# الرياضيات

## الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسي
الثانى

٢٠١٩

الوحدة الأولى

# مراجعة على التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

## مثال (١) حلل باخراج ك، م، ف، ل

١) $٩س^{٣} - ٣س^{٢} + ٦س$

الحل

$٣س(٣س^{٢} - س + ٢)$

---

٢) $١٥ف^{٢}ب + ١٠ف^{٤} + ٥ف ب$

الحل

$٥ف ب(٣ف^{٣} + ٢ب + ١)$

---

٣) $س(ف+ب) - ص(ف+ب)$

الحل

$(ف+ب)(س-ص)$

---

٤) إذا كان $ب + جـ = ١٠$

، $س - ص = ٥$

فاوجد قيمة

$ب(س-ص) + جـ(س-ص)$

الحل

المقدار $ب(س-ص) + جـ(س-ص)$

$= (س-ص)(ب+جـ)$

$= ٥ \times ١٠ = ٥٠$

## تدريب

حلل باخراج ك، م، ف

١) $١٢ص^{٢} - ٩ص + ٣ص^{٣}$

---

٢) $١٥ف^{٣}ب - ٥ف^{٢} - ١٠ب$

---

٣) إذا كان $(ف+ب) = ٨$

، $(س-ص) = ٤$

فاوجد قيمة المقدار

$ف(س-ص) + ب(س-ص)$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

الوحدة الأولى

# الدرس الأول : تحليل المقدار الثلاثى

## النوع الأول المقدار الثلاثى البسيط
"معامل س٢ = ١"

### حلل تحليلاً كاملاً

١) س٢ + ٥س + ٦
٦ = ١ × ٦
٣ × ٢
(س + ٣)(س + ٢)
مجموعهم ٥

٢) س٢ − ٥س + ٦
٦ = ١ × ٦
= ٣ × ٢
(س − ٣)(س − ٢)
مجموعهم ٥

٣) س٢ − ٧س + ١٠
١٠ = ١ × ١٠
٥ × ٢
(س − ٥)(س − ٢)
مجموعهم ٧

٤) س٢ + ٦س + ٨
٨ = ١ × ٨
٤ × ٢
(س + ٤)(س + ٢)
مجموعهم ٦

٥) س٢ + ٣س − ١٠
١٥ = ١ × ١٥
٥ × ٣
(س + ٥)(س − ٣)
الفرق بينهم ٢

الإشارات نزل أضرب نزل تانى

ويتم وضع العدد الاكبر فى القوس الأول

والاشارة والسطار

### تدريب حلل تحليلاً كاملاً

١) س٢ + ٧س + ١٠

٢) س٢ − ٧س + ١٢

٣) س٢ − ١١س + ١٠

٤) س٢ + س − ٦

٥) س٢ − س − ٢٠


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

## لاحظ

لابد من ترتيب المقدار حسب الاسس تنازلياً قبل التحليل
واخذ العامل المشترك ان وجد.

## مثال (٢) حلل تحليلاً كاملاً

(١) $٦ + ٤ب^{٢} + ٥ب$

الحل

$٦ \times ١ = ٦$
$٣ \times ٢$

$ب^{٢} + ٥ب + ٦$

$(ب + ٣)(ب + ٢)$

(٢) $٣س^{٣} - ١٥س + ١٢$

الحل

$٤ \times ١ = ٤$
$٢ \times ٢$

$٣(س^{٣} - ٥س + ٤)$

$٣(س - ٤)(س - ١)$

(٣) $س^{٣}ب^{٢} - ٤٢ - ٢٥ب$

$(س ب - ٢٥)(س ب + ١)$

$١ \times ٢٥ = ٢٥$
العددين هم ٢٤

(٤) $ب^{٦} - ٧ب^{٣} + ١٠$

$١٠ \times ١ = ١٠$
$٥ \times ٢$

$(ب^{٣} - ٥)(ب^{٣} - ٢)$

## أوجد قيم (ج) الممكنة

(١) $س^{٢} + جـ س + ١٥$

الحل

عددان حاصل ضربهما ١٥ ومجموعهما جـ

ص $١ \times ١٥ \Leftarrow$ ص $= ١٦$

$٣ \times ٥ \Leftarrow$ جـ $= ٨$

(٢) $س^{٢} - جـ ب + ٢٩$

الحل

عددان حاصل ضربهما ٢٩ ومجموعهما جـ

$١ \times ٢٩ \Leftarrow$ جـ $= ٣٠$

---

(٣) إذا كان $(س - ٣)$ أحد عوامل المقدار $س^{٢} - ٥س + ٦$
فأوجد العامل الآخر

الحل

$س^{٢} - ٥س + ٦$

$(س - ٣)(س - ٢)$

∴ العامل الآخر $س - ٢$

(٤) إذا كان $(س + ٤)$ أحد عوامل المقدار $س^{٢} + ٩س + ٢٠$ فأوجد العامل الآخر


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

## النوع الثانى : المقدار الثلاثى غير البسيط

$أ س^{٢} + ب س + جـ$

حيث $أ \neq ١$

أسهل طريقة لحل هذا النوع

**مثال (١) حلل تحليلاً كاملاً.**

(١) $٢ س^{٢} + ٣ س + ١$

الحل

نضرب معامل $س^{٢}$ فى الحد الأخير

ونرجع نقسم عليه بعد التحليل

(٢) $س^{٢} + ٣ س + ٢$

$(س + \frac{٢}{٢})(س + \frac{١}{٢})$

$(س + ١)(٢ س + ١)$

---

(٢) $٣ ٢^{٢} + ٧ ٢ + ٢$

الحل

(٣) $٢^{٢} + ٧ ٢ + ٦$

$٢^{٢} + ٧ ٢ + ٦$

$(٢ + \frac{٦}{٣})(٢ + \frac{١}{٣})$

$(٢ + ٢)(٣ ٢ + ١)$

$٦ = ١ \times ٦$
مجموعهم $٧$

---

(٣) $٦ س^{٢} - ١١ س + ٣$

الحل

$س^{٢} - ١١ س + ١٨$

$٩ \times ٢ = ١٨$
مجموعهم $١١$

$(س - \frac{٩}{٦})(س - \frac{٢}{٦})$

$(س - \frac{٣}{٢})(س - \frac{١}{٣})$

$(٢ س - ٣)(٣ س - ١)$

---

(٤) $٦ + ٣ م^{٢} - ١٩ م$

الحل

$م^{٢} - ١٩ م + ١٨$

$١٨ \times ١ = ١٨$
مجموعهم $١٩$

$(م - \frac{١٨}{٣})(م - \frac{١}{٣})$

$(م - ٦)(٣ م - ١)$

---

(٥) $س^{٢} - ٣ س - ٢$

الحل

$س^{٢} - ٣ س - ١٠$

$٢ \times ٥ = ١٠$

$(س - \frac{٥}{٥})(س + \frac{٢}{٥})$

$(س - ١)(٥ س + ٢)$

---

(٦) $٢ ص^{٢} + ٥ ص + ٣$

تدريب

**مثال (٣)**

ستطيل مساحته $(٢س^{٢}+١٩س+٣٥)$ سم$^{٢}$

أوجد بعديه بدلالة س ثم

أوجد محيطه

**الحل**

$٢س^{٢}+١٩س+٣٥$

$س^{٢}+١٩س+٧٠$

$(س+\frac{١٤}{٢})(س+\frac{٥}{٢})$

$(س+٧)(٢س+٥)$

بعديه هما $س+٧$ سم

$٢س+٥$ سم

عندما $س=٣$

البعدين ١٠ ، ١١ سم

المحيط $= ٢\times(١٠+١١) = ٤٢$ سم

## الواجب

**١ حلل تحليلاً كاملاً:**

١) $س^{٢}-١٠س+٩$

٢) $ص^{٢}-٨س+١٢$

٣) $ص^{٢}-٣س-١٠$

٤) $٢س^{٢}+١٠س+١٢$

---

**٢ حلل تحليلاً كاملاً**

١) $٣س^{٢}+٧س+٢$

٢) $٢ص^{٢}+٣ص+١$

٣) $٢س^{٢}+٥س+٣$

٤) $٢س^{٢}+٧س+٣$

---

**٣ أكمل**

١) $س^{٢}-٩س+١٤ = (س-٧)($ $)$

٢) $س^{٢}-١٣س+٣٠ = ($ $)(س-٣)$

٣) $س^{٢}+س-٣٠ = (س+٦)($ $)$

٤) إذا كان $(س-١)$ أحد عوامل المقدار

٥) $س^{٢}+٥س-٦$ فإن العامل الآخر هو ----

# الدرس الثانى : تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل

الوحدة الأولى

## الفكرة الأولى

متى يكون المقدار مربع كامل

١- الحد الأول مربع وموجب

٢- الحد الثالث مربع موجب

٣- الحد الأوسط $\pm 2 \times$ الجذر الأول $\times$ الجذر الثالث

### مثال (١) حدد المربع الكامل

(١) $س^2 - 6س + 9$

مربع كامل

الأول مربع وموجب

الثالث مربع موجب

الثانى $= \pm 2 \times \sqrt{س^2} \times \sqrt{9} = 6س$

---

(٢) $م^2 - 6م - 9$

الثالث سالب ليس مربع كامل

---

(٣) $4ع^2 + 12ب + 49ب^2$

الأول والثالث تمام

الأوسط $= \pm 2 \times \sqrt{4ع^2} \times \sqrt{49ب^2}$

$= \pm 2 \times 2ع \times 7ب = \pm 28ب$

ليس مربع كامل

## الفكرة الثانية

ايجاد الحد الناقص فى المربع الكامل

١- الحد الأول $= \frac{(\text{الأوسط})^2}{4 \times \text{الثالث}}$

٢- الحد الثالث $= \frac{(\text{الأوسط})^2}{4 \times \text{الأول}}$

٣- الحد الأوسط $= \pm 2 \times$ الجذر الأول $\times$ الجذر الثالث

### مثال (٢) أوجد الحد الناقص ليصبح مربع كامل

(١) $9س^2 + 4 + \ldots$

الحد الأوسط $= \pm 2 \sqrt{9س^2} \times \sqrt{4}$ .

$= \pm 2 \times 3س \times 2 = \pm 12س$

---

(٢) $1 + 8س + \ldots$

الحد الأول $= \frac{(8س)^2}{4 \times 1} = \frac{64س^2}{4}$

$16س^2$

---

(٣) $س^2 - 6س + \ldots$

الحد الثالث $= \frac{(6س)^2}{4س^2} = \frac{36س^2}{4س^2}$

$= 9$

## مثال (٣) أوجد قيمة ل التى تجعل المقدار مربع كامل

(١) $س^{٢} - ل س + ١$

الحل

الحد الأوسط $= \pm ٢ \sqrt{س^{٢}} \times \sqrt{١}$

$= \pm ٢ \times س \times ١ = \pm ٢ س$

$\therefore ل = ٢$

(٢) $٤ س^{٢} + ل س + ٩$

الحل

الحد الأوسط $= \pm ٢ \times \sqrt{٤ س^{٢}} \times \sqrt{٩}$

$= \pm ٢ \times ٢ س \times ٣ = \pm ١٢ س$

$\therefore ل = ١٢$

## الفكرة الثالثة
## تحليل المقدار الثلاثى المربع كامل

$(\sqrt{\text{الأول}} \pm \sqrt{\text{الثانى}})^{٢}$

إشارة الحد الأوسط

## مثال (٤) تحليلاً تحليلاً كاملاً

(١) $س^{٢} - ٦ س + ٩ = (س - ٣)^{٢}$

(٢) $م^{٢} + ١٠ م + ٢٥ = (م + ٥)^{٢}$

(٣) $ع^{٢} - ٨ ب + ١٦ = (ب - ٤)^{٢}$

(٤) $ص^{٢} - ٢٠ ص + ١٠٠ = (ص - ١٠)^{٢}$

(٥) $٢٥ ن^{٢} - ١٠ ب + ١ = (٥ ب - ١)^{٢}$

(٦) $٣٦ - ٦٠ ل + ٢٥ ل^{٢} =$

(٧) $م^{٢} - ٢ م + ١ =$

(٨) $٩ س^{٢} + ١٢ س + ٤ =$

(٩) $٤ س^{٢} - ٤ س ص + ص^{٢} =$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

١) إذا كان $أ^{٢}+ب^{٢}=١٥$
$أب=٣$ فإن $(أ-ب)^{٢}=$ ....
الحل
$(أ-ب)^{٢}=أ^{٢}-٢أب+ب^{٢}$
$(أ-ب)^{٢}=١٥-٢\times٣$
$=١٥-٦=٩$

---

٢) إذا كان $أ+ب=٧$
فإن $أ^{٢}+٢أب+ب^{٢}=$ ...
الحل
$أ^{٢}+٢أب+ب^{٢}=(أ+ب)^{٢}=٧^{٢}=٤٩$

---

٣) إذا كان $س-ص=٥$
فإن $س^{٢}-٢س ص+ص^{٢}=$ ...
الحل
$س^{٢}-٢س ص+ص^{٢}=(س-ص)^{٢}$
$=٥^{٢}=٥\times٥=٢٥$

---

١) لاحظ $(أ+ب)^{٢}=أ^{٢}+٢أب+ب^{٢}$

٢) $(أ-ب)^{٢}=أ^{٢}-٢أب+ب^{٢}$

## الواجب

١) جد المقدار الثلاثى المربع الكامل
(١) $س^{٢}-١٠س+٢٥$
(٢) $س^{٢}+١٠س+١٠٠$
(٣) $س^{٢}+١٠س-٢٥$

---

٢) أكمل ليكون مربع كامل أوجد قيمة ك
(١) $س^{٢}-ك س+١٦$
(٢) $س^{٢}+ك س+٨١$
(٣) $س^{٢}-٦س+ك$

---

٣) حلل تحليلاً كاملاً.
(١) $س^{٢}-٦س+٩$
(٢) $س^{٢}+٦س+٩$
(٣) $ص^{٢}-١٠ص+٢٥$
(٤) $ص^{٢}-١٢ص+٣٦$
(٥) $٢٥س^{٢}-١٠س+١$

---

٤) إذا كان $أ-ب=٣$
فإن $أ^{٢}-٢أب+ب^{٢}=$ ...

---

٥) إذا كان $س^{٢}+ص^{٢}=١٧$ ، $س ص=٧$
فإن $(س-ص)^{٢}=$ ....


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

الوحدة الأولى

# الدرس الثالث : تحليل الفرق بين مربعين

$س^٢ - ص^٢ = (س + ص)(س - ص)$

## مثال (١) حلل تحليلاً كاملاً

١) $أ^٢ - ٤ = (أ + ب)(أ - ب)$

٢) $س^٢ - ص^٢ = (س - ص)(س + ص)$

٣) $س^٢ - ٩ = (س - ٣)(س + ٣)$

٤) $٢٥ - ص^٢ = (٥ - ص)(٥ + ص)$

٥) $٤س^٢ - ٩ص^٢ = (٢س - ٣ص)(٢س + ٣ص)$

٦) $ص^٢ - ١ = (ص - ١)(ص + ١)$

٧) $ص^٢ - ١٠٠ = (ص - ١٠)(ص + ١٠)$

٨) $٨س^٢ - ٥٠ =$
$٢(٤س^٢ - ٢٥) = ٢(س - ٥)(س + ٥)$

٩) $-٩س^٢ + ٢٥ =$
$٢٥ - ٩س^٢ = (٥ - ٣س)(٥ + ٣س)$

## تدريب (١) حلل

١) $ص^٢ - ٩ =$

٢) $٩ - ٤ب^٢ =$

٣) $٩س^٢ - ٢٥ =$

٤) $٨س^٢ - ٢٠٠ =$

## مثال (٢) أكمل

١) إذا كان $(س - ص) = ٥$
، $(س + ص) = ١٠$ فإن
$س^٢ - ص^٢ =$ ---
الحل
$س^٢ - ص^٢ = (س - ص)(س + ص)$
$٥٠ = ١٠ \times ٥$

---

٢) إذا كان $(أ - ب) = ٣$ ، $(أ + ب) = ٦$
فإن $أ^٢ - ب^٢ =$ ---

"حل إنت"



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

(٣) إذا كان $س^{٤} - ص^{٤} = ١٠$

و $س - ص = ٥$ فإن $س + ص =$

فإن $س + ص =$ ----

$(س - ص)(س + ص) = س^{٤} - ص^{٤}$

$٥ \times (س + ص) = ١٠$

$(س + ص) = \frac{١٠}{٥} = ٢$

---

(٤) تستطيل مساحته $س^{٤} - ص^{٤}$ وحدة مربعة

وطوله $س - ص$ وحدة طول

فإن عرضه = - - - - وحدة طول

---

## الواجب

### حل تحليلياً تماماً

(١) $س^{٤} - ص^{٤} =$

(٢) $م^{٤} - ن^{٤} =$

(٣) $٩ - ص^{٤} =$

(٤) $س^{٤} - ١٨ =$

(٥) $س^{٤} - ١٠٠ =$

(٦) $ص^{٤} - ١٦ =$

(٧) $أ^{١٠} - ب^{٦} =$

### أكمل

(١) إذا كان $س - ص = ٢$ و $س + ص = ٨$

فإن $س^{٤} - ص^{٤} =$ ---

(٢) إذا كان $س^{٤} - ص^{٤} = ٢٠$

و $س - ص = ٥$ فإن $س + ص =$ ---

(٣) إذا كان $(س - ١)(س + ١) = س^{٤} + ٥ - ٤ل$

فإن ل = ---

(٤) إذا كان $س^{٤} - م = (س + ٤)(س - ٤)$

فإن م = ---



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

الوحدة الأولى

# الدرس الرابع : تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهم

$س^3 - ص^3 = (س - ص)(س^2 + س ص + ص^2)$

$س^3 + ص^3 = (س + ص)(س^2 - س ص + ص^2)$

## مثال (١) حلل تحليلاً تاماً

(١) $س^3 - ٨ =$
$(س - ٢)(س^2 + ٢س + ٤)$

(٢) $ص^3 + ١٢٥ =$
$(ص + ٥)(ص^2 - ٥ص + ٢٥)$

(٣) $م^3 - ٢٧ =$
$(\quad)(\quad)$

(٤) $ع^3 + ١٠٠٠ =$
$(\quad)(\quad)$

(٥) $م^3 - ٦٤ =$
$(\quad)(\quad)$

## مثال (٢) أكمل

(١) إذا كان $(س - ص) = ٤$
، $س^2 + س ص + ص^2 = ٦$
فإن $س^3 - ص^3 =$ . . .
$= ٤ \times ٦ = ٢٤$

(٢) إذا كان $م + ب = ١٠$
، $م^2 - م ب + ب^2 = ٤$
فإن $م^3 + ب^3 =$ . . . .

(٣) إذا كان $س^3 - ص^3 = ٣٠$
، $س - ص = ١٠$
فإن $س^2 + س ص + ص^2 =$ . . .
$= \frac{٣٠}{١٠} = ٣$

(٤) $ص^3 + ٦٤ن^3$
$= (م + ٤ن)(م^2 - ٤م ن + ١٦ن^2)$

(٥) $س^3 - ٧٢٩$
$= (س - ٩)(س^2 + ٩س + ٨١)$


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

# الواجب

## حلل تحليلاً كاملاً

١) $س^{٣} - ١٢٥ =$

٢) $ص^{٣} + ١٠٠٠ =$

٣) $أ^{٣} - ١٠٠٠٠ =$
$(أ - ١٠)(أ^{٢} + ١٠أ + ١٠٠)$

٤) $أ^{٦} - ب^{٣} =$

٥) $\frac{١}{٨} أ^{٣} - ٨ب^{٣} =$
$\frac{١}{٨}(أ^{٣} - ٦٤ب^{٣})$
$= \frac{١}{٨}(أ - ٤ب)(أ^{٢} + ٤أب + ١٦ب^{٢})$

٦) $ب^{٣} - ٢٧ =$

٧) $٨هـ^{٣} + ١٢٥ =$

٨) $٨ص^{٣} - ب^{٣} =$

٩) $٦٤أ^{٣} - ٢٧ =$

## أكمل

١٠) إذا كان $(س - ص)$ أحد عوامل المقدار $س^{٣} - ص^{٣}$ فإن العامل الآخر هو ـــــ

١١) إذا كان $أ + ب = ٥$ ، $أ^{٣} - ب^{٣} = ١٠$
فإن $أ^{٢} + أب + ب^{٢} =$ ـــــ

١٢) إذا كان $ل - م = ٨$
$ل^{٢} + لم + م^{٢} = ٤$
فإن $ل^{٣} - م^{٣} =$ ـــــ


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

# الدرس الخامس
# التحليل بالتقسيم

الوحدة الأولى

## تحليل كثيرة حدود مكونة من أربع حدود

### مثال (١) حلل كلا مما يأتى

(١) $٥س + ٥ص + ص س + ص ٤ + ٤س + ٤ص$

الحل

$(٥س + ص س + ص ٤) + (٥ص + ٤س + ٤ص)$

$س(٥ + ص + ٤) + ص(٥ + ص + ٤)$

$(س + ص)(٥ + ص + ٤)$

---

(٢) $أ س + ب ص + ب س + أ ص$

الحل

$(أ س + ب س) + (ب ص + أ ص)$

$س(أ + ب) + ص(ب + أ)$

$(أ + ب)(س + ص)$

---

(٣) $س ص + ٥ ص + ٧ س + ٣٥$

الحل

$(س ص + ٥ ص) + (٧ س + ٣٥)$

$ص(س + ٥) + ٧(س + ٥)$

$(س + ٥)(ص + ٧)$

---

(٤) $أ ب س^٣ + ب س^٢ - أ س - ١$

الحل

$(أ ب س^٣ - أ س) + (ب س^٢ - ١)$

$أ س(ب س^٢ - ١) + (ب س^٢ - ١)$

$(ب س^٢ - ١)(أ س + ١)$

---

(٥) $س^٤ - ٢ س^٢ ص^٢ + ص^٤ - أ^٢$

الحل

لاحظ أول ٣ حدود ثلاثى مربع كامل

$(س^٤ - ٢ س^٢ ص^٢ + ص^٤) - أ^٢$

$(س^٢ - ص^٢)^٢ - أ^٢$

فرق بين مربعين

$[س^٢ - ص^٢ - أ][س^٢ - ص^٢ + أ]$

---

(٦) $٤ س^٤ - ٢٥ + ٤ س ص^٢ + ص^٤$

الحل

$-٢٥ - [٤ س^٤ + ٤ س ص^٢ + ص^٤]$

$-٢٥ - (٢ س^٢ + ص^٢)^٢$

$[٥ - ص^٢ - ٢ س^٢][٥ + ص^٢ + ٢ س^٢]$

# الواجب

## حلل

١) $س ص^{٣} + ص^{٣} + ٧ س ص + ٣٥$

٢) $أ س^{٢} + ب س + أ ص^{٢} + ب ص$

٣) $٣ س^{٢} + ٤ ص^{٣} + ٤ ص^{٢} + ٣ س^{٢}$

٤) $٥ ل^{٢} - ١٠٠ م^{٢} - ٢ ل + ٢ م$

٥) $م^{٢} - ع^{٢} + ٢ م + ٢ ب$

## أكمل

١) إذا كان $س^{٣} + ٥ س^{٢} + ٣ ص^{٢} + ص ب$

$= ٣٥$

وكان $أ + ب = ٥$ فإن $س + ص = ...$

٢) إذا كان $أ + ب = ٥$ ، $ص + ع = ٤$

فإن $أ ج + أ د + ب ج + ب د = ...$

٣) $٣ م^{٢} - ٢ م ن + ن^{٢} = (٣ م - ن)(... - ...)$

٤) إذا كان $٣ ص - ع = ٦$

، $س (٣ ص - ع) + ل (٣ ص - ع) = ٢٤$

فإن $س + ل = ...$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

# الدرس السادس
# التحليل باكمال المربع

الوحدة الأولى

## حلل تحليلاً تاماً

(١) $س^٤ + ٤ ص^٤$

الحل

لاحظ انه هذا شكل مجموع مربعين وهو ليس له تحليل

لذلك هنضيف الحد الأوسط الذى يجعله ثلاثى مربع كامل $\pm$ $٢ س^٢ \times ٢ ص^٢$

$= \pm ٤ س^٢ ص^٢ = ٤ س^٢ ص^٢$

هى لبعض موجب وفى الآخر سالب

$س^٤ + ٤ س^٢ ص^٢ + ٤ ص^٤ - ٤ س^٢ ص^٢$

$(س^٢ + ٢ ص^٢)^٢ - (٢ س ص)^٢$

$= [س^٢ + ٢ ص^٢ + ٢ س ص][س^٢ + ٢ ص^٢ - ٢ س ص]$

$= (س^٢ + ٢ س ص + ٢ ص^٢)(س^٢ - ٢ س ص + ٢ ص^٢)$

---

على فكرة هطلعلك تجيب معادلة واحدة

الحد الأوسط $= \pm$ ؟ $س^٢ ص^٢$

$(س^٢ + ٢ س ص + ٢ ص^٢)(س^٢ - ٢ س ص + ٢ ص^٢)$

---

(٢) تعرف تحل دى معادلة خطوة واحدة.

$٨١ س^٤ + ٤ ب^٤$

الحل

الحد الأوسط $= \pm ٢ \times ٩ س^٢ \times ٢ ب^٢$

$= \pm ٣٦ س^٢ ب^٢$

$(٩ س^٢ + ٦ س ب + ٢ ب^٢)(٩ س^٢ - ٦ س ب + ٢ ب^٢)$

---

(٣) تعرف تحل دى معادلة خطوة واحدة ؟؟؟

$س^٤ + ٦٤$

الحل

الحد الأوسط $= \pm ٢ \times س^٢ \times ٨$

$= \pm ١٦ س^٢$

$(س^٢ + ٤ س + ٨)(س^٢ - ٤ س + ٨)$

---

(٤) تعرف تحل دى معادلة خطوة واحدة ؟؟؟

تدريب

$٦٤ م^٤ + ن^٤$

الحل



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

## النوع الثانى

يحتاج مساعدة على شكل مربع كامل.

---

⑤ حل

$س^٤ + ٩ س^٢ + ١٨$

الحل

الحد الأوسط $= \pm ٢ \times ٣ س^٢ \times \sqrt{١٨}$

$= \pm ٢ \times ٣ س^٢ \times ٣$

$= \pm ١٨ س^٢$

$س^٤ + ١٨ س^٢ + ١٨ \quad + ٩ س^٢ - ١٨ س^٢$

$(س^٤ + ١٨ س^٢ + ١٨) - ٩ س^٢$

$(س^٢ + ٩)^٢ - (٣س)^٢$

$(س^٢ + ٩ - ٣س)(س^٢ + ٩ + ٣س)$

$(س^٢ - ٣س + ٩)(س^٢ + ٣س + ٩)$

## الواجب

### حلل

① $س^٤ + ٤ ص^٤$

② $٤ ص^٤ + ٤ ع^٤$

③ $٤ ص^٤ + ١$

④ $س^٤ + ٤ ٦$

⑤ $١٦ س^٤ - ٨١ \quad س^٤ ص^٤ + ٩ ص^٤$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

# ملخص كل قواعد التحليل

| مقدار مكون من حدين | مقدار مكون من ٣ حدود | مقدار مكون من ٤ حدود |
|---|---|---|
| **فرق بين مربعين** | **مقدار ثلاثي بسيط** | مفيش نيره |
| * $س^2 - ص^2 = (س - ص)(س + ص)$ | * $س^2 + 5س + 6 = (س + 3)(س + 2)$ | **التحليل بالتقسيم** |
| **فرق بين مكعبين** | **مقدار ثلاثي غير بسيط** | * $أ س + ب س + أ ص + ب ص$ |
| * $س^3 - ص^3 = (س - ص)(س^2 + س ص + ص^2)$ | * $2أ^2 + 7أ + 3$ (٣) | $(أ س + ب س) + (أ ص + ب ص)$ |
| **مجموع مكعبين** | $2أ^2 + 6أ + أ + 3$ | $س(أ + ب) + ص(أ + ب)$ |
| * $س^3 + ص^3 = (س + ص)(س^2 - س ص + ص^2)$ | $2أ(أ + 3) + 1(أ + 3)$ | $(أ + ب)(س + ص)$ |
| **إكمال المربع** | $(أ + 3)(2أ + 1)$ | |
| * $س^4 + 4ص^4$ $\pm 2 \times س^2 \times 2ص^2 = 4س^2ص^2$ | **مقدار ثلاثي مربع كامل** | |
| $(س^2 + 2ص^2 + 2س ص)(س^2 + 2ص^2 - 2س ص)$ | * $س^2 - 6س + 9 = (س - 3)^2$ | |
| مجال | مجال | مجال |
| $س^2 - 9$ | $س^2 - 7س + 10$ | $س ص + 5ص + 7س + 35$ |
| $ص^3 - 27$ | $2ص^2 + 5ص + 3$ | |
| $أ^3 + 125$ | $س^2 + 10س + 25$ | |
| $4ص^2 + 1$ | | |



الدراسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

الوحدة الأولى

# الدرس السابع: حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبرياً

## خطوات حل المعادلة

١) اجعل الحدود كلها فى طرف واحد
٢) رتب حسب أس س التنازلى
٣) خذ العامل المشترك إذا وجد
٤) حلل زى ما تعودنا
٥) واطلع مجموعة الحل

## مثال (١) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية فى ح

(١) $س^{٢} - ٥س + ٦ = ٠$

الحل

$(س - ٣)(س - ٢) = ٠$

إما $س - ٣ = ٠$ أو $س - ٢ = ٠$

ومنها $س = ٣$ ومنها $س = ٢$

$\therefore$ م ح $= \{٢، ٣\}$

---

(٢) $س^{٢} - ٧س + ١٢ = ٠$

الحل

(١) $س^{٢} - ٩ = ٠$

الحل

$(س + ٣)(س - ٣) = ٠$

إما $س + ٣ = ٠$ أو $س - ٣ = ٠$

$\therefore س = -٣$ $س = ٣$

$\therefore$ م ح $= \{\pm ٣\}$

---

(٢) $س^{٢} + ٢٥ = ٠$

الحل

نلاحظ أنه مجموع مربعين فلا يمكن تحليل

لذلك م ح $= \emptyset$

عارف ليه

$س^{٢} = -٢٥$ $س = \sqrt{-٢٥}$ مرفوض

$\therefore$ م ح $= \emptyset$

---

(٣) $س^{٣} - ٢٧ = ٠$

الحل

$س^{٣} = ٢٧$ بأخذ $\sqrt[٣]{}$

$\therefore س = \sqrt[٣]{٢٧} = ٣$

$\therefore$ م ح $= ٣$

(١) $س^٢ + ٢٥ = ١٠س$

الحل

$س^٢ + ٢٥ - ١٠س = ٠$

$س^٢ - ١٠س + ٢٥ = ٠$

$(س - ٥)^٢ = ٠$

$\therefore س - ٥ = ٠$

$\therefore س = ٥$

$م.ح = \{٥\}$

---

(٢) $س^٢ - ٦س = ٠$

الحل

$س(س - ٦) = ٠$

إما $س = ٠$ أو $س - ٦ = ٠$

ومنها $س = ٦$

$\therefore م.ح = \{٦، ٠\}$

---

(٣) $س^٢ + ٧س = ٠$

الحل

$س(س + ٧) = ٠$

إما $س = ٠$ أو $س + ٧ = ٠$

ومنها $س = -٧$

$\therefore م.ح = \{-٧، ٠\}$

---

(٤) $س^٤ - ٥س^٢ + ٤ = ٠$

الحل

$(س^٢ - ١)(س^٢ - ٤) = ٠$

| | |
|---|---|
| $س^٢ - ١ = ٠$ | $س^٢ - ٤ = ٠$ |
| $س^٢ = ١$ | $س^٢ = ٤$ |
| $س = \pm ١$ | $س = \pm ٢$ |

$\therefore م.ح = \{\pm ١، \pm ٢\}$

---

(٥) $س + \frac{٦}{س} = ٥$ $س \neq ٠$

الحل

بالضرب × $س$

$س^٢ + ٦ = ٥س$

$س^٢ - ٥س + ٦ = ٠$

$(س - ٣)(س - ٢) = ٠$

| | |
|---|---|
| $س - ٣ = ٠$ | $س - ٢ = ٠$ |
| $س = ٣$ | $س = ٢$ |

$\therefore م.ح = \{٢، ٣\}$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

منذ ⟵ العمر الآن ⟶ بعد

س-١ ⟵ س ⟶ س+

---

(٦) إذا كان عمر أدهم الآن س سنة

فإن عمره منذ ٣ سنوات ⟵ س-٣

وعمره بعد ٥ سنوات ⟶ س+٥

---

(٧) إذا كان عمر منة الآن ص سنة

فإن عمرها منذ سنة ---

وعمرها بعد سنة ---

---

(٨) إذا كان عمر ندى بعد ٣ سنوات س

س-٣

فإن عمرها الآن ---

س-٣-٢

وعمرها منذ سنتان ---

س-٥

---

(٩) إذا كان مجموع عمر أدهم ووالدة الآن

٥٠ سنة فإن مجموع عمريهما

بعد ١٠ سنوات يصبح ---

٥٠+٢٠

ع=٧٠

---

(١٠) إذا كان مجموع عمر ندى ومنة الآن

١٢ سنة فإن مجموع عمريهما

بعد ٤ سنوات يصبح ---

العدد س

ضعفه ٢س ⟵ نصفه $\frac{1}{2}$س

مربعه س٢

ثلاثة امثاله ٣س

مقلوبه الجمعى -س

مقلوبه الضربى $\frac{1}{س}$

---

**مثال (١)**

عددان صحيحان موجبان أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار ٣ وحاصل ضربهما ١٨ أوجد العددين

**الحل**

نفرض أن العددان هما س ، س+٣

∴ س(س+٣) = ١٨

س٢ + ٣س = ١٨

س٢ + ٣س - ١٨ = ٠

(س + ٦)(س - ٣) = ٠

س + ٦ = ٠ ⟵ س - ٣ = ٠

س = -٦ ⟵ س = ٣

مرفوض ∴ س = ٣

∴ العددان هما س ، س+٣

٣ ، ٦

مثال (٢)

(١) عدد حقيقى موجب إذا اضيف اليه مربعه كانت النتيجة ١٢ فما هو

الحل

نفرض أن العدد هو س  مربعه س٢

س٢ + س = ١٢

س٢ + س - ١٢ = ٠

(س + ٤)(س - ٣) = ٠

إما س + ٤ = ٠  أو س - ٣ = ٠

ومنها س = -٤  س = ٣

مرفوض

∴ العدد هو ٣

(٢) ما العدد الحقيقى الموجب الذى يزيد على مقلوبه الضربى بمقدار $\frac{5}{6}$ ؟

الحل

العدد هو س  مقلوبه الضربى $\frac{1}{س}$

(العدد - مقلوبه الضربى) = $\frac{5}{6}$

س - $\frac{1}{س}$ = $\frac{5}{6}$

س - $\frac{1}{س}$ - $\frac{5}{6}$ = ٠  × ٦س

٦س٢ - ٦ - ٥س = ٠

٦س٢ - ٥س - ٦ = ٠

س٢ - $\frac{5}{6}$س - ١ = ٠

(س - $\frac{9}{6}$)(س + $\frac{4}{6}$) = ٠

(س - $\frac{3}{2}$)(س + $\frac{2}{3}$) = ٠

س = $\frac{3}{2}$  س = -$\frac{2}{3}$ مرفوض

∴ العدد هو $\frac{3}{2}$

(٣) مستطيل يزيد طوله على عرضه بمقدار ٤ ومساحته ٤٥ سم٢ أوجد محيطه

الحل

بفرض العرض س ، الطول س + ٤

س(س + ٤) = ٤٥

س٢ + ٤س - ٤٥ = ٠

(س + ٩)(س - ٥) = ٠

س + ٩ = ٠  س - ٥ = ٠

س = -٩  س = ٥

مرفوض لانه سالب

∴ الطول $\sqrt{9}$ سم والعرض هو $\sqrt{5}$ سم

محيط المستطيل = ٢ × (الطول + العرض)

= ٢ × (٩ + ٥) = ٢٨ سم



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

(٤) إذا كانت قياسات زوايا مثلث هى
$(س^{٢}+٦١)^{\circ}$ ، $(١١٠-١١س)^{\circ}$ ، $(٩٠-٧س)^{\circ}$
فأوجد قيمة س ثم أوجد قياسات الزوايا

الحل

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث = $١٨٠^{\circ}$

$س^{٢}+٦١+١١٠-١١س+٩٠-٧س=١٨٠$

$س^{٢}-١٨س+٦١+١١٠+٩٠-١٨٠=٠$

$س^{٢}-١٨س+٨١=٠$

$(س-٩)^{٢}=٠$

∴ $\boxed{س=٩}$

قياسات زوايا المثلث = $٨١+٦١=١٤٢$

$١١٠-١١\times٩=١١$

$٩٠-٧\times٩=٢٧$

$١٨٠$

## الواجب

أوجد مجموعة الحل فى ح

(١) $س^{٢}-٨س+١٥=٠$

(٢) $س^{٢}-س-١٢=٠$

(٣) $س^{٢}=٤س$

(٤) $س^{٢}-٩=٠$

(٥) $س^{٢}+١٦=٠$

(٦) $(س-١)(س-٥)=٠$

(٧) $س^{٢}=٥$

(٨) $س^{٢}-١٠٠=٠$

(٩) $س^{٣}-٦٤=٠$

(١٠) $س^{٢}-س-٦=٠$

(١١) $س^{٢}-٧س-٣٠=٠$

---

(١٢) ما العدد الحقيقى الموجب الذى إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ١٢ ؟

---

(١٣) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ومساحته ٢١ سم$^{٢}$
أوجد محيطه

---

(١٤) ما العدد الحقيقى الموجب الذى إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج ٢٨ ؟

---


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

# الدرس الأول : القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

الوحدة الثانية

تذكرانه

١) $(\frac{٣}{٢})^{٢} = \frac{٣ \times ٣}{٢ \times ٢} = \frac{٩}{٤}$

٢) $(\frac{-٣}{٥})^{٢} = \frac{-٣ \times -٣}{٥ \times ٥} = \frac{٩}{٢٥}$

٣) $(\frac{-٣}{٥})^{٣} = \frac{-٣ \times -٣ \times -٣}{٥ \times ٥ \times ٥} = \frac{-٢٧}{١٢٥}$

٤) $(-أ)^{ن}$ لاحظ أنه
- $أ^{ن}$ إذا كان $ن$ عدد زوجى
- $-أ^{ن}$ إذا كان $ن$ عدد فردى

٥) الأسس الزوجية يلغى السالب

٦) $(-٥٧)^{٤} = (٥٧)^{٤} = ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥$

$= ٥^{٨}$

٧) $(-٥٧)^{٥} = -(٥٧)^{٥} = -٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥$

$= -٥^{٧}$

تذكرانه

١) $(\frac{٥}{٣})^{-٢} = (\frac{٣}{٥})^{٢} = \frac{٩}{٢٥}$

٢) $(\frac{٤}{٧})^{-١} = (\frac{٧}{٤})^{١} = \frac{٧}{٤}$

٣) $(\frac{٢}{٣})^{-٤} = (\frac{٣}{٢})^{٤} = \frac{٨١}{١٦}$

٤) $٥^{-٢} = \frac{١}{٥^{٢}} = \frac{١}{٢٥}$

٥) $٣^{-٢} = \frac{١}{٣^{٢}} = \frac{١}{٩}$

٦) لاحظ أن العددين $أ^{ن}$ ، $أ^{-ن}$ كل منهما معكوس ضربى للآخر.

٧) فمثلاً $أ^{٥}$ معكوس الضربى $أ^{-٥}$

٨) $(\frac{١}{٢})^{-٢} = (\frac{٢}{١})^{٢} = ٤$

٩) $(\frac{١}{٢٧})^{-٢} = \frac{(٢٧)^{٢}}{١} = ٢٧^{٢} = ٧٢٩$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

## قاعدة هامة جداً [١]

### إذا تساوت المقادير تساوت الأسس

**مثال (١) أوجد قيمة س**

(١) $٢^{س} = ٨$

الحل

$٢^{س} = ٢^{٣}$ ∴ س = ٣

---

(٢) $٥^{س} = ١٢٥$

الحل

$٥^{س} = ٥^{٣}$ ∴ س = ٣

---

(٣) $٧^{س-٣} = ٤٩$

الحل

$٧^{س-٣} = ٧^{٢}$

∴ س − ٣ = ٢

س = ٢ + ٣ ∴ س = ٥

---

(٤) $٣^{س-١} = ٩$

الحل

جدول الأسس

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $٢^{٢} = ٤$ | $٢^{٣} = ٨$ | $٢^{٤} = ١٦$ | $٢^{٥} = ٣٢$ | $٢^{٦} = ٦٤$ |
| $٣^{٢} = ٩$ | $٣^{٣} = ٢٧$ | $٣^{٤} = ٨١$ | $٣^{٥} = ٢٤٣$ | |
| $٤^{٢} = ١٦$ | $٤^{٣} = ٦٤$ | $٤^{٤} = ٢٥٦$ | | |
| $٥^{٢} = ٢٥$ | $٥^{٣} = ١٢٥$ | $٥^{٤} = ٦٢٥$ | | |
| $٧^{٢} = ٤٩$ | $٧^{٣} = ٣٤٣$ | | | |
| $٨^{٢} = ٦٤$ | $٨^{٣} = ٥١٢$ | | | |
| $٩^{٢} = ٨١$ | $٩^{٣} = ٧٢٩$ | | | |
| $١٠^{٢} = ١٠٠$ | $١٠^{٣} = ١٠٠٠$ | | | |

---

(٥) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \frac{٨١}{١٦}$

الحل

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٤}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٤}$ ∴ س = −٤

---

(٦) $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س} = \frac{١٢٥}{٢٧}$

الحل

$\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س} = \left(\frac{٥}{٣}\right)^{٣}$

$\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{-٣}$ ∴ س = −٣

(٧) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س-٤} = \frac{١}{٤}$ ؟

الحل

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س-٤} = \frac{٩}{٤}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س-٤} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س-٤} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢}$

$س-٤ = -٢$ $\quad$ $س = -٢+٤$

$\therefore س = ٢$

---

(٨) $٣^{س-٢} = \frac{١}{٩}$

الحل

$٣^{س-٢} = \left(\frac{١}{٣}\right)^{٢}$

$٣^{س-٢} = ٣^{-٢}$

$\therefore س-٢ = -٢$ $\quad\therefore س = -٢+٢$

$\therefore س = ٠$

---

(٩) إذا كان $٣^{س} \times ٣^{-س} = ٠,٥$

فأوجد قيمة س

الحل

$٣^{س} \times \frac{١}{٣^{س}} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{١}$

$\therefore س = ١$

لأنه $٠,٥ = \frac{١}{٢}$

---

## قاعدة هامة (٢)

إذا تساوى أساسا قوتين متساويتين فى الأسس بشروط

---

**أولاً** الأسس فردى ∴ الأساسات متساوية

$س^{٣} = ٥^{٣}$ $\quad\therefore س = ٥$

$س^{٥} = ٢^{٥}$ $\quad\therefore س = ٢$

---

**ثانياً** الأسس زوجى بشرط ±

$س^{٢} = ٤$

$س^{٢} = ٢^{٢}$ $\quad\therefore س = \pm ٢$

$س^{٤} = ٨١$

$س^{٤} = ٣^{٤}$ $\quad س = \pm ٣$

---

**ثالثاً** الأساسات يستحيل تكون متساوية

لو كانا أعداد مختلفة

بشرط الأس = صفر

$س^{٥} = ٧^{س}$

$\therefore س = ٠$

$٣^{س-١} = ٤^{س-١}$

$\therefore س-١ = ٠$

$\therefore س = ١$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

ملحوظة

$م_{صفر} = ١$ حيث $م \in ح - \{٠\}$

أى عدد أساسه صفر = ١

---

(١) $٣^{س} = ١$

$\therefore$ س = ٠

---

(٢) $٥^{س-٢} = ١$

$\therefore$ س - ٢ = ٠

$\therefore$ س = ٢

---

أكمل

(٣) إذا كان $(\frac{٢}{٣})^{س} = \frac{٩}{٤}$ فإن س = ---

الحل

$(\frac{٢}{٣})^{س} = (\frac{٣}{٢})^{٢} = (\frac{٢}{٣})^{-٢}$

$\therefore$ س = -٢

---

(٤) إذا كان $٣^{س-٥} = ٧^{س-٥}$ فإن س = ---

الحل

س - ٥ = ٠ $\therefore$ س = ٥

## الواجب

أوجد قيمة س

(١) $٣^{٢س-١} = ٢٧$

(٢) $٣^{س-١} = ٨١$

(٣) $(\frac{٢}{٣})^{س-٤} = ٢\frac{١}{٤}$

(٤) $(\frac{٢}{٥})^{س-١} = (\frac{٨}{١٢٥})$

(٥) $٧^{س-٣} = ١$

(٦) $س^{٣} = ١٢٥$

(٧) $س^{٤} = ١٦$

---

أكمل

(٨) $٣^{-١} = ---$

(٩) $(\frac{٥}{٢})^{-٣} = ---$

(١٠) $\frac{١}{٢^{-٣}} = ---$

(١١) $(١٠)^{-١} = ---$

# الدرس الثانى : قوانين القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

الوحدة الثانية

(١) $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$

فى حالة الضرب تجمع أسس الرموز المتشابهة

$٣^{٢} \times ٣^{٣} = ٣^{٥}$

$٣^{س} \times ٣^{ص+١} = ٣^{س+ص+١}$

(٢) $أ^{م} \div أ^{ن} = أ^{م-ن}$

فى حالة القسمة تطرح أسس الرموز المتشابهة

$٣^{٥} \div ٣^{٢} = ٣^{٥-٢} = ٣^{٣}$

$٣^{س} \div ٣ = ٣^{س-١}$

(٣) $(أ ب)^{ن} = أ^{ن} ب^{ن}$

يوزع الأس على الضرب

$(٢س \times ٣ص)^{٥} = ٢^{٥} س^{٥} \times ٣^{٥} ص^{٥}$

$٢س \times ٣س = (٣ \times ٢)^{س} = ٦^{س}$

(٤) $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{س} = \frac{أ^{س}}{ب^{س}}$

يوزع الأس على القسمة

$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٣} = \frac{أ^{٣}}{ب^{٣}}$

$\frac{٢^{١٠} س}{٥^{س}} = \left(\frac{١٠}{٥}\right)^{س} = ٢^{س}$

(٥) $(أ^{م})^{ن} = أ^{م \times ن}$

الأس المرفوع لأس نضرب الأسس.

$(٥^{٢})^{٣} = ٥^{٣ \times ٢} = ٥^{٦}$

## النوع الأول من المسائل

(٦) ضعف العدد $٢^{١٠}$ هو ---

$٢^{١٠} \times ٢ = ٢^{١١}$

(٧) خمسة امثال العدد $٣^{٦}$ هو ---

$٣^{٦} \times ٣ = ٣^{٧}$

(٨) خمسة امثال العدد $٥^{٢٠}$ هو ---

$٥^{٢٠} \times ٥ = ٥^{٢١}$

(٩) نصف العدد $٢^{١٠}$ هو ---

$\frac{٢^{١٠}}{٢} = ٢^{٩}$

(١٠) ثلث العدد $٣^{٩}$ هو ---

$\frac{٣^{٩}}{٣} = ٣^{٨}$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

(١١) ربع العدد $٢^{١٠}$ هو ---

$$\frac{٢^{١٠}}{٤} = \frac{٢^{١٠}}{٢^{٢}} = ٢^{٨}$$

## النوع الثانى من المسائل

(١) إذا كان $٢^{س} = ٣$ فإن $٤^{س} =$ ---

الناتج ٩

لأن ٤ تربيع ٢ يبقى ٩ تربيع ٣

(٢) $٥^{س} = ٧$ فإن $٢٥^{س} =$ ---

٤٩ ضربنا ٧

(٣) $٢^{س} = ٥$ فإن $٨^{س} = ١٢٥$

صح تكعيب ٥

(٤) إذا كان $٢^{س} = ٥$ فإن $٢^{س+١} =$ ---

لأن الأس المجهول جزء من مقدار

$٢^{س+١} = ٢^{س} \times ٢^{١} = ٥ \times ٢ = ١٠$

(٥) إذا كان $٣^{س} = ٢$ فإن $٣^{س+٢} =$ ---

$٣^{س+٢} = ٣^{س} \times ٣^{٢} = ٢ \times ٩ = ١٨$

(٦) إذا كان $٥^{س} = ١٠$ فإن $٥^{س-١} =$ ---

$٥^{س-١} = ٥^{س} \div ٥^{١} = ١٠ \div ٥ = ٢$

(٧) إذا كان $٣^{س} = ٢$ ، $٢^{س} = ٥$

فإن $٦^{س} =$ ---

$٦^{س} = (٢ \times ٣)^{س} = ٢^{س} \times ٣^{س}$

$= ٥ \times ٢ = ١٠$

---

**لاحظ** $٣^{ن} + ٣^{ن} + ٣^{ن} =$ ---

الحل

$٣^{ن} + ٣^{ن} + ٣^{ن} = ٣^{ن}[١+١+١]$

$= ٣^{ن} \times ٣ = ٣^{ن+١}$

---

$٤^{٥} + ٤^{٥} + ٤^{٥} + ٤^{٥} = ٤^{٥}(١+١+١+١)$

$= ٤^{٥} \times ٤ = ٤^{٦}$ وهكذا

## النوع الثالث من المسائل

**اختصر**

(١) $\frac{٣^{٥} \times ٣^{٤}}{٣^{٧}}$

الحل

الأس اللى فوق بنفس الإشارة واللى تحت بعكس الإشارة

$٣^{٥+٤-٧} = ٣^{٩-٧} = ٣^{٢} = ٩$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

٢) $\frac{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{٨}}{(\sqrt{٣})^{٦}}$

الحل

$= (\sqrt{٣})^{٧+٨-٦} = (\sqrt{٣})^{٩}$

$= (\sqrt{٣})^{٨} \times \sqrt{٣}$

$= ٣^{٤} \times \sqrt{٣}$

$= ٨١\sqrt{٣}$

---

٣) $\frac{(\sqrt{٣})^{-٥} \times (\sqrt{٣})^{٤}}{(\sqrt{٣})^{-١}}$

الحل

$= (\sqrt{٣})^{-٥+٤+١} = (\sqrt{٣})^{٠} = ١$

---

٤) $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{س-٢}}{٦^{٢س+٢}}$

ثم اوجد الناتج عندما س = ١

الحل

$= \frac{(٢^{٢})^{س+١} \times (٣^{٢})^{س-٢}}{(٢ \times ٣)^{٢س+٢}}$

$= \frac{٢^{٢س+٢} \times ٣^{٢س-٤}}{٢^{٢س+٢} \times ٣^{٢س+٢}}$

$= \frac{٣^{٢س-٤}}{٣^{٢س+٢}}$

$= ٣^{٢س-٤-٢س-٢}$

$= ٣^{-٦}$

عندما س = ١

$= ٣^{-٦} = \frac{١}{٣^{٦}} = \frac{١}{٩}$

---

٥) إذا كان $\frac{٤^{س+١} \times ٢٥^{س}}{١٠^{٢س}} = ٥^{ن}$

فأوجد قيمة ن

الحل

$\frac{(٢^{٢})^{س+١} \times (٥^{٢})^{س}}{(٢ \times ٥)^{٢س}} = \frac{٢^{٢س+٢} \times ٥^{٢س}}{٢^{٢س} \times ٥^{٢س}}$

$= \frac{٢^{٢س+٢}}{٥^{٢س}}$

$= ٥^{٢س+٢-٢س}$

$= ٥^{٢} = ٥^{ن}$

$\therefore ن = ٢$

---

٦) إذا كان س = $٥\sqrt{٦} - ٥\sqrt{٦}$

ص = $٥\sqrt{٦} + ٥\sqrt{٦}$

فأوجد قيمة $س^{١٠} ص^{١٠}$

الحل

$س^{١٠} ص^{١٠} = (س ص)^{١٠} = (٦ - ٥)^{١٠}$

$= (١)^{١٠} = ١$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

## الواجب

### أكمل

(١) خمسة العدد $٢^{٥}$ هو ---

(٢) نصف العدد $٢^{١٠}$ هو ---

(٣) ربع العدد $٤^{٢٠}$ هو ---

(٤) ربع العدد $٢^{٨}$ هو ---

(٥) $٢^{٣} + ٢^{٣} = ٢^{\cdots}$

(٦) $٣^{٥} + ٣^{٥} + ٣^{٥} = ٣^{\cdots}$

(٧) إذا كان $٢^{س} = ٥$ فإن $٤^{س} =$ ---

(٨) إذا كان $٣^{س} = ٢$ فإن $٩^{س} =$ ---

(٩) إذا كان $٣^{س} = ٦$ فإن $٣^{س-١} =$ ---

(١٠) إذا كان $٥^{س} = ١٠$ فإن $٥^{س-١} =$ ---

(١١) إذا كان $٢^{س} = ٥$ فإن $٢^{س+١} =$ ---

(١٢) إذا كان $٢^{س} = ٥$ ، $٢^{ص} = ٦$
فإن $٢^{س+ص} =$ ---

(١٣) $(٣٧)^{٥} \times (٣٧)^{-٥} =$ ---

(١٤) إذا كان $٣^{س+١} = ٦$ فإن س = ---

## اختر الإجابة الصحيحة

(١٥) $\frac{٩^{س} \times ٢٥^{س}}{(١٥)^{٢س}}$

(١٦) $\frac{(٣٧)^{-٢} \times (٣٧)^{٧}}{(٣٧)^{٣}}$

(١٧) $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{٢-س}}{٦^{٢س}}$ ثم أوجد القيمة العددية عندما س = ١


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

# الدرس الثالث : العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة

الوحدة الثانية

أمثلة

① إذا كان $أ = \sqrt{٣}$ ، $ب = \sqrt{٢}$

فأوجد قيمة $\frac{ب^{٤} - أ^{٤}}{ب^{٢} + أ^{٢}}$

الحل

نحلل البسط فرق بين مربعين

$$\frac{(ب^{٢} - أ^{٢})(ب^{٢} + أ^{٢})}{(ب^{٢} + أ^{٢})}$$

$$= ب^{٢} - أ^{٢} = (\sqrt{٢})^{٢} - (\sqrt{٣})^{٢}$$

$$= ٢ - ٣ = -١$$

---

② إذا كان $س = ٣$ ، $ص = \sqrt{٢}$

فأوجد فى أبسط صورة

① $س^{٢} ص^{٢}$ ② $(\frac{س}{ص})^{-٣}$

الحل

$$س^{٢} ص^{٢} = (٣)^{٢} \times (\sqrt{٢})^{٢}$$

$$= ٩ \times ٢ = ١٨$$

$$(\frac{س}{ص})^{-٣} = (\frac{ص}{س})^{٣} = (\frac{\sqrt{٢}}{٣})^{٣}$$

$$= \frac{\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٢}}{٣ \times ٣ \times ٣} = \frac{٢\sqrt{٢}}{٢٧}$$

---

③ إذا كان $أ = \sqrt{٣}$ ، $ب = \sqrt{٥}$

فأوجد قيمة $\frac{أ^{٤}}{ب^{٢}}$

الحل

$$\frac{أ^{٤}}{ب^{٢}} = \frac{(\sqrt{٣})^{٤}}{(\sqrt{٥})^{٢}} = \frac{٩}{٥}$$

---

④ إذا كان $أ = \sqrt{٣}$ ، $ب = \sqrt{٢}$

فأوجد قيمة $أ^{٢} ب^{٤}$

الحل

$$أ^{٢} ب^{٤} = (\sqrt{٣})^{٢} \times (\sqrt{٢})^{٤}$$

$$= ٣ \times ٢^{٢} = ٣ \times ٤ = ١٢$$

---

⑤ إذا كان $س + \frac{١}{س} = \sqrt{٣}$

فأوجد $س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}} = ---$

الحل

بتربيع الطرفين فى الأعلى $(س + \frac{١}{س})^{٢} = (\sqrt{٣})^{٢}$

$$س^{٢} + ٢ + \frac{١}{س^{٢}} = ٣$$

$$س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}} = ٣ - ٢$$

$$\therefore س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}} = ١$$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

## الواجب

### أكمل

(١) إذا كان $س = ٣^{-٢}$ ، $ص = ٢^{-٣}$

فإن $س^{-٢} - ص^{-٣} =$ ----

(٢) $\left(\frac{٣^{-٢}}{٢^{-٢}}\right)^{-٢} =$ ----

(٣) $٢^{-٣} \times (٢^{-٢})^{٣} =$ ---

(٤) إذا كان $أ = ٣^{-٢}$ ، $ب = ٥^{-٢}$ فإن

* $أ^{-٢} ب^{٤} =$ ---

* $\frac{ب^{٤}}{أ^{٤}} =$ ----

(٥) $(٣^{-٢} - ٢^{-٢})^{٥} \times (٣^{-٢} + ٢^{-٢})^{٥} =$ ---

---

### أخرج

(١) $\frac{(٢^{-٣})^{٩} \times (٣^{-٤})^{-٤}}{٣^{-٢} \times (٢^{-٣})^{٥}}$

(٢) $\frac{(٢^{-٣})^{٣} \times (٢^{-٢})^{-٧}}{(٢^{-٣})^{-٤}}$

(٣) اوجد قيمة $ن$ إذا كان

$$٤ = \frac{٨^{ن} \times ٩^{ن}}{١٨^{ن}}$$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

الوحدة الثانية

# الدرس الثانى
# الاحتمال

١) التجربة العشوائية :
هى تجربة نستطيع تحديد جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها دون التأكد من الذى سيتحقق فعلاً.

٢) فضاء العينة "ف"
هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية.

٣) الحدث
هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

٤) احتمال وقوع الحدث A
$$ل(A) = \frac{ن(A)}{ن(ف)} = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$$

## ملاحظات هامة

١) احتمال الحدث المؤكد = ١

٢) احتمال الحدث المستحيل = ٠

٣) احتمال الحدث الممكن أكبر من الصفر وأصغر من ١

٤) فى العملة المتزنة احتمال ظهور صورة
$= \frac{١}{٢}$ أو ٠,٥ أو ٥٠٪

٥) احتمال ظهور كتابة $\frac{١}{٢}$ أو ٠,٥ أو ٥٠٪

٦) احتمال انجاب ولد $= \frac{١}{٢}$ أو ٥٠٪
أنثى $= \frac{١}{٢}$ أو ٥٠٪

٧) مجموع احتمالات جميع نواتج أى تجربة عشوائية = ١

٨) إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٣
فإن احتمال رسوبه ٠,٧

٩) إذا كان احتمال نجاح طالب ٨٠٪
فإن احتمال رسوبه ٢٠٪

١٠) إذا كان احتمال نجاح طالب $\frac{٥}{٧}$
فإن احتمال رسوبه $\frac{٢}{٧}$


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

فى حجر نرد
الأعداد الزوجية {٢، ٤، ٦}
الأعداد الفردية {١، ٣، ٥}
الأعداد الأولية {٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣، ...}
الأعداد الأولية تقبل القسمة على نفسها والواحد فقط

---

**مثال (١)** عند القاء حجر نرد منتظم مرة واحدة ولاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى احسب احتمال أن يكون

ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

**أ) زوجى**

أ = {٢، ٤، ٦}

ل(أ) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

---

**ب) فردى**

ب = {١، ٣، ٥}

ل(ب) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

---

**جـ) أولى**

جـ = {٢، ٣، ٥}

ل(جـ) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

---

**د) أولى فردى**

د = {٣، ٥}

ل(د) = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

---

**هـ) عدد اكبر من ٣**

هـ {٤، ٥، ٦}

ل(هـ) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

---

**و) عدد اكبر من ٦**

و = ∅

ل(و) = ٠

حدث مستحيل

---

**ز) عدد اكبر من أو يساوى ١**

ز = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} = ف

ل(ز) = $\frac{٦}{٦} = ١$

حدث مؤكد .

---

**مثال (٢)** صندوق يحتوى على ٣ كرات حمراء و ٧ بيضاء و ٥ سوداء سحبت واحدة عشوائياً احسب احتمال ان تكون

٣ حمراء
٧ بيضاء
٥ سوداء
١٥

**أ) حمراء** = $\frac{٣}{١٥} = \frac{١}{٥}$

**ب) سوداء** = $\frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣}$

**جـ) زرقاء** = صفر حدث مستحيل

**د) حمراء أو بيضاء** = $\frac{٣+٧}{١٥} = \frac{١٠}{١٥} = \frac{٢}{٣}$

**هـ) ليست سوداء** $\frac{٣+٧}{١٥} = \frac{١٠}{١٥} = \frac{٢}{٣}$

**و) ليست بيضاء** = $\frac{٣+٥}{١٥} = \frac{٨}{١٥}$


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

**مثال (٣)** صندوق يحتوى على بطاقات مرقمة من ١ الى ١٠ سحبت واحدة عشوائياً احسب احتمال أن تكون

ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠}

أ) زوجى  أ = {٢، ٤، ٦، ٨، ١٠}

ل(أ) = ٥/١٠ = ٠,٥

ب) فردى  ب = {١، ٣، ٥، ٧، ٩}

ل(ب) = ٥/١٠ = ٠,٥

جـ) أولى  جـ = {٢، ٣، ٥، ٧}

ل(جـ) = ٤/١٠ = ٠,٤

د) أولى فردى  د = {٣، ٥، ٧}

ل(د) = ٣/١٠ = ٠,٣

س) أولى زوجى  س = {٢}

ل(س) = ١/١٠ = ٠,١

هـ) أكبر من ١٠ = ٠  حدث مستحيل

ص) عدد مربع كامل  له جذر تربيعى

ص = {١، ٤، ٩}

ل(ص) = ٣/١٠ = ٠,٣

---

**مثال (٤)** مدرسة اعدادية بها ٥٠٠ تلميذ وتلميذة فاذا كان عدد البنين = ٣٠٠ ولد

فاوجد احتمال أنه يتم اختيار بنت عشوائياً

العدد الكلى = ٥٠٠

عدد البنين = ٣٠٠ ولد

عدد البنات = ٥٠٠ - ٣٠٠ = ٢٠٠ بنت

احتمال "بنت" = ٢٠٠/٥٠٠ = ٢/٥ أو ٠,٤

---

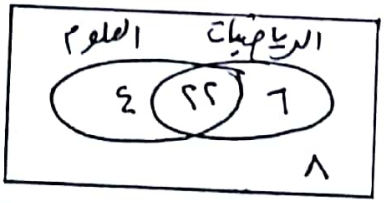
**مثال (٥)** فصل مدرس به ٤٠ تلميذاً

نجح فى الرياضيات ٢٨ تلميذ

ونجح فى العلوم ٢٦ تلميذ

ونجح فى الرياضيات والعلوم معاً ٢٢ تلميذ

فاذا اختير تلميذ عشوائياً احسب احتمال




(١) ناجح فى الرياضيات = ٢٨/٤٠ = ٧/١٠

= ٧٠٪

(٢) راسب فى العلوم = ٦+٨/٤٠ = ١٤/٤٠

= ٧/٢٠ = ٣٥٪

(٣) ناجحاً فى العلوم = ٢٦/٤٠ = ٦٥٪

(٤) راسب فى الرياضيات والعلوم = ٨/٤٠ = ١/٥

= ٢٠٪

**مثال (٦)** سحبت بطاقة عشوائيا من مجموعة بطاقات كتب عليها حرف من حروف كلمة "تفاح" ما احتمال أن يكون:

(١) ت = $\frac{1}{4}$

(٢) ف = $\frac{1}{4}$

(٣) ح = صفر حدث مستحيل

## الواجب

١) صندوق يحتوى على ٤ كرات خضراء و ٦ حمراء و ٥ سوداء سحبت كرة عشوائيا أحسب احتمال أن تكون

أ) حمراء

ب) سوداء

جـ) خضراء

د) حمراء أو خضراء

هـ) ليست سوداء

٢) القى حجر نرد منتظم مرة واحدة احسب احتمال أن يظهر على الوجه العلوى

أ) عدد زوجى

ب) عدد فردى

جـ) عدد أولى

د) عدد يقبل القسمة على ٣

هـ) عدد فردى أقل من ٤

٣) أكمل

١) احتمال الحدث المؤكد = ---

٢) احتمال الحدث المستحيل = ---

٣) اذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٦ فإن احتمال رسوبه = ---

٤) احتمال ظهور صورة = ---

٥) احتمال ظهور كتابة = ---

٦) أى مما يلى يمكن أن يكون احتمال لتجربة عشوائية

( $\frac{3}{2}$ ، -٠,٥ ، $\frac{4}{9}$ ، ٢ )

٧) أى مما يلى يمكن أن يكون احتمال حدث ما

( ١,٥ ، $\frac{9}{4}$ ، -٠,٣ ، ٠,٥ )

٨) فصل دراسى به ٢١ ولدا ، ١٥ بنتا فإذا اختير أحد الطلاب عشوائيا فما احتمال أن يكون بنتا ---

٩) إذا كان احتمال غياب ٢٠٪ وكان عدد التلاميذ في مدرسة ٦٠٠ فإن عدد الطلاب الحاضرين في هذا اليوم

= ---

= $\frac{80}{100}$ × ٦٠٠ = ٤٨٠ تلميذ



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

# ثانيا الهندسة

## الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسي
الثانى

٢٠١٩

الوحدة الأولى

# الدرس الأول تساوى مساحتى متوازيى أضلاع

## تذكر أن

متوازى الأضلاع ▱

هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.

## خواص متوازى الأضلاع

١) كل ضلعين متقابلين متساويين فى الطول ومتوازيين

٢) كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس

٣) كل زاويتين متتاليتين متكاملتين (مجموعهما ١٨٠°)

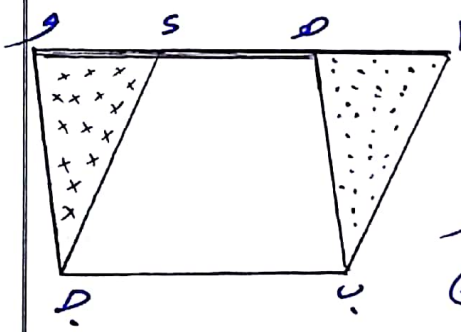
٤) القطر ينصف كل منهما الآخر

## نظرية (١)

سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة.

## مثال (١)

فى الشكل المقابل




أ ب ى د ، هـ ب ى و متوازيا أضلاع

اثبت أن

مساحة سطح ▱ أ ب هـ د = مساحة سطح ▱ ب ى و جـ

الحل

المعطيات:

المطلوب:

البرهان:

∵ أ ب ى د ، هـ ب ى و متوازيا أضلاع

مشتركان فى القاعدة ب ى ، ∵ ب ى // أ و

∴ مساحة ▱ أ ب ى د = مساحة ▱ هـ ب ى و

ويطرح مساحة الشكل هـ ب ى د من الطرفين

∴ م(□ أ ب ﻫ د) − م(هـ ب ﻫ د)

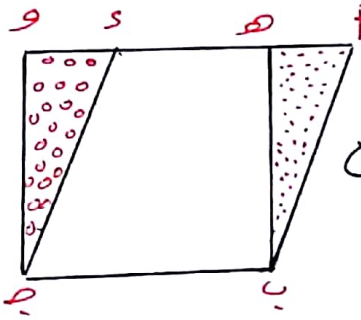
= م(□ هـ ب ﻫ و) − م(هـ ب ﻫ د)

∴ مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ د ﻫ و

#

**تدريب (١)**

فى الشكل المقابل




أ ب ﻫ د متوازى أضلاع

هـ ب ﻫ و مستطيل

إذا كان مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ د ﻫ و

اثبت أن

مساحة المتوازى أ ب ﻫ د = مساحة المستطيل هـ ب ﻫ و

الحل

∴ مساحة م(أ ب ﻫ) = ....

وبإضافة مساحة الشكل .... للطرفين

∴ م(Δ ) + م( ) = م(Δ ) + م( )

∴ مساحة متوازى الأضلاع أ ب ﻫ د

= مساحة المستطيل هـ ب ﻫ و

#

**نتيجة (١)**

مساحة سطح متوازى الأضلاع تساوى مساحة سطح المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور بين مستقيمين متوازيين.

**نتيجة (٢)**

مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

**قاعدة هامة**

طول القاعدة الكبرى × الارتفاع المناظر

= طول القاعدة الصغرى × الارتفاع المناظر الأكبر

**مثال (٢) الحل**

(٢) متوازى أضلاع طول قاعدته ١٠ سم والارتفاع المناظر لها ٦ سم فإن مساحته

= ... = ١٠ × ٦ = ٦٠ سم٢

(٣) متوازى أضلاع طول قاعدته ٥ سم ومساحته ٢٠ سم٢ فإن الارتفاع = ...

= ٢٠ / ٥ = ٤ سم



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

**٤** متوازى أضلاع طولا ضلعيه متجاورين فيه ٦ سم ، ٩ سم وطول ارتفاعه الأكبر ٦ سم أوجد مساحته وطول ارتفاعه الأصغر.

الحل

المساحة = الارتفاع الأكبر × القاعدة المقابلة

= ٦ × ٦ = ٣٦ سم٢

القاعدة المقابلة × الارتفاع الأكبر = القاعدة الكبرى × الارتفاع الأصغر

٣٦ = ٩ × ع

ع = ٣٦ / ٩ = ٤ سم

**٥** مستطيل طوله ضعف عرضه ومحيطه ١٨ سم فأوجد طوله = ---

الحل

نفرض أن الطول = ٢س والعرض = س

المحيط = ٢ × (٢س + س) = ٦س = ١٨

∴ س = ٣

∴ الطول = ٦ سم والعرض = ٣ سم

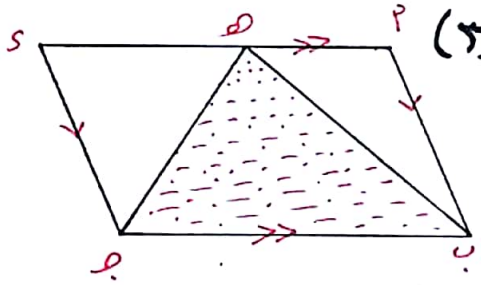
**نتيجة (٣)**

متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون مساحاتها متساوية.

**نتيجة (٤)**

مساحة سطح المثلث تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحل هذه القاعدة المشتركة.

**مثال (٣)**




م ب ء د متوازى أضلاع

فإذا كانت مساحة ▱ م ب ء د = ٢٠٠ سم٢

فأوجد مساحة △ ه ب جـ

الحل

المعطيات:

المطلوب:

البرهان: ∵ م ب ء د ▱ ، △ ه ب جـ

مشتركان فى القاعدة ب جـ ∴ ب جـ // أ ء

∴ مساحة △ ب ه جـ = ½ مساحة ▱ م ب ء د

= ١٠٠ سم٢



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

ملحوظة

النسبة بين مساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة و ...

ص ٢ : ١

## نتيجة (٥)

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

لاحظ طول القاعدة = $\frac{2 \times \text{مساحة}}{\text{الارتفاع}}$

ارتفاع المثلث = $\frac{2 \times \text{مساحة}}{\text{طول القاعدة}}$

---

٤ مثال (٤) أكمل

Δ ب ج فيه ب = ٥ سم

والارتفاع المناظر له = ٦ سم

فإن مساحة Δ ب ج = ... = $\frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$ سم$^2$

---

٥ Δ ب ج قائم الزاوية فى ب

فيه ب = ٤ سم ، ب ج = ٨ سم

فإن مساحته = ... = $\frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$ سم$^2$

لاحظ أن

مساحة المثلث القائم = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب ضلعى القائمة

---

٦ مثلث مساحته ٢٠ سم$^2$ وطول قاعدته ١٠ سم فإن طول الارتفاع المناظر لها

= ... = $\frac{2 \times \text{مساحة}}{\text{طول القاعدة}} = \frac{2 \times 20}{10}$ = الارتفاع

$= \frac{40}{10} = 4$ سم

---

٧ مثلث مساحته ٣٠ سم$^2$ وارتفاعه ٦ سم اوجد طول قاعدته ..

طول قاعدته = $\frac{2 \times \text{مساحة}}{\text{الارتفاع}} = \frac{2 \times 30}{6}$

$= \frac{60}{6} = 10$ سم

---

* مساحة المثلث : مساحة المتوازى

١ : ٢

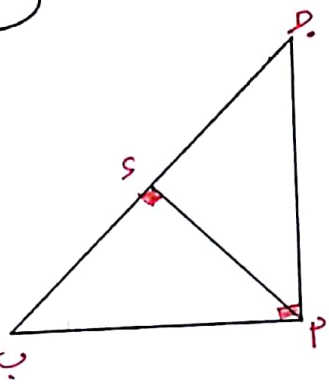
* مساحة المثلث : مساحة المستطيل

١ : ٢


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

## تدريب

أكمل




م(△ ب م ج) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب م ج) × ...

م(△ م ب ج) = $\frac{1}{2}$ ب ج × ...

∴ ق(∠ ب م ج) = ... × ق(∠ ب ج ء)

إذا كان م ب = ٤ سم ، م ج = ٣ سم

فإن طول $\overline{ء م}$ يكون .....

## الواجب

أكمل

١) مساحة سطح المثلث = ... لمتوازى المستطيل
حيث ق القاعدة ، ع الارتفاع المناظر لها

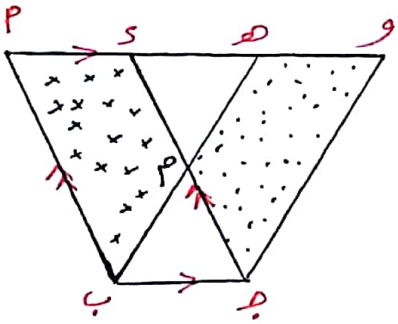
٢) مساحة متوازى الأضلاع ... المستطيل
متوازى أضلاع طولا ضلعيه متجاورين
فيه ٦ سم ، ٥ سم فإذا كان ارتفاعه
الأكبر ٣ سم فإن ارتفاعه الأصغر = ...

٣) مثلث طول قاعدته ١٠ سم وارتفاعه ٦ سم فإن
مساحته = ...
مثلث مساحته ٢٠ سم² وارتفاعه ٨ سم
فإن طول قاعدته = ...

٤) مستطيل طوله ضعف عرضه ومحيطه
٣٦ سم فإن طوله = ...

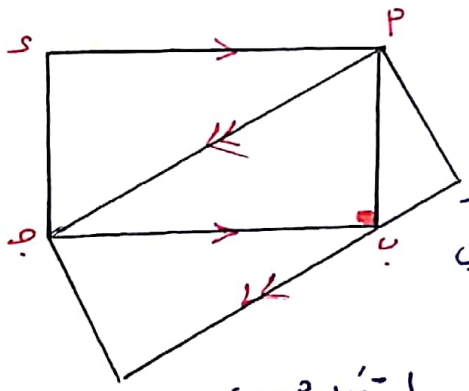
٥) ب م ء د متوازى أضلاع فيه مساحة سطحه
△ ب م ء = ٢٥ سم² فإن مساحة ▭ = ...

٦) فى الشكل المقابل




اثبت أن
مساحة (و هـ م هـ)
= مساحة (م ب م ء)

٧)




ب م ء د مستطيل
ق(∠ م هـ و) = ق(∠ ب ج هـ) = ٩٠°
م هـ و ج متوازى أضلاع
اثبت أن مساحة المستطيل ب م ء د
= مساحة المتوازى م هـ و ج



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

الوحدة الأولى

# الدرس الثانى تساوى مساحتى مثلثين

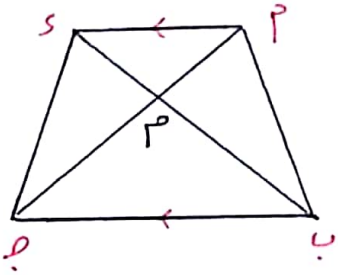
**نظرية (٢)**

المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى حامل القاعدة يكونان متساويين فى المساحة .

---

**مثال (١)**

فى الشكل المقابل




م ك // ب جـ

، م جـ ∩ ب ك = {م}

اثبت أن مساحة Δ م ب م = مساحة Δ م ك جـ

الحل

المعطيات :

المطلوب :

البرهان :

∴ Δ م ب جـ ، Δ ك ب جـ مشتركان فى القاعدة ب جـ ، م ك // ب جـ

∴ م Δ (م ب جـ) = م Δ (ك ب جـ)

وبحذف مساحة Δ م ب جـ من الطرفين

∴ م Δ (م ب م) = م Δ (ك م جـ)

---

**نتيجة (١)**

المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية فى المساحة .

---

**نتيجة (٢)**

متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة .

---

**مهم جداً جداً**

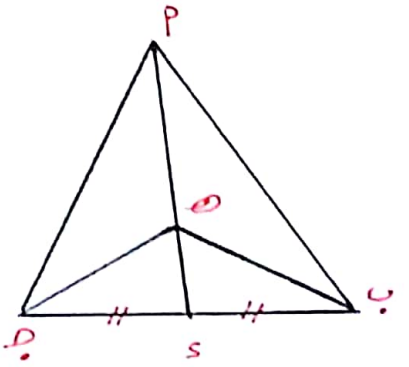
متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....

(متطابقين) متساويين فى المساحة متشابهين

## نتيجة (٣)

المثلثات التى أطوال قواعدها متساوية وكلها تقع على مستقيم واحد ومشتركة فى الرأس تكون مساحاتها متساوية فى المساحة.

## مثال (٢)




فى الشكل المقابل

أثبت أن

مساحة Δ P هـ ب = مساحة Δ P هـ جـ

الحل

المعطيات:

المطلوب:

البرهان:

Δ P ب د ، Δ P جـ د

∵ ب د = د جـ ، د ∈ ب جـ

ومشتركة فى الرأس P

∴ م Δ P ب د = م Δ P جـ د ← (١)

فى Δ هـ ب د ، Δ هـ جـ د

∵ ب د = د جـ ومشتركة فى الرأس هـ

∴ م Δ (هـ ب د) = م Δ (هـ جـ د) ← (٢)

بطرح (٢) من (١)

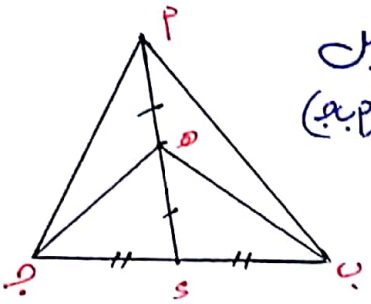
∴ م Δ (P ب د) - م Δ (هـ ب د)

= م Δ (P جـ د) - م Δ (هـ جـ د)

∴ م (Δ P هـ ب) = م (Δ P هـ جـ)

∎

## مثال ٣




فى الشكل المقابل

إذا كانت م Δ (P ب جـ)

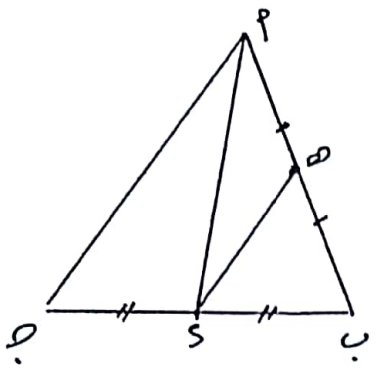
= ١٠٠ سم²

، فإن

مساحة Δ هـ ب جـ = ... سم²

الحل

$\frac{1}{4} \times 100 = 25$ سم²




لاحظ أن

م Δ (P ب د) = $\frac{1}{2}$ م Δ (P ب جـ)

، م Δ (هـ ب د) = $\frac{1}{2}$ م Δ (P ب د)

∴ م Δ (هـ ب د) = $\frac{1}{4}$ م Δ (P ب جـ)



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

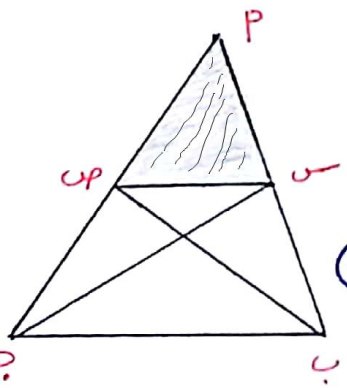
**نظرية (٣)** عكس نظرية (٢)

المثلثان المتساويان فى المساحة والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة ، يقعان رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة .

---

**مثال (٤)**

فى الشكل المقابل




إذا كان

م(Δ أ ب ص) = م(Δ أ جـ س)

اثبت أن

$\overleftrightarrow{س ص} \parallel \overleftrightarrow{ب جـ}$

الحل

المعطيات :

المطلوب :

البرهان :

∵ م(Δ أ ب ص) = م(Δ أ جـ س)

∴ بطرح م(Δ أ س ص) من الطرفين

∴ م(Δ ب س ص) = م(Δ جـ ص س)

وهما على قاعدة واحدة $\overline{س ص}$

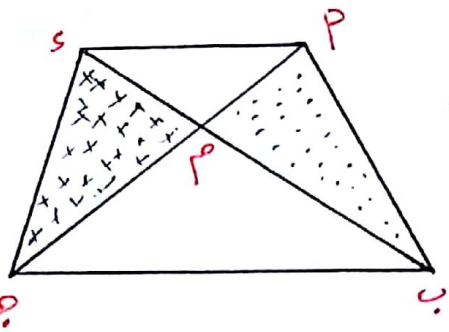
ورأساهما ب ، جـ على مستقيم واحد

∴ $\overleftrightarrow{ب جـ} \parallel \overleftrightarrow{س ص}$ .

---

**مثال (٥)**

فى الشكل المقابل




إذا كانت

م(Δ أ ب م) = م(Δ د جـ م)

اثبت أن $\overleftrightarrow{أ د} \parallel \overleftrightarrow{ب جـ}$

الحل

المعطيات :

المطلوب :

البرهان :

∵ م(Δ أ ب م) = م(Δ د جـ م)

∴ بإضافة م(Δ أ م د) للطرفين .

∴ م(Δ أ ب د) = م(Δ أ جـ د)

وهما مشتركان فى قاعدة واحدة $\overline{أ د}$

و .. ورأساهما على مستقيم واحد $\overleftrightarrow{ب جـ}$

∴ $\overleftrightarrow{ب جـ} \parallel \overleftrightarrow{أ د}$


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

# الواجب

أكمل

١) المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة وفى جهتها على مستقيم يوازى القاعدة يكونان ...

٢) منصف المثلث يقسم ضلعه إلى ...

٣) فى Δ ب ج إذا كان ق∠ب = ق∠ج فإن ...

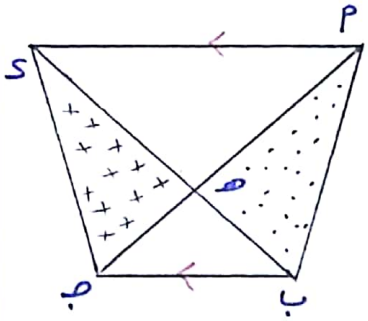
٤) المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول وتحصر بين مستقيمين ... تكون ...

٥) المثلثان المتساويان فى المساحة وفى جهتها على مستقيم واحد مرسومان على قاعدة فإن ...

٦) المثلثات المرسومة على قاعدة واحدة ومشتركة فى الرأس تكون ...

---

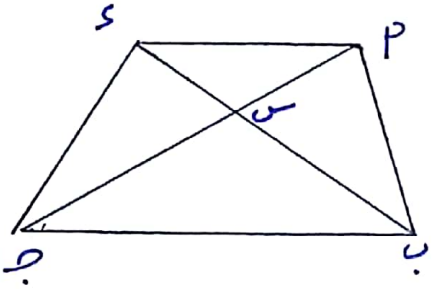
٧) فى الشكل المقابل




$\overline{PS} // \overline{BC}$

اثبت أن
م(Δ P ب هـ)
= م(Δ ج هـ)

٨) فى الشكل المقابل



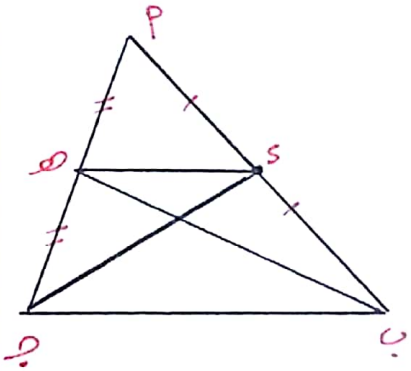

إذا كانت

م(Δ P ب س) = م(Δ ج س)

اثبت أن $\overline{PS} // \overline{BC}$

---

٩) فى الشكل المقابل




S منتصف $\overline{PB}$

هـ منتصف $\overline{PC}$

برهن أن

(١) مساحة Δ S ب ج = مساحة (Δ هـ ب ج)

(٢) $\overline{SH} // \overline{BC}$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

# الدرس الثالث مساحات بعض الأشكال الهندسية

الوحدة الأولى

## أولاً المعين

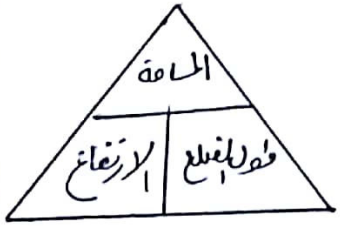
هو متوازى أضلاع ، أضلاعه متساوية فى الطول وقطراه متعامدان.

---

### ① مساحة المعين

= طول القاعدة × الارتفاع

= طول الضلع × الارتفاع




لاحظ أن

محيط المعين = طول الضلع × ٤

يعنى طول الضلع = $\frac{\text{المحيط}}{٤}$

---

### ② مساحة المعين =

$\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى قطريه

لاحظ أن

طول القطر = $\frac{٢ \times \text{المساحة}}{\text{طول القطر الآخر}}$

---

## مثال (١) أكمل

① معين طول ضلعه ٥ سم وارتفاعه ٣ سم

فإن مساحته = ...

$= ٥ \times ٣ = ١٥$ سم$^٢$

---

② معين محيطه ٤٠ سم وارتفاعه ٥ سم

فإن مساحته = ...

طول الضلع = $\frac{\text{المحيط}}{٤} = \frac{٤٠}{٤} = ١٠$ سم

∴ المساحة = $١٠ \times ٥ = ٥٠$ سم$^٢$

---

③ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم فإن

مساحته = ...

$= \frac{١}{٢} \times ٦ \times ٨ = ٢٤$ سم$^٢$

---

④ معين مساحته ٣٠ سم$^٢$ وطول أحد قطريه ٥ سم فإن طول قطره الآخر = ...

طول القطر = $\frac{٢ \times \text{المساحة}}{\text{القطر الآخر}} = \frac{٢ \times ٣٠}{٥}$

$= \frac{٦٠}{٥} = ١٢$ سم

---

⑤ معين محيطه ٣٢ سم ومساحته ٤٨ سم$^٢$

أوجد ارتفاعه

طول الضلع = $\frac{\text{المحيط}}{٤} = \frac{٣٢}{٤} = ٨$ سم

الارتفاع = $\frac{٤٨}{٨} = ٦$ سم



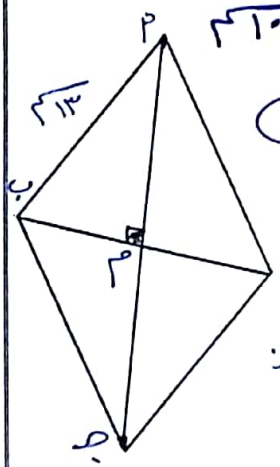
المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

**مثال (٢)** أوجد مساحة المعين

م ب ء د الذى محيطه = ٥٢ سم

وطول أحد قطريه ١٠ سم

**الحل**




طول الضلع = $\frac{٥٢}{٤}$ = ١٣ سم

∵ القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ ب م = ١٠ سم

∴ م ب = ٥ سم

∵ قطرا المعين متعامدان

∴ Δ م م ب قائم الزاوية فى م

∴ م م = $\sqrt{(١٣)^٢ - (٥)^٢}$ = ١٢ سم

∴ طول القطر م ء = ٢٤ سم

∴ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × ٢٤ × ١٠ = ١٢٠ سم$^٢$

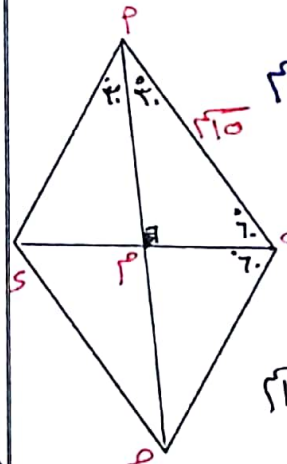
---

**مثال (٣)** معين محيطه ٦٠ سم

وقياس إحدى زواياه ٦٠°

أحسب مساحته

**الحل**




طول الضلع = $\frac{\text{المحيط}}{٤}$ = $\frac{٦٠}{٤}$ = ١٥ سم

لاحظ أن قطر المعين ينصف زاويته

∴ ب م ضلع مقابل لزاوية ٣٠°

∴ ب م = $\frac{١}{٢}$ ب ء = $\sqrt{٧٥}$ سم

∴ ب د = ١٥ سم ← (١)

∴ فى Δ (م م ب) م م = $\sqrt{(١٥)^٢ - (\sqrt{٧٥})^٢}$

= $\sqrt{١٥٧}$ سم

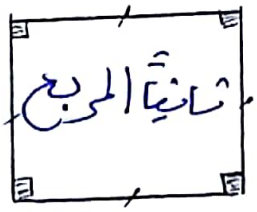
∴ م ء = $\sqrt{٣١٥}$ سم

∴ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى قطريه

= $\frac{١}{٢}$ × ١٥ × $\sqrt{٣١٥}$ = $\sqrt{١١٢٥٠}$ سم$^٢$

---

## أشكال المربع



**مساحة المربع**

= طول الضلع × نفسه = ل$^٢$

= $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره = $\frac{١}{٢}$ ق$^٢$

**ملاحظات**

طول ضلع المربع = $\sqrt{\text{المساحة}}$

طول قطر المربع = $\sqrt{٢}$ × ضلعه

محيط المربع = طول الضلع × ٤

∴ طول ضلع المربع = $\frac{\text{محيط المربع}}{٤}$

---

**مثال (٤) أكمل**

(١) مربع طول ضلعه ٥ سم فإن مساحته

= ٢٥ سم$^٢$ ...

(٢) مربع مساحته ١٠٠ سم$^٢$ فإن طول ضلعه

= $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم ...



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

(٣) مربع محيطه = ٢٠ سم فإن مساحته
= ... سم٢
الحل ← طول الضلع = المحيط / ٤ = ٢٠ / ٤ = ٥ سم
المساحة = ٥ × ٥ = ٢٥ سم٢

---

(٤) مربع طول قطره ٦ سم فإن مساحته = ... سم٢
(٦)٢ × ½ = ½ × ٦ × ٦ = ١٨ سم٢

---

(٥) مربع مساحته ٣٢ سم٢ فإن طول قطره
= ... سم
طول القطر = √٢ × المساحة
= √٢ × ٣٢ = √٦٤
= ٨ سم

---

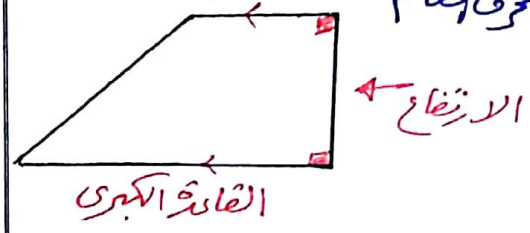
(٢) مستطيل مساحته = ٢٠ سم٢
وطوله = ١٠ سم فإن عرضه = ... سم
ومحيطه = ... سم
العرض = المساحة / الطول = ٢٠ / ١٠
= ٢ سم
محيط المستطيل = ٢ × (١٠ + ٢)
= ٢٤ سم

---

## رابعاً شبه المنحرف

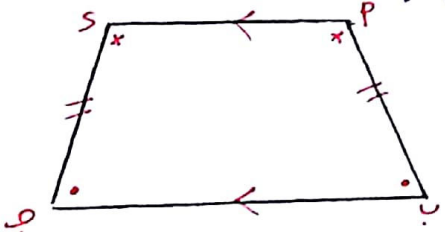
هو شكل رباعى فيه ضلعين فقط متوازيين وغير متساويين فى الطول.

الأنواع
(١) شبه المنحرف القائم




---

(٢) شبه المنحرف المتساوى الساقين
خواصه
(١) الساقان متساويان فى الطول




(٢) له قطران متساويان فى الطول
(٣) زاويتا القاعدة متساويتان فى القياس
(٤) له محور تماثل واحد ينصف القاعدتين وعمودى عليهما

---

## ثالثاً المستطيل

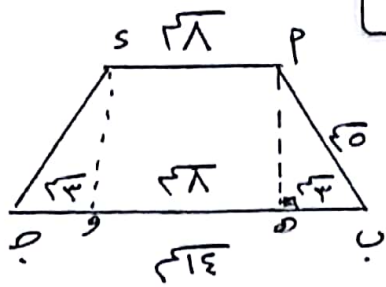
مساحة المستطيل = الطول × العرض

محيط المستطيل = ٢ × (الطول + العرض)

مثال (٥) أكمل
(١) مستطيل طوله ٥ سم، عرضه ٦ سم
فإن مساحته = ... سم٢
٥ × ٦ = ٣٠ سم٢


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

مثال (٧)




$س ص = ٨$ سم ، $ب هـ = ١٤$ سم

، $ص ب = ٥$ سم احسب مساحة شبه المنحرف $ص ب هـ س$

الحل

$\because س ص = ٨$ سم $\therefore هـ و = ٨$ سم

$ب هـ = \frac{١٤ - ٨}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$ سم

فى $\triangle ص هـ ب$ $ص هـ = \sqrt{٥^٢ - ٣^٢} = ٤$ سم

$\therefore$ مساحة شبه المنحرف $= \frac{٨ + ١٤}{٢} \times ٤$

$٤٤$ سم$^٢$

## الواجب

أكمل

١) مصيد طول قطره $٣$ سم ، $٦$ سم فإن مساحته = ... سم$^٢$

٢) مصيد مساحته $٢٨$ سم$^٢$ وطول قطره $= ١٢$ سم

فإن طول قطره الآخر = ... سم

٣) مصيد محيطه $٢٠$ سم وارتفاعه $٦$ سم

فإن مساحته = ... سم$^٢$

٤) مربع طول ضلعه $٧$ سم فإن مساحته = ...

٥) مربع طول قطره $٦$ سم فإن مساحته = ...

٦) مربع مساحته $٥٠$ سم$^٢$ فإن طول قطره = ...

٧) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة $٦$ سم وارتفاعه $٧$ سم فإن مساحته = ...

٨) شبه منحرف مساحته $٣٠$ سم$^٢$ وطول قاعدته المتوسطة $= ٣$ سم فإن ارتفاعه = ... سم

٩) شبه منحرف مساحته $٣٥$ سم$^٢$ وارتفاعه $٣$ سم فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم

---

١٠) أوجد ارتفاع شبه المنحرف الذى مساحته $٤٥٠$ سم$^٢$ وطول قاعدته $٢٤$ سم $١٢٦$ سم ؟

أوجد طول قاعدة المثلث الذى مساحته $٣٠$ سم$^٢$ وارتفاعه $٤$ سم ؟

١١) مصيد محيطه $٤٠$ سم وطول أحد قطريه $١٦$ سم أوجد مساحته .

١٢) شبه منحرف متساوى الساقين مساحته $١٢٠$ سم$^٢$ ومحيطه $٦٠$ سم ، فإذا كان طول قاعدته المتوسطة $= ٢٠$ سم

أوجد طول كل من قاعدتيه .



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

الوحدة الثانية

# الدرس الأول
# التشابه

## يتشابه المضلعان إذا

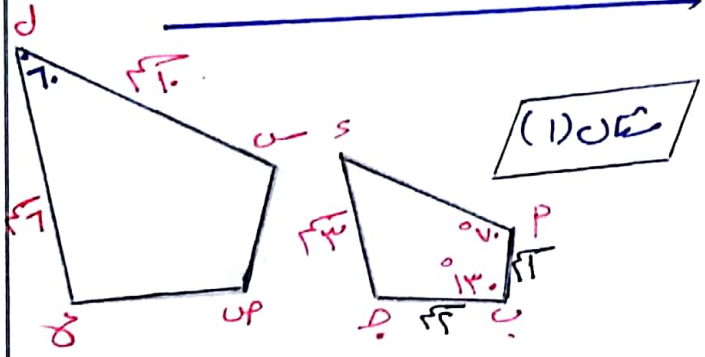
* تعاقبت قياسات زواياهما المتناظرة
و * تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة

بفرض الزوايا متساوية والأضلاع متناسبة

## ملاحظات

(١) علامة التشابه ~
(٢) علامة التطابق ≡
(٣) يجب ترتيب الرءوس عند تشابه المضلعات.
(٤) المضلعان المتشابهان ثالث متشابهان.
(٥) إذا كان معامل التشابه (١) فإن المضلعان متطابقان
(٦) المضلعان المتطابقان هما مضلعان متشابهان ومعامل التشابه بينهما = ١
(٧) المضلعات المنتظمة التي لها نفس عدد الأضلاع تكون متشابهة
(٨) كل المربعات متشابهة وكل المثلثات المتساوية الأضلاع متشابهة
(٩) النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين = النسبة بين طولي ضلعين متناظرين.
(١٠) إذا كانت نسبة التشابه أكبر من واحد فإن المضلع الأول تكبير للثاني.
(١١) إذا كانت نسبة التشابه أقل من واحد فإن المضلع الأول تصغير للثاني.
(١٢) إذا كان معامل التشابه = ١ فإن المضلعان متطابقان.

مثال (١)




أ ب ص ء ~ س ص ع ل

أكمل

ق(∠ب) = ق(∠ص) = ٧٠°

ق(∠ص) = ق(∠ع) = ١٣٠°

ق(∠ع) = ق(∠ل) = ٦٠°

ق(∠ء) = ٣٦٠° − [٦٠° + ١٣٠° + ٧٠°] = ١٠٠°

$$\frac{ب ص}{ع ص} = \frac{ص ء}{ع ل} = \frac{ب ء}{ص س} = \frac{ء ب}{ل س}$$

$$\frac{ء ب}{١٠} = \frac{٣}{٦} = \frac{٤}{ع ص} = \frac{١}{ص س}$$

ع ص = ٦ × ٤ / ٣ = ٨ سم

ء ب = ٣ × ١٠ / ٦ = ٥ سم

ص س = ١ × ٦ / ٣ = ٢ سم



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

# تشابه المثلثات

## يتشابه المثلثان إذا

تساوت الزوايا أو تناسبت الأضلاع المتناظرة.

يكفى شرط واحد فقط

## ملاحظات

(١) يتشابه المثلثان القائما الزاوية إذا تساوى قياس زاوية حادة فى أحدهما مع زاوية حادة فى المثلث الآخر.

(٢) يتشابه المثلثان المتساويا الساقين إذا تساوى قياس زاوية قاعدة فى أحدهما مع زاوية قاعدة فى المثلث الآخر

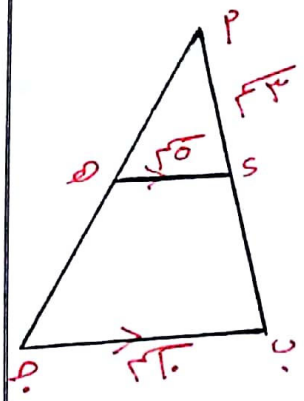
(٣) أو زاوية رأس فى أحدهما مع زاوية رأس فى المثلث الآخر.

(٤) المثلثات المتساوية الأضلاع تكون متشابهة

**مثال (١)**

فى الشكل المقابل

$\overline{هـ د} \parallel \overline{ب ج}$




أثبت أن $\triangle أ هـ د \sim \triangle أ ب ج$

ثم أوجد طول $\overline{د ب}$

**الحل**

$\because \overline{هـ د} \parallel \overline{ب ج}$

$\therefore \triangle أ هـ د$ ، $\triangle أ ب ج$

فيهما $\left\{\begin{array}{l} (\hat{أ}) \text{ مشتركة} \\ ق(\hat{أ هـ د}) = ق(\hat{ب}) \text{ بالتناظر} \\ ق(\hat{أ د هـ}) = ق(\hat{ج}) \text{ بالتناظر} \end{array}\right.$

$\therefore \triangle أ هـ د \sim \triangle أ ب ج$

وينتج أن

$$\frac{أ هـ}{أ ب} = \frac{هـ د}{ب ج} = \frac{أ د}{أ ب}$$

$$\frac{٥}{١٠} = \frac{٣}{أ ب}$$

$$\therefore أ ب = \frac{١٠ \times ٣}{٥} = ٦ \text{ سم}$$

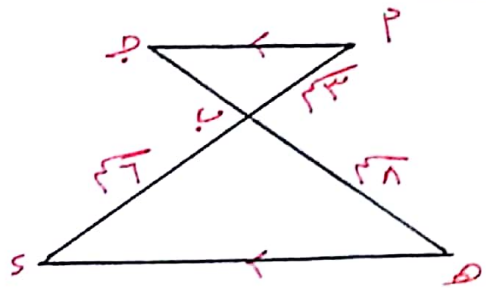
$$\therefore ب د = ٦ - ٣ = ٣ \text{ سم}$$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

**مثال (٣)**

فى الشكل ده




$\overline{مك} // \overline{هـك}$

(١) اثبت أن $\triangle$ مبجـ $\sim \triangle$ كبهـ

(٢) أوجد طول $\overline{بك}$

**الحل**

$\because \overline{مك} // \overline{هـك}$

$\therefore \triangle$ مبجـ $\sim \triangle$ كبهـ

فيها $\begin{cases} ق(\hat{م}) = ق(\hat{ك}) \text{ بالتبادل} \\ ق(\hat{جـ}) = ق(\hat{هـ}) \text{ بالتبادل} \\ ق(\hat{مبجـ}) = ق(\hat{كبهـ}) \text{ بالتقابل بالرأس} \end{cases}$

$\therefore \triangle$ مبجـ $\sim \triangle$ كبهـ

وينتج أن

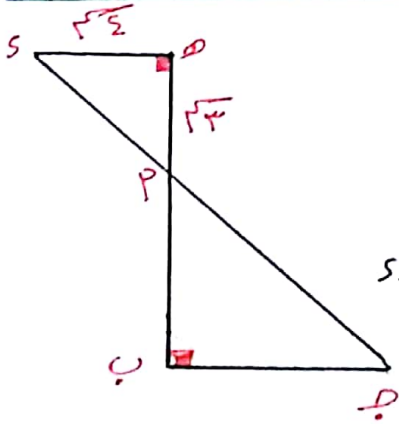
$$\frac{مب}{كب} = \frac{بجـ}{بهـ}$$

$$\frac{٣}{٦} = \frac{بجـ}{٨}$$

$$\therefore بجـ = \frac{٨ \times ٣}{٦} = ٤ سم$$

---

**تدريب**



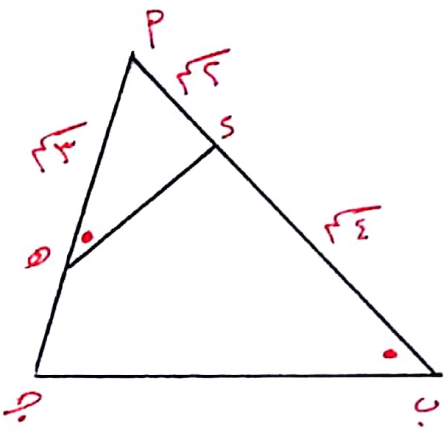

أثبت أن:

$\triangle$ مبجـ $\sim \triangle$ سهم

أوجد طول $\overline{نهـ}$ ، $\overline{مجـ}$

**مثال (٤)**

فى الشكل المقابل




$ق(\hat{مهس}) = ق(\hat{ب})$

(١) اثبت أن $\triangle$ سهم $\sim \triangle$ مبجـ

(٢) أوجد طول $\overline{هجـ}$

**الحل**

$\triangle$ سهم ، مبجـ

فيها $\begin{cases} (\hat{م}) \text{ مشتركة} \\ ق(\hat{مهس}) = ق(\hat{ب}) \text{ معطى} \\ ق(\hat{مسهـ}) = ق(\hat{جـ}) \text{ بالتحافى} \end{cases}$

$\therefore \triangle$ سهم $\sim \triangle$ مبجـ

وينتج أن

$$\frac{مهـ}{مب} = \frac{هس}{بجـ} = \frac{مس}{مجـ}$$

$$\frac{٢}{٦} = \frac{٣}{مجـ}$$

$$\therefore مجـ = \frac{٦ \times ٣}{٢} = ٩ سم$$

$$\therefore هجـ = ٩ - ٣ = ٦ سم$$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

# الواجب

## أكمل

١) المضلعان المتشابهان تماثل ---

٢) يتشابه المضلعان إذا ---- ، ----

٣) يتشابه المثلثان إذا ---- أو ----

٤) كل ---- تكون متشابهة أبدًا
(المربعات ، الدوائر ، متساويات الأضلاع)

٥) المضلعان المتطابقان هما مضلعان متشابهان
ومعامل التشابه = ---

٦) إذا كان ∆ أ ب ج ~ ∆ س ص ع فإن
ق(∠أ) = --- ، ق(∠ب) = ---

$\frac{أ ب}{---} = \frac{---}{ص ع} = \frac{---}{---} = \frac{---}{---}$

٧) يتشابه المثلثان إذا تطابقت الزاوية إذا ----
----

٨) إذا كانت النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين
٣ : ٢ فإن النسبة بين أطوال ضلعين متناظرين
فيهما --- : ---

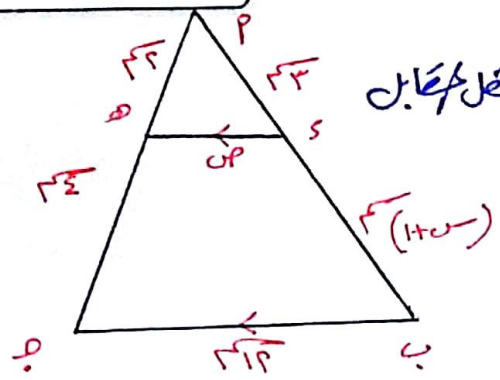
٩) يتشابه المثلثان إذا كانت زواياهما المتناظرة
----

١٠) يتشابه المضلعان إذا تساوت قياسات
زواياهم المتناظرة و ---- أطوال
أضلاعهم

أ/ محمد ادهم

---

١١) فى الشكل المقابل



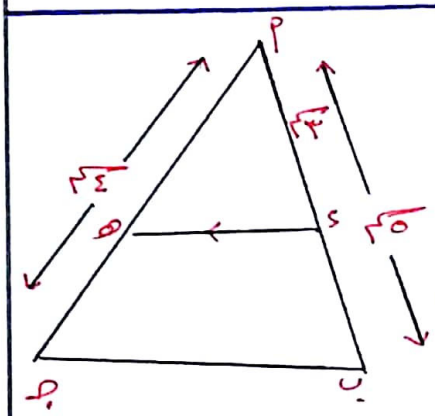

∆ أ د هـ ~ ∆ أ ب ج

أثبت أن ∆ أ د هـ ~ ∆ د ب ج

ثم أوجد قيمة س ، ص

---

١٢) فى الشكل

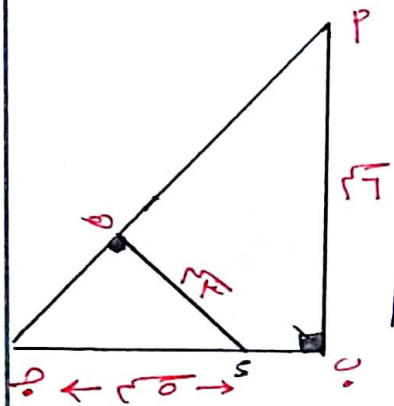



(أ) أثبت أن
∆ أ د هـ ~ ∆ أ ب ج

(ب) ثم أوجد طول
د هـ ، ب ج

---

١٣) فى الشكل




أثبت أن
∆ د هـ ب ~ ∆ د ب أ

أوجد طول د هـ ، ب ج

# الدرس الثانى عكس نظرية فيثاغورث

الوحدة الثانية

تذكير

فيثاغورث

فى المثلث القائم مربع الوتر = مجموع مربعى الضلعين الآخرين

---

عكس فيثاغورث

اذا كان مربع ضلع = مجموع مربعى الضلعين الآخرين فإن هذا الضلع هو الوتر والزاوية المقابلة له قائمة

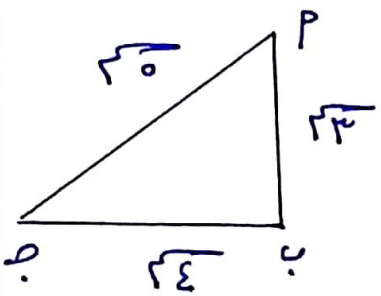
---

**عكس نظرية فيثاغورث** حفظ

إذا كان مربع طول ضلع فى مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة .

---

مثال (١)




فى الشكل وه

اثبت

أن ق(أ̂) = ٩٠°

الحل

$(أجـ)^2 = (٢\sqrt{٥})^2 = ٢٠$

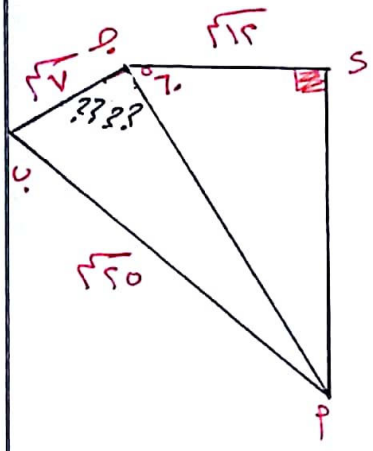
$(ب أ)^2 + (ب جـ)^2 = (٢\sqrt{٣})^2 + (٢\sqrt{٤})^2 = ٢٠$

$\therefore (أجـ)^2 = (ب أ)^2 + (ب جـ)^2$

$\therefore$ ق(ب̂) = ٩٠°

---

مثال (٢)




أثبت أن

ق(أ̂ جـ ب) = ٩٠°

الحل

فى Δ س أ جـ

$\because$ ق(س) = ٩٠° ، ق(أ̂ س جـ) = ٦٠°

$\therefore$ ق(س أ̂ جـ) = ٣٠°

$\overline{س جـ}$ ضلع مقابل لزاوية ٣٠° فى مثلث قائم

$\therefore س جـ = \frac{1}{2} أجـ$

$\therefore أجـ = ٢\sqrt{١٢}$

فى Δ أ ب جـ

$(أجـ)^2 = (٢\sqrt{٥})^2 = ٢٠$

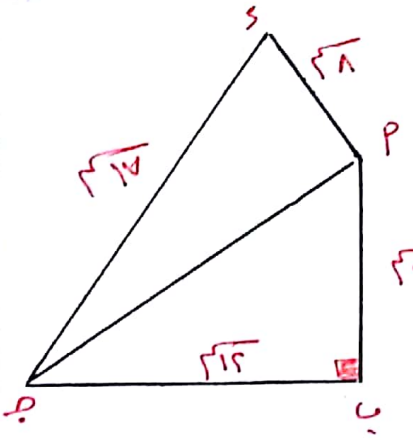
$(ب أ)^2 + (ب جـ)^2 = (٢\sqrt{١٢})^2 + (٢\sqrt{٧})^2 = ٢٠$

$\therefore (أجـ)^2 = (ب أ)^2 + (ب جـ)^2$

$\therefore$ ق(أ ب̂ جـ) = ٩٠° #

## الواجب

### تدريب

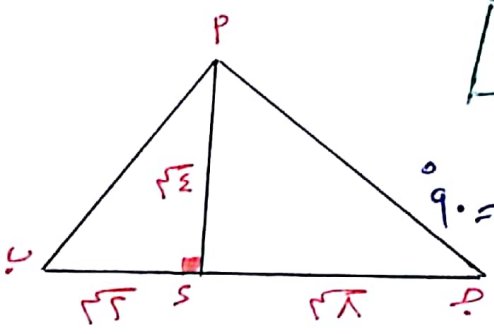



اثبت أن
م(∠ب جـ ء) = ٩٠°

ثم اوجد مساحة الشكل ب جـ ء
← مجموع مساحتى المثلثين

---

### مثال (٣)




اثبت
أن م(∠ب) = ٩٠°

الحل

فى Δ ب ء جـ
∵ م(∠ب ء جـ) = ٩٠°
∴ (ب جـ)² = (٧)² + (٤)² = ٤٩ + ١٦ = ٨٠

فى Δ ب ء ب
∵ م(∠ب ء ب) = ٩٠°
∴ (ب ب)² = (٤)² + (٢)² = ١٦ + ٤ = ٢٠

فى Δ ب جـ ب  (ب جـ)² = (١٠)² = ١٠٠
∵ (ب جـ)² = (ب جـ)² + (ب ب)²
∴ م(∠ب) = ٩٠° #

---

## أكمل

(١) الأضلاع ٦ سم، ٨ سم، ١٠ سم
تصلح أن تكون أضلاع مثلث ...
(١٠)² = (٦)² + (٨)²
حائم الزاوية

---

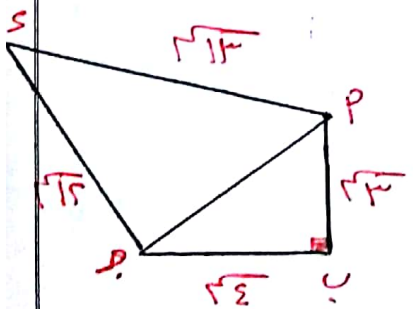
(٢) Δ ب جـ فيه
(ب ب)² = (ب جـ)² + (جـ ب)²
م(∠ب) = ٤٠° ، م(∠ب) = ... ؟
وهو مثلث قائم الزاوية فى جـ
∴ م(∠ب) = ١٨٠ − (٤٠° + ٩٠°) = ٥٠°

---

(٣) إذا كان مربع طول ضلع فى مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الأخريين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع ....

---

(٤)




اثبت أن
م(∠ب جـ ء) = ٩٠°


المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

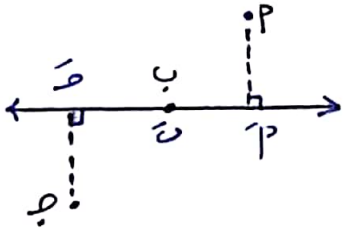
# الدرس الثالث
# المساقط

الوحدة الثانية

## أولاً مسقط نقطة على مستقيم

هو موقع العمود المرسوم من النقطة إلى المستقيم

ملحوظة: إذا كانت النقطة ∈ للمستقيم فإن مسقطها هو نفس النقطة

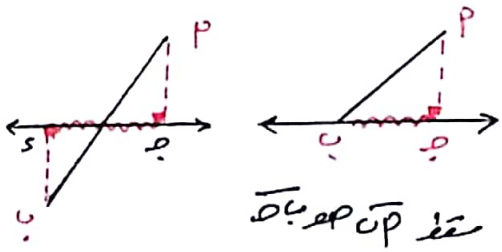



## ثانياً مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم

طول المسقط = طول القطعة

طول المسقط أصغر من طول القطعة

طول المسقط = صفر




مسقط $\overline{P ب}$ هو $\overline{ب جـ}$

مسقط $\overline{P ب}$ هو $\overline{د جـ}$

## ملاحظات هامة جداً

(١) طول مسقط قطعة مستقيمة ≤ أصغر من أو يساوى طول القطعة المستقيمة.

---

(٢) طول القطعة المستقيمة ≥ أكبر من أو يساوى طول مسقطها على مستقيم.

---

(٣) إذا كانت طول مسقط $\overline{أ ب}$ على المستقيم ل يساوى طول القطعة المستقيمة فإن القطعة المستقيمة تكون موازية للمستقيم

---

(٤) إذا كانت القطعة المستقيمة عمودية على مستقيم فإن مسقطها يكون نقطة وطول مسقطها = صفر

---

(٥) مسقط اتساع العمودى على مستقيم يكون نقطة

---

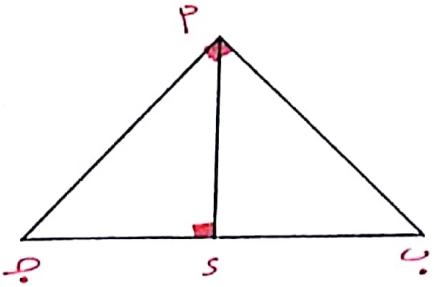
(٦) مسقط المستقيم العمودى على مستقيم يكون نقطة تقاطعهما

مسقط مستقيم غير عمودى على مستقيم هو مستقيم

**مثال (١)**

فى الشكل المجاور

أكمل




(١) مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{جـ د}$

ب نفسها و $\overline{ب د} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$

$\therefore$ $\overline{ب د}$

---

(٢) مسقط $\overline{أجـ}$ على $\overleftrightarrow{جـ د}$

د نفسها $\because \overline{أد} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$

---

(٣) مسقط $\overline{أد}$ على $\overleftrightarrow{جـ د}$

نقطة د

---

(٤) مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أد}$

أ نفسها $\because \overline{ب أ} \perp \overleftrightarrow{أد}$

---

(٥) مسقط $\overline{أجـ}$ على $\overleftrightarrow{أد}$

أ نفسها $\because \overline{جـ د} \perp \overleftrightarrow{أد}$

---

(٦) مسقط $\overline{ب د}$ على $\overleftrightarrow{أجـ}$

جـ نفسها $\because \overline{ب جـ} \perp \overleftrightarrow{أجـ}$

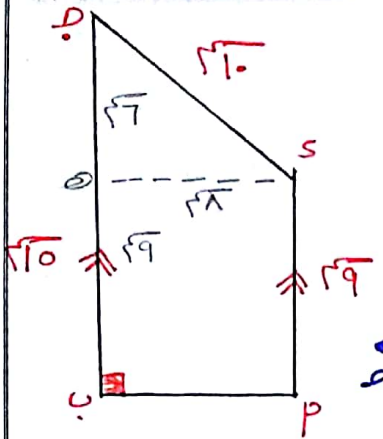
---

(٧) مسقط $\overline{ب د}$ على $\overleftrightarrow{جـ د}$

د نفسها $\because \overline{ب د} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$

---

**مثال (٢)**




أوجد

(١) طول مسقط $\overline{س د}$ على $\overleftrightarrow{ب د}$

(٢) طول مسقط $\overline{س د}$ على $\overleftrightarrow{أب}$

الحل

مسقط $\overline{س د}$ على $\overleftrightarrow{ب د}$

هو $\overline{هـ د}$ كما بالشكل

$\because س د = ٩$ سم ، $ب د = ١٥$ سم

$\therefore ب هـ = ٩$ سم $\therefore$ $\boxed{هـ د = ٦ \text{ سم}}$

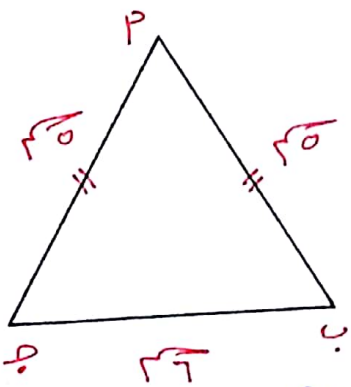
مسقط $\overline{س د}$ على $\overleftrightarrow{أب}$ هو $\overline{أب}$

$س د = \sqrt{(١٠)^2 - (٦)^2} = \sqrt{٨}$ سم

$\therefore$ $\boxed{أب = ٨ \text{ سم}}$

---

**مثال (٣)**




أوجد

(١) طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{ب د}$

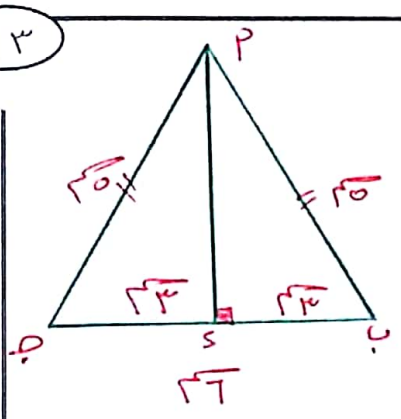
(٢) مساحة $\triangle أب جـ$

الحل

$\because$ العمود المقام من الرأس على القاعدة في المثلث المتساوي الساقين ينصف القاعدة.



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم




مسقط $\overline{م ب}$ على $\overleftrightarrow{ب ء}$ هو $\overline{ب ء}$

$ب ء = ٣$ سم

$\because$ ق$(\hat{م ء ب}) = ٩٠°$

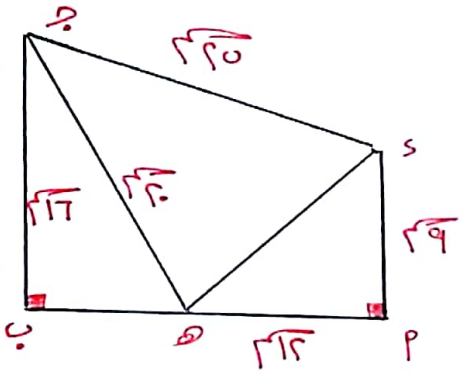
$\therefore م ء = \sqrt{(٥)^٢ - (٣)^٢} = ٤$ سم

$\therefore$ مساحة $\triangle م ب ء = \frac{١}{٢} \times ٦ \times ٤ = ١٢$ سم$^٢$

(٧) إذا كان $\triangle م ب ج$ قائم الزاوية فى ب فإن مسقط $\overline{م ب}$ على $\overleftrightarrow{ب ء}$ هو ...

---

فى الشكل المقابل




(٨) أوجد

(١) طول $\overline{ء هـ}$

(٢) طول مسقط $\overline{هـ ج}$ على $\overleftrightarrow{م ب}$

اثبت أن ق$(\hat{ء هـ ج})$ قائمة

---

## الواجب

### أكمل

(١) مسقط نقطة تنتمى لمستقيم على هذا المستقيم هو ....

(٢) مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم عمودى عليها هو ...

(٣) إذا كان مسقط $\overline{م ب}$ على $\overleftrightarrow{ل ن}$ هو النقطة ب فإن $\overline{م ب} \perp \overleftrightarrow{ل ن}$

(٤) مسقط نقطة على مستقيم عادم هو ....

(٥) طول مسقط قطعة مستقيمة .... طول القطعة نفسها.

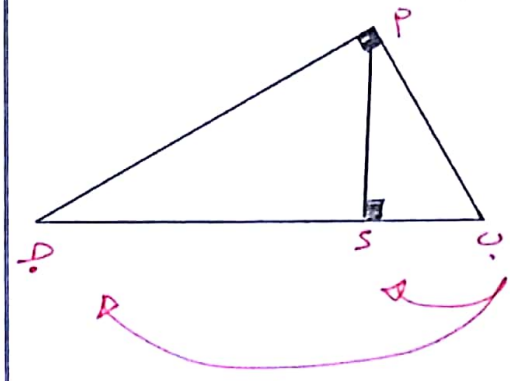
(٦) طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم عادم على هذا المستقيم .... طول القطعة المقابلة.

# الدرس الرابع
# نظرية إقليدس

الوحدة الثانية

## نظرية إقليدس

فى المثلث القائم الزاوية مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة تساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر.



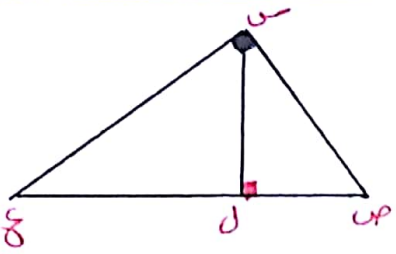

$(أب)^2 = ب د \times ب جـ$

$(أجـ)^2 = جـ د \times جـ ب$

$(أد)^2 = د ب \times د جـ$

$أد \times ب جـ = أب \times أجـ$

### مثال (١) الحل



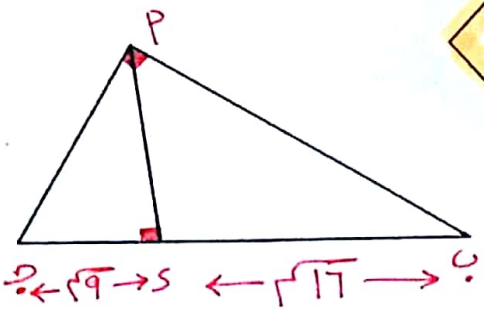

$(س ص ع)^2 =$

$(س ع)^2 =$

$(س ل)^2 =$

$= ع ص \times ص س$

### مثال (٢)




أوجد طول كلاً من $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{أد}$

الحل

∵ $ق(\hat{P}) = ٩٠°$

، $\overline{أد} \perp \overline{ب جـ}$

∴ $(أد)^2 = ب د \times د جـ$

$(أد)^2 = ١٦ \times ٩ = ١٤٤$

∴ $أد = \sqrt{١٤٤} = ١٢$ سم

فى $\triangle أ ب د$

$أب = \sqrt{(١٢)^2 + (١٦)^2} = \sqrt{٤٠٠} = ٢٠$ سم

فى $\triangle أ د جـ$

$أجـ = \sqrt{(١٢)^2 + (٩)^2} = \sqrt{٢٢٥} = ١٥$ سم

أو بإقليدس

$(أجـ)^2 = جـ د \times جـ ب$

$= ٩ \times ٢٥ = ٢٢٥$

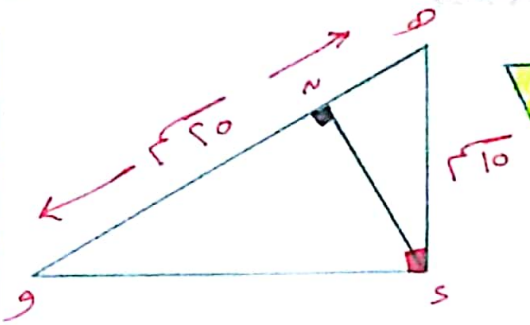
∴ $أجـ = \sqrt{٢٢٥} = ١٥$ سم



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

## الواجب

**مثال (٣)**




أوجد طول كل من
هـن ، وك ، كن

**الحل**

في Δ هـكو : ∵ ق(ك̂) = ٩٠°

∴ (كو)² = (هـو)² − (هـك)²

كو = √((٢٥)² − (١٥)²) = √٢٠٠ سم

(كهـ)² = هـن × هـو

(١٥)² = هـن × ٢٥

هـن = ٢٢٥ / ٢٥ = √٩ سم

∴ ن و = ٢٥ − ٩ = √١٦ سم

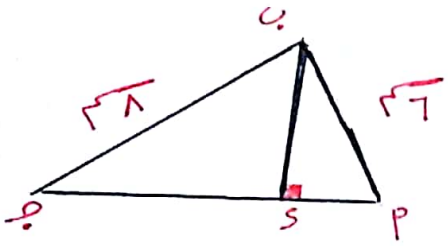
(ك ن)² = ن هـ × ن و

= ٩ × ١٦ = ١٤٤

∴ ك ن = √١٢ سم

---

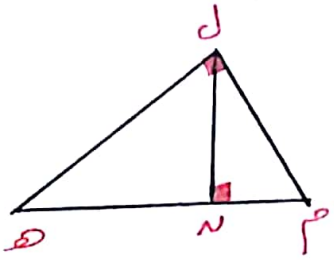
**(١)**




أوجد طول مسقط $\overleftrightarrow{م ب}$ على $\overleftrightarrow{م جـ}$

---

**(٢)**




أكمل

(ل م)² =

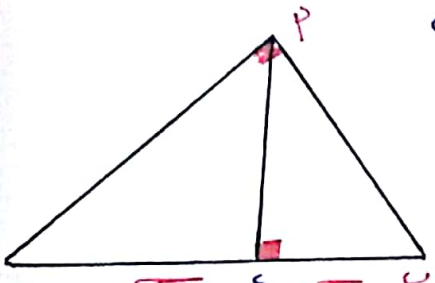
(ل هـ)² =

(ل ن)² =

ل ن × م هـ =

---

**(٣)**




أوجد طول

$\overline{م ب}$

$\overline{م ك}$

$\overline{م جـ}$



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

الوحدة الثانية

# الدرس الخامس التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه

إذا كان أكبر الأضلاع هو $\overline{أجـ}$ مثلاً

(١) $(أجـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$
فإن المثلث القائم الزاوية فى ب

(٢) $(أجـ)^{٢} >$ الكبر $(أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$
منفرج الزاوية فى ب

(٣) $(أجـ)^{٢} <$ أصغر $(أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$
فإن المثلث حاد الزوايا

---

**مثال (١)**

$\triangle$ أب جـ فيه $أب = ٥$ سم
$ب جـ = ١٢$ سم $أجـ = ١٣$ سم
حدد نوع المثلث بالنسبة لزواياه

الحل

أكبر الأضلاع هو $\overline{أجـ}$

$(أجـ)^{٢} = (١٣)^{٢} = ١٦٩$

$(أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (٥)^{٢} + (١٢)^{٢}$
$= ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩$

$\therefore (أجـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$
$\therefore \triangle$ أب جـ قائم الزاوية فى ب

---

**مثال (٢)** مثلث س ص ع فيه

$س ص = ٥$ سم $ص ع = ١٠$ سم
$س ع = ٣$ سم حدد نوع المثلث
بالنسبة لزواياه

الحل

أكبر الأضلاع هو $\overline{ص ع}$
$(ص ع)^{٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠$
$(س ص)^{٢} + (س ع)^{٢}$
$= (٥)^{٢} + (٦)^{٢} = ٢٥ + ٣٦ = ٦١$

$\therefore (ص ع)^{٢} > (س ص)^{٢} + (س ع)^{٢}$
$\therefore$ المثلث س ص ع منفرج
الزاوية فى س

---

**تدريب**

حدد نوع المثلث الذى أطوال
أضلاعه $٣$ سم، $٧$ سم، $٥$ سم

الحل



المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

## ملحوظة هامة

إذا كان

(١) $(أجـ)^2 = (أب)^2 + (ب جـ)^2$

فإن م $(\hat{ب})$ قائمة

وتكون حل س $أ$ ، $جـ$ حاد تماما

---

(٢) إذا كان

$(أجـ)^2 = (أب)^2 + (ب جـ)^2 + ٣$

فضلها أن $(أجـ)^2 > (أب)^2 + (ب جـ)^2$

ولذلك زاوية ب منفرجة

وتكون $أ$ ، $جـ$ حادتان

---

(٣) إذا كان

$(أجـ)^2 + ٥ = (أب)^2 + (ب جـ)^2$

فضلها أن

$(أجـ)^2 < (أب)^2 + (ب جـ)^2$

فتكون زاوية ب حادة .

## الواجب

(١) حدد نوع كل مثلث مما يأتى

(١) $أب = ٥$ سم ، $ب جـ = ٤$ سم ، $أجـ = ٣$ سم

(٢) $أب = ٦$ سم ، $ب جـ = ٣$ سم ، $أجـ = ٧$ سم

(٣) $أب = ١٠$ سم ، $ب جـ = ٩$ سم ، $أجـ = ٨$ سم

(٢) أكمل

(١) إذا كان $(أجـ)^2 = (أب)^2 + (ب جـ)^2$

فإن $(\hat{ب})$ تكون ---

، $(\hat{جـ})$ تكون ---

(٢) إذا كان $(أجـ)^2 = ٦ + (أب)^2 + (ب جـ)^2$

فإن $(\hat{ب})$ تكون ---

(٣) إذا كان $(س ص)^2 - ٥ = (س ع)^2 + (ص ع)^2$

فإن $(\hat{ع})$ تكون ---

---

مع أطيب واحد تمنياتى القلبية

بالنجاح والتفوق

محمد ادهم رياضيات