## السؤال الأول: اختر ...

① المماس لدائرة طول قطرها ٦ سم يكون على بعد ... من مركزها
[٦ ، ١٢ ، ٣ ، ٢]

② يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ...
[معين ، مستطيل ، شبه منحرف ، متوازي أضلاع]

③ إذا كان أب قطر في الدائرة م ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب د}$ مماسان للدائرة فإن $\overleftrightarrow{أجـ}$ ... $\overleftrightarrow{ب د}$
[يقطع ، يوازي ، عمودي على ، ينطبق]

④ دائرة محيطها ٦π سم ، والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم ل يكون ...
[مماس ، قاطع ، خارج ، قطر]

⑤ م ، ن دائرتان متقاطعتان طولا نصفي قطريهما ٣ سم ، ٥ سم فإن م ن ∈ ...
[]٢ ، ٨[ ، ]٥ ، ٨[ ، [٢ ، ٨] ، ]٨ ، ∞[]

⑥ مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع ...
[منصفات زواياه ، ارتفاعاته ، محاور تماثل أضلاعه]

⑦ المماسان المرسومان من نهايتي قطر في الدائرة ... [متوازيان ، متساويان ، متقاطعان]

⑧ محور تماثل الوتر المشترك $\overline{أب}$ لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو ...
[$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{م ن}$ ، ب م ، م أ]

⑨ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة = ...
[صفر ، ١ ، ٢ ، ٣]

⑩ إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} فإن الدائرتين م ، ن تكونان ...
[متباعدتين ، متماستين من الخارج ، متقاطعتين]

⑪ عدد محاور تماثل الدائرة = ...
[١ ، ٢ ، صفر ، عدد لا نهائي]

* محاور نصف دائرة = ...

⑫ مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع ...

⑬ مراكز الدوائر التي تمر بالنقطتين أ ، ب تقع جميعاً على ...
[محور $\overline{أب}$ ، العمود المقام على $\overline{أب}$ ، منتصف $\overline{أب}$]

⑭ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج وطول نصف قطر أحدهما ٥ سم ، م ن = ٩ سم فإن طول نصف قطر الأخرى = ...
[٣ ، ٤ ، ٥ ، ١٤]

⑮ في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين ...
[متساويتان ، متكاملتان ، متتامتان]

⑯ الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر في الدائرة ... [حادة ، منفرجة ، مستقيمة]

⑰ الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين ...
[وتران ، مماسان ، وتر ومماس ، وتر وقطر]

(١٨) في الشكل المقابل:

$\overline{اب}$ قطر، ق(∠ا ب ج) = ٤٠°

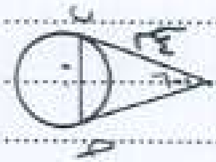
ق(⌒ب ج) = ........

[٤٠° ، ٥٠° ، ٩٠° ، ١٠٠°]

(١٩) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتا المركز = ........ [٠ ، ١ ، ٢ ، ٣]

المماسات المشتركة لدائرتين ← متباعدتان ... ← متقاطعتان ... ← متماستان من الخارج ... ← متماستان من الداخل ...

(٢٠) في الشكل المقابل:



$\overline{اب}$ ، $\overline{اج}$ مماسان

ق(∠ا) = ٦٠° ، اب = ٤ سم

فإن طول $\overline{بج}$ = ........ سم

[٣ ، ٤ ، ٥ ، ٨]

(٢١) في الشكل المقابل:

$\overline{اب}$ مماس ، م ب = ٥ سم

اه = ٨ سم فإن اب = ........

[٥ ، ٨ ، ١٢ ، ١٣]

(٢٢) المستقيم ل الذي يبعد ٣ سم عن مركز دائرة طول قطرها ٦ سم يكون ........

[قاطع ، مماس ، خارج] الدائرة

(٢٣) قوس من دائرة طوله $\frac{1}{4}$ ط نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها يساوي ........

[٣٠° ، ٦٠° ، ٩٠° ، ٤٥°]

(٢٤) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة ........

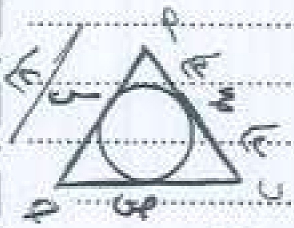
[متعامدتان - متوازيتان - متساويتان في الطول]

(٢٥) النسبة بين قياس الزاوية المحيطية إلى قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس = ........ [١ : ٢ ، ٢ : ١ ، ١ : ٣ ، ١ : ١]

(٢٦) وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة طول نصف قطرها ٥ سم فإن بُعد الوتر عن مركز الدائرة يساوي ........

[٣ سم ، ٤ ، ٥ ، ٦]

(٢٧) في الشكل المقابل:



اص = ٣ سم ، ا ع = ٣ سم

ب ع = ٢ سم فإن

ب ص = ........

[٥ ، ٧ ، ١٠ ، ٣ سم]

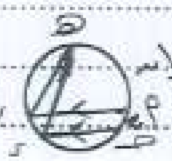
(٢٨) في الشكل المقابل:

ق(∠ا) = ٦٠° فإن

ق(∠ه و) = ........

[٣٠° ، ٦٠° ، ٨٠° ، ١٢٠°]

(٢٩) في الشكل المقابل:



$\overline{اد}$ مماس ، وتر متوازيان

ق(⌒ا ج) = ٨٠° فإن

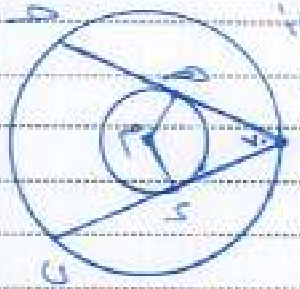
ق(∠د ا ه) = ........

(٣٠) إذا كانت ا ، ب نقطتين ، اب = ٦ سم فإن عدد الدوائر التي طول نصف قطر كل منها ٥ سم وتمر بالنقطتين ا ، ب يساوي ........ [صفر ، ١ ، ٢ ، عدد لا نهائي]

(٣١) إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = ∅ فإن الدائرتان تكونان ........

[متباعدتان - متقاطعتان - متداخلتان]

س١: في الشكل المقابل: دائرتان متحدتا المركز م، $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ مماسان للدائرة الصغرى، ق(∠أ) = ٧٠°

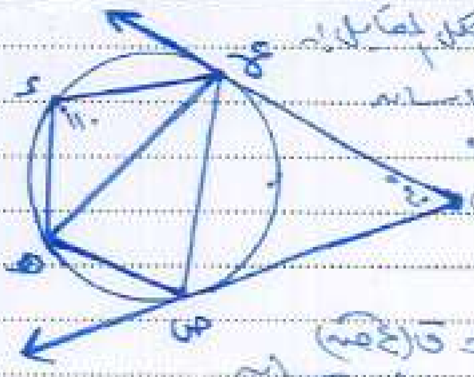


(١) أوجد ق(∠د م هـ) (٢) اثبت أن أب = أجـ

البرهان

∵ $\overline{أد}$ مماس ∴ $\overline{مد} \perp \overline{أب}$
∴ ق(∠م د أ) = ٩٠°
∵ $\overline{أهـ}$ مماس ∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{أجـ}$ ∴ ق(∠م هـ أ) = ٩٠°
∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°
∴ ق(∠د م هـ) = ٣٦٠° − (٧٠° + ٩٠° + ٩٠°)
= ٣٦٠° − ٢٥٠° = ١١٠°
∵ أد = أهـ   بد = جـهـ
∴ أب = أجـ   وتر = وتر

س٢: في الشكل المقابل: $\overleftrightarrow{س ص}$ ، $\overleftrightarrow{س ع}$ مماسان، ق(∠د) = ١١٠°، ق(∠س) = ٤٠°

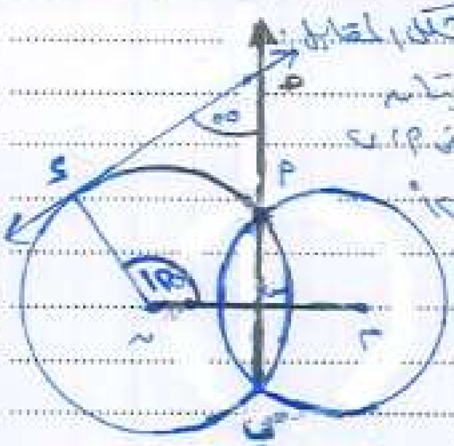


أثبت أن: ق(∠ع هـ ص) = ق(∠ع ص هـ)

البرهان

∵ س ص = س ع قطعتان مماستان
∴ ق(∠س ع ص) = ق(∠س ص ع) = ٧٠°
∴ ق(∠ع هـ ص) = ٧٠° ← (١)
∵ الشكل ع د هـ ص رباعي دائري
∴ ق(∠ع ص هـ) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°
∴ ق(∠ع ص هـ) = ٧٠° ← (٢)
من (١)، (٢) ينتج أن ق(∠ع هـ ص) = ق(∠ع ص هـ)

س٣: في الشكل المقابل: م، ن دائرتان متقاطعتان في أ، ب، ق(∠م ن د) = ١٢٥°، ق(∠هـ) = ٥٥°



أثبت أن: $\overleftrightarrow{هـ د}$ مماس للدائرة عند د

البرهان

∵ $\overline{م ن}$ خط المركزين، $\overline{أب}$ الوتر المشترك
∴ $\overline{م ن} \perp \overline{أب}$ ∴ ق(∠هـ و ن) = ٩٠°
∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°
∴ ق(∠د) = ٣٦٠° − (١٢٥° + ٥٥° + ٩٠°)
= ٣٦٠° − ٢٧٠° = ٩٠°
∴ $\overline{ن د} \perp \overleftrightarrow{هـ د}$
∴ $\overleftrightarrow{هـ د}$ مماس للدائرة ن عند د

س٤: في الشكل المقابل: $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران، د منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ، ق(∠أ) = ٥٠°

أوجد ق(∠د م هـ)

البرهان

∵ د منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{م د} \perp \overline{أب}$
∴ ق(∠د) = ٩٠°
∵ هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ∴ $\overline{م هـ} \perp \overline{أجـ}$
∴ ق(∠هـ) = ٩٠°
∴ ق(∠د م هـ) = ٣٦٠° − (٥٠° + ٩٠° + ٩٠°)
= ٣٦٠° − ٢٣٠° = ١٣٠°

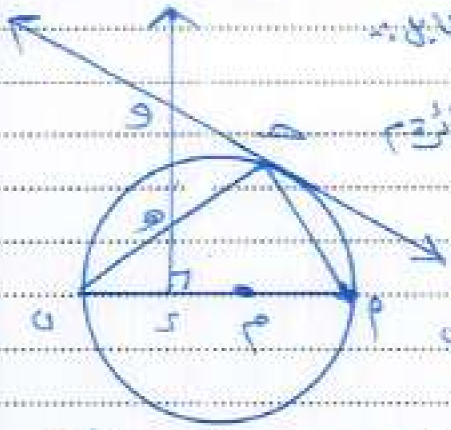
س٥: في الشكل المقابل:

$\overline{أب}$ قطر في دائرة م

$\overleftrightarrow{هـو}$ مماس

$\overline{ءو} \perp \overline{أب}$

اثبت أن:



① الشكل أ ء جـ هـ رباعي دائري

② وهـ = وجـ

البرهان

∵ $\overline{أب}$ قطر ∴ ق(∠أهـب) = ٩٠°
زاوية محيطية مرسومة في نصف دائرة

∵ ق(∠أهـب) + ق(∠جـءأ) = ١٨٠°
زاويتان متقابلتان متكاملتان

∴ الشكل أ ء جـ هـ رباعي دائري #

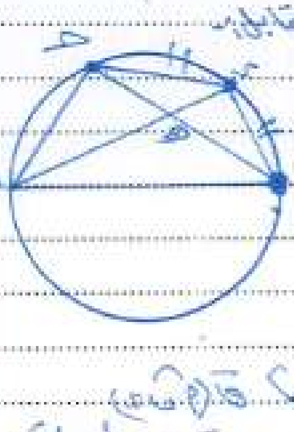
∵ ق(∠وجـهـ) = ق(∠أ) ← ①
خارجة عن الرباعي الدائري

∵ ق(∠وهـجـ) = ق(∠أ) ← ②
مماسية ومحيطية

∴ ق(∠وجـهـ) = ق(∠وهـجـ)

∴ وهـ = وجـ #

س٦: في الشكل المقابل:



$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

هـ ∈ الدائرة

ق(∠جـأب) = ٣٠°

ء منتصف $\overset{\frown}{أجـ}$

① أوجد ق(∠بهـجـ) ، ق(∠أبهـ)

② اثبت أن △أبهـ متساوي الساقين

البرهان:

∵ ق(∠أبء) = ق(∠جـأب) = ٣٠°
مشتركتان في القوس

∵ ق(∠جـأب) = ٣٠° ∴ ق(∠بهـجـ) = ٦٠°

∵ $\overline{أب}$ قطر

∴ ق(∠أهـء) = ق(∠ءهـ) = ٦٠°

∴ ق(∠أبء) = ٣٠° #

② ∵ ق(∠هـأب) = ٣٠° ، ق(∠أبهـ) = ٣٠°

∴ △أبهـ متساوي الساقين

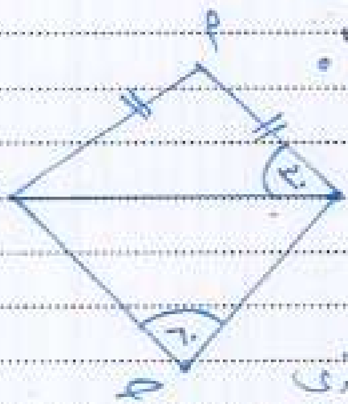
س٧: في الشكل المقابل:

أبجـء شكل رباعي

أب = أء

ق(∠أبء) = ٣٠°

ق(∠جـ) = ٦٠°



أثبت أن

الشكل أبجـء رباعي دائري

البرهان

في △أبء: ∵ أب = أء

∴ ق(∠أ) = ١٨٠ − (٣٠ + ٣٠)

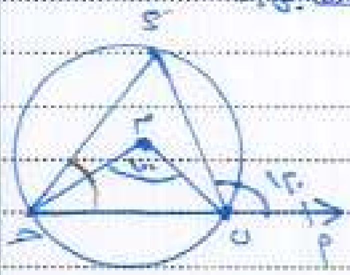
= ١٢٠°

∵ ق(∠أ) + ق(∠جـ) = ١٨٠°
وهما متقابلتان

∴ الشكل أبجـء رباعي دائري

س: اذكر ثلاث حالات يكون فيها الشكل الرباعي دائريًا؟

س٦: في الشكل المقابل:



ق(∠ب م جـ) = ١٠٠°

ق(∠أ ب د) = ١٢٠°

أوجد بالبرهان

ق(∠هـ جـ ب)

البرهان

∵ ق(∠د) = ½ ق(∠م) = ٥٠°

محيطية ومركزية مشتركة في نفس القوس

∵ ق(∠د ب م) = ١٢٠°

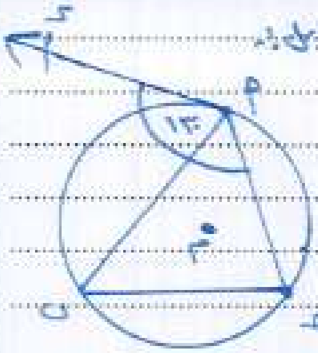
∴ ق(∠د ب جـ) = ١٨٠ − ١٢٠ = ٦٠°

∴ ق(∠د جـ ب) =

١٨٠ − (٥٠° + ٦٠°)

= ١٨٠ − ١١٠ = ٧٠°

س٧: في الشكل المقابل:



أد مماس عند أ

ق(∠د أ جـ) = ١٣٠°

أوجد بالبرهان

ق(∠ب)

البرهان

ق(أ ب جـ⌢) = ٢ ق(∠جـ أ د) = ٢٦٠°

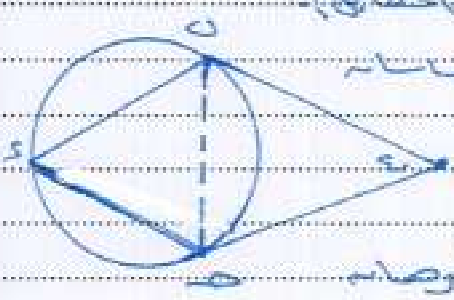
القوس = ضعف المماسية

∴ ق(أ جـ⌢) = ٣٦٠ − ٢٦٠

ق(أ جـ⌢) = ١٠٠°

∴ ق(∠ب) = ½ × ١٠٠ = ٥٠°

س٩: في الشكل المقابل:



أب ، أجـ مماسان

ق(∠أ) = ٤٠°

أوجد بالبرهان

ق(∠د)

البرهان

العمل نرسم ب جـ

∵ أب = أجـ مماسان مرسومان من نقطة

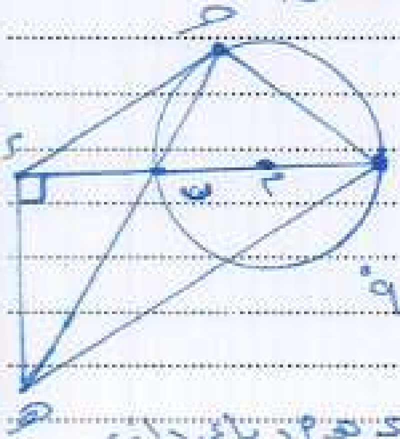
∴ △أ ب جـ متساوي الساقين

∴ ق(∠أ ب جـ) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠°

ق(∠د) = ق(∠أ ب جـ) = ٧٠°

محيطية ومماسية مشتركان في نفس القوس

س٨: في الشكل المقابل:



م دائرة

جـ د قطعة

مماسة عند م

ق(∠أ د هـ) = ٩٠°

أثبت أن

① الشكل جـ د هـ أ رباعي دائري

② د هـ مماس للدائرة المارة بـ أ ، جـ ، هـ

البرهان

∵ ق(∠أ جـ ب) = ٩٠°

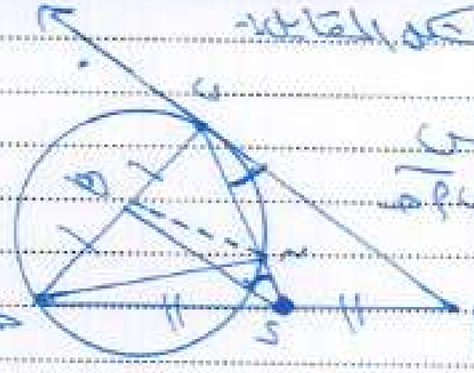
محيطية مرسومة في نصف دائرة

∴ ق(∠أ جـ هـ) = ق(∠أ د هـ) = ٩٠°

وهما على قاعدة واحدة أهـ

∴ الشكل جـ د هـ أ رباعي دائري

٣) في الشكل المقابل:



$\overleftrightarrow{أب}$ مماس

د منتصف $\overline{أهـ}$

هـ منتصف $\overline{لهـ}$

أثبت أن:

(١) $\overline{أب}$ // $\overline{دهـ}$

(٢) النقط ب، د، أ، هـ، س تقع على دائرة واحدة.

البرهان

∵ د منتصف $\overline{أجـ}$

هـ منتصف $\overline{بجـ}$

∴ $\overline{دهـ}$ // $\overline{أب}$

∵ $\overline{أب}$ // $\overline{دهـ}$

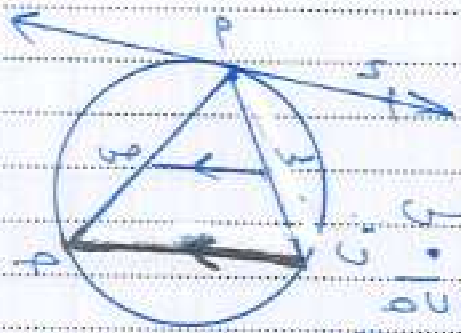
∴ ق($\hat{أ ب س}$) = ق($\hat{ل د س}$) بالتبادل

∵ ق($\hat{أ ب س}$) = ق($\hat{ب جـ س}$) مماسية ومحيطية

∴ ق($\hat{ل د س}$) = ق($\hat{ل جـ س}$) وهما مرسومتان على القاعدة لهـ

∴ النقط س، د، ل، هـ تقع على دائرة واحدة

٤) في الشكل المقابل:



$\overleftrightarrow{أد}$ مماس

$\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$

أثبت أن $\overleftrightarrow{أد}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ، س، ص

البرهان

∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$

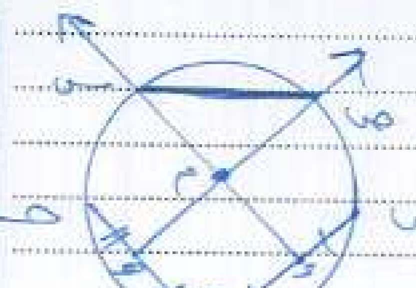
∴ ق($\hat{ص}$) = ق($\hat{جـ}$) بالتناظر

ق($\hat{د أ ب}$) = ق($\hat{جـ}$) مماسية ومحيطية مشتركتان في القوس

∴ ق($\hat{د أ ص}$) = ق($\hat{أ ص س}$)

∴ $\overleftrightarrow{أد}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ، س، ص

تدريب



ق($\hat{ب}$) = ٩٠°

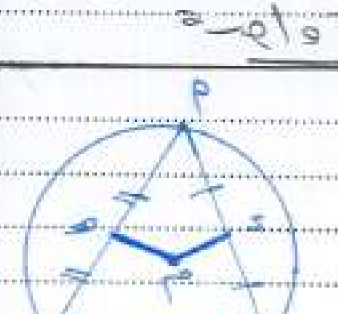
د منتصف $\overline{أب}$

هـ منتصف $\overline{أجـ}$

أثبت أن

م س م ص متساوي الأضلاع

تدريب



ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{جـ}$)

د منتصف $\overline{أب}$

هـ منتصف $\overline{أجـ}$

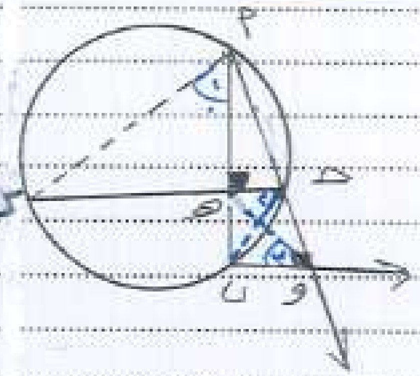
أثبت أن م د = م هـ

**س١٣:** أب، أجـ وتران في دائرة م متعامدان ومتقاطعان في هـ، رسم أد ⊥ بجـ تقطعه في و، و ... أهـ أثبت أن:

① الشكل و جـ هـ د رباعي دائري

② ق(∠ و أ هـ) = ق(∠ هـ أ ...)

**البرهان**



∵ أب ⊥ أجـ ∴ ق(∠ أ هـ جـ) = ٩٠°

∵ د و ⊥ أد ∴ ق(∠ و) = ٩٠°

∵ ق(∠ هـ) = ق(∠ و) زاوية خارجة عن الشكل المقابلة للمجاورة لها

∴ الشكل و جـ هـ د رباعي دائري

∴ ق(∠ ١) = ق(∠ ٢) محيطيتان مرسومتان على القوس (...)

ق(∠ ٢) = ق(∠ ٣) مرسومتان على القاعدة ...

∴ ق(∠ ١) = ق(∠ ٣) وهو المطلوب

**س١٥:** أوجد قياس القوس الذي يمثل $\frac{1}{3}$ الدائرة وإذا كان طول نصف قطر الدائرة = ٣ سم احسب طول القوس ($\pi = \frac{22}{7}$)

**الحل**

قياس القوس = $\frac{1}{3}$ × ٣٦٠° = ١٢٠°

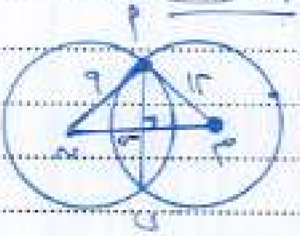
طول القوس = $\frac{\text{قياس القوس}}{360°}$ × ٢ π نق

= $\frac{120°}{360°}$ × ٢ × $\frac{22}{7}$ × ٣ =

٦,٢٨ سم

**س١٢:** م، ن دائرتان متقاطعتان في أ، ب، م أ = ١٢ سم، ن أ = ٩ سم، م ن = ١٥ سم أوجد أب

**الحل**



∵ (م ن)² = ٢٢٥

(أم)² + (أن)² = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ Δ أ م ن قائم في أ

∵ م ن ⊥ أب خط المركزين يكون عموديا على الوتر المشترك

∴ أ هـ = $\frac{\text{أم} \times \text{أن}}{\text{م ن}}$ = $\frac{108}{15}$ = ٧,٢ سم

∴ أب = ١٤,٤ سم

**س١٤:** ارسم أب طولها ٦ سم، ارسم دائرة طول نصف قطرها ٤ سم ... كم عدد الحلول الممكنة

**س١٦:** ارسم Δ أب جـ القائم في ب، أب = ٤ سم، ب جـ = ٣ سم، ثم ارسم الدائرة الخارجة لهذا المثلث. أين يقع مركز الدائرة بالنسبة لأضلاع هذا المثلث

س١٩ في الشكل المقابل:


ق(⌒أ جـ) = ٦٠°

ق(⌒ب د) = ٨٠°

أوجد ق(∠أ هـ د)

البرهان

ق(∠أ هـ د) = $\frac{1}{2}$ [ق(⌒ب جـ) + ق(⌒أ د)]

= $\frac{1}{2}$ [٦٠° + ٨٠°] = ٧٠°

س٢٠ في الشكل المقابل:


ق(⌒هـ جـ) = ١٠٠°

ق(⌒ب د) = ٤٠°

أوجد ق(∠أ)

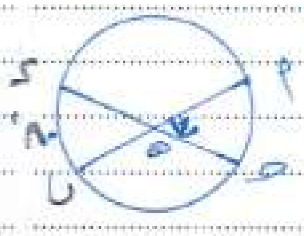
البرهان

ق(∠أ) = $\frac{1}{2}$ [ق(⌒هـ جـ) − ق(⌒ب د)]

= $\frac{1}{2}$ [١٠٠° − ٤٠°]

= $\frac{1}{2}$ × ٦٠ = ٣٠°

تدريب

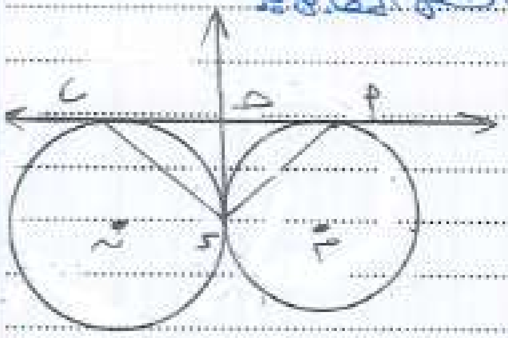



ق(⌒أ ب) = ٨٠°

ق(∠أ هـ جـ) = ٧٠°

أوجد ق(⌒أ جـ)

س٢١ في الشكل المقابل:




أ ب مماس مشترك ، د جـ مماس مشترك

أثبت أن: ① هـ منتصف أ ب

② أ د ⊥ د ب

البرهان

هـ أ = هـ د مماسان للدائرة م

هـ ب = هـ د مماسان للدائرة ن

∴ هـ أ = هـ ب

∴ هـ منتصف أ ب هـ.ط

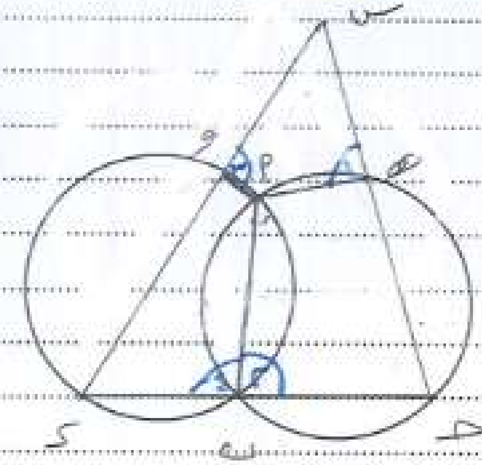
∴ هـ د متوسط في △ أ د ب

∴ هـ د = $\frac{1}{2}$ أ ب

∴ د هـ متوسط خارج من رأس القائمة ∴ ق(∠أ د ب) = ٩٠°

∴ أ د ⊥ د ب

س٢٢ في الشكل المقابل:




برهن أن: الشكل أ و س هـ رباعي دائري

أكمل :

① عدد الدوائر التي يمكن رسمها وتمر بطرفي القطعة المستقيمة أب يساوي ......

② عدد الدوائر التي يمكن رسمها وتمر بنقطة معلومة = ......

③ قياس القوس المقابل لزاوية محيطية قياسها ٦٠° = ......

④ إذا كانت م ، ن دائرتان متماستين من الداخل وطولا نصفي قطريهما ٣ سم ، ٥ سم فإن طوله م ن = ......

⑤ قياس الزاوية المحيطية ...... قياس القوس المقابل لها.

⑥ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة = ......

⑥ إذا كان أب = ٦ سم فإن مساحة أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب = ...... سم²

⑦ المماسان المرسومان من نهايتي قطر في الدائرة ......

⑧ أ ب جـ د شكل رباعي دائري فيه ق(∠أ) + ٢ ق(∠جـ) = ٢٤٠° فإن ق(∠جـ) = ......

⑨ في الشكل المقابل:


ق(بد) = ٤٠° ، ق(جـهـ) = ١٦٠°

فإن ق(∠أ) = ......

⑩ دائرة طول نصف قطرها ٤ سم ، أ نقطة في مستوى الدائرة فإذا كان م أ = $\frac{3}{4}$ ٣ سم فإن النقطة أ تقع ...... الدائرة

⑪ الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة ......

⑫ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة = ......

⑬ قياس الزاوية المحيطية التي تقابل قوس أصغر من ربع دائرة ......

⑭ المستقيم العمودي على قطر الدائرة من إحدى نهايتيه يكون ......