20°) مع الرأسي فإذا كانت كتلة الطفلة والأرجوحة (18 kg). احسب الشد في كل حبل وقوة جذب والدها قبل بدء الحركة.

لنفرض أن الشد في كل حبل (T) وقوة جذب الوالد (F). هذه القوى مع الوزن (180 N) موضحة في شكل (8.1).



الشكل (8.1)

تكون القوى في حالة اتزان

$$R\ (\rightarrow) \qquad F = 2T\cos 70^\circ \qquad \longrightarrow \quad (1)$$

$$R\ (\uparrow) \qquad 2T\cos 20^\circ = 180 \qquad \longrightarrow \quad (2)$$

من المعادلة رقم (2)

$$T = \frac{180}{2 \cos 20°} = 95.7\ N$$

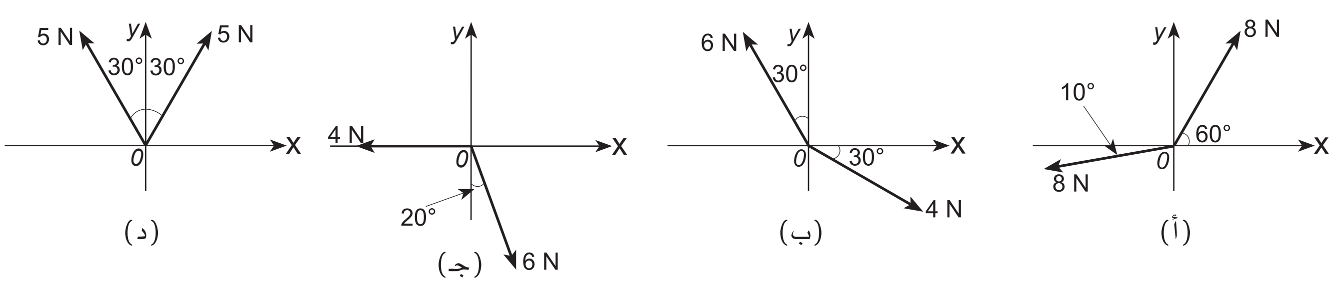
وبالتعويض في المعادلة رقم (1)

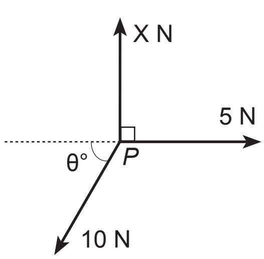
$$F = 2 \times (95.7)\ \cos 70°$$
$$= 65.5\ N$$

يؤثر على حبل الأرجوحة بقوة شد (96 N) تقريباً، يجذب الوالد الأرجوحة بقوة أفقية مقدارها (66 N) تقريباً.

تمارين 1 – A

1. أوجد تحليل الأجزاء لكل القوى الموضحة في الأشكال التالية في الاتجاه (ox)،(oy).





2. تؤثر ثلاث قوى في مستوى على جسيم (p) متزن كما هو موضح في الشكل. بالتحليل في اتجاه القوة (5 N). احسب قيمة الزاوية وبالتحليل في اتجاه (X N) أحسب قيمة القوة X.

3. تُجذب لعبة كتلتها (1.8 kg) على سطح أفقي بواسطة سلك يصنع زاوية قدرها (30°) مع الأفقي، فإذا كانت قوة الشد في السلك تساوي (6 N) ولا توجد قوة تعوق الحركة احسب عجلة اللعبة.

4. تُجذب سلة ملابس كتلتها (5 kg) بسرعة ثابتة في ممر بواسطة حبل يصنع زاوية

قدرها (20°) مع الأفقي، فإذا علمت أن مقدار قوة الاحتكاك (33 N) أوجد قوة الشد في الحبل.

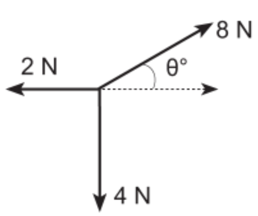
5. تُسحب عربة كتلتها (750 kg) على طريق أفقي بعجلة ($0.8\ m/s^2$) بواسطة عربة جر وكان ذراع التوصيل يميل بزاوية قدرها (40°) مع الأفقي، فإذا كان الشد في هذا الذراع يساوي (1000 N). احسب مقدار القوة المقاومة لحركة العربة.

6. تدفع عربة كتلتها (850 kg) بقوة (TN) تميل بزاوية (25°) مع الأفقي وتُشد أيضاً بقوة أفقية قدرها (283 N)، وتوجد قوة قدرها (600 N) تقاوم الحركة بحيث تتحرك السيارة بسرعة ثابتة. أوجد قوة الدفع (T) وقوة الاتصال العمودية من الطريق.

7. يستقر جسم (P) كتلته (4 m kg) على طاولة أفقية أثرت عليه قوة قدرها (50 m N) بزاوية حادة (θ°) مع الأفقي فإذا كان ($\tan \theta° = \frac{3}{4}$) ومقدار مقاومة الحركة (20 m N)، أوجد العجلة التي يتحرك بها الجسم (P) بدلالة m ثم أوجد مقدار قوة الاتصال العمودية على الجسم (P) من الطاولة.

8. يدفع المتسوق عربة السوق في خط مستقيم نحو سيارته بقوة مقدارها (20 N) في اتجاه إلى أسفل بزاوية قدرها 15° مع الأفقي فإذا كانت عجلة العربة ($2.4\ m/s^2$) احسب كتلة العربة ثم احسب قوة الاتصال العمودية على العربة بواسطة الأرض.

9. مصباح مدعوم في حالة توازن بسلسلتين ثبتتا إلى نقطتين (A) و(B) في نفس المستوى وكان طولهما (0.3 m) و(0.4 m) والمسافة بينهما (0.5 m) فإذا علمت أن الشد في السلسلة الطويلة (36 N). بيّن بالتحليل الأفقي أن الشد في السلسلة القصيرة (48 N). وبالتحليل الرأسي أوجد كتلة المصباح.



10. يوضح الشكل المرفق ثلاث قوى أفقية تؤثر على جسم كتلته (4 kg)، فإذا علمت أن الجسم تحرك في اتجاه الخط المتقطع. بيّن أن (θ = 30°)، ثم أوجد مقدار العجلة التي يتحرك بها الجسم.

11. يُجر متزلج كتلته (90 kg) على الماء عن طريق حبل متصل بقارب سريع ويصنع

زاوية (20°) مع الأفقي في خط مستقيم وموازياً لسطح الماء بعجلة قدرها $(1.2\ m/s^2)$ وكان الشد في الحبل $(250\ N)$. احسب مقدار القوة الرأسية المؤثرة على المتزلج وقوة مقاومة الهواء.

12. تُجر لعبة طفل كتلتها $(5\ kg)$ على سطح الأرض بسلك يصنع زاوية (30°) مع الأفقي وبمقدار شد(TN).أوجد مقدار قوة الاتصال العمودية بين اللعبة وسطح الأرض بدلالة (T) وبيّن أنها لا يمكن أن تزيد عن $(100\ N)$.

13. تستقر قطعة خشبية كتلتها $(4.5\ kg)$ على سطح طاولة أثرت عليها قوة مقدارها $(35\ N)$ في اتجاه يصنع زاوية (θ°) مع الأفقي ولم تحركها، فإذا علمت أن قوة الاتصال العمودية بين القطعة والطاولة مقدارها $(30\ N)$.

احسب: أ) قيمة الزاوية (θ°).

ب) قوة الاحتكاك المؤثرة على القطعة.

14. تُدفع حاوية كتلتها $(35\ kg)$ على ساحة أفقية بقوة $(130\ N)$ في الاتجاه الأسفل بزاوية (30°) مع الأفقي ضد قوة احتكاك قدرها $(60\ N)$، احسب عجلة الحاوية ومقدار قوة الاتصال العمودية بين الحاوية وسطح الأرض.

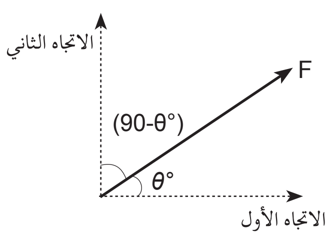
15. قرر طالب أن يقيس عجلة القطار الذي يركبه، حيث علق طرد كتلته $(2\ kg)$ في سقف العربة بواسطة سلك، وقاس الزاوية التي يصنعها السلك مع العمودي وعندما كان القطار متحرك بعجلة ثابتة $(a\ m/s^2)$ وجد أن قيمة الزاوية (8°) أوجد عجلة القطار (a).

16. تُسحب قطعة خرسانية كتلتها (m) إلى أعلى عن طريق حبلين بسرعة ثابتة، يميل أحد الحبلين بزاوية (10°) مع الرأسي وكان الشد فيه $(2800\ N)$ والشد في الحبل الآخر $(2400\ N)$. أوجد الزاوية التي يميل بها الحبل الثاني على الرأسي ثم أوجد كتلة الخرسانة (m).

17. يُجَرُّ مركب كتلته 4 أطنان في خط مستقيم بواسطة قاربين بعجلة قدرها $(0.6\ m/s^2)$ فإذا كان الشد في حبل السحب الأول $(1800\ N)$ وفي الحبل الثاني $(1650\ N)$ وكانت قيمة الزاويا التي يصنعها الحبلين مع اتجاه الحركة (20°) و(x°) على التوالي. أوجد قيمة الزاوية (x°) ومقاومة الحركة للمركب.

18. يَجُرُّ رجل جسماً كتلته (40 kg) على سطح أفقي بقوة (140 N) تميل على الأفقي بزاوية قدرها(30°) وتدفع ابنته بقوة (50 N) في الاتجاه الأسفل بزاوية (10°) مع الأفقي فإذا كان الجسم يتحرك بسرعة ثابتة. احسب قوة الاحتكاك (F) وقوة الاتصال العمودية بين الجسم والأرض (R) ووضح أن النسبة (F:R) تقع بين (0.50 و 0.51).

3.1 بعض العلاقات المثلثية المفيدة (Some ueaseful trigonometry)



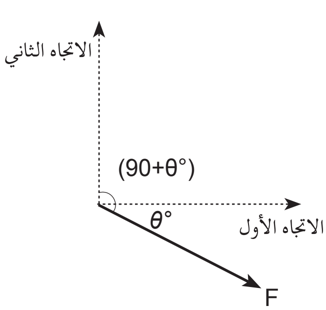
الشكل (9.1)

إذا قمت بتحليل قوة (F) والتي تصنع زاوية (θ°) مع أحد الاتجاهات المتعامدة تكون في اتجاه يصنع زاوية (90 - θ°) مع الأخرى (انظر إلى الشكل (9.1) وبذلك تكون مركبة القوة (F cos θ°) مع الاتجاه الأول، وتكون مركبة القوة (F cos (90 - θ°) مع الاتجاه الثاني.

في بعض الأحيان تكون الزاوية (90 + θ°) كما في شكل (10.1) بدلاً من (90 - θ°)، في هذه الحالة يمكن كتابة:

$$\cos (90 + \theta)^\circ = -\sin\theta^\circ$$

ويكون الجزء المحلل من القوة هو (- F sin θ°)



الشكل (10.1)

هناك نتيجة أخرى مهمة وهي ($\frac{\sin \theta^\circ}{\cos \theta^\circ} = \tan \theta^\circ$) وعلى سبيل المثال يمكن توضيح ذلك كما رأينا في المثال (3.2.1) أنه يمكن كتابة المعادلة رقم (1)

$$(F = 2\,T \sin 20^\circ)$$

وأن المعادلة (2) يمكن كتابتها كالتالي:

$$2\,T = \frac{180}{\cos 20^\circ}$$

وبالتعويض عن (2T) في المعادلة (1) نجد أن:

$$F = \left(\left(\frac{180}{\cos 20^\circ}\right) \sin 20^\circ\right) = 180 \tan 20^\circ$$

ومنها نحصل على قيمة F = 65.5 N دون التطرق إلى حساب قيمة الشد (T)

4.1 التحليل في اتجاهات أخرى (Resolving in other directions)

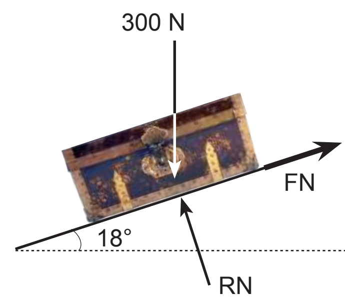
يمكنك اختيار الاتجاهات المناسبة لكتابة المعادلات وليس بالضرورة الاتجاهين الأفقي والرأسي وهذا يكون ملائماً عندما يوضع الجسم على مسار يميل على الأفقي بزاوية.

مثال 1.4.1

يستقر صندوق كتلته (30 kg) على سطح يميل بزاوية قدرها (18°) مع الأفقي ويمنع الاحتكاك الصندوق من الانزلاق على السطح . أوجد قوة الاحتكاك وقوة الاتصال العمودية.

الحل:

لنفرض أن قوة الاحتكاك (F) وقوة الاتصال العمودية (R) كما في الشكل (11.1) لاحظ إن قوة الاتصال العمودية ليست رأسية ولكنها عمودية على مستوى السطح وأبسط اتجاه يمكن اختياره للتحليل هو الاتجاه الموازي للسطح والاتجاه العمودي عليه ولأجل ذلك تحتاج لإيجاد قيمة الزاوية (x°) والزاوية (y°) والموضحتين في الشكل (12.1) ومن السهل ملاحظة أن:



الشكل (11.1)

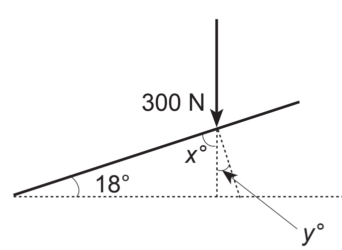
$$x° = 90 - 18 = 72°$$

$$y° = 90 - X = 90 - 72 = 18°$$

R (للسطح ‖) $\quad F - 300 \cos x° = 0$

R (السطح ⊥) $\quad R - 300 \cos y° = 0$

أي أن:



الشكل (12.1)

$$F = 300 \cos 72°$$

$$F = 92.7\ N$$

و $R = 300 \cos 18° = 285.3\ N$

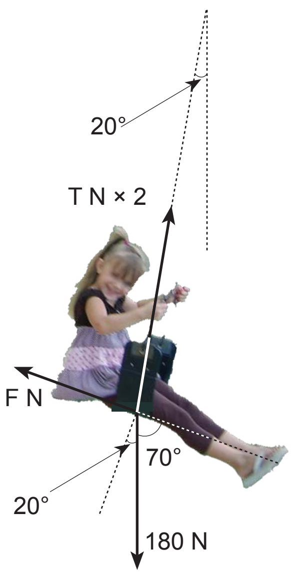
وعليه تكون قوة الاحتكاك تقريباً (93 N) وقوة الأتصال العمودية (285 N).

مثال 2.4.1

كرر حل المثال (3.2.1) إذا جذب والد الطفلة الأرجوحة في اتجاه عمودي على الحبل بدلاً من الاتجاه الأفقي.

الحل:

يوضح الشكل (13.1) الرسم التخطيطي للقوى، لاحظ اختلاف الشكل بعض الشيء عن المثال السابق إلا أن القوى الثلاث لها نفس العلاقة كما في الشكل (11.1) وهذا يلائم أن يجرى التحليل كما في المثال (1.4.1) أي في الاتجاه العمودي على الحبل.



الشكل (13.1)

R (⊥ الحبل) $F = 180 \cos 70° = 61.6\ N$

R (II للسطح) $2T = 180 \cos 20°$

$T = 90 \cos 20° = 84.6\ N$

لذلك يجب على الوالد أن يجذب الأرجوحة بقوة (62 N) تقريباً ويؤثر كل حبل على الأرجوحة بقوة (85 N) تقريباً.

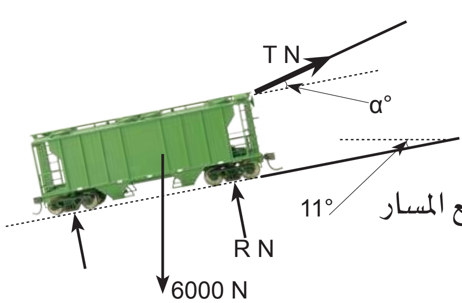
مثال 3.4.1

تستقر عربة سكة على أرضية مقطع حجارة يميل بزاوية (11°) مع الأفقي إلى جانب منحدر فإذا كانت كتلة العربة (600 kg) عندما تكون مملوءة بالحجارة وهي ممنوعة من الانحدار بواسطة حبل من سيارة أعلى المنحدر كما هو موضح في الشكل (14.1) ولا يجب أن تزيد قوة الشد في الحبل عن (1600 N) ولأجل السلامة أوجد ما يلي:

أ. أكبر زاوية يسمح للحبل أن يصنعها مع المسار.

ب. أقل قوة اتصال عمودية على العربة.

الحل:



الشكل (14.1)

أ. القيمة القصوى لوزن العربة (6000 N) وإذا كانت الزاوية (α) للحبل مع المسار وكان الشد في الحبل (T)

R (II للمسار) $T \cos \alpha° = 6000 \cos 79°$

$\cos \alpha° = \dfrac{6000 \cos 79°}{T}$ والشرط أن $T \le 1600\ N$

يعني أن:

$$\cos \alpha° \ge \frac{6000 \cos 79°}{1600} = 0.715$$

وعليه تكون $\alpha^\circ \leq 44.3^\circ$

أي أن الحبل يجب أن يوضع بزاوية لا تزيد قيمتها عن (44°) مع المسار.

ب. قوة الاتصال العمودية على العجلات R N

$$R \;(\perp \text{المسار})\quad R + T\cos(90-\alpha)^\circ = 6000\cos 11^\circ$$

بما أن $\cos(90-\alpha)^\circ = \sin\alpha^\circ$

$$R = 6000\cos 11^\circ - T\sin\alpha^\circ$$

$$R = 5889.7 - T\sin\alpha^\circ$$

أقصى قيمة للشد ($1600\ N$)، وكذلك أقصى قيمة للزاوية ($\alpha = 44.3^\circ$)

عليه تكون أقل قيمة لقوة الاتصال العمودية هي

$$R = 5889.7 - 1600\sin 44.3 = 4772\ N$$

عليه لا تكون قوة الاتصال العمودية في أي حال أقل من ($4772\ N$)

والمثال الأخير يأخذ صورة تجربة يمكنك عملها لتوضح أن جزء تحليل القوة F التي تصنع زاوية θ° يكون ($F\cos\theta^\circ$) والذي يمكن أن يكون مطبقاً بشكل ملائم في الملاعب الرياضية المزودة بالقضبان الحائطية الأفقية وتحتاج أيضاً إلى نموذج لسكة حديدية طولية مثبتة على لوح خشبي وتحتاج إلى عربة صغيرة تكون محملة لجعلها ثقيلة بقدر الإمكان وهذا يقلل من تأثير قوة المقاومة وتحتاج إلى تثبيث أقواس على اللوح الخشبي والذي يمكن أن يعلق على الحائط وبذلك يمكن تغيير نهاية ارتفاع اللوح الخشبي.

مثال 4.4.1

مسار طوله (d) متبث أحد أطرافه على ارتفاع (h) عن سطح الأرض والطرف الآخر عند سطح الأرض وضعت عربة عند الطرف العلوي للمسار وتركت تتحرك أسفل المسار حرة.

اثبت أن الزمن اللازم (t) لكي تصل العربة لأسفل المسار يحقق المعادلة

$$\frac{1}{T^2} = \left(\frac{g}{2d^2}\right) h$$

يوضح الشكل (15.1) العربة عند موضع في مسار حركتها على المسار الذي يميل بزاوية ($\theta°$) مع الأفقي، وزن العربة (mg) وعجلتها ($a\ \frac{m}{s^2}$)

$mg\cos(90-\theta)° = ma$ (إلى أسفل المسار) R

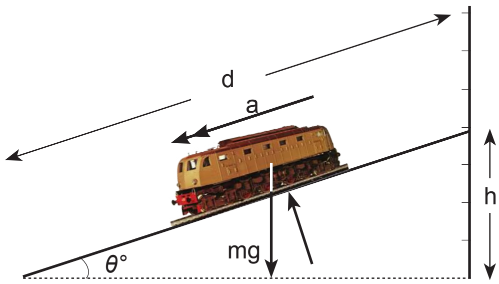
حيث إن: $\cos(90-\theta)° = \sin\theta$

والذي يغير $mg\sin\theta° = ma$

$$a = g\sin\theta°$$

وكذلك: $\sin\theta° = \frac{h}{d}$

$$a = \frac{gh}{d}$$



الشكل (15.1)

والزمن اللازم للعربة لكي تقطع المسافة من أعلى المسار إلى أسفله يمكن الحصول عليه باستخدام معادلة الحركة بعجلة ثابتة

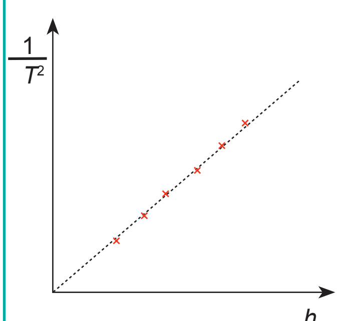
$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \qquad u = 0 \qquad a = \frac{gh}{d}$$

$$s = \left(\frac{gh}{2d}\right)t^2, \quad s = d \quad t = T \quad d = \left(\frac{gh}{2d}\right)T^2$$

والتي يمكن إعادة ترتيبها : $\frac{1}{T^2} = \left(\frac{g}{2d^2}\right)h$

ويرجع السبب في وضع هذه المعادلة بهذه الصورة إلى العلاقة بين المتغيرين (h) و(T) في التجربة ويمكن تغيير قيمة (h) وإيجاد قيمة (T)، أما قيمة الكميات الأخرى (g)و(d) تبقى ثابتة.

يمكن رسم العلاقة بين (h) و($\frac{1}{T^2}$) كما هو موضح في الشكل (16.1). فإذا كانت النظرية صحيحة فإن النقاط يجب أن تقع على خط مستقيم يمر بنقطة الأصل.

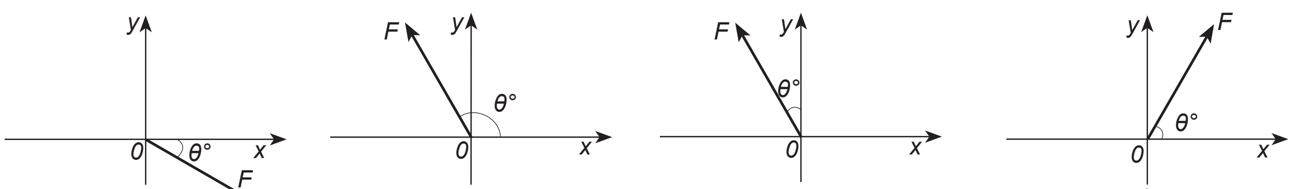


الشكل (16.1)

وهناك نتيجة أخرى يمكن الحصول عليها من التجربة، حيث يمثل ميل الخط المستقيم المقدار ($\frac{g}{2d^2}$)، حيث إن قيمة (d) طول المسار معروفة فيمكن تقدير قيمة عجلة الجاذبية الأرضية (g).

تمارين B – 1

1. حلل القوى الموضحة في الأشكال التالية في الاتجاهات OX ،OY على التوالي بدلالة F و $\theta°$.



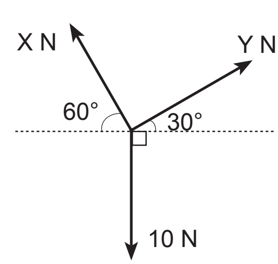
(د) (ج) (ب) (أ)

2. تركت كتلة خشبية قدرها (4 kg) لتتحرك من السكون على مستوى مائل بزاوية (30°) مع الأفقي وبفرض لا وجود للاحتكاك. احسب عجلة الكتلة الخشبية وسرعتها بعد أن تقطع مسافة قدرها (3m) .

3. تتحرك سيارة كتلتها (850 kg) بعجلة قدرها ($0.3 m/s^2$) على طريق يميل بزاوية قدرها (12°) مع الأفقي وهناك قوة مقاومة للحركة مقدارها (250 N). احسب مقدار القوة المحركة للسيارة.

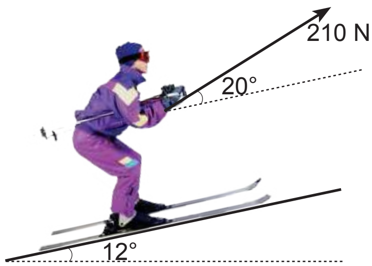
4. تتحرك دراجة كتلتها (60 kg) إلى أسفل منحدر يميل بزاوية قدرها (6°) مع الأفقي وبفرض لا وجود لمقاومة الحركة. احسب العجلة إلى أسفل المنحدر وبيّن أن سرعتها تزيد من (4 m/s) إلى (16 m/s) عندما تقطع مسافة قدرها (117 m).

5. يُجَر كيس كتلته (8 kg) على حافة مستوى يميل بزاوية (20°) مع الأفقي بواسطة قوة قدرها (45 N) تؤثر في اتجاه موازياً للمستوى، فإذا كانت قيمة العجلة للكيس ($1.4 m/s^2$) فأوجد قوة الاحتكاك.



6. يتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى والموضحة في الشكل المرفق وبالتحليل في اتجاه القوة (Y N). بيّن أن Y = 5 N احسب قيمة (X) .

7. يستقر صندوق كتلته (6 kg) على مستوى مائل بزاوية قدرها (20°) مع الأفقي بواسطة قوة أفقية (F). أوجد مقدار هذه القوة ثم احسب مقدار قوة الاتصال العمودية المؤثرة على الصندوق.



8. يُجر متزلج كتلته (78 kg) بسرعة ثابتة إلى أعلى منحدر زاويته (12°) بواسطة قوة مقدارها (210 N) تؤثر إلى أعلى بزاوية (20°) مع المنحدر (انظر إلى الشكل المرفق). أوجد قوة الاحتكاك وقوة الاتصال العمودية المؤثرة على المتزلج.

9. وضع جسم وزنه (10 N) على مستوى أملس يميل بزاوية قدرها (35°) مع الأفقي. أوجد مقدار القوة اللازمة للمحافظة على الجسم في اتزان إذا ما أثرت هذه القوة في:

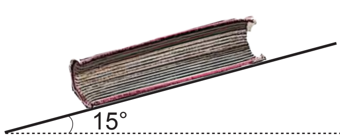
أ) اتجاه يوازي المستوى.

ب)- اتجاه أفقي.

جـ)- اتجاه إلى أعلى يصنع زاوية (25°) مع اتجاه المستوى.

ثم اذكر بدون حسابات الحالات الثلاث التي تكون لها قوة اتصال عمودية أكبر.

10. غطاء منضدة متمحور على طول حافتها بحيث يمكن تحريكه إلى زوايا مختلفة مع الأفقي، وضع كتاب كتلته (1.8 kg) على غطاء المنضدة وكان الغطاء يميل بزاوية(15°) مع الأفقي، كما هو موضح في الشكل أوجد قوة الاحتكاك علماً بأن الكتاب لم يتحرك.



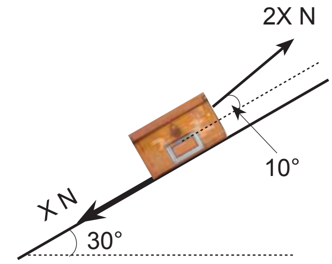
عندما بدأ غطاء المنضدة يميل بزاوية أكبر(θ°) تحرك الكتاب فإذا كانت القيمة القصوى لقوة الاحتكاك هي (8.45 N). أوجد القيمة القصوى للزاوية (θ°) والتي تحافظ على الاتزان.

وإذا ما أمسك الكتاب لكي يبقى ساكناً، وحرّك غطاء المنضدة بزاوية (40°) مع الأفقي، ثم ترك الكتاب عندها. أوجد عجلة الكتاب إلى أسفل غطاء المنضدة بفرض أن قوة الاحتكاك تؤثر بأقصى قيمة لها.

11. عُلقت كرة معدنية وزنها 500N في نقطة ثابتة بواسطة سلسلة، ثم سُحبت الكرة أفقياً بقوة قدرها (250N) واتزنت الكرة بعد أن صنعت السلسلة زاوية (θ°) مع الرأسي. أوجد الشد في السلسلة وقيمة الزاوية (θ°).

12.اتزنت صورة كتلتها (12 kg) بواسطة سلكين يميل الأول بزاوية (20°) والثاني بزاوية (70°) مع الأفقي. أوجد الشد في كل سلك.

13.جُر صندوق كتلته (12 kg) بعجلة ثابتة مقدارها ($1.75\ m/s^2$) إلى أعلى مسار يميل بزاوية (30°) مع الأفقي فإذا كانت قوة الجر (2 X N) تصنع زاوية قدرها (10°) مع المسار كما هو موضح في الشكل المقابل، ومقدار قوة الاحتكاك (X N) أحسب قيمة (X) وقوة الاتصال العمودية المؤثرة على الصندوق .

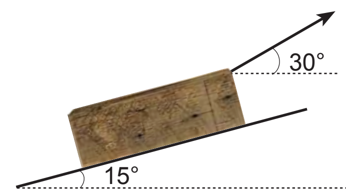


14. يُجر لوح خشبي كتلته (20 kg) بواسطة حبل إلى أعلى مستوى يميل بزاوية (15°) مع الأفقي فإذا كان الحبل يصنع زاوية قدرها (30°) مع الأفقي كما هو موضح في الشكل المقابل:

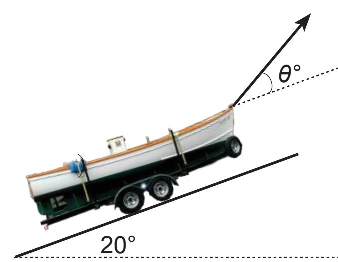
وضح لماذا يجب أن تكون قيمة الشد في الحبل أكثر من (53.6 N) فإذا كان الشد في الحبل (65 N) وتحرك اللوح بسرعة ثابتة أحسب

أ). مقدار قوة الاتصال العمودية المؤثرة على اللوح بواسطة الأرض.

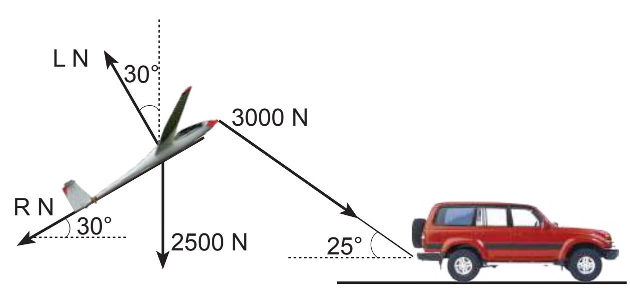
ب). مقدار قوة الاحتكاك.



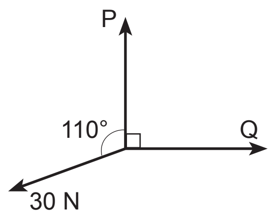
15. يتزن قارب على قاطرة على منحدر يميل بزاوية قدرها (20°) مع الأفقي بواسطة حبل يميل بزاوية ($\theta°$) مع المنحدر كما هو موضح في الشكل، فإذا كانت كتلة القارب والقاطرة (1250 kg) فإذا ازداد الشد في الحبل على (7000 N) فإنه سوف ينقطع. أوجد القيمة القصوى للزاوية ($\theta°$).



16. تُجر طائرة شراعية وزنها (2500N) بسرعة ثابتة بواسطة سيارة دفع رباعي بحيث يصنع حبل الجر زاوية (25°) مع الأفقي وتصنع الطائرة زاوية (30°) مع الأفقي كما هو موضح في الشكل المرفق، فإذا كان مقدار مقاومة الهواء (R N) وقوة الرفع (L N) في الاتجاه الموضح. احسب قيمة كل من (R) و(L) إذا كانت قيمة الشد في الحبل (3000 N).

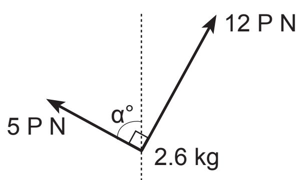


تمارين متنوعة



1. يتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى موضحة في الشكل أوجد (P) و (Q)

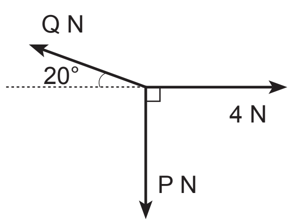
2. تستخدم فاطمة شريط لجر حقيبة ملابسها بسرعة ثابتة في خط مستقيم على أرضية مطار في قاعة المسافرين ويصنع الشريط زاوية (50°) مع الأفقي فإذا كانت قوة الاحتكاك تساوي (20 N) أوجد الشد في الشريط .



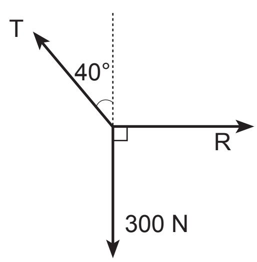
3. يوضح الشكل المقابل جسم كتلته (2.6 kg) متزن في مستوى رأسي بواسطة قوتين متعامدتين (5 P N) و (12 P N). أوجد:

أ)- الزاوية (α°) التي تصنعها القوة (5 P N) مع الرأسي.

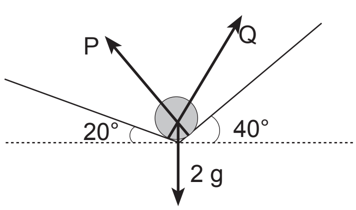
ب)- قيمة (P).



4. يتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى والتي يوضح الشكل المقابل مقاديرها واتجاهها. أوجد (P) و (Q) فإذا أزيلت القوة (4 N) من النظام، اذكر الاتجاه الذي يبدأ الجسم الحركة فيه.



5. يجلس طفل في أرجوحة ، تمسك والدة الطفل مقعد الأرجوحة حتى يكون متزناً ويوضح الشكل القوى المؤثرة على مقعد الأرجوحة القوة الأفقية مقدارها(R) وتصنع القوة (T) زاوية مقدارها (40°) مع الرأسي أوجد (R) و(T).

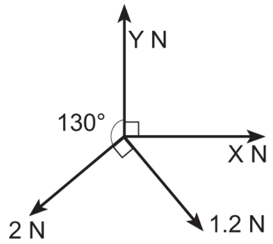


6. تستقر كرة معدنية صغيرة كتلتها (2 kg) على أخدود أفقي بين سطحين أملسين يميلان بزاوية (20°) و(40°) مع الأفقي كما هو موضح في الشكل. أوجد مقدار القوى (P ،Q).

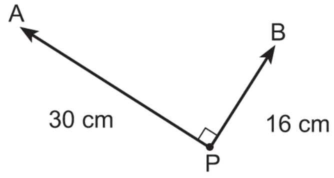
7. يميل منحدر طوله (5m) بزاوية (30°) مع الأفقي . وضعت علبة كتلتها (1 kg) أعلى المنحدر وتركت لتتحرك من سكون إلى أسفل المنحدر وكانت سرعتها أسفل المنحدر أكثر من (7 m/s) بقليل.

هل هذه النتائج توافق أن المنحدر أملس ولا توجد مقاومة هواء. وضح إجابتك.

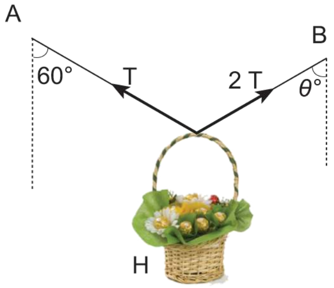
8. بدأ راكب دراجة الحركة من سكون على مسار أفقي مستقيم فإذا كانت قوة الدفع ثابتة (72 N) وقوة مقاومة الحركة (20 N) وكانت كتلة الدراجة وراكبها (80 kg).
أوجد:
أ) عجلة الدراجة.
ب) كم يستغرق راكب الدراجة حتى تصل سرعته إلى (8 m/s) وكم تكون المسافة المقطوعة في هذه الحالة.



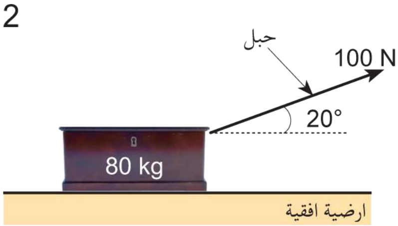
9. يستقر جسم (P) على سطح أملس تحت تأثير أربع قوى أفقية موضحة في الشكل فإذا كانت الزاوية بين القوى (1.2 N) و(2 N) وبين (X N) و(Y N) تساوي (90°) والزاوية بين (2 N) و(Y N) (130°). أوجد قيمة كل من (X) و(Y) فإذا أزيلت القوة (1.2 N) وكانت كتلة الجسم (P) (0.4 kg) أوجد مقدار العجلة التي يبدأ بها الجسم (P) الحركة وبيّن اتجاه هذه العجلة على الرسم.



10. علق الجسم (p) إلى نقطتين (A) و(B) بواسطة سلكين (AP) طوله (30 cm) و(B P) طوله (16 cm) بحيث كانت النقطتان (A) و(B) في مستوى أفقي والزوية (A P B) تساوي (90°) فإذا كان الشد في السلك (B P) يساوي (15 N) أوجد.
أ. الشد في السلك (A P).
ب. كتلة الجسم (P).
فإذا ما استبدل الجسم (p) بجسم آخر أثقل (Q) وأن الشد في كل من السلكين يجب أن لا يزيد عن (120 N). أوجد أقصى قيمة لكتلة الجسم (Q).



11. علقت سلة زهور (H) وزنها (50 N) واستقرت بواسطة سلكين خفيفين، ثبت أحد الأسلاك عند النقطة (A) وصنع زاوية قدرها (60°) مع الرأسي وثبت السلك الآخر عند النقطة (B) وصنع زاوية قدرها (θ°) مع الرأسي كما هو موضح في الشكل فإذا كان الشد في السلك الأول عند النقطة (A) يساوي (T) والشد في السلك الثاني عند النقطة (B) يساوي (2T) أوجد قيمة (T) والزاوية (θ°).



12. يُجر صندوق كتلته (80 kg) على سطح أفقي بواسطة حبل خفيف، فإذا كان الحبل يجر الصندوق بقوة قدرها (100 N) ويصنع زاوية قدرها (20°) كما هو موضح في الشكل.
أ. وضح باختصار لماذا لم يتزن الصندوق إذا كانت الأرضية ملساء، وفي الحقيقة الأرضية خشنة والصندوق في حالة اتزان.

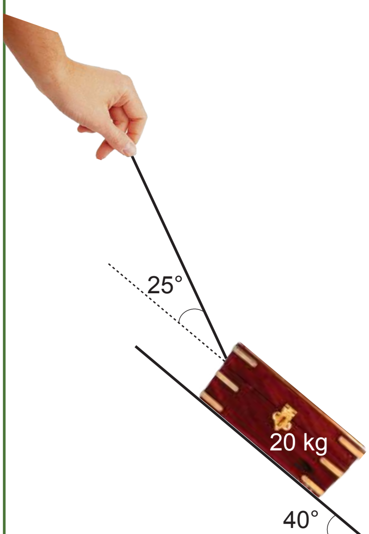
ب. ارسم القوى المؤثرة على الصندوق.

ج. احسب قوة الاحتكاك بين الصندوق والأرضية ورد الفعل العمودي للأرض على الصندوق

فإذا كانت القيمة القصوى لقوة الاحتكاك بين الصندوق والأرضية (120 N) وكان الحبل الذي يجر الصندوق يصنع زاوية (20°) مع الأفقي احسب.

د. القوة اللازمة لكي يجر الصندوق بسرعة ثابتة .

هـ. عجلة الصندوق إذا ما جر بقوة قدرها (140 N).



13.تستقر كتلة قدرها (20 kg) على مستوى مائل بزاوية قدرها (40°) مع الأفقي بواسطة سلك يشدها بزاوية مقدارها (25°) مع اتجاه المستوى كما هو موضح في الشكل. في البداية يمكن أن يعامل المستوى على أنه أملس.

أ. ارسم جميع القوى المؤثرة على القطعة .

ب. وضح أن الشد في السلك يكون (142 N) تقريباً ثم أوجد رد الفعل العمودي للمستوى على القطعة وأوضح بالتجربة أن القطعة تبقى متزنة حتى عندما تزيد قوة الشد في السلك إلى (172 N)، ويمكن أن نعتبر قوة الاحتكاك في المسألة.

ج. ارسم القوى المؤثرة على القطعة ثم احسب قوة الاحتكاك.

د. بدون إجراء حسابات بيّن مع ذكر الأسباب أن رد الفعل العمودي للمستوى على القطعة يكون نفس القيمة في الفقرة (ب) و(ج).

14. تحمل عربة تزحلق ثلجية كتلتها (15 kg) طفل كتلته (25 kg) بدأت الحركة من سكون على منحدر ثلجي يميل بزاوية (10°) ، فإذا كانت العجلة $1.2 m/s^2$ أوجد قوة الاحتكاك مع إهمال مقاومة الهواء.

عندما وصل الطفل أسفل المنحدر سحب بواسطة حبل خفيف بسرعة ثابتة موازياً للمنحدر، احسب قوة الشد في الحبل بفرض أن نفس قوة الاحتكاك تؤثر على المزلقة والطفل.

2 Friction

الفصل الثاني:

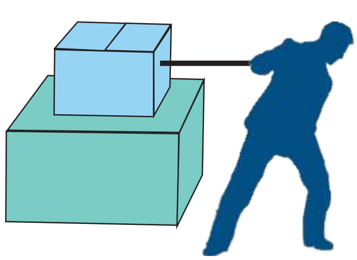
الاحتكاك

يتناول هذا الفصل بالتفصيل قوى الاحتكاك وعند الانتهاء من دراسته يجب أن :

- تتعود الصيغ الرياضية للاحتكاك وتفهم خواص قوى الاحتكاك.
- تفهم فكرة ومعنى نهاية الاتزان.
- تعرف المقصود بمعامل الاحتكاك وتكون قادراً على استخدامه.
- تكون قادراً على حل مسائل تتضمن الحركة والاتزان والتي تكون قوى الاحتكاك أحد القوى المؤثرة على الجسم.

1.2 الخواص الأساسية لقوة الاحتكاك (Basic properties of frictional forces)

تخيل أنك تحاول جر صندوق ثقيل على مستوى أفقي (شكل 2-1)، عندها ربما يحدث أحد الأمرين، فإذا كان الشد قوياً سوف يبدأ الصندوق الحركة في اتجاه قوة الشد، أما إذا كان الشد ضعيفاً فسوف يبقى الصندوق في مكانه وفي الحالتين توجد قوة احتكاك عكس قوة الشد وهذه القوة تؤثر أفقياً في المستوى الذي تتصل به قاعدة الصندوق مع المستوى الأفقي، ويكون اتجاه قوة الاحتكاك عكس اتجاه الحركة، كما هو موضح في الشكل (2-2)، والذي يوضح أربع قوى تؤثر على الصندوق في حالة كونه متحرك أو ساكن.



الشكل (1.2)

فإذا لم يبدأ الصندوق في الحركة، تكون القوى في حالة اتزان وهذا يعني أن قوة الاحتكاك تتزن مع قوة الشد عندما تتغير قوة الشد بالزيادة فإن قوة الاحتكاك تزيد تبعاً لذلك وإذا لم تشد بقوة فإن الاحتكاك سيتناقص وعندما تتلاشى قوة الشد فإن

قوة الاحتكاك سوف تتلاشى.

عند جر الصندوق بقوة كافية لتحريكه تكون قوة الاحتكاك أقل من قوة الشد وهناك حدود لقيمة قوة الاحتكاك التي تنتجها قاعدة الصندوق مع المستوى فإذا جُر الصندوق بقوة أكبر من هذه الحدود فسوف يبدأ في الحركة.

الشكل (2.2)

عندما يلامس سطح لجسم ما سطحاً ثابتاً، وهناك قوة تحاول تحريك هذا الجسم على السطح ستقاوم قوة الاحتكاك هذه الحركة بقوة معاكسة لاتجاه الحركة. ولا تتعدى قوة الاحتكاك مقداراً معيناً يُعرف بنهاية الاحتكاك، فإذا كان جسم في حالة سكون واتزان مع قوة الاحتكاك التي يكون مقدارها أقل من نهاية قيمتها فسوف يبقى الجسم في حالة اتزان.

فإذا كان الجسم في حالة استقرار وكانت القوى في حالة اتزان مع نهاية الاحتكاك عندها يقال أن الجسم في نهاية الاتزان ويكون على وشك الحركة.

مثال1.1.2 :

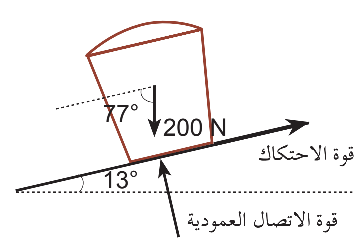
وضع برميل للنفايات كتلته (20 kg) على مسار يميل بزاوية (13°) مع الأفقي وكانت نهاية قوة الاحتكاك بين البرميل وسطح المستوى (50 N).

أ) هل ينزلق البرميل على المستوى؟

ب) فإذا أثرت قوة موازية لسطح المستوى على البرميل جعلته على وشك الحركة إلى أعلى المستوى، أوجد مقدار هذه القوة.

الحل :

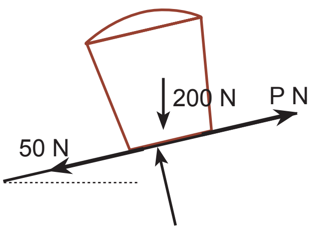
أ). توجد ثلاث قوى تؤثر على البرميل وهي وزنه، قوة الاتصال العمودية، قوة الاحتكاك تؤثر على المسار كما هو موضح في الشكل (3.2).



الشكل (3.2)

إلا أن الوزن وقوة الاحتكاك لهما تأثير موازي للمسار، وبتحليل الوزن إلى مُرَكّبتين إحداهما في اتجاه المسار والأخرى عمودية عليه تكون مُرَكّبته في اتجاه المستوى تساوي (200 cos 77°)، والتي تساوي (45 N) وهي أقل من قيمة نهاية الاحتكاك، وبذلك تكون قوة الاحتكاك في اتزان مع القوة (45 N) (المركبة الأفقية للوزن) عليه سوف لن ينزلق البرميل أسفل المستوى.

ب). حيث إن البرميل على وشك الانزلاق إلى أعلى المستوى وأن قيمة قوة الاحتكاك القصوى تساوي (50 N) تؤثر في اتجاه عكس الحركة إلى أسفل المستوى لنفرض أن قيمة القوة المطبقة (P N) إلى أعلى المستوى عليه تكون القوى المؤثرة على البرميل والموضحة في الشكل (4.2).



الشكل (4.2)

R (أعلى المستوى) $P - 50 - 200 \cos 77° = 0$

والتي تُعطي $P = 50 + 45 = 95\ N$

هذا يعني إذا كانت القوة المؤثرة على البرميل إلى أعلى المستوى تساوي (95 N) يكون البرميل في هذه الحالة على وشك الحركة إلى أعلى المستوى.

كم تكون قيمة قوة الاحتكاك عندما يبدأ الجسم في الحركة؟

نظرياً ربما تبقى قيمتها النهاية القصوى لها، وربما تكون أقل أو ربما تكون أكبر بمقدار قليل خلال الحركة.

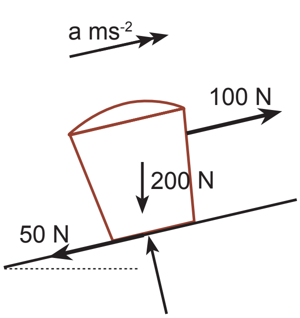
تدل التجارب العملية على أنه في حالة الحركة تكون قوة الاحتكاك أقل بقليل من القيمة القصوى لقوة الاحتكاك.

إلا أنه تقريباً في أغلب الأحيان تُحسب قوة الاحتكاك مساوية لقيمة النهاية القصوى وهذا النموذج هو المعتمد إلا إذا نص على عكس ذلك.

عندما ينزلق جسم على سطح ثابت تكون قيمة قوة الاحتكاك مساوية للنهاية القصوى وتؤثر في اتجاه عكس الحركة.

مثال 2.1.2

باستخدام المعلومات في المثال السابق (1.1.2) وبفرض أن مقدار القوة (100 N) تؤثر على البرميل إلى أعلى المستوى. احسب العجلة التي يتحرك بها البرميل.



الشكل (5.2)

الحل:

يمثل الشكل(5.2) القوى المؤثرة على البرميل مثل ما هو موجود في الشكل (4.2) باستثناء قيمة القوة (P) التي تساوي الآن (100 N)، عندما يبدأ البرميل في الحركة تكون قيمة قوة الاحتكاك قيمتها القصوى (50 N).

لنفرض أن العجلة $(a \frac{m}{s^2})$

$$100 - 50 - 200 \cos 77^\circ = 20a$$ (إلى أعلى المستوى) R

والتي تُعطي

$$100 - 50 - 45 = 20\,a$$

$$5 = 20\,a$$

$$a = \frac{5}{20} = 0.25\ m/s^2$$

عليه سوف يتسارع البرميل إلى أعلى بمعدل $0.25 \frac{m}{s^2}$

إن هذه الخاصية للاحتكاك والتي تم وصفها هنا تطبق في حالة أن الأسطح المتلامسة جافة وصلبة وإذا كان هناك طبقة من زيت أو ماء يفصل السطحين عندها تحتاج إلى نموذج مختلف .

2.2 حد الاحتكاك (limiting friction)

والسؤال المطروح الآن ماهو حد قوة الاحتكاك؟

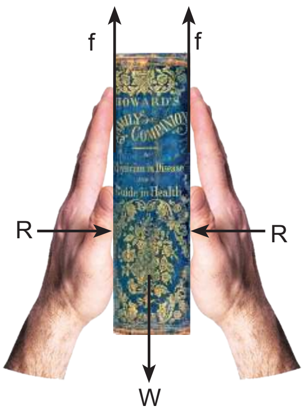
يعتمد حد قوة الاحتكاك على مجموعة من العوامل مثل:

- نوع المواد التي تتلامس أسطحها.
- شكل ومساحة المناطق المتلامسة بين السطحين.
- قوى أخرى تؤثر على الجسم المتلامس.

ومن الواضح أن أول هذه العوامل يعد ذا أهمية عكس العوامل الأخرى المتشابهة حيث نلاحظ انزلاق الخشب على الحصى ينتج قوة احتكاك أكبر من انزلاق حديد مصقول على ثلج وعند وضع نموذج الاحتكاك يجب الانتباه والأخذ في الحسبان الفرق في خشونة المواد المختلفة.

دلت التجارب العملية على أن كلاً من الشكل والمساحة لا تغير كثيراً في قيمة النهاية القصوى لقوة الاحتكاك إلا أن هناك بعض الحالات، مثل الإطارات الجديدة للعربات المصممة بشكل معين تنتج قوة احتكاك أكبر من الإطارات المستعملة رغم صنعهما من نفس المادة.

أما تأثير القوى الأخرى فتحتاج لدراستها والتي يمكن توضيحها بالتجربة الآتية:



الشكل (6.2)

احضر كتابين، أحدهما أثقل من الآخر وضعهما رأسياً على سطح منضدة أمسك الكتب بكفيك وحاول رفع كل كتاب من على سطح المنضدة كما هو موضح في الشكل (6.2) ولكي ينجز ذلك تحتاج للدفع بمفاصل أصابع يدك على غلاف الكتاب فإذا كان وزن الكتاب (w) والاحتكاك على كل غلاف (f) عليه فإن:

$$2f = w$$

$$f = \frac{1}{2}w$$

وهذا يعني أن قوة الاحتكاك يجب أن تكون أكبر للكتاب الأثقل.

قلل من قوة الدفع (R) بمفاصل يدك إلى أن تصل لنقطة الانزلاق للكتاب، عندها تكون قوة الاحتكاك في قيمتها النهائية، سوف تشعر أنك تحتاج للدفع بقوة أكبر على الأغلفة لدعم الكتاب الأثقل وهذا سببه أن قيمة قوة الاحتكاك القصوى تعتمد على قوة الاتصال العمودية، وحيث إن قيمة قوة الاحتكاك القصوى تكون أكبر للكتاب الأثقل، عليه تكون قوة الاتصال العمودية أكبر.

لاحظ أن هذا صحيح حتى في حالة الصندوق الموضوع على المستوى في شكل (1.2) فإذا كان الصندوق ثقيل فإنك تحتاج إلى الشد بقوة قبل أن يبدأ في الحركة، يعتمد حد قوة الاحتكاك على مقدار قوة الاتصال العمودية وفي هذه الحالة تكون قيمة قوة الاتصال العمودية مساوية لوزن الجسم.

وإذا أجريت تجارب دقيقة فإنك ستلاحظ أن هناك علاقة مباشرة بين حد قوة الاحتكاك وقوة الاتصال العمودية وعلى سبيل المثال إذا ما ضوعفت قوة الاتصال العمودية فإن حد قوة الاحتكاك سيتضاعف.

ويمكن تلخيص قاعدة حساب حد قوة الاحتكاك كما يلي:

حد قوة الاحتكاك بين سطحين يتناسب مع قوة الاتصال العمودية فإذا كان حد قوة الاحتكاك ($f_{\text{نهاية}}$) وقوة الاتصال العمودية (R) فإن:

$$f_{\text{نهاية}} = \mu R$$

حيث (μ) مقدار ثابت

يدعى الثابت (μ) معامل الاحتكاك وتعتمد قيمته بالأساس على المواد التي يتكون منها السطحان.

الحرف (μ) هو أحد الأحرف الإغريقية وينطق «إميو» وهو يستخدم دائماً لمعامل الاحتكاك، وتكون قيمة (μ) لمعظم الأسطح بين (0.3) و (0.9)، إلا أن قيم أصغر أو أكبر (ربما أكبر من 1) يمكن حدوثها.

وإذا ما كانت قيمة (μ) صغيرة جداً يمكن أن تحصل على نتائج تقريبية بإهمال قوة الاحتكاك . وفي هذه الحالة يمكن اعتبار السطح بأنه أملس.

أما إذا كانت قيمة (μ) أكبر من (0) ففي هذه الحالة تعتبر الأسطح خشنة وعندها تحتاج إلى اعتبار قوة الاحتكاك.

وفي بعض الأحيان يستخدم مصطلح (very rough) كثير الخشونة لوصف أسطح تكون قيمة (μ) كبيرة بحيث ليس هناك إمكانية عملية في انزلاق سطح على آخر.

مثال 1.2.2

يحاول شخص جر خزانة على أرضية، فإذا كانت كتلة الخزانة(76 kg) ومعامل الاحتكاك (0.5).

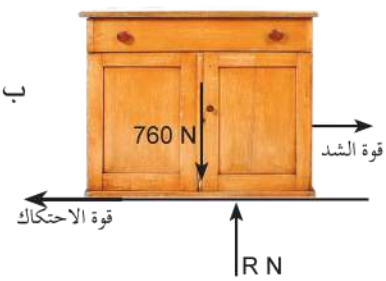
صف ماذا يحدث للخزانة إذا ما تم جرها بقوة أفقية مقدارها:

أ. (200 N) ب. (400 N)

يوضح الشكل (7.2) القوى المؤثرة على الخزانة قوة الاتصال العمودية (R N) تساوي وزن الخزانة والتي تساوي (760 N). حد قوة الاحتكاك يكون (0.5 R N) والتي تساوي(380 N).

الحل:

أ). في هذه الحالة قوة الشد (200 N) أقل من حد قوة الاحتكاك(380 N)، وقوة الشد ستقاوم بقوة الاحتكاك والتي تساوي (200 N) وعليه سوف لن تتحرك الخزانة.



الشكل (7.2)

ب). في هذه الحالة قوة الشد (400 N) أكبر من حد قوة الاحتكاك (380 N) عليه فإن قوة الاحتكاك تكون في نهايتها وسوف تبدأ الخزانة في الحركة ، بفرض أنه يتحرك بعجلة ($a\frac{m}{s^2}$)

$$R(\rightarrow) \quad 400 - 380 = 76a$$

$$a = \frac{20}{76}$$

والتي تُعطي $a = 0.263 \frac{m}{s^2}$

عليه تتحرك الخزانة بعجلة قدرها $0.26 \frac{m}{s^2}$ لأقرب رقمين عشريين.

مثال 2.2.2:

ركل ولد حجر كتلته (100 g) على أرضية ملعب وكان معامل الاحتكاك بين الحجر وأرضية الملعب يساوي (0.25)، فإذا توقف الحجر على بعد (31 m) أوجد السرعة التي ركل بها الولد الحجر.

الحل:

لنفرض أن أرضية الملعب مستوية لكي تبقى الحجر على اتصال مع أرضية الملعب كتلة الحجر (100 g) والتي هي (0.1 kg) وعليه يكون وزنه (1 N) وبذلك تكون القوى الأخرى قوة الاتصال العمودية R N وقوة الاحتكاك f N كما هو موضح في الشكل(8.2) بالتحليل رأسياً نحصل على (R = 1 N).

وحيث أن الحجر في حالة حركة يعني هذا أن قوة الاحتكاك عند نهاية قيمتها وهي

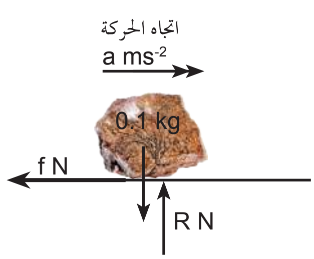
$$1 \times 0.25 = 0.25 \text{ N}$$

ويمكن استخدام قانون نيوتن الثاني لكي نجد قيمة العجلة $(a \frac{m}{s^2})$

$$R\ (\rightarrow) - 0.25 = 0.1\, a$$

$$a = -\frac{0.25}{0.1}$$

$$a = -2.5 \frac{m}{s^2}$$



الشكل (8.2)

ولحل المسألة تحتاج إلى علاقة بين السرعة والمسافة المقطوعة، حيث إن العجلة ثابتة يمكن استخدام المعادلة: $v^2 = u^2 + 2as$

لقد سبق وأن أوضحنا أن قيمة العجلة $a = -2.5 \frac{m}{s^2}$

في حالة حركة الحجر $v^2 = u^2 - (2 \times 2.5)s$

$$v^2 = u^2 - (5)s$$

والآن نحاول حساب قيمة السرعة الابتدائية (u) بمعرفة المسافة المقطوعة قبل أن يصل الحجر إلى السكون ($v = 0$).

$$0 = u^2 - (5 \times 31)$$

$$u^2 = 155 \qquad u = \sqrt{155}$$

$$u = 12.4 \frac{m}{s}$$

ركل الولد الحجرة بسرعة $12.4 \frac{m}{s}$ تقريباً.

3.2 بعض التجارب (some experiments)

لقد تم وصف قوة الاحتكاك في الأجزاء السابقة عن طريق أسباب مختلفة وتجارب.
إليك تجربتين يمكنك محاولة إجرائها بنفسك:

تجربة 1.3.2

في هذه التجربة تحتاج إلى حقيبة ملابس وميزان زنبركي.

- زن الحقيبة باستخدام الميزان الزنبركي.
- ضع الحقيبة على منضدة في وضع أفقي وصل يدها بالميزان الزنبركي.
- جر الحقيبة على سطح المنضدة بسرعة ثابتة من جهة الميزان الزنبركي كما هو موضح في الشكل (9.2).
- اقرأ مقدار قوة الشد على الميزان الزنبركي.
- أعد التجربة بوضع أجسام مختلفة داخل الحقيبة.
- افحص العلاقة بين قوة الشد في الميزان الزنبركي و وزن الحقيبة.

الشكل (9.2)

تكون القوى على الحقيبة مثل ما هو موضح في الشكل (2.2) وحيث أن الحقيبة تتحرك بسرعة ثابتة فإن القوى المؤثرة عليها في حالة اتزان أي أن قوة الاحتكاك مساوية لقوة الشد وقوة الاتصال العمودية مساوية للوزن، بهذا يمكن الحصول على قوة الاتصال العمودية وقوة الاحتكاك عن طريق قياس الوزن وقوة الشد. وكذلك أن قوة الاحتكاك في نهاية قيمتها حيث إن الحقيبة في حالة حركة.

هناك مشكلة وحيدة وهي أن معظم الموازين الزنبركية مدرجة لقياس الكتل بدلاً من الوزن، عليه عندما تزن الحقيبة باستخدام الميزان الزنبركي، فإذا تحصلت على (x kg) فإن الوزن ($10x$ N).

وبالمثل عندما تقيس قوة الشد تدل قراءة الميزان (y kg) هذا يعني أن قوة الشد (10 y N).

نتوقع نظرياً أن حد قوة الاحتكاك يتناسب مع قوة الاتصال العمودية، فهذا يعني أن قوة الشد تتناسب مع الوزن والذي يمكن التعبير عنه بالمعادلة:

$10\,y = \mu\,(10\,x)$ والتي تعطي $y = \mu\,x$

وبإجراء التجربة بأجسام مختلفة في الحقيبة نحصل على قيم لـ y ولـ x وبرسم y و x يجب أن تقع هذه النقاط على خط مستقيم يمر بنقطة الأصل وفي هذه الحالة يساوي ميل المستقيم معامل الاحتكاك $\mu = \frac{y}{x}$.

تجربة 2.3.2

في هذه التجربة تحتاج إلى عدة كتب مختلفة الكتل لها أغلفة من مواد متشابهة ومنضدة.

- ضع أحد الكتب على المنضدة.
- أمّل المنضدة تدريجياً بوضع مجسمات تحت رجلين متجاورين.
- استمر في امالة المنضدة على سطح الأرض حتى يكون الكتاب على وشك الحركة ومنها أوجد قيمة زاوية الميل.
- أعد التجربة لبقية الكتب المعدة للاستخدام.

لنفرض أن كتلة الكتاب (m) فعليه تكون القوى المؤثرة على الكتاب هي وزنه (mg)، وقوة الاتصال العمودية (R) وقوة الاحتكاك (f) والتي تكون عند نهاية قيمتها عندما بدأ الكتاب في الانزلاق كما هو موضح في الشكل (10-2).

تفترض النظرية أن قوة الاحتكاك f تساوي μR.

لنفرض أن زاوية الميل تساوي ($\alpha°$).

R (أعلى المنضدة ⊥) $mg \cos \alpha° = R$

R (أعلى المنضدة II) $mg \cos (90 - \alpha°) = \mu R$

حيث إن :

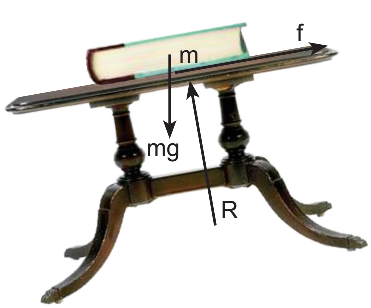
$$\cos (90 - \alpha)° = \sin \alpha°$$

$$mg \sin \alpha° = \mu R$$

$$mg \sin \alpha° = \mu\, mg \cos \alpha°$$

$$\sin \alpha° = \mu \cos \alpha°$$

$$\because \quad \frac{\sin \alpha°}{\cos \alpha°} = \tan \alpha°$$



الشكل (10.2)

$$\therefore \quad \tan \alpha^\circ = \mu$$

وإذا صحت النظرية يجب أن تكون الزوايا التي تبدأ فيها الكتب بالانزلاق متساوية لكل الكتب بغض النظر عن كتلها وبذلك يكون معامل الاحتكاك يساوي ظل الزاوية (α°)

$$\mu = \tan \alpha^\circ$$

كما يمكن الاستمرار في هذه التجربة بتغيير وضع الكتب على سطح المنضدة أو باستخدام كتب لها أغلفة مختلفة الحجم لترى إذا ما كان هذا يسبب أي اختلاف في زاوية الميل.

4.2 الحركة والاحتكاك (Friction and motion)

بعد أن أدركت وأصبح لديك الانطباع بأن الاحتكاك دائماً له أفعال تمنع الحركة. كما يعد الاحتكاك ضرورياً لبعض أنواع الحركة تخيل المحاولة للجري على رصيف أملس، أو ركوب دراجة على ثلج، أو قيادة عربة على طريق وحلة في جميع هذه الحالات المعضلة بأن مقدار قوة الاحتكاك ليس كبيراً بما فيه الكفاية للحركة.

فالاحتكاك هو الذي يجعل من الممكن الركض على رصيف أملس أو ركوب دراجة أو قيادة السيارة.

سوف ينزلق الرياضي إذا لم يوجد احتكاك بين قدميه والأرض، وحركة إطارات الدراجة إلى الخلف تدفعها للحركة إلى الأمام بفعل الاحتكاك بين العجلات والأرض، ويعمل محرك السيارة على دوران عجلاتها وبفعل الاحتكاك بين العجلات والأرض تتحرك السيارة، عليه يعد الاحتكاك ضرورياً لحركة السيارة. كل هذه الحالات موضحة في الأشكال : (11.2) و (12.2) و (13.2).

الشكل (11.2)

الشكل (12.2)

الشكل (13.2)

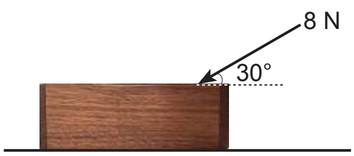
تمارين 2- A

1. يوضح الشكل المقابل قوى أفقية مقدارها $(P\,N)$ و$(Q\,N)$ تؤثر في إتجاه معاكس على كتلة مقدارها $(5\ kg)$ والتي تستقر على سطح أفقي. أوجد مقدار قوة الاحتكاك المؤثرة على الكتلة بدلالة (P) و(Q) عندما تكون:

أ) $P > Q$ ب) $Q > P$

2. يوضح الشكل المقابل قوى أفقية مقدارها $(P\,N)$ و$(100\ N)$ تؤثر في اتجاه معاكس على كتلة وزنها $(50\ N)$ التي تستقر على سطح أفقي، فإذا علمت أن معامل الاحتكاك بين الكتلة والسطح يساوي (0.4)، أوجد مدى القيم المحتملة للقوة (P).

3. يوضح الشكل المقابل قوة مقدارها $(8\ N)$ تؤثر إلى أسفل وتصنع زاوية قدرها $(30°)$ مع الأفقي على كتلة مقدارها $(3\ kg)$ التي تستقر على سطح أفقي. احسب قوة الاحتكاك على الكتلة.



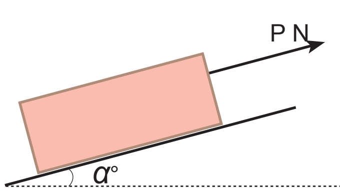
4. دفع راكب طائرة بقدمه حقيبة كتلتها $(15\ kg)$ على الأرض وتحتاج الحقيبة إلى قوة $(60\ N)$ للحركة. أوجد معامل الاحتكاك. وما مقدار القوة اللازمة لتحريك الحقيبة بعجلة $(0.2\ \frac{m}{s^2})$.

5. تتسارع كتلة مقدارها $(6\ kg)$ بمقدار $(1.25\ \frac{m}{s^2})$ على سطح أفقي بفعل قوة قدرها $(22.5\ N)$. احسب معامل الاحتكاك بين الكتلة والسطح.

6. وصل حبل أفقي من رافعة بقارب صغير كتلته $(800\ kg)$ يستقر على أرض أفقية فإذا كان معامل الاحتكاك يساوي $(\frac{3}{4})$ ويتغير الشد في الحبل بمقدار $(100\ N)$ في كل مرة. أوجد قوة الاحتكاك عندما تكون قيم الشد الآتية:

أ). $(5900\ N)$. ب). $(6000\ N)$. ج). $(6100\ N)$.

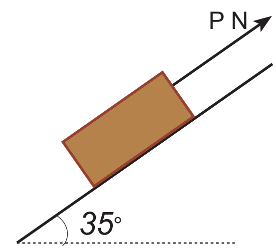
صف ما يحدث في كل حالة.



7. يوضح الشكل المقابل كتلة وزنها $(50\ N)$ تستقر على سطح يميل بزاوية $(\alpha°)$ مع الأفقي بفعل قوة مقدارها $(P\ N)$ تؤثر إلى أعلى السطح. أوجد مقدار واتجاه قوة

الاحتكاك بدلالة (P) عندما تكون قيم (P) الآتية:

أ). ($P > 50 \sin \alpha°$) ب). ($P < 50 \sin \alpha°$)



8. يوضح الشكل المقابل كتلة مقدارها ($4\ kg$) تستقر على سطح يميل بزاوية ($35°$) مع الأفقي بفعل قوة مقدارها ($P\ N$) تؤثر إلى أعلى السطح. فإذا كان معامل الاحتكاك بين الكتلة والسطح يساوي (0.45). أوجد القيم الممكنة للقوة (P).

9. ضُربت عملة معدنية كتلتها ($5\ g$) وانزلقت على لوحة خشبية أفقية. فإذا كان معامل الاحتكاك يساوي (0.4) وتحركت العملة بسرعة ($1.5\ \frac{m}{s}$) . إلى أي بعد تتحرك العملة قبل أن تقف؟

5.2 مسائل تحتوي الاحتكاك (Problems involving friction)

عندما تتعامل مع مسائل تحتوي الاحتكاك عليك أن تستخدم طريقة التحليل التي وصفت في الفصل الأول مع المعادلات التي تعبر عن قوة الاحتكاك والتي تلخص كما يلي باستخدام (f) و(R) للتعبير عن قوة الاحتكاك وقوة الاتصال العمودية.

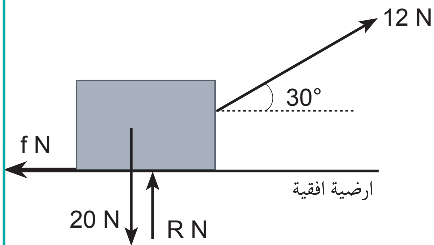
- ❖ إذا حدثت الحركة (بسرعة ثابتة أو بعجلة) فإن قوة الاحتكاك تكون في نهاية قيمتها وتؤثر في اتجاه عكس الحركة.
- ❖ إذا كان الجسم على وشك الحركة فإن قوة الاحتكاك تكون في نهاية قيمتها وتؤثر في اتجاه عكس الاتجاه المزمع الحركة فيه.
- ❖ إذا كانت قوة الاحتكاك في قيمتها النهائية فإن ($f = \mu R$) حيث (μ) معامل الاحتكاك. سواءً كانت قوة الاحتكاك في قيمتها النهائية أم لا فإن ($f \le \mu R$).

مثال 1.5.2

تستقر كتلة وزنها ($20\ N$) على سطح أفقي أثرت عليها قوة ($12\ N$) في اتجاه يصنع زاوية ($30°$) فوق الأفقي فكانت الكتلة على وشك الحركة. أوجد معامل الاحتكاك بين الكتلة والسطح.

الحل:

القوى المؤثرة على الكتلة موضحة في الشكل (2-14). حيث إن الكتلة على وشك الحركة إلى اليمين فإن قوة الاحتكاك تؤثر إلى اليسار في عكس اتجاه الحركة، وتكون في قيمتها النهائية متزنة مع القوة المؤثرة.



الشكل (14.2)

$$f = \mu R$$

$$R\ (\leftarrow) \quad f = 12 \cos 30° = 10.39$$

$$R\ (\uparrow) \quad R + 12 \cos 60° = 20$$

$$\therefore\ R = 14\ N$$

$$\mu = \frac{f}{R} = \frac{10.39}{14} = 0.74$$

عليه يكون معامل الاحتكاك يساوي (0.74).

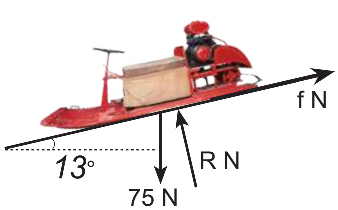
وهناك خطأ شائع في هذه الحالة حيث يُظن أن ($R = 20\ N$) عندما نحلل في الاتجاه الرأسي، بل يجب أن يتضمن جميع مركبات القوى في الاتجاه الرأسي.

مثال 2.5.2

تميل هضبة على الأفقي بزاوية (13°) مغطاة بالثلج، وضعت زلاجة تزن ($75\ N$) على أعلى الهضبة، فإذا علمت أن معامل الاحتكاك بين الزلاجة والهضبة يساوي(0.15)، أوجد مدى امكانية إنزلاق الزلاجة إلى أسفل الهضبة.

الحل:

يوضح الشكل (2 - 15) ثلاث قوى تؤثر على الزلاجة



الشكل (15.2)

$$R\ (\perp \text{الهضبة})\quad R = 75 \cos 13° = 73.07\ N$$

القيمة القصوى لقوة الاحتكاك تكون ($\mu R\ N$) حيث:

$$\mu R = 0.15 \times 73.07 = 10.96\ N$$

مركبة الوزن والتي تؤثر إلى أسفل الهضبة تساوي

$$75 \cos 77° = 16.87\ N$$

حيث إن مركبة الوزن المؤثرة إلى أسفل الهضبة أكبر من القيمة القصوى لقوة الاحتكاك فإن الزلاجة سوف تنزلق أسفل الهضبة.

مثال 3.5.2

حبل طوله $(25\ m)$ مشدود بزاوية $(35°)$ مع الأفقي يستخدم كجزء من خط هجوم جيش. وضعت حلقة خفيفة في أعلى نهاية الحبل، تعلق بها عسكرى كتلته (80kg) وإنزلق إلي أسفل الحبل فإذا كان معامل الاحتكاك بين الحبل والحلقة يساوي (0.4).
أوجد سرعة العسكري عندما يصل إلى أسفل الحبل.

الحل:

يوضح الشكل (16.2) القوى المؤثرة على العسكري والحلقة عند نقطة من هبوطه، القوة العمودية الثابتة تكون $(R\ N)$، قوة الاحتكاك $(f\ N)$ والعجلة $(a = \frac{m}{s^2})$.

وزن العسكري $(800\ N)$ يمكن إهمال الحلقة

R (II للحبل) $800 \cos 55° - f = 80\ \alpha$

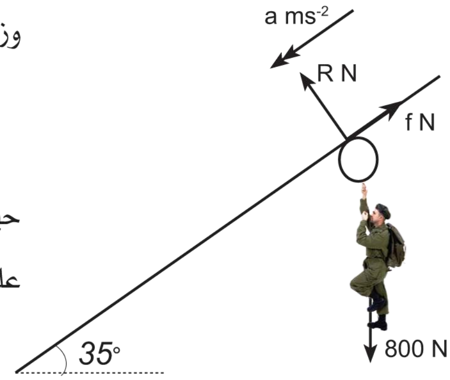
R (⊥ الحبل) $800 \cos 35° = R$

حيث إن هناك حركة تكون القيمة القصوى لقوة الاحتكاك تساوي$(f = 0.4\ R)$

عليه:

$$800 \cos 55° - 0.4 \times 800 \cos 35° = 80\ \alpha$$

$$\therefore \alpha = 10 \cos 55° - 4 \cos 35° = 2.459\ \frac{m}{s^2}$$



الشكل (16.2)

حيث إن قيمة العجلة ثابتة ونرغب في الحصول على سرعة العسكري بعد أن يقطع مسافة $(25\ m)$ إلى أسفل الحبل نستخدم المعادلة: $v^2 = u^2 + 2\,a\,s$

بسرعة ابتدائية $u = 0$ $a = 2.45\ \frac{m}{s^2}$ $s = 25\ \text{m}$

$$v^2 = 0^2 + 2 \times 2.459 \times 25 = 122.9\ (m/s)^2$$

$$\therefore\ v = \sqrt{122.9} = 11.08\ \frac{m}{s}$$

عليه سوف يصل العسكري إلى أسفل الحبل بسرعة قدرها$(11\ \frac{m}{s})$ تقريباً .

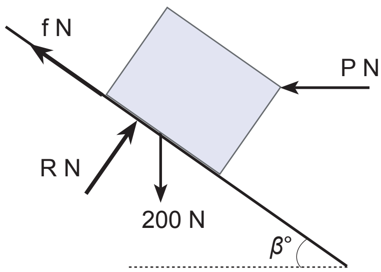
مثال 4.5.2

وضعت كتلة وزنها $(200\ N)$ على مستوى يميل بزاوية $(\beta°)$ مع الأفقي، حيث $(\sin \beta° = 0.6)$ و$(\cos \beta° = 0.8)$، مُنعت الكتلة من الحركة بفعل قوة أفقية مقدارها $(P\ N)$ وبقيم مختلفة لمعامل الاحتكاك (μ). أوجد القيم المحتملة للقوة (P).

الحل:

إذا كانت قيمة القوة (P) صغيرة ربما تنزلق الكتلة إلى أسفل،أما إذا كانت

قيمة القوة (P) كبيرة ربما تدفع الكتلة إلى أعلى، وعليه ربما تؤثر قوة الاحتكاك ($f\,N$) إلى أعلى المستوى (شكل 2-17) أو إلى أسفل المستوى (شكل 2-18) وقوة الاتصال العمودية ($R\,N$).



الشكل (17.2)

من الشكل(2-17)

R (⊥ المستوى) $P \times 0.6 + 200 \times 0.8 = R$

R (‖ للمستوى) $P \times 0.8 + f = 200 \times 0.6$

الاتزان ليس من الضرورة،

عليه فإن: $f \leq \mu R$

والتي تُعطي:

$$120 - 0.8\,P \leq \mu\,(0.6\,P + 160)$$

والتي يمكن إعادة ترتيبها:

$$40\,(3 - 4\,\mu) \leq (0.8 + 0.6\,\mu)\,P$$

ومنها نحصل على:

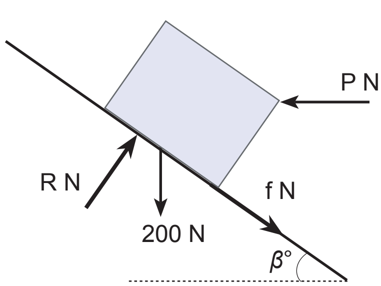
$$(4 + 3\,\mu)\,P \geq 200\,(3 - 4\,\mu)$$

هنا يجب ملاحظة إذا كانت قيمة (μ) أكبر من ($\frac{3}{4}$) تؤول قيمة الطرف الأيمن إلى سالب ولكن الطرف الأيسر موجب وعليه إشارة المساواة دائماً فاعلة وهذا يتطابق مع نتائج التجربة (2.3.2) التي أوضحت بأن الكتلة لن تنزلق حتى تميل المنضدة بحيث يكون ($\tan\alpha° = \mu$). في هذا المثال:

$$\tan\beta° = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4}$$

عليه إذا كانت ($\mu > \frac{3}{4}$) فإن الكتلة سوف لن تنزلق إلى أسفل المستوى حتى لو أُزيحت القوة (P) إلا أنه في حالة ($\mu < \frac{3}{4}$) يجب أن تكون قيمة (P) على الأقل ($\frac{200\,(3 - 4\,\mu)}{4 + 3\,\mu}$) لأجل منع الكتلة من الانزلاق إلى أسفل المستوى.

ومن الشكل (18.2) نلاحظ أننا نحصل على نفس المعادلات السابقة عندما نحلل في الاتجاه العمودي.



الشكل (18.2)

ولكن المعادلات (‖ للمستوى) R تتغير إلى: $0.8\,P = f + 120$

ويؤول الشرط ($f \leq \mu\,R$) والذي يعطي

$$0.8\,P - 120 \leq \mu\,(0.6\,P + 160)$$

تُعطي: $(4 - 3\,\mu)\,P \leq 200\,(3 + 4\,\mu)$

وهنا تتحقق حالتان إذا كانت قيمة (μ) أقل من $(\frac{4}{3})$، لا تتعدى قيمة (P) $\frac{200\,(3 + 4\,\mu)}{4 - 3\,\mu}$ وإلا سوف تبدأ الكتلة في الحركة إلى أعلى المستوى، أما إذا كانت قيمة (μ)أكبر من $(\frac{4}{3})$، التعبير في جهة اليسار سالباً، أما التعبير في جهة اليمين موجباً وعليه إشارة عدم المساواة دائماً فاعلة وهذا يعني مهما حاولت دفع الكتلة إلى أعلى فسوف لن تتحرك الكتلة أعلى المستوى.

والذي حدث هنا بزيادة القوة تزداد تبعاً لذلك قوة الاتصال العمودية، إذا كانت قيمة (μ) كبيرة هذا يزيد من القيمة القصوى للاحتكاك، وبالرغم من زيادة مركبة القوة (P) في اتجاه المستوى إلا إنها لا يمكنها التغلب على قوة الاحتكاك الموجودة.

ويمكن توضيح نتيجة هذا المثال في الشكل 19.2 برسم قيمة القوة (P) ضد معامل الاحتكاك (μ).

الرسم السفلي من المعادلة: $P = \frac{200\,(3 - 4\,\mu)}{4 + 3\,\mu}$

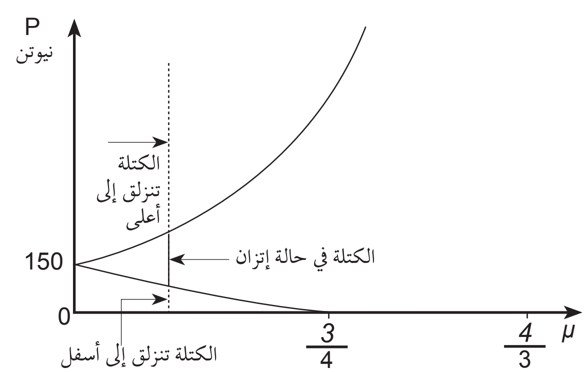
من القيم $(\mu = 0)$ إلى $(\mu = \frac{3}{4})$

ومن بعدها $(P = 0)$

الرسم العلوي من المعادلة: $P = \frac{200\,(3 + 4\,\mu)}{4 - 3\,\mu}$

من القيم $(\mu = 0)$ إلى $(\mu = \frac{4}{3})$

وهنا نلاحظ أنه في قيم معينة لـ μ أن قيم (P) تقع بين المنحنيين وبذلك تكون الكتلة في حالة اتزان، أما إذا كانت قيم (P) تقع أسفل الرسم السفلي فإن الكتلة سوف تنزلق إلى أسفل أما إذا كانت قيم(P) أعلى الرسم العلوي فإن الكتلة سوف تنزلق إلى أعلى المستوى.



الشكل (19.2)

تمارين B_2

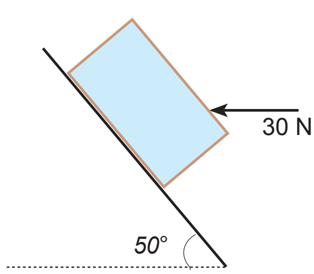
1. صندوق موضوع على أرضية قطار متحرك يميل للانزلاق خلفياً بالنسبة للقطار، اذكر اتجاه قوة الاحتكاك سواءً كان القطار متسارعاً أو متباطئاً، فإذا كانت قيمة التسارع أو التباطؤ ($4\ \frac{m}{s^2}$) وكان الصندوق على وشك الانزلاق . أوجد معامل الاحتكاك بين الصندوق وأرضية القطار.

2. يتحرك دراج بدراجته بسرعة ($7\ \frac{m}{s}$) عندما استعمل الكابح على العجلتين فتوقف بعد أن قطع مسافة ($5\ m$) فإذا كانت كتلتاهما (الدراج والدراجة) تساوي ($90\ kg$). أوجد معامل الاحتكاك بينهما وبين الأرض.

3. سلة نفايات كتلتها ($500\ kg$)ومعامل الاحتكاك بينها وبين الأرض يساوي (0.6). أوجد الحمولة القصوى للسلة من نفايات المواد إذا أريد تحريكها بقوة أفقية مقدارها ($7350\ N$).

4. تتحرك سيارة على طريق أفقية بسرعة ($12\ \frac{m}{s}$)، عندما استعملت المكابح على الإطارات الأربعة كان معامل الاحتكاك بين الإطارات والأرض يساوي(0.8)، أوجد المسافة المقطوعة من لحظة استعمال المكابح حتى توقف السيارة.

5. تستقر كتلة مقدارها ($2\ kg$) على مستوى يميل على الأفقي بزاوية قدرها ($50°$)، أثرت قوة أفقية مقدارها ($30\ N$) على الكتلة كما هو موضح في الشكل. أوجد مقدار واتجاه قوة الاحتكاك المؤثرة على الكتلة.



6. تضرب كرة صولجان هوكي الجليد من إحدى نهايتي ساحة تزحلق طولها ($27\ m$)نحو النهاية الأخرى بسرعة ($6\ \frac{m}{s}$) وتعود الكرة من السياج الآخر بسرعة (كانت قيمتها قبل أن تصل إلى نقطة البداية) 0.75 من السرعة التي قُذفت بها للسياج. احسب معامل الاحتكاك بين هوكي الجليد والثلج.

7. يتحرك قطار بسرعة ($50\ \frac{m}{s}$) بدون عربات خلفه، وعند توقف المحرك

باستخدام المكابح على عجلات القطار توقف القطار بعد ($25s$) ثانية. احسب معامل الاحتكاك بين العجلات والسكة.

8. تتسارع كتلة قدرها($5\ kg$) بمقدار ($0.8\ \frac{m}{s^2}$) إلى أسفل مستوى يميل بزاوية ($15°$) مع الأفقي بفعل قوة مقدارها ($30\ N$) تؤثر إلى أسفل المستوى. احسب معامل الاحتكاك بين الكتلة والمستوى.

9. صندوق كتلته ($350\ kg$) بدأ الانزلاق من السكون على منحدر طوله ($80\ m$) يميل بزاوية ($20°$) مع الأفقي، فإذا كان معامل الاحتكاك بين الصندوق والمنحدر (0.36). احسب قوة الاحتكاك على الصندوق وسرعته عندما يصل نهاية المنحدر في الحالات الآتية:

أ). الصندوق فارغاً. ب). الصندوق يحتوي مواد كتلتها ($150\ kg$).

10. يبدأ طفل الانزلاق من السكون على مستوى لعب منزلق وتصل سرعته ($5.5\frac{m}{s}$) أسفل المستوى الذي يميل بزاوية ($35°$) مع الأفقي، فإذا كان معامل الاحتكاك بين الطفل والمستوى (0.25)، أوجد طول المستوى المنزلق عليه، والزمن المستغرق لذلك.

11. تتحرك سيارة أسفل هضبة تميل بزاوية ($6°$) مع الأفقي توقف المحرك، وعندما وصلت سرعة السيارة ($10\ \frac{m}{s}$) استخدم السائق الفرامل لكبح العجلات الأربعة توقفت السيارة بعد قطع مسافة ($8\ m$). أوجد معامل الاحتكاك بين الإطارات والطريق.

3 Motion due to gravity

الفصل الثالث:

الحركة بفعل الجاذبية

يتناول هذا الفصل الحركة بعجلة ثابتة في حالة خاصة والناتجة عن قوة الجاذبية، إما إلى أعلى أو بميل، وفي نهاية الفصل يجب أن:

- تعرف أن الحركة إلى أعلى أو أسفل مرتبطة بمجموعة من المعادلات تتضمن السرعة والإزاحة موجبة أو سالبة.
- تقدر دور الاحتكاك في الحركة على منحن ومقاومة الهواء في الحركة الرأسية.

1.3 الأجسام الساقطة من إرتفاع (Objects falling from a height)

تناولنا في دراستنا السابقة أن الأجسام الحرة تسقط بفعل قوة الجاذبية بعجلة ثابتة قدرها $\left(10\ \frac{m}{s^2}\right)$ والتي يرمز لها بـ(g)، وهذه العجلة متساوية لجميع كتل الأجسام المختلفة، وهذا النموذج يفترض أن مقاومة الهواء صغيرة جداً يمكن إهمالها في الحسابات.

حيث إن العجلة ثابتة يمكننا استخدام المعادلات السابقة للحركة بعجلة ثابتة وهي:

$$v = u + at \longrightarrow 1$$

$$s = ut + \frac{1}{2} a t^2 \longrightarrow 2$$

$$v^2 = u^2 + 2as \longrightarrow 3$$

مثال 1.1.3:

تتحرك سباحة على لوح للغطس فوق مسبح ارتفاعه $(4\ m)$ فوق سطح الماء. أوجد سرعتها عندما تصل قدميها سطح الماء.

الحل:

السرعة الابتدائية للسباحة $(u = 0)$ والعجلة $(10 \frac{m}{s^2})$ عليه نحتاج إلى معادلة تربط السرعة النهائية بالمسافة المقطوعة.

بالرجوع إلى المعادلة: $v^2 = u^2 + 2\,as$

لنحصل على: $v^2 = 0 + 2 \times 10 \times 4 = 80$

$$\therefore\ v = \sqrt{80} = 8.94 \frac{m}{s}$$

عندما تصل قدميها إلى سطح الماء فإنها تتحرك بسرعة أقل بقليل من $(9 \frac{m}{s})$.

مثال 2.1.3 :

سقطت طوبة من أعلى عمارة متكونة من عدة أدوار، شاهد أحد سكان الدور العاشر من شرفته مرور الطوبة وسمع صوت ارتطامها بالأرض بعد ثانية واحدة فإذا كان ارتفاع كل دور من العمارة $(2.5\ m)$.

كم يكون إرتفاع العمارة، وكم تكون سرعة الطوبة عندما ارتطمت بالأرض.

الحل :

السرعة الابتدائية للطوبة $(u = 0)$، والعجلة $(10 \frac{m}{s^2})$، لكي نعرف إرتفاع العمارة يلزمنا معرفة المسافة المقطوعة بواسطة الطوبة، عليه يمكن استخدام المعادلة:

$$s = u\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2 \qquad u = 0$$

$$\therefore\ s = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = 5\,t^2$$

لنفرض أن إرتفاع العمارة (h) وتحتاج الطوبة إلى زمن قدره $(T\,s)$ لأجل السقوط إلى سطح الأرض، فإن ارتفاع الشرفة في الدور العاشر $= 2.5 \times 10 = 25\ m$.

وعليه تكون: $s = h$ عندما: $t = T$

وتكون: $s = h - 25$ عندما: $t = (T - 1)$

بوضع هذه القيم في المعادلة: $s = 5\,t^2$

$$h = 5\,T^2 \longrightarrow 1$$

$$h - 25 = 5\,(T - 1)^2 \longrightarrow 2$$

بطرح المعادلة الثانية من المعادلة الأولى

$$h - (h - 25) = 5\,T^2 - 5\,(T - 1)^2$$

$$25 = 5T^2 - 5T^2 + 10T - 5$$

$$25 + 5 = 10T$$

$$\therefore \quad T = \frac{30}{10} = 3 \text{ s}$$

عليه يكون ارتفاع العمارة

$$h = 5T^2 = 5 \times (3)^2 = 45 \, m$$

لكي تجد السرعة التي تصل بها الأرض

$$v = u + a\,t$$

$$v = 0 + 10 \times 3 = 30 \frac{m}{s}$$

تمارين 3ـ A

يجب إهمال مقاومة الهواء للحركة مع افتراض أن الأجسام المتحركة لا تواجه أي مشاكل إلا إذا نص على عكس ذلك في المسائل.

1. سقط حجر من السكون أوجد سرعته والمسافة المقطوعة بعد (3 s).

2. سقطت كرة من السكون من ارتفاع ($10\,m$) فوق سطح الأرض. أوجد سرعة الكرة لحظة إصطدامها بالأرض.

3. أسقطت طفلة حجر من فوق جسر على نهر فارتطم الحجر بماء النهر بعد (1.4 s) أوجد ارتفاع الجسر فوق النهر.

4. قذفت كرة إلى أسفل بسرعة ($3.5 \frac{m}{s}$) واصطدمت بالأرض بسرعة ($17.5 \frac{m}{s}$). أوجد الارتفاع الذي قذفت منه الكرة.

5. قذف حجر إلى أسفل من ارتفاع ($14.7\,m$) فاصطدم بالأرض بعد (1.4 s). أوجد سرعة الحجر لحظة إصطدامه بالأرض.

2.3 الأجسام المقذوفة إلى أعلى (Objects projected upwards)

في لعبة الكريكت عندما يمسك اللاعب الكرة فإنه يفرح بهذا الإنجاز ويرمي الكرة إلى أعلى في الهواء، ولكي ينجز ذلك عليه أن يكسب الكرة سرعة ابتدائية بفضل القوة من يديه إلا أنه عندما تصبح الكرة في الهواء، فالقوة الوحيدة التي تؤثر على الكرة هي قوة الجاذبية.

عندما تكون الكرة مرتفعة تكون إزاحتها وسرعتها إلى أعلى ولكن القوة تكون إلى أسفل. تنتج الجاذبية عجلة تقصيرية مقدارها ($10\ \frac{m}{s^2}$).

عليه عند استخدام معادلات الحركة بعجلة ثابتة إلى أعلى يجب أن تستخدم قيمة العجلة ($a = -10\ \frac{m}{s^2}$).

مثال 1.2.3:

قذفت كرة إلى ارتفاع قدره ($12.8\ m$)، أوجد السرعة الابتدائية للكرة وكم تكون سرعتها عند الارتفاع ($11\ m$).

الحل:

في هذه الحالة لا نرغب في حساب الزمن فعليه نستخدم المعادلة ($v^2 = u^2 + 2\,as$).

حيث:

u السرعة الابتدائية و s المسافة المقطوعة،

v السرعة عند تلك المسافة، و $a = -10\ \frac{m}{s^2}$

$$\therefore \quad v^2 = u^2 - 2 \times 10 \times s = u^2 - 20\,s$$

حيث إن الكرة ارتفعت إلى مسافة ($12.8\ m$) ثم توقفت عليه فإن السرعة النهائية($v = 0$)

$$0 = u^2 - 20 \times 12.8$$

$$u^2 = 256 \qquad \therefore u = 16\ \frac{m}{s}$$

عليه تكون الكرة قد قذفت إلى أعلى بسرعة ($16\ \frac{m}{s}$).

الآن يمكننا استخدام قيمة ($u = 16\ \frac{m}{s}$) في المعادلة($v^2 = u^2 - 20\,s$)

حيث: $s = 11\ m$

$$\therefore \quad v^2 = 256 - 20 \times 11 = 36$$

$$\therefore v = \sqrt{36} = 6 \frac{m}{s}$$

عليه عندما تصل الكرة إلى مسافة (11 m) فوق سطح الأرض تكون سرعتها ($v = 6 \frac{m}{s}$) تعرض هذا المثال إلى حركة الكرة إلى أعلى فقط ولكن ما ارتفع شيء إلا ورجع إلى أسفل.

وهنا يمكننا دراسة حركة الكرة من لحظة القذف إلى أعلى إلى حين رجوعها إلى يدي اللاعب ونسأل كم بقت الكرة في الهواء وما مقدار سرعتها عندما يمسكها اللاعب مرة أخرى بعد الرجوع.

يمكنك دراسة الموضوع بتقسيم الحركة إلى جزئين إلى أعلى وإلى أسفل، ففي المثال السابق سقطت الكرة من ارتفاع ($12.8\,m$) إلا أنه ليس من الضروري بل يمكنك استخدام معادلات الحركة والتي تطبق على الحركة إلى أعلى أو الحركة إلى أسفل.

اعتبر معادلة الحركة في السرعة والزمن: $v = u + a\,t$

والتي تأخذ الصيغة: $v = 16 + 10\,t$

وهذا صحيح في حالة الحركة إلى أعلى حتى أن تصل سرعة الكرة إلى السكون في أعلى نقطة ($v = 0$)

حيث: $0 = 16 - 10\,t$

$$\therefore \quad t = \frac{16}{10} = 1.6\,s$$

عليه سوف تصل الكرة إلى أقصى ارتفاع ($12.8\,m$) بعد زمن قدره (1.6 s)، بعدها المعادلة تُعطي قيمة سالبة للسرعة (v).

في هذا النموذج للحركة عندما وضعت قيمة السرعة الابتدائية ($v = 6 \frac{m}{s}$) والعجلة ($a = -10 \frac{m}{s^2}$) كان الاتجاه إلى أعلى موجباً، عليه عندما تغير الكرة من اتجاه حركتها تُصبح (v) سالبة، وهذا يدل على أن الكرة متحركة إلى أسفل.

وهذا يوضح الفرق بين مقدار السرعة (الارقال) والسرعة.

وعلى سبيل المثال إذا كانت ($t = 2\,s$)

$$v = 16 - 10 \times 2 = 16 - 20$$

$$\therefore \quad v = -4 \frac{m}{s}$$

عندها تقول: إن سرعة الكرة ($-4 \frac{m}{s}$) إلى أعلى، إلا أنها متحركة بسرعة مقدارها ($4 \frac{m}{s}$).

لندرس الإزاحة باستخدام المعادلة: $s = u\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$

والتي تأخذ الصيغة الآتية في هذا المثال: $s = 16\,t - 5\,t^2$

ويمكنك التأكد عندما تكون ($t = 1.6\ s$) تكون ($s = 12.8\ m$)، والذي يؤكد وصول الكرة إلى أقصى ارتفاع بعد زمن قدره ($1.6\ s$).

بعدها تبدأ الإزاحة في التقلص، فعندما تكون ($t = 2\ s$) فإن الإزاحة:

$$s = 16 \times 2 - 5 \times 4 \quad = 32 - 20 \quad = 12\ m$$

عليه بعد مرور زمن قدره ($2\ s$) سوف تكون الكرة على ارتفاع ($12\ m$) فوق سطح الأرض.

وبالرجوع إلى المعادلة:

$$s = 16\,t - 5\,t^2 \quad = t\,(16 - 5\,t)$$

يمكن ملاحظة أن ($s = 0$) عندما:

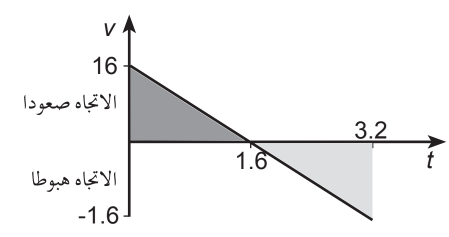
$$t = \frac{16}{5} \quad = 3.2\ s$$

هذا يعني بعد مرور زمن قدره ($3.2\ s$) تكون إزاحة الكرة تساوي صفراً، أي أنها رجعت إلى نقطة البداية وبهذا استغرق قذف الكرة زمن ($3.2\ s$).

وأخيراً بالتعويض عن الزمن ($t = 3.2\ s$) في المعادلة:

$$v = 16 - 10\,t \quad = 16 - 10 \times 3.2 \quad = 16 - 32$$

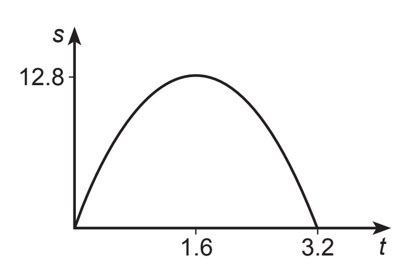
$$\therefore\ v = -16\,\frac{m}{s}$$



الشكل (1.3)

وهذا يدل على أن سرعة الكرة عندما أمسكها الاعب كانت ($-16\,\frac{m}{s}$) أي أنها هابطة بسرعة مقدارها ($16\,\frac{m}{s}$).

ومن الملاحظ أيضاً أن الكرة استغرقت نفس الزمن صعوداً وهبوطاً، وأنها رجعت إلى اللاعب بنفس السرعة التي قذفت بها إلى أعلى، وهذا صحيح دائماً في حالة أنها قذفت تحت تأثير قوة الجاذبية فقط عند القذف والمسك بها في نفس المستوى.



الشكل (2.3)

ويوضح الشكلين (1.3 و 2.3) (السرعة – الزمن) و(الإزاحة – والزمن) اللازم لحركة الكرة.

يوضح الشكل (1.3) أن قيمة السرعة (v) موجبة حتى يصل الزمن ($t = 1.6\ s$) وسالبة للزمن بين ($t = 1.6\ s$) إلى ($t = 3.2\ s$) وهو يوضح الحركة مستمرة.

كما يوضح الشكل(3. 2) زيادة الإزاحة (s) إلى أن تصل قيمتها القصوى إلى ($12.8\ m$) حيث ($t = 1.6\ s$) وتتناقص حتى تصل إلى الصفر (0) عندما يكون ($t = 3.2\ s$).

ومن المهم الآن ملاحظة كيف يمكن إيجاد الإزاحة من رسم (السرعة – الزمن). يتكون جزء من الرسم ومحور الزمن (t) من مثلثين أحدهما غامق والآخر خفيف التظليل ولهما مساحة ($\frac{1}{2} \times 1.6 \times 16 = 12.8$)

ويوضح المثلث الغامق أن الإزاحة زادت بمقدار (12.8) خلال زمن ($t = 0$) إلى ($t = 1.6\ s$)، إلا أن المثلث الخفيف الذي يقع تحت محور الزمن نقص من (12.8) إلى (0) خلال الفترة ($t = 1.6\ s$) إلى ($t = 3.2\ s$) عليه ببلوغ الزمن الكلي ($3.2\ s$) تكون الإزاحة ($12.8 + (-12.8)$) والتي تساوي صفراً، هذا يوضح الفرق بين المسافة والإزاحة خلال قذف كرة قد تكون قطعت مسافة ($12.8 + 12.8 = 25.6$ m)، حيث انتهت عند نقطة البداية فتكون الإزاحة المحصلة تساوي صفراً.

مثال 2.2.3:

تقع شرفة سعاد على ارتفاع ($3.6\ m$) فوق سطح الأرض، قذفت وداد باقة زهور إلى أعلى بسرعة ($11\ \frac{m}{s}$) إلى سعاد، ردت سعاد عليها بقذفها ببرتقالة إلى أعلى بسرعة ($3\ \frac{m}{s}$). أوجد الزمن المستغرق لكل هدية في الهواء والسرعة التي تسلمت فيها كل منهما هديتها.

الحل:

في حالة زهور وداد كانت: $u = 11\ \frac{m}{s}$

$a = -10\ \frac{m}{s^2}$

باستخدام معادلات الحركة $v = u + a\,t \quad = 11 - 10\,t$

$$s = u\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2 \qquad = 11\,t - 5\,t^2$$

استقبلت سعاد الباقة وهي على ارتفاع ($3.6\ m$)

$$\therefore \quad s = 3.6 = 11\,t - 5\,t^2$$

بضرب المعادلة في (5) نحصل على: $25\,t^2 - 55\,t + 18 = 0$

والتي يمكن تحليلها كما يلي: $(5\,t - 2)(5\,t - 9) = 0$

عليه يمكن الحصول على زمنين ($t = 0.4\ s$) أو ($t = 1.8\ s$).

ويمكنك معرفة السبب في ذلك بحساب السرعة (v)

$$v = u + a\,t \quad = 11 - 10 \times 0.4 \quad = 7\,\frac{m}{s}$$

$$v = 11 - 10 \times 1.8 \quad = -7\,\frac{m}{s}$$

عليه سوف تكون لسعاد فرصتان لتسلم باقة الزهور إما عندما تمر الباقة بشرفتها والزهور متحركة إلى أعلى بسرعة ($7\,\frac{m}{s}$) بعد زمن قدره ($0.4\ s$)، أو عندما ترجع الزهور مارة بشرفتها بسرعة ($-7\,\frac{m}{s}$) بعد زمن قدره ($1.8\ s$).

أما بالنسبة لبرتقالة سعاد

$$u = 3\,\frac{m}{s}$$

$$a = -10\,\frac{m}{s^2}$$

$$s = 3\,t - 5\,t^2$$

وكذلك

$$v = 3 - 10\,t$$

وهنا تعبر (s) عن الإزاحة فوق يدي سعاد عندما رمت البرتقالة ولكي تجد متى سوف تمسك وداد بالبرتقالة عليها استخدام ($s = -3.6\ m$)، والإشارة السالبة هنا تدل على أن المسافة ($3.6\ m$) أسفل نقطة البداية للحركة وهذا يُعطي العلاقة:

وبالضرب × 5

$$3\,t - 5\,t^2 = -3.6$$

والتي يمكن إعادة صياغتها:

$$25\,t^2 - 15\,t - 18 = 0$$

والتي تُعطي:

$$(5\,t + 3)\,(5\,t - 6) = 0$$

وحيث إن الزمن (t) لا يمكن أن يكون سالباً عليه فإن ($5\,t + 3$) لا يمكن أن تساوي صفراً

$$\therefore \quad (5\,t - 6) = 0$$

والتي تُعطي ($t = 1.2\ s$) هذه القيمة للزمن (t) تعطي:

$$v = 3 - 10 \times 1.2 \quad = 3 - 12 \quad = -9\,\frac{m}{s}$$

عليه سوف تمسك وداد بالبرتقالة بعد زمن قدره ($1.2\ s$) وبسرعة ($9\,\frac{m}{s}$).

الدرس المستفاد من هذا المثال هو أن ($3.6\ m$) والتي تمثل ارتفاع الشرفة فوق سطح الأرض إلا أن الهدايا تتحرك من يد واحدة إلى يد الأخرى فعليه كانت الإزاحة تساوي ($\pm\, 3.6m$) وكان الغرض أن كل منهما قذفت بالهدية من نفس الارتفاع فوق سطح الأرض كما تتسلمها الأخرى.

ملاحظة أخيرة:

لا يوجد أي سبب لان نأخذ الاتجاه الموجب إلى أعلى بل يمكنك أخذ موجب إلى أسفل إلا أنه في هذه الحالة يجب تغيير إشارة كل من(u)، و(v)، و(s) مع الزمن (t).

إلا أنه من المعتاد أخذ الاتجاه الموجب إلى أعلى وحيث أن الجسم بدأ الحركة إلى أعلى أولاً ففي الفقرة (1.3) حيث كانت الحركة إلى أسفل فقط كان جلياً اختيار الاتجاه الموجب إلى أسفل.

تمارين 3 ـ B

1. تقذف آلة كرات تنس الكرة إلى أعلى رأسياً بسرعة ابتدائية قدرها ($25\,\frac{m}{s}$)، أوجد سرعة وارتفاع الكرة بعد زمن قدره ($2\,s$).

2. يقذف لاعب السرك كرة إلى أعلى رأسياً بسرعة ($6\,\frac{m}{s}$)، أوجد أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة.

3. تقذف كرة رأسياً إلى أعلى لتصل إلى أقصى ارتفاع قدره ($22\,m$)، أوجد السرعة الابتدائية للكرة.

4. قذف حجر إلى أعلى ليصل إلى أقصى ارتفاع قدره ($35\,m$)، احسب الزمن المستغرق لكي يصل إلى أقصى ارتفاع.

5. ضربت كرة الكريكت رأسياً إلى أعلى فوصلت أقصى ارتفاع في زمن قدره ($2.2\,s$)، أوجد أقصى ارتفاع وصلت إليه كرة الكريكت.

6. قذف طفل كرة إلى أعلى بسرعة ابتدائية قدرها ($8\,\frac{m}{s}$) من نقطة أسفل سقف بمقدار ($3\,m$). أوجد الزمن بين لحظة القذف وزمن اصطدام الكرة بالسقف.

7. قذف حجر إلى أعلى بسرعة ابتدائية قدرها ($20\,\frac{m}{s}$). أوجد سرعة وارتفاع الحجر بعد ($3\,s$).

8. قذفت كرة إلى أعلى وأمسك بها (على نفس الارتفاع) بعد زمن قدره ($3.2\ s$).
أوجد السرعة الابتدائية للكرة.

9. قذف حجر إلى أعلى بسرعة ابتدائية قدرها ($18\ \frac{m}{s}$)، أوجد الزمن المستغرق لكي يرجع الحجر إلى نفس نقطة القذف وسرعته في تلك النقطة.

10. قذفت كرة إلى أعلى بسرعة ابتدائية قدرها ($15.5\ \frac{m}{s}$)، أوجد الزمن الذي تقضيه الكرة فوق الارتفاع ($10.5\ m$).

11. قذفت كرة إلى أعلى بسرعة ابتدائية قدرها ($12\ \frac{m}{s}$) من نقطة على ارتفاع ($2.5\ m$) فوق سطح الأرض. أوجد سرعة الكرة عندما تصل إلى الأرض والزمن المستغرق في ذلك.

12. قذف حجر إلى أعلى بسرعة ابتدائية قدرها ($15\ \frac{m}{s}$) من أعلى قمة جرف. فوصل الحجر إلى قاع الجرف بعد زمن قدره ($5.4\ s$). أوجد ارتفاع الجرف.

13. قذف جسم إلى أعلى بسرعة ابتدائية (u)، بين أنه سيصل إلى أقصى ارتفاع بعد زمن قدره ($\frac{u}{g}$)، وإلى أقصى ارتفاع قدره ($\frac{u^2}{2g}$). وبين أيضاً أنه سوف يرجع إلى نقطة الانطلاق بعد مرور زمن قدره ($\frac{2u}{g}$)، ثم أوجد سرعته في هذه الحالة (السرعة التي يصل بها نقطة الانطلاق).
استنتج أن الزمن المستغرق في الصعود يساوي زمن الهبوط ، وكذلك أن سرعة الجسم عند رجوعه إلى نقطة الانطلاق تساوي سرعته الابتدائية عند بدء الحركة إلى أعلى.

14. لاعبة جمباز تقفز وترجع (في نفس المستوى) بعد زمن قدره ($1.8\ s$). أوجد السرعة الابتدائية للاعبة وأقصى ارتفاع تصل إليه.

15. قذف حجر إلى أعلى بسرعة ابتدائية قدرها ($25\ \frac{m}{s}$) من نقطة أعلى من سطح الأرض بمقدار ($30\ m$)، أوجد:
أ). أقصى ارتفاع يصل إليه الحجر فوق سطح الأرض.
ب). الزمن الذي ينقضي حتى يرجع الحجر إلى سطح الأرض.

جـ). ارسم المنحني (t, v) لحركة الحجر حتى يرجع إلى سطح الأرض.

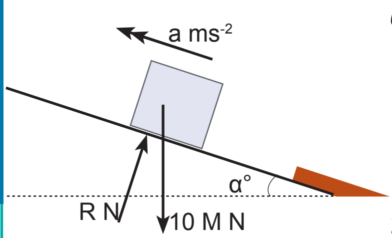
د). ارسم منحن يوضح ارتفاع الحجر كدالة في الزمن.

3.3 الحركة على مستوى مائل (Motion on a sloping plane)

يمكن استخدام نفس الطريقة السابقة لدراسة حركة جسم ينزلق إلى أعلى أو إلى أسفل على مستوى مائل بفعل قوة الجاذبية، وفي هذه الحالة تكون قيمة العجلة غير كبيرة والمثالان الآتيان يوضحان ذلك، في المثال الأول المنحدر أملس، ويتضمن المثال الثاني الاحتكاك.

مثال 1.3.3

يمتد ممر أعلى هضبة تميل مع الأفقي بزاوية قدرها $(\alpha°)$ بحيث $(\sin\alpha° = 0.6)$ و$(\cos\alpha° = 0.8)$، وضعت كتلة على الممر ومنعت من الانزلاق إلى أسفل بواسطة رصيف حجري، ضربت الكتلة وبدأت الحركة إلى أعلى بسرعة $(12\,\frac{m}{s})$، وكان على الطريق ثلج عليه يمكن إهمال تأثير الاحتكاك، أوجد إلى أي مدى سوف تتحرك الكتلة إلى أعلى، والسرعة التي ستصطدم بها مع الرصيف عندما ترجع والزمن الذي تستغرقه الكتلة في الحركة.



الشكل (3.3)

الحل:

هناك قوتان تؤثران على الكتلة أثناء حركتها على المستوى، وهما وزن الكتلة وقوة الاتصال العمودية الموضحة في الشكل (3-3) لنفرض أن كتلتها $(M\ kg)$.

عليه يكون الوزن $(w = 10\ M\ N)$

وتحليل هذا الوزن إلى أسفل المستوى يساوي:

$$10\ M \cos(90 - \alpha)° \quad = 10\ M \sin\alpha° \quad = 10 \times 0.6\ M \quad = 6\ M$$

لنفرض أن العجلة $= \ a\,\frac{m}{s^2}$

$$R\ (\parallel \text{للمستوى}) \quad -6\ M = a\ M \qquad \therefore\ a = -6\,\frac{m}{s^2}$$

عليه يمكن الإجابة على الفقرتين من خلال استخدام المعادلة $(v^2 = u^2 + 2\,as)$

حيث $(u = 12\ \frac{m}{s})$ ، و$(a = -6\ \frac{m}{s^2})$

$$v^2 = 144 - 12\,s$$

في أقصى نقطة على المستوى تكون سرعة الحجر (v) تساوي صفراً.

$$\therefore \quad 0 = 144 - 12\,s$$

$$\therefore \quad s = 12\ m$$

فيما بعد عندما يضرب الحجر الأرض تكون الإزاحة $(s = 0)$

$$\therefore \quad v^2 = 144$$

$$\therefore \quad v = \pm 12\ \frac{m}{s}$$

فبعد رجوع الحجر إلى الرصيف سوف تكون سرعته $(v = -12\ \frac{m}{s})$

وهناك عدة طرق يمكن بواسطتها إيجاد زمن الحركة للحجر أحدها معادلة السرعة والزمن:

$$v = u + a\,t \qquad = 12 - 6\,t$$

وعندما يرجع الحجر إلى الرصيف $(v = -12)$

$$\therefore \quad -12 = 12 - 6\,t \qquad \therefore \quad 24 = 6\,t \qquad \therefore \quad t = 4\,s$$

عليه سوف يتحرك الحجر مسافة $(12\ m)$ إلى أعلى المستوى، وبعد مرور $(4\ s)$ يصطدم بالرصيف وبسرعة قدرها $(-12\ \frac{m}{s})$.

مثال 2.3.3

كرر المثال السابق (1.3.3) عندما يذوب الثلج وكان معامل الاحتكاك بين الكتلة والطريق يساوي (0.45).

الحل:

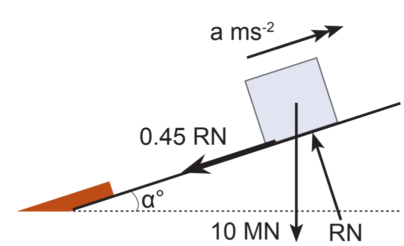
يوضح الشكل (3-4) القوى التي تؤثر على الكتلة وهي تنزلق إلى أعلى المستوى، ولكي تجد قوة الاحتكاك، تحتاج لحساب قوة الاتصال العمودية (RN).

R (⊥ المستوى) $\qquad R = 10\,M\cos\alpha°$

$$\therefore \quad R = 8\,M$$

حيث إن الكتلة في حالة حركة فإن الاحتكاك في نهاية قيمته:

$$= 0.45 \times 8\,M \quad = 3.6\,M\,N$$



الشكل (4.3)

R (II للمستوى) $\qquad - 6\, M - 3.6\, M = a\, M$

$- 9.6\, M = a\, M \qquad \therefore a = - 9.6\, \frac{m}{s^2}$

باستخدام المعادلات: $(v = u + a\, t)$ و$(v^2 = u^2 + 2\, as)$

إلى أعلى الطريق $\quad v = 12 - 9.6\, t$

$v^2 = 144 - 19.2\, s$

عند أقصى نقطة على الطريق $(v = 0)$

$$\therefore \quad t = \frac{12}{9.6} \quad = 1.25\, s$$

$$0 = 144 - 19.2\, s$$

$$\therefore \quad s = \frac{144}{19.2} \quad = 7.5\, m$$

وفي حالة الرجوع سوف يتغير اتجاه قوة الاحتكاك والشكل (5-3) يوضح القوى المؤثرة على الكتلة ويكون من الأسهل اختيار الاتجاه الموجب للحركة إلى أسفل الطريق حيث إن كل من السرعة والإزاحة في هذا الاتجاه، لنفرض أن العجلة (a')

R (II للمستوى) $\qquad 6\, M - 3.6\, M = M\, a'$

$$\therefore \quad a' = 2.4\, \frac{m}{s^2}$$

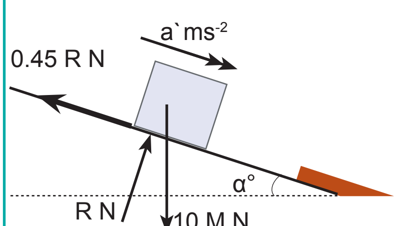
في هذا الجزء من الحركة $(u = 0)$، و$(a' = 2.4\, \frac{m}{s^2})$

ومن المعادلة: $\quad v^2 = u^2 + 2\, as$

وكذلك: $\quad s = u\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$

ومنهما نحصل على: $\quad v^2 = 2 \times 2.4\, s \quad = 4.8\, s$

$$s = \frac{1}{2} \times 2.4 \times t^2 \quad = 1.2\, t^2$$



الشكل (5.3)

وكما هو معلوم فإن الحجر سوف يصطدم بالرصيف بعد قطع مسافة $(s = 7.5\, m)$

$$\therefore \quad v^2 = 4.8 \times 7.5$$

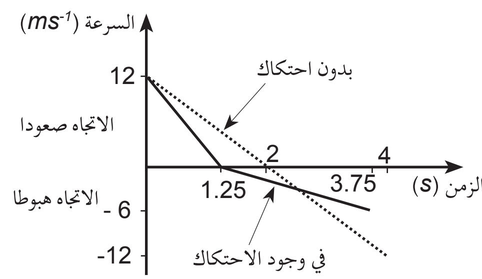
$$v = \sqrt{4.8 \times 7.5} \quad = \sqrt{36} \quad = 6\, \frac{m}{s}$$

والزمن $\quad t = \sqrt{\frac{7.5}{1.2}} \quad = \sqrt{6.25} \quad = 2.5\, s$

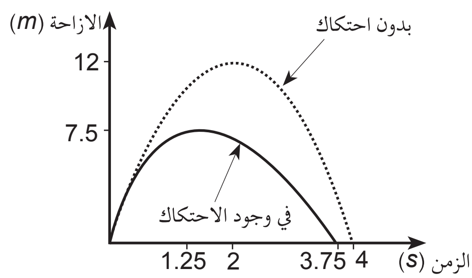
وبذلك يكون الحجر قد قطع مسافة $(7.5\, m)$ إلى أعلى المستوى واستمر لفترة زمنية قدرها $(2.5 + 1.25)$ أو $(3.75\, s)$ واصطدم بالرصيف الحجري بسرعة

قدرها $(6\,\frac{m}{s})$.

ويوضح الشكلين (3-6 و3-7) رقماً لـ(السرعة – والزمن) وكذلك لـ(الإزاحة – والزمن) الخط المتقطع في المثال (1.3.3) بينما الخط المتصل في المثال (2.3.3)، ومع أخذ الاتجاه الموجب إلى أعلى المستوى، نلاحظ أن رسم الحركة يأخذ شكل خط مستقيم وقطع ناقص في حالة الحركة بدون احتكاك، أما في حالة الحركة على الطريق الخشنة فإن الرسم يتكون من خطين مستقيمين ونصفين متصلين لقطع ناقص.



الشكل (6.3)



الشكل (7.3)

في الشكل (3-6) نلاحظ أن مساحة المثلثات فوق محور الزمن وتحته متساوية.

4.3 الحركة الرأسية مع المقاومة الهوائية
(Vertical motion with air resistance)

عندما يتحرك جسم إلى أعلى لا يوجد احتكاك بين الأجسام الصلبة إلا أنه يوجد احتكاك بفعل الهواء، وهناك فرق مهم بين الحالتين (حركة الأجسام الصلبة على أسطح خشنة وحركتها في الهواء).

ففي الحالة الأولى لا تعتمد قيمة قوة الاحتكاك على سرعة الجسم، بينما تزداد مقاومة الهواء مع زيادة سرعة الجسم، حيث تعتمد هذه المقاومة أيضاً على شكل الجسم ومساحته السطحية ونوع المادة المصنوع منها وكثافة الهواء وتعطي جميع هذه العوامل ثابت التناسب (k) في نموذج المعادلة المقترحة ففي السرعة البطيئة تتناسب مقاومة الهواء مع سرعة الجسم أما في حالة السرعة العالية فإن مقاومة الهواء تتناسب مع مربع السرعة.

وفي حالة الأجسام الساقطة هناك سرعة تكون فيها مقاومة الهواء كبيرة جداً

ومساوية لوزن الجسم، عندما يحدث هذا لا يوجد تسارع للجسم بل يتحرك بسرعة ثابتة، وتُسمى هذه السرعة بالسرعة النهائية.

مثال 1.4.3

قفز ثلاثة رجال من طائرة وهبطوا رأسياً إلى أسفل قبل أن يفتحوا مظلاتهم. كانت كتلة الأول ($80\ kg$) بقي معتدلاً إلى أعلى أثناء الهبوط بسرعة نهائية ($50\ \frac{m}{s}$). وكان الثاني عسكرياً يرتدي ملابس ثقيلة وأجهزة وكانت كتلته ($120\ kg$) وبقي أيضاً معتدلاً إلى أعلى أثناء الهبوط. أما الثالث فكان رياضياً وكتلته ($70\ kg$) اتخذ وضع أفقي بفرد قدميه ويديه وهذا مكنه من زيادة مقاومة الهواء(12) مرة.

أوجد السرعة النهائية لكل من العسكري والرياضي.

الحل:

يوضح الشكل (3-8) القوى المؤثرة على الرجال الثلاثة، لنفرض أن مقاومة الهواء على الرجل الأول تعطى بالعلاقة ($kv^2\ N$)، حيث (v) سرعته ($\frac{m}{s}$) ولا تتغير مقاومة الهواء على العسكري حيث إنه استمر على الوضع قائماً أما في حالة الرياضي فإن مقاومة الهواء تعطى بالعلاقة ($12\ kv^2\ N$).

لنفرض أن السرعة النهائية للعسكري ($x\ \frac{m}{s}$) وللرياضي ($y\ \frac{m}{s}$) على التوالي.

وبمساواة الوزن بالمقاومة في كل حالة نجد أن:

$$80 \times 10 = k\ 50^2 \longrightarrow 1$$

$$120 \times 10 = kx^2 \longrightarrow 2$$

$$70 \times 10 = 12\ ky^2 \longrightarrow 3$$

تُعطي المعادلة:

$$k = \frac{80 \times 10}{50^2} = 0.32$$

بوضع هذه القيمة لـ(k) في المعادلتين (2)، و(3)

$$x = \sqrt{\frac{120 \times 10}{0.32}} = 61.2\ \frac{m}{s}$$

$$y = \sqrt{\frac{70 \times 10}{12 \times 0.32}} = 13.5\ \frac{m}{s}$$

الشكل (8.3)

عليه ستكون السرعة النهائية للعسكري أكثر من ($60\ \frac{m}{s}$) بقليل بينما سرعة

الرياضي أقل من ربع سرعة العسكري، لاحظ أنه رغم أن قيمة عجلة الجاذبية واحدة لجميع الرجال بغض النظر عن كتلتهم، سبّب وزن العسكري سقوطه بسرعة نهائية أعلى من الرجل الأول، ومن جهة أخرى مكنه من المحافظة على مساحة كبيرة للسطح المعرض للتيارات الهوائية قلّل من السرعة النهائية وسمح الوقت للتمتع بالسقوط ولتنفيذ المناورات المكانية قبل أن يحتاج لفتح مظلته.

مثال 2.4.3

قذفت قذيفة رأسياً إلى أعلى من مدفع بسرعة ابتدائية قدرها ($40\ \frac{m}{s}$) من حافة منحدر ارتفاعه ($100\ m$) فوق سطح البحر، وعند رجوعها أخطأت المنحدر بقليل وكانت السرعة النهائية للقذيفة ($50\ \frac{m}{s}$).

احسب تسارع القذيفة مباشرة بعد مغادرة اسطوانة المدفع، وأقصى ارتفاع تصل إليه. ثم ارسم رسماً لمقارنة الحركة الحقيقية بالحركة المتوقعة إذا لم توجد مقاومة للهواء.

الحل:

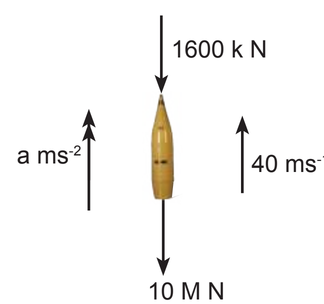
في حالة الحركة بدون مقاومة للهواء ($u = 40\ \frac{m}{s}$) و ($a = -10\ \frac{m}{s^2}$) العجلة الثابتة

$$v = 40 - 10\,t$$

$$s = 40\,t - 5\,t^2$$

عندما تصل القذيفة إلى أعلى نقطة تكون سرعتها ($v = 0$) والتي تحدث عندما تكون ($t = 4\ s$) وعندها تكون المسافة ($s = 80\ m$) وسوف تدخل سطح البحر عندما ($s = -100\ m$) وعندها يكون قد مضى من الزمن ($t = 10\ s$) أي بعد ($10\ s$) من زمن القذف، والتي وضحت في الشكل (3-10).

لكي تجد العجلة للحركة الحقيقية تحتاج لمعرفة العلاقة لمقاومة الهواء، لنفرض أن صيغتها ($kv^2\ N$) وكتلة القذيفة ($M\ kg$)، حيث إن السرعة النهائية ($50\ \frac{m}{s}$) والوزن ($10\ M\ N$) يجب أن يتزن مع مقاومة (kv^2) حيث ($V = 50\ \frac{m}{s}$) التي يعبر عنها بالمعادلة ($10\ M = 2500\ k$) حيث نحصل على قيمة ($k = 0.004\ M$).



الشكل (9.3)

ويوضح الشكل (3-9) القوى المؤثرة على القذيفة عند مغادرتها لاسطوانة المدفع.

وحيث إن السرعة ($u = 40\ \frac{m}{s}$) عليه تكون مقاومة الهواء

$$(0.004\ M) \times (40)^2 \quad = 0.004\ M \times 1600 \quad = 6.4\ M\ N$$

$R\ (\uparrow) \qquad -10\,M - 6.4\,M = Ma$

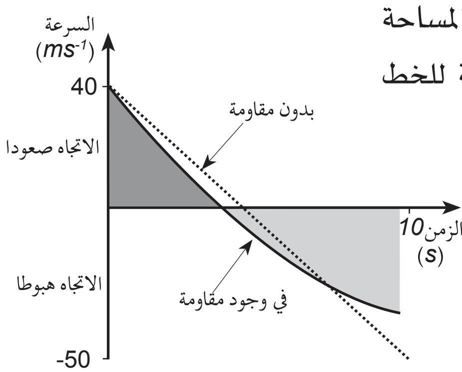
عليه تكون عجلة القذيفة $a = -16.4\ \frac{m}{s^2}$

عند أقصى ارتفاع للقذيفة تكون $(v = 0)$ وبذلك تكون مقاومة الهواء تساوي صفراً أيضاً.

وبذلك تكون عجلة القذيفة عبارة عن عجلة الجاذبية $(10\ \frac{m}{s^2})$ حيث توضح هذه الحسابات منحنى (السرعة – الزمن) كما هي موضحة في الشكل (3-10).

عندما تكون $(t = 0)$ يكون الانحدار (16.4 -)، وأعمق من قيمة الانحدار (10-) للخط المتقطع والذي يمثل الحركة بدون مقاومة الهواء.

إلا أنه في نقطة $(t = 0)$ عندما يكون $(v = 0)$ يكون الانحدار (10-) موازياً للخط المتقطع حيث إن السرعة النهائية تساوي $(v = 50\ \frac{m}{s})$ فلا يمكن للمنحنى أن يكون أقل من $(50\ \frac{m}{s})$، وأقصى ارتفاع تصل إليه القذيفة توضحه المساحة المظللة باللون الرمادي الغامق والتي يبدو وكأنها $(\frac{3}{4})$ المساحة الممثلة للخط المتقطع والتي تساوي (80).



الشكل (10.3)

عليه فإن أقصى ارتفاع للقذيفة حوالي $(80 \times \frac{3}{4} = 60\ m)$، أما الوقت عندما تدخل القذيفة سطح البحر يمكن إيجاده من قيمة (t) والموضح في مساحة المنطقة الرمادية الخفيفة والتي تزيد عن المنطقة الرمادية القاتمة بـ(100) مرة، وهو ليس بالأمر السهل تقديره، ولكنه من الممكن أن لا يختلف عن قيمته في حالة الحركة بدون مقاومة الهواء.

تمارين 3ـ C

1. وضع جسم كتلته $(\frac{1}{2}\ kg)$ عند نقطة (0) على مسار يميل بزاوية $(sin^{-1}\frac{1}{2})$ مع الأفقي، قذف إلى أعلى المسار بسرعة $(12\ \frac{m}{s})$ وكان مقدار قوة الاحتكاك $(2\ N)$ والذي يؤثر في اتجاه عكس اتجاه الحركة.

أ). أوجد قيمة العجلة عندما يتحرك الجسم إلى أعلى المسار وكذلك قيمة العجلة عندما يتحرك الجسم إلى أسفل المسار.

ب). أوجد أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم والزمن المستغرق لذلك.

ج). أوجد الزمن الذي استغرقه الجسم حتى يرجع إلى نقطة الأصل (0) وسرعته عندما يصل إلى النقطة (0).

د). ارسم منحنى (t, v) لحركة الجسم من نقطة البداية (0) حتى يرجع إليها مرة أخرى ووضح برسم تخطيطي المنحنى (t, s).

هـ). أعد الحسابات للفقرة ب،جـ في حالة عدم وجود قوة الاحتكاك.

2. قذف جسم كتلته ($m\ kg$) من النقطة (0) على مستوى أملس يميل بزاوية ($sin^{-1}\frac{3}{5}$) بسرعة ($24\ \frac{m}{s}$).

أ). أوجد أقصى مسافة يصل إليها الجسم، والسرعة التي يعود بها إلى النقطة (0) والزمن المستغرق من لحظة القذف حتى العودة إلى نقطة القذف (0) مرة أخرى.

ب). كم تكون الإجابات السابقة إذا كان المسار خشن وكان معامل الاحتكاك يساوي ($\frac{9}{20}$).

3. يسقط حجر كتلته ($20\ kg$) من ارتفاع، خلال السقوط تعرض لمقاومة الهواء بمقدار ($0.08\ v^2\ N$) حيث (v) السرعة بوحدة ($\frac{m}{s}$)، أوجد السرعة النهائية للحجر؟ وكم يكون مقدار تسارعه عندما يسقط بسرعة مقدارها ($25\ \frac{m}{s}$).

4. سقطت قطة من على غصن شجرة عالية وبعد زمن قدره ($3s$) وصلت الأرض، بإهمال مقاومة الهواء قدر ارتفاع غصن الشجرة والسرعة التي تصل بها إلى الأرض.

أ). إذا لم تهمل مقاومة الهواء وأخذ في الحسبان، هل الارتفاع والسرعة تكون أكبر من القيمة المحسوبة أولاً أو أقل؟

ب). وإذا اعتبرت مقاومة الهواء تأخذ الصفة (kv) حيث (v)سرعة القطة بوحدة ($\frac{m}{s}$). فإذا كانت كتلة القطة ($2.5\ kg$) وسرعتها النهائية($50\ \frac{m}{s}$). أوجد قيمة الثابت (k)؟ ثم احسب مقدار تسارع القطة عندما تكون ساقطة بسرعة ($10\ \frac{m}{s}$).

5. يقف طفل في شرفة منزل ترتفع ($9.8\ m$) فوق سطح الأرض، أسقط الطفل حجر على السور فسقط إلى أسفل على الأرض، أهمل مقاومة الهواء واحسب الزمن المستغرق في السقوط والسرعة التي وصل بها الحجر إلى سطح الأرض.

فإذا كانت كتلة الحجر ($1\ kg$)، وكانت مقاومة الهواء ($v\ N$) عندما كانت سرعة الحجر ($v\ \frac{m}{s}$) أوجد السرعة النهائية للحجر؟ ثم أوجد صيغة رياضية للتسارع عندما يتحرك الحجر بسرعة (v).

6. بدأ مظلي كتلته ($m\ kg$) بالسقوط من طائرة، وكانت مقاومة الهواء له عندما كانت سرعته ($v\ \frac{m}{s}$) تساوي ($kv^2\ N$) فإذا كانت سرعته النهائية ($40\ \frac{m}{s}$) أوجد تعبيراً بدلالة ($m\ kg$) للثابت (k)؟

عندما وصلت سرعة المظلي إلى ($16\ \frac{m}{s}$) غير وضعه لتصل مقاومة الهواء إلى القيمة ($4\ kv^2\ N$). أوجد قيمة سرعته النهائية الجديدة؟

ثم أوجد قيمة تسارعه الذي يسقط به:

أ). قبل أن يُغير من وضعه بقليل. ب). بعد أن يغير وضعه بقليل.

7. قذف طفل كرة كتلتها ($0.1\ kg$) إلى أعلى بسرعة مقدارها ($8\ \frac{m}{s}$) من ارتفاع قدره ($0.5\ m$) على سطح الأرض، وأمسك بها على نفس المستوى بإهمال مقاومة الهواء احسب أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة والزمن الذي تستغرقه الكرة حتى ترجع مرة أخرى لنقطة القذف؟

افترض أن مقاومة الهواء تأخذ الصيغة ($0.02\ v\ N$) حيث (v) سرعة الكرة بوحدة ($\frac{m}{s}$). احسب قيمة تسارع الكرة:

أ). بعد القذف مباشرةً. ب). عند أقصى نقطة في المسار.

في هذا النموذج لمقاومة الهواء ماذا يمكنك قوله بالنسبة:

ج). لأقصى ارتفاع فوق سطح الأرض تصل إليه الكرة.

د). للسرعة التي تهبط بها الكرة إلى سطح الأرض قبل أن تُمسك.

4 Newton`s third law

الفصل الرابع:

قانون نيوتن الثالث

الفصول السابقة تناولت الاتزان أو حركة جسم واحد، وفي هذا الفصل سنتعامل مع جسمين والتي تؤثر على بعضها البعض وعند الانتهاء من الفصل يجب أن:

- تعرف القوى التي تحدث في أزواج متساوية ومتضادة، وتستطيع أن تتعرف على الأجسام التي يؤثر عليها كل زوج من القوى.
- تكون قادراً على تطبيق قانون نيوتن الثالث في الحالات التي تتضمن تفاعل جسمين.
- تفهم ماذا يعني الشد في السلك.
- تكون قادراً على حل مسائل تتضمن جسمين متصلين بسلك والذي يمر على وتد أو بكرة خفيفة.

1.4 أزواج القوى (Forces in pairs)

تخيل سيارتين تسيران في الطريق واحدة أمام الأخرى، قللت السيارة الأمامية من سرعتها عندما زادت الثانية من سرعتها، اصطدمت السيارتان وحدث بهما أضرار، السيارة الأولى متضررة بفعل القوة الكبيرة التي صدمتها من الخلف والسيارة الثانية تعرضت إلى قوى كبيرة معاكسة من السيارة الأمامية وهذه القوى موضحة في الشكل (1-4).

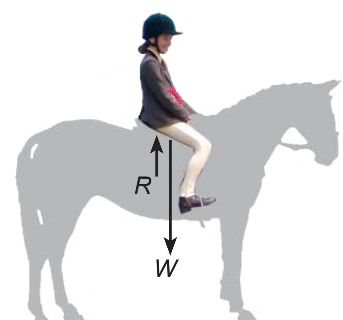
الشكل (1.4)

ينص قانون نيوتن الثالث على أن القوتين متساويتان في المقدار.

قانون نيوتن الثالث: إذا أثر جسم (A) بقوة على الجسم (B) فإن الجسم (B) يؤثر بقوة على الجسم (A) بنفس المقدار في الاتجاه المعاكس.

وهذا تقريباً يلخص في بيان نيوتن التي كانت ترجمته «**الفعل ورد الفعل دائماً متساويان في المقدار ومتعاكسان في الاتجاه**» إلا أنه في حالة اصطدام السيارتين غير واضح أي منهما قوة الفعل وأي منهما قوة رد الفعل، كل من السائقين ساهما في الحادث ويدّعي كل منهما بأن الآخر تسبب في الحادث، وتكمن أهمية قانون نيوتن الثالث أنه يطبق على جميع القوى ونورد هنا بعض الأمثلة.

قوى الاتصال العمودية (Normal contact forces)



القوى المؤثرة على الفارس

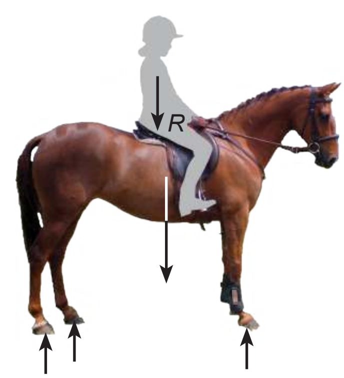
الشكل (2.4)

افترض أن شخصاً يركب حصاناً شكل (2-4) حيث يوضح الشكل وزن الشخص (W) إلى أسفل ورد الفعل (R) من الحصان لدعم الشخص، نقول إن القوى المؤثرة على الحصان تتضمن وزنه ورد فعل الأرض (قوة الاتصال) وكذلك يشعر الحصان بالرجل الذي يركبه وعليه توجد قوة اتصال عمودية بين الراكب وظهر الحصان، وكما ينص قانون نيوتن الثالث أن مقدار هذه القوة (رد فعل من الراكب على الحصان) تساوي (RN) ومن المهم أن تفهم أن هذه القوة (R) ليست معبرة عن وزن الراكب، وكما سبق وأن أوضحنا أن الوزن عبارة عن القوة التي تجذب بها الأرض الراكب وهي قوة تؤثر على الراكب وليس على الحصان.

فإذا تحرك الراكب أفقياً تكون (R) تساوي (W) وعليه تكون القوة على ظهر الحصان لها نفس مقدار وزن الراكب.

أما إذا كان الراكب متحركاً إلى أعلى وأسفل على السرج فإن الراكب يكون قد تسارع بعجلة رأسياً وفي هذه الحالة (R) لن يساوي (W).

لاحظ لكي توضح القوى تحتاج إلى شكلين توضيحيين واحد للراكب والآخر للحصان ولا تحاول الاختصار بوضع القوى في شكل واحد لأنه لا يمكن توضيح القوى المؤثرة على الراكب والقوى المؤثرة على الحصان.



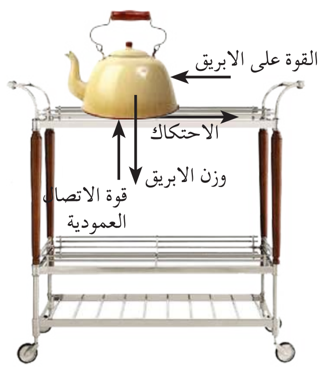
القوى المؤثرة على الحصان

الشكل (3.4)

قوى الاحتكاك (Frictional forces)

هذه تجربة يمكنك محاولتها وتحتاج في تنفيذها إلى عربة سطحها خشن، وإبريق شاي كبير ممتلئ، ضع إبريق الشاي على العربة، واطلب من صديقك أن يمسك العربة، ضع يدك على إبريق الشاي مواجهة لنهاية العربة وزد القوة تدريجياً حتى يتحرك إبريق الشاي على سطح العربة، اطلب من صديقك أن يدعها تتحرك وأعد التجربة بترك العربة حرة الحركة، في هذه الحالة سوف تلاحظ أن دفعك لإبريق الشاي سوف يحرك العربة ويبقى إبريق الشاي في مكانه على العربة.

ماهي القوة التي جعلت العربة تتحرك ؟



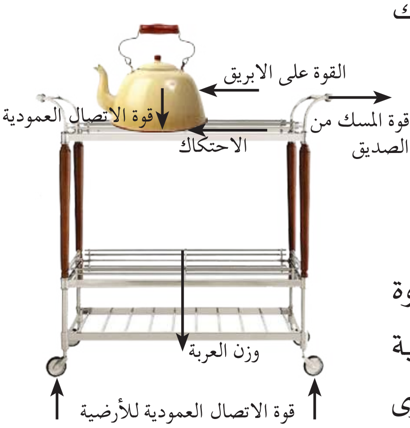
الشكل (4.4)

لا يمكن أن تكون قوة دفعك هي التي حركت العربة لأنك دفعت إبريق الشاي لا العربة.

يوضح الشكلان (4-4 و4-5) القوى المؤثرة على إبريق الشاي والقوى المؤثرة على العربة على التوالي.

في الجزء الأول من التجربة عندما كان صديقك ماسكاً بالعربة كان عليك زيادة قوة الدفع حتى تجتاز النهاية القصوى لقوة الاحتكاك بين إبريق الشاي وسطح العربة. وحيث إن إبريق الشاي ممتلئ وقوة الاتصال العمودية تساوي وزنه، تكون النهاية القصوى لقوة الاحتكاك قوة كبيرة.

هناك قوتان تؤثران على إبريق الشاي من العربة، قوة الاتصال العمودية وقوة الاحتكاك، وحسب قانون نيوتن الثالث توجد قوى مساوية ومعاكسة من إبريق الشاي تؤثر على العربة، قوة الاحتكاك تعادلت مع قوة الدفع من صديقك بزيادة قوة دفعك تزداد قوة الاحتكاك عليه ستزداد قوة دفع صديقك.



الشكل (5.4)

حيث أن إبريق الشاي بدأ في الحركة هذا يعني وصول قوة الاحتكاك بين السطحين إلى نهايتها القصوى ولا يجب على صديقك زيادة قوة مسكه للعربة.

عندما كانت العربة حرة الحركة، كان دفعك لإبريق الشاي لازال يُعاكس بقوة احتكاك وتوجد قوة احتكاك معاكسة تؤثر على العربة، وحيث أنه لا توجد أي قوى أفقية تؤثر عليها فأنها سوف تتسارع، وبما أن قوة الاحتكاك أقل من قيمتها النهائية القصوى فإن إبريق الشاي سوف لن ينزلق على سطح العربة بل سيتسارع مع العربة.

قوى الجاذبية (Gravity forces)

تجعل قوة الجاذبية للأرض القمر يدور حولها، وإذا لم توجد هذه الجاذبية فما نعلمه حسب قانون نيوتن الأول أن القمر سوف يتحرك في خط مستقيم بدلاً من الدائرة (تقريباً).

ويكون مقدار القوة المؤثرة على القمر ($2 \times 10^{20} N$). وفقاً لقانون نيوتن الثالث فإن القمر يؤثر على الأرض بقوة جذب مساوية ($2 \times 10^{20} N$).

وأوضح علامة على هذه القوة تظهر في المحيطات على هيئة أمواج بسبب قوة الجاذبية للقمر. ربما يسأل الإنسان لماذا لا تدور الأرض حول القمر بفعل جذب القمر لها؟ والجواب على ذلك يكون بفعل التأثير البسيط وفي الحقيقة أن كل من الأرض والقمر يدوران حول نقطة مشتركة، وحيث إن الأرض كبيرة جداً فإن هذه النقطة تقع تحت سطح الأرض وتحتاج إلى أجهزة دقيقة لقياس هذا التأثير.

إذا سقط حجر يكون وزنه هو قوة جذب الأرض له، حسب قانون نيوتن الثالث فإن الحجر يجذب الأرض بقوة مساوية في الاتجاه المعاكس، وحيث إن كتلة الأرض تساوي قرابة (10^{25}) مرة كتلة الحجر عليه يكون تأثير هذه القوة مهملاً.

2.4 استخدام قانون نيوتن الثالث في الحسابات
(Calculation using Newton`s third law)

مثال 1.2.4

شاحنة كتلتها ($1200\ kg$)، تجر مقطورة كتلتها ($400\ kg$)، فإذا كانت مقاومة الهواء على الشاحنة تساوي ($140\ N$)، ومقاومة الهواء على المقطورة تكاد تكون مهملة، والقارنة (ساق الجر) توصل الشاحنة بالمقطورة، أوجد قوة القارنة؟ وقوة القيادة على السيارة (الشاحنة) عندما تتسارع الشاحنة والمقطورة بعجلة قدرها ($0.5\ \frac{m}{s^2}$).

الحل:

يوضح الشكل (4-6) القوة الأفقية المؤثرة على المقطورة والشاحنة (لأجل تفادي التعقيدات في الرسم التوضيحي تركت القوى الرأسية، «الوزن وقوة الاتصال العمودي»).

القوة الأفقية الوحيدة المؤثرة على المقطورة هي القوة الناتجة من القارنة

ولنفرض أنها ($C\ N$) وحسب قانون نيوتن الثالث هناك قوة مساوية ومعاكسة في الاتجاه تؤثر على الشاحنة.

لنفرض أن قوة القيادة المؤثرة على الشاحنة ($D\ N$).

معادلات الحركة للمقطورة

$$R\ (\rightarrow) \qquad C = 400 \times 0.5 = 200\ N$$

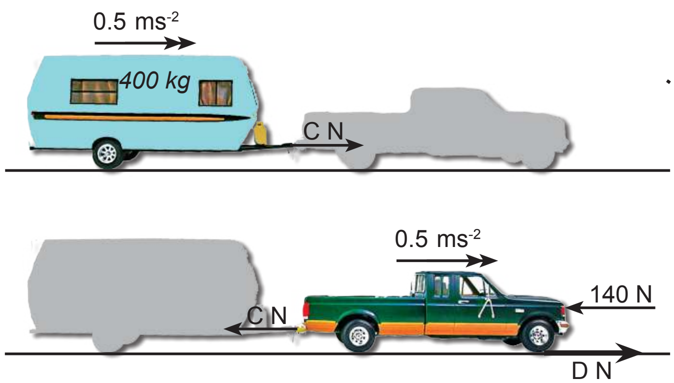
وللشاحنة

$$R\ (\rightarrow) \qquad D - C - 140 = 1200 \times 0.5$$

حيث إن ($C = 200\ N$)

عليه نحصل على: $D = 200 + 140 + 600 = 940\ N$

عليه نحصل على قوة القارنة وتساوي ($200\ N$)، أما قوة القيادة فتساوي ($940\ N$).



الشكل (6.4)

مثال 2.2.4

حاول رجل وزنه ($750\ N$) دفع خزانة كتب وزنها ($1200\ N$) على سطح الأرض فإذا كان معامل الاحتكاك بين خزانة الكتب وسطح الأرض يساوي (0.4)، فكم تكون الخشونة بين حذائه وسطح الأرض ليتمكن من دفع الخزانة؟

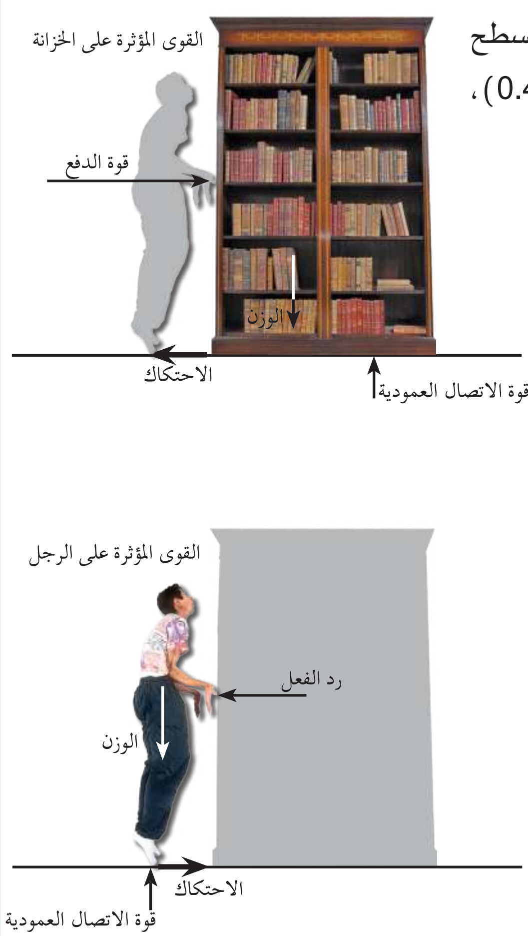
الحل:

يوضح الشكل (7-4) القوى المؤثرة على خزانة الكتب وعلى الرجل.

قوة الاتصال العمودية على الخزانة وتساوي وزنها ($1200\ N$)، عليه فإن القوة القصوى للاحتكاك تكون ($0.4 \times 1200\ N$)، والتي تساوي($480\ N$).

لأجل تحريك الخزانة يجب على الرجل أن يدفع بقوة أكبر من ($480\ N$)، وتوجد هناك قوة مساوية لـ($480\ N$) معاكسة في الاتجاه الأفقي على الرجل وهذه يجب أن تتعادل مع قوة الاحتكاك الناتجة من حذائه، عليه يجب أن تكون قوة الاحتكاك أكبر من ($480\ N$).

بما أن قوة الاتصال العمودية المؤثرة على حذاء الرجل تساوي وزنه، والذي يساوي ($750\ N$) وعليه يكون معامل الاحتكاك بين حذائه والأرض أكبر من القيمة ($\frac{480}{750}$) والتي تكون (0.64).



الشكل (7.4)

مثال 3.2.4

علق قضيب مغناطيسي كتلته $(0.2\ kg)$ بسلك في السقف، امسك القضيب المغناطيسي بفعل قوة مغناطيسية قدرها $(20\ N)$ كرة من الحديد كتلتها $(0.5\ kg)$، جذب السلك إلى أعلى بقوة $(T\,N)$. أوجد أكبر قيمة ممكنة للشد (T) بحيث تبقى الكرة متصلة بالمغناطيس.

الحل:

من خلال الاتصال بين الكرة والمغناطيس هناك قوتان بينهما، القوة المغناطيسية وقوة الاتصال العمودية $(R\ N)$، حسب قانون نيوتن الثالث فإن هذه القوى تؤثر في اتجاه معاكس على المغناطيس وعلى الكرة لنفرض أن الكرة والمغناطيس تسارعت إلى أعلى بمقدار $(a\ \frac{m}{s^2})$.

يوضح الشكل (8-4) القوى التي تؤثر على الكرة وكذلك القوى التي تؤثر على المغناطيس والتي أوزانها $(5\ N)$ و$(2\ N)$ على التوالي.

معادلات الحركة للكرة $(R\,(\uparrow)\quad 20 - R - 5 = 0.5\,a)$

للمغناطيس $(R\,(\uparrow)\quad T - 2 - 20 + R = 0.2\,a)$

يمكن التعويض على قيمة (a) أو إهمالها من المعادلتين

$$2\,(20 - R - 5) = 2 \times 0.5\,a$$

$$5\,(T - 2 - 20 + R) = 5 \times 0.2\,a$$

بطرح المعادلة الثانية من المعادلة الأولى نحصل على:

$$(40 - 2\,R - 10) - (5\,T - 10 - 100 + 5\,R) = 2 \times 0.5\,a - 5 \times 0.2\,a$$

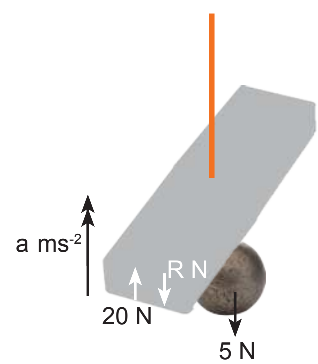
$$40 - 2\,R - 10 - 5\,T + 10 + 100 - 5\,R = 0$$

$$5\,T + 7\,R = 140$$

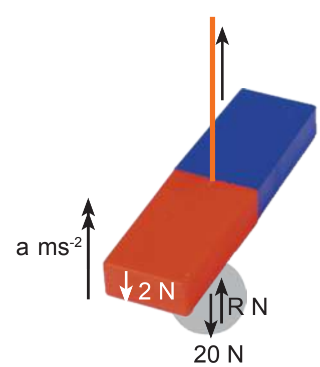
حيث تمت المحافظة على الاتصال بين الكرة والمغناطيس، قوة الاتصال العمودية لا يمكنها أن تكون سالبة عليه:

$$5\,T \le 140 \qquad \therefore\ \ T \le 28$$

إذا أريد للكرة أن تبقى على اتصال بالمغناطيس يلزم على قوة الشد في السلك أن لا تتجاوز $(28\ N)$.



القوى المؤثرة على الكرة



القوى المؤثرة على المغناطيس

الشكل (8.4)

مثال 4.2.4

وضع طالب كتابين فوق بعضهما على سطح منضدة، أراد الاستعانة بالكتاب السفلي ولكي يستخلص الكتاب دفعه إلى اليسار بقوة قدرها ($Q\ N$)، وليمنع الكتاب الأعلى من الحركة بذل قوة مقدارها ($P\ N$) على الكتاب الأعلى إلى اليمين، انزلق الكتاب الأسفل إلى الخارج وبقى الكتاب الأعلى ثابتاً، وكان وزن الكتاب الأعلى والكتاب الأسفل ($8\ N$) و($7\ N$) على التوالي، وكان معامل الاحتكاك بين الكتابين (0.25)، وبين الكتاب الأسفل وسطح المنضدة (0.4). احسب كل من (P) و(Q).

الحل:

الشكل (4-9) يوضح القوى المؤثرة على كل كتاب، تعرضت حركة الكتاب السفلي لقوتي احتكاك من الكتاب الأعلى ($f\ N$) ومن المنضدة ($G\ N$) كل منهما يؤثر في اتجاه اليمين، وحسب قانون نيوتن الثالث توجد قوة احتكاك قدرها ($f\ N$) تؤثر على الكتاب الأعلى إلى اليسار وتوجد قوة اتصال عمودية قدرها ($R\ N$) بين الكتابين وكذلك على الكتاب الأسفل من المنضدة ($S\ N$).

حيث هناك حركة فإن قوة الاحتكاك تكون قيمتها النهائية القصوى ($f = 0.25\ R$)، و($G = 0.4\ S$).

إذا تحرك الكتاب السفلي بسرعة ثابتة فإن القوى على الكتب تكون متزنة.

للكتاب العلوي

$$R(\rightarrow) \qquad P - f = 0$$

$$R(\uparrow) \qquad R - 8 = 0$$

للكتاب السفلي

$$R(\rightarrow) \qquad f + G - Q = 0$$

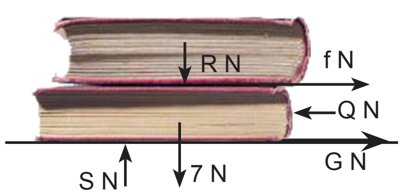
$$R(\uparrow) \qquad S - 7 - R = 0$$

ومن هذه المعادلات يمكن الحصول على:

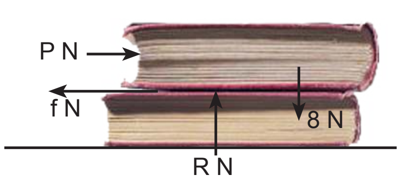
$$R = 8, \qquad S = 15, \qquad f = 2, \qquad G = 6, \qquad P = 2, \qquad Q = 8$$

عليه يكون الطالب قد دفع الكتاب السفلي بقوة ($8\ N$) إلى اليسار ومنع الكتاب العلوي من الحركة بقوة ($2\ N$) إلى اليمين.

القوى المؤثرة على الكتاب السفلي



القوى المؤثرة على الكتاب العلوي



الشكل (9.4)

تمارين 4ـ A

1. وضع قفص وزنه ($80\ N$) فوق قفص آخر وزنه ($100\ N$) فوق سطح الأرض كما هو موضح في الشكل. وضح بالرسم القوى المؤثرة على القفص العلوي والقفص السفلي مع وضع مقدار كل قوة على الرسم.

2. مسبح للطيور يتكون من عمود خرساني وزنه ($1000\ N$) عليه صحن وزنه ($200\ N$) كما هو موضح في الشكل. اذكر مقدار واتجاه القوى المبذولة بواسطة:

أ). العمود على الصحن. ب). الصحن على العمود.

جـ). الأرض على العمود.

3. وضع كيس على الأرض أمام جرافة كما هو موضح في الشكل، تتحرك المجرفة إلى الأمام بسرعة ثابتة في خط مستقيم وضح بالرسم في شكلين منفصلين القوى التي تؤثر على: أ). الكيس. ب). الجرافة.

4. يصعد رجل كتلته ($75\ kg$) في مصعد إلى أعلى بتسارع قدره ($0.4\ \frac{m}{s^2}$)، وضح بالرسم القوى التي تؤثر على الرجل، أوجد القوة التي تبذل بواسطة الرجل على أرضية المصعد.

5. يحمل سائق شاحنة صندوقين متماثلين على شاحنته واحد فوق الآخر كما هو موضح في الشكل ولم يحدث انزلاق أثناء الحركة. وضح بالرسم في شكلين منفصلين القوى التي تؤثر علي كل صندوق عندما تتحرك الشاحنة على طريق أفقية مستقيمة:

أ). بسرعة ثابتة. ب). بعجلة تزايدية. ج). بعجلة تقصيرية.

د). إذا كانت كتلة كل صندوق ($250\ kg$). احسب مقدار قوة الاحتكاك التي تؤثر على:

I. الصندوق العلوي من الصندوق السفلي.

II. الصندوق السفلي بفعل السيارة (الشاحنة) عندما تكون مُسرعة بعجلة قدرها ($1.5\ \frac{m}{s^2}$).

6. في إعادة تمثيل لواقعة تاريخية حاول مجموعة من الطلاب سحب سفينة حربية قديمة على الشاطئ تحتاج إلى قوة أفقية قدرها ($5000\ N$)، وكان متوسط وزن الطالب ($600\ N$)، معامل الاحتكاك بين قدمي الطالب والرمل (0.2). أوجد عدد الطلاب اللازم مشاركتهم في هذه العملية؟

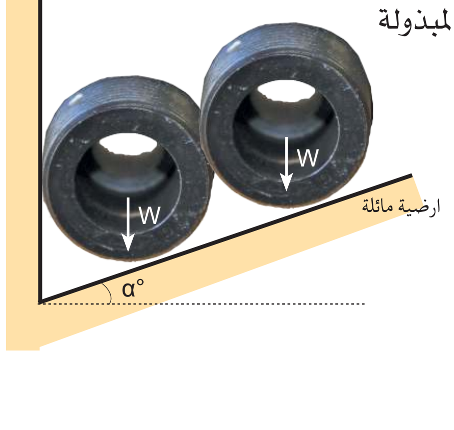
7. تستقر قطعة من الحديد وزنها (W) على سطح أفقي في مكان يصعب الوصول إليه داخل آلة، وكان معامل الاحتكاك بين القطعة الحديدية والسطح (μ). استخدم ساقاً مغناطيسية لتحريك القطعة على السطح بسرعة ثابتة وبقوة قدرها (F) وكانت قوة التجاذب بين الساق والقطعة الحديدية تساوي (M). اشرح لماذا يجب أن تكون:

أ). $\mu W < M$ ب). $F = \mu W$

8. تجر سيارة كتلتها ($1200\ kg$) عربة نقل كتلتها ($800\ kg$) على طريق بسرعة ثابتة قدرها ($20\ \frac{m}{s}$) وهناك مقاومة للهواء على كل من السيارة والعربة مقدارها ($100\ N$) و($400\ N$) على التوالي. احسب مقدار القوة على عربة النقل من ساق الجر والقوة الدافعة للسيارة؟

بدأت السيارة التسارع بعجلة تقصيرية ($1.5\ \frac{m}{s^2}$) وذلك باستخدام المكابح. احسب القوة على السيارة من ساق الجر وما هو التأثير الذي يشعر به سائق السيارة.

9. اسطوانتان متماثلتان وزن كل منهما (W) تستقران على مستوى أملس ومائل بزاوية ($\alpha°$) مع الأفقي وكانت الأسطوانة السفلى على اتصال مع حائط رأسي أملس والموضح في الشكل . أوجد إجابتك بدلالة (W) و($\alpha°$) لمقدار القوى المبذولة بواسطة:



أ). المستوى المائل على الأسطوانة العلوية.
ب). الأسطوانة السفلى على الأسطوانة العلوية.
ج). الأسطوانة العلوية على الأسطوانة السفلى.
د). الحائط على الأسطوانة السفلى.
هـ). المستوى المائل على الأسطوانة السفلى.

3.4 الخيوط والحبال والسلاسل والكبلات
(Strings, ropes, chains and cables)

يوضح الشكل (10-4) خيط مربوط من أحد طرفيه إلى خطاف مثبت بحائط. وامسك الطرف الثاني لكي يصبح الخيط أفقياً وجذب بقوة (P) إلى اليسار.

في العادة يكون وزن الخيط صغيراً جداً بالمقارنة مع القوة (P) ويمكن إهماله في العمليات الحسابية بدون تغير يذكر في النتيجة، والخيط في هذا النموذج يوصف بالخفيف، وهذا يعني أن كلاً من وزنه وكتلته اعتبرتا مساوية للصفر.

الشكل (10.4)

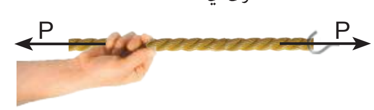
لندرس الآن حالة اتزان الخيط:

توجد قوة ضد قوة الجذب، وهذه القوة تأتي من الخطاف، عليه يبذل الخطاف قوة على الخيط تساوي (P) في اتجاه اليمين شكل(11-4).

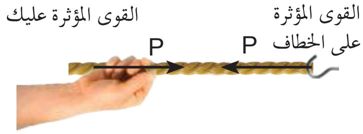
رغم أنك لا تجذب الخطاف بل تجذب الخيط بقوة إلى اليسار وحسب قانون نيوتن الثالث يبذل الخيط عليك قوة مقدارها (P) إلى اليمين.

وبالمثل يطبق قانون نيوتن الثالث على النهاية الأخرى يبذل الخطاف قوة على الخيط مقدارها (P) إلى اليمين وعليه يبذل الخيط قوة قدرها (P) على الخطاف في اتجاه اليسار، ولهذا السبب عندما رسم الخيط في الشكل الذي تم توضيحه رسم بخط عليه اسهم تشير إلى الداخل.

ويوضح الشكل (12-4) هذه الأسهم التي تدل على القوة التي يبذلها الخيط على الأجسام المتصلة به عند طرفيه.



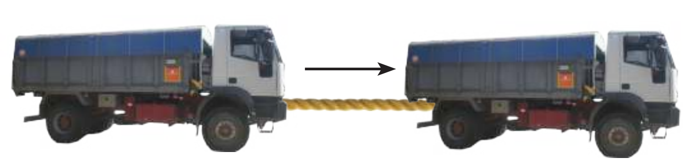
الشكل (11.4)



الشكل (12.4)

يبذل الخيط الخفيف قوى متساوية المقدار على الأجسام المتصلة به عند طرفيه وهذه القوى تؤثر في اتجاه الخيط ومتجهة إلى داخله عند طرفيه ويُسمى مقدار هذه القوى عند الأطراف بالشد في الخيط.

وتطبق نفس الأفكار على الأجسام الأخرى مثل الحبال والسلاسل والكابلات والقضبان بشرط أنه يمكن إهمال أوزانها بالمقارنة مع القوى المؤثرة عليها، والفرق بين القضبان والخيوط والحبال والكابلات هو أن القضبان يمكنها أن تبذل قوة اتجاهها إلى الخارج عند طرفيها، ويسمى مقدار



الشكل (13.4)

هذه القوى بالضغط في القضيب والأجسام في نهاية الخيط ربما تكون ساكنة كما هو الحال في المثال السابق، أو ربما تكون متحركة، وعلى سبيل المثال تطبق نفس الأفكار على الكابل الموصل بين شاحنتين شكل (4-13).

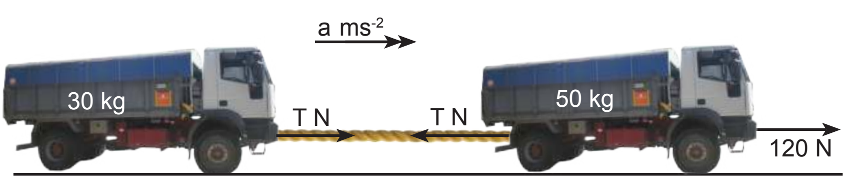
وهناك خاصية مهمة للكابل وهي أن طوله يبقى ثابت أثناء الحركة للشاحنات أي أنه غير قابل للتمدد (**الزيادة في الطول**) وهذا يعني أن الشاحنتين لهما نفس السرعة والعجلة.

مثال 3.4

في الشكل (4-13) افترض أن الشاحنة في جهة اليسار كتلتها ($30\ kg$) والشاحنة في جهة اليمين كتلتها ($50\ kg$) وتجر بقوة قدرها ($120\ N$)، احسب الشد في الكابل؟

الحل:

افترض أن العجلة المشتركة لهما تساوي ($a\ \frac{m}{s^2}$) ولنفرض أن الشد في الكابل ($T\ N$)



الشكل (14.4)

يوضح الشكل (4-14) في الجزء الأوسط الكابل بخط أصفر وذلك لتوضيح المسألة، ولنفصل القوى المؤثرة على الشاحنات وتم توضيح القوى الأفقية فقط في الشكل.

معادلات الحركة للشاحنة الخلفية

$$R\ (\rightarrow) \qquad T = 30a$$

معادلات الحركة للشاحنة الأمامية

$$R\ (\rightarrow) \qquad 120 - T = 50a$$

ربما من الأسهل إيجاد العجلة (a) بالتعويض ($T = 30a$) لتعطي المعادلة الثانية

$$120 - 30a = 50a$$

$$\therefore \quad 120 = 80a$$

$$\therefore \quad a = \frac{120}{80} = 1.5\ \frac{m}{s^2}$$

$$T = 30a = 30 \times 1.5 = 45\ N$$

عليه يكون الشد في الكابل يساوي ($45\ N$).

4.4 الأوتاد والبكرات (Pegs and Pulleys)

الشكل (15.4)

وهناك خاصية أخرى للخيط وهي أنه مرن يمكنه المرور حول وتد ثابت وعليه سيكون للخيط قسمان مستقيمان وقسم منحن عند نقطة التلامس مع الوتد كما هو موضح في الشكل (4-15).

والمناقشة السابقة للقوى في حالة الخطاف يمكن تطبيقها على كل جزء مستقيم من الخيط، وهذا يعني أن الشد في كل جزء مستقيم يؤثر على الجزء المنحنى حول الوتد.

ونقطة التلامس بين الخيط والوتد تكون خشنة عليه سيكون هناك احتكاك يؤثر على الخيط حول محيط الوتد، وبذلك يكون الشد في الجزئين المستقيمين مختلف، إلا أنه في حالة ما إذا كان التلامس بين الخيط والوتد أملساً فإن الشد في الجزئين المستقيمين متساو.

وهناك احتمال آخر وهو أن الخيط يمر حول بكرة التي بدورها تدور حول محور ثابت، فإذا كان السطح خشناً فسوف تدور البكرة مع الخيط (ويطبق هذا على السلاسل عندما تمر على عجلة الترس)، ولكي تدور البكرة يلزم أن تكون قيمة الشد في الجزئين المستقيمين مختلفة ولكن إذا كانت كتلة البكرة صغيرة وتدور حول محور أملس يكون الاختلاف بين الشدين صغيراً جداً، عليه يمكن إهماله في درجة التقريب الأولى.

الأوتاد الملساء والبكرات الخفيفة أمثلة أخرى لنماذج رياضية تستخدم في الرياضيات ولا توجد في الطبيعة، ولكن يمكن استخدامها في الحسابات بفقد قليل من الدقة.

عندما يمر خيط حول وتد أملس أو بكرة خفيفة بمحور أملس، يكون الشد في طرفي الخيط متساوياً.

مثال 1.4.4

استخدمت سقالة أثناء اجراء تصليحات في عمارة، فمرر حبل على حافة عجلة مربوط في نهايتيه دلوان كتلة كل منهما ($2\ kg$)، مليء أحد الدلوين بكتلة ($8.5\ kg$) من الأنقاض وترك لينزل للأرض، بأي عجلة ينزل الدلو؟

الحل :

يجب عمل نموذج تقريب في مثل هذه الحالات لنفرض في هذا المثال أن كتلة

كل من الحبل والعجلة مهملة وأن العجلة تدور حول محور أملس وأن الحبل متساو وبذلك تكون عجلة الدلو الفارغ إلى أعلى مساوية لعجلة الدلو المعبأ المتحرك إلى أسفل.

لنفرض أن الشد (TN)، وأن العجلة ($a \frac{m}{s^2}$)، ويوضح الشكل (4-16) القوى المؤثرة على كل دلو أثناء الحركة، وزن الدلوين ($20\ N$)، و($105\ N$).

الشكل (16.4)

القوى المؤثرة على الدلو الفارغ

$$R\ (\uparrow) \qquad T - 20 = 2a$$

القوى المؤثرة على الدلو الممتلئ

$$R\ (\downarrow) \qquad 105 - T = 10.5a$$

بالجمع $(T - 20) + (105 - T) = 2a + 10.5a$

$$\therefore \quad 85 = 12.5a$$

$$\therefore \quad a = \frac{85}{12.5} = 6.8\ \frac{m}{s^2}$$

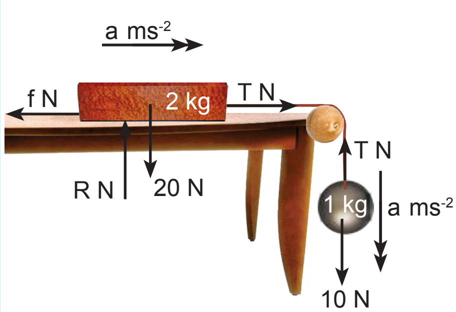
عليه سوف ينزل الدلو الممتلئ إلى الأرض بتسارع قدره ($6.8\ \frac{m}{s^2}$).

مثال 2.4.4

وضع صندوق كتلته ($2\ kg$) على منضدة، وصل الصندوق بخيط يمر على وتد أملس في حافة المنضدة، ربطت في النهاية الأخرى للخيط كرة كتلتها ($1\ kg$) بحيث كان طرفا الخيط مستقيمين أفقياً ورأسياً، فإذا كان معامل الاحتكاك بين الصندوق والمنضدة يساوي (0.2) فأوجد عجلة الصندوق والكرة؟

الحل:

يوضح الشكل (4-17) القوى المؤثرة على الصندوق والكرة، وحيث إن الوتد أملس فإن الشد في طرفي الخيط متساو في المقدار (TN) على كل طرف، وقوة الاتصال العمودية على الصندوق ($R\ N$)، والاحتكاك ($f\ N$)، والعجلة ($a \frac{m}{s^2}$)، والأوزان ($20\ N$)، و ($10\ N$) على التوالي.



الشكل (17.4)

بالتحليل رأسياً للصندوق نحصل على ($R = 20\ N$)

$$f = 0.2 \times 20 = 4\ N$$

حيث إن الصندوق في حالة حركة، فإن قوة الاحتكاك تكون في قيمتها القصوى

للصندوق $R\ (\rightarrow) \qquad T - f = 2a$

للكرة $10 - T = a$ $R(\downarrow)$

بجمع المعادلتين والتعويض عن قيمة $(f = 4\ N)$

نحصل على:

$$10 - 4 = 3a \qquad \therefore \quad a = 2\,\frac{m}{s^2}$$

عليه فإن الصندوق والكرة يتسارعان بعجلة قدرها $(2\,\frac{m}{s^2})$.

المثال القادم يمكن استخدامه كأساس لتجربة لتوضيح قاعدة تحليل القوى والتي سبق دراستها في الجزء (2.1).

مثال 3.4.4

يوضح الشكل (4-18) جهازاً به كتلة (m) مربوطة بخيطين طولهما متساو، ويحمل كل طرف منهما كتلة (M)، وضع الخيطان على مسمارين (A)، و(B) أملسين ومثماثلين وعلى نفس المستوى. كل النظام كان في حالة اتزان وكانت المسافة بين المسمارين $(2c)$، وكانت الكتلة (m) عند عمق (d) تحت نقطة في منتصف (AB).

أوجد (m) بدلالة كل من(c)، و(M)، و(d).

الحل:

لنفرض أن الشد في كل خيط (TN) وكذلك يصنع الخيط زاوية مقدارها $(\theta°)$ مع الرأسي لكل كتلة(M)

$$R(\uparrow) \qquad T - Mg = 0$$

للكتلة (m)

$$R(\uparrow) \qquad 2T\cos\theta - mg = 0$$

بالتعويض عن (T) بالقيمة(Mg)ووضعها في المعادلة الثانية:

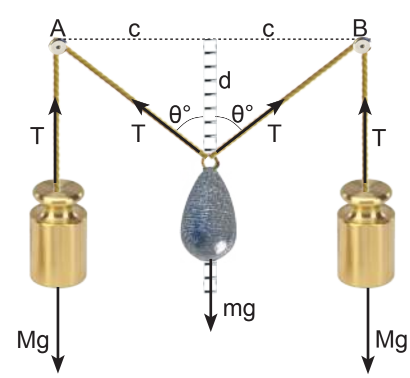
$$2Mg\cos\theta - mg = 0$$

بالقسمة على (g)

$$2M\cos\theta - m = 0 \qquad \therefore \quad m = 2M\cos\theta$$

طول الخيط المائل يساوي $\sqrt{c^2 + d^2}$

عليه يكون $\cos\theta = \dfrac{d}{\sqrt{c^2 + d^2}}$



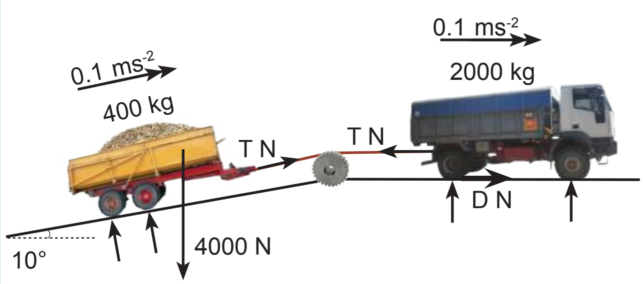
الشكل (18.4)

ومنها نحصل على: $m = \frac{2Md}{\sqrt{c^2 + d^2}}$

ولاستخدام هذه كتجربة اجعل الكتل (M) ثابتة ولكن غير الكتلة (m). ضع تدريجاً على خط التماثل لأجل قياس العمق (d) واحسب ($\cos\theta = \frac{d}{\sqrt{c^2 + d^2}}$).
فإذا رسمت ($\cos\theta$) ضد (m) يجب أن تحصل على مجموعة من النقاط التي تقع على خط يمر بنقطة الأصل بميل قدره ($\frac{1}{2M}$).

مثال 4.4.4

في موقع بناء تُجر شاحنة كتلتها ($400\ kg$) بسلسلة إلى أعلى منحن يميل بزاوية ($10°$) بحيث تكون السلسلة موازية للمنحني، وتمر على عجلة تروس مهملة الكتلة وتربط أفقياً بسيارة كتلتها ($2000\ kg$)، أهمل أي مقاومة واحسب القوة اللازمة لتسارع الشاحنة إلى أعلى المنحني بعجلة ($0.1\ \frac{m}{s^2}$).



الشكل (19.4)

الحل:

يوضح الشكل (4-19) القوى المؤثرة على الشاحنة والسيارة لنفرض أن الشد في السلسلة (TN) والقوة الدافعة ($D\ N$) وزن الشاحنة ($4000\ N$).

معادلات الحركة للشاحنة

$$R \ (\parallel \text{للمنحني}) \qquad T - 4000\cos 80° = 400 \times 0.1$$

والتي تعطي ($T = 734.5\ N$)

والسيارة أيضاً تتحرك بعجلة ($0.1\ \frac{m}{s^2}$)

للسيارة $$R\ (\rightarrow) \qquad D - T = 2000 \times 0.1$$

$$\therefore \quad D = T + 200 = 734.5 + 200 = 934.5\ N$$

عليه يلزم أن تكون القوة الدافعة تساوي ($934.5\ N$).

5.4 طريقة تبسيط الحسابات

(A way of simplifying calculation)

عندما يكون لديك مسألة تتضمن جسمين أو أكثر، تجد نفسك تتعامل مع معادلات تحتوي عدة حدود تعتمد على قيمة الجاذبية (g) ويجد البعض أنه من الأسهل لو تم وضع الحرف (g) بدلاً من القيمة (10) ويمكن وضع القيمة لها عند النهاية عند حساب الإجابة.

وعادةً ما يحل الحرف (g) مكان القيمة العددية (10).

وعلى سبيل المثال في المثال (2.4.4) يكتب وزن الصندوق والكرة مثل($2\,g\,N$) و($g\,N$) على التوالي، والاحتكاك سيكون ($0.2 \times 2g\,N$)والذي يساوي ($0.4\,g\,N$) وبذلك ستكون المعادلتين للصندوق والكرة.

$$R\,(\rightarrow) \qquad T - 0.4\,g = 2\,a$$

$$R\,(\uparrow) \qquad g - T = a$$

والتي يمكن جمعها لتعطي: $a = 0.2g \qquad \longrightarrow \qquad g - 0.4\,g = 3\,a$

وبتعويض واحد عن (g) بالقيمة (10) تعطي الإجابة ($a = 2\,\frac{m}{s^2}$)

وفي الحقيقية إن استخدام الحرف (g) مكان الرقم (10) يمكن أن يكون موضع غموض لأنه في المعادلات الجبرية نستخدم (g) لتحل محل ($10\,\frac{m}{s^2}$)، التي يمكن كتابتها ($0.01\,\frac{k\,m}{s^2}$) أو ($1000\,\frac{cm}{s^2}$).

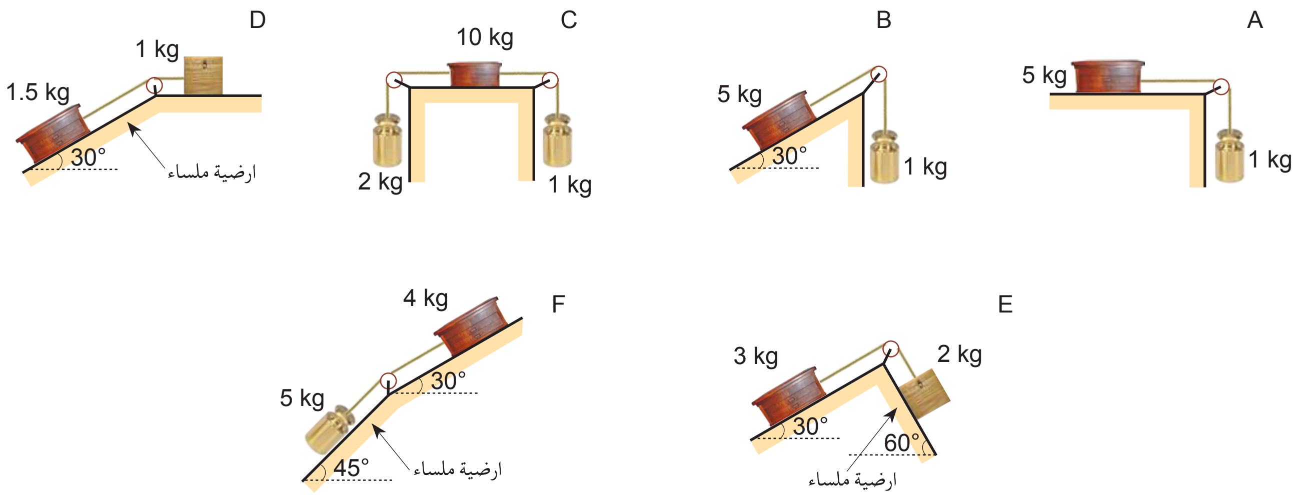
عليه عند حل بعض المسائل يجب أن تكون واضحاً في استخدام الحرف (g) كاختصار للرقم (10) أو أنها تدل على قيمة عجلة الجاذبية، وفي المقام الأول عليك أن تتضمن الوحدات في إجابتك، على سبيل المثال ($0.4\,g\,N$) أو بتسارع ($0.2g\,\frac{m}{s^2}$) في المثال الثاني فإن الوحدات تضمنت في رمز الجاذبية، عليه يكون من الخطأ إضافة وحدات إلى الرمز.

وعلى كل حال هذه طريقة لتفادي التعقيدات التي تكون أكثر من اللازم، سوف تجده مفيداً في حل مسائل في التمارين (B - 4).

هناك ميزة أخرى في بعض المسائل تختصر قيمة (g) من المعادلة الأمر الذي يمكن أن يجنبك بعض الحسابات غير الضرورية.

تمارين 4ـ B

1. في الحالات الموضحة في الأشكال المقابلة، تمر الخيوط على بكرة صغيرة خفيفة، ينتهي طرفا الخيط بكتل والأسطح خشنة، إلا في الحالات المنصوص عليها بشأن السطح أملس (D)،و(E)، و(F)، وكانت الكتل مستقرة والخيوط مشدودة جداً.
أوجد الشد في الخيوط وقوة الاحتكاك المبذولة بالأسطح على الكتلة التي تصل بها في كل حالة؟



2. لف شريط حول أسطوانتين ملساوتين كما هو موضح، الأسطوانة العليا ثابتة والأسطوانة السفلى متحركة على حلقة شكلت بالشريط تهبط كتلة قدرها $(5\ kg)$ بسرعة ثابتة، احسب كتلة الأسطوانة السفلى؟

3. في الشكل الموضح يمر خيط على وتد أملس ثابت. امسكت الأجسام كما في الشكل بخيط مشدود حتى صارت ثابتة. أوجد الشد في الخيط وعجلة الأجسام؟

4. افترض أن كل الحالات في المسألة رقم (1) أن البكرة حرة الدوران، وأن التلامس بين الكتل والسطح أملس، بحيث تكون الكتل في مواضعها وتكون الخيوط مشدودة جداً، تركت الكتل حرة الحركة. أوجد عجلة الكتل في كل حالة؟

5. ربط جسم كتلته ($3\ kg$) في نهاية خيطين (s_1)، و(s_2)، وربط جسم كتلته ($2.5\ kg$) في نهاية الخيط (s_1) وجسم كتلته ($1\ kg$) في نهاية الخيط(s_2) حفظت الأجسام كما في الشكل والخيوط مشدودة جداً والخيط(s_1) يمر حول وتد ثابت تركت المجموعة للحركة من السكون. أوجد العجلة لكل جسم والشد في الخيوط(s_1)،و(s_2).

6. في الشكل الموضح في المسألة (2) افترض أن كتلة الأسطوانة السفلى ($12\ kg$) وحفظت المجموعة في سكون في الموقع الموضح بشريط مشدود جداً، ثم تركت. أوجد العجلة لكل من:
أ). الاسطوانة السفلى. ب): الكتلة ($5\ kg$)

7. رُبط جسمان بخيط خفيف غير مرن ويمر على وتد أملس وثابت أمسك الجسم الأثقل بحيث يكون الخيط مشدوداً جداً بحيث تكون أطراف الخيط رأسية، عندما ترك النظام من السكون تسارع الجسمان بعجلة قدرها($\frac{1}{2}\ g$). أوجد النسبة بين الكتلتين؟

8. وضع جسم كتلته(m) على مسار خشن حيث يتم صعوده إلى أعلى بزاوية ($\alpha°$) مع الأفقي حيث ($\sin \alpha° = 0.6$) و($\cos \alpha° = 0.8$) وكان معامل الاحتكاك يساوي (0.5) ربط خيط بالكتلة (m) وربطت النهاية الأخرى بكتلة (M) يمر الخيط على قضيب أملس من أعلى المسار بحيث يكون رأسياً إلى أعلى. أوجد قيم الكتلة (M) التي تقع خارج قيم الاتزان؟

6.4 القوى الداخلية والخارجية
(Internal and external forces)

افترض أن سيارة كتلتها ($1600\ kg$) تتسارع بمقدار ($0.5\ \frac{m}{s^2}$)، وأن الحركة مقاومة بقوة ($140\ N$)، كم تكون القوة الدافعة ($D\ N$)؟
يمكن إجابة هذا التساؤل باستخدام قانون نيوتن الثاني والذي ينص ($F = ma$)

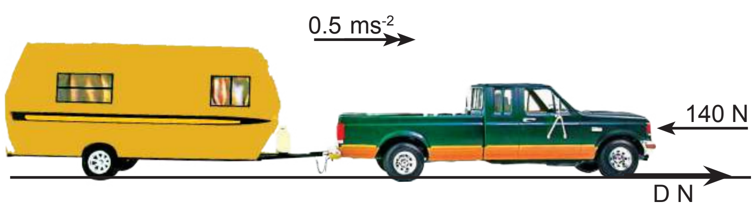
$$D - 140 = 1600 \times 0.5 \qquad \therefore \quad D = 940\ N$$

قارن هذا مع المثال (1.2.4) حيث شاحنة كتلتها ($1200\ kg$) تجر مقطورة خلفها

كتلتها ($400\ kg$) ضد مقاومة ($140\ N$) بعجلة ($0.5\ \frac{m}{s^2}$) وجدت عندها أن القوة الدافعة يجب أن تكون ($940\ N$).

هذا مدهش، إذا كانت السيارة في الجزء الأول تتكون من شاحنة ومقطورة وهنا لا يوجد فرق من معاملة المسألة كجسم واحد أو جسمين متصلين يتحركان بسرعة وعجلة واحدة إلا أنك لا تستطيع إيجاد قوة الربط بين الشاحنة والمقطورة فإذا رسمت شكلاً للسيارة (الشاحنة والمقطورة) تبدو كما هي موضحة في الشكل (4-20).

والقوى الوحيدة التي تؤثر على الحركة هي القوة الدافعة والمقاومة للحركة في الاتجاه الأفقي وتسمى هذه القوى بالقوة الخارجية المؤثرة على الشاحنة والمقطورة والتي تم توضيحها في الشكل (4-6) تصبح قوى داخلية عندما تعتبر الشاحنة والمقطورة كعربة منفصلة.



الشكل (20.4)

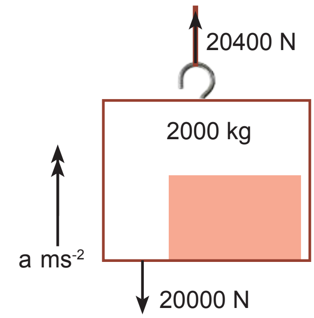
عندما يتكون جسم من جزئين كل منهما يتحرك بسرعة وعجلة واحدة، يمكنك استخدام قانون نيوتن الثاني، إما للجسم كاملاً، أو لكل من الأجزاء منفصلة.
عندما يكون الجسم كاملاً فقوى التفاعل بين الجزئين تكون قوى داخلية ولا تدخل في الحسابات، أما في حالة الأجزاء المنفصلة فقوى التفاعل على كل جزء تكون قوى خارجية وتعتبر من المعادلات.

هذه الأساسيات تُطبق على المثال (1.3.4)، حيث إن كلاً من الشاحنة والمقطورة تتحركان على نفس المسار ومربوطتان بكابل غير مرن ولهما نفس السرعة والعجلة، يمكن اعتبار الشاحنة والمقطورة كجسم واحد كتلته ($80\ kg$) وعليه القوة الأفقية الوحيدة قوة الشد ($120\ N$)، والشد في الكابل يكون قوة داخلية وتكون عجلة الشاحنة والمقطورة ($\frac{120}{80}\ \frac{m}{s^2}$) والتي تساوي ($1.5\ \frac{m}{s^2}$) ولكي تجد الشد في الكابل عليك استخدام أحد قوانين نيوتن على الشاحنة والمقطورة منفصلتين، عند إجراء عملية الحسابات يجب معاملة كل من الشاحنة والمقطورة منفصلة (أي جسمين)، سوف تلاحظ أنه من الأسهل أن تكتب معادلات الحركة للجسم ككل بدلاً من أحد الجزئين.

مثال 1.6.4

مولد كتلته ($1500\ kg$) موضوع داخل قفص كتلته ($500\ kg$)، رُفع القفص رأسياً

إلى أعلى عن طريق رافعة وكان الشد في الكابل ($20400\ N$)، أوجد عجلة الصندوق وقوة الاتصال العمودية بين المولد والقفص.



الشكل (21.4)

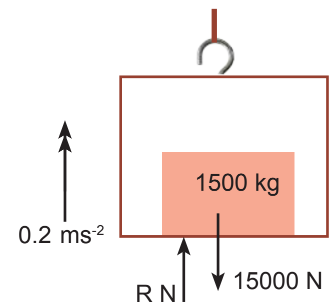
الحل:

القفص والمولد يتحركان بنفس العجلة ($a\ \frac{m}{s^2}$) عليه يمكن اعتبارهما جسم واحد الشكل (4-21) والقوى الوحيدة الخارجية هي الشد في الكابل والوزن المشترك لهما ($2000 \times 10\ N = 20000\ N$)

معادلات الحركة للقفص والمولد

$$R\ (\uparrow) \qquad 20400 - 20000 = 2000\ a \qquad \therefore \quad a = 0.2\ \frac{m}{s^2}$$

كي تجد قوة الاتصال العمودية ($R\ N$) يجب عليك اعتبار المولد أو القفص منفصلين عن بعضهما البعض، ولعله يكون من الأسهل لو اعتبرنا المولد لأن القوى التي تؤثر عليه أقل (انظر الشكل 4-22).



الشكل (22.4)

$$R\ (\uparrow) \qquad R - 15000 = 1500 \times 0.2 \qquad \therefore \quad R = 15300\ N$$

عليه يتحرك القفص بعجلة ($0.2\ \frac{m}{s^2}$) وقوة الاتصال العمودية ($15300\ N$).

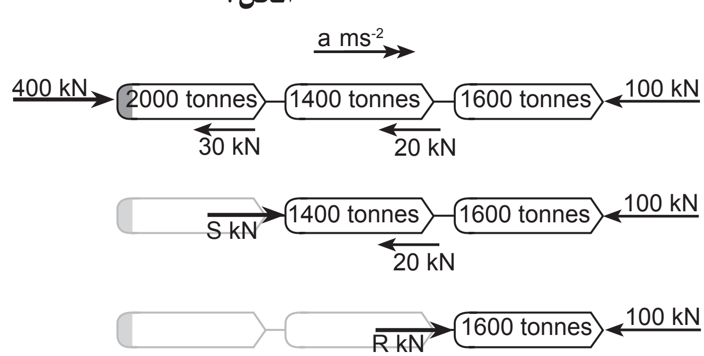
مثال 2.6.4

تتحرك ثلاثة مراكب في نهر، المركب الخلفي له محرك ينتج قوة إلى الأمام ($400\ kN$) وكانت كتلة المراكب الأمامية والوسطى والخلفية (1600 tonnes)، و(1400 tonnes)، و(2000 tonnes) على التوالي، وتعترض المياه المراكب بقوة مقاومة ($100\ kN$)، و($20\ kN$)، و($30\ kN$) على التوالي. أوجد القوى في كابلات التوصيل بين المراكب.

الحل:

يوضح الشكل (4-23) ثلاث صور جوية مبينة للقوى الأفقية على المراكب الثلاثة، وعلى المركبين الأماميين، وعلى المركب الأمامي الأول مرتبة على التتالي فإذا كانت العجلة ($a\ \frac{m}{s^2}$)، والقوى الرابطة ($R\ kN$)، و($S\ kN$).

لاحظ أن الطن يساوي ($1000\ kg$) والكيلو نيوتن



الشكل (23.4)

($1000\ N$) وحدات غير دولية وهي وحدات غير مستخدمة في النظام الدولي.

يوجد ثلاث كميات غير معروفة، إلا أن القوى الرابطة بين المراكب تعد قوى داخلية، وعليه يمكن اعتبار المراكب الثلاثة جسماً واحداً.

معادلات الحركة للمراكب الثلاثة

$$400 - 100 - 20 - 30 = (1600 + 1400 + 2000)\ a \quad \text{(إلى الأمام)}\ R$$

والتي تُعطي

$$a = \frac{250}{5000} = 0.05\ \frac{m}{s^2}$$

$$s - 100 - 20 = (1600 + 1400) \times 0.05 \quad \text{(إلى الأمام)}\ R$$

وللمركب الأمامي

$$R - 100 = 1600 \times 0.05 \quad \text{(إلى الأمام)}\ R$$

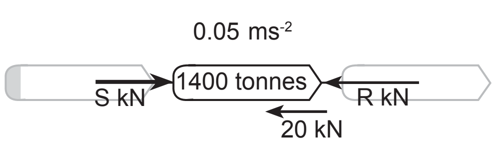
وهذه المعادلة تُعطي:

$$s = 270\ kN \qquad R = 180\ kN$$

قوة الربط الأمامية والخلفية تكون ($180\ kN$) و ($270\ kN$) على التوالي.

لاحظ إذا ما استخدمت كل معادلة تحتوي على مجهول بوحدة ، لا يوجد معادلة مشتركة للحل.

يمكنك التأكد من إجابتك بأخذ القوى المؤثرة على مركب واحد فقط، على سبيل المثال يوضح الشكل (24-4) القوى المؤثرة على المركب الأوسط وقوى الربط على الجهتين (الأمام والخلف) تعد قوة داخلية على هذه المركبة والقوة في الاتجاه الأمامي ($S - R - 20)\ kN$).



الشكل (24.4)

وبأخذ القيم (S) و(R) التي وجدت ($70 = 1400 \times 0.05$)، وعليه تأكدت من صحة المعادلة ($F = ma$) على المركبة الثانية.

تمارين 4ـC

1. سيارة كتلتها ($1000\ kg$) تجر مقطورة كتلتها ($250\ kg$) على طريق مستقيم، وهناك مقاومة ثابتة للحركة على السيارة والمقطورة مقدارها ($150\ N$)، و($50\ N$) على التوالي، وقيمة القوة الدافعة ($800\ N$). احسب عجلة السيارة والمقطورة والشد في ساق الجر عندما:

أ). يكون الطريق مستقيم.

ب). يميل الطريق بزاوية ($sin^{-1}\ 0.04$)مع الأفقي وتتحرك السيارة إلى أعلى الهضبة.

2. تجر سيارة كتلتها ($1350\ kg$)مقطورة كتلتها ($250\ kg$) على طريق مستقيم، ووتتعرضان لمقاومة هواء على السيارة والمقطورة ($200\ N$)، و($50\ N$) على التوالي، أوجد مقدار القوة الدافعة عندما تتحرك السيارة والمقطورة بسرعة ثابتة؟ واذكر الشد في ساق الجر في هذه الحالة، أوجد قيمة العجلة (تزايدية أو تقصيرية) للسيارة والمقطورة والشد في ساق الجر عندما تبذل قوة الدفع بالمقدار الآتي:

أ). ($330\ N$)   ب). ($170\ N$)   جـ). (0.0)

أوجد قيمة العجلة التقصيرية للسيارة والمقطورة ومقدار القوة في ساق الجر وبيّن هل هذه القوة تعد شداً أم ضغطاً، عندما يستخدم السائق المكابح وكانت قوة المكابح تزيد عن قوة الدفع بمقدار:

د). ($30\ N$)   هـ). ($70\ N$)   و). ($150\ N$)

3. تجر سيارة كتلتها (M) مقطورة كتلتها (m) على هضبة مستقيمة تميل بزاوية($\alpha°$)مع الأفقي، وقوى المقاومة (P) و(Q) تؤثر على السيارة والمقطورة على التوالي وقوة الدفع للسيارة (F).

أوجد تعبيراً للعجلة بدلالة (M)، و(m)، و(P)، و(Q)، و(F)، و($\alpha°$). ثم بين أن الشد في ساق الجر لا يعتمد على ($\alpha°$).

في حالة ما تكون القوة الدافعة($F = P + Q$) بين أن العجلة تساوي ($g\ sin\ \alpha°$) والشد في ساق الجر يساوي (Q).

5 الفصل الخامس: Work - energy and power

الشغل ـ الطاقة والقدرة

في هذا الفصل نضع المعادلات الأساسية للميكانيكا في قالب جديد حتى يتسنى لنا استعمالها في مجالات مختلفة، وعند الانتهاء من دراسة هذا الفصل يجب أن:

- تعرف الفرق بين الشغل وطاقة الحركة.
- تكون قادراً على استعمال قاعدة الشغل – الطاقة، ومعرفة الفرق بين الشغل المبذول بواسطة قوة، والشغل المبذول ضد قوة.
- تعرف أن قاعدة الشغل – الطاقة يمكن استعمالها في الحالات التي لا تكون فيها القوة ثابتة.
- تعرف أن القوة العمودية على اتجاه الحركة لا تبذل شغلاً.
- تفهم ما هي القدرة، وأن تكون قادراً على حسابها.
- تعرف وتكون قادراً على استعمال العلاقة بين القدرة والقوة والسرعة.

1.5 معادلة الشغل ـ الطاقة (The work - energy equation)

مثال 1.5:

تتغير سرعة سيارة كتلتها $(1000\ kg)$ من $(7\ \frac{m}{s})$ إلى $(13\ \frac{m}{s})$ بعجلة ثابتة وكانت المسافة المقطوعة في هذه الأثناء $(200\ m)$. أوجد قوة محرك السيارة؟

الحل:

الطريقة الأولى:

نجد عجلة السيارة من معادلة الحركة $(v^2 = u^2 + 2as)$

وبالتعويض نجد أن

$$(13)^2 = (7)^2 + 2\,a\,(200) \qquad \therefore \quad a = 0.3\ \frac{m}{s^2}$$

فتكون قوة المحرك $(F = m\,a)$

$$F = 1000 \times 0.3 = 300\ N$$

هذه المسألة تتكرر في الميكانيكا، حيث تؤثر قوة مقدارها (F) على جسم كتلته (m) وتحركه مسافة (s)، حيث تتغير سرعة الجسم من (u) إلى (v)، وباستعمال قانون نيوتن $(F = m\,a)$، ومعادلة الحركة $(v^2 = u^2 + 2as)$، نجد أن:

$$F = m\left(\frac{v^2 - u^2}{2\,s}\right)$$

والتي يُمكن كتابتها كالتالي:

$$F\,s = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$$

يُسمى الطرف الأيسر من المعادلة والذي هو حاصل ضرب القوة في المسافة بالشغل المبذول بواسطة القوة، ووحدات الشغل هي $(N\,m)$ أو $(Joule)$، واختصاراً (J).

أما الطرف الأيمن فهو يتكون من حدين متشابهين، ويُعرف كل منهما بطاقة الحركة وهي طاقة يمتلكها الجسم نتيجة سرعته، فإذا كان الجسم كتلته (m) يتحرك بسرعة (v) فإن طاقة حركته تكون:

$$\text{(طاقة الحركة)} \qquad Kinetic\ energy = \frac{1}{2}mv^2$$

ووحدات طاقة الحركة هي أيضاً $(Joule)$.

قاعدة الشغل ـ الطاقة:
إذا أثرت قوة ثابتة على جسم لمسافة معينة، فإن الشغل المبذول يكون مساويا لمقدار طاقة الحركة المكتسبة بواسطة الجسم.

الطريقة الثانية:

باستخدام قاعدة الشغل – الطاقة يمكن الحصول على القوة وذلك كالتالي:

$$F\,s = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$$

$$F\,(200) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (13)^2 - \frac{1}{2} \times 1000 \times (7)^2 = 60000$$

أو :

$$F = \frac{60000}{200} = 300\ N$$

2.5 بعض التعميمات (Some generalization)

يمكن تعميم قاعدة الشغل – الطاقة بعدة طرق، وهذه أحد الأسباب، لماذا هذه القاعدة مهمة؟

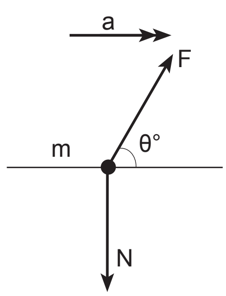
أولاً: افرض أن القوة ليست في اتجاه الحركة، ولكن تؤثر بزاوية (θ) كما في الشكل $(1 - 5)$، حيث تؤثر المركبة $(F \cos\theta)$ على الجسم (m) وتجعله يتحرك بعجلة (a).

أي أن $(F \cos\theta = m a)$

ويكون الشغل المبذول $(F \cos\theta\, s)$، حيث(s)، المسافة التي تحركها الجسم، فتكون:

$$F \cos\theta\, s = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mu^2$$

حيث (v) سرعة الجسم النهائية، و(u) سرعة الجسم الابتدائية، ويمكن تلخيص ما سبق في التالي:

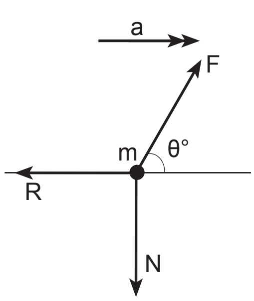


الشكل (1-5)

إذا تحرك جسم مسافة (s) في خط مستقيم تحت تأثير قوة (F) تصنع زاوية مقدارها $(\theta°)$ مع اتجاه الحركة، فإن الشغل المبذول بواسطة هذه القوة يكون $(Fs \cos\theta)$.

من المهم أن نلاحظ أن قوة التلامس العمودية (N) لا تظهر في معادلة الشغل–طاقة، وهذا بسبب أنه لا توجد حركة في الاتجاه العمودي،

أي أن الشغل المبذول بواسطة قوة عمودية على اتجاه الحركة يكون صفرا.



الشكل (2-5)

ثانياً: هو الأخذ في الاعتبار القوة المقاومة للحركة (R) كما في شكل $(2\text{-}5)$، وباستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أن $(F \cos\theta - R = m a)$

ويكون الشغل المبذول في هذه الحالة:

$$Fs \cos\theta - Rs = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mu^2$$

ونصف الحد $(- Rs)$ بأنه الشغل المبذول بواسطة المقاومة وهو شغل سالب، ونلخص ما سبق في التالي:

الفرق بين الشغل المبذول بواسطة القوة المؤثرة والشغل المبذول بواسطة قوة المقاومة يساوي التغير في طاقة الحركة.

مثال 2.5:

ينحدر جسم كتلته $(100\ kg)$ على مستوى مائل بزاوية (3°)، فإذا بدأ الانحدار بسرعة $(5\ \frac{m}{s})$ وقطع مسافة $(500\ m)$، وكان مقدار المقاومة $(40\ N)$، أوجد سرعته عند أسفل المنحدر؟

الحل:

حيث أن $\cos(90-\theta) = \sin\theta$

$$F s \cos(90-\theta) - R s = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m u^2$$

وحيث $(F = m\,g)$، وبالتعويض نجد أن:

$$(100 \times 10 \times 500) \cos 87 - 40 \times 500 = \frac{1}{2}(100) v^2 - \frac{1}{2}(100)(5)^2$$

$$26167.9 - 20000 = 50\ v^2 - 1250$$

$$50\ v^2 = 7417.9 \qquad \therefore \quad v^2 = 148.358$$

أو $\left(v = 12.18\ \frac{m}{s}\right)$

أي أن سرعة الجسم أسفل المنحدر $\left(12.18\ \frac{m}{s}\right)$.

3.5 الحركة في خط منحن (Motion round curved paths)

تعميم آخر لقاعدة الشغل – الطاقة، وهو أنه يمكن استعمالها في مسار منحن، فمثلاً إذا اعتبرنا قمراً صناعياً يدور حول الأرض في مدار دائري، فإن قوة الجاذبية الأرضية تكون دائماً عمودية على مساره، مما يعني أن الشغل المبذول بواسطتها يكون صفراً، أي أنه لا يوجد تغير في طاقة الحركة، أي أن القمر الصناعي يتحرك في مسار دائري بسرعة منتظمة.

مثال آخر: إذا تحرك جسم على منحن أفقي أملس، فإن وزن الجسم وقوة التلامس العمودية يكونان عموديين على حركة الجسم، وبالتالي فإن الجسم يتحرك بسرعة منتظمة.

تمارين 5ـ A

1. أوجد طاقة الحركة للآتي:

أ). شخص كتلته $(90\ kg)$ ويجري بسرعة $(6\ \frac{m}{s})$.

ب). فيل كتلته $(6\ tonnes)$ يجري بسرعة $(10\ \frac{m}{s})$.

ج). سيارة سباق كتلتها $(1.5\ tonnes)$ تسير بسرعة $(300\ \frac{km}{hr})$.

د). رصاصة كتلتها $(20\ g)$ تنطلق بسرعة $(400\ \frac{m}{s})$.

هـ). نيزك كتلته $(20\ kg)$ يتحرك بسرعة $(8\ \frac{km}{s})$.

2. يُسحب جسم كتلته $(20\ kg)$ مسافة $(7\ m)$ بسرعة منتظمة على سطح خشن بواسطة خيط، فإذا كان الشد في الخيط $(100\ N)$، أوجد الشغل المبذول بواسطة الخيط والشغل المبذول بواسطة قوة التلامس العمودية؟ والشغل المبذول بواسطة القوى المقاومة؟

3. شخص يدفع صندوقاً مسافة $(30\ m)$، فإذا كان الشغل المبذول بواسطة الشخص $(120\ J)$، وكان الصندوق في البداية والنهاية ساكناً، احسب متوسط القوة المقاومة للحركة؟

4. يُسحب صندوق بسرعة منتظمة بواسطة خيط، فإذا كان الشغل المبذول لسحب الصندوق مسافة $(16\ m)$ هو $(800\ J)$، احسب الشد في الخيط.

5. كرة كتلتها $(1.2\ kg)$ تتحرك بسرعة $(20\ \frac{m}{s})$ وتقف بعد أن تقطع مسافة $(30\ m)$، أوجد الشغل المبذول ضد قوة الاحتكاك؟ ومنه احسب متوسط قوة الاحتكاك؟

6. رجل يسحب عربة بواسطة خيط، وكان الخيط يصنع زاوية مقدارها $(20°)$ مع الأفقي، وكانت قوة الشد في الخيط $(30\ N)$، احسب الشغل المبذول لجر العربة مسافة $(40\ m)$ بسرعة منتظمة؟

7. تُدفع دراجة كتلتها ($30\ kg$) على مستوى مائل إلى أعلى بزاوية مقدارها ($15°$)، احسب الشغل المبذول لدفع الدراجة مسافة($70\ m$)؟

8. سيارة كتلتها ($600\ kg$) تُدفع على سطح أفقي من السكون حتى تصل سرعتها ($4\ \frac{m}{s}$)، احسب الشغل المبذول؟

9. يُسحب صندوق كتلتة ($20\ kg$)على مستوى مائل إلى أعلى بزاوية ($30°$)، فإذا كان مقدار الشغل المبذول لسحب الصندوق مسافة ($10\ m$) هو($1200\ J$)، أوجد مقدار متوسط القوة المقاومة؟

10. ينحدر دراج على مستوى مائل بزاوية ($15°$) فتتزايد سرعته بعد أن يقطع مسافة ($50\ m$) من ($4\ \frac{m}{s}$) إلى($10\ \frac{m}{s}$). احسب متوسط القوة المقاومة إذا علمت أن كتلة الدراج والدراجة ($60\ kg$)؟

4.5 القدرة (Power)

يدفع شخص عربة بقوة ($75\ N$) مسافة ($60\ m$) في زمن قدره ($90\ s$)، بينما يدفع شخص آخر عربة مماثلة بنفس القوة ولنفس المسافة، ولكن في زمن قدره ($100\ s$).
نلاحظ أن الاثنين قد بذلا نفس الشغل وهو ($4500\ J$)، لكن الأول أقوى من الثاني حيث إنه استطاع أن يبذل نفس الشغل في زمن أقصر، ومعدل بذل الشغل يُسمى بالقدرة (*Power*)، ووحدات القدرة هي ($\frac{J}{s}$) أو (*Watt*)، واختصاراً تكتب(W)، أي أن:

$$W = \frac{J}{s}$$

وعليه فإن قدرة الشخص الأول ($\frac{4500}{90} = 50\ W$)

بينما قدرة الثاني ($\frac{4500}{100} = 45\ W$)

مثال 1.3.5:

مصعد فندق كتلته ($1200\ kg$) يصعد مسافة ($60\ m$) في ($20\ s$) أوجد قدرة محرك المصعد؟

الحل:

الشغل المبذول بواسطة محرك المصعد ضد الجاذبية الأرضية هو:

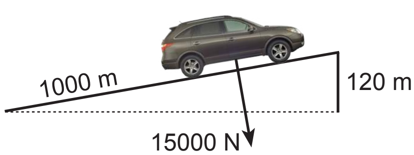
$$W = (mg)s = 1200 \times 10 \times 60 = 720000\ J$$

ولبذل هذا الشغل في $(20\ s)$ فإن قدرة محرك المصعد تكون:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{720000}{20} = 36000\ W = 36\ k\ W$$

مثال 2.4.5:

تصعد سيارة كتلتها $(1500\ kg)$ هضبة بسرعة ابتدائية $(30\ \frac{m}{s})$ وتصل إلى أعلى الهضبة بعد زمن قدره $(40\ s)$ بسرعة $(10\ \frac{m}{s})$ فإذا كان طول الهضبة $(1000\ m)$ وارتفاعها $(120\ m)$، وكان متوسط المقاومة للحركة $(500\ N)$ أوجد قدرة محرك السيارة؟



الشكل (3-5)

الحل:

الشغل المبذول ضد المقاومة:

$$W = Fs = 500 \times 1000 = 500000\ J$$

والشغل المبذول ضد وزن السيارة يكون وزن السيارة في اتجاه الحركة مضروباً في المسافة، ومن الشكل (3-5) يكون الشغل المبذول:

$$W = (mg \sin \theta)s = 1500 \times 10 \times \frac{120}{1000} \times 1000 = 1800000\ J$$

فيكون الشغل المبذول الكلي ضد القوى الخارجية هو:

$$W = 500000 + 1800000 = 2300000\ J$$

أما الشغل المبذول بواسطة التغير في طاقة الحركة:

$$W = \frac{1}{2} mu^2 - \frac{1}{2} mv^2$$

$$W = \frac{1}{2} \times 1500 \times 30^2 - \frac{1}{2} \times 1500 \times 10^2 = 600000\ J$$

فيكون الشغل المبذول بواسطة محرك السيارة:

$$W = 2300000 - 600000 = 1700000\ J$$

فتكون قدرة محرك السيارة:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1700000}{40} = 42500\ W = 42.5\ kW$$

5.5 القدرة والقوة والسرعة (Power, force and velocity)

أفرض أن سيارة تتحرك بسرعة منتظمة (v)، أي أن قوة محرك السيارة (F) تساوي تماماً القوة المقاومة للحركة (R)، فتكون السيارة قد تحركت بعد فترة زمنية (t) مسافة (vt)، ويكون الشغل المبذول بواسطة القوة (F) هو ($F \times (vt)$).

وعليه تكون قدرة محرك السيارة ($\frac{F\,vt}{t} = F\,v$).

ويمكن إثبات أن هذا القانون صحيح حتى في حالة السرعة غير المنتظمة، وبصفة عامة:

إذا كان الجسم يتحرك بسرعة (v) تحت تأثير القوة (F)، فإن القدرة تكون (Fv).

مثال 5.5:

تبدأ سباحة كتلتها ($50\,kg$) السباحة بسرعة ($0.8\,\frac{m}{s}$)، فإذا كانت قدرة السباحة ($200\,W$)، ومقاومة الماء ($220\,N$) أوجد العجلة التي تبدأ بها السباحة؟

الحل:

نجد أقصى قوة للسباحة وذلك من العلاقة ($P = F\,v$)

أي أن: $F = \frac{P}{v} = \frac{200}{0.8} = 250\,N$

فتكون القوة المسببة للعجلة (F) هي الفرق بين قوة السبّاحة ومقاومة الماء وهي ($250 - 220 = 30\,N$)، ولإيجاد العجلة نستخدم قانون نيوتن الثاني ($F = ma$)

$$30 = 50\,a$$

أي أن العجلة $a = \frac{30}{50} = 0.6\,\frac{m}{s^2}$

تمارين 5ـ B

1. تستخدم رافعة لرفع صندوق كتلته $(2\ tonnes)$إلى ارتفاع $(75\ m)$ في $(45\ s)$،
أوجد متوسط القدرة للرافعة؟

2. يتسلق رجل كتلته $(90\ kg)$ جبلاً ارتفاعه $(1200\ m)$ في $(160\ min)$ أوجد قدرة الرجل؟

3. يجري طفل كتلته $(30\ kg)$ أعلى هضبة في زمن قدره $(6\ s)$، فإذا كان ارتفاع الهضبة $(3\ m)$، وسرعة الطفل عند هذا الارتفاع $(2\ \frac{m}{s})$، أوجد القدرة التي بذلها الطفل؟

4. إذا كانت القدرة التي بذلها محرك دراجة نارية تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها $(20\ \frac{m}{s})$ هو $(12\ kW)$. أوجد قوة المقاومة؟

5. أوجد قدرة محرك سيارة تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها $(40\ \frac{m}{s})$بفرض أن مقدار القوة المقاومة $(400\ N)$.

6. يتحرك دراج بسرعة منتظمة مقدارها $(11\ \frac{m}{s})$، فإذا كانت المقاومة $(80\ N)$،
أوجد القدرة التي يبذلها الدراج؟

7. يتحـرك سائق دراجـة نارية بقدرة $(8\ kW)$، فإذا كانت كتلة السائق والدراجة $(160\ kg)$، أوجد عجلة الدراجة عندما تصل سرعتها إلى $(20\ \frac{m}{s})$(أهمل القوى المقاومة للحركة)؟

8. تدفع رافعة قدرتها $(1\ kW)$ صندوقاً وزنه $(980\ N)$ على مستوى مائل بسرعة منتظمة مقدارها $(2\ \frac{m}{s})$. أوجد زاوية ميل المستوى؟

9. إذا كانت القوة المقاومة لحركة سيارة كتلتها $(800\ kg)$ هي $(300\ N)$. أوجد قدرة

السيارة عندما تكون سرعتها ($10\ \frac{m}{s}$) وعجلتها($0.6\ \frac{m}{s^2}$)؟

10. تتحرك سيارة كتلتها ($950\ kg$) بقدرة ($25\ kW$)، أوجد الزمن الذي تزداد فيه سرعة السيارة من ($14\ \frac{m}{s}$) إلى ($18\ \frac{m}{s}$) بفرض إهمال القوة المقاومة للحركة؟

11. قدرة محرك سيارة ($18\ kW$)، أوجد عجلة السيارة عندما تكون سرعتها ($25\ \frac{m}{s}$)، علماً بأن كتلة السيارة ($1200\ kg$)وأن قوة المقاومة ($200\ N$).

6 Potential energy

الفصل السادس:

طاقة الوضع

يُميز هذا الفصل بين نوعين من القوى؛ القوى المحافظة والقوى غير المحافظة ويوضح كيف أن القوة المحافظة هي مصدر تخزين الطاقة. وعندما تنتهي من دراسة الفصل يجب أن:

- تعرف كيف تحسب الشغل المبذول بواسطة قوة ثابتة مؤثرة على جسم يتحرك في مسار منحن.
- تعرف الفرق بين القوى المحافظة والقوى غير المحافظة.
- تعرف أن الشغل المبذول ضد قوة محافظة ينتج عنه طاقة وضع.
- تفهم تطبيق قانون بقاء الطاقة.
- تعرف أن الطاقة الكلية (طاقة الوضع وطاقة الحركة) يمكن أن تتغير بواسطة الشغل المبذول الناتج عن قوى غير محافظة.

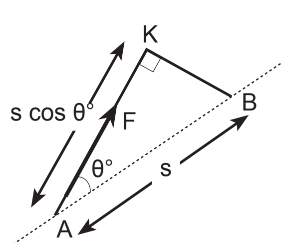
1.6 تعبير أخر عن الشغل (Another expression for work)

سبق وأن ذكرنا أن الشغل المبذول بواسطة قوة يمكن تعريفه بـ($(F \cos\theta) \times s$)، أي القوة في اتجاه المسافة مضروبة في المسافة التي يتحركها الجسم.

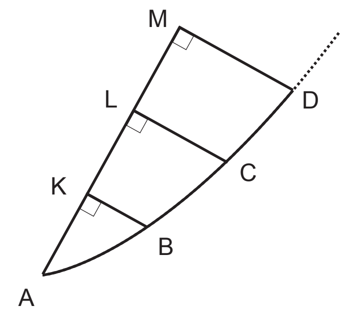
ويمكن التعبير بطريقة أخرى عن الشغل المبذول بـ($(F \times s\cos\theta)$)، وهذا مبين في الشكل (6-1). فإذا تحرك الجسم من النقطة (A) إلى النقطة (B) تحت تأثير القوة (F) فإن ($s\cos\theta$) تكون المسافة (AK) وهي الإزاحة في اتجاه القوة.

فإذا تحرك جسم مسافة تحت تأثير قوة مقدارها (F)، فإن الشغل المبذول يكون حاصل ضرب القوة في المسافة التي يتحركها الجسم في اتجاه القوة، وهذا ما يُعرف بالضرب العددي لكميتين متجهتين، ويُكتب كالآتي:

($\vec{F} \cdot \vec{r}$)، حيث تعبر ($\vec{r}$) عن الإزاحة ($\overrightarrow{AB}$).



الشكل (1.6)



الشكل (2.6)

وهذا لا ينطبق فقط على الحركة في خط مستقيم، ولكن أيضاً عندما يتحرك الجسم في مسار منحنٍ كما في شكل (6-2).

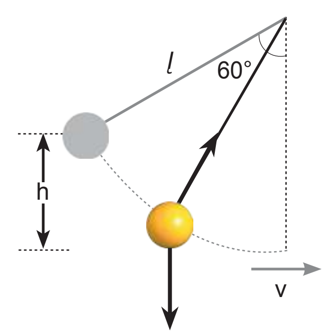
ولنوضح ذلك، نقسم المسار المنحني إلى أجزاء صغيرة مثل (AB)، و(BC)، و(CD) ...الخ، والتي يمكن اعتبارها خطوطاً مستقيمة، فتكون الإزاحات الصغيرة في اتجاه القوة هي (AK)، و(KL)، و(LM)...الخ، ويكون الشغل المبذول:

$$F \times AK + F \times KL + F \times LM + ... = F\,(AK + KL + LM + ...)$$

إذا تحرك جسم في مسار منحني تحت تأثير قوة ثابتة مقدارها (F) فإن الشغل المبذول بواسطة القوة يكون حاصل ضرب القوة في المسافة التي يتحركها الجسم في اتجاه القوة.

مثال 1.6:

كرة صغيرة كتلتها (m) معلقة بواسطة خيط كما في شكل (6-3). جُذبت الكرة جانباً حتى صنع الخيط مع العمودي زاوية مقدارها ($60°$)، ثم أُطلقت، أوجد سرعة الكرة عندما يكون الخيط عمودياً؟



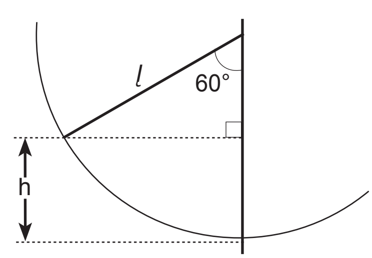
الشكل (3.6)

الحل:

تؤثر على الكرة قوتان، هما قوة الشد في الخيط، ووزن الكرة، وحيث أن الكرة ستتحرك في جزء من الدائرة فإن حركتها تكون دائماً عمودية على الخيط، وعليه يكون الشغل المبذول بواسطة الشد يساوي صفراً، أما الوزن فأنه يؤثر عمودياً إلى أسفل، ويكون الشغل المبذول هو حاصل ضرب القوة في المسافة التي تحركتها الكرة إلى أسفل. وهذه المسافة هي (h) الموضحة في الشكل (6-3).

يمكن إيجاد سرعة الكرة(v) عند أسفل نقطة باستخدام قاعدة الشغل - الطاقة، وهي ($(mg)\,h = \frac{1}{2} mv^2$)

أو :
$$v^2 = 2\,gh, \qquad v = \sqrt{2\,gh} \longrightarrow (1)$$



الشكل (4.6)

ونجد (h) باستخدام حساب المثلثات، فمن الشكل (6-4) نرى أن:

$$h = l - l\cos 60° \quad = l\,(1-\frac{1}{2}) \quad = \frac{1}{2}\,l$$

وبالتعويض في المعادلة (1) عن(h) نجد أن:

$$v = \sqrt{2\,g\,(\frac{1}{2}\,l)} \quad = \sqrt{gl}$$

أي أنه عندما يكون الخيط عمودياً ، تكون سرعة الكرة ($\sqrt{gl}$).

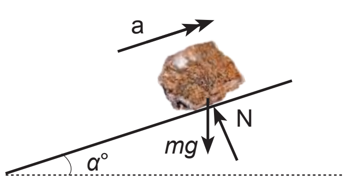
2.6 ثلاث مسائل وجواب واحد (Three problems with one answer)

مثال 2.6 :

1. هاتان مسألتان نعرف كيفية حلهما:

أ. قُذف حجر إلى أعلى بسرعة ابتدائية (u). أوجد سرعته عندما يكون على ارتفاع (h).

ب. صُدمت قطعة حجر وبدأت حركتها إلى أعلى سطح أملس مائل بزاوية مقدارها (α) مع الأفقي، فإذا كانت سرعتها الابتدائية (u)، أوجد سرعتها عندما تكون على ارتفاع (h) من نقطة حركتها.



الشكل (5-6)

الحل:

أ. هذا تطبيق مباشر للمعادلة $(v^2 = u^2 + 2\,as)$، حيث $(a = -g)$، و $(s = h)$، فتكون $(v^2 = u^2 - 2\,gh)$

ب. يوضح الشكل (5-6) قوتين تؤثران على القطعة، هما وزن القطعة (mg)، وقوة التلامس العمودية (N)، ومن قانون نيوتن الثاني:

$$-\,mg\sin\alpha = ma$$

أي أن القطعة تتحرك بعجلة ثابتة مقدارها $(-\,g\sin\alpha)$ على السطح المائل، ولكي تصل إلى ارتفاع (h)، فإن المسافة التي يجب أن تتحركها إلى أعلى المستوى هي $(\dfrac{h}{\sin\alpha})$، وباستخدام معادلة الحركة $(v^2 = u^2 + 2\,as)$ نجد أن:

$$v^2 = u^2 + 2\,(-\,g\sin\alpha)\,\frac{h}{\sin\alpha} \quad = \quad u^2 - 2\,gh$$

وتشرح قاعدة الشغل – الطاقة لماذا للمسألتين جواب واحد؟ كالتالي:

إذا ضربنا كل حد في المعادلة $(v^2 = u^2 - 2\,gh)$ بالمقدار $(\frac{1}{2}m)$ فأننا نحصل على:

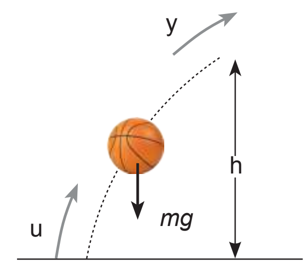
$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu^2 - mgh$$

الحدان $(\frac{1}{2}mu^2)$، و$(\frac{1}{2}mv^2)$ هما طاقة حركة الجسم الابتدائية، وطاقة حركة الجسم عندما يصل إلى ارتفاع (h). وعلينا الآن أن نفسر لماذا كان الفرق في طاقة الحركة $(-mgh)$ في كل حالة ؟

ويرجع السبب في ذلك إلى أن الحجر قد تحرك إلى أعلى مسافة (h) في عكس اتجاه القوة (mg)، فيكون الشغل المبذول ضد الجاذبية الأرضية هو (mgh).

أما بالنسبة للقطعة المتحركة على المستوى المائل، فإنها تحت تأثير قوتين هما قوة التلامس العمودية، والتي لا تبذل شغلاً، لأنه لا توجد حركة في الاتجاه العمودي على المستوى، والقوة (mg)، والتي تبذل شغلاً مقداره (mgh).

2. قُذفت كرة بسرعة ابتدائية(u) بزاوية مع الأفقي، بإهمال مقاومة الهواء، أوجد سرعة الكرة عندما تكون على ارتفاع (h) عن سطح الأرض؟



الشكل (6.6)

الحل:

في هذه المسألة تتحرك الكرة في مسار منحن، فتكون السرعة الابتدائية والسرعة النهائية في اتجاهين مختلفين (انظر الشكل 6-6)، والقوة الوحيدة التي تؤثر على الكرة هي وزنها (mg) واتجاهها دائماً عمودياً إلى أسفل.

وباستخدام قاعدة الشغل - الطاقة نجد أن:

$$-mgh = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$$

والتي يمكن كتابتها كالتالي ($v^2 = u^2 - 2gh$)، وبمعلومية (u)، و(h) نستطيع إيجاد (v).

3.6 القوى المحافظة والقوى غير المحافظة

(Conservative and non – conservative forces)

مثال 3.6:

هذه مسألة أخرى لها نفس إجابة المسائل السابقة:

4. بدأ جسم حركته على سطح خشن بسرعة ابتدائية (u)، فإذا كانت قوة الاحتكاك (f)، أوجد سرعة الجسم عندما يكون قد تحرك مسافة أفقية (h).

الحل:

باستخدام قانون نيوتن الثاني ($-F = ma$) نجد أن مقدار العجلة هو ($-\frac{F}{m}$)،
وباستخدام معادلة الحركة ($v^2 = u^2 + 2as$)، وبالتعويض عن العجلة بـ($-\frac{F}{m}$)،
و($s = h$) نجد أن: $v^2 = u^2 - 2\frac{F}{m}h$

فإذا فرضنا أن ($F = mg$)، فإن المعادلة الأخيرة تُصبح ($v^2 = u^2 - 2gh$)

وهذا يمكن أن نعبر عنه بقاعدة الشغل – الطاقة، إذا ضربنا المعادلة بالمقدار $(\frac{1}{2}m)$ لتصبح:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu^2 - mgh$$

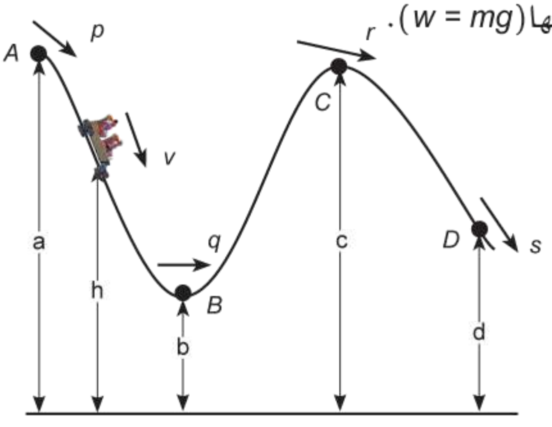
ولكن (mgh) في هذه الحالة هو الشغل المبذول ضد قوة الاحتكاك (mg).

يوجد فرق هام بين هذه المسألة، والمسائل التي في الفقرة السابقة، فالجسم الذي قُذف إلى أعلى، أو الذي تحرك على السطح المائل الأملس قد فقد مؤقتاً طاقة الحركة، ولكن سيسترد هذه الطاقة إذا عاد إلى النقطة التي بدأ منها حركته، ولهذا السبب يُقال عن قوة الجاذبية الأرضية بأنها **قوة محافظة**.

ولكن الأمر مختلف بالنسبة لقوة الاحتكاك، فإذا سمحنا للقطعة التي تتحرك على السطح الخشن بالاستمرار في الحركة، فإنها ستفقد سرعتها تدريجياً حتى تقف، وتفقد بالتالي كل طاقتها الحركية، ولا يمكن استعادتها مرة أخرى، ولهذا يُقال عن قوة الاحتكاك بأنها قوة **غير محافظة**.

4.6 بقاء الطاقة (The conservation of energy)

يوضح الشكل (6-7) جزءاً من سكة حديدية في مدينة ملاهي، نفترض أولاً أنه لا توجد مقاومة هواء ولا توجد قوة احتكاك .تكون سرعة العربة في النقاط (A)، و(B)، و(C)، و(D) هي (p)، و(q)، و(r)، و(s)على التوالي، وارتفاع العربة فوق سطح الأرض (a)، و(b)، و(c)، و(d) على التوالي، وكتلة العربة (m) ووزنها$(w = mg)$.



الشكل (7-6)

تؤثر قوتان على العربة، هما وزنها وقوة التلامس العمودية، قوة التلامس العمودية لا تبذل شغلاً، حيث أنها دائماً تؤثر عمودياً على اتجاه حركة العربة.

نلاحظ أن سرعة العربة تزداد عندما تنحدر من النقطة (A) إلى النقطة (B)، وأن العربة تفقد ارتفاعاً مقداره $(a - b)$، فيكون الشغل المبذول بواسطة الوزن هو (w_{a-b})، وباستخدام قاعدة الشغل – الطاقة نجد أن:

$$w_{a-b} = \frac{1}{2}mq^2 - \frac{1}{2}mp^2$$

والمعادلة الأخيرة يمكن كتابتها كالتالي:

$$w_a + \frac{1}{2} mp^2 = w_b + \frac{1}{2} mq^2$$

ونلاحظ أيضاً أن سرعة العربة تنقص عندما ترتفع من النقطة (B) إلى النقطة (C) ويكون الشغل المبذول بواسطة قوة الوزن هو (w_{c-b})، وباستخدام قاعدة الشغل - الطاقة نجد أن:

$$\frac{1}{2} mq^2 - \frac{1}{2} mr^2 = w_{c-b}$$

وهذه المعادلة يمكن كتابتها كالتالي:

$$w_b + \frac{1}{2} mq^2 = w_c + \frac{1}{2} mr^2$$

بين النقطتين (C) و(D)، تنحدر العربة مرة أخرى، ويكون:

$$w_c + \frac{1}{2} mr^2 = w_d + \frac{1}{2} ms^2$$

تمثل المعادلات السابقة حركة العربة ارتفاعاً وانخفاضاً، وتكون العلاقة بين الارتفاع (h) وسرعة العربة (v) عند أي نقطة هي:

$$w_h + \frac{1}{2} mv^2 = constant$$

أي أن مجموع طاقتي الوضع (w_h)، وطاقة الحركة ($\frac{1}{2} mv^2$) عند أي نقطة يساوي مقداراً ثابتاً.

قانون بقاء الطاقة:
يكون مجموع طاقتي الحركة والوضع لجسم متحرك مقداراً ثابتاً، ما لم تؤثر عليه قوى خارجية.

فكرة تخزين الطاقة كطاقة وضع لها عدة تطبيقات، مثلاً يمكن تخزين المياه في خزانات فوق سطح الأرض، وعند الحاجة يمكن تفريغها فتتحول الطاقة إلى طاقة حركة والتي يمكن أن تدير محركات لتنتج طاقة كهربائية.

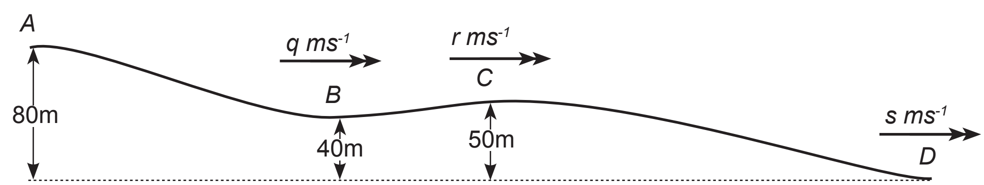
مثال 4.6:

يمثل الشكل (8-6) جانباً من هضبة. النقاط (A)، و(B)، و(C) على الارتفاعات ($80\ m$)، و($40\ m$)، و($50\ m$) على التوالي بالنسبة للنقطة (D). تبدأ عربة من دون محرك كتلتها ($250\ kg$) انحدارها من السكون من النقطة (A)، أهمل كل المقاومات، وأوجد سرعتها عند النقاط (B)، و(C)، و(D).

الحل :

أفرض أن سرعتها عند النقاط (B)، و(C)، و(D) هي (q)، و(r)، و(s) على التوالي . حيث أن وزن العربة $(2500\ N)$❖، فتكون طاقة الوضع عند أي ارتفاع (h) هو $(2500\ h)$، وتكون طاقة الحركة للعربة عندما تكون سرعتها (v) هي:

$$\frac{1}{2}\ 250\ v^2 = 125\ v^2$$



الشكل (8.6)

ومن قانون بقاء الطاقة نحصل على:

$$2500 \times 80 = 2500 \times 40 + 125\ q^2 = 2500 \times 50 + 125\ r^2 = 125\ s^2$$

لاحظ أنه في البداية لا توجد طاقة حركة وفي النهاية لا توجد طاقة وضع ، وفي النقطتين (B) و(C) يوجد كلاهما.

من المعادلات السابقة نجد أن:

$$s^2 = 1600\ \frac{m^2}{s^2} \quad | \quad r^2 = 600\ \frac{m^2}{s^2}, \quad | \quad q^2 = 800\ \frac{m^2}{s^2},$$

أي أن:

$$s = 40\ \frac{m}{s} \quad | \quad r = 24.4\ \frac{m}{s}, \quad | \quad q = 28.2\ \frac{m}{s},$$

❖ بفرض أن عجلة الجاذبية تساوي $(10\ \frac{m}{s^2})$

تمارين A – 6

- أفرض أن عجلة الجاذبية الأرضية ($10\ \frac{m}{s^2}$).

1. يسقط جسم كتلته ($2\ kg$) سقوطاً حراً. أوجد طاقة حركته بعد أن يسقط مسافة قدرها ($20\ m$)؟

2. قُذف حجر كتلته ($0.8\ kg$) إلى أعلى بسرعة ($10\ \frac{m}{s}$). احسب طاقة حركته الابتدائية، وأقصى ارتفاع يصل إليه؟

3. ينزلق طفل كتلته ($25\ kg$) على منحدر مائل بزاوية (30^o) من السكون، أوجد سرعة الطفل عند أسفل المنحدر بفرض أن طول المنحدر ($15\ m$)؟

4. تتسلق فتاة كتلتها ($65\ kg$) جبلاً إلى إرتفاع ($3.2\ km$). احسب طاقة وضعها؟

5. ينحدر متزلج على مستوى مائل طوله ($40\ m$)، ويصل أسفل المستوى بسرعة ($15\ \frac{m}{s}$). أحسب الزاوية التي يميل بها المستوى على الأفقي؟

6. ينحدر طفل على مستوى مائل ويصل أسفله بسرعة ($7\ \frac{m}{s}$)، فإذا فقد الطفل (25%) من طاقة وضعه بسبب الاحتكاك، احسب المسافة العمودية التي تحركها؟

7. رُفع صندوق كتلته ($160\ kg$) عمودياً إلى أعلى بواسطة آلة قدرتها ($2\ kW$). احسب المسافة التي سيتحركها الصندوق في ($7\ s$) بفرض أن سرعته منتظمة؟

8. عمود طوله ($0.6\ m$) مثبت من إحدى نهايتيه عند النقطة (0)، وفي النهاية الحرة مثبتة به قطعة كتلتها ($0.2\ kg$). تركت القطعة لتسقط من السكون عندما كان العمود يميل بزاوية مقدارها (60^o) مع العمودي العلوي المار بالنقطة (0)، أوجد سرعة القطعة عندما يكون العمود:

أ). أفقياً.　　　أ). عمودياً.

9. قذف جسم على سطح أملس مائل بزاوية مقدارها (30^o) إلى أعلى المستوى بسرعة $(4\,\frac{m}{s})$، فوصل إلى أعلى نقطة في المستوى بسرعة $(1.2\,\frac{m}{s})$، أوجد طول المستوى؟

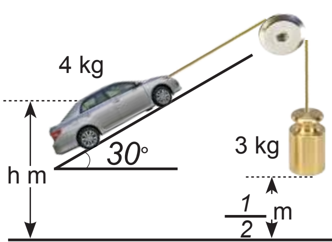
5.6 تطبيقات على الأنظمة المرتبطة مع بعضها البعض

(Application to systems of connected objects)

يتكون النظام من جسم أو أكثر، وهنا نستخدم قانون بقاء الطاقة لحل المسائل التي يتحرك فيها جسمان مرتبطان مع بعضهما البعض بواسطة خيط.

مثال 5.6 :

لعبة طفل على شكل سيارة كتلتها $(4\ kg)$ على مستوى مائل بزاوية مقدارها (30^o) مربوطة بخيط يمر على بكرة إلى قطعة كتلتها $(3\ kg)$. بدأ النظام حركته من السكون عندما كانت الكتلة على ارتفاع $(0.5\ m)$ من سطح الأرض (انظر الشكل 6-9). أوجد سرعة اللعبة عندما تصطدم القطعة بالأرض؟



الشكل (9-6)

الحل :

افرض أن ارتفاع اللعبة (h) من سطح الأرض، افرض أن سرعتها (v) عندما تصطدم القطعة بالأرض، وإذا كان الخيط غير مرن فإن سرعة القطعة تكون أيضاً (v) عندما تصطدم بالأرض.

في البداية، ليس للعبة ولا للقطعة طاقة حركة، ولكن لها طاقة وضع مقدارها $(4\,gh)$ و$(\frac{3}{2}\,g)$ على التوالي، عندما تصطدم القطعة بالأرض تكون قد تحركت عمودياً إلى أسفل مسافة $(0.5\,m)$ واللعبة قد تحركت على أعلى المستوى مسافة $(0.5\,m)$ أيضاً، أي أن ارتفاعها على الأرض يكون $(\frac{1}{2}\sin 30^o)$، أي $(\frac{1}{4}\,m)$،

وباستخدام قانون بقاء الطاقة نجد أن:

$$4\,gh + \frac{3}{2}\,g = 4g\left(h + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} \times 4 \times v^2 + \frac{1}{2} \times 3 \times v^2$$

والتي يمكن كتابتها كالتالي:

$$\left(\frac{3}{2} - 1\right)g = \frac{7}{2}\,v^2\,, \quad v^2 = \frac{1}{7}\,g = \frac{10}{7}\,, \quad v = 1.195\,\frac{m}{s}$$

6.6 تضمين القوى غير المحافظة في المعادلة
(Including non–conservative forces in the equation)

في المثال (4.6)، وجدنا سرعة العربة عند النقاط (B)، و(C)، و(D)، ولأننا أهملنا المقاومة فإن مقدار هذه السرعات ليست واقعية، في المثال التالي سنأخذ المقاومة في الاعتبار.

مثال 6.6:

افرض في المثال (4.6) أن المسافات هي (AB)، و(BC)، و(CD) مقاديرها ($200m$، $100m$، و$300m$) على التوالي، وكان متوسط المقاومة في كل مسافة على التوالي هي ($95\ N$)، و($140\ N$)، و($210\ N$)، وافرض أن للعربة محرك قوته ($700\ N$) وشغل في المسافة من (B) إلى (C). أوجد سرعة العربة عند (B)، و(C)، و(D).

الحل:

الشغل المبذول بين(A)، و(B) ضد قوة المقاومة هو ($95 \times 200\ J$)، ويُسبب هذا الشغل في نقصان الطاقة الكلية (الطاقة الحركية وطاقة الوضع) عند النقطة (B)، وعليه فإن المعادلة الأولى في المثال (4.6) تُصبح:

$$2500 \times 80 - 95 \times 200 = 2500 \times 40 + 125\ q^2$$

أو:
$$125\ q^2 = 81000$$

أو:
$$q = 25.46\ \frac{m}{s}$$

بين النقطتين (B) و(C) توجد قوتان إضافيتان في المعادلة، هما قوة المحرك، والتي تبذل شغلاً مقداره ($700 \times 100\ J$)، وقوة المقاومة التي تبذل شغلاً مقداره ($140 \times 100\ J$)، فتصبح المعادلة:

$$2500 \times 40 + 125\ q^2 + 700 \times 100 - 140 \times 100 = 2500 \times 50 + 125\ r^2$$

وبالتعويض عن (q) نجد أن: $r = 29.93\ \frac{m}{s}$

ومن النقطة (C) إلى النقطة (D) يكون الشغل المبذول ضد قوة المقاومة($210 \times 300\ J$)، فتصبح المعادلة الأخيرة:

$$2500 \times 50 + 125\ r^2 - 210 \times 300 = 125\ s^2$$

وبالتعويض عن (r) نجد أن ($s = 37.3\ \frac{m}{s}$)

أمثلة على تضمين القوى غير المحافظة

نلاحظ في هذا المثال أن قانون بقاء الطاقة قد عُدّل ليأخذ في الحسبان قوة المحرك والمقاومة، وهما قوتان غير محافظتين، ونلاحظ أيضاً أن الشغل المبذول بواسطة المحرك موجب، والشغل المبذول بواسطة المقاومة سالب.

تمارين 6 – B

1. جسمان كتلتاهما $(0.3\ kg)$، و$(0.5\ kg)$ مربوطان بسلك غير مرن يمر على بكرة. بدأ الجسمان حركتهما من السكون عمودياً عندما كانا على نفس المستوى . أوجد سرعة الجسمين بعد أن يتحركا مسافة$(1.3\ m)$؟

2. جسمان كتلتاهما $(1.2\ kg)$، و$(1.4\ kg)$ مربوطان بسلك غير مرن يمر على بكرة. بدأ حركتهما من السكون عندما كانا على نفس المستوى، أوجد المسافة بينهما عندما تكون سرعتهما $(0.5\ \frac{m}{s})$؟

3. قطعة كتلتها $(1.2\ kg)$، موضوعة فوق طاولة، وتبعد$(2\ m)$ من حافتها. رُبطت بخيط مار فوق بكرة على حافة الطاولة إلى قطعة أخرى كتلتها $(0.7\ kg)$ متدلية. بدأ النظام حركته من السكون، أوجد:
   أ). المسافة التي تحركتها القطعتان عندما كانت سرعتهما $(3\ \frac{m}{s})$.
   ب). سرعة القطعتين قبيل أن تصل القطعة التي على الطاولة إلى حافتها.

4. وضع جسم كتلته $(1.6\ kg)$ على سطح مائل بزاوية مقدارها (10°)، وربط بسلك غير مرن يمر على بكرة في نهاية السطح المائل إلى جسم كتلته $(0.8\ kg)$. بدأ الجسمان حركتهما من السكون، أوجد:
   أ). سرعتهما بعد أن يتحركا مسافة $(0.5\ m)$.
   ب). المسافة التي تحركاها عندما كانت سرعتهما $(3\ \frac{m}{s})$.

5. جسمان كتلتاهما ($0.1\ kg$) و($0.2\ kg$)، مربوطان بخيط غير مرن يمر على بكرة. بدأ الجسمان حركتهما عمودياً من السكون، أوجد سرعتهما بعد أن يقطعا مسافة ($0.6\ m$). ثم استنتج مقدار الشغل المبذول على الجسم ($0.1\ kg$) بواسطة الخيط، ومنه استنتج الشد في الخيط؟

6. المسافة بين النقطتين (A) و(B) هي ($1\ km$)، والنقطة (B) أعلى من (A) بمقدار ($60\ m$). تمر سيارة كتلتها ($1200\ kg$) بالنقطة (A) بسرعة ($25\ \frac{m}{s}$). بين النقطتين (A) و(B) تكون قوة محرك السيارة ($1600\ N$)، والمقاومة للحركة ($1150\ N$). أوجد سرعة السيارة عندما تمر بالنقطة (B).

7 Force as a vector quantity

الفصل السابع:

القوة ككمية متجهة

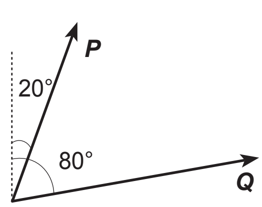
في هذا الفصل سنتعامل مع القوة على أنها كمية متجهة، وعندما تنتهي من دراسة هذا الفصل يجب أن:

- تفهم معنى المحصلة والمركبة.
- تكون قادراً على إيجاد محصلة قوتين أو أكثر.
- تكون قادراً على إيجاد مركبات القوة في اتجاهين.
- تفهم جمع وطرح المتجهات.
- تستطيع التعبير عن توازن قوتين أو أكثر.
- تكون قادراً أن تمثل ثلاث قوى بمثلث القوى.

1.7 توحيد القوى هندسياً (Combining force geometrically)

درسنا مفاهيم ميكانيكية مثل الإزاحة والسرعة والعجلة والقوة والشيء الذي يجمع بين هذه المفاهيم هو أننا – لكي نصفها – نحتاج إلى المقدار والاتجاه، وهذه الكميات الميكانيكية تعرف بأنها كميات متجهة (vector quantities).

في المقابل هناك كميات فيزيائية أخرى نحتاج لوصفها معرفة مقدارها فقط، مثل طاقة الحركة والكتلة، وهذه الكميات تسمى بالكميات غير المتجهة أو كميات عددية (scalar quantities).



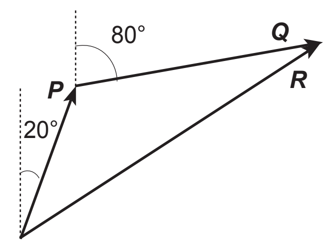
الشكل (1.7)

نعبر عن الكمية المتجهة بحرف أسود داكن، أو يكون على الحرف سهم، مثل ($\overrightarrow{P}$)، يمثل الكمية المتجهة – هندسياً – سهم يعين اتجاه المتجه كما في الشكل(1-7)، وطول السهم يتناسب مع طول المتجهة، فطول المتجه ($\overrightarrow{P}$) مثلا ($2\ cm$) واتجاهه يصنع

زاوية مقدارها ($20°$) مع العمودي، فإذا كان كل ($1\ cm$) يمثل ($5\ N$) فان مقدار القوة (P) هو ($10\ N$)، أما مقدار القوة (Q) فهو ($15\ N$) فيكون طول السهم ($3\ cm$) وهي تصنع زاوية مقدارها ($80°$) مع العمودي.

الآن افرض أن القوتين ($\vec{P}$)، ($\vec{Q}$) تؤثران علي جسيم في آن واحد،

في أي اتجاه سيتحرك الجسيم ؟

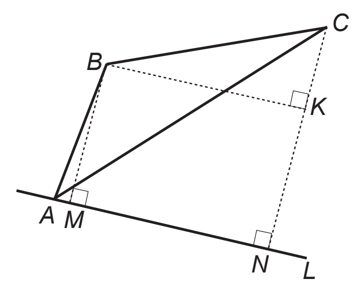


الشكل (2.7)

للإجابة على هذا السؤال يجب إيجاد قوة واحدة تمثل القوتين ($\vec{P}$)،($\vec{Q}$) تمثيلا تاما، وهذا يمكن عمله بأخذ السهم الذي يمثل ($\vec{Q}$) ووضع نهايته علي رأس السهم الذي يمثل($\vec{P}$)، بحيث يصنع زاوية مقدارها ($80°$) مع العمودي كما في شكل(7-2)، ثم توصيل نهاية السهم الذي يمثل القوة ($\vec{P}$) برأس السهم الذي يمثل القوة ($\vec{Q}$). هذا السهم الذي يمثل القوة ($\vec{R}$) له تأثير القوتين معا، ويسمى بالمحصلة (resultant) للقوتين ($\vec{P}$)، ($\vec{Q}$).

فإذا قسنا طول السهم الذي يمثل المحصلة فإننا سنجده ($4.4\ cm$)، وحيث إن كل ($1\ cm$) يمثل ($5\ N$)، فان مقدار المحصلة يكون ($22\ N$)، ونجد أن الزاوية التي تصنعها المحصلة مع العمودي هي ($57°$).

ولتفسير ذلك، أنظر إلي الشكل(7-3)، فنرى أن الخطوط (AB)، (BC)، (AC)، تمثل القوتين ($\vec{P}$)، ($\vec{Q}$)، والمحصلة ($\vec{R}$).



الشكل (3.7)

ارسم الخط (AL) في أي اتجاه، ثم ارسم الخطين (CN)،(BM) بحيث يكونان عموديين على الخط (AL)، والخط (BK) بحيث يكون موازياً للخط (AL)، فترى أن:

$$AN = AM + MN \ = AM + BK$$

يمثل الخط (AB) القوة ($\vec{P}$) التي مقدارها ($10\ N$)، وهذا يعني أن طول (AM) يمثل ($10 \cos \angle BAL\ N$)، وهي مركبة ($\vec{P}$) في اتجاه (AL)، وبنفس الطريقة يمثل (BK) و(AN) مركبتي القوة ($\vec{Q}$)، والمحصلة ($\vec{R}$). في اتجاه (AL).

أي أن: $(AM+BK=AN)$

وهذا يوضح أن تأثير القوتين ($\vec{P}$)،($\vec{Q}$) معا في اتجاه (AL)، يساوي تأثير المحصلة في نفس الاتجاه (AL).

مثال 1.7:

أوجد المحصلة ($\vec{R}$) للقوتين ($\vec{P}$)، و($\vec{Q}$) الموضحين في شكل (7-1) جبريا.

الحل:

مثلنا هذه القوي في الشكل (4-7) بالمثلث (XYZ)، بحيث كان($XY = 10\ N$)، و($YZ = 15\ N$)، و($XZ = R$)، وأيضا الزاوية بين اتجاه ($\vec{P}$)، و($\vec{Q}$) هي ($80° - 20° = 60°$)، وبالتالي تكون الزاوية (XYZ) ($180° - 60° = 120°$).

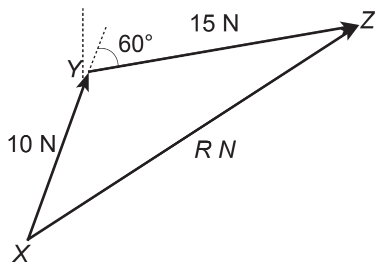
وباستخدام قاعدة جيب التمام ($The\ \ cosine\ rule$)

$$R^2 = 10^2 + 15^2 - 2 \times 10 \times 15 \cos 120°$$

$$R^2 = 100 + 225 - 300 \times (0.5) \ \ = \ \ 475$$

أو:

$$R = \sqrt{475} \ \ = \ \ 21.79\ N$$



الشكل (4.7)

أي أن مقدار المحصلة ($\vec{R}$) هو ($21.79\ N$)، ولإيجاد اتجاه المحصلة، أي اتجاه مقدار الزاوية (YXZ) نستخدم قاعدة الجيب ($Sin\ rule$)، أي أن:

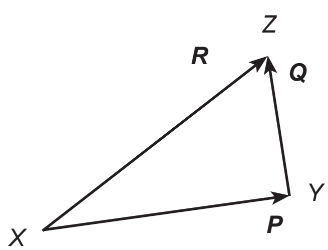
$$\frac{15}{\sin \angle YXZ} = \frac{R}{\sin 120°}$$

أو:

$$\sin \angle YXZ \ \ = \ \ \frac{15 \times \sin 120°}{21.79} \ \ = \ \ 0.596$$

أو:

$$\angle YXZ \ \ = \ \ 36.58°$$



الشكل (5.7)

أي أن اتجاه المحصلة يصنع مع العمودي زاوية مقدارها ($20+36.58° = 56.58°$).

هناك حالة خاصة، وهي أنه عندما تكون القوتان متعامدتين كما في شكل (5-7)، وفي هذه الحالة تكون:

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2}, \qquad \tan \angle YXZ \ \ = \ \ \frac{Q}{P}$$

2.7 تحليل القوة إلى مركبات

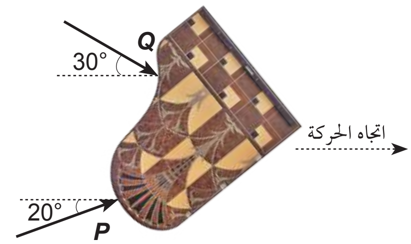
(Splitting a force into components)

افرض أنك تريد أن تحرك شيئاً ثقيلاً، ولكن ليس لديك القوة لتفعل ذلك وحدك تستعن بصديق، وتأمل أن تكون قوتكما كافية لذلك، فكم من قوة على كل منكما أن يبذل؟

هذه عكس المسألة التي ناقشناها في الفقرة السابقة، فأنت الآن تعرف المحصلة ($\vec{R}$) وتريد أن تجد القوتين ($\vec{P}$)، و($\vec{Q}$). وتسمى القوتان ($\vec{P}$)، و ($\vec{Q}$) بمركبتي ($\vec{R}$).

مثال 2.7 :

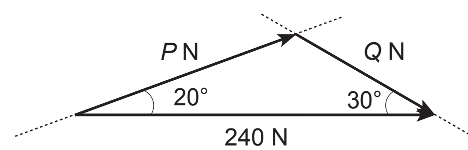
يريد رجلان تحريك بيانو على خشبة مسرح. ولعمل ذلك فإنهما يحتاجان إلى قوة مقدارها ($240\ N$)، فيدفع الأول بقوة ($\vec{P}$) والتي تصنع زاوية مقدارها ($20°$) في الاتجاه المطلوب، والثاني بقوة ($\vec{Q}$) والتي تصنع زاوية مقدارها ($30°$) كما في الشكل (7-6). أوجد القوة التي يدفع بها كل رجل؟



الشكل (6.7)

الحل :

يوضح الشكل (7-6) الوضع الحقيقي للمسألة، والشكل (7-7) يرسم مثلث القوى لحساب القوتين ($\vec{P}$)، و($\vec{Q}$)، حيث القوة ($\vec{P}$) تصنع زاوية مقدارها ($20°$) مع المحصلة، والقوة ($\vec{Q}$) تصنع زاوية مقدارها ($30°$) مع المحصلة، فتكون زاوية المثلث الثالثة ($130°$)، وباستخدام قاعدة الجيب نجد أن:



الشكل (7.7)

$$\frac{P}{\sin 30°} = \frac{Q}{\sin 20°} = \frac{240}{\sin 130°}$$

أي أن:

$$P = \frac{240}{\sin 130°} \times \sin 30° = 156.65\ N$$

و

$$Q = \frac{240}{\sin 130°} \times \sin 20° = 107.15\ N$$

أي أن الرجلين يجب أن يدفعا البيانو بقوتين هما ($156.65\ N$) و($107.15\ N$).

تمارين 7ـ A

1. باستخدام مقياس رسم مناسب، أوجد محصلة القوتين ($\vec{P}$)، و($\vec{Q}$) في الحالات التالية، ثم تحقق من الإجابة بواسطة الحساب:

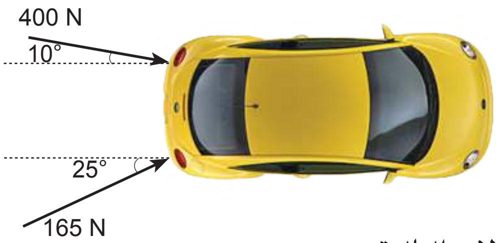
أ). مقدار ($\vec{P}$) ($15\ N$) وتصنع مع العمودي زاوية مقدارها ($25°$)، ومقدار ($\vec{Q}$) ($10\ N$)، وتصنع مع العمودي زاوية مقدارها ($75°$).

ب). مقدار ($\vec{P}$) ($20\ N$) وتصنع مع العمودي زاوية مقدارها ($30°$)، ومقدار ($\vec{Q}$) ($15\ N$) وتصنع مع العمودي زاوية مقدارها ($115°$).

ج). مقدار ($\vec{P}$) ($25\ N$) وتصنع مع العمودي زاوية مقدارها ($45°$)، ومقدار ($\vec{Q}$) ($20\ N$) وتصنع مع العمودي زاوية مقدارها ($200°$).

د). مقدار ($\vec{P}$) ($10\ N$) وتصنع مع العمودي زاوية مقدارها ($65°$)، ومقدار

($\overrightarrow{Q}$) $(5\ N)$ وتصنع مع العمودي زاوية مقدارها $(310°)$.



2. تُدفع سيارة بواسطة رجلين، مقدار القوة واتجاهها التي يبذلها كل رجل مبينة في الشكل، أوجد محصلة القوتين.

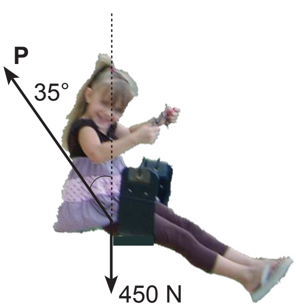
3. باستخدام مقياس الرسم، أوجد محصلة القوتين ($\overrightarrow{P}$)، و($\overrightarrow{Q}$) في الحالات التالية، ثم تحقق من الإجابة بواسطة الحساب:

أ). مقدار ($\overrightarrow{P}$) $(20\ N)$ واتجاهها مع العمودي $(30°)$، واتجاه ($\overrightarrow{Q}$) مع العمودي$(65°)$ واتجاه المحصلة ($\overrightarrow{R}$) مع العمودي $(45°)$.

ب). مقدار ($\overrightarrow{P}$) $(25\ N)$ واتجاهها مع العمودي $(35°)$، واتجاه ($\overrightarrow{Q}$) مع العمودي $(125°)$، واتجاه المحصلة ($\overrightarrow{R}$) مع العمودي $(60°)$.

ج). مقدار ($\overrightarrow{P}$) $(15\ N)$ واتجاهها مع العمودي$(50°)$، واتجاه ($\overrightarrow{Q}$) مع العمودي $(210°)$، واتجاه المحصلة ($\overrightarrow{R}$) مع العمودي $(100°)$.

د). مقدار ($\overrightarrow{P}$) $(30\ N)$ واتجاهها مع العمودي$(75°)$، واتجاه ($\overrightarrow{Q}$) مع العمودي $(330°)$، واتجاه المحصلة ($\overrightarrow{R}$) مع العمودي $(35°)$.

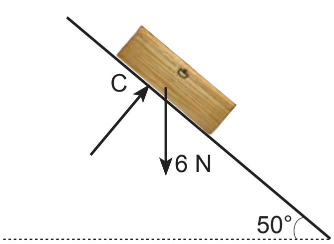


4. تلعب طفلة وزنها $(450\ N)$ في أرجوحة، تؤثر عليها القوة ($\overrightarrow{P}$) بزاوية مقدارها $(35°)$ كما في الشكل، فإذا كانت محصلة القوة ($\overrightarrow{P}$) ووزن الطفلة في اتجاه الأفقي:

أ). أوجد مقدار المحصلة.

ب). حدد اتجاه العجلة التي تتحرك بها الطفلة.

ج). أوجد مقدار العجلة التي تتحرك بها الطفلة.



5. ينزلق صندوق وزنه $(6\ N)$ على سطح أملس مائل بزاوية $(50°)$ مع الأفقي، أثرت عليه قوة ($\overrightarrow{C}$) كما في الشكل، فإذا كانت المحصلة لوزن الصندوق والقوة ($\overrightarrow{C}$) في اتجاه السطح، أوجد:

أ). مقدار المحصلة.

ب). مقدار القوة $\overrightarrow{C}$.

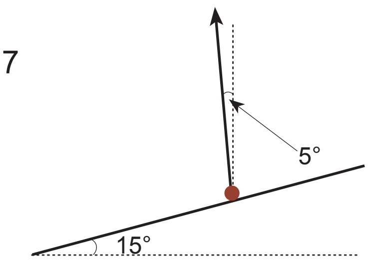
ج). مقدار العجلة التي يتحرك بها الصندوق.

6. تؤثر القوة ($\overrightarrow{F}$) في الاتجاه الأفقي نحو الشرق ولها مركبتان ($\overrightarrow{P}$)، و($\overrightarrow{Q}$)، فإذا كانت المركبة ($\overrightarrow{P}$) معروفة أوجد مقدار المركبة ($\overrightarrow{Q}$) في الحالات التالية:

أ). مقدار $(\overrightarrow{F})$ $(20\,N)$ واتجاهها مع العمودي $(50°)$.

ب). مقدار $(\overrightarrow{F})$ $(20\,N)$ واتجاهها مع العمودي $(120°)$.

7. ينزلق جسم على سطح مائل بزاوية مقدارها $(15°)$ مع الأفقي، أثرت عليه قوة مقدارها $(50\,N)$ تصنع زاوية مقدارها $(5°)$ مع العمودي كما في الشكل أوجد مركبتي القوة:



أ). في اتجاه السطح، وفي الاتجاه العمودي على السطح.

ب). في الاتجاه الأفقي، وفي الاتجاه العمودي.

3.7 توحيد القوى بواسطة المركبات المتعامدة

(Combining forces by perpendicular components)

عملية تحليل وتوحيد القوى في اتجاهين متعامدين يجعلنا نفكر في طريقة أخرى لإيجاد المحصلة لقوتين أو أكثر:

الخطوة الأولى: اختر اتجاهين متعامدين.

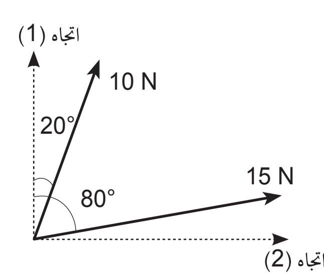
الخطوة الثانية: حلل كل قوة إلى مركبتين في الاتجاهين المتعامدين.

الخطوة الثالثة: في كل اتجاه، أوجد مجموع المركبات.

الخطوة الرابعة: أوجد المحصلة لمجموع المركبات.

مثال 3.7 . 1

استخدم هذه الطريقة لإيجاد محصلة القوتين $(\overrightarrow{P})$، و$(\overrightarrow{Q})$ الموضحتين في شكل (1-7).



الحل:

اختر الاتجاهين المتعامدين اللذين في الشكل المقابل، فتكون مركبتا $(\overrightarrow{P})$:

في الاتجاه (1) $\quad 10 \cos 20° = 9.39\,N$

وفي الاتجاه (2) $\quad 10 \sin 20° = 3.42\,N$

ومركبتا $(\overrightarrow{Q})$ في الاتجاه (1) $\quad 15 \cos 80° = 2.61\,N$

وفي الاتجاه (2) $15 \sin 80° = 14.77\ N$

فيكون مجموع المركبتين في الاتجاه (1) $9.39 + 2.61 = 12\ N$

وفي الاتجاه (2) $3.42 + 14.77 = 18.19\ N$

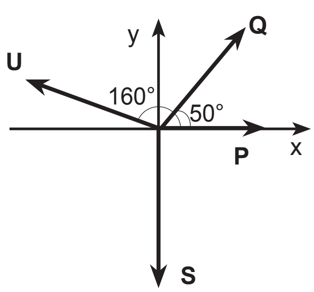
فيكون مقدار المحصلة $(\vec{R})$ $\vec{R} = \sqrt{(12)^2 + (18.19)^2} = 21.79\ N$

واتجاه المحصلة

$$\theta = \tan^{-1} \frac{18.19}{12} = 57°$$

مثال 3.7 . 2:

تؤثر أربع قوى على جسيم كما في شكل (8-7)، أوجد المحصلة $(\vec{R})$، إذا كان مقدار $(\vec{P})$ $(6\ N)$، و$(\vec{Q})$ $(8\ N)$، و$(\vec{S})$ $(12\ N)$، و$(\vec{U})$ $(10\ N)$.



الشكل (8-7)

الحل:

نجد المركبة في اتجاه (x) لكل قوة:

للقوة $(\vec{P})$: $6 \cos 0° = 6\ N$

للقوة $(\vec{Q})$: $8 \cos 50° = 5.14\ N$

للقوة $(\vec{S})$: $12 \cos 270° = 0.0\ N$

للقوة $(\vec{U})$: $10 \cos 160° = -9.4\ N$

ونجد المركبة في اتجاه (y) لكل قوة:

للقوة $(\vec{P})$: $6 \sin 0° = 0.0\ N$

للقوة $(\vec{Q})$: $8 \sin 50° = 6.13\ N$

للقوة $(\vec{S})$: $12 \sin 270° = -12.0\ N$

للقوة $(\vec{U})$: $10 \sin 160° = 3.42\ N$

فيكون مجموع المركبات الأفقية (اتجاه(x)) هو:

$$x = 6 + 5.14 + 0.0 - 9.4 = 1.74\ N$$

ومجموع المركبات العمودية (اتجاه(y)) هو:

$$Y = 0.0 + 6.13 - 12.0 + 3.42 = -2.45\ N$$

فيكون مقدار المحصلة:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1.74)^2 + (-2.45)^2} = 3.0\ N$$

واتجاهها:

$$\theta = \tan^{-1}\frac{-2.45}{1.74} = -54.6^\circ$$

وهذا يعني أن المحصلة تميل على المحور(x) بزاوية مقدارها

$$180^\circ - 54.6^\circ = 125.4^\circ$$

4.7 تحليل القوى جبرياً (Using algebraic notation)

تسمى عملية إيجاد المحصلة ($\overrightarrow{R}$) للقوتين ($\overrightarrow{P}$)، و($\overrightarrow{Q}$) بجمع المتجهات (*Vector addition*)، وتكتب كالتالي:

$$\overrightarrow{R} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{Q}$$

وهذا الجمع يختلف تماماً عن الجمع العادي، فإذا كان مقدار ($\overrightarrow{P}$) (10 *N*) ومقدار($\overrightarrow{Q}$) (5 *N*)، فليس من الضروري أن يكون مجموعهما (15 *N*).

إذا استعملنا طريقة التحليل لإيجاد المحصلة، فإنه يمكننا أن نعبر عن المركبتين في الاتجاهين (*x*) و (*y*) بـ$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$، والذي يُسمى بعمود المتجه (*Column vector*) وعليه فإنه يمكن حل المثال (2.3.7) كالآتي:

$$\overrightarrow{R} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{Q} + \overrightarrow{S} + \overrightarrow{U}$$

$$\overrightarrow{R} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8\cos 50^\circ \\ 8\sin 50^\circ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10\cos 160^\circ \\ 10\sin 160^\circ \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{R} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5.14 \\ 6.13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9.4 \\ 3.42 \end{pmatrix}$$

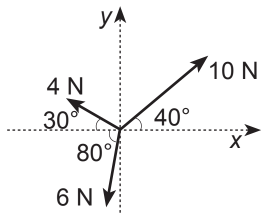
$$\overrightarrow{R} = \begin{pmatrix} 6 + 5.14 + 0 + (-9.4) \\ 0 + 6.13 + (-12) + 3.42 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.74 \\ -2.45 \end{pmatrix}$$

تمارين 7ـ B

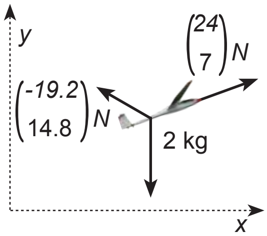
1. أعد حل المسألة رقم (1) في التمارين (A − 7) باستخدام تحليل القوى إلى مركبتين أفقية وعمودية؟

2. أوجد مقدار المحصلة واتجاهها للقوى $\begin{pmatrix} -5 \\ 12 \end{pmatrix}N$ ، و $\begin{pmatrix} -18 \\ -8 \end{pmatrix}N$ ، و $\begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix}N$ ، و$\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}N$.

تمارين B – 7



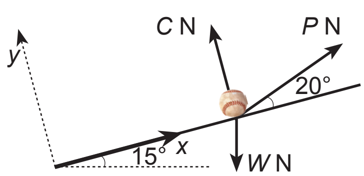
3. عبر عن القوى التي بالشكل المقابل بعمود المتجه، أوجد المحصلة على شكل عمود المتجه، ثم أوجد مقدار واتجاه المحصلة؟



4. يمثل الشكل المقابل مجسماً لطائرة كتلتها $(2\,kg)$.
فإذا كانت قوة محركها $\begin{pmatrix}24\\7\end{pmatrix}N$ ومقاومة الرياح $\begin{pmatrix}-19.2\\14.8\end{pmatrix}N$، أوجد مقدار العجلة واتجاهها؟

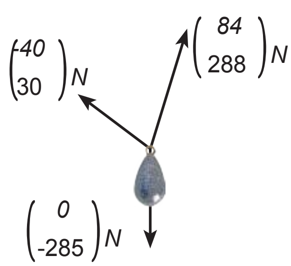
5. في الشكل الأول، إذا كانت محصلة القوى $\begin{pmatrix}7\\24\end{pmatrix}N$. أوجد مقدار القوتين (x) و(y).

6. يتحرك جسم كتلته $(2.6\,kg)$ أفقيا في خط مستقيم تحت تأثير القوتين $\begin{pmatrix}X\\0.2\end{pmatrix}N$ و$\begin{pmatrix}0.7\\0.3\end{pmatrix}N$. فإذا زادت سرعته من $(2\,\frac{m}{s})$ إلى $(3.5\,\frac{m}{s})$ في $(3\,s)$. أوجد مقدار (x).



7. يتحرك جسم وزنه $(\overrightarrow{W})$ إلى أعلى مستوى مائل، وتؤثر عليه القوتان $(\overrightarrow{P})$ و$(\overrightarrow{C})$ كما في الشكل، أوجد المحصلة على شكل عمود المتجه؟

8. أوجد مقدار المحصلة واتجاهها للقوى $\begin{pmatrix}2\\7\end{pmatrix}N$، $\begin{pmatrix}8\\-5\end{pmatrix}N$، و$\begin{pmatrix}-5\\10\end{pmatrix}N$.



9. ثقل وزنه $(285\,N)$ مشدود بواسطة خيطين يؤثران بقوة شد $\begin{pmatrix}84\\288\end{pmatrix}N$ و$\begin{pmatrix}-40\\30\end{pmatrix}N$ كما في الشكل، أوجد مقدار واتجاه المحصلة؟

10. يتحرك جسيم كتلته (m) أفقياً في خط مستقيم تحت تأثير القوى $\begin{pmatrix}2mx\\-m\end{pmatrix}$، و$\begin{pmatrix}m\\mx\end{pmatrix}$ و$\begin{pmatrix}mx\\2mx\end{pmatrix}$، فإذا كانت سرعة الجسيم الابتدائية $(1.5\,\frac{m}{s})$، وقطع مسافة $(7\,m)$ في زمن قدره $(2s)$. أوجد مقدار (x)؟ .

5.7 الاتزان (Equilibrium)

الاتزان هو أن تكون المحصلة لمجموعة من القوى المؤثرة على جسم تساوي صفراً،

وفي هذه الحالة إما أن يكون الجسم ساكناً أو يتحرك بسرعة منتظمة.

أ- قوتان في حالة اتزان:

الشكل (9-7)

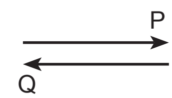
يوضح الشكل (7-9) شخصين يجذبان حبلاً في اتجاهين متضادين، فإذا كانت القوتان ($\vec{P}$)، و($\vec{Q}$) اللتان يجذبان بها الحبل متساويتين فإن المحصلة تكون صفراً (الشكل 7-10)، أي أن:

$$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{0}$$

أو:

$$\vec{P} = -\vec{Q}$$

حيث الإشارة السالبة تعني أن تأثير القوة في عكس الاتجاه.

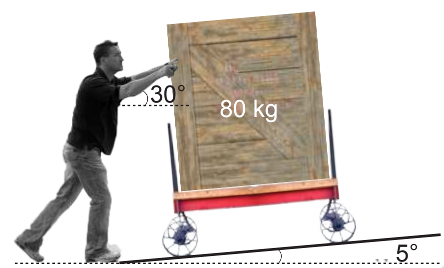


الشكل (10-7)

ب- ثلاث قوى في حالة اتزان:

المثال الأول:

صندوق كبير كتلته ($80\ kg$). على سطح مائل بزاوية مقدارها ($5°$) مع الأفقي. فإذا كان الصندوق في حالة سكون نتيجة دفع شخص له بزاوية تصنع مع الأفقي ($30°$) كما هو موضح بالشكل (7-11) أوجد مقدار القوة التي يدفع بها الشخص.



الشكل (11-7)

المثال الثاني:

في أحد التدريبات العسكرية، يحاولون إنزال جندي كتلته ($80\ kg$) فوق نهر بواسطة خيط مشدود إلى طائرة مروحية، فإذا أمسك الجندي بخيط النجاة الذي على حافة النهر، جُذب إلي الحافة كما هو موضح بالشكل (7-12)

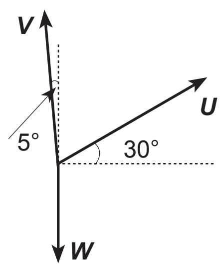
فإذا كان الخيط يصنع مع العمودي زاوية مقدارها ($5°$)، وخيط النجاة يصنع مع الأفقي زاوية ($30°$)، أوجد مقدار الشد في خيط النجاة.

للوهلة الأولي يبدو وكأن المثالين مختلفان، ولكن إذا اعتبرنا أن الصندوق والجندي

الشكل (12-7)

جسمان تؤثر عليهما مجموعة من القوى كما في شكل (13-7)، فإن المثالين متشابهان تماما.

فالقوة ($\vec{U}$) تمثل دفع الشخص، أو الشد في خيط النجاة، بينما تمثل القوة ($\vec{V}$) قوة التلامس العمودي «رد الفعل العمودي»، أو الشد في خيط الطائرة المروحية. ونلاحظ أن خطوط هذه القوى تمر بنقطة واحدة تمثل الجسم، ويُسمى كل خط بخط عمل القوة.



الشكل (13.7)

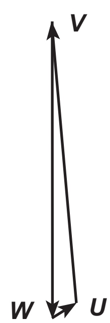
في المثالين يكون الوزن ($\vec{W}$) مساوياً للقوتين ($\vec{U}$) التي تصنع زاوية مقدارها (30°) مع الأفقي و($\vec{V}$) التي تصنع زاوية مقدارها (5°) مع العمودي. فتكون محصلة ($\vec{U}$)، و($\vec{V}$) مساوية للوزن ($\vec{W}$)، وهو ما نكتبه في صيغة جبرية كالتالي:

$$\vec{U} + \vec{V} = -\vec{W}$$

أو:

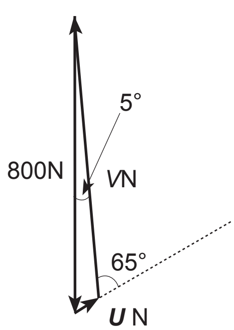
$$\vec{U} + \vec{V} + \vec{W} = 0$$

وهذه المعادلة يوضحها الشكل(14-7)، وهو ما نسميه بمثلث القوى (*triangle of forces*).



الشكل (14.7)

مثلث القوى:
إذا كانت القوى ($\vec{X}$) و ($\vec{Y}$) و ($\vec{Z}$) في حالة توازن، فإن هذه القوى يمكن أن نمثلها بأضلاع مثلث كل ضلع فيه يمثل القوة مقدارا واتجاها.



الشكل (15.7)

ونستطيع الآن أن نجد مقدار القوة ($\vec{U}$) إما بالرسم حسب مقياس رسم معين، أو باستخدام قاعدة الجيب، فمن الشكل(15-7)، نجد أن:

$$\frac{U}{\sin 5°} = \frac{800}{\sin 115°}$$

أو

$$U = \frac{800 \sin 5°}{\sin 115°} = 76.9\ N$$

أي أن القوة التي يدفع بها الشخص، أو الشد في خيط النجاة يساوي ($76.9\ N$).

مثال 1.5.7:

ثلاث خيوط معقودة مع بعض من أحد نهايتها، وفي النهاية الأخرى علقت أثقال وزنها ($5\ N$)، و($7\ N$)، و($9\ N$) كما هو موضح شكل (16-7). فإذا كان النظام في حالة توازن، أوجد الزاويتين ($\alpha°$)، و($\beta°$).

الحل :

تؤثر القوى ($5\,N$)، و($7\,N$)، و($9\,N$) عند العقدة كما هو مبين في الشكل(7-17)، وحيث إن العقدة في حالة اتزان، فإن هذه القوى تكون مثلث قوى كما في شكل(7-18)

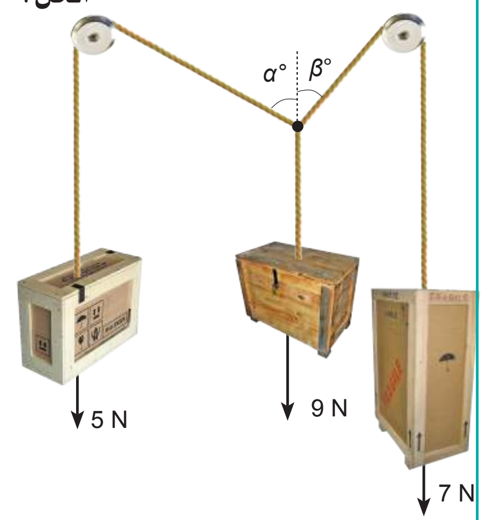
ونستطيع أن نجد الحل إما بواسطة الرسم حسب مقياس رسم معين، أو باستخدام حساب المثلثات كالتالي:

نستخدم قاعدة جيب التمام الزاويتين ($\alpha°$)، و($\beta°$)

$$7^2 = 5^2 + 9^2 - 2 \times 5 \times 9 \times \cos \alpha°$$

و:

$$5^2 = 7^2 + 9^2 - 2 \times 7 \times 9 \times \cos \beta°$$



الشكل (16.7)

ومن المعادلتين نجد أن:

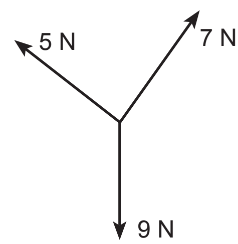
$$\cos \alpha° = \frac{57}{90}, \quad \alpha° = 50.7°$$

و:

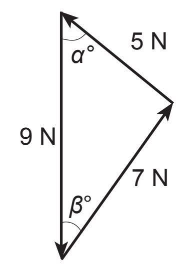
$$\cos \beta° = \frac{105}{126}, \quad \beta° = 33.5°$$

أي أن القوة ($5\,N$) تصنع زاوية مع العمودي مقدارها ($50.7°$)

والقوة ($7\,N$) تصنع زاوية مع العمودي مقدارها ($33.5°$).



الشكل (17.7)



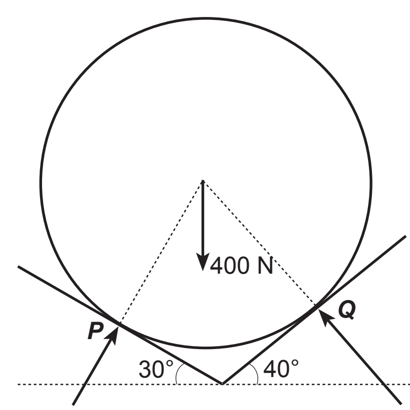
الشكل (18.7)

مثال 2.5.7:

قناة مكونة من لوحين مستطيلين يميلان على الأفقي بزاويتين ($30°$) و($40°$).

وضع جدع شجرة أُسطواني وزنه ($400\,N$) في القناة بحيث كان محوره أفقياً كما شكل (7-19)، أوجد مقدار قوتي التلامس العمودية ($\vec{P}$) و($\vec{Q}$)

أ). باستخدام مثلث القوى. ب). بتحليل القوى.

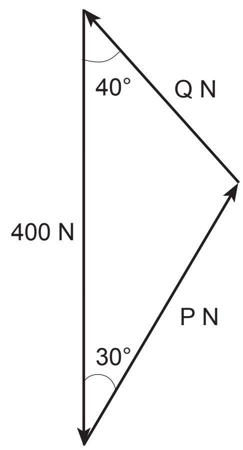


الشكل (19.7)

الحل:

أ). تصنع القوة ($\vec{P}$) زاوية مقدارها ($30°$) مع العمودي، والقوة ($\vec{Q}$) زاوية مقدارها ($40°$) مع العمودي، فيكون مثلث القوى كما في شكل(7-20) وباستخدام قاعدة الجيب نجد أن:

$$\frac{P}{\sin 40°} = \frac{Q}{\sin 30°} = \frac{400}{\sin 110°}$$



الشكل (20ـ7)

أي أن: $P = 400 \dfrac{\sin 40°}{\sin 110°} = 273.6\ N$

و: $Q = 400 \dfrac{\sin 30°}{\sin 110°} = 212.8\ N$

ب). نجد أولاً المركبات الأفقية للقوى الثلاث، وهي الوزن $(400\ N)$ و$(\vec{P})$ و$(\vec{Q})$:

$$0 + P \cos 60° - Q \cos 50° = 0$$

أو: $0.5\ P = 0.643\ Q$

$$P = 1.286\ Q \qquad (1)$$

ثم نجد المركبات العمودي للوزن (400) و$(\vec{P})$ و$(\vec{Q})$:

$$- 400 + P \sin 60° + Q \sin 50° = 0$$

$$- 400 + 0.866\ P + 0.766\ Q = 0 \qquad (2)$$

وبالتعويض عن $(\vec{P})$ في المعادلة (2) باستخدام المعادلة (1) نجد أن:

$$- 400 + 0.866\ (1.286\ Q) + 0.766\ Q = 0$$

أو: $1.88\ Q = 400\ , \qquad Q = 212.8\ N$

وبالتعويض في المعادلة (1) عن $(\vec{Q})$ نجد أن:

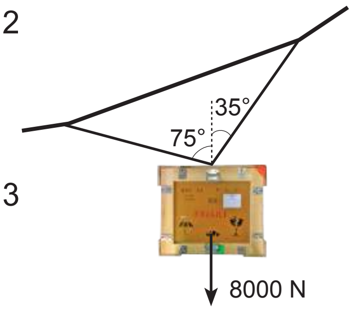
$$\vec{P} = 1.286 \times 212.8 = 273.6\ N$$

تمارين C ـ 7

1. جسم في حالة توازن تحت تأثير ثلاث قوى $(\vec{P})$ و$(\vec{Q})$ و$(\vec{R})$. أوجد مقدار $(\vec{Q})$ و$(\vec{R})$ في الحالتين التاليتين:

أ). أذا كان مقدار $(\vec{P})$ $(10\ N)$ وفي الاتجاه الموجب لمحور (x)، واتجاه $(\vec{Q})$ مع العمودي $(210°)$ واتجاه $(\vec{R})$ مع العمودي $(340°)$.

ب). إذا كان مقدار $(\vec{P})$ $(20\ N)$ واتجاهها مع العمودي $(20°)$، واتجاه $(\vec{Q})$ في اتجاه الموجب للمحور (x) واتجاه $(\vec{R})$ مع العمودي $(240°)$



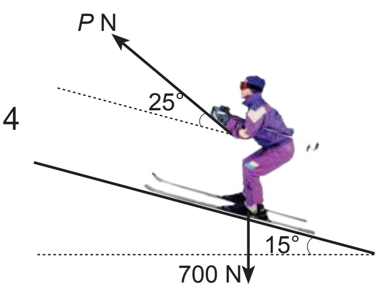
2. صندوق كبير وزنه ($8000\ N$) مشدود بسلكين كما في الشكل، أوجد الشد في السلكين، إذا كان الصندوق ساكنا؟

3. جسم كتلته ($5\ kg$) على سطح أملس مائل بزاوية مقدارها ($20°$)، فإذا كان الجسم ساكنا تحت تأثير قوة مقدارها ($\overrightarrow{P}$) واتجاهها إلى أعلى السطح، أوجد:

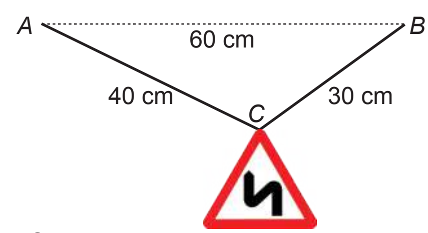
أ.) القوة التي يؤثر بها السطح على الجسم.

ب). القوة التي يؤثر بها الجسم على السطح.

ج). مقدار ($\overrightarrow{P}$).



4. يُجذب متزلج وزنه ($700\ N$) على سطح مائل بزاوية مقدارها ($15°$) بواسطة قوة مقدارها ($\overrightarrow{P}$) تصنع زاوية مقدارها ($25°$) مع السطح كما في الشكل. فإذا كان المتزلج يتحرك بسرعة منتظمة أوجد مقدار ($\overrightarrow{P}$)؟

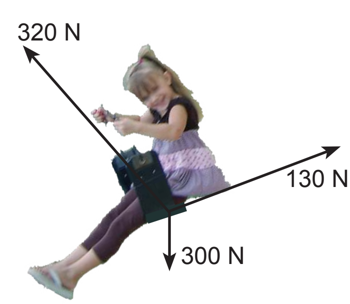


5. علامة مرورية صغيرة وزنها ($6\ N$) معلقة بواسطة سلكين (AC) و(BC) كما في الشكل. فإذا كان طول السلك (AC) ($40\ cm$)، وطول السلك (BC) ($30\ cm$)، والمسافة بين (A) و(B) ($60\ cm$)، أوجد الشد في كل سلك؟

6. جسم في حالة توازن تحت تأثير ثلاث قوى ($\overrightarrow{P}$)، و($\overrightarrow{Q}$)، و($\overrightarrow{R}$)، أوجد الزاوية بين القوتين ($\overrightarrow{P}$) و($\overrightarrow{Q}$)، والزاوية بين ($\overrightarrow{P}$) و($\overrightarrow{R}$) في الحالتين التاليتين:

أ.) إذا كان مقدار ($\overrightarrow{P}$) و($\overrightarrow{Q}$) و($\overrightarrow{R}$) هو ($16\ N$)، و($24\ N$)، و($25\ N$) على التوالي.

ب). إذا كان مقدار ($\overrightarrow{P}$) و($\overrightarrow{Q}$) و($\overrightarrow{R}$) هو ($7\ N$)، و($20\ N$)، و($25\ N$) على التوالي.



7. تجلس طفلة وزنها ($300\ N$) في أرجوحة، فإذا كان الشد في خيط الأرجوحة ($320\ N$)، وكانت الطفلة في حالة سكون تحت تأثير قوة مقدارها ($130\ N$) كما في الشكل، أوجد الزاوية التي يصنعها خيط الأرجوحة مع الاتجاه العمودي، والزاوية التي تصنعها القوة مع الاتجاه العمودي.

8. تُجذب سفينة بواسطة خيطين كما في الشكل، فإذا كان الشد في الخيط الأول ($45000\ N$) والثاني ($20000\ N$) ومقاومة الماء للسفينة ($52000\ N$)، أوجد

الزاوية التي يصنعها كل خيط مع اتجاه حركة السفينة،
إذا علمت أن السفينة تتحرك بسرعة منتظمة.

9. جسم ساكن تحت تأثير ثلاث قوى هي ($\overrightarrow{P}$)، و($\overrightarrow{Q}$)، و($\overrightarrow{R}$)، فإذا كان مقدار ($\overrightarrow{P}$) هو (25 N)، وجيب زاوية التمام بين القوتين ($\overrightarrow{P}$) و($\overrightarrow{Q}$) هو (0.96-)،
أثبت أن: $R^2 = (Q - 24)^2 + 7^2$

8 General motion in a straight line

الفصل الثامن:

الحركة العامة في خط مستقيم

يتناول هذا الفصل دراسة الأجسام التي تتحرك بعجلة غير منتظمة، وباستخدام التفاضل والتكامل نستطيع أن نجد العلاقة بين العجلة والسرعة والإزاحة كدالة في الزمن.

1.8 السرعة والعجلة (Velocity and acceleration)

درسنا إلى حد الآن الحركة تحت تأثير قوة ثابتة، أي أن العجلة التي يتحرك بها الجسم عجلة منتظمة، ولكن بصفة عامة فإن القوة ليست ثابتة وإذا كانت القوة ليست ثابتة والعجلة لن تكون ثابتة فكيف نتعامل مع هذه الحالة رياضياً؟

عندما عرّفنا العجلة سابقاً، قلنا بأنها معدل التغير في السرعة، ونكتب هذا رياضياً $\left(\frac{dv}{dt}\right)$، أي أن العجلة تكون الميل في الرسم البياني الذي يبين العلاقة بين السرعة والزمن.

مثال 1.8:

تبدأ سيارة في التسارع وبعد زمن قدره (t) تُعطي سرعتها بالعلاقة التالية $(v = 14 + 0.45\,t^2 - 0.03\,t^3)$ حتى تصل إلى أقصى سرعة، أوجد المعادلة التي تعبر عن العجلة، وسرعة السيارة حتى تكون العجلة صفراً.

الحل:

نجد العجلة بإيجاد تفاضل السرعة بالنسبة للزمن، أي أن:

$$a = \frac{dv}{dt} = 0.9\,t - 0.09\,t^2$$

أو:
$$a = 0.09\, t\, (10 - t)$$

أي أن العجلة تكون صفراً عندما تكون ($t = 10\ s$)، وعندها تصل سرعة السيارة إلى أقصاها.

ولإيجاد أقصى سرعة للسيارة نعوض عن ($t = 10\ s$) في معادلة السرعة ونجد أن:

$$v = 14 + 0.45\, (100) - 0.03\, (1000)$$

$$v = 14 + 45 - 30 = 29\ \frac{m}{s}$$

أي أن أقصى سرعة للسيارة تكون ($29\ \frac{m}{s}$) بعد ($10\ s$).

لاحظ أن العجلة تكون صفراً عند ($t = 0\ s$)، وتكون السرعة في هذه الحالة ($14\ \frac{m}{s}$)، وهي السرعة الابتدائية للسيارة.

2.8 الإزاحة والسرعة (Displacement and Velocity)

كما عرّفنا العجلة على أنها معدل التغير في السرعة، فإن السرعة هي معدل التغير في الإزاحة، فإذا كانت الإزاحة (x) من نقطة معينة، فإن السرعة تكون التفاضل الأول للإزاحة بالنسبة للزمن، أي أن ($v = \frac{dx}{dt}$).

مثال 1.2.8:

قُذف مسبار فضائي بواسطة صاروخ فصعد إلى أعلى مسافة (x) بعد زمن قدره (t)، بحيث كانت ($x = 50\, t^2 + \frac{1}{4}\, t^3$). فإذا استغرقت عملية القذف ($40\ s$)، أوجد أقصى ارتفاع للمسبار، وسرعته عند هذا الارتفاع؟

الحل:

لإيجاد الارتفاع بعد ($40\ s$) نعوض في المعادلة ($x = 50\, t^2 + \frac{1}{4}\, t^3$)

$$x = 50\, (40)^2 + \frac{1}{4}\, (40)^3 = 96000\ m$$

ولإيجاد السرعة عند أي لحظة، نفاضل الإزاحة (x) بالنسبة للزمن أي أن:

$$v = \frac{dx}{dt} = 100\, t + \frac{3}{4}\, t^2$$

وبالتعويض عن (t)، نجد أن:

$$v = 100\,(40) + \frac{3}{4}\,(40)^2 = 5200\ \frac{m}{s}$$

أي أن أقصى ارتفاع يصل إليه المسبار هو ($96\ km$) وسرعته عند هذا الارتفاع ($5.2\ \frac{km}{s}$).

سرعة جسم يسير في خط مستقيم عند أي نقطة:

$$v = \frac{dx}{dt}$$

وعجلته عند أي لحظة تكون:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

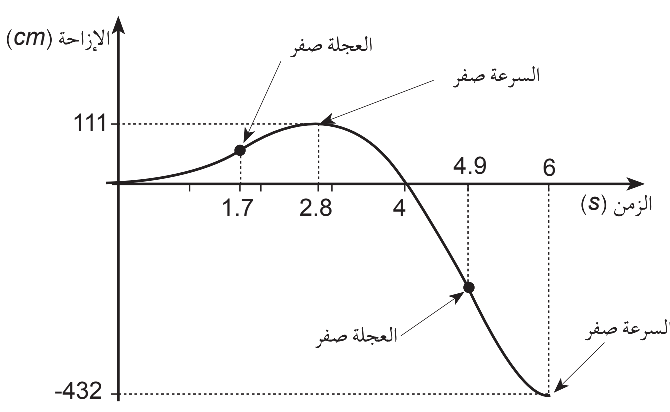
حيث (x) تمثل إزاحة الجسم عن نقطة ثابتة (O)

مثال 2.2.8:

أثرت قوة على جسم لمدة ($6\ s$) فجعلته يتحرك مسافة (x)، حيث ($x = t^3\,(t - 4)\,(t - 7)$)، حيث ($x$) مقاسة بـ($cm$)، والزمن ($t$) مقاس بـ($s$).

صِف حركة الجسم.

الحل:



الشكل (1.8)

عند الزمن ($t = 0\ s$)، و($t = 4\ s$) وأيضاً عندما تكون ($t = 7\ s$) فإن المسافة المقطوعة تكون صفراً، ولكن عندما تكون ($t = 7\ s$) فإن النتيجة لا تهمنا، لأن القوة تؤثر فقط على الجسم بين الزمنين ($t = 0\ s$)، و($t = 6\ s$).

نرى أيضاً أن (x) تكون موجبة عندما يكون الزمن أصغر من ($4\ s$) وسالبة عندما يكون الزمن أكبر من ($4\ s$) أو يساوي ($6\ s$)، وهذا موضح بالشكل (8-1).

لنجد السرعة، نكتب معادلة الحركة كالتالي:

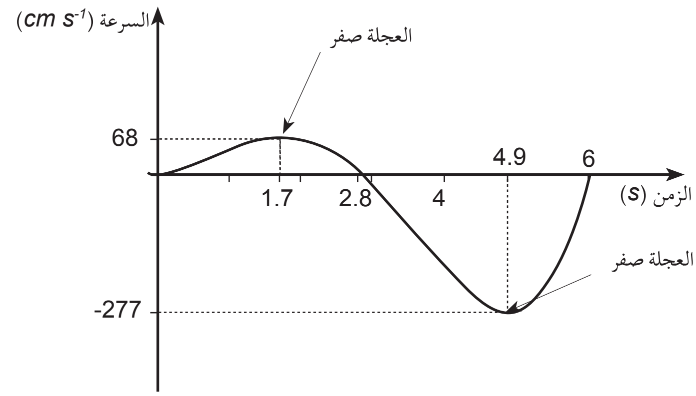
$$x = t^3\,(t - 4)\,(t - 7) \qquad = t^5 - 11\,t^4 + 28\,t^3$$

ثم نفاضل: $v = \dfrac{dx}{dt} = 5\,t^4 - 44\,t^3 + 84\,t^2$

والتي يمكن كتابتها كالتالي:

$$v = t^2\,(5\,t - 14)\,(t - 6)$$

وتكون السرعة تساوي صفراً عندما تكون $(t = 0\ s)$، و$(t = 2.8\ s)$، و$(t = 6\ s)$. وهذا نراه موضحاً في الشكل (2-8)



الشكل (2-8)

أما العجلة التي يتحرك بها الجسم، فإنها تكون التفاضل الأول لمعادلة السرعة، أي أن:

$$a = \frac{dv}{dt} = 20\,t^3 - 132\,t^2 + 168\,t \quad = 4\,t\,(5\,t^2 - 33\,t + 42)$$

وتكون $(a = 0)$ عندما تكون $(t = 0\ s)$، وأيضاً عندما:

$$t = \frac{33 \pm \sqrt{33^2 - 4 \times 5 \times 42}}{2 \times 5}$$

$(t = 1.72\ s)$، أو $(t = 4.87\ s)$

تمارين 8 – A

في التمارين من (1) إلى (11)، تكون الإزاحة (x) مقاسة بـ (m) والزمن مقاساً بـ(s) والسرعة (v) مقاسة بـ$(\frac{m}{s})$ والعجلة (a) مقاسة بـ$(\frac{m}{s^2})$.

1. إذا كانت $(x = t^3 + 4\,t + 6)$ أوجد السرعة والعجلة كدالة في الزمن وأوجد الإزاحة والسرعة والعجلة عند $(t = 2\ s)$.

2. إذا كانت $(x = 3 + 20\,t - t^4)$ أوجد السرعة والعجلة كدالة في الزمن وأوجد الإزاحة والسرعة والعجلة عند $(t = 1\ s)$ و$(t = 3\ s)$.

3. إذا كانت $(x = t^3 + 5\,t)$ أوجد الإزاحة والسرعة والعجلة عند $(t = 3\ s)$.

4. إذا كانت $(x = t\,(t-2)\,(t-5))$ أوجد الإزاحة والسرعة والعجلة عند $(t = 0)$.

5. إذا كانت $(x = 36 - \frac{4}{t})$ أوجد السرعة والعجلة عند $(t = 2\ s)$.

6. إذا كانت $(x = 3\sqrt{t})$ أوجد السرعة والعجلة عند $(t = 4\ s)$.

7. إذا كانت $(x = 16 - 2\,t^3)$ أوجد الزمن عندما تكون المسافة صفراً، وأوجد السرعة والعجلة في هذه الحالة.

8. إذا كانت $(x = 120 - 15\,t - 6\,t^2 + t^3)$، أوجد الزمن عندما تكون السرعة صفراً، وأوجد الإزاحة في هذه الحالة.

9. إذا كانت $(x = 2 - 48\,t - t^3)$ أوجد الإزاحة عندما تكون السرعة صفراً.

10. إذا كانت $(v = t^2 - 12\,t + 40)$، أوجد السرعة عندما تكون العجلة تساوي صفراً.

11. إذا كانت $(x = 4\,t^3 - 7\,t^2 + 10)$، وكانت كتلة الجسم $(5\ kg)$، أوجد محصلة القوى المؤثرة على الجسم كدالة في الزمن.

12. تتسارع سيارة من السكون حتى أصبحت سرعتها بعد فترة زمنية (t) تُعطى بالمعادلة $(v = 6\,t - \frac{1}{2}\,t^2, \quad 0\ s \le t \le 6\ s)$، أوجد التالي:
   أ). سرعة السيارة عند $(t = 6\ s)$.
   ب). العجلة عندما تكون سرعة السيارة $(10\ \frac{m}{s})$.

13. غادر قطار المحطة، وكانت المسافة التي قطعها بعد زمن قدره (t) تُعطى بالعلاقة $(x = (320\,t^3 - 2\,t^2) \times 10^{-5})$، أوجد التالي:
   أ). الزمن اللازم ليقف القطار في المحطة التالية، والمسافة بين المحطتين.
   ب). عجلة القطار بعد $(40\ s)$.
   ج). عجلة القطار قُبيل وقوفه في المحطة التالية.
   د). متى تكون عجلة القطار صفراً، وأوجد سرعته في هذه الحالة.

3.8 المسألة العكسية (The reverse problem)

عرفنا كيف نجد العجلة وبالتالي القوة، إذا عرفنا العلاقة بين المسافة والزمن.
ولكن ماذا لو كان العكس؟ لوكنا نعرف العجلة ونريد أن نجد المسافة، أو السرعة.
في هذه الحالة فإننا سنجري عملية (تكامل) بدلاً من (التفاضل) كالتالي:

إذا كان الجسم يتحرك في خط مستقيم، وكانت العجلة (a) دالة في الزمن ، فإن :

$$v = \int a\,dt \quad , \quad x = \int v\,dt$$

مثال 3.8 :

إذا كانت سرعة سيارة تُعطى بالعلاقة ($v = 14 + 0.45\, t^2 - 0.3\, t^3$)، أوجد المسافة التي تقطعها السيارة في ($10\ s$).

الحل:

المسافة هي تكامل السرعة بالنسبة للزمن، أي أن:

$$x = \int v\,dt = \int_0^{10} (14 + 0.45\, t^2 - 0.3\, t^3)\, dt$$

$$x = \left[14\, t + \frac{0.45}{3}\, t^3 - \frac{0.03}{4}\, t^4\right]_0^{10}$$

$$x = 140 + (0.15)\,(10)^3 - (7.5 \times 10^{-3})\,(10)^4 = 215\ m$$

4.8 قانون العجلة الثابتة (The constant acceleration formulae)

الحركة بعجلة منتظمة هي حالة خاصة للحركة في خط مستقيم، ونستطيع أن نجد معادلات الحركة بواسطة (التكامل) فحيث إن: $a = \dfrac{dv}{dt}$

أو: $dv = a\,dt$

وبتكامل الطرفين نحصل على: $v = \int a\,dt = at + k$

حيث (a) مقدار العجلة الثابتة التي يتحرك بها الجسم، و(k) مقدار ثابت، والذي

نجد مقداره عندما تكون $(t = 0)$، فإن $(v = k = u)$، وعليه فإن :

$$v = u + at \longrightarrow \quad (1)$$

وإذا (كاملنا) المعادلة الأخيرة مرة أخرى فإننا سنجد المسافة، أي:

$$x = \int v dt = \int (u + at)\, dt = ut + \frac{1}{2} at^2 + c$$

ولإيجاد (C)، نجد المسافة عند $(t = 0)$، وهي $(x = c = x_0)$، ونكتب المعادلة الأخيرة كالتالي:

$$x - x_0 = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$\because s = x - x_0 \ , \qquad \therefore s = ut + \frac{1}{2} at^2 \longrightarrow \quad (2)$$

فنرى أن المعادلة (1) و(2) هما معادلتا الحركة اللتان سبق وأن درسناهما.

تمارين B – 8

في التمارين من (1) إلى (9) وحدات المسافة (x)مقاسة بـ(m)، والزمن (t) مقاساً بـ(s)، والسرعة (v) مقاسة بـ$(\frac{m}{s})$ والعجلة (a) مقاسة بـ$(\frac{m}{s^2})$.

1. إذا كانت $(v = 3t^2 + 8)$، والإزاحة $(4\,m)$ عند $(t = 0)$، أوجد العلاقة بين (x)، و(t)، وأوجد المسافة والسرعة عند $(t = 2\,s)$.

2. إذا كانت $(a = 10 - 6t^2)$، والسرعة $(4\,\frac{m}{s})$، والإزاحة $(12\,m)$ عندما كانت $(t = 1\,s)$. أوجد (v)، و(x) كدالة في الزمن (t)، وأوجد الإزاحة والسرعة والعجلة عند $(t = 0)$.

3. إذا كانت $(v = 6\sqrt{t})$، والإزاحة $(30\,m)$ عند $(t = 4\,s)$، أوجد الإزاحة والسرعة والعجلة عند $(t = 1\,s)$.

4. إذا كانت $(v = 9 - t^2)$، وكانت الإزاحة $(2\,m)$ عند $(t = 0)$، أوجد الإزاحة

عندما تكون السرعة صفراً.

5. إذا كانت $(a = 3t - 12)$، وكانت السرعة $(30\frac{m}{s})$، والإزاحة $(4\,m)$ عند $(t = 0)$، أوجد الإزاحة عندما تكون العجلة صفراً.

6. إذا كانت $(v = t^2 + 10t)$، وكانت الإزاحة $(6\,m)$ عند $(t = 0)$، أوجد الإزاحة عندما تكون العجلة $(16\frac{m}{s^2})$.

7. إذا كانت $(v = 12 - 8t^3)$، أوجد الإزاحة بين $(t = 0)$، و$(t = 1\,s)$.

8. إذا كانت $(v = t^2 - 20)$، أوجد الإزاحة بين $(t = 0)$، و$(t = 4\,s)$.

9. إذا كانت $(a = 4t - 1)$، وكانت السرعة $(5\frac{m}{s})$ عند $(t = 0)$، أوجد الإزاحة بين $(t = 0)$، و$(t = 3\,s)$.

10. باستخدام معادلتي الحركة $(v = u + at)$، و $(s = ut + \frac{1}{2}at^2)$، أثبت أن
أ). $(s = \frac{1}{2}(u + v)\,t)$ ب). $(s = vt - \frac{1}{2}at^2)$

11. بدأت سيارة حركتها من السكون بحيث كانت العجلة تُعطى بالمعادلة $(a = 6 - 2t)$، أوجد التالي:
أ). أقصى سرعة للسيارة.
ب). سرعة السيارة والمسافة التي قطعتها بعد $(4\,s)$.

12. توقفت حافلة تتحرك بسرعة $(6\frac{m}{s})$ حتى وقفت تماماً، فإذا كانت $(a = -3t)$، أوجد الزمن الذي تأخذه الحافلة لكي تقف، وأوجد المسافة التي قطعتها قبل أن تقف.

13. تؤثر القوة $((36 - t^2)\,N)$ على جسم كتلته $(2\,kg)$. عند $(t = 0)$ كانت سرعة الجسم $(2\frac{m}{s})$، أوجد سرعته عند $(t = 6\,s)$، وأوجد المسافة التي قطعها الجسم بين $(t = 0)$، و$(t = 6\,s)$.

9 Exercises answers

الملاحق:

إجابات التمارين الواردة في الكتاب

أولاً : إجابات الفصل الأول: تحليل القوى

تمارين A-1

السؤال (1) أ). $-1.39\ N,\ -7.88\ N,\ 6.93\ N,\ 4\ N$ ب). $5.20\ N,\ -3\ N,\ -2\ N,\ 3.46\ N$

ج). $-5.64\ N,\ 2.05\ N,\ 0\ N,\ -4\ N$ د). $4.33\ N,\ -2.5\ N,\ 4.33\ N,\ 2.5N$

السؤال (2) $8.66\ N,\ 60°$ السؤال (3) $2.89\ \frac{m}{s^2}$ السؤال (4) $35.1\ N$

السؤال (5) $166\ N$ السؤال (6) $8350\ N,\ 350$ السؤال (7) $10m\ N,\ 5\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (8) $85.7\ N,\ 8.05\ kg$ السؤال (9) $6\ kg$ السؤال (10) $1.23\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (11) $127\ N,\ 986\ N$ السؤال (12) $(50 - \frac{1}{2}\ T)\ N$ السؤال (13) $31.6\ N,\ 25.4$

السؤال (14) $1.5\ \frac{m}{s^2},\ 415\ N$ السؤال (15) $1.41\ \frac{m}{s^2}$ السؤال (16) $511\ kg,\ 11.7°$

السؤال (17) $822\ N,\ 21.9°$ السؤال (18) $339\ N,\ 170\ N$

تمارين B-1

السؤال (1) أ). $F\ \cos(90-\theta)°=F\ \sin°,\ \ F\cos\theta°$ ب). $F\cos\theta°,\ \ F\ \cos(90+\theta)° = -F\ \sin\theta°$

ج). $F\ \cos(\theta-90)°=F\ \sin\theta°,\ \ F\cos\theta°$ د). $F\ \cos(90+\theta)°=-F\ \sin\theta°,\ \ F\cos\theta°$

السؤال (2) $5.48\ \frac{m}{s},\ 5\ \frac{m}{s^2}$ السؤال (3) $2270\ N$ السؤال (4) $1.05\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (5) $6.44\ N$ السؤال (6) $8.66\ N$ السؤال (7) $63.9\ N,\ 21.8N$

السؤال (8) $691\ N,\ 35.2\ N$

السؤال (9) أ). $5.74\ N$ ب). $7.0\ N$ ج). $6.33\ N$

حالة (ب) مركبة القوة المطبقة تضاف إلى $10 \cos 35°$ بينما في الحالة (ج) تطرح.

السؤال (10) $4.66N$, 28.0, $1.73\ \frac{m}{s^2}$ **السؤال** (11) $26.6°$, $559\ N$

السؤال (12) $113\ N$, $41.0\ N$ **السؤال** (13) $74.9\ N$, 83.5

السؤال (14) أ). لمنع اللوح من الانزلاق إلى أسفل المنحدر ب). $176\ N$

ج). $11.0\ N$

السؤال (15) 52.3 **السؤال** (16) $4620\ N$, $470\ N$

تمارين متنوعة

السؤال (1) $28.2\ N$, $10.3\ N$ **السؤال** (2) $31.1\ N$

السؤال (3) أ). $67.4°$ ب). 2

السؤال (4) 1.46، 4.26 مضاد في الاتجاه للقوة 4 N **السؤال** (5) $392\ N$, $252\ N$

السؤال (6) $14.8\ N$, $7.9\ N$ **السؤال** (7) نعم، $a=5$ $s=5$ تعطى $v=\sqrt{50}=7.07$

السؤال (8) أ). $0.65\ \frac{m}{s^2}$ ب). $12.3\ s$ ج). $49.2\ m$

السؤال (9) $2.20\ N$, $0.76\ N$, $3\ \frac{m}{s^2}$، في اتجاه مضاد للقوة $1.2\ N$

السؤال (10) أ). $8\ N$ ب). $1.7\ kg$ ج). $13.6\ kg$

السؤال (11) $21.7\ N$, $25.7\ N$

السؤال (12) أ). لا توجد قوة إلى الشمال لتعارض مركبة الشد إلى اليمين

ج). $766\ N$, $94.0\ N$ د). $128\ N$ هـ). $0.144\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (13) ب). $93.3\ N$ ج). $27.3\ N$

د). لا، مركبة الشد ستكون أكبر، عليه القوة العمودية ستكون صغيرة.

السؤال (14) $90.9\ N$, $21.5\ N$

ثانيا : إجابات الفصل الثاني: الاحتكاك

تمارين A-2

السؤال (1)أ). $(P - Q)\ N$ في اتجاه القوة التي مقدارها $Q\ N$.

ب). $(Q - P)\ N$ في اتجاه القوة التي مقدارها $P\ N$.

السؤال (2) $80 \leq P \leq 120$ **السؤال** (3) $6.93\ N$ **السؤال** (4) $63\ N, 0.4$

السؤال (5) 0.25

السؤال (6) أ). $5900\ N$ ب). $6000\ N$ ج). $6000\ N$

في الحالتين أ، ب بقى القارب في حالة السكون.

السؤال (7) أ). $(P - 50 \sin \alpha°)\ N$ تؤثر إلى أسفل المستوى.

ب). $(50 \sin \alpha° - P)\ N$ تؤثر إلى أعلى المستوى.

السؤال (8) $8.2 \leq P \leq 37.7$ إلى 1 **السؤال** (9) $28.1\ cm$

تمارين B-2

السؤال (1) في اتجاه حركة القطار $\mu = 0.4$ **السؤال** (2) 0.49

السؤال (3) $725\ kg$ **السؤال** (4) $9\ m$ **السؤال** (5) $3.96\ N$ إلى أسفل المستوى.

السؤال (6) 0.024 **السؤال** (7) 0.2 **السؤال** (8) 0.806

السؤال (9) أ). $2.44\ \frac{m}{s}\ ,\ 1180\ N$ ب). $2.44\ \frac{m}{s}\ ,\ 1690\ N$

السؤال (10) $1.49\ s,\ 4.1\ m$ **السؤال** (11) 0.733

ثالثا : إجابات الفصل الثالث: الحركة بفعل الجاذبية

تمارين A-3

السؤال (1) $30\ \frac{m}{s}$ ، $45\ m$ **السؤال** (2) $14.1\ \frac{m}{s}$ **السؤال** (3) $9.8\ m$

السؤال (4) $14.7\ m$ **السؤال** (5) $17.5\ \frac{m}{s}$

تمارين B-3

السؤال (1) $5\ \frac{m}{s}$ إلى أعلى $30\ m$ **السؤال** (2) $1.8\ m$ **السؤال** (3) $21.0\ \frac{m}{s}$

السؤال (4) $2.65\ s$ **السؤال** (5) $24.2\ m$ **السؤال** (6) $0.6\ s$

السؤال (7) $10\ \frac{m}{s}$ إلى أسفل $15\ m$ **السؤال** (8) $16.0\ \frac{m}{s}$ **السؤال** (9) $3.6s$, $18\ \frac{m}{s}$ إلى أسفل.

السؤال (10) $1.1\ s$ **السؤال** (11) $2.59\ s$, $13.9\ \frac{m}{s}$ إلى أسفل

السؤال (12) $64.8\ m$ **السؤال** (13) 4 إلى أسفل. **السؤال** (14) $4.05\ m, 9\ \frac{m}{s}$

السؤال (15) أ). $61.25\ m$ ب). $6\ s$

تمارين C-3

السؤال (1) أ). $1\ \frac{m}{s^2}$, $9\ \frac{m}{s^2}$ ب). $\frac{4}{3}\ s$, $8\ m$ ج). $4\ \frac{m}{s}$, $4\ s$

د). $2.4s, 14.4\ m$ هـ). $12\ \frac{m}{s}$, $2.4\ s$

السؤال (2) $48\ m$, $24\ \frac{m}{s}$, $8\ s$, $30\ m$, $12\ \frac{m}{s}$, $7.5\ s$ **السؤال** (3) $50\ \frac{m}{s}$, $7.5\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (4) $45\ m$, $30\ \frac{m}{s}$ كل منهما أصغر و 0.5 , $8\ \frac{m}{s^2}$.

السؤال (5) $1.4\ s$, $14\ \frac{m}{s}$, $10\ \frac{m}{s}$, $(10-v)\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (6) $\frac{1}{160}\ m$, $20\ \frac{m}{s^2}$ أ). $8.4\ \frac{m}{s^2}$ ب). $3.6\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (7) $1.6s, 3.7\ m$ أ). $11.6\ \frac{m}{s^2}$ إلى أسفل. ب). $10\ \frac{m}{s^2}$ إلى أسفل.

ج). أقل من $3.7\ m$ د). أقل من $8\ \frac{m}{s}$

رابعاً: إجابات الفصل الرابع: قانون نيوتن الثالث

تمارين A-4

السؤال (1) الوزن $80\ N$ و $100\ N$ على التوالي وقوة الاتصال العمودية $80\ N$ إلى أعلى على القفص العلوي، $80\ N$ إلى أسفل و $180\ N$ إلى أعلى على القفص السفلي.

السؤال (2) أ). $200\ N$ إلى أعلى. ب). $200\ N$ إلى أسفل. ج). $1200\ N$ إلى أعلى.

السؤال (4) $780\ N$ **السؤال** (5) د). i - $375\ N$. ii - $750\ N$

السؤال (6) 42

السؤال (8) $400\ N$ ، $500\ N$ ، $800\ N$ إلى الأمام والذي يبدو أن السيارة تكون مدفوعة من الخلف.

السؤال (9) أ). $W\ \cos\alpha°$ ب). $W\ \sin\alpha°$ ج). $W\ \sin\alpha°$

د). $2W\ \tan\alpha°$ هـ). $\frac{W\,(1+\sin^2\alpha°)}{\cos\alpha°}$

تمارين B-4

السؤال (1) أ). $10\ N,\ 10\ N$ ب). $15\ N,\ 10\ N$ إلى أعلى الميل. ج). $10\ N,\ 10\ N,\ 20\ N$

د). $7.5\ N,\ 7.5\ N$ هـ). $2.32\ N,\ 17.3\ N$ و). $55.4\ N,\ 35.4N$

السؤال (2) $10\ kg$ السؤال (3) $2\ \frac{m}{s^2}\ ,\ 24\ N$

السؤال (4) أ). $1.67\ \frac{m}{s^2}$ ب). $2.5\ \frac{m}{s^2}$ ج). $0.769\ \frac{m}{s^2}$

د). $3\ \frac{m}{s^2}$ هـ). $0.464\ \frac{m}{s^2}$ و). $6.15\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (5) $7.69\ N,\ 30.8\ N,\ 2.31\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (6) أ). $0.625\ \frac{m}{s^2}$ ب). $1.25\ \frac{m}{s^2}$ السؤال (7) $3{:}1$

السؤال (8) $0.2\ m \le M \le m$ ، $\frac{(M-m)g}{M+m}$ إذا كانت $M > m$

$\frac{(0.2m - M)g}{M+m}$ إذا كانت $M < 0.2\ m$

تمارين C-4

السؤال (1) أ). $170\ N,\ 0.48\ \frac{m}{s^2}$ ب). $170\ N,\ 0.08\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (2) $50\ N,\ 250\ N$

أ). $0.05\ \frac{m}{s^2}$ العجلة تسارعية ، $62.5\ N$ ب). $0.05\ \frac{m}{s^2}$ العجلة تقصيرية ، $37.5\ N$

ج). $0.156\ \frac{m}{s^2}$ العجلة تقصيرية ، $10.9\ N$ د). الشد $6.25\ N,\ 0.175\ \frac{m}{s^2}$

هـ). $0.2\ \frac{m}{s^2}$، صفر (0) و). $0.25\ \frac{m}{s^2}$ ، $12.5\ N$ضغط

السؤال (3) $\frac{F-(P+Q)}{M+m} + g\ \sin\alpha°$

خامسا : إجابات الفصل الخامس: الشغل والطاقة والقدرة

تمارين A-5

السؤال (1)(أ). $1620\ J$ ب). $300\ kJ$ ج). $5.21 \times 10^6\ J$
د). $1600\ J$ هـ). $6.4 \times 10^8\ J$

السؤال (2) $700\ J, 0\ J, 0\ J, 700\ J$ السؤال (3) $4\ N$

السؤال (4) $50\ N$ السؤال (5) $8N, 240\ J$ السؤال (6) $1127.6\ J$

السؤال (7) $5435.2\ J$ السؤال (8) $4800\ J$ السؤال (9) $20\ N$

السؤال (10) $105\ N$

تمارين B-5

السؤال (1) $33.3\ kW$ السؤال (2) $112.5\ W$ السؤال (3) $160\ W$

السؤال (4) $600\ N$ السؤال (5) $16\ kW$ السؤال (6) $880\ W$

السؤال (7) $2.5\ \frac{m}{s^2}$ السؤال (8) $30.7°$ السؤال (9) $7.8\ kW$

السؤال (10) $2.432\ s$ السؤال (11) $0.433\ \frac{m}{s^2}$

سادساً : إجابات الفصل السادس: طاقة الوضع

تمارين A-6

السؤال (1) $400\ J$ السؤال (2) $5\ m, 40J$ السؤال (3) $12.2\ \frac{m}{s}$

السؤال (4) $2.08 \times 10^6\ J$ السؤال (5) $16.33°$ السؤال (6) $9.8\ m$

السؤال (7) $8.75\ m$ السؤال (8) $4.24\ \frac{m}{s}, 2.45\ \frac{m}{s}$

السؤال (9) $1.456\ m$

تمارين B-6

السؤال (1) $2.55\ \frac{m}{s}$ السؤال (2) $0.325\ m$ السؤال (3) $3.84\ \frac{m}{s}, 1.22\ m$

السؤال (4) أ). $1.47\ \frac{m}{s}$ ب). $2.07\ m$

السؤال (5) $1.33\ N, 0.8\ J, 2\ \frac{m}{s}$ السؤال (6) $13.23\ \frac{m}{s}$

سابعاً : إجابات الفصل السابع: القوة ككمية متجهة

تمارين A-7

السؤال (1) أ). $44.64°, 22.8\ N$ ب). $65°, 26\ N$ ج). $95.9°, 10.9\ N$
د). $35.1°, 9.10\ N$

السؤال (2) $0.029°, 543\ N$

السؤال (3) أ). $33.5\ N$ ب). $27.6\ N$ ج). $5.46\ N$
د). $32.0\ N$

السؤال (4) أ). $315\ N$ ب). أفقياً إلى اليسار. ج). $6.86\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (5) أ). $4.6\ N$ ب). $3.86\ N$ ج). $7.5\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (6) أ). $12.9\ N$ ب). $10N$

السؤال (7) أ). $8.68\ N, 49.2\ N$ ب). $49.81\ N, 4.35\ N$

تمارين B-7

السؤال (1) أ). $44.64°, 22.8\ N$ ب). $65°, 26\ N$ ج). $95.9°, 10.9\ N$
د). $35.1°, 9.10\ N$

السؤال (2) $151.9°, 17\ N$

السؤال (3) $\begin{pmatrix}7.66\\6.43\end{pmatrix}N, \begin{pmatrix}-3.46\\2\end{pmatrix}N, \begin{pmatrix}-1.04\\-5.9\end{pmatrix}N, 38.7, 4.05N$

السؤال (4) $24.6°, 2.64\ \frac{m}{s^2}$ السؤال (5) $4.66\ N, 15.03\ N$ السؤال (6) $(-1.9\ N)$ أو $0.5\ N$

السؤال (7) $\begin{pmatrix}0.94\ P - 26\ W\\0.34\ P + C - 0.97\ W\end{pmatrix}$ السؤال (8) $67.38°, (13\ N)$

السؤال (9) $106.3°, 36.9°, 55\ N$ السؤال (10) $\pm\frac{1}{3}$

تمارين C-7

السؤال (1) أ). $11.3\ N, 12.26\ N$ ب). $37.6\ N, 25.7\ N$ السؤال (2) $8220\ N, 4880\ N$

السؤال (3) أ). $46\ N$ ب). $46\ N$ ج). $16.76\ N$

السؤال (4) $200\ N$ السؤال (5) $6.0\ N, 5.4\ N$

السؤال (6) أ). $105.6°, 112.4°$ ب). $141.5°, 51.1°$

السؤال (7) $86.7°, 23.9°$ السؤال (8) $58.8°, 22.33°$

ثامناً : إجابات الفصل الثامن: الحركة العامة في خط مستقيم

تمارين A-8

السؤال (1) $12\ \frac{m}{s^2},\ 16\ \frac{m}{s},\ 22\ m,\ a = 6t,\ v = 3t^2 + 4$

السؤال (2) $-108\ \frac{m}{s^2},\ -88\ \frac{m}{s},\ -18\ m,\ -12\ \frac{m}{s^2},\ 16\ \frac{m}{s},\ 22\ m,\ a = -12t^2,\ v = 20 - 4t^3$

السؤال (3) $18\ \frac{m}{s^2},\ 32\ \frac{m}{s},\ 42\ m$

السؤال (4) $-14\ \frac{m}{s^2},\ 10\ \frac{m}{s},\ 0.0\ m$

السؤال (5) $-1\ \frac{m}{s^2},\ 1.0\ \frac{m}{s}$

السؤال (6) $\frac{3}{4}\ \frac{m}{s^2},\ 6\ \frac{m}{s}$

السؤال (7) $-24\ \frac{m}{s^2},\ -24\ \frac{m}{s},\ 2\ s$

السؤال (8) $20\ m,\ 5\ s$

السؤال (9) $130\ m$

السؤال (10) $4\ \frac{m}{s}$

السؤال (11) $R = 10(12\ t - 7)\ N$

السؤال (12) أ). $18\ \frac{m}{s}$ ب). $4\ \frac{m}{s^2}$

السؤال (13) أ). $1380\ m,\ 120\ s$ ب). $0.384\ \frac{m}{s^2}$ ج). $1.15\ \frac{m}{s^2}$ د). $20.5\ \frac{m}{s},\ 80\ s$

تمارين B-8

السؤال (1) $20\ \frac{m}{s},\ 28\ m,\ x = t^3 + 8t + 4$

السؤال (2) $10\ \frac{m}{s^2},\ -4\ \frac{m}{s},\ 11.5\ m,\ x = \frac{1}{2}(23 - 8t + 10\ t^2 - t^4),\ v = 10t - 2t^3 - 4$

السؤال (3) $3\ \frac{m}{s^2},\ 6\ \frac{m}{s},\ 2\ m$

السؤال (4) $20\ m$

السؤال (5) $60\ m$

السؤال (6) $60\ m$

السؤال (7) $10\ m$

السؤال (8) $-58.7\ m$

السؤال (9) $28.5\ m$

السؤال (11) أ). $9\ \frac{m}{s}$ ب). $26.7\ m,\ 8\ \frac{m}{s}$

السؤال (12) $8\ m,\ 2\ s$

السؤال (13) $282\ m,\ 74\ \frac{m}{s}$