

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/316993772>

فيزياء الجسيمات

Book · February 2017

CITATIONS

0

READS

696

1 author:



Yazid Delenda

The University of Batna

30 PUBLICATIONS 272 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Jet mass observable [View project](#)



Eikonal amplitudes [View project](#)

فيزياء الجسيمات

لطلبة السنة الأولى ماستر

تخصص الفيزياء النظرية

أ.د. يزيد دلندة

قسم الفيزياء، كلية علوم المادة

جامعة باتنة 1

yazid.delenda@gmail.com



<https://theorique05.wordpress.com/particle-physics/>

الفهرس

4	1	مقدمة
4	1.1	مراجعة للنسبية الخاصة
7	2.1	معادلتى كلاين غوردن و ديراك و الجسيمات المضادة
13	3.1	مخططات فاينمان و قوانين فاينمان ل QED
21	4.1	تفاعلات الجسيمات و المقاطع الفعالة
24	5.1	إضمحلالات الجسيمات
26	2	الجسيمات الأولية و القوى الأساسية
26	1.2	تبادل الجسيمات و مدى قوة
31	2.2	اللبتونات و قوانين الإنحفاظ
36	3.2	الهادرونات (الباريونات و الميزونات)
42	3	النموذج المبسط للكواركات
42	1.3	تناظر الإيزوسبين و التعدديات
44	2.3	الإيزوسبين و زمرة SU(2)
44	3.3	التجاوبات
48	4.3	أمثلة أخرى
51	5.3	الحالات المسموحة و الغريبة
56	4	مقدمة إلى QCD
56	1.4	QCD و مفهوم الشحنة اللونية
58	2.4	الحصر و الحرية المقاربة: إقتران QCD
60	3.4	تفاعلات الكواركات، كمون QCD و مفهوم الهدرنة و النفاثات
62	4.4	عملية فناء إلكترون-بوزترون إلى نفاثات و النسبة R
68	5	التفاعلات الضعيفة
68	1.5	تصنيف التفاعلات الضعيفة
73	2.5	إضمحلال بيتا: نظرية فرمي
78	3.5	لولبية النيوتريينو
81	4.5	التفاعل شعاعي-شعاعي محوري
83	5.5	التيارات الضعيفة و الإنتقالات المسموحة
84	6.5	البوزونات الضعيفة و اقتران فرمي
85	7.5	إضمحلال الميون و البايون
93	8.5	التفاعلات الضعيفة ذات التيار المتعادل
95	9.5	التفرقات في التفاعلات الضعيفة

1 مقدمة

1.1 مراجعة للنسبية الخاصة

إن الظواهر النسبية مهمة جدا في فيزياء الجسيمات. مثلا في مصادم LEP الموجود في مخبر CERN يتم تصادم إلكترونات وبوزترونات بالطاقة $E = 100 \text{ GeV}$ ، بينما طاقة كتلة السكون للإلكترون هي فقط 0.511 MeV . في مصادم LHC فإن طاقة مركز الكتلة تصل إلى 14 TeV .
إن طاقة جسيم ترتبط مع اندفاعه عبر العلاقة:

$$E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4. \quad (1)$$

بدلالة السرعة، الطاقة و الإندفاع يمكن التعبير عنها كما يلي:

$$E = \gamma mc^2, \quad \vec{p} = \gamma m \vec{v}, \quad (2)$$

حيث

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (3)$$

هو معامل لورنتز. من خلال المعادلة (1) نستطيع كتابة:

$$E = mc^2 + \frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{1}{8} \frac{\vec{p}^4}{m^3 c^2}. \quad (4)$$

الطاقة الحركية هي الطاقة الكلية ناقص طاقة السكون:

$$T = E - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2. \quad (5)$$

مثلا في مصادم LEP:

$$\frac{1}{\gamma^2} = \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2 = \left(\frac{0.511}{10^5} \right)^2 = 2.6 \times 10^{-11} = 1 - \frac{v^2}{c^2}. \quad (6)$$

و منه إذا كان $v \approx c$ ، فإننا نستطيع أن نكتب:

$$\left(1 - \frac{v}{c}\right) \left(1 + \frac{v}{c}\right) \approx 2 \left(1 - \frac{v}{c}\right) = 2.6 \times 10^{-11}, \quad (7)$$

و منه:

$$(c - v) = 1.3 \times 10^{-11} c = 3.9 \times 10^{-3} \text{ m/s} \approx 4 \text{ mm/s}. \quad (8)$$

معامل لورنتز للإلكترون في مصادم LEP هو $\gamma = 2 \times 10^5$. من أجل مثل هذه الجسيمات الفائقة النسبية، نستطيع أن نكتب $E \approx pc$. و منه باستخدام طول موجة دوبروغلي:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{E}, \quad (9)$$

و التي تساوي 10^{-2} fm . مثل هذه الإلكترونات يمكن أن تستكشف أبعادا أصغر من حجم البروتون بمقدار رتبتيين من القيمة الأسية.

علاقة تباطؤ الزمن هي $\tau = \gamma \tau_0$ ، حيث τ_0 هو الزمن الذاتي. علاقة انكماش الأطوال هي $L = L_0/\gamma$ ، حيث L_0 الطول الذاتي.

1.1.1 الوحدات الطبيعية

الوحدات الطبيعية تستخدم عادة في فيزياء الجسيمات من أجل اجتناب المعادلات الطويلة التي تحتوي الثوابت الفيزيائية. في هذا النظام من الوحدات نعرف:

$$\hbar = 1, \quad c = 1, \quad (10)$$

و بالتالي فإننا نحذف \hbar و c في كل المعادلات. مثلاً نستطيع كتابة علاقة الطاقة و الإندفاع كما يلي:

$$E^2 = \vec{p}^2 + m^2, \quad (11)$$

و بالتالي في هذا النظام من الوحدات فإن الكتلة، الطاقة و الإندفاع تمتلك نفس الأبعاد. في هذا النظام من الوحدات كذلك فإن الزمن و الطول متكافئان و لكل منهما أبعاد مقلوب الطاقة. من أجل العودة إلى نظام الوحدات الدولية فإننا نسترجع \hbar و c باستخدام التحليل البعدي. مثلاً في الوحدات الطبيعية فإن مدى القوة النووية معطى بالعلاقة:

$$r = \frac{1}{m_\pi}, \quad (12)$$

حيث m_π هي كتلة البايون. في الوحدات الطبيعية لدينا:

$$r = \frac{1}{140} \text{MeV}^{-1}. \quad (13)$$

لاسترجاع \hbar و c في هذه المعادلة فإننا نكتب:

$$r = \frac{\hbar^\alpha c^\beta}{m} \quad (14)$$

حيث \hbar لديه أبعاد الإندفاع الزاوي (ML^2T^{-1}) و c هو عبارة عن سرعة $L \times T^{-1}$. و منه بالتحليل البعدي فإنه لدينا:

$$L = \frac{M^\alpha L^{2\alpha} T^{-\alpha} L^\beta T^{-\beta}}{M} = M^{\alpha-1} L^{2\alpha+\beta} T^{-\alpha-\beta}, \quad (15)$$

و التي من خلالها نلاحظ أن $\alpha = 1$ و $\beta = -1$ و منه:

$$r = \frac{\hbar}{mc}, \quad (16)$$

و التي هي طول موجة كامتون للبايون.

2.1.1 الأشعة الرباعية

نعرف شعاع لورنتز الرباعي ضد التغيري: $x^\mu = (ct, \vec{x})$. الشعاع الرباعي التغيري للموضع هو إذن:

$$x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu = (ct, -\vec{x}), \quad (17)$$

حيث التانسور المتري $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ ، أو $g_{00} = 1$ ، $g_{ij} = -\delta_{ij}$ (القرائن اللاتينية تجري عبر المركبات الفضائية و القرائن اليونانية تجري عبر كل المركبات الزمكانية). الجداء السلمي لشعاعين رباعيين يكتب على شكل جداء شعاع ضد تغييري و آخر تغييري:

$$x \cdot y \equiv x^\mu y_\mu = x^\mu g_{\mu\nu} y^\nu = x^0 y^0 - x^1 y^1 - x^2 y^2 - x^3 y^3. \quad (18)$$

نلاحظ أن $g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$ ، و أن $g_{\mu\nu} g^{\nu\lambda} = g_\mu^\lambda = \delta_\mu^\lambda$. مثلا الجداء السلمي لشعاع مع نفسه هو:

$$x^2 = x_\mu x^\mu = (ct)^2 - \vec{x}^2. \quad (19)$$

ملاحظة: يجب عدم الخلط بين x^2 و \vec{x}^2 ، فهذان المقداران لا يمثلان نفس الشيء. كل شعاع لورنتز رباعي ضد تغييري أصيل يتحول بلورنتز وفق العلاقة:

$$A'^\mu = \Lambda^\mu_\nu A^\nu, \quad (20)$$

حيث

$$\Lambda^\mu_\nu = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

من أجل تحويل لورنتز عبر المحور x في الإتجاه الموجب بالسرعة v . هنا لدينا $\beta = v/c$ و γ هو معامل لورنتز. لدينا:

$$\frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\nu} = \Lambda^\mu_\nu, \quad (22)$$

حيث $x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu$. بالمثل فإن أي شعاع رباعي تغييري يتحول بلورنتز وفق العلاقة:

$$A'_\mu = \Lambda_\mu^\nu A_\nu, \quad (23)$$

مع

$$\Lambda_\mu^\nu = \begin{pmatrix} \gamma & +\gamma\beta & 0 & 0 \\ +\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (24)$$

بحيث يكون:

$$\Lambda_\mu^\nu = g_{\mu\alpha} \Lambda^\alpha_\beta g^{\beta\nu}. \quad (25)$$

في المقابل يمكن كتابة $\Lambda_\mu^\nu = (\Lambda^\nu_\mu)^{-1}$. و منه $\Lambda_\mu^\lambda = \delta_\nu^\lambda$. يمكن كذلك أن نكتب:

$$\Lambda_\mu^\nu = \frac{\partial x'^\nu}{\partial x^\mu} = \frac{\partial x^\mu}{\partial x'^\nu}, \quad (26)$$

حيث لدينا $x'_\mu = \Lambda_\mu^\nu x_\nu$.

هذه الطريقة فإن الجداء السلمي لأي شعاعين رباعيين يكون لا تغيريا بتحويلات لورنتز، و ذلك لأن:

$$A' \cdot B' = A'^\mu B'_\mu = \Lambda^\mu_\alpha A^\alpha \Lambda_\mu^\beta B_\beta = \Lambda^\mu_\alpha \Lambda_\mu^\beta A^\alpha B_\beta = \delta^\beta_\alpha A^\alpha B_\beta = A^\alpha B_\alpha = A \cdot B. \quad (27)$$

نعرف كذلك الشعاع الرباعي التغييري و ضد التغييري للإشتقاق:

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right), \quad \partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla} \right), \quad \partial_\mu \partial^\mu = \square^2 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2. \quad (28)$$

و ذلك لأنها تتحول بلورنتز تماما مثل الأشعة الرباعية التغييرية و ضد التغييرية للموضع (تمرين: تحقق من ذلك).
الشعاع الرباعي ضد التغييري للإندفاع هو:

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right), \quad E = \gamma(u)mc^2, \quad \vec{p} = \gamma(u)m\vec{u}. \quad (29)$$

و منه $p_\mu = (E/c, -\vec{p})$ بحيث يكون

$$p_\mu p^\mu = p^2 = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 = m^2 c^2, \quad (30)$$

لا تغيريا. مرة أخرى فإن المقدار p^2 لا يساوي المقدار \vec{p}^2 .

2.1 معادلتى كلاين غوردن و ديراك و الجسيمات المضادة

من أجل جسيم حر، معادلة شرودينغر:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (31)$$

تقبل دالة دوبروغلي الموجية كحل:

$$\psi = e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)/\hbar}, \quad (32)$$

و التي تصف جسيما ذا اندفاع محدد تماما \vec{p} و طاقة محددة تماما $E = \vec{p}^2/2m$ ، أي موجة مستوية. و منه فإن هذا الجسيم غير نسبي. نسبيا فإن طاقة الجسيم يجب أن ترتبط باندفاعه عبر العلاقة:

$$E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4, \quad (33)$$

و منه يجب استخدام معادلة كلاين غوردن للبيوزونات:

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\hbar^2 c^2 \nabla^2 \phi + m^2 c^4 \phi, \quad (34)$$

و التي في صيغة لا تغييرية تكتب بالشكل:

$$(\hbar^2 \partial_\mu \partial^\mu + m^2 c^2) \phi = 0 \Leftrightarrow (-\hat{p}_\mu \hat{p}^\mu + m^2 c^2) \phi = 0, \quad (35)$$

مع:

$$\hat{p}^\mu = i\hbar\partial^\mu = \left(\frac{\hat{H}}{c}, \hat{\vec{p}} \right) = i\hbar \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla} \right). \quad (36)$$

في الوحدات الطبيعية ($\hbar = c = 1$) معادلة كلاين غوردن تصبح:

$$(\partial_\mu\partial^\mu + m^2)\phi = 0. \quad (37)$$

في الواقع فإن هذه المعادلة تقبل نفس الحل مثل معادلة شرودينغر، الموجة المستوية، لكن يوجد هناك فرق واحد و هو أن طاقة الجسيم تحقق:

$$E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4 \Rightarrow E = \pm \sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4}, \quad (38)$$

و منه هناك حلول ذات طاقات موجبة و أخرى ذات طاقات سالبة. لا يمكننا ببساطة تجاهل الحلول ذات الطاقات السالبة لأنها ضرورية من أجل تعريف مجموعة تامة من الحالات الذاتية. بالنسبة للفرميونات فإننا نستخدم معادلة ديراك:

$$\left(-i\hbar c \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta mc^2 \right) \psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi, \quad (39)$$

حيث $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ و β هي مصفوفات ثابتة رباعية البعد، و التي يجب أن تكون أرميتية، عديمة الأثر، ضد-متبادلة مع بعضها البعض و لذيها القيم الذاتية +1 و -1 فقط. فهي تحقق:

$$\{\alpha_i, \alpha_j\} = 2\delta_{ij}, \quad \{\alpha_i, \beta\} = 0, \quad \alpha_i^2 = 1, \quad \beta^2 = 1. \quad (40)$$

الدالة الموجية ψ هي سبينور ذو أربع مركبات. إذا وضعنا $\gamma^0 = \beta$ و $\gamma^i = \beta\alpha_i$ ، و بتعريف مصفوفات قاما ديراك:

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}) = (\beta, \beta\vec{\alpha}), \quad \gamma_\mu = (\gamma_0, -\vec{\gamma}) = (\beta, -\beta\vec{\alpha}), \quad (41)$$

فإنه يمكننا التعبير عن معادلة ديراك في صيغة تفايرية بالشكل:

$$(i\hbar\gamma_\mu\partial^\mu - mc)\psi(x) = 0 \Rightarrow (i\hbar\not{\partial} - mc)\psi(x) = 0, \quad (42)$$

حيث $\not{\partial} = \gamma_\mu\partial^\mu$ بالمثل:

$$(\gamma_\mu\hat{p}^\mu - mc)\psi(x) = 0 \Rightarrow (\not{p} - mc)\psi(x) = 0. \quad (43)$$

في الوحدات الطبيعية تصبح هذه المعادلة:

$$(i\gamma_\mu\partial^\mu - m)\psi(x) = 0 \Rightarrow (i\not{\partial} - m)\psi(x) = 0, \quad (44)$$

أو

$$(\gamma_\mu\hat{p}^\mu - m)\psi(x) = 0 \Rightarrow (\not{p} - m)\psi(x) = 0. \quad (45)$$

تحقق مصفوفات ديرك العلاقات:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}, \quad (46)$$

ولدينا:

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0, \quad (47)$$

و

$$\gamma^{0\dagger} = \gamma^0, \quad \gamma^{i\dagger} = -\gamma^i. \quad (48)$$

في تمثيل ديرك لدينا:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad (49)$$

و في المثل اليدواني (تمثيل فايل) لدينا:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad (50)$$

حيث كل خانة في المصفوفات السابقة هي في الواقع مصفوفة ذات الأبعاد 2×2 . من أجل معادلة ديرك فإن حلول الموجة المستوية تأخذ الصيغة التالية (بالعمل في الوحدات الطبيعية):

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} e^{-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{x})}, \quad (51)$$

حيث χ و ϕ هي سبينورات ثنائية البعد و التي تعتمد فقط على الإندفاع. بالتعويض في معادلة ديرك:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = (-i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta m) \psi, \quad (52)$$

مع:

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (53)$$

في تمثيل ديرك، فإننا نتحصل على المعادلتين المقترنتين:

$$E \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} & -m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix}, \quad (54)$$

و التي يمكن إيجاد حلولها كما يلي:

$$\chi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E - m} \phi, \quad \phi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E + m} \chi, \quad (55)$$

من أجل $\vec{p} \neq 0$. أما في حالة $\vec{p} = 0$ فإن الحلول يمكن إيجادها بسهولة كما يلي:

$$E\chi = m\chi, \quad E\phi = -m\phi. \quad (56)$$

و بالتالي لدينا حلان: $E = +m$ و $E = -m$ ، أحدهما حل ذو طاقة موجبة و الآخر حل ذو طاقة سالبة، تماما مثل حلول معادلة كلاين غوردن. أما من أجل $\vec{p} \neq 0$ فإننا نجد كذلك حلولاً ذات طاقات موجبة و أخرى ذات طاقات سالبة. بالتحديد يمكننا كتابة الحلول ذات الطاقات الموجبة كما يلي:

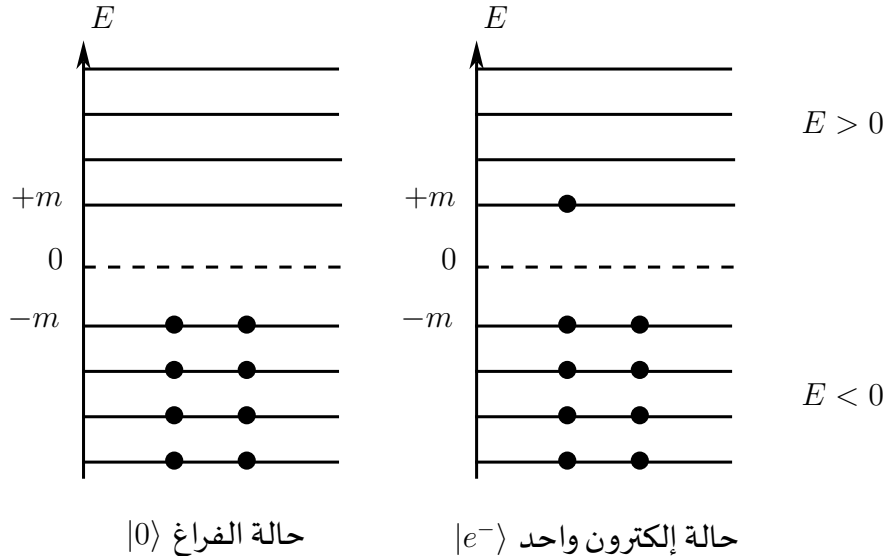
$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi \end{pmatrix} e^{-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{x})}, \quad (57)$$

مع $E = +\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$ ، و الحلول ذات الطاقات السالبة كما يلي:

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E-m} \phi \\ \phi \end{pmatrix} e^{-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{x})}, \quad (58)$$

و ϕ و χ هي سبينورات عشوائية ثابتة ثنائية البعد و التي هي مستقلة عن الإندفاع. كل من معادلتى كلاين غوردن و ديراك تقبل كحلول حالات أمواج مستوية بطاقات موجبة و سالبة. هذه الحلول أصلها هو عدم تحديد الإشارة في علاقة الطاقة و الإندفاع النسبية: $E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4$ ، و لا يمكن اجتنابها في الميكانيك الكمي النسبي. هناك كذلك بعض المشاكل التقنية الأخرى مع هاتين المعادلتين مثل التأويل الإحصائي للدالة الموجية و انحفاظ الإحتمال.

1.2.1 نظرية ديراك للثقب و الجسيمات المضادة

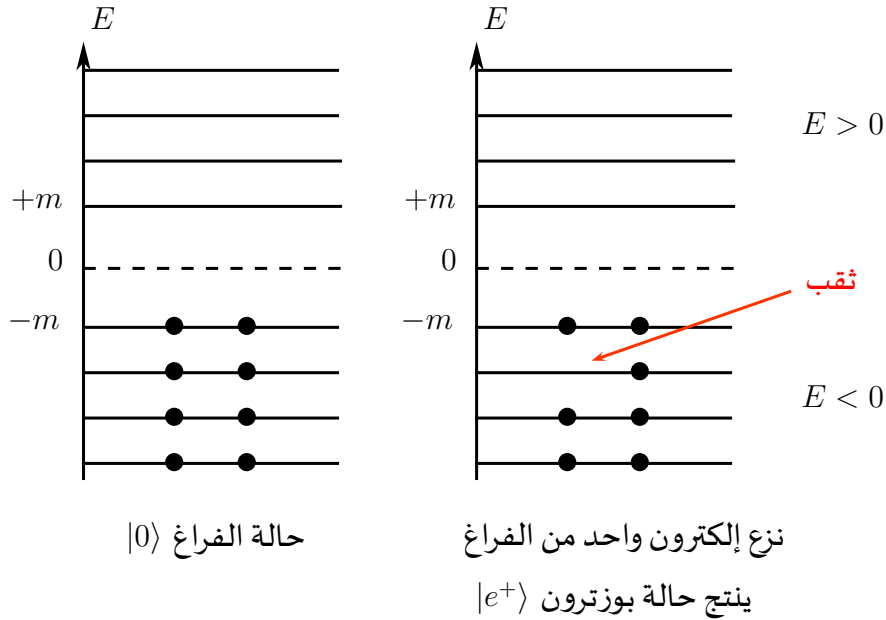


الشكل 1: نظرية ديراك للثقب.

إقترح ديراك سنة 1932 نظرية الثقب من أجل تفسير بحر الطاقات السالبة و ذلك بافتراض أن جميع مستويات الطاقة السالبة مملوءة بالإلكترونات بحيث لا يستطيع إلكترون في الطيف الموجب للطاقة أن يقفز إلى المستويات السالبة

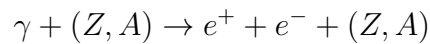
حسب مبدأ باولي للإستثناء. و منه فإن حالة الفراغ، و التي هي الحالة الأقل طاقة على الإطلاق، هي في الواقع مملوءة ببحر من عدد لا نهائي من الإلكترونات تشغل المستويات السالبة للطاقة، كما هو مبين في الشكل 1. البحر السالب للإلكترونات هو في الواقع ليس ملاحظا و لديه اندفاع $p_v = 0$ لأنه من أجل كل مستوى طاقي لدينا إلكترونان ذوا اندفاعين متعاكسين. كما أن البحر لديه سبين صفر لأن كل زوج من الإلكترونات التي تشغل مستوى طاقي معين تمتلك سبينين متعاكسين حسب قانون باولي للإستثناء. طاقة البحر هي في الواقع مالا نهاية لكن يمكننا إعادة تقنينها و ذلك بحساب الطاقة بالنسبة للفراغ (و ذلك لأن الفراغ غير ملاحظ). بالمثل فإن الفراغ لديه شحنة كهربائية معدومة (معادة التقنين) لأننا نستطيع حساب الشحنة بالنسبة للفراغ، و ذلك لأن الفراغ يعطينا كثافة شحنة ثابتة عبر الفضاء و بالتالي فإن الطاقة الكامنة الكهربائية أيضا ثابتة و يمكن إعادة تقنينها عبر الفضاء.

الآن لو نقوم بإضافة إلكترون واحد إلى الفراغ لا يمكنه أن يشغل أحد المستويات السالبة و يمكن فقط أن يشغل مستوى طاقي موجب، و يمكن فقط أن يكون له طاقة موجبة: $E = +\sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4}$. كما أنه إذا أمكننا انتزاع إلكترون واحد من البحر من المستوى الطاقي $-\sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4}$ ، و الإندفاع $-\vec{p}$ و الشحنة $-e$ فإننا في الواقع نكون قد شكلنا ثقبا في الفراغ، كما هو مبين في الشكل 2. حسب انحفاظ الطاقة و الإندفاع و الشحنة فإننا نستنتج أن هذه الحالة لديها الطاقة $E = +\sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4}$ ، و الإندفاع $+\vec{p}$ و الشحنة $+e$ ، و هذه الحالة لديها نفس كتلة الإلكترون $m^2 c^4 = \sqrt{E^2 - \vec{p}^2 c^2}$. هذه الحالة هي في الواقع لا يمكن تمييزها عن إلكترون ذي شحنة موجبة، و الذي يعرف بالبوزترون e^+ ، و الذي هو الجسيم المضاد للإلكترون.



الشكل 2: حالة ثقب تكافؤ بوزترون.

يمكن إنتاج البوزترون في تفاعلات مثل:



أي إنتاج زوج في حقل نواة ثقيلة.

إن نظرية ديراك للثقب تفسر بنجاح حلول الطاقات السالبة لمعادلة ديراك. غير أنها لا تصلح لتفسير حلول الطاقات السالبة لمعادلة كلاين غوردن لأن الأخيرة تصف البوزونات، و حسب إحصائيات بوز فإننا نستطيع الحصول على عدد

لانهائي من البوزونات التي تشغل نفس الحالة الكمية. و منه فإن جسيما يمكنه السقوط إلى مستويات الطاقة السالبة المشغولة.

إقترح فاينمان حلا جذريا لهذا المشكل، و ذلك بملاحظة أن حالات الطاقة السالبة تبدو تماما مثل حالات الطاقة الموجبة لكن منتشرة إلى الماضي في الزمن. و منه فإن إصدار جسيم ذي طاقة سالبة $E = -\sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4}$ و اندفاع $-\vec{p}$ يجب اعتباره أنه امتصاص جسيم مضاد ذي طاقة موجبة $E = +\sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4}$ و اندفاع $+\vec{p}$. بالمثل نستطيع اعتبار الجسيمات المضادة تماما مثل الجسيمات لكنها تنتشر في الزمن إلى الماضي (مثلا باعتبار التيار الكهربائي الناتج عن حركة إلكترون، فلو نقوم بعكس الزمن فإن التيار الناتج سيكون مثل التيار الناتج عن شحنة موجبة تتحرك في الإتجاه المعاكس).

و منه فإننا نحتفظ بكل من الحلول ذات الطاقات السالبة و الحلول ذات الطاقات الموجبة، و تستخدم الأولى لوصف الجسيمات المضادة و الثانية لوصف الجسيمات.

بالرجوع إلى حلول معادلة ديراك التي وجدناها سابقا، و بما أن السبينور χ العشوائي ثنائي البعد فإنه يمكننا كتابته في أساس مناسب ثنائي البعد $\{\chi_1, \chi_2\}$. مثلا:

$$\chi_{\uparrow} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{\downarrow} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (59)$$

حالات الأساس هذه يمكن استخدامها من أجل تعريف سبينور أساس يوافق حلول الطاقات الموجبة:

$$\sqrt{\frac{E+m}{2EV}} \begin{pmatrix} \chi_r \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi_r \end{pmatrix} e^{-ip \cdot x} \equiv u_r(p) e^{-ip \cdot x} \quad (60)$$

مع $E = +\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$ ، و قمنا بتقنين هذا السبينور في علبة ذات الحجم V ، و الذي يوافق الجسيمات. الحلول ذات الطاقات السالبة و التي توافق الجسيمات المضادة هي (بعد إجراء تغيير متغيرات $E \rightarrow -E$ و $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$):

$$\sqrt{\frac{E+m}{2EV}} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi_{-r} \\ \chi_{-r} \end{pmatrix} e^{+ip \cdot x} \equiv v_r(p) e^{+ip \cdot x}, \quad (61)$$

حيث الآن $E = +\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$ (موجب). هنا لدينا $r = \uparrow, \downarrow$. الحالات χ_{\downarrow} و χ_{\uparrow} توافق سبين سفلي أو سبين علوي. السبينور u يوافق جسيمات و السبينور v يوافق جسيمات مضادة.

يمكن بسهولة أن نبين أن هاملتوني ديراك لا يتلائم مع الإندفاع الزاوي المداري لجسيم حر $\hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{p}}$ ، ولكنه يتلائم مع الإندفاع الزاوي الإجمالي $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{S}}$ ، حيث مؤثر السبين هو:

$$\hat{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} \hbar \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}, \quad (62)$$

و الذي له القيم الذاتية $\pm \hbar/2$ ، و الحالات الذاتية χ_{\downarrow} و χ_{\uparrow} لكل من الجسيمات و الجسيمات المضادة. مثلا إذا اخترنا $\vec{p} = (0, 0, p_z)$ ، فإننا نكتب:

$$u_{\uparrow} = \frac{1}{\sqrt{2EV}} \begin{pmatrix} \sqrt{E+m} \\ 0 \\ \sqrt{E-m} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u_{\downarrow} = \frac{1}{\sqrt{2EV}} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{E+m} \\ 0 \\ -\sqrt{E-m} \end{pmatrix}, \quad (63)$$

$$v_{\uparrow} = \frac{1}{\sqrt{2EV}} \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{E-m} \\ 0 \\ \sqrt{E+m} \end{pmatrix}, \quad v_{\downarrow} = \frac{1}{\sqrt{2EV}} \begin{pmatrix} \sqrt{E-m} \\ 0 \\ \sqrt{E+m} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (64)$$

و هذه الحلول توافق بالترتيب جسيم ذو سبين علوي، جسيم ذو سبين سفلي، جسيم مضاد ذو سبين علوي و جسيم مضاد ذو سبين سفلي، و هي تشكل معا أساسا لأي حل لمعادلة ديراك الحرة لجسيم يتحرك عبر المحور z . مثلا يمكننا أن نكتب:

$$\hat{S}_z u_{\uparrow} = \frac{1}{2} \hbar u_{\uparrow}, \quad \hat{S}_z v_{\downarrow} = +\frac{1}{2} \hbar v_{\downarrow}. \quad (65)$$

ونلاحظ أن الدالة الموجية للبويزترون v_{\downarrow} توافق سبين سفلي لكن القيمة الذاتية لها للسبين هي $+1/2$ و ذلك لأن إلكتروننا ذا قيمة ذاتية $+1/2$ للسبين يتحرك إلى الماضي في الزمن يبدو تماما مثل بويزترون ذي سبين \downarrow يتحرك في الزمن إلى المستقبل. الدوال الموجية متعامدة و متجانسة مع شرط التقنين:

$$u_r^{\dagger}(p)u_s(p) = v_r^{\dagger}(p)v_s(p) = \frac{1}{V}\delta^{rs}, \quad (66)$$

و التي توافق جسيم واحد في وحدة الحجم.

جميع الجسيمات المشحونة لديها جسيمات مضادة، و التي تمتلك نفس الكتلة و شحنة مضادة. بعض الجسيمات المتعادلة لديها جسيمات مضادة بنفس الكتلة و الشحنة، مثلا النيوترون، و لكن لديها عزم مغناطيسي معاكس للعزم المغناطيسي للجسيمات الموافقة. الجسيمات الأخرى ليس لديها جسيمات مضادة مثل الفوتون γ . إن معادلة ديراك هي تغايرية بتحويلات لورنتز. نعرف مرافق باولي للسبينور:

$$\bar{\psi} = \psi^{\dagger}\gamma^0 = \psi^{\dagger}\beta. \quad (67)$$

إن المقدار الشبه خطي $\bar{\psi}\psi$ هو في الواقع مقدار سلمي بتحويلات لورنتز، أي أنه لا تغايري.

3.1 مخططات فاينمان و قوانين فاينمان لـ QED

1.3.1 العمليات الكهرومغناطيسية الأساسية

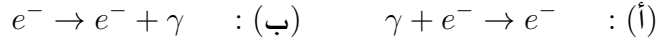
في نظرية ديراك للثقب، فإن أحد العمليات/الانتقالات الأساسية هي قفز الإلكترون e^{-} من مستوى طاقي إلى مستوى آخر مع إصدار أو امتصاص فوتون (طاقة). في الواقع فإن سعة الإحتمال لحدوث مثل هذه العمليات تتناسب مع شدة التفاعل الكهرومغناطيسي (على عكس التفاعلات القوية أو الضعيفة). شدة التفاعل الكهرومغناطيسي تقاس بثابت البنية الدقيقة:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}, \quad (68)$$

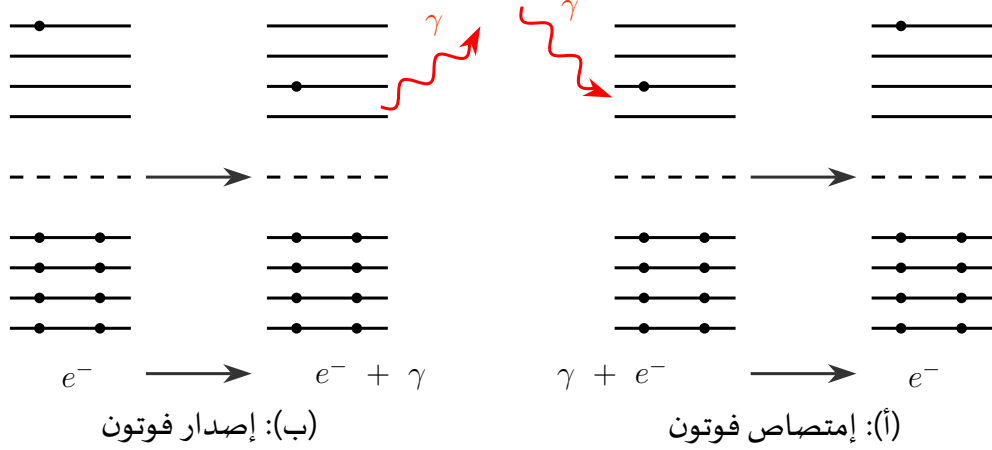
حيث في الوحدات الطبيعية نكتب:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}. \quad (69)$$

لدينا ثماني عمليات من هذا النوع من التفاعل. العمليات المعروفة لدينا هي:

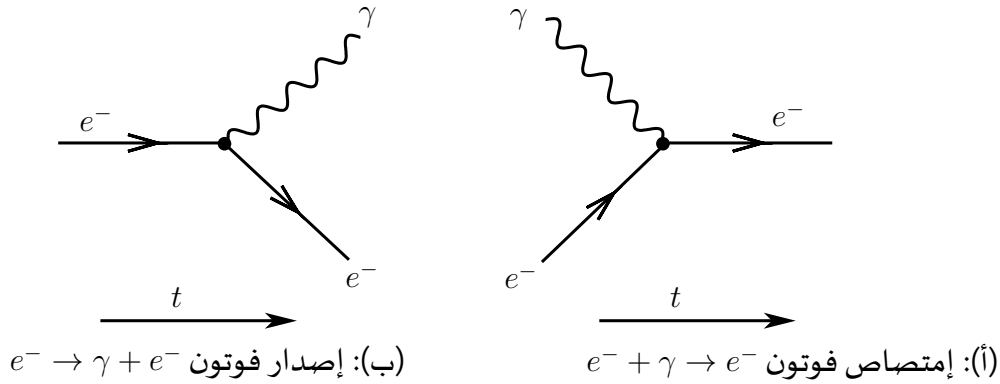


و التي توافق الإنتقالات بين المستويات الطاقوية الموجبة (أنظر الشكل 3).



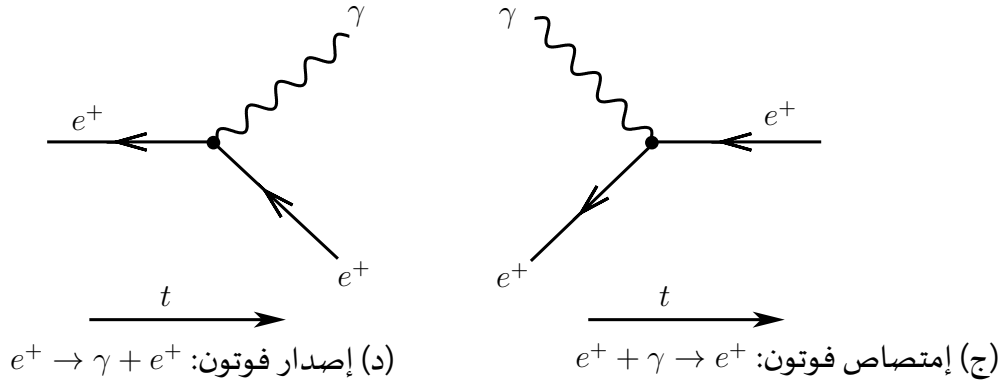
الشكل 3: (أ) إمتصاص فوتون في التفاعل $e^- + \gamma \rightarrow e^-$ و (ب) إصدار فوتون في العملية $e^- \rightarrow e^- + \gamma$.

نصطلح على تمثيل مثل هذه العمليات بمخططات فاينمان المبينة في الشكل 4. في هذه المخططات نصطلح على أن

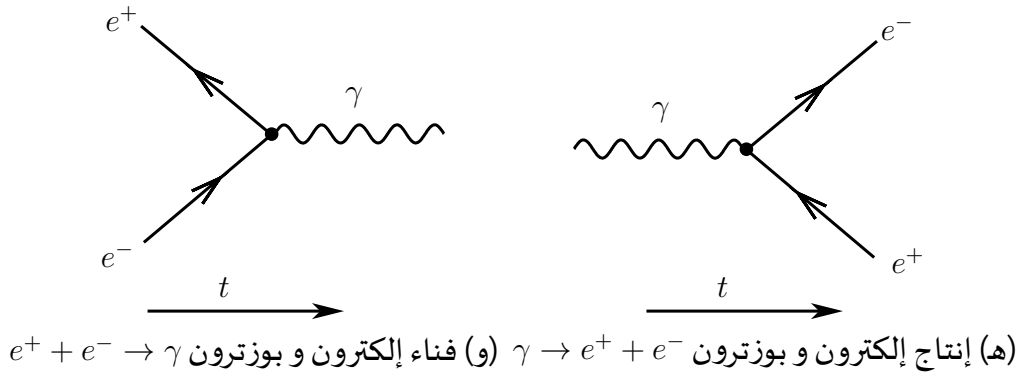


الشكل 4: (أ) إمتصاص فوتون في التفاعل $e^- + \gamma \rightarrow e^-$ و (ب) إصدار فوتون في العملية $e^- \rightarrow e^- + \gamma$.

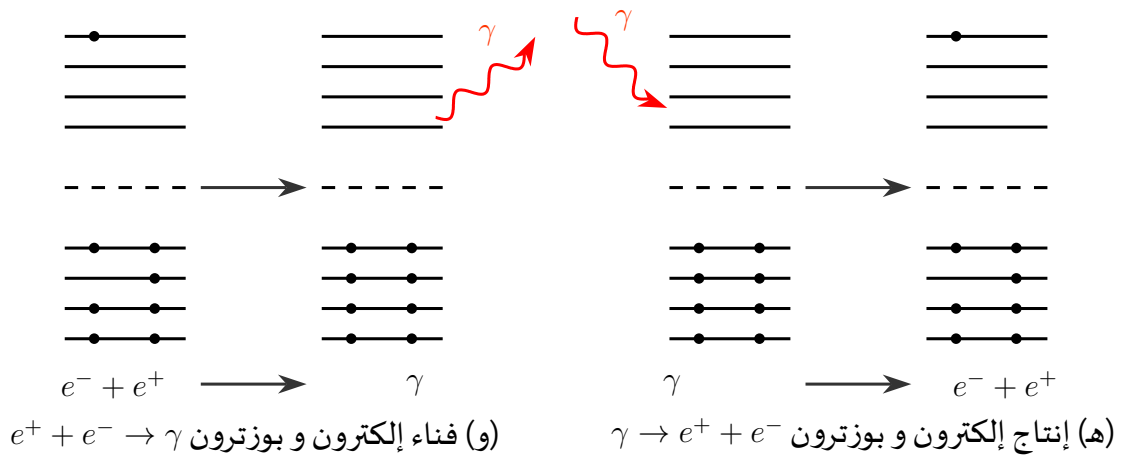
الزمن يتدفق من اليسار إلى اليمين. زيادة على هذه العمليات المعروفة هنالك ست عمليات أخرى، بما فيها تلك المبينة في الشكل 5. إصطلاحا فإن الخط المرفق بسهم متجه عكس الزمن يمثل بوزترونا بينما الخط المزود بسهم متجه في نفس اتجاه الزمن يمثل إلكتروننا. بمعنى آخر فإن السهم يمثل تدفق الشحنة الكهربائية. يمكننا كذلك تمثيل عملية فناء زوج أو إنتاج زوج مثلما هو مبين في الشكل 6. هذه المخططات توافق مخططات نظرية الثقب المبينة في الشكل 7. كما لدينا أيضا العمليات المبينة في الشكل 8. في الواقع فإن كل العمليات الثماني السابقة يمكن اعتبارها تدويرات مختلفة لمخطط نقطة تفاعل واحدة (الشكل 9). و منه في هذه المخططات يكون لدينا دائما سهم واحد يتجه نحو نقطة التفاعل و سهم واحد خارج منها. هذا الأمر يعكس الخاصية الأساسية لانحفاظ الشحنة في جميع التفاعلات. مثلا فإن مخططا مثل ذلك المبين في الشكل 10 يمثل تفاعلا ممنوعا لأنه ينقض انحفاظ الشحنة.



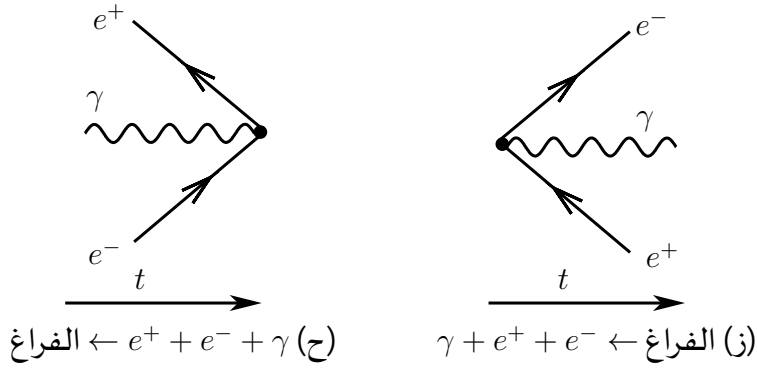
الشكل 5: (ج) إمتصاص فوتون في العملية $e^+ + \gamma \rightarrow e^+$ و (د) إصدار فوتون في العملية $e^+ \rightarrow e^+ + \gamma$.



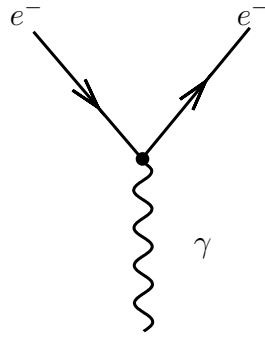
الشكل 6: (هـ) إنتاج إلكترون و بوزترون $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ و (و) فناء إلكترون و بوزترون $e^+ + e^- \rightarrow \gamma$.



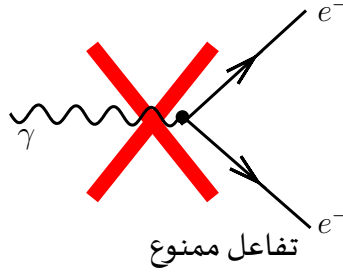
الشكل 7: (هـ) إنتاج إلكترون و بوزترون $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ و (و) فناء إلكترون و بوزترون $e^+ + e^- \rightarrow \gamma$.



الشكل 8: (ز) الفراغ $\leftarrow \gamma + e^+ + e^-$ و (ح) الفراغ $\leftarrow e^+ + e^- + \gamma$.



الشكل 9: نقطة التفاعل الأساسية للتفاعلات الكهرومغناطيسية.



الشكل 10: التفاعل $\gamma \rightarrow e^- e^-$ ممنوع حسب انحفاظ الشحنة. إنحفاظ الشحنة مضمون إذا كان سهم واحد يتجه نحو نقطة التفاعل و السهم الآخر يخرج منها.

2.3.1 قوانين الإنحفاظ

في العمليات الأساسية السابقة، فإن الشحنة الكهربائية، الإندفاع و الإندفاع الزاوي (السبين) كلها محفوظة. غير أن الطاقة ليست محفوظة في التفاعلات السابقة. لرؤية ذلك نعتبر على سبيل المثال تفاعل إصدار فوتون من إلكترون $e^- \rightarrow e^- + \gamma$. نعتبر معلم السكون للإلكترون الابتدائي حيث لدينا الإندفاع الرباعي $p^\mu = (m_e c^2/c, \vec{0})$ ، حيث كتلة السكون للإلكترون هي $E = m_e c^2$. نفرض أن اندفاع الفوتون هو \vec{k} و طاقته هي $\omega = c|\vec{k}|$ (و ذلك لأن الفوتون بدون كتلة). باستخدام انحفاظ الإندفاع الثلاثي فإنه يجب أن يكون لدينا اندفاع الإلكترون في الحالة النهائية معاكسا لاندفاع

الفوتون الخارج \vec{k} - و منه فإن التفاعل في هذه الحالة هو:

$$e^-(m_e c^2/c, \vec{0}) \rightarrow e^-(E_k/c, -\vec{k}) + \gamma(c|\vec{k}|/c, \vec{k})$$

لكن طاقة الإلكترون هي $E_k = \sqrt{m_e^2 c^4 + |\vec{k}|^2 c^2}$ و منه فإن الطاقة الابتدائية هي $m_e c^2$ بينما الطاقة النهائية هي $\sqrt{m_e^2 c^4 + |\vec{k}|^2 c^2} + c|\vec{k}|$ ، و التي هي أكبر من الطاقة الابتدائية. و منه فإن انحفاظ الطاقة منقوض في هذا التفاعل، و كذلك في باقي التفاعلات الثماني الأخرى. و منه فإن هذا التفاعل لا يمكن أن يحدث في الفراغ بهذا الشكل. أي أن هذه التفاعلات الأساسية كلها ممنوعة في غياب مادة أخرى، فنقول أن هذه التفاعلات هي تفاعلات افتراضية و ليست تفاعلات حقيقية.

غير أنه في الميكانيك الكمي يمكننا بسهولة حل هذا المشكل عن طريق مبدأ Heisenberg للإرتياب، حيث يمكننا أن نسمح لارتياب في الطاقة ΔE خلال مجال زمني Δt بحيث:

$$\Delta E \Delta t \sim \hbar, \quad (70)$$

و يمكننا نسب المقدار المنقوض من الطاقة $\sqrt{m_e^2 c^4 + |\vec{k}|^2 c^2} - m_e c^2$ إلى ارتياب ΔE ، فيكون بذلك التناقض في الطاقة مجرد ارتياب. لاحظ أنه في الميكانيك الكلاسيكي Δt كبير جدا و منه $\Delta E = 0$ و نسترجع بذلك قانون انحفاظ الطاقة. هذا يعني أنه حسب قوانين الميكانيك الكمي يمكننا الحصول على ارتيابات صغيرة في الطاقة خلال فترات زمنية صغيرة.

في نظرية الحقول الكمية فإننا نعتبر أن الطاقة محفوظة عند كل نقطة تفاعل، لكننا نعتبر أن الجسيمات الافتراضية الناتجة في التفاعلات الافتراضية موجودة خارج طبقة الكتلة. مثلا في التفاعل $e^- \rightarrow \gamma + e^-$ ، فإننا نقول أن الفوتون الناتج خارج طبقة الكتلة، و الذي يعني أن الفوتون في هذا التفاعل ليس فوتونا حقيقيا بل هو افتراضي و هو فوتون ذو كتلة، بينما الفوتون الحقيقي هو فوتون بدون كتلة. مثل هذه الجسيمات الافتراضية التي هي خارج طبقة الكتلة فإننا نرمز لها بنجمة، و نكتب مثلا $e^- \rightarrow e^- + \gamma^*$ ، و نفهم من ذلك أن الفوتون γ^* هو فوتون افتراضي و هو خارج طبقة الكتلة. و منه فإننا نكتب التفاعل بالشكل التالي:

$$e^-(m_e c^2/c, \vec{0}) \rightarrow e^-(E_{e^+}/c, -\vec{k}) + \gamma^*(E_\gamma/c, \vec{k})$$

حيث الآن $E_\gamma \neq c|\vec{k}|$. إذن فإننا نسترجع قانون انحفاظ الطاقة و نكتب:

$$E_\gamma + E_{e^+} = m_e c^2$$

الآن بما أن الفوتون في هذا التفاعل ليس حقيقيا فإنه لا ينتشر مسافة ماكروسكوبية، أي لا ينتشر مدة زمنية أكبر من $\delta t \sim \hbar/\delta E$ ، و يجب أن يحدث له تفاعل آخر خلال هذا المجال الزمني الصغير. كما نلاحظ أيضا أنه يمكن أن يكون الفوتون في هذه العملية هو الجسيم الحقيقي و يكون الإلكترون في الحالة النهائية هو الجسيم الافتراضي. في هذه الحالة نكتب التفاعل كما يلي $e^- \rightarrow e^{-*} + \gamma$ ، حيث يكون خارج طبقة الكتلة و لا تكون كتلته تساوي $0.511 \text{ MeV}/c^2$ و لا يتواجد لمدة زمنية طويلة.

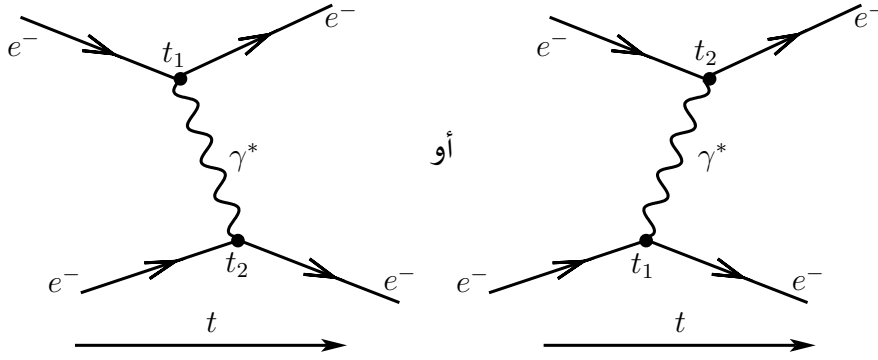
إذن فإنه في الميكانيك الكمي (أو بالأحرى في نظرية الحقول الكمية) فإن التفاعلات السابقة تحدث فعلا و هي تفاعلات مسموحة، غير أن الجسيمات الناتجة هي جسيمات افتراضية و لا تستطيع أن تنتشر لمدة زمنية أكبر من $t \sim \hbar/\delta E$. هذا يعني أن عملية أخرى يجب أن تحدث قبل هذا الزمن. إذن في التفاعلات الحقيقية ينبغي أن تحدث عمليتان (نقاط تفاعل) أو أكثر خلال المجال الزمني $\delta t \sim \hbar/\delta E$. نعتبر مثلا العملية التالية.

3.3.1 تبعثر إلكترون-إلكترون

نعتبر التفاعل $e^- \rightarrow e^- + \gamma^*$. في هذا التفاعل فإن الفوتون الافتراضي الناتج لا يمكنه الإنتشار مسافات ماكروسكوبية، و يجب أن يحدث له تفاعل آخر عن طريق اضمحلاله أو تفاعله مع جسيم آخر. نعتبر المثال الذي يتم فيه امتصاص هذا الفوتون الافتراضي من قبل إلكترون آخر في الجوار $\gamma^* + e^- \rightarrow e^-$. إذن فإن التفاعل الإجمالي الذي يحدث هو:

$$e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$$

و نستطيع أن نقول هنا أن الفوتون الافتراضي الوسيط ليس ملحوظا. هذا التفاعل يمكن أن يحدث عن طريق مخططات فاينمان المبينة في الشكل 11. في التفاعل المبين في الشكل 11 فإننا نعتبر أن الطاقة محفوظة في جميع نقاط التفاعل،



عملية تبادل فوتون واحد

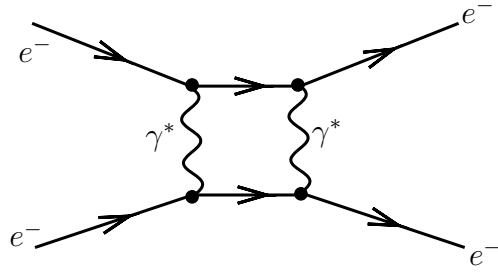
الشكل 11: تبعثر إلكترون-إلكترون $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$ عبر تبادل فوتون افتراضي.

و أن الجسيمات الخارجية كلها حقيقية (داخل طبقة الكتلة). في الواقع فإن كلا المخططين المبينين في الشكل 11 هما متكافئان طوبولوجيا، و هما يختلفان فقط في الترتيب الزمني لنقاط التفاعل. اصطلاحا نقوم برسم ترتيب زمني واحد فقط و يكون الترتيب الآخر مستلزما.

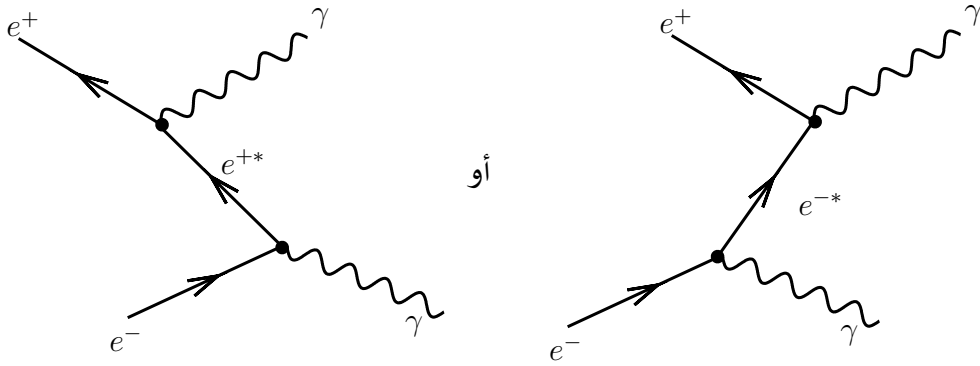
حسب قوانين نظرية الحقول الكمية، فإن سعة احتمال التفاعل المبين في الشكل 11 يتناسب طردا مع α (و الذي يتناسب مع e^2). يمكن اعتبار أن كل نقطة تفاعل تشارك بمعامل يتناسب مع e .

نعتبر مثالا آخر و هو تبادل فوتونين في تبعثر إلكترون-إلكترون، و المبين في الشكل 12. في هذا التفاعل هنالك أربع نقاط تفاعل، و الذي يعني أن سعة احتمال حدوثه يتناسب مع $e^4 \propto \alpha^2$ ، و الذي يعني أن سعة احتمال حدوثه أقل بكثير من سعة احتمال حدوث تبادل فوتون واحد. في الحالة العامة فإن عدد نقاط التفاعل في مخطط فاينمان يرتبط بمرتبة المخطط (أي يرتبط بالمرتبة في نظرية الاضطراب)، و نرمز للمرتبة بالرمز O . مثلا فإن عملية تبادل فوتون واحد في تبعثر إلكترون-إلكترون يقال عن سعة احتمالها أنها من مرتبة $O(\alpha)$ ، و هي تمثل المرتبة المتقدمة. بالنسبة للعمليات التي تحتوي عدد n من نقاط التفاعل في التفاعلات الكهرومغناطيسية، فإن سعة الإحتمال هي $O(\alpha^{n/2})$ ، و أن احتمال حدوثها (و الذي يساوي الطويلة مربع لسعة الإحتمال) هو $O(\alpha^n)$.

مثال آخر هو التفاعل $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ ، المبين في الشكل 13. في الشكل 13 نلاحظ أن الإلكترون/البوزترون الوسيط هو في الواقع افتراضي، و بالتالي فإنه يكون خارج طبقة الكتلة. المخططان المبينان في الشكل 13 ليسا مختلفين طوبولوجيا، و بالتالي عند حسابنا لسعة احتمال حدوث هذا التفاعل فإننا نحفظ بأحدهما فقط (أي في الحالة العامة

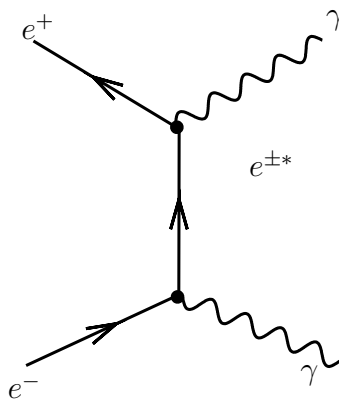


الشكل 12: تبادل فوتونين في تبعثر إلكترون-إلكترون.



الشكل 13: المخططات الأقل مرتبة للعملية $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$. هذان المخططان ليسا مختلفين طوبولوجيا و بالتالي نحفظ بأحدهما فقط. أنظر الشكل 14.

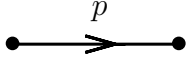
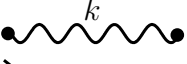
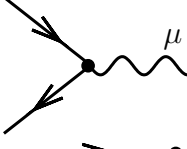






فإننا نحفظ فقط بالمخططات المختلفة طوبولوجيا). و منه فإن مخطط فاينمان للتفاعل $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ مبين في الشكل 14.



الشكل 14: مخطط فاينمان للتفاعل $e^+e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ ، حيث احتفظنا بالمخططات المختلفة طوبولوجيا فقط.

4.3.1 قوانين فينمان لـ QED

قوانين فينمان لـ QED ملخصة في الشكل 15. تحقق سبينورات ديراك معادلة ديراك في فضاء الإندفاع التالية:

منتشر ديراك		$\frac{i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$
منتشر فوتون		$\frac{-ig^{\mu\nu}}{k^2 + i\epsilon}$
نقطة تفاعل QED		$iQe\gamma^\mu$ حيث $Q = -1$ للإلكترون
فرميون خارجي		وارد: $u^s(p)$
		صادر: $\bar{u}^s(p)$
ضد-فرميون خارجي		وارد: $\bar{v}^s(p)$
		صادر: $v^s(p)$
فوتون خارجي		وارد: $\epsilon_\mu(k)$
		صادر: $\epsilon_\mu^*(k)$

الشكل 15: قوانين فينمان لـ QED.

$$(\not{p} - m)u^s(p) = 0 \quad (71a)$$

$$\bar{u}^s(p)(\not{p} + m) = 0 \quad (71b)$$

$$(\not{p} + m)v^s(p) = 0 \quad (71c)$$

$$\bar{v}^s(p)(\not{p} - m) = 0 \quad (71d)$$

حيث $\not{p} = \gamma_\mu p^\mu$. عند حسابنا للمقاطع الفعالة أو معدلات الإضمحلال عادة ما نجمع أو نأخذ القيم الوسطية على السبين. في هذه الحالة لدينا:

$$\sum_s u^s(p)\bar{u}^s(p) = \not{p} + m, \quad \sum_s v^s(p)\bar{v}^s(p) = \not{p} - m, \quad (72)$$

زيادة على ذلك فإن شعاع الإستقطاب ϵ^μ عادة ما يتم تنظيمه إلى الوحدة. أشعة الإستقطاب للبوزونات عديمة الكتلة (أي الفوتونات والغلوونات) يجب أن تكون عرضية، وبالتالي يجب أن تحقق:

$$\vec{p} \cdot \vec{\epsilon} = 0, \quad (73)$$

حيث $\epsilon^\mu = (0, \vec{\epsilon})$. بالمثل عندما نقوم بالجمع على جميع حالات الإستقطاب للفوتونات الخارجية نستخدم العلاقة التالية:

$$\sum_\lambda \epsilon_\mu^{\lambda*} \epsilon_\nu^\lambda = -g_{\mu\nu}, \quad (74)$$

وذلك لأن الكواشف لا تستطيع الكشف عن حالات الإستقطاب.

4.1 تفاعلات الجسيمات و المقاطع الفعالة

في تفاعلات الجسيمات دائما يكون لدينا انحفاظ الطاقة و الإندفاع، غير أن فناء أو إنتاج الجسيمات ممكن. في هذه الحالة فإن الطاقة و الكتلة قابلة للتبادل فيما بينها. بالنسبة للتفاعلات المرنة فإن الجسيمات التي تدخل التصادم هي نفسها تلك التي تخرج منه، مثلا تبعثر بروتون و نيوترون المرن $n+p \rightarrow n+p$. لكن إنتاج الجسيمات أيضا ممكن خصوصا عندما تكون الطاقة الحركية T للحزمة أكبر بكثير من كتلة السكون للجسيمات الحزمة. مثلا يمكننا الحصول على تفاعل أين يتم إنتاج جسيمات جديدة و فناء جسيمات الحزمة، مثلا التفاعل $n+p \rightarrow n+n+\pi^+$ ، و هذا التصادم هو تصادم غير مرن (تبعثر غير مرن). هذا التفاعل يتم عن طريق تحول الطاقة الحركية إلى كتلة. يمكننا الحصول على حالات نهائية متنوعة (و التي نرمز لها بالرمز r) من أجل أي تبعثر للجسيمات، و التي نسميها قنوات، مثلا نكتب $n+p \rightarrow r$ ، حيث $r = n+n+\pi^+, p+p+\pi^-, n+p+\pi^++\pi^-, \dots$

المقطع الفعال: المقطع الفعال هو مقيس لاحتمال حدوث تفاعل بين جسيمين اثنين. المعنى الفيزيائي للمقطع الفعال هو المساحة الفعالة المتوفرة للتفاعل من طرف هدف ثابت و الذي يتم قذفه بجسيم آخر. كلما كان المقطع الفعال كبيرا كلما كان احتمال حدوث التفاعل أكبر. المقطع الفعال للتبعثر نحو قناة معينة معرف كما يلي:

$$\sigma_r = \frac{W_r}{JN}, \quad (75)$$

حيث W_r هو عدد العمليات الملاحظة في وحدة الزمن للتبعثر نحو القناة r ، و الذي لديه وحدة s^{-1} ، و J هو تدفق الحزمة الواردة من الجسيمات (كثافة تيار الحزمة الواردة)، و الذي يمثل عدد الجسيمات التي تمر عبر وحدة مساحة المقطع العرضي للحزمة الواردة في وحدة الزمن و له وحدة $m^{-2}s^{-1}$. إذا كان للجسيمات الواردة سرعة v و كثافة حجمية n فإن $J = nv$. في العلاقة (75)، N هو عدد الجسيمات في الهدف. و عليه فإن المقطع الفعال هو عدد التفاعلات التي تحدث في وحدة الزمن في وحدة تدفق الحزمة الواردة في وحدة عدد الجسيمات في الهدف. في الواقع فإن σ_r لديه أبعاد المساحة و وحدته هي m^2 ، و عادة ما نعبر عن المقطع الفعال باستخدام وحدة البارن barn:

$$1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2, \quad (76)$$

مثلا بالنسبة للمقطع الفعال لتبعثر بروتون و نيوترون، نعرف المقطع الفعال المرن $\sigma_{\text{elastic}} = \sigma(n+p \rightarrow n+p)$ المقطع الفعال غير المرن هو $\sigma_{\text{inelastic}} = \sum_r \sigma(n+p \rightarrow r)$ و المقطع الفعال الإجمالي هو $\sigma_{\text{total}} = \sigma_{\text{elastic}} + \sigma_{\text{inelastic}}$. مثلا في الطاقات العالية فإن المقطع الفعال الإجمالي لتبعثر np هو $\sigma \sim 40 \text{ mb}$ ، و الذي يتغير ببطء بدلالة الطاقة. الآن لو نقارن هذا المقطع الفعال مع المساحة الفعالة للبروتون، و الذي لديه نصف قطر من رتبة $r_p \sim 1 \text{ fm}$ ، فإن $\pi r_p^2 \approx 3 \times 10^{-30} \text{ m}^2 = 30 \text{ mb}$. هذا يعني أنه في القيمة الوسطية فإنه في كل مرة يصطدم نيوترون مع بروتون فإن تفاعلا ما يحدث، و بالتالي فإن هذا التفاعل قوي. لكن بالنسبة للفوتونات فإننا نجد أنه في القيمة الوسطية فإنه في واحدة من كل 300 مرة يصطدم فيها فوتون ذو طاقة عالية بالبروتون فإن تفاعلا يحدث. بالنسبة للتفاعلات التي يكون فيها تصادم لحزمتين من الجسيمات A و B ، مثلا في مصادمات LEP و LHC، فإن المقطع الفعال الإشتقاقي للتفاعل $A+B \rightarrow f$ معطى بالعلاقة:

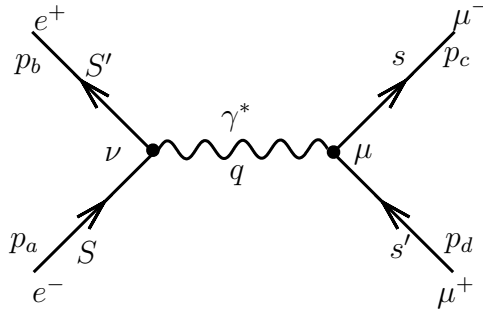
$$d\sigma = \frac{1}{2E_A 2E_B |v_A - v_B|} \left(\prod_f \frac{d^3 \vec{p}_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} \right) |\overline{\mathcal{M}}(A+B \rightarrow f)|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(p_A + p_B - \sum_f p_f \right), \quad (77)$$

حيث E و v ترمز لطاقة و سرعة الجسيمات، و $|\overline{\mathcal{M}}(A + B \rightarrow f)|^2$ هو السعة مربع للعملية $A + B \rightarrow f$ ، المجموعة على سبين/لون/استقطاب الحالة الابتدائية و المتوسطة على سبين/لون/استقطاب الحالة النهائية. لاحظ أن فضاء الطور لاتغاييري بلورنتز. و يمكن رؤية ذلك بملاحظة أن:

$$\frac{d^3\vec{k}_i}{2E_i} = d^4k_i \delta^4(k_i^2 - m_i^2) \Theta(k^0), \quad (78)$$

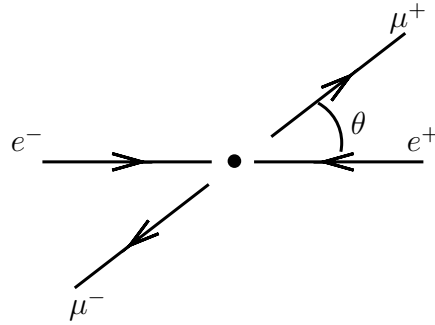
حيث $\Theta(x)$ هي دالة درجة هيفيسايد.

مثال: فناء إلكترون - بوزترون إلى زوج ميون - مضاد-ميون: نعتبر العملية الأساسية $e^+ + e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ ، مثلما هو موضح في الشكل 16.



الشكل 16: عملية فناء إلكترون - بوزترون إلى زوج ميون - مضاد-ميون: $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ في الدرجة الدنيا.

يتصادم الإلكترون و البوزترون رأسيا في معلم مركز الكتلة و الذي نعتبره معلم المختبر، كما هو مبين في الشكل 17.



الشكل 17: عملية فناء إلكترون و بوزترون إلى زوج ميون و مضاد-ميون $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ في المرتبة الدنيا كما يشاهد في معلم مركز الكتلة.

لنكتب سعة التبعر لهذه العملية باستخدام قوانين فاينمان من الشكل 15:

$$\begin{aligned} i\mathcal{M} &= \bar{u}^s(p_c)(-ie)\gamma_\mu v^{s'}(p_d) \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2} \bar{v}^{S'}(p_b)(-ie)\gamma_\nu u^S(p_a) \\ &= \frac{i}{q^2} \left(e\bar{u}^s(p_c)\gamma_\mu v^{s'}(p_d) \right) \cdot \left(e\bar{v}^{S'}(p_b)\gamma^\mu u^S(p_a) \right), \end{aligned} \quad (79)$$

حيث $q = p_a + p_b = p_c + p_d$. نلاحظ أن بنية السعة هي من شكل جداء سلمي لشعاعي كثافة تيار كهرومغناطيسي، أحدهما للإلكترون والبوزترون والآخر للميون ومضاد-الميون، ضرب المنتشر:

$$\mathcal{M} = \frac{1}{q^2} j_\mu^{\text{muon}} j_e^\mu, \quad j_\mu^{\text{muon}} = e \bar{u}^s(p_c) \gamma_\mu v^{s'}(p_d), \quad j_e^\mu = e \bar{v}^{S'}(p_b) \gamma^\mu u^S(p_a). \quad (80)$$

طويلة السعة مربع هي إذن:

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{e^4}{(q^2)^2} \left(\bar{u}^s(p_c) \gamma_\mu v^{s'}(p_d) \bar{v}^{S'}(p_b) \gamma_\nu u^S(p_a) \right) \cdot \left(\bar{v}^{S'}(p_b) \gamma^\mu u^S(p_a) \bar{u}^s(p_c) \gamma^\nu v^{s'}(p_d) \right), \quad (81)$$

حيث استخدمنا كون $\bar{u} = u^\dagger \gamma^0$ ، و $\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0$ ، و $\gamma^{0\dagger} = \gamma^0$ ، $(\gamma^0)^2 = 1$ ، فمثلا:

$$(\bar{u}^s \gamma^\mu v^{s'})^\dagger = (u^{s\dagger} \gamma^0 \gamma^\mu v^{s'})^\dagger = (v^{s'\dagger} \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 u^s) = (v^{s'\dagger} \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \gamma^0 u^s) = (\bar{v}^{S'} \gamma^\mu u^S). \quad (82)$$

نلاحظ أيضا أن الجزء $\bar{u}^s(p_c) \gamma_\mu v^{s'}(p_d)$ من العنصر المصفوفي هو في الواقع عدد وليس مصفوفة، و منه عندما نقوم بالإزفاق المركب للسعة فإنه يمكننا بكل حرية تبديل مواضع هذه الأجزاء.

الآن عادة في مصادمات الجسيمات فإن الحزمة لا تكون مستقطبة، و كذلك فإن الكواشف لا تستطيع الكشف عن استقطاب الجسيمات الناتجة. و بالتالي ينبغي علينا الجمع على سبين الحالة النهائية s و s' ، و أخذ القيمة الوسطية على سبين الحالة الابتدائية S و S' . بما أن سبين الحالة الابتدائية يأخذ القيم $\pm \frac{1}{2}$ ، فإن القيمة الوسطية على سبين الحالة الابتدائية لكل من S و S' تكافؤ الجمع على السبين و القسمة على معامل 2 لكل منهما. و منه فإن القيمة الوسطية على S و S' تكافؤ الجمع على S و S' و القسمة على 4. الجمع على السبين يمكن القيام به بسهولة باستخدام العلاقة (72)، و منه لدينا:

$$\sum_{s'} v^{s'}(p_d) \bar{v}^{s'}(p_d) = \not{p}_d - m_\mu, \quad \sum_s u^s(p_c) \bar{u}^s(p_c) = \not{p}_c + m_\mu, \quad (83)$$

و

$$\sum_{S'} v^{S'}(p_b) \bar{v}^{S'}(p_b) = \not{p}_b - m_e, \quad \sum_S u^S(p_a) \bar{u}^S(p_a) = \not{p}_a + m_e, \quad (84)$$

حيث استخدمنا الخاصية التبادلية عند أخذ أثر السعة (تذكر أن السعة هي عبارة عن عدد، و التي هي مكتوبة على شكل سطر \bar{u} ضرب مصفوفة γ^μ ذات الأبعاد 4×4 ضرب عمود u ، و الذي يمكن تحويله إلى أثر جداء أربع مصفوفات ذات الأبعاد 4×4 ، حيث العناصر المصفوفية الإضافية تكون كلها معدومة).

و منه فإن العنصر المصفوفي مربع، و المجموع/المتوسط على السبين، هو:

$$\frac{1}{4} \sum_{s,s',S,S'} |\mathcal{M}|^2 = \frac{e^4}{4q^4} \text{tr} \left(\gamma_\mu (\not{p}_d - m_\mu) \gamma_\nu (\not{p}_c + m_\mu) \right) \cdot \text{tr} \left(\gamma^\mu (\not{p}_b - m_e) \gamma^\nu (\not{p}_a + m_e) \right). \quad (85)$$

هنالك بعض علاقات الأثر المفيدة، و التي تتبع عن علاقات ضد-التبادل الأساسية لمصفوفات ديراك. مثلا لدينا:

$$\text{tr}(\not{a} \not{b}) = 4 a \cdot b, \quad (86a)$$

$$\text{tr}(\not{a} \not{b} \not{c} \not{d}) = 4 ((a \cdot b)(c \cdot d) - (a \cdot c)(b \cdot d) + (a \cdot d)(b \cdot c)), \quad (86b)$$

$$\text{tr}(\gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \gamma^{\mu_3} \dots \gamma^{\mu_n}) = 0, \quad n \text{ من أجل كل عدد فردي } n. \quad (86c)$$

و من السهل بعد ذلك التبسيط كما يلي:

$$\frac{1}{4} \sum_{s,s',S,S'} |\mathcal{M}|^2 = \frac{8e^4}{q^4} [(p_a \cdot p_c)(p_b \cdot p_d) + (p_a \cdot p_d)(p_b \cdot p_c) + m_\mu^2 p_c \cdot p_d], \quad (87)$$

حيث نهمل كتلة الإلكترون مقارنة مع كتلة الميون.

تمرين: بين أن المقطع الفعال الإشتقائي لهذه العملية في الطاقة العالية ($E_{CM} \gg m_\mu$) هو:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E_{CM}^2} (1 + \cos^2 \theta). \quad (88)$$

5.1 إضمحلالات الجسيمات

إن معظم الجسيمات تحت الذرية هي في الواقع غير مستقرة، و تضمحل إلى جسيمات أخرى. إن اضمحلال الجسيمات يخضع للقانون الأسي:

$$N(t) = N(0)e^{-t/\tau}, \quad (89)$$

حيث τ هو معدل العمر. هنا $N(t)$ هو عدد الجسيمات المتبقية (التي لم تضمحل) في اللحظة t و $N(0)$ هو العدد الأولي للجسيمات. هذه المعادلة يعبر عنها بدلالة معدل العمر في السكون. لكن عندما تكون الجسيمات في حالة طيران فإن معدل العمر يكون أطول بسبب ظاهرة تباطؤ الزمن.

إن أعمار الجسيمات تختلف بشكل كبير من جسيم لآخر. بالنسبة للنيوترون فإن $\tau_0 \sim 10^3$ s، أما بالنسبة لباقي الجسيمات غير المستقرة تتراوح الأعمار من 10^{-25} s إلى 10^{-6} s. في الواقع معظم الجسيمات تضمحل بسرعة كبيرة حتى قبل أن يتم الكشف عليها بطريقة مباشرة و حساب معدل عمرها.

معدلات الأعمار ترتبط مباشرة مع معدل الإضمحلال (أو ما يعرف أيضا بعرض الإضمحلال) Γ عبر العلاقة:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}. \quad (90)$$

معدل الإضمحلال الإشتقائي إلى قناة الإضمحلال $A \rightarrow f$ يمكن حسابه في معلم السكون للجسيم عن طريق العلاقة:

$$d\Gamma_r = \frac{1}{2m_A} \left(\prod_f \frac{d^3 \vec{p}_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} \right) |\overline{\mathcal{M}}(A \rightarrow f)|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(p_A - \sum_f p_f \right). \quad (91)$$

إن معدل الإضمحلال الإجمالي لجسيم و الذي يرتبط به معدل العمر يساوي مجموع جميع معدلات الإضمحلالات إلى مختلف التفرعات: $\Gamma = \sum_r \Gamma_r$.

نعتبر اضمحلال جسيم: $A \rightarrow 1 + 2 + \dots + N$. من أجل كل جسيم لدينا:

$$E_i^2 - \vec{p}_i^2 c^2 = m_i^2 c^4. \quad (92)$$

من أجل كل جملة من الجسيمات المتباعدة عن بعضها مسافة أكبر بكثير من $\mathcal{O}(\text{fm})$ ، فإن الكتلة اللاتغايرية للجملة الكلية هي:

$$W^2 c^4 = \left(\sum_i E_i \right)^2 - \left(\sum_i \vec{p}_i c \right)^2. \quad (93)$$

الكتلة اللاتغائية لأي جملة بعد الإضمحلال تساوي كتلة الجسم المضمحل. و منه فإن كتلة الجسم المضمحل تساوي الكتلة اللاتغائية لنتائج اضمحلاله.

الكتلة اللاتغائية هي أيضا لاتغائية بتحويلات لورنتز. من أجل جسيم واحد فإن الكتلة اللاتغائية تساوي كتلة ذلك الجسيم. إن أحسن معلم لحساب الكتلة اللاتغائية هو معلم مركز الكتلة، و الذي هو بالتعريف المعلم الذي تكون فيه محصلة الإندفاع لجملة الجسيمات في حالة ما تساوي الصفر: $\sum_i \vec{p}_i = 0$. في هذا المعلم الخاص فإن الكتلة اللاتغائية ضرب c^2 تساوي مجموع طاقات الجسيمات في الحالة.

طاقة العتبة في تصادمات الجسيمات: طاقة العتبة لإنتاج جسيم معين هي الطاقة الصغرى اللازمة في المختبر من أجل أن يتم إنتاج هذا الجسيم. من أجل حساب طاقة العتبة في معلم مختبر:

• نحسب الكتلة اللاتغائية في معلم مركز الكتلة بعد التصادم، حيث يتم إنتاج جميع الجسيمات في حالة السكون. هذا يعني أن كل الطاقة تستخدم في إنتاج الجسيمات.

• نحسب الكتلة اللاتغائية في معلم المختبر قبل التصادم و نستنتج منها طاقة العتبة.

مثال: نعتبر مثلا التفاعل $n + p \rightarrow n + n + \pi^+$

• في معلم مركز الكتلة، ما هي أصغر طاقة لحزمتي النيوترون و البروتون و اللازمة لهذا التفاعل من أجل أن يحدث.

• في معلم مختبر، حيث يتم قذف النيوترونات على هدف ثابت من الهيدروجين (البروتون)، أحسب أصغر طاقة لازمة لحزمة النيوترون من أجل حدوث هذا التفاعل.

2 الجسيمات الأولية و القوى الأساسية

في هذا المقرر سنتناول الجسيمات الأولية و التفاعلات الأساسية بينها.

الجسيمات الأولية: هي نقاط مادية ذات الأبعاد صفر و بدون امتداد في الفضاء أو بنية داخلية أو حالات مثارة. أمثلة: الإلكترون و الفوتون.

لاحظ أن البروتون p و النيوترون n لا تعتبر في الواقع جسيمات أولية و ذلك لأن لديها بنية داخلية (تتشكل من كواركات) و لديها أبعاد (من رتبة fm).

هنالك ثلاثة أنواع من الجسيمات الأولية:

1. **ناقلات القوى:** والتي تعرف أيضا بالبوزونات العيارية، و هي بوزونات ذات سبين 0، 1، أو 2. مثلا: الفوتون هو ناقل القوى الكهرومغناطيسية.

2. **اللبتونات:** هي عبارة عن فرميونات ذات سبين 1/2، مثل الإلكترون و نيوتريينو الإلكترون.

3. **الكواركات:** و هي مقومات (مثلا) البروتون و النيوترون. و هي فرميونات ذات شحنة كهربائية كسرية (1/3 أو 2/3).

لاحظ أن الكواركات لا يمكن مشاهدتها كجسيمات حرة، و هي محصورة في هادرونات (خاصية الحصر).

الهادرونات: هي جسيمات مركبة من الكواركات، و بالتالي فهي ليست أولية و لديها أبعاد (من رتبة فرمي) و لديها حالات مثارة. من بين الأمثلة على الهادرونات: البروتون (p)، النيوترون (n)، و اللذين لهما سبين 1/2، و البايونات (π^0 و π^\pm) و التي لديها سبين 1 أو 0، و العديد من الهادرونات الأخرى.

القوى الأساسية: هنالك أربع قوى أساسية في الطبيعة:

1. **التفاعلات الكهرومغناطيسية:** و هي مسؤولة مثلا عن تقييد الإلكترونات و البروتونات في الذرات، و هي تؤدي إلى عملية إصدار فوتون من الذرات و الأنوية (إصدارات γ).

2. **التفاعلات الضعيفة:** و هي مسؤولة عن إصدار الإلكترونات و النيوتريونات من الأنوية (اضمحلال بيتا).

3. **التفاعلات القوية:** و هي مسؤولة عن تقييد الكواركات في الهادرونات و كذا البروتونات و النيوترونات في الأنوية.

4. **الجاذبية:** و هي ضعيفة جدا لدرجة أننا نهملها على المستوى الميكروسكوبي.

خلاصة: هنالك أربع أنواع من الجسيمات: ثلاثة منها أولي (اللبتونات، الكواركات و البوزونات العيارية) و واحد منها مركب (الهادرونات). هنالك ثلاث تفاعلات أساسية (القوية، الضعيفة و الكهرومغناطيسية)، إضافة إلى الجاذبية المهملة.

1.2 تبادل الجسيمات و مدى قوة

إن جميع القوى في فيزياء الجسيمات يتوسطها ناقلات القوى:

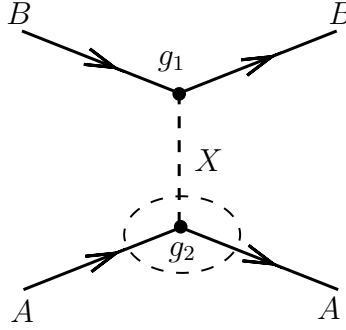
• التفاعلات الكهرومغناطيسية يتوسطها الفوتون γ .

• التفاعلات القوية يتوسطها الغلوونات g .

• التفاعلات الضعيفة يتوسطها البوزونات W^\pm و Z^0 ، ذوات الكتل من رتبة $80-90 \text{ GeV}/c^2$.

فكرة تفاعل الجسيمات عن طريق تبادل البوزونات هي أن جميع الفرميونات تقوم لحظيا وبشكل مستمر بإصدار وإعادة امتصاص حقل من البوزونات الافتراضية، والتي لديها كتلة خارج الطبقة. لكن عندما يكون هنالك فرميون ثان قريب من الفرميون الأول فإن الفرميون الثاني يمكن أن يتمص البوزون الافتراضي الناتج عن الفرميون الأول. هذا يؤدي إلى تبادل للإندفاع بين الجسيمين المتفاعلين و الذي يعني أنهما يخضعان لقوة.

نعتبر الخصائص العامة لتبادل الجسيمات، كما هو مبين في الشكل 18، حيث A و B جسيمان يتفاعلان عن طريق



الشكل 18: تبادل الجسيمات خلال التفاعل بين جسيمين A و B .

تبادل البوزون X . في الشكل g_1 و g_2 يمثلان ثابتي الإقتران اللذين يميزان شدة التفاعل و هما بمثابة الشحنة الكهربائية في التفاعلات الكهرومغناطيسية.

مدى قوة: نعتبر تناقض انحفاظ الطاقة عند نقاط التفاعل في معلم السكون للجسيم المتفاعل، مثلا عند نقطة التفاعل في الدائرة في الشكل 18. نعتبر هذه النقطة في معلم السكون للجسيم A ، حيث:

$$p_A^\mu (m_A c^2/c, \vec{0}) \rightarrow p_A'^\mu (E_A'/c, \vec{p}) + p_\mu^X (E_X/c, -\vec{p}), \quad (94)$$

حيث اعتبرنا انحفاظ الإندفاع الثلاثي. لدينا هنا:

$$E_A' = \sqrt{m_A^2 c^4 + \vec{p}^2 c^2}, \quad E_X = \sqrt{m_X^2 c^4 + \vec{p}^2 c^2}. \quad (95)$$

نلاحظ أن الطاقة قبل التفاعل هي $m_A c^2$. و منه عند نقطة التفاعل هذه لدينا التغير في الطاقة هو:

$$\Delta E = (E_A' + E_X) - m_A c^2 = \sqrt{m_A^2 c^4 + \vec{p}^2 c^2} + \sqrt{m_X^2 c^4 + \vec{p}^2 c^2} - m_A c^2. \quad (96)$$

أصغر قيمة لهذا التناقض في انحفاظ الطاقة هو $\Delta E_{\min} = m_X c^2$ ، و الذي يحدث عندما يكون $\vec{p} = 0$. أما إذا كان $\vec{p} \neq 0$ ففي هذه الحالة لدينا $\Delta E > m_X c^2$. كما شرحنا من قبل فإننا نسترجع انحفاظ الطاقة عن طريق نسب الفرق في الطاقة بين الحالة الابتدائية و النهائية إلى كتلة للجسيم المتبادل X ، و الذي يصبح بذلك خارج طبقة الكتلة. لكن حسب مبدأ الإرتياب فإن الجسيم المتبادل سينتشر خلال مدة زمنية معطاة بـ:

$$\Delta t \sim \frac{\hbar}{\Delta E} \lesssim \frac{\hbar}{m_X c^2}. \quad (97)$$

و منه فإن المسافة التي يقطعها الجسيم المتبادل تحقق:

$$r \leq c\Delta t \lesssim \frac{\hbar}{m_X c}. \quad (98)$$

و بالتالي فإن مدى قوة يتناسب عكسا مع كتلة الجسيم المتبادل:

$$R_X = \frac{\hbar}{m_X c}, \quad (99)$$

و بالتالي فإن القوة تكون محصورة في المجال $r \lesssim R_X$.

كمون يوكاوا: يمكن البرهان أنه في النهاية غير النسبية فإن كمون التفاعل بين جسيمين يعطى بكمون يوكاوا:

$$V(r) = \frac{g_1 g_2}{4\pi} \frac{e^{-r/R_X}}{r}. \quad (100)$$

هل يمكن أن يكون الفوتون عديم الكتلة؟ نعتبر التفاعل الكهرومغناطيسي $X = \gamma$. عادة نفترض أن $m_\gamma = 0$ و الذي يستلزم بذلك أن مدى التفاعلات الكهرومغناطيسية هو $R_\gamma \propto 1/m_\gamma \rightarrow \infty$ و منه فإن كمون التفاعل الكهرومغناطيسي معطى بتفاعل كولوم:

$$V(r) = \frac{e_1 e_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}. \quad (101)$$

نفرض أن $m_\gamma \neq 0$. في هذه الحالة فإن مدى القوة الكهرومغناطيسية سيكون محدودا و الكمون هو:

$$V(r) = \frac{e_1 e_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{-r/R_\gamma}}{r}, \quad R_\gamma = \frac{\hbar}{m_\gamma c}. \quad (102)$$

إن القياسات الدقيقة على قانون كولوم تعطينا:

$$R_\gamma > 2 \times 10^7 \text{ m}, \quad m_\gamma < 10^{-14} \text{ eV}/c^2, \quad (103)$$

و التي إذا قورنت مع كتلة الإلكترون $0.511 \times 10^6 \text{ eV}/c^2$ ، فهي تعتبر شديدة الصغر.

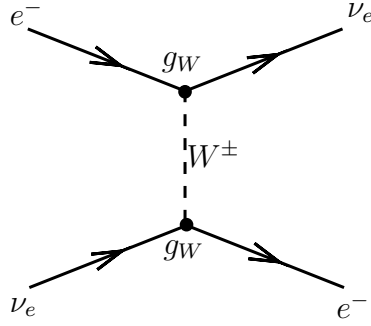
التفاعلات الضعيفة و تقريب المدى الصفر: التفاعلات الضعيفة يتوسطها البوزونات W^\pm أو Z^0 . نعتبر مثلا تفاعل تبعثر الإلكترون مع نيوترينو الإلكترون المبين في الشكل 19. في الواقع فإن بوزونات W و Z هي كبيرة الكتلة. بالنسبة لبوزون W لدينا $m_W = 80 \text{ GeV}/c^2$ ، و منه فإن مدى القوة الضعيفة هو:

$$R_W = \frac{\hbar}{m_W c} = 2 \times 10^{-18} \text{ m} = 2 \times 10^{-3} \text{ fm}. \quad (104)$$

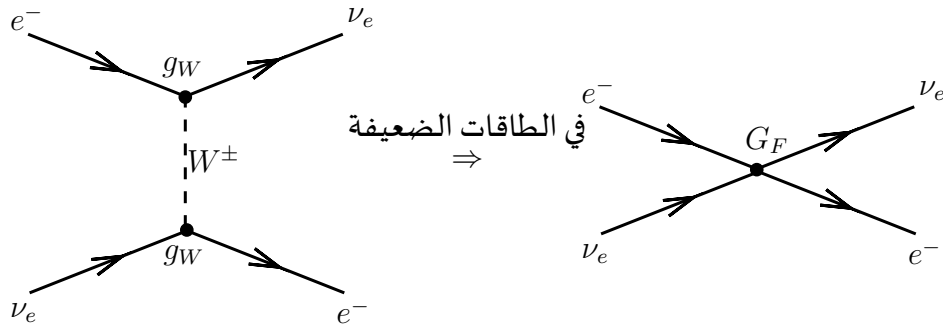
و الذي هو صغير جدا مقارنة مع القيمة الوسطية لنصف قطر البروتون $r_p \sim 1 \text{ fm}$ و منه فإن القوة الضعيفة هي في الواقع تفاعل شديد صغر المدى.

عند التفاعلات ضعيفة الطاقة (مثلا التفاعل المبين في الشكل 19)، حيث يكون اندفاع الجسيمات المتفاعلة أقل بكثير من $m_W c$ ، فإن اندفاع البوزون المتبادل يكون أيضا أصغر بكثير من $m_W c$. في هذه الحالة فإن طول موجة دوبروغلي للبوزون المتبادل المنتشر هي:

$$\lambda_W = \frac{h}{p_W} \gg \frac{h}{m_W c}. \quad (105)$$



الشكل 19: تفاعل تبعثر إلكترون مع نيوترينو الإلكترون المتوسط ببوزون W .



الشكل 20: تبعثر إلكترون و نيوترينو الإلكترون المتوسط ببوزون W في تقريب المدى الصفر.

و منه فإنه يمكننا معاملة R_W في جميع الحسابات أنه بالتقريب يساوي الصفر و ذلك لأن طول موجة دوبروغلي للبوزون المتبادل المنتشر أكبر بكثير من المدى. في هذه الحالة نستطيع استخدام تقريب المدى الصفر، كما هو مبين في الشكل 20.

في تقريب المدى الصفر يمكن أن نبين أن الكمون يصبح:

$$V(r) = \pm \frac{g_w^2}{4\pi} \frac{e^{-r/R_W}}{r} \rightarrow G_F \delta^{(3)}(\vec{r}), \quad (106)$$

حيث $\delta^{(3)}(\vec{r})$ هي دالة ديراك، و G_F يعرف باقتران فرمي، و الذي لديه أبعاد مقلوب الطاقة مربع:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{4\pi\alpha_W}{8M_W^2} = \frac{g_W^2}{8M_W^2}. \quad (107)$$

إن لتقريب المدى الصفر استلزامات مهمة في التفاعلات الضعيفة، و التي يمكن تفسيرها في الوحدات الطبيعية:

المقطع الفعال للتبعثر $e^- \nu_e$: إن جميع الأبعاد في فيزياء الجسيمات يمكن التعبير عنها بحتا بدلالة \hbar و c و الطاقة. مثلا،

لدينا علاقات الكتلة، الطول و الزمن التالية:

$$M = \frac{E}{c^2}, \quad (108a)$$

$$L = \frac{\hbar c}{E}, \quad (108b)$$

$$T = \frac{\hbar}{E}, \quad (108c)$$

و التي هي أصلا علاقات طاقة السكون، طول موجة كامتون و قانون هايزنبرغ. و منه في الوحدات الطبيعية ($\hbar = 1$)، نستطيع أن نقول أن جميع المقادير الفيزيائية في فيزياء الجسيمات يمكن التعبير عن أبعادها بحثا بدلالة الطاقة. و بالتالي بالنسبة لعلاقات الكتلة، الطول و الزمن السابقة:

$$M = E, \quad (109a)$$

$$L = \frac{1}{E}, \quad (109b)$$

$$T = \frac{1}{E}. \quad (109c)$$

إذن أي مقدار في فيزياء الجسيمات (و الذي يمكن التعبير عن أبعاده فقط بدلالة الكتلة، الطول و الزمن) عندما يكتب في الوحدات الطبيعية سيكون له بعد قوة أسية معينة للطاقة. بشكل آخر، هنالك فقط بعد واحد في الوحدات الطبيعية، و الذي هو بعد الطاقة، و أي مقدار فيزيائي في نهاية الأمر يعبر عن بعده بقوة أسية معينة للطاقة.

نفرض أن مقدارا فيزيائيا X لديه أبعاد كما يلي:

$$[X] = M^a L^b T^c. \quad (110)$$

إذن في الوحدات الطبيعية فإننا نستنتج أن:

$$[X] = E^{a-b-c}. \quad (111)$$

مثلا لدينا في الجدول 1 أبعاد بعض مقادير فيزياء الجسيمات في الوحدات الطبيعية.

نعتبر الآن تفاعل تبعثر $e^- \nu_e$:

$$e^- + \nu_e \rightarrow e^- + \nu_e,$$

في معلم مركز الكتلة حيث نعتبر أن طاقة التبعثر أكبر بكثير من طاقة السكون للإلكترون، و لكن نعتبر أنها أصغر بكثير من كتلة بوزون W ، و ذلك من أجل أن نتمكن من استخدام تقريب المدى الصفر. إذن فإننا نعتبر أن $m_e c^2 \ll E_{CM} \ll m_W c^2$ ، حيث $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$ و $m_W c^2 = 80 \text{ GeV}$. في هذه النهاية فإن كتلة الإلكترون و كذلك كتلة النيوتريانو يمكن إهمالها في حساب المقطع الفعال، تماما مثل إهمالها في مسألة المقطع الفعال للتفاعل $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$. زيادة على ذلك في معلم مركز الكتلة و باستخدام هذه التقريبات فإن اندفاعي كل من النيوتريانو و الإلكترون يساوي طاقتيهما، و التي هي طاقة الحزمة E_{beam} ، و التي تساوي نصف طاقة مركز الكتلة: $E_{e^-} = |\vec{p}_{e^-}| = E_{\nu_e} = |\vec{p}_{\nu_e}| = E_{CM}/2$.

المقدار	الأبعاد في الوحدات الطبيعية
الكتلة، الطاقة و الإندفاع	1
الطول و الزمن	-1
المقطع الفعال (المساحة)	-2
ثابت البنية الدقيقة α	0
إقتران فرمي: G_F	-2

الجدول 1: أبعاد بعض مقادير فيزياء الجسيمات في الوحدات الطبيعية.

مثلما هو مبين في الشكل 20، فإن شدة التبعثر تتميز بإقتران فرمي G_F ، و منه نتوقع أن يكون المقطع الفعال لهذا التبعثر يتناسب مع G_F^2 (تذكر أنه في QED فإن طولية السعة مربع لتبعثر إلكترون-إلكترون تتناسب مع $e^4 \propto \alpha^2$)، و منه لدينا $\sigma \propto G_F^2$.

و منه فإن المقادير الوحيدة ذات الأبعاد و المتوفرة في هذه المسألة هي G_F و E_{CM} ، و منه حسب الأبعاد نستطيع التعبير عن المقطع الفعال كما يلي:

$$\sigma = k G_F^2 E_{CM}^\beta, \quad (112)$$

حيث β عدد ثابت و الذي يمكن استنتاجه من خلال تحليل بعدي. فمن خلال الجدول 1 نلاحظ أن المقطع الفعال لديه أبعاد المساحة، و في الوحدات الطبيعية لديه وحدات مقلوب مربع الطاقة. فنستنتج من خلال تحليل بعدي بسيط أن $\beta = 2$. و منه المقطع الفعال لتبعثر إلكترون و نيوترينو الإلكترون يتناسب مع E_{CM}^2 : $\sigma \propto G_F^2 E_{CM}^2$. بالقيام بتحويل لورنتز إلى معلم المختبر، حيث يكون الإلكترون ساكنا، نستطيع أن نبين أن:

$$E_{CM}^2 = 2m_e E_\nu + m_e^2 \approx 2m_e E_\nu, \quad (113)$$

حيث E_ν هي طاقة حزمة النيوترينو و قمنا بإهمال كتلة السكون للإلكترون مقارنة مع طاقة حزمة النيوترينو. إذن $\sigma \propto E_\nu$.

2.2 اللبتونات و قوانين الإنحفاظ

اللبتونات هي جسيمات أولية ذات سبين نصف و هي لا تتفاعل بالتفاعلات القوية. هنالك ستة لبتونات معروفة، و تجمع في ثلاثة أجيال:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}.$$

إذن لدينا ثلاثة لبتونات مشحونة: الإلكترون e^- ، الميون μ^- و التاوون τ^- ، و كلها ذات شحنة كهربائية سالبة و تساوي $Q = -e = -1.602 \times 10^{-19} \text{C}$ ، و ثلاث نيوترينوات: نيوترينو الإلكترون ν_e ، نيوترينو الميون ν_μ و نيوترينو التاوون

ν_τ ، و التي هي متعادلة كهربائياً و لديها كتل صغيرة جداً (من رتبة eV/c^2). و منه فإن النيوتريونات لا تتفاعل بالتحولات الكهرومغناطيسية (لديها فقط التفاعلات الضعيفة).
زيادة على ذلك لدينا ستة لبتونات مضادة:

$$\begin{pmatrix} \bar{\nu}_e \\ e^+ \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \bar{\nu}_\mu \\ \mu^+ \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \bar{\nu}_\tau \\ \tau^+ \end{pmatrix}.$$

e^+ هو مضاد الإلكترون (و الذي يعرف أيضاً بالبوزترون)، $\bar{\nu}_e$ هو مضاد نيوتريو الإلكترون، μ^+ هو مضاد الميون، $\bar{\nu}_\mu$ هو مضاد نيوتريو الميون، τ^+ هو مضاد التاوون، و $\bar{\nu}_\tau$ هو مضاد نيوتريو التاوون.

1.2.2 قوانين الإنحفاظ للبتونات

أعداد اللبتونات: هي أعداد كمية محفوظة خاصة بكل جيل من أجيال اللبتونات. و فيها عدد الإلكترون L_e ، عدد الميون L_μ و عدد التاوون L_τ :

$$L_e = N(e^-) + N(\nu_e) - N(e^+) - N(\bar{\nu}_e), \quad (114a)$$

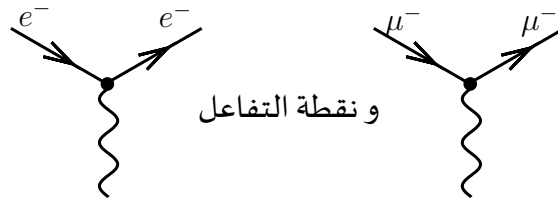
$$L_\mu = N(\mu^-) + N(\nu_\mu) - N(\mu^+) - N(\bar{\nu}_\mu), \quad (114b)$$

$$L_\tau = N(\tau^-) + N(\nu_\tau) - N(\tau^+) - N(\bar{\nu}_\tau), \quad (114c)$$

حيث مثلاً $N(e^-)$ هو عدد الإلكترونات الموجودة في حالة معينة، إلخ ... مثلاً من أجل حالة فيها فقط إلكترون لدينا $L_e = +1$ ، $L_\mu = L_\tau = 0$. من أجل حالة فيها مضاد ميون فقط $L_\mu = -1$ و $L_e = L_\tau = 0$. اللابتونات (مثلاً n, p)، γ ، π ، ... كلها لديها جميع أعداد اللبتونات معدومة.

إن أعداد اللبتونات محفوظة في جميع التفاعلات المعروفة

أمثلة: في الإلكتروديناميك الكمي فإن نقاط التفاعل المبينة في الشكل 21 مسموحة. لكن نقطة التفاعل المبينة في الشكل

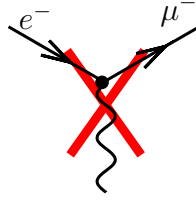


الشكل 21: نقاط تفاعل كهرومغناطيسية مسموحة.

22 هي ممنوعة لأنها تناقض انحفاظ الأعداد اللبتونية.

نعتبر كذلك التفاعل الضعيف:

$$\begin{aligned} \nu_\mu + n &\rightarrow \mu^- + p, \\ L_\mu &= 1 + 0 \rightarrow 1 + 0 \end{aligned}$$



الشكل 22: نقطة تفاعل ممنوعة لأنها تنتقض انحفاظ الأعداد اللبتونية.

هنا لدينا $L_\mu = 1$ في الحالة الابتدائية و $L_\mu = 1$ في الحالة النهائية. إذن فإن L_μ محفوظ و هذا التفاعل يمكن بسهولة تحقيقه باستخدام حزمة نيوتريونات الميون ذات الكثافة العالية. أمثلة عن تفاعلات غير ملحوظة:

$$\begin{aligned} \nu_\mu + n &\rightarrow e^- + p, \\ L_\mu &= 1 + 0 \rightarrow 0 + 0 \\ L_e &= 0 + 0 \rightarrow 1 + 0 \end{aligned}$$

و التي تنتقض انحفاظ كل من L_μ و L_e ، و:

$$\begin{aligned} \nu_\mu + p &\rightarrow \mu^+ + n, \\ L_\mu &= 1 + 0 \rightarrow -1 + 0 \end{aligned}$$

و التي تنتقض انحفاظ L_μ .

لم يتم مشاهدة أي تفاعل يناقض انحفاظ الأعداد اللبتونية رغم الأبحاث الكثيرة.

2.2.2 الجيل الأول

نعتبر الجيل الأول للبتونات:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \quad L_e = 1 \qquad \begin{pmatrix} \bar{\nu}_e \\ e^+ \end{pmatrix}, \quad L_e = -1$$

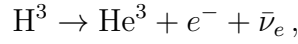
تاريخيا فإن اكتشاف نيوترينو الإلكترون تم تلميحه من خلال اضمحلال بيتا للأنوية (عبر التفاعلات الضعيفة):

$$\begin{aligned} (Z, A) &\rightarrow (Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e, \\ (Z + 1, A) &\rightarrow (Z, A) + e^+ + \nu_e, \end{aligned}$$

و الذي هو أساسا اضمحلال النيوترون:

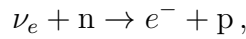
$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e.$$

إن النيوتريونات عادة لا يمكن الكشف عليها تجريبيا. لكن باولي استنتج وجودها من أجل تحقيق انحفاظ الطاقة و الإندفاع الزاوي. كتلة النيوتريينو يمكن استنتاجها من خلال طيف طاقة الإلكترون الملاحظ في اضمحلال بيتا. نتائج قياس كتلة النيوتريينو الأحسن تم استنتاجها من خلال اضمحلال التريتيوم:

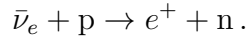


و الذي هو في الواقع التفاعل $pnn \rightarrow ppn + e^- + \bar{\nu}_e$ ، و الذي أعطى قيمة تجريبية حدية عليا لكتلة النيوتريينو: $m_{\nu_e} < 3 m_e$ (أي $m_{\nu_e} \ll m_e$). و عادة ما نفترض أنها تساوي الصفر. لاحظ أن اهتزازات النيوتريينو تتطلب أن يكون $m_{\nu} \neq 0$.

الكشف عن النيوتريونات: من أجل الكشف عن النيوتريونات فإننا نستخدم اضمحلال β العكسي:



أو



هذه التجربة عادة هي صعبة التحقيق و خصوصا أن المقطع الفعال لهذا التفاعل صغير جدا. بالنسبة للنيوتريونات الشمسية التي لها طاقة من رتبة $E_{\nu} \sim 1 \text{ MeV}$ ، و المقطع الفعال يساوي $\sigma \sim 10^{-47} \text{ m}^2$ على هدف ثابت من البروتونات. في هذه الحالة فإن المسار الحر الوسطي للنيوتريونات يساوي $\ell = 1/(\sigma\rho)$ ، و الذي يساوي تقريبا سنتين ضوئيتين في الحديد. لكن باستخدام نيوتريونات ذات شدة عالية من المفاعلات النووية و التي يكون لديها تدفق $J \sim 10^{17} \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$ ، و باستخدام كواشف ضخمة يمكن تحقيق هذا التفاعل و الحصول على حوالي خمسة تفاعلات في الثانية في كل متر مكعب من الحديد.

3.2.2 الأجيال الأخرى

الأجيال الأخرى المتبقية هي:

$$\begin{array}{cc} \begin{pmatrix} \nu_{\mu} \\ \mu^{-} \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} \nu_{\tau} \\ \tau^{-} \end{pmatrix}. \\ L_{\mu} = 1 & L_{\tau} = 1 \\ L_e = L_{\tau} = 0 & L_e = L_{\mu} = 0 \end{array}$$

إن اللبتونات المشحونة لديها الكتل التالية:

$$m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2, \quad (115a)$$

$$m_{\mu} = 106 \text{ MeV}/c^2, \quad (115b)$$

$$m_{\tau} = 1777 \text{ MeV}/c^2, \quad (115c)$$

و معدلات الأعمار:

$$\tau_e > 10^{34} \text{ s (مستقر)}, \quad (116a)$$

$$\tau_{\mu} = 2.2 \times 10^{-6} \text{ s}, \quad (116b)$$

$$\tau_{\tau} = 3 \times 10^{-13} \text{ s}. \quad (116c)$$

4.2.2 التفاعلات الكهرومغناطيسية للبتونات

إن التفاعلات الكهرومغناطيسية للميونات و التاوونات متطابقة مع تلك للإلكترونات لكن بالأخذ بعين الإعتبار الكتل المختلفة لها. هذا يعني مثلا أن الميون أكثر اختراقا من الإلكترون لأنه أثقل.

5.2.2 إضمحلال اللبتونات عبر التفاعلات الضعيفة

إن الإلكترون جسيم مستقر، لكن الميون و التاوون ليسا كذلك و كلاهما يضمحل عن طريق التفاعلات الكهرومغناطيسية أو الضعيفة. إن اضمحلال الميون عبر التفاعلات الضعيفة يحدث عن طريق العملية:

$$\begin{aligned}\mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu,\end{aligned}$$

و كلاهما يحفظ L_e و L_μ . من أجل ذلك فإن التفاعل يتم عن طريق إصدار نيوترينوين مختلفين. أما التاوون فبإمكانه الإضمحلال عبر التفاعلات الضعيفة عن طريق عمليات مشابهة، لكن بإمكانه الإضمحلال إلى ميون أو إلى إلكترون و ذلك بنسب تفرع مختلفة:

$$\begin{aligned}\tau^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau, & \text{Br}_\mu = 0.17, \\ \tau^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau, & \text{Br}_\tau = 0.18,\end{aligned}$$

حيث نسبة التفرع معرفة كما يلي:

$$\text{Br} = \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \text{حالة نهائية})}{\text{معدل الإضمحلال الإجمالي}}. \quad (117)$$

لاحظ أن معدل عمر الميون يرتبط بمعدل الإضمحلال الإجمالي، و أن نسبة تفرع التاوون إلى ميون و إلى إلكترون تقريبا متطابقة في حدود الأخطاء التجريبية.

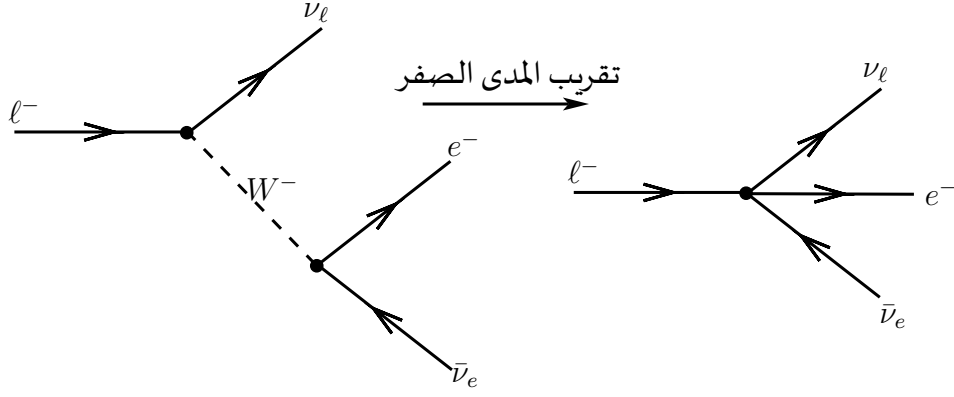
إن كتل النيوترينوات التي تم استنتاجها من خلال معدلات الإضمحلال هذه هي:

$$m_{\nu_\mu} \leq 0.19 \text{ MeV}/c^2 \ll m_\mu, \quad m_{\nu_\tau} \leq 18 \text{ MeV}/c^2 \ll m_\tau. \quad (118)$$

في الشكل 23 نبين مخططات اضمحلال هذه اللبتونات.

في الواقع فإننا نستطيع أن نقدر نسبة معدلي الإضمحلال للميون و التاوون إلى إلكترون فقط باستخدام التحليل البعدي. في الوحدات الطبيعية فإن معدل الإضمحلال يتناسب عكسا مع العمر، و الذي يعني أن لديه وحدة الطاقة. زيادة على ذلك فإن معدل الإضمحلال يتناسب مع مربع اقتران فرمي، G_F^2 ، و ذلك لأن الإضمحلال يتضمن نقطة تفاعل واحدة في تقريب المدى الصفر. بإهمال كتل النيوترينوات و الإلكترون مقارنة مع كتلة الجسيم المضمحل (الميون أو التاوون) ($m_e, m_\nu \ll m_\mu, m_\tau$)، فإننا نستنتج أنه في معلم الجسيم المضمحل هنالك مقدار فيزيائي واحد فقط ذو أبعاد يدخل في المسألة (بخلاف G_F)، و الذي هو كتلة الجسيم المضمحل. و منه في الوحدات الطبيعية نستطيع كتابة:

$$\Gamma(\ell^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\ell) \propto G_F^2 m_\ell^\beta, \quad (119)$$



الشكل 23: الإضمحلال الضعيف للبتونات $l^- \rightarrow \nu_l + e^- + \bar{\nu}_e$ عبر بوزون W^- .

حيث β ثابت. في الوحدات الطبيعية لدينا $[G] = +1$ (أي بعد الطاقة لأنه حسب العلاقة $\Gamma = \hbar/\tau$ ، و بالمقارنة مع قانون هايزنبرغ لدينا $E \sim \hbar/t$ ، نستنتج أن معدل الإضمحلال له أبعاد الطاقة) و $[m] = +1$ ، ولدينا كذلك $[G_F] = -2$. و منه باستخدام تحليل بعدي بسيط نستنتج أن $\beta = 5$. و منه نستطيع أن نكتب:

$$\Gamma(l^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_l) = k G_F^2 m_l^5. \quad (120)$$

حيث في الواقع فإن $k = 1/192\pi^3$ (و الذي سنبرهن عليه لاحقاً). و منه فإن النسبة بين معدل اضمحلال الميون إلى إلكترون و معدل اضمحلال التاوون إلى إلكترون هي:

$$\frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau)}{\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu)} = \frac{m_\tau^5}{m_\mu^5} = 1.34 \times 10^6. \quad (121)$$

القيمة التجريبية لهذه النسبة هي $(1.34 \pm 0.01) \times 10^{-6}$. و هذا يدل على شيئين:

- عالمية التفاعلات الضعيفة، أي أن التفاعلات الضعيفة للإلكترون e^- ، و الميون μ^- و التاوون τ^- هي نفسها، بشرط أن تأخذ الكتل المختلفة بعين الاعتبار.
- حساسية معدلات الإضمحلال الضعيفة للطاقة الحركية المحررة خلال الإضمحلال.

3.2 الهادرونات (الباريونات و الميزونات)

1.3.2 الكواركات

الكواركات هي فرميونات أولية ذات سبين نصف، و هي تتفاعل بالتفاعلات القوية، الضعيفة و الكهرومغناطيسية (تذكر أن اللبتونات لا تتفاعل بالتفاعلات القوية). إن الكواركات لا تلاحظ في الطبيعة كجسيمات حرة على عكس اللبتونات، و هي تتواجد في حالات مقيدة متعددة الكواركات و التي تدعى الهادرونات. هنالك ستة أنواع من الكواركات (نكهات الكواركات)، و المتجمعة في ثلاثة أجيال:

$$\begin{pmatrix} +\frac{2}{3}e \\ -\frac{1}{3}e \end{pmatrix} \text{ بالشحنة الكهربائية} \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix},$$

و هي على الترتيب: فوقى (u) up، تحتي (d) down، سحري (c) charm، غريب (s) strange، علوي (t) top، و سفلي (b) bottom. كما أن هناك ستة كواركات مضادة:

$$\left(\begin{array}{c} -\frac{2}{3}e \\ +\frac{1}{3}e \end{array} \right) \text{ بالشحنة الكهربائية} \quad \left(\begin{array}{c} \bar{u} \\ \bar{d} \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{c} \bar{c} \\ \bar{s} \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{c} \bar{t} \\ \bar{b} \end{array} \right).$$

يتم استنتاج كتل هذه الكواركات من خلال خصائص الهادرونات. كتلتها التقريبية هي على الترتيب (في وحدة GeV/c^2):

$$\left(\begin{array}{c} 0.0023 \\ 0.0048 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{c} 1.275 \\ 0.095 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{c} 173.07 \\ 4.18 \end{array} \right).$$

إن الكوارك العلوي t ثقيل جدا لتشكيل هادرونات مستقرة نوعا ما، فهو لا يتهدرن و لا يشكل هادرونات. يتم استنتاج كتلته من خلال نتائج اضمحلاله. لا يمكن في الواقع قياس كتل الكواركات بشكل مباشر لأن الكواركات لا يمكن مشاهدتها كجسيمات حرة معزولة.

2.3.2 أبحاث الكواركات

تم البحث عن الكواركات المعزولة و ذلك باستخدام الخصائص التالية:

- الكواركات لديها شحنة كهربائية كسرية.
- أخف الكواركات يجب أن يكون جسيما مستقرا من خلال انحفاظ الشحنة (تماما مثل الإلكترون الذي هو أخف لبتون، و هو مستقر كنتيجة لذلك).
- الجسيمات المتفاعلة بقوة يسهل إنتاجها.

تم إجراء ثلاثة أنواع مختلفة من الأبحاث على حالات الكواركات الحرة المعزولة:

الكواركات الموجودة مسبقا: نتوقع أن الكواركات الموجودة مسبقا في الطبيعة يمكن التقاطها من الأنوية، و هذا ما يؤدي إلى كيمياء غريبة. تم البحث على التقاط الأنوية للكواركات على نطاق واسع في العديد من الأماكن الغربية مثل صخور القمر، محار البحر، حمأة البحر، إلخ، لكن لم يتم العثور على مثل هذه الكيمياء الغربية. أحسن نتيجة تجريبية للحد الأعلى لعدد الكواركات الحرة لكل نواة هي من ماء البحر، حيث القيمة الحدية هي $10^{-26} <$.

الإشعاعات الكونية: لم يتم إنتاج أي كواركات حرة من الإشعاعات الكونية، حيث كانت أحسن النتائج التجريبية أن عدد الكواركات لكل نواة التي يتم إنتاجها من الإشعاعات الكونية في الطبقات العليا من الغلاف الجوي هو $10^{-10} <$.

الأبحاث في المسرعات: حاول الفيزيائيون البحث عن الكواركات الحرة التي يتم إنتاجها في التصادمات ذات الطاقة العالية، لكن لم يتم تحقيق أي عملية إنتاج لكواركات حرة بكتلة أقل من $100 \text{ GeV}/c^2$ ، و الذي يمثل الحد الأعلى الذي هو أكبر بكثير من الكواركات الفوقية و التحتية.

النتيجة المستخلصة هي أن الكواركات لا تتواجد في الطبيعة على شكل جسيمات حرة. تتواجد الكواركات فقط على شكل حالات مقيدة من الهادرونات، و هذا ما يعرف بخاصية الحصر.

3.3.2 الهادرونات

الهادرونات هي جسيمات مركبة (ليست أولية)، و هي ذات شحنات كهربائية عدد طبيعي. يمكن للهادرونات أن تكون بوزونات أو فرميونات. هنالك أكثر من 200 هادرونا معروفا و هي تتواجد على نوعين:

الباريونات و مضادات الباريونات: و هي حالات مقيدة من qqq . من بين الأمثلة عليهما:

- البروتون ($p = uud$) كتلته $938 \text{ MeV}/c^2$ و شحنته $+1e$ و لديه سبين $1/2$.
- النيوترون ($n = udd$) كتلته $940 \text{ MeV}/c^2$ و شحنته الكهربائية متعادلة و لديه سبين $1/2$.
- مضاد البروتون ($\bar{p} = \bar{u}\bar{u}\bar{d}$) و لديه نفس كتلة البروتون و شحنة كهربائية $-1e$ و سبين $1/2$.
- جسيم أوميغا ($\Omega^- = sss$) شحنته الكهربائية $-1e$ و كتلته $1672 \text{ MeV}/c^2$ و لديه سبين $3/2$.

و هنالك العديد من الباريونات الأخرى. بما أن الباريونات تحتوي ثلاثة مقومات ذات سبين نصف، فإنها يجب أن تكون فرميونات.

الميزونات: و هي حالات مقيدة من $q_i\bar{q}_j$. من بين الأمثلة نذكر:

- البايون الموجب ($\pi^+ = u\bar{d}$) كتلته $140 \text{ MeV}/c^2$ و شحنته $+1e$ و هو ذو سبين 0 .
- البايون المتعادل ($\pi^0 = u\bar{u}, d\bar{d}$) كتلته $135 \text{ MeV}/c^2$ و شحنته الكهربائية متعادلة و لديه سبين 0 .
- بي صفر أو B-zero ($B^0 = d\bar{b}$) كتلته $5.279 \text{ GeV}/c^2$ و هو متعادل الشحنة الكهربائية و لديه سبين صفر.

بما أن الميزونات تتشكل من كواركين اثنين فيجب أن تكون بوزونات ذات سبين إما 0 أو 1 .

4.3.2 أعداد الكواركات

هنالك ستة أعداد كواركات ترتبط بالمحتوى الكواركي لأية حالة فيزيائية. أهم هذه الأعداد هي:

$$\text{الغرابية: } S = -N_s = -[N(s) - N(\bar{s})]$$

$$\text{السحر: } C = N_c = [N(c) - N(\bar{c})]$$

$$\text{الجمال: } \tilde{B} = -N_b = -[N(b) - N(\bar{b})]$$

$$\text{الحقيقة: } T = N_t = -[N(t) - N(\bar{t})]$$

$$\text{عدد الباريون: } B = \frac{1}{3} [N(q) - N(\bar{q})]$$

$$\text{أعداد أخرى: } N_d = [N(d) - N(\bar{d})] \text{ و } N_u = [N(u) - N(\bar{u})]$$

في عدد الباريون فإن $N(q)$ هو العدد الإجمالي للكواركات و $N(\bar{q})$ هو العدد الإجمالي للكواركات المضادة. بالنسبة للباريونات فإن عدد الباريون يساوي $+1$ ، و بالنسبة للباريونات المضادة فإن عدد الباريون يساوي -1 . أما بالنسبة للميزونات فإن عدد الباريون يكون معدوما.

الشحنة الكهربائية الهادرونية الإجمالية هي:

$$Q_H = \frac{2}{3}[N_u + N_c] - \frac{1}{3}[N_d + N_s + N_b]. \quad (122)$$

في حالة معينة فإن الشحنة الكهربائية الإجمالية تساوي مجموع الشحنات الكهربائية الهادرونية واللبتونية: $Q = Q_L + Q_H$.

نلاحظ أن العدد الكمي للحقيقة T يساوي الصفر لجميع الهادرونات المعروفة (و ذلك لأن الكوارك العلوي يضمحل بسرعة قبل أن يشكل هادرونات)، و بالتالي فإننا نهمله من الآن فصاعداً. إن كلا من التفاعلات القوية و التفاعلات الكهرومغناطيسية يحفظ جميع الأعداد الكواركية و ذلك لأن الغلوون و الفوتون يمكن فقط أن ينتجا زوجا من كوارك و مضاد كوارك من نفس النكهة. غير أنه في التفاعلات الضعيفة فإن أعداد الكواركات الفردية ليست بالضرورة محفوظة، و خصوصا إذا كانت متوسطة من البوزونات W^\pm . لكن عدد الباريون و الشحنة الكهربائية الإجمالية تبقى محفوظة في جميع الحالات.

مثال 1: نعتبر تفاعل اضمحلال النيوترون:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e,$$

و الذي هو فعاليا:

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e.$$

هذا التفاعل يحفظ جميع الأعداد اللبتونية (كما ينبغي) و يحفظ كذلك عدد الباريون B و الشحنة الكهربائية الإجمالية. غير أن هذا التفاعل ينقض انحفاظ N_d و N_u (أي تفاعل ضعيف).

مثال 2: اضمحلال البايون عبر التفاعلات الكهرومغناطيسية هو:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma,$$

و الذي هو فعاليا:

$$u\bar{u}, d\bar{d} \rightarrow \gamma\gamma,$$

و هو تفاعل كهرومغناطيسي بحت و يحفظ كلا من N_d و N_u .

العملية:

$$p + p \rightarrow n + \pi^+,$$

هو تفاعل قوي بحت و يحفظ جميع أعداد الكواركات (خصوصا N_d و N_u)، حيث لدينا في الواقع عملية إنتاج زوج $d\bar{d}$.

5.3.2 الجسيمات الغريبة

الهادرونات الغريبة هي تلك التي لديها $S = -(N(s) - N(\bar{s})) \neq 0$ (أي تحتوي كواركات غريبة). إن أخف هادرون غريب هو الكايون الموجب $K^+(u\bar{s})$ بالكتلة $494 \text{ MeV}/c^2$ و الكايون المتعادل $K^0 = d\bar{s}$ بالكتلة $498 \text{ MeV}/c^2$ ، و كلاهما لديه الغرابة $S = +1$ ، و جسيماتهما المضادة الكايون السالب $K^- = s\bar{u}$ ($494 \text{ MeV}/c^2$) و مضاد الكايون المتعادل $\bar{K}^0 = s\bar{d}$ ($498 \text{ MeV}/c^2$) ذوي الغرابة $S = -1$.

كما أن أخف باريون غريب هو لامبدا $\Lambda^0 = uds$ وكتلته $1116 \text{ MeV}/c^2$ و غرابته $S = -1$. لاحظ أن كتلة الغريب أثقل بقليل من الكواركات الخفيفة. تسمى الباريونات التي تحتوي كوارك غريب أو أكثر مع كواركات خفيفة u و d بالهايبرونات، من بين الأمثلة على الهايبرونات:

- لامبدا $\Lambda^0 = uds$ ($1116 \text{ MeV}/c^2$) سبين 1/2.
- أوميغا $\Omega^- = sss$ ($1672 \text{ MeV}/c^2$) سبين 3/2.
- سيكما $\Sigma^0 = uds$ ($1193 \text{ MeV}/c^2$) سبين 1/2.

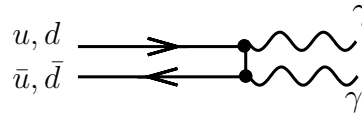
6.3.2 معدلات أعمار الهادرونات

إن البعد القياسي لهادرون هو من رتبة 1 fm ، و هو مكافؤ لسلم زمني من رتبة 10^{-23} s $\sim 1 \text{ fm}/c$. الإضمحلالات القوية للهادرونات عادة لها معدل عمر من رتبة $10^{-25} - 10^{-23} \text{ s}$. غير أن الهادرونات طويلة العمر ليست ثقيلة بما فيه الكفاية لتضمحل بالتفاعلات القوية (و بالتالي تحفظ جميع الأعداد الكمية)، و منه فإنها تضمحل إما عن طريق التفاعلات الكهرومغناطيسية أو بالتفاعلات الضعيفة أو تكون مستقرة.

الإضمحلالات الكهرومغناطيسية للهادرونات: نعتبر مثلا اضمحلال البايون المتعادل بالتفاعلات الكهرومغناطيسية:

$$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma, \quad \tau \sim 10^{-16} \text{ s},$$

و الذي هو مبين في الشكل 24. لاحظ أن البايونات المشحونة ψ^\pm تضمحل بالتفاعلات الضعيفة فقط، و بالتالي



الشكل 24: الإضمحلال الكهرومغناطيسي للبايون المتعادل.

لديها معدل عمر طويل، من رتبة 10^{-8} s .

إن معدل العمر القياسي للإضمحلالات الكهرومغناطيسية للهادرونات هو من رتبة $\mathcal{O}(\alpha)$ أو $\mathcal{O}(\alpha^2)$ مقارنة مع الإضمحلالات القوية، و التي تتراوح في المجال 10^{-16} s إلى 10^{-21} s .

الإضمحلالات الضعيفة للهادرونات: نعتبر الإضمحلال الضعيف لهايبرون Λ :

$$\Lambda \rightarrow \pi^- + p, \quad \pi^+ + n, \quad \tau \sim 10^{-10} \text{ s},$$

و هذا الإضمحلال ضعيف لأنه ينقض انحفاظ الغرابية S . اضمحلال Λ لا يمكن أن يتم عبر، مثلا، $\Lambda \rightarrow K^+ K^- p$ لأنه خفيف جدا و هذا التفاعل غير مسموح حركيا، و لا عبر التفاعلات الكهرومغناطيسية مثل $\Lambda \rightarrow n\gamma$ ، لأن التفاعلات الكهرومغناطيسية يجب أن تحفظ S . و بالتالي فإن الإضمحلال الوحيد الممكن لباريون Λ هو عبر التفاعلات الضعيفة.

معدلات الأعمار القياسية للإضمحلالات الضعيفة حساسة جدا للطاقة الحركية المحررة في الإضمحلال (و الذي يعرف بقيمة Q ، Q_V). في تقريب المدى الصفر، كما بينا سابقا، فإن معدل الإضمحلال هو:

$$\Gamma \sim G_F^2 E^5, \quad (123)$$

حيث الطاقة الحركية القياسية المحررة للمهادرونات هي في المجال $Q \sim 40 \text{ MeV}$ إلى 2 GeV ، و الذي يعطينا معدل عمر في المجال $\tau \sim 10^{-13} \text{ s}$ إلى 10^{-7} s ، و الذي هو أكبر بكثير من معدلات الأعمار للإضمحلالات الكهرومغناطيسية و الضعيفة.

الحالة الخاصة الوحيدة هو اضمحلال النيوترون عبر تفاعل بيتا:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e.$$

قيمة Q_V لهذا التفاعل هي:

$$Q_V = (m_n - m_p - m_e - m_\nu)c^2 \sim 0.5 \text{ MeV}, \quad (124)$$

و التي هي صغيرة جدا لأن الفرق بين كتلتي النيوترون و البروتون صغيرة جدا. هذه الطاقة الحركية هي الطاقة المحررة من اضمحلال النيوترون إلى الجسيمات في الحالة النهائية. عدديا فإننا نجد أن $\tau \sim 10^3 \text{ s}$ ، و بالتالي فإن النيوترون يمتلك معدل عمر أطور بكثير من معدل عمر المهادرونات الأخرى.

نلاحظ أن البروتون لا يمكنه الإضمحلال (بدون طاقة دخل) لأن الطاقة المحررة المتطلبة تكون سالبة. هذا يعني أن البروتون جسيم مستقر.

3 النموذج المبسط للكواركات

نريد دراسة الهادرونات الملاحظة في الطبيعة و خصائصها (الكتلة، السبين، معدل العمر، إلخ ...). سوف نحاول أن نفهم مميزات الهادرونات من خلال النموذج المبسط للكواركات، و الذي يصنف الهادرونات إلى باريونات ($B = q_i q_j q_k$) و ميزونات ($M = q_i \bar{q}_j$).

للتبسط فإننا نعتبر الحالات المشكلة من الكواركات الخفيفة فقط (u, d, s و جسيماتها المضادة)، و بالتالي لا نعتبر الكواركات الثقيلة (c, b, t). ($C = \tilde{B} = T = 0$).

1.3 تناظر الإيزوسبين و التعدديات

تعدديات الإيزوسبين هي عائلات من الهادرونات لديها كتل تقريبا متساوية بفروق في الكتلة في حدود بضعة MeV/c^2 . بعض الأمثلة عن تعدديات الإيزوسبين مبينة في الجدول 2، حيث الكتل معطاة في وحدة MeV/c^2 . الأعضاء في نفس

العائلة	السبين	B	S	Q
n(940), p(938)	$\frac{1}{2}$	1	0	0, 1
π^+ (140), π^0 (135), π^- (140)	0	0	0	+1, 0, -1
K^- (494), \bar{K}^0 (498)	0	0	-1	-1, 0

الجدول 2: أمثلة عن تعدديات الإيزوسبين.

العائلة يجب أن يكون لديهم نفس السبين (و منه التسمية إيزوسبين)، و نفس عدد الباريون و الغرابة. لكن الأعضاء في نفس العائلة يكون لهم شحن كهربائية مختلفة.

هذه الأعضاء تعكس تناظرا بين الكواركات u و d . و يسمى التناظر بالإيزوسبين. نعتبر التركيبة الكواركية للأعضاء في هذه العائلات:

$$n = udd, p = uud$$

$$\pi^- = d\bar{u}, \pi_0 = u\bar{u}, d\bar{d}, \pi^+ = u\bar{d}$$

$$K^- = s\bar{u}, \bar{K}^0 = s\bar{d}$$

إذن فإن الاختلاف في التركيبة الكواركية بين الأعضاء هو ناتج عن تحويل:

$$u \rightarrow d, \quad d \rightarrow u, \quad \bar{u} \rightarrow \bar{d}, \quad \bar{d} \rightarrow \bar{u}.$$

من الملائم أن نعرف عددا كميًا جديدًا هو I_3 (المركبة الثالثة للإيزوسبين):

$$I_3 = \frac{1}{2} (N_u - N_d), \quad (125)$$

أو بالمثل:

$$I_3 = Q - \frac{Y}{2}, \quad (126)$$

حيث Y هي فرط الشحنة المعرفة كما يلي:

$$Y = B + S + C + \tilde{B} + T = B + S, \quad (127)$$

من أجل $C = \tilde{B} = T = 0$ في دراستنا. العدد الكمي لفرط الشحنة هو نفسه لجميع الأعضاء في العائلة. لاحظ أن التبديل $d \leftrightarrow u$ يغير I_3 و Q بمقدار ± 1 و يترك Y ثابتا. في الحالة العامة من أجل كل تعددية نعرف الإيزوسبين I كما يلي:

$$I = (I_3)_{\max} \quad (128)$$

و منه فإنه دائما لدينا:

$$I_3 = \{I, I - 1, I - 2, \dots, -I\}. \quad (129)$$

و منه يوجد هنالك عدد $2I + 1$ عضو في العائلة.

أمثلة: في الجدول 3 نبين بعض الأمثلة لعائلات الإيزوسبين مع الأعداد الكمية للإيزوسبين. في الجدول 3 فإن هذه العائلات

I	I_3	العائلة
$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$p = uud$
	$-\frac{1}{2}$	$n = udd$
1	+1	$\pi^+ = u\bar{d}$
	0	$\pi^0 = u\bar{u}, d\bar{d}$
	-1	$\pi^- = d\bar{u}$
$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$\bar{K}^0 = s\bar{d}$
	$-\frac{1}{2}$	$K^- = s\bar{u}$

الجدول 3: بعض عائلات الإيزوسبين مع أعداد الإيزوسبين الكمية لها.

تشكل على التوالي: ثنائية إيزوسبين، ثلاثية إيزوسبين و ثنائية إيزوسبين. يمكن كذلك أن يكون هنالك أحادية إيزوسبين حيث يكون هناك عضو واحد في العائلة من دون أي شريك، مثلا جسيم $\Lambda = uds$ لديه $I_3 = I = 0$.

لماذا لأفراد العائلة تقريبا نفس الكتلة؟ لو كانت كتلة الكواركين الفوقي و التحتي متطابقة تماما $m_u = m_d$ و كانت القوى المؤثرة عليهما متطابقة تماما (القوى القوية و الكهرومغناطيسية)، لبقيت الدالة الموجية للحالة نفسها عند تبديل كوارك فوقي بأخر تحتي أو العكس، و هذا يعني أن طاقة الحالة الأرضية كانت ستبقى نفسها أيضا بدون تغيير (و بالتالي أيضا الكتلة $m = E/c^2$ كانت ستبقى نفسها). إذا لكانت كتلة البروتون نفسها كتلة النيوترون $M_p = M_n$ ، و كتلة الكايونات نفسها $M_{K^0} = M_{K^-}$ بالضبط. و إذا لكان تناظر الإيزوسبين تناظرا دقيقا.

إن القوى النووية القوية التي تمارس على الكواركات u و d (و كذا على باقي النكهات c, s, b و t) لا تعتمد على النكهة، و بالتالي فإن القوة القوية على جميع الكواركات متطابقة. غير أن الإيزوسبين هي في الواقع تناظر غير دقيق و ذلك لأن:

• $m_d - m_u \approx 3 \text{ MeV}/c^2$. غير أن الفرق بين كتلتي الكواركين الفوقي و التحتي هو أقل بكثير من كتل الهادرونات، ما يعني أن تأثير هذا الفرق على دقة تناظر الإيزوسبين تأثير طفيف.

• التفاعلات الكهرومغناطيسية على الكواركات u و d مختلفة، وذلك لأن لدى هذه الكواركات شحنات كهربائية مختلفة: فلدينا $Q_u = +2/3 e$ و $Q_d = -1/3 e$. غير أن القوى الكهرومغناطيسية أضعف بكثير من القوى النووية القوية، وهذا يعني أن انكسار تناظر الإيزوسبين طفيف.

هذا مثال على الإنكسار في التناظر، لكن هذا التناظر يبقى تقريبا جيدا و لديه الكثير من التوقعات. مثلا فإن هذا التناظر يستلزم أن جميع أعضاء عائلة الإيزوسبين، مثلا (n, p) ، و (π^-, π^0, π^+) ، و (K^-, \bar{K}^0) ، لديها نفس الكتل تقريبا، و أن الكواركات لديها نفس التفاعلات القوية، و العديد من التوقعات الأخرى.

2.3 الإيزوسبين و زمرة SU(2)

تذكر أن جمع اندفاعين زاويين لجسيمين ذوي سبين $1/2$ يعطينا الحالات الذاتية الثلاثية $|j, m\rangle$ ذات العدد الكمي للإندفاع الزاوي الإجمالي مربع $j = 1$ و مسقطه على المحور z :

$$|1, 1\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle, \quad (130a)$$

$$|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle), \quad (130b)$$

$$|1, -1\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle. \quad (130c)$$

نستطيع كذلك أن نعتبر بالمثل أن البايون يتكون من كواركين ذوي سبين $1/2$ (فوقي $\uparrow\leftrightarrow$ و تحتي $\downarrow\leftrightarrow$). و منه نستطيع أن نكتب الحالات الذاتية للإيزوسبين $|I, I_3\rangle$:

$$|1, 1\rangle = |u\bar{d}\rangle = |\pi^+\rangle, \quad (131a)$$

$$|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle) = |\pi^0\rangle, \quad (131b)$$

$$|1, -1\rangle = |d\bar{u}\rangle = |\pi^-\rangle. \quad (131c)$$

إذن فإن البايونات تعتبر حالات ذاتية لمؤثرات الإيزوسبين \hat{I}^2 و \hat{I}_3 .

3.3 التجاوبات

التجاوبات هي هادرونات غير مستقرة، و تضمحل بالتفاعلات القوية إلى هادرونات أخف. نعتبر مثلا نظاما كواركيا معيناً، مثلا $u\bar{d}$ (π^+ في الحالة الأرضية)، uud (p (938) في الحالة الأرضية)، uds (Λ (1119) في الحالة الأرضية). هذه الأنظمة من الكواركات هي كلها في الحالة الأرضية و هي في الحالة العامة ذات معدلات أعمار طويلة، و بالتالي فهي تضمحل إما بالتفاعلات الكهرومغناطيسية أو بالتفاعلات الضعيفة، أو تكون مستقرة مثل البروتون. بما أن هذه الحالات الأرضية هي ليست جسيمات أولية، بل هي جسيمات مركبة، فإننا نتوقع أن يكون لها حالات مثارة، و التي تضمحل بالتفاعلات القوية بمعدل عمر من رتبة $10^{-22} \text{ s} \sim \tau$ إلى 10^{-24} s .

لكن في الواقع فإن هناك مشكلا في الكشف عن هذه الحالات المثارة (أو التجاوبات). نعتبر المسافة التي يقطعها تجاوب خلال مدة معدل العمر:

$$d = c\tau\gamma \sim c\tau \frac{E}{mc^2} \sim 3 \times 10^{15} \frac{E}{mc^2}, \quad (132)$$

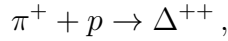
حيث γ هو معامل تباطؤ الزمن و قمنا بتعويض $s \sim 10^{-23}$.

إن أحسن قدرة تمييز لمسارات الجسيمات في الكواشف عادة لا تكون أصغر من رتبة $0.5 \mu\text{m}$. و منه فإن المسافة المقطوعة من حالات التجاوب هذه هي في العموم صغيرة جدا لتتمكن الكواشف من تمييزها و الكشف عنها مباشرة. فأحسن ما يمكن القيام به هو الكشف عنها عن طريق نتائج اضمحلالها.

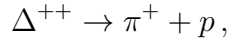
1.3.3 مثال: Δ^{++} في التكوين

لنقم أولا بتعريف مصطلح التكوين: عندما يتم إنتاج جسيم X وحده في تفاعل $(a + b \rightarrow X)$ فإننا نقول أن هذه العملية هي تكوين X . لكن عندما يتم إنتاج جسيم X مع جسيمات أخرى $(a + b \rightarrow X + \dots)$ نقول أن هذه العملية هي عملية إنتاج X .

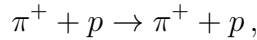
تم الكشف عن جسيم Δ^{++} لأول مرة في عملية التكوين:



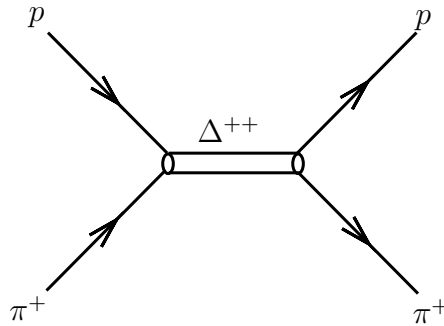
والتي يتبعها الإضمحلال القوي:



و يكون بذلك التفاعل الإجمالي الملاحظ هو:

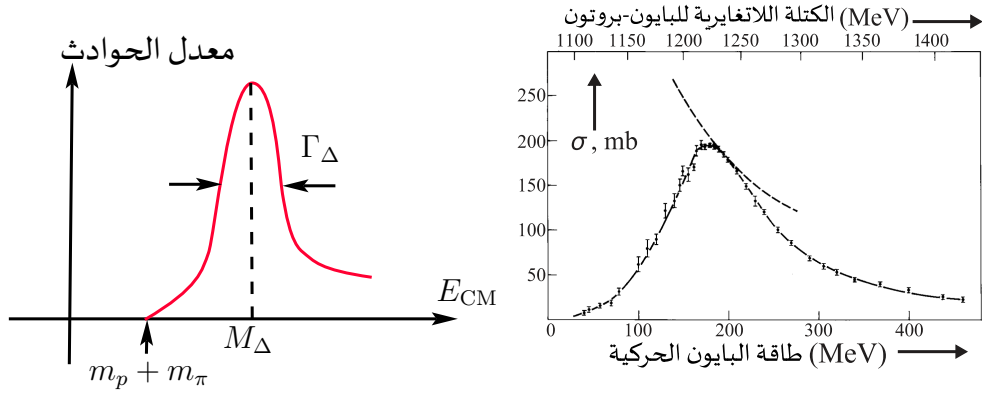


عبر العملية المبينة في الشكل 25.



الشكل 25: تكوين Δ^{++} في التفاعل $p + \pi^+ \rightarrow \Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$

في معلم مركز الكتلة فإن جسيم Δ^{++} يتم إنتاجه ساكنا، و منه فإن التفاعل يتم عن طريق تكوين التجاوب فقط عندما يكون $E_{CM} = M_{\Delta}$. في المعالم الأخرى فإن الكتلة اللاتغايرية للزوج $\pi^+ p$ هي كتلة الجسيم Δ^{++} ، أي $W = M_{\Delta}$. و بالتالي فإننا نقوم برسم مخطط معدل الحوادث بدلالة طاقة مركز الكتلة المبينة في الشكل 26.



الشكل 26: معدل الحوادث لتكوين Δ^{++} في تفاعل التكوين $p + \pi^+ \rightarrow \Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$

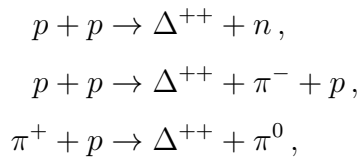
نشاهد ذروة مستقلة عند $E_{CM} = M_{\Delta} = 1232 \text{ MeV}$. الذروة المشاهدة لديها عرض Γ يساوي معدل الإضمحلال $\Gamma = \hbar/\tau = 1/\tau$ و $E = mc^2$ منه في الوحدات الطبيعية $E = m$ ، و $\Gamma = 120 \text{ MeV}$ من أجل جسيم في حالة السكون $E = mc^2$ و $\Gamma = 120 \text{ MeV}$ في الوحدات الطبيعية، حيث τ هو معدل العمر للجسيم:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6 \times 10^{-25} \text{ GeV.s}}{120 \text{ MeV}} = 5 \times 10^{-24} \text{ s}, \quad (133)$$

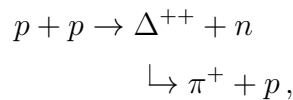
و الذي هو معدل عمر قياسي للتفاعلات القوية.

2.3.3 Δ^{++} في عملية الإنتاج

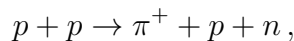
إذا كان تفسيرنا للذروة صحيحا فمن المفترض أن نشاهد عملية إنتاج Δ^{++} و ذلك بنفس الكتلة اللاتغايرية و العرض (و بالتالي معدل العمر)، مثلا في تفاعلات الإنتاج:



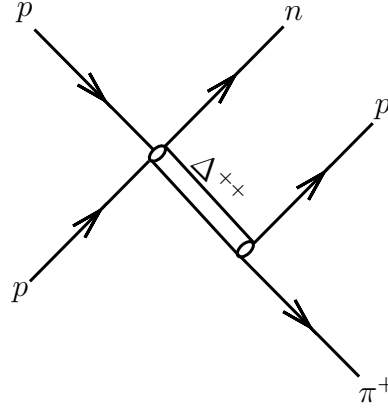
إلخ... و التي تكون دائما متبوعة بالإضمحلال $\Delta^{++} \rightarrow \pi^+ + p$ و منه بالنسبة للتفاعل الأول لدينا:



و منه فإن التفاعل الإجمالي الملاحظ هو:

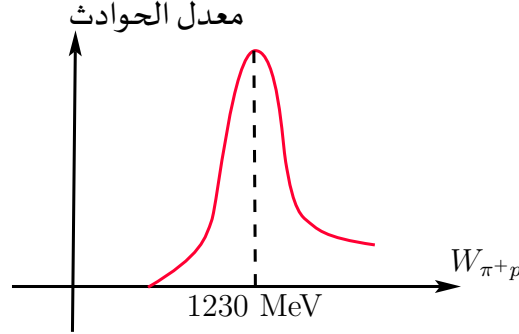


بالآلية المبينة في الشكل 27.



الشكل 27: عملية إنتاج Δ^{++} في التفاعل $p + p \rightarrow \Delta^{++} + n \rightarrow p + n + \pi^+$

من أجل الكشف عن Δ^{++} نستخدم كون كتلة الجسيم المضمحل تساوي الكتلة اللاتغايرية لنتائج اضمحلاله (W). بالقيام بالتجربة و رسم معدل الحوادث بدلالة الكتلة اللاتغايرية للثنائية π^+p في الحالة النهائية، فإننا نشاهد ذروة واضحة بالكتلة $M_{\Delta} = 1232 \text{ MeV}$ والعرض $\Gamma = 120 \text{ MeV}$ وذلك مهما كانت طاقة الحزمة وزاوية التبعثر، كما هو مبين في الشكل 28. نفس الملاحظة تم تحقيقها بالنسبة للتفاعلات الأخرى المذكورة.



الشكل 28: معدل الحوادث لعملية إنتاج Δ^{++} في التفاعل $p + p \rightarrow \Delta^{++} + n \rightarrow p + n + \pi^+$

3.3.3 إعتبار الإيزوسبين لـ Δ^{++}

لدينا الإضمحلال القوي:

$$\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+,$$

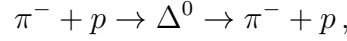
من خلال نتائج الإضمحلال (بما أنه لدينا اضمحلال قوي لدينا انحفاظ الغرابة S) فإننا نستنتج أن $B_{\Delta^{++}} = 1, S_{\Delta^{++}} = 0, Q_{\Delta^{++}} = +2$ و منه نستنتج أن $\Delta^{++} = uuu$. و منه بحساب المركبة الثالثة للإيزوسبين I_3 لدينا:

$$I_3 = \frac{1}{2}(N_u - N_d) = \frac{3}{2}. \quad (134)$$

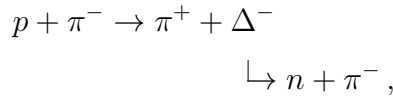
الآن و بما أن Δ^{++} لديه $I_3 = 3/2$, فيجب أن يكون $I \geq 3/2$, و يجب بذلك أن يكون لدينا الشركاء:

Δ^-	Δ^0	Δ^+	Δ^{++}	العضو:
ddd	udd	uud	uuu	التركيبية:
$-3/2$	$-1/2$	$1/2$	$3/2$	I_3 :

وكلها لديها كتل $M_\Delta \approx 1230 \text{ MeV}$ و $\Gamma \approx 120 \text{ MeV}$ لأنها تضمحل بالتفاعلات القوية (و التي لا يهم فيها نكهة الكوارك الذي يدخل في الإضمحلال سواء كان u أو d). تاريخيا تم اكتشاف Δ^{++} أولا. ثم تم توقع وجود Δ^+ ، Δ^0 و Δ^- نظريا من خلال تناظر الإيزوسبين ثم لاحقا تم التحقق تجريبيا من وجودها في تفاعلات التكوين مثل:



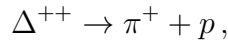
و تفاعلات الإنتاج مثل:



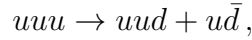
حيث في التفاعل الأخير تم ملاحظة ذروة في مخطط معدل الحوادث بدلالة الكتلة اللاتغايرية للزوج ($n\pi^-$) عند حوالي 1230 MeV.

4.3.3 مخططات الكواركات

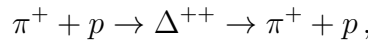
نعتبر الإضمحلال:



و الذي هو فعاليا:



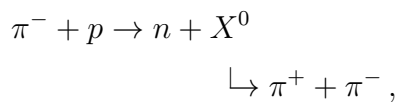
أي أنه يتم إنتاج زوج $d\bar{d}$. يمكننا تمثيل هذه العملية بمخطط مثلما هو مبين في الشكل 29. بالمثل بالنسبة للتفاعل:



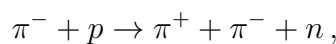
لدينا مخطط الكواركات المبين في الشكل 30.

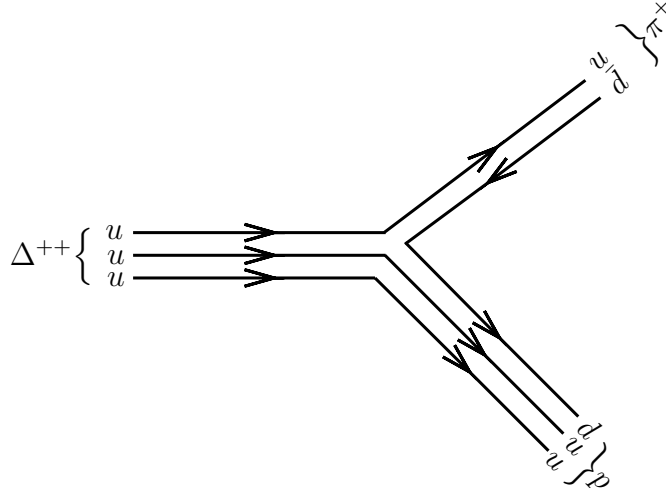
4.3 أمثلة أخرى

نعتبر التفاعل:

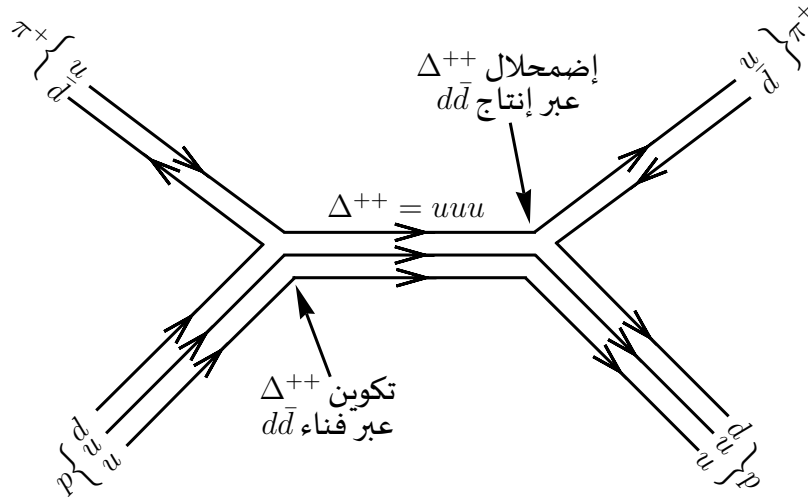


و الذي يعطي التفاعل الإجمالي الملاحظ:





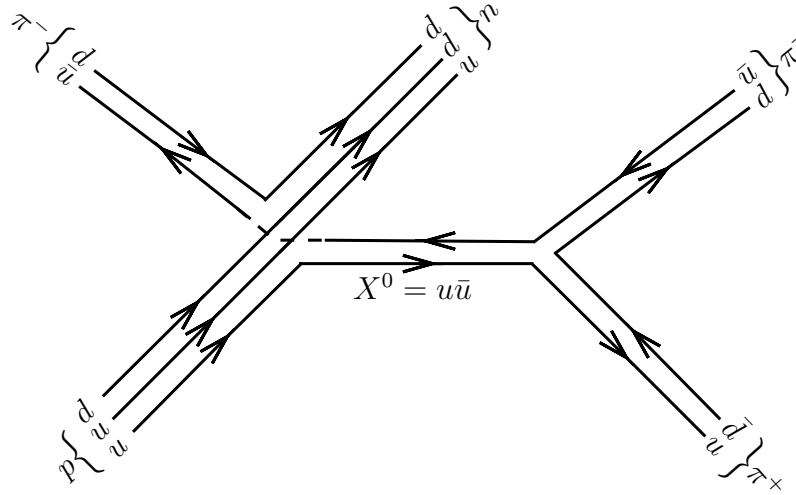
الشكل 29: مخطط الكواركات لاضمحلال Δ^{++} في التفاعل $\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$.



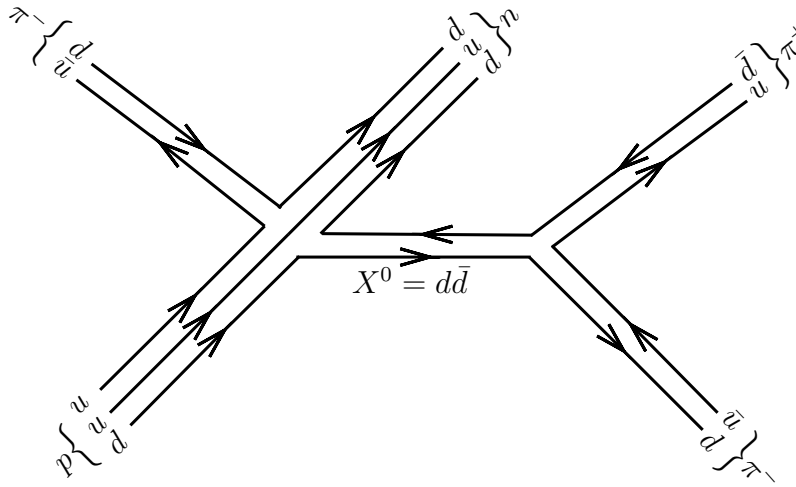
الشكل 30: مخطط الكواركات لعملية تكوين و اضمحلال Δ^{++} في التفاعل $p + \pi^+ \rightarrow \Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$.

بالآلية (أ) المبينة في الشكل 31 أو الآلية (ب) المبينة في الشكل 32. إذن فإن X^0 يمكن أن يتشكل إما من $u\bar{u}$ أو $d\bar{d}$ ، تماما مثل البايون π^0 . إذا كان الجسميم X^0 موجودا ينبغي مشاهدة ذروة عند $W_{\pi^+\pi^-} = m_X$. البيانات التجريبية: تم مشاهدة ثلاث ذروات كما هو مبين في الشكل 33، والتي توافق ثلاث تجاوبات:

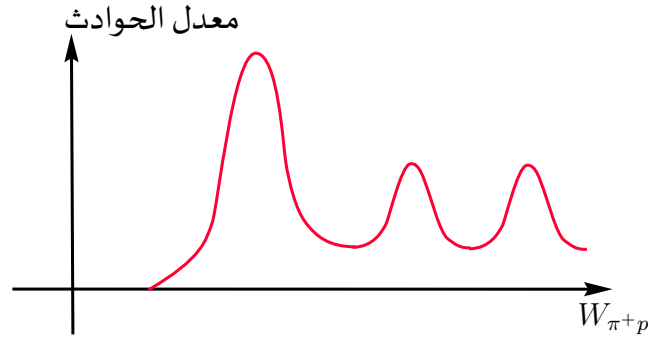
$$\begin{aligned} \rho^0(770), & \quad \Gamma = 150\text{MeV}, \\ f^0(1275), & \quad \Gamma = 180\text{MeV}, \\ \rho(1700), & \quad \Gamma = 200\text{MeV}. \end{aligned}$$



الشكل 31: مخططات الكواركات لعملية إنتاج و اضمحلال X^0 في التفاعل $\pi^- + p \rightarrow X^0 + n \rightarrow \pi^+ + \pi^- + n$ الآلية (أ).



الشكل 32: مخططات الكواركات لعملية إنتاج و اضمحلال X^0 في التفاعل $\pi^- + p \rightarrow X^0 + n \rightarrow \pi^+ + \pi^- + n$ الآلية (ب).



الشكل 33: معدل الحوادث لإنتاج و اضمحلال X^0 في التفاعل $\pi^- + p \rightarrow X^0 + n \rightarrow \pi^+ + \pi^- + n$

5.3 الحالات المسموحة والغريبة

في نموذج الكواركات المبسط فإن حالات الكواركات المسموحة هي $M = qq\bar{q}$ و $B = qq\bar{q}$. هنالك فقط عدد محدد من تركيبات الأعداد الكمية B ، Q و S المسموحة:

الميزونات $qq\bar{q}$ مع $B = 0$: باعتبار الكواركات u, d, s فقط، هنالك تسعة تركيبات ممكنة لأعداد الكواركات هذه. نرتبها على حسب قيمة الغرابة في الجدول التالي:

$S = -1$	$s\bar{d}, s\bar{u}$	$Q = 0, -1$
$S = 0$	$s\bar{s}, u\bar{u}, d\bar{d}, u\bar{d}, d\bar{u}$	$Q = 0, 0, 0, 1, -1$
$S = +1$	$u\bar{s}, d\bar{s}$	$Q = 1, 0$

الباريونات qqq مع $B = +1$: نرتب الباريونات المسموحة في الجدول التالي:

$S = -3$	sss	$Q = -1$
$S = -2$	ssu, ssd	$Q = 0, -1$
$S = -1$	suu, sud, sdd	$Q = 1, 0, -1$
$S = 0$	uuu, uud, udd, ddd	$Q = 2, 1, 0, -1$

هنالك العديد من التركيبات التي لا تحدث، مثلا الميزونات بالأعداد $Q = +1$ و $S = -1$ ، أو الباريونات بالأعداد $Q = +1$ و $S = -2$ ، إلخ. من أجل السماح لمثل هذه التركيبات فإننا نتطلب حالات كواركية مثل $qq\bar{q}\bar{q}$ (تيتراكواركات) للميزونات و $qqqq\bar{q}$ (بينتاكواركات) للباريونات. هذه الحالات تسمى الميزونات و الباريونات الغريبة. مؤخرا أصبح أمرا مقبولا أن هنالك إمكانية وجود عدة هادرونات مرشحة لأن تكون غريبة.

هنالك المئات من الهادرونات من نوع الميزونات و الباريونات في النموذج المبسط للكواركات و المعروفة منذ مدة طويلة، لكن الهادرونات الغريبة تم اكتشافها مؤخرا فقط. هذا الإقتباس مأخوذ من موقع ويكيبيديا بخصوص حالة البحث عن الهادرونات الغريبة:

“In April 2014, The LHCb collaboration confirmed the existence of the $Z^-(4430)$. Examinations of the character of the particle suggest that it may be exotic.”

مثال: نعتبر التفاعل التالي في تعاونية LEPS (اليابان):

$$\gamma + n \rightarrow K^+ + K^- + n,$$

باستخدام الكربون 12. نلاحظ وجود ذروة عند الكتلة $m = 1540 \pm 10 \text{ MeV}/c^2$ في طيف الكتلة اللاتغاييرية للزوج K^+n ذات العرض $\Gamma < 25 \text{ MeV}$ (و التي تتوافق مع دقة التمايز). هذه الذروة تقترح العملية التالية:

$$\begin{aligned} \gamma + n &\rightarrow K^- + \Theta^+ \\ &\hookrightarrow K^+ + n. \end{aligned}$$

مخططات الكواركات: التفاعل الأول هو تفاعل كهرومغناطيسي:

$$\begin{aligned} \gamma + n &\rightarrow K^- + \Theta^+, \\ \gamma + uud &\rightarrow s\bar{u}+?. \end{aligned}$$

بما أن التفاعل الكهرومغناطيسي يحفظ كل الأعداد الكواركية (N_s, N_d, N_u) و عدد الباريون فإننا نستنتج أن Θ^+ لديه $B = +1, Q = +1, S = +1$. و منه $\Theta^+ = uud\bar{s}$.

الإيزوسبين:

$$I_3 = \frac{1}{2}(N_u - N_d) = 0, \quad (135)$$

و بالتالي فإن Θ^+ يمكن أن يكون أحادية إيزوسبين مع $I = 0$ و $I_3 = 0$, أو ثلاثية إيزوسبين مع $I = 1$ و $I_3 = 0$. من أجل معرفة ذلك نبحت عن شريك الإيزوسبين $\Theta^{++} = uu\bar{d}\bar{s}$.

تجربة SAPHIR (2003): تم إنشاء هذه التجربة للبحث عن:

$$\begin{aligned} \gamma + p &\rightarrow K^0 + \Theta^+ \\ &\hookrightarrow K^+ + n, \end{aligned}$$

مع

$$K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-,$$

و

$$\begin{aligned} \gamma + p &\rightarrow K^- + \Theta^{++} \\ &\hookrightarrow K^+ + p. \end{aligned}$$

تم الإدعاء أنه لوحظت ذروات قياسية من أجل Θ^+ عند $m = 1540 \text{ MeV}/c^2$ بالعرض $\Gamma < 25 \text{ MeV}$. هذه التجربة لم تسفر عن مشاهدة أي حالة تجاوب Θ^{++} . و بالتالي كانت الخلاصة أن Θ^+ من المحتمل جدا أن يكون أحادية إيزوسبين.

التأكيد على النتائج: تم إجراء خمسة تجارب و التي أكدت كلها نفس الكتلة، و لكن كانت دقة التمايز ضعيفة جدا، و كانت أحسن نتيجة لعرض الذروة هي $\Gamma < 9 \text{ MeV}$.

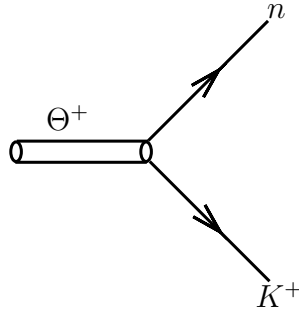
إضمحلال Θ^+ : لدينا الإضمحلال

$$\Theta^+ \rightarrow K^+ + n,$$

$$uudd\bar{s} \rightarrow u\bar{s} + udd.$$

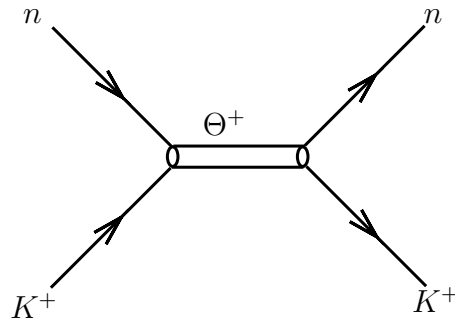
لدينا نفس محتويات الكواركات في الحالة الابتدائية و الحالة النهائية، و الذي يستلزم أن جميع أعداد الكواركات محفوظة، أي أن الإضمحلال قوي و بالتالي فإننا نتوقع أن معدل الإضمحلال يكون من مرتبة $\Gamma \sim 100 \text{ MeV}$. غير أن الملاحظة التجريبية تؤكد أن $\Gamma < 25 \text{ MeV}$.

تكوين Θ^+ : لدينا الإضمحلال المبين في الشكل 34. و منه فإننا نتوقع أن نتمكن من مشاهدة عملية التكوين و الإضمحلال



الشكل 34: إضمحلال جسيم Θ^+ في التفاعل $\Theta^+ \rightarrow n + K^+$.

الإجمالية المبينة في الشكل 35. بالتحديد من المفترض أن نشاهد ذروة في العملية:



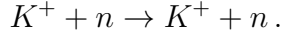
الشكل 35: تكوين و اضمحلال Θ^+ في العملية المتوقعة $n + K^+ \rightarrow \Theta^+ \rightarrow n + K^+$.

$$K^+ + n \rightarrow K^+ + n,$$

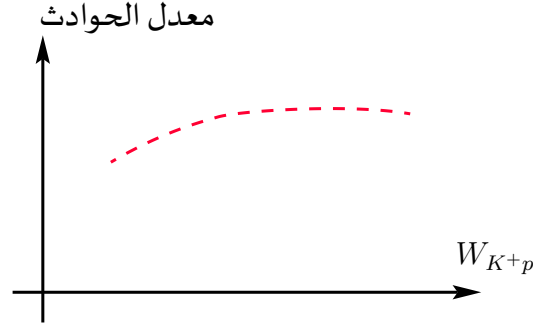
بنفس قيمة الكتلة و معدل الإضمحلال. يمكن قياس المقطع الفعال لتبعثر K^+n باستخدام الدوتريوم ($d = p + n$) في العملية:

$$K^+ + d \rightarrow K^+ + d$$

و التي هي فعاليا:



تجريبيا نلاحظ منحني أملس بدون أي ذروة كما هو مبين في الشكل 36.



الشكل 36: معدل الحوادث لتكوين و اضمحلال جسيم Θ^+ في العملية $n + K^+ \rightarrow \Theta^+ \rightarrow n + K^+$

هذا المنحنى يكون متوافقا مع وجود ذروة (في حدود الأخطاء التجريبية)، و التي تتفق مع الذروات المشاهدة في التجارب الأخرى في نفس الكتلة $m = 1540 \text{ MeV}$ بالعرض $\Gamma < 25$ فقط إذا كان $\Gamma < 1 \text{ MeV}$. لكن هذا شيء غريب لأننا نتوقع أن يكون للإضمحلالات القوية معدل اضمحلال $\Gamma \sim 100 \text{ MeV}$. ربما هذا قد يلمح إلى إمكانية أن الهادرونات الغريبة لديها صفات خاصة؟

إن التحاليل التجريبية توشر إلى أن الدليل على وجود حالة الهادرون الغريب Θ^+ غير مقنعة، و أرجع السبب إلى أن الإحصائيات من تجربة SAPHIR غير كافية، و تم إعادة التجربة العديد من المرات من غير ملاحظة الذروات المزعومة. غير أن تعاونية LEPS مازالت تؤكد بعد إجرائها التجربة مرة أخرى سنة 2009، على مشاهدة ذروة عند نفس الكتلة.

في نهاية الأمر، الظاهر أنه تم إلغاء الإكتشاف، و قد علقت مجلة particle data group على هذا الإلغاء:

“The whole story—the discoveries themselves, the tidal wave of papers by theorists and phenomenologists that followed, and the eventual ”undiscovery”—is a curious episode in the history of science”

ورغم ذلك ما زالت الأبحاث مستمرة لدراسة هذا الخلاف. لكن هناك أدلة تجريبية على وجود حالات غريبة أخرى:

آخر التحديثات في هذا المجال: في يوم 22 أبريل 2014، أعلنت تعاونية LHCb في مقالها Phys. Rev. D 90, 012003 (2014)، عن اكتشافها لحالات بينتاكوارك $f^0(500)$ ، و التي هي فعاليا $ud\bar{u}\bar{d}$ ، و تيتراكوارك $f^0(980)$ ، و التي هي ميزون $su\bar{s}\bar{u}$ [أنظر <http://arxiv.org/abs/1404.5673>].

زيادة على ذلك، في 9 أبريل 2014، أعلنت تعاونية CMS عن الملاحظة التي لا لبس فيها لهادرون غريب و الذي لا يمكن أن يصنف ضمن النموذج التقليدي للكواركات.

كما تم في سنة 2016 توسعة قائمة الهادرونات المرشحة لأن تكون غريبة لتشمل الجسيمات التالية:

• $X(3872)$ لوحظ في Belle.

- $Y(4140)$ لوحظ في CDF سنة 2009.
- (4260) لوحظ في BaBar في SLAC. هذا الجسم يعتقد أنه يتكون من كواركين و غلوون في حالة مقيدة! أو ما يعرف بالهايبرد
- $Z_c(3900)$ لوحظ في Belle و BES III
- $Z(4430)$ لوحظ في Belle و LHCb بمعنوية 13.9σ
- $X(4274)$ لوحظ في LHCb: arXiv:1606.03179
- $X(4500)$ لوحظ في LHCb: arXiv:1606.03179
- $X(4700)$ لوحظ في LHCb: arXiv:1606.03179

4 مقدمة إلى QCD

1.4 QCD و مفهوم الشحنة اللونية

الكروموديناميكية الكمية، أو الديناميك اللوني الكمي QCD هي نظرية التفاعلات القوية. وهي تعتمد على فكرة الشحنة اللونية، والتي تم اقتراحها لأن الكواركات في الباريونات تبدو وكأنها تنقض مبدأ باولي للإستثناء. يمكن توضيح ذلك باعتبار الجسيمات:

$$\Delta^{++}(1232) = uuu, \quad \Delta^{--}(1232) = ddd, \quad \Omega^{-}(1672) = sss.$$

كل هذه الباريونات موجودة في الحالة الأرضية لأنظمة كواركاتها. كلها تمتلك ثلاث كواركات بنفس النكهة في الحالة $L = 0$ السفلى بسبين متوازي، كما هو مبين في الشكل 37. السبين الإجمالي لهذه الهادرونات مثلما هو ملاحظ تجريبيا يساوي

↑↑↑ $L = 0$

الشكل 37: يبدو أن ثلاث كواركات في الحالة الأرضية تنقض مبدأ باولي للإستثناء.

3/2.

الإشكال: مبدأ باولي للإستثناء يمنع فرميونين متطابقين من أن يشغلا نفس الحالة الكمية. لابد أن تكون الدالة الموجية للفرميونات ضد-متبادلة إثر تبديلهما، والذي لا يكون صحيحا إذا كان للجسيمين نفس الأعداد الكمية جميعها. أحسن ما يمكن الحصول عليه بالنسبة لفرميونين متطابقين هو مثلما هو مبين في الشكل 38. هذا يعني أن

↑↓ $L = 0$

الشكل 38: أحسن ما يمكن فعله بكواركين متطابقين في الحالة $L = 0$ هو أن يكون أحدهما لديه سبين فوق و الآخر سبين تحت.

جسيمات Δ^{++} ، Δ^{-} ، Ω^{-} التي لديها $L = 0$ ، ما كانت لتوجد.

الحل: قدم غرينبرغ (1964) الحل التالي:

- الكواركات لديها درجة حرية جديدة، اصطلاح على تسميتها اللون.
- هنالك ثلاث حالات لونية ممكنة للكواركات، نرسم لها بالرموز (g, b, r) ، blue، green، red، أو: أحمر، أخضر، أزرق.
- في الباريونات مثل Δ^{++} ، الكواركات الثلاث لديها ألوان مختلفة r, b, g ، و بالتالي لا توجد هذه الفرميونات في نفس الحالة الكمية.

سوف نبين لاحقا الأدلة التجريبية المباشرة التي تؤكد أن هنالك ثلاث حالات لونية للكواركات.

إن الفرضية الأساسية في QCD هي أن هنالك تناظرا كاملا بين الحالات اللونية الثلاث. هذا يؤدي إلى ثماني مقادير محفوظة (شحنات لونية): F_1, F_2, \dots, F_8 . لكن من بين هذه الشحنات يوجد إثنان فقط متلائمة (أي يمكن قياسها بدقة في آن واحد)، وهذا يشبه مركبات الإندفاع الزاوي المداري L_x, L_y, L_z ، و L^2 التي هي مقادير محفوظة، لكن فقط L^2 و L_z لديها قيمة محددة. هذه الشحنات اللونية هي:

$$I_3^c = F_3, \quad Y^c = \frac{2}{\sqrt{3}}F_8. \quad (136)$$

وهذا يعني أن:

$$[F_1, F_3] \neq 0 \quad \text{بينما مثلا} \quad [F_3, F_8] = 0. \quad (137)$$

زيادة على ذلك فإننا نجد أن الإيزوسبين اللوني و فرط الشحنة اللونية للكواركات الثلاث هي مثلما هو مبين في الجدول التالي:

Y^c	I_3^c	الكواركات
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	r
$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	g
$-\frac{2}{3}$	0	b

و أن الإيزوسبين اللوني و فرط الشحنة اللونية للكواركات المضادة الثلاث هي مثلما هو مبين في الجدول التالي:

Y^c	I_3^c	الكواركات المضادة
$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	\bar{r}
$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{g}
$\frac{2}{3}$	0	\bar{b}

هذه النتائج لا تعتمد على النكهة. بالنسبة للأنظمة متعددة الكواركات فإننا نقوم بجمع هذه الأعداد الكمية، مثلما هو مبين في الجدول التالي:

Y^c	I_3^c	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	r
$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	g
$\frac{2}{3}$	0	rg

بالتحديد بالنسبة لجمال ثلاث كواركات مثل جسيم $(rbg)^{++}, \Delta$ ، لدينا:

$$I_3^c = 0, \quad Y^c = 0. \quad (138)$$

ومنه حالة Δ^{++} هي عديمة اللون أو أحادية اللون. هذه الفكرة تؤدي إلى الفرضية الأساسية للحصر.

2.4 الحصر و الحرية المقاربة: إقتران QCD

1.2.4 خاصية الحصر

الحصر: الهادرونات (أي الجسيمات المركبة الحرة المعزولة و المتفاعلة بالتفاعلات القوية) توجد فقط في حالات أحادية اللون بشحنة لونية معدومة:

$$I_3^c = 0, \quad Y^c = 0. \quad (139)$$

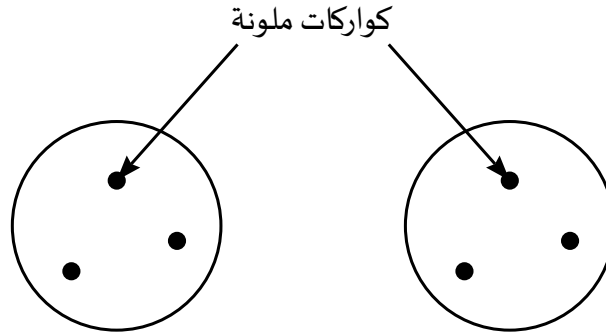
و منه فإن مفهوم الحصر يمنع حالات الكواركات الحرة (q)، حالات ثنائية كواركية (qq)، لكنها تسمح لحالات الباريونات (qqq) بشرط أن يكون للكواركات الثلاث حالات لونية مختلفة. كما أن مفهوم الحصر يسمح للميزونات التي يمكن أن تكون على شكل حالات $r\bar{r}$ ، $g\bar{g}$ أو $b\bar{b}$. في الحالة العامة الحالات فقط المتوافقة مع $Y^c = 0$ و $I_3^c = 0$ هي الحالات المسموحة، مثلا $(qqq)^a$ ، $(q\bar{q})^b$ ، مع $a, b = 0, 1, 2, \dots$. كل هذه الحالات لديها شحنة كهربائية عدد صحيح. و منه فإن مبدأ الحصر يسمح لوجود الأنوية و كذا الجسيمات الغريبة.

2.2.4 مقارنة بين QED و QCD

في الجدول التالي نقارن الخصائص الأساسية للنظريتين QED و QCD.

QCD	QED	
الشحنة اللونية	الشحنة الكهربائية	مصدر التفاعل
غلوون	فوتون	ناقل القوة
$\alpha_s \gg \alpha$	$\alpha = 1/137$	القوة الذاتية

الغلوونات: الغلوونات هي ناقلات التفاعلات القوية، و لديها سبعين 1 تماما مثل الفوتونات، و هي عديمة الكتلة. هذا يعني أن القوة النووية بين الكواركات لديها مدى لانهائي. غير أنه و بسبب خاصية الحصر، فإن مدى القوة القوية منته. لرؤية ذلك نعتبر القوة القوية بين هادرونين كما هو مبين في الشكل 39. إن مقومات الهادرونات هي كواركات



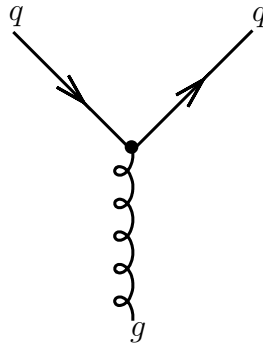
شحنة لونية مجملة تساوي الصفر شحنة لونية مجملة تساوي الصفر

الشكل 39: الشحنة اللونية الإجمالية لهادرون هي صفر، لكن الهادرونات يمكن أن تتفاعل فيما بينها بقوى تشبه قوى فان-دير-فالس.

تحمل ألوانا و تتفاعل بقوة. و الشحنة اللونية الإجمالية للهادرونات هي الصفر. و منه فإن القوة بين هادرونين تشبه قوى فان-دير-فالس بين الذرات في الجزيئات: حيث أن الشحنة الكهربائية الإجمالية للذرة تساوي الصفر، لكن الذرات تتفاعل فيما بينها عبر نفس القوة الكهربائية عن طريق تفاعلات ثنائيات الأقطاب.

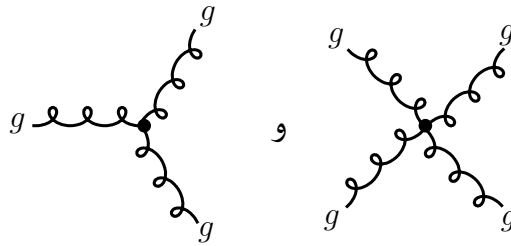
الإعتماد على النكهة: الغلوونات تقترن مع الشحنات اللونية، و هي لا تميز في هذا التفاعل بين نكهة الكوارك المعني في التفاعل سواء كان u, d, c, s, b أو t . إذن القوى القوية لا تعتمد على نوع الكواركات (النكهة). هذه الخاصية تؤدي إلى النتيجة البارزة: تناظر الإيزوسبين.

الفوارق بين QED و QCD: إن الفوتونات لديها شحنة كهربائية معدومة، غير أن الغلوونات لديها شحنة لونية غير معدومة. في الواقع فإن هنالك ثمانية شحنات مختلفة يمكن أن يحملها الغلوون. هذا الأمر يؤدي إلى مفهوم التفاعلات الذاتية للغلوونات. بالتحديد، وزيادة على نقطة التفاعل المبينة في الشكل 40، و التي يوجد لها مثل في



الشكل 40: نقطة تفاعل أساسية في QCD للتفاعل $q \rightarrow qg$ ، و التي يوجد مثلها في QED.

QED، إلا أنه لدينا نقاط التفاعل في QCD المبينة في الشكل 41، و التي مثلها ممنوع في QED.

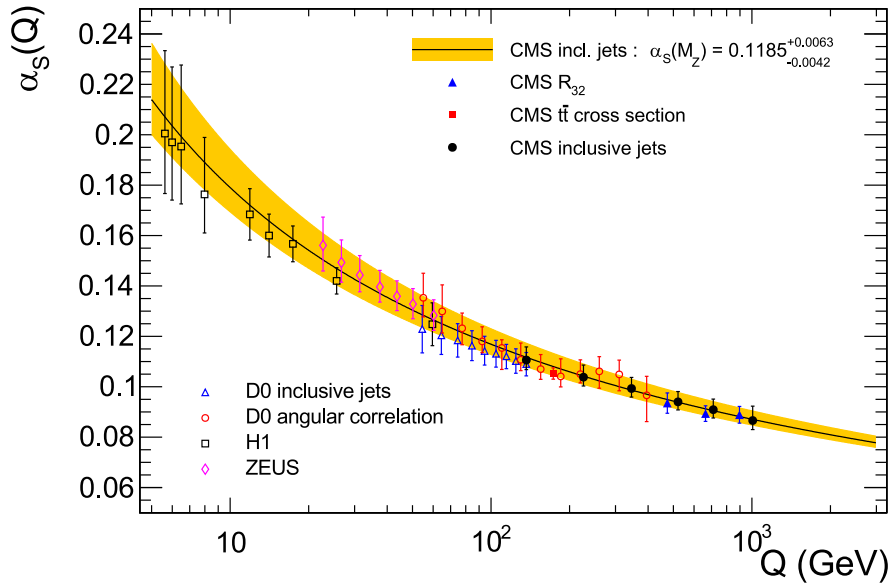


الشكل 41: نقاط تفاعل أساسية في QCD للتفاعلات $g \rightarrow gg$ و $g \rightarrow ggg$ ، و التي مثلها ممنوع في QED.

هنالك نتيجة أخرى لنقاط التفاعل السابق ذكرها، و هي مفهوم كرات الغلوونات. فبما أن الغلوونات تتفاعل فيما بينها هل يمكن أن نتحصل على هادرونات تتشكل من غلوونات بحتة؟ هل يمكن للغلوونات أن تشكل حالات مقيدة؟ في الواقع هنالك أدلة قوية نوعا ما تؤشر إلى إمكانية ذلك.

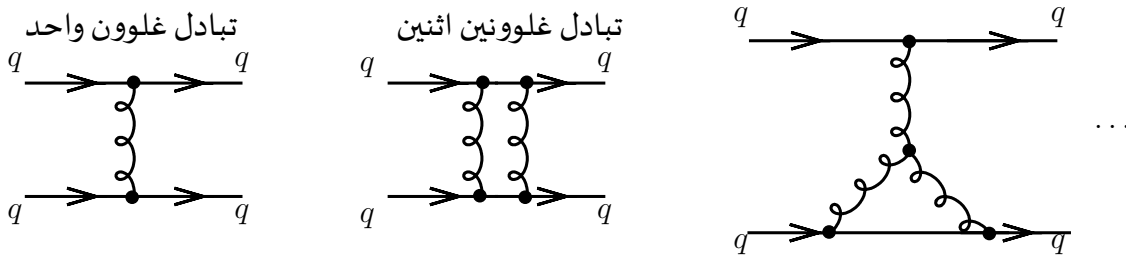
3.2.4 الحرية المقاربة وإقتران QCD

إن أهم نتيجة لنقاط التفاعل الثلاثية و الرباعية للغلونات هي أن اقتران QCD، α_s يكبر عند سلم الطاقات الصغيرة (و الذي يوافق سلم المسافات الكبيرة). هذا معاكس تماما لاقتران QED حيث أن الإقتران يصغر عند سلم الطاقات الصغيرة، و الذي يجعل نظرية QED نظرية اضطرابية بحتة. بالنسبة لـ QCD هذا يعني أنه كلما كانت الكواركات متباعدة أكثر و أكثر كلما زادت شدة القوة بينها. إذن هذا يستلزم خاصية الحصر التي تكلمنا عليها سابقا. غير أنه في سلم الطاقات الكبيرة (و الذي يوافق المسافات القصيرة بين الكواركات) فإن الحرية المقاربة تستحوذ على تصرف الكواركات. هذا يعني أن الإقتران القوي في الطاقات العالية يصبح صغيرا و يمكن معاملة الكواركات فعاليا كأنها حالات حرة، و تصبح نظرية الإضطراب صالحة للتطبيق في هذا المجال. نبين في الشكل 42 إقتران QCD بدلالة سلم الطاقة من خلال تجارب من عدة تعاونيات.



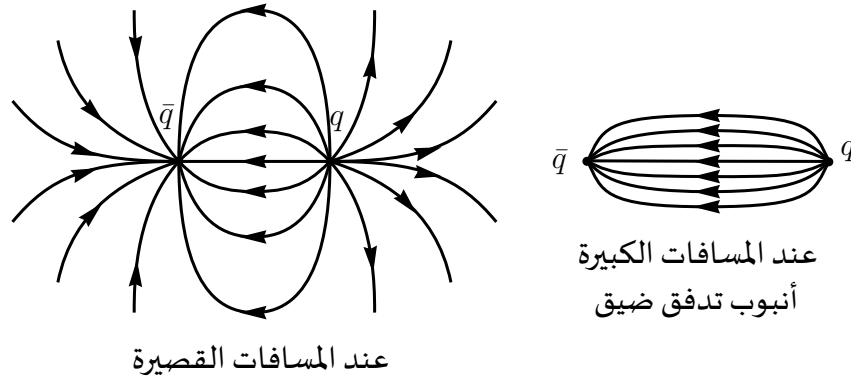
الشكل 42: إقتران QCD بدلالة سلم الطاقة من تجارب من عدة تعاونيات.

3.4 تفاعلات الكواركات، كمون QCD و مفهوم الهدرنة و النفاثات



الشكل 43: بعض مخططات فاينمان المشاركة في التفاعل بين كواركين.

إن تبادلات غلوونات متعددة (مثل تلك المبينة في الشكل 43) مهمة و تؤدي إلى مفهوم إعادة التنظيم. باستخدام نظرية الشبكة العيارية يمكن حساب سعة العمليات المبينة في الشكل 43 عدديا بشكل تقريبي. كما يمكن كذلك محاكاة خطوط القوى بينها، مثلا بين كوارك و مضاد كوارك، بمساعدة الحواسيب الآلية، كما هو مبين في الشكل 44.



الشكل 44: خطوط الحقل بين ثنائي قطب $q\bar{q}$ من محاكاة باستخدام نظرية الشبكة العيارية.

و منه فإن التفاعل بين كوارك و مضاد كوارك يصبح أضعف عند سلم المسافات الصغيرة (أي عند الطاقات العالية)، و الذي يؤدي إلى مفهوم الحرية المقاربة. نستطيع أن نصف كمون التفاعل بين كوارك و مضاد كوارك، كما في QED، بعملية تبادل غلوون واحد المهيمنة في السعة، حيث عندما يصبح α_s صغيرا فإن كمون التفاعل يمكن تقريبه بالدالة:

$$V(r) \sim -\frac{\alpha_s}{r}. \quad (140)$$

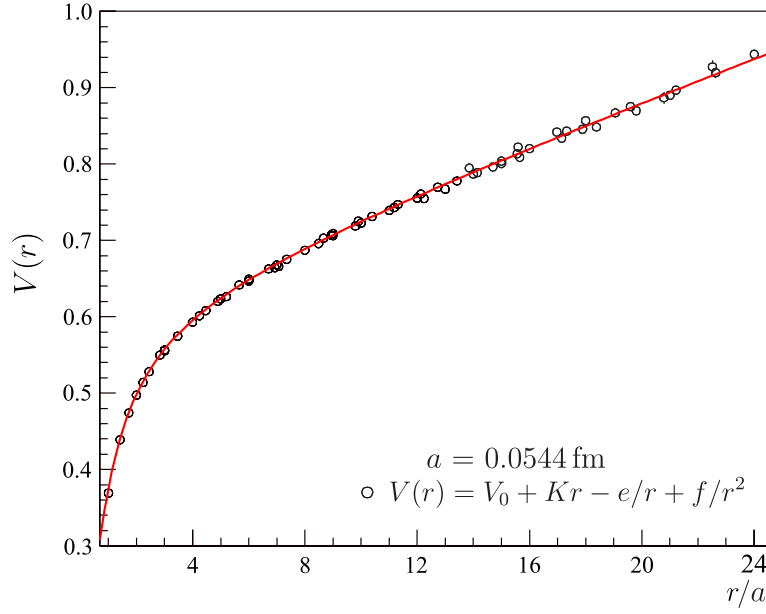
لكن في سلم المسافات الكبيرة فإن خطوط الحقل تصبح شديدة الجذب (ما يعرف بأنبوب التدفق) و تصبح $V(r)$ دالة خطية في r :

$$V(r) \sim +Kr. \quad \text{عندما } r \rightarrow \infty \quad (141)$$

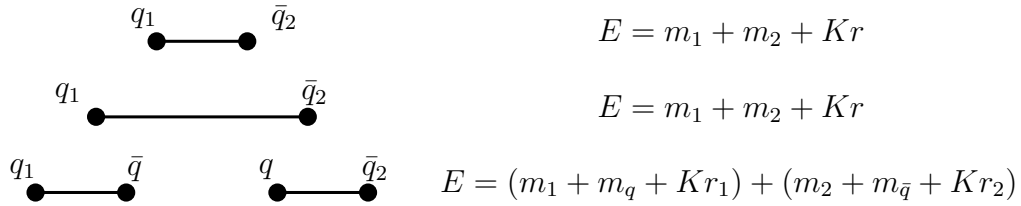
هذا يعني أن الكواركات لا يمكن أن تهرب من بعضها البعض، و هذا ما يؤدي إلى خاصية الحصر. في الشكل 45 نبين الكمون السكوني للتفاعل بين $q\bar{q}$. هنا r يقاس بدلالة وحدة الشبكة $a = 0.0544 \text{ fm}$ و منه يمكننا كتابة الكمون السكوني، و الذي يعتبر تقريبا جيدا بالتحديد بالنسبة لأنظمة الكواركات الثقيلة، مثل $c\bar{c}$ و $b\bar{b}$:

$$V(r) = V_0 + Kr - \frac{e}{r} + \frac{f}{r^2}. \quad (142)$$

قيمة K من التجربة (و الذي يسمى توتر الوتر) هو $K = (440 \text{ MeV})^2$. التصرف الخطي يؤكد بوضوح خاصية الحصر. هذا الكمون يؤدي كذلك إلى نموذج الأوتار للهدرنة. فنعتبر مثلا اضمحلال ميزون في QCD. ماذا يحدث عندما تزيد المسافة بين الكوارك q و مضاد الكوارك \bar{q} ؟ بالنسبة للميزونات الخفيفة ($q_i = uds$) لدينا الصورة المبينة في الشكل 46. و منه فإننا نتحصل على اضمحلال ميزون $M_1 \rightarrow M_2 + M_3$ عبر إنتاج $q\bar{q}$ مثلما هو مبين في الشكل 47. هذه الصورة أيضا تؤدي إلى نفائث بالشكل التالي: نفرض أننا نعطي كواركا في ميزون تحويلا عاليا في الإندفاع (مثلا عبر عملية تصادم). إذن فإننا نتحصل على السيناريو المبين في الشكل 48.



الشكل 45: كمون QCD من محاكاة نظرية الشبكة. المخطط مأخوذ من المرجع K. Schilling and G. S. Bali, *The Static quark – anti-quark potential: A “Classical” experiment on the connection machine CM-2*, Int. J. Mod. Phys. C 4 (1993) 1167 [hep-lat/9308014]



الشكل 46: إضمحلال ميزون في نموذج الخيط للهيدرونة.

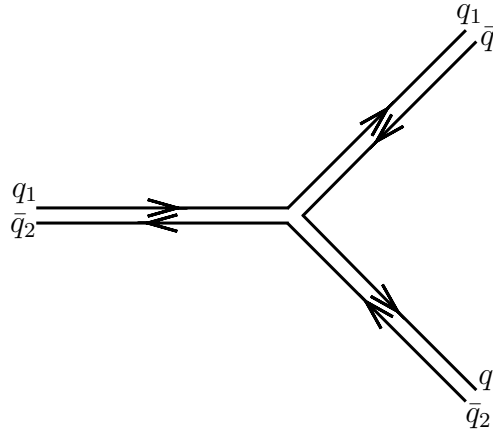
4.4 عملية فناء إلكترون-بوزترون إلى نفاثات و النسبة R

1.4.4 الكواركات، النفاثات و الغلوونات

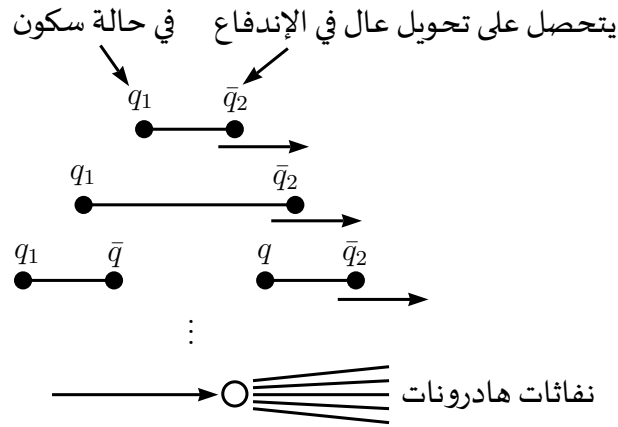
في التفاعلات عالية الطاقة يتم إنتاج العديد من الهادرونات. عادة ما نشاهد نفاثات من الهادرونات (و التي تعتبر أقرب صورة هناك لمسارات الكواركات و الغلوونات). يمكننا توضيح ذلك باعتبار العملية التالية كمثال:

$$e^+ + e^- \rightarrow \text{نفاثات}.$$

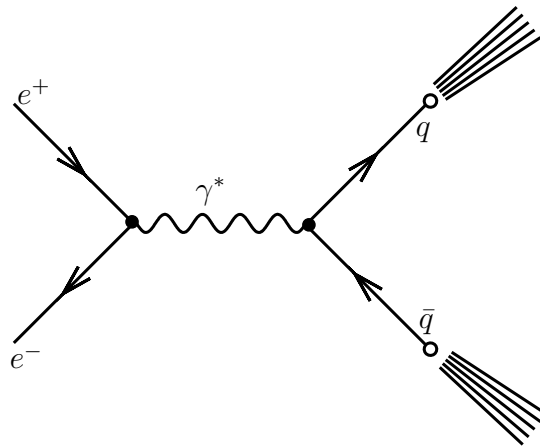
في نهاية الطاقات العالية ($E \gg m_e, m_q$). تم دراسة هذه العملية على نطاق واسع في تصادمات حزمات e^+e^- (مع $E \ll m_Z$). نعتبر أولا حوادث نفاثتين، و التي هي الحوادث المهيمنة لإنتاج هادرونات عبر الآلية المبينة في الشكل 49. يمكن أن نعتبر أن هذه الحادثة تتم عبر عملية ذات مرحلتين:



الشكل 47: مخطط كواركات لاضمحلال ميزون في نموذج الأوتار للهدرنة.



الشكل 48: إنتاج نفائة من خلال اضمحلال ميزون.



الشكل 49: حادثة نفائتين في تصادمات e^+e^- .

$$e^+ + e^- \rightarrow q + \bar{q},$$

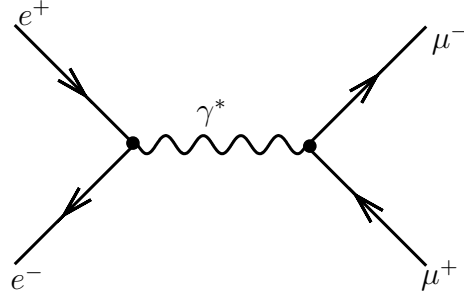
$$q + \bar{q} \rightarrow \text{jet 1} + \text{jet 2},$$

حيث اندفاعات النفاثات (jet) تعبر عن اندفاعات الكواركات التحتية.

التأكيد من التجربة: تم التأكيد عن طريق المقارنة مع العملية:

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+ + \mu^-,$$

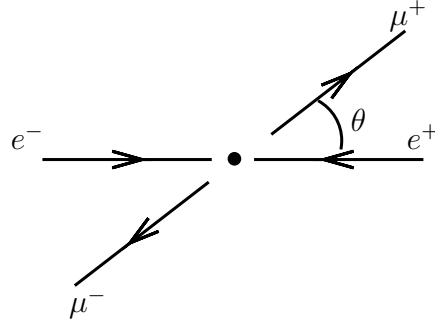
و التي تتم عبر الآلية المبينة في الشكل 50، ولديها المقطع الفعال من أجل $E \gg m_\mu$:



الشكل 50: العملية الأساسية $e^+ + e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ تمثل شبيها جيدا للعملية $e^+ + e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow 2 \text{ jets}$.

$$\frac{d\sigma}{d \cos \theta} = \frac{\pi \alpha^2}{4E_{\text{CM}}^2} (1 + \cos^2 \theta), \quad (143)$$

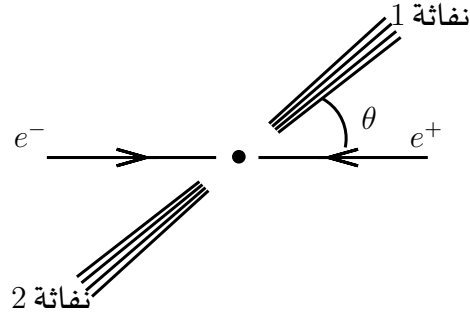
حيث في معلم مركز الكتلة لدينا الآلية المبينة في الشكل 51. حيث لدينا أيضا نفس الآلية لعملية إنتاج النفاثات:



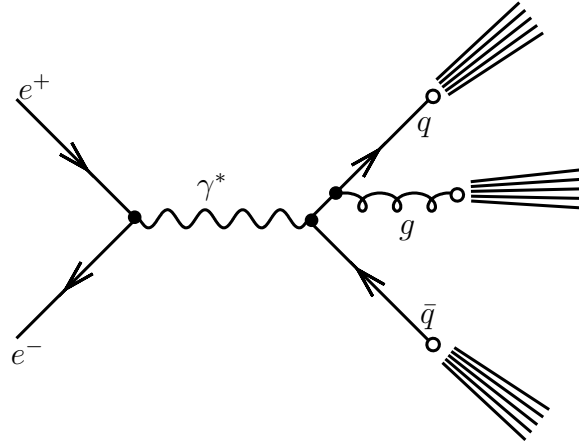
الشكل 51: العملية $e^+ + e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ كما يتم مشاهدتها في معلم المختبر.

$$e^+ + e^- \rightarrow q + \bar{q},$$

كما هو مبين في الشكل 52، و بالتالي فإن النفاثات ينبغي أن يتم إنتاجها بشكل خلف-إلى-خلف بنفس التوزيع الزاوي و الذي يتناسب مع $(1 + \cos^2 \theta)$ ، و هذا يكون صحيحا إذا كان اتجاه النفاثات يعكس اتجاه الكواركات، و هذا بالضبط ما تم ملاحظته تجريبيا.

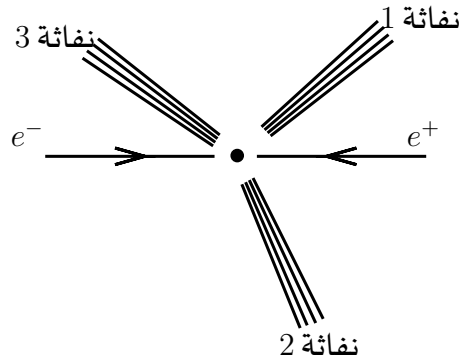


الشكل 52: العملية $e^+ + e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow 2 \text{ jets}$ كما يتم مشاهدتها في معلم المختبر.



الشكل 53: مخطط فاينمان لعملية حادثة إنتاج ثلاث نفاثات عبر إصدار غلوون قاس.

حوادث ثلاث نفاثات: إن عملية حوادث نفاثتين هي العملية المهيمنة، لكن نتوقع في بعض الأحيان أن يتم إصدار غلوون قاس عبر الآلية المبينة في الشكل 53 تماما مثل إصدار فوتون في التفاعلات الكهرومغناطيسية. في معلم مركز الكتلة نتحصل على حادثة ثلاث نفاثات مستوية (أي تنتهي إلى نفس المستوي) بالآلية المبينة في الشكل 54. هذه



الشكل 54: العملية $e^+ + e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow 3 \text{ jets}$ كما يتم مشاهدتها في معلم المختبر.

العملية هي معقدة نوعا ما مقارنة مع عملية إنتاج نفاثتين، لكن لديها خاصيتين بسيطتين: أولا أن معدل حوادث

ثلاث نفاثات هو من رتبة α_s مقارنة مع حوادث نفاثتين. الخاصية الثانية هي أن تصرف التوزيع الزاوي يعتمد على سبين الغلوون. لقد تم استخدام هذه العملية على نطاق واسع من أجل دراسة سبين الغلوون وكذا من أجل حساب اقتران QCD. النتائج التجريبية تؤكد أن الغلوون لديه سبين 1، وأن الإقتران:

$$\alpha_s = 0.15 \pm 0.03, \quad (144)$$

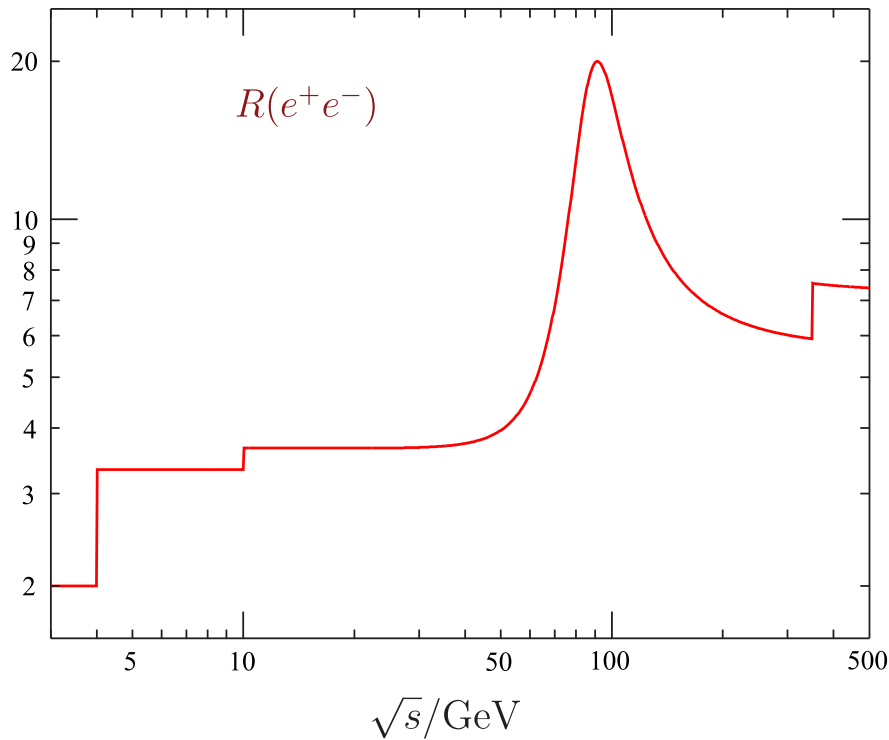
في سلم الطاقات من رتبة 20 GeV.

2.4.4 المقطع الفعال الإجمالي و النسبة R

نعتبر النسبة:

$$R = \frac{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \text{هادرونات})}{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-)}. \quad (145)$$

النتائج التجريبية لهذه النسبة، و المبينة في الشكل 55، تبين تصرفا أملسا (بدلالة طاقة مركز الكتلة) ما عدا عند النقاط



الشكل 55: النتائج التجريبية للنسبة R من عدة تعاونيات.

الدرجة لإنتاج:

$$e^+ + e^- \rightarrow c + \bar{c}, b + \bar{b},$$

حيث نتحصل على حالات تجاوب و زيادة في قيمة R. بالنظر إلى المجال $10 < E_{CM} < 40$ GeV، فإننا نتحصل على قيمة $R = 3.9$.

النتيجة المحصل عليها تأتي من عملية إنتاج كوارك و مضاد-كوارك المهيمنة $e^+ + e^- \rightarrow q + \bar{q}$ و من خاصية اللون. لرؤية ذلك نقارن العملية $e^+ + e^- \rightarrow q + \bar{q}$ مع $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$. في وحدة الشحنة الكهربائية للميون e نعلم أن:

$$\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-) \propto e^4, \quad (146)$$

بينما:

$$\sigma(e^+ + e^- \rightarrow q + \bar{q}) \propto e^2 \sum_q e_q^2 e^2, \quad (147)$$

حيث مثلا $e_u = +2/3$ ، و الجمع يتم على جميع النكهات الفاعلة. الآن و بفرض أن كل نكهة من الكواركات u, d, c, s, t, b تأتي في عدد N_c من حالات اللون، و حسب قوانين الميكانيك الكمي فإننا في حساب المقاطع الفعالة يجب أن نجمع على جميع الألوان في الحالة النهائية (تماما مثلما نجمع على سبين الحالة النهائية)، و بفرض نهاية الطاقات العالية $E_{CM} \gg m_\mu, m_q$ ، فإنه من أجل حوادث نفائتين لدينا:

$$R = R_0 = N_c \sum_q e_q^2 = N_c (e_u^2 + e_d^2 + e_s^2 + e_c^2 + e_b^2) = \frac{11}{9} N_c, \quad (148)$$

و هذا صحيح من أجل طاقة مركز كتلة أكبر من 10 GeV (ضعف كتلة الكوارك السفلي). نستثني من الجمع الكوارك العلوي لأن الطاقات $E_{CM} < 40$ GeV لا تكفي لإنتاج $t\bar{t}$. زيادة على ذلك لدينا مشاركة صغيرة من حوادث ثلاث نفائات، و منه نكتب:

$$R = R_0 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right) = \frac{11}{9} N_c \times 1.05, \quad (149)$$

و الذي يعطينا توافقا ممتازا مع النتائج التجريبية من أجل $N_c = 3$. هذا يؤكد وجود نفائات مرتبطة مع الكواركات، و أن الغلوونات لديها سبين 1، و وجود اللون مع $N_c = 3$.

5 التفاعلات الضعيفة

تماما كما في نظريتي QED و QCD، ناقلات القوى في التفاعلات الضعيفة هي بوزونات ذات سبين 1 و التي تقترن مع اللبتونات و الكواركات. ناقلات القوى في التفاعلات الضعيفة هي ثلاث بوزونات وسطية: W^+ و W^- بالكتلة 80.38 GeV/c²، و Z^0 بالكتلة 91.188 GeV/c².

بما أن هذه البوزونات العيارية ثقيلة جدا فإن التفاعلات الضعيفة قصيرة المدى جدا (تذكر أن المدى يتناسب مع $1/M$) من رتبة 2×10^{-2} fm. على عكس التفاعلات القوية، الكهرومغناطيسية و الجاذبية، فإن التفاعلات الضعيفة ليست مسؤولة عن أي نوع من الأنظمة المقيدة. فمثلا القوى القوية مسؤولة عن أنظمة مقيدة مثلا الأنوية و الهادرونات، القوة الكهرومغناطيسية مسؤولة عن أنظمة مقيدة مثل الذرات و الجزيئات، و القوة الجاذبية مسؤولة عن أنظمة مقيدة مثل الأنظمة الفلكية.

1.5 تصنيف التفاعلات الضعيفة

يمكن تصنيف التفاعلات الضعيفة إلى نوعين:

تفاعلات تيار مشحون: قبل صياغة النظرية الكهروضعيفة كانت جميع التفاعلات الضعيفة المشاهدة في التجارب هي تفاعلات تيار مشحون يتوسطها البوزونات المشحونة كهربائيا W^\pm (مثل تفاعل اضمحلال بيتا).

تفاعلات تيار متعادل: توقعت النظرية الكهروضعيفة وجود تفاعلات ذات تيار متعادل يتوسطها بوزونات Z^0 .

فيما يلي سوف نناقش التفاعلات ذات التيار المشحون، و التي يمكن تصنيفها إلى ثلاثة أنواع:

عمليات لبتونية بحتة: و هي العمليات التي تتضمن تفاعلات لبتونات بحتة. مثلا لدينا تفاعل اضمحلال الميون المبين في الشكل 23 من أجل $\mu = \ell$:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu.$$

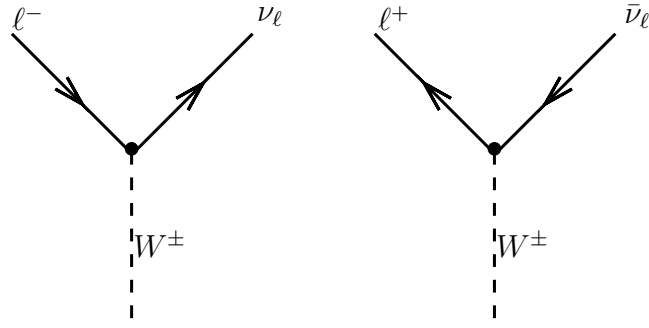
بما أن البوزون W ثقيل جدا، فيمكننا تقريبا مثل هذه التفاعلات إلى تفاعل مدى صفر.

تذكر أن التفاعلات الكهرومغناطيسية يمكن بناؤها انطلاقا من مخطط التفاعل الأساسي المبين في الشكل 9، و الذي يعطينا ثماني نقاط تفاعل مبينة في الأشكال 4، 5، 6 و 8. بنفس الطريقة، يمكن بناء عمليات التفاعلات الضعيفة اللبتونية البحتة من خلال نقاط التفاعل الأساسية المبينة في الشكل 56. مثلا، من خلال نقطة التفاعل على اليمين في هذا الشكل، نستطيع اشتقاق نقاط التفاعل الثماني المبينة في الشكل 57. بالمثل يمكننا إنشاء ثماني مخططات أخرى عن طريق تبديل الجسيمات بالجسيمات المضادة.

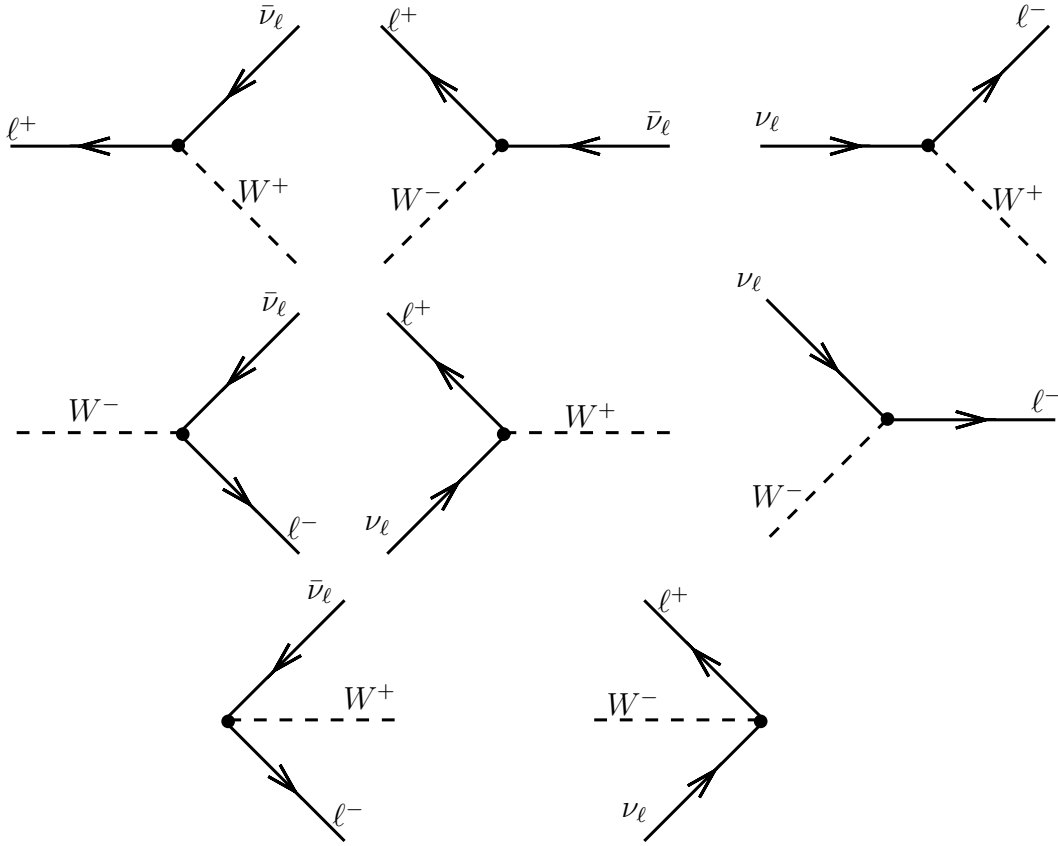
التفاعلات الضعيفة دائما تحفظ أعداد اللبتونات الكمية.

هذا الإنحفاظ مضمون من خلال مخططات فاينمان و ذلك لأنه في كل نقطة تفاعل هنالك سهم واحد يتجه نحو نقطة التفاعل و سهم آخر يتجه خارجا منها. السهم الذي يتجه نحو نقطة التفاعل في الحالة الابتدائية دائما يمثل جسيما (ℓ^- أو ν_ℓ) و السهم الذي يتجه خارجا من نقطة التفاعل في الحالة الابتدائية للتفاعل يمثل جسيما مضادا (ℓ^+ أو $\bar{\nu}_\ell$). في الحالة النهائية فإن التفسير ينعكس.

لاحظ أنه تماما كما في QED، العمليات المبينة في الشكل 57 هي تفاعلات افتراضية، و الذي يعني أنه يجب دمج مخططين أو أكثر من أجل انحفاظ الطاقة. لكن عمليات مثل $W^+ \rightarrow \ell^+ + \nu_\ell$ و $W^- \rightarrow \ell^- + \bar{\nu}_\ell$ يمكن في



الشكل 56: العمليات الأساسية للتفاعلات الضعيفة ذات التيار المشحون للبتونات.



الشكل 57: العمليات الضعيفة الثماني ذات التيار المشحون للبتونات، و المشتقة من نقطة التفاعل الأساسية المبينة على اليمين في الشكل 56.

بعض الحالات ألا تنقض انحفاظ الطاقة (و بالتالي يتكون W حقيقي) بشرط أن يكون $M_W > M_\ell + M_{\nu_\ell}$. لكن حتى في هذه الحالة فإن الجسيم W^\pm الحقيقي الذي يتم إنتاجه لديه معدل عمر 3×10^{-25} s، و الذي يعني أنه يضمحل بسرعة قبل أن يتم الكشف عنه. في المصادمات يتم معرفة عملية إنتاج W^\pm من خلال نتائج اضمحلاله. إن نقاط التفاعل اللبتونية تتميز بمعامل شدة القوة α_W و الذي لا يعتمد على نوع اللبتون الذي يدخل في التفاعل. إن شدة التفاعلات الضعيفة هي في الواقع من نفس رتبة شدة التفاعلات الكهرومغناطيسية، $\alpha_W \sim \alpha_{EM}$ ، و

الذي يعني أن ثابت الإقتران للتفاعلات الضعيفة g_W هو من نفس مرتبة شحنة الإلكترون، $g_W \sim e$. لكن رغم ذلك تبقى التفاعلات الضعيفة ذات احتمال حدوث أصغر بكثير من التفاعلات الكهرومغناطيسية (و الذي يعني معدلات أعمار أطول بالنسبة للإضمحلالات) وذلك بسبب ثقل الجسيمات الناقلة لهذه القوى، و الذي يعني كذلك أن القوى الضعيفة شديدة قصر المدى.

بالأخذ بعين الاعتبار مفعول السبين فإننا نستطيع أن نكتب العلاقة بين G_F و α_W ، إقتران فرمي، في تقريب المدى الصفر كما يلي:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8 M_W^2} = \frac{4\pi\alpha_W}{8M_W^2}, \quad (150)$$

حيث g_W هو ثابت الإقتران في نقاط تفاعل W .

عمليات نصف لبتونية و هادرونية بحتة: التفاعلات نصف اللبتونية هي تلك التي تحتوي لبتونات و هادرونات، مثلا عملية اضمحلال بيتا للنيوترون:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e.$$

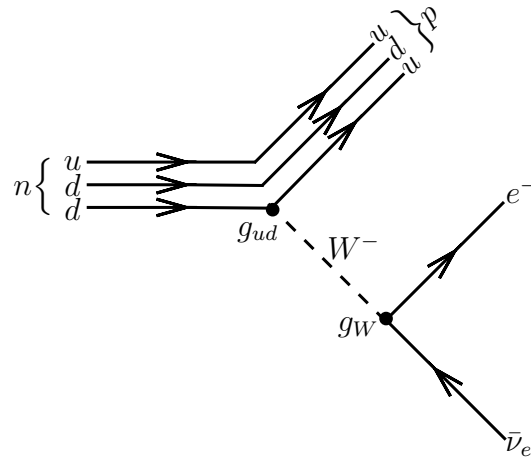
التفاعلات الضعيفة الهادرونية البحتة ذات التيار المشحون هي تلك التي تتضمن هادرونات بحتة فقط، مثلا تفاعل اضمحلال Λ :

$$\Lambda \rightarrow \pi^- + p.$$

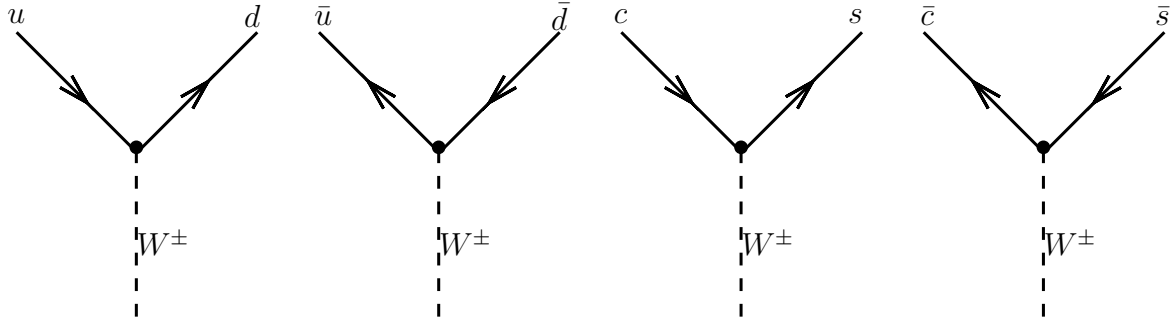
في التفاعلات نصف اللبتونية أو الهادرونية البحتة تقوم الكواركات المشكلة للهادرونات بإصدار أو امتصاص بوزون W . فمن خلال التناظر بين الكواركات و اللبتونات فإن الأجيال الكواركية الموافقة للأجيال الهادرونية لديها تفاعلات ضعيفة متطابقة:

$$\text{إلخ} \dots \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}.$$

مثلا تفاعل اضمحلال بيتا للنيوترون يمكن تمثيله كما في الشكل 58. نقاط التفاعل الأساسية للتفاعلات الضعيفة



الشكل 58: عملية اضمحلال بيتا للنيوترون.



الشكل 59: نقاط التفاعل الأساسية للتفاعلات الضعيفة للكواركات بدون اختلاط بين الأجيال. هنالك نقاط تفاعل مماثلة لكل من الكواركات العلوية و السفلية.

للكواركات مبينة في الشكل 59. ثوابت الإقتران الموافقة لنقاط التفاعل هذه لا تتغير بتبديل لبنتون مع كوارك، أي:

$$g_{ud} = g_{cs} = g_W . \quad (151)$$

مثلا، من بين التفاعلات المسموحة لدينا التفاعل:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \quad (d\bar{u} \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu).$$

لكن هنالك بعض التفاعلات التي لا تخضع للتناظر بين أجيال الكواركات و اللبتونات. مثلا تفاعل اضمحلال الكايون هو:

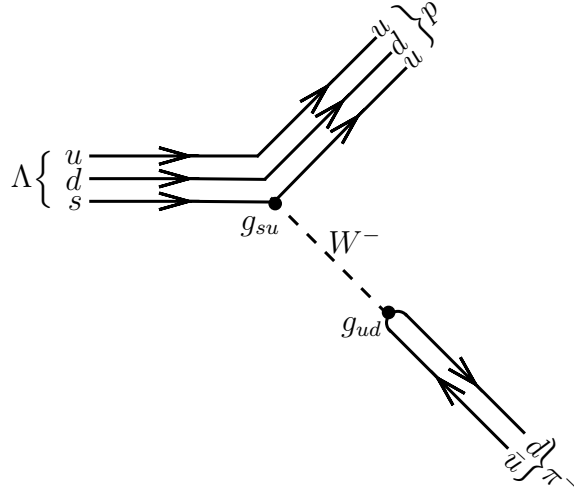
$$K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \quad (s\bar{u} \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu).$$

و مثال آخر هو تفاعل اضمحلال هايبرون لامبدا المهيمن، و الذي هو مبيّن في الشكل 60. فمن خلال مثل هذه التفاعلات نلاحظ أن بوزون W يقترن مع كواركين من جيلين مختلفين، بالتحديد بين كوارك غريب و كوارك فوقي. كما أن معدل اضمحلال الهادرونات التي تحتوي كواركات غريبة هو عموما أطول من معدل الإضمحلال الضعيفة الأخرى، و الذي يعني أن اقتران W مع الكوارك الغريب نوعا ما أصغر من ذلك للإضمحلال الأخرى.

من أجل تفسير مثل هذه التفاعلات و المحافظة على عالمية التفاعلات الضعيفة للبتونات و الكواركات، قدم كايبيو مفهوم اختلاط الكواركات. فاقترح أن البوزون W في الواقع يقترن مع خليط من d و s نسميه d' . لكن كوارك النكهة d' لا يمكننا ملاحظته فهو ليس حالة ذاتية للكتلة. فنقول أن الكوارك d' هو حالة ذاتية ضعيفة (أي تفاعله الضعيف محدد تماما، فهو يقترن مع u و W فقط بدون اختلاط بنفس ثابت الإقتران العالمي للتفاعلات الضعيفة تماما مثلما يقترن W مع اللبتونات) أو حالة ذاتية للنكهة (بمعنى أن W يقترن مع نكهة محددة تماما بدون اختلاط و بشكل عالمي)، و لكنه ليس حالة ذاتية للكتلة (أي ليس لديه كتلة محددة تماما، و بالتالي لا يلاحظ في الطبيعة على شكل جسيم ذي كتلة محددة)، بينما الكواركات d و s هي حالات ذاتية للكتلة و ليست حالات ذاتية ضعيفة (أو حالات ذاتية للنكهة). اقترح كايبيو أن نكتب الحالات الذاتية الضعيفة للكواركات بالشكل:

$$d' = d \cos \theta_C + s \sin \theta_C . \quad (152)$$

فتقرن بذلك بوزونات W كواركات النكهة d' و u (بدون اختلاط مع الأجيال الأخرى) بنفس ثابت الإقتران للبتونات g_W . لكن اقتران W للكوارك الفوق u مع d أو مع s يكون بنسبة $\cos \theta_C$ أو $\sin \theta_C$ من الإقتران g_W . عدديا إذا



الشكل 60: نمط اضمحلال هايبرون لامبدا المهيمن. هذا الإضمحلال لا يخضع للتناظر كوارك-لبتون.

كان $\sin \theta_C = 0.22$ فإن معدل الإضمحلال للتفاعلات التي تتضمن u و s يكون أقل بنسبة $\sin^2 \theta_C = 0.05$ من معدل الإضمحلال للتفاعلات الضعيفة اللبتونية، و الذي يتوافق مع النتائج الملاحظة. بما أن $\sin \theta_C$ يصف شدة اقتران s مع u نسميه V_{us} ، فنكتب:

$$d' = d V_{ud} + s V_{us} . \quad (153)$$

حيث $V_{ud}^2 + V_{us}^2 = 1$ ، و كل من V_{us} و V_{ud} يصف شدة تفاعل الكوارك u مع إما d أو s . تسمى الزاوية θ_C بزاوية كابيبو أو زاوية الإختلاط، و هي تساوي بالتقريب 13.02° .

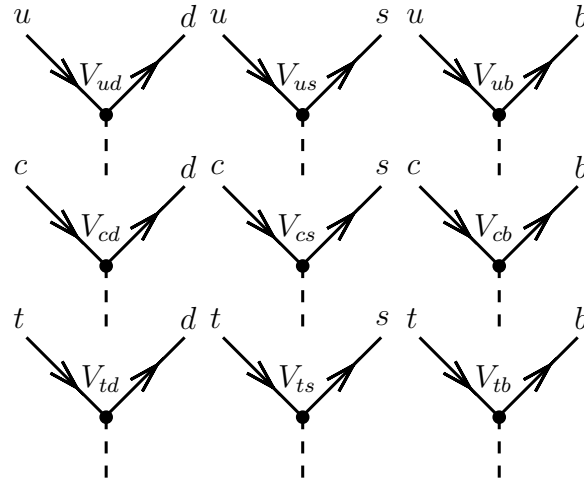
بالتعميم إلى جميع نكهات الكواركات، حيث يمكن الحصول على مختلف الإختلاط بين الأجيال الثلاث، نستطيع تعريف الحالات الذاتية للنكهة من النوع التحتي (d' ، s' و b') بدلالة الحالات الذاتية للكتلة من نفس النوع كما يلي:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} . \quad (154)$$

تدعى المصفوفة التي تدخل في هذه المعادلة بمصفوفة كابيبو كوياشي ماسكاوا (CKM)، و التي هي مصفوفة وحدوية. إذن اقترانات W مع الكواركات هي مبينة في الشكل 61. القيم التجريبية هي:

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9743 & 0.2253 & 0.0035 \\ 0.2252 & 0.9734 & 0.041 \\ 0.0087 & 0.040 & 0.99915 \end{pmatrix} . \quad (155)$$

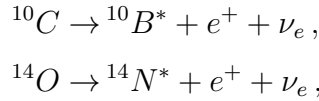
لاحظ أن هذه المصفوفة هي تقريبا قطرية باستثناء بعض العناصر V_{us} و V_{cd} ، و التي هي معتبرة نوعا ما. أما باقي العناصر غير القطرية فهي صغيرة جدا.



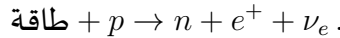
الشكل 61: جميع اقترانات الكواركات الممكنة مع بوزون W و شدة اقترانها المتعلقة بمصفوفة CKM.

2.5 إضمحلال بيتا: نظرية فرمي

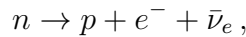
إن التفاعلات الضعيفة هي المسؤولة عن اضمحلال β للأنوية الذرية، و الذي يتضمن تحول نيوترون إلى بروتون أو العكس، و الذي يسمح للنواة إلى أن تصل إلى النسبة p/n الأكثر استقرارا طاقيًا. من بين الأمثلة على ذلك لدينا:



حيث يتحول بروتون واحد في نواة الكربون 10 إلى نيوترون منتجًا بذلك نواة البورون 10، أو من نواة الأكسجين 14 إلى نواة النيتروجين 14 (و كلاهما تفاعل اضمحلال β^+). الأعداد الكتلية (الأعداد النووية A) لا تتغير في هذه التفاعلات لأن مجموع أعداد البروتونات و النيوترونات في النواة لا يتغير، لكن العدد الذري (العدد الشحني Z) ينقص. فهذه التفاعلات هي:

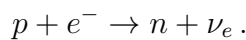


إن هذا التفاعل ممنوع إذا كان البروتون حرا (أي بدون دخل في الطاقة) لأن البروتون أخف من النيوترون، حيث لدينا $m_n = 940 \text{ MeV}/c^2$ و $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$. ففي الأنوية يمكن حدوث مثل هذا التفاعل بسبب وجود البروتون في حقل القوة النووية من النويات الأخرى و الذي يعطي طاقة دخل تكفي لحدوث التفاعل. لكن التفاعل العكسي:



مسموح طاقيًا حتى إذا كان النيوترون حرا، و هذا التفاعل هو الذي يجعل النيوترون جسيما غير مستقر و يضمحل (إضمحلال β^-).

يمكن كذلك حدوث تفاعل (و الذي لا يعتبر اضمحلالًا) حيث يلتقط بروتون في النواة إلكترونًا من الطبقة K المدارية في الذرة (و الذي يسمى التقاط K) و يتحول البروتون إلى نيوترون مع إصدار نيوتريينو الإلكترون:

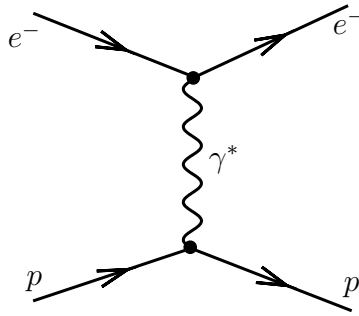


تاريخيا تم استنتاج وجود النيوتريينو من خلال تفاعل اضمحلال بيتا بسبب انحفاظ الإندفاع و الطاقة، و ذلك لأن الجسيم β المتحرر من هذه العملية لديه توزيع في الطاقة.

مسألة: باستخدام انحفاظ الطاقة و الإندفاع في النسبية الخاصة، بين أنه في تفاعل اضمحلال جسيم ساكن ذي كتلة M إلى جسيمين ذوي كتلتين m_1 و m_2 فإن طاقات الجسيمات في الحالة النهائية لديها قيم محددة تماما.

هذا يعني أن طيف الإلكترون المشاهد في تفاعلات اضمحلال بيتا يمكن فقط أن يكون منطقيا إذا كان النيوترون يضمحل إلى ثلاث جسيمات.

قدم فرمي تفسيراً لاضمحلال β سنة 1932، و الذي استوحاه من خلال البنية الرياضية للتفاعلات الكهرومغناطيسية. فمثلا من خلال السعة اللاغيارية لعملية التبعر الكهرومغناطيسية للإلكترون و البروتون، المبينة في الشكل 62، و التي هي:



الشكل 62: عملية تبعر إلكترون و بروتون كهرومغناطيسية $e^- + p \rightarrow e^- + p$.

$$i\mathcal{M} = (ie\bar{u}_p\gamma_\mu u_p) \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2} (-ie\bar{u}_e\gamma_\nu u_e) = i(e\bar{u}_p\gamma_\mu u_p) \frac{1}{q^2} (-e\bar{u}_e\gamma^\mu u_e), \quad (156)$$

حيث نعامل في هذه الحالة البروتون كأنه جسيم ديراك بدون بنية داخلية ذي شحنة كهربائية $+e$ ، و الذي هو تقريب جيد في الطاقات الضعيفة لهذا التبعر المرن، و شحنة الإلكترون هي $-e$. يمثل \mathcal{M} جداء كثافتي تيار كهرومغناطيسي: تيار البروتون و تيار الإلكترون، مضروبين في منتشر الفوتون المتبادل بينهما. كثافتا التيار الكهرومغناطيسي للبروتون و الإلكترون لديهما الصيغة التالية:

$$j_\mu^e = \bar{u}_e\gamma_\mu u_e, \quad j_\mu^p = \bar{u}_p\gamma_\mu u_p, \quad (157)$$

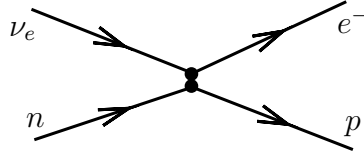
حيث يصبح العنصر المصفوفي:

$$\mathcal{M} = -\frac{e^2}{q^2} j_\mu^p j_e^\mu. \quad (158)$$

بالمثل مع صيغة جداء تيار-تيار، اقترح فرمي أن نكتب السعة اللاغيارية لاضمحلال بيتا بالشكل التالي:

$$\mathcal{M}_\beta = G_F (\bar{u}_p\gamma_\mu u_n) (\bar{u}_e\gamma^\mu u_{\nu_e}), \quad (159)$$

حيث G_F هو ثابت الإقتران الضعيف (اقتران فرمي) و الذي يتم تحديده من خلال التجربة. المعادلة (159) تمثل سعة التفاعل $n + \nu_e \rightarrow p + e^-$ المبينة في الشكل 63 في تقريب المدى الصفر. لكن في التقريب الذي نهمل فيه كتلة النيوتريينو



الشكل 63: عملية اضمحلال بيتا للنيوترون في تقريب المدى الصفر يمكن اعتبارها جداء كثافتي تيارين ضعيفين.

أمام كتلة البروتون و الإلكترون، $m_\nu \ll m_{e,n,p}$ ، حيث تصبح السبينورات u_{ν_e} و v_{ν_e} متماثلة، فإن (159) أيضا تمثل سعة عملية اضمحلال بيتا $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. إذن السعة مكتوبة الآن على شكل جداء تيارين أحدهما يرفع الشحنة $j_{n \rightarrow p}$ و الآخر يخفضه $j_{\nu_e \rightarrow e^-}$ ، فنقول أن هذه التيارات هي تيارات مشحونة (على عكس التيارات الكهرومغناطيسية و التي هي متعادلة كهربائيا، أي لا تغير من شحنة الجسيمات).

لكن هنالك إشكال واحد لم يتوقعه فرمي، و هو أن النيوتريونات هي في الواقع جسيمات يسارية و تنقض التكافؤ. هذا يعني أن اللاغرانجي يجب ألا يسمح للنيوتريونات اليمانية أن تشارك في التفاعلات الضعيفة، فقط النيوتريونات اليسارية هي التي يسمح لها ذلك. من أجل أخذ ذلك بعين الاعتبار يجب فقط إحداث التغيير $\gamma_\mu \rightarrow \gamma_\mu(1 - \gamma_5)/2$ (أنظر الفصول القادمة)، حيث $\gamma_5 = \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ ، و ذلك لأن الطرف الذي يتضمن γ_μ فقط في اللاغرانجي لا ينقض التكافؤ في QED، و لكن الطرف الذي يتضمن $\gamma_\mu(1 - \gamma_5)/2$ ينقضه بالشكل المناسب. كذلك يجب أن نقوم بالتبديل $G_F \rightarrow 4G_F/\sqrt{2}$ من أجل المحافظة على القيمة الأصلية لاقتزان فرمي G_F . هذا المعامل هو فقط نتيجة للخطأ الذي وقع فيه فرمي، و الذي تم بناء عليه التعريف العالمي لثابت الإقتزان G_F ، و ثم بعد تصحيح الخطأ و من أجل المحافظة على القيمة الأصلية (المبنية على الخطأ) لثابت الإقتزان ينبغي ضربه في المعامل $4/\sqrt{2}$ من أجل تصحيحه. إذن العنصر المصفوفي الصحيح لعملية اضمحلال بيتا هو:

$$\mathcal{M}_\beta = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{u}_p \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_n) (\bar{u}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_{\nu_e}), \quad (160)$$

و الذي يمكن كتابته بالشكل:

$$\mathcal{M}_\beta = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} j_\mu^{np} j_{\nu_e}^\mu, \quad (161)$$

حيث التيار الضعيف الذي يخفض الشحنة:

$$j_{\nu_e}^\mu = \bar{u}_e \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} u_{\nu_e}. \quad (162)$$

هذا التيار يخفض الشحنة الكهربائية بمعنى أنه في مخطط فاينمان 63 فإن الانتقال $\nu_e \rightarrow e^-$ يتضمن خفض الشحنة بوحدة واحدة (من 0 إلى -1)، بينما التيار الذي يرفع الشحنة هو:

$$j_\mu^{np} = \bar{u}_p \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} u_n, \quad (163)$$

و الذي يتضمن رفع الشحنة بوحدة واحدة.

من أجل تقدير قيمة G_F نحسب سعة الانتقال:

$$T_\beta = i\mathcal{M}_\beta (2\pi)^4 \delta^4(p_n - p_p - p_{e^-} - p_{\bar{\nu}_e}), \quad (164)$$

و الذي يمكن من خلاله حساب معدل الإضمحلال Γ_β بافتراض أن هذه العملية هي تفاعل ذو طاقة ضعيفة. و الذي يسمح لنا باستخدام السبينورات غير النسبية حيث لا تشارك المصفوفات $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ في الجمع على μ . لاحظ أننا استخدمنا كذلك الفرضية أن البروتون و النيوترون هما جسيمان بدون بنية داخلية و أهملنا التفاعلات القوية. هذا التقريب معقول لأن تفاعل اضمحلال بيتا هو تفاعل ذو طاقة ضعيفة جدا (فهو تفاعل شبيه بتفاعل نقطي)، و الذي أيضا يعني أن التفاعلات القوية مهملة هنا.

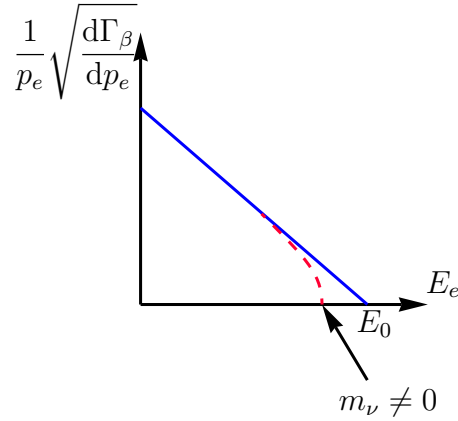
بالجمع على حالات السبين في الحالة النهائية و التوسط على حالات السبين في الحالة الابتدائية، فإننا نتحصل على طيف طاقة الإلكترون المتحرر:

$$\frac{d\Gamma_\beta}{dp_e} = \frac{G_F^2}{\pi^3} p_e^2 (E_e - E_0)^2, \quad (165)$$

حيث E_0 هي الطاقة المحررة للثنائية اللبتونية، $E_0 = E_\nu + E_e$. و منه، و برسم:

$$\frac{1}{p_e} \sqrt{\frac{d\Gamma_\beta}{dp_e}}, \quad (166)$$

بدلالة E_e ، و ذلك من خلال طيف الإلكترون المتحرر، فمن المفترض أن نتحصل على منحنى خطي ينتهي عند E_0 . يدعى هذا المخطط مخطط Kurie. هذا المخطط يمكن استخدامه من أجل التأكد من ما إذا كان للنيوترينو كتلة غير معدومة، و ذلك لأنه إذا كان النيوترينو ذا كتلة غير معدومة فإن التصرف الخطي لمخطط Kurie ينكسر، خصوصا من أجل E_e قرب E_0 ، كما هو مبين في الشكل 64.



الشكل 64: مخطط Kurie. عندما تكون كتلة النيوترينو لا تساوي الصفر فإن التصرف الخطي ينكسر، كما هو مبين هنا.

من أجل الحصول على معدل الإضمحلال الإجمالي نستطيع أن نكامل عبر الإندفاع. بالتقريب نستطيع إهمال كتلة الإلكترون و ذلك بوضع $p_e = E_e$. بهذا الشكل نتحصل على معدل الإضمحلال:

$$\Gamma_\beta = \frac{1}{\tau} = \frac{G_F^2 E_0^5}{30\pi^3}. \quad (167)$$

نستطيع بذلك استخراج قيمة G_F من التجربة:

$$G_F = 10^{-5} m_p^{-2}. \quad (168)$$

هذه القيمة يمكن التحصل عليها من معدلات أعمار عدة أنوية مختلفة تدمخل باضمحلال بيتا، و التي تم قياسها. إذن فإن الأدلة التجريبية تؤكد فكرة وجود النيوتريونات و صلاحية نظرية فرمي الفعالة. نلاحظ أنه في حالة تفاعل بيتا للأنوية الذرية فإن الدالة الموجية للبروتون، النيوترون و الإلكترون لا تكون موصوفة بسبينور جسيم حر، و ذلك بسبب وجود هذه الجسيمات في كمونات النواة و تأثير السحابة الإلكترونية الذرية. رغم أن تأثير ذلك صغير نوعا ما إلا أنه يؤدي إلى تصحيحات لمعدل الإضمحلال. إذا أخذنا هذه التصحيحات في الحسبان، و باعتبار التصحيحات من المراتب العليا في نظرية الإضطراب (التصحيحات الإشعاعية)، و بالأخذ بعين الإعتبار إنتقالات فرمي الفائقة المسموحة، فإننا نتحصل على قيمة دقيقة جدا لاقتران فرمي:

$$G_F(\beta \text{ إضمحلال}) = 1.136 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}, \quad (169)$$

و الذي لديه أبعاد مقلوب مربع الكتلة. لاحظ أن قيمة G_F من اضمحلال الميون مختلفة نوعا ما بسبب مفعول اختلاطات الكواركات، و هو معطى بـ

$$G_F(\mu \text{ إضمحلال}) = (1.1663787 \pm 0.0000006) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}. \quad (170)$$

النسبة بين هذين الإقترانين هي 0.974، و التي تفسر بالعنصر المصفوفي في مصفوفة CKM $V_{ud} = 0.9743 \pm 0.0001$. أي لدينا $G_F^\beta = G_F^\mu \times V_{ud}$.

1.2.5 إضمحلال بيتا العكسي: تفاعلات النيوتريونات

تفاعل بيتا العكسي هو العملية التي يمكن من خلالها الكشف عن النيوتريونات عبر التقاطها من الأنوية الذرية:

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+,$$

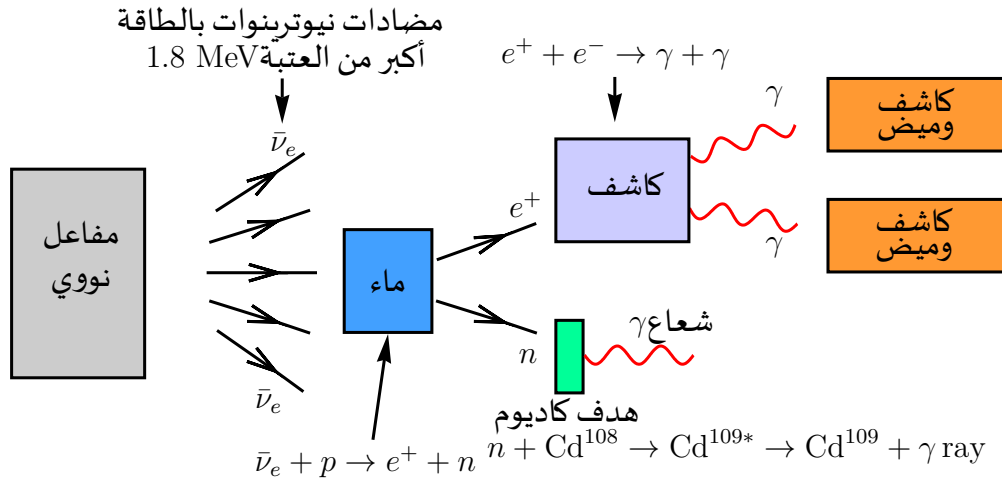
$$\nu_e + n \rightarrow p + e^-.$$

لكن مثل هذا التفاعل لديه مقطع فعال صغير جدا و يتطلب تحقيق ذلك كاشفا كبيرا جدا من أجل الكشف عن عدد معتبر من النيوتريونات التي تشارك في هذا التفاعل.

لقد تم الكشف عن مضادات النيوتريونات لأول مرة في الخمسينيات من القرن الماضي، و ذلك في تجربة حققت قرب مفاعل نووي (حيث يكون تدفق النيوتريونات عاليا جدا، $j \sim 10^{13} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$)، و بالتالي يتوقع أن يكون المقطع الفعال لتفاعلها في الماء كبيرا، كما هو مبين في الشكل 65. تتفاعل مضادات النيوتريونات ذات الطاقة الأكبر من القيمة الحدية (1.8 MeV) مع البروتونات في الماء، و تنتج نيوترونات و بوزترونات. في هذه التجربة تم استخدام كاشفي وميض من أجل الكشف عن البوزترون، و تم استخدام الكاديوم Cd^{108} من أجل الكشف عن النيوترون.

البوزترونات الناتجة تفتى مع الإلكترونات في مادة الكاشف منتجة بذلك فوتونات بطاقة تساوي حوالي 0.5 MeV. يمكن الكشف عن زوج من الفوتونات المتزامنة عن طريق كاشفي الوميض فوق و تحت الهدف. أما النيوترونات تم الكشف عنها عن طريق التقاطها من طرف أنوية الكاديوم التي تتحول إلى Cd^{109*} المشعة. بعد مدة قصيرة (تساوي معدل العمر للإضمحلال بتفاعل γ للأنوية) تدمحل النواة المشعة Cd^{109*} منتجة بذلك أشعة غاما بالطاقة 8 MeV، و التي تم الكشف عنها بعد بضعة ميكروثواني من الكشف عن الفوتونات الناتجة عن حوادث فناء إلكترون بوزترون.

تم تحقيق العديد من التجارب من أجل الكشف عن النيوتريونات من مختلف المصادر، مثل النيوتريونات الشمسية، النيوتريونات الجوية، إلخ. كواشف النيوتريونات عادة ما يتم بناؤها تحت الأرض من أجل عزل الكواشف عن الإشعاعات الكونية و الإشعاعات الخلفية الأخرى.



الشكل 65: الكشف عن مضادات النيوتريونات من مفاعل نووي.

3.5 لولبية النيوترينو

1.3.5 مؤثرات اللولبية والإسقاط

نعتبر معادلة ديراك للنيوتريونات الحرة ذات الطاقة والإندفاع $p^\mu = (E, \vec{p})$:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = -i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \psi, \quad (171)$$

حيث افترضنا أنها عديمة الكتلة، وحيث:

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad (172)$$

في تمثيل ديراك، و $\vec{\sigma}$ هي مصفوفات باولي.

كالعادة فإننا نبحث عن الحلول في الصيغة النموذجية:

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} e^{-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{x})}, \quad (173)$$

حيث χ و ϕ هي سبينورات ذوات مركبتين وتعتمد فقط على الإندفاع. بالتعويض في معادلة ديراك نجد المعادلتين المقترنتين:

$$E \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix}, \quad (174)$$

ومنه نجد:

$$\chi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \phi, \quad \phi = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \chi. \quad (175)$$

يمكن فصل هاتين المعادلتين و ذلك بتعريف السبينوارت ذوات مركبتين:

$$\nu_R = \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi + \phi), \quad \nu_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi - \phi), \quad (176)$$

و التي تؤدي إلى المعادلتين المنفصلتين:

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{u}_p) \nu_R = +\nu_R, \quad (\vec{\sigma} \cdot \vec{u}_p) \nu_L = -\nu_L, \quad (177)$$

حيث $\vec{u}_p = \vec{p}/E = \vec{p}/|\vec{p}|$ (و ذلك لأن النيوتريونات عديمة الكتلة) هو شعاع الوحدة الموجه لمحور اندفاع الجسيم. إن المؤثر:

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{u}_p = \hat{\mathbf{S}} \cdot \vec{u}_p, \quad (178)$$

يعرف بمؤثر اللولبية، أي أن مؤثر اللولبية هو مسقط مؤثر السبين للجسيم على محور اندفاعه. إذن فإن ν_L هو سبينور ذاتي للمؤثر $\hat{\mathcal{H}}$ بالقيمة الذاتية $-1/2$ ، و بالتالي يوافق حلا لمعادلة ديراك بلولبية سالبة، بينما ν_R سبينور ذاتي للولبية بالقيمة الذاتية $+1/2$ ، أي يوافق حلا لمعادلة ديراك بلولبية سالبة. بمعنى آخر ν_L يصف نيوترينو يساري بينما ν_R يصف نيوترينو يماني.

إن المؤثر $\hat{\mathcal{H}}$ يتلائم مع الهاملتوني للنيوترينو الحر (حتى إذا كان النيوترينو ذا كتلة معتبرة)، و بالتالي فإن اللولبية عدد كمي جيد (محفوظ). لكن اللولبية ليست لاتغايرية بتحويلات لورنتز بالنسبة للجسيمات الثقيلة. و ذلك لأنه من أجل جسيم ثقيل ذي لولبية معينة و يتحرك بسرعة $\beta < 1$ ، فإننا نستطيع أن نقوم بتحويل لورنتز إلى معلم يتحرك في نفس اتجاه حركة الجسيم بسرعة β' حيث $\beta' < 1$ ، فينعكس بذلك اتجاه الإندفاع في المعلم الجديد من دون تغير السبين. فنجد في المعلم الجديد أن اللولبية تنعكس. لكن بالنسبة للجسيمات عديمة الكتلة فإن اللولبية لاتغايرية بلورنتز. لاحظ أيضا أنه تحت تأثير الإنعكاس الفضائي $\hat{\mathcal{P}} = \beta$ (التكافؤ)، يمكن بسهولة البرهان أن لولبية جسيم تنعكس، أو أن هذه المركبات اليمانية و اليسارية تتحول فيما بينها بالتكافؤ:

$$\hat{\mathcal{P}}\psi_{L,R}(x) = \psi'_{R,L}(x'), \quad (179)$$

حيث $t' = t$ و $\vec{x}' = -\vec{x}$. هذا يعني أنه في نموذج عياري يحتوي فقط ν_L و $\bar{\nu}_R$ يكون التكافؤ و الإفراق الشحني \hat{C} منقوضين كل على حدى.

كما أن للجسيمات عديمة الكتلة ثابت حركة آخر يسمى اليدوانية، و الذي ينتج عن مؤثر اليدوانية $\gamma^5 = \gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ في تمثيل ديراك لدينا:

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (180)$$

و في تمثيل فايل (التمثيل اليدواني):

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (181)$$

هذا المؤثر أرميتي و يحقق:

$$[\gamma^5, \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}] = 0, \quad [\gamma^5, \beta] \neq 0. \quad (182)$$

هذا يعني أن اليدوانية ليست ثابتا للحركة إذا كانت كتلة الجسيم $m \neq 0$. أما بالنسبة للنيوترينوات عديمة الكتلة فإن اليدوانية ثابت للحركة. القيم الذاتية لمؤثر اليدوانية هي ± 1 .
نعرف كذلك المؤثرات المفيدة في هذا السياق، والتي تعرف بمؤثرات الإسقاط:

$$P_R = \frac{1}{2} (1 + \gamma_5), \quad P_L = \frac{1}{2} (1 - \gamma_5). \quad (183)$$

هذه المؤثرات تحقق العلاقات:

$$P_{L/R}^2 = P_{L/R}, \quad P_L P_R = P_R P_L = 0, \quad (184)$$

ومنه P_R و P_L هي أيضا أرميتية. نلاحظ كذلك أن:

$$\gamma^0 \gamma^5 = -\gamma^5 \gamma^0 \Rightarrow \gamma^0 P_R = P_L \gamma^0. \quad (185)$$

نتيجة تطبيق هذه المؤثرات على الدوال الموجية ψ تعطينا:

$$P_L \psi = \psi_L, \quad (186a)$$

$$P_R \psi = \psi_R. \quad (186b)$$

حيث ψ_L هي دالة ذات لولبية سالبة و ψ_R هي دالة ذات لولبية موجبة. الجسيم ذو اللولبية السالبة لديه سبين ضد مواز لاتجاه حركته و يسمى جسيما يساريا. بالمثل ψ_R تمثل جسيما ذا لولبية موجبة و توافق جسيما يمانيا.

2.3.5 تجربة Wu و لولبية النيوتريينو

تم إجراء تجربة على الإضمحلال الضعيف لأنوية الكولبات Co-60 من طرف شين شيونغ وو و معاونها سنة 1957، و أثبتت هذه التجربة أن التكافؤ ليس تناظرا للكون.

في هذه التجربة تم دراسة الإنتقالات r لأنوية الكولبات المستقطبة:



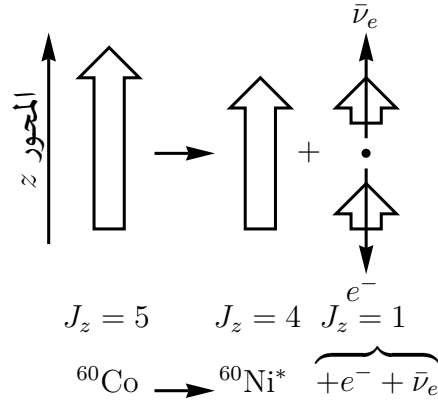
حيث تم ترصيف السبين النووي لنموذج من ${}^{60}\text{Co}$ باستخدام حقل مغناطيسي خارجي و لوحظ وجود لاتناظر في اتجاه الإلكترون الخارج. كما تم ملاحظة أن اللاتناظر ينعكس عند عكس اتجاه الحقل المغناطيسي بحيث أن الإلكترونات دائما تفضل أن يتم إصدارها في اتجاه يعاكس السبين النووي. جوهر هذه التجربة مبين في الشكل 66.

من أجل تفسير العلاقة الملاحظة بين اندفاع الإلكترون و السبين النووي نعتبر أن الفرق بين سبين النواة المضمحلة و سبين النواة الناتجة $J_z = 1$ ، يكتسبه مضاد نيوتريينو إلكترون يمانى، $\bar{\nu}_R$ ، و إلكترون يساري e_L^- .

هنالك العديد من الأدلة التجريبية التي تؤكد على أن فقط النيوتريونات اليسارية ν_L و مضادات النيوتريونات اليمانية $\bar{\nu}_R$ تشارك في التفاعلات الضعيفة. غياب الحالات المعكوسة ν_R و $\bar{\nu}_L$ هو فعلا تناقض واضح للاتغيرات بالتكافؤ. كذلك فإن اللاتغيرات بالإرفاق الشحني (C) منقوض، و ذلك لأن C يحول حالة ν_L إلى حالة $\bar{\nu}_L$. لكن الصيغة $\gamma^\mu (1 - \gamma_5)$ تحافظ على اللاتغيرات بالعملية المجملة CP في التفاعلات الضعيفة. مثلا:

$$\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_L) \neq \Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_R) = 0, \quad \text{تناقض P} \quad (187a)$$

$$\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_L) \neq \Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_L) = 0, \quad \text{تناقض C} \quad (187b)$$



الشكل 66: تجربة وو و معاونيها.

لكن:

$$\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_L) = \Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_R), \quad \text{CP لا تغير بـ} \quad (187c)$$

في هذا المثال ν يرمز إلى نيوترينو الميون.

4.5 التفاعل شعاعي-شعاعي محوري

كيف يمكننا بناء نظرية للتفاعلات الضعيفة مع تناقض في التكافؤ؟ إن الصيغة العامة للعنصر المصفوفي في تفاعل للفرميونات هي:

$$\mathcal{M} \propto (\bar{u}_{\psi f} \hat{O} u_{\psi i}) (\bar{u}_{\phi f} \hat{O} u_{\phi i}), \quad (188)$$

حيث \hat{O} هو تركيب من مصفوفات γ . في الواقع هنالك فقط 5 صيغ من المتغيرات شبه الخطية و التي يمكن إنشاؤها انطلاقا من مصفوفات غاما، و التي هي مبينة في الجدول التالي:

الإسم	الرمز	التيار	عدد المركبات	تأثير التكافؤ
سلي	S	$\bar{\psi}\psi$	1	+
شعاع	V	$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$	4	(+, -, -, -)
سلي زائف	P	$\bar{\psi}\gamma^5\psi$	1	-
شعاع محوري	A	$\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$	4	(-, +, +, +)
تنسور	T	$\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi$	6	

$$\sigma^{\mu\nu} = i(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)/2 \text{ حيث}$$

من خلال العديد من التجارب، و من بينها تجربة وو، تم اقتراح الصيغة الجديدة للتفاعلات الضعيفة الفعالة. فمثلا لتفاعل اضمحلال بيتا لدينا:

$$\mathcal{M}_\beta = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_p \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_n] [\bar{u}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_{\nu_e}]. \quad (189)$$

إن الأطراف $\bar{u}\gamma_\mu u$ و $\bar{u}\gamma_\mu\gamma_5 u$ تتحول بتحويلات لورنتز للإحداثيات تماما مثل الأشعة الرباعية V و الأشعة المحورية A على التوالي:

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi \rightarrow \bar{\psi}'\gamma^\mu\psi' = \Lambda^\mu_\nu \bar{\psi}\gamma^\nu\psi, \quad V \text{ (شعاع)} \quad (190a)$$

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi \rightarrow \bar{\psi}'\gamma^\mu\gamma_5\psi' = \Lambda^\mu_\nu \bar{\psi}\gamma^\nu\gamma_5\psi, \quad A \text{ (شعاع محوري)} \quad (190b)$$

و منه التسمية V-A.

إن التناقض في التكافؤ يأتي من كون تصرف التيارات الشعاعية و التيارات الشعاعية المحورية تحت تأثير تحويل التكافؤ مختلف. فمن خلال الجدول نلاحظ أن التيارات الشعاعية تنعكس إشارة مركباتها الفضائية بينما المركبة الزمنية لا تتغير، و في المقابل بالنسبة للتيارات الشعاعية المحورية فإن المركبات الفضائية لا تتغير بينما المركبة الزمنية تنعكس إشارتها. التداخل بين هذين الطرفين هو الذي يسبب تناقض التكافؤ، و ذلك لأننا لا نقيس سعة الانتقال، و إنما نقيس طولية مربعها. فمثلا إذا كانت السعة هي عبارة عن V-A بحت يكون لدينا:

$$|\mathcal{M}|^2 \sim (V - A)(V - A) = V^2 + A^2 - 2AV. \quad (191)$$

إذا قمنا بعد ذلك بتطبيق مؤثر التكافؤ فإن V تنعكس مركباتها الفضائية بينما A لا تتغير. إذن:

$$P\{|\mathcal{M}|^2\} \sim (-V)(-V) + AA - 2A(-V) = VV + AA + 2AV. \quad (192)$$

و بالتالي نلاحظ انعكاس إشارة طرف التداخل في طولية السعة مربع.

إن التفاعل V-A في الواقع ينقض التكافؤ بشكل كامل و ذلك لأن كلا من التيارين الشعاعي و الشعاعي المحوري لهما مشاركة متكافئة في السعة. هذا يعني أن التكافؤ منقوض ليس فقط في نسبة ضئيلة من التفاعلات الضعيفة و إنما في كلها.

إن صيغة التفاعلات الضعيفة تقترح علينا أن نضعها على شكل جداء تيار-تيار كما في التفاعلات الكهرومغناطيسية. مثلا في تفاعل اضمحلال بيتا:

$$\mathcal{M}_\beta \propto j_\mu^{\nu e} j_{np}^\mu, \quad (193)$$

حيث لدينا مثلا:

$$j_\mu^{\psi_i\psi_f} = \bar{\psi}_f\gamma_\mu(1 - \gamma_5)\psi_i. \quad (194)$$

إن المعامل $1 - \gamma_5$ في التيار يتطلب أن تكون جميع الفرميونات المشاركة في التفاعلات الضعيفة يسارية و جميع الفرميونات المضادة يمانية. بالنسبة للنيوترينوات عديمة الكتلة، فإننا نتوقع أن يكون للنيوترينو لولبية سالبة بينما مضاد النيوترينو لديه لولبية موجبة دائما. لكن هذا لا يمنع من إمكانية وجود نيوتريـنو ذي لولبية يمانية، إذ يمكن أن نبين أن احتمال إنتاج نيوتريـنو بلولبية يمانية يتناسب مع $(m_\nu/E_\nu)^2$ ، و الذي هو احتمال صغير جدا و في حدود الأخطاء التجريبية يعتبر مستحيل التحقيق. و ذلك لأن كتلة النيوتريـنو هي من رتبة بضعة eV، و من أجل طاقة من رتبة، مثلا، 10 MeV، فإن احتمال إصدار نيوتريـنو ذي لولبية خاطئة هو في حدود 4×10^{-14} .

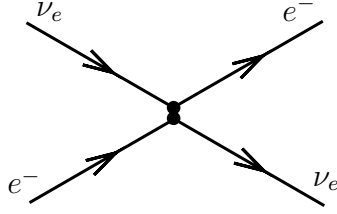
تم التحقق تجريبا من صيغة V-A للتفاعلات الضعيفة للنيوتريـنوات في كل من تفاعلات اضمحلال النيوترون و تفاعلات اضمحلال البايون $\mu\nu \rightarrow \pi$. و شاركت نتائج هذه التجارب بشكل كبير في صياغة التفاعل V-A.

5.5 التيارات الضعيفة و الإنتقالات المسموحة

إن التيار اللبتوني الضعيف هو:

$$j^\alpha(x) = \bar{u}_e \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_{\nu_e} + \bar{u}_\mu \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_{\nu_\mu} + \bar{u}_\tau \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_{\nu_\tau} = j_{\nu_e e}^\alpha + j_{\nu_\mu \mu}^\alpha + j_{\nu_\tau \tau}^\alpha. \quad (195)$$

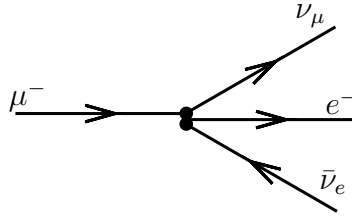
من أجل وصف التفاعلات الضعيفة للبتونات نفترض أن كل جيل من اللبتونات يتفاعل مع نفسه و مع الأجيال الأخرى. مثلا فإن المخططات التالية تمثل بعض الأمثلة عن التفاعلات المسموحة: تبعثر نيوترينو الإلكترون مع إلكترون، كما هو مبين في الشكل 67:



الشكل 67: عملية تبعثر نيوترينو الإلكترون مع الإلكترون المسموحة.

$$j_\alpha^{\nu_e e^\dagger} j_{\nu_e e}^\alpha = [\bar{u}_{\nu_e} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_e] [\bar{u}_e \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_{\nu_e}], \quad (196)$$

عملية اضمحلال الميون المبينة في الشكل 68:



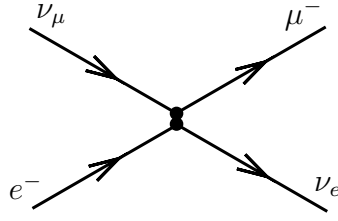
الشكل 68: عملية اضمحلال الميون المسموحة.

$$j_\alpha^{\nu_\mu \mu^\dagger} j_{\nu_e e}^\alpha = [\bar{u}_{\nu_\mu} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_\mu] [\bar{u}_e \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_{\nu_e}], \quad (197)$$

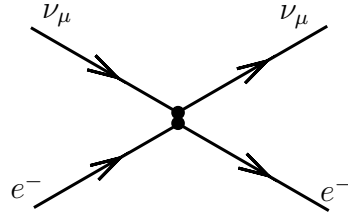
و إنتاج الميون في عملية تبعثر نيوترينو الميون و الإلكترون، المبينة في الشكل 69:

$$j_\alpha^{\nu_e e^\dagger} j_{\nu_\mu \mu}^\alpha = [\bar{u}_{\nu_e} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_e] [\bar{u}_\mu \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_{\nu_\mu}]. \quad (198)$$

لكن التفاعل المبين في الشكل 70 هو تفاعل ممنوع في سياق التفاعلات ذات التيار المشحون. هذا يعني أن ν_μ و e^- يمكن أن يتفاعلا عبر التفاعلات الضعيفة المشحونة فقط عبر إنتاج ميون، و الذي هو نتيجة مباشرة للصيغة الخاصة للتيارات الضعيفة المشحونة $j_{\psi_i \psi_f}^\alpha$ ، و التي تسمح لنيوترينو أن يتحول إلى لبتون مشحون من نفس الجيل (أو العكس)، و لكن تمنع تفاعل الجسيمات من غير تحول في شحنتها. هذه الخاصية يتم عادة التعبير عنها بتسمية التيارات بتيارات



الشكل 69: عملية تبعثر نيوترينو الميون مع إلكترون المسموحة، والتي تؤدي إلى إنتاج ميون.



الشكل 70: عملية التبعثر المرن لنيوترينو الميون و الإلكترون ممنوعة عبر التفاعلات الضعيفة المشحونة.

مشحونة لأن شحنة الجسيمات في جيل معين من اللبتونات تتغير بمقدار وحدة الشحنة. في التفاعلات الكهرومغناطيسية فإن شحنة الجسيمات لا تتغير و بالتالي نسميها تيارات متعادلة. هنالك صنف آخر من التفاعلات الضعيفة والتي تظهر فيها كذلك التيارات المتعادلة، حيث يكون التفاعل في الشكل 70 مسموحا، و يتوسط مثل هذه التفاعلات البوزونات Z^0 المتعادلة كهربائيا.

6.5 البوزونات الضعيفة و اقتران فرمي

إن التفاعلات الضعيفة يتوسطها البوزونات العيارية الثقيلة: البوزونات W^\pm المشحونة كهربائيا، و البوزون Z^0 المتعادل. منتشر البوزون الثقيل هو:

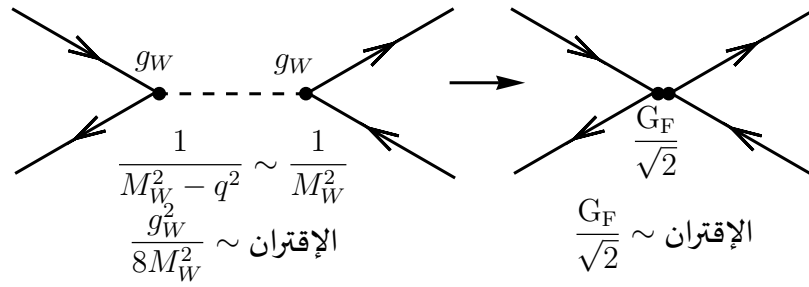
$$\frac{1}{M_{W,Z}^2 - q^2}, \quad (199)$$

حيث q^2 هو مربع رباعي الإندفاع للبوزون. إذا افترضنا أن نظرية فرمي الفعالة هي نهاية نظرية التفاعلات الضعيفة عند الطاقات الضعيفة، فإنه يمكننا تقدير الإقتران الذاتي في الطاقات العالية. في نهاية فرمي، فإن الإقتران يظهر على شكل معامل $G_F/\sqrt{2}$. في الطاقات الضعيفة، حيث $M_{W,Z}^2 \gg q^2$ ، فإن المنتشر يصبح $1/M_W^2$ و يمكننا بذلك الحصول على المطابقة المبينة في الشكل 71:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8M_W^2}. \quad (200)$$

المعامل $1/8$ يأتي من معاملي $1/2$ اللذين يأتيان من إضافة مؤثرات الإسقاط $(1 - \gamma_5)/2$ و اثنين من المعاملات $1/\sqrt{2}$ التي تأتي من التعريف الأصلي لمعامل الإقتران لفرمي.

هذا يسمح لنا بمقارنة الإقترانات الذاتية للتفاعلات الضعيفة مع تلك للتفاعلات الكهرومغناطيسية. تجريبا فإن كتلة بوزون W هي حوالي 80.4 GeV ، و اقتران فرمي هو $1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$. و منه فإننا نتحصل على ثابت اقتران



الشكل 71: نظرية فرمي هي نهاية نظرية التفاعلات الضعيفة عند الطاقات الضعيفة.

للتفاعلات الضعيفة يساوي $g_W = 0.65$. تذكر أن ثابت اقتران التفاعلات الكهرومغناطيسية يتناسب مع الجذر التربيعي لثابت البنية الدقيقة. لدينا:

$$(201) \quad \text{إقتران التفاعلات الكهرومغناطيسية: } \alpha_{EM} = \frac{1}{137} \quad \text{إقتران التفاعلات الضعيفة: } \alpha_W = \frac{g_W^2}{4\pi} = \frac{1}{30}$$

هذا يعني أن التفاعلات الضعيفة هي أقوى من التفاعلات الكهرومغناطيسية بأكثر من أربع مرات. لكن في الواقع عند حساب معدلات الإضمحلال بالتحولات الضعيفة والكهرومغناطيسية فإننا نلاحظ العكس. و سبب ذلك هو أن البوزونات العيارية في التفاعلات الضعيفة ثقيلة جدا، وهذا ما يجعل التفاعلات الضعيفة فعاليا أضعف من التفاعلات الكهرومغناطيسية.

لكن في الطاقات العالية للتفاعلات الضعيفة، حيث يكون $q^2 \sim M_W^2$ ، فإن التفاعلات الضعيفة تصبح ظاهريا ذات قوة مشابهة للتفاعلات الكهرومغناطيسية. وهذا ما يسمح بتوحيد القوى الكهرومغناطيسية و الضعيفة في قوة موحدة تسمى القوة الكهروضعيفة.

ملاحظة: إن كتلة الجسيمات W ضرورية من أجل أن تمنع المقطع الفعال من التفرق إلى ما لا نهاية.

7.5 إضمحلال الميون و البايون

1.7.5 إضمحلال الميون

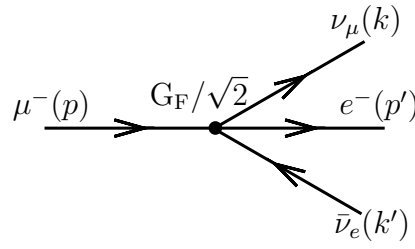
إضمحلال الميون:

$$\mu^-(p) \rightarrow e^-(p') + \bar{\nu}_e(k') + \nu_\mu(k),$$

يعتبر تفاعلا نموذجيا للإضمحلال الضعيفة. رباعيات الإندفاع للجسيمات معرفة في علاقة التفاعل أعلاه و في مخطط فاينمان المبين في الشكل 72. حسب قوانين فاينمان، فإن مخطط فاينمان يجب أن يرسم باستخدام خطوط الجسيمات فقط، و بالتالي فإن النيوتريينو المضاد $\bar{\nu}_e$ الخارج يكافؤ نيوتريينو ν_e داخل (لأن النيوتريينو عديم الكتلة). السعة اللاتغايرية لإضمحلال الميون المبين في الشكل 72 هي:

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\bar{u}_{\nu_\mu}^s(k) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_\mu^S(p) \right] \left[\bar{u}_e^{S'}(p') \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_{\nu_e}^{s'}(k') \right], \quad (202)$$

حيث s, s', S, S' هي سبين الجسيمات الموافقة.



الشكل 72: عملية اضمحلال الميون.

مربع طولية السعة هو:

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{G_F^2}{2} \left[\bar{u}_{\nu_\mu}^s(k) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_\mu^S(p) \right] \left[\bar{u}_\mu^S(p) \gamma_\beta (1 - \gamma_5) u_{\nu_\mu}^s(k) \right] \times \\ \times \left[\bar{u}_e^{S'}(p') \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_{\nu_e}^{s'}(k') \right] \left[\bar{u}_{\nu_e}^{s'}(k') \gamma^\beta (1 - \gamma_5) u_e^{S'}(p') \right]. \quad (203)$$

بإجراء الجمع على سبين الحالة النهائية و التوسط على سبين الحالة الابتدائية نجد:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{2} \sum_{s,s',S,S'} |\mathcal{M}|^2. \quad (204)$$

و باستخدام العلاقة:

$$\sum_s u_s(p) \bar{u}_s(p) = \not{p} + m, \quad (205)$$

حيث m هي كتلة الجسيم الموافق، فإننا نجد:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{2} \frac{G_F^2}{2} \text{tr} \left[\gamma_\alpha (1 - \gamma_5) (\not{p} + m_\mu) \gamma_\beta (1 - \gamma_5) \not{k} \right] \text{tr} \left[\gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \not{k}' \gamma^\beta (1 - \gamma_5) (\not{p}' + m_e) \right]. \quad (206)$$

تمرين: أثبت العلاقات التالية باستخدام خصائص مصفوفات ديراك:

$$\text{tr} \left[\gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \not{p} \gamma_\beta (1 - \gamma_5) \not{k} \right] \text{tr} \left[\gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \not{k}' \gamma^\beta (1 - \gamma_5) \not{p}' \right] = 256 (p \cdot k') (k \cdot p'), \quad (207)$$

و:

$$\text{tr} \left[\gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \gamma_\beta (1 - \gamma_5) \not{k} \right] = \text{tr} \left[\gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \not{k}' \gamma^\beta (1 - \gamma_5) \right] = 0. \quad (208)$$

ومنه نكتب:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = 64 G_F^2 (p \cdot k') (k \cdot p'). \quad (209)$$

معدل اضمحلال الميون يمكن إيجاده من خلال العلاقة:

$$d\Gamma = \frac{1}{2E} \overline{|\mathcal{M}|^2} dQ, \quad (210)$$

حيث E هي طاقة الميون القادم، و فضاء الطور اللاتغاييري بلورنتر لنتائج الإضمحلال هو:

$$dQ = \frac{d^3\vec{p}'}{(2\pi)^3 2E'} \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3 2\omega} \frac{d^3\vec{k}'}{(2\pi)^3 2\omega'} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - p' - k - k'), \quad (211)$$

و الذي سوف نكامل عليه. باستخدام العلاقة التالية و التي يسهل البرهان عليها:

$$\int \frac{d^3\vec{k}}{2\omega} = \int d^4k \Theta(\omega) \delta(k^2), \quad (212)$$

فإننا نستطيع تحويل التكامل عبر ثلاثي الإندفاع \vec{k} إلى تكامل عبر رباعي الإندفاع k . و منه لدينا:

$$d\Gamma = \frac{32 G_F^2}{(2\pi)^5 E} (p \cdot k')(k \cdot p') \frac{d^3\vec{p}'}{2E'} \frac{d^3\vec{k}'}{2\omega'} d^4k \Theta(\omega) \delta(k^2) \delta^{(4)}(p - p' - k - k'). \quad (213)$$

بإجراء التكامل عبر d^4k ، و ذلك باستخدام دالة ديراك $\delta^{(4)}$ ، و الذي يستلزم $k = p - p' - k'$ في المتكامل عليه، و الذي يعني أيضا أن $\omega = E - E' - \omega'$ ، مع $\omega = E - E' - \omega'$ ، $p^0 = E$ ، $k^0 = \omega$ ، $p'^0 = E'$ ، $k'^0 = \omega'$ ، فإننا نجد:

$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{\pi^5 E} (p \cdot k')((p - p' - k') \cdot p') \frac{d^3\vec{p}'}{2E'} \frac{d^3\vec{k}'}{2\omega'} \Theta(E - E' - \omega') \delta((p - p' - k')^2). \quad (214)$$

بما أن $m_\mu > 200 m_e$ ، يمكننا أن نهمل كتلة الإلكترون في الحسابات. إن دالة ديراك $\delta(k^2)$ تستوجب أن يكون:

$$(p - k' - p')^2 = 0 = (p - k')^2 - 2(p - k') \cdot p', \quad (215)$$

في المتكامل عليه، حيث استخدمنا $p'^2 = 0$ (إلكترون عديم الكتلة). و منه في معلم السكون للميون، حيث يكون لدينا $p = (m_\mu, 0, 0, 0)$

$$(p - k') \cdot p' = \frac{1}{2}(p - k')^2 = \frac{1}{2}(m_\mu^2 - 2m_\mu\omega'), \quad (216)$$

حيث $k'^2 = 0$ أيضا. و منه:

$$(p \cdot k')((p - p' - k') \cdot p') = (p \cdot k')(p - k') \cdot p' = \frac{1}{2} m_\mu \omega' (m_\mu^2 - 2m_\mu\omega'), \quad (217)$$

حيث نعامل جميع الجسيمات على أنها عديمة الكتلة باستثناء الميون.

معدل الإضمحلال الإشتقائي للميون في معلم السكون له $(E = m_\mu)$ هو:

$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{2\pi^5 m_\mu} \frac{d^3\vec{p}'}{2E'} \frac{d^3\vec{k}'}{2\omega'} m_\mu \omega' (m_\mu^2 - 2m_\mu\omega') \times \\ \times \Theta(m_\mu - E' - \omega') \delta(m_\mu^2 - 2m_\mu E' - 2m_\mu\omega' + 2E'\omega'(1 - \cos\theta)), \quad (218)$$

حيث θ هي الزاوية بين \vec{p}' و \vec{k}' . لدينا الحرية في تثبيت الزاوية القطبية للإلكترون (على سبيل المثال) \vec{p}' ، و بذلك يجب أن نضرب في المعامل 2 من أجل الأخذ بعين الإعتبار القيمة الوسطية على الزاوية القطبية له: $\int_0^\pi \sin\theta' d\theta' = 2$ ، و بالتالي يمكننا التعبير عن الفضاء الطوري $d^3\vec{p}' d^3\vec{k}'$ عبر:

$$d^3\vec{p}' d^3\vec{k}' = 4\pi E'^2 dE' 2\pi\omega'^2 d\omega' d\cos\theta, \quad (219)$$

حيث قمنا كذلك بالتكامل عبر الزاوية السميتية (و الذي يعطينا المعاملات 2π). و منه لدينا:

$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{\pi^3} E' dE' \omega' d\omega' d \cos \theta \omega' (m_\mu^2 - 2m_\mu \omega') \Theta (m_\mu - E' - \omega') \times \\ \times \frac{1}{2E'\omega'} \delta \left(\frac{m_\mu^2 - 2m_\mu E' - 2m_\mu \omega'}{2E'\omega'} + (1 - \cos \theta) \right), \quad (220)$$

حيث استخدمنا العلاقة:

$$\delta (m_\mu^2 - 2m_\mu E' - 2m_\mu \omega' + 2E'\omega'(1 - \cos \theta)) = \frac{1}{2E'\omega'} \delta \left(\frac{m_\mu^2 - 2m_\mu E' - 2m_\mu \omega'}{2E'\omega'} + (1 - \cos \theta) \right), \quad (221)$$

من أجل إجراء التكامل عبر الزاوية θ بين الإلكترون e^- و مضاد نيوترينو الإلكترون $\bar{\nu}_e$ الصادرين عن الإضمحلال. و منه:

$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{2\pi^3} dE' d\omega' d \cos \theta \omega' (m_\mu^2 - 2m_\mu \omega') \Theta (m_\mu - E' - \omega') \times \\ \times \delta \left(\frac{m_\mu^2 - 2m_\mu E' - 2m_\mu \omega'}{2E'\omega'} + (1 - \cos \theta) \right). \quad (222)$$

التكامل عبر الزاوية θ سهل و يعطينا النتيجة 1 مع الشرط $\cos \theta = 1 + (m_\mu^2 - 2m_\mu E' - 2m_\mu \omega')/2E'\omega'$. لكن بما أن $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ فهذا يعني أن:

$$-1 \leq 1 + \frac{1}{2E'\omega'} (m_\mu^2 - 2m_\mu E' - 2m_\mu \omega') \leq 1. \quad (223)$$

و منه و باستخدام دالة الدرجة Θ أعلاه، فإننا نتحصل على الحصر التالي على E' و ω' :

$$0 \leq \frac{E'}{m_\mu} + \frac{\omega'}{m_\mu} - \frac{1}{2} \leq 2 \frac{E'}{m_\mu} \frac{\omega'}{m_\mu}, \quad (224a)$$

$$E' + \omega' \leq m_\mu, \quad (224b)$$

حيث على التوالي طرحنا 1، ثم ضربنا في m_μ^2 في $-E'\omega'/m_\mu^2$ في المتراجحة الأولى. نستطيع إعادة كتابة الحصر كما يلي:

$$\frac{E'}{m_\mu} + \frac{\omega'}{m_\mu} - 2 \frac{E'}{m_\mu} \frac{\omega'}{m_\mu} \leq \frac{1}{2}, \quad (225a)$$

$$\frac{1}{2} m_\mu \leq E' + \omega' \leq m_\mu. \quad (225b)$$

من خلال المتراجحة الأولى لدينا:

$$\frac{E'}{m_\mu} \left(1 - 2 \frac{\omega'}{m_\mu} \right) \leq \frac{1}{2} \left(1 - 2 \frac{\omega'}{m_\mu} \right). \quad (226)$$

هذا يعني أنه إما أن يكون:

$$E' \geq \frac{1}{2} m_\mu \quad \text{و منه} \quad 1 - 2 \frac{\omega'}{m_\mu} \leq 0, \quad (227)$$

و الذي يعني أن $\omega' \geq m_\mu/2$ و $E' \geq m_\mu/2$ ، و الذي يستلزم $\omega' + E' \geq m_\mu$. لكن هذا يناقض المتراجحة الثانية (225b). الحالة الأخرى أن يكون:

$$E' \leq \frac{1}{2}m_\mu \quad \text{و منه} \quad \omega' \leq \frac{m_\mu}{2}, \quad (228)$$

إذن فإننا نرفض المتراجحة (227) و نقبل (228). و منه فإن المتراجحتين المقترنتين (225) تكافئان:

$$0 \leq E' \leq \frac{1}{2}m_\mu, \quad (229a)$$

$$\frac{1}{2}m_\mu - E' \leq \omega' \leq \frac{1}{2}m_\mu. \quad (229b)$$

نحن الآن جاهزون لإجراء التكامل عبر الطاقة ω' من أجل الحصول على طيف طاقة الإلكترون الصادر في الإضمحلال:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dE'} &= \frac{G_F^2}{2\pi^3} m_\mu \int_{\frac{m_\mu}{2}-E'}^{\frac{m_\mu}{2}} \omega' (m_\mu - 2\omega') d\omega' = \\ &= \frac{G_F^2}{8\pi^3} m_\mu^4 \int_{1-2E'/m_\mu}^1 x(1-x) dx = \frac{G_F^2}{48\pi^3} m_\mu^4 [x^2(3-2x)]_{1-2E'/m_\mu}^1. \end{aligned} \quad (230)$$

و منه فإننا نكتب أخيرا:

$$\frac{d\Gamma}{dE'} = \frac{G_F^2}{12\pi^3} m_\mu^2 E'^2 \left(3 - 4\frac{E'}{m_\mu}\right). \quad (231)$$

هذا التوقع يتوافق بدقة عالية مع طيف الإلكترون الملاحظ في التجربة. أخيرا يمكننا التكامل عبر طاقة الإلكترون من أجل الحصول على معدل الإضمحلال:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} = \int_0^{m_\mu/2} \frac{d\Gamma}{dE'} dE' = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3}. \quad (232)$$

بتعويض معدل العمر المقاس للميون $\tau = 2.2 \times 10^{-6}$ s، يمكننا حساب اقتران فرمي G_F . نجد النتيجة:

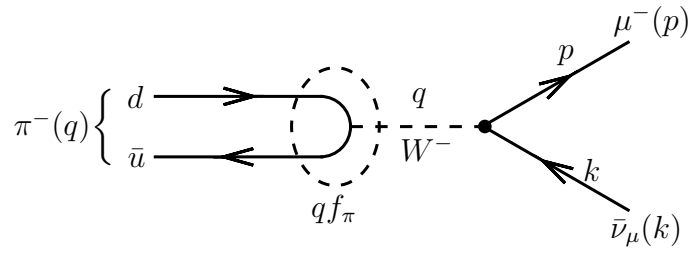
$$G_F = 10^{-5}/m_n^2. \quad (233)$$

بمقارنة قيمة G_F المحصل عليها من اضمحلال الميون مع تلك المحصل عليها من اضمحلال بيتا للنيوترون فإننا نؤكد على الفرضية السابقة أن تفاعلات الإضمحلال الضعيف للأنوية و اللبتونات لديها نفس ثابت الإقتران، و أيضا على عالمية التفاعلات الضعيفة للأنوية و اللبتونات. هذا يعني أن تفاعل اضمحلال بيتا النووي و تفاعل اضمحلال الميون لديهما نفس الأصل الفيزيائي. بالفعل، عند الأخذ بعين الاعتبار جميع التصحيحات فإن G_μ و G_β يتم إيجادها على أنها متطابقة في حدود فرق نسبي قدره بضع بالمئة. و كما أسلفنا فإن الفرق يرجع إلى اختلاط الكواركات.

2.7.5 إضمحلال البايون

هل يمكننا الآن فهم معدل العمر لميزونات π^\pm ؟ بالتحديد نعتبر الإضمحلال:

$$\pi^-(q) \rightarrow \mu^-(p) + \bar{\nu}_\mu(k),$$



الشكل 73: عملية اضمحلال البايون.

و الذي هو مبين في الشكل 73.

إن سعة اضمحلال البايون تأخذ الصيغة التالية:

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\dots)^\alpha \bar{u}_\mu(p) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_{\nu_\mu}(k), \quad (234)$$

حيث $(\dots)^\alpha$ يمثل تيار الكواركات الضعيف. يمكن أن نجادل أن هذا الطرف يكتب بالشكل $\bar{u}_u \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) u_d$ لكن هذا سيكون خطأ لأن الكواركات d و \bar{u} ليست حالات حرة (و بالتالي لا يمكن وصفها بـ سينورات ديراك حرة)، وإنما هي كواركات مقيدة في ميزون π^- . لكننا نعلم أن \mathcal{M} عبارة عن مقدار لا تغييري بلورنتز، و بالتالي يجب أن يكون $(\dots)^\alpha$ شعاعاً رباعياً أو شعاعاً محورياً، كما هو مبين. كذلك فإننا نعلم أن ميزون البايون π هو عديم السبين، و هذا يعني أن q^α هو الشعاع الرباعي الوحيد المتوفر لصياغة تيار الكواركات الضعيف (بما أن البايون ليس لديه بنية سبين فإننا لا نستطيع استخدام مصفوفات γ). و منه لدينا:

$$(\dots)^\alpha = q^\alpha f(q^2) \equiv q^\alpha f_\pi, \quad (235)$$

حيث f هي دالة تعتمد فقط على q^2 ، و ذلك لأن المقدار السلمي بلورنتز الوحيد الذي يمكن إنشاؤه من q^α هو q^2 . لكن لدينا $q^2 = m_\pi^2$ ، و منه $f(m_\pi^2) \equiv f_\pi$ ثابت. إذن فإن السعة تصبح:

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (p^\alpha + k^\alpha) f_\pi [\bar{u}_\mu(p) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_{\nu_\mu}(k)] = \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_\pi m_\mu [\bar{u}_\mu(p) (1 - \gamma_5) u_{\nu_\mu}(k)], \quad (236)$$

حيث استخدمنا $k u_{\nu_\mu}(k) = 0$ و $\bar{u}_\mu(p) (\not{p} - m_\mu) = 0$ و هي معادلتا ديراك للنيوترينو و الميون على التوالي. إن مربع طوليلة السعة اللاتغاييرية هو:

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{G_F^2 f_\pi^2 m_\mu^2}{2} [\bar{u}_\mu(p) (1 - \gamma_5) u_{\nu_\mu}(k)] [\bar{u}_{\nu_\mu}(k) (1 + \gamma_5) u_\mu(p)]. \quad (237)$$

بإجراء الجمع على سبين الحالة النهائية (لا يوجد هنا حالات ابتدائية للسبين لأن البايون عديم السبين) نجد:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{G_F^2 f_\pi^2 m_\mu^2}{2} \text{tr} [(1 - \gamma_5) \not{k} (1 + \gamma_5) (\not{p} + m_\mu)], \quad (238)$$

حيث استخدمنا $\sum_s u_{\nu_\mu}(k) \bar{u}_{\nu_\mu}(k) = \not{k}$ و $\sum_S u_\mu(p) \bar{u}_\mu(p) = \not{p} + m_\mu$ مع s و S سبين النيوترينو و الميون على التوالي.

تمرين: بين باستخدام خصائص مصفوفات ديراك أن:

$$\text{tr} [(1 - \gamma_5) \not{k} (1 + \gamma_5) (\not{p} + m_\mu)] = 8 (p \cdot k). \quad (239)$$

في معلم سكون البايون فإن معدل الإضمحلال الإشتقائي هو:

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_\pi} |\overline{\mathcal{M}}|^2 \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3 2E} \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3 2\omega} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q - p - k). \quad (240)$$

ومنه:

$$d\Gamma = \frac{G_F^2 f_\pi^2 m_\mu^2}{8\pi^2 m_\pi} (p \cdot k) \frac{d^3\vec{p}}{E} \frac{d^3\vec{k}}{\omega} \delta^{(4)}(q - p - k). \quad (241)$$

في معلم سكون البايون لدينا $\vec{k} = -\vec{p}$ ، ومنه:

$$p \cdot k = E\omega - \vec{k} \cdot \vec{p} = E\omega + \vec{k}^2 = \omega(E + \omega). \quad (242)$$

ومنه فإن معدل الإضمحلال معطى بـ:

$$\Gamma = \frac{G_F^2 f_\pi^2 m_\mu^2}{8\pi^2 m_\pi} \int \frac{d^3\vec{p}}{E} \frac{d^3\vec{k}}{\omega} \omega(E + \omega) \delta(m_\pi - E - \omega) \delta^{(3)}(\vec{p} + \vec{k}), \quad (243)$$

حيث استخدمنا $(m_\pi, \vec{0}) = q$ ، أي $\vec{k} + \vec{p} = 0$ في معلم سكون البايون. إن التكامل عبر $d^3\vec{p}$ باستخدام دالة ديراك $\delta^{(3)}$ يستلزم أن يكون $\vec{k} = -\vec{p}$ في باقي المتكامل عليه، وبما أنه لا يوجد في هذا المتكامل عليه أي اعتماد على الزوايا القطبية والسمتية يبقى فقط علينا إجراء التكامل عبر $d\omega$:

$$\Gamma = \frac{G_F^2 f_\pi^2 m_\mu^2}{8\pi^2 m_\pi} 4\pi \int \omega^2 d\omega (1 + \omega/E) \delta(m_\pi - E - \omega), \quad (244)$$

حيث 4π هو ناتج عن التكامل عبر الزاوية الصلبة.

الآن بما أن $\vec{k} = -\vec{p}$ لدينا $\vec{k}^2 = \omega^2 = \vec{p}^2 = E^2 - m_\mu^2$ ومنه $E = \sqrt{\omega^2 + m_\mu^2}$. إذن نكتب:

$$\Gamma = \frac{G_F^2 f_\pi^2 m_\mu^2}{2\pi m_\pi} \int \omega^2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + m_\mu^2/\omega^2}} \right) \delta \left(\sqrt{\omega^2 + m_\mu^2} + \omega - m_\pi \right) d\omega. \quad (245)$$

من أجل إجراء هذا التكامل نستخدم الخاصية التالية:

$$\delta[f(\omega)] = \delta(\omega - \omega_0) / \left| \frac{\partial f}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}, \quad (246)$$

حيث ω_0 هو صفر ¹ الدالة $f(\omega) = \sqrt{\omega^2 + m_\mu^2} + \omega - m_\pi$ ، والذي يمكن إيجاده بسهولة:

$$\omega_0 = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi}, \quad (247)$$

¹ في حالة العديد من الأصفار فيجب الجمع عليها جميعا.

و لدينا:

$$\frac{\partial f}{\partial \omega} = \frac{1}{\sqrt{1 + m_\mu^2/\omega^2}} + 1 \Rightarrow \left. \frac{\partial f}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} = 1 + \frac{1}{\sqrt{1 + m_\mu^2/\omega_0^2}}. \quad (248)$$

الآن يمكننا إجراء التكامل عبر ω بسهولة باستخدام دالة ديراك δ ، و التي تستلزم أن يكون $\omega = \omega_0$ في باقي المتكامل عليه. نلاحظ هنا أن الطرف:

$$\left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + m_\mu^2/\omega_0^2}} \right), \quad (249)$$

في المتكامل عليه يختزل تماما الطرف:

$$1 / \left. \frac{\partial f}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0}, \quad (250)$$

و منه يبقى لنا فقط طرف ω_0^2 في المتكامل عليه. و منه:

$$\Gamma = \frac{G_F^2 f_\pi^2 m_\mu^2}{2\pi m_\pi} \omega_0^2. \quad (251)$$

و منه فإننا نتحصل في الأخير على النتيجة:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{G_F^2}{8\pi} f_\pi^2 m_\pi m_\mu^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} \right)^2. \quad (252)$$

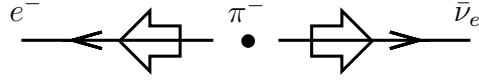
بتعويض قيمة اقتران فرمي العالمية $G_F = 10^{-5} m_n^{-2}$ المحصل عليهما من اضمحلال β أو من اضمحلال μ ، و بفرض أن $f_\pi = m_\pi$ (و الذي هو على الأقل صحيح من ناحية التحليل البعدي)، فإننا نتحصل على معدل عمر البايون π^- ، و الذي يساوي 2.6×10^{-8} s.

إذا قمنا بإعادة الحسابات لنمط الإضمحلال $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ ، فإننا نجد نفس النتيجة أعلاه لكن بالإستبدال $m_\mu \rightarrow m_e$ و منه:

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu)} = \left(\frac{m_e}{m_\mu} \right)^2 \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2} \right)^2 = 1.2 \times 10^{-4}, \quad (253)$$

حيث القيمة العددية تأتي من تعويض قيم كتل الجسيمات. هذا يعني أن البايون المشحون يفضل (بمعامل 10^4) أن يضمحل إلى ميون، و الذي لديه كتلة مقاربة لكتلة البايون، عوضا عن الإضمحلال إلى الإلكترون الأخف بكثير. لكن هذا خلاف لما هو متوقع من اعتبارات فضاء الطور، و بالتالي يجب أن يكون هنالك آلية ديناميكية تجعل معدل الإضمحلال بهذا الشكل.

إن البايون عديم السبين، و منه بانحفاظ الإندفاع الزاوي فإن ثنائية اللبتونات الخارجة ($\bar{\nu}_e e^-$) يجب أن يكون لديها $J = 0$. فيما أن $\bar{\nu}_e$ لديه يدوانية موجبة فإن الإلكترون e^- يجب أن يكون كذلك في حالة يدوانية موجبة. كما هو مبين في الشكل 74. لكن هذه اليدوانية للإلكترون هي يدوانية خاطئة. في النهاية $m_e = 0$ فإن التيار الضعيف يقترن فقط مع الإلكترونات اليسارية. و بالتالي فإن الإضمحلال إلى إلكترون يماني يكون مخموذا بشدة.



الشكل 74: الإلكترون الخارج يجب أن يكون في حالة اليدوانية الخاطئة، و منه فإن هذا الإضمحلال مخمود بشدة.

و منه، في اضمحلال البايون، حسب انحفاظ الإندفاع الزاوي يكون الإلكترون أو الميون الخارج في حالة يدوانية خاطئة. احتمال حدوث هذا الإصدار يكون أكبر للميون منه للإلكترون الأكثر خفة، و بالتحديد بنسبة 10^4 . إن التجربة تؤكد على هذه النتيجة، و التي هي نتيجة مباشرة لصيغة $1 - \gamma_5$ أو الصيغة اليسارية للتفاعلات الضعيفة. تمرين: أحسب نسبة معدلات الإضمحلال $K^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$ و $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$. إذا علمت أن معدل العمر للكايون K^- هو $\tau = 1.2 \times 10^{-8}$ s و أن نسبة التفرع $K \rightarrow \mu \nu$ هي 64%، قدر ثابت الإضمحلال f_K . علق على النتيجة و الفرضيات التي تستخدمها في حساباتك.

8.5 التفاعلات الضعيفة ذات التيار المتعادل

لقد لاحظنا أن عمليات التبعثر من النوع $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ أو $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$ هي ممنوعة في إطار نظرية فرمي الفعالة مع اقتران V-A. لذا يجب التحري بدقة تجريبيا عما إذا كانت مثل هذه التبعثرات تحدث في الطبيعة. في الواقع فإن تحقيق مثل هذه التجارب صعب و ذلك بسبب أن المقطع الفعال المتوقع لهذه التبعثرات هو في المجال 10^{-17} barn إلى 10^{-20} barn. يمكن فقط تحقيق مثل هذه التجارب باستخدام حزم نيوتريونات عالية الطاقة (بضعة مئات GeV) في المسرعات الحديثة (مثل مسرع Fermilab قرب مدينة شيكاغو و SPS في CERN). و تم ملاحظة مثل هذه العمليات و قياس المقطع الفعال لها تجريبيا كما يلي:

$$\frac{1}{E_{\nu_\mu}} \sigma(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-) = (1.45 \pm 0.26) \times 10^{-42} \text{cm}^2/\text{GeV}, \quad (254a)$$

$$\frac{1}{E_{\bar{\nu}_\mu}} \sigma(\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-) = (1.3 \pm 1.0) \times 10^{-42} \text{cm}^2/\text{GeV}. \quad (254b)$$

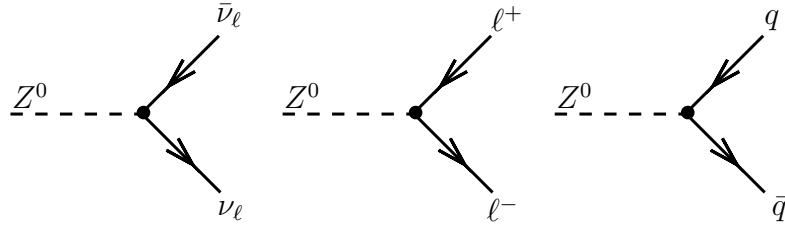
إذن فإن وجود التيارات الضعيفة المتعادلة يمكن اعتباره أمرا محققا تجريبيا. إن تسمية هذه التيارات بالتيارات المتعادلة أصله هو كما يلي. حسب انحفاظ الأعداد اللبتونية للميون و الإلكترون، فإن التفسير الوحيد للآلية التي يحدث بها التبعثر $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ هو أن الإلكترون الداخل إلى نقطة التفاعل يتحول إلى إلكترون خارج و نيوتريون الميون القادم ν_μ يتحول إلى نيوتريون الميون الخارج ν_μ . الطريقة البديهية للتعبير عن هذه العمليات في نظرية التفاعلات الضعيفة هي عبر إضافة التيارات اللبتونية بالعبارات التالية:

$$\bar{u}_{\nu_\mu} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) u_{\nu_\mu}, \quad (255a)$$

$$\bar{u}_e \gamma_\alpha (g_V - g_A \gamma_5) u_e, \quad (255b)$$

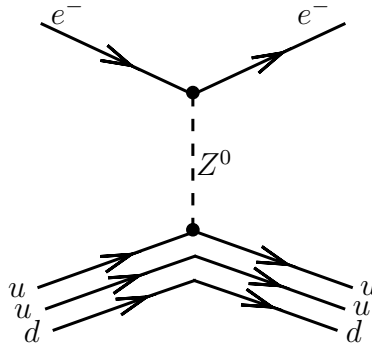
و استخدمنا في ذلك أن النيوتريون المشارك في أي حادثة تفاعل يجب أن يكون سالب اللولبية. التيار الأول لا يحتوي إطلاقا على جسيمات مشحونة، بينما التيار الثاني يحتوي جسيمات مشحونة لكن هذه الجسيمات لا تغير من شحنتها خلال التفاعل، و بالتالي كلاهما تيار ضعيف متعادل. إذن فإن التيارات الضعيفة المتعادلة تتضمن انحفاظا لشحنة الجسيمات المشاركة في التفاعل، و يتوسط هذه التفاعلات ذات التيارات المتعادلة البوزون Z^0 ، بينما التيارات الضعيفة المشحونة تتضمن تغيرا في شحنة الجسيمات خلال التفاعل، و يتوسطها البوزونات W^\pm .

إن بوزون Z^0 متعادل كهربائياً، و هو يقترن مع الكواركات و اللبتونات كما هو مبين في الشكل 75. مثلاً فإن تفاعل



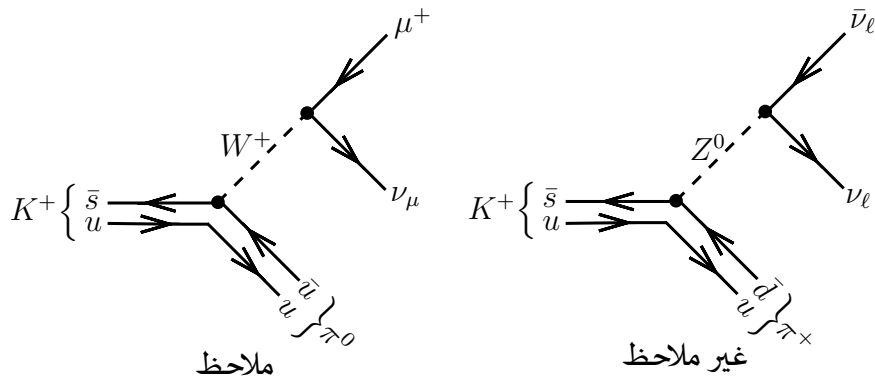
الشكل 75: إقترانات بوزون Z^0 مع قطاع المادة.

تبعثر إلكترون-بروتون يمكن أن يتم عبر العملية المبينة في الشكل 76 (مع المدى $\sim 10^{-18}$ m).



الشكل 76: عملية تبعثر إلكترون-بروتون المرن و التي يتوسطها بوزون Z^0 .

تم إجراء تجارب عن انحفاظ النكهة عند نقاط التفاعل للبوزون Z^0 عبر البحث عن إمكانية تغير الغرابة في التفاعلين المبينين في الشكل 77، و اللذين هما:



الشكل 77: تفاعل اضمحلال الكايون K^+ عبر تيار متعادل مغير للنكهة و تيار مشحون مغير للنكهة. تفاعل التيار المتعادل المغير للنكهة (اليمين) لم يتم مشاهدته.

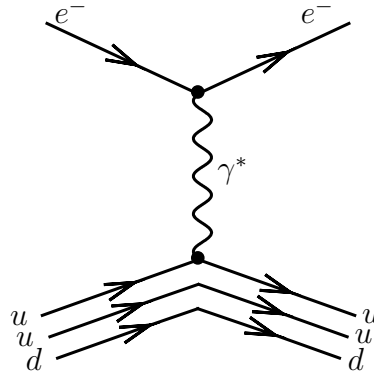
$$K^+ \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu ,$$

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \nu_\ell + \bar{\nu}_\ell .$$

القيمة الحدية العليا المقاسة للنسبة بين معدلي الإضمحلال لهذين التفاعلين هي:

$$\frac{\sum_\ell \Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+ + \nu_\ell + \bar{\nu}_\ell)}{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu)} < 10^{-7} . \quad (256)$$

ومنه فإن بوزون Z^0 لا يحمل (و بالتالي لا يغير) عددا لبتونيا أو عددا كواركيا (أي لا وجود لتيارات متعادلة مغيرة للنكهة). إن بعض هذه الخصائص هي مشتركة أيضا مع الفوتون، فمثلا فإن عملية التبعثر المرن للإلكترون و البروتون قد تتم كذلك بتوسط الفوتون، كما هو مبين في الشكل 78. لكن المدى في هذه الحالة هو ∞ (تذكر أن المدى يتناسب مع مقلوب



الشكل 78: عملية تبعثر إلكترون-بروتون $e^- + p \rightarrow e^- + p$ عبر التفاعلات الكهرومغناطيسية.

كتلة البوزون الوسطي. بالنسبة للتفاعلات الضعيفة $m_Z \sim 90 \text{ GeV}$ ، ومنه المدى من رتبة 10^{-18} m . بمقارنة نقاط التفاعل التي تتضمن الفوتون γ ، البوزونات W^\pm و Z^0 ، فإننا نستنتج أن هذه التفاعلات يحكمها نفس ثابت الإقتران $g \sim e$. لكن فعليا تكون التفاعلات الضعيفة ذات قوة فعالة مشابهة لتلك في التفاعلات الكهرومغناطيسية فقط عندما تكون المسافات من رتبة 10^{-18} m ، وذلك بسبب أن منتشر التفاعلات الضعيفة يتضمن كتلة البوزون الوسطي الثقيل. هذه الفكرة تؤدي إلى مفهوم توحيد القوى الكهرومغناطيسية و الضعيفة في قوة واحدة تسمى القوة الكهروضعيفة. شرط التوحيد يؤدي إلى العلاقة بين ثوابت الإقتران $(\alpha_{EM} = e^2/4\pi\epsilon_0)$:

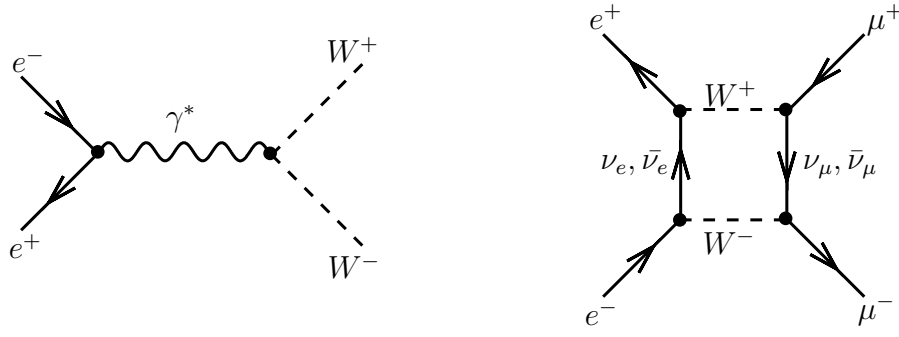
$$\frac{e}{2\sqrt{2}\epsilon_0} = g_W \sin \theta_W = g_Z \cos \theta_W , \quad (257)$$

حيث θ_W هي زاوية الإختلاط الضعيف، أو زاوية وينبرغ:

$$\cos \theta_W = \frac{M_W}{M_Z} . \quad (258)$$

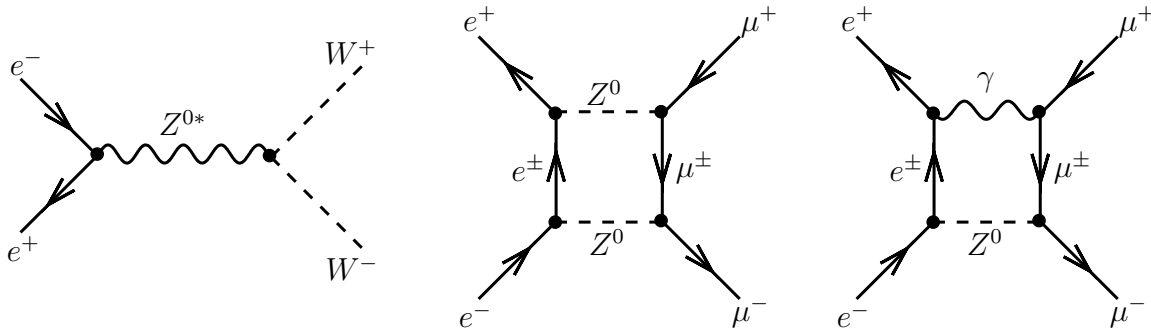
9.5 التفرقات في التفاعلات الضعيفة

إن نظرية التفاعلات الكهروضعيفة التي تحتوي فقط بوزونات W^\pm تؤدي إلى تفرقات في حسابات المقاطع الفعالة. من بين بعض الأمثلة لمخططات فاينمان للعمليات التي تؤدي إلى تفرقات تلك الميمنة في الشكل 79. لكن من أجل أن تكون



الشكل 79: مخططات فاينمان لبعض العمليات التي تؤدي إلى تفرقات.

النظرية متناسقة يجب أن تكون قابلة لإعادة الإستنظام، فمثلا في نظرية QED يتم جعل جميع العبارات متقاربة وذلك بإعادة التعبير عنها بدلالة عدد محدد من المعاملات الفيزيائية (e , m_e و \hbar في QED). إن تقديم بوزون Z^0 في النظرية الكهروضعيفة يعالج مشكل التفرقات و يؤدي إلى إلغائها. مثلا فإن التفرقات الموافقة لمخططات فاينمان المبينة في الشكل 79 يتم إلغاؤها تماما بالتفرقات الموافقة لمخططات فاينمان المبينة في الشكل 80.



الشكل 80: مخططات فاينمان للعمليات التي تؤدي إلى إلغاء التفرقات الموافقة لمخططات فاينمان المبينة في الشكل 79.

10.5 نموذج وينبرغ - عبد السلام

إن النظريات القابلة لإعادة الإستنظام هي نظريات صامدة بالتحويلات العيارية للحقول الكمية، أي أن التحويلات العيارية تناظر لها. هنالك العديد من صيغ التحويلات العيارية و التي توافق كل نوع من التفاعلات للجسيمات. مثلا في التفاعلات الكهرومغناطيسية يكون اللاغرانجي لا تغيريا بتحويلات طورية للحقول من الشكل:

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\alpha(x)}\psi, \quad (259)$$

حيث α دالة عشوائية مستمرة. إذا كان الجسيم حرا فإن الحقل المحول إليه ψ' لا يمكن أن يكون حلا لمعادلة ديراك الحرة. لكن ψ' حل لمعادلة ديراك في وجود تفاعل مع حقل شعاعي A^μ ، و التي يحصل عليها بالتعويض الأصغري $\partial^\mu \rightarrow \partial^\mu - ieA^\mu$. الحقل A^μ هو حقل الفوتون الذي يحقق معادلات ماكسويل.

هذا يعني أن مبدأ التحويلات العيارية ينص على أنه من أجل الحفاظ على اللاتغاير بالتحويلات العيارية المحلية يجب إضافة حقل أصغري إلى اللاغرانجي، أي طرف تفاعل مع حقل آخر. في QED، فإن التحول من حالة إلكترون إلى حالة إلكترون أخرى ذات طور آخر، $e^- \rightarrow e^-$ ، فإن هذا يتطلب إصدار أو امتصاص فوتون: $e^- \rightarrow e^- + \gamma$. بشكل عام فإن التحويلات مثل:

$$e^- \rightarrow \nu_e, \quad \nu_e \rightarrow e^-, \quad e^- \rightarrow e^-, \quad \nu_e \rightarrow \nu_e,$$

تؤدي حسب مبدأ العيار إلى التفاعلات:

$$e^- \rightarrow \nu_e W^-, \quad \nu_e \rightarrow e^- W^+, \quad e^- \rightarrow e^- W^0, \quad \nu_e \rightarrow \nu_e W^0,$$

حيث W^+ ، W^- و W^0 توافق بوزونات عيارية ذات سبين 1. فبينما W^+ و W^- هي البوزونات العيارية المعروفة جيدا لدينا و الموافقة للتيارات الضعيفة المشحونة، إلا أن W^0 ليست معروفة. في نظرية التفاعلات الكهروضعيفة الموحدة فإن البوزونات Z^0 و γ تعتبر أنها مزيج من W^0 و بوزون آخر B^0 :

$$\begin{pmatrix} \gamma \\ Z^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B^0 \\ W^0 \end{pmatrix}. \quad (260)$$

و منه:

$$\gamma = B^0 \cos \theta_W + W^0 \sin \theta_W, \quad (261a)$$

$$Z^0 = -B^0 \sin \theta_W + W^0 \cos \theta_W, \quad (261b)$$

حيث θ_W هي زاوية الإختلاط الضعيف.

إن النظرية الكهروضعيفة يمكن جعلها لاتغايرية بالتحويلات العيارية و ذلك بتقديم البوزونات المتعادلة W^0 و B^0 . هذا يؤدي إلى نقاط التفاعل الإضافية:

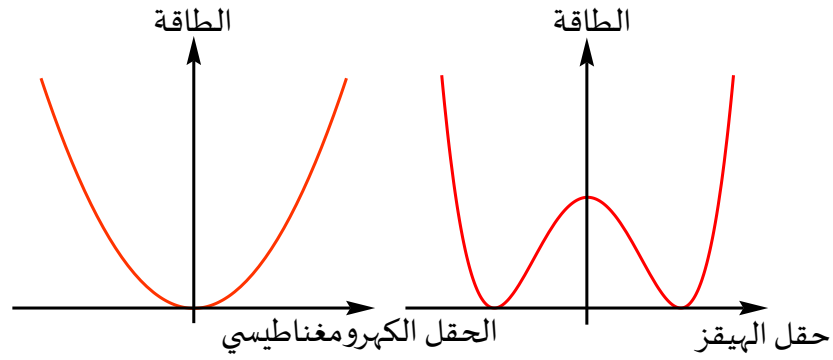
$$e^- \rightarrow e^- B^0, \quad \nu_e \rightarrow \nu_e B^0.$$

عموما فإن التجربة تتوافق تماما مع توقعات النظرية الكهروضعيفة اللاتغايرية بالتحويلات العيارية. غير أن هذا اللاتغاير يتطلب أن تكون البوزونات ذات سبين 1 المتضمنة في هذه التفاعلات عديمة الكتلة. إن الغلوونات و الفوتونات تتوافق تماما مع هذا الشرط لكن البوزونات W^\pm و Z^0 ليست كذلك، فهي ثقيلة جدا.

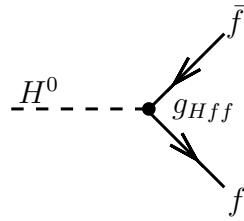
كيف تكتسب هذه البوزونات العيارية الثقيلة الكتلة في النموذج القياسي؟ من أجل ذلك يجب تقديم حقل جديد و الذي هو حقل الهيقز السلمي. هذا الحقل يتطلب وجود بوزون الهيقز H^0 ذي السبين 0. حقل الهيقز يعتمد على فكرة الإنكسار العفوي للتناظر، و الذي يعني أن الفراغ لديه قيمة توقعية ϕ_0 غير معدومة، كما هو مبين في الشكل 81. إن القيمة التوقعية للفراغ ϕ_0 ليست لاتغايرية، و بالتالي فإن اللاتغاير بالتحويلات العيارية مخفي، أو مكسور عفويا. هذا يعني أن الفراغ مشغول بحقل الهيقز بحيث تكتسب الجسيمات الكتلة عن طريق التفاعل معه.

بنفس الطريقة فإن جميع الفرميونات تكتسب كتلة عن طريق تفاعلها مع حقل الهيقز، كما هو مبين في الشكل 82. ثابت الإقتران يرتبط بكتلة الجسيمات عبر العلاقة:

$$g_{Hff}^2 = \sqrt{2} G_F m_f^2. \quad (262)$$



الشكل 81: الحقل الكهرومغناطيسي (يسار) مقارنة مع حقل الهيكز (يمين).



الشكل 82: يقترن بوزون الهيكز مع الفرميونات مثلما هو مبين هنا.

إن كتلة الهيكز في حد ذاتها ليست متوقعة نظريا، لكن الإقترانات مع الجسيمات الأخرى هي متوقعة بدلالة كتلة الهيكز. في مصادم LHC قامت كل من تعاونيتي CMS و ATLAS بتأكيد اكتشاف جسيم جديد كتلته $m = 126 \text{ GeV}$ ، و الذي لديه خصائص شبيهة بخصائص الهيكز. لكن تأكيد أن هذا الجسيم هو الهيكز لا يزال محل التحقيق التجريبي، و يعتقد بشكل شبه أكيد أنه بالفعل الهيكز. من أجل تأكيد ذلك ينبغي التحقق من خصائصه و حساب اقتراناته مع باقي الجسيمات و التأكد أنها تتوافق مع النظرية.